

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada  
por tirantes passivos

Eduardo Costa Couto

Porto Alegre  
2011

Eduardo Costa Couto

**UM MODELO TRIDIMENSIONAL PARA TÚNEIS  
ESCAVADOS EM ROCHA REFORÇADA POR TIRANTES  
PASSIVOS**

TESE APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL, COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA. ORIENTAÇÃO: PROF.<sup>a</sup> DR.<sup>a</sup> DENISE BERNAUD MAGHOUS E PROF. DR. SAMIR MAGHOUS

Porto Alegre  
2011

CIP: Catalogação na Publicação

COUTO, EDUARDO COSTA

UM MODELO TRIDIMENSIONAL PARA TÚNEIS ESCAVADOS EM  
ROCHA REFORÇADA POR TIRANTES PASSIVOS / EDUARDO COSTA  
COUTO. - - 2011.

141 f.

Orientadora: Denise Bernaud Maghous.

Coorientador: Samir Maghous.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS,  
2011.

1. túnel. 2. tirantes. 3. elementos finitos. 4.  
homogeneização. 5. método incorporado. I.  
Bernaud Maghous, Denise, orient. II Maghous,  
Samir, coorient. III. Título.

**EDUARDO COSTA COUTO**

**UM MODELO TRIDIMENSIONAL PARA TÚNEIS  
ESCAVADOS EM ROCHA REFORÇADA POR TIRANTES  
PASSIVOS**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 11 de novembro de 2011.

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Denise Bernaud Maghous**  
Doutora pela École Nationale des Ponts et  
Chaussées  
Orientadora

**Prof. Dr. Samir Maghous**  
Doutor pela École Nationale des Ponts et  
Chaussées  
Orientador

**Prof. Dr. Luiz Carlos Pinto da Silva Filho**  
Ph.D. pela University of Leeds  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Dr. Américo Campos Filho**  
Doutor pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

**Prof. Dr. Fernando Luiz Bastos Ribeiro**  
Doutor pela Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real**  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

À minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

À Professora Denise Bernaud Maghous e ao Professor Samir Maghous, pela orientação, amizade e compreensão empenhadas durante toda elaboração deste trabalho.

Ao Professor Américo Campos Filho, pela disponibilidade e pelos ensinamentos.

À bibliotecária Silvia Rossi, pela vontade de ajudar que sempre demonstrou.

Ao Alex Peglow, que no exercício da chefia da Secretaria de Obras do Município do Capão do Leão proporcionou condições para que minha dedicação a este trabalho fosse maior.

Aos colegas, funcionários e professores do Departamento de Engenharia Civil da UFRGS, pela disponibilidade e incentivo que demonstraram em todos os momentos.

## RESUMO

COUTO, E. C. **Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos**. 2011. 141 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

No presente trabalho, é apresentado um modelo numérico para análise tridimensional de túneis escavados em maciços rochosos reforçados por tirantes aderidos ao longo de todo o seu comprimento. O método numérico utilizado é o método dos elementos finitos. A abordagem usada na modelagem da interação maciço/tirante é o método de homogeneização de meios periódicos. Essa abordagem substitui o meio compósito constituído de rocha e tirantes por um meio homogeneizado equivalente, dispensando a tarefa de discretizar cada tirante separadamente. O comportamento do maciço é considerado elastoplástico perfeito, caracterizado pelo critério de Drucker-Prager, com regra de fluxo associada. O revestimento é considerado elástico, enquanto os tirantes são tratados como inclusões lineares em tração/compressão com lei de comportamento elastoplástica. Com esse modelo foi implementado um código, tridimensional, que simula o processo de escavação pelo método da ativação/desativação de elementos. Esse código é capaz de levar em conta diferentes situações de profundidade, geometria e estado inicial de tensões. Com a finalidade de avaliar o desempenho da abordagem de homogeneização, foi implementado um segundo código, que modela a interação maciço/tirante por meio do método incorporado. Esse método, muito usado em análises de concreto armado, tem em comum com o método de homogeneização a capacidade de lidar com diferentes configurações de reforços utilizando a mesma malha base. Ao final, os dois códigos são utilizados em modelagens de um caso real, o túnel experimental Kielder (Inglaterra), para o qual se dispõe de dados medidos *in situ*. A comparação destes dados com os resultados das duas modelagens mostra uma aproximação muito boa.

**Palavras-chave:** túnel; tirantes; elementos finitos; homogeneização; método incorporado.

## ABSTRACT

COUTO, E. C. **Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos.** 2011. 141 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

A numerical model for three-dimensional analysis of tunnels excavated in reinforced rock mass by fully grouted bolts is presented in this work. The numeric method utilized is the finite element method and the approach used in the modeling of the interaction mass/bolt is the homogenization of periodic media method. This approach replaces the composite medium formed by rock and bolts by a homogenized equivalent medium eliminating the task of discretizing each bolt separately. The rockmass behavior is considered elastoplastic perfect characterized by the Drucker-Prager criterion with associated flow rule. The lining is elastic, while the bolts are treated as linear inclusions in tension / compression with elastoplastic behavior law. A three-dimensional code was implemented with this model that simulates the excavation process by means of the activation-deactivation method. This code is able to consider different situations of depth, geometry and initial state of stress. In order to evaluate the performance of the homogenization approach, a second code was implemented to model the interaction rockmass/bolts by means of the embedded method. This method, widely used in analysis of reinforced concrete, has in common with the approach of the homogenization the capacity to deal with different configurations of reinforcements with the same base mesh. Finally, the two codes are used to model a real case, the Kielder experimental tunnel (England), for which *in situ* measured data are available. The comparison of these data with the results of the two modeling shows a very good approximation.

**Keywords:** tunnel; bolts; finite element; homogenization; embedded method.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	10
LISTA DE TABELAS .....	13
LISTA DE ABREVIATURAS.....	14
LISTA DE SÍMBOLOS .....	15
1 INTRODUÇÃO.....	20
1.1 DESCRIÇÃO DO TEXTO .....	22
2 PROBLEMÁTICA DE TÚNEIS E MÉTODOS DE ANÁLISE.....	24
2.1 MÉTODOS DE ESCAVAÇÃO .....	27
2.1.1 Túneis mecanizados .....	28
2.1.2 Escavação mineira.....	29
2.1.2.1 Utilização de explosivos .....	30
2.1.2.2 Escavação sequenciada .....	32
2.2 TIPOS DE SUPORTE / REFORÇO .....	33
2.3 COMPORTAMENTO DO MACIÇO FRENTE À ESCAVAÇÃO .....	37
2.4 MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO DE SUPORTES DE TÚNEIS .....	42
2.4.1 Métodos empíricos .....	43
2.4.2 Métodos que determinam a carga.....	48
2.4.3 Métodos que levam em conta a rigidez e a deformação do suporte.....	48
2.4.4 Métodos que levam em conta a interação maciço-suporte.....	49
2.4.4.1 Métodos simplificados .....	49
2.4.4.1.1 Definição das curvas de convergência e confinamento.....	50
2.4.4.1.2 Novo Método Austríaco de Construção de Túneis .....	52
2.4.4.1.3 Método Convergência-Confinamento .....	54
2.4.4.1.4 New Implicit Method (NIM) .....	58

2.4.4.2 Métodos de análise numérica.....	59
2.4.4.2.1 Métodos de modelagem do processo de escavação .....	60
2.4.4.2.2 Análises bidimensionais .....	62
2.4.4.2.3 Análises tridimensionais.....	63
2.4.4.2.4 Métodos numéricos de modelagem do maciço reforçado por tirantes passivos: método de homogeneização e método incorporado .....	64
2.4.4.2.5 Outros métodos de modelagem do maciço reforçado por tirantes .....	67
3 MODELAGEM POR HOMOGENEIZAÇÃO DE TÚNEIS REFORÇADOS POR TIRANTES PASSIVOS: FORMULAÇÃO ELASTOPLÁSTICA E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL 3D.....	71
3.1 PRINCÍPIOS DO MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO NA MODELAGEM DE TÚNEIS.....	71
3.2 MODELO CONSTITUTIVO PARA O MACIÇO REFORÇADO POR TIRANTES..	74
3.2.1 O tensor elástico do meio homogeneizado.....	74
3.2.2 Elastoplasticidade do meio homogeneizado .....	75
3.3 FORMULAÇÃO EXPLÍCITA DA RELAÇÃO CONSTITUTIVA .....	78
3.3.1 Critério Drucker-Prager.....	80
3.3.2 Regra do fluxo associado .....	81
3.4 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA .....	82
4 VALIDAÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA .....	87
4.1 Código numérico - método de homogeneização .....	87
4.2 Análises para verificação e validação .....	90
4.2.1 Solução analítica do problema da convergência do túnel 1D .....	90
4.2.2 Túnel superficial não revestido .....	92
4.2.3 Túnel em axissimetria .....	95
4.2.4 Comparação com método incorporado .....	98
4.2.4.1 Formulação geométrica.....	100
4.2.4.2 Mapeamento inverso .....	103

4.2.4.3 Matriz de rigidez e vetor de forças internas do elemento de barra .....	104
4.2.4.4 Validação .....	106
4.2.4.5 Comparação dos dois códigos .....	108
4.3 Túnel com seção do tipo ferradura .....	112
5 CASO DO TÚNEL EXPERIMENTAL KIELDER: MODELAGEM COM O MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO E COM O MÉTODO INCORPORADO .....	117
5.1 O TÚNEL EXPERIMENTAL KIELDER .....	117
5.2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA .....	121
5.3 ESTUDO PARAMÉTRICO .....	126
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	129
REFERÊNCIAS .....	132
APÊNDICE A - Demonstração da Equação (3.41) .....	139

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Evolução histórica dos túneis.....	25
Figura 2.2: Tuneladoras do tipo couraça. ....	29
Figura 2.3: (a) Escavadeira em túnel de teste em Heathrow - Londres, UK, 1994; (b) Escavação com fresa na estação subterrânea <i>Exchange Place</i> - Jersey City, USA.....	30
Figura 2.4: Zonas de um diagrama de fogo. ....	31
Figura 2.5: Método Alemão de escavação e suporte de túneis.....	32
Figura 2.6: Método Austríaco Clássico de escavação e suporte de túneis .....	33
Figura 2.7: Chumbador.....	35
Figura 2.8: (a) Tirantes frontais, concreto projetado e enfilagens; (b) Tirantes radiais e concreto projetado.....	36
Figura 2.9: Deslocamentos no maciço originados pela execução de um túnel. ....	38
Figura 2.10: Arqueamento das tensões em uma seção transversal próxima à frente de escavação. ....	39
Figura 2.11: Arco tridimensional próximo à frente de escavação de um túnel. ....	40
Figura 2.12: Interação tridimensional maciço-suporte: (a) Distribuição das tensões e dos deslocamentos ao longo de uma linha longitudinal situada no teto do túnel; (b) Correspondente curva de reação maciço-suporte. ....	41
Figura 2.13: Influência do avanço da frente de escavação sobre os deslocamentos radiais de um túnel não-suportado em um maciço elástico.....	42
Figura 2.14: (a) Método das molas sem considerar atrito entre suporte e maciço; (b) Método das molas considerando atrito entre suporte e maciço.....	49
Figura 2.15: Representação do modelo utilizado para cálculo da curva de convergência $P_i \times U_i$ .....	50
Figura 2.16: Equilíbrio, definição da convergência no instante da colocação do revestimento $U_0$ .....	51
Figura 2.17: Curvas de interação maciço-suporte. ....	52
Figura 2.18: Modelo de túnel em axissimetria. ....	55
Figura 2.19: Distinção entre túnel profundo e túnel superficial. (a) $\sigma_D$ não negligenciável diante de $\sigma_h$ ; (b) $\sigma_D$ negligenciável diante de $\sigma_h$ .....	55

Figura 2.20: Representação da pressão fictícia. ....	56
Figura 2.21: Definição de pressão fictícia e o parâmetro $\lambda$ .....	57
Figura 2.22: Influência qualitativa da rigidez do suporte no perfil da convergência .....	59
Figura 2.23: Esquema de escavação e colocação de suporte: (a) Revestimento colocado a uma distância $d_0$ da face de escavação; (b) Avanço da face escavação; (c) Avanço do revestimento até a distância $d_0$ da face.....	61
Figura 2.24: Malhas típicas de análises bidimensionais: (a) Análise em deformações planas; (b) Análise em axissimetria. ....	63
Figura 2.25: Malha típica de análises tridimensionais. ....	64
Figura 2.26: Representação da contribuição de um segmento de reforço na rigidez do elemento sólido por meio da transformação em um elemento sólido equivalente .....	66
Figura 3.1: Homogeneização de rocha reforçada por tirantes. ....	72
Figura 3.2: Interpretação geométrica do domínio de resistência macroscópico.....	77
Figura 3.3: Domínio elástico para o material homogeneizado e regra do fluxo associado. ....	78
Figura 3.4: Projeção de $\underline{\Sigma}$ sobre o domínio elástico $G^{hom}$ .....	82
Figura 4.1: Fluxograma do algoritmo numérico.....	89
Figura 4.2: Malha utilizada na solução numérica.....	91
Figura 4.3: Comparação entre as soluções analítica e numérica. ....	92
Figura 4.4: Malha tridimensional de 2448 elementos. ....	93
Figura 4.5: Deslocamentos verticais de pontos localizados na superfície.....	94
Figura 4.6: Deslocamentos verticais com a profundidade.....	95
Figura 4.7: (a) malha bidimensional; (b) malha tridimensional .....	97
Figura 4.8: Deslocamentos radiais. GEOMECC91 e código desenvolvido com o método de homogeneização.....	97
Figura 4.9: Elementos sólidos trespassados por um reforço. ....	98
Figura 4.10: Segmento de reforço limitado por um elemento sólido. ....	100
Figura 4.11: Coordenada natural ao longo do eixo do reforço. ....	101
Figura 4.12: Reforços formando uma treliça no interior de elementos sólidos e condições de contorno. ....	106
Figura 4.13: Comparação das soluções numérica e analítica. ....	107

Figura 4.14: Posição dos tirantes.....	109
Figura 4.15: Detalhe da malha de 6808 elementos.....	109
Figura 4.16: Deslocamentos radiais no teto do túnel <i>versus</i> z. ....	110
Figura 4.17: Deslocamentos radiais multiplicados por 10 em uma seção transversal em z = 9,95 m. ....	110
Figura 4.18: Aproximação da Figura 4.17.....	111
Figura 4.19: Deslocamentos radiais <i>versus</i> r coincidindo com y em uma seção transversal em z = 9,95 m. ....	111
Figura 4.20: Seção transversal e zonas reforçadas. ....	112
Figura 4.21: Dimensões da malha e aproximação. ....	113
Figura 4.22: Deslocamentos radiais no ponto A <i>versus</i> z. ....	114
Figura 4.23: Deslocamentos radiais no ponto B <i>versus</i> z. ....	115
Figura 4.24: Deslocamentos multiplicados por 50 em uma seção transversal em z = 119,34 m ....	115
Figura 4.25: Isovalores das normas dos tensores da deformação plástica quando $k_0 = 1$ . ...	116
Figura 5.1: Túnel experimental Kielder: (a) Vista em corte; (b) Vista em planta.....	118
Figura 5.2: Tipos de suporte utilizados no túnel experimental Kielder. ....	119
Figura 5.3: Trecho escavado com explosivos e suportado por tirantes e concreto projetado: (a) Vista em corte; (b) Vista em planta. ....	120
Figura 5.4: Deslocamentos da rocha.....	121
Figura 5.5: Vista da malha tridimensional usada para simular a escavação do túnel experimental Kielder.....	123
Figura 5.6: Deslocamento radial do teto do túnel. Comparação entre método homogeneizado, método incorporado e medida realizada <i>in situ</i> . ....	124
Figura 5.7: Deslocamento radial na parede do túnel. Comparação entre método homogeneizado e o método incorporado. ....	124
Figura 5.8: Isovalores da tensão radial $\sigma_{rr}$ calculada pelo método de homogeneização. ....	125
Figura 5.9: Deslocamento radial do teto do túnel para $\varphi_m = 26,4^\circ$ .....	126
Figura 5.10: Deslocamento radial do teto do túnel para $\varphi_m = 36,4^\circ$ .....	127
Figura 5.11: Deslocamento radial do teto do túnel para $\varphi_m = 31,4^\circ$ .....	127

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Classificação de maciços rochosos de Bieniawski. ....	45
Tabela 2.2: Ajuste dos valores dos pesos da Tabela 2.1 conforme orientação das descontinuidades. ....	46
Tabela 2.3: Classes de maciços rochosos de Bieniawski. ....	46
Tabela 2.4: Normas para escavação e suporte de túneis escavados em rocha, de acordo com o sistema RMR, aplicáveis a túneis com seção ferradura, largura 10 m, tensão vertical < 25 MPa, escavação por perfuração ou detonação. ....	47
Tabela 4.1: Dados do teste baseado na análise de um túnel superficial não revestido. ....	92
Tabela 4.2: Passo de avanço em função do diâmetro $D$ . ....	93
Tabela 4.3: Parâmetros do maciço. ....	96
Tabela 4.4: Parâmetros do revestimento. ....	96
Tabela 4.5: Parâmetros dos tirantes. ....	96
Tabela 4.6: Parâmetros do túnel e do processo de escavação. ....	96
Tabela 4.7: Parâmetros dos materiais. ....	107
Tabela 4.8: Parâmetros do maciço. ....	108
Tabela 4.9: Parâmetros dos tirantes. ....	108
Tabela 4.10: Parâmetros do túnel e do processo de escavação. ....	108
Tabela 4.11: Parâmetros do maciço. ....	113
Tabela 4.12: Parâmetros dos tirantes. ....	113
Tabela 4.13: Parâmetros do túnel e do processo de escavação. ....	114
Tabela 5.1: Parâmetros do maciço. ....	122
Tabela 5.2: Parâmetros do revestimento. ....	122
Tabela 5.3: Parâmetros dos tirantes. ....	122
Tabela 5.4: Parâmetros do túnel. ....	122

## LISTA DE ABREVIATURAS

ABMS: Associação Brasileira de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica

AFTES: *Association Française des Tunnels et de l'Espace Souterrain* (Associação Francesa de Túneis e do Espaço Subterrâneo)

CFC: *Continuously Frictionally Coupled*

CMC: *Continuously Mechanically Coupled*

DMFC: *Discretely Mechanically or Frictionally Coupled*

NATM: Método Austríaco de Construção de Túneis

NIM: *New Implicit Method*

RMR: *Rock Mass Rating*

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas maiúsculas

$\underline{\underline{A}}_m$ :	Tensor de constantes elásticas do maciço
$\underline{\underline{A}}^{hom}$ :	Tensor elástico do material homogeneizado
$\underline{\underline{B}}$ :	Matriz que relaciona as deformações com os deslocamentos nodais
$C_F$ :	Curva de confinamento
$C_m$ :	Coesão do maciço
$C_V$ :	Curva de convergência
$D$ :	Diâmetro do túnel
$E$ :	Módulo de Young
$E_m$ :	Módulo de Young do maciço
$E_r, E_l, E_f$ :	Módulo de Young do material dos tirantes radiais, do material dos tirantes laterais, do material dos tirantes frontais
$E_l^{hom}$ :	Módulo de Young longitudinal do material homogeneizado, segundo a direção do reforço
$E_t^{hom}$ :	Módulo de Young transversal do material homogeneizado, transversal à direção do reforço
$\underline{F}$ :	Vetor global das forças nodais
$G^{hom}$ :	Domínio elástico da rocha reforçada
$G_m$ :	Domínio elástico da rocha sem reforço
$I$ :	Intervalo a que pertence a tensão axial do tirante
$\underline{\underline{K}}$ :	Matriz de rigidez global
$K$ :	Fração do módulo de Young dos materiais do tirante proporcional a $\eta$
$K_s$ :	Rigidez do revestimento
$P_{eq}$ :	Pressão de confinamento no equilíbrio

$P_i$ :	Pressão de confinamento
$P_i^f$ :	Pressão fictícia
$P_\infty$ :	Pressão geostática inicial
$R$ :	Raio
$R_i$ :	Raio interno
$R_e$ :	Raio externo
$R_p$ :	Raio da zona plástica
$\underline{S}$ :	Tensor desviador de $\underline{\Sigma}$
$S_r, S_l, S_f$ :	Seção transversal do tirante radial, lateral e frontal
$U_i^s$ :	Convergência do revestimento associada a $P_i$
$U_i$ :	Convergência associada a $P_i$
$U_0$ :	Convergência no instante da instalação do suporte
$U_{eq}$ :	Convergência no equilíbrio
$ZR$ :	Zona reforçada por tirantes radiais
$ZL$ :	Zona reforçada por tirantes laterais
$ZF$ :	Zona reforçada por tirantes frontais

### **Letras romanas minúsculas**

$d_r, d_l, d_f$ :	Densidade de reforço no teto, na parede e na face do túnel
$d_0$ :	Distância do revestimento à face do túnel
$e$ :	Espessura do revestimento
$\underline{e}_i$ :	Vetor unitário na direção $i$
$\underline{f}_b$ :	Vetor global das forças nodais equivalentes às forças de volume
$\underline{f}_s$ :	Vetor global das forças nodais equivalentes às forças de superfície
$\underline{f}_{\sigma_0}$ :	Vetor global das forças nodais equivalentes às tensões iniciais

$f^{hom}$ :	Critério de resistência do material homogeneizado
$f_m$ :	Critério de resistência da rocha sem tirantes
$g^{hom}$ :	Potencial plástico do material homogeneizado
$h$ :	Profundidade do túnel
$k_m$ :	Módulo de compressibilidade
$k_0$ :	Coefficiente de empuxo horizontal
$l_r, l_l, l_f$ :	Comprimento dos tirantes radiais, laterais e frontais
$p_r, \beta_r$ :	Espaçamentos dos tirantes radiais
$p_l, \beta_l$ :	Espaçamentos dos tirantes laterais
$p_f, \beta_f$ :	Espaçamentos dos tirantes frontais
$p$ :	Pressão
$r$ :	Coordenada segundo o raio do túnel
$\underline{\underline{s}}_m$ :	Tensor desviador de $\underline{\underline{\sigma}}_m$
$\underline{\underline{s}}$ :	Tensor desviador de $\underline{\underline{\sigma}}$
$\underline{u}$ :	Vetor global dos deslocamentos nodais
$\underline{u}_e$ :	Vetor dos deslocamentos nodais de um elemento
$u_h$ :	Deslocamento vertical
$u_r$ :	Deslocamento radial
$u_v$ :	Deslocamento vertical
$\nu$ :	Coefficiente de Poisson
$\nu_m, \nu_r, \nu_l, \nu_f$ :	Coefficiente de Poisson do maciço, do material dos tirantes radiais, do material dos tirantes laterais, do material dos tirantes frontais

### **Letras gregas minúsculas**

$\alpha$ :	Parâmetro adimensional da relação de dependência do critério e das tensões hidrostáticas
------------	--

$\beta$ :	Fração de um incremento de deformação que corresponde à deformação elástica
$\gamma_m$ :	Peso específico do maciço
$\underline{\underline{\varepsilon}}$ :	Tensor de deformações
$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}, \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^e}, \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^p}$ :	Taxa de deformação total, elástica e plástica
$\eta$ :	Proporção volumétrica de reforço
$\lambda$ :	Parâmetro de perda de confinamento
$\lambda_m$ :	Primeiro coeficiente de Lamé da rocha
$\mu_m, \mu_t^{hom}, \mu_t^{hom}$ :	Segundo coeficiente de Lamé da rocha, do material homogeneizado, segundo a direção do reforço, do material homogeneizado, transversal à direção do reforço
$\sigma, \chi, \sigma^*, \chi_0$ :	Tensão axial no tirante
$\underline{\underline{\sigma}}$ :	Tensor de tensões
$\sigma_r$ :	Limite elástico da rocha
$\underline{\underline{\sigma_0}}$ :	Tensor das tensões geostáticas iniciais
$\underline{\underline{\sigma_0}}$ :	Vetor das componentes das tensões iniciais em um ponto da estrutura
$\underline{\underline{\sigma_m}}$ :	Tensor de tensões da rocha
$\sigma_y$ :	Tensão limite do tirante
$\varphi_m$ :	Ângulo de atrito da rocha
$\dot{\chi}$ :	Multiplicador plástico do material homogeneizado
$\psi_m$ :	Ângulo de dilatância da rocha

### **Letras gregas maiúsculas**

$\underline{\underline{\Delta u}}$ :	Vetor global de deslocamentos relativos a uma iteração
--------------------------------------	--

$\underline{\underline{\Sigma}}$ :	Tensor de tensões macroscópico
$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$ :	Projeção de $\underline{\underline{\Sigma}}$ sobre $G^{hom}$
$\Omega$ :	Volume da estrutura
$\partial\Omega$ :	Fronteira da estrutura

### Símbolos matemáticos

.	Produto escalar
:	Contração dupla
$\otimes$	Produto diádico
$\underline{\underline{1}}$	Tensor identidade de terceira ordem

# 1 INTRODUÇÃO

A concentração das populações em zonas urbanas conduz ao surgimento de metrópoles cada vez maiores. Nestas, a gestão de itinerários para os transportes urbanos coletivo, individual e de cargas, ao levar em conta a preservação da arquitetura e o elevado custo das desapropriações, tende a privilegiar as obras subterrâneas.

No que se refere às rodovias e às estradas de ferro, pode-se dizer que são infraestruturas indispensáveis ao desenvolvimento econômico das regiões onde se localizam e que, em seus projetos, às vezes, também surge a conveniência do uso de túneis. Uma importante pergunta, pertinente tanto à zona urbana como às rodovias e estradas de ferro, que se impõe aos administradores públicos com frequência é: em quais situações se deve optar pela construção de um túnel ao invés de uma ponte ou viaduto?

O ex-presidente do Comitê Brasileiro de Túneis da Associação Brasileira de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica (ABMS), Koshima (2006) responde que:

[...] é arriscado responder genericamente à pergunta. Mas é possível afirmar que, quase sempre, o túnel estabelece a menor distância entre dois pontos e é uma ligação com o menor nível possível de declive ou inclinação. As vias elevadas produzem, especialmente nas cidades, impactos graves ao ambiente urbano e à vida das pessoas, separando um lado e outro do elevado, deteriorando o entorno, gerando desvalorização imobiliária e mais poluição. Os túneis, ao contrário, reduzem a necessidade de desapropriações de imóveis e áreas urbanas, preservam o meio ambiente e o desenho arquitetônico das cidades e valorizam as áreas próximas. Por isso, as obras subterrâneas ganham cada vez mais a preferência dos urbanistas, planejadores e administradores públicos em todo mundo. O mesmo pode ser observado em muitas rodovias.

Atualmente, o estudo de túneis não está apenas no âmbito dos projetos das vias de transporte, mas também no das obras relacionadas à distribuição de água, redes de esgoto, gás, eletricidade, telecomunicações e estocagem de dejetos radioativos. Sobre esse tema, Assis (2006) expõe que:

[...] é no ambiente urbano que o uso do espaço subterrâneo vem se destacando em todo o mundo, como forma de revitalização dos centros. A "Era Ambiental" do uso do subterrâneo baseia-se na máxima utilização possível desse espaço para fins de infraestrutura, liberando a superfície para fins mais nobres, tais como moradia, trabalho, lazer e entretenimento.

O estudo do espaço subterrâneo também está relacionado à exploração mineral. Quanto à escolha entre mina a céu aberto ou subterrânea, Celestino (2010) afirma que:

[...] acontecem dependendo da forma como o minério ocorre, às vezes, ocorre numa camada muito estreita, por exemplo, a mina subterrânea de carvão, em Santa Catarina [...], o minério ocorre numa camada de 2m de espessura a 80m de profundidade. Não tem jeito, você tem de chegar a 80m de profundidade e escavar horizontalmente aquele minério, aquela camada. Às vezes, o chamado filão de minério ocorre num paredão inclinado desde a superfície. Nesse caso, você faz uma escavação a céu aberto e vai acompanhando aquele filão.

Além dos usos já citados, o espaço subterrâneo também é aproveitado com garagens subterrâneas e situações menos comuns, como cavernas e túneis para controle de enchentes e armazenamento de petróleo (ASSIS, 2006).

O desenvolvimento tecnológico dos vários processos construtivos atualmente disponíveis torna cada vez mais ilimitada a variedade de ambientes permissíveis para abertura de túneis. Esta tese, porém, está limitada aos túneis escavados em rocha, pois seu foco é modelar um tipo de reforço, o tirante passivo, usado somente nesse tipo de túnel.

Os tirantes passivos, os quais tiveram seu uso fortemente incrementado na década de setenta, atualmente, são largamente usados em túneis. Foram utilizados pela primeira vez em 1927, nos Estados Unidos, em túneis de mineração (BOBET; EINSTEIN, 2011) e, segundo Kovári (2003), a história do seu uso começa com uma solicitação de patente feita por Stephan, Frölich e Klümpfel em 1913 na Alemanha.

Os projetos de túneis utilizando tirantes, inicialmente, eram orientados por métodos empíricos, como o de Bieniawski ou o de Barton, ou por abordagens numéricas diretas utilizando o método dos elementos finitos. Quaisquer dessas abordagens apresentavam deficiências. Os métodos empíricos são imprecisos e as abordagens diretas exigem a construção de malhas complexas.

No final da década de oitenta, início da década de noventa do século passado, surgiram dois métodos para modelagem reforços: o método de homogeneização de meios periódicos e o método incorporado. O primeiro associado a solos e o segundo, a concreto armado.

Esta tese tem como primeiro objetivo apresentar uma formulação do método de homogeneização já utilizada na implementação do código bidimensional GEOMEQ91 (BERNAUD, 1991) e construir um código tridimensional, implementado em elementos finitos, desenvolvido com a mesma formulação. O segundo objetivo é comparar resultados obtidos com o método de homogeneização com outros alcançados com o método incorporado, que foi implementado em um código numérico. Os parâmetros de entrada utilizados para tal comparação são dados de um túnel instrumentado, o Túnel Experimental Kielder (Inglaterra). A utilização desses parâmetros permitiu que estes resultados fossem comparados com medições realizadas *in situ*.

Neste trabalho, o termo revestimento é usado para os sistemas de suporte que fornecem uma superfície que restringe o deslocamento do maciço pela instalação de um elemento estrutural ao longo do perímetro do túnel. Como exemplos, têm-se: concreto projetado, anéis de concreto pré-moldado, concreto armado ou cintas metálicas. Não é feita a divisão em revestimento primário e secundário.

## 1.1 DESCRIÇÃO DO TEXTO

Esta tese, além da presente introdução, compõe-se de mais cinco capítulos, os quais são resumidamente descritos a seguir.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica. Além de conter uma breve história dos túneis, objetiva principalmente mostrar a evolução dos métodos de projeto de suportes de túnel. Para trazer clareza à exposição do tema, são apresentados os métodos de escavação, os tipos de suporte usuais e uma análise qualitativa das perturbações mecânicas induzidas no maciço pelo processo de escavação.

No Capítulo 3, é apresentada uma formulação para a modelagem de tirantes passivos utilizando o método de homogeneização para meios periódicos. Essa formulação, que já foi

utilizada no código bidimensional GEOMECC91 (BERNAUD, 1991), permite que sejam modelados tirantes colocados no perímetro e na face do túnel.

No Capítulo 4, é descrito o código tridimensional desenvolvido com a formulação apresentada no Capítulo 3. Sua validação é feita por meio de quatro exemplos, sendo que o último consiste na comparação entre os resultados obtidos pelo código desenvolvido com o método incorporado. Ainda neste capítulo é apresentado o exemplo de um túnel com seção transversal tipo ferradura com o fim de evidenciar a importância das análises tridimensionais por meio da influência do coeficiente de empuxo lateral nos deslocamentos da parede do túnel.

No Capítulo 5, mostra-se o caso do túnel experimental Kielder para o qual se dispõe de dados medidos *in situ*. Com os parâmetros desse túnel, são feitas simulações com os códigos desenvolvidos.

No capítulo final, Capítulo 6, são feitas observações sobre o desempenho do código desenvolvido com o método de homogeneização e sobre a comparação das duas abordagens, homogeneização e método incorporado, na análise de túneis reforçados. Nesse capítulo também são apresentadas perspectivas para trabalhos futuros.

No Anexo 1, é apresentada a demonstração da equação 3.41.

## 2 PROBLEMÁTICA DE TÚNEIS E MÉTODOS DE ANÁLISE

No mês de junho de 1970, em um congresso internacional sobre túneis realizado em Washington, instituiu-se a definição de *túnel* como sendo uma construção, por qualquer método, de uma cavidade aberta de geometria preestabelecida, com locação e uso finais sob a superfície e cuja área da seção transversal seja superior a dois metros quadrados (TEIXEIRA, 1994).

Este estudo tem seu foco restringido apenas às estruturas subterrâneas construídas sem alcançar a superfície. Não aborda, portanto, aquelas construídas a partir da superfície e posteriormente reaterradas.

Dentro desse contexto, encontram-se túneis projetados para atenderem a diferentes objetivos: túneis para transporte e tráfego - rodoviários, ferroviários, metroviários, passagem de pedestres; túneis para utilidades públicas - água, esgoto, gás, cabos elétricos, cabos telefônicos; cavernas de armazenamento - água, petróleo, gás, dejetos radiativos; cavernas para outros fins - estacionamento, bibliotecas, museus, recreação e lazer.

Os túneis, obras que hoje empregam técnicas de projeto e execução muito complexas, são um dos tipos de construção mais antigos realizados pelo homem, desde o período da Pré-História, quando este escavava cavernas para se abrigar. Silveira (1974) faz um relato da história dos túneis, dividindo a evolução desses em quatro fases (Figura 2.1).

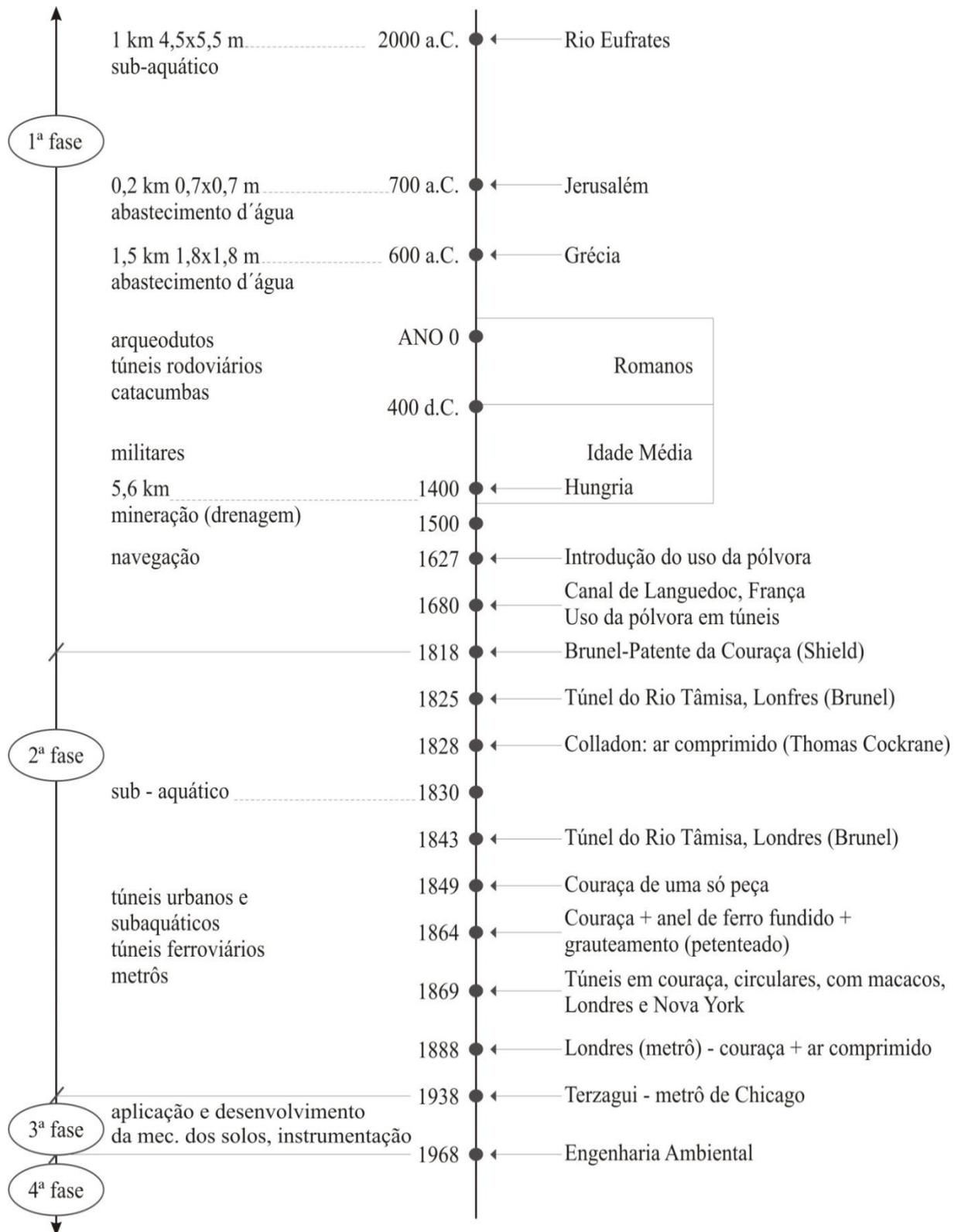


Figura 2.1: Evolução histórica dos túneis (SILVEIRA, 1974).

A Primeira Fase tem início com a execução das primeiras grandes obras subterrâneas, chegando até a primeira escavação com *shield* (couraça). O túnel mais antigo de que se tem notícia foi construído na Babilônia, no reinado da Rainha Semíramis, no ano 2000 a.C., e estabelecia uma comunicação subterrânea entre o Palácio Real e o Templo. O túnel passava sob o Rio Eufrates, tendo 1 km de comprimento e seção transversal de 4,5 X 5,5 m. A construção, que desviou o Rio Eufrates de seu curso natural, usou o método construtivo de vala a céu aberto e revestimento de tijolos. Essa fase, que se caracterizou pelo aparecimento dos primeiros túneis para transporte de pessoas e de carga, teve seu término em 1818 com o advento da patente da couraça feita por Marc Isambard Brunel.

A Segunda Fase foi marcada pelo grande desenvolvimento das técnicas de projeto e execução de túneis. Entre 1825 e 1843, Brunel construiu o primeiro túnel sob o rio Tâmisa, em Londres, mediante o avanço da couraça metálica por ele patenteada. Nas décadas seguintes, várias outras tecnologias foram patenteadas. Entre outras, em 1830, Thomas Cochrane patenteou um equipamento que utilizava a técnica de ar comprimido com a finalidade de reduzir o risco de ruptura do maciço; em 1849, S. Dunn patenteou uma couraça feita de uma única peça; e, em 1864, Peter W. Barlow patenteou uma couraça para ser empregada com anéis de revestimento circulares de ferro fundido. O fim dessa fase caracterizou-se pela construção do metrô de Chicago, quando Terzaghi introduziu, de forma mais elaborada, a Mecânica dos Solos.

A Terceira Fase teve como acontecimentos mais importantes: o desenvolvimento do conhecimento das relações tensão-deformação do solo e a intensificação de pesquisas em busca de sua melhor determinação; o surgimento e início da aplicação da teoria da plasticidade; o surgimento do método dos elementos finitos; a intensificação do uso do computador e o desenvolvimento cada vez maior da tecnologia de equipamentos e materiais; e, por fim, o aprimoramento e uso cada vez mais intenso da instrumentação e interpretação dos dados.

O aumento da demanda por túneis e a maior atenção ao meio ambiente deu início, na década de 60, à Quarta Fase, a era ambiental. Essa fase é caracterizada pela procura por uma melhor qualidade de vida para as populações, através do uso do espaço subterrâneo para a implantação de instalações básicas que venham a transformar os meios urbanos em locais mais confortáveis e agradáveis de viver, deixando a superfície disponível para as necessidades

mais nobres da população, como moradia, locais de trabalho, lazer e outras. No entanto, em aparente contradição, o aumento da demanda de construções subterrâneas tem feito crescer a preocupação com o impacto ambiental de tais obras, que, em áreas urbanas, se refere, principalmente, à influência da escavação nas estruturas existentes na superfície e nas redes de serviços públicos dispostas no subsolo. Fora do meio urbano, a preocupação maior diz respeito à influência da escavação em cursos de água existentes, limitando o uso do solo da região.

O presente capítulo, além do breve histórico exposto nesta introdução, tem como objetivo apresentar, de forma sucinta, os principais métodos de dimensionamento de suporte de túneis. Para tanto, inicialmente são descritos os métodos de escavação e os principais tipos de suporte. A seguir, são apresentados o campo de deslocamentos e a alteração no estado de tensões em um maciço de solo ou rocha, decorrentes da escavação de um túnel e, por fim os métodos de dimensionamento.

## 2.1 MÉTODOS DE ESCAVAÇÃO

Existem vários métodos ou técnicas de escavação de túneis e a escolha do melhor ou mais adequado a ser empregado em um determinado caso depende de diversos fatores, entre os quais se citam: viabilidade técnica da escavação (depende do tipo de terreno, forma e profundidade da abertura), interferência com utilidades existentes na superfície e no subsolo (trânsito, edificações e redes de serviços públicos), impacto ambiental provocado pelo método, custos e segurança. Assim, a melhor escolha será aquela que avalie conjuntamente todos esses fatores (TEIXEIRA, 1994).

Os métodos de escavação, mais especificamente os seus faseamentos e as velocidades de avanço, estão estreitamente relacionados à escolha do tipo de suporte e seu dimensionamento. Atualmente, as técnicas de escavação podem ser agrupadas em duas principais correntes de técnicas disponíveis: a técnica de túneis mecanizados, que utiliza tuneladoras (TBM - *Tunneling Boring Machine*), e o método de escavação mineira.

A escavação mineira em solos ou rochas brandas utiliza uma escavadeira ou fresa e a escavação avança incrementalmente. Em rochas duras, essa corrente utiliza escavação a fogo, fazendo uso de perfuratrizes na execução dos furos de detonação. Enquanto a técnica de

túneis mecanizados usualmente bloqueia a face de escavação, a técnica de escavação mineira permite o acesso livre a qualquer parte da área de escavação, possibilitando adaptar o projeto a condições geológico-geotécnicas variáveis, bem como a mudanças na seção transversal do túnel. Somente a escavação mineira permite a execução sequenciada.<sup>1</sup>

As tuneladoras são basicamente aplicáveis a seções transversais circulares e formações geológico-geotécnicas uniformes, permitindo velocidades de avanço rápidas nessas condições.

### 2.1.1 Túneis mecanizados

Em 1825, Marc I. Brunel construiu o primeiro túnel sob o Rio Tâmisa. Esse túnel, escavado em terreno brando, constituiu-se em um marco histórico por ter sido o primeiro a utilizar uma couraça, junto à face, que proporcionava segurança aos operários que trabalhavam na escavação e execução do revestimento. Essa primeira couraça (*shield*) evoluiu com o tempo, transformando-se nas máquinas hoje denominadas tuneladoras.

A evolução trouxe a mecanização das couraças e o desenvolvimento de máquinas para a escavação em rochas duras em substituição à escavação mineira com uso de explosivos ou outros tipos de máquinas. Muitas vezes, quando destinadas à escavação de rochas, as tuneladoras dispensam a couraça.

Nas tuneladoras com couraça, a escavação é efetuada com equipamento mecanizado, com frente aberta ou fechada, sob a proteção dessa couraça (Figura 2.2). O revestimento segmentado pré-moldado de concreto (ou metálico) é montado imediatamente atrás, ainda dentro da couraça (eventualmente fora desta, quando o maciço permitir). O avanço da máquina dá-se pela reação de macacos contra os anéis de revestimento já montados. No caso de tuneladoras para rocha, sem couraça, o avanço é feito mediante sapatas ancoradas nas paredes laterais do túnel (SÃO PAULO, 2011).

---

<sup>1</sup> Conforme documentação temática da disciplina *Problemas de interação solo-estrutura*, ministrada pela professora Denise Bernaud, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS, no período de junho de 2007.

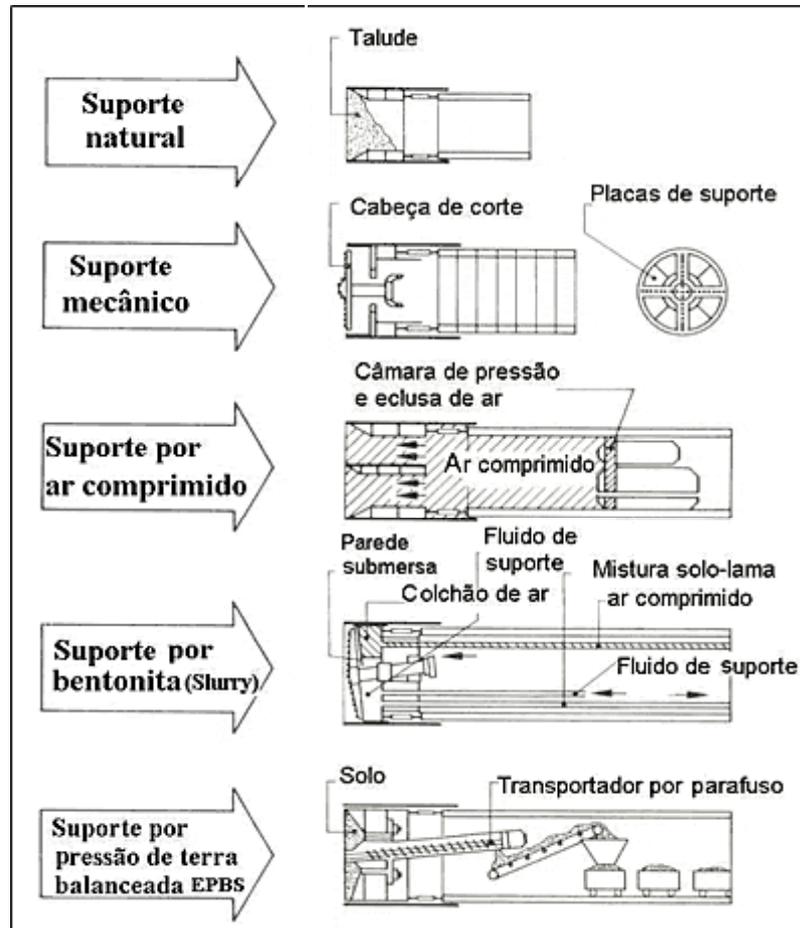


Figura 2.2: Tuneladoras do tipo couraça (SÃO PAULO, 2011).

Os diversos tipos de tuneladoras possuem como característica comum a escavação em seção plena e a estrutura própria de colocação de revestimento. Existem tuneladoras adequadas a diferentes tipos de terreno. As principais restrições ao uso das tuneladoras são: a forma das seções escavadas, pois geometrias complexas são de difícil execução, e os traçados com pequeno raio de curvatura, situações em que esses equipamentos também apresentam dificuldades.

### 2.1.2 Escavação mineira

Conforme mencionado anteriormente, como alternativa às tuneladoras, há o método de escavação mineira, o qual inclui escavação com uso de explosivos e escavação mecânica, com uso de fresas, escavadeiras e outros equipamentos (Figura 2.3 (a) e (b)).

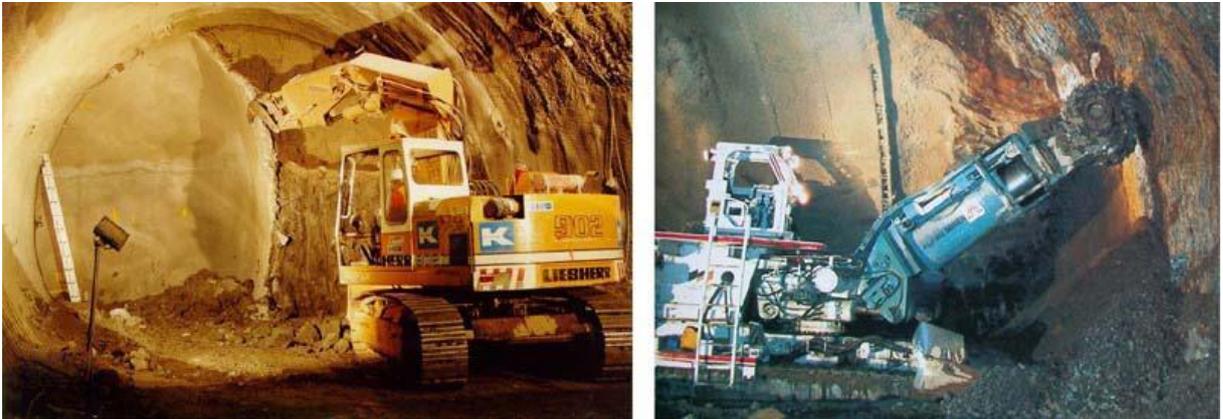


Figura 2.3: (a) Escavadeira em túnel de teste em Heathrow - Londres, UK, 1994; (b) Escavação com fresa na estação subterrânea *Exchange Place* - Jersey City, USA, 2002 (SAUER, 2003).

Com o objetivo de auxiliar na escolha do método de escavação de um maciço rochoso, foi desenvolvido o conceito de escavabilidade. A escavabilidade de um maciço rochoso é a sua capacidade de resistência à ação proporcionada pelos equipamentos de escavação, tanto os mecânicos como os explosivos. Bastos (1998) apresenta dois critérios de escavabilidade: o método de Franklin e o método de Kirsten, desenvolvidos em 1971 e 1982 respectivamente, os quais, a partir de parâmetros do maciço, indicam a resistência que este oferecerá à escavação e sugerem a técnica de escavação mais apropriada – mecânica ou com explosivos.

Considerando-se o contínuo desenvolvimento tecnológico dos equipamentos esses métodos precisam ser atualizados. Porém, mais importante que isso, é observar que tais critérios, por levarem em conta apenas parâmetros do maciço, não contemplam outros fatores capazes de restringir o emprego da técnica sugerida, como fatores geográficos, ambientais, de risco, econômicos ou mesmo a geometria das cavidades.

#### 2.1.2.1 Utilização de explosivos

Quanto às restrições relacionadas especificamente ao uso de explosivos, essas se referem, principalmente, ao meio onde estão desenvolvendo-se as atividades. Tais limitações podem estar associadas à presença de obras ou ao ambiente natural existente, passíveis de serem afetados pelas vibrações, ruídos, poeiras e projeção de blocos.

A ação dos explosivos, frequentemente, traz efeitos secundários ao maciço remanescente, manifestados por fenômenos de sobre-escavação e sobrefraturação. A sobre-escavação é o efeito de retirada da rocha além dos limites da seção projetada. Esse fenômeno, naturalmente, acarreta uma elevação de custos pelo acréscimo de material a ser retirado e pelo aumento dos vãos. A sobrefraturação é o aumento da fraturação da rocha remanescente. Tal fenômeno provoca um aumento da permeabilidade do maciço, causando transtornos econômicos e operacionais.

A escavação com explosivos inicia na atividade de perfuração da frente, que tem a finalidade de abrir os furos onde serão introduzidos os explosivos. Essa operação de perfuração pode ser realizada por perfuratrizes, geralmente com múltiplos braços, ou manualmente, em situações excepcionais (pequeno espaço de operação ou poucos furos).

Em um diagrama de fogo usual (Figura 2.4), a sequência das detonações segue a seguinte ordem: caldeira, alargamento, soleira e contorno. São utilizadas maiores cargas nas zonas mais difíceis de colapsar a rocha (caldeira e soleira), por estarem sujeitas a tensões mais elevadas (BASTOS, 1998).

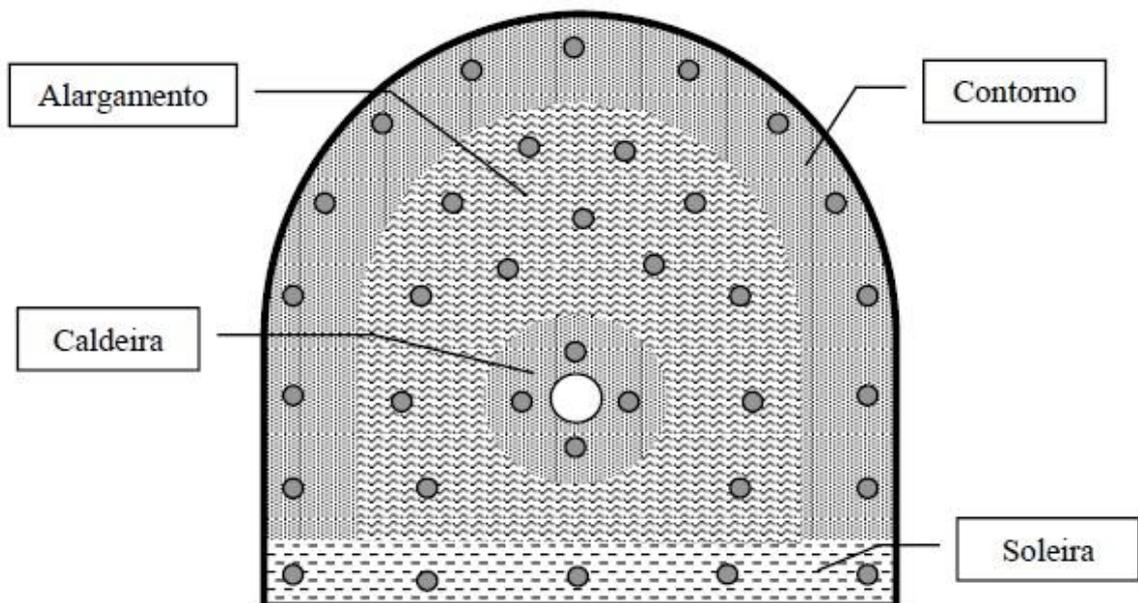


Figura 2.4: Zonas de um diagrama de fogo (BASTOS, 1998).

A ordem de disparo descrita pode ser alterada, conforme os objetivos a atingir. Existem diagramas de fogo onde a detonação ocorre, primeiro, no contorno, criando uma descontinuidade na qual não se propagam ao maciço as vibrações provenientes das detonações em outras zonas.

#### 2.1.2.2 Escavação sequenciada

A escavação mineira pode ser sequenciada. A escavação sequenciada deve-se às grandes dimensões das seções transversais, que tornam impraticáveis a escavação da face à seção plena, tanto construtivamente quanto por razões de segurança. Existem vários métodos de escavação em seção parcial, usualmente classificados de acordo com o país de origem.

Segundo Moraes Júnior (1999), o Método Alemão, um dos mais empregados e tradicionais, foi utilizado na França, já em 1803, na abertura do túnel de Tronquoy e, em 1824, no de Pouilly. De acordo com a sequência de escavação desse método, a retirada do núcleo da escavação só ocorre após a colocação do revestimento definitivo das laterais. Esse método pode ser aplicado a aberturas de grande seção transversal, pois, apoiando-se no núcleo central, sofre pequenas deformações. A Figura 2.5 mostra a sequência de escavação empregada pelo método alemão.

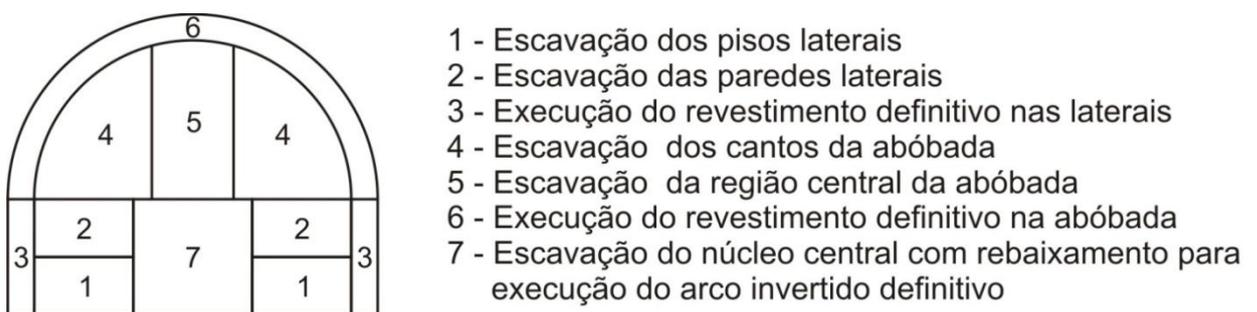


Figura 2.5: Método Alemão de escavação e suporte de túneis (MORAES JÚNIOR, 1999).

O Método Austríaco Clássico foi aplicado pela primeira vez no túnel Leipzig-Dresden, em 1837, na Alemanha, e, logo após, em 1848, nos Alpes. Caracteriza-se pela abertura total da seção escorada provisoriamente por madeiramento. Em seguida, é colocado o suporte

definitivo a partir do pé das paredes até o fechamento da abóboda e, por fim, o arco invertido é fechado. Esse método não é recomendável para grandes seções transversais, pois pode induzir grandes deformações no maciço. A Figura 2.6 mostra a sequência de escavação empregada pelo método.

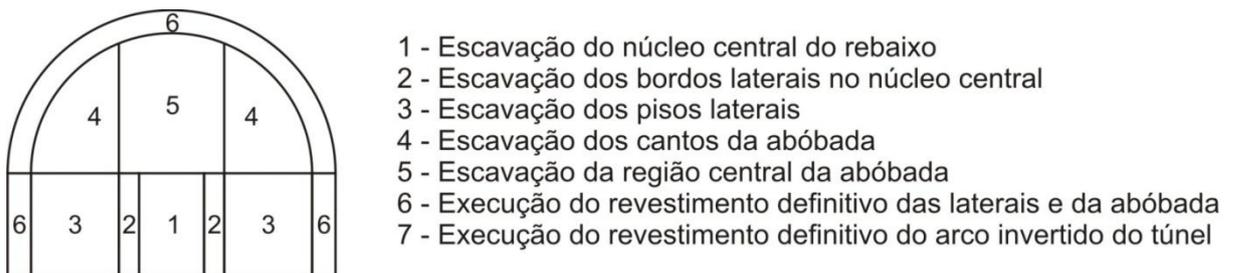


Figura 2.6: Método Austríaco Clássico de escavação e suporte de túneis (MORAES JÚNIOR, 1999).

Além do Método Alemão e do Método Austríaco Clássico, outros métodos de escavação sequenciada, também classificados pelo país de origem, podem ser citados: Inglês, Belga e Americano.

## 2.2 TIPOS DE SUPORTE / REFORÇO

Os sistemas de suporte têm por objetivo oporem-se aos deslocamentos das paredes e da face do túnel. Alguns autores, como Bobet e Einstein (2011) fazem uma distinção entre sistemas de suporte e sistemas de reforço. Para os autores, o suporte fornece uma superfície que restringe o deslocamento do maciço pela instalação de um elemento estrutural ao longo do perímetro do túnel, enquanto o reforço melhora o comportamento do maciço pela instalação de um elemento estrutural no seu interior. No presente trabalho, é utilizado o termo *reforço* com o mesmo sentido adotado por esses autores, mas, para o termo *suporte*, é atribuído um significado amplo que abrange as duas definições. Para a primeira definição também é adotado o termo *revestimento*.

Fazem parte do escopo deste trabalho os seguintes tipos de suporte:

Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos.

- a) concreto projetado, que pode ser referido como revestimento;
- b) chumbadores ou tirantes passivos colocados no teto e na parede do túnel, que podem ser referidos como tirantes radiais e tirantes laterais, respectivamente;
- c) pregagens ou tirantes passivos colocados na face, que podem ser referidos como tirantes frontais.

O concreto projetado é uma mistura de areia, brita, cimento Portland e aditivos aceleradores de pega, bem homogeneizados, lançado nas paredes do túnel por uma máquina de projeção. Esse impulso é dado por meio de uma corrente de ar comprimido ou uma bomba, que transporta a mistura em alta velocidade através de um tubo flexível, o mangote, até que a mistura atinja a superfície a ser estabilizada (GOMES, 2006). O concreto projetado apresenta qualidades importantes: a boa adaptação a diferentes formas de seções e características do maciço; a ligação ao maciço em todo o contorno da superfície escavada, normalmente irregular, garantindo que o suporte se deforme na mesma medida que o maciço; a possibilidade de combinação com outros tipos de suporte (SOUZA, 1998).

Chumbadores são tirantes passivos colocados no teto ou nas paredes do túnel, utilizados na estabilização do maciço. São barras de aço coladas ao maciço, ao longo de todo o seu comprimento, com calda de cimento ou resina. Para evitar o possível deslocamento de fragmentos do maciço, nas proximidades da cabeça do chumbador, coloca-se uma placa fixada por uma porca (Figura 2.7). Nenhuma protensão é aplicada ao chumbador. A resistência do chumbador é ativada pelo deslocamento do maciço, por isso, sua instalação deve ocorrer antes de acontecerem grandes movimentos, isto é, logo após a escavação e próxima à face do túnel.



Figura 2.7: Chumbador.

As pregagens são tirantes passivos que diferem dos chumbadores pelo local de colocação e material do qual são constituídas. São colocadas na face do túnel e podem ser de fibras de vidro ou tubos de PVC. Semelhante aos chumbadores, são ancoradas ao longo de todo o seu comprimento e têm sua resistência ativada pelo deslocamento do maciço. Sua função é ancorar a face e o núcleo de escavação no interior do maciço, a fim de reduzir os riscos de ruptura da face e controlar a resposta em termos de deformação da cavidade. Essa resposta sempre se manifesta, primeiro, na frente de avanço com fenômenos de extrusão e de pré-convergência (SOUSA, 1998).

A Figura 2.8 apresenta os tirantes radiais e frontais, bem como as enfilagens e o revestimento. Nessa figura, onde está indicado *Concreto Projetado* pode ser utilizado outro tipo de suporte, como, por exemplo, anéis de concreto pré-moldado, concreto armado ou cintas metálicas.

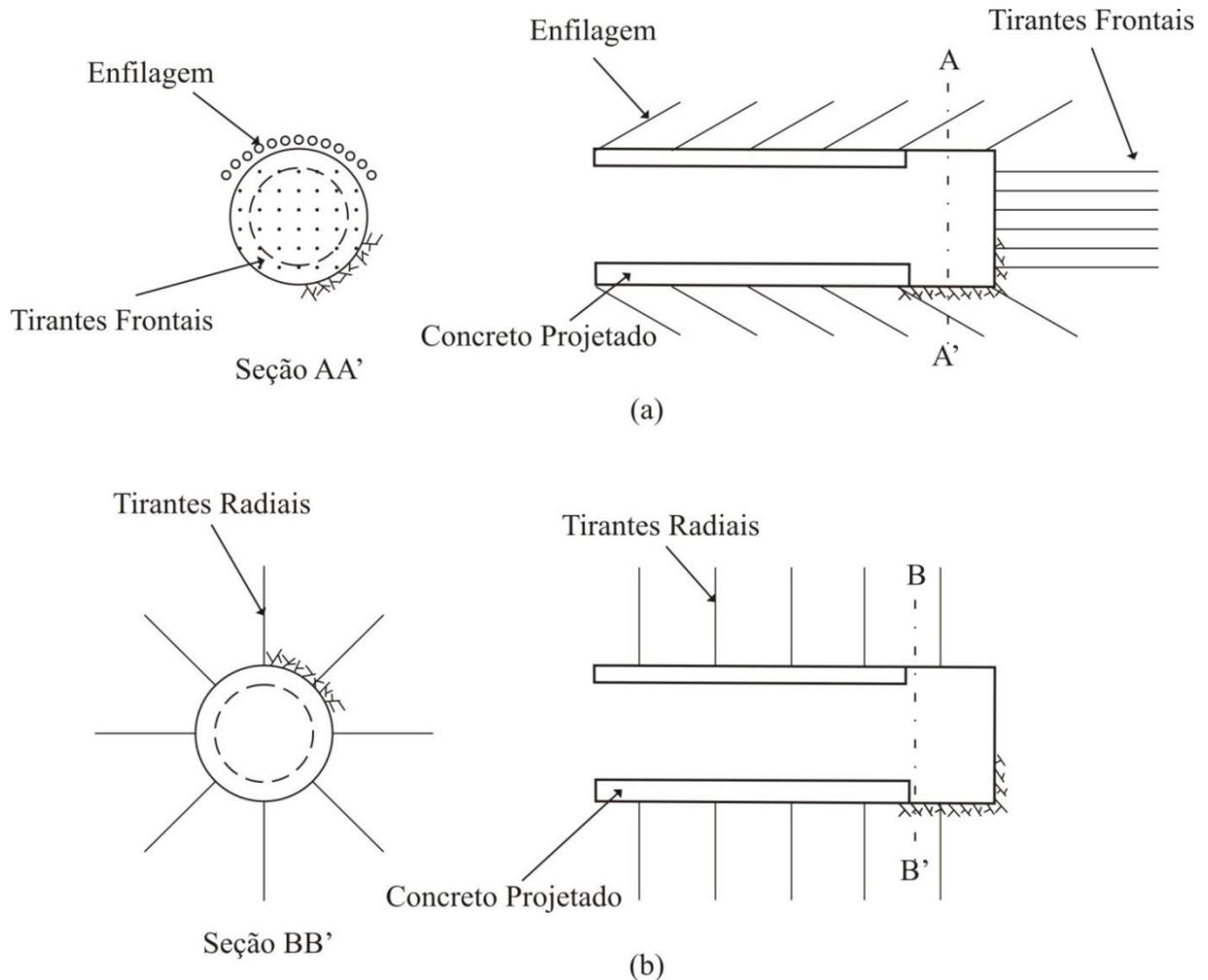


Figura 2.8: (a) Tirantes frontais, concreto projetado e enfilagens; (b) Tirantes radiais e concreto projetado.

Outros tipos de suporte, que recebem pouca ou nenhuma atenção neste trabalho, são definidos, a seguir, com o objetivo de trazer maior clareza às definições anteriores e permitir comparações deste texto com outros. As definições abaixo são um resumo das apresentadas nas Instruções de Projeto da Secretaria dos Transportes do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2005):

- a) tirantes ativos são normalmente constituídos de barras de aço e são sempre tensionados após a sua instalação. Para permitir a protensão, são executados com uma extremidade ancorada dentro do maciço e, a outra, na parede da cavidade;

- b) arco invertido é a parte do suporte de túneis com a forma de anel fechado, representado pelo arco do lado inferior. Pode ser chamado também de arco reverso ou simplesmente *invert*;
- c) cambota é o elemento com a forma do arco superior do túnel, utilizado para funções estruturais, construtivas ou de proteção. É normalmente constituído de treliça de barras – vergalhões de aço – ou de perfis metálicos calandrados ou soldados na forma de arco superior do túnel;
- d) enfilagem ou pré-suporte são elementos estruturais longitudinais, instalados no contorno do teto da escavação, executados previamente à escavação, para manter a sustentação do maciço, até a conclusão da aplicação do suporte;
- e) revestimento primário é um suporte inicial, cuja finalidade é assegurar a estabilidade da cavidade e a segurança dos operários durante as operações construtivas, sendo aplicado imediatamente após a escavação;
- f) revestimento secundário tem como funções principais satisfazer os critérios operacionais e de manutenção do túnel e satisfazer a estabilidade da cavidade a médio e longo prazo.

### 2.3 COMPORTAMENTO DO MACIÇO FRENTE À ESCAVAÇÃO

Compreender o comportamento do maciço de solo ou rocha, frente à escavação de um túnel, é indispensável para:

- a) interpretar corretamente os deslocamentos e alterações que ocorrem no campo de tensões do maciço;
- b) entender a interação que se desenvolve entre o maciço e o suporte;
- c) ser capaz de avaliar os métodos de dimensionamento de suporte e processos executivos existentes;
- d) direcionar novas pesquisas.

Neste trabalho, as expressões frente de escavação, face de escavação ou face de avanço possuem o mesmo significado.

A região próxima à seção transversal por onde passa a face de escavação fica sujeita a um significativo aumento na intensidade das mudanças dos estados de tensões e deslocamentos (GOMES, 2006). A essa região vizinha à face de escavação, Lombardi (1974) deu o nome de “zona de influência da frente de escavação”. Referindo-se ao mesmo processo, Hafany e Emery (1980) e Lunardi (2000) definem o tamanho da zona perturbada, próxima à face, pelo “raio de influência da frente de escavação”. Hafany e Emery (1980) avaliam esse raio pelos deslocamentos radiais na parede do túnel, obtidos por uma análise em axissimetria. Esses autores consideram que a zona de influência estende-se desde uma seção transversal, localizada adiante da face, onde o deslocamento radial é desprezível, até outra seção, atrás da face, onde tal deslocamento atinge um valor máximo. Lunardi (2000), por sua vez, associa o raio de influência às seções onde o estado de tensões passa de triaxial para estado plano.

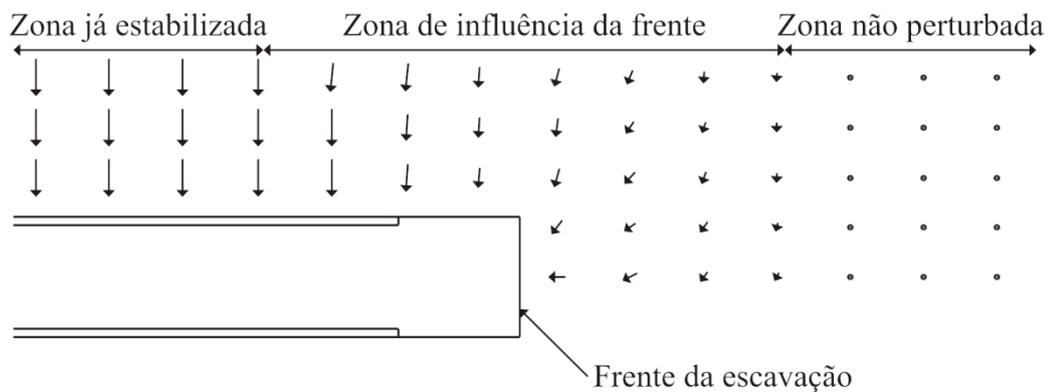


Figura 2.9: Deslocamentos no maciço originados pela execução de um túnel (FRANÇA, 2006).

Em uma situação idealizada, as tensões iniciais no maciço, em uma seção situada adiante da zona de influência, têm as direções principais indicadas na Figura 2.10 (a). Não atuam, portanto, tensões tangenciais nos planos verticais e horizontais. O avanço da frente e o conseqüente ingresso da seção, na zona de influência, trazem o aparecimento de tensões tangenciais nesses planos, associadas aos deslocamentos verticais e horizontais, que variam ao longo dos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente. Essas tensões mudam as direções das tensões

Eduardo Costa Couto (e.c.couto@uol.com.br). Tese de doutorado. PPGEC/UFRGS, 2011.

principais e o efeito mostrado na Figura 2.10 (b) é conhecido como “arqueamento das tensões” ou “efeito de arco”.

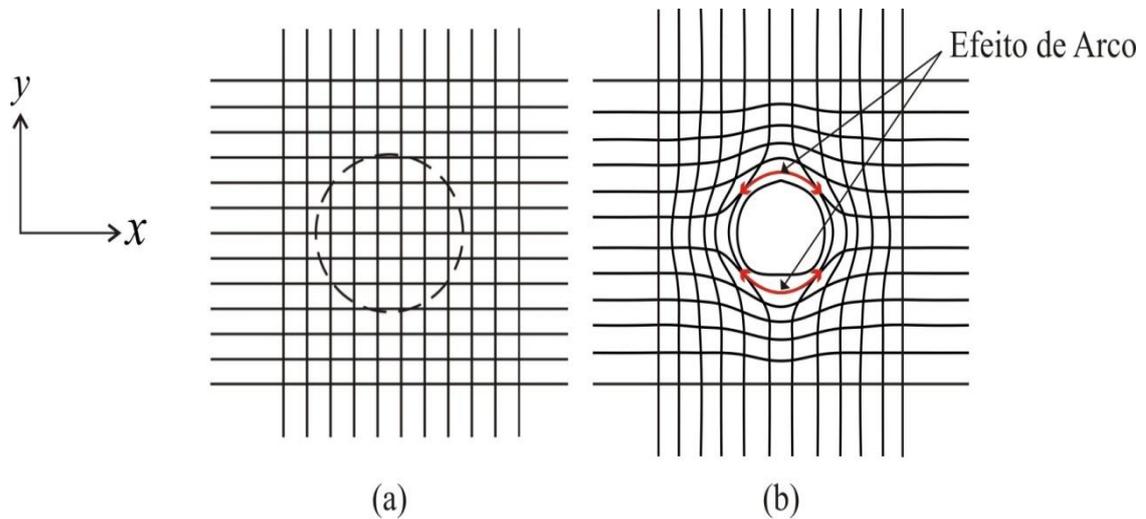


Figura 2.10: Arqueamento das tensões em uma seção transversal próxima à frente de escavação (LUNARDI, 2000).

Um mecanismo similar de transferência de carga ocorre, também, na direção longitudinal do túnel, transpondo a cavidade não-suportada, entre a frente de escavação e o suporte instalado (EISENSTEIN et al., 1984). De forma mais ampla, pode-se dizer que esse mecanismo, que atua na direção longitudinal, transpõe a zona onde atuam tensões tangenciais nas seções transversais. A combinação dos mecanismos transversal e longitudinal origina um efeito de arco tridimensional, ilustrado na Figura 2.11.

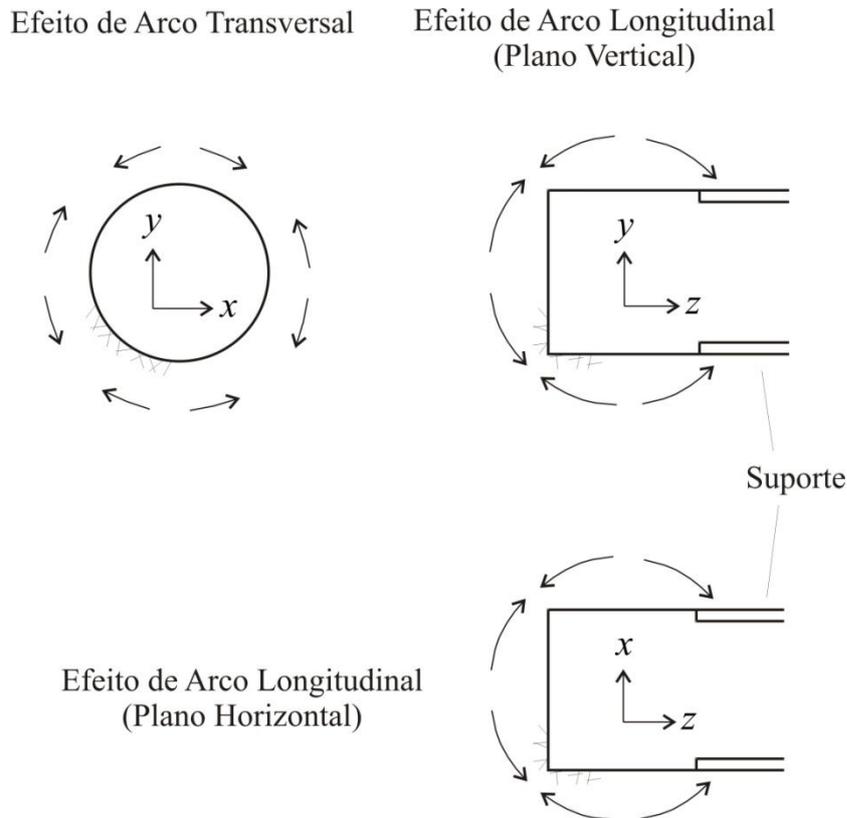


Figura 2.11: Arco tridimensional próximo à frente de escavação de um túnel (EISENSTEIN et al., 1984).

A Figura 2.12 (a), reproduzida de Eisenstein et al. (1984), mostra a distribuição das tensões e deslocamentos verticais ao longo de uma linha longitudinal situada no teto de um túnel. Conforme os autores, adiante da frente, no ponto B, devido ao arco longitudinal, há uma concentração de tensões verticais, que é seguida de um decréscimo acentuado até a frente, no ponto C. No trecho não suportado CD, naturalmente, as pressões anulam-se. Após a instalação do suporte, outra vez devido ao efeito de arco longitudinal, ocorre um aumento das tensões verticais, no ponto E, até que seja alcançada uma situação de equilíbrio, no ponto F. Dependendo da rigidez relativa maciço-suporte e do comprimento não suportado, pode haver uma concentração de tensões no ponto E.

Combinando as distribuições de tensões e deslocamentos representadas na Figura 2.12 (a), é possível estabelecer a curva de reação do conjunto maciço-suporte, conceito desenvolvido pelos autores, para um ponto no teto do túnel, representada na Figura 2.12 (b). Respostas qualitativamente semelhantes são esperadas para outros pontos da periferia.

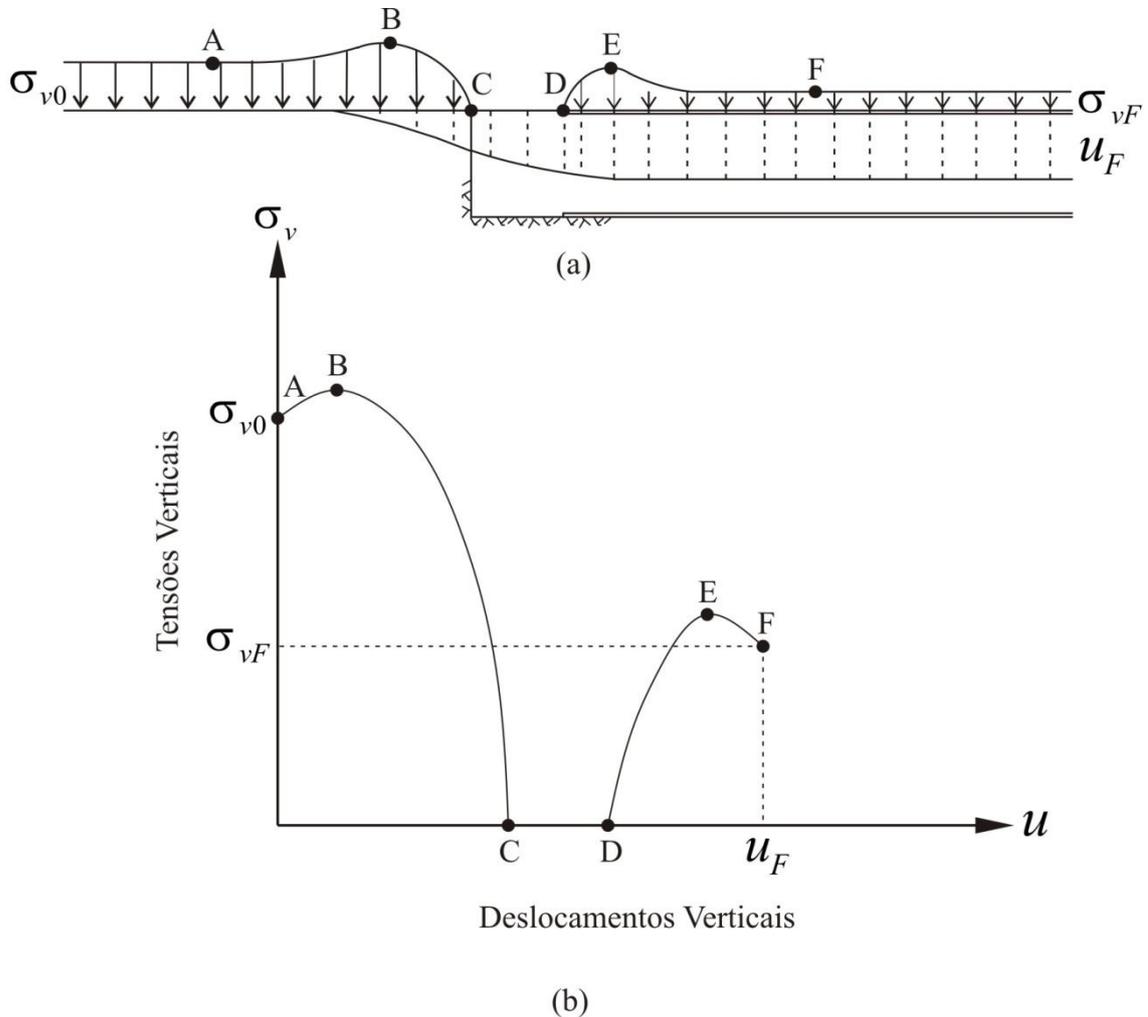


Figura 2.12: Interação tridimensional maciço-suporte: (a) Distribuição das tensões e dos deslocamentos ao longo de uma linha longitudinal situada no teto do túnel; (b) Correspondente curva de reação maciço-suporte (EISENSTEIN et al., 1984).

Hafany e Emery (1980), com o objetivo de demonstrar os efeitos do avanço da frente de escavação, modelaram elasticamente os deslocamentos radiais  $u_r$  para um determinado ponto de referência na parede de um túnel de seção circular. Verifica-se, pela Figura 2.13, que os deslocamentos iniciam no ponto de referência, quando a frente de escavação está atrás, a uma distância de quatro raios, e passam a ser mais significativos quando tal distância é reduzida para dois raios. Os deslocamentos passam por mudanças mais acentuadas quando a frente está situada num intervalo de, mais ou menos, um raio com relação ao ponto de referência. Ao atingir a seção de controle, o deslocamento é superior a 35% do total. Quando

tiver ultrapassado um raio, é, aproximadamente, 80% e, quase 100%, quando tiver ultrapassado dois raios. Dessa forma, fica claro que, para um túnel circular de comportamento elástico, a já referida “zona de influência da frente de escavação” é um trecho de aproximadamente dois diâmetros desse túnel ao redor de sua frente de escavação.

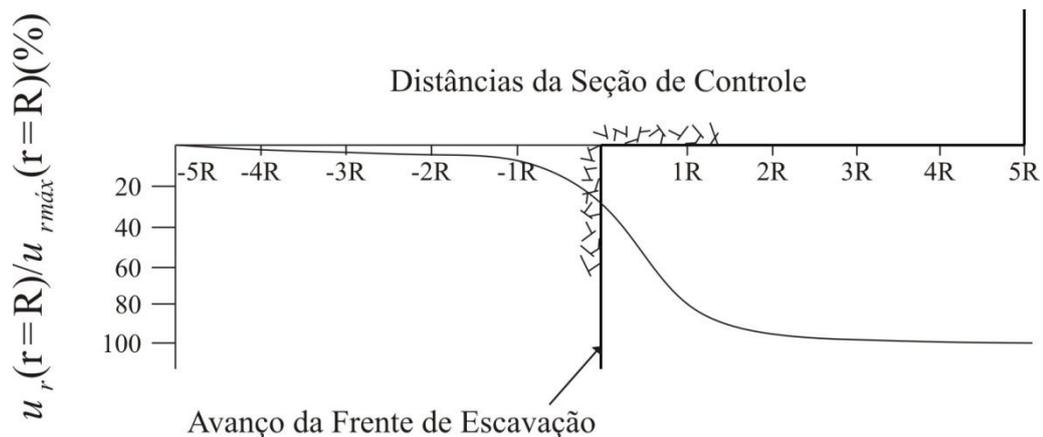


Figura 2.13: Influência do avanço da frente de escavação sobre os deslocamentos radiais de um túnel não-suportado em um maciço elástico (HAFANY; EMERY, 1980).

## 2.4 MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO DE SUPORTES DE TÚNEIS

A Associação Francesa de Túneis e do Espaço Subterrâneo (AFTES), em suas recomendações de 2001 sobre o Método Convergência-Confinamento, classifica os métodos de dimensionamento de suportes em quatro tipos:

- métodos puramente empíricos, que indicam o tipo de suporte mais apropriado para uma determinada situação, a partir de vários sistemas geotécnicos de classificação;
- métodos que determinam a carga que atua no suporte, independentemente do tipo e da deformação deste;
- métodos de projeto de suporte, que consideram as cargas que correspondem às ações exercidas pelo maciço, como um dado de entrada, mas levam em conta a rigidez e as deformações do suporte e as reações do maciço circundante;

d) métodos mais recentes, que levam em conta a interação maciço-suporte.

Nas próximas seções, é feita uma breve revisão de cada um desses tipos.

### 2.4.1 Métodos empíricos

Os métodos empíricos consistem em reproduzir tipos de suportes que se mostraram eficientes em condições mais ou menos parecidas com as do projeto em estudo. Assim, algumas obras obtêm o *status* de 'obras de referência'. Nesse caso, a 'arte do engenheiro' é baseada em referências bem documentadas e em uma avaliação que se pode considerar 'mais ou menos parecida'. Essas referências constituem os dados geométricos do problema, como a profundidade e a largura do túnel, assim como as condições geológicas e geomecânicas.

Para caracterizar as condições geológicas e geomecânicas, esses métodos utilizam classificações geotécnicas, que afloram na área de obras subterrâneas. As classificações mais recentes para maciços rochosos, como o sistema *Rock Mass Rating (RMR)*, proposto por Bieniawski, ou o sistema Q de Barton, representam, indiscutivelmente, um progresso em relação às suas predecessoras. Elas exigem a determinação de parâmetros verdadeiramente significativos para o estudo do maciço, através de procedimentos e de ensaios normatizados. Esses procedimentos e ensaios devem ser avaliados de forma quantitativa, em vez de se limitarem a descrições puramente qualitativas, como, por exemplo, “um maciço mediantemente fraturado e alterado”, uma vez que deixa margem à subjetividade de cada um. Essas classificações calculam uma nota para o maciço, da qual decorre a recomendação de um tipo específico de suporte.

A classificação geomecânica, proposta por Bieniawski, por exemplo, considera cinco parâmetros característicos do maciço rochoso, atribuindo a cada um diferentes pesos relativos (Tabela 2.1). Os parâmetros determinantes dessa classificação são:

- a) resistência à compressão uniaxial da rocha ou o índice de resistência à compressão pontual (MPa);
- b) índice RQD (designação qualitativa da rocha), método de avaliação do grau de fraturamento dos maciços;

- c) grau de fraturamento do maciço, através do espaçamento médio entre descontinuidades (m);
- d) estado das descontinuidades, segundo a rugosidade (qualitativo);
- e) condições hidrogeológicas, aferidas pelo caudal de água, em cada trecho de 10 m de túnel (l/min), ou pelas condições gerais (seco, ressurgências, etc.).

O somatório dos pesos, obtidos pelas ponderações acima referidas, é ainda corrigido, segundo as características de orientação das descontinuidades (ângulos e posição relativa ao eixo do túnel). Desse modo, resulta um valor final, denominado *Rock Mass Rating (RMR)*, que determina a classe a qual o maciço rochoso pertence, numa escala de I a V, crescente para a diminuição de qualidade do maciço.

Tabela 2.1: Classificação de maciços rochosos de Bieniawski.

		Parâmetros	Faixa de valores						
1	Resistência da rocha intacta	Índice carga puntiforme	>10 MPa	4-10 MPa	2-4 MPa	1-2 MPa	Preferível teste com compressão uniaxial		
		Resistência compressão uniaxial	>250 MPa	100-250 MPa	50-100 MPa	25-50 MPa	5-25 MPa	1-5 MPa	<1 MPa
		Pesos	15	12	7	4	2	1	0
2		R.O.D.	90-100%	75-90%	50-75%	25-50%	<25%		
		Pesos	20	17	13	8	3		
3		Espaçamento das descontinuidades	>2m	0,6-2 m	200-600 mm	60-200 mm	<60 mm		
		Pesos	20	15	10	8	5		
4		Padrão das descontinuidades	Superfícies muito rugosas, não contínuas, sem separação, paredes de rochas não alteradas	Superfícies ligeiramente rugosas, separação < 1mm, paredes ligeiramente alteradas	Superfícies ligeiramente rugosas, separação < 1mm, paredes muito alteradas	Superfícies polidas ou fissura com espessura < 5 mm ou juntas contínuas com separação 1-5 mm	Fissura com espessura > 5 mm ou juntas contínuas com separação > 5 mm		
		Pesos	30	25	20	10	0		
5	Presença de água	Caudal por 10 m de comprimento do túnel	Nenhum	<10 l/min	10-25 l/min	<25-125 l/min	>125 l/min		
		Relação: pressão da água / tensão principal máxima	0	<0,1	0,1-0,2	0,2-0,5	>0,5		
		Condições gerais	Completamente seco	Água intersticial	Úmido	Escorrimentos	Entrada de água		
		Pesos	15	10	7	4	0		

Fonte: BIENIAWSKI, 1989.

Os pesos relativos ao padrão das descontinuidades devem ser corrigidos conforme a direção e orientação, de acordo com a Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Ajuste dos valores dos pesos da Tabela 2.1 conforme orientação das descontinuidades.

Orientação da direção e inclinação das descontinuidades		Muito favorável	Favorável	Moderado	Desfavorável	Muito desfavorável
Valores	Túneis e minas	0	-2	-5	-10	-12
	Fundações	0	-2	-7	-15	-25
	Condições gerais	0	-5	-25	-50	-60

Fonte: BIENIAWSKI, 1989.

Com base nessas cinco classes, além do RMR, é possível determinar alguns valores de interesse, para a caracterização do maciço rochoso: valores para a coesão, ângulo de atrito do maciço e período máximo de estabilidade para um determinado vão sem suporte (Tabela 2.3).

Tabela 2.3: Classes de maciços rochosos de Bieniawski.

Peso global	100-81	80-61	60-41	40-21	<21
Classe	I	II	III	IV	V
Descrição	Maciço rochoso muito bom	Maciço rochoso bom	Maciço rochoso razoável	Maciço rochoso fraco	Maciço rochoso muito fraco
Tempo médio para aguentar sem suporte	20 anos para 15 m de vão	1 ano para 10 m de vão	1 semana para 5 m de vão	10 horas para 2,5 m de vão	30 minutos para 1 m de vão
Coesão da massa rochosa (kPa)	>400	300-400	200-300	100-200	<100
Ângulo de atrito da massa rochosa (°)	>45	35-45	25-35	15-25	<15

Fonte: BIENIAWSKI, 1989.

Por fim, Bieniawski (1989) apresenta uma tabela, baseada em seu sistema de classificação geomecânica, com diretrizes para a escolha do tipo de suporte e procedimentos a serem adotados no processo de escavação. Essas diretrizes, porém, são limitadas a túneis escavados em rocha com seção transversal tipo ferradura, largura igual a 10 m e tensão vertical inferior a 25 MPa (Tabela 2.4).

Tabela 2.4: Normas para escavação e suporte de túneis escavados em rocha, de acordo com o sistema RMR, aplicáveis a túneis com seção ferradura, largura 10 m, tensão vertical < 25 MPa, escavação por perfuração ou detonação.

RMR	Escavação	Suporte		
		Tirantes passivos $\varnothing$ 20 mm	Concreto projetado	Cambotas metálicas
Rocha muito boa I RMR: 81-100	Face plena Avanço 3 m	Geralmente, nenhum suporte é requerido exceto tirantes ocasionais		
Rocha boa II RMR: 61-80	Face plena Avanço 1,0-1,5 m Suporte a 20 m da face	Localmente, tirantes com 3 m de comprimento no teto, espaçados 2,5 m com ocasional malha de aço	50 mm no teto onde requerido	Nenhum
Rocha regular III RMR: 41-60	Parte superior e banco Avanço: 1,5-3 m na parte superior. Colocação do suporte depois cada detonação a 10 m da face	Tirantes sistemáticos com 4 m de comprimento, espaçados 1,5-2,0 m no teto, e paredes com malha de aço no teto	50-100 mm no teto e 30 mm nos lados	Nenhum
Rocha fraca IV RMR: 21-40	Parte superior e banco Avanço 1,0-1,5 m na parte superior. Colocação do suporte simultaneamente com a escavação a 10 m da face	Tirantes sistemáticos com 4-5 m de comprimento, espaçados 1-1,5 m no teto e paredes com malha de aço	100-150 mm no teto e 100 mm nos lados	Anéis leves para médios espaçados 1,5 m onde requerido
Rocha muito fraca V RMR: <20	Múltiplas galerias. Avanço 0,5-1,5 m na parte superior. Colocação do suporte simultaneamente com a escavação. Concreto projetado logo após a detonação	Tirantes sistemáticos com 5-6 m de comprimento, espaçados 1-1,5 m no teto e paredes com malha de aço. Tirantes no <i>invert</i>	150-200 mm no teto, 150 mm nos lados e 50 mm na face	Anéis médios para pesados espaçados 0,75 m. Arco invertido

Os métodos empíricos podem ser úteis apenas nos estágios iniciais de um projeto, pois apresentam graves deficiências. O sistema RMR descrito neste trabalho, por exemplo:

- a) não permite a quantificação dos coeficientes de segurança do suporte;
- b) leva em conta, de forma muito imprecisa, o campo de tensões inicial;
- c) limita a forma do túnel;
- e) sugere procedimentos de escavação, mas não quantifica o efeito da interação maciço-suporte, como os deslocamentos e a alteração do campo de tensões inicial.

#### 2.4.2 Métodos que determinam a carga

Na AFTES (1978), foram apresentados alguns métodos para obtenção das cargas que atuam sobre o suporte, o qual é, então, dimensionado através de um cálculo estático simples.

Esses métodos subdividem as cargas em: carga vertical que atua de cima para baixo; carga vertical que atua de baixo para cima; e carga horizontal. O conjunto dessas cargas é o carregamento final do suporte. Elas independem das deformações do suporte, isto é, independem do tipo de suporte e do processo construtivo. Dependem da profundidade, das propriedades físicas do maciço, da forma e dimensões da seção. O Anexo I de AFTES (1978) apresenta algumas formulações, como as sugeridas por Terzaghi, Caquot e Protodiakonov para cálculo dessas cargas.

#### 2.4.3 Métodos que levam em conta a rigidez e a deformação do suporte

Os métodos que levam em conta a rigidez e a deformação do suporte são o complemento natural daqueles que determinam a carga que atua no suporte. Consistem em técnicas convencionais, de projeto estrutural, baseadas na teoria da resistência dos materiais, sendo utilizadas para analisar o suporte submetido às cargas, obtidas pelos métodos descritos acima.

Destes métodos, o de maior relevância, por tentar estabelecer uma interação entre o maciço e o suporte, é o “método das reações estaticamente indeterminadas” ou “método das molas”. Nesse método, o suporte é usualmente analisado como um polígono, com vértices

fixados por uma ou mais molas, cuja rigidez representa a reação do maciço. Se o atrito entre o suporte e o maciço é desprezado, as molas ficam sobre a bissetriz dos vértices (Figura 2.14 (a)). Se o atrito é incluído (Figura 2.14 (b)), duas molas (horizontal e vertical ou normal e tangencial) são usadas em cada vértice (AFTES, 1978).

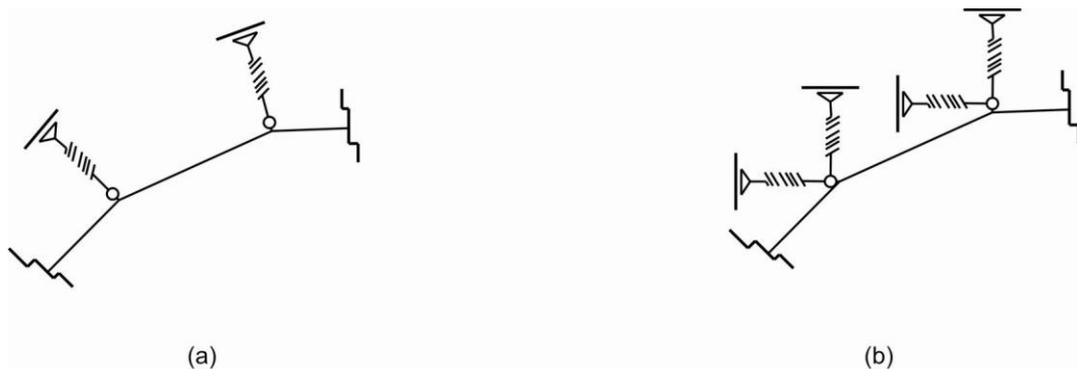


Figura 2.14: (a) Método das molas sem considerar atrito entre suporte e maciço; (b) Método das molas considerando atrito entre suporte e maciço.

#### 2.4.4 Métodos que levam em conta a interação maciço-suporte

Os métodos que consideram a interação maciço-suporte podem ser subdivididos em métodos simplificados e métodos numéricos, sendo que ambos, quando utilizados para analisar túneis com suportes do tipo tirantes passivos, podem incorporar o método de homogeneização.

##### 2.4.4.1 Métodos simplificados

Os métodos simplificados são baseados em modelos analíticos, que contêm hipóteses restritivas, mas que permitem, ao projetista, com um conjunto pequeno de parâmetros na fase preliminar do projeto, fazer escolhas quanto ao modo de escavação e ao tipo de suporte a ser usado. Nas seções seguintes, são apresentados os principais conceitos dos mais importantes métodos simplificados. Muitos autores, quando desejam classificar um método como simplificado, usam a expressão método do tipo convergência-confinamento porque o uso das curvas de convergência e de confinamento, definidas a seguir, é a característica comum a todos esses métodos.

Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos.

#### 2.4.4.1.1 Definição das curvas de convergência e confinamento

Neste ponto do trabalho, duas grandezas precisam ser definidas: o confinamento  $P_i$  e a convergência  $U_i$ . O confinamento  $P_i$  é a pressão que o maciço exerce sobre o suporte. A convergência  $U_i$  é a convergência, associada à pressão  $P_i$ , de um ponto na parede do túnel. A grandeza convergência depende do raio  $R$  e do deslocamento radial  $u_r$  da parede do túnel e é expressa da forma  $U_i = -u_r(r = R)/R$ .

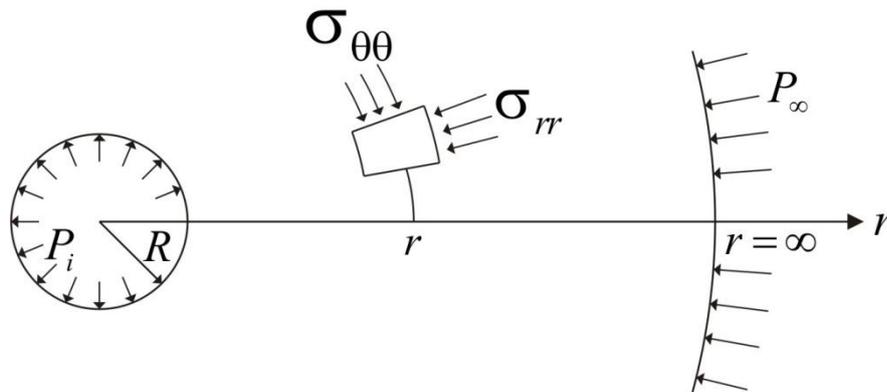


Figura 2.15: Representação do modelo utilizado para cálculo da curva de convergência  $P_i \times U_i$ .

São denominadas curvas características do túnel, a curva de convergência  $C_V$ , que é a representação gráfica da relação entre o confinamento  $P_i$  e a convergência  $U_i$ , e a curva de confinamento  $C_F$ , que mostra a relação entre  $P_i$  e a convergência do suporte  $U_i^s$ . Essas duas curvas estão representadas em um mesmo diagrama na Figura 2.16 (BERNAUD; ROUSSET, 1996).

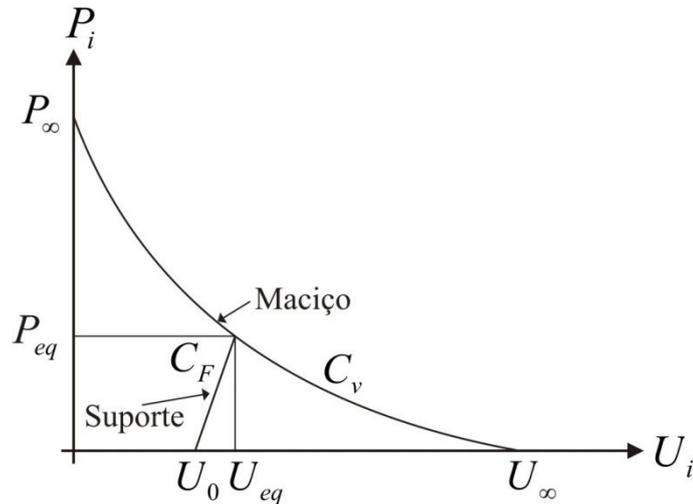


Figura 2.16: Equilíbrio, definição da convergência no instante da colocação do revestimento  $U_0$  (BERNAUD; ROUSSET, 1996).

O equilíbrio na interação maciço-suporte é representado na Figura 2.16 pela interseção das duas curvas.  $P_{eq}$  é a pressão exercida pelo maciço sobre o suporte ao final do processo construtivo, e  $U_{eq}$  é o correspondente deslocamento radial total da parede. Da observação dessa figura, depreende-se que, conhecidas as curvas características do maciço e do suporte, ainda é preciso conhecer  $U_0$  para concluir a análise.  $U_0$  é a convergência adquirida pelo maciço no instante da instalação do suporte. Quando o maciço tem um comportamento independente do tempo (elasticidade ou plasticidade), a convergência  $U_0$  depende de  $d_0$ , distância do revestimento à face, do comportamento do maciço (curva  $C_V$ ) e do comportamento do revestimento (curva  $C_F$ ). Dessa forma, fica clara a importância do parâmetro  $U_0$ , uma vez que este representa a interação entre o maciço e a estrutura:

$$U_0 = f(C_V, C_F, d_0). \quad (2.1)$$

Assim, a fim de realizar a análise de um túnel, usando um método simplificado, o valor de  $U_0$  tem de ser obtido. Modelos numéricos axissimétricos, baseados em análises bidimensionais ou tridimensionais, permitem que se estabeleçam relações para determinar o valor de  $U_0$ .

#### 2.4.4.1.2 Novo Método Austríaco de Construção de Túneis

Na literatura sobre túneis, frequentemente, são encontradas abordagens polêmicas sobre o Novo Método Austríaco de Construção de Túneis (NATM). A questão central da polêmica costuma ser: o NATM é um conjunto de técnicas de escavação de túneis ou uma filosofia?

Em Karakus e Fowell (2004, p. 2), pode ser encontrada a definição apresentada pelo Comitê Nacional Austríaco de Construções Subterrâneas da Associação Internacional de Túneis, em 1980: “O Novo Método Austríaco de Construção de Túneis (NATM) é um conceito que utiliza o maciço (solo ou rocha) circundante à cavidade como elemento de suporte pela ativação de um anel de maciço portante.”

A definição acima, acrescida do fato de que os textos que tratam do NATM, em sua maioria, apresentam uma série de princípios, mas nenhuma formulação ou quadro que oriente sua utilização, leva a concluir que se trata mesmo de uma filosofia ou conjunto de conceitos relativos ao projeto e ao processo de escavação.

Neste trabalho, o NATM é classificado como um método simplificado porque, como os demais métodos dessa categoria, tem como principal ferramenta de análise as curvas características do maciço e do suporte representadas em um mesmo diagrama.

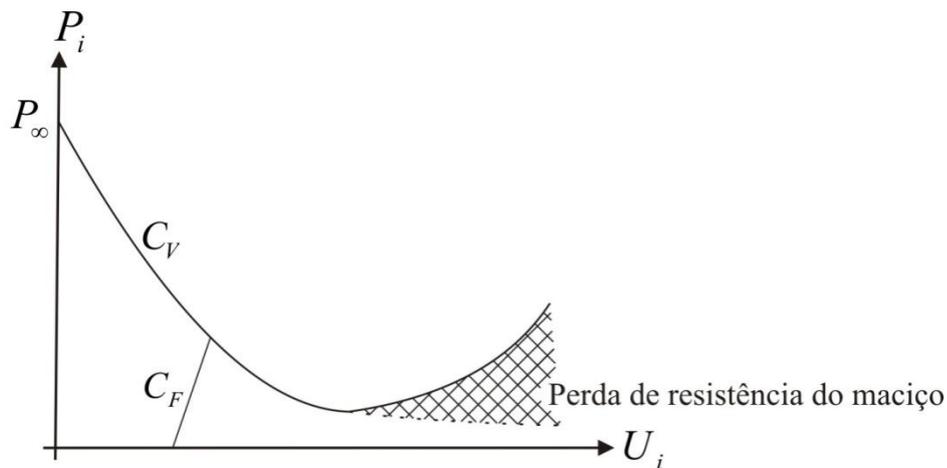


Figura 2.17: Curvas de interação maciço-suporte.

A interseção das curvas de convergência e confinamento, apresentadas na Figura 2.17, representa a interação maciço-suporte, como já visto anteriormente. Por um lado, uma curva de convergência muito íngreme, com um mínimo baixo, indica um maciço rígido e resistente, que necessita de pequena resistência do suporte. Por outro lado, uma curva com pouca inclinação e com um mínimo alto corresponde a um maciço relativamente brando, que necessita de significativa resistência do suporte (MÖLLER et al., 2004).

Rabcewicz e Golser (1973) afirmam que é uma característica particular do NATM que a interseção sempre ocorra no ramo descendente da curva. Isso se justifica pela possibilidade da resistência do suporte não corresponder integralmente ao projetado. Nesse caso, um novo equilíbrio poderá ser alcançado, eventualmente sem reforço do suporte, em um ponto mais baixo da curva de convergência, antes do mínimo, onde o maciço começa a sofrer uma significativa perda de resistência.

Se o projeto prevê a interseção no ramo ascendente e ocorre uma falha no suporte, a interseção se moverá para a direita e o suporte necessitará de uma resistência superior à anterior, para restabelecer o equilíbrio.

Em Gomes (2006) e Souza (1998), encontram-se alguns dos principais conceitos do NATM, os quais são resumidos a seguir:

- a) a principal componente da estrutura de suporte de um túnel é a capacidade resistente do próprio maciço. O processo de escavação deve perturbar o mínimo possível o maciço envolvente da abertura, de forma a reduzir as perdas das suas características iniciais;
- b) um suporte inicial ou primário, cuja finalidade é assegurar a estabilidade da cavidade e a segurança dos operários durante as operações construtivas, deve ser aplicado imediatamente;
- c) o suporte primário deve ser o mais leve e flexível possível, para tirar partido do arqueamento das tensões. Dentre os vários sistemas de suporte primário adequados, o concreto projetado tem sido, de longe, o mais frequentemente usado;

- d) a extensão a ser deixada sem suporte em qualquer momento durante a construção deve ser a menor possível. Sempre que possível, deve-se avançar o túnel em seção plena, com o menor tempo de ciclo e a mínima perturbação do maciço;
- e) as deformações do maciço e do suporte devem ser rigorosamente observadas e controladas, evitando-se, assim, um processo de deterioração e relaxamento excessivo do maciço;
- f) apenas depois de o túnel estar aberto, um suporte final ou secundário deve ser instalado, com o objetivo de satisfazer os critérios operacionais e de manutenção do túnel.

Para concluir, vale observar que o NATM, como filosofia de projeto de túneis, caracteriza-se por levar em consideração a interação maciço-suporte. Porém, são frequentes e, por isso, não desprezíveis as referências ao NATM como sendo apenas um método construtivo que usa tirantes, concreto projetado e faz uso de medições de convergência, realizadas à medida que o túnel avança, para que o revestimento possa ser adequado às variações geológicas não previstas no projeto.

#### 2.4.4.1.3 Método Convergência-Confinamento

Segundo AFTES (2001), o primeiro autor a apresentar uma análise utilizando o Método Convergência-Confinamento foi, provavelmente, Fenner, em 1938, mas o método só recebeu o nome atual em 1978, em um encontro da AFTES, em Paris. A principal característica desse método é a facilidade de uso, obtida sem desprezar os mais importantes processos envolvidos na interação maciço-suporte. Para tanto, são adotadas algumas hipóteses simplificadoras, que transformam o problema do túnel em um problema axissimétrico (BERNAUD et al., 1994):

- a) a seção transversal do túnel é circular;
- b) o maciço é homogêneo e isotrópico;
- c) a face do túnel é plana e vertical;

- d) o revestimento é um anel de espessura constante  $e$ , feito de um material homogêneo e isotrópico, colocado a uma distância  $d_o$  da face (Figura 2.18);
- e) o túnel é profundo o suficiente para que a variação, no campo das pressões geostáticas, no entorno da futura cavidade, seja desprezível (Figura 2.19). O campo das tensões geostáticas iniciais é assim descrito,

$$\underline{\underline{\sigma}}_0 = -P_\infty \underline{\underline{1}} \text{ e } P_\infty = \gamma h \quad (P_\infty = \text{pressão geostática inicial}) \quad (2.2)$$

onde  $h$  é a profundidade do túnel e  $\gamma$  é o peso específico do maciço.

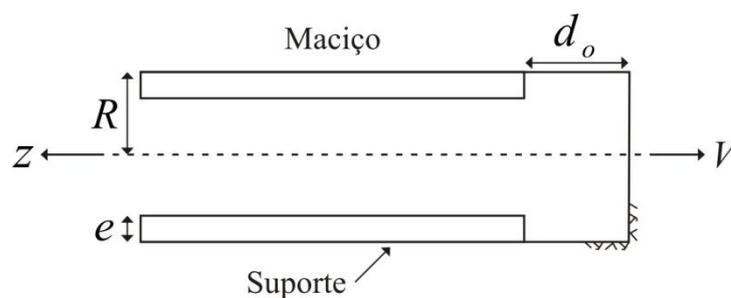


Figura 2.18: Modelo de túnel em axissimetria (BERNAUD; ROUSSET, 1996).

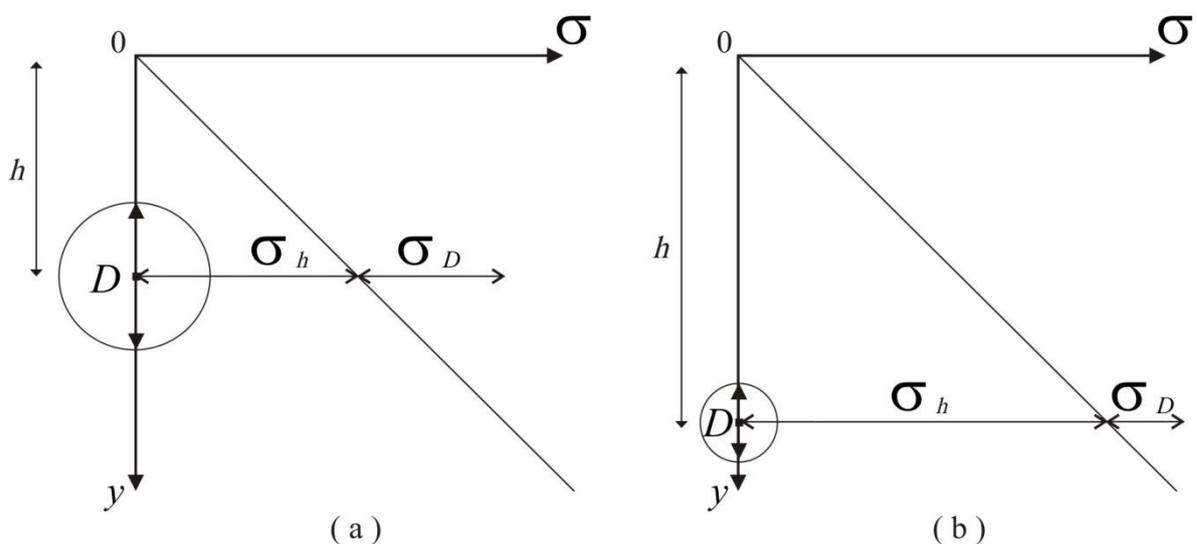


Figura 2.19: Distinção entre túnel profundo e túnel superficial. (a)  $\sigma_D$  não negligenciável diante de  $\sigma_h$ ; (b)  $\sigma_D$  negligenciável diante de  $\sigma_h$  (BENAMAR, 1996).

O Método Convergência-Confinamento é uma ferramenta de uso fácil, que, além de levar em conta a interação maciço-suporte, transforma o problema tridimensional descrito acima em um problema axissimétrico, com um estado plano de deformações no plano normal ao eixo do túnel. Isso é obtido com o auxílio de uma nova grandeza: a pressão fictícia  $P_i^f$ , que é a pressão interna decrescente aplicada à parede do túnel sem suporte e de comprimento infinito, simulando o avanço da face. Esse nome deve-se ao fato de que ela não atua realmente sobre a parede, é apenas um artifício, que permite passar do problema tridimensional da escavação de um túnel não suportado para um problema de deformações planas, fornecendo a mesma convergência para uma determinada distância  $z$  da face.

$P_i^f$  pode ser assim expressa:

$$P_i^f(z) = (1 - \lambda(z))P_\infty, \quad (2.3)$$

onde  $\lambda$  simula a escavação, variando de 0 a 1. Essa variável é conhecida como parâmetro de perda de confinamento.

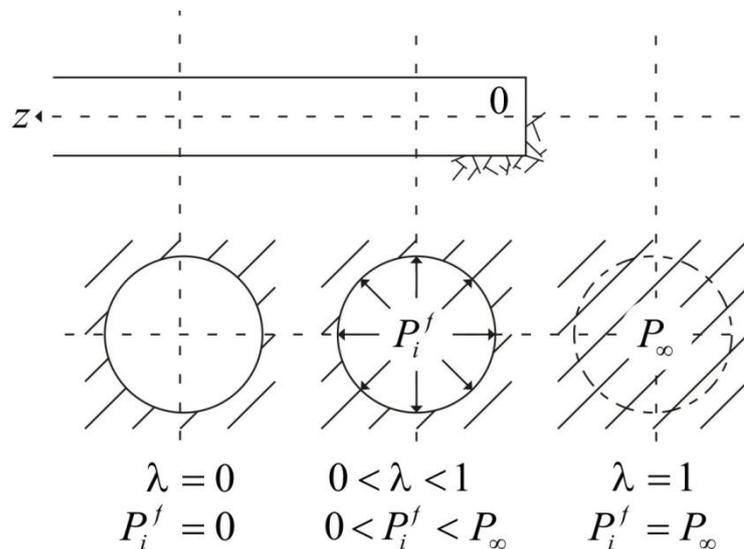


Figura 2.20: Representação da pressão fictícia.

A Figura 2.20 ilustra a definição de pressão fictícia. A curva  $P_i - U_i$  está associada ao comportamento do maciço e pode ser obtida por uma abordagem numérica axissimétrica ou

por formulações explícitas, para maciços elásticos ou elastoplásticos. Diversos autores elaboraram tais formulações, como Ranken e Ghaboussi (1975), Panet, Guenot (1982) e Corbetta (1990). Para a curva  $U_i(z)$ , Panet (1995) sugere a expressão:

$$U_i(z) = \alpha(z)U_i(\infty) \quad (2.4)$$

onde  $U_i(\infty)$  é a convergência correspondente a uma seção distante da face de um túnel não suportado, de comprimento infinito, e  $\alpha(z)$  é a função de forma,

$$\alpha(z) = \alpha_0 + (1 - \alpha_0)a(z). \quad (2.5)$$

Aqui  $\alpha_0$  é o valor de  $\alpha$  na face do túnel e  $a(z)$  é obtido pela expressão:

$$a(z) = 1 - \left[1 - \frac{mR_p}{mR_p + z}\right]^2 \quad (2.6)$$

onde  $R_p$  é o raio da zona plástica, ou é igual a  $R$  para comportamento elástico. Para  $\alpha_0$  e  $m$ , dois pares de valores, que conduzem a valores de  $\alpha$  muito próximos, são sugeridos:  $\alpha_0 = 0,25$ ,  $m = 0,75$  e  $\alpha_0 = 0,27$ ,  $m = 0,84$ .

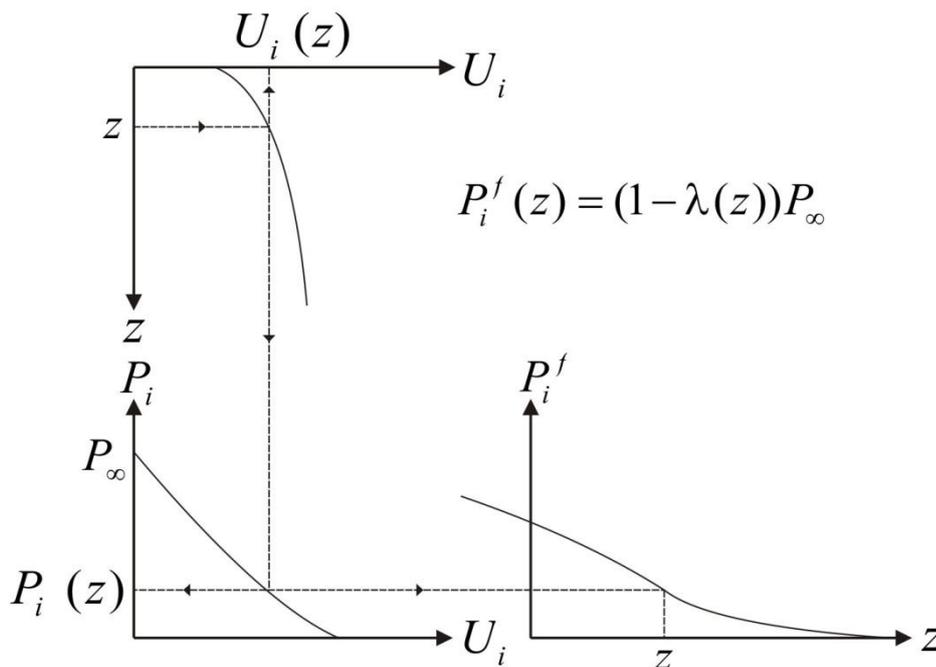


Figura 2.21: Definição de pressão fictícia e o parâmetro  $\lambda$  (BERNAUD, 1991).

É muito simples usar o Método Convergência-Confinamento. O primeiro passo é encontrar o valor  $U_0$  a partir de  $d_0$ . Observando a Figura 2.21, vê-se que isso pode ser feito por diferentes caminhos. O mais direto é usando a curva  $U_i(z)$ . Obtido o valor de  $U_0$ , posiciona-se a curva de confinamento no diagrama  $P_i - U_i$ , com a finalidade de encontrar a interseção com a curva de convergência, a qual representa o equilíbrio procurado.

No processo descrito para encontrar  $U_0$ , é importante observar que, em nenhum momento, se faz uso da rigidez do suporte. Assim, nesse método,  $U_0$  depende de  $d_0$  e da curva de convergência apenas. Isso pode ser expresso da seguinte forma:

$$U_0 = f(C_v, d_0). \quad (2.7)$$

Essa simplificação, algumas vezes, conduziu a erros importantes, que foram contra a segurança da obra (BERNAUD, 1991), estimulando, com isso, o desenvolvimento de novos métodos, como o *New Implicit Method* (NIM) (BERNAUD; ROUSSET, 1992) e o Método de Nguyen Minh-Guo (NGUYEN MINH; GUO, 1993), conhecidos como métodos implícitos.

#### 2.4.4.1.4 *New Implicit Method* (NIM)

Bernaude (1991) apresentou uma solução, no âmbito dos métodos simplificados, para o problema da interação maciço-suporte, que levou em conta a rigidez do suporte no cálculo de  $U_0$  para o caso do maciço elástico. Posteriormente, Bernaude e Rousset (1992) apresentaram a solução para o caso do maciço elastoplástico, por meio de um método que é um aperfeiçoamento do clássico Método Convergência-Confinamento. Tal método foi intitulado *New Implicit Method* (NIM).

Em Bernaude et al. (1994), foi apresentada a formulação detalhada do método, para vários critérios plásticos usuais e, também, uma formulação para o maciço com comportamento viscoplástico. A palavra *Implicit* refere-se ao fato de que o cálculo de  $U_0$  depende de  $U_{eq}$  e vice-versa.

No Método Convergência-Confinamento clássico, a rigidez  $K_s$  do suporte não é considerada e a curva  $U_i(z)$  refere-se à convergência de um túnel não suportado. A Figura 2.22 ilustra esse princípio, mostrando a variação do perfil de  $U_i(z)$  com  $K_s$  para duas

situações. Na primeira, as curvas  $U_i(z)$ , obtidas por cálculos numéricos em elementos finitos e axissimetria, mostram convergências menores para valores maiores de  $K_s$ . Na segunda, a curva  $U_i(z)$ , obtida pelo Método Convergência-Confinamento, não varia com  $K_s$  no trecho não suportado do túnel.

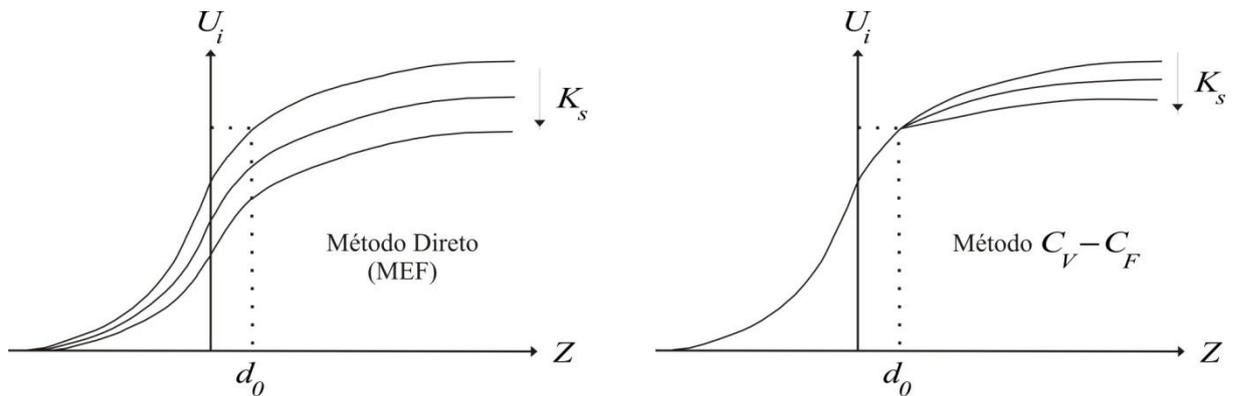


Figura 2.22: Influência qualitativa da rigidez do suporte no perfil da convergência (BERNAUD; ROUSSET, 1996).

O NIM obtém a curva de convergência do túnel suportado por meio de uma simples transformação geométrica da curva do túnel não suportado. Essa transformação é alcançada com a introdução de uma nova variável, na função de forma  $a(z)$ , usada no cálculo de  $U_i(z)$ . Essa variável depende de  $K_s$  e do critério de plasticidade.

Em resumo, no NIM, o valor  $U_0$  depende também da rigidez do revestimento:

$$U_0 = f(CV, K_s, d_0) \quad (2.8)$$

#### 2.4.4.2 Métodos de análise numérica

Os métodos numéricos, em engenharia civil, permitem a análise de estruturas complexas. São métodos aproximados que possibilitam a resolução do conjunto de equações diferenciais ao qual um meio em equilíbrio deve satisfazer. Os mais conhecidos são: o método das diferenças finitas, o método dos elementos de contorno e o método dos elementos finitos,

Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos.

sendo este último o mais usual. No caso de túneis, vários parâmetros podem ser levados em consideração, como, por exemplo:

- a) a profundidade;
- b) a geometria do túnel;
- c) a geometria da estrutura do suporte com suas equações constitutivas;
- d) a geometria das várias unidades geomecânicas identificadas no entorno do túnel com suas equações constitutivas;
- e) as fases de escavação e instalação do suporte, etc.

A aplicação de técnicas numéricas no projeto de túneis tem se revelado um instrumento muito útil na análise de seu comportamento. Tais técnicas tornam-se cada vez mais atrativas, dada a facilidade com que conseguem analisar diferentes soluções para a abertura de um túnel, combinando distintos processos construtivos com vários tipos de suporte e permitindo a escolha daquela que se configura como a mais vantajosa, quer do ponto de vista econômico, quer do ponto de vista da segurança (SOUZA, 1998).

Conforme exposto na seção 2.4 deste capítulo, a região localizada nas proximidades da frente de escavação apresenta estados de tensões e deformações claramente tridimensionais. A única maneira de se representar bem a realidade dos fenômenos de transferência de carga do maciço para o suporte seria lançar mão de análises numéricas também tridimensionais, entretanto o tempo e os recursos computacionais necessários a essas análises são elevados. Para contornar esse problema, as análises bidimensionais, as quais são menos dispendiosas, podem ser utilizadas, desde que respeitadas algumas restrições (GOMES, 2006).

#### 2.4.4.2.1 Métodos de modelagem do processo de escavação

Durante a construção, quando a face do túnel está avançando, o sistema de suporte é usualmente instalado a uma distância limitada da face. Essa distância, chamada de comprimento não suportado  $d_0$ , que se refere ao início de cada ciclo de escavação, é mostrada na Figura 2.23 (a). Para um passo de escavação, a face do túnel avança e assume nova posição, mostrada na Figura 2.23 (b). Devido a esse passo de escavação, há uma mudança no campo de tensões, com muito da carga redistribuída transferida para o suporte do túnel já

instalado, particularmente para a última seção do suporte instalado. Uma significativa porção da carga também é transferida para o maciço não escavado adiante da face, a qual não é comumente considerada no projeto. Essa redistribuição da carga causa um padrão de movimentos de massa dentro do maciço. A seguir, uma nova seção de suporte é instalada, como mostra a Figura 2.23 (c), e o ciclo de construção se repete (HANAFY; EMERY, 1980, 1982).

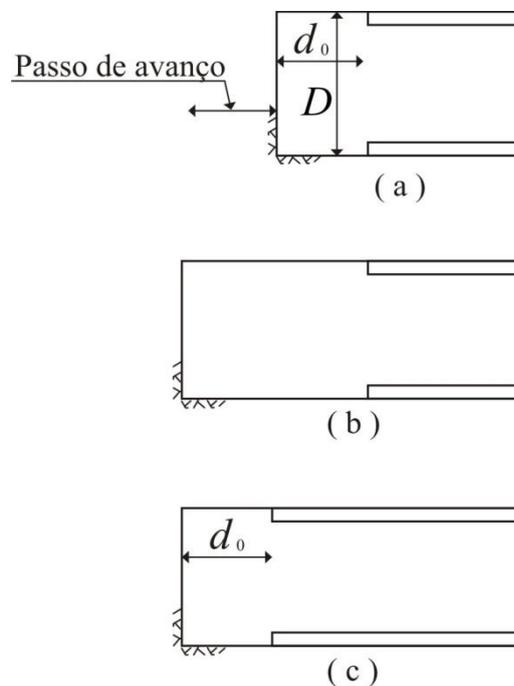


Figura 2.23: Esquema de escavação e colocação de suporte: (a) Revestimento colocado a uma distância  $d_0$  da face de escavação; (b) Avanço da face de escavação; (c) avanço do revestimento até a distância  $d_0$  da face (HANAFY; EMERY, 1980).

A modelagem desse processo pode ser feita de duas maneiras diferentes:

- a) método do regime estacionário que, segundo Benamar (1996), é válido somente se a velocidade de avanço da frente de escavação é constante. É baseado em um algoritmo desenvolvido por Nguyen e Rahimian (1981);

b) método da ativação-desativação. Nessa técnica, as sequências de escavação e de colocação do suporte são modeladas alterando o valor da rigidez dos elementos afetados a cada fase de construção. Assim, a retirada de matéria é simulada numericamente, diminuindo-se consideravelmente a rigidez dos elementos escavados. De forma inversa, a colocação do suporte consiste em alterar as características mecânicas nos elementos correspondentes. Esse é o método utilizado neste trabalho.

#### 2.4.4.2.2 Análises bidimensionais

As análises bidimensionais podem ser de dois tipos: deformações planas e axissimétricas.

As análises bidimensionais em deformações planas consistem em análises de seções transversais de maior interesse no processo construtivo, considerando-as em estado plano de deformações. Em tais análises, a carga pode ser anisotrópica. A geometria da abertura e o comportamento do maciço podem ser quaisquer. O processo de escavação pode ser modelado pelo método da pressão fictícia, conceito utilizado no Método Convergência-Confinamento (BERNAUD, 1991). Dessa forma, considera-se que, antes de ser colocado o suporte, atua na parede do túnel uma pressão fictícia com valor entre  $P_{\infty}$  (pressão geostática) e zero, e que a pressão no instante da colocação do revestimento corresponde um deslocamento radial  $U_0$ . Após o suporte ser colocado, a pressão fictícia é igualada a zero. A pressão fictícia do momento da colocação do suporte é calculada a partir de  $U_0$ , o qual foi obtido de leituras de instrumentação ou calculado pelos métodos simplificados, sendo o NIM o método mais adequado para esse fim.

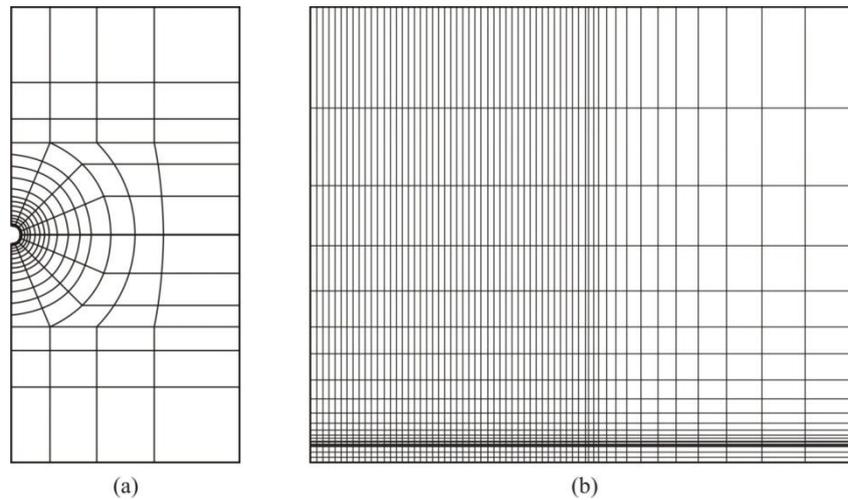


Figura 2.24: Malhas típicas de análises bidimensionais: (a) Análise em deformações planas; (b) Análise em axissimetria.

Deve ser ressaltado que a relação entre pressão fictícia e deslocamento da parede no modelo bidimensional aproxima-se bastante da relação em um túnel real ou em um modelo tridimensional, porém, no interior do maciço, as tensões e os deslocamentos aproximam-se menos, mas com uma precisão suficiente do ponto de vista prático de engenharia (GOMES, 2006).

As análises axissimétricas são possíveis quando o túnel possui uma geometria circular; as propriedades mecânicas do material e a carga são tais que as grandezas do problema não dependem da coordenada angular  $\theta$ . É o caso, por exemplo, de um túnel profundo de seção circular em um maciço isotrópico e homogêneo com tensões geostáticas hidrostáticas (BERNAUD, 1991). Em Bernaud e Couto (2008a, 2008b), foi utilizado um modelo bidimensional axissimétrico na análise de um túnel escavado em um meio apresentando efeitos de longo prazo, caracterizado por um comportamento viscoplástico.

As análises numéricas bidimensionais axissimétricas modelam o processo de escavação de forma realista, quando as condições de axissimetria são respeitadas.

#### 2.4.4.2.3 Análises tridimensionais

As análises numéricas bidimensionais, em contrapartida ao baixo tempo de processamento e à pouca exigência de hardware, apresentam limitações importantes. As análises em deformações planas exigem o conhecimento  $U_0$ , que será obtido em um cálculo

de verificação, caso haja informações de campo, mas que, na fase de projeto, terá de ser estimado por algum outro tipo de análise. Nas análises em axissimetria, as condições mais difíceis de serem satisfeitas são: seção circular do túnel e isotropia da carga. Os modelos tridimensionais não estão sujeitos a essas limitações e permitem que quaisquer heterogeneidade, carregamento, anisotropia do material, posição e forma das camadas que formam o maciço possam ser representadas com facilidade. Possibilitam, ainda, a análise da zona próxima à frente de escavação de forma exata.

No entanto, as análises tridimensionais, além do maior tempo de processamento e maior exigência de hardware, utilizam malhas que, em situações complexas (galerias de conexão entre túneis paralelos, estações, poços de ventilação, etc.), são de difícil construção.

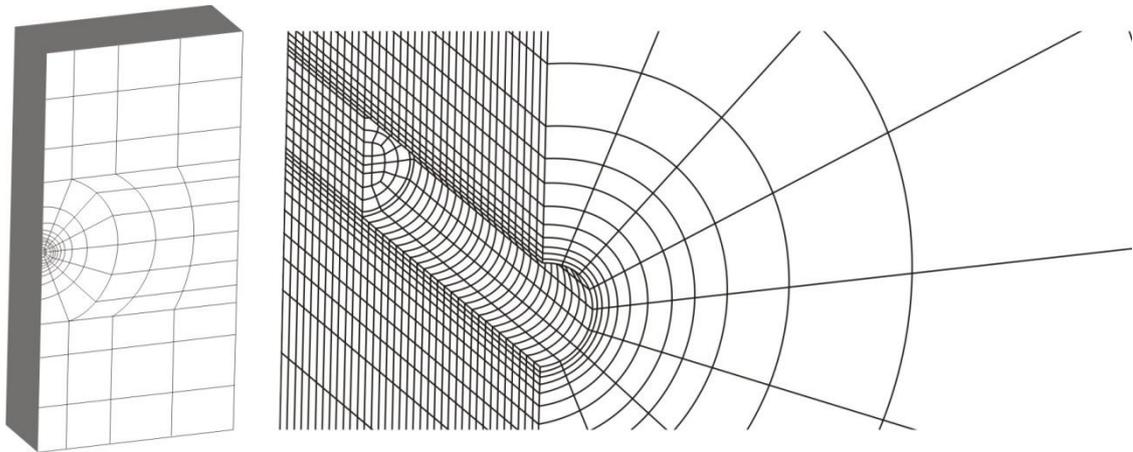


Figura 2.25: Malha típica de análises tridimensionais.

As análises numéricas tridimensionais são as que modelam com precisão o processo de escavação e colocação do revestimento.

#### 2.4.4.2.4 Métodos numéricos de modelagem do maciço reforçado por tirantes passivos: método de homogeneização e método incorporado

A análise da interação maciço/suporte, quando o sistema de suporte é constituído por tirantes ancorados ao longo de todo comprimento, é bastante trabalhosa, se feita através de uma abordagem numérica direta, usando o método dos elementos finitos. Nesse tipo de

abordagem, conhecida como método discreto, a malha é complexa, pois há a necessidade de elementos de barra para modelar os tirantes e elementos tridimensionais para o maciço, além de outro suporte a ser modelado. Para os resultados serem satisfatórios, as dimensões dos elementos tridimensionais próximos aos tirantes devem ser da mesma ordem de grandeza do diâmetro dos tirantes. Uma malha como essa é de difícil geração e acarreta um problema de tamanha dimensão que, mesmo os computadores atuais, necessitam de um tempo demasiado longo para resolver. O método discreto corresponde à utilização convencional do método dos elementos finitos.

Essas dificuldades, próprias das análises de estruturas reforçadas, estimularam novas abordagens aplicáveis a maciços reforçados por tirantes: o método incorporado e o método de homogeneização. Tais métodos não necessitam da rediscretização do meio, podendo analisar diferentes configurações de reforço sem alterar a malha base de elementos finitos.

No método incorporado, desenvolvido por Elwi e Hrudey (1989), uma vez definidos os pontos inicial e final de um tirante, uma rotina de pré-processamento deve determinar os pontos de interseção do tirante com os elementos sólidos. Dessa forma, são obtidos vários segmentos do reforço, cada um deles contido dentro de um elemento da malha base. Nesse método, a contribuição de cada segmento de tirante pode ser interpretada como um acréscimo na rigidez do correspondente elemento sólido que o contém. Essa contribuição de rigidez é realizada de forma localizada, o segmento de tirante é tratado como um elemento de barra e sua contribuição depende de sua geometria e posição dentro do elemento sólido. Uma forma de visualizar dito processo é considerar que o segmento de tirante possa ser transformado em um elemento sólido equivalente. Esse elemento sólido equivalente deve ser da mesma natureza que o elemento da malha base. Assim, as matrizes de rigidez terão as mesmas dimensões e poderão ser somadas durante a análise. A formulação do método incorporado permite que seja levado em consideração o deslizamento entre o tirante e a malha base. Nessa opção, o deslizamento, em um nó do elemento de barra, corresponde a um grau de liberdade e o deslizamento em outro ponto do mesmo elemento é obtido por interpolação.

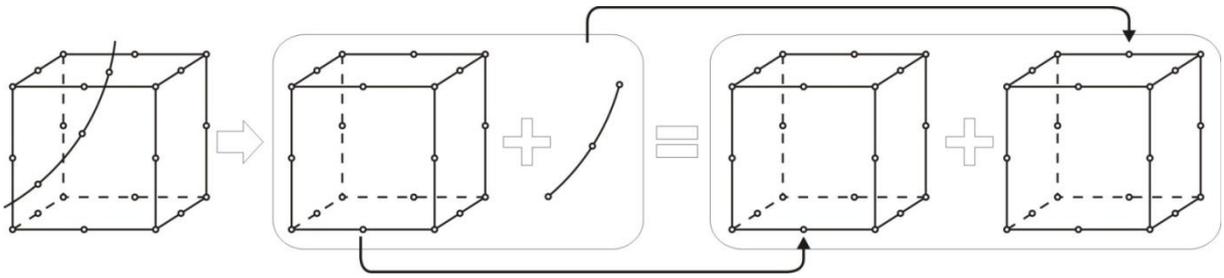


Figura 2.26: Representação da contribuição de um segmento de reforço na rigidez do elemento sólido por meio da transformação em um elemento sólido equivalente (DURAND, 2008).

No método de homogeneização ou, mais especificamente, método de homogeneização de meios periódicos, o meio composto por maciço e tirantes é substituído por um homogeneizado. A matriz de rigidez do elemento sólido homogeneizado é obtida pela adição da matriz do maciço à matriz que corresponde a uma determinada densidade de tirantes. Essa abordagem, já aplicada a solos reforçados por tirantes, apresentou resultados muito satisfatórios para descrever, em escala macroscópica, as capacidades de resistência do meio reforçado, como se pode ver em de Buhan et al. (1989) e em de Buhan e Saleçon (1990), por exemplo.

Seu princípio geral foi aplicado, pela primeira vez, na análise de uma cavidade reforçada por tirantes em condições de axissimetria e estado plano de deformações por Wullschläger e Natau (1983, 1987). Posteriormente, Greuell (1993) e Greuell et al. (1994) propuseram uma solução fechada para o mesmo problema, com uma lei constitutiva anisotrópica elastoplástica para modelar o comportamento de um maciço atirantado como um meio homogeneizado. A seguir, Bernaud et al. (1995a, 1995b) apresentaram uma extensão destes últimos trabalhos com o objetivo de levar em conta condições de geometria e carregamento mais complexas. Eles implementaram uma solução numérica, em elementos finitos, para as equações que regem o comportamento elastoplástico do maciço homogeneizado. Esses trabalhos tiveram prosseguimento em Bernaud e Couto (2007a, 2007b), Bernaud et al. (2008) e Bernaud et al. (2009), nos quais foram realizadas análises para avaliar a influência de diferentes parâmetros, como densidade e comprimento, associados aos tirantes radiais e aos colocados na face do túnel. O método de homogeneização representa a abordagem mais simples na análise de estruturas reforçadas com distribuição periódica dos reforços.

De Buhan et al. (2008) apresentaram um aperfeiçoamento do método de homogeneização, o qual designaram modelo multifase. A principal distinção desse modelo com relação ao original é levar em consideração o eventual deslizamento entre reforço e maciço. Ao analisar um exemplo tridimensional apresentado em seu trabalho, os autores constatam que, no que se refere à redução da convergência decorrente do reforço, os dois modelos não produzem previsões significativamente diferentes. No que concerne à força axial nos tirantes, apenas dois são analisados no exemplo: um vertical e outro horizontal. Apenas no tirante horizontal, as duas abordagens apresentaram previsões significativamente diferentes, mesmo assim, somente nas seções próximas à parede do túnel.

Tanto o método incorporado como o de homogeneização, incluindo sua variante, o modelo multifase, possuem a relevante característica de utilizarem malhas fáceis de serem geradas. Informações adicionais, como coordenadas dos pontos extremos dos tirantes, no caso do método embutido, ou densidade de tirantes, no caso dos dois outros métodos, também são fáceis de serem organizadas.

Os métodos numéricos citados apresentam o importante caráter distintivo de poderem ser utilizados em análises tridimensionais. No entanto, ainda são desenvolvidas formulações visando análises em deformações planas de maciços reforçados por tirantes.

#### 2.4.4.2.5 Outros métodos de modelagem do maciço reforçado por tirantes

Vários autores têm desenvolvido modelos relacionados ao problema do túnel escavado em maciço reforçado por tirantes ativos ou passivos.

Chen et al. (2004) desenvolveram um método para modelar a rocha reforçada por tirantes que guarda alguma semelhança com o método incorporado. Nos dois métodos os tirantes são discretizados sem pertencerem a malha que representa o maciço, o que possibilita a utilização da mesma malha base para diferentes configurações de reforços.

Nesse método, porém, além do tirante, também o aglutinante que o envolve é tratado como elemento estrutural e os deslizamentos considerados são os que ocorrem entre a rocha e o aglutinante e entre este e o tirante. Outra distinção do método incorporado está no elemento utilizado para modelar o tirante: tanto tirante como aglutinante são modelados com o mesmo elemento utilizado para a rocha. A contribuição de cada segmento de tirante contido em um

elemento da malha, bem como do aglutinante que o envolve e os correspondentes deslizamentos, pode ser interpretada como um acréscimo na rigidez do correspondente elemento sólido que o contém.

Cai et al. (2004) desenvolveram um modelo analítico baseado no *shear-lag model* para prever a força axial em um tirante. A solução analítica apresentada é difícil de ser utilizada quando o tirante percorre zonas do maciço com diferentes comportamentos e, para este caso, sugere-se uma abordagem numérica. Uma característica relevante desse modelo é prever deformações plásticas do maciço sem utilizar um algoritmo de cálculo iterativo ao longo de um dado caminho de carga. O modelo, além da axissimetria, utiliza outras duas simplificações importantes: considera uniformemente distribuída a tensão radial que a força axial do tirante produz no maciço; e, apesar de sua distribuição uniforme, esta tensão radial está associada a uma tensão de cisalhamento. É previsto o deslizamento do tirante para situações em que a tensão de cisalhamento ultrapassa a resistência do maciço ou do cimento ou resina que colam o tirante. Uma avaliação do modelo é feita por meio da comparação com dados provenientes do túnel experimental Kielder e mostra uma boa aproximação.

Guan et al. (2007) desenvolveram um método numérico que representa a interação do tirante com o maciço por meio de um modelo tipo mola-deslizador. Esse método considera as hipóteses de axissimetria e deformações planas e faz uso dos conceitos de ponto neutro, comprimento de arrancamento e comprimento de ancoragem apresentados por Freeman (1978). Nesse método, o equilíbrio estático de um volume infinitesimal representativo do maciço reforçado é formulado levando em consideração a interação entre maciço e tirante por meio da tensão de cisalhamento que atua no entorno do tirante. São formuladas equações de equilíbrio, de compatibilidade dos deslocamentos e equações que representam a interação entre o tirante e o maciço. Tais equações são resolvidas numericamente por um algoritmo em diferenças finitas bidimensional, isto é, segundo um caminho de descarga e outro, ao longo da direção radial. O caminho de descarga pretende simular o processo de escavação por meio de uma pressão fictícia aplicada à parede do túnel, que varia da pressão geostática anterior à escavação à pressão que a parede do túnel exercerá sobre o revestimento após o avanço da face. O modelo é validado por meio de comparações com resultados obtidos pelo código FLAC, as quais mostraram boa aproximação entre as soluções.

Oreste (2008) apresenta um procedimento de cálculo baseado na congruência dos deslocamentos do reforço e do maciço. Em outras palavras, o aumento no comprimento do tirante somado às deformações de cisalhamento na interface tirante/maciço deve ser igual à expansão da zona reforçada do maciço. Duas constantes utilizadas no procedimento são valores médios obtidos em um estudo paramétrico: uma estabelece a relação entre a força de tração máxima e a que atua na seção situada junto à parede do túnel; e, outra, define a posição da seção onde atua a força de tração máxima. O procedimento desenvolvido é restrito a análises axissimétricas. Não se considera deslizamento entre tirante e maciço. O comportamento do maciço é regido pelo critério de Mohr-Coulomb. A variação da força de tração no tirante é considerada linear e, conseqüentemente, a tensão de cisalhamento que atua no seu perímetro assume valores constantes antes e após a seção cuja força de tração é máxima. Resumidamente, o procedimento consiste em um cálculo iterativo em diferenças finitas que permite encontrar, a partir de um valor estimado da tensão de cisalhamento que atua na zona de ancoragem do tirante, um campo de tensões e deslocamentos que satisfaz a congruência dos deslocamentos no maciço e no tirante. Foram realizadas comparações com soluções obtidas pelo código FLAC, mostrando boa aproximação entre os resultados.

Bobet e Einstein (2011) desenvolveram soluções analíticas para túneis reforçados por tirantes fixados a rocha, por cimento ou mecanicamente, de dois tipos: tirantes fixados apenas em suas extremidades, passivos ou ativos, denominados DMFC (*Discretely Mechanically or Frictionally Coupled*); tirantes fixados ao longo de todo o seu comprimento, passivos, denominados CMC (*Continuously Mechanically Coupled*), quando a fixação se dá por meio mecânico, ou CFC (*Continuously Frictionally Coupled*), quando por cimento. As soluções apresentadas referem-se a análises em axissimetria em deformações planas e utilizam, portanto, as hipóteses simplificadoras próprias dessas análises. O comportamento da rocha é considerado elastoplástico com ruptura frágil, regido pelo critério de Coulomb, e a regra de fluxo é não-associada. O comportamento do tirante é considerado sempre elástico. Não se considera deslizamento entre rocha e tirante. As soluções analíticas são comparadas com soluções numéricas, em deformações planas, obtidas pelo Método dos Elementos Finitos, usando o código ABAQUS. A abordagem utilizada para obter tais soluções analíticas é denominada método *smearred* e, para tirantes passivos CMC/CFC, consiste em levar em conta a contribuição dos reforços como uma carga radial na zona de influência dos tirantes. Quer dizer, a força de tração  $T$  do tirante produz, na rocha, uma tensão de compressão radial de

magnitude  $T/S_{\theta}S_z$ , onde  $S_{\theta}$  é o espaçamento tangencial dos tirantes no perímetro do túnel e  $S_z$  o espaçamento na direção do eixo.  $S_{\theta}$  depende da coordenada radial, mas, para tornar mais simples o problema tratado analiticamente, é utilizado um valor médio para esse espaçamento. Ao longo do trabalho de Bobet e Einstein (2011), são apresentadas várias análises comparando resultados das soluções analítica e numérica. Para tirantes CMC/CFC, a solução analítica aproxima-se mais da numérica na medida em que diminui o espaçamento entre tirantes. Os autores apresentam, como principal justificativa, o fato de que tirantes muito espaçados não fornecem uma tensão radial uniformemente distribuída na rocha, o que é a hipótese fundamental do método *smear*.

### 3 MODELAGEM POR HOMOGENEIZAÇÃO DE TÚNEIS REFORÇADOS POR TIRANTES PASSIVOS: FORMULAÇÃO ELASTOPLÁSTICA E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL 3D

O objetivo deste capítulo é apresentar uma formulação para a modelagem de tirantes passivos utilizando o método de homogeneização. Essa formulação, que já foi utilizada no código bidimensional GEOMECH91, é encontrada, em parte, em Bernaud et al. (2009), no qual é demonstrada sua eficiência em casos em que é válida a hipótese de axissimetria. A contribuição pretendida no presente trabalho é aplicar tal formulação a um código tridimensional para tornar possíveis análises com várias situações de profundidade, de seção transversal e de estado inicial de tensões. As análises podem considerar os seguintes tipos de suporte: um revestimento clássico, como concreto projetado; tirantes colocados no perímetro do túnel; tirantes colocados na face.

#### 3.1 PRINCÍPIOS DO MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO NA MODELAGEM DE TÚNEIS

O túnel, em estudo, é horizontal e escavado em um meio isotrópico e homogêneo. Para o desenvolvimento da formulação, é usado um túnel com a seção transversal tipo ferradura, sendo o código desenvolvido, porém, também capaz de lidar com túneis de seção qualquer. Esse túnel é reforçado com tirantes à medida que a escavação avança, os quais são supostos perfeitamente aderidos à rocha. Tais reforços são dispostos de forma regular na direção normal à superfície em que são aplicados. Três tipos de reforços podem existir separadamente ou em associação: tirantes colocados no teto, tirantes colocados nas paredes verticais e tirantes colocados na face. Para os tirantes colocados no teto, o sistema de coordenadas utilizado é o cilíndrico  $(r, \theta, z)$  e, para os demais, é o retangular. As características geométricas deste problema são definidas na Figura 3.1. Os reforços são descritos da seguinte maneira:

- a) tirantes colocados no teto, a seguir denominados tirantes radiais, são colocados perpendicularmente ao eixo  $z$  do túnel com espaçamentos  $p_r$  e  $\beta_r$  nas direções

$z$  e  $\theta$ , respectivamente. Seus comprimentos medidos na direção radial são designados por  $l_r$ ;

b) tirantes colocados nas paredes, a seguir denominados tirantes laterais, são paralelos ao eixo  $x$  e seus comprimentos são designados por  $l_l$ . Estão distribuídos nas paredes, de maneira regular, formando vértices de retângulos de dimensões  $p_l$  por  $b_l$ .

c) tirantes colocados na face, a seguir denominados tirantes frontais, são paralelos ao eixo  $z$  e seus comprimentos são designados por  $l_f$ . Estão distribuídos na face do túnel, de maneira regular, formando vértices de retângulos de dimensões  $p_f$  por  $b_f$ .

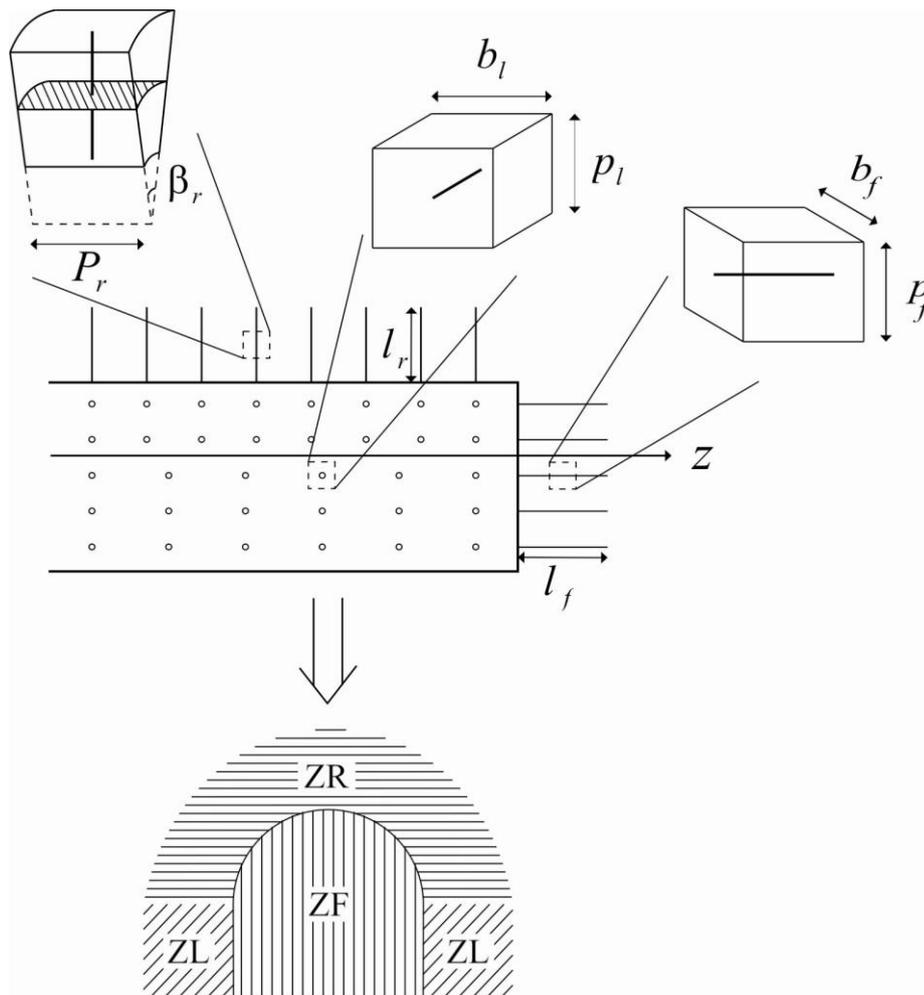


Figura 3.1: Homogeneização de rocha reforçada por tirantes.

Com a finalidade de tornar o texto mais simples, as seguintes abreviaturas são usadas a seguir: a zona do maciço rochoso reforçada por tirantes radiais é referida como  $ZR$ , a reforçada por tirantes laterais, como  $ZL$ , e, a reforçada por tirantes frontais, como  $ZF$ .

O desenvolvimento deste modelo considerou que os reforços, radiais, laterais e frontais, são densos o suficiente para que as quantidades  $\beta_r/\pi$ ,  $p_r/R$ ,  $p_l/R$ ,  $b_l/R$ ,  $p_f/R$  e  $b_f/R$  sejam bastante pequenas quando comparadas à unidade. Assim, o maciço reforçado pode ser considerado, em escala macroscópica (escala do túnel), como um meio localmente ortotrópico em torno do eixo radial  $\underline{e}_r$  em  $ZR$ , em torno do eixo  $\underline{e}_x$  em  $ZL$ , e do eixo  $\underline{e}_z$  em  $ZF$ . Esse procedimento de homogeneização simplifica consideravelmente o problema inicial, pois tirantes e maciço não são mais considerados separadamente, o que evita a difícil discretização necessária em uma análise direta por elementos finitos, para levar em consideração a alta heterogeneidade das zonas reforçadas.

Os volumes representativos, tronco piramidal na  $ZR$  e paralelepípicos nas  $ZL$  e  $ZF$ , mostrados na Figura 3.1, permitem que sejam definidos dois parâmetros do reforço, que são importantes para a presente análise: a proporção volumétrica de reforço  $\eta$  e a densidade de reforço  $d$ .

A proporção volumétrica de reforço  $\eta$  define a relação entre a área da seção transversal do tirante ( $S_r$  para tirantes radiais,  $S_l$  para tirantes laterais e  $S_f$  para tirantes frontais) e a correspondente área do volume representativo,

$$\eta = \begin{cases} \eta_r(r) = \frac{S_r}{p_r \beta_r r} & \text{para } ZR \\ \eta_l = \frac{S_l}{p_l b_l} & \text{para } ZL \\ \eta_f = \frac{S_f}{p_f b_f} & \text{para } ZF \end{cases} \quad (3.1)$$

Esse parâmetro adimensional é constante em  $ZL$  e  $ZF$ , mas é inversamente proporcional à distância  $r$  do eixo do túnel em  $ZR$ , uma vez que a distância entre os tirantes aumenta quando cresce a distância radial do teto do túnel.

A densidade de reforço  $d$  (tirantes/ $m^2$ ) é definida como o número de tirantes por unidade de área no teto do túnel em  $ZR$ , na parede em  $ZL$  e na face do túnel em  $ZF$ ,

$$d = \begin{cases} d_r = \frac{1}{\nu_r \beta_{rR}} & \text{para } ZR \\ d_l = \frac{1}{\nu_l b_l} & \text{para } ZL \\ d_f = \frac{1}{\nu_f b_f} & \text{para } ZF \end{cases} \quad (3.2)$$

## 3.2 MODELO CONSTITUTIVO PARA O MACIÇO REFORÇADO POR TIRANTES

A modelagem da rocha reforçada como um meio elástico anisotrópico é o primeiro passo para a construção da lei elastoplástica do maciço reforçado por tirantes.

### 3.2.1 O tensor elástico do meio homogeneizado

Os constituintes do maciço reforçado por tirantes são considerados como elástico-lineares e isotrópicos, com comportamento determinado pelos seguintes parâmetros:

- a)  $E_m$  e  $\nu_m$  são o módulo de Young e o coeficiente de Poisson do maciço.  $\underline{\underline{A}}_m$  é o correspondente tensor de elasticidade;
- b)  $E_r, \nu_r$ ;  $E_l, \nu_l$ ; e  $E_f, \nu_f$  são o módulo de Young e o coeficiente de Poisson do material dos tirantes em  $ZR, ZL$  e  $ZF$ , respectivamente.

Quando a proporção volumétrica de reforço é muito pequena ( $\eta \ll 1$ ) e a rigidez dos tirantes é muito maior do que a da rocha ( $E_r \gg E_m, E_l \gg E_m$  e  $E_f \gg E_m$ ), pode-se mostrar que o material reforçado comporta-se em escala macroscópica como um meio elástico ortotrópico de revolução em torno dos eixos  $\underline{e}_r$  em  $ZR$ ,  $\underline{e}_x$  em  $ZL$  e  $\underline{e}_z$  em  $ZF$  (Greuell, 1993). A relação entre o tensor de tensões macroscópico  $\underline{\underline{\Sigma}}$  e o de deformações  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  escreve-se

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{A}}_m : \underline{\underline{\varepsilon}} + K \varepsilon_{ii} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i \quad (3.3)$$

onde o índice  $i$  e o coeficiente  $K$  significam:

- a)  $i = r$  e  $K = \eta_r(r)E_r$  para todos os pontos em  $ZR$ ;
- b)  $i = x$  e  $K = \eta_l E_l$  para todos os pontos em  $ZL$ ;
- c)  $i = z$  e  $K = \eta_f E_f$  para todos os pontos em  $ZF$ .

O segundo membro da relação descrita em (3.3) é a adição de dois termos: o primeiro corresponde à elasticidade do maciço sem reforço, o segundo refere-se ao efeito dos tirantes atuando somente na direção  $i$ . Essa equação pode ser reescrita como uma função do tensor elástico do material homogeneizado,

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{A}}^{hom} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad \text{com} \quad \underline{\underline{A}}^{hom} = \underline{\underline{A}}_m + K \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i. \quad (3.4)$$

Esse resultado corresponde ao obtido por Sawicki (1978) e Gerrard (1982a, 1982b). O tensor elástico pode ser caracterizado pelos seguintes parâmetros:

- a) módulo longitudinal de Young, segundo a direção do reforço  $\underline{e}_i$ ,

$$E_i^{hom} = E_m + K \quad (3.5)$$

- b) módulo transversal de Young, transversal a direção do reforço,

$$E_t^{hom} = E_m \frac{E_m + K}{E_m + (1 - \nu_m^2)K} \quad (3.6)$$

- c) módulo cisalhante,

$$\mu_l^{hom} = \mu_t^{hom} = \mu_m. \quad (3.7)$$

### 3.2.2 Elastoplasticidade do meio homogeneizado

A formulação da lei constitutiva do material homogeneizado é desenvolvida a partir das propriedades mecânicas de seus constituintes como um procedimento em duas etapas. A primeira é a construção do tensor elástico do meio homogeneizado, como mostrado na seção anterior. A segunda é a elaboração de uma lei elastoplástica.

A elaboração da lei elastoplástica é desenvolvida em duas fases: determinação do critério de resistência do material composto, usando a resistência de seus constituintes, rocha

e tirantes; e a adoção desse critério como um critério de plasticidade perfeita, com uma regra de fluxo associada.

A determinação de tal critério é obtida da teoria da homogeneização, cuja aplicação a materiais compostos com estrutura periódica pode ser encontrada em de Buhan et al. (1989), de Buhan e Salençon (1990), de Buhan e Taliércio (1991). Esses autores desenvolveram, em seus trabalhos, o seguinte critério de resistência  $f^{hom}$  para a zona com tirantes,

$$f^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_m + \sigma \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i \\ com \\ f_m(\underline{\underline{\sigma}}_m) \leq 0 \text{ e } \sigma \in I \end{cases} \quad (3.8)$$

onde  $\underline{\underline{\sigma}}_m$  e  $f_m$  são, respectivamente, o tensor de tensões e o critério de resistência da rocha sem tirantes; o índice  $i$  representa  $r$ ,  $x$  ou  $z$  em  $ZR$ ,  $ZL$  ou  $ZF$ , respectivamente;  $\sigma$  é uma fração da tensão axial no tirante e  $I$  é o intervalo

$$I = [-\eta\sigma_y, \eta\sigma_y], \quad (3.9)$$

em que  $\sigma_y$  é a tensão limite do tirante. Naturalmente,  $\sigma_y$  pode assumir diferentes valores em  $ZR$ ,  $ZL$  e  $ZF$ . A grandeza  $\eta\sigma_y$  deve ser interpretada como a resistência à tração do tirante por unidade de área transversal em um ponto qualquer das zonas reforçadas.

O domínio  $G^{hom}$ , que correspondente ao critério  $f^{hom}$ , pode ser interpretado geometricamente, no espaço das tensões macroscópicas, como a envoltória de dois domínios obtidos pela translação ao longo do eixo  $\Sigma_{ii}$  do domínio de resistência da rocha  $G_m$ , de distâncias  $-\eta\sigma_y$  e  $\eta\sigma_y$ .

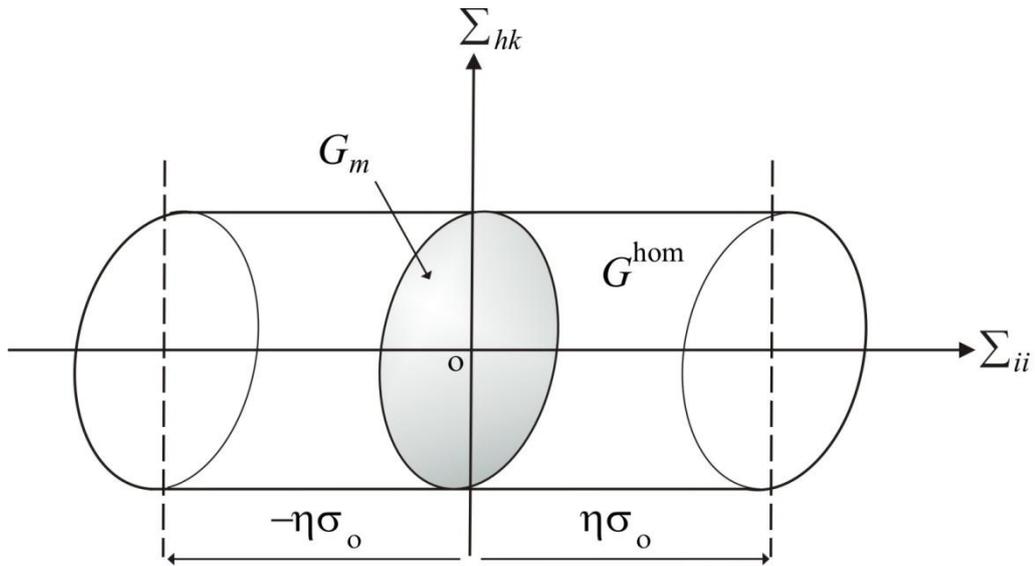


Figura 3.2: Interpretação geométrica do domínio de resistência macroscópico.

A construção da lei constitutiva é obtida por uma abordagem heurística que consiste em ler o critério de resistência macroscópico  $f^{hom}$  como um critério de plasticidade para o material homogeneizado. Em tal abordagem, o comportamento da rocha reforçada é modelado por uma lei associada elastoplástica perfeita e o domínio  $G^{hom}$  passa a ser o domínio elástico. Dessa forma, o endurecimento que resultaria, em escala macroscópica, de um rigoroso processo de homogeneização (SUQUET, 1985) é negligenciado.

Essa lei, no contexto das pequenas deformações, é escrita como

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}^e} + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}^p}, \quad (3.10)$$

onde  $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$  é a taxa de deformações totais e  $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^e}$  é a parte elástica relacionada a  $\underline{\underline{\Sigma}}$  por

$$\underline{\underline{\dot{\Sigma}}} = \underline{\underline{A}}^{hom} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}^e} \quad (3.11)$$

e  $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^p}$  é a parte plástica que, pela regra do fluxo associado, tem a expressão

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}^p} = \dot{\chi} \frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}), \text{ para } \dot{\chi} \geq 0 \quad (3.12)$$

onde  $\dot{\chi}$  é o multiplicador plástico.

Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos.

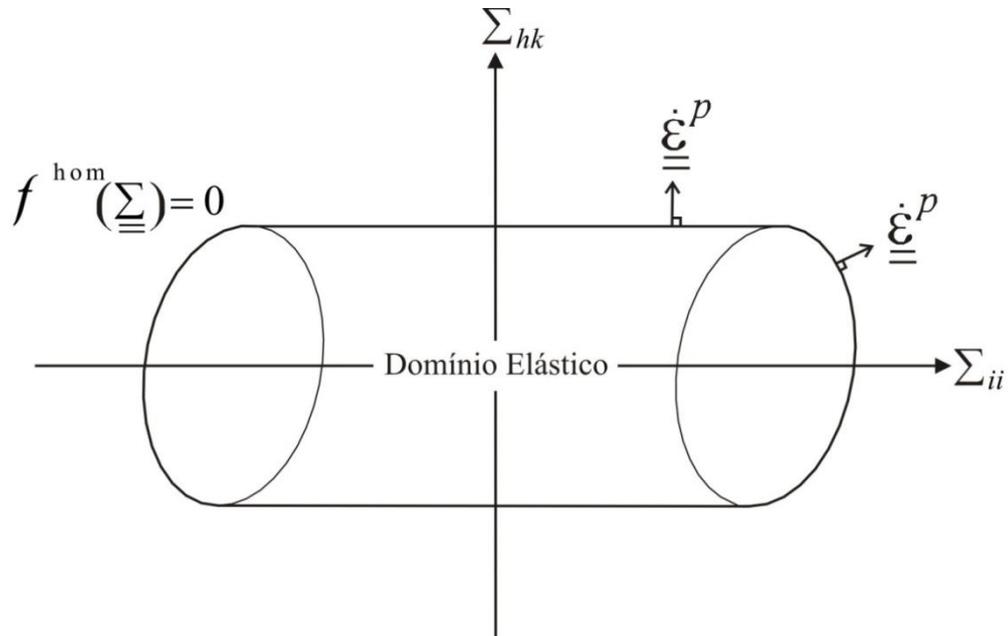


Figura 3.3: Domínio elástico para o material homogeneizado e regra do fluxo associado.

Se o material da rocha exibe propriedades de dilatância plástica, pode-se adotar a seguinte forma simplificada para levar em conta este aspecto: um potencial plástico  $g^{hom}$  pode ser definido para o material homogeneizado a partir da expressão de  $f^{hom}$  pela substituição nesta do ângulo de atrito  $\varphi_m$  do material da rocha pelo ângulo de dilatância plástica  $\psi_m$ , tal que,  $g^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}, \psi_m) = f^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}, \psi_m)$ .

### 3.3 FORMULAÇÃO EXPLÍCITA DA RELAÇÃO CONSTITUTIVA

A função de plastificação do material homogeneizado definida pela equação (3.8) pode ser reescrita como

$$f^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \min_{\sigma \in I} f_m(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma \underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i), \quad (3.13)$$

onde o intervalo  $I$  é definido pela Equação (3.9).

A convexidade da função de escoamento  $\underline{\underline{\sigma}} \rightarrow f_m(\underline{\underline{\sigma}})$  com relação aos seus argumentos implica

$$f^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}) = f_m(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i), \quad (3.14)$$

onde  $\sigma^* = \sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}})$  é a projeção no intervalo  $I$  da solução  $\chi_0 = \chi_0(\underline{\underline{\Sigma}})$ , que é única devido à convexidade de  $f_m$ , da equação

$$\frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ii}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \chi \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) = 0 \quad (3.15)$$

com relação à variável  $\chi \in \mathbb{R}$ . Isso significa que

$$\sigma^* = \begin{cases} -\eta\sigma_y & \text{se } \chi_0 \leq -\eta\sigma_y \\ \chi_0 & \text{se } \chi_0 \in I \\ \eta\sigma_y & \text{se } \chi_0 \geq \eta\sigma_y \end{cases}, \quad (3.16)$$

Para completar a caracterização da lei constitutiva e, em particular, a formulação da regra do fluxo plástico, equação (3.12), necessita-se da expressão de  $\frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}})$ . Assim, derivando ambos os lados da Equação (3.14) com relação a  $\Sigma_{ii}$  e lembrando que  $\sigma^*$  é uma função de  $\underline{\underline{\Sigma}}$ , obtém-se

$$\frac{\partial f^{hom}}{\partial \Sigma_{ii}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \left[1 - \frac{\partial \sigma^*}{\partial \Sigma_{ii}}(\underline{\underline{\Sigma}})\right] \frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ii}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \quad (3.17)$$

e para qualquer  $(i, j) \neq (i, i)$

$$\frac{\partial f^{hom}}{\partial \Sigma_{ij}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ij}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) - \frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ii}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \frac{\partial \sigma^*}{\partial \Sigma_{ij}}(\underline{\underline{\Sigma}}) \quad (3.18)$$

ou

$$\frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \frac{\partial f_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) - \frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ii}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \frac{\partial \sigma^*}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}) \quad (3.19)$$

O segundo termo do lado direito da Equação (3.19) é igual a zero. De fato, dois casos devem ser considerados. Primeiro:  $\chi_0$  pertence a  $I$  e  $\frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ii}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) = 0$ , considerando-se que  $\sigma^* = \chi_0$  e a Equação (3.15). Segundo:  $\chi_0$  está fora do intervalo  $I$  e  $\sigma^*$  é uma constante igual a  $-\eta\sigma_y$  ou  $\eta\sigma_y$ , tornando  $\frac{\partial \sigma^*}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}})$  igual a zero. Então, conclui-se que

$$\frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \frac{\partial f_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \quad (3.20)$$

### 3.3.1 Critério Drucker-Prager

As Equações (3.14) e (3.20) são agora apresentadas para o caso em que a rocha obedece a uma condição de escoamento de Drucker-Prager.

Definindo  $\|\underline{\underline{a}}\| = (\underline{\underline{a}}:\underline{\underline{a}})^{1/2}$  como a norma de um tensor de segunda ordem e  $desv(\underline{\underline{a}})$  como a parte desviadora de um tensor de segunda ordem, o critério de Drucker-Prager, aplicado ao material rocha, pode ser expresso como

$$f_m(\underline{\underline{\sigma}}_m) = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\underline{\underline{s}}_m\| + \alpha_m (tr(\underline{\underline{\sigma}}_m) - \sigma_r) - \sigma_r \quad (3.21)$$

onde,  $\underline{\underline{\sigma}}_m$  = tensor de tensões da rocha sem tirantes, como anteriormente definido,  $\underline{\underline{s}}_m = desv(\underline{\underline{\sigma}}_m)$ ,  $\sigma_r$  é o limite elástico da rocha submetida à tensão uniaxial de tração, e  $\alpha_m$  é o parâmetro adimensional que varia de zero a um, levando em conta a relação de dependência do critério com as tensões hidrostáticas.

Essa equação pode, alternativamente, ser escrita na forma

$$f_m(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{s}}\| + \alpha_m (tr(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) - \sigma_r) - \sigma_r \quad (3.22)$$

onde  $\underline{\underline{S}} = desv(\underline{\underline{\Sigma}})$  e  $\underline{\underline{s}} = desv(\sigma \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i)$ .

A Equação (3.14) fornece a equação do critério para o material homogeneizado

$$f^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{s}}^*\| + \alpha_m (tr(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) - \sigma_r) - \sigma_r \quad (3.23)$$

onde  $\underline{\underline{s}}^* = desv(\sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i)$  e

$$\begin{aligned}
desv(\underline{e}_j \otimes \underline{e}_i) &= \frac{2}{3} \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r - \frac{1}{3} \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta - \frac{1}{3} \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z, \text{ em } ZR; \\
desv(\underline{e}_j \otimes \underline{e}_i) &= \frac{2}{3} \underline{e}_x \otimes \underline{e}_x - \frac{1}{3} \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y - \frac{1}{3} \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z, \text{ em } ZL; \\
desv(\underline{e}_j \otimes \underline{e}_i) &= \frac{2}{3} \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z - \frac{1}{3} \underline{e}_x \otimes \underline{e}_x - \frac{1}{3} \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y, \text{ em } ZF.
\end{aligned} \tag{3.24}$$

### 3.3.2 Regra do fluxo associado

Para o caso de fluxo associado, obtém-se a derivada do potencial com relação a  $\underline{\underline{\Sigma}}$ , conforme Equação (3.20), derivando o lado direito da Equação (3.22) com relação a  $\underline{\underline{\sigma}}$

$$\frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}}) = \alpha_m \underline{\underline{1}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*}{\|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*\|} \tag{3.25}$$

Para encontrar  $s^*$  é necessário aplicar  $\chi_0$  na Equação (3.16). Por meio da Equação (3.15), encontra-se a seguinte expressão para  $\chi_0$

$$\chi_0(\underline{\underline{\Sigma}}) = \frac{3}{2} \left( S_{ii} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\alpha_m}{\sqrt{1-\alpha_m^2}} \|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*\| - \frac{3}{2} S_{ii} desv(\underline{e}_i \otimes \underline{e}_i) \right) \tag{3.26}$$

Conhecendo-se a forma explícita de  $\frac{\partial f_m}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}(\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^* \underline{e}_i \otimes \underline{e}_i)$ , é possível reescrever a Equação (3.16).

$$\begin{cases} \sigma^* = -\eta\sigma_y \text{ se } \sqrt{\frac{3}{2}}(S_{ii} - s_{ii}^*) + \alpha_m \|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*\| < 0 \\ \sigma^* = \chi_0 \text{ se } \sqrt{\frac{3}{2}}(S_{ii} - s_{ii}^*) + \alpha_m \|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*\| = 0 \\ \sigma^* = \eta\sigma_y \text{ se } \sqrt{\frac{3}{2}}(S_{ii} - s_{ii}^*) + \alpha_m \|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^*\| > 0 \end{cases} \tag{3.27}$$

### 3.4 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

Esta seção tem por finalidade apresentar aspectos do algoritmo utilizado para lidar com a plasticidade do material homogeneizado por meio de uma abordagem de elementos finitos. Esse material anisotrópico, maciço reforçado por tirantes, comporta-se segundo uma lei elastoplástica perfeita, descrita pelas Equações (3.10) a (3.12). Uma descrição detalhada de tal algoritmo iterativo pode ser encontrada, por exemplo, em Crisfield (1991) ou Simo e Hughes (1998). Sua tarefa consiste em calcular a projeção de qualquer estado de tensão sobre o domínio elástico convexo  $G^{hom}$ .

A Figura 3.4 mostra um estado de tensão  $\underline{\underline{\Sigma}}$  fora do domínio elástico  $G^{hom}$ , condição que pode ser expressa como  $f^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}}) > 0$ , e a sua projeção  $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$  sobre  $G^{hom}$  pode ser definida por

$$\begin{cases} \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \dot{\chi} \underline{\underline{A}}^{hom} \frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}), \dot{\chi} \geq 0 \\ f^{hom}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

onde  $\dot{\chi}$  é o multiplicador de Lagrange.

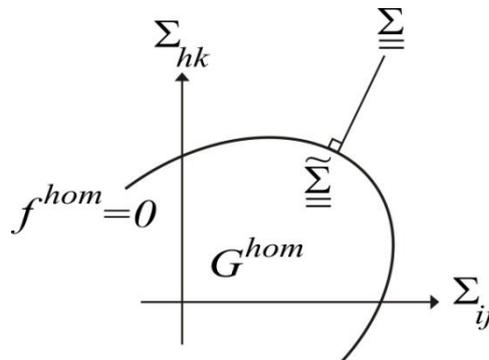


Figura 3.4: Projeção de  $\underline{\underline{\Sigma}}$  sobre o domínio elástico  $G^{hom}$ .

Para tornar explícita a equação acima, usando o critério de Drucker-Prager, é utilizado um procedimento dividido em duas etapas.

Primeira etapa.  $\sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}})$  e  $\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}})$  é o escalar definido pela Equação (3.16) e associado, respectivamente, a  $\underline{\underline{\Sigma}}$  e  $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$ . Nesta etapa, é provado que  $\sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}}) = \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}})$ . Substituindo a Equação (3.4) do tensor elástico homogeneizado na Equação (3.28), obtém-se

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \dot{\chi} \left\{ \lambda_m \text{tr} \left( \frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) \right) \underline{\underline{1}} + 2\mu_m \frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) + K \frac{\partial f^{hom}}{\partial \Sigma_{ii}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) \underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i \right\} \quad (3.29)$$

com

$$\frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*}{\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*\|} + \alpha_m \underline{\underline{1}} ; \quad (3.30)$$

$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^* = \text{desv}(\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) \underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i)$  é a parte desviadora de  $\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) \underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i$  (ver Equação 3.24).

Tomando a parte desviadora dos dois lados da Equação (3.29), obtém-se

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \dot{\chi} \left\{ K \alpha_m \text{desv}(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) + \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*\|} \left[ 2\mu_m (\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*) + K(\tilde{S}_{ii} - \tilde{s}_{ii}^*) \text{desv}(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \right] \right\}. \quad (3.31)$$

O componente  $ii$  da equação acima assume a forma

$$\tilde{S}_{ii} = S_{ii} - \dot{\chi} \left\{ \frac{2}{3} K \alpha_m + \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*\|} \left( 2\mu_m + \frac{2}{3} K \right) (\tilde{S}_{ii} - \tilde{s}_{ii}^*) \right\}. \quad (3.32)$$

Combinando as Equações (3.31) e (3.32), resulta

$$\left( \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \frac{3}{2} \tilde{S}_{ii} \text{desv}(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \right) \left( 1 + \frac{\sqrt{6}\mu_m}{\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*\|} \dot{\chi} \right) = \underline{\underline{\Sigma}} - \frac{3}{2} S_{ii} \text{desv}(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \quad (3.33)$$

e, tomando-se a norma dos dois lados, a igualdade torna-se

$$\left( 1 + \frac{\sqrt{6}\mu_m}{\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*\|} \dot{\chi} \right) \left\| \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \frac{3}{2} \tilde{S}_{ii} \text{desv}(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \right\| = \left\| \underline{\underline{\Sigma}} - \frac{3}{2} S_{ii} \text{desv}(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \right\|. \quad (3.34)$$

Combinando a Equação (3.26) com as Equações (3.32) e (3.34), encontra-se a identidade

$$\begin{aligned} \chi_0(\underline{\underline{\Sigma}}) - \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) &= \left(1 + \frac{\sqrt{6}\mu_m}{\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}^*}\|} \dot{\chi}\right) (\chi_0(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) - \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}})) \\ &+ \frac{K\dot{\chi}}{\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}^*}\|} \left(\sqrt{\frac{3}{2}}(\tilde{S}_{ii} - \tilde{s}_{ii}^*) + \alpha_m \|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}^*}\|\right) \end{aligned} \quad (3.35)$$

que é a base da prova da identidade  $\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = \sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}})$ .

Conforme a Equação (3.16), três situações devem ser consideradas:

- a)  $\chi_0(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) \in I$  então  $\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = \chi_0(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}})$ , e  $\sqrt{\frac{3}{2}}(\tilde{S}_{ii} - \tilde{s}_{ii}^*) + \alpha_m \|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}^*}\| = 0$ , de acordo com a Equação (3.27). Dessa forma, o membro do lado direito da igualdade (3.35) torna-se igual a zero, o que implica  $\chi_0(\underline{\underline{\Sigma}}) = \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) \in I$ . Consequentemente, pela Equação (3.16),  $\sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}}) = \chi_0(\underline{\underline{\Sigma}}) = \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}})$ ;
- b)  $\chi_0(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) > \eta\sigma_0$  então  $\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = \eta\sigma_0$ , e  $\sqrt{\frac{3}{2}}(\tilde{S}_{ii} - \tilde{s}_{ii}^*) + \alpha_m \|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}^*}\| > 0$ , de acordo com a Equação (3.27). Dessa forma, o membro do lado direito da igualdade (3.35) torna-se positivo, o que implica  $\chi_0(\underline{\underline{\Sigma}}) > \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) > \eta\sigma_0$ . Consequentemente, pela Equação (3.16),  $\sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}}) = \eta\sigma_0 = \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}})$ ;
- c)  $\chi_0(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) < -\eta\sigma_0$ , pode-se recorrer a argumentos semelhantes para provar que  $\sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}}) = -\eta\sigma_0 = \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}})$ .

É importante destacar que a igualdade  $\sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}}) = \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}})$  implica  $\underline{\underline{\Sigma}}^* = \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}^*}$ .

Segunda etapa. O objetivo do algoritmo, foco desta seção, é calcular  $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$ . As igualdades estabelecidas na primeira etapa desta exposição são bases para o desenvolvimento apresentado a seguir. Duas situações são agora consideradas:  $x_0(\underline{\underline{\Sigma}}) \in I$  e  $x_0(\underline{\underline{\Sigma}}) \notin I$ .

- $x_0(\underline{\underline{\Sigma}}) \in I$ , conseqüentemente  $\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = \sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}}) = x_0(\underline{\underline{\Sigma}})$ , pelo exposto na etapa anterior, e  $\sqrt{\frac{3}{2}}(\tilde{s}_{ii} - \tilde{s}_{ii}^*) + \alpha_m \|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}^*}\| = 0$ , de acordo com a Equação (3.27). Aplicando esta última igualdade à Equação (3.29), obtém-se

$$\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{s}}^* = (\underline{\underline{\tilde{S}}} - \underline{\underline{\tilde{s}}^*}) \left( 1 + \frac{\sqrt{6}\mu_m}{\|\underline{\underline{\tilde{S}}} - \underline{\underline{\tilde{s}}^*}\|} \dot{\chi} \right) \quad (3.36)$$

e, tomando-se a norma dos dois lados da igualdade,

$$\|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{s}}^*\| = \|\underline{\underline{\tilde{S}}} - \underline{\underline{\tilde{s}}^*}\| + \sqrt{6}\mu_m \dot{\chi} \quad (3.37)$$

A igualdade (3.29), quando aplicada aos seus termos hidrostáticos, assume a forma

$$tr \underline{\underline{\Sigma}} = tr \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} + 3k_m \dot{\chi} tr \left( \frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) \right) = tr \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} + 9k_m \alpha_m \dot{\chi} \quad (3.38)$$

onde a condição  $\frac{\partial f^{hom}}{\partial \Sigma_{ii}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = 0$ , que define o valor de  $\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}})$ , foi usada. Para tornar a igualdade mais simples, é utilizado o módulo de compressibilidade da rocha, definido como  $k_m = \lambda_m + \frac{2}{3}\mu_m$ . Combinando as Equações (3.37) e (3.38) com a condição  $f^{hom}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = f_m(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) \underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_j) = 0$ , encontra-se

$$\dot{\chi} = \frac{f^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}})}{3\mu_m + 9k_m \alpha_m^2} \quad (3.39)$$

O valor do multiplicador de Lagrange, definido na igualdade acima, é substituído nas Equações (3.34) e (3.36) e, finalmente, a expressão da projeção  $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$  é alcançada.

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \frac{f^{hom}(\underline{\underline{\Sigma}})}{3\mu_m + 9k_m \alpha_m^2} \left\{ 3k_m \alpha_m \underline{\underline{1}} + \sqrt{6} \mu_m \frac{\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{s}}^*}{\|\underline{\underline{S}} - \underline{\underline{s}}^*\|} \right\} \quad (3.40)$$

- $\chi_0(\underline{\underline{\Sigma}}) \notin I$ , consequentemente  $\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = \sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}}) = \eta\sigma_0$  ou  $-\eta\sigma_0$ . Nesse caso

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \dot{\chi} A^{hom} : \left( \alpha_m \underline{\underline{1}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{T}}}{\|\underline{\underline{T}}\|} \right) \quad (3.41)$$

onde,

$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{S}} - \underline{\underline{s}}^* - [A(S_{ii} - s_{ii}^*) + B\alpha_m] desv(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \quad (3.42)$$

sendo,

$$A = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{K\dot{\chi}}{\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*\| + \sqrt{\frac{3}{2}}\dot{\chi}(2\mu_m + 2K/3)} \quad (3.43)$$

$$B = AK(1 - 2A/3) \frac{\sigma_m(1 + \alpha_m) - \alpha_m(tr\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^*) + \alpha_m(S_{ii} - s_{ii}^*)A}{3/2K(1 - A/A_0) - A\alpha_m^2(9k_m + K - 2/3KA)} \quad (3.44)$$

$$A_0 = \frac{3/2}{1 + 3\mu_m/K} \quad (3.45)$$

$$\dot{\chi} = \frac{B}{K(1 - 2A/3)} \quad (3.46)$$

A demonstração da Equação (3.41) encontra-se no Anexo 1.

## 4 VALIDAÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA

Conforme exposto no capítulo de introdução (Capítulo 1), neste trabalho são apresentados dois métodos para análise de túneis reforçados: o método de homogeneização e o método incorporado. A partir desses métodos, dois códigos foram implementados.

Considerando que o foco principal está no método de homogeneização, neste capítulo é descrito o código que utiliza tal abordagem, formulada no capítulo anterior, para lidar com o maciço reforçado. Objetivando validar esse código, são analisados quatro exemplos, sendo que o quarto é uma confrontação dos dois métodos, já que são comparados resultados obtidos pelos dois códigos desenvolvidos. Por essa razão, na mesma seção em que é apresentado o quarto exemplo, é mostrada a formulação do método incorporado. O código implementado com este método tem estrutura muito semelhante à do código que utiliza o método de homogeneização.

Os quatro exemplos citados no parágrafo anterior referem-se a túneis de seção circular. Concluindo o capítulo é apresentado um breve estudo de um túnel com seção do tipo ferradura.

### 4.1 Código numérico - método de homogeneização

O código desenvolvido é capaz de modelar obras com comportamento não-linear provocado por não linearidades materiais. A hipótese das pequenas deformações é adotada. O comportamento do maciço é considerado elastoplástico perfeito e o modelo constitutivo escolhido para sua caracterização é o de Drucker-Prager. O comportamento do revestimento é considerado sempre elástico. Quando a rocha é reforçada, o algoritmo utilizado para lidar com a plasticidade do material homogeneizado é o apresentado no Capítulo 3. O método para a solução do sistema de equações não-lineares é o de Newton-Raphson clássico.

O método numérico usado na construção do modelo computacional é o Método dos Elementos Finitos, como já mencionado anteriormente.

O processo de escavação, que tem seu ciclo representado na Figura 2.23, é modelado pelo método da "ativação-desativação". Em tal método, o processo de escavação é simulado pela “desativação” da rigidez dos elementos que representam o maciço removido durante o passo de escavação (avanço da face). Essa “desativação” consiste em uma redução da ordem de  $10^{-10}$  do módulo de Young do material que constitui o elemento desativado. Esses elementos permanecem disponíveis na malha e as tensões em seu interior são igualadas a zero. A instalação do suporte é simulada pela “reativação” dos elementos que representam o suporte, já previstos no momento da construção da malha, e que, no passo anterior, haviam sido desativados. Os elementos reativados passam a ter o material do suporte. Após, em um novo passo de escavação, as forças nodais equivalentes são aplicadas e as respostas do maciço e do suporte são obtidas (HANAFY; EMERY, 1980, 1982; BERNAUD, 1991).

O algoritmo desenvolvido pode ser resumido no fluxograma da Figura 4.1 que utiliza as seguintes variáveis:

$\underline{\underline{K}}$  = matriz global de rigidez do meio;

$\underline{u}$  = vetor global de deslocamentos totais;

$\Delta \underline{u}$  = vetor global de deslocamentos relativos a uma iteração;

$\underline{F}$  = vetor global de forças nodais;

$\underline{f}_b$  = vetor global de forças nodais equivalentes às forças de volume; (4.1)

$\underline{f}_s$  = vetor global de forças nodais equivalentes às forças de superfície;

$\underline{f}_{\sigma_0}$  = vetor global de forças nodais equivalentes às forças decorrentes das tensões iniciais  $\underline{\sigma}_0$ ;

$\gamma_m$  = peso específico do maciço.

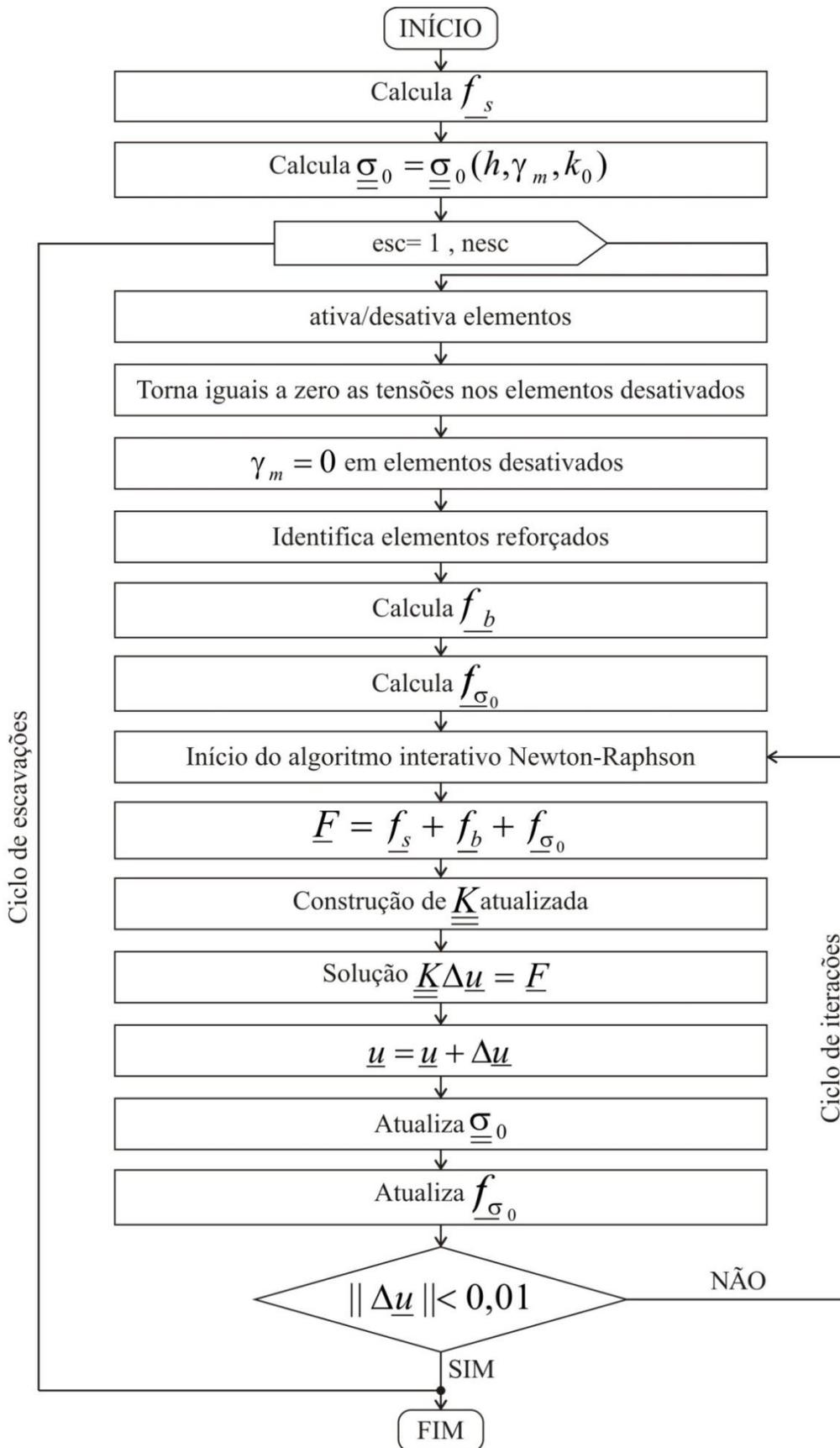


Figura 4.1: Fluxograma do algoritmo numérico.

## 4.2 Análises para verificação e validação

Com o objetivo de verificar a eficiência do código desenvolvido com a abordagem de homogeneização, foram analisados quatro casos. No primeiro, a comparação é feita com uma solução analítica. No segundo e terceiro, são comparados os resultados obtidos pelo código desenvolvido com os alcançados por outros códigos na análise de dois túneis. O quarto exemplo consiste na comparação dos dois códigos desenvolvidos. Neste trabalho, tanto as malhas como as figuras que representam isovalores foram desenvolvidas com o código GID e as curvas que representam os deslocamentos foram feitas com o código Matilab. Os arquivos de dados com os pontos inicial e final de cada tirantes, necessário ao código desenvolvido com o método incorporado foram construídos com um código implementado em Fortran.

### 4.2.1 Solução analítica do problema da convergência do túnel 1D

Esta seção mostra uma solução analítica, para posterior comparação com a solução numérica, do problema da convergência de um túnel escavado em uma rocha homogênea, com seção transversal circular e tirantes distribuídos regularmente em seu entorno. Esse túnel é profundo o suficiente, com relação ao seu raio  $R$ , para permitir uma análise axissimétrica em deformações planas. Neste tipo de análise, o processo de escavação é simulado por uma pressão fictícia aplicada sobre a parede do túnel, que decresce de um valor inicial  $P_\infty = \gamma h$  até zero, onde  $\gamma$  é o peso específico da rocha e  $h$  é a profundidade do túnel. Sob tais condições, o deslocamento de algum ponto do maciço toma a seguinte forma:

$$\underline{\xi} = u_r(r)\underline{e}_r \quad (4.2)$$

onde a função  $u_r$  satisfaz a seguinte equação diferencial de segunda ordem (de BUHAN; SUDRET, 2000)

$$(1 + kR/r)u_r''(r) + (u_r(r)/r)' = 0 \quad (4.3)$$

com  $k = \frac{K_0/R}{\lambda+2G}$ , onde  $K_0 = d_r S_r E_r$  e  $\lambda$  e  $G$  são as constantes elásticas de Lamé da rocha.

Quando o comprimento dos tirantes é considerado infinito, a convergência máxima correspondente à completa remoção da pressão fictícia é dada por

$$u_r(r) = \frac{-P_\infty R \left[ 1 - \frac{r}{kR} \ln \left( 1 + \frac{kR}{r} \right) \right]}{(\lambda + 2G) \ln(1+k) - 2(\lambda + G) [1 - \ln(1+k)/k]} \quad (4.4)$$

Com a finalidade de validar o código desenvolvido, é realizada uma comparação com os resultados obtidos pela solução analítica para o problema elástico.

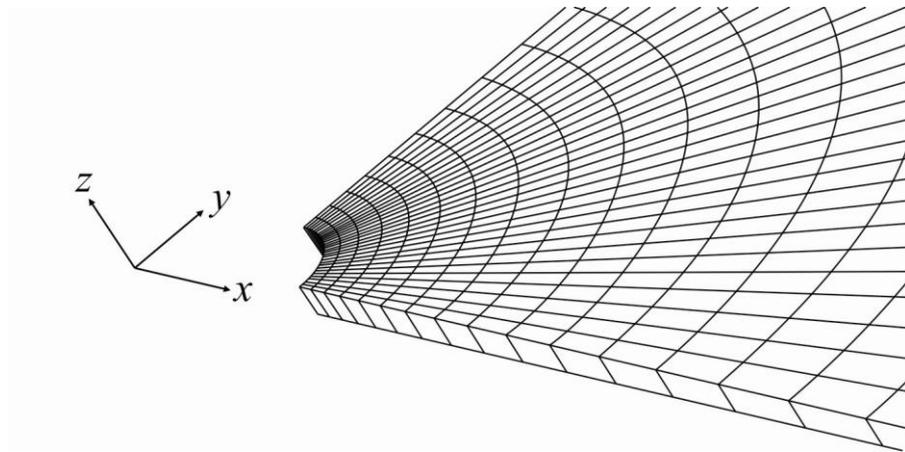


Figura 4.2: Malha utilizada na solução numérica.

Para esta simulação, uma malha com 900 elementos hexaédricos de 20 nós foi utilizada. Devido à simetria do problema, somente um quarto da estrutura que o representa foi utilizado. A Figura 4.2 mostra a malha, que tem uma espessura de 0,5 m, 1 m de raio interno e 50m de raio externo. Os dados utilizados para comparar as soluções analítica e numérica são os seguintes:

$$\begin{aligned} E_m &= 150 \text{ MPa}, & v_m &= 0,25, & P_\infty &= 1,5 \text{ MPa}, & R &= 1 \text{ m} \\ \beta_r &= 20^\circ, & p_r &= 0,5 \text{ m}, & E_r &= 2,1 \times 10^5 \text{ MPa}, & S_r &= 10^{-4} \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Os significados desses parâmetros já foram apresentados no Capítulo 3.

Na Figura 4.3, a perfeita correspondência entre as soluções analítica e numérica valida o código numérico para problemas elásticos.

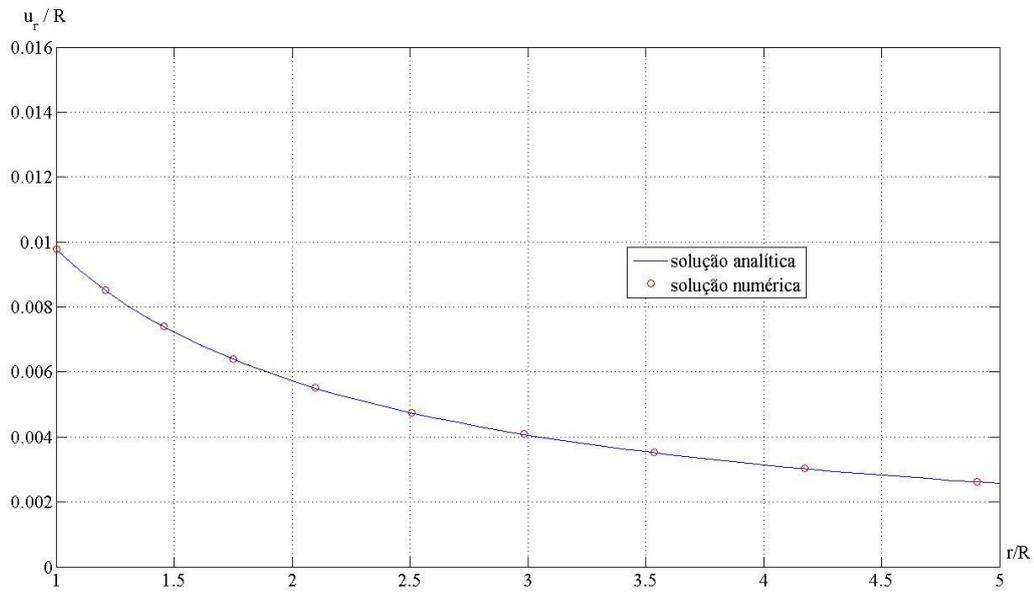


Figura 4.3: Comparação entre as soluções analítica e numérica.

#### 4.2.2 Túnel superficial não revestido

O primeiro caso consiste na análise de um túnel elástico superficial não revestido, escavado em um solo e com seção transversal circular, já estudado por Farias et al. (2004) e Moraes Jr. (1999). A geometria do túnel e os parâmetros referentes ao solo estão resumidos na Tabela 4.1. O processo de escavação é simulado com seção plena, e a variação do passo de avanço está representada na Tabela 4.2.

Tabela 4.1: Dados do teste baseado na análise de um túnel superficial não revestido.

Comprimento do túnel	57,6 m
Raio da seção do túnel ( $R$ )	4,8 m
Módulo de Young do maciço ( $E$ )	13,5 MPa
Coefficiente de Poisson do maciço ( $\nu$ )	0,375
Coefficiente de empuxo horizontal ( $k_0$ )	0,5
Peso específico do maciço ( $\gamma_m$ )	15 k N/m <sup>3</sup>

Tabela 4.2: Passo de avanço em função do diâmetro  $D$ .

Escavação	Avanço
1 <sup>a</sup>	$D$
2 <sup>a</sup>	$0,5 D$
3 <sup>a</sup>	$0,5 D$
4 <sup>a</sup>	$0,25 D$
5 <sup>a</sup>	$0,25 D$
6 <sup>a</sup>	$0,25 D$
7 <sup>a</sup>	$0,25 D$
8 <sup>a</sup>	$0,25 D$
9 <sup>a</sup>	$0,25 D$
10 <sup>a</sup>	$0,25 D$
11 <sup>a</sup>	$0,25 D$
12 <sup>a</sup>	$0,5 D$
13 <sup>a</sup>	$0,5 D$
14 <sup>a</sup>	$D$

O túnel em estudo está a uma profundidade de 10 m. A malha usada é constituída de 2448 elementos (Figura 4.4). Seu comprimento na direção do túnel é 57,60 m, a largura é igual a 24 m, enquanto a altura é de 38,80 m.

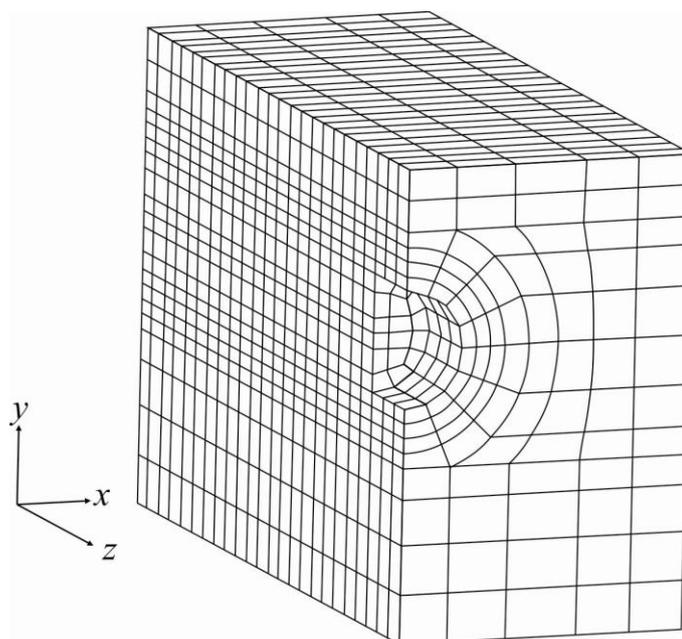


Figura 4.4: Malha tridimensional de 2448 elementos.

Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos.

O objetivo da análise é obter os deslocamentos verticais para cada avanço da escavação em alguns pontos de uma seção transversal de controle. Esta seção de controle está localizada no meio do túnel. Conforme mostrado na Tabela 4.2, a escavação se dá por meio de quatorze avanços, sendo, no sétimo avanço, que a frente de escavação alcança a seção de controle.

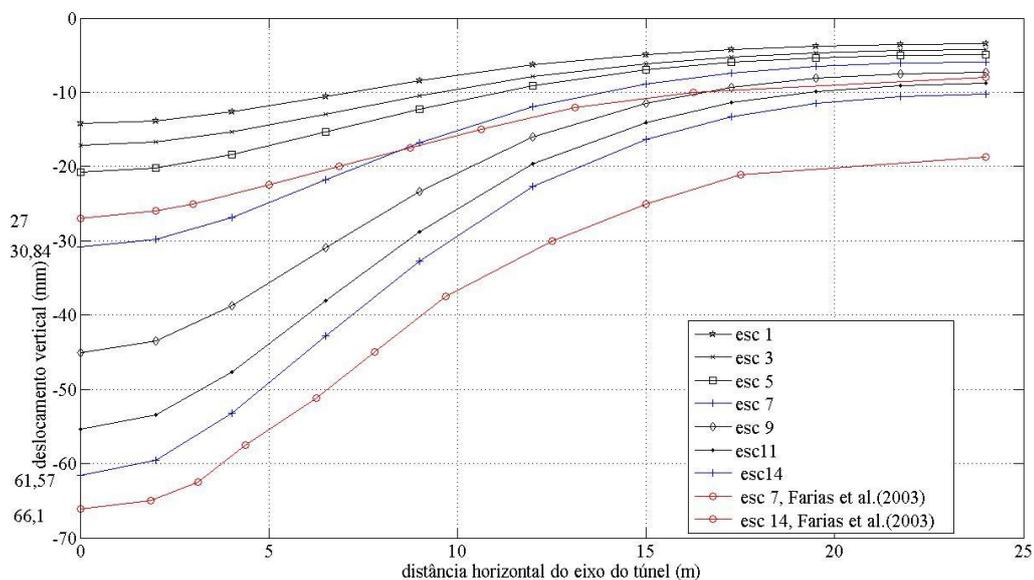


Figura 4.5: Deslocamentos verticais de pontos localizados na superfície.

A Figura 4.5 representa os deslocamentos verticais dos pontos da seção de controle, localizados na superfície. Cada curva refere-se a um avanço da frente de escavação. Quando a frente de escavação alcança a seção de controle, o deslocamento do ponto da superfície, localizado no eixo vertical que passa pelo centro do túnel, é 30,84 mm. Ao final do processo de escavação, o deslocamento do mesmo ponto é 61,57 mm. Nos textos referenciados, os deslocamentos correspondentes são 27 mm e 66,1 mm.

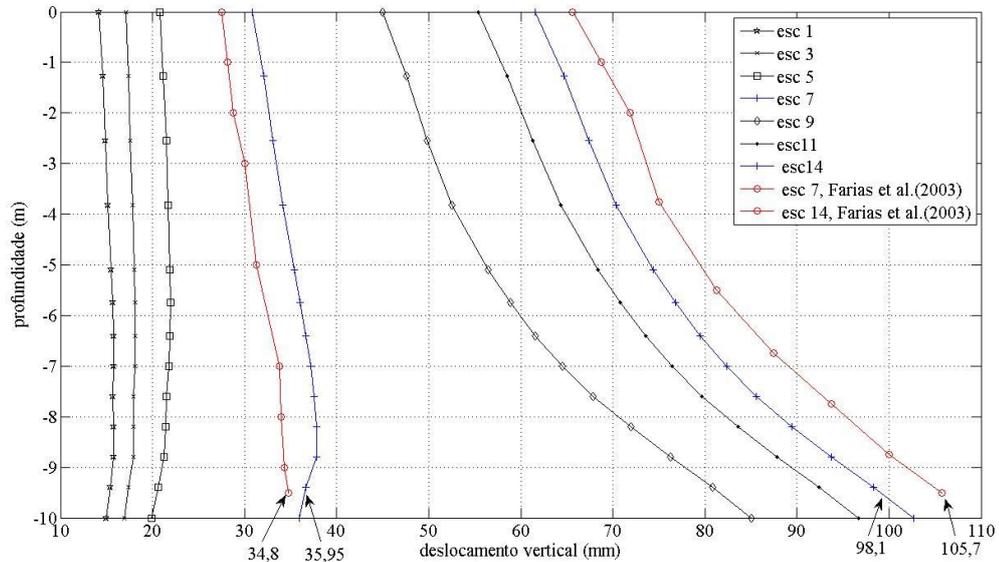


Figura 4.6: Deslocamentos verticais com a profundidade.

A Figura 4.6 representa os deslocamentos verticais dos pontos da seção de controle, localizados sobre o eixo vertical que passa pelo centro do túnel, entre o teto do túnel e a superfície. Ao fim do sétimo avanço, o deslocamento de um ponto a uma profundidade de 9,5 m é 35,95 mm. Após o último avanço, o deslocamento deste ponto é 98,1 mm. Os deslocamentos correspondentes, nos textos citados, são 34,8 mm e 105,7 mm.

Os deslocamentos encontrados são suficientemente próximos daqueles mostrados nos trabalhos referenciados para serem considerados satisfatórios. As diferenças existentes possivelmente estão relacionadas às condições de contorno utilizadas. Neste trabalho, foram considerados indeslocáveis, na direção normal à superfície, os nós situados nas superfícies da malha que fazem fronteira com restante do maciço.

#### 4.2.3 Túnel em axissimetria

O terceiro teste consiste na comparação dos deslocamentos radiais obtidos pelo código GEOMECH91 (BERNAUD, 1991) com os fornecidos pelo código desenvolvido com o método de homogeneização. Estes resultados referem-se à vigésima quarta escavação de um túnel escavado em um maciço com comportamento elastoplástico perfeito de Drucker-Prager. O sistema de suporte consiste de um revestimento elástico e tirantes passivos. As características

dos materiais e do processo escavação/revestimento estão resumidas nas tabelas apresentadas a seguir.

Tabela 4.3: Parâmetros do maciço.

Módulo de Young ( $E_m$ )	1200 MPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu_m$ )	0,2
Coesão ( $C_m$ )	0,5 MPa
Ângulo de atrito ( $\varphi_m$ )	$30^\circ$
Ângulo de dilatância ( $\psi_m$ )	$10^\circ$

Tabela 4.4: Parâmetros do revestimento.

Espessura ( $e_{rev}$ )	14 cm
Módulo de Young ( $E_{rev}$ )	28000 MPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu_{rev}$ )	0,3

Tabela 4.5: Parâmetros dos tirantes.

Comprimento ( $l_r$ )	180 cm
Diâmetro ( $\phi_r$ )	25 mm
Espaçamento na direção do eixo do túnel ( $e_r$ )	0,9 m
Espaçamento tangencial ( $\beta_r$ )	$24^\circ$
Módulo de Young ( $E_r$ )	210 GPa
Limite de elasticidade ( $\sigma_y$ )	650 MPa

Tabela 4.6: Parâmetros do túnel e do processo de escavação.

Seção transversal	circular
Raio ( $R$ )	1,65 m
Pressão geostática inicial ( $P_\infty$ )	2,5 MPa
Passo de avanço	$1/3 R$
Distância do revestimento à face ( $d_0$ )	0

A malha com 1298 elementos isoparamétricos retangulares de nove nós usada na simulação bidimensional e a malha tridimensional constituída de 3108 elementos e estão representadas na Figura 4.7.

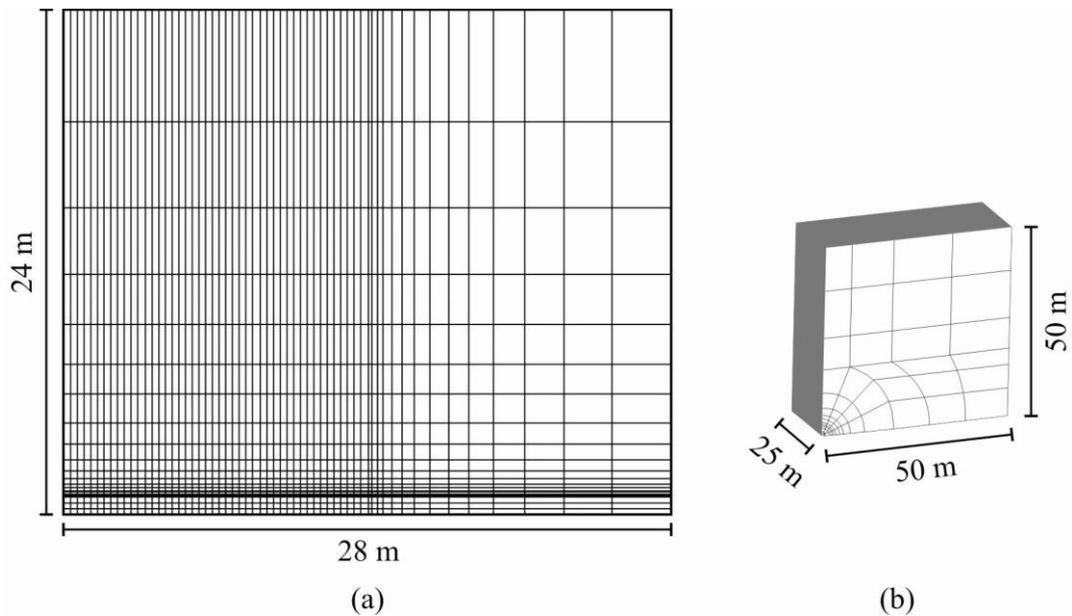


Figura 4.7: (a) malha bidimensional; (b) malha tridimensional.

A Figura 4.8, que refere-se a um caso de axissimetria, representa o deslocamento radial da superfície que delimita o túnel em função da coordenada  $z$  medida ao longo do eixo deste túnel.

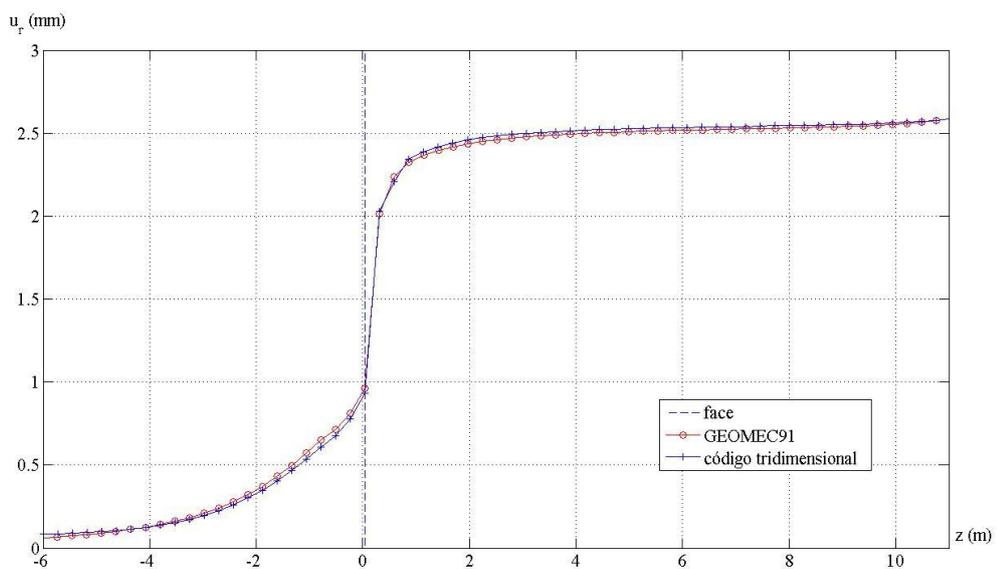


Figura 4.8: Deslocamentos radiais. GEOMECC91 e código desenvolvido com o método de homogeneização.

Verifica-se uma boa concordância entre a curva obtida pelo código GEOMEQ91 e a obtida pelo código tridimensional desenvolvido com o método de homogeneização.

#### 4.2.4 Comparação com método incorporado

No Capítulo 3, foi descrito o método de homogeneização com o objetivo de modelar os tirantes passivos. Nesta seção, com a mesma finalidade, é apresentado o método incorporado. Nas seções anteriores, por meio de um código implementado com o método de homogeneização, tem-se mostrado a eficiência desta abordagem. Conforme já exposto, foi implementado, também, um código com o método incorporado. Ao final da presente seção são comparados os resultados dos dois códigos.

O método incorporado, tradicionalmente utilizado na análise de estruturas de concreto armado, tem em comum com o método de homogeneização a possibilidade de que se utilize uma mesma malha base para diferentes configurações de reforços.

Nesse método, os reforços são representados na sua exata posição espacial, sem nenhum incremento no número de graus de liberdade do sistema, uma vez que os reforços atravessam livremente os elementos sólidos da malha de elementos finitos. A Figura 4.9 mostra esquematicamente a disposição de um reforço com relação aos elementos sólidos.

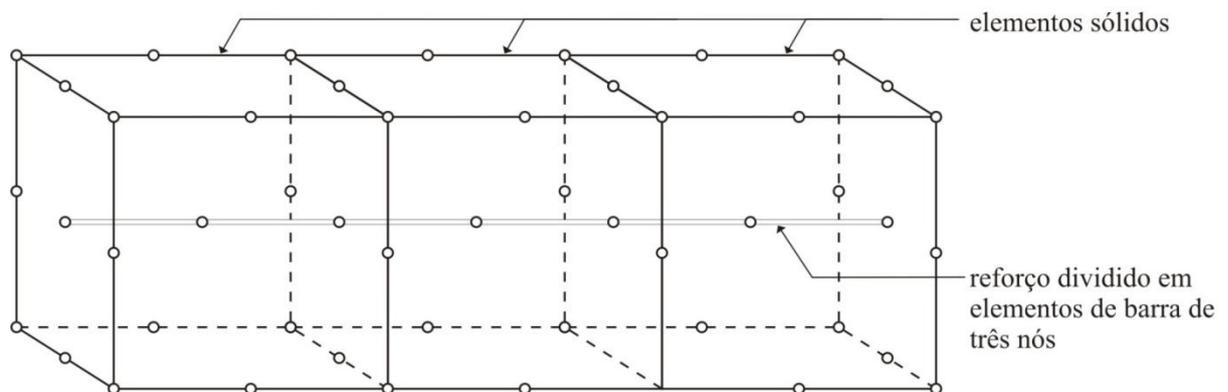


Figura 4.9: Elementos sólidos trespessados por um reforço (DURAND, 2008).

A parte inicial desse método consiste na discretização dos reforços. Em uma análise, uma vez definidas as posições no espaço dos reforços, que neste trabalho são os tirantes passivos, cada tirante é discretizado, ou seja, dividido em segmentos pelos elementos da malha que por ele são atravessados. Estes segmentos são elementos de barra "incorporados" aos elementos sólidos. Tais elementos de barra podem ser considerados virtuais, visto que não possuem conectividade com a malha e a sua contribuição se dá pelo aumento da rigidez do elemento atravessado. Assim sendo, os elementos de barra não possuem nós visíveis em nível global, tornando impossível a aplicação de condições de contorno diretamente sobre eles.

A contribuição de um elemento de barra incorporado é feita por meio da sua matriz de rigidez que deve ser somada a matriz de rigidez do elemento sólido. Para que isso seja possível, é necessário gerar uma matriz de rigidez equivalente, que tenha as mesmas dimensões da matriz do elemento da malha.

Até aqui, dois procedimentos importantes que compõem o método incorporado já foram citados: a discretização dos reforços e a construção da matriz de rigidez equivalente. Para completar a descrição da abordagem, falta citar a construção do vetor de forças internas decorrente do incremento de tensão axial no elemento incorporado, o qual deve ter a mesma dimensão do vetor do elemento sólido para que possa ser somado a este.

Esse método permite a consideração de deslizamento entre reforço e maciço, porém, neste trabalho, é adotada a hipótese de aderência perfeita entre tirante e maciço. Nesta hipótese, os dois materiais possuem o mesmo campo de deslocamentos e, conseqüentemente, de deformações. Assim, é possível deduzir a formulação da matriz de rigidez e do vetor de forças internas por meio da compatibilidade de deslocamentos ou de deformações. A seguir, é apresentada a formulação correspondente à compatibilidade de deformações, baseada naquela desenvolvida por Elwi e Hrudey em 1989 para elementos planos.

No final deste capítulo, é apresentado um exemplo para validação do código desenvolvido. Ele foi construído para que possam ser feitas comparações entre o método incorporado e o de homogeneização.

#### 4.2.4.1 Formulação geométrica

Considerando as coordenadas globais  $(x^*, y^*, z^*)$  dos nós de um elemento de barra, associado a um determinado elemento sólido (Figura 4.10), as coordenadas de qualquer ponto ao longo do elemento de barra, são dadas por

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1^* & 0 & 0 & N_2^* & 0 & 0 & \dots & N_n^* & 0 & 0 \\ 0 & N_1^* & 0 & 0 & N_2^* & 0 & \dots & 0 & N_n^* & 0 \\ 0 & 0 & N_1^* & 0 & 0 & N_2^* & \dots & 0 & 0 & N_n^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1^* \\ y_1^* \\ z_1^* \\ x_2^* \\ y_2^* \\ z_2^* \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n^* \\ y_n^* \\ z_n^* \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

onde,  $N^*$  são funções de interpolação unidimensionais, dependentes da coordenada natural  $\kappa$ ;

$x_n^*, y_n^*, z_n^*$  as coordenadas do nó  $n$ ; e  $n$  é o número de nós do elemento de barra.

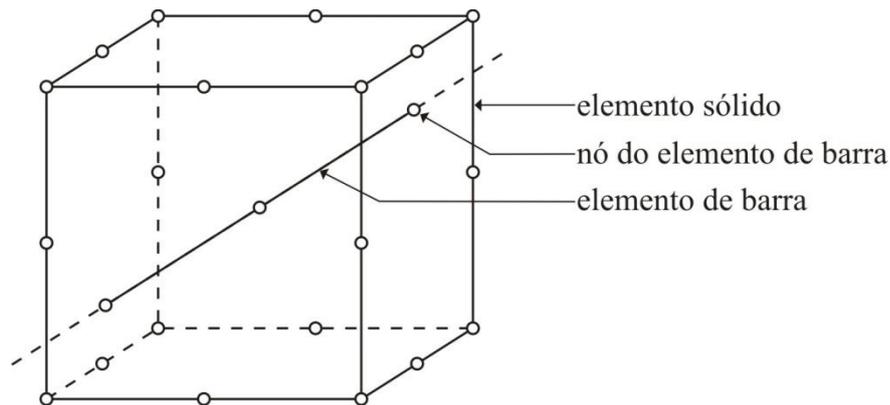


Figura 4.10: Segmento de reforço limitado por um elemento sólido.

Essa formulação permite a utilização de reforços curvos. O número de nós em um elemento de barra depende, então, da complexidade da geometria do reforço, da precisão com que se quer representá-lo e da compatibilidade com o elemento da malha. Neste trabalho, os

elementos de barra têm três nós, já que os reforços são tirantes retos e os elementos sólidos são hexaedros quadráticos. As funções de interpolação para o elemento de barra são polinômios de Lagrange, obtidos diretamente da expressão (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000):

$$N_k^{*n} = \frac{(\kappa - \kappa_0)(\kappa - \kappa_1)\dots(\kappa - \kappa_{m-1})(\kappa - \kappa_{m+1})\dots(\kappa - \kappa_n)}{(\kappa_m - \kappa_0)(\kappa_m - \kappa_1)\dots(\kappa_m - \kappa_{m-1})(\kappa_m - \kappa_{m+1})\dots(\kappa_m - \kappa_n)} \quad (4.8)$$

onde  $n$  é o número de nós do elemento e  $m$  é o número do nó onde o polinômio é igual à unidade.

Para o elemento de barra de três nós, obtém-se as seguintes funções de interpolação:

$$\begin{aligned} N_1^* &= \frac{(\kappa^2 - \kappa)}{2} \\ N_2^* &= (\kappa^2 - \kappa) \\ N_3^* &= \frac{(\kappa^2 + \kappa)}{2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

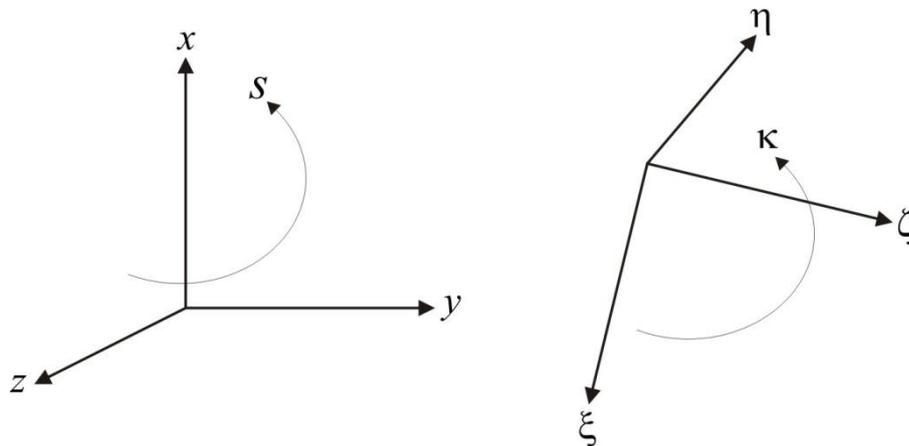


Figura 4.11: Coordenada natural ao longo do eixo do reforço (BONO, 2008).

No cálculo da matriz de rigidez e do vetor de forças associados ao reforço, são necessárias integrações realizadas ao longo deste reforço. Para tanto, é preciso definir um elemento diferencial de comprimento  $ds$  ao longo do reforço, a partir da Equação (4.7). Conforme a Figura 4.11, a orientação da tangente ao reforço é dada pelos ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , tal que:

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{dx}{ds} = \frac{dx}{d\kappa} \frac{d\kappa}{ds} \\ \cos\beta &= \frac{dy}{ds} = \frac{dy}{d\kappa} \frac{d\kappa}{ds} \\ \cos\gamma &= \frac{dz}{ds} = \frac{dz}{d\kappa} \frac{d\kappa}{ds} \end{aligned} \quad (4.10)$$

sendo,  $\cos\alpha$ ,  $\cos\beta$  e  $\cos\gamma$  os cossenos diretores da reta tangente ao reforço no ponto considerado.

Como  $s = s(\kappa)$  é um comprimento medido sobre o reforço e as coordenadas de um ponto qualquer sobre o reforço são

$$x = x(\kappa) \quad y = y(\kappa) \quad z = z(\kappa) \quad (4.11)$$

então,

$$\frac{ds}{d\kappa} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\kappa}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\kappa}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\kappa}\right)^2} \quad (4.12)$$

onde,

$$\begin{Bmatrix} \frac{dx}{d\kappa} \\ \frac{dy}{d\kappa} \\ \frac{dz}{d\kappa} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dN_1^*}{d\kappa} & 0 & 0 & \frac{dN_2^*}{d\kappa} & 0 & 0 & \dots & \frac{dN_n^*}{d\kappa} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dN_1^*}{d\kappa} & 0 & 0 & \frac{dN_2^*}{d\kappa} & 0 & \dots & 0 & \frac{dN_n^*}{d\kappa} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dN_1^*}{d\kappa} & 0 & 0 & \frac{dN_2^*}{d\kappa} & \dots & 0 & 0 & \frac{dN_n^*}{d\kappa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1^* \\ y_1^* \\ z_1^* \\ x_2^* \\ y_2^* \\ z_2^* \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n^* \\ y_n^* \\ z_n^* \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

Assim, o fator  $ds/d\kappa$  necessário às operações de integração ao longo do reforço pode ser avaliado pelas Equações (4.7) a (4.13). Os cossenos diretores podem ser reescritos da forma que segue:

$$\cos \alpha = \frac{\frac{dx}{d\kappa}}{\frac{ds}{d\kappa}} ; \cos \beta = \frac{\frac{dy}{d\kappa}}{\frac{ds}{d\kappa}} ; \cos \gamma = \frac{\frac{dz}{d\kappa}}{\frac{ds}{d\kappa}} \quad (4.14)$$

Um elemento diferencial de volume  $dV_s$  do reforço pode ser expresso em termos do diferencial de comprimento  $ds$  e da área  $A_s$

$$dV_s = A_s ds \quad (4.15)$$

ou fazendo uso do fator de mapeamento  $ds/d\kappa$ , integrais envolvendo elementos de volume ao longo do reforço podem ser escritas em termos de coordenadas naturais  $\kappa$  como

$$\int_{\kappa} C A_s \left( \frac{ds}{d\kappa} \right) d\kappa \quad (4.16)$$

onde  $C$  é uma função dependente da posição ao longo do reforço.

#### 4.2.4.2 Mapeamento inverso

Na formulação que está sendo apresentada, a deformação do elemento de barra corresponde à deformação do elemento sólido que o envolve. Portanto, para realizar a integração referente a um incremento de trabalho virtual interno no reforço, é necessário determinar a deformação no elemento da malha em pontos sobre o reforço. Assim, para um ponto sobre o reforço com coordenadas globais  $(x, y, z)$ , deve-se determinar as coordenadas naturais  $(\xi, \eta, \zeta)$  do elemento da malha, a fim de avaliar a matriz deformação-deslocamento  $\underline{\underline{B}}$ . O mapeamento entre coordenadas locais e globais é feito, usualmente, para elementos isoparamétricos pela equação

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \\ y_n \\ z_n \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

onde,  $N$  são funções de interpolação, dependentes da coordenada natural  $(\xi, \eta, \zeta)$ ;  $x_n, y_n, z_n$  são as coordenadas do nó  $n$ ; e  $n$  é o número de nós do elemento da malha.

A relação inversa é difícil de ser obtida explicitamente, tornando necessário a utilização de um método numérico. Elwi e Hrudey (1989) sugerem a utilização do Método de Newton-Raphson, entretanto, nas sub-rotinas desenvolvidas por Jost (2006) e incorporadas neste trabalho, foi utilizado um algoritmo fornecido por uma biblioteca do FORTRAN, que resolve sistemas de equações não-lineares através de um algoritmo híbrido Powell modificado e aproximações através de diferenças finitas para o Jacobiano.

A metodologia utilizada na determinação dos elementos de barra, os quais são segmentos dos tirantes contidos no interior dos elementos malha que representa o maciço, está descrita em Jost (2006).

#### 4.2.4.3 Matriz de rigidez e vetor de forças internas do elemento de barra

Na abordagem aqui apresentada, é necessário obter a deformação axial da barra a partir do campo de deformações do elemento sólido. O vetor de deformações dentro do elemento sólido é dado por  $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{u}}_e$ , em que  $\underline{\underline{B}}$  representa a matriz deformação-deslocamento deste elemento. Obtido tal vetor, a determinação da deformação axial em um ponto do domínio da barra pode ser obtida por meio da projeção de  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  na direção  $[\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma]$  da tangente a este ponto, podendo ser expressa como se segue:

$$\varepsilon_s = \underline{\underline{T}} \underline{\underline{B}} \underline{\underline{u}}_e \quad (4.18)$$

onde, o índice  $s$  indica que a grandeza refere-se ao reforço e

$$\underline{\underline{T}} = [\cos^2\alpha \quad \cos^2\beta \quad \cos^2\gamma \quad \cos\alpha\cos\beta \quad \cos\alpha\cos\gamma \quad \cos\beta\cos\gamma] \quad (4.19)$$

Uma vez obtida a deformação axial do reforço em função dos deslocamentos nodais do elemento sólido, a matriz de rigidez do elemento de barra fica determinada por

$$\underline{\underline{K}}_{e,s} = \int_{V_s} (\underline{\underline{T}} \underline{\underline{B}})^T E_s (\underline{\underline{T}} \underline{\underline{B}}) dV_s \quad (4.20)$$

onde  $E_s$  é o módulo de elasticidade longitudinal do reforço.

Na integração numérica dessa equação, a matriz  $\underline{\underline{B}}$  deve ser avaliada para os pontos de integração do elemento de barra. Assim sendo, é necessário encontrar as coordenadas naturais do elemento sólido por meio do mapeamento inverso das coordenadas globais dos pontos de integração do elemento de barra.

Após a solução do sistema e da determinação dos deslocamentos nodais e do incremento de tensão axial  $\Delta\sigma$  no elemento incorporado, o vetor de forças internas do elemento de barra pode ser calculado como segue:

$$\Delta\underline{\underline{F}}_{e,s} = \int_{V_s} (\underline{\underline{T}} \underline{\underline{B}})^T \Delta\sigma_i dV_s \quad (4.21)$$

Na integração numérica desta equação, devem ser levadas em conta as mesmas considerações feitas para a matriz de rigidez.

É importante observar que a matriz de rigidez do elemento de barra tem as mesmas dimensões da matriz do elemento da malha. Ela refere-se a um segmento de tirante, podendo haver vários no interior do mesmo elemento sólido, a cada um correspondendo uma matriz de rigidez que é somada a do elemento da malha no momento da montagem do sistema. Essas observações são válidas, também, para o vetor de forças internas.

Tendo em vista a Equação (4.16), as Equações (4.20) e (4.21) podem ser reescritas da seguinte forma

$$\underline{\underline{K}}_{e,s} = \int_{\kappa} (\underline{\underline{T}} \underline{\underline{B}})^T E_s (\underline{\underline{T}} \underline{\underline{B}}) A_s \left(\frac{ds}{d\kappa}\right) d\kappa \quad (4.22)$$

$$\Delta \underline{F}_{e,s} = \int_{\kappa} \left( \underline{T} \underline{B} \right)^T \Delta \sigma A_s \left( \frac{ds}{d\kappa} \right) d\kappa \quad (4.23)$$

ou na forma utilizada para a integração numérica

$$\underline{K}_{e,s} = \sum_i^{npg} \left( \underline{T} \underline{B} \right)_i^T E_s \left( \underline{T} \underline{B} \right)_i A_s \left( \frac{ds}{d\kappa} \right) w_i \quad (4.24)$$

$$\Delta \underline{F}_{e,s} = \sum_{i=1}^{npg} \left( \underline{T} \underline{B} \right)_i^T \Delta \sigma_i A_s \left( \frac{ds}{d\kappa} \right) w_i \quad (4.25)$$

onde  $npg$  é o número de pontos de integração e  $w_i$  é o fator de peso de integração associado ao ponto  $i$ . Para cada ponto de integração, a matriz  $\underline{B}$  é avaliada do modo já exposto e a derivada  $ds/d\kappa$  é calculada por meio das equações (4.12) e (4.13) para o valor de  $\kappa$  correspondente ao ponto  $i$ .

#### 4.2.4.4 Validação

Buscando validar o código implementado, verificam-se as tensões axiais que atuam nos reforços dispostos no interior de dois elementos sólidos formando uma treliça. Os resultados obtidos são comparados com as tensões encontradas analiticamente, considerando-se a treliça isoladamente. A Figura 4.12 mostra os elementos sólidos, a configuração dos reforços e as condições de contorno.

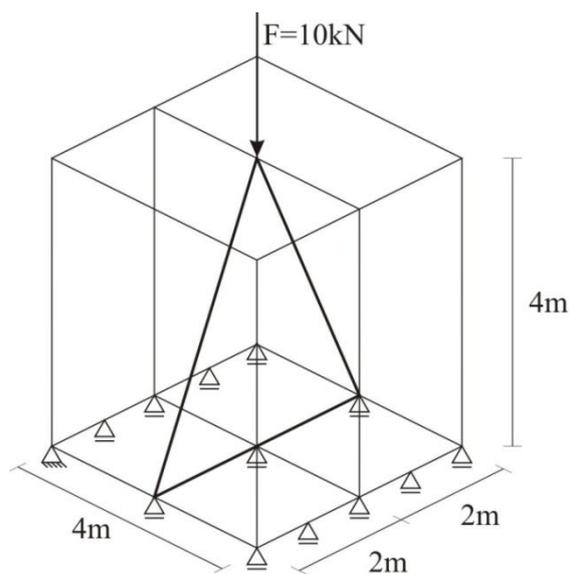


Figura 4.12: Reforços formando uma treliça no interior de elementos sólidos e condições de contorno.

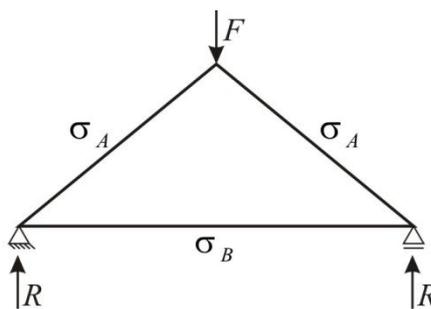
Para que os resultados obtidos pelo código sejam comparáveis aos encontrados analiticamente, é necessário que os elementos sólidos tenham rigidez muito baixa. Dessa maneira, a carga é transferida preferencialmente aos reforços que atuam de forma semelhante a uma treliça isolada. A malha de elementos sólidos é composta por hexaedros de vinte nós e os reforços são discretizados em elementos de barra de três nós. Nesta análise, tanto os elementos sólidos como os de barra são considerados elástico lineares e seus parâmetros são mostrados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Parâmetros dos materiais.

Material	Parâmetros	
Sólido	$E = 2.1 \times 10^{-3} \text{ MPa}$	$\nu = 0,3$
Barra	$E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$	$A_{sec} = 5,07 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Os nós da treliça onde são aplicadas as condições de contorno correspondem, necessariamente, a nós da malha de elementos sólidos, já que no método incorporado não é possível que estas sejam aplicadas diretamente sobre os reforços.

A Figura 4.13 mostra que os resultados obtidos na análise numérica são muito próximos aos obtidos de forma analítica.



	Solução	
	Analítica	Numérica
$R$	5 kN	4,99kN
$\sigma_A$	11 025,64 kPa	11 032,32 kPa
$\sigma_B$	4 930,96 kPa	4 933,79 kPa

Figura 4.13: Comparação das soluções numérica e analítica.

#### 4.2.4.5 Comparação dos dois códigos

O quarto teste consiste na comparação dos deslocamentos radiais obtidos pelo código desenvolvido com o modelo incorporado com os fornecidos pelo código desenvolvido com o método de homogeneização. Tais resultados incluem a deformada de uma seção situada em  $z = 9,95$  m (Figuras 4.17 e 4.18), depois do vigésimo quarto avanço da escavação de um túnel escavado em um maciço com comportamento elastoplástico perfeito, segundo o critério de Drucker-Prager. O sistema de suporte consiste somente de tirantes passivos. As características dos materiais e do processo escavação/revestimento estão resumidas nas tabelas apresentadas a seguir.

Tabela 4.8: Parâmetros do maciço.

Módulo de Young ( $E_m$ )	500 MPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu_m$ )	0,45
Coesão ( $C_m$ )	1,2 MPa
Ângulo de atrito ( $\varphi_m$ )	$4^\circ$
Coefficiente de empuxo horizontal ( $k_0$ )	0,75
Peso específico ( $\gamma_m$ )	25 kN/m <sup>3</sup>

Tabela 4.9: Parâmetros dos tirantes.

Comprimento ( $l_r$ )	330 cm
Diâmetro ( $\phi_r$ )	25 mm
Espaçamentos $p_r$ e $\beta_r$	0,9 m e Fig. 4.14
Módulo de Young ( $E_r$ )	210 GPa
Limite de elasticidade ( $\sigma_y$ )	650 MPa

Tabela 4.10: Parâmetros do túnel e do processo de escavação.

Seção transversal	circular
Raio ( $R$ )	1,65 m
Passo de avanço	$1/3 R$
Distância do revestimento à face ( $d_0$ )	0
Profundidade( $h$ )	150 m

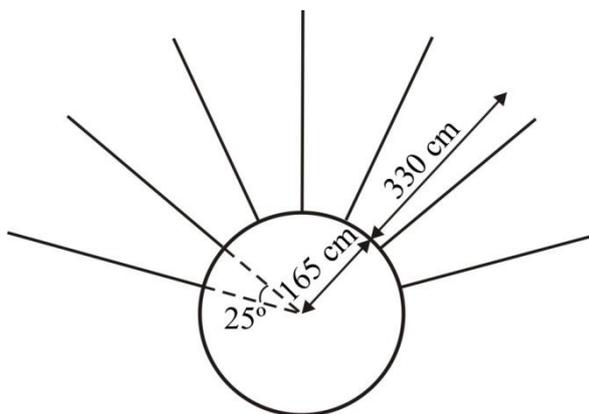


Figura 4.14: Posição dos tirantes.

A malha usada nas duas simulações é constituída de 6808 elementos e está representada na Figura 4.15.

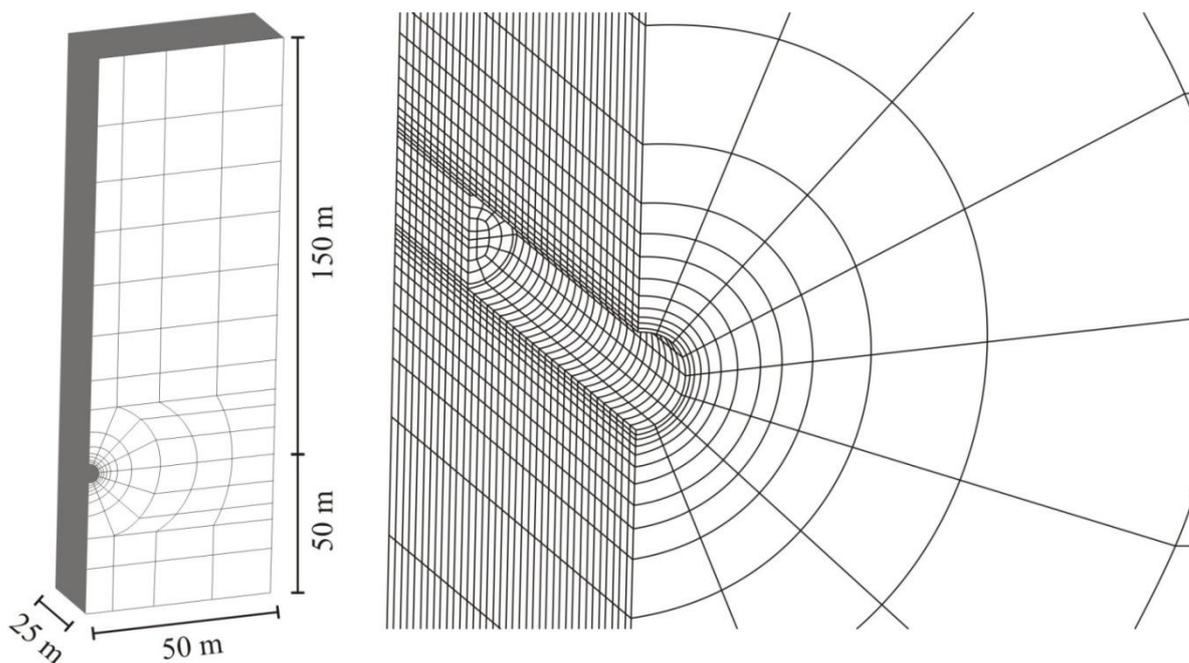


Figura 4.15: Detalhe da malha de 6808 elementos.

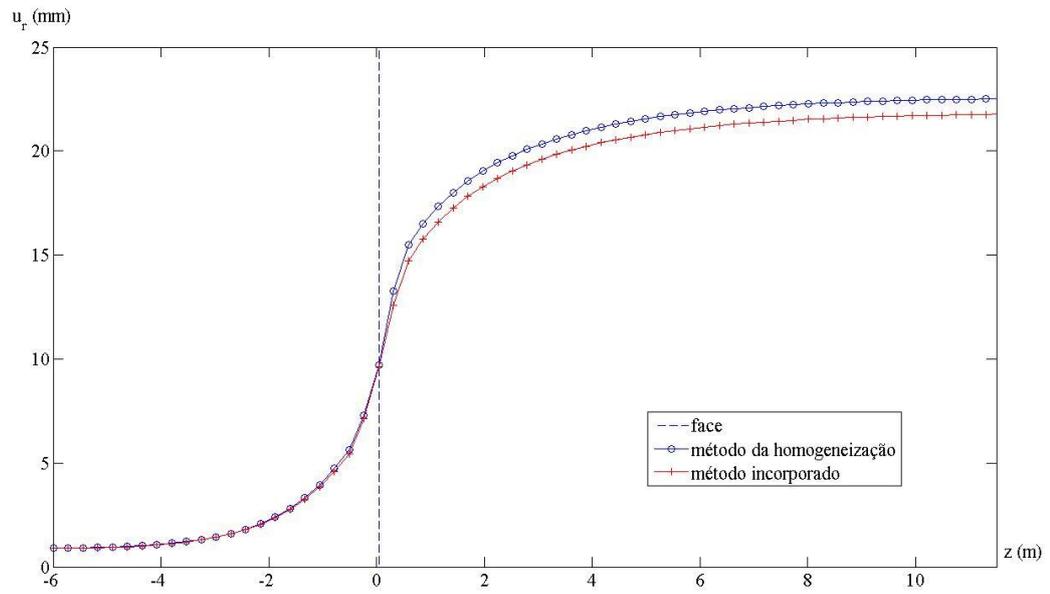


Figura 4.16: Deslocamentos radiais no teto do túnel *versus*  $z$ .

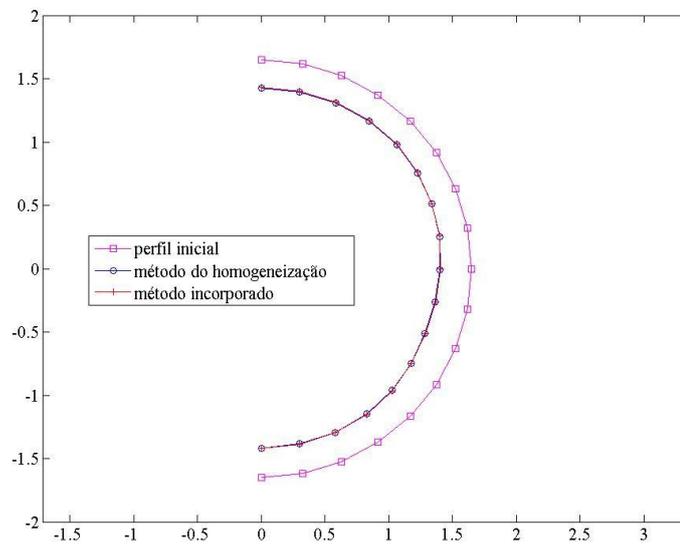


Figura 4.17: Deslocamentos radiais multiplicados por 10 em uma seção transversal em  $z = 9,95$  m.

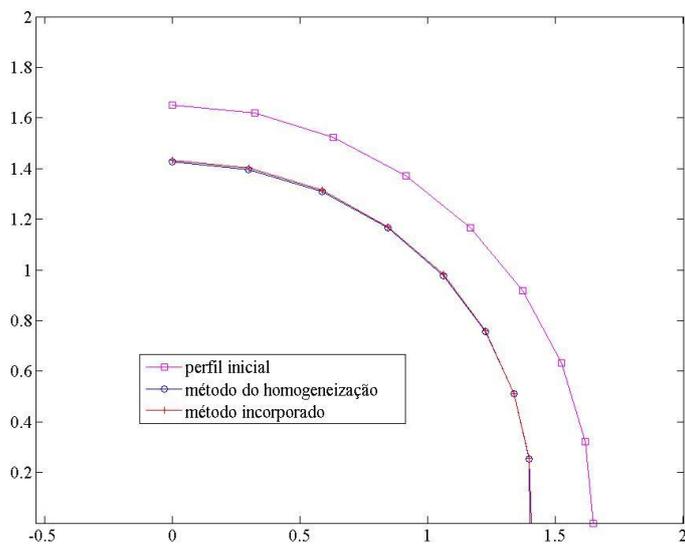


Figura 4.18: Aproximação da Figura 4.17.

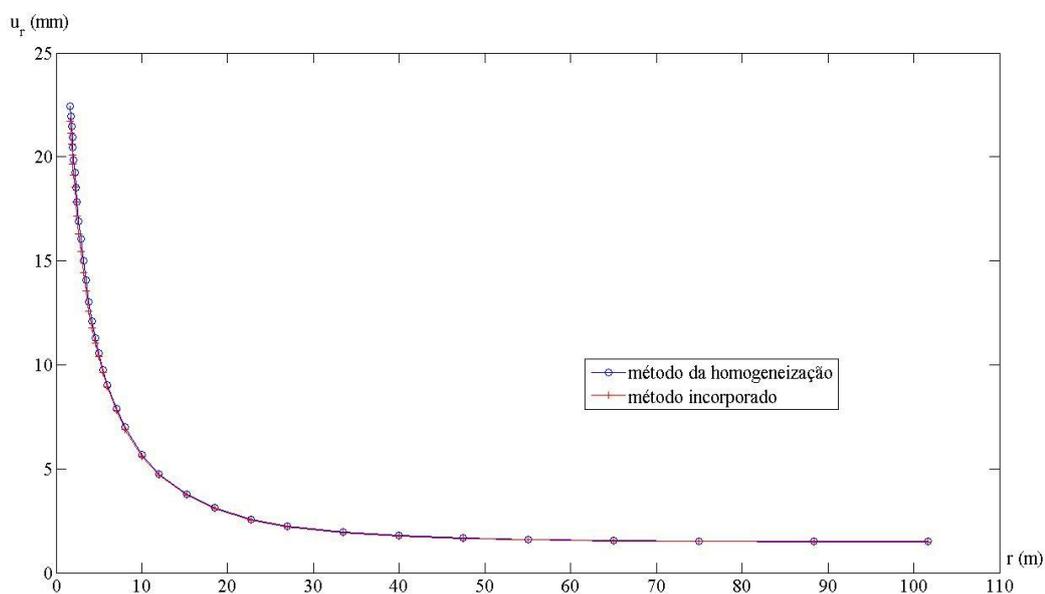


Figura 4.19: Deslocamentos radiais *versus*  $r$  coincidindo com  $y$  em uma seção transversal em  $z = 9,95$  m.

As Figuras 4.16 a 4.19 mostram que as duas abordagens, homogeneização e modelo incorporado, conduzem a resultados muito próximos.

Por fim, pode-se considerar que os testes apresentados, nas seções 4.2.1 a 4.2.3 e nesta seção, validam o código desenvolvido com o método de homogeneização.

### 4.3 Túnel com seção do tipo ferradura

Nas seções anteriores o código desenvolvido com o método de homogeneização foi validado por meio de comparações que usaram túneis de seção transversal circular. O objetivo desta seção é evidenciar as potencialidades do código apresentado o estudo de um túnel com seção transversal tipo ferradura e destacar a importância das análises tridimensionais por meio da variação do coeficiente de empuxo horizontal  $k_0$ , parâmetro que representa a razão entre as tensões geostáticas horizontal e vertical. O túnel em questão tem como sistema de suporte apenas tirantes colocados no teto e na parte superior das paredes, conforme Figura 4.20.

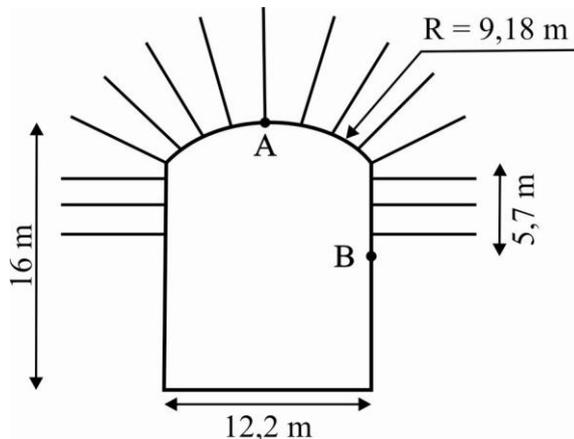


Figura 4.20: Seção transversal e zonas reforçadas.

A malha utilizada na simulação, composta de 5650 elementos hexaédricos, é mostrada na Figura 4.21.

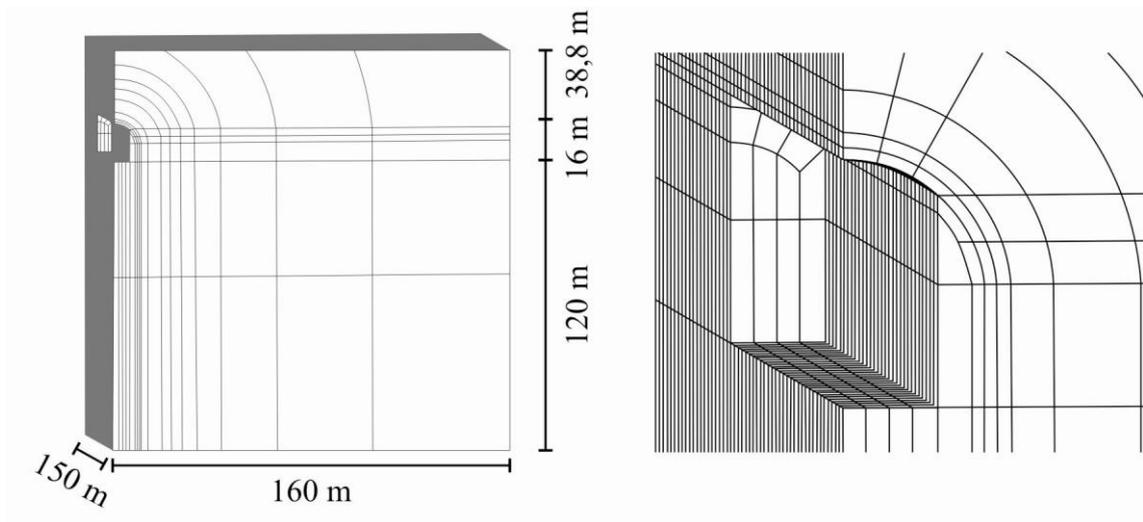


Figura 4.21: Dimensões da malha e aproximação.

O túnel é escavado em um maciço com comportamento elastoplástico perfeito, segundo o critério de Drucker-Prager. As características dos materiais e do processo escavação/revestimento estão resumidas nas tabelas apresentadas a seguir.

Tabela 4.11: Parâmetros do maciço.

Módulo de Young ( $E_m$ )	1000 MPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu_m$ )	0,25
Coesão ( $C_m$ )	0,25 MPa
Ângulo de atrito ( $\varphi_m$ )	$35^\circ$
Coefficiente de empuxo horizontal ( $k_0$ )	0,5 ; 0,75 ; 1
Peso específico ( $\gamma_m$ )	25 kN/m <sup>3</sup>

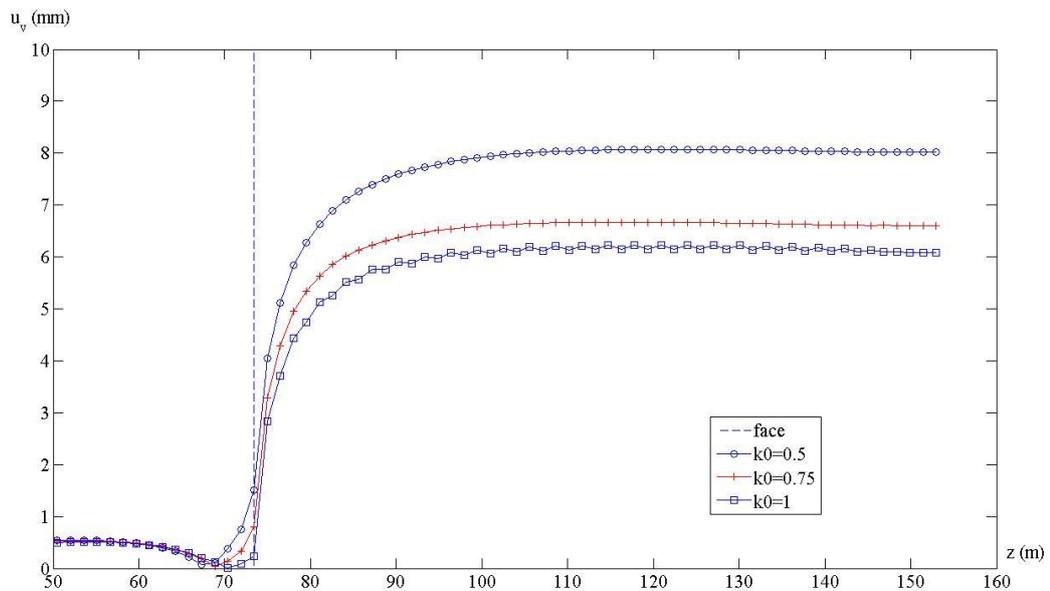
Tabela 4.12: Parâmetros dos tirantes.

Comprimento ( $l_r$ )	350 cm
Diâmetro ( $\phi_r$ )	20 mm
Densidade ( $d$ )	0,25 tirantes/m <sup>2</sup>
Zonas reforçadas	Figura 4.21
Módulo de Young ( $E_r$ )	210 GPa
Limite de elasticidade ( $\sigma_y$ )	275 MPa

Tabela 4.13: Parâmetros do túnel e do processo de escavação.

Seção transversal	Figura 4.21
Passo de avanço	3,06 m
Distância do reforço à face ( $d_0$ )	0
Profundidade( $h$ )	38,8 m

As curvas de convergência mostradas na Figura 4.22 e 4.23 referentes aos pontos A e B, respectivamente, da Figura 4.20 mostram a importância do parâmetro  $k_0$  e, por consequência, o valor das análises tridimensionais, capazes de considerarem valores de  $k_0$  diferentes da unidade. As análises bidimensionais em deformações planas também podem considerar valores de  $k_0$  diferentes da unidade, mas não modelam o processo de escavação.

Figura 4.22: Deslocamentos radiais no ponto A *versus* z.

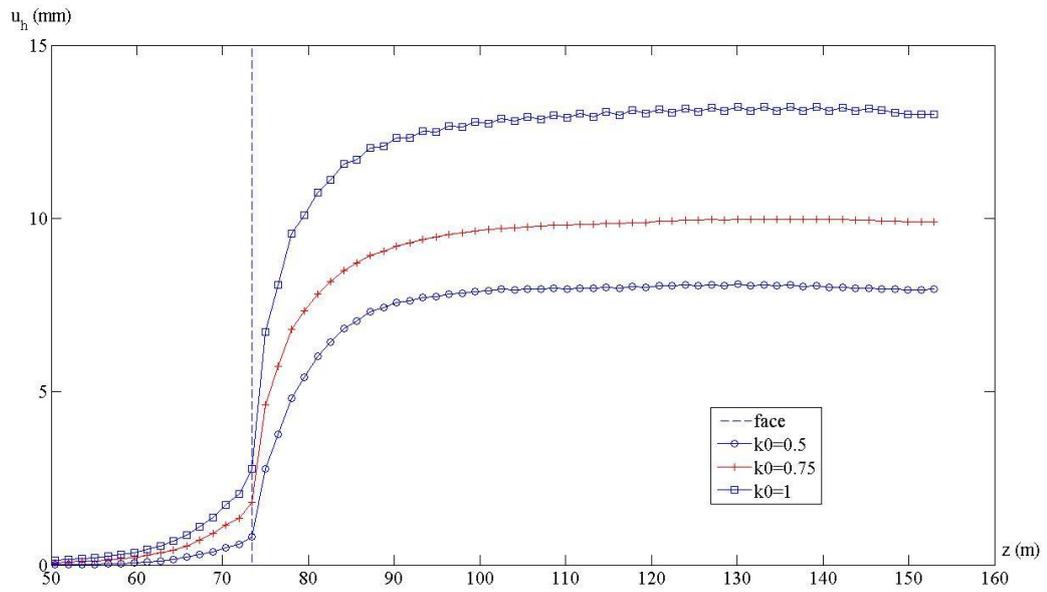


Figura 4.23: Deslocamentos radiais no ponto B *versus* z.

A Figura 4.24 mostra a deformada da seção transversal correspondente a  $z$  igual a 119,34 m e a Figura 4.25 mostra a região plastificada por meio dos isovalores das normas dos tensores da deformação plástica.

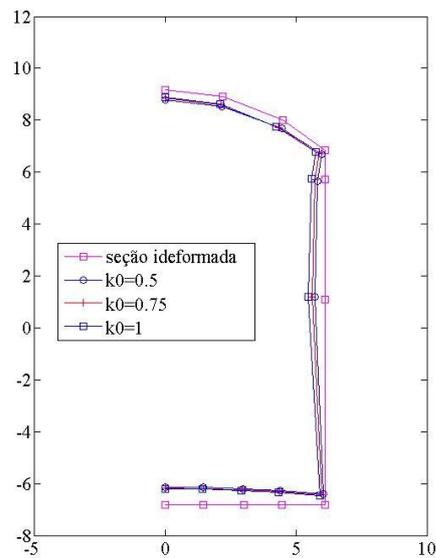


Figura 4.24: Deslocamentos multiplicados por 50 em uma seção transversal em  $z = 119,34$  m.

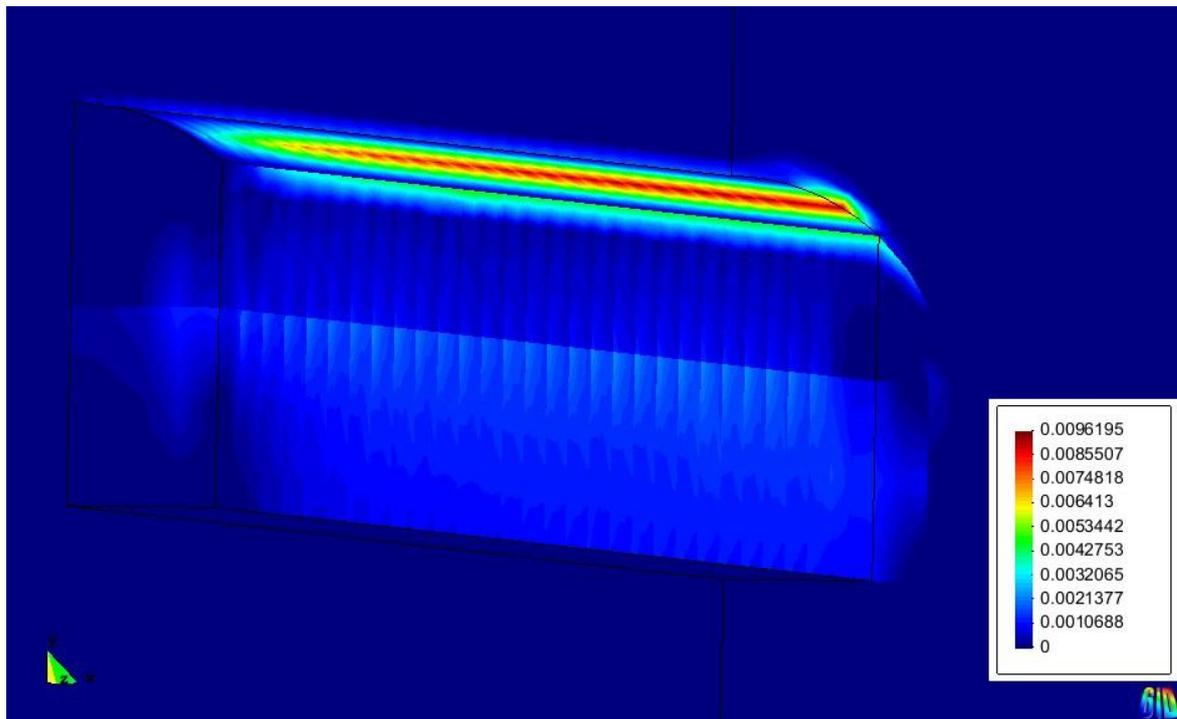


Figura 4.25: Isovalores das normas dos tensores da deformação plástica quando  $k_0 = 1$ .

## 5 CASO DO TÚNEL EXPERIMENTAL KIELDER: MODELAGEM COM O MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO E COM O MÉTODO INCORPORADO

Este capítulo tem por objetivo confrontar o comportamento do túnel experimental Kielder com as análises efetuadas com os dois códigos desenvolvidos neste trabalho: um com o método de homogeneização e outro com o método incorporado. O capítulo inicia com uma breve história da obra, seguida de uma descrição obtidas nos trabalhos de Ward et al. (1976), Freeman (1978) e Ward et al. (1983).

Após, utilizando dados referentes ao maciço, retirados dos trabalhos de Cai et al. (2004) e Oreste (2008), é feita uma comparação entre o deslocamento radial máximo obtido pela instrumentação e os resultados obtidos pelos códigos desenvolvidos.

Por fim, empregando o código desenvolvido com base no método de homogeneização, é realizado um estudo paramétrico, variando grandezas relativas ao maciço.

### 5.1 O TÚNEL EXPERIMENTAL KIELDER

O *Kielder Water Scheme*, sistema de armazenamento e distribuição de água, construído no nordeste da Inglaterra, na década de 1970, inclui 32 km de túneis escavados em rochas sedimentares para transporte de água. A construção de tamanha extensão de túneis justificou a execução de um túnel experimental para, juntamente com uma investigação normal realizada no local, dar subsídios ao projeto e à execução.

O planejado, para esse túnel experimental, era permitir medições que proporcionassem a comparação do desempenho de diferentes sistemas de suporte executados em uma série de trechos curtos de túneis escavados em tipos selecionados de rocha. Para tanto, haveria um acompanhamento do comportamento dos suportes, até o equilíbrio ser atingido, e seriam

realizados reforços, se necessário, para obter experiência na construção de alguma forma mais nova e mais barata de suporte.

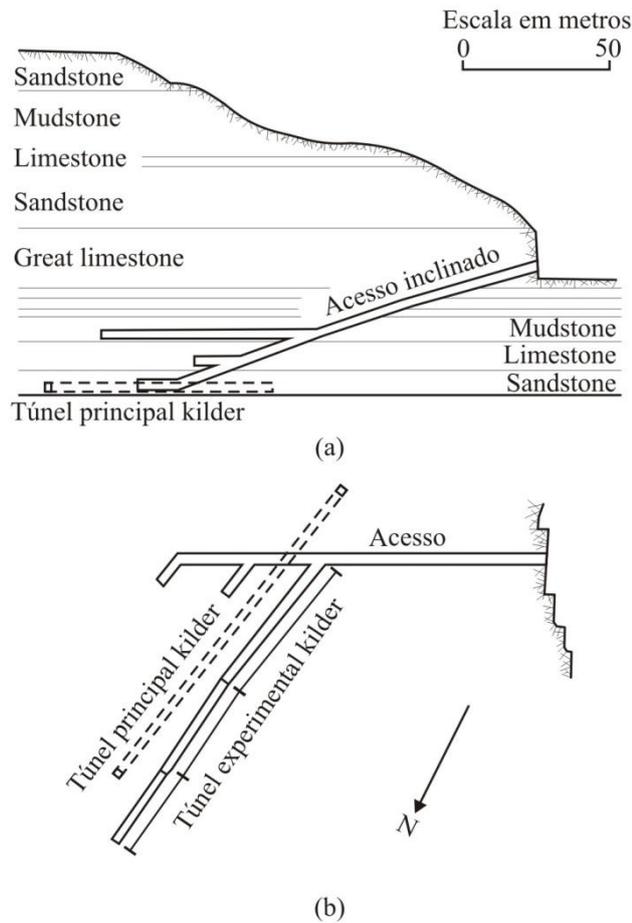


Figura 5.1: Túnel experimental Kielder: (a) Vista em corte; (b) Vista em planta.

Um acesso inclinado, conforme a Figura 5.1, foi construído para ligar a superfície a três túneis experimentais com 3,3 m de diâmetro, adjacentes ao túnel Kielder proposto, localizados em *mudstone*, *limestone* e *sandstone*. A investigação principal foi realizada no túnel localizado em *mudstone*, designado apenas como túnel experimental Kielder. Esse túnel, acreditava-se, seria o que requereria mais suporte.

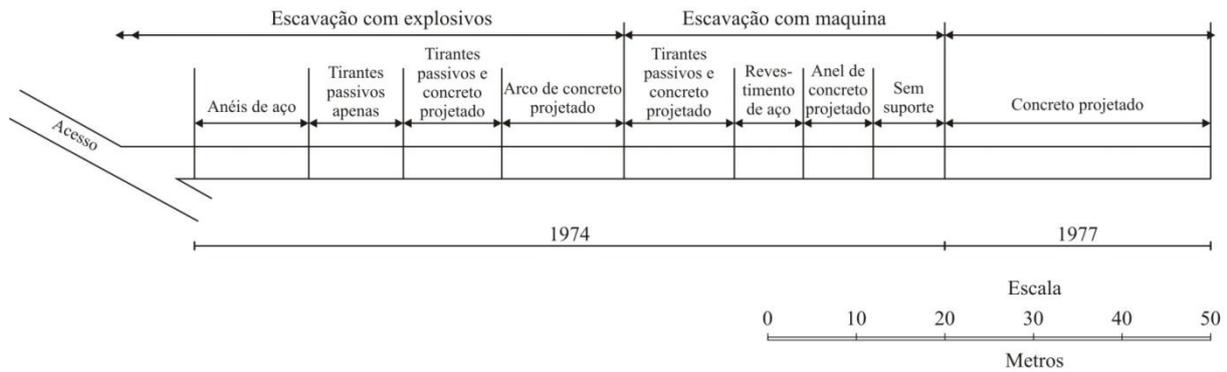


Figura 5.2: Tipos de suporte utilizados no túnel experimental Kielder.

Entre final de agosto e meados de dezembro de 1974, sete trechos, com diferentes tipos de suporte, e um não suportado, cada um com comprimento aproximado de 11 m, foram construídos (Figura 5.2). A primeira parte, escavada com explosivos, foi subdividida em quatro trechos: (a) anéis de aço; (b) tirantes passivos colados ao longo de todo comprimento, com 1,8 m de comprimento, espaçados aproximadamente 0,9 m e ligados a uma malha de aço; (c) arco de concreto projetado de até 0,5 m no *invert* junto com (b); (d) arco de concreto projetado de até 0,5 m no *invert*. A segunda parte, escavada com máquina, foi, igualmente, subdividida em quatro trechos: (e) arco de concreto projetado de até 0,5 m no *invert* junto com (b); (f) revestimento de aço de 12,7 mm de espessura, colado à rocha; (g) anel de concreto projetado com malha de aço; (h) trecho sem suporte. Em 1977, foram construídos mais 30 m de túnel, usando como único suporte o concreto projetado, variando o tempo de aplicação em relação ao avanço da face.

Sistemas de instrumentação mecânicos, rudimentares, simples e bem testados foram utilizados. Esses sistemas tiveram de ser instalados rapidamente e, em vários casos, tiveram de suportar explosões próximas. Toda instrumentação forneceu resultados extremamente satisfatórios, com erros inferiores a 1%.

A instrumentação foi concentrada na parte central de cada trecho para ficar livre dos efeitos de extremidade. Considerando-se o comprimento dos trechos, a cada 11 m, aproximadamente, foi instalado um conjunto de instrumentos, com o objetivo de medir: os deslocamentos contínuos da rocha envolvente a partir do momento em que a escavação da face permitia sua instalação com o sistema de suporte; os deslocamentos e deformações associadas em partes do sistema de suporte, com a posterior medição sendo interpretada em termos de cargas e momentos.

Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos.

Cada conjunto de instrumentos continha, geralmente, dois arranjos de cinco extensômetros colocados na parte superior do túnel em duas linhas paralelas distantes de 2 m e numerados de 1 a 10 de acordo com a Figura 5.3 (a). Tais extensômetros mediam os deslocamentos da rocha em distâncias de 0,3; 1,0; 2,0 e 3,0 m, medidas a partir do perímetro do túnel. Nos casos em que o sistema de suporte consistia de tirantes e concreto projetado, o conjunto de instrumentos continha, ainda, quatro tirantes instrumentados, os quais forneciam a deformação local em pontos situados a distâncias de 0,33; 0,73; 1,125 e 1,53 m da extremidade localizada no interior da rocha. A Figura 5.3 mostra a disposição dos tirantes comuns, dos extensômetros e dos tirantes instrumentados, para o trecho escavado com explosivos e suportado por tirantes e concreto projetado.

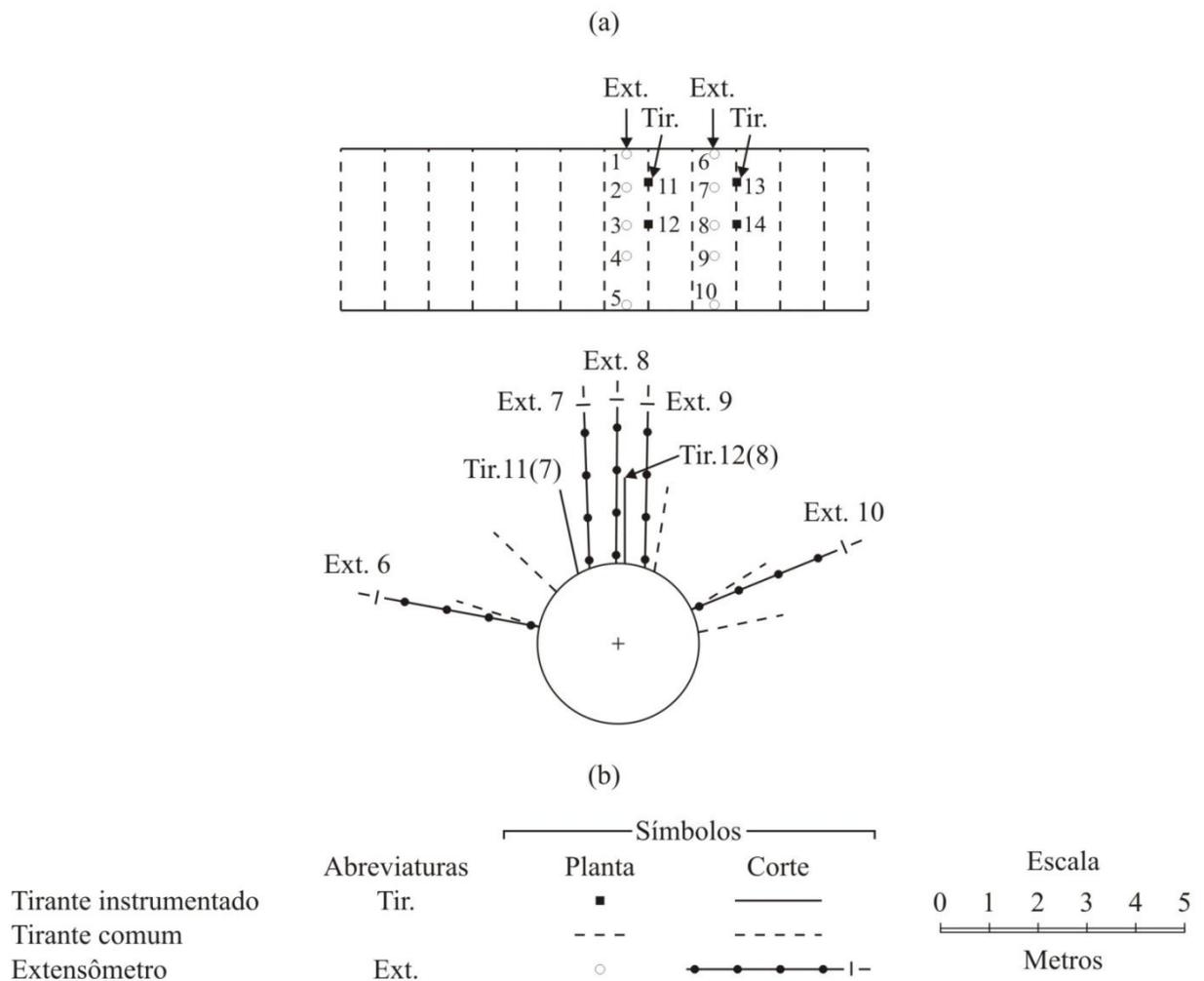


Figura 5.3: Trecho escavado com explosivos e suportado por tirantes e concreto projetado: (a) Vista em corte; (b) Vista em planta.

Os dois trechos, o escavado com explosivos e o escavado com máquina, suportados por tirantes e concreto projetado, tiveram comportamento muito similar, mostrando que o método de escavação não influenciou os resultados.

A Figura 5.4 mostra os resultados obtidos com o extensômetro 7, visto na Figura 5.3. O deslocamento máximo de 4 mm e o pequeno crescimento verificado entre 1,5 dias e 99,1 dias mostram que os movimentos da rocha, nessa seção, foram estabilizados em um curto prazo. Isso significa que, para esta rocha, os fenômenos de longo prazo são pequenos.

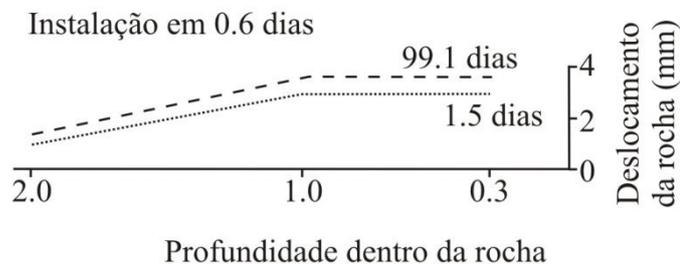


Figura 5.4 - Deslocamentos da rocha.

## 5.2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Com o objetivo de testar o código desenvolvido com a abordagem de homogeneização, no Capítulo 4, foram realizados alguns testes, que consistiram na comparação de resultados obtidos com este código com outros provenientes de uma solução analítica e soluções numéricas. Nesta seção, são utilizados os parâmetros físicos e geométricos do Túnel Experimental Kielder para confrontar os resultados deste código, que utiliza a abordagem de homogeneização, com os seguintes: os deslocamentos da rocha medidos *in situ* e os resultados correspondentes ao código que utiliza o método incorporado.

Os parâmetros físicos do maciço, apresentados na Tabela 5.1, estão baseados nos trabalhos de Cai et al. (2004) e Oreste (2008). Como nestes trabalhos foram desenvolvidas análises em axissimetria, o valor do coeficiente de empuxo horizontal considerado é igual a 1. Ward et al. (1983) afirmam que, embora nenhum procedimento para obter as tensões *in situ* tenha sido realizado, a largura das aberturas das descontinuidades verticais nas rochas mais

fortes sugerem que as tensões horizontais *in situ* sejam relativamente baixas, quando comparadas com a tensão vertical. Nesta simulação é utilizado  $k_0 = 0,75$ . O comportamento da rocha é considerado elastoplástico perfeito e o critério de plasticidade adotado é o de Drucker-Prager. O revestimento tem comportamento elástico e os tirantes são elastoplásticos perfeitos.

Tabela 5.1: Parâmetros do maciço.

Módulo de Young ( $E_m$ )	1200 MPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu_m$ )	0,2
Coesão ( $C_m$ )	0,24 MPa
Ângulo de atrito ( $\varphi_m$ )	31,4°
Ângulo de dilatância ( $\psi_m$ )	10°
Peso específico ( $\gamma_m$ )	25 kN/m <sup>3</sup>

Tabela 5.2: Parâmetros do revestimento.

Espessura ( $e_{rev}$ )	14 cm
Módulo de Young ( $E_{rev}$ )	28000 MPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu_{rev}$ )	0,3

Tabela 5.3: Parâmetros dos tirantes.

Comprimento ( $l_r$ )	180 cm
Diâmetro ( $\phi_r$ )	25 mm
Espaçamento na direção do eixo do túnel ( $e_r$ )	0,9 m
Espaçamento tangencial ( $\beta_r$ )	Figura 5.3
Módulo de Young ( $E_r$ )	210 GPa
Limite de elasticidade ( $\sigma_y$ )	650 MPa

Tabela 5.4: Parâmetros do túnel.

Seção transversal	circular
Raio ( $R$ )	1,65 m
Comprimento	11 m
Profundidade	100 m

As Tabelas 5.1 a 5.4 reúnem os parâmetros utilizados na simulação numérica. A mesma malha, constituída de 6438 elementos hexaédricos e 29852 nós, é usada para as simulações com o método de homogeneização e o método incorporado. Suas dimensões estão representadas na Figura 5.5.

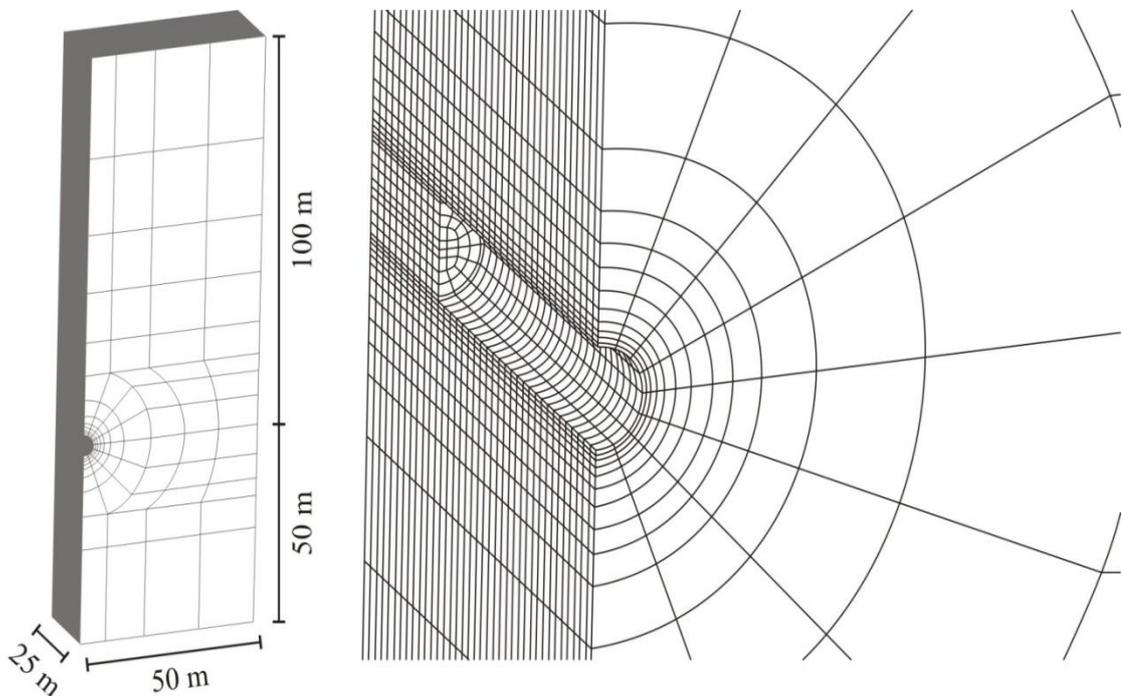


Figura 5.5: Vista da malha tridimensional usada para simular a escavação do túnel experimental Kielder.

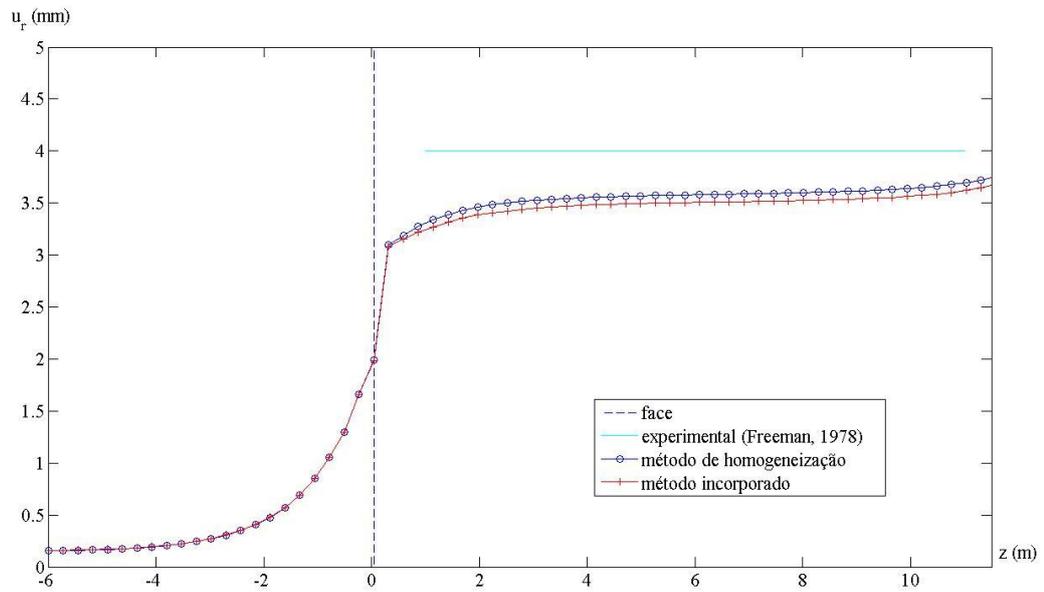


Figura 5.6: Deslocamento radial do teto do túnel. Comparação entre método homogeneizado, método incorporado e medida realizada *in situ*.

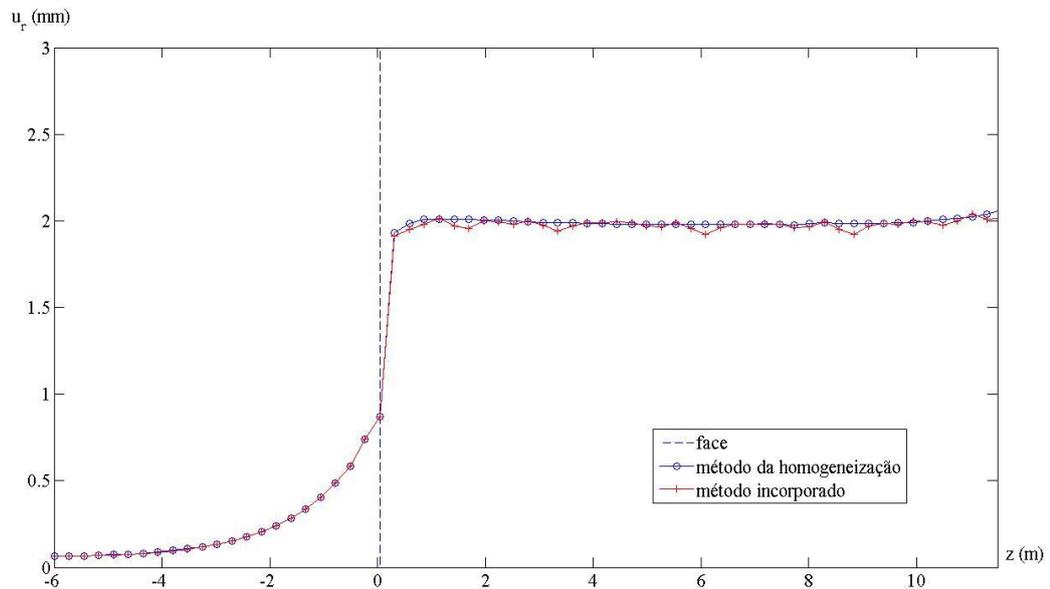


Figura 5.7: Deslocamento radial na parede do túnel. Comparação entre método homogeneizado e o método incorporado.

A Figura 5.6 mostra que os resultados obtidos, tanto pelo método de homogeneização como pelo método incorporado, para o deslocamento radial no teto do túnel, estão muito próximos da medida tomada no local. Já a Figura 5.7, além de confirmar que os dois métodos produzem resultados semelhantes, demonstra a influência de  $k_0$  menor do que um, mostrando um deslocamento radial da parede muito inferior ao do teto.

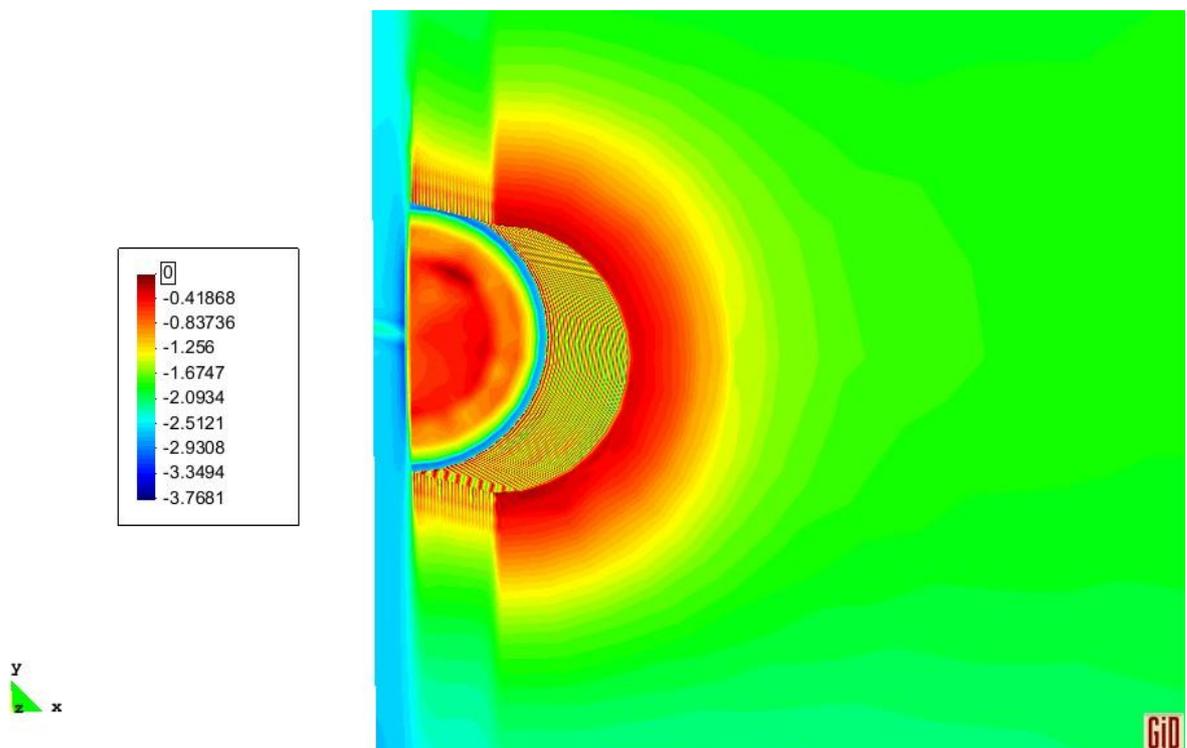


Figura 5.8: Isovalores da tensão radial  $\sigma_{rr}$  calculada pelo método de homogeneização.

A Figura 5.8 apresenta os isovalores da tensão radial  $\sigma_{rr}$ , obtida pelos métodos de homogeneização. O efeito de bordo visto nesta figura deve ser desprezado.

As curvas suavizadas que representam os deslocamentos radiais mostram que os dois métodos, homogeneização e incorporado, produzem resultados muito semelhantes e bastante próximos aos verificados em um caso real: o túnel experimental Kielder. Na Figura 5.7 o processo de suavização foi menos rigoroso para mostrar que resultados produzidos pelos dois métodos ficam mais próximos ou mais distantes dependendo da posição da seção analisada, já que o método incorporado discretiza os reforços e como consequência em algumas etapas da

escavação os tirantes estão mais próximos da face do que noutras. No método de homogeneização esta distância é constante.

### 5.3 ESTUDO PARAMÉTRICO

Considerando que o valor do coeficiente de empuxo horizontal utilizado na seção anterior foi estimado, nesta seção é feito um estudo paramétrico para avaliar que resultados são obtidos para  $k_0 = 1$  e  $k_0 = 0.5$ . Este estudo também é aproveitado para avaliar a relevância de uma variação do ângulo de atrito da rocha em torno do valor fornecido por Cai et al. (2004). Essa segunda avaliação justifica-se por ser, o ângulo de atrito, um dos parâmetros do maciço que apresentam maior diferença entre valores usados nos trabalhos de Cai et al. (2004) e Oreste (2008).

Na primeira situação considerada, o ângulo de atrito  $\varphi_m = 26,4^\circ$  é mantido constante e  $k_0$  varia.

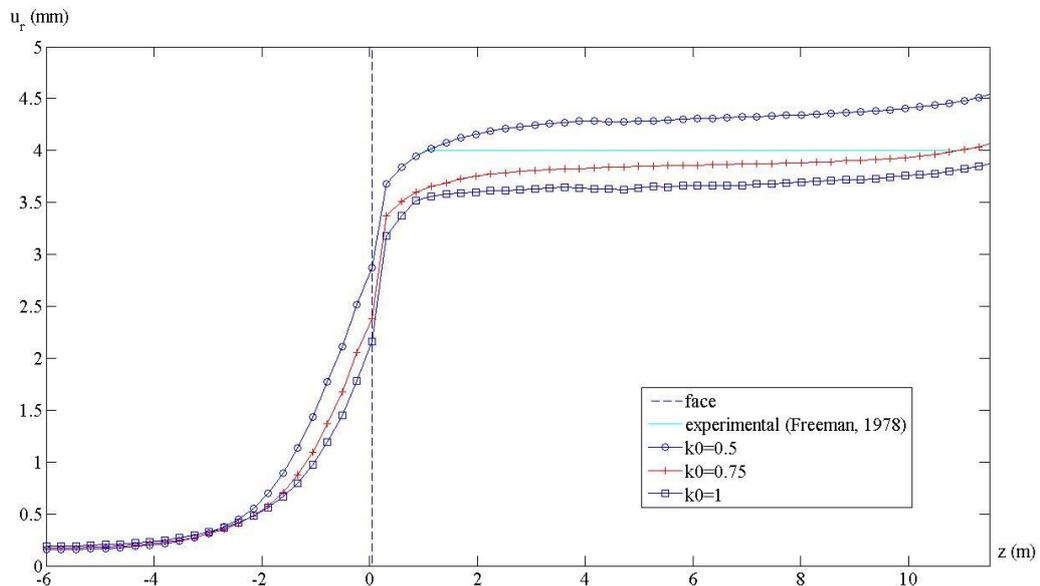


Figura 5.9: Deslocamento radial do teto do túnel para  $\varphi_m = 26,4^\circ$ .

Os resultados observados na Figura 5.9 indicam que, para  $\varphi_m = 26,4^\circ$ , a simulação numérica que mais se aproxima da medida encontrada no túnel real é a que corresponde a  $k_0 = 0.75$ , valor utilizado na seção anterior.

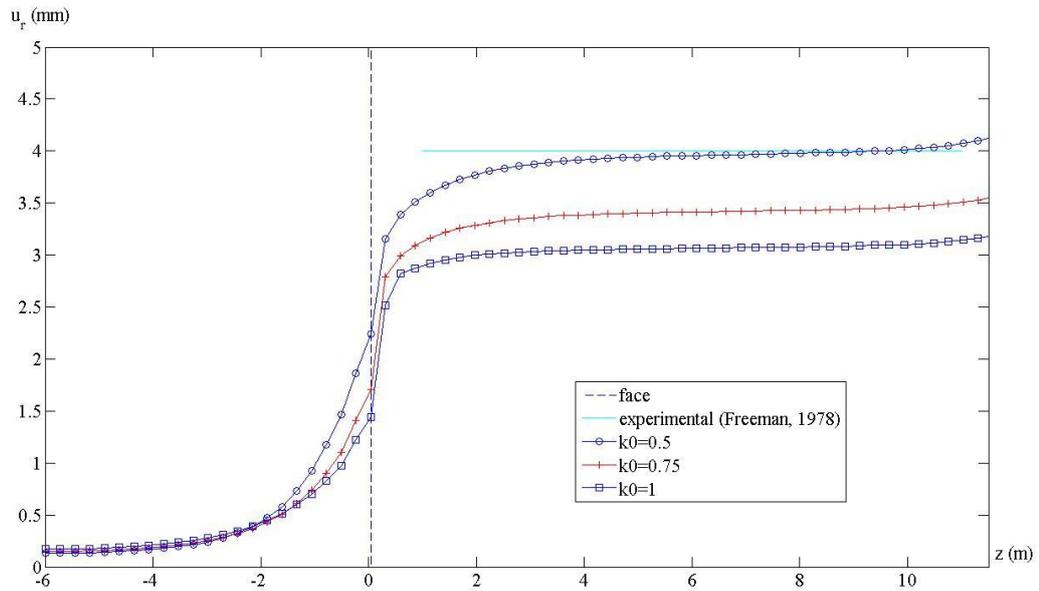


Figura 5.10: Deslocamento radial do teto do túnel para  $\varphi_m = 36,4^\circ$ .

A Figura 5.10 mostra que, para  $\varphi_m = 36,4^\circ$  e  $k_0 = 0.5$ , a partir de uma distância da face próxima a  $2R$ , os valores dos deslocamentos radiais do teto são iguais ou estão muito próximos aos medidos no túnel real.

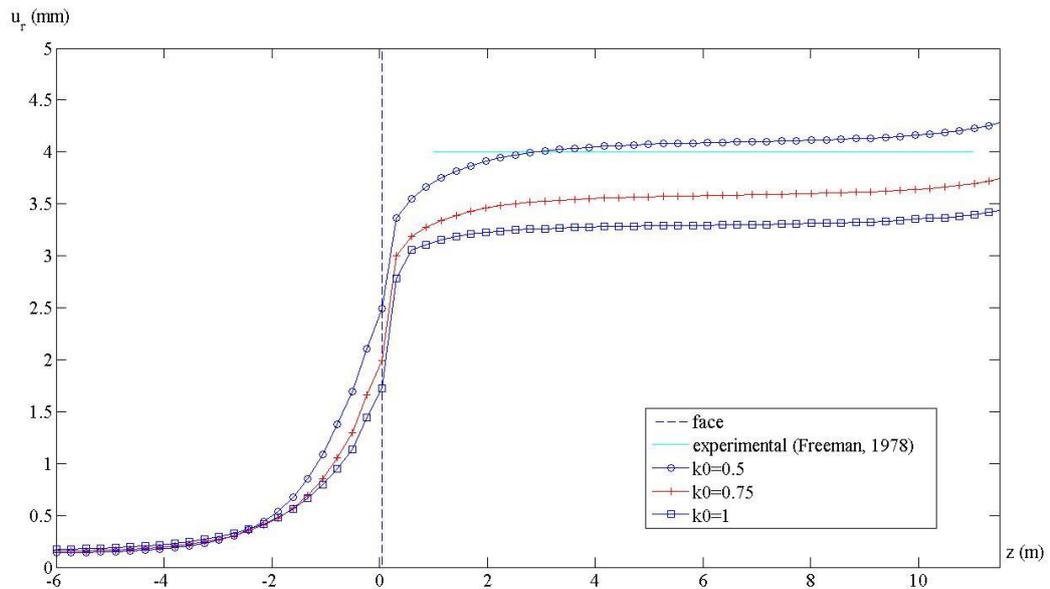


Figura 5.11: Deslocamento radial do teto do túnel para  $\varphi_m = 31,4^\circ$ .

Para  $\varphi_m = 31,4^\circ$ , os melhores resultados correspondem a  $k_0 = 0.5$ , produzindo uma curva que pouco ultrapassa o valor de 4 mm no meio do trecho, local onde foram colocados os extensômetros. Conclui-se, com isso, que, estando correto o valor do ângulo de atrito apresentado em Cai et al. (2004), o verdadeiro valor do coeficiente de empuxo lateral está entre 0,5 e 0,75, muito próximo a 0,5.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como primeiro objetivo apresentar uma formulação do método de homogeneização para meios periódicos e utilizá-la na implementação de um código tridimensional, em elementos finitos, capaz de simular a escavação de um túnel em um maciço rochoso reforçado por tirantes.

O código foi implementado e sua principal relevância está em tornar mais fácil o trabalho de projeto desse tipo de túnel, uma vez que o método de homogeneização dispensa a construção de malhas complexas, como ocorre quando se adota uma abordagem numérica direta por elementos finitos.

Tal código computacional, capaz de lidar com várias situações de profundidade, de seção transversal e de estado inicial de tensões, utiliza o método da "ativação/desativação" (Hanafy; Emery, 1980), para simular o processo de escavação. No modelo que serviu para seu desenvolvimento, o maciço é considerado um meio isotrópico e homogêneo, com um comportamento elastoplástico perfeito, regido pelo critério de Drucker-Prager com regra de fluxo associada. O revestimento é considerado elástico e os tirantes são modelados por inclusões lineares com lei de comportamento elastoplástica.

Por meio de quatro comparações de resultados, o código descrito nos parágrafos anteriores foi devidamente validado. No primeiro exemplo, a comparação é com uma solução analítica em deformações planas para a convergência de um túnel em axissimetria. Essa solução analítica também é desenvolvida sobre o método de homogeneização e a perfeita coincidência dos resultados com os obtidos pelo código numérico mostra que a parte elástica da formulação do método de homogeneização está corretamente implementada. O segundo exemplo tem por objetivo verificar a capacidade do código de simular o processo de escavação de um túnel não revestido. Com esse fim, é analisado um túnel raso escavado em

meio elástico já estudado por Farias et al. (2004). A boa aproximação dos resultados atesta a eficiência do código nessa tarefa. Por fim, no terceiro exemplo, são comparados os resultados do código desenvolvido com os do GEOMEQ91 (BERNAUD, 1991) na análise de um túnel em axissimetria escavado em um meio elastoplástico. A aproximação dos resultados é muito boa.

O segundo objetivo desta tese foi comparar resultados obtidos com a abordagem de homogeneização com outros alcançados com o modelo incorporado, muito usado na modelagem de estruturas de concreto armado. Para este fim, foi desenvolvido um novo código numérico. A formulação do método incorporado foi apresentada seguida de um exemplo que demonstrou que os resultados obtidos pelos dois códigos são muito próximos. Esse exemplo, o quarto do referido capítulo, contribui para a validação do código que utiliza a abordagem de homogeneização.

Com o objetivo de salientar as potencialidades do código desenvolvido com o método de homogeneização e destacar a importância das análises tridimensionais, foi desenvolvido o estudo de um túnel com seção transversal tipo ferradura onde o parâmetro  $k_0$  assume diferentes valores.

Usando dados de um túnel instrumentado, o Túnel Experimental Kielder, verificou-se que as duas abordagens, homogeneização e modelo incorporado, produzem resultados muito próximos das medidas realizadas *in situ*. Dessa forma, ficou demonstrado o bom desempenho das duas abordagens.

Uma análise paramétrica realizada com a abordagem da homogeneização e com parâmetros do túnel Kielder, mostra a relevância do ângulo de atrito da rocha e, principalmente, do seu coeficiente de empuxo horizontal.

Cabe destacar que, neste trabalho, os tirantes sempre foram considerados perfeitamente aderidos à rocha. Apesar dessa deficiência, a comparação dos dois modelos com um caso real foi satisfatória.

Inicialmente, neste trabalho, a utilização do método incorporado deveria ser apenas um procedimento para validação do código implementado com a abordagem da homogeneização. Porém, a facilidade em usá-lo e o bom resultado, que já era esperado na

comparação com um caso real, sugerem que seu uso pode ser estendido à modelagem de túneis. Quando comparado com o método de homogeneização, apresenta um custo computacional mais baixo, pois a convergência é obtida com menor número de iterações. No caso do túnel experimental Kielder, esta característica trouxe uma redução de aproximadamente doze e meio por cento no tempo de processamento. No entanto, na preparação dos dados de entrada do problema a ser analisado, o método incorporado requer mais tempo que o método de homogeneização, pois exige a determinação dos pontos de início e fim de cada tirante. Portanto, o método da homogeneização representa, sem sombra de dúvida, a abordagem mais simples na análise de estruturas reforçadas cujos reforços apresentam distribuição regular, de tal modo que as propriedades dos elementos, na região reforçada da estrutura, são alteradas uniformemente. Esse método tira proveito da regularidade dos reforços, permitindo que as análises sejam feitas definindo-se apenas as densidades destes reforços. Esta simplicidade não afeta a precisão dos resultados.

Por tudo o que foi exposto, acredita-se que os objetivos desta tese foram alcançados.

Para finalizar, são apresentadas algumas perspectivas de temas para pesquisas futuras dentro da área de conhecimento deste trabalho:

- a) análise dinâmica da interação estrutura/maciço;
- b) desenvolvimento de códigos, com ênfase na forma de programação, isto é, uso de computação paralela;
- c) consideração do deslizamento entre tirante e maciço, avaliando a variação da lei constitutiva da interface com a posição e a profundidade.

## REFERÊNCIAS

Association Française des Tunnels et de l'Espace Souterrain. **Recommendations on the convergence-confinement method**. Paris, 2001. 11p.

Association Française des Tunnels et de l'Espace Souterrain. **Considerations on the usual methods of tunnel lining design**. Working group n.7. Paris, 1978. 23p.

ASSIS, A. P. Subterrâneo em revista. **Revista Técnica**, 114ed., set. 2006. Disponível em: <<http://www.revistatechne.com.br/engenharia-civil/114/artigo29084-1.asp>> Acesso em: 06 mar. 2009.

BASTOS, M. J. N. **Geotecnia na concepção, projecto e execução de túneis em maciços rochosos**. 1998. 166f. Dissertação (Mestrado em Georrecursos – Área de Geotecnia)–Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, Portugal.

BENAMAR, I. **Etude des effets différés dans les tunnels profonds**. 1996. 207f. Thèse (PhD)- Marne-la-Vallée, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.

BERNAUD, D. **Tunnels profonds dans les milieux viscoplastiques: approches expérimentale et numérique**. 1991. 353 f. Thèse (PhD)- Marne-la-Vallée, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.

BERNAUD, D.; BENAMAR, I.; ROUSSET, G. La "nouvelle méthode implicite" pour le calcul des tunnels dans les milieux élastoplastiques et viscoplastiques. **Revue Française de Géotechnique**, n.68, p.3-19, 1994.

BERNAUD, D.; COUTO, E. Cálculo da convergência de um túnel em um maciço viscoplástico. In: 2º Congresso Brasileiro de Túneis e Estruturas Subterrâneas, Seminário Internacional "South American Tunneling", 2008, São Paulo. **Proceedings...** São Paulo, 2008a, p. 1-6.

BERNAUD, D.; COUTO, E. Numerical calculation of supports in tunnelling. In: EURO:TUN2007 COMPUTATIONAL METHODS IN TUNNELLING, 2007, Vienna. **Proceedings...** Vienna, 2007. p. 1-17.

BERNAUD, D.; COUTO, E. Numerical simulation of support systems in tunneling. In: CMNE/CILAMCE 2007, 2007, Porto. **Proceedings...** Porto, 2007.

BERNAUD, D.; COUTO, E. Simulação numérica da deformada de um túnel em um maciço viscoplástico. In: XXXIII JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 2008, Santiago. **Proceedings...** Santiago, 2008b, p. 1-19.

BERNAUD, D.; MAGHOUS, S.; de BUHAN, P.; COUTO, E. A numerical approach for design of bolt-supported tunnels regarded as homogenized structures. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 24, n. 5, p. 533-546, 2009.

BERNAUD, D.; MAGHOUS, S.; COUTO, E. Modelling a bolt-supported tunnel through a homogenization method. In: 2° CONGRESSO BRASILEIRO DE TÚNEIS E ESTRUTURAS SUBTERRÂNEAS, SEMINÁRIO INTERNACIONAL "SOUTH AMERICAN TUNNELING", 2008, São Paulo. **Proceedings...** São Paulo, 2008, p. 1-6.

BERNAUD, D.; ROUSSET, G. La <<nouvelle méthode implicite>> pour l'étude du dimensionnement des tunnels. **Revue Française de Géotechnique**, n.60, p. 5-26, 1992.

BERNAUD, D.; ROUSSET, G. The 'New implicit method' for tunnel analysis. **International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v.20, p. 673- 690, 1996.

BERNAUD, D; de BUHAN, P.; MAGHOUS, S. Numerical simulation of the convergence of a bolt-supported tunnel through a homogenization method. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 19, n. 4, p. 267-288, 1995a.

BERNAUD, D; de BUHAN, P.; MAGHOUS, S. Calcul numérique des tunnels boulonnés par une method d'homogénéisation. **Revue Française de Géotechnique**, n. 73, p. 53-65, 1995b.

BIENIAWSKI, Z. T. **Engineering Rock Mass Classification**. New York: John Wiley & Sons. 1989.

BOBET, A.; EINSTEIN, H. H. Tunnel reinforcement with rockbolts. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v.26, n.1, p. 100-123, 2011.

BONO, G. F. F. **Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elemento finitos**. 2008. 181f. Tese (Doutorado em Engenharia)-Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

de BUHAN, P.; BOURGEOIS, E.; HASSEN, G. Numerical simulation of bolt-supported tunnels by means of a multiphase model conceived as an improved homogenization procedure. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v.13, n.32, p. 1597-1615, 2008.

de BUHAN, P.; MANGIAVACCHI, R.; NOVA, R.; PELLIGRINI, G.; SALENÇON, J. Yield design of reinforced earth walls through a homogenization method. **Géotechnique**, v.39, n.2, p. 189-201,1989.

de BUHAN, P.; SALENÇON, J. Yield strenght of reinforced soils as anisotropic media. In: **Yielding Damage and Failure of Anisotropic Solids**: J. P. Boehler, 1990. p. 791-803.

de BUHAN, P.; SUDRET, B. Micropolar multiphase model for materials reinforced by linear inclusions. **European Journal of Mechanics - A/Solids**, v.19, p. 669-687, 2000.

de BUHAN, P.; TALIERCIO, A. A homogenization approach to the yield strength of composite materials. **European Journal of Mechanics A/ Solids**, v.10, n.2, p. 129-154, 1991.

CAI, Y.; ESAKI, T.; JIANG, Y. An analytical model to predict axial load in grouted rock bolt for soft rock tunneling. **Tunneling and Underground Space Technology**, v.19, p. 607-618, 2004.

CELESTINO, T. B. Diferenças de técnicas e tecnologias em túneis de minas e de obras civis. **Jornal do Instituto de Engenharia**, n.61, p. 4-6, 2010. Disponível em:<[www.iengenharia.org.br](http://www.iengenharia.org.br)> Acesso em: 15 jan. 2011.

CHEN, S. F.; QIANG, S.; CHEN, S. F.; EGGER, P. Composite element model of the fully grouted rock bolt. **Rock Mechanics and Engineering**, v.37, n.3, p. 193-212, 2004.

CORBETTA, F. **Nouvelles méthodes d'étude des tunnels profonds. Calculs analytiques et numériques**. 1990. 188 f. Thèse-Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. Paris, France.

CRISFIELD, M. A. **Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures**. New York: J. Wiley & Sons, 1991.

DURAND, R. F. **Análise Tridimensional de Estruturas Geotécnicas Submetidas a Reforço e Drenagem**. 2008. 137f. Tese (Doutorado em Geotecnia)-Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, Brasil.

EISENSTEIN, Z.; HEINZ, H., NEGRO, A. On three-dimensional ground response to tunneling. **Tunnelling in soil and rock**, p.107-127, 1984.

ELWI, A. E.; HRUDEY, T. M. Finite element model for curved embedded reinforcement. **Journal of Engineering Mechanics Division**, v. 115, n. 4, p. 740-754, 1989.

FARIAS, M. M.; MORAES JÚNIOR, A. H.; ASSIS, A. P. Displacement control in tunnels excavated by the NATM: 3-D numerical simulations. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 19, p. 283-293, 2004.

FRANÇA, P. T. **Estudo do comportamento dos túneis: análise numérica tridimensional com modelos elasto-plásticos**. 2006. 206f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Geotécnica)-Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

FREEMAN, T. J. The behaviour of fully-bonded rock bolts in the Kielder experimental tunnels. **Tunnels and Tunnelling**, p. 37-40, 1978.

Eduardo Costa Couto ([e.c.couto@uol.com.br](mailto:e.c.couto@uol.com.br)). Tese de doutorado. PPGEC/UFRGS, 2011.

GERRARD, C. M. Equivalent elastic moduli of rockmass consisting of orthorhombic layers. **Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr**, v. 19, p. 9-14, 1982a.

GERRARD, C. M. Reinforced soil: an orthorhombic material. **Int J. Geotech. Eng. Div**, v. 108, p. 1460–1474, 1982b.

GOMES, R. A. M. F. **Análise tridimensional de túneis considerando o comportamento dependente do tempo na interação maciço-suporte**. 2006. 344f. Tese (Doutorado em Geotecnia)-Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil.

GREUELL, E. **Etude du soutènement des tunnels par boulons passifs dans les sols et les roches tendres, par une méthode d'homogénéisation**. Thèse (PhD)-Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, 1993.

GREUELL, E.; de BUHAN, P.; PANET, M.; SALENÇON, J. Comportement des tunnels renforcés par boulons passifs behaviour of tunnels reinforced by untensioned bolts. In: XIII INTERNATIONAL CONFERENCES IN SOIL MECHANICS AND FOUNDATION ENGINEERING, 1994, New Delhi. **Proceedings...** New Delhi, 1994, p. 1-4.

GUAN, Z.; JIANG, Y.; TANABASI, Y.; HUANG, H. Reinforcement mechanics of passive bolts in conventional tunnelling. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v.44, p 625-636, 2007.

HANAFY, E. A.; EMERY, J. J. Advancing face simulation of tunnel excavations and lining placement. In: 13<sup>TH</sup> CANADIAN ROCK MECHANICS SYMP - UNDERGROUD ROCK ENGINEERING. **Proceedings...** Toronto, 1980, v.22, p. 119-125.

HANAFY, E. A; EMERY, J. J. Three-dimensional simulation of tunnel excavation in squeezing ground. In: 4<sup>th</sup> INT. CONF. ON NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS, 1982, Edmonton. **Proceedings...** Edmonton, 1982. v. 3, p. 1203-1209.

JOST, D. T. **Análise de peças fletidas com protensão não aderente pelo método dos elementos finitos**. 2006. 180f. Dissertação (Mestrado em Engenharia)-Escola de Engenharia-Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

KARAKUS, M; FOWELL, R. J. An insight into the New Austrian Tunnelling Method (NATM). In: KAYAMEK'2004-VII. Bölgesel Kaya Mekaniği Sempozyumu, 2004, Sivas. **Proceedings...** Sivas, 2004, p. 1-14.

KOSHIMA - "Túneis podem aumentar a segurança em rodovias e vias urbanas". Agência ABCR (Agência Brasileira de Concessionárias de Rodovias). Disponível em: <<http://www.abcr.org.br/noticias/index.php?>> Acesso em: 15 jan. 2006.

KÓVARI, K. History of the sprayed concrete lining method – part II: milestones up to the 1960s. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v.18, p.71-83, 2003.

LOMBARDI, G. Tunnel Support. In: THIRD CONGRESS OF THE INTERNACIONAL SOCIETY OF ROCK MECHANICS, v.1, Parte B, 1974, Denver. **Proceedings...** Denver: National Academy of Sciences, 1974, p. 1518-1528.

LUNARDI, P. The design and construction of tunnels using the approach based on the analysis of controlled deformation in rocks and soils. **T&T Internacional ADECO-RS**, 2000, 28p.

MÖLLER, S. C.; VERMEER, P. A.; MARCHER, T. NATM-tunnelling in softening stiff clays and weak rocks. In: 9<sup>th</sup> SYMPOSIUM ON NUMERICAL MODELS IN GEOMECHANICS (NUMOG IX), 2004, Ottawa. **Proceedings...** Ottawa: A.A. Balkema Publishers, 2004, p. 404-413.

MORAES JÚNIOR, A. H. V. **Simulação numérica tridimensional de túneis escavados pelo NATM**. 1999. 136 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia)-Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, Brasil.

NGUYEN, Q. S.; RAHIMIAN, M. Mouvement permanent d'une fissure en milieu élastoplastique. **J. de Mécanique Appliqué**, v.5, n.1, p. 95-120, 1981.

NGUYEN-MINH, D.; GUO, C. Sur un principe d'interaction massif – soutènement des tunnels en avancement stationnaire. In: EUROCK'93, 1993, Lisboa. **Proceedings...** Lisboa, p. 171-177, 1993.

ORESTE, P. Distinct analysis of fully grouted bolts around a circular tunnel considering the congruence of displacements between the bar and the rock. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, n. 45, p. 1052-1067, 2008.

PANET, M. **Le calcul des tunnels par la méthode converge-confinement**. Presses de l'ENPC, Paris, 1995.

PANET, M; GUENOT, A. Analysis of convergence behind the face of a tunnel. In: TUNNELLING 82, 1982, London. **Proceedings...** London: The Institution of Mining and Metallurgy, 1982, p. 197-204.

RABCEWICZ, L.; GOLSER, J. Principles of dimensioning the supporting system for the "New Austrian Tunnelling Method". **Water Power**. v. 25, n. 3, p. 88-93, mar.1973.

RANKEN, R. E; GHABOUSSI, J. Tunnel design considerations: analysis of stresses and deformations around advancing tunnels. In: UIIU-ENG 75-2016 - National Technical Information Service. **Proceedings...** Springfield, 1975.

SÃO PAULO (Estado). Companhia do Metropolitano de São Paulo - Metrô. **O Metrô de Subterrâneo**. 2011. Disponível em:

<[http://www.metro.sp.gov.br/construcao\\_civil/subterraneo/tesubterraneo02.shtml](http://www.metro.sp.gov.br/construcao_civil/subterraneo/tesubterraneo02.shtml)> Acesso em: 07 mar. 2010

SÃO PAULO (Estado). Departamento de Estradas de Rodagem do Estado de São Paulo – DER/SP. **Instrução de Projeto para elaboração de túneis subterrâneos (NATM)**. São Paulo. 2005. 52 p.

SAUER, G. NATM and Its Toolbox. In: A JOINT CONFERENCE, ASCE METROPOLITAN SECTION GEOTECHNICAL GROUP, THE DEEP FOUNDATIONS INSTITUTE, AND ADSC: THE INTERNATIONAL ASSOCIATION OF FOUNDATION DRILLING **Proceedings...** New York City, 2003.

SAWICKI, A. On application of effective moduli theory to layered soil. **Hydrot. Trans.**, v. 39, p. 3-13, 1978.

SILVEIRA, E. B. S. Metrôs e túneis em solo. In: V CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E FUNDAÇÕES, ABMS, 1974, São Paulo. **Anais...** . São Paulo, 1974. v.3, p. 23-96.

SIMO, J. C., HUGHES, T. J. R. **Computational Inelasticity**. Springer, Berlin, 1998.

SOUSA, J. N. V. A. **Túneis em Maciços Terrosos: Comportamento e Modelação Numérica**. 1998. 623p. Tese (Doutor em Ciências da Engenharia–Especialidade de Fundações e Geotecnia)-Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal.

SUQUET, P. Elements of homogenization for inelastic solid mechanics. In: HOMOGENIZATION TECHNIQUES FOR COMPOSITE MEDIA. **Lecture Notes in Physics**, n. 272, Springer Verlag, p. 193–278, 1987.

TEIXEIRA, A. S. N. **Estudo do comportamento do túnel do metrô do Distrito Federal escavado em solos porosos colapsíveis**. 1994. 220f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia)-Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, Brasil.

WARD W. H.; COATS D. J.; TEDD P. Performance of tunnel support systems in the Four Fathom Mudstone. In: TUNNELLING'76 - Institution of Mining and Metallurgy, 1976, London. **Proceedings...** England, 1976, p. 329-340.

WARD W. H.; TEDD P.; BERRY N. S. M. The Kielder experimental tunnel: final results. **Geotechnique** **33**, n.3, p. 257-291, 1983.

WULLSCHLÄGER, D; NATAU, O. Studies of the composite system of rockmass and non-prestressed grouted rockbolts. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM OF ROCK BOLTING, 1983, Abisko. **Proceedings...** Abisko, 1983.

WULLSCHLÄGER, D; NATAU, O. The bolted rockmass as an anisotropic continuum. Material behavior and design suggestions for rock cavities. In: 6<sup>th</sup> INTERNATIONAL CONGRESS OF ROCK MECHANICAL, 1987, Montreal. **Proceedings...** Montreal, 1987.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method**. 5<sup>th</sup> ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.

## APÊNDICE A - Demonstração da Equação (3.41)

A Equação (3.41) refere-se ao caso em que  $\sigma^*(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = \sigma^*(\underline{\underline{\Sigma}}) = \eta\sigma_0$  ou  $-\eta\sigma_0$ . Considerando a Equação (3.32), a (3.31) pode ser reescrita como

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^* = \frac{1-A/A_0}{1-2A/3} \left\{ \underline{\underline{\Sigma}} - \underline{\underline{\Sigma}}^* - [A(S_{ii} - s_{ii}^*) + B\alpha_m] \text{desv}(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \right\} \quad (\text{A.1})$$

onde

$$A = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{K\dot{\chi}}{\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*\| + \sqrt{\frac{3}{2}}\dot{\chi}(2\mu_m + 2K/3)} \quad (\text{A.2})$$

$$B = AK(1 - 2A/3) \frac{\sigma_m(1 + \alpha_m) - \alpha_m(\text{tr}\underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^*) + \alpha_m(S_{ii} - s_{ii}^*)A}{3/2 K(1 - A/A_0) - A\alpha_m^2(9k_m + K - 2/3 KA)}$$

e

$$A_0 = \frac{3/2}{1+3\mu_m/K} \quad (\text{A.3})$$

Observa-se que  $A \leq A_0 < \frac{3}{2}$  e as seguintes relações são deduzidas a partir das Equações (A.1) e (A.2):

$$\dot{\chi} = \frac{B}{K(1-2A/3)} \quad (\text{A.4})$$

e

$$\|\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} - \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}^*\| = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{B}{A} \frac{1-A/A_0}{1-2A/3} \quad (\text{A.5})$$

Pode-se expressar  $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$  admitindo que este pertence à superfície de escoamento, já que esta é uma condição para que  $f^{hom}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = 0$ . A Equação (3.29) pode ser escrita em função das componentes hidrostáticas

$$tr \underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = tr \underline{\underline{\Sigma}} + \alpha_m \dot{\chi} (9k_m + K) - A \left( S_{ii} - s_{ii}^* - \frac{2}{3} K \alpha_m \dot{\chi} \right) \quad (\text{A.6})$$

Usando as Equações (A.4), (A.5) e (A.6) na condição  $f^{hom}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = 0$ , é possível deduzir o valor da incógnita  $B$  a partir  $A$

$$B = AK(1 - 2A/3) \frac{\sigma_m(1+\alpha_m) - \alpha_m(tr \underline{\underline{\Sigma}} - \sigma^*) + \alpha_m(S_{ii} - s_{ii}^*)A}{3/2K(1-A/A_0) - A\alpha_m^2(9k_m + K - 2/3KA)} \quad (\text{A.7})$$

Neste ponto, nota-se que o conhecimento de  $A$  implica que  $B$  e  $\dot{\chi}$  podem ser calculados por meio das Equações (A.7) e (A.4), respectivamente.

O próximo passo é calcular  $A$  para que se possa determinar a projeção  $\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}$ . Esse cálculo é brevemente descrito a seguir.

Da Equação (A.1), obtém-se

$$\left\| \underline{\underline{\tilde{S}}} - \underline{\underline{\tilde{S}}}^* \right\| = \frac{1-A/A_0}{1-2A/3} \left\| \underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^* - [A(S_{ii} - s_{ii}^*) + B\alpha_m] desv(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \right\| \quad (\text{A.8})$$

que, comparada à Equação (A.5), fornece a seguinte relação

$$3B^2 = 2 \left\| \underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^* - [A(S_{ii} - s_{ii}^*) + B\alpha_m] desv(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \right\|^2 A^2 \quad (\text{A.9})$$

Substituindo as expressões de  $B$  e  $\dot{\chi}$ , respectivamente, dadas por (A.7) e por (A.4) em (A.8), obtém-se uma equação polinomial de sexta ordem com  $A$  como incógnita, cuja única solução relevante é encontrada numericamente como uma função de  $\underline{\underline{\Sigma}}$ .

Utilizando o tensor  $\underline{\underline{T}}$  definido por

$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{S}} - \underline{\underline{S}}^* - [A(S_{ii} - s_{ii}^*) + B\alpha_m] desv(\underline{\underline{e}}_i \otimes \underline{\underline{e}}_i) \quad (\text{A.10})$$

decorre de (A.1) que

$$\frac{\partial f^{hom}}{\partial \underline{\underline{\Sigma}}}(\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}}) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{\tilde{S}}} - \underline{\underline{\tilde{S}}}^*}{\left\| \underline{\underline{\tilde{S}}} - \underline{\underline{\tilde{S}}}^* \right\|} + \alpha_m \underline{\underline{1}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{T}}}{\left\| \underline{\underline{T}} \right\|} + \alpha_m \underline{\underline{1}} \quad (\text{A.11})$$

e, conseqüentemente, da Equação (3.28)

$$\underline{\underline{\tilde{\Sigma}}} = \underline{\underline{\Sigma}} - \dot{\chi} \underline{\underline{A}}^{hom} : \left( \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\underline{\underline{T}}}{\|\underline{\underline{T}}\|} + \alpha_m \underline{\underline{1}} \right) \quad (\text{A.12})$$

que é o resultado anunciado.