

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Otimização de Massa de Estruturas Treliçadas através do Algoritmo Meta-Heurístico Firefly

por

Mateus Pedrollo Bez

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, 28 Novembro de 2011.



Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Departamento de Engenharia Mecânica

Otimização de Massa de Estruturas Treliçadas Através do Algoritmo Meta-Heurístico Firefly

por

Mateus Pedrollo Bez

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Arnaldo Ruben Gonzalez  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Leticia Fleck Fadel Miguel

Comissão de Avaliação:

Prof. Herbert Martins Gomes

Prof. Juan Pablo Raggio Quintas

Prof. Edson Hikaro Aseta

Porto Alegre, 28 de Novembro de 2011.

Bez, M. P. **Otimização de Massa de Estruturas Treliçadas através do Algoritmo Meta-Heurístico Firefly**. 2011. 15p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

## RESUMO

Este trabalho consiste na utilização do Algoritmo Meta-Heurístico Firefly (vagalume) para a otimização de massa de estruturas treliçadas. O algoritmo é baseado no comportamento natural dos vagalumes e seu padrão piscante, adaptados para a utilização em problemas de engenharia. Muitos métodos Heurísticos são utilizados com sucesso na resolução de problemas de engenharia, e este trabalho tem como objetivo demonstrar a eficiência desse algoritmo, comparando-se seus resultados com outros considerados *benchmarks* na literatura para estruturas já previamente testadas por outros autores. A função a ser otimizada, para todos os casos estudados, é o custo, representado pela massa total da estrutura. Para isso, será utilizado o Firefly, através do Software MATLAB, na resolução de três diferentes casos: a treliça plana de 10 barras, a treliça espacial de 25 barras e a treliça espacial de 72 barras. O trabalho encontrou resultados validando a eficiência do método, alcançando um resultado superior ao da literatura em dois dos três casos estudados. Conclui-se assim que a utilização do Firefly para o cálculo estrutural é válida, podendo ser superior a outros métodos já consagrados na literatura.

**PALAVRAS-CHAVE:** Algoritmo Firefly, Otimização estrutural, Treliças.

Bez, M. P. **Mass optimization of truss structures based on the Firefly Metaheuristic Algorithm**. 2011. 15p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

## ABSTRACT

The work here represented consists on the utilization of the Firefly Algorithm for mass optimization of trusses. The algorithm is based on the natural behavior of fireflies and their flashing pattern, adapted to use in engineering problems. Heuristic methods such as the Firefly are successfully used in several engineering problems, and this work aims to demonstrate the algorithm efficiency, by comparing its results to benchmark results obtained in literature. The objective function to be optimized is the total cost, symbolized by the total mass of the structure. To obtain this, Firefly will be used through MATLAB software, to the three following examples: The 10 bar plane truss, the 25 bar spatial truss and the 72 bar spatial truss. The study found results that validate the method efficiency, achieving superior results than those found in literature in two of the cases presented, thus concluding that using Firefly Algorithm in Structural Engineering is valid, possibly with superior results than other benchmark methods.

**KEYWORDS:** Firefly Algorithm, Structural Optimization, Trusses.

## ÍNDICE

	Pág.
1	INTRODUÇÃO.....1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....1
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....2
3.1	<i>Firefly Algorithm</i> .....2
3.2	Aplicação do Algoritmo <i>Firefly</i> ao cálculo estrutural.....4
4	APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS.....4
4.1	Metodologia.....4
4.1	Treliça Plana de 10 Barras.....5
4.2	Treliça Espacial de 25 Barras.....7
4.3	Treliça Espacial de 72 Barras.....10
5	CONCLUSÕES.....13
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....14

## 1. INTRODUÇÃO

Na matemática e engenharia, otimização é o processo de buscar a melhor solução para um determinado problema entre as soluções disponíveis. Matematicamente, é o processo de minimizar ou maximizar uma determinada função obedecendo às condições impostas ao sistema. A aplicação da otimização à engenharia envolve a obtenção da melhor configuração possível para uma determinada estrutura, respeitando as restrições impostas de projeto.

A otimização de massa é uma linha de pesquisa extremamente atual. Em um contexto global onde a concorrência econômica se torna cada vez mais acirrada, a otimização da massa de uma estrutura, diminuindo assim seu custo total, pode significar uma vantagem competitiva decisiva, definindo assim o grau de sucesso de um projeto.

Segundo Yang, 2010, grande parte dos problemas de otimização encontrados em engenharia são não-lineares e possuem um grande número de restrições. Assim, a otimização dessas estruturas requer algoritmos complexos e eficientes.

O presente trabalho tem como objetivo otimizar a massa de estruturas treliçadas utilizando o algoritmo meta-heurístico Firefly (vagalume). Para isso, serão realizados testes de otimização através do *software* MATLAB com o algoritmo proposto para estruturas de soluções bem estabelecidas na literatura, a fim de comparar a eficácia do método Firefly à de métodos de referência. A otimização proposta tem como restrições de projeto os valores máximos de tensão e deslocamento atingidos nas barras da treliça, satisfazendo assim as condições de uso da estrutura.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O processo de otimização pode ser descrito como a busca contínua da melhor solução possível para uma determinada aplicação. Segundo Eberhart and Shi (2001), métodos heurísticos de otimização tem sido usados para resolver problemas tão distintos como a análise de tremores humanos como os causados pelo Mal de Parkinson, o controle de voltagem em uma usina elétrica ou ainda otimização de mix de ingredientes para colônias de micro-organismos, obtendo excelentes resultados. Em engenharia mecânica, as aplicações mais comuns são as de otimização estrutural (especialmente o projeto de vasos de pressão e estruturas formadas por vigas) e de otimização topológica (como o projeto de asas e aerofólios).

Devido a essa grande variedade de aplicações práticas, os algoritmos de otimização tem sido cada vez mais estudados nos campos de engenharia e matemática aplicada. Os métodos de otimização podem ser divididos em duas classes principais: algoritmos determinísticos e probabilísticos. Os algoritmos determinísticos se caracterizam por utilizar a derivada das funções objetivo em relação às variáveis de projeto, e sempre produzem o mesmo grupo de soluções para o mesmo ponto de partida. Alguns métodos determinísticos bem conhecidos são o método *Simplex*, *Sequencial Linear Programming* (SLP), e o Método do Gradiente Descendente. Segundo Yang, 2010, embora os algoritmos determinísticos sejam bastante eficazes em encontrar um ótimo local para uma determinada função, eles correm o risco de ficar presos a esse ponto ótimo local, enquanto o ponto ótimo global se mantém fora do alcance.

Para resolver esse problema, um argumento estocástico pode ser introduzido na formulação do algoritmo, tornando possível que a solução saia aleatoriamente do ponto ótimo local, em busca de um ponto ótimo global para a função objetivo. O método se torna então probabilístico. Como característica, os métodos probabilísticos usam somente a função objetivo de otimização, e não as derivadas da função, e por isso são considerados algoritmos de ordem zero. Alguns métodos probabilísticos reconhecidos são o de Algoritmos Genéticos (AG),

*Particle Swarm Optimization* (PSO), *Ant Colony Search* (ACS). O Algoritmo Firefly aqui utilizado é um algoritmo estocástico e meta-heurístico.

Como muitos algoritmos meta-heurísticos, o algoritmo Firefly é baseado em comportamentos encontrados na natureza. Reynolds (1987) e Heppner and Grenander (1990) apresentaram os primeiros estudos na área, baseados no comportamento de grupos de pássaros durante o voo, buscando explicar os movimentos sincronizados de grupos de pássaros, com suas mudanças abruptas de direção durante o voo. Ambos os estudos trabalharam com hipóteses semelhantes, relacionando a sincronia de movimentos do grupo de pássaros aos esforços individuais dos pássaros em manter uma distância ótima aos outros pássaros.

Outra analogia de comportamento coletivo de animais foi usada por Dorigo (1999), na formulação do método *Ant Colony Optimization* (ACO), baseado no comportamento social de insetos, em especial as formigas, onde a comunicação entre indivíduos ocorre através da emissão de feromônios na busca de um caminho ótimo entre a colônia e uma fonte de comida. Eberhart and Kennedy (1995) desenvolveram um dos métodos meta-heurísticos de otimização mais reconhecidos e utilizados atualmente, conhecido como *Particle Swarm Optimization* (PSO). O algoritmo baseia-se no movimento de cardumes de peixes e bandos de pássaros, e tem se firmado devido aos bons resultados obtidos. Seguindo a tendência do estudo de comportamento coletivo natural, Yang (2009) introduziu o método conhecido como Firefly, inspirado no padrão de emissões luminosas dos vaga-lumes.

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1. Firefly Algorithm

Xin-She Yang (2009) formulou o algoritmo Firefly a partir da observação do padrão de emissão luminosas de vaga-lumes. A emissão luminosa é a característica mais marcante dos vaga-lumes, e possui duas funções principais: atrair parceiros para o acasalamento (comunicação) e atrair potenciais presas. A atração entre vaga-lumes da mesma espécie se dá através da emissão ritmada das emissões, e também pelo tempo de emissão. É possível então formular a luz piscante de maneira a associá-la à função objetivo a ser otimizada, formando uma base para a criação de um novo método para a otimização de funções matemáticas. Para a definição do método Firefly, parte-se inicialmente de três regras básicas:

- 1) Os vaga-lumes em questão não possuem distinção entre sexos, então todos os vaga-lumes de uma determinada população podem atrair-se entre si.
- 2) A atratividade de um vaga-lume é proporcional ao seu brilho. Portanto, o vaga-lume menos brilhante sempre se moverá em direção ao mais brilhante. Se não existir um indivíduo mais brilhante que um vaga-lume em especial, este se moverá aleatoriamente.
- 3) O brilho de um vaga-lume é diretamente afetado pela topologia da função a ser otimizada. Para uma função de maximização, por exemplo, o brilho de cada indivíduo pode ser diretamente proporcional ao valor da função objetivo.

Baseando-se nas 3 regras acima, é possível definir o pseudocódigo do algoritmo, como mostrado na Figura 3.1:

#### Firefly Algorithm

*Função Objetivo*  $f(x)$ ,  $x = (x_1, \dots, x_d)T$   
*Gerar população inicial de vaga-lumes*  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )

```

Intensidade de luz li em xi é determinada por f(xi)
Definir coeficiente de absorção de luz  $\gamma$ 
While (t < MaxGeneration)
for i = 1 : n todos os vagalumes n
for j = 1 : i todos os vagalumes n
if (lj > li), mover vaga-lume i em direção a j na dimensão d end
Atratividade varia com a distância r através de  $\exp[-\gamma r]$ 
Avaliar novas soluções e adaptar intensidade de luz
End para j
End para i
Avalia os vaga-lumes e encontra o melhor resultado até o momento
End while
Pós-processar resultados e visualizar.

```

Figura 3.1 Pseudocódigo do método Firefly

No algoritmo Firefly, há dois pontos importantes: a variação da luminosidade e a formulação da atratividade. Por simplicidade, pode-se sempre assumir que a atratividade é função da luminosidade de um determinado vaga-lume, que por sua vez está relacionada à função objetivo.

Para o caso mais simples de otimização de máximos, a luminosidade  $I$  de um determinado indivíduo em determinada posição  $x$  pode ser determinada por  $I \propto f(x)$ . Entretanto, a atratividade  $\beta$  é relativa, pois varia com a distância entre os indivíduos. Considerando-se os efeitos da distância  $r$  sobre a luminosidade e introduzindo o coeficiente de absorção de luminosidade do meio, chega-se a expressão:

$$I(r) = I_0 \cdot \exp(-\gamma \cdot r^2) \quad (3.1)$$

Como a atratividade de um vaga-lume é proporcional à sua luminosidade percebida pelos outros indivíduos, pode-se defini-la como:

$$\beta = \beta_0 \cdot \exp(-\gamma \cdot r^2) \quad (3.2)$$

O movimento de um indivíduo  $i$  que é atraído em direção a outro indivíduo mais brilhante  $j$  então é definido como:

$$x_i = x_i + \beta_0 \cdot e^{-\gamma \cdot r_{ij}^2} + \alpha \cdot (\text{rand} - 0.5) \quad (3.3)$$

onde o primeiro termo é a posição inicial, o segundo termo é a atratividade entre dois indivíduos e o terceiro termo é a componente aleatória, onde *rand* é um gerador aleatório de números distribuídos uniformemente no intervalo [0,1]. O parâmetro  $\alpha$  é o parâmetro de randomização. Para a maioria dos casos, o termo  $\beta_0$  pode ser igualado a 1 e o termo aleatório pode ser usado como uma distribuição estatística como, por exemplo, a normal  $N(0,1)$ . O parâmetro  $\gamma$  determina a taxa de absorção de luminosidade do meio e, portanto, a atratividade entre os indivíduos e, desempenhando um papel fundamental na velocidade de convergência do método. Tipicamente varia entre 0,01 e 100. Com  $\gamma \rightarrow 0$ , corresponde a um cenário

idealizado onde a luminosidade não diminui com a distância. Assim, facilmente encontra-se um mínimo local ótimo. Essa situação se assemelha a um caso especial do método PSO. Por outro lado, se  $\gamma \rightarrow \infty$ , os vagalumes estão em uma área de neblina, ou seja, a atratividade entre dois indivíduos se aproxima de 0. O método então se comporta de maneira completamente aleatória. Assim, o fator  $\gamma$  tem grande influência no funcionamento da otimização.

### 3.2. Aplicação do Algoritmo Firefly ao cálculo estrutural

De maneira geral, o algoritmo Firefly pode ser aplicado aos mesmos casos que *Particle Swarm Organization*, Algoritmos Genéticos e outros métodos de otimização. Para isso, basta a correta definição da função a ser otimizada. Para o cálculo estrutural, a função a ser otimizada geralmente é o custo total da estrutura. Para estruturas treliçadas, o custo relaciona-se basicamente à quantidade de material utilizado e, portanto, à massa total do sistema. Assim, a função custo definida para otimização é:

$$\sum_{i=1}^n M = \rho \cdot A_i \cdot L_i \quad (3.4)$$

Onde a função a ser otimizada,  $M$ , representa a massa da estrutura,  $n$  é o número de elementos da treliça,  $\rho$  é a densidade do material da treliça,  $A_i$  a área de cada barra e  $L_i$  o comprimento de cada barra da treliça. Com a definição da função custo a ser otimizada, são definidas as condições de contorno da otimização (restrições), dadas pelos esforços normais das barras da treliça, como definido abaixo:

$$g = \frac{N_i}{A_i} - \sigma_i \quad (3.5)$$

Onde  $g$  é a equação de restrição do problema,  $N_i$  é a força normal aplicada à barra  $i$ ,  $A_i$  é a área da barra  $i$  e  $\sigma$  a tensão máxima suportada pela barra segundo a definição do problema. Para o cálculo dos deslocamentos máximos na estrutura, é utilizado o Princípio dos Trabalhos Virtuais, que aplicado ao método resulta na equação abaixo:

$$g = \sum_{i=1}^n \frac{NB_i \cdot N_i}{A_i} \cdot L_i - \delta_i \quad (3.6)$$

Para a equação 3.6,  $N_i$  é a força normal aplicada à barra  $i$ ,  $NB_i$  é a tensão devido a uma força unitária aplicada no ponto de restrição de deslocamento da estrutura,  $A_i$  é a área da barra  $i$ ,  $L_i$  o comprimento da barra  $i$  e  $\delta$  o deslocamento máximo prescrito nas restrições do problema.

## 4. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS

### 4.1. Metodologia

Nesse trabalho serão otimizadas três diferentes estruturas, todas já anteriormente analisadas por outros autores. Assim, pode-se comparar o desempenho do método avaliado com o de outros métodos de utilização já estabelecidos e de eficiência comprovada, considerados *benchmarks* em otimização estrutural. Serão utilizadas treliças como base para o trabalho.

Para a definição das restrições da otimização, inicialmente é utilizado o programa NASTRAM para o cálculo dos esforços normais nas barras da treliça. Também pelo mesmo programa, são calculados os esforços para os casos de força unitária utilizados para o cálculo dos deslocamentos máximos. Com a definição das restrições, é utilizado o *software* MATLAB para a programação do Firefly. Para a otimização, devem ser definidos os cinco parâmetros de



utilização do Firefly:  $n$  (número de vagalumes), número de iterações,  $\alpha$  (parâmetro de randomização),  $\beta_{min}$  (atratividade mínima individual) e  $\gamma$  (coeficiente de absorção de luminosidade do meio). Durante esse trabalho, os valores de  $n$ , número de iterações,  $\alpha$  e  $\beta_{min}$  foram mantidos fixos em 10, 5000, 0.5 e 0.2, respectivamente. O parâmetro  $\gamma$  foi alterado conforme explicado nos exemplos.

Após a primeira iteração, geram-se áreas otimizadas para as barras da treliça. Deve-se então calcular novamente os esforços normais, para as novas áreas, e submeter novamente ao MATLAB, para a próxima etapa da otimização. A cada etapa, espera-se que o resultado evolua, até um valor de massa mínima considerado para a comparação com outros trabalhos. Será testada assim a qualidade da solução ótima.

#### 4.2. Treliça plana de 10 barras – 10 variáveis de projeto a serem otimizadas

A estrutura treliçada mostrada na Figura 4.1 é um dos primeiros e mais utilizados casos de estudo de otimização estrutural, sendo utilizado consistentemente desde os anos 70. Assim, oferece uma excelente base de comparação com outros métodos.

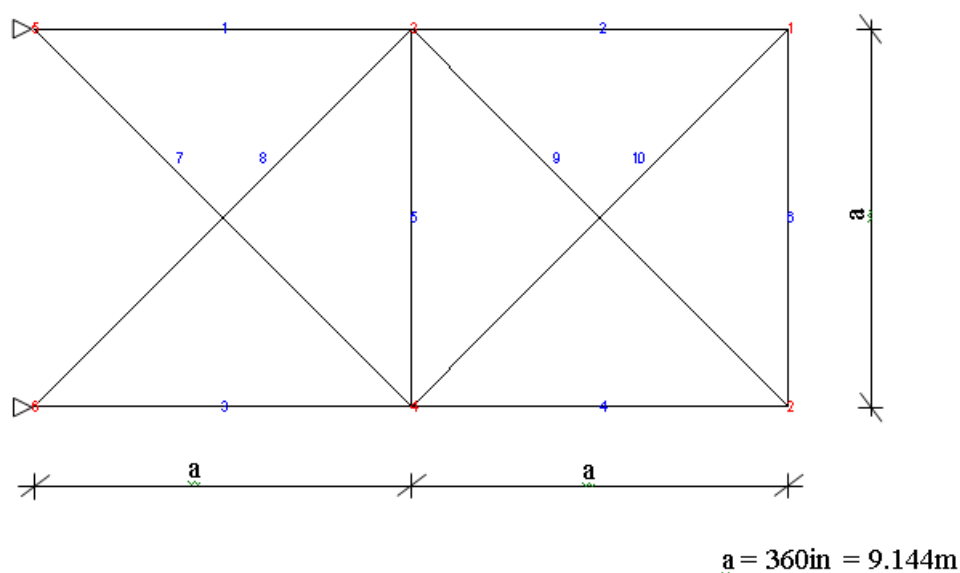


Figura 4.1 – Treliça de 10 barras

A treliça da Figura 4.1 possui 10 barras e 6 nós. A variável a ser otimizada é a massa total da estrutura, através da otimização das áreas das barras que formam a treliça. Porém, a estrutura deve obedecer a restrições de contorno relacionadas às tensões máximas suportadas pelas barras bem como deslocamento máximo permitido para a estrutura. As características do material da treliça são descritas na Tabela 4.1. A Tabela 4.2 define as forças nodais aplicadas na estrutura, enquanto a Tabela 4.3 define as restrições de projeto para esta treliça.

Tabela 4.1 – Propriedades dos materiais para a treliça de 10 barras

Propriedade	Valores
Material	Alumínio
Módulo de Elasticidade	68.95 GPa
Massa específica	2767.99 kg/m <sup>3</sup>

Tabela 4.2 – Forças nodais para a treliça de 10 barras

Nó	X	y
2	0	-100 kip = 444.82 kN
4	0	-100 kip = 444.82 kN

Tabela 4.3 – Restrições de projeto para a treliça de 10 barras

Restrição	Valor
Tensão máxima	$\pm 517.11$ MPa para o membro 9 $\pm 172.37$ MPa para os outros membros
Deslocamento	$\pm 50.8$ mm na direção y para os nós 1-4
Valores limites de área	$64.5 \text{ mm}^2 < A_i < 2000 \text{ mm}^2$

Inicialmente, a estrutura foi submetida ao método sob o parâmetro  $\gamma = 1$ . Isso, segundo a definição do método, significa que a atratividade entre os vagalumes diminuem muito pouco com a distância, ou seja, eles apresentam maior tendência a agrupar-se. Na prática, isso diminui o fator aleatório da solução. Isso leva o método a convergir rapidamente em torno de um mínimo local. O problema apresentou os seguintes resultados, conforme Tabela 4.4:

Tabela 4.4 – Resultados para a treliça de 10 barras com  $\gamma = 1$ 

Barra	Área ( $\text{mm}^2$ )
1	18728
2	2897
3	18535
4	7803
5	65
6	2873
7	10071
8	11146
9	11094
10	4062
Massa total	2590.1 kg

Os resultados acima foram atingidos após três etapas de otimização, atualizando os valores das equações de restrições a cada novo resultado, até atingir uma convergência. Entretanto, ficaram muito acima do esperado, ficando mais de 10% acima de resultados previamente encontrados na literatura, os quais são mostrados na Tabela 4.5.

O próximo passo, então, consiste em variar a taxa de atratividade  $\gamma$  de modo a atingir um resultado mais satisfatório de otimização. O valor de  $\gamma$  então foi fixado em 50. A variação da taxa de atratividade no valor de  $\gamma$  para acelerar a convergência do algoritmo é sugerida por Yang (2010). Os resultados finais de otimização, bem como a comparação com outros resultados, são mostrados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Resultados para a treliça de 10 barras comparados com a literatura

Autor	Haftka and Gürdal (1992)	Ghasemi <i>et al</i> (1999)	Yang (2009)	Presente trabalho
Área 1 ( $mm^2$ )	19690.28	16599.97	19547.00	19854
Área 2 ( $mm^2$ )	64.52	70.32	505.93	67
Área 3 ( $mm^2$ )	14967.71	16032.23	15633.00	14196
Área 4 ( $mm^2$ )	9819.34	10548.37	10173.00	9668
Área 5 ( $mm^2$ )	64.52	68.39	65.88	128
Área 6 ( $mm^2$ )	354.84	70.32	384.34	65
Área 7 ( $mm^2$ )	4812.89	5612.89	5199.60	3723
Área 8 ( $mm^2$ )	13574.17	13812.88	13772.00	14238
Área 9 ( $mm^2$ )	13890.29	14387.07	13790.00	13843
Área 10 ( $mm^2$ )	64.52	78.71	665.69	65
Massa total (kg)	2295.56	2311.35	2368.62	2253.8

Neste exemplo da treliça plana de 10 barras, o método Firefly apresentou excelentes resultados, o melhor entre todos os resultados encontrados na literatura para o caso. A Figura 4.3 mostra a curva de convergência do método:

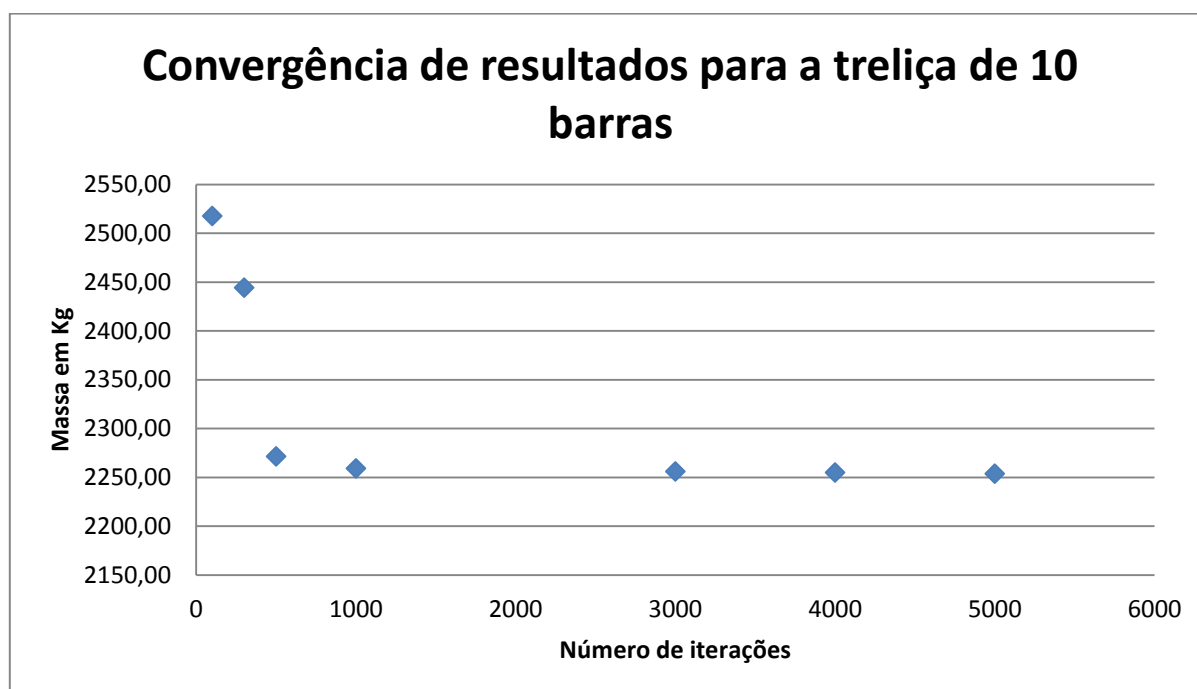


Figura 4.3 – Convergência de resultados para a treliça de 10 barras

A figura 4.3 mostra a evolução de resultados para a treliça de 10 barras ao se aumentar o número de iterações da otimização, demonstrando a convergência para o valor de 5000 iterações para o caso estudado. Estatisticamente, foram realizadas 10 avaliações do problema, onde o resultado médio obtido foi de 2354,1 kg, com um desvio padrão de 126,98 kg.

#### 4.3. Treliça espacial de 25 barras – 8 variáveis de projeto a serem otimizadas

O segundo exemplo utilizado neste trabalho é a treliça espacial de 25 barras, a qual é apresentada na Figura 4.4.

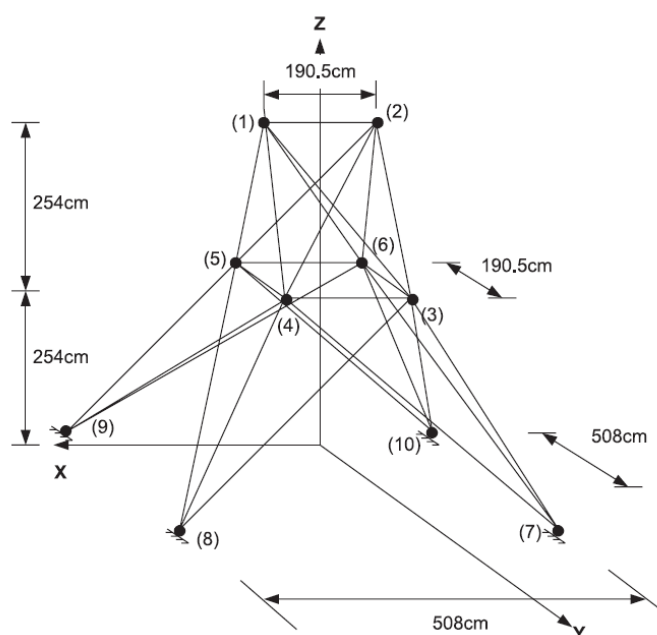


Figura 4.4 – Treliça espacial de 25 barras

A treliça da Figura 4.4 é composta por 25 barras e 10 nós. Novamente, a variável a ser otimizada é a massa total da estrutura, através da redução das áreas de cada um dos elementos da treliça, obedecendo às restrições de projeto do problema. A Tabela 4.6 apresenta as características do material da estrutura, enquanto a Tabela 4.7 define as forças nodais do problema.

A treliça é dividida, segundo a definição do problema para manter simetria, em oito diferentes grupos de barras. Cada grupo deve obedecer à premissa de que todas as barras de um mesmo grupo possuem a mesma área. As barras são divididas conforme a Tabela 4.8. As restrições para o problema em questão são apresentadas na Tabela 4.9.

Tabela 4.6 – Propriedades dos materiais para a treliça de 25 barras

Propriedade	Valores
Material	Alumínio
Módulo de Elasticidade	68.95 GPa
Massa específica	2767.99 kg/m <sup>3</sup>

Tabela 4.7 – Forças nodais para a treliça de 25 barras

Nó	X	Y	Z
1	1kip = 4.4482kN	10kip = 44.482kN	-5kip = -22.241kN
2	0	10kip = 44.482kN	-5kip = -22.241kN
3	0.5kip = 2.2241kN	0	0
6	0.5kip = 2.2241kN	0	0

Tabela 4.8 – Agrupamento de elementos para a treliça de 25 barras

Grupo de barras	Membros
1	1
2	2-5
3	6-9
4	10-11
5	12-13
6	14-17
7	18-21
8	22-25

Tabela 4.9 – Restrições de projeto para a treliça de 25 barras

Restrição	Valor
Tensão máxima	$\pm 275.79$ MPa todos os membros
Deslocamento	$\pm 8.89$ mm nas direções x, y e z para os nós 1 e 2
Valores limites de área	$6 \text{ mm}^2 < A_i < 2000 \text{ mm}^2$

Para esse caso foi utilizada a mesma abordagem da treliça de 10 barras. O parâmetro  $\gamma$  foi fixado em 20. Com isso, os resultados encontrados são descritos na Tabela 4.10:

Tabela 4.10 – Resultados para a treliça de 25 barras comparados com a literatura

Autor	Coello e Christiansen (2000)	Telles - SPQ (2007)	Telles – AG (2007)	Guerra (2008)	Presente Trabalho
Área 1 ( $\text{mm}^2$ )	64.51	32.30	39.90	38.06	8.5
Área 2 ( $\text{mm}^2$ )	451.61	32.30	37.40	32.25	23.1
Área 3 ( $\text{mm}^2$ )	129.03	2343.20	2150.30	2.34	2326.6
Área 4 ( $\text{mm}^2$ )	64.51	32.30	67.30	41.93	6.0
Área 5 ( $\text{mm}^2$ )	903.22	1285.00	1222.60	1283.22	1366.2
Área 6 ( $\text{mm}^2$ )	709.67	501.50	474.40	497.41	500.6
Área 7 ( $\text{mm}^2$ )	322.58	102.1	46.60	99.35	17.8
Área 8 ( $\text{mm}^2$ )	2193.54	2527.0	2467.90	2519.99	2537.1
Massa total (kg)	224.05	211.22	204.04	211.36	206.88

Neste exemplo da treliça espacial de 25 barras, o método Firefly apresentou excelentes resultados, sendo inferior somente ao de Telles (2007) utilizando-se o método dos Algoritmos Genéticos. O próprio autor, no entanto, ressalta que a melhor solução encontrada violou ligeiramente algumas restrições de projeto. A Figura 4.5 mostra a curva de convergência de resultados para o caso:

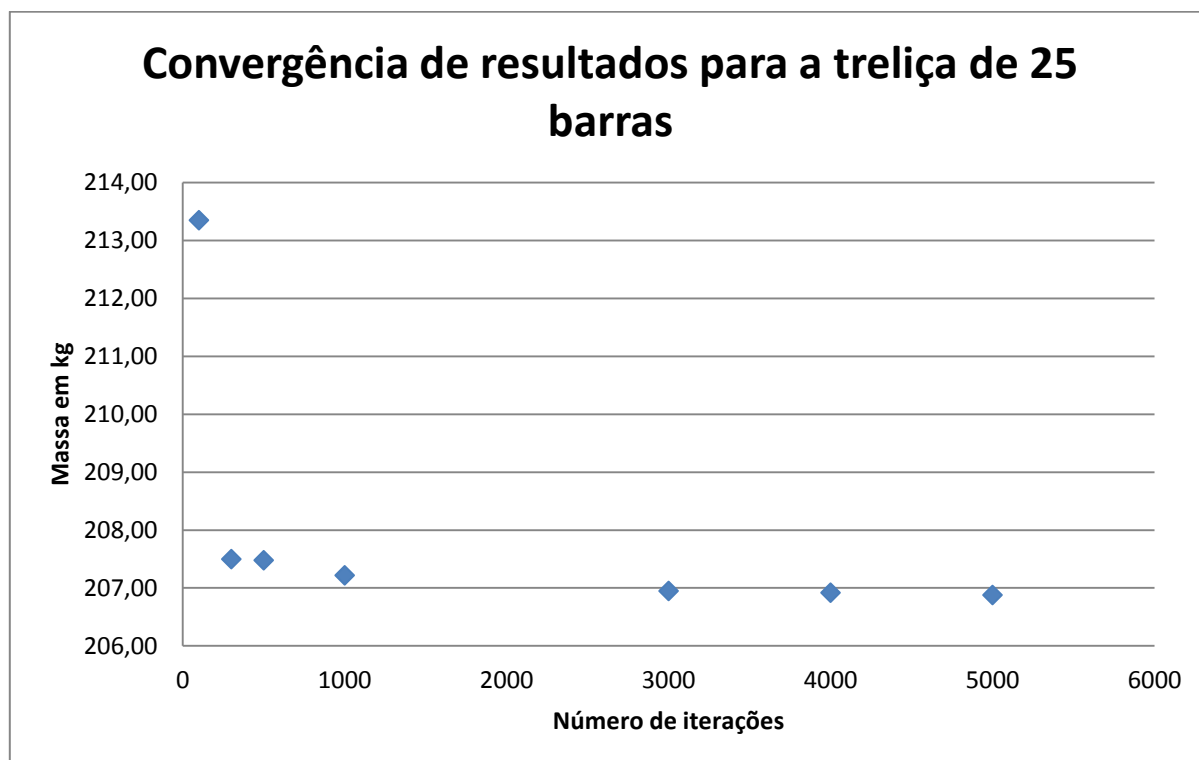


Figura 4.5 – Convergência de resultados para a treliça de 25 barras

A figura 4.5 mostra a evolução de resultados para a treliça de 25 barras ao se aumentar o número de iterações da otimização, demonstrando a convergência para o valor de 5000 iterações para o caso estudado. Estatisticamente, foram realizadas 10 avaliações do problema, onde o resultado médio obtido foi de 208,66 kg, com um desvio padrão de 1,9473 kg.

#### 4.4. Treliça espacial de 72 barras – 16 variáveis de projeto a serem otimizadas

O terceiro exemplo utilizado nesse trabalho é a treliça espacial de 72 barras, mostrada na Figura 4.6:

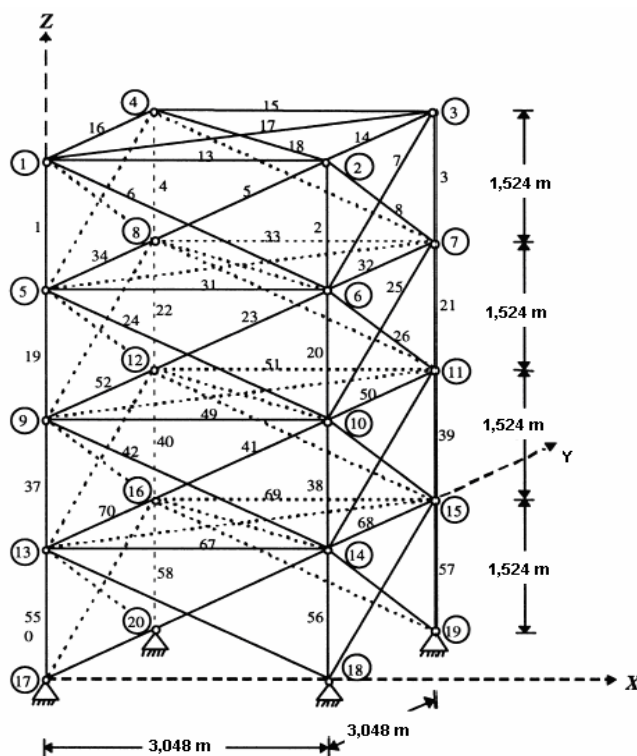


Figura 4.6 – Treliça espacial de 72 barras

A treliça da Figura 4.6 é composta por 72 barras e 20 nós. Como nos casos anteriores, a variável a ser otimizada é a massa total da estrutura, através da redução das áreas de cada um dos elementos da treliça, obedecendo às restrições de projeto do problema. A Tabela 4.11 apresenta as características do material deste problema:

Tabela 4.11 – Propriedades dos materiais para a treliça de 72 barras

Propriedade	Valores
Material	Alumínio
Módulo de Elasticidade	68.95 GPa
Massa específica	2767.99 kg/m <sup>3</sup>

A Tabela 4.12 define as forças nodais do problema. Neste caso são analisadas duas situações diferentes de carregamento. A estrutura deve resistir a ambas as cargas atuando separadamente para atender aos requisitos do problema.

Tabela 4.12 – Forças nodais para a treliça de 72 barras

Caso	Nó	X	Y	Z
1	1	5kip = 22.24kN	5kip = 22.24kN	-5kip = -22.24kN
2	1	0	0	-5kip = -22.24kN
	2	0	0	-5kip = -22.24kN
	3	0	0	-5kip = -22.24kN

A treliça é dividida, de forma a manter a simetria, em dezesseis diferentes grupos de barras. Cada grupo deve obedecer à premissa de que todas as barras de um mesmo grupo possuem a mesma área. As barras são divididas conforme a Tabela 4.13. As restrições para o problema em questão são apresentadas na Tabela 4.14.

Tabela 4.13 – Agrupamento de elementos para a treliça de 72 barras

Grupo de barras	Membros
1	1-4
2	5-12
3	13-16
4	17-18
5	19-22
6	23-30
7	31-34
8	35-36
9	37-40
10	41-48
11	49-52
12	53-54
13	55-58
14	59-66
15	67-70
16	71-72

Tabela 4.14 – Restrições de projeto para a treliça de 72 barras

Restrição	Valor
Tensão máxima	$\pm 172.37$ MPa todos os membros
Deslocamento	$\pm 6.35$ nas direções x, y e z para os nós 1-4
Valores limites de área	$6 \text{ mm}^2 < A_i < 2000 \text{ mm}^2$

Para a treliça de 72 barras, foi utilizado o parâmetro  $\gamma=1$ . A Tabela 4.15 apresenta os resultados obtidos comparados com os encontrados na literatura:

Tabela 4.15 – Resultados para a treliça de 72 barras comparados com a literatura

Autor	Haftka and Gürdal (1992)	Erbatur et al (2000)	Yang (2009)	Presente trabalho
Área 1 ( $\text{mm}^2$ )	101.35	103.87	103.84	101.5
Área 2 ( $\text{mm}^2$ )	345.55	350.97	334.02	339.1
Área 3 ( $\text{mm}^2$ )	264.45	244.52	266.19	293.1
Área 4 ( $\text{mm}^2$ )	367.10	336.13	395.29	340.5
Área 5 ( $\text{mm}^2$ )	326.90	345.16	327.35	328.9
Área 6 ( $\text{mm}^2$ )	335.48	345.16	319.72	338.7
Área 7 ( $\text{mm}^2$ )	64.52	66.45	65.30	64.5
Área 8 ( $\text{mm}^2$ )	64.52	71.61	72.76	64.5
Área 9 ( $\text{mm}^2$ )	825.80	845.16	774.66	854.0
Área 10 ( $\text{mm}^2$ )	332.13	321.29	316.02	339.0
Área 11 ( $\text{mm}^2$ )	64.52	70.97	64.77	64.5
Área 12 ( $\text{mm}^2$ )	64.52	66.45	65.15	64.5
Área 13 ( $\text{mm}^2$ )	1223.87	1232.26	1250.20	1232.4
Área 14 ( $\text{mm}^2$ )	332.77	338.71	385.77	319.1
Área 15 ( $\text{mm}^2$ )	64.52	78.71	64.63	64.5
Área 16 ( $\text{mm}^2$ )	64.52	66.45	64.89	64.5
Massa total (kg)	172.21	173.78	173.56	172.44



Neste terceiro exemplo, da treliça espacial de 72 barras, o método Firefly novamente apresentou resultados muito satisfatórios, sendo ligeiramente inferior somente ao de Haftka and Gürdal (1992). A Figura 4.7 apresenta os resultados para a treliça de 72 barras:

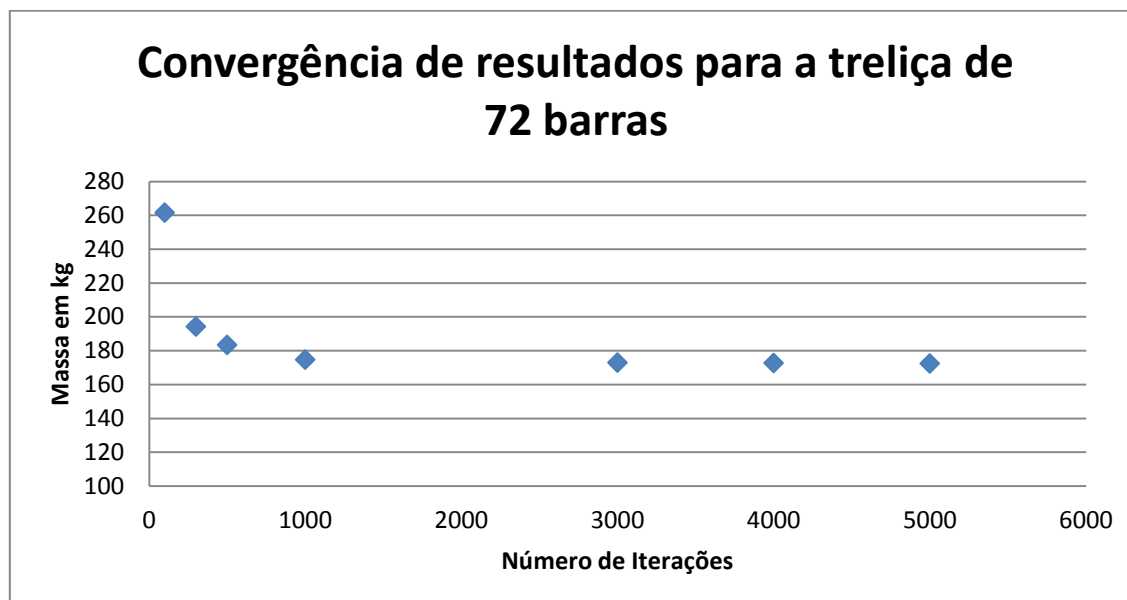


Figura 4.7 – Convergência de resultados para a treliça de 72 barras

A figura 4.7 mostra a evolução de resultados para a treliça de 72 barras ao se aumentar o número de iterações da otimização, demonstrando a convergência para o valor de 5000 iterações para o caso estudado. Estatisticamente, foram realizadas 10 avaliações do problema, onde o resultado médio obtido foi de 176,21 kg, com um desvio padrão de 4,1081 kg.

## 5. CONCLUSÕES

O algoritmo Firefly apresentado no trabalho mostrou resultados excelentes para os casos de estudo. Em dois dos três casos estudados – a treliça plana de 10 barras e a treliça espacial de 25 barras –, apresentou resultado melhor que os encontrados na literatura e, no terceiro caso – a treliça espacial de 72 barras –, o resultado ainda foi superior ao de diversos autores. Em especial, o resultado no caso da treliça plana de 10 barras superou consideravelmente os resultados encontrados na literatura, demonstrando a eficácia do algoritmo para a otimização estrutural.

Por ser um método de criação recente, ainda não há uma quantidade substancial de pesquisa a respeito do Firefly. Assim, este trabalho serve como um importante demonstrativo de sua eficácia, indicando a necessidade de uma maior pesquisa sobre o tema. Um ponto ainda a ser explorado, por exemplo, é o efeito dos parâmetros  $n$ ,  $\alpha$  e  $\beta_{min}$  no resultado final, algo que não foi abordado nesse trabalho.

Um ponto importante desse estudo foi a demonstração da importância do parâmetro  $\gamma$  no resultado final obtido, conforme exemplo dois, algo já salientado pelo próprio criador do algoritmo anteriormente. Assim, uma avaliação mais aprofundada dos efeitos causados pela sua alteração na convergência geral do método é de suma importância para obtenção de uma eficiência ainda maior na utilização do Firefly e deve ser tratada como prioridade nos próximos trabalhos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COELLO, C. A.; CHRISTIANSEN, A. D., Multiobjective Optimization of Trusses Using Genetic Algorithms. **Computers and Structures**, Cambridge, n. 75, p. 647-660, 2000.

Eberhart, R. C.; Shi, Y. Particle Swarm Optimizations: Developments, Applications and Resources. Proc. Congress on Evolutionary Computation 2001, Seoul, Korea. 2001.

Eberhart, R. C., and Kennedy, J. A new optimizer using particle swarm theory. *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, Nagoya, Japan, 39-43. Piscataway, NJ: IEEE Service Center. 1995.

Dorigo, M.; Di Caro, G.; Ant colony optimization: a new meta-heuristic. *Evolutionary Computation*, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress. 1999

Ghasemi, M. R; Hinton, E; Wood, R. D. (1999) "Optimization of trusses using genetic algorithms for discrete and continuous variables", *Engineering Computations*, Vol. 16 Iss: 3, pp.272 - 303

Guerra, C. Otimização Paramétrica de Estruturas Treliçadas por Algoritmos Genéticos. 2008. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

Haftka, R. T.; Gürdal Z., *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Third Edition, 1992.

Heppner, F.; Grenander, U. A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks. American Association for the Advancement of Science. USA. 1990.

Reynolds, C. W. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*. Volume 21 Issue 4, July 1987

Teles, M. L. **Avaliação de Desempenho de Algoritmos Genéticos Aplicados à Otimização Paramétrica de Estruturas de Engenharia**. 2007. 27 f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

Yang, X. S. "Firefly algorithms for multimodal optimization", in: *Stochastic Algorithms: Foundations and Applications*, SAGA 2009.

Yang, X. S., 'Firefly Algorithm, Stochastic Test Functions and Design Optimisation', *Int. J. Bio-Inspired Computation*, Vol. 2, No. 2, pp.78–84, 2010

Yang, X. S., Harmony Search as a metaheuristic algorithm. in: *Music-Inspired Harmony Search Algorithm: Theory and Applications* (Editor Z. W. Geem), *Studies in Computational Intelligence*, Springer Berlin, vol. 191, pp. 1-14, 2009.