

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

UM MODELO MACRO – MESOSCÓPICO PARA A SIMULAÇÃO
DE FRATURA EM CONCRETO SIMPLES

Cláudia Mesquita da Rosa

Porto Alegre
2011

Cláudia Mesquita da Rosa

**UM MODELO MACRO – MESOSCÓPICO PARA A
SIMULAÇÃO DE FRATURA EM CONCRETO SIMPLES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA**.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Bittencourt

Porto Alegre
2011

CLÁUDIA MESQUITA DA ROSA

**UM MODELO MACRO – MESOSCÓPICO PARA A
SIMULAÇÃO DE FRATURA EM CONCRETO SIMPLES**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 29 de abril de 2011

Eduardo Bittencourt

Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientador

Luiz Carlos Pinto da Silva Filho

Ph.D. pela University of Leeds
Coordenador do PPGEC

BANCA EXAMINADORA

Jorge Daniel Riera

Ph.D. pela Princeton University

Herbert Martins Gomes

Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Virgínia Maria Rosito d'Avila

Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Ruy Alberto Cremonini

Dr. pela Universidade de São Paulo

Dedico este trabalho a Edison Luis Cereça Pereira, meu
noivo, amigo e grande companheiro.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, e mais importante, eu gostaria de agradecer ao professor Eduardo Bittencourt pelo apoio, orientação, formação e disponibilidade sempre prestada nos momentos de maiores dúvidas. É com muita satisfação que concluo este trabalho sob sua orientação.

Ao professor Inácio Benvegnu Morsch por sempre me apoiar e indicar o caminho, desde o curso de graduação. Pelos ensinamentos transmitidos e por sempre sanar minhas dúvidas sejam elas quais fossem e me incentivar ao crescimento profissional.

A todos os colegas que passaram por esses dois anos de mestrado, em especial aos colegas da UFAL, David Anderson Cardoso Dantas e Reberth Douglas Bandeira Cavalcante, pelos conhecimentos trocados, pelas horas de estudo em conjunto e, claro, pela companhia ímpar nos momentos de lazer.

Não poderia deixar de agradecer ao meu noivo e grande amigo Edison Luis Cereça Pereira pelos finais de semana repletos de paciência e chá gelado, por compartilhar seus vastos conhecimentos em linguagem de programação e pelo apoio técnico rápido e de qualidade dado os meus computadores pessoais. Também por apoiar minhas decisões e aplaudir minhas vitórias, pelo companheirismo e ombro amigo.

Agradeço aos meus pais, pelo amor e dedicação. À minha mãe, Marleni Terezinha Cardoso de Mesquita, pela educação, carinho, incentivo e torcida a favor do meu sucesso. Ao meu pai, Assis Kullmann da Rosa (*in memoriam*), por todos os momentos de reflexão que me proporcionaram seus ensinamentos.

A grande amiga e colega de mestrado Débora Delai Vanin, por compartilhar de noites de estudo intenso, pela ajuda nas horas difíceis, por estar sempre presente nos momentos que precisei e pela compreensão. Também pelas longas conversas e noites de pizza lá em casa.

A todos os professores do PPGEC que auxiliaram direta ou indiretamente na realização deste trabalho, assim como nos conhecimentos passados através do curso de mestrado.

A todos os amigos e parentes que, de alguma forma, colaboraram no desenvolvimento deste trabalho, mesmo que apenas com sua compreensão pela minha ausência.

Ao CNPQ pelo apoio financeiro.

“A mente que se abre a uma nova idéia jamais voltará ao seu tamanho original.”

Albert Einstein

RESUMO

ROSA, C. M. **Um Modelo Macro – Mesoscópico para a Simulação de Fratura em Concreto Simples**. 2011. 98 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Com a finalidade de estudar processos de fratura em concreto simples, este trabalho propõe uma escala intermediária de análise. Sendo assim, é apresentado um modelo simplificado de duas fases, o qual representa alguns elementos da microestrutura do concreto. Uma fase representa os agregados e a outra a matriz de cimento. Os agregados são considerados elástico-lineares e são representados pelos elementos finitos. Toda a não-linearidade do concreto e do processo de fratura é considerada na matriz de cimento. Tal fase é representada por interfaces coesivas, de espessura zero, entre os elementos finitos. Enquanto o modelo considera propriedades microscópicas do concreto como entrada, tem-se o comportamento macroscópico da estrutura como saída, o que é uma grande vantagem da escala proposta. Efeitos como a relação água/cimento e a densidade de agregados são introduzidos no modelo. Os resultados mostram que o modelo é capaz de captar, pelo menos qualitativamente, efeitos os quais somente são possíveis de obter com um modelo de três fases.

Palavras-chave: mecânica da fratura; interfaces coesivas; microestrutura do concreto; concreto simples; modelo de duas fases.

ABSTRACT

ROSA, C. M. **A Meso – Macro Model for the Simulation of Plain Concrete Fracture.** 2011. 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

An intermediate scale of analysis is proposed here in order to study the fracture of plain concrete. A simplified two phases model is proposed as a concrete microstructure. One phase is the aggregate and other is the cement matrix. Aggregate is considered elastic linear and is represented by finite elements. All the non-linearity of the concrete and the fracture process is considered in the cement matrix. This phase is represented by a zero thickness cohesive interface between finite elements. While the model considers microscopic properties of the concrete as input, it delivers the macroscopic behavior of the structure as output, which is a great advantage of the proposed scale. Effects like water-cement ratio and density of aggregates are introduced in the model. Results show the model is able to capture, at least qualitatively, effects only possible to obtain by a three phases model.

Key-words: fracture mechanics; cohesive interfaces; concrete microstructure; plain concrete; two-phase model.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	10
LISTA DE TABELAS	13
LISTA DE SÍMBOLOS	15
1 INTRODUÇÃO	17
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS.....	17
1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO	19
1.3 CONTRIBUIÇÕES ESPERADAS	20
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	20
2 FISSURAÇÃO NO CONCRETO SIMPLES	21
2.1 MICROESTRUTURA DO CONCRETO	21
2.2 EFEITO DA DENSIDADE DA MICROESTRUTURA NO PROCESSO DE FALHA	22
2.3 PROPRIEDADES DE FRATURA DO CONCRETO	23
2.4 MECÂNICA DA FRATURA APLICADA AO CONCRETO	25
2.5 ESTUDOS EXPERIMENTAIS	27
3 METODOLOGIA.....	30
3.1 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA A FASE II.....	30
3.3.1 Modo I Puro.....	31
3.3.1.1 Lei Constitutiva Pós-Pico	31
3.3.1.2 Lei Constitutiva Pré-Pico.....	34
3.3.2 Modo Misto de Fratura	34
3.2 INTERFACES COESIVAS APLICADAS A MALHAS NÃO ESTRUTURADAS	40
3.3 IMPLEMENTAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS	42
3.4 DEFINIÇÃO DAS PROPRIEDADES DE INTERFACE	43
4 EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA	45
4.1 PROPAGAÇÃO DE FISSURA EM MODO I.....	45
4.1.1 Exemplo 1.....	46
4.1.1.1 Efeito do Tamanho do Agregado e Energia Específica de Fratura	46
4.1.1.2 Efeito da Densidade de Agregados e/ou Espessura da ZTI.....	49
4.1.1.3 Efeito da Energia de Modo II	51
4.1.2 Exemplo 2.....	52
4.1.2.1 Efeito do Tamanho do Agregado e Energia Específica de Fratura	52
4.1.2.2 Efeito da Densidade de Agregados e/ou Espessura da ZTI.....	59

4.1.2.3 Efeito da Energia de Modo II	62
4.1.2.4 Curvas carga - abertura de fissura	62
4.1.3 Discussão dos Resultados – Modo I.....	67
4.2 PROPAGAÇÃO DE FISSURA EM MODO MISTO.....	70
4.2.1 Viga com Um Entalhe Ensaída a Quatro Pontos	71
4.2.1.1 Efeito do Tamanho do Agregado e Energia Específica de Fratura	72
4.2.1.2 Efeito da Densidade de Agregados e/ou Espessura da ZTI.....	76
4.2.1.3 Efeito da Energia de Modo II	77
4.2.1.4 Curvas carga - deslocamento	78
4.2.2 Viga com Duplo Entalhe Ensaída a Quatro Pontos	80
4.2.2.1 Efeito do Tamanho do Agregado e Energia Específica de Fratura	81
4.2.2.2 Efeito da Densidade de Agregados e/ou Espessura da ZTI.....	85
4.2.2.3 Efeito da Energia de Modo II	87
4.2.3 Discussão dos Resultados – Modo Misto.....	88
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	91
5.1 CONCLUSÕES	91
5.2 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	93
REFERÊNCIAS	94

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquemática da microestrutura do concreto.....	18
Figura 2: Micrografia de uma peça de concreto fissurada (LANDIS e BOLANDER, 2009)..	22
Figura 3: Caracterização da zona de processo de fratura no concreto.....	25
Figura 4: Mecanismos da zona de processo de fratura em concreto (baseado em SHAH et al., 1995).....	26
Figura 5: Geometria para Modo I puro em flexão a três pontos em viga.....	28
Figura 6: Flexão em três pontos para modo misto (a) viga a três pontos com entalhe excêntrico, (b) viga a três pontos com entalhe duplo excêntrico.....	28
Figura 7: Viga com duplo entalhe para ensaio a quatro pontos.....	29
Figura 8: Viga com um entalhe para ensaio a quatro pontos	29
Figura 9: Definição das fases do concreto: (a) distribuição de partículas, (b) projeção de uma malha não estruturada e (c) definição das propriedades na malha	30
Figura 10: Lei Constitutiva pós-pico da superfície coesiva	31
Figura 11: Comportamento tensão coesiva tangencial τ versus deslizamento v , modo II puro.....	35
Figura 12: Superfície de ruptura inicial (modelo acoplado de Coulomb com aderência).....	36
Figura 13: Superfície de ruptura para modelo acoplado (F), potencial plástico (F^*) e direções dos deslocamentos inelásticos	39
Figura 14: Representação esquemática de um elemento de interface coesiva	40
Figura 15: Elementos de interfaces coesivas em uma malha não estruturada.....	41
Figura 16: Geometria e condições de contorno para o ensaio de flexão a três pontos.....	45
Figura 17: Diferentes malhas consideradas no exemplo 1 para os diferentes tamanhos de agregado.....	47
Figura 18: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=36.6 N/m$	48
Figura 19: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	49
Figura 20: Exemplo 1 com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração, malha b para $d=8 mm$ e malha a para $d=13 mm$, $\sigma_{max}^0=2.2 MPa$ e $G_{Ic}=20 N/m$	51
Figura 21: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração, malha b para $d=8 mm$ e malha a para $d=13 mm$, $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	51
Figura 22: Diferentes malhas consideradas no exemplo 2 para os diferentes tamanhos de agregado.....	54
Figura 23: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=45 N/m$	56
Figura 24: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=45 N/m$	57

Figura 25: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	58
Figura 26: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	59
Figura 27: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	60
Figura 28: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	61
Figura 29: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999): comparando as energias com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985) para $d=19 mm$ e $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$	63
Figura 30: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999): comparando os diâmetros com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$: (a) $G_{Ic}=45 N/m$ e (b) $G_{Ic}=20 N/m$	63
Figura 31: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999): comparando os diâmetros com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985) para $G_{Ic}=20 N/m$ (a) $\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$ e (b) $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$	64
Figura 32: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999): comparando os valores de σ_{max}^0 com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985): para $G_{Ic}=20.5 N/m$: (a) $d=12 mm$, (b) $d=19 mm$ e (c) $d=32 mm$	65
Figura 33: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999): comparando as diferentes malhas utilizadas com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985) para (a) $\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=91.8 N/m$, (b) $\sigma_{max}^0=1.1f_{tm}$ e $G_{Ic}=68 N/m$ e (c) $\sigma_{max}^0=1.4f_{tm}$ e $G_{Ic}=72.5 N/m$..	66
Figura 34: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=1.4f_{tm}$, $G_{Ic}=72.5 N/m$ e $d=19 mm$ (malhas a, b e c)	67
Figura 35: Exemplo 1- efeito do tamanho dos agregados na densidade de agregados	69
Figura 36: Exemplo 2 - efeito do tamanho dos agregados na densidade de agregados	69
Figura 37: Efeito da densidade de agregados na carga de pico para modo I	70
Figura 38: Geometria e condições de contorno para a viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos	71
Figura 39: Diferentes malhas consideradas para viga com um entalhe, ensaiada a quatro pontos, e os diferentes tamanhos de agregado	72
Figura 40: Morfologia da propagação das fissuras obtida por Galvez et al. (1998)	74
Figura 41: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=69 N/m$	75
Figura 42: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	76
Figura 43: Curva carga-deslocamento com uso da lei de Hillerborg et al. (1976) comparando os diâmetros com os resultados obtidos por Galvez et al. (1998) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$: (a) $G_{Ic}=69 N/m$ e (b) $G_{Ic}=20 N/m$	78
Figura 44: Curva carga-deslocamento com uso da lei de Hillerborg et al. (1976) comparando as energias utilizadas com os resultados obtidos por Galvez et al. (1998) para: $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ (a) $d=5 mm$, (b) $d=8 mm$ e (c) $d=16 mm$	79

Figura 45: Curva carga-deslocamento com uso da lei de Hillerborg et al. (1976) comparando os valores de σ_{max}^0 utilizados com os resultados obtidos por Galvez et al. (1998) para: $G_{Ic}=20$ N/m (a) $d=5$ mm, (b) $d=8$ mm e (c) $d=16$ mm.....	80
Figura 46: Geometria e condições de contorno para a viga com entalhe duplo.....	81
Figura 47: Diferentes malhas consideradas para viga com duplo entalhe e os diferentes tamanhos de agregado	82
Figura 48: Morfologias da propagação das fissuras relatados por Bocca et al. (1990): (a) duas superfícies simétricas em modo misto; (b) fratura com uma superfície em modo misto e uma de flexão; (c) duas fraturas em flexão	83
Figura 49: Pressão hidrostática em kN/mm para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20$ N/m	84
Figura 50: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=100$ N/m	84
Figura 51: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20$ N/m	85
Figura 52: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20$ N/m	86
Figura 53: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=20$ N/m	87
Figura 54: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=20$ N/m e $G_{IIc}=1.4G_{Ic}$	88
Figura 55: Efeito do tamanho dos agregados na densidade de agregados.....	90
Figura 56: Efeito da densidade de agregados na carga de pico para modo II	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Propriedades do material e da superfície coesiva para o exemplo 1 em Modo I (BAZANT; PFEIFFER, 1987)	46
Tabela 2: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=36.6 N/m$ – carga máxima experimental média 3.10 kN	47
Tabela 3: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 3.10 kN	48
Tabela 4: Exemplo 1 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 3.10 kN.....	48
Tabela 5: Exemplo 1 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=36.6 N/m$	50
Tabela 6: Exemplo 1 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	50
Tabela 7: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	51
Tabela 8: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$, $G_{Ic}=20 N/m$ e $G_{IIc}=1.4 G_{Ic}$ – carga máxima experimental média 3.10 kN	52
Tabela 9: Propriedades do material e da superfície coesiva para o exemplo 2 em Modo I (JENQ e SHAH, 1985).....	52
Tabela 10: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=45 N/m$ – carga máxima experimental média 5.94 kN	55
Tabela 11: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=45 N/m$ – carga máxima experimental média 5.94 kN.....	56
Tabela 12: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 5.94 kN	57
Tabela 13: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 5.94 kN.....	58
Tabela 14: Exemplo 2 para $d=19$ mm: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=10 N/m$ – carga máxima experimental média 5.94 kN.....	59
Tabela 15: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	60
Tabela 16: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	61
Tabela 17: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	62
Tabela 18: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$, $G_{Ic}=20 N/m$ e $G_{IIc}=1.4 G_{Ic}$ – carga máxima experimental média 5.94 kN	62
Tabela 19: Propriedades do material e da superfície coesiva para viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos (GALVEZ et al., 1998)	71

Tabela 20: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=69 N/m$ – carga máxima experimental média.....	73
Tabela 21: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 6.10 kN.....	73
Tabela 22: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	77
Tabela 23: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$	77
Tabela 24: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $G_{Ic}=69 N/m$ e $G_{IIc}=10 G_{Ic}$	78
Tabela 25: Propriedades do material e da superfície coesiva para viga com duplo entalhe (BOCCA, et al., 1990,1991).....	81
Tabela 26: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=100 N/m$ – carga máxima experimental média 12.22 kN.....	82
Tabela 27: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 12.22 kN.....	83
Tabela 28: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $d=10mm$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 12.22 kN.....	85
Tabela 29: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 12.22 kN.....	86
Tabela 30: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ e $G_{IIc}=1.4G_{Ic}$ – carga máxima experimental média 12.22 kN	88

LISTA DE SÍMBOLOS

E	Módulo de Elasticidade Longitudinal
F	Superfície de fratura
F^*	Potencial plástico
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_t	Resistência à tração uniaxial do concreto
f_{tm}	Resistência média à tração do concreto
G_F	Energia específica de fratura do concreto
G_{Ic}	Energia específica de fratura para o modo I
G_{IIc}	Energia específica de fratura para o modo II
K_{Ic}	Fator intensidade de tensão na ponta de uma fissura elástica efetiva crítica
K_n	Rigidez elástica normal da interface coesiva
K_t	Rigidez elástica tangencial da interface coesiva
l_c	Comprimento característico da malha de elementos finitos
u_i^{ef}	Deslocamento inelástico efetivo
t	Tempo
w	Abertura total da zona coesiva
w_c	Abertura normal final da interface
w_e	Abertura elástica da zona coesiva
w_i	Abertura inelástica da zona coesiva
w_s	Abertura normal intermediária da interface
α	Fator de escala para deslocamentos elásticos coesivos
β	Fator de acoplamento entre abertura e deslizamento
ε_{max}^0	Deformação elástica do contínuo para carga máxima
δ	Deformação axial
δ_s	Deformação lateral

ϕ	Ângulo de atrito da fissura
$\dot{\lambda}$	Módulo da taxa de deslocamentos inelásticos
Λ	Integração de tempo de $\dot{\lambda}$
v	Deslizamento total da zona coesiva
v_e	Deslizamento elástico da zona coesiva
v_i	Deslizamento inelástico da zona coesiva
μ	Módulo de Elasticidade Transversal
σ	Tensão normal
σ_{max}^0	Tensão normal máxima (sem fissuração)
σ^{el}	Preditor elástico da tensão normal
τ	Tensão tangencial (cisalhamento)
τ_{max}^0	Tensão tangencial máxima (sem fissuração)
τ^{el}	Preditor elástico da tensão tangencial

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Concreto de cimento Portland é um dos materiais manufaturados mais utilizados. O baixo custo, a ampla disponibilidade, facilidade de uso e alta durabilidade conduziram ao contínuo aumento do seu uso desde meados de 1800 (LANDIS; BOLANDER, 2009). Podendo ser rapidamente preparado, como uma mistura de classe inferior, para aplicações simples, assim como ser rigorosamente controlado para uso em estruturas de alto desempenho.

O concreto simples é um material heterogêneo, composto por uma mistura de aglomerante, agregado miúdo e agregado graúdo; cimento hidratado, areia e brita. Em uma representação mesoscópica, pode ser considerado como um material de duas fases, as quais correspondem à matriz e os agregados graúdos. A matriz de cimento é composta pela pasta cimentícia e os agregados miúdos. No entanto há uma terceira fase encontrada entre as demais, a qual envolve as partículas de agregado graúdo (figura 1). Tal zona de interface é particularmente frágil devido à concentração de água na mesma, causando maior porosidade e maior probabilidade de nucleação de microfissuras (VAN MIER, 1997). Esta zona é denominada de zona de transição interfacial (ZTI). Além disso, a distribuição dos agregados é aleatória dentro da matriz do concreto. Considerando que a matriz, os agregados e a ZTI possuem comportamento distinto quanto às suas propriedades mecânicas há uma distribuição aleatória de tais propriedades. Para fins de simplificação, os agregados graúdos são aqui chamados apenas de agregados.

Fratura em materiais quase-frágeis, como o concreto simples, normalmente ocorre nos planos das tensões principais, no entanto, devido à heterogeneidade microscópica presente no concreto, a fissura tende a surgir na zona de interface entre os agregados e a matriz de cimento, contornando os agregados. Assim um critério de propagação de fissura puramente baseado em tensões principais pode ser visto como uma simplificação macroscópica do problema, não relatando de forma realística o processo de fratura.

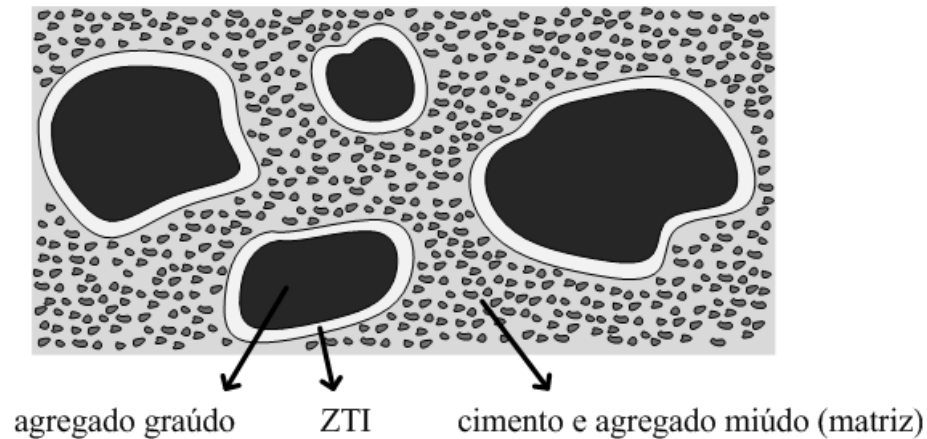


Figura 1: Esquematização da microestrutura do concreto

O processo de ruptura do concreto pode ser modelado em diferentes escalas: micro, meso e macro (WITTMANN, 1983). Na escala microscópica ($10^{-6} - 10^{-4} m$) os grãos de cimento hidratado (silicatos de cálcio hidratado) são visíveis. Na escala mesoscópica ($10^{-4} - 10^{-2} m$), agregados, matriz de cimento e ZTI são visíveis. Em escalas maiores nenhuma estrutura interna é visível, o que caracteriza a escala macroscópica.

O comportamento em fratura do concreto é uma combinação de propriedades materiais e estruturais. Segundo Lilliu e van Mier (2007) a separação entre tais propriedades depende do nível de discretização empregado. Em uma representação macroscópica ou contínua, como empregado por Lens (2009), estas propriedades não se distinguem no modelo. Porém ao empregar uma representação microscópica, na qual a geometria dos agregados, a ZTI e a matriz de cimento são especificamente definidas, tais propriedades passam a ser consideradas propriedades estruturais e não intrínsecas do material.

Os modelos capazes de capturar tais efeitos devem, discretamente, definir a microestrutura do concreto como os modelos mesoscópicos. Nesta escala, a metodologia dos elementos discretos (conhecida, também, como *lattice method*, do inglês), desenvolvida por Rocha e Riera (1991) e Schlangen e van Mier (1992) tem sido a mais empregada.

Neste trabalho propõe-se uma nova escala de análise, na qual alguns elementos da microestrutura do concreto são discretizados. A metodologia empregada será a das interfaces coesivas. Esta possui uma limitação na propagação das fissuras, confinada à interface dos elementos finitos. Tal característica se torna uma vantagem na aplicação do método, pois a geometria dos elementos finitos será associada à geometria dos agregados. Esta metodologia

já se mostrou uma importante ferramenta de análise de fratura no concreto, segundo Lens (2009), porém este modelo não considera a aleatoriedade nas propriedades provocada pela presença dos agregados graúdos nem faz considerações microscópicas.

Portanto, neste trabalho, malhas de elementos finitos representam, aproximadamente, a distribuição de tais agregados, as quais são definidas aleatoriamente através de um gerador de malhas não estruturadas. A aleatoriedade geométrica do modelo é obtida a partir da utilização de diferentes malhas de elementos finitos aplicadas ao mesmo exemplo estudado. Assim é apresentado um modelo de duas fases, onde a primeira fase, que representa a geometria dos agregados, é composta pelos elementos finitos e a segunda fase, por onde é considerado o processo de fratura (matriz de cimento e a ZTI), é representada pelos elementos de interface coesiva.

1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Lens (2009) apresentou uma formulação e modelos limites, empregando interfaces coesivas, a fim de simular o comportamento do concreto simples fissurado, analisando casos que representam rupturas características em Modo I e Modo Misto (combinação de Modo I e Modo II). Tais análises se basearam em um modelo macroscópico elasto-plástico.

Dando continuidade ao trabalho de Lens (2009) tem-se como objetivo principal deste trabalho apresentar um modelo de duas fases que consiga representar algumas propriedades da microestrutura do concreto. Além disso, espera-se que tal modelo seja capaz de capturar os efeitos observados utilizando o modelo de três fases.

Neste contexto os objetivos deste trabalho são:

- a) analisar os efeitos da energia específica de fratura da matriz, função do tamanho do agregado miúdo e da relação água/cimento;
- b) analisar os efeitos do tamanho máximo de agregado (d_{max}) e sua distribuição aleatória na região de propagação da fissura;
- c) estudar os efeitos da densidade de agregados e/ou espessura da zona de transição interfacial, ZTI;
- d) avaliar os efeitos provocados quanto à variação da energia de modo II nos exemplos estudados.

1.3 CONTRIBUIÇÕES ESPERADAS

A principal contribuição deste trabalho consiste em propor um modelo numérico de duas fases, utilizando a metodologia das interfaces coesivas, capaz de reproduzir algumas das características microestruturais do concreto na simulação do processo de fratura. Tal comportamento é obtido ao utilizar malhas não estruturadas para simular a geometria dos agregados graúdos dispostos de maneira aleatória dentro da matriz de cimento.

Os modelos existentes de três fases são, em geral, muito caros computacionalmente de modo que há uma dificuldade na sua aplicação em estruturas reais. Além disso, modelos puramente macroscópicos são incapazes de separar as propriedades estruturais das materiais, tornando seu aspecto preditivo questionável. A autora deste trabalho desconhece a existência de outros trabalhos utilizando a metodologia aqui proposta.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho está organizado em cinco capítulos. O capítulo 2 consiste em uma revisão bibliográfica sobre aspectos da fissuração do concreto simples, expondo os processos de desenvolvimento de micro e microfissuras nas zonas mais frágeis do concreto, com ênfase na ZTI, descrevendo os modelos utilizados para representar a fissuração no concreto, assim como os ensaios utilizados para este fim.

O capítulo 3 contém um detalhamento da metodologia empregada com uma descrição dos elementos de interface coesiva, assim como a formulação de elementos finitos. Além disso, descreve a lei acoplada para caracterização da fissuração do concreto com ruptura em Modo I e Modo II.

Os exemplos de aplicação do modelo numérico aqui estudado são apresentados no capítulo 4. Tal capítulo é dividido em exemplos com ruptura característica em modo I (flexão de viga com um entalhe ensaiada a três pontos) e modo misto (viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos e viga com duplo entalhe ensaiada a quatro pontos).

No capítulo 5 são apresentadas considerações finais deste trabalho, assim como sugestões para trabalhos futuros.

2 FISSURAÇÃO NO CONCRETO SIMPLES

Neste capítulo são descritos aspectos microscópicos da fissuração do concreto, abordando as diferentes fases do mesmo e como a distribuição destas modifica substancialmente seu comportamento macroscópico. Além disso, descrevem-se as propriedades de fratura do concreto e como ensaios são empregados para a obtenção de tais propriedades. Finalmente são retratados os fundamentos dos modelos de fratura discreta como aplicação da mecânica da fratura ao concreto. Não serão aqui abordados conceitos básicos de mecânica da fratura, tais informações podem ser encontradas na literatura clássica.

2.1 MICROESTRUTURA DO CONCRETO

A complexidade da microestrutura do concreto se deve à composição da matriz de cimento e da zona de interface com os agregados. Em concretos usuais, apesar dos agregados graúdos comporem maior parte do volume de concreto, podendo chegar a até 50% do volume do material, é a matriz de cimento e as interfaces entre os dois materiais que determinam as propriedades intrínsecas de fratura do material (LANDIS; BOLANDER, 2009).

Através das reações de hidratação os silicatos de cálcio do cimento portland endurecem e ganham resistência. Os dois produtos mais importantes destas reações são: silicatos de cálcio hidratado (C-S-H), que se forma, em torno dos grãos de cimento, e o hidróxido de cálcio. O gel de C-S-H é o principal componente aglutinante da matriz de cimento, o qual vai formando uma rede de conexões com a evolução das reações de hidratação.

Os vazios, ou poros, formados entre o C-S-H, o hidróxido de cálcio e os agregados são, geralmente, aceitos como sendo a chave para a maioria das propriedades de fratura, pois se assemelham a um tamanho crítico de fissura na microestrutura.

Estes poros são, tipicamente, submicrométricos na matriz de cimento seca, contribuindo para valores de porosidade na ordem de 5% a 10%. Entretanto, na ZTI a porosidade aumenta consideravelmente devido ao aumento na concentração local de água devido à exsudação interna. Em concretos recentemente compactados um filme de água forma-se ao redor das partículas de agregado, podendo levar a uma relação água/cimento mais elevada nesta zona (METHA; MONTEIRO, 1994). Portanto a ZTI é a região onde as microfissuras iniciais tendem a nuclear (VAN MIER, 1997). Assim a nucleação pode ocorrer na ZTI mesmo antes

do carregamento da estrutura, devido a processos de contração durante a hidratação do cimento. Tais microfissuras nem sempre estão randomicamente distribuídas nas interfaces, pois a gravidade tende a concentrar mais umidade na parte inferior dos agregados. Além disso, o processo de microfissuração depende, em grande parte, da densidade de partículas de agregados presente na estrutura, conforme discutido mais abaixo. O termo densidade de agregados, aqui utilizado, não se refere à massa específica, mas sim à quantidade de agregados graúdos presentes na matriz de cimento do concreto citado.

Portanto a ZTI é geralmente aceita como sendo uma das características microestruturais do concreto que possui uma grande influência nas propriedades de fratura. Devido a sua fragilidade, esta zona fornece melhores condições para a formação e propagação das microfissuras, conforme figura 2, onde típica micrografia da propagação em uma peça de concreto é mostrada. Nota-se que a fissura se propaga contornando os agregados graúdos ou na ZTI.

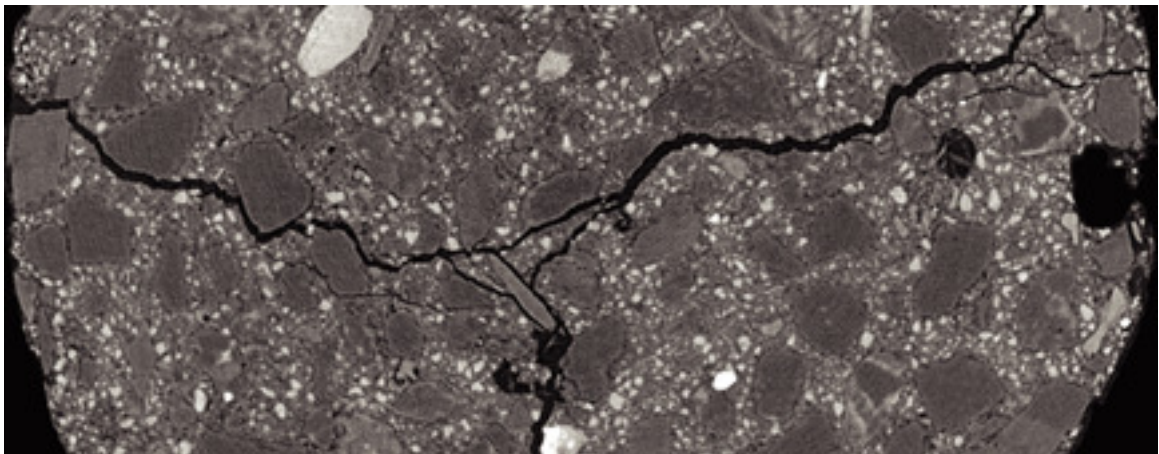


Figura 2: Micrografia de uma peça de concreto fissurada (LANDIS e BOLANDER, 2009)

2.2 EFEITO DA DENSIDADE DA MICROESTRUTURA NO PROCESSO DE FALHA

O processo de falha no concreto pode ser dividido em três etapas distintas:

- a) formação, desenvolvimento e coalescência de microfissuras;
- b) formação de pontes entre as faces da fissura pelos grãos de agregados;
- c) formação de uma microfissura.

O desenvolvimento destas etapas se dá, principalmente, na ZTI. O aumento da densidade de agregados provoca uma diminuição na fase da matriz de cimento, assim a área preenchida pela ZTI aumenta proporcionalmente. Ao alcançar uma densidade crítica de agregados, a fissura segue um caminho contínuo pela interface, o que também ocorre quando a espessura da ZTI é muito elevada (a espessura da ZTI está entre 10 a 50 μm). Diz-se, então, que existe uma percolação da ZTI.

O aumento da espessura da ZTI provoca, qualitativamente, o mesmo efeito nas propriedades mecânicas do que aumentar a densidade de agregado. Uma ZTI maior leva à percolação desta e, assim, uma menor resistência global, a qual é controlada por suas propriedades. Por outro lado uma maior resistência última depende de uma microfissuração estabilizada, isto ocorre quando há uma baixa densidade de agregados e/ou pequena espessura da ZTI, de modo que a ZTI circunda isoladamente os agregados e não se interconecta. Assim a resistência depende da matriz de cimento ser mais resistente que a ZTI.

Com base nestes dados pode-se concluir que quanto menor a densidade de partículas de agregados, maior é a resistência do concreto, porém o comportamento do material se torna mais frágil, diminuindo a zona de processo de fratura (LILLIU; VAN MIER, 2007; PRADO; VAN MIER, 2007).

2.3 PROPRIEDADES DE FRATURA DO CONCRETO

O concreto é um material composto, no qual há grande diferença nas propriedades mecânicas e de fratura devido à dosagem de seus componentes e do processo de execução e cura. Sendo assim não existe um consenso geral sobre qual valor da energia específica de fratura G_{Ic} adotar. Vários autores chegaram a conclusões com relação a algumas características do concreto: a tenacidade da matriz de cimento aumenta com a idade (NAUS, LOTT; 1964), (PETERSON; 1980) e (SANTOS et al. ;1998), a tenacidade do concreto aumenta com o diâmetro máximo do agregado (d_{max}) e diminui com o aumento da relação água/cimento (NAUS, LOTT; 1964), (PETERSON; 1980), (STRANGE, BRYANT; 1979) e (SANTOS et al. ;1998), a tenacidade do concreto diminui com o aumento da relação água/cimento (PETERSON; 1980), a energia específica de fratura aumenta com o aumento do diâmetro máximo do agregado (d_{max}) (CHEN, LIU; 2004) e (ELICER, ROCCO; 2008).

Guinea et al. (2002) realizaram estudos do efeito de aderência entre a matriz e os agregados no mecanismo de fratura, além dos parâmetros de fratura do concreto. Concluindo que a resistência da interface afeta a energia específica de fratura dependendo da forma das partículas. Concretos com agregados britados apresentam um valor mais alto de tenacidade, em contrapartida dos com agregados rolados, nos quais houve uma redução na tenacidade. Ainda em concretos com agregados britados observou-se que a interface não tem efeito perceptível na energia específica de fratura, provavelmente, devido a um maior travamento da curva de amolecimento, a qual parece ser controlada pela matriz em sua parte inicial

Em modo II Schlangen (1993) estabelece que a energia específica de fratura do modo II e a tensão máxima de corte devem ser maiores que a energia específica de fratura do modo I e tensão máxima normal, o que se deve ao engrenamento dos agregados ou atrito das superfícies nas fissuras inclinadas.

Mais recentemente, Lilliu e van Mier (2003, 2007) e Prado e van Mier (2007) constataram uma grande relação na carga de pico com a densidade de agregados presente na matriz de cimento, quanto maior a densidade de partículas menor é a carga de pico, além disso, o efeito de engrenamento (*bridging*) tende a aumentar com o aumento da ZTI, criando um aparente aumento da tenacidade do concreto.

Elices e Rocco (2008) encontraram um valor de energia específica de fratura para a matriz de cimento medida de acordo com o proposto no RILEM, $G_F=23 \text{ N/m}$, onde, em todos os casos, a energia específica de fratura do concreto foi maior do que a sua matriz correspondente, isso porque a energia específica de fratura do concreto incorpora o efeito dos agregados, provocando desvios na trajetória principal. Xu e Zhu (2009) apresentaram um estudo da energia específica de fratura da pasta e matriz de cimento em vários experimentos, indicando que a energia específica de fratura para a matriz de cimento pode admitir valores entre $G_F=12.74 \text{ N/m}$ e $G_F=80.52 \text{ N/m}$.

Quanto à ZTI, Lilliu e van Mier (2007) citam estudos, a partir de ensaios experimentais, em que a resistência a tração da ZTI não passa de 1 MPa , dependendo do tipo de agregado, do tipo de cimento e da relação água/cimento, utilizados.

Mais detalhes sobre as propriedades da matriz de cimento e da ZTI serão discutidos no item 3.4.

2.4 MECÂNICA DA FRATURA APLICADA AO CONCRETO

A zona de processo de fratura no concreto, figura 3, corresponde à região inelástica na ponta da fissura, a qual afeta o processo de fratura e inviabiliza a aplicação direta da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE). Nesta, ocorrem transmissão de esforços, que vão desaparecendo conforme a fissura se abre, caracterizando um processo de amolecimento. Tal zona consome grande parte da energia que provém do carregamento aplicado.

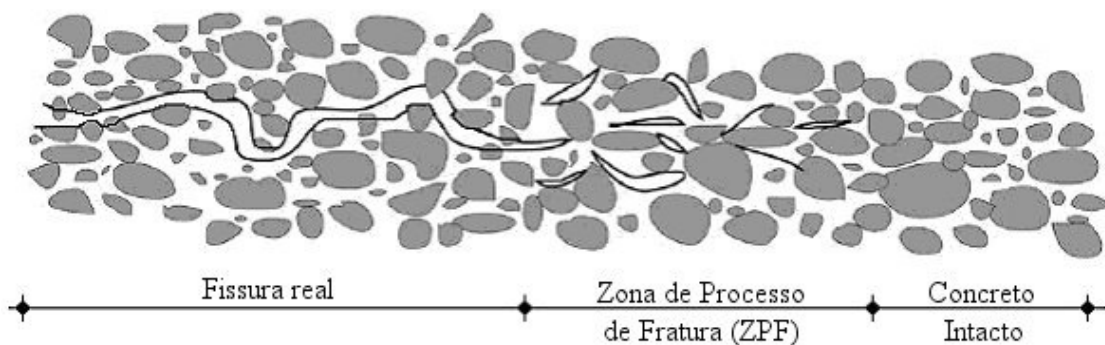


Figura 3: Caracterização da zona de processo de fratura no concreto

A Zona de Processo de Fratura é governada por mecanismos complexos (SHAH et al., 1995), figura 4:

- a) microfissuras: concentram-se na ponta da fissura principal e diminuem a densidade à medida que a distância em relação à ponta da fissura aumenta. São responsáveis pelo início do comportamento não linear do concreto;
- b) mudança de direção de propagação da fissura: ocorre quando esta encontra um agregado graúdo com resistência à fratura maior que a região de interface;
- c) costura das faces da fissura (engrenamento): ocorre quando o agregado continua a transmitir tensão entre as faces da fissura, até que aconteça a ruptura ou arrancamento do agregado;
- d) rugosidade das superfícies da fissura: provoca atrito nas faces da fissura, o que causa a mudança de direção de propagação e o intertravamento dos agregados (Modo II);
- e) incorporação de vazios na ponta da fissura: conduz ao alargamento da ponta da fissura, provocando um alívio no campo de tensões nesta região;

- f) ramificação da ponta da fissura: provoca demanda maior de energia para propagação em várias direções, este comportamento é devido à heterogeneidade das propriedades do concreto.

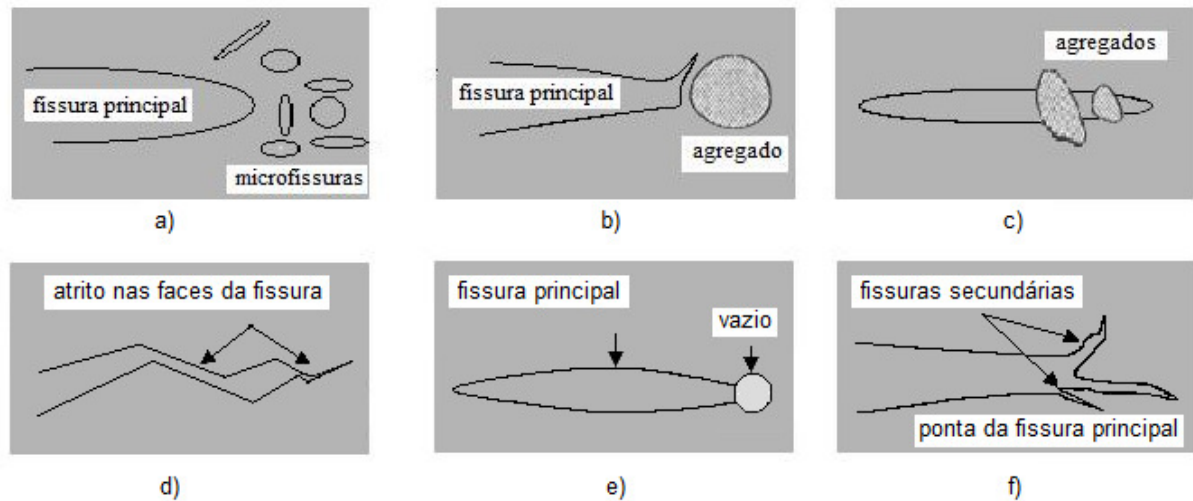


Figura 4: Mecanismos da zona de processo de fratura em concreto

(baseado em SHAH et al., 1995)

A aplicação da Mecânica da Fratura para análises de estruturas em concreto só foi possível depois do desenvolvimento da Mecânica da Fratura Não-Linear, devido aos fenômenos encontrados na zona de processo na região da ponta da fissura, deste modo trata-se de estudos recentes. Além disso, a fratura em concreto não pode ser caracterizada por um parâmetro único.

Os modelos discretos de fratura com uso de interfaces coesivas, empregados neste trabalho, têm sua fundamentação nos trabalhos de Dugdale (1960) e Barenblatt (1962), que propõe a existência de zonas coesivas e tensões coesivas na ponta da fissura. Tais modelos eram voltados, especificamente, para metais. Hillerborg et al. (1976) desenvolveram um modelo coesivo específico para o concreto.

No entanto, uma das primeiras aplicações de modelos discretos de fratura em elementos finitos foi proposta por Ngo e Scordelis (1967), os quais mesmo não fazendo nenhuma consideração energética foram os pioneiros no uso desta metodologia. Segundo eles, os nós dos Elementos Finitos são definidos de forma independente, em que a compatibilidade é garantida por molas lineares entre os elementos.

Needleman (1987) foi o primeiro a fazer uma ligação entre as idéias de Dugdale (1960) e Baremblatt (1962) com as de Ngo e Scordelis (1967), introduzindo a metodologia das interfaces coesivas, a qual é aplicada a materiais frágeis e dúcteis.

Rots (1988) aplicou o contexto das interfaces coesivas nas teorias do concreto, utilizando as leis coesivas da teoria de fissura fictícia de Hillerborg et al. (1976).

Tijssen et al. (2000) concluíram que o caminho percorrido pela fissura no concreto é determinado, principalmente, pelo trecho inicial da curva de amolecimento da lei coesiva. Rots (1988) observou, a partir de resultados experimentais, que, após o pico, uma descida mais íngreme da curva é mais adequada.

Deste modo, a energia específica de fratura, a forma da relação coesiva e tensão máxima na zona coesiva são os parâmetros materiais fundamentais no modelo coesivo para o concreto.

A necessidade de uma parte elástica fictícia da lei constitutiva, denominada região pré-pico, é um aspecto importante na aplicação de superfícies coesivas e deve ser arbitrariamente pequena.

Nos casos de fratura em modo misto, modelos de acoplamento elasto-plásticos considerando o atrito foram propostos por Červenka (1994), Galvez et al. (1998), Garcia et al. (2000), Basche et al. (2007) e Lens et al. (2009). Tais trabalhos empregam uma Lei de Coulomb Modificada e a decomposição de deslocamentos elásticos e plásticos.

2.5 ESTUDOS EXPERIMENTAIS

Propriedades de fratura do concreto submetido a modo I puro são, usualmente, caracterizadas por dois ou mais parâmetros. A determinação de tais parâmetros é realizada, normalmente, através de ensaios de uma viga com entalhe central, bi-apoiada, com carga concentrada no meio do vão, denominado de ensaio de flexão a três pontos, figura 5, segundo os comitês RILEM (International Union of Laboratories and Experts in Construction Materials, Systems and Structures). Tal ensaio é exposto na seção 4.1 em comparação com resultados numéricos.

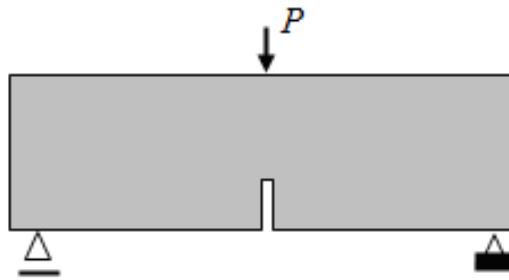


Figura 5: Geometria para Modo I puro em flexão a três pontos em viga

Para estudos em modo misto de fratura, tem-se, na figura 6, a esquematização de ensaios de flexão com três pontos em viga com entalhe excêntrico propostos por Jenq e Shah (1987) e Swartz et al. (1988), os quais concluíram que propriedades do modo I podem ser utilizadas como uma primeira aproximação para as simulações em modo misto.

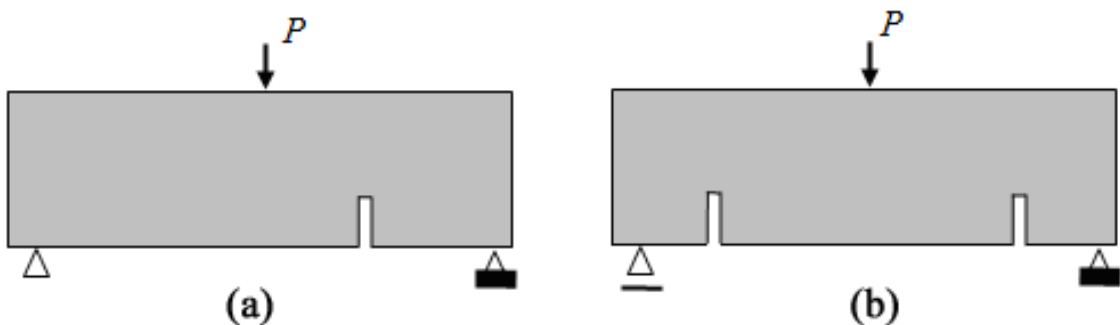


Figura 6: Flexão em três pontos para modo misto (a) viga a três pontos com entalhe excêntrico, (b) viga a três pontos com entalhe duplo excêntrico

Para testar corte puro em corpos de prova de metais e juntas soldadas Iosipescu (1967) propôs a viga com duplo entalhe para ensaio a quatro pontos, figura 7, na qual as tensões de flexão não são dominantes, pois surgem zonas de altas tensões de corte. Este ensaio foi adaptado para o concreto por Arrea e Ingraffea (1982), que estudaram as tensões de corte em uma viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos, figura 8. Tal geometria também foi proposta por Galvez et al. (1998). Os dois últimos ensaios são expostos nas seções 4.2.1 e 4.2.2 como um comparativo aos resultados numéricos.

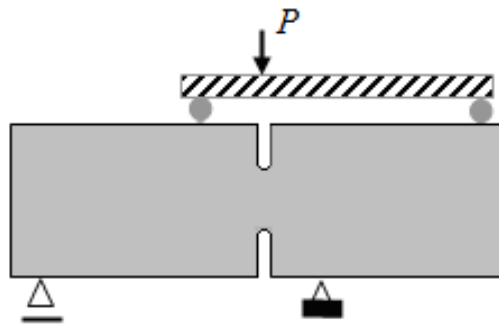


Figura 7: Viga com duplo entalhe para ensaio a quatro pontos

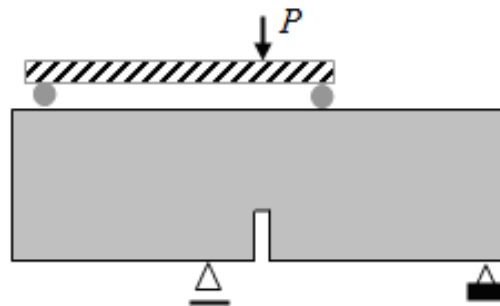


Figura 8: Viga com um entalhe para ensaio a quatro pontos

O emprego da viga com duplo entalhe para ensaio a quatro pontos para modo misto, figura 7, também foi estudada por Bazant e Pfeiffer (1986), os quais concluíram que a energia específica de fratura do modo II existe e é trinta vezes maior que a energia específica de fratura em modo I. Bocca et al. (1990) relataram, para o mesmo ensaio, diferentes mecanismos de fratura conforme dimensão de corpo de prova e diferentes afastamentos da carga em relação aos entalhes.

3 METODOLOGIA

Nesse trabalho é utilizado o modelo de fratura discreta baseado no método das interfaces coesivas dentro do contexto do método dos elementos finitos.

Um modelo de duas fases é proposto neste trabalho para a simulação do concreto. A fase I, cuja relação constitutiva é elástico-linear, representa a geometria dos agregados, dispostos aleatoriamente, e a matriz de cimento adjacente. Já a fase II, representa a matriz de cimento e/ou a ZTI, dependendo da densidade de agregados no concreto. Todo o processo de fratura está contido nesta segunda fase. A adaptação das fases do concreto para o modelo empregado encontra-se na figura 9.

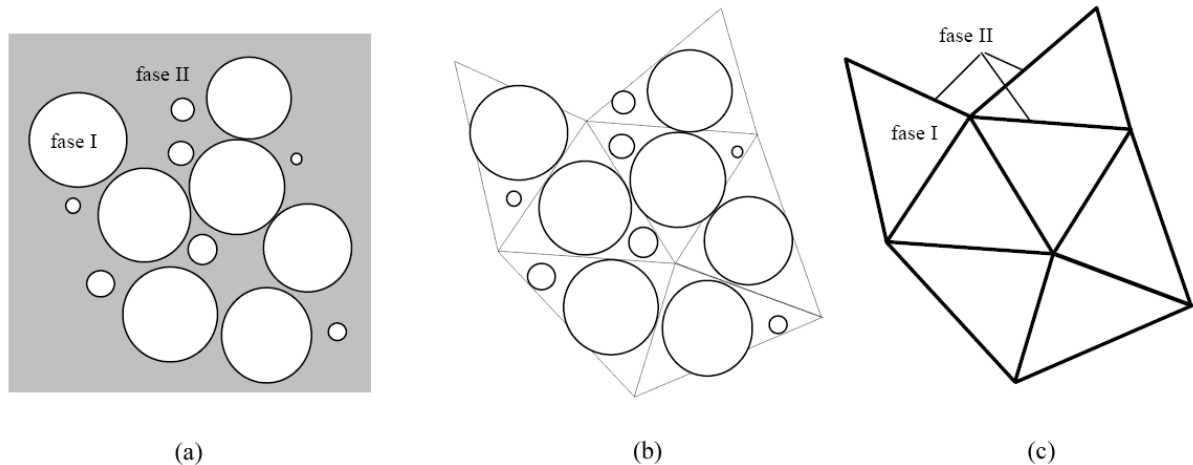


Figura 9: Definição das fases do concreto: (a) distribuição de agregados, (b) projeção de uma malha não estruturada e (c) definição das propriedades na malha

A fase I é modelada por elementos finitos triangulares elástico-lineares, enquanto a fase II corresponde às interfaces coesivas. Todo processo de ruptura é considerado contido na fase II. Abaixo são descritas as relações constitutivas para esta fase. Os lados dos elementos triangulares são aproximadamente iguais ao diâmetro dos agregados.

3.1 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA A FASE II

Toda não linearidade física relacionada ao processo de fratura do concreto é contida nesta fase. Portanto a fratura através da fase I não é admitida, o que é válido para a grande maioria

dos concretos e agregados convencionais e nos casos em que a ruptura não ocorre por impacto, o que provocaria a ruptura dos agregados.

As relações constitutivas seguem o trabalho desenvolvido por Lens (2009) e serão aqui descritas por uma questão de clareza da dissertação.

3.1.1 Modo I Puro

Para representar o comportamento das interfaces coesivas, é necessário estabelecer relações entre valores de tensões coesivas de tração (σ) e abertura normal da superfície (w). Quando as superfícies começam a se separar umas das outras, as tensões de coesão aumentam até atingirem um valor máximo (σ_{max}). Após, tais tensões diminuem até atingirem um valor nulo, indicando a propagação da fissura. Neste ponto as superfícies são consideradas fraturadas, por não haver passagem de tensões de uma face da fissura para a outra.

Para o concreto a lei constitutiva é dividida em duas partes: pré-pico e pós-pico.

3.1.1.1 Lei Constitutiva Pós-Pico

Três tipos de lei constitutiva pós-pico são empregadas neste trabalho: lei linear (HILLERBORG et al., 1976), lei bi-linear (CEB-FIP, 1993) e lei exponencial (XU, 1999). Tais relações são apresentadas na figura 10.

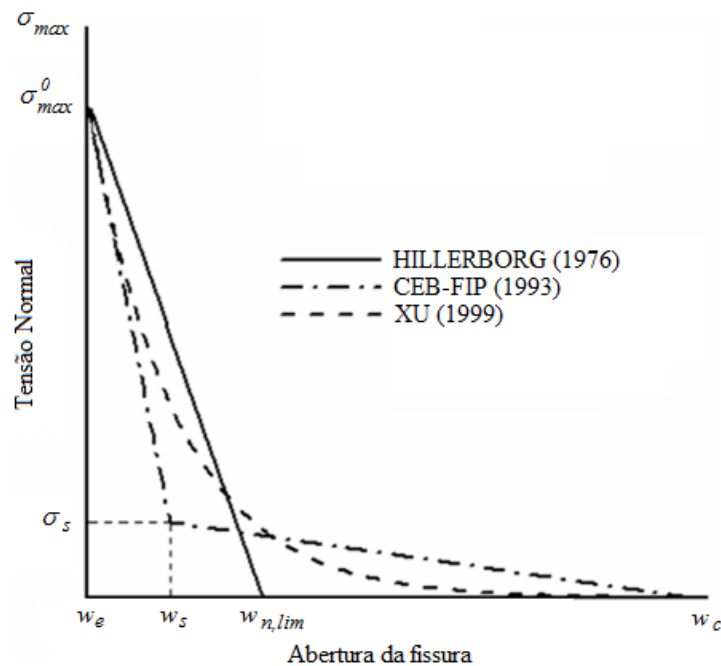


Figura 10: Lei Constitutiva pós-pico da superfície coesiva

Há uma forte relação entre a forma do pós-pico da relação tensão-abertura da fissura com o desenvolvimento da zona de processo. A área sob a curva corresponde à energia específica de fratura do modo I (G_{Ic}) e a máxima tensão (σ_{max}^0) se relacionam com a resistência à tração média do concreto (f_{tm}), em modelos contínuos. Lens et al. (2007) demonstraram que o valor de σ_{max}^0 deve estar entre uma a três vezes o valor de f_{tm} . Lens (2009) ressaltou que a forma do comportamento pós-pico tem uma influência significativa nos resultados, não apenas na região de amolecimento, mas na carga máxima alcançada.

Observou-se, em relações práticas, que esta curva é mais íngreme para aberturas pequenas (intensa microfissuração), sendo menos acentuada para aberturas maiores (engrenamento dos agregados).

A tensão normal de tração na zona de pós-pico segundo Hillerborg et al. (1976) é dada pela equação 1.

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_{max}^0}{(w_{n,lim} - w_e)} (w_{n,lim} - w) \Rightarrow (w_e < w \leq w_{n,lim}) \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

w : é a abertura normal da fissura;

w_e : é a abertura elástica da fissura;

$w_{n,lim}$: é a abertura final, a qual corresponde à ruptura da interface, podendo ser calculada segundo a equação 2.

$$w_{n,lim} = \left(\frac{2G_{Ic}}{\sigma_{max}^0} + w_e \right) \quad (\text{equação 2})$$

Considerando o modelo proposto pelo CEB-FIP (1993) a relação da tensão máxima no pós-pico é bi-linear, segundo as equações 3 e 4.

$$\sigma_{max} = \frac{0,85\sigma_{max}^0}{(w_s - w_e)} (w_s - w) + \sigma_s \Rightarrow (w_e < w \leq w_s) \quad (\text{equação 3})$$

$$\sigma_{max} = \frac{0,15\sigma_{max}^0}{(w_c - w_s)} (w_c - w) \Rightarrow (w_s < w \leq w_c) \quad (\text{equação 4})$$

Onde:

w_s e σ_s : são valores intermediários mostrados na figura 10;

w_c : é a abertura final.

Estas variáveis são calculadas pelas equações 5 a 7.

$$w_c = \frac{7G_{Ic}}{\sigma_{max}^0} \quad (\text{equação 5})$$

$$\sigma_s = 0,15\sigma_{max}^0 \quad (\text{equação 6})$$

$$w_s = \frac{2G_{Ic}}{\sigma_{max}^0} - 0,15w_c + w_e \quad (\text{equação 7})$$

Xu (1999) representa sua expressão exponencial pela equação 8.

$$\sigma_{max} = \sigma_{max}^0 \cdot \exp\left[-\eta\left(\frac{w - w_e}{w_c}\right)\right] \Rightarrow (w_e < w \leq w_c) \quad (\text{equação 8})$$

Onde:

$$\eta = \alpha_F[1 - \exp(-\alpha_F)] \quad (\text{equação 9})$$

$$w_c = \alpha_F \frac{G_{Ic}}{\sigma_{max}^0} \quad (\text{equação 10})$$

$$\alpha_F = \lambda - \frac{(d_{max})^{0,9}}{8} \quad (\text{equação 11})$$

$$\lambda = 10 - \left(\frac{f_{ck}}{20}\right)^{0,7} \quad (\text{equação 12})$$

Sendo:

d_{max} : o diâmetro máximo do agregado;

f_{ck} : a resistência característica à compressão do concreto [MPa]

Como os modos II e III não são considerados nestas definições, a energia específica de fratura corresponde ao trabalho normal de separação da superfície coesiva (G_{Ic}).

3.1.1.2 Lei Constitutiva Pré-Pico

Na figura 10, a parte de pré-pico não é representada, a qual corresponde à abertura de fissura de zero a w_e , correspondendo a uma parte elástica não dissipativa da superfície de abertura. A porção elástica da curva é, na verdade, fictícia, no entanto deve estar presente para que possa regularizar o campo de tensões na zona coesiva. Assim a deformação elástica da superfície coesiva deve ser insignificante em comparação com a deformação inelástica do contínuo, portanto a abertura elástica deveria apresentar um valor muito pequeno (INGRAFFEA, 1984; ROTS, 1988; TJISSEN, 2000; HANSON, 2003; PLANAS et al., 2003). Além disso, a abertura elástica (w_e) deve ter uma magnitude dependente do tamanho da malha, representado pelo comprimento característico dos elementos finitos na zona de fratura (l_c).

Lens (2009) propõe que a abertura elástica deve ser obtida a partir de uma das equações 13 e 14.

$$w_e = \frac{\sigma_{max}^0}{\alpha E} l_c \quad (\text{equação 13})$$

$$w_e = \frac{\varepsilon_{max}^0}{\alpha} l_c \quad (\text{equação 14})$$

Onde:

ε_{max}^0 : é a deformação elástica do contínuo para carga máxima (Modo I);

$1/\alpha$: é um valor pequeno, entre $0,01 < 1/\alpha < 1$.

3.1.2 Modo Misto de Fratura

Curvas de fratura para modo II puro, tensão coesiva tangencial (τ) versus deslizamento (v), devem também ser definidas, uma vez que as fissuras devem percorrer os contornos dos agregados que, obviamente, não coincidem com os planos principais de tensão. Tais curvas são muito difíceis de serem obtidas experimentalmente (BAZANT; PFEIFFER, 1986). Exceto por observações indiretas, informações sobre propriedades de fratura em modo II não estão disponíveis na literatura em geral. Baseado em Galvez et al. (2002), acredita-se que a tensão tangencial máxima seja maior que a tensão normal máxima ($\tau_{max} > \sigma_{max}$) e, conforme Bazant e Pfeiffer (1986) e Carpinteri (1989) a energia específica de fratura no modo II é maior que a

energia específica de fratura no modo I ($G_{IIc} > G_{Ic}$). Como não há uma opção embasada experimentalmente, Lens (2009) adotou relações de τ versus v iguais às utilizadas para a parte normal, conforme figura 11, as quais são utilizadas no presente trabalho. A energia específica de fratura de modo II (G_{IIc}) é dada pela área sob as curvas.

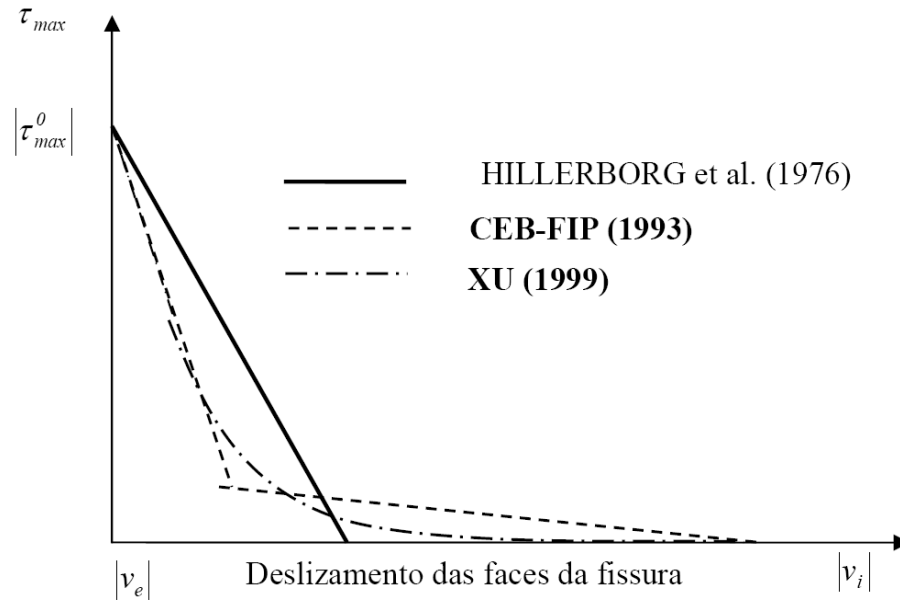


Figura 11: Comportamento tensão coesiva tangencial τ versus deslizamento v , modo II puro

A abertura da fissura (w) e o deslizamento das faces da fissura (v) podem ser divididos em uma parcela elástica (w_e, v_e) e uma parcela inelástica (w_i, v_i), conforme equações 15 e 16, para abertura e deslizamento, respectivamente (CAROL et al., 2001; CERVENKA, 1994; PLANAS et al., 2003; GALVEZ et al., 2002 e BASCHE et al., 2007; entre outros).

$$w = w_e + w_i \quad (\text{equação 15})$$

$$v = v_e + v_i \quad (\text{equação 16})$$

Valores de pico para as tensões coesivas ocorrem para as parcelas elásticas (w_e e v_e). A abertura elástica da fissura é calculada pela equação 14, de forma semelhante o deslizamento elástico é calculado a partir da equação 17 (LENS, 2009).

$$v_e = \frac{\tau_{max}^0}{\alpha\mu} l_c \quad (\text{equação 17})$$

Onde:

μ : é o Módulo de Elasticidade Transversal;

α : é o mesmo parâmetro empregado para o modo I.

A queda das tensões coesivas, normal e tangencial, observada nas figuras 10 e 11, pode ter origem na combinação da abertura normal e tangencial.

O acoplamento necessário para tratar de casos de modo misto de fratura (modo I conjuntamente com modo II) é aqui baseado na lei de Coulomb com aderência, onde a aderência inicial é a tensão normal máxima inicial (σ_{max}^0). A forma da superfície de ruptura é apresentada na figura 12. Logo que a peça fissura, a superfície de fratura se move em direção à esquerda. Assim a lei de Coulomb original é recuperada quando a ruptura total da peça ocorre, o que indica que a resistência ao cisalhamento só é possível sob compressão. A tensão máxima tangencial (τ_{max}) é determinada através do ângulo de atrito.

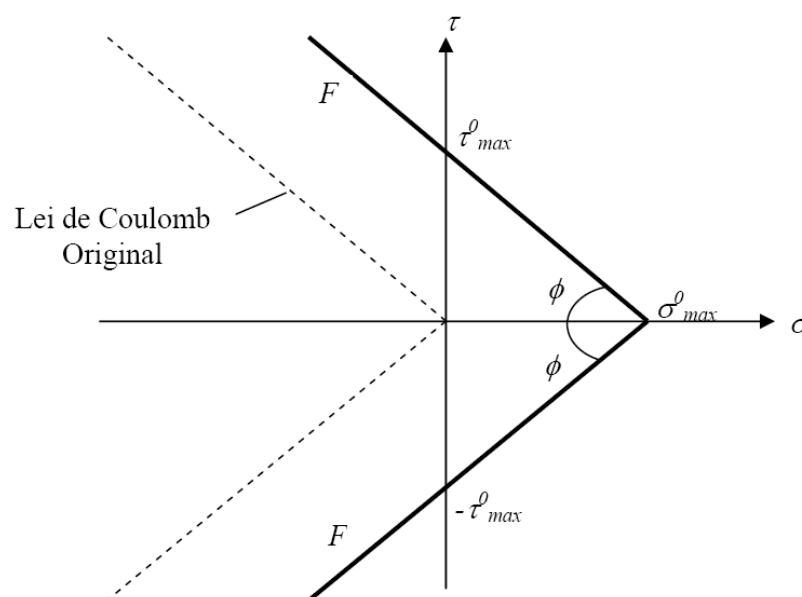


Figura 12: Superfície de ruptura inicial (modelo acoplado de Coulomb com aderência)

Em uma analogia com plasticidade, a superfície de ruptura, exposta na figura 12, pode ser considerada uma superfície de escoamento. Portanto, de acordo com o postulado da

convexidade de Drucker, a superfície de Coulomb pode ser considerada um limite inferior do campo de tensões. Para o presente estudo a superfície F é definida conforme equação 18.

$$F = |\tau| + (\sigma - \sigma_{max})\tan\phi = 0 \quad (\text{equação 18})$$

Sendo σ_{max} , inicialmente, igual a σ_{max}^0 . O valor de σ_{max} é atualizado a partir das relações de amolecimento apresentadas na figura 10, porém empregando uma abertura efetiva ou deslocamento inelástico efetivo (u_i^{ef}) no lugar de w_i . O valor de u_i^{ef} é obtido pela equação 19.

$$u_i^{ef} = \sqrt{w^2 + \beta v^2} \quad (\text{equação 19})$$

Onde:

β : é um fator de acoplamento entre a abertura normal e tangencial, podendo variar de 0 a 1.

Trata-se de um modelo de acoplamento relativamente simples, visto que depende de apenas dois parâmetros (ângulo de atrito (ϕ) e fator de acoplamento (β)). Camacho e Ortiz (1996) empregaram a lei de Coulomb como lei constitutiva coesiva, porém esses autores não empregaram a teoria no mesmo contexto aqui exposto.

No que diz respeito à superfície de ruptura, nos casos onde $F < 0$ as tensões são elásticas, quando se iguala a zero ($F = 0$) começa a fissuração ou dano e para $F > 0$ as tensões devem retornar a superfície. Para o retorno emprega-se um algoritmo tipo preditor elástico/corretor plástico. O preditor elástico é definido na equação 20.

$$\begin{Bmatrix} \sigma^{el} \\ \tau^{el} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & 0 \\ 0 & K_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ v \end{Bmatrix} \quad (\text{equação 20})$$

Onde:

K_n : é a rigidez elástica normal;

K_t : é a rigidez elástica tangencial.

As quais são obtidas a partir das equações 21 e 22.

$$K_n = E \frac{\alpha}{l_c} \quad (\text{equação 21})$$

$$K_t = \mu \frac{\alpha}{l_c} \quad (\text{equação 22})$$

Incrementalmente, v e w são divididos em parcela elástica e plástica, conforme equação 23. (O ponto sobre as variáveis indica variação no tempo)

$$\begin{Bmatrix} \dot{w} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{w}_e \\ \dot{v}_e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{w}_i \\ \dot{v}_i \end{Bmatrix} \quad (\text{equação 23})$$

Já o corretor plástico é definido na equação 24.

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma^{el} \\ \tau^{el} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} K_n \\ K_t \end{Bmatrix} \int_{\Delta t} \begin{Bmatrix} \dot{w}_i \\ \dot{v}_i \end{Bmatrix} dt \quad (\text{equação 24})$$

Onde:

t : é o tempo usado na integração;

Δt : é o passo de tempo usado na integração.

Plasticidade não-associada é considerada, portanto os deslocamentos inelásticos não são normais à superfície de fratura F , os quais são normais a um potencial plástico F^* . Tais deslocamentos inelásticos são calculados a partir da equação 25.

$$\begin{Bmatrix} \dot{w}_i \\ \dot{v}_i \end{Bmatrix} = \lambda \begin{Bmatrix} \partial F^* / \partial \sigma \\ \partial F^* / \partial \tau \end{Bmatrix} \quad (\text{equação 25})$$

Onde:

λ : é o módulo da taxa de deslocamentos inelásticos;

$\partial F^* / \partial \sigma$ e $\partial F^* / \partial \tau$: definem as direções de F^* .

A superfície F^* comparada com F e dividida em duas partes: compressão e tração, é exposta na figura 13.

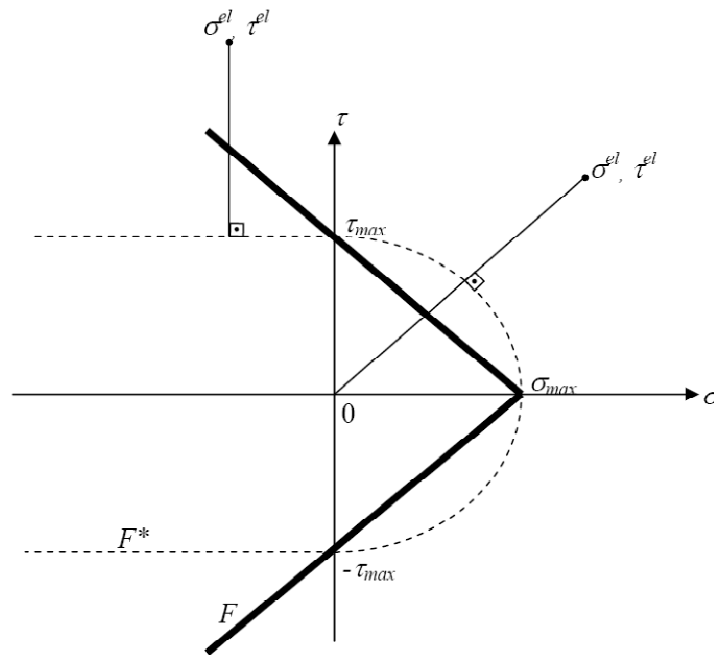


Figura 13: Superfície de ruptura para modelo acoplado (F), potencial plástico (F^*) e direções dos deslocamentos inelásticos

Consideram-se somente deslizamentos inelásticos ($w_i=0$) em compressão. Em tração deslocamentos inelásticos podem ocorrer na direção da origem do espaço de tensões. Carol et al. (2001) e Cervenka (1994), os quais utilizaram leis coesivas similares, também optaram por um potencial plástico similar.

A direção dos deslocamentos inelásticos é considerada constante durante o processo de integração, e as tensões finais são obtidas pela equação 26.

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma^{el} \\ \tau^{el} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} K_n \\ K_t \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial F^* / \partial \sigma \\ \partial F^* / \partial \tau \end{Bmatrix} \Lambda \quad (\text{equação 26})$$

Onde:

Λ : é o tempo de integração de $\dot{\lambda}$ em Δt , conforme equação 27.

$$\Lambda = \int_{\Delta t} \dot{\lambda} dt \quad (\text{equação 27})$$

Assim os deslocamentos inelásticos são calculados pela equação 28.

$$\begin{Bmatrix} w_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial F^* / \partial \sigma \\ \partial F^* / \partial \tau \end{Bmatrix} \Lambda \quad (\text{equação 28})$$

Cabe ressaltar que a energia específica de fratura do modo II (G_{IIc}) não se encontra, explicitamente, na formulação, porém é obtida, indiretamente, a partir do parâmetro β e do ângulo de atrito ϕ , pois $\phi = \arctan \tau_{max} / \sigma_{max}$.

A fratura em compressão não é considerada neste trabalho.

3.2 INTERFACES COESIVAS APLICADAS A MALHAS NÃO ESTRUTURADAS

Conforme mencionado, σ e τ são tensões coesivas que mantêm os elementos finitos ligados entre si até o processo de ruptura se completar. Para que isso ocorra devem-se criar elementos virtuais unidimensionais entre cada elemento finito, de modo a representar a fase II, formando as interfaces coesivas. As tensões coesivas são integradas e somadas ao vetor de forças globais do sistema de equações a resolver.

O elemento de interface é composto por quatro nós ordenados no sentido horário, onde os dois primeiros nós devem pertencer ao mesmo elemento finito volumétrico e os outros dois nós a o outro elemento finito volumétrico adjacente ao primeiro. Uma esquematização é mostrada na figura 14, onde n e t são as componentes normal e tangencial à interface coesiva.

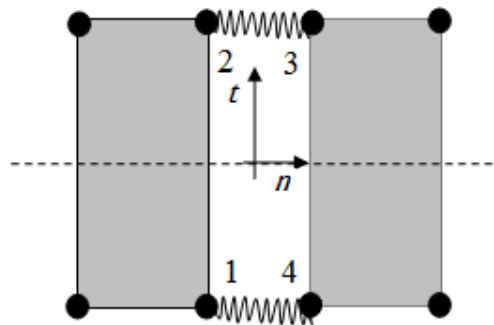


Figura 14: Representação esquemática de um elemento de interface coesiva

Se a estrutura está livre de carregamento os nós 1 e 4, assim como os 2 e 3, possuem as mesmas coordenadas. Para a implementação deste modelo numérico é necessário uma

discretização especial da malha de elementos finitos utilizada, pois os elementos da malha apresentam nós superpostos e independentes, possibilitando a propagação da fissura no contorno destes elementos, uma vez que os deslocamentos relativos dos elementos são independentes. Quando a energia especificada na lei constitutiva das interfaces coesivas é consumida ocorre a ruptura da interface, caracterizando a propagação da fissura no modelo. Assim é possível mapear a propagação da fissura ao longo dos elementos.

No presente trabalho utilizam-se apenas malhas não estruturadas, de modo a representar melhor a forma dos agregados (fase I). Sendo assim foi desenvolvido um algoritmo que irá inserir elementos de interface em malhas com disposição aleatória de elementos. Tal algoritmo verifica quantos elementos concorrem ao mesmo nó, para só então inserir novos nós com coordenadas idênticas e formar os elementos de interfaces, cuidando para que a numeração obedeça a representação da figura 14. Embora os elementos finitos mais adequados à geometria dos agregados deveriam possuir uma forma poliédrica (por exemplo, em Berton e Bolander, 2006), o presente trabalho simplifica essa forma por triângulos. Portanto apenas elementos finitos triangulares de três nós são aqui empregados. Os elementos de interface coesiva são considerados em toda malha, e não apenas em um caminho de propagação pré-definido. Portanto não há conhecimento prévio quanto à direção seguida na propagação da fissura. Na figura 15 se ilustra elementos de interfaces coesivas em uma malha não estruturada, tipicamente empregada neste trabalho.

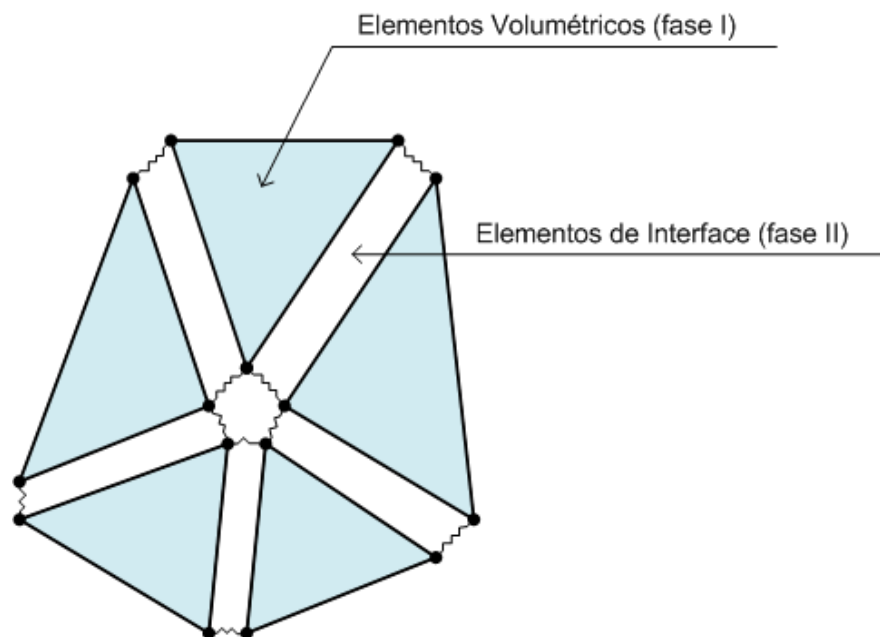


Figura 15: Elementos de interfaces coesivas em uma malha não estruturada

Embora este modelo incorpore informações quanto à microestrutura do concreto é bem mais pobre que o de três fases apresentados por Prado e van Mier (2003) e Lilliu e van Mier (2003, 2007) entre outros, os quais constituem modelos que estão em uma escala estrutural mais fina e, portanto, mais caros de modelar computacionalmente. Assim como em outras simulações multi-escala, são aqui utilizadas as informações fornecidas pelo modelo de três fases para calibrar os dados empregados no presente trabalho. Isto será detalhado no item 3.4.

3.3 IMPLEMENTAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos, juntamente com os elementos de interface coesiva, é utilizado, neste trabalho, para análise do comportamento em fratura.

Como resultados da abertura da fissura, surgem tensões coesivas σ e τ . Tais tensões são corrotacionais visto que estão integradas no sistema local (n,t) .

Assim como em Lens (2009), neste trabalho o concreto é considerado um material elástico que obedece a lei de Hooke. A taxa de tensões objetivas de Jaumann $\left[\overset{\nabla}{\sigma} \right]$ se relaciona com a equação constitutiva segundo a equação 29.

$$\left[\overset{\nabla}{\sigma} \right] = [\Psi][D^e] \quad (\text{equação 29})$$

Onde:

$\{\Psi\}$: é o tensor de Hooke;

$[D^e]$: é a taxa de deformação.

O princípio dos trabalhos virtuais, incluindo as tensões coesivas e desconsiderando as forças de corpo é dado na equação 30.

$$\int [\sigma] : \left[\frac{\partial \delta U}{\partial X} \right] dV - \int_{\Gamma_t} \{F\} \cdot \{\delta U\} dS + \int_{\Gamma_f} \{T\} \cdot \{\delta \Delta\} dS = 0 \quad (\text{equação 30})$$

Onde:

$\{U\}$: são os deslocamentos nodais;

{F} : são os vetores tensão prescritos no contorno Γ_i ;

{T} : são as tensões coesivas na superfície de fratura Γ_f .

A equação 30 é integrada em cada elemento finito, no volume Ω , utilizando um ponto de Gauss. As tensões T são obtidas da rotação de σ e τ para os eixos cartesianos globais e são calculadas em todas as faces dos elementos finitos utilizando quatro pontos de Gauss.

3.4 DEFINIÇÃO DAS PROPRIEDADES DE INTERFACE

Resultados obtidos em microescala (SCHLANGEN ET AL., 2007) e mesoescala (PRADO; VAN MIER, 2003; LILLIU; VAN MIER, 2003, 2007; entre outros), indicam uma reduzida resistência e tenacidade da ZTI. Esta zona de interface passa a dominar o comportamento do concreto para altas densidades de agregado, devido à percolação da ZTI. Lilliu e van Mier (2007), em modelos de três fases, consideram a resistência da ZTI sendo quatro vezes menor que a da matriz de cimento. Assim, são empregados no presente modelo (como postulado) os valores de σ_{max}^0 definidos conforme a seguinte regra:

$$\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}: \text{ para uma baixa densidade de agregados;}$$

$$\sigma_{max}^0 = 3/4f_{tm}: \text{ para uma alta densidade de agregados.}$$

Onde f_{tm} é a resistência média a tração do concreto, pois não há informações deste valor para a matriz de cimento. Conforme Xu e Zhu (2009) f_{cm} da matriz de cimento varia em uma faixa de 33 a 70 MPa. Considerando a relação exposta na equação 31 (NBR6118:2003; item 8.2.5) e admitindo $f_{ct,m} = f_{tm}$.

$$f_{ct,m} = 0.3f_{ck}^{2/3} \quad (\text{equação 31})$$

Tem-se que f_{tm} varia entre 3 a 5 MPa, sendo os níveis menores relacionados à matrizes de cimento com alta relação água/cimento. Tais valores ainda dependem do agregado miúdo que compõe a matriz, porém fornecem uma ordem de grandeza aos valores de f_{tm} .

Conforme estes mesmos autores, a energia específica de fratura da matriz varia de 52 a 80 N/m e para a pasta de cimento, tais energias variam de 13 a 25 N/m. Novamente estes valores dependerão do nível da relação água/cimento aplicada no concreto em questão.

Considerando-se o efeito de densidade de agregados, pode-se dizer que:

$G_{Ic}=13$ a 80 N/m: para uma baixa densidade de agregados;

$G_{Ic}=1/4(13$ a $80)$ N/m: para uma alta densidade de agregados.

Tais valores de energia e resistência da matriz de cimento são consistentes com os valores fornecidos por Wittmann (2002), Elices e Rocco (2008) e Landis e Bolander (2009).

Cabe ressaltar que, apesar de sua importância no processo de fratura, em nenhuma das relações aqui propostas considera-se a influência da geometria e/ou tamanho do agregado, os quais são considerados como propriedades puramente estruturais no modelo, aqui proposto.

A adequação (ou não) destas propostas será qualitativamente avaliada no próximo capítulo, que irá abordar as análises numéricas. Também será investigado como a energia específica de fratura do modo II (G_{IIc}) influencia nos resultados.

Como a fase II (ZTI e matriz de cimento), no modelo, tem volume zero as propriedades elásticas empregadas nos elementos finitos correspondem às do concreto, sendo assim os efeitos elásticos da matriz de cimento estão inseridos na fase I, pois o modelo não separa totalmente as três fases do concreto.

4 EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo apresentam-se os estudos numéricos do presente trabalho, com exemplos em modo I e modo misto. Originalmente esses casos foram estudados em simulações numéricas realizadas por Lens (2009), considerando o material contínuo. Resultados das simulações numéricas são comparados com resultados experimentais, contidos na bibliografia, analisando o efeito do diâmetro do agregado, assim como o efeito da energia específica de fratura. Considerações quanto à densidade de agregados e/ou espessura da ZTI e a influência da energia específica de modo II são também realizadas.

4.1 PROPAGAÇÃO DE FISSURA EM MODO I

O ensaio de flexão de viga com um entalhe apoiada em três pontos é o mais utilizado para estudar comportamento de fratura em Modo I puro. Sendo assim, utiliza-se neste trabalho o mesmo ensaio citado empregando a metodologia proposta. A geometria da viga e as suas condições do contorno são expostas na figura 16.

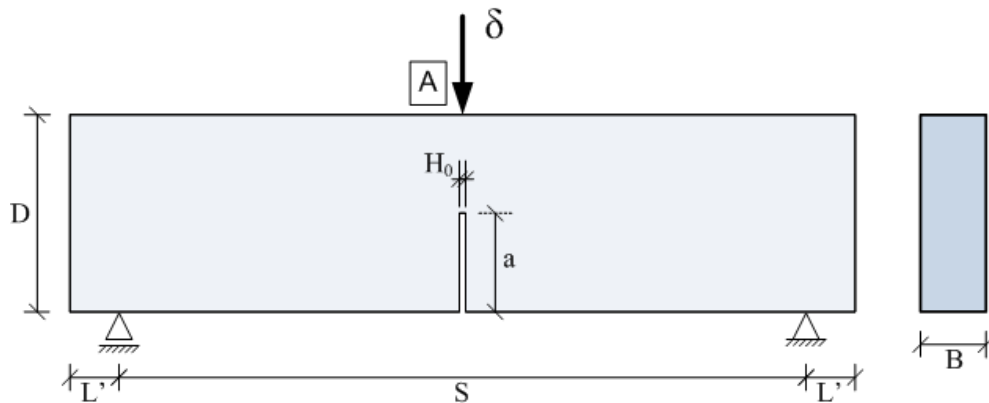


Figura 16: Geometria e condições de contorno para o ensaio de flexão a três pontos

Nesta seção são estudados dois exemplos, o exemplo 1 foi ensaiado experimentalmente por Bazant e Pfeiffer (1987) e posteriormente estudado por Shah et al. (1995), o exemplo 2 foi ensaiado por Jenq e Shah (1985).

4.1.1 Exemplo 1

As dimensões consideradas foram $S=190 \text{ mm}$, $D=76 \text{ mm}$, $B=38 \text{ mm}$, $L'=12 \text{ mm}$, $a=12 \text{ mm}$, $H_0=3 \text{ mm}$ e uma relação $a/D=0.1667$ foi empregada, segundo a figura 16. As propriedades do material e da superfície coesiva consideradas se encontram na tabela 1.

Tabela 1: Propriedades do material e da superfície coesiva para o exemplo 1 em Modo I (BAZANT; PFEIFFER, 1987)

<i>Propriedades</i>	<i>valores</i>
Módulo de Elasticidade	$E= 27600 \text{ MPa}$
Coefficiente de Poisson	$\nu= 0.20$
Energia Específica de Fratura do Modo I	$G_{Ic} = 36.6 \text{ N/m}$
Resistência à tração média do concreto	$f_{tm} = 2.9 \text{ MPa}$
diâmetro máximo do agregado	$d_{max} = 13 \text{ mm}$

Nas análises apresentadas nas próximas seções são utilizados os seguintes valores para energia específica de fratura: $G_{Ic}=36.6 \text{ N/m}$ (BAZANT; PFEIFFER, 1987) e $G_{Ic}=20 \text{ N/m}$ (para estudo da energia de fratura da matriz de cimento); e para tensão máxima na ponta da fissura: $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$, para uma baixa densidade de agregados, e $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$, para uma alta densidade de agregados.

4.1.1.1 Efeito do Tamanho do Agregado e Energia Específica de Fratura

Além do diâmetro máximo fornecido pela bibliografia (13 mm) é também considerado o diâmetro de 8 mm (CEB-FIB) para analisar o efeito do diâmetro de agregado no comportamento em fratura. A aleatoriedade da distribuição destes agregados é obtida a partir de três diferentes malhas, malhas a, b e c, para cada tamanho de agregado, nas quais o diâmetro de agregado citado é aplicado apenas na zona de propagação da fissura, figura 17.

Inicialmente foi considerado $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=36.6 \text{ N/m}$. A relação de Hillerborg et al. (1976) é considerada e a energia específica de fratura em modo II fixada como dez vezes a de modo I. A média das cargas máximas obtidas por Bazant e Pfeiffer (1987), em três experimentos, foi 3.10 kN . A tabela 2 apresenta valores de carga máxima (P_{max}) obtidas para as diferentes malhas apresentadas.

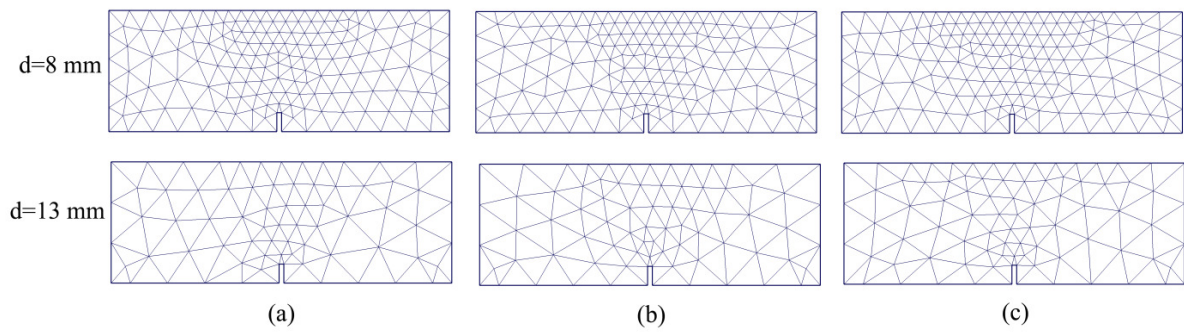


Figura 17: Diferentes malhas consideradas no exemplo 1 para os diferentes tamanhos de agregado

Tabela 2: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 36.6 \text{ N/m}$ – carga máxima experimental média 3.10 kN

$\sigma_{max}^0 = 3 f_{tm}$ e $G_{Ic} = 36.6 \text{ N/m}$ (HILLERBORG)				
ϕ agregado	$P_{max} \text{ (kN)}$			Média $P_{max} \text{ (kN)}$
	malha a	malha b	malha c	
8 mm	3.36	3.32	3.35	3.34
13 mm	3.82	3.72	3.92	3.82

Observa-se uma tendência da carga máxima aumentar com o aumento do diâmetro do agregado. A figura 18 indica o caminho de propagação das fissuras (linhas escuras) e as zonas que sofreram amolecimento (linhas claras), para as malhas apresentadas. As últimas podem estar associadas à microfissuração do concreto. A banda de fissuração em torno das fissuras principais é aproximadamente igual a duas vezes o diâmetro dos agregados, em acordo com os postulados de Bazant e Oh (1983). É importante ressaltar que foi obtida uma aleatoriedade geométrica no caminho de propagação das fissuras, produzida pelo uso das diferentes malhas.

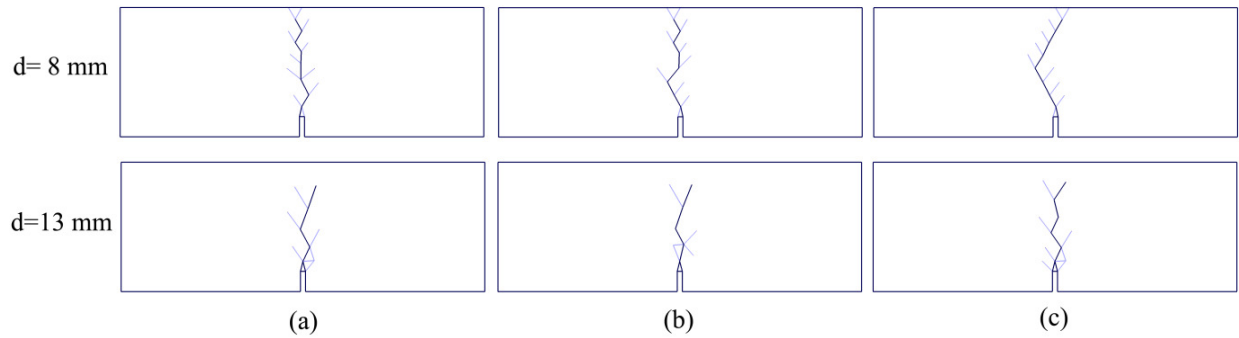


Figura 18: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 36.6 \text{ N/m}$

Considerando uma energia específica de fratura para matriz de cimento $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$, a qual está dentro dos limites expostos na seção 3.4, os valores de P_{max} são fornecidos nas tabelas 3, lei de Hillerborg et al. (1976), e 4, lei de Xu (1999).

Tabela 3: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$ – carga máxima experimental média 3.10 kN

$\sigma_{max}^0 = 3 f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$ (HILLERBORG)				
ϕ agregado	$P_{max} \text{ (kN)}$			Média $P_{max} \text{ (kN)}$
	malha a	malha b	malha c	
8 mm	3.07	3.02	3.02	3.04
13 mm	3.62	3.59	3.77	3.66

Tabela 4: Exemplo 1 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$ – carga máxima experimental média 3.10 kN

$\sigma_{max}^0 = 3 f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$ (XU)				
ϕ agregado	$P_{max} \text{ (kN)}$			Média $P_{max} \text{ (kN)}$
	malha a	malha b	malha c	
8 mm	2.97	2.96	2.92	2.95
13 mm	3.62	3.58	3.76	3.65

Os resultados demonstram que ao considerar uma energia específica de fratura menor o valor de P_{max} reduz de maneira significativa, ainda que se mantenha superestimado. Observa-se que o efeito da redução na energia específica de fratura sobre P_{max} é mais substancial nos casos de agregados menores. O uso da lei de Xu (1999) induz valores de P_{max} menores do que com uso da lei de Hillerborg et al. (1976) com uma diferença maior para o agregado menor, tabela 4.

Os efeitos da redução da energia específica de fratura na morfologia das fissuras são mostrados na figura 19. Observa-se que há um aumento de interfaces rompidas para $d= 13\text{ mm}$, lei de Hillerborg et al. (1976), ao comparar com a figura 18. O uso da lei de Xu (1999) não produz mudanças significativas.

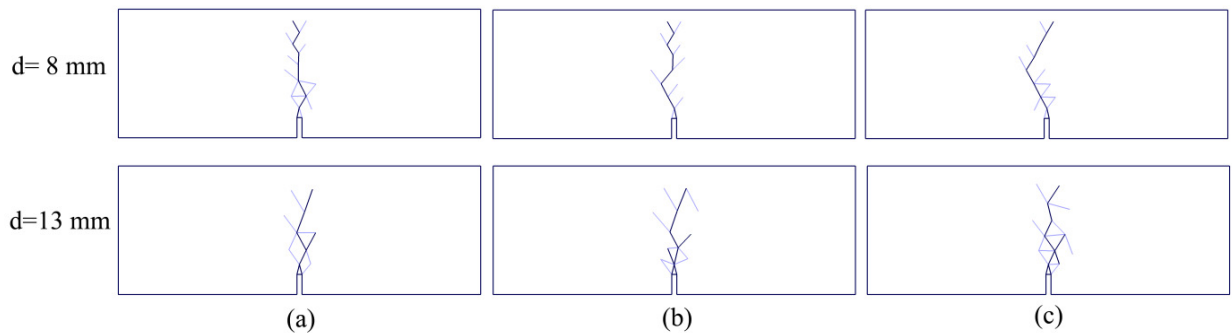


Figura 19: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$

4.1.1.2 Efeito da Densidade de Agregados e/ou Espessura da ZTI

O modelo empregado nesse trabalho não permite separar os efeitos da densidade de agregados e/ou espessura da ZTI. No entanto um aumento de ambos conduz, em linhas gerais, ao mesmo efeito: percolação das fissuras na ZTI, as quais passam a dominar o problema de fratura. Será aqui considerada a condição limite (ou pior situação) de máxima densidade de agregados, onde $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$, que corresponde a um quarto do valor empregado anteriormente. As tabelas 5 e 6 sumarizam os resultados, utilizando as mesmas energias específicas de fratura já expostas.

Tabela 5: Exemplo 1 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=36.6 N/m$

$\sigma_{max}^0=0.75 f_{tm}$ e $G_{Ic}=36.6 N/m$ (XU)				
ϕ agregado	P_{max} (kN)			Média P_{max} (kN)
	malha a	malha b	malha c	
8 mm	1.58	1.55	1.51	1.55
13 mm	1.55	1.47	1.57	1.53

Como esperado, houve uma significativa redução na carga máxima, porém chama a atenção o fato do diâmetro do agregado deixar de desempenhar um papel significativo nos valores de carga máxima.

Tabela 6: Exemplo 1 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$

$\sigma_{max}^0=0.75 f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ (XU)				
ϕ agregado	P_{max} (kN)			Média P_{max} (kN)
	malha a	malha b	malha c	
8 mm	1.35	1.32	1.31	1.33
13 mm	1.31	1.23	1.31	1.28

Na figura 20 as morfologias para uma das malhas utilizando a energia específica de fratura de $20 N/m$ são mostradas, observa-se uma maior zona de processo na frente das fissuras, quando comparadas às morfologias apresentadas nas figuras 18 e 19. No entanto a banda de fissuração permanece limitada à dimensão de dois agregados como nos demais casos. Tais conclusões são similares às obtidas por Lilliu e van Mier (2003, 2007) com o modelo de três fases (não há grandes alterações na morfologia para a energia específica de fratura maior ($G_{Ic}=36.6 N/m$), salvo por esta provocar uma zona de processo ligeiramente maior que com $G_{Ic}=20 N/m$).

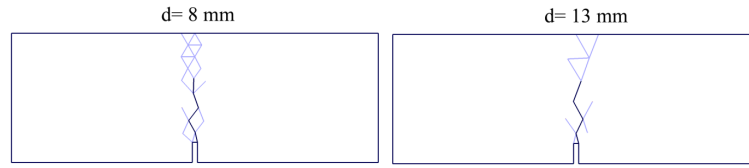


Figura 20: Exemplo 1 com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração, malha b para $d=8\text{ mm}$ e malha a para $d=13\text{ mm}$, $\sigma_{max}^0=2.2\text{ MPa}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$

Tabela 7: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$

$\sigma_{max}^0=0.75 f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ (HILLERBORG)	
ϕ agregado	$P_{max}\text{ (kN)}$
8 mm	1.48
13 mm	1.46

Utilizando a lei de Hillerborg et al. (1976) , tabela 7, novamente o diâmetro do agregado não influencia nos valores de carga máxima. Quanto à morfologia das fissuras, figura 21, tem-se uma zona de processo menor do que as apresentadas na figura 20 com a lei de Xu (1999).

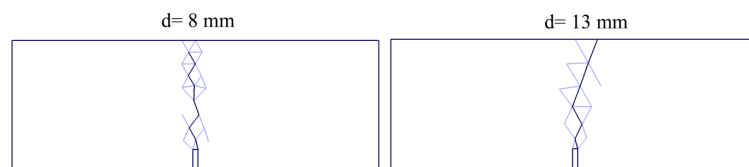


Figura 21: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração, malha b para $d=8\text{ mm}$ e malha a para $d=13\text{ mm}$, $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$

4.1.1.3 Efeito da Energia de Modo II

Nas simulações do contínuo, como as realizadas por Lens (2009), nas quais nenhuma consideração da microestrutura do concreto é realizada, a propagação das fissuras se dá apenas nos planos de tensões principais. Portanto a energia de modo II não desempenha nenhum efeito nestas simulações. Porém, nos casos aqui estudados e, provavelmente, nas situações reais a presença dos agregados impede que a propagação ocorra nos planos principais.

A energia de modo II empregada nas seções anteriores foi considerada dez vezes maior que do que a energia de modo I. Entretanto nesta seção é considerada $G_{IIc}=1.4 G_{Ic}$, com uso da lei de Hillerborg et al. (1976), $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$. A tabela 8 apresenta os valores de P_{max} obtidos.

Tabela 8: Exemplo 1 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$, $G_{Ic}=20 N/m$ e $G_{IIc}=1.4 G_{Ic}$ – carga máxima experimental média 3.10 kN

$\sigma_{max}^0=3 f_{tm}$, $G_{Ic}=20 N/m$ e $G_{IIc}=1.4G_{Ic}$ (HILLERBORG)	
ϕ agregado	P_{max} (kN)
8 mm	2.80
13 mm	3.19

Comparando os resultados da tabela 3 como os da tabela 8, observa-se uma redução na carga de pico, chegando a 12%, isto indica que a energia específica de fratura em modo II pode ter uma importância significativa na resposta para análises em concreto simples, diferente dos casos contínuos.

4.1.2 Exemplo 2

As dimensões consideradas neste exemplo foram $S=914 mm$, $D=229 mm$, $B=86 mm$, $L'=38 mm$, $a=76 mm$, $H_0=1 mm$ e uma relação $a/D=0.333$ foi empregada, segundo a figura 16. As propriedades do material e da superfície coesiva consideradas se encontram na tabela 9.

Tabela 9: Propriedades do material e da superfície coesiva para o exemplo 2 em Modo I (JENQ; SHAH, 1985)

<i>Propriedades</i>	<i>valores</i>
Módulo de Elasticidade	$E= 34920 MPa$
Coefficiente de Poisson	$\nu= 0.20$
Energia Específica de Fratura do Modo I	$G_{Ic}= 91.7 N/m$
Resistência à tração média do concreto	$f_{tm}= 3.1 MPa$
diâmetro máximo do agregado	$d_{max}= 19 mm$

Nas próximas seções são utilizados os seguintes valores para energia específica de fratura: $G_{Ic}=91.7 \text{ N/m}$ (JENQ;SHAH, 1987), $G_{Ic}=45 \text{ N/m}$, $G_{Ic}=20 \text{ N/m}$ (valores dentro dos limites expostos na seção 3.4) e $G_{Ic}=10 \text{ N/m}$ (considerando uma energia específica da pasta muito pequena). Com a finalidade de ajuste de curva os valores de energia específica utilizados são: $G_{Ic}=68 \text{ N/m}$ e $G_{Ic}=72.5 \text{ N/m}$.

Para tensão máxima na ponta da fissura são utilizados: $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$, para uma baixa densidade de agregados, $\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$, para uma densidade de agregados intermediária, e $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$, para uma alta densidade de agregados. No ajuste de curvas: $\sigma_{max}^0=f_{tm}$, $\sigma_{max}^0=1.1f_{tm}$ e $\sigma_{max}^0=1.4f_{tm}$.

4.1.2.1 Efeito do Tamanho do Agregado e Energia Específica de Fratura

Como para o exemplo 1 (seção 4.1.1), além do diâmetro máximo fornecido pela bibliografia, são empregados outros tamanhos, baseados na tabela do CEB-FIB (1993), para analisar o efeito do diâmetro de agregado na carga de pico. Assim, quatro tamanhos de agregado são utilizados: 8, 12, 19 e 32 mm, junto à zona de propagação da fissura. Fora desta zona o tamanho do agregado não é importante nestas análises. Exceto para $d_{max}=8 \text{ mm}$, o qual apenas uma malha foi gerada, três diferentes malhas foram geradas para cada tamanho de agregado, as quais são chamadas de malhas a, b e c, figura 22.

A média das cargas máximas experimentais obtida por Jenq e Shah (1985) foi 5.94 kN. Empregando as propriedades $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=91.7 \text{ N/m}$, a relação de Hillerborg et al. (1976) e a energia específica de fratura em modo II fixada como dez vezes a de modo I, a carga de pico para a malha a ($d=19 \text{ mm}$) obtida numericamente foi 10.23 kN, o que está muito acima do esperado.

Assim, o estudo mais detalhado da propagação foi focado em energias específicas de fratura mais baixas, para levar em conta apenas o efeito da matriz de cimento. Inicialmente empregou-se $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=45 \text{ N/m}$. Os resultados são mostrados na tabela 10.

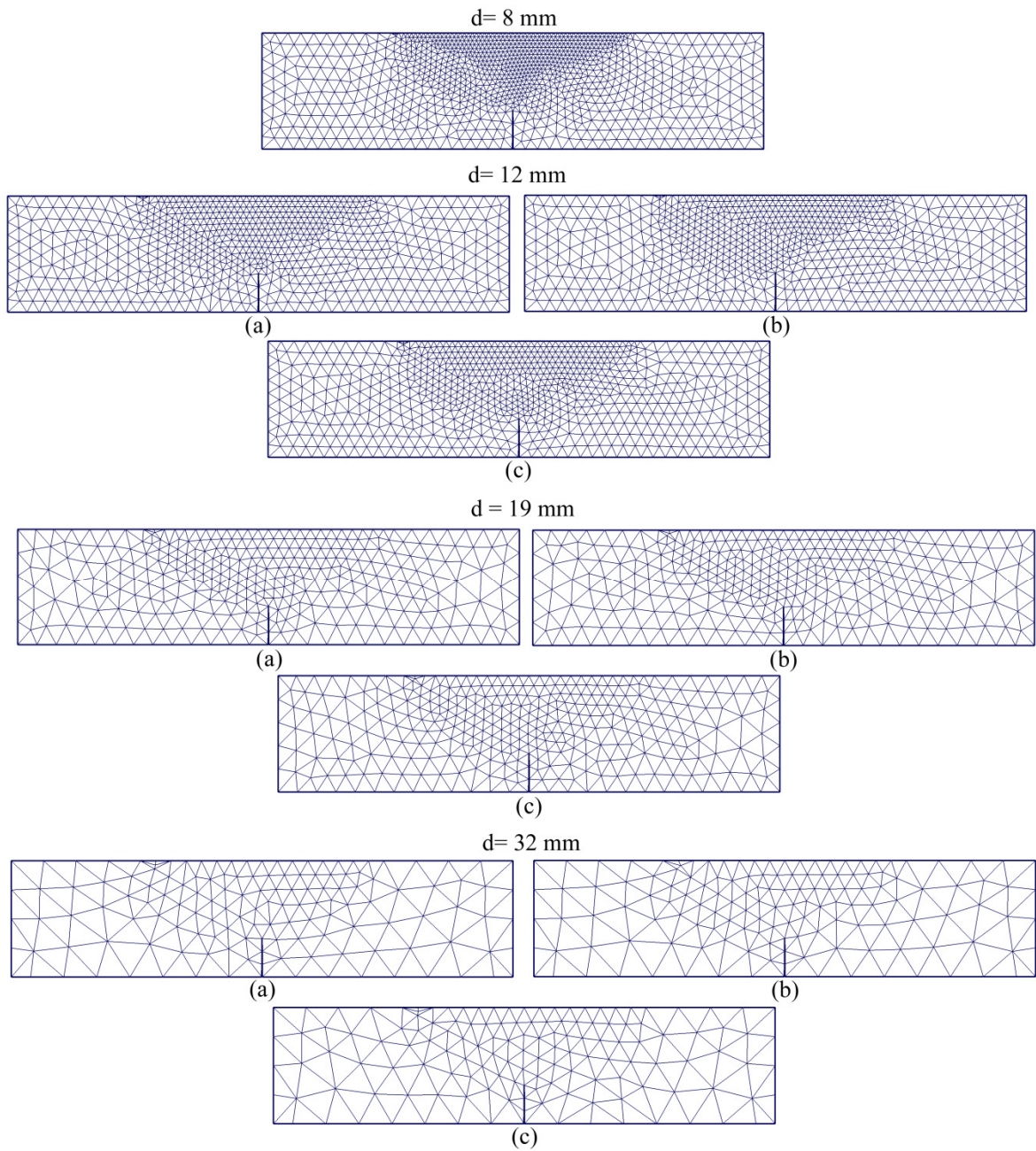


Figura 22: Diferentes malhas consideradas no exemplo 2 para os diferentes tamanhos de agregado

Tabela 10: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=45 \text{ N/m}$ – carga máxima experimental média 5.94 kN

$\sigma_{max}^0=3 f_{tm}$ e $G_{Ic}=45 \text{ N/m}$ (HILLERBORG)				
ϕ agregado	$P_{max} \text{ (kN)}$			<i>Média</i>
	<i>malha a</i>	<i>malha b</i>	<i>malha c</i>	$P_{max} \text{ (kN)}$
8 mm	7.09	-	-	-
12 mm	7.21	6.88	6.59	6.89
19 mm	7.81	6.80	6.75	7.12
32 mm	8.95	8.14	8.15	8.41

Novamente observa-se uma superestimação em P_{max} em relação aos resultados experimentais, além de uma tendência da carga máxima aumentar com o aumento do diâmetro do agregado. A figura 23 indica o caminho de propagação das fissuras (linhas escuras) e as zonas que sofreram amolecimento (linhas claras), para todas as malhas apresentadas. A banda de fissuração em torno das fissuras principais se mantém aproximadamente igual a duas vezes o diâmetro dos agregados para todos os casos.

A lei de Xu (1999) é utilizada para análise das malhas a, também indicando valores de carga máxima (P_{max}) superestimados ao comparar com os resultados experimentais, conforme mostrado na tabela 11. No entanto, observa-se uma maior zona de processo na frente das fissuras ao comparar com as morfologias apresentadas ao usar a lei de Hillerborg et al. (1976) (figura 23). Tal efeito é mais acentuado para o diâmetro de agregado menor, figura 24.

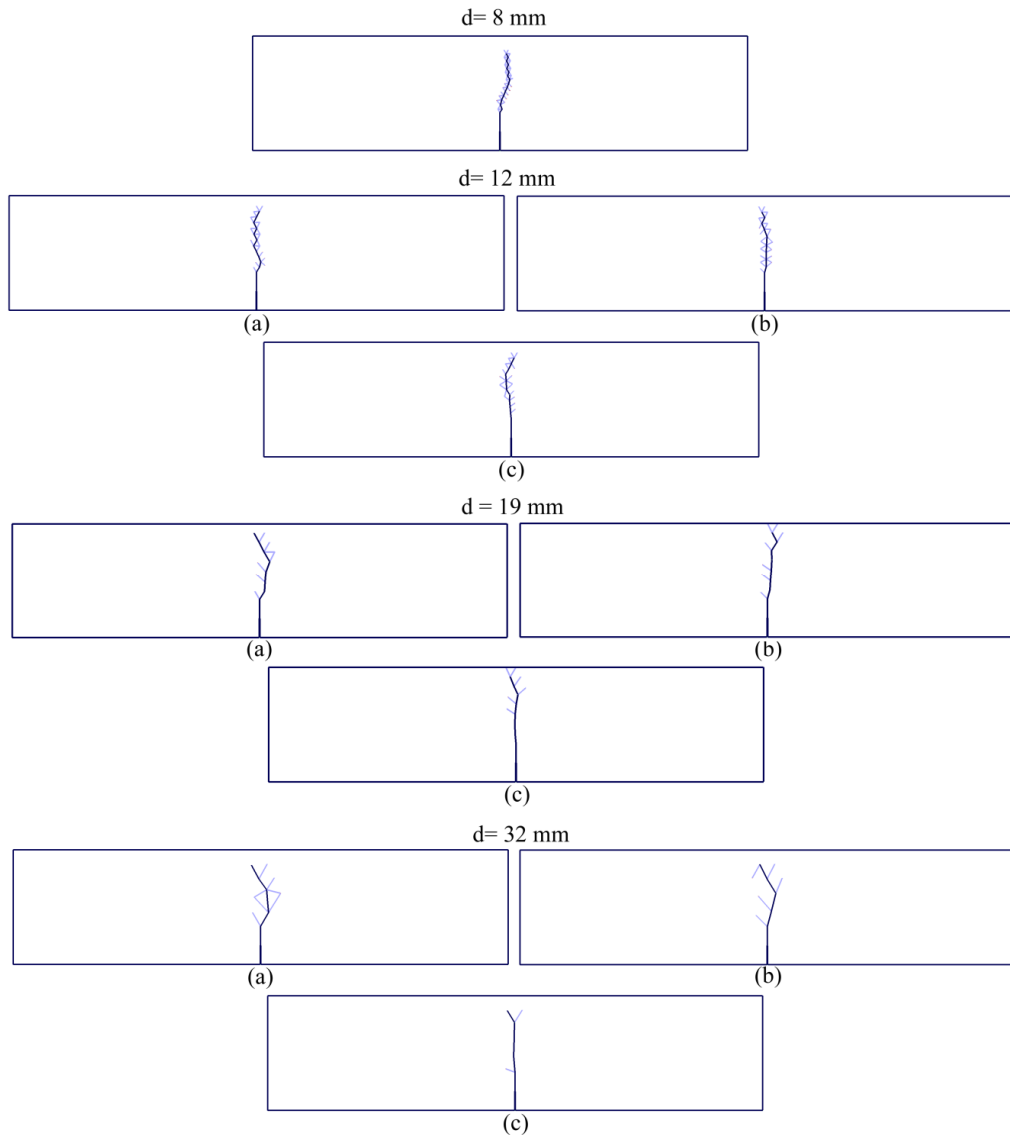


Figura 23: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 45$ N/m

Tabela 11: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 45$ N/m – carga máxima experimental média 5.94 kN

$\sigma_{max}^0 = 3 f_{tm}$ e $G_{Ic} = 45$ N/m (XU)	
ϕ agregado	P_{max} (kN)
	malha a
12 mm	6.73
19 mm	7.11
32 mm	8.41

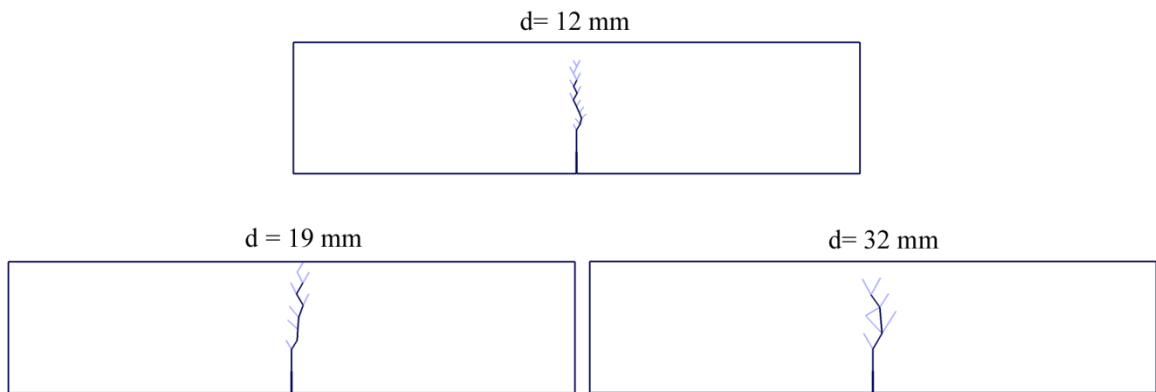


Figura 24: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=45 N/m$

Considera-se, também, uma energia específica de fratura para matriz de cimento ainda menor, novamente de $G_{Ic}=20 N/m$. Os valores de P_{max} utilizando tal energia específica de fratura estão nas tabelas 12 e 13, lei de Hillerborg et al. (1976) e lei de Xu (1999), respectivamente.

Tabela 12: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 5.94 kN

$\sigma_{max}^0=3 f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ (HILLERBORG)				
ϕ agregado	$P_{max}(kN)$			Média $P_{max}(kN)$
	malha a	malha b	malha c	
8 mm	5.07	-	-	-
12 mm	5.16	5.00	4.79	4.98
19 mm	6.10	5.58	5.63	5.77
32 mm	8.27	7.51	7.63	7.80

Tabela 13: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 5.94 kN

$\sigma_{max}^0=3 f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ (XU)				
ϕ agregado	$P_{max} (kN)$			Média $P_{max} (kN)$
	malha a	malha b	malha c	
12 mm	4.85	5.12	4.83	4.93
19 mm	5.88	5.40	5.38	5.55
32 mm	7.70	6.96	7.07	7.24

O valor de P_{max} reduz de maneira significativa, sendo o efeito da redução na energia específica de fratura mais pronunciado para os casos de agregados menores, conforme já visto para o exemplo 1. A lei de Xu (1999) novamente induz valores de P_{max} menores, enquanto o uso da lei CEB-FIB (1993) fornece valores de P_{max} iguais, ou ligeiramente menores, que os encontrados com a da lei de Xu (1999).

As morfologias das fissuras, para uma energia específica de fratura de $20 N/m$, são mostradas nas figuras 25 e 26. Observa-se uma alteração no caminho de propagação da fissura para os diâmetros de agregado de 8 e 12 mm ao empregar a lei de Hillerborg et al. (1976) e para $d=19 mm$ ao empregar a lei de Xu (1999), em comparação com as figuras 23 e 24.

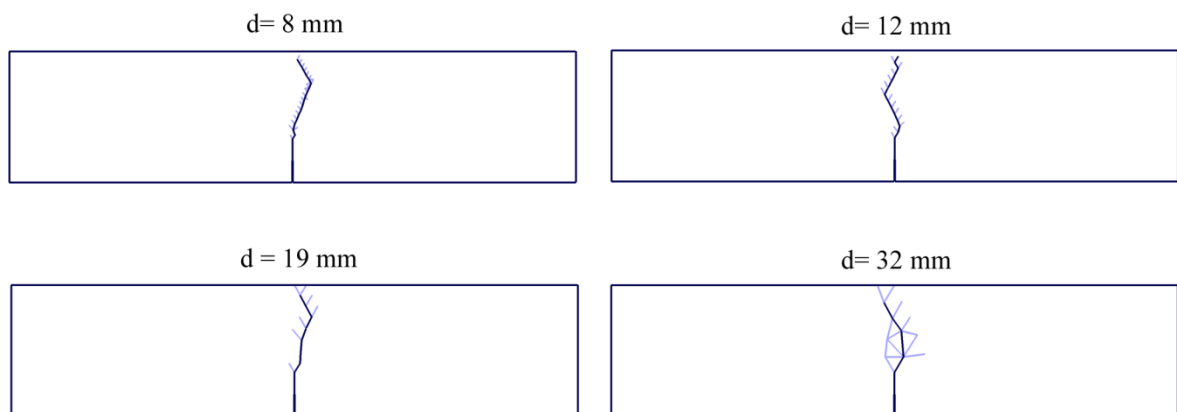


Figura 25: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$

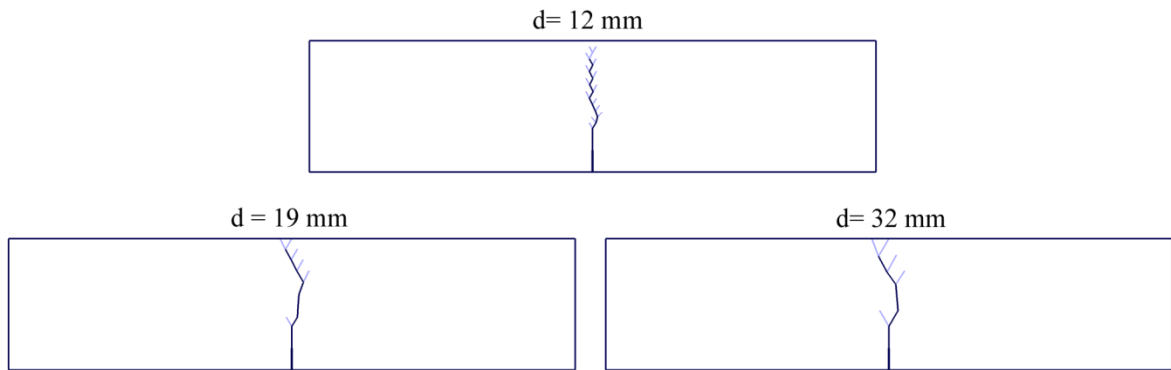


Figura 26: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$

Na tabela 14, ao empregar uma energia específica de fratura de $G_{Ic} = 10 \text{ N/m}$ há uma maior dependência dos valores de carga máxima à lei empregada, sendo que há uma diferença maior em P_{max} obtidos com a lei de Xu (1999) e a lei de Hillerborg et al. (1976).

Tabela 14: Exemplo 2 para $d = 19 \text{ mm}$: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 10 \text{ N/m}$ – carga máxima experimental média 5.94 kN

d=19 mm: $\sigma_{max}^0 = 3 f_{tm}$, $G_{Ic} = 10 \text{ N/m}$				
<i>Lei</i>	<i>P_{max} (kN)</i>			<i>Média P_{max} (kN)</i>
	<i>malha a</i>	<i>malha b</i>	<i>malha c</i>	
XU	5.26	4.86	4.86	4.99
HILLERBORG	5.81	5.33	5.34	5.49

4.1.2.2 Efeito da Densidade de Agregados e/ou Espessura da ZTI

Novamente aqui será considerada a condição limite de máxima densidade de agregados, onde $\sigma_{max}^0 = 0.75f_{tm}$. A energia específica de fratura é fixada em $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$ e utiliza-se, primeiramente, a lei de Xu (1999). Os resultados são apresentados na tabela 15.

Tabela 15: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$

$\sigma_{max}^0=0.75 f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ (XU)				
ϕ agregado	P_{max} (kN)			Média P_{max} (kN)
	malha a	malha b	malha c	
12 mm	3.35	3.19	3.17	3.24
19 mm	3.43	3.30	3.24	3.32
32 mm	3.78	3.46	3.41	3.55

Observa-se uma significativa redução na carga máxima e o diâmetro do agregado deixa de desempenhar um papel significativo nos valores de carga máxima. Há, também, uma maior zona de processo na frente das fissuras, figura 27, quando comparadas às morfologias apresentadas na figura 26. A banda de fissuração permanece limitada à dimensão de dois agregados. Estes resultados estão em conformidade com observações de Lilliu e van Mier (2003, 2007) utilizando o modelo de três fases.

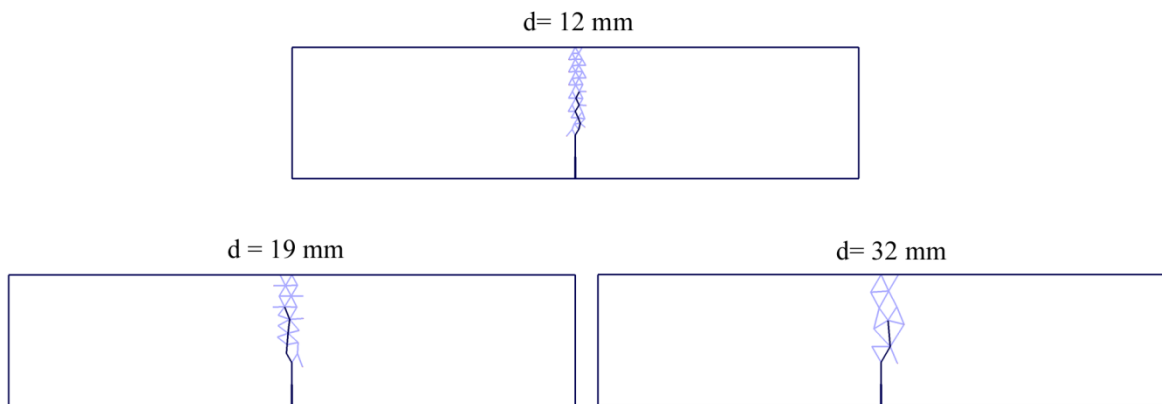


Figura 27: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$

Empregando a lei de Hillerborg et al. (1976), tabela 16, há uma variação de P_{max} com o tamanho do agregado, ainda que esta variação seja menor do que para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$. Quanto à morfologia das fissuras, figura 28, tem-se uma zona de processo menor do que na figura 27, usando a lei de Xu (1999). O mesmo comportamento foi observado para o exemplo 1.

Tabela 16: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$

$\sigma_{max}^0=0.75 f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ (HILLERBORG)	
ϕ agregado	malha b
12 mm	3.83
19 mm	3.91
32 mm	4.41

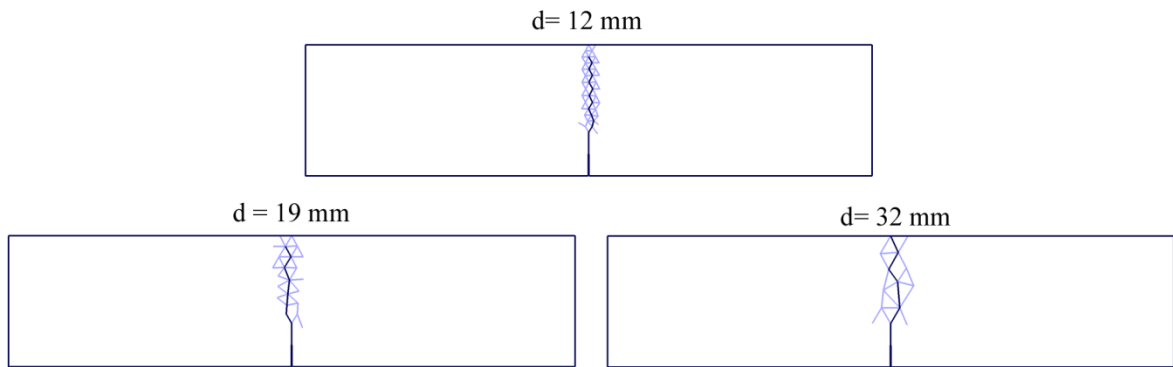


Figura 28: Exemplo 2, malhas a, com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$

Uma situação intermediária para a tensão máxima na ponta da fissura é também testada, assim, utilizando a lei de Xu (1999), é considerada metade do valor inicial desta tensão ($\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$). Os valores de carga máxima, tabela 17, se tornam, novamente, dependentes do tamanho do agregado utilizado, porém com menos significância do que nos casos de $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$. A morfologia das fissuras apresenta uma configuração intermediária entre as figuras 27 e 28.

Tabela 17: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0 = 1.5f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$

$\sigma_{max}^0 = 1.5 f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20.4 \text{ N/m}$ (XU)				
ϕ agregado	$P_{max} \text{ (kN)}$			Média $P_{max} \text{ (kN)}$
	malha a	malha b	malha c	
12 mm	4.14	4.04	3.90	4.03
19 mm	4.51	4.19	4.10	4.27
32 mm	4.64	4.20	4.20	4.35

4.1.2.3 Efeito da Energia de Modo II

A energia de modo II empregada anteriormente neste exemplo, assim como para o exemplo 1, foi considerada dez vezes maior que a energia de modo I. Porém nesta seção é fixada como $G_{IIc} = 1.4 G_{Ic}$, utilizando a lei de Hillerborg et al. (1976), $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$. os valores de P_{max} obtidos se encontram na tabela 18.

Tabela 18: Exemplo 2 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976): resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$, $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$ e $G_{IIc} = 1.4 G_{Ic}$ – carga máxima experimental média 5.94 kN

$\sigma_{max}^0 = 3 f_{tm}$, $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$ e $G_{IIc} = 1.4 G_{Ic}$ (HILLERBORG)	
ϕ agregado	$P_{max} \text{ (kN)}$
12 mm	4.98
19 mm	5.59
32 mm	7.20

Há uma redução na carga de pico ao comparar a tabela 13 com a 20, chegando a 13%. Novamente a energia específica de fratura em modo II tem uma importância significativa na resposta, diferente dos casos contínuos, conforme já citado na seção 4.1.1.3.

4.1.2.4 Curvas carga - abertura de fissura

Nessa seção serão expostas as curvas carga - abertura de fissura comparando com os resultados encontrados por Jenq e Shah (1985). Tais curvas são obtidas no ponto de aplicação dos deslocamentos prescritos, ponto A na figura 16.

Na figura 29, curvas carga - abertura para as diferentes energias utilizadas para o diâmetro de agregado $d=19\text{ mm}$ são mostradas. As curvas comparando a influência do tamanho do agregado para as energias utilizadas na seção 4.1.2.1 são dadas na figura 30.

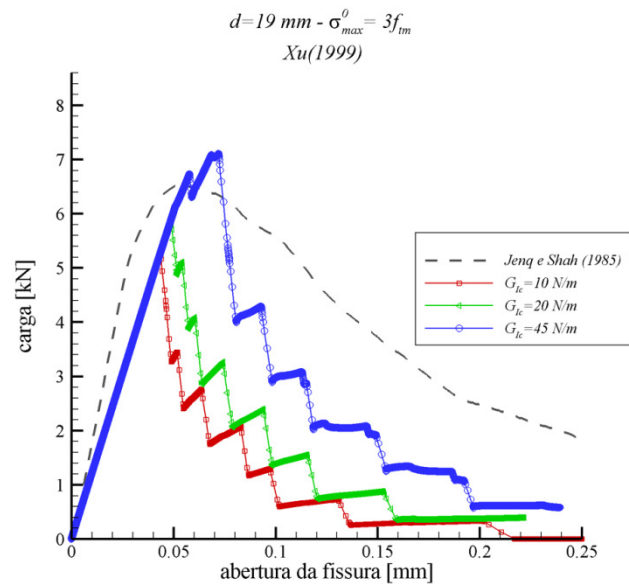


Figura 29: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999):
comparando as energias com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985) para
 $d=19\text{ mm}$ e $\sigma_{\max}^0 = 3f_{tm}$

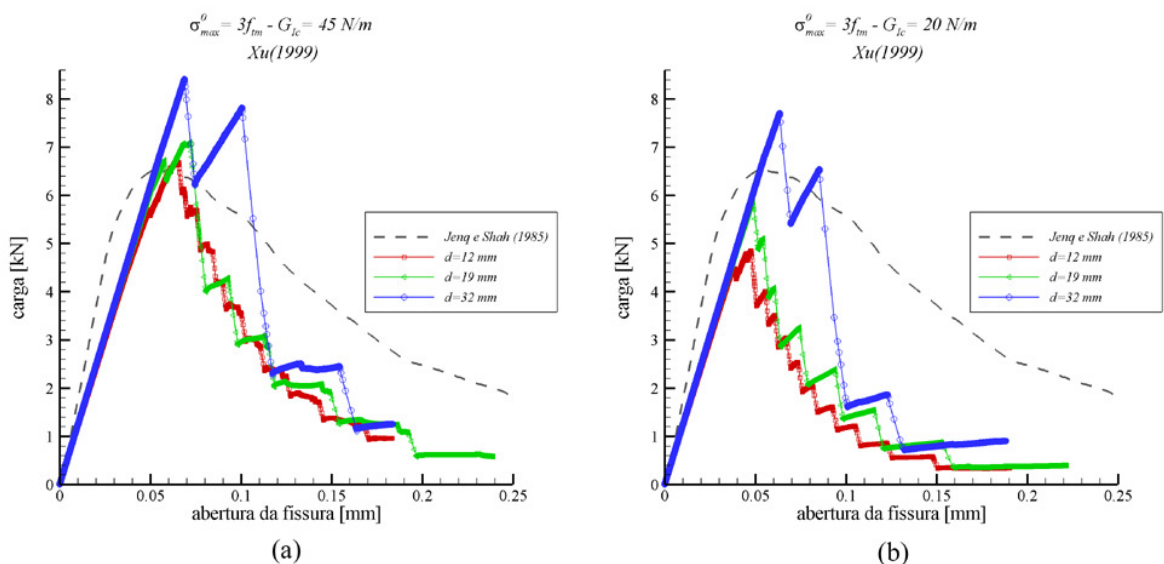


Figura 30: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999):
comparando os diâmetros com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985) para
 $\sigma_{\max}^0 = 3f_{tm}$: (a) $G_{ic}=45\text{ N/m}$ e (b) $G_{ic}=20\text{ N/m}$

Curvas com comparações entre os diâmetros de agregados utilizando tensão máxima na ponta da fissura menores (seção 4.1.2.2) estão na figura 31.

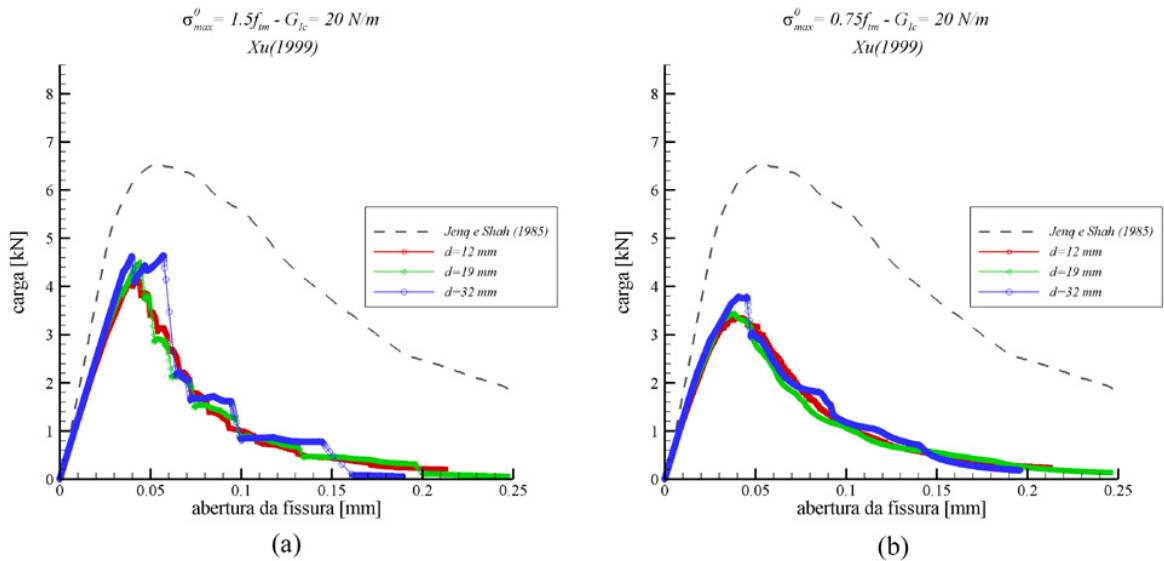


Figura 31: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999): comparando os diâmetros com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985) para $G_{Ic}=20 \text{ N/m}$ (a) $\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$ e (b) $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$

Curvas carga - abertura com comparações entre as tensões máximas na ponta da fissura utilizadas para os três diâmetros de agregado utilizados são mostradas na figura 32.

Com o objetivo de ajustar curvas, algumas composições alternativas de σ_{max}^0 e G_{Ic} foram testadas. Deve-se ter em mente aqui a tendência que as simulações 2D têm de subestimarem a real tenacidade à fratura (LILLIU; VAN MIER, 2003, 2007), pois neste caso admite-se que a fissura atravessa toda a seção transversal da peça. Tal comportamento não ocorre na realidade, assim a propagação real tende a consumir mais energia durante o processo. Portanto um ajuste de curva será obtido para valores de energia específica de fratura maiores que o real.

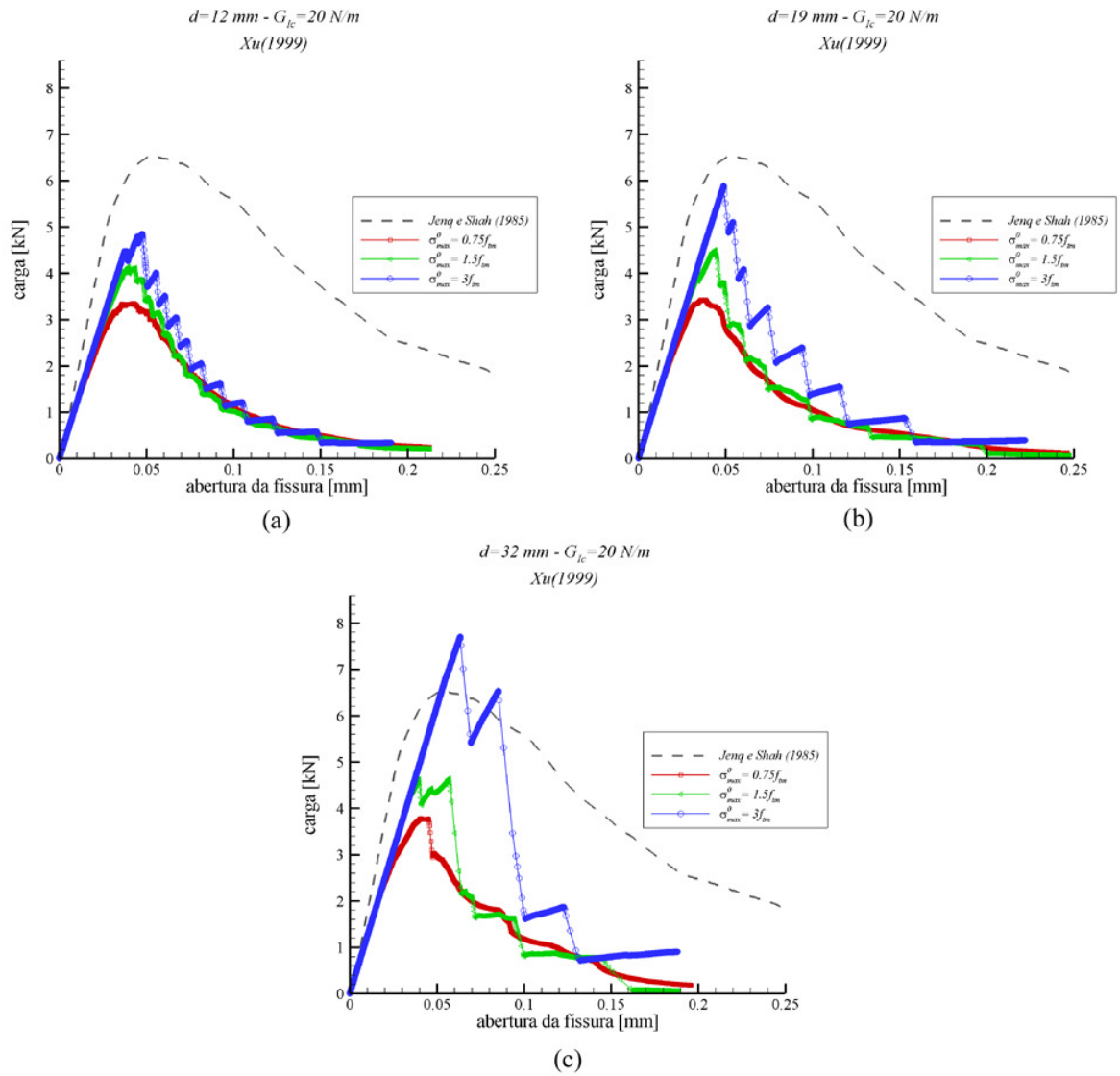


Figura 32: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999):
comparando os valores de σ_{max}^0 com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985):
para $G_{Ic}=20.5\text{ N/m}$: (a) $d=12\text{ mm}$, (b) $d=19\text{ mm}$ e (c) $d=32\text{ mm}$

Na figura 33a $\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=91.8\text{ N/m}$, na 33b, $\sigma_{max}^0=1.1f_{tm}$ e $G_{Ic}=68\text{ N/m}$ e na 33c, $\sigma_{max}^0=1.4f_{tm}$ e $G_{Ic}=72.5\text{ N/m}$ para as três malhas, empregando o diâmetro de 19 mm .

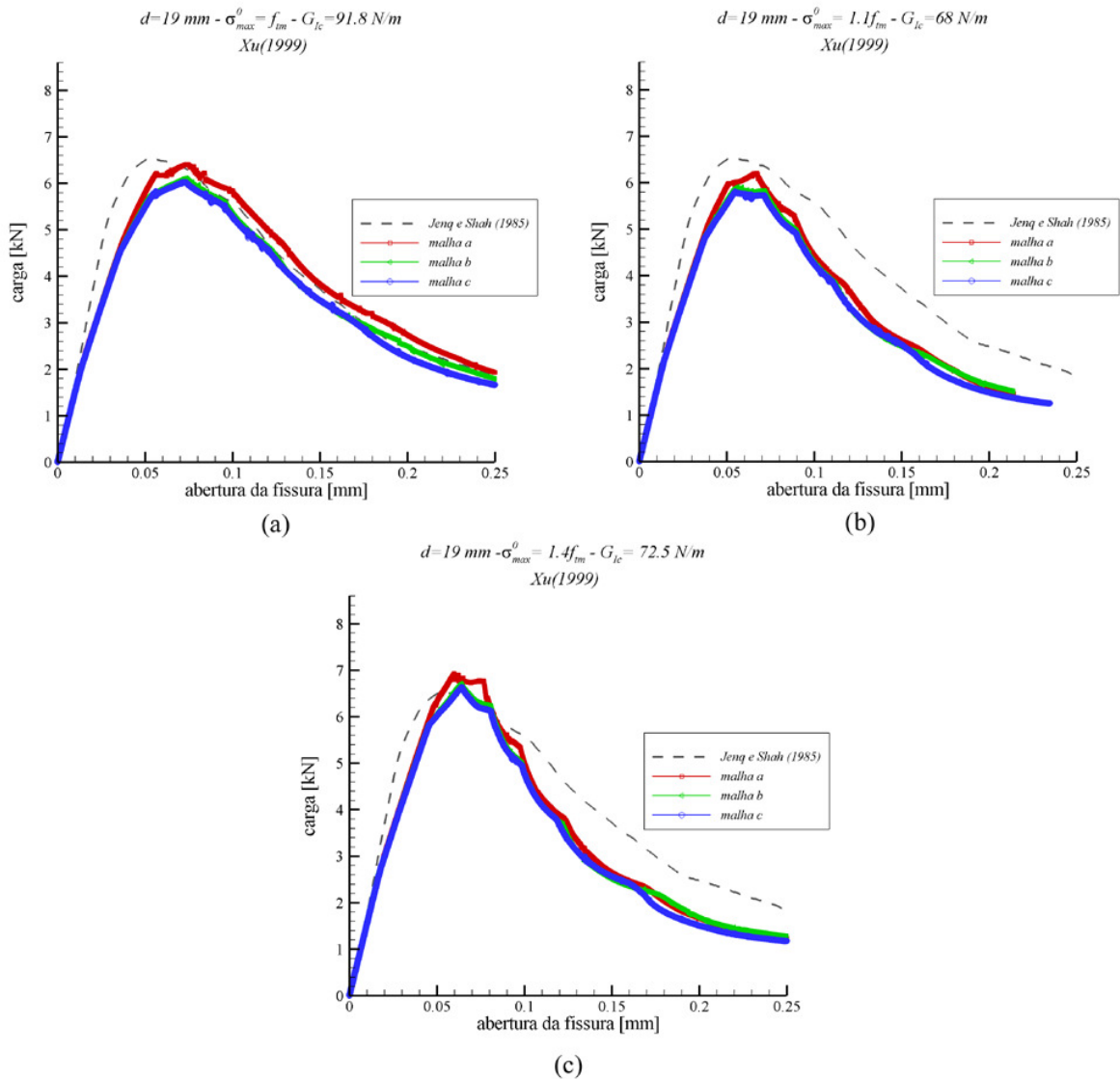


Figura 33: Curva carga-abertura da fissura com uso da lei de Xu (1999): comparando as diferentes malhas utilizadas com os resultados obtidos por Jenq e Shah (1985) para (a) $\sigma_{\max}^0 = f_{tm}$ e $G_{Ic} = 91.8\text{ N/m}$, (b) $\sigma_{\max}^0 = 1.1f_{tm}$ e $G_{Ic} = 68\text{ N/m}$ e (c) $\sigma_{\max}^0 = 1.4f_{tm}$ e $G_{Ic} = 72.5\text{ N/m}$

Os dados do concreto fornecidos por Jenq e Shah (1985) sugerem que a densidade de agregados não é baixa, não justificando o uso de uma tensão máxima na ponta da fissura $\sigma_{\max}^0 = f_{tm}$, como nos dados apresentados na figura 33a. Assim, o melhor ajuste foi obtido para uma energia específica de fratura da matriz de cimento de $G_{Ic} = 72.5\text{ N/m}$ e $\sigma_{\max}^0 = 1.4f_{tm}$, indicando uma densidade de agregados e/ou espessura da ZTI média (figura 33c).

Na figura 34 são indicadas as morfologias deste caso. Tais morfologias demonstram que a zona de processo na frente das fissuras está relacionada, também, com a energia específica de

fratura, pois tal zona de processo aumenta consideravelmente ao aumentar a energia específica de fratura. Observa-se que, neste caso, a banda de fissuração não se limita a duas vezes o diâmetro do agregado para todas as malhas.

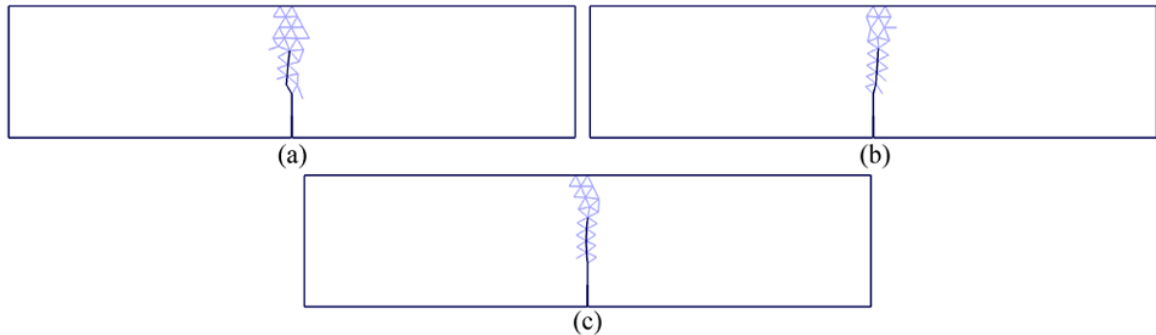


Figura 34: Exemplo 2 com uso da lei de Xu (1999): fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0 = 1.4f_{tm}$, $G_{Ic} = 72.5 \text{ N/m}$ e $d = 19 \text{ mm}$ (malhas a, b e c)

4.1.3 Discussão dos Resultados – Modo I

A primeira observação a ser feita, a partir da análise dos resultados obtidos, é que a energia específica de fratura do concreto contém uma parcela significativa oriunda da presença dos agregados, como se vê na figura 30 (embora isto possa ser relativo, dependendo de outras variáveis como, por exemplo, a densidade de agregados e/ou espessura da ZTI). Portanto pode-se concluir, para o modelo aqui exposto, que está correto o postulado de que a energia específica de fratura deve estar associada unicamente à matriz.

A consideração da aleatoriedade oriunda da geometria dos agregados também leva a morfologias de propagação de fissuras mais condizentes com a realidade do que com uso de soluções homogêneas (LENS, 2009).

Em geral, um aumento do diâmetro do agregado provoca um aumento considerável na carga de pico, desde que haja uma baixa densidade de agregados e/ou espessura da ZTI (tabelas 2 - 4, 10 - 13). Chiaia et al. (1998), Chen e Liu (2004) e Xu e Zhu (2009) chegaram aos mesmos resultados. Cabe ressaltar que os resultados obtidos por Chen e Liu (2004) tratam de estudos experimentais utilizando a técnica das Emissões Acústicas. Além disso, o aumento do diâmetro do agregado provoca uma ligeira maior fragilidade no comportamento estrutural (figura 30). Este comportamento também foi observado por Xu e Zhu (2009). Por outro lado,

Chen e Liu (2004) apresentaram resultados nos quais concretos de alta resistência com menor fragilidade podem ser obtidos utilizando agregados maiores.

Mehta e Monteiro (1994) relatam que quanto maior o tamanho do agregado maior será a tendência de formação do filme de água ao redor do agregado, enfraquecendo assim a ZTI através da exsudação interna, no entanto agregados menores necessitam de uma relação água/cimento mais elevada para obter a mesma trabalhabilidade que com agregados maiores (VAN MIER, 1997) o que pode provocar uma perda na resistência do concreto. Porém tais efeitos não foram considerados nas análises aqui realizadas.

Os casos com maior diâmetro do agregado apresentaram pouca sensibilidade à energia da matriz (ver figura 30), visto que a redução da energia específica de fratura produz efeitos mais significativos para os casos de agregados menores. Sendo assim, pode-se concluir que estes últimos têm sua resistência mais diretamente ligada à energia específica de fratura da matriz de cimento, enquanto que um maior diâmetro de agregado produz uma dissipação de energia, principalmente, associada ao desvio da trajetória. Tal comportamento foi observado por Chen e Liu (2004) e Elices e Rocco (2008), que relataram um aumento na energia específica de fratura para maiores diâmetros de agregados.

Nas figuras 29 e 30 observa-se um efeito de “serrilhado” no pós-pico. Tal efeito se deve aos desvios da trajetória da fissura principal, provocado pela aleatoriedade geométrica do material. Esse efeito é observado, principalmente, para baixas densidades de agregados.

Outro postulado deste trabalho, de que a tensão máxima na ponta da fissura (σ_{max}^0) está associada à densidade de agregados e/ou espessura da ZTI também parece correto ao compararmos com os resultados fornecidos na literatura. Observa-se na figura 32 que ao diminuir a tensão máxima na ponta da fissura, certa tenacidade no pós-pico se desenvolve. Tal comportamento também foi obtido por Lilliu e van Mier (2003, 2007) e Kozicki e Tejchman (2007), os quais observaram que o material apresenta um comportamento mais dúctil com o aumento da densidade de agregados no concreto.

Com relação aos efeitos da densidade de agregados na carga de pico, Lilliu e van Mier (2003, 2007) e Prado e van Mier (2007) concluíram que a carga máxima diminui com o aumento da densidade de agregados. Este efeito foi obtido neste trabalho conforme figuras 35 e 36. Ainda pode-se notar que uma alta densidade de agregados praticamente anula o efeito do diâmetro de agregado, pois para uma densidade de agregados baixa ($\sigma_{max}^0=3f_{lm}$) o diâmetro do

agregado desempenha um papel importante na carga de pico, porém ao aumentar a densidade ($\sigma_{max}^0=0.75f_{im}$) esta se mantém praticamente constante.

Além disso, para altas densidades de agregado há um maior efeito de engrenamento, como observado na figura 27 em comparação com a figura 26. A literatura também indica esse efeito (LILLIU; VAN MIER, 2003, 2007).

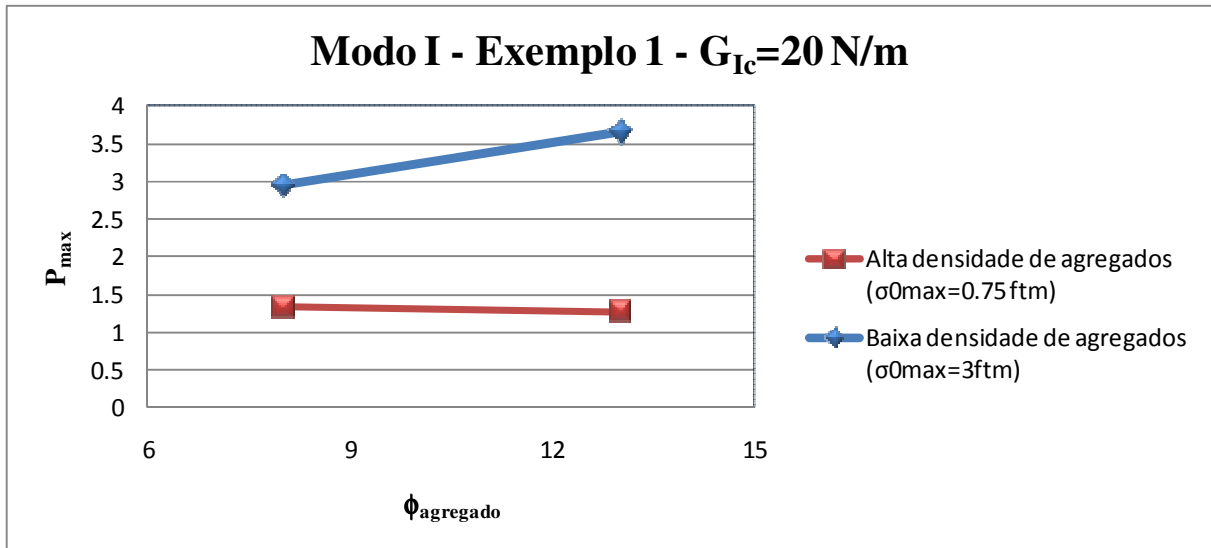


Figura 35: Exemplo 1- efeito do tamanho dos agregados na densidade de agregados

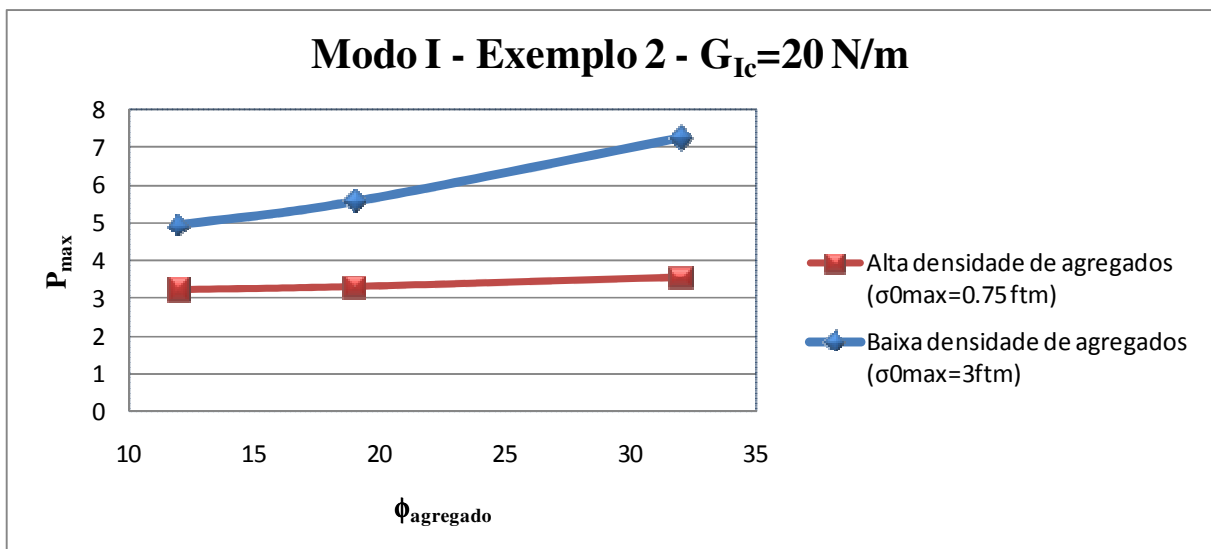


Figura 36: Exemplo 2 - efeito do tamanho dos agregados na densidade de agregados

Na figura 37 o efeito da variação da densidade de agregados na carga de pico para o exemplo 2, no quais são utilizadas três densidades distintas, comprovam as afirmações feitas por Lilliu

e van Mier (2003, 2007) e Prado e van Mier (2007). Sendo assim, fica claro nestas figuras que o modelo aqui proposto é capaz de capturar o efeito da densidade de agregados através de variações no valor do σ_{max}^0 .

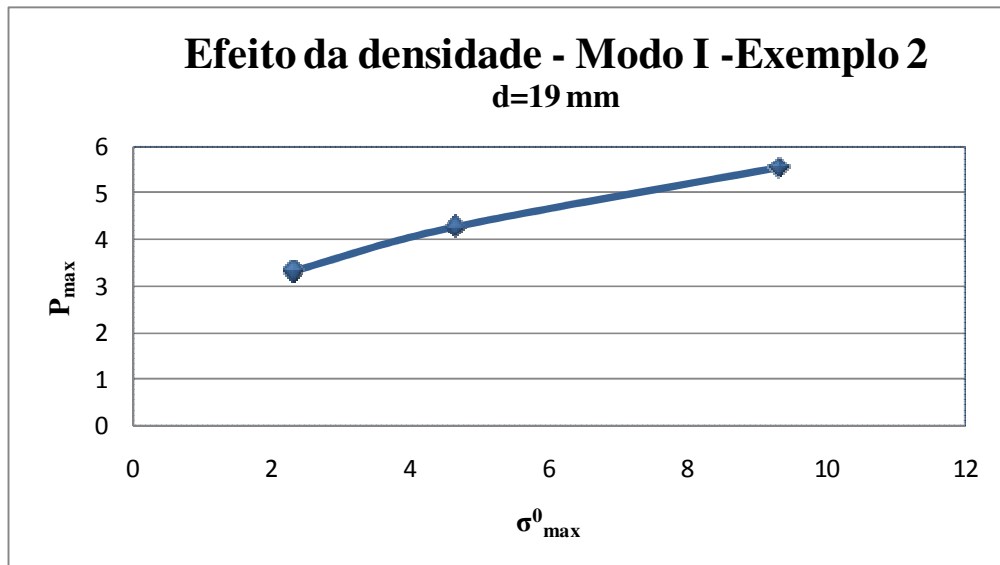


Figura 37: Efeito da densidade de agregados na carga de pico para modo I

A energia específica de fratura em modo II passa a fazer parte da solução, como esperado, visto que a propagação não ocorre mais somente nos planos principais. Nos casos estudados há um aumento de mais de 10% nas cargas de pico obtidas ao alterar o valor desta energia.

Finalmente observa-se que o uso da lei de Xu (1999) leva, em geral, a cargas de pico menores do que com o uso da lei de Hillerborg et al. (1976). Além disso, lei de Xu (1999) parece representar melhor o efeito de engrenamento que ocorre para elevadas densidades de agregados e/ou grandes espessuras da ZTI do que a lei de Hillerborg et al. (1976).

4.2 PROPAGAÇÃO EM MODO MISTO

Nesta seção são estudados dois exemplos em modo misto de fratura. Primeiramente uma viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos (GALVEZ et al., 1998), o segundo exemplo trata de uma viga com duplo entalhe ensaiada a quatro pontos (BOCCA et al., 1990, 1991).

4.2.1 Viga com Um Entalhe Ensaída a Quatro Pontos

A viga apresentada na figura 38 foi experimentalmente ensaiada por Galvez et al. (1998) e, posteriormente, analisada numericamente por Galvez et al. (2002). As dimensões consideradas foram: $L= 600\text{ mm}$, $D= 150\text{ mm}$, $B= 50\text{ mm}$ e a abertura inicial no entalhe é de 2 mm . Em Galvez et al (1998) foi utilizado um microconcreto de tamanho máximo de agregado (d_{max}) igual a 5 mm , as propriedades do microconcreto utilizado e da superfície coesiva são apresentadas na tabela 19.

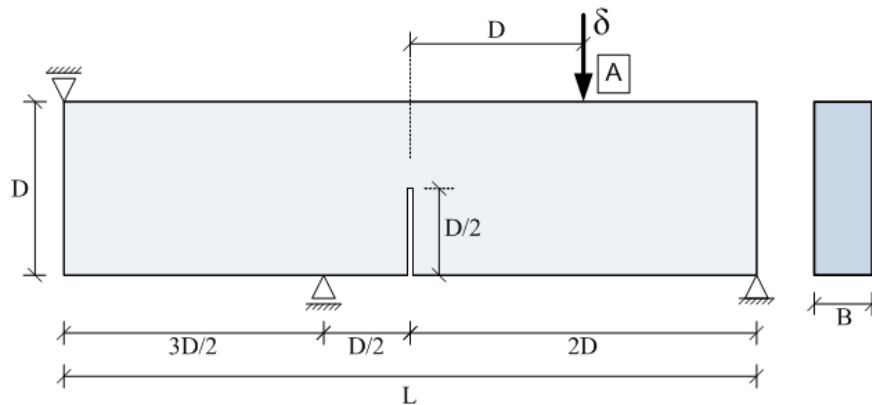


Figura 38: Geometria e condições de contorno para a viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos

Tabela 19: Propriedades do material e da superfície coesiva para viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos (GALVEZ et al., 1998)

<i>Propriedades</i>	<i>valores</i>
Módulo de Elasticidade	$E= 38000\text{ MPa}$
Coefficiente de Poisson	$\nu= 0.20$
Energia Específica de Fratura do Modo I	$G_{Ic} = 69\text{ N/m}$
Resistência à tração média do concreto	$f_{tm} = 3.0\text{ MPa}$
diâmetro máximo do agregado	$d_{max} = 5\text{ mm}$

Nas próximas seções são utilizados os seguintes valores para energia específica de fratura: $G_{Ic}=69\text{ N/m}$ (GALVEZ et al., 1998) e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ (estudo da energia de fratura da matriz de cimento, a qual está dentro dos limites expostos na seção 3.4). Para tensão máxima na ponta da fissura são utilizados: $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$, para uma baixa densidade de agregados, $\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$, para uma densidade de agregados intermediária, e $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$, para uma alta densidade de agregados.

4.2.1.1 Efeito do Tamanho do Agregado e Energia Específica de Fratura

Três tamanhos de agregados são considerados na zona de propagação da fissura: 5, fornecido por Galvez et al (1998), 8 e 16 mm, extraídos da tabela do CEB-FIB (1993). Assim a aleatoriedade da distribuição destes agregados é obtida a partir de três diferentes malhas, denominadas de malhas a, b e c, para cada tamanho de agregado, nas quais o diâmetro de agregado citado é aplicado apenas na zona de propagação da fissura e corresponde ao lado do elemento triangular, figura 39. Apenas a lei de amolecimento de Hillerborg et al. (1976) é considerada e a energia específica de fratura em modo II é, inicialmente, fixada como igual a de modo I.

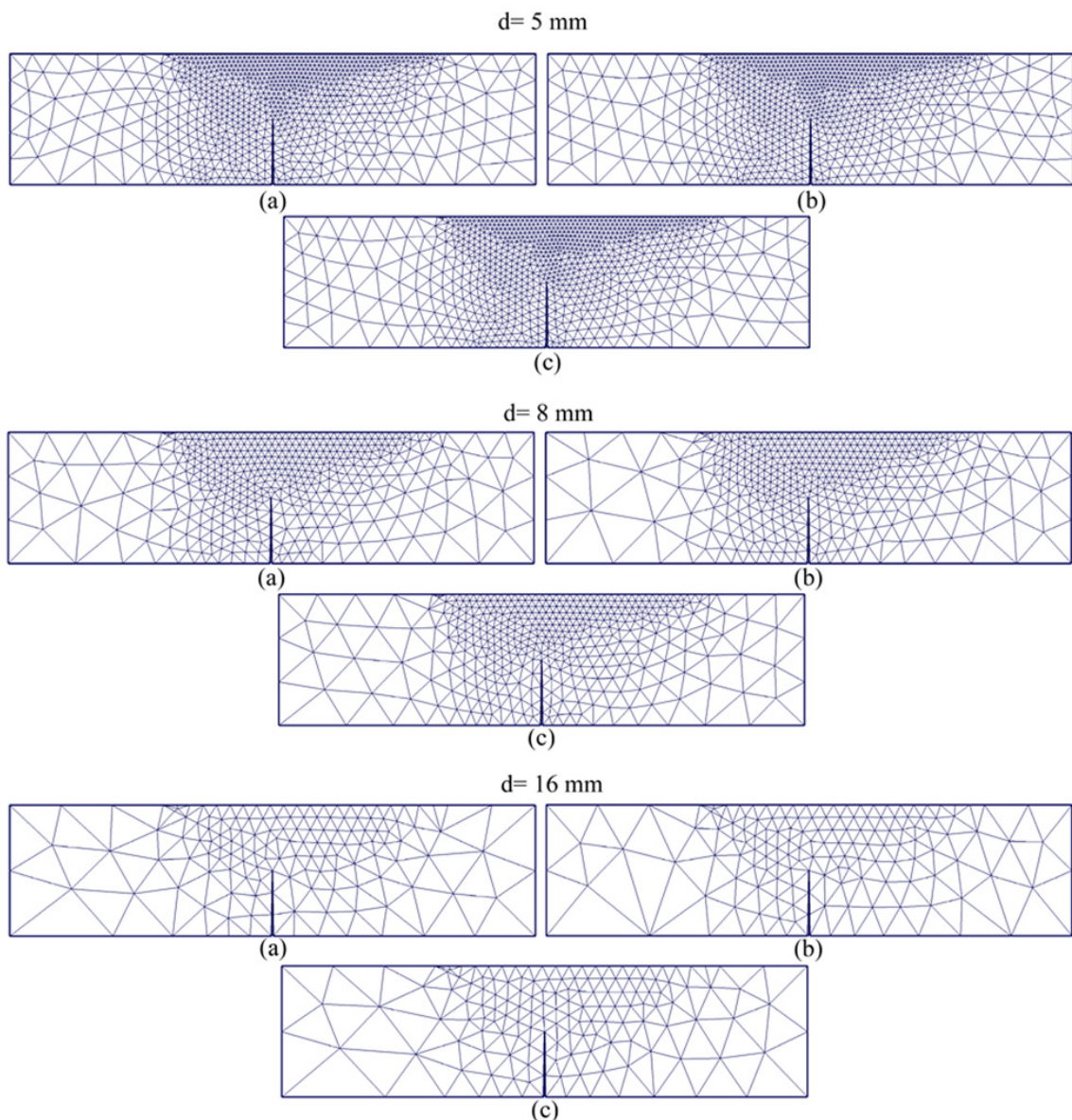


Figura 39: Diferentes malhas consideradas para viga com um entalhe, ensaiada a quatro pontos, e os diferentes tamanhos de agregado

Galvez et al. (1998) apresentam o diagrama carga-deslocamento para quatro corpos de prova ensaiados, no qual se estima valores de carga máxima (P_{max}) entre 5.95 e 6.25 kN, fornecendo uma média de 6.10 kN. Primeiramente é analisado o caso com a energia específica de fratura e tamanho de agregado dados por Galvez et al. (1998) e uma tensão máxima na ponta da fissura igual a três vezes a resistência à tração média do concreto ($\sigma_{max}^0=3f_{tm}$), tabela 20.

Os valores de P_{max} obtidos para as malhas apresentadas utilizando a energia específica de fratura da matriz de cimento ($G_{Ic}=20 N/m$) encontram-se no tabela 21.

Tabela 20: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=69 N/m$ – carga máxima experimental média 6.10 kN

$\sigma_{max}^0=3 f_{tm}$ e $G_{Ic}=69 N/m$ (HILLERBORG)				
ϕ agregado	P_{max} (kN)			Média
	malha a	malha b	malha c	P_{max} (kN)
5 mm	5.67	5.36	5.41	5.48
8 mm	5.93	5.84	5.63	5.80
16 mm	6.95	6.45	6.82	6.74

Tabela 21: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ – carga máxima experimental média 6.10 kN

$\sigma_{max}^0=3 f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ (HILLERBORG)				
ϕ agregado	P_{max} (kN)			Média
	malha a	malha b	malha c	P_{max} (kN)
5 mm	3.86	3.36	3.89	3.71
8 mm	4.28	4.40	4.11	4.26
16 mm	5.68	5.19	5.46	5.44

Utilizando a energia específica de fratura $G_{Ic}=69 N/m$ se obtém valores de P_{max} mais próximos dos experimentais. Tal resultado deve-se ao uso de microconcreto, pois não é possível separar a matriz de cimento e os agregados graúdos, os quais constituem uma única fase, portanto a energia específica de fratura fornecida por Galvez et al. (1998) pode ser

considerada como a energia específica de fratura da matriz, para o material utilizado nestes experimentos.

O caminho de propagação das fissuras (linhas escuras), assim como as zonas que sofreram amolecimento (linhas claras), é apresentado nas figuras 41 e 42. A banda de fissuração, para este exemplo em modo II, se limita à dimensão de dois agregados. Observa-se ainda, na figura 42, que para os casos de agregados maiores há uma ramificação da fissura principal, além disso, o caminho de propagação da fissura apresenta um aspecto semelhante ao obtido em modo I, para as malhas b e c do agregado maior. As morfologias para os casos com agregados de 5 mm (figura 41a e 42a) estão de acordo com os resultados encontrados por Galvez et al. (1998), figura 40. A inclinação das fissuras em relação ao plano do entalhe (*kinks*) indica a propagação em modo misto, devido ao efeito de corte.

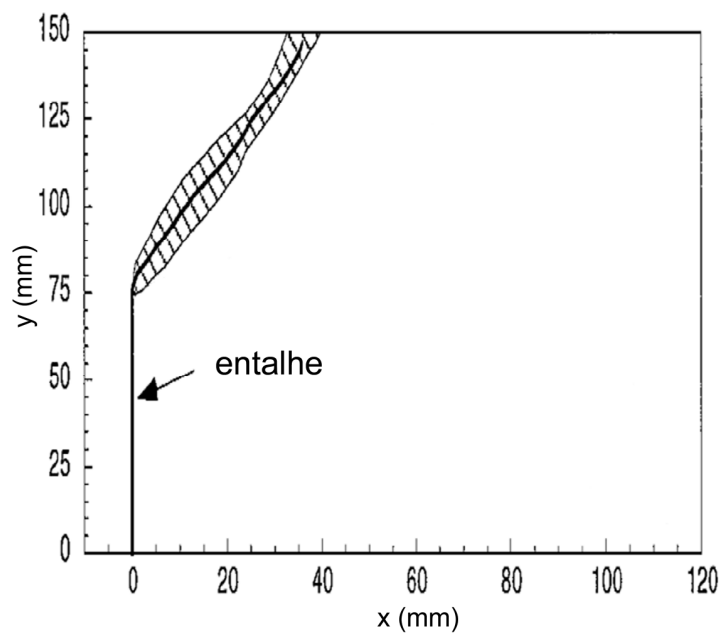


Figura 40: Morfologia da propagação das fissuras obtida por Galvez et al. (1998)

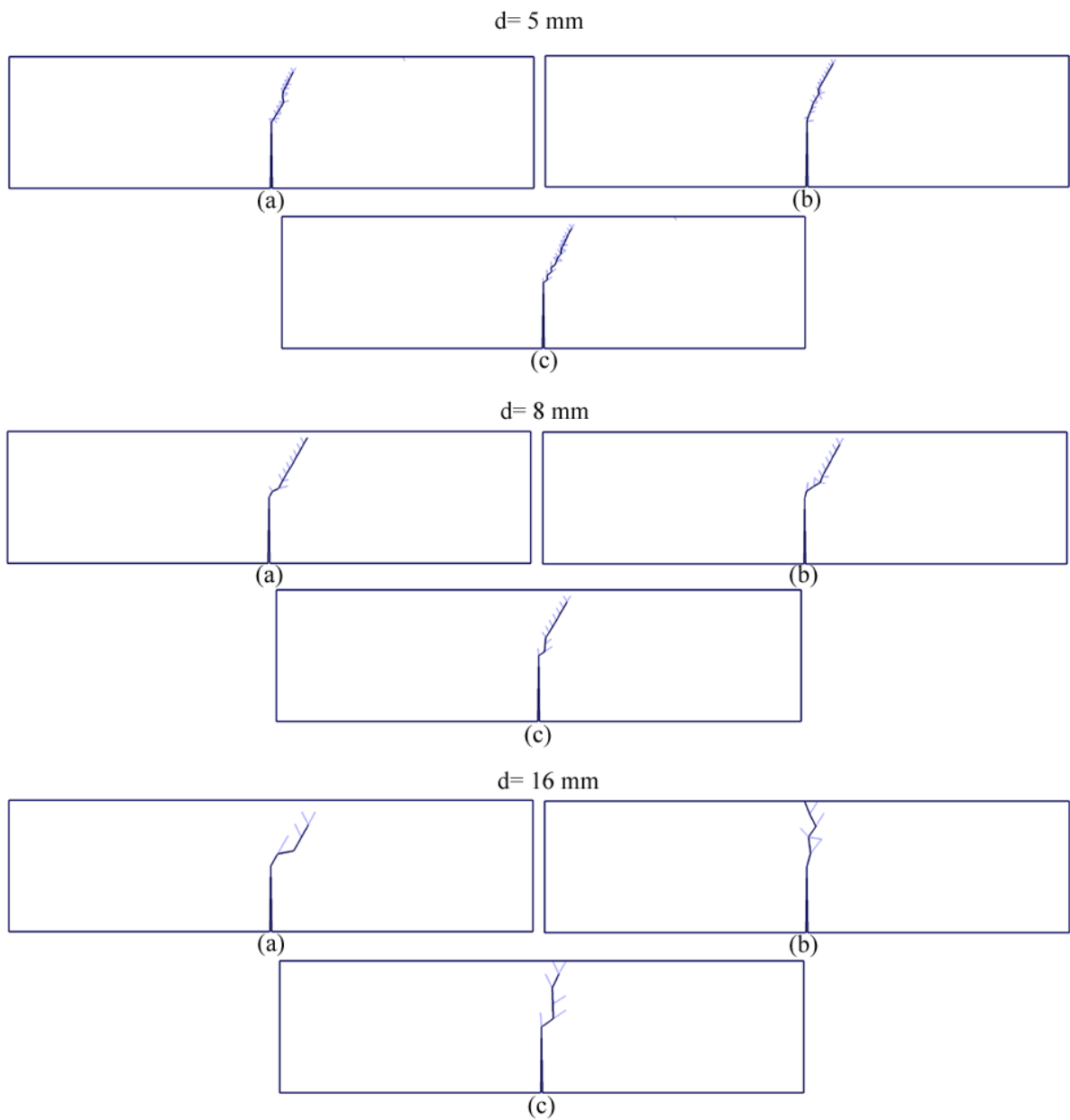


Figura 41: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 69 \text{ N/m}$

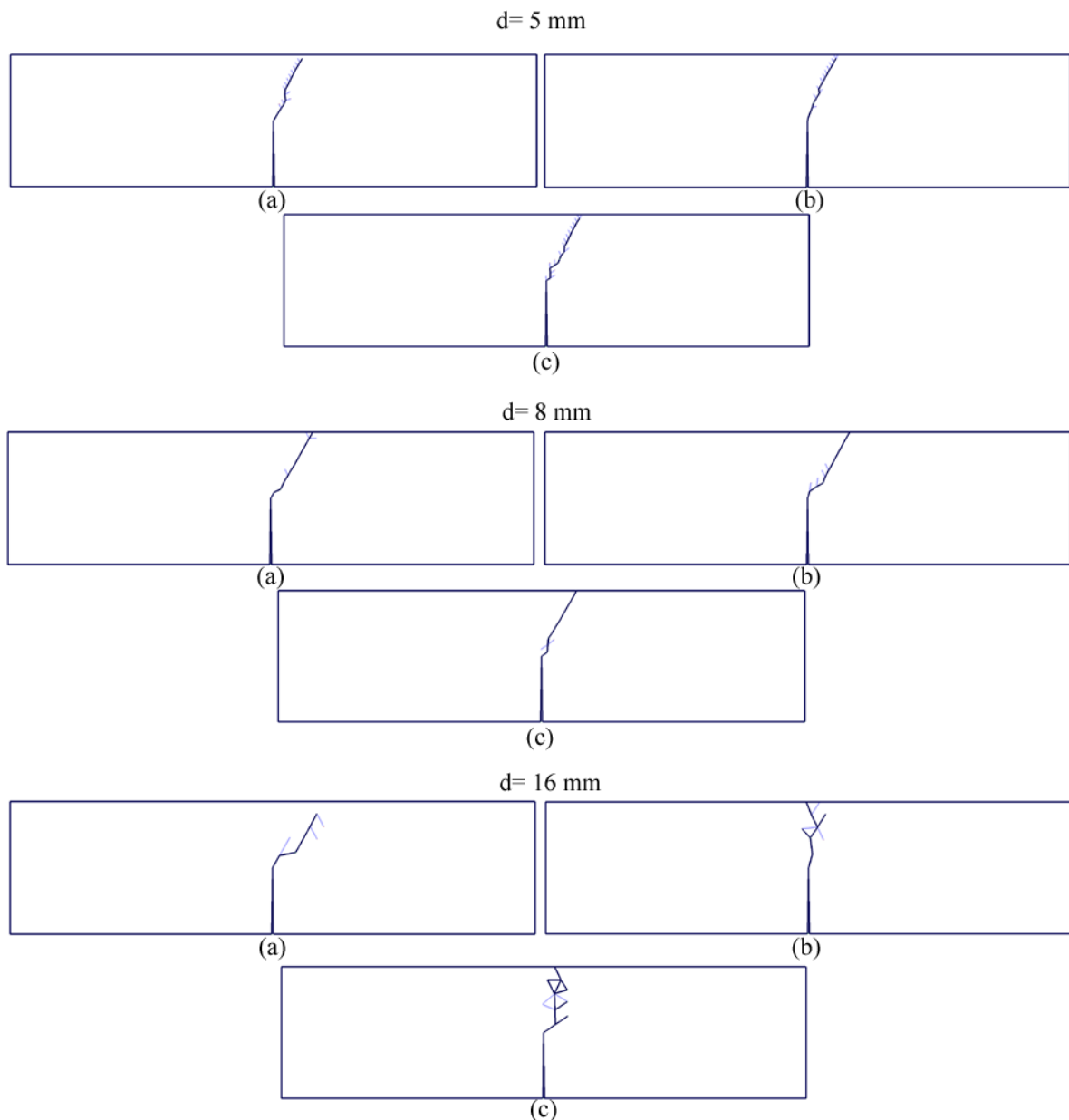


Figura 42: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$

4.2.1.2 Efeito da Densidade de Agregados e/ou Espessura da ZTI

Nesta seção, será fixada a tensão máxima na ponta da fissura quatro vezes menor que a anteriormente utilizada ($\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$) para o diâmetro fornecido por Galvez et al. (1998), $d=5 mm$, e metade ($\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$) para os demais diâmetros. Tais situações consideram uma alta densidade de agregados e/ou elevada espessura da ZTI. Utiliza-se energia específica de fratura: $G_{Ic}=20 N/m$ e a lei de Hillerborg et al. (1976). As tabelas 22 e 23 apresentam os resultados.

Tabela 22: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$

d=5 mm: $\sigma_{max}^0=0.75 f_{tm}$, $G_{Ic}=20 N/m$ (HILLERBORG)				
$P_{max}(kN)$			Média	
malha a	malha b	malha c	$P_{max}(kN)$	
2.62	2.49	2.71	2.60	

Tabela 23: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$

$\sigma_{max}^0=1.5 f_{tm}$ e $G_{Ic}=20 N/m$ (HILLERBORG)				
ϕ agregado	$P_{max}(kN)$			Média
	malha a	malha b	malha c	$P_{max}(kN)$
8 mm	3.24	3.07	2.98	3.10
16 mm	3.44	3.16	3.37	3.32

Há uma significativa redução na carga máxima, conforme o esperado, além do diâmetro do agregado não desempenhar um papel significativo na carga máxima, como nos casos de modo I. A diminuição da tensão máxima na ponta da fissura não trouxe grandes mudanças na direção de propagação das fissuras, para ambos os valores de σ_{max}^0 , porém provoca uma maior zona de processo, como nos exemplos de modo I, aumentando as zonas que sofreram amolecimento. Além de eliminar o aspecto de ramificação da fissura para o agregado de maior tamanho, apresentado na figura 42.

4.2.1.3 Efeito da Energia de Modo II

A consideração da energia específica de fratura em modo II se mostrou importante para os casos de propagação de fissura em modo I, assim, serão analisados novamente os efeitos da energia de modo II. Tal energia foi considerada igual à do modo I nas seções 4.2.1.1 e 4.2.1.2. Nesta seção será fixada $G_{IIc}=10 G_{Ic}$.

A tabela 24 apresenta valores de P_{max} para o diâmetro de agregado $d=5 mm$ com a tensão máxima na ponta da fissura inicialmente utilizada ($\sigma_{max}^0=3f_{tm}$) e a energia específica de fratura fornecida por Galvez et al. (1998) ($G_{Ic}=69 N/m$). A carga de pico média sofreu um aumento de 4,5%, comparando com a tabela 20, indicando que a energia específica em modo II

influencia nos resultados, assim como os casos de modo I puro aqui estudados. Quanto à morfologia das fissuras não há uma mudança significativa.

Tabela 24: Viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos: resultados de carga máxima (P_{max}) para $G_{Ic}=69\text{ N/m}$ e $G_{IIc}=10\text{ G}_{Ic}$

d=5 mm: $\sigma_{max}^0=3 f_{tm}$, $G_{Ic}=69\text{ N/m}$ e $G_{IIc}=10G_{Ic}$ (HILLERBORG)				
P_{max} (kN)			Média	
malha a	malha b	malha c	P_{max} (kN)	
5.59	5.70	5.92	5.74	

4.2.1.4 Curvas carga - deslocamento

As curvas carga – deslocamento, obtidas do ponto de aplicação dos deslocamentos prescritos, ponto A na figura 38 serão apresentadas nesta seção, em comparação com os resultados fornecidos por Galvez et al. (1998).

A influência do tamanho do agregado nas curvas para as energias utilizadas são expostas na figura 43. As curvas com as duas energias para cada tamanho de agregado utilizado estão ilustradas na figura 44.

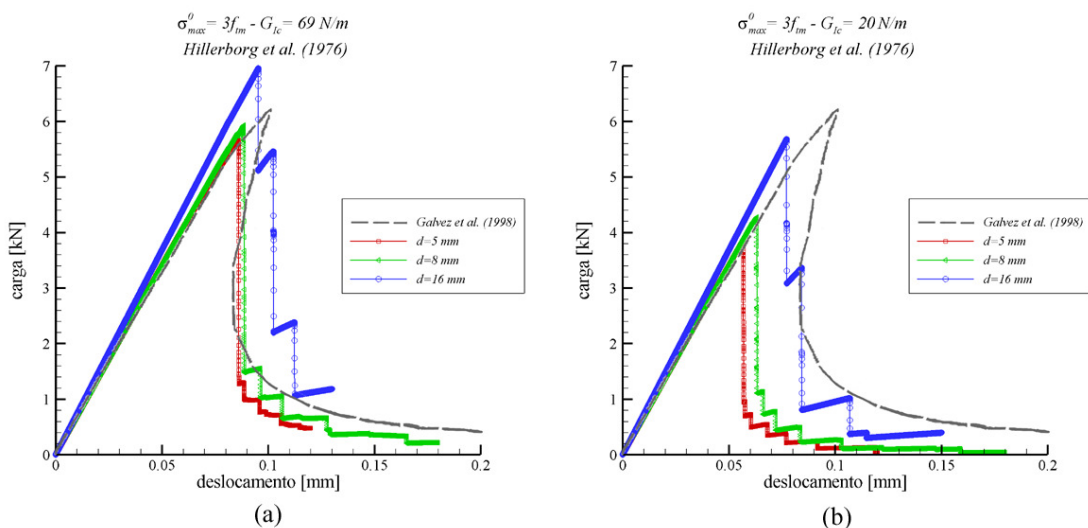


Figura 43: Curva carga-deslocamento com uso da lei de Hillerborg et al. (1976) comparando os diâmetros com os resultados obtidos por Galvez et al. (1998) para

$$\sigma_{max}^0=3f_{tm}: \text{(a) } G_{Ic}=69\text{ N/m} \text{ e (b) } G_{Ic}=20\text{ N/m}$$

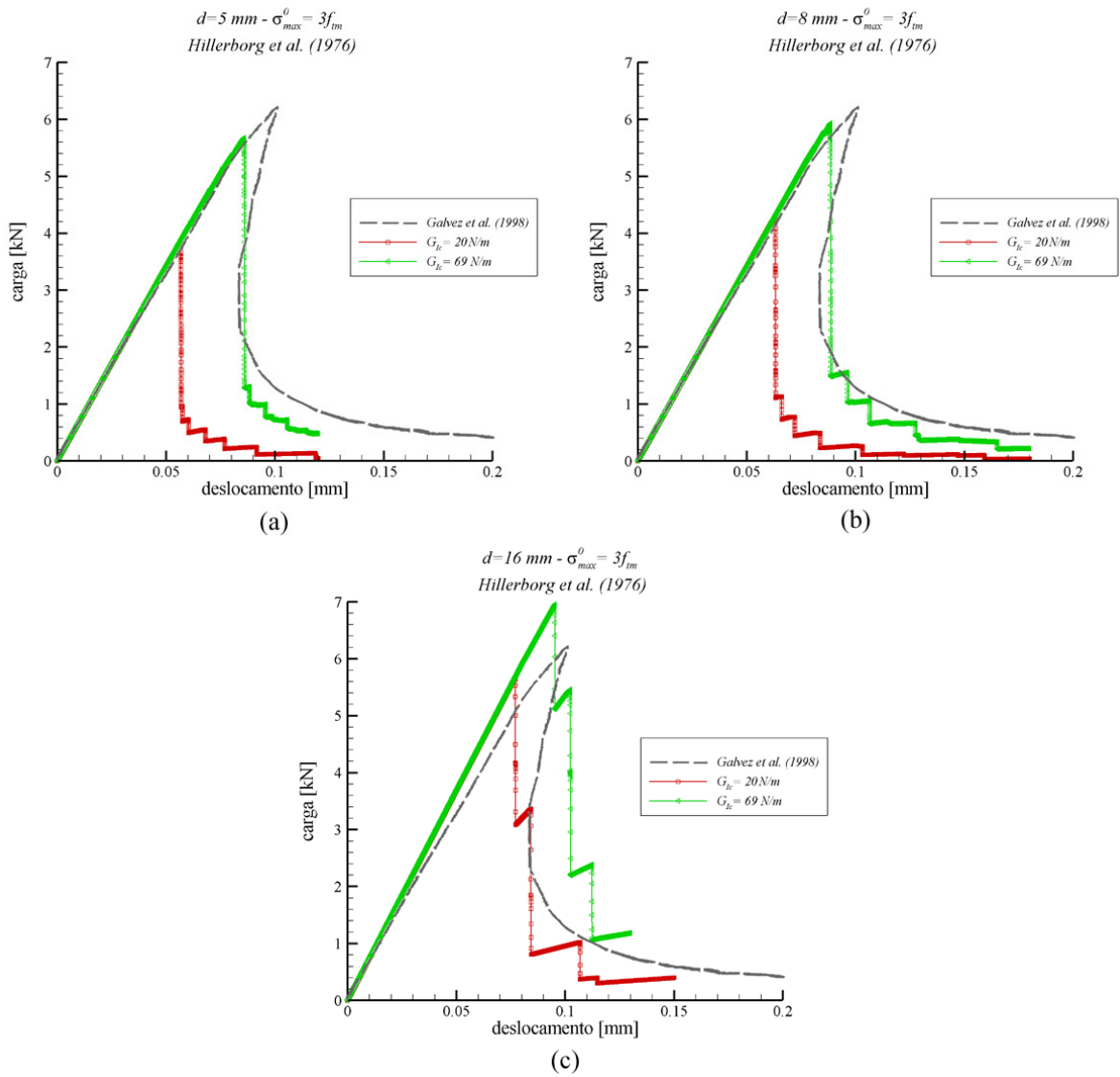


Figura 44: Curva carga-deslocamento com uso da lei de Hillerborg et al. (1976) comparando as energias utilizadas com os resultados obtidos por Galvez et al. (1998) para: $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ (a) $d=5 \text{ mm}$, (b) $d=8 \text{ mm}$ e (c) $d=16 \text{ mm}$

Na figura 45 tem-se a influência, nas curvas carga - deslocamento, das diferentes tensões máximas na ponta da fissura para os diâmetros de agregado utilizados.

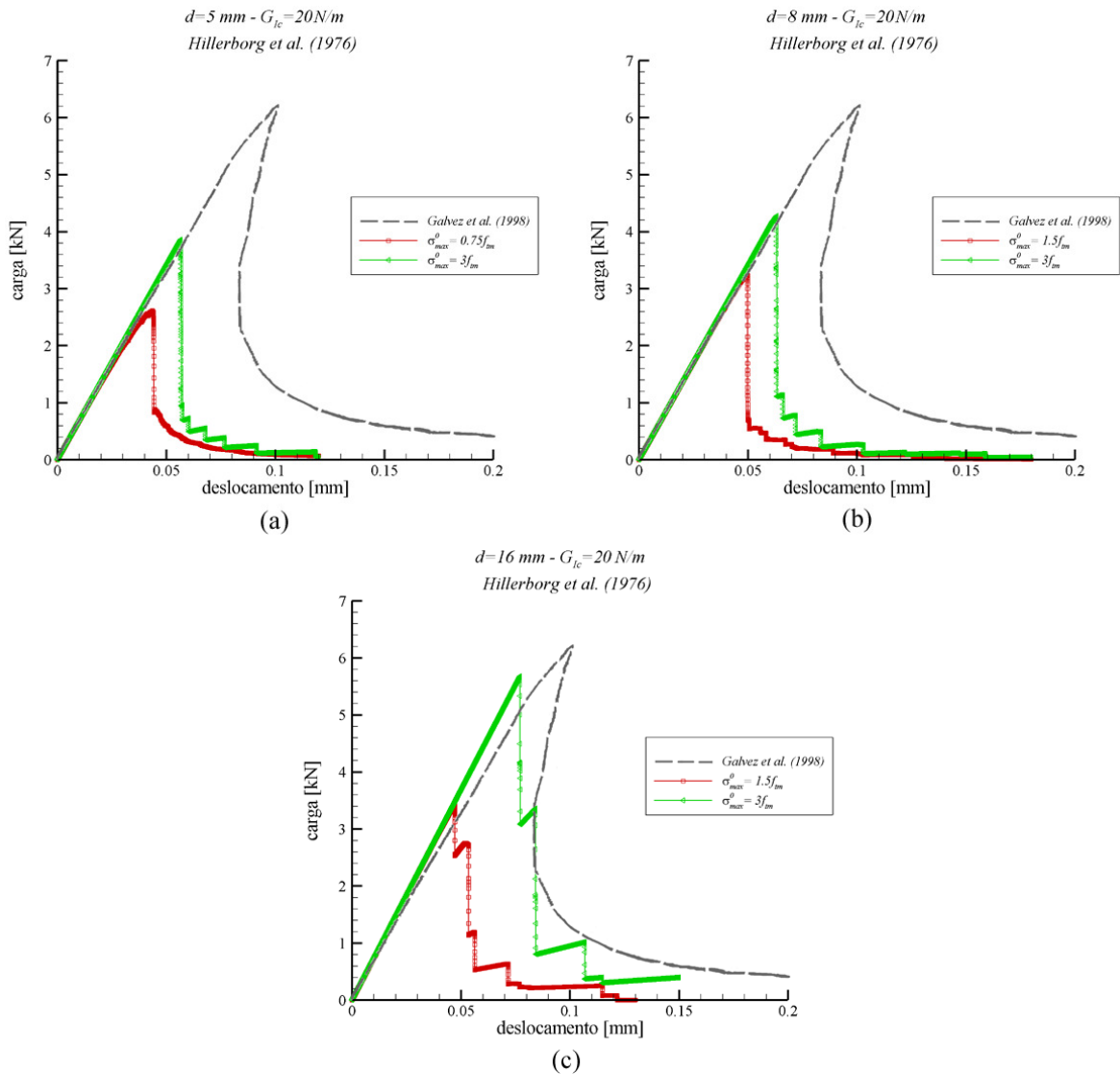


Figura 45: Curva carga-deslocamento com uso da lei de Hillerborg et al. (1976) comparando os valores de σ_{max}^0 utilizados com os resultados obtidos por Galvez et al. (1998) para: $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ (a) $d=5\text{ mm}$, (b) $d=8\text{ mm}$ e (c) $d=16\text{ mm}$

4.2.2 Viga com Duplo Entalhe Ensaada a Quatro Pontos

Na figura 46, tem-se a geometria e as condições de contorno da viga, a qual foi estudada experimentalmente por Bocca et al. (1990, 1991). As dimensões consideradas foram: $L= 200\text{ mm}$, $D= 50\text{ mm}$, $B= 100\text{ mm}$, $a= 10\text{ mm}$, $c/D= 0,8$ e $c/2= 20\text{ mm}$. A abertura inicial do entalhe é definida como sendo 1 mm . O tamanho máximo de agregado (d_{max}) é 10 mm , as propriedades do concreto utilizado e da superfície coesiva são apresentadas na tabela 25.

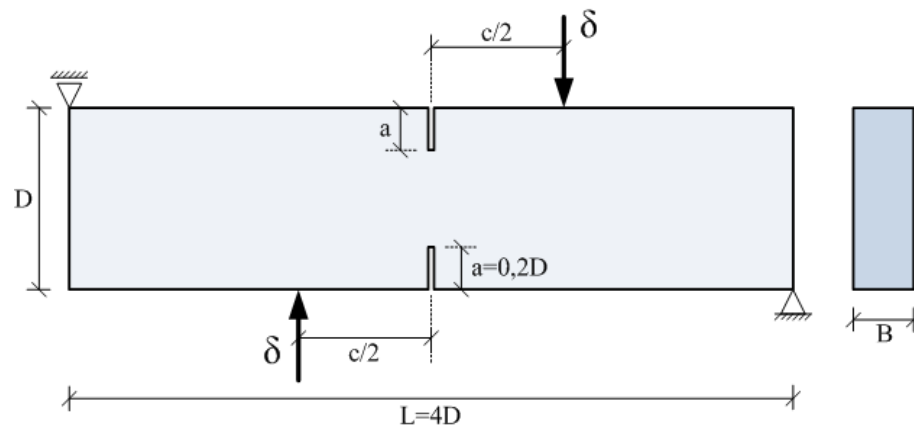


Figura 46: Geometria e condições de contorno para a viga com entalhe duplo

Tabela 25: Propriedades do material e da superfície coesiva para viga com duplo entalhe (BOCCA, et al., 1990,1991)

<i>Propriedades</i>	<i>valores</i>
Módulo de Elasticidade	$E= 27000 \text{ MPa}$
Coefficiente de Poisson	$\nu= 0.20$
Energia Específica de Fratura do Modo I	$G_{Ic} = 100 \text{ N/m}$
Resistência à tração média do concreto	$f_{tm} = 3.13 \text{ MPa}$
diâmetro máximo do agregado	$d_{max} = 10 \text{ mm}$

Os valores para energia específica de fratura utilizados são: $G_{Ic}=100 \text{ N/m}$ (BOCCA et al., 1990, 1991) e $G_{Ic}=20 \text{ N/m}$ (energia de fratura da matriz de cimento, dentro dos limites expostos na seção 3.4). Para tensão máxima na ponta da fissura são utilizados: $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$, para uma baixa densidade de agregados, $\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$, para uma densidade de agregados intermediária, $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$, para uma alta densidade de agregados, e $\sigma_{max}^0=f_{tm}$, ainda considerando uma alta densidade de agregados.

4.2.2.1 Efeito do Tamanho do Agregado e Energia Específica de Fratura

Neste exemplo, para a consideração do efeito do tamanho do agregado, apenas dois diâmetros são considerados na zona de propagação da fissura, 5 e 10 mm. Sendo apenas uma malha para $d= 5 \text{ mm}$ e três para $d= 10 \text{ mm}$, denominadas de malhas a, b e c, figura 47. Utiliza-se somente a lei de amolecimento de Hillerborg et al. (1976) e a energia específica de fratura em modo II é, inicialmente, fixada como dez vezes a de modo I. A média das cargas máximas obtidas, em três experimentos, foi 12.22 kN. Na tabela 26 os valores de P_{max} obtidos para a energia específica de fratura e o tamanho de agregado dados por Bocca et al. (1990), são dados.

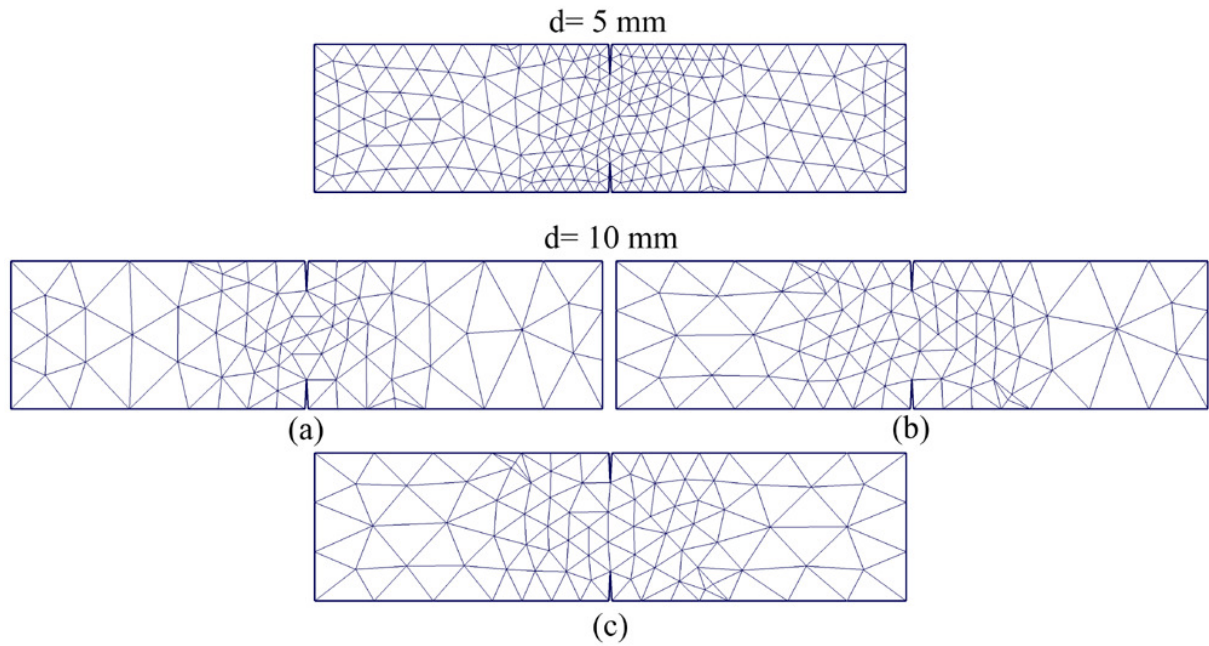


Figura 47: Diferentes malhas consideradas para viga com duplo entalhe e os diferentes tamanhos de agregado

Tabela 26: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=100$ N/m – carga máxima experimental média 12.22 kN

$\sigma_{max}^0=3 f_{tm}$ e $G_{Ic}=100$ N/m (HILLERBORG)				
ϕ agregado	P_{max} (kN)			Média P_{max} (kN)
	malha a	malha b	malha c	
10 mm	33.83	32.71	33.76	33.43

As propriedades $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=100$ N/m levaram a uma grande superestimação da carga máxima, a qual se obteve um valor superior a duas vezes o resultado experimental (BOCCA et al., 1990). Mesmo utilizando uma energia específica de fratura da matriz de cimento muito baixa ($G_{Ic}=20$ N/m) o valor de P_{max} se mantém superestimado em relação ao resultado experimental (ver tabela 27), indicando que existe um efeito da densidade de agregados e/ou espessura da ZTI da microestrutura, inexistente no exemplo exposto em 4.2.1.

Tabela 27: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=3f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ – carga máxima experimental média 12.22 kN

$\sigma_{max}^0=3 f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ (HILLERBORG)				
ϕ agregado	P_{max} (kN)			Média
	malha a	malha b	malha c	P_{max} (kN)
5 mm	-	-	22.45	-
10 mm	27.21	27.08	27.85	27.38

Bocca et al. (1990) relatam três mecanismos de ruptura em seus estudos experimentais (ver figura 48): fratura com duas superfícies simétricas em modo misto, fratura com uma superfície em modo misto, em que há mudança de direção da fissura, e fratura de flexão. As três morfologias foram obtidas numericamente, conforme indicam as figuras 50 e 51, apresentando variações devido à aleatoriedade da malha.

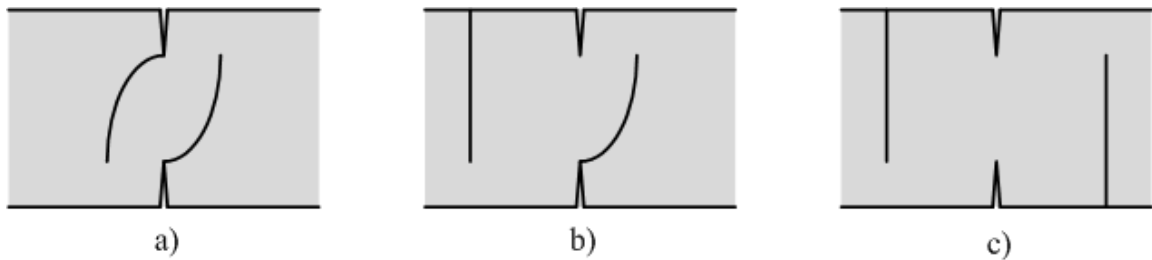


Figura 48: Morfologias da propagação das fissuras relatadas por Bocca et al. (1990):

- a) duas superfícies simétricas em modo misto; b) fratura com uma superfície em modo misto e uma de flexão; c) duas fraturas em flexão

É interessante observar que os diferentes mecanismos de ruptura ocorrem porque existe concentração de tensões de tração nas faces simétricas a aplicação do esforço, se estendendo as regiões próximas aos entalhes, portanto mais de uma região de processo se forma. Na figura 49 têm-se os isovalores de pressão. Os mecanismos de ruptura podem ser um ou outro, os quais serão definidos pela aleatoriedade das propriedades do material.

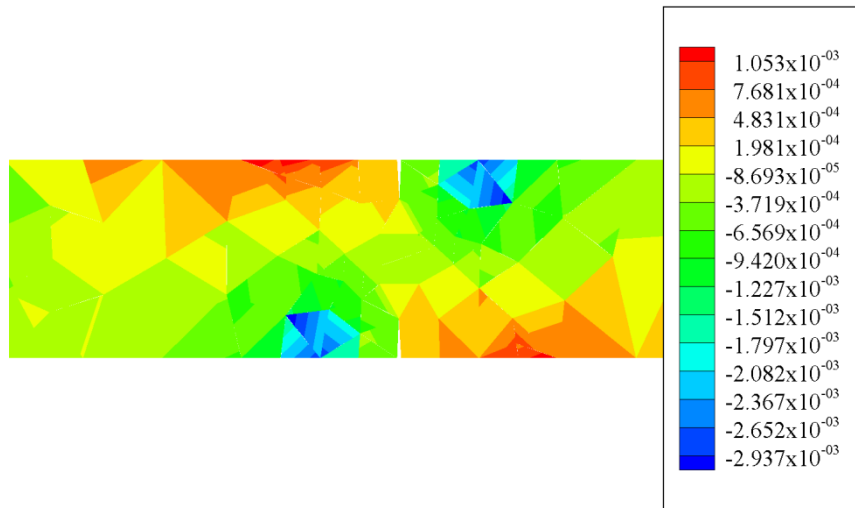


Figura 49: Pressão hidrostática em kN/mm para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$

Na figura 50 os resultados com $G_{Ic} = 100 \text{ N/m}$ são apresentados. Observa-se uma boa correlação com a morfologia da figura 48b, apresentada por Bocca et al. (1990). Ao diminuir a energia específica de fratura ($G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$) a morfologia das fissuras sofre algumas mudanças significativas (figura 51), como para a malha b com o diâmetro de agregado 10 mm , assim como extensiva ramificação das fissuras em todas as malhas. Além disso, em alguns casos, a banda de fissuração em torno das fissuras principais é bem maior que duas vezes o tamanho do agregado. Nota-se que existe uma tendência a fissuração generalizada ou fragmentação do espécime. Os resultados neste item, baseados na relação fixa $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$, são bem inconsistentes com a realidade, indicando que deve haver um efeito significativo da densidade de agregados. Este efeito será analisado a seguir.

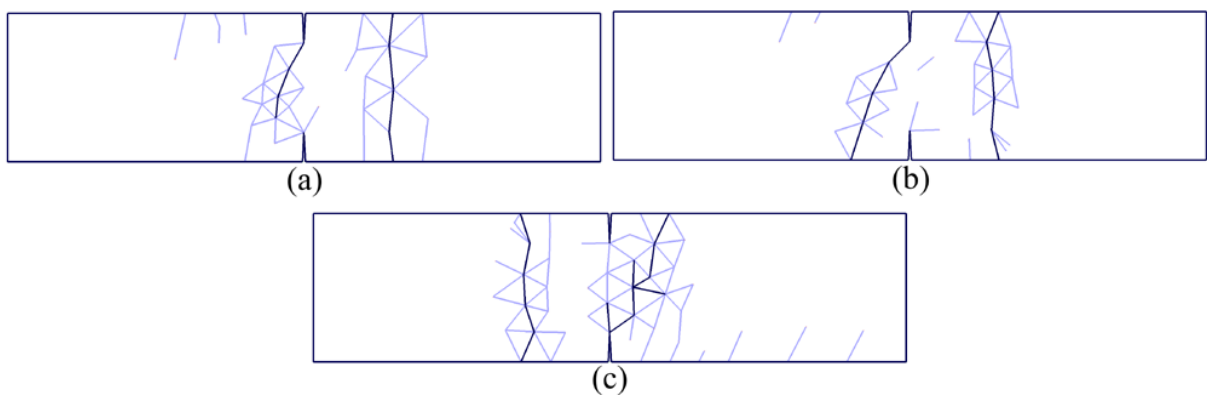


Figura 50: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 100 \text{ N/m}$

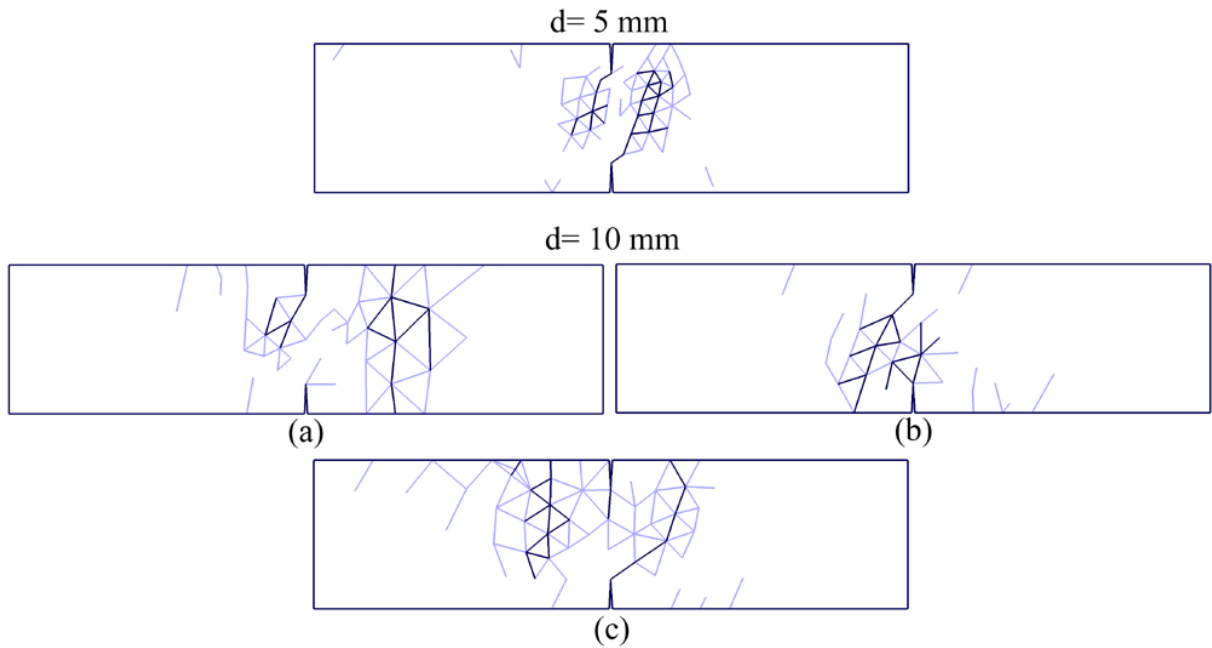


Figura 51: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$

4.2.2.2 Efeito da Densidade de Agregados e/ou Espessura da ZTI

Os valores de P_{max} encontrados para $\sigma_{max}^0 = 3f_{tm}$ estão superestimados mesmo utilizando uma energia específica de fratura da matriz de cimento baixa, indicando que a tensão máxima na ponta da fissura correta deve ser uma que considere uma maior densidade de agregados e/ou espessura da ZTI, assim, nesta seção, são estudados três outros possíveis valores de σ_{max}^0 com uso da lei de Hillerborg et al. (1976) e energia específica de fratura: $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$. A tabela 28 sumariza os resultados para $\sigma_{max}^0 = 0.75f_{tm}$ e $\sigma_{max}^0 = 1.5f_{tm}$, correspondendo a um quarto e metade do valor original de σ_{max}^0 , para o tamanho de agregado fornecido por Bocca et al. (1990).

Tabela 28: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $d=10\text{mm}$ e $G_{Ic}=20 \text{ N/m}$ – carga máxima experimental média 12.22 kN

d=10 mm: $G_{Ic}=20 \text{ N/m}$ (HILLERBORG)				
σ_{max}^0	$P_{max} \text{ (kN)}$			Média $P_{max} \text{ (kN)}$
	malha a	malha b	malha c	
0.75 f_{tm}	10.19	9.82	10.34	10.12
1.5 f_{tm}	16.25	15.79	16.43	16.16

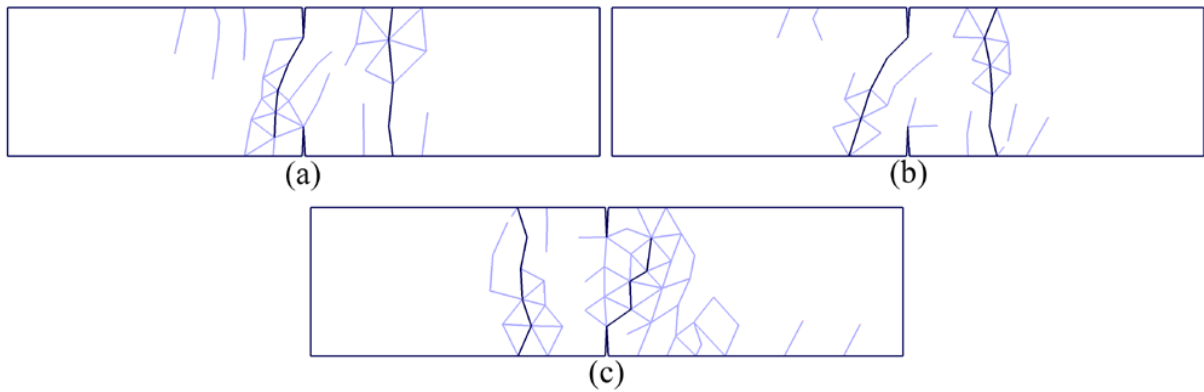


Figura 52: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$

As morfologias das fissuras para o caso $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ é apresentada na figura 52. As fissuras principais não apresentam mais as ramificações expostas na figura 51, sendo, portanto mais adequado à morfologia encontrada experimentalmente, também há uma maior zona de processo na frente das fissuras, a qual indica um maior engrenamento do concreto. A banda de fissuração tende a ser, novamente, maior do que duas vezes o diâmetro do agregado, além disso, chama a atenção que o mecanismo de propagação para as três malhas é o mesmo, ou seja, uma fissura de propagação mista e outra de flexão pura, muito embora na malha c exista uma inversão na posição das fissuras.

Observa-se que para $\sigma_{max}^0=1.5f_{tm}$ o valor da carga máxima ainda está superestimado em relação ao valor experimental, porém para $\sigma_{max}^0=0.75f_{tm}$ a carga máxima fica subestimada. Assim, para efeito de ajuste, aparentemente o valor mais adequado é $\sigma_{max}^0=f_{tm}$, tabela 29.

Tabela 29: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ – carga máxima experimental média 12.22 kN

$\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ (HILLERBORG)				
$\phi_{agregado}$	$P_{max}\text{ (kN)}$			Média $P_{max}\text{ (kN)}$
	malha a	malha b	malha c	
5 mm	-	-	12.34	-
10 mm	12.53	12.15	12.46	12.38

Os resultados expostos na tabela 29 sugerem que, no concreto utilizado nos experimentos de Bocca et al. (1990), há grande densidade de agregados e/ou uma maior espessura da ZTI do que nos exemplos estudados anteriormente neste trabalho.

Quanto às morfologias, para o caso com $\sigma_{max}^0 = f_{tm}$, figura 53, não há grandes alterações em relação ao caso com $\sigma_{max}^0 = 0.75f_{tm}$, exceto para a malha c, no qual a fissura principal une os entalhes superior e inferior. Conforme já observado, quanto menor a tensão máxima na ponta da fissura maior é a tendência de desenvolvimento da zona de processo na frente das fissuras.

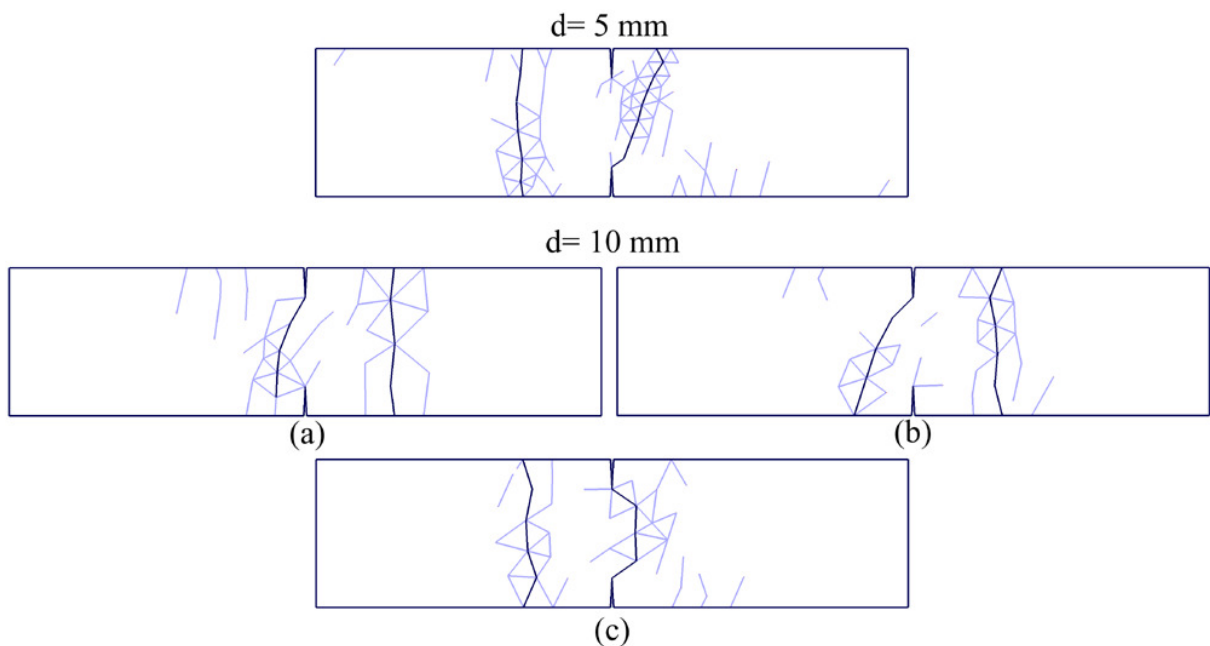


Figura 53: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0 = f_{tm}$ e $G_{Ic} = 20 \text{ N/m}$

4.2.2.3 Efeito da Energia de Modo II

Para analisar os efeitos da energia específica de modo II é utilizada, nesta seção, um valor menor para esta energia: $G_{IIc} = 1.4G_{Ic}$. A tabela 30 sumariza os valores de P_{max} para o diâmetro de agregado $d = 10 \text{ mm}$ com a tensão máxima na ponta da fissura ($\sigma_{max}^0 = f_{tm}$).

Tabela 30: Viga com duplo entalhe: resultados de carga máxima (P_{max}) para $\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ e $G_{IIc}=1.4G_{Ic}$ – carga máxima experimental média 12.22 kN

d=10 mm: $\sigma_{max}^0=f_{tm}$, $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ e $G_{IIc}=1.4G_{Ic}$ (HILLERBORG)			
P_{max} (kN)			Média
malha a	malha b	malha c	P_{max} (kN)
9.93	10.90	11.52	10.78

Comparando com a tabela 29, observa-se uma redução de 15% na carga máxima, indicando, novamente, que a energia específica de fratura em modo II tem influência na resposta para análise em concreto simples.

Diferente dos demais casos estudados anteriormente, as morfologias das fissuras sofreram alteração no caminho de propagação das fissuras para as malhas a e b (figura 54), onde o mecanismo de ruptura difere dos expostos por Bocca et al. (1990). Sendo assim, pode-se concluir que a influência da energia específica de fratura de modo II é mais acentuada para esse exemplo do que para os demais.

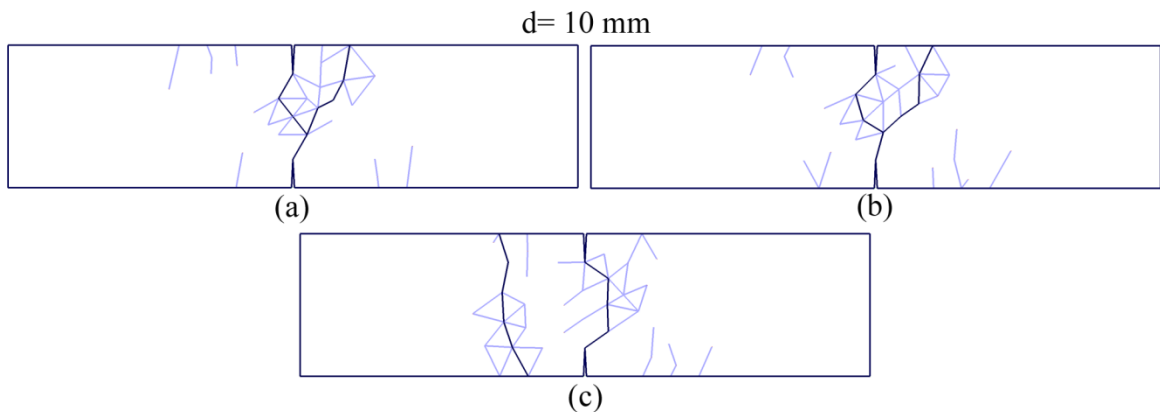


Figura 54: Viga com duplo entalhe: fissuração e microfissuração para $\sigma_{max}^0=f_{tm}$ e $G_{Ic}=20\text{ N/m}$ e $G_{IIc}=1.4G_{Ic}$

4.2.3 Discussão de Resultados – Modo Misto

Em todas as curvas carga - deslocamento apresentadas para a viga com um entalhe ensaiada a quatro pontos (expostas no item 4.2.1.4) desenvolve-se uma instabilidade elástica (do inglês *snap-back*) bem acentuada, também observada experimentalmente. Nos resultados numéricos

esse comportamento é obtido apenas parcialmente, pois o carregamento é imposto através de deslocamentos prescritos. Tal comportamento se mantém mesmo para os casos com alta densidade de agregados, sendo que a tenacidade pós-pico obtida para estes casos em modo I não é observada aqui. Assim pode-se concluir que a densidade de agregados não tem a mesma influência na ductilidade do material para os casos em modo misto, que apresentou nos casos de modo I, pelo menos para os casos aqui estudados.

Em geral, a análise dos resultados mostra tendências similares às observadas nos casos com modo I. Porém aqui a aleatoriedade dos agregados parece ter tido uma influência maior na trajetória de propagação, especialmente no exemplo 4.2.2.

Para o modo misto, também, um maior diâmetro de agregado resulta em um aumento nas cargas de pico (figura 43). No entanto, diferentemente dos casos em modo I, o aumento do diâmetro dos agregados não necessariamente levou a uma tendência à fragilização nas relações carga-deslocamento, como se vê nas figuras 43, 44c e 45c, ao contrário, nestes casos agregados maiores tenderam a eliminar o *snap-back*. Tal observação está de acordo, por exemplo, com o trabalho de Chen e Liu (2004).

Assim como para o modo I, para um diâmetro de agregado maior há menor sensibilidade à energia da matriz, pois a redução da energia específica de fratura produz maiores efeitos nos casos de agregados menores, como se observa comparando a figura 44c ($d_{max}=16\text{ mm}$) com a figura 44a, b com agregados menores. Igualmente, a densidade dos agregados e/ou espessura da ZTI (via σ_{max}^0) parece afetar mais concretos com agregados maiores (figura 45). Ambos os efeitos (G_{Ic} e σ_{max}^0) parecem ser menos significativos que nos casos de modo I, mas ainda se fazem presentes.

A queda na carga de pico com o aumento do diâmetro do agregado, para uma baixa densidade de agregados, pode ser vista na figura 55. Assim como para uma alta densidade de agregados a carga de pico se mantém praticamente constante, anulando o efeito do diâmetro do agregado.

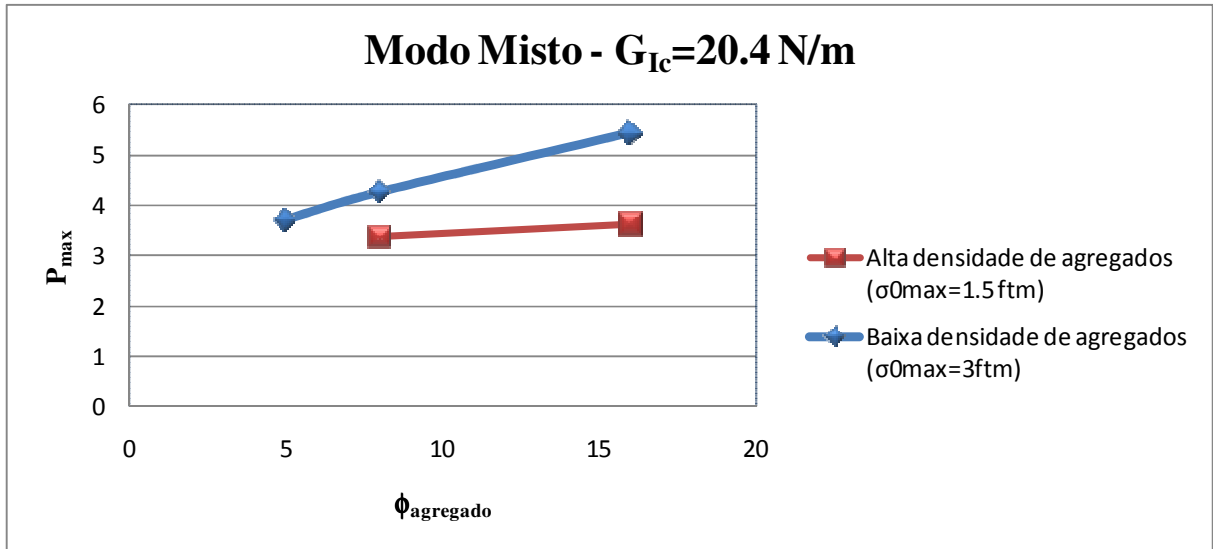


Figura 55: Efeito do tamanho dos agregados na densidade de agregados

O efeito da densidade de agregados e/ou da espessura da ZTI, com a variação de σ_{max}^0 , é mostrado na figura 56. O mesmo comportamento observado para o modo I é obtido, ao aumentar a densidade de agregados, a carga máxima diminuiu.

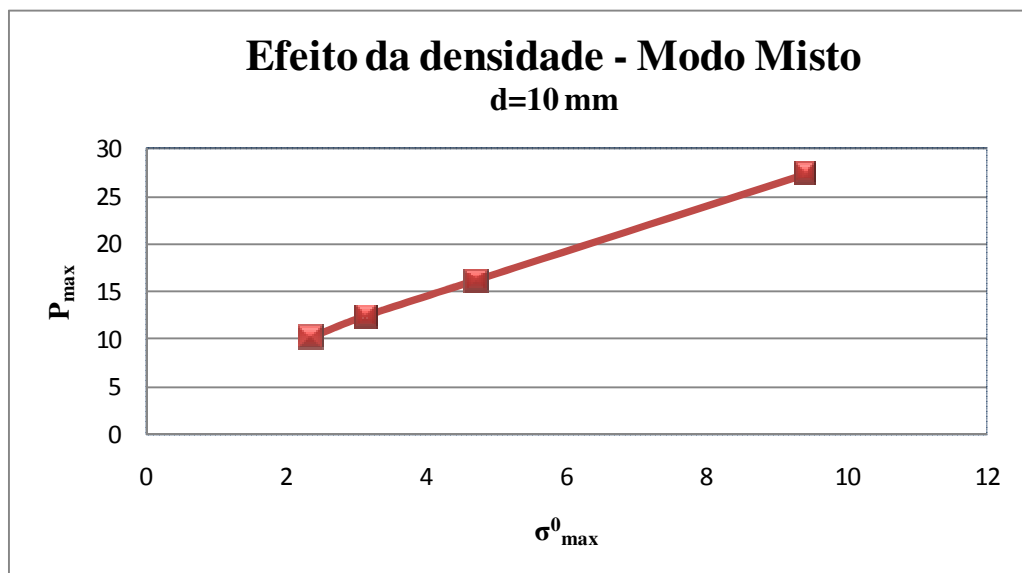


Figura 56: Efeito da densidade de agregados na carga de pico para modo II

A energia de modo II se mostrou mais importante nos casos de modo misto que em casos de modo I, como esperado, em especial no exemplo 4.2.2. Neste caso, a morfologia real de ruptura só pode ser obtida para valores altos de G_{IIc} ou $G_{IIc} > 10G_{Ic}$. Tal efeito é inexistente nas soluções homogêneas (LENS, 2009).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho é proposta uma escala intermediária de análise de fratura do concreto simples, denominada macro – meso, na qual a metodologia das interfaces coesivas é empregada na simulação da fissuração do concreto, introduzindo considerações microscópicas. Para tanto o concreto foi representado por um modelo de duas fases. A primeira fase é simulada por elementos finitos volumétricos elástico-lineares enquanto a segunda fase é representada por elementos coesivos unidimensionais.

Assim, por se tratar de uma simplificação da microestrutura, o custo computacional adicional em relação à solução macroscópica – homogênea é praticamente inexistente e uma série de conclusões quanto à influência da microestrutura podem ser obtidas de maneira que uma solução homogênea não pode.

5.1 CONCLUSÕES

Deste modo pode-se concluir, com o uso do modelo aqui proposto, que:

- a) propriedades de fratura do concreto são constituídas de duas parcelas: a primeira, puramente estrutural, advinda da microestrutura e uma segunda relacionada ao material. Modelos contínuos não são capazes de distinguir entre ambas;
- b) para uma baixa densidade de agregados e mesma energia específica de fratura, o aumento do diâmetro do agregado aumenta a carga máxima;
- c) diâmetros de agregado maiores levam a uma estrutura com comportamento pouco dependente da energia específica de fratura da matriz (sob determinadas condições de densidade de agregados);
- d) altas densidades de agregados praticamente eliminam a influência do tamanho dos agregados;
- e) o aumento da densidade de agregados e/ou maior espessura da ZTI leva a redução na resistência do concreto e produz um aumento na ductilidade do mesmo para os casos em modo I puro. O efeito da ductilidade não é observado no modo misto;

- f) uma maior densidade de agregados produz um maior efeito de engrenamento, o qual é observado pela maior zona de processo na frentes das fissuras nesses casos. O aumento na energia específica de fratura produz o mesmo efeito, porém em menor escala;
- g) as morfologias obtidas com o uso da metodologia apresentada estão de acordo com os mecanismos de ruptura expostos nos ensaios experimentais. Assim o modelo proposto é capaz de representar de maneira adequada tais morfologias;
- h) as propriedades de fratura do concreto e o diâmetro do agregado empregados possuem influência no caminho de propagação das fissuras, nos casos de modo misto.
- i) a energia específica de fratura de modo II passa a ter influência nos resultados, o que não acontece em soluções homogêneas. Resultados preliminares indicam que esta energia deve ser consideravelmente maior que a energia de modo I;
- j) microconcretos ou concretos com agregados muito pequenos são o limite para a aplicação da metodologia. Ou seja, neste caso, a presente metodologia passa a funcionar como um modelo macroscópico convencional.

Com relação aos postulados deste trabalho:

- a) a energia específica de fratura (G_{Ic}) do modelo está unicamente relacionada à energia da matriz de cimento e não ao tamanho dos agregados. Isto permite incorporar, nesta energia, efeitos como a relação água/cimento da dosagem. Num modelo homogêneo tal inclusão é difícil, pois a energia específica de fratura contempla muitos efeitos, sendo o tamanho dos agregados um deles;
- b) os efeitos da densidade de agregados e/ou espessura da ZTI são incorporados no modelo através da tensão máxima na ponta da fissura (σ_{max}^0) e energia específica de fratura (G_{Ic}), sendo que densidades maiores levam a redução nestes valores.

Comparações dos resultados aqui obtidos com a literatura parecem indicar que tais postulados são corretos.

5.2 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

A consolidação dos postulados aqui propostos com resultados experimentais e da literatura é um processo que deve ser aprofundado. Uma melhor definição de limites para as propriedades G_{Ic} e σ_{max}^0 deveria ser perseguida de modo a tornar a metodologia mais preditiva. Uma questão a ser investigada com mais detalhes, por exemplo, é o efeito do tamanho do agregado no pós-pico das relações carga - deslocamento.

Uma vez cumpridas estas etapas com sucesso, a generalização do modelo para casos tridimensionais parece ser um caminho promissor, em especial devido ao fato da metodologia ser relativamente barata computacionalmente quando comparada com modelos de três fases.

Assim como um estudo mais aprofundado sobre a influência do diâmetro máximo do agregado na carga máxima, considerando que não há um consenso na literatura sobre a relação entre o diâmetro do agregado e a resistência do concreto. Além disso, considerando os efeitos da densidade de agregados na carga de pico, e conseqüentemente na resistência do concreto, um estudo sobre a densidade de agregados ideal a ser utilizada pode ter grande importância nos processos de fratura de tal material.

REFERÊNCIAS

- AREA, M.; INGRAFFEA, A.R. **Mixed mode crack propagation in mortar and concrete**, report n. 81-13, Department of Structural Engineering, School of Civil and Environmental Engineering, Cornell University, 1982.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto: atividades técnicas. Rio de Janeiro, 2003.
- BARENBLATT, G.I. The mathematical theory of equilibrium of crack in brittle fracture. **Advances in Applied Mechanics**, v.7, p.55-129, 1962.
- BASCHE, H.D.; RHEE, I.; WILLAM, K.J. e SHING, P.B. Analysis of shear capacity of lightweight concrete beams. **Engineering Fracture Mechanics**, v.74, p.179-193, 2007.
- BAŽANT, Z.P.; OH, B.H. Crack band theory for fracture of concrete. **Materials and Structures**, RILEM, v.16, p.155-177, 1983.
- BAŽANT, Z.P.; PFEIFFER, P.A. Shear fracture test of concrete. **Materials and Structures (RILEM)**, v. 110, n. 19, p. 111-121, 1986.
- BOCCA, P.; CARPINTERI, A.; VALENTE, S. Size effects in the mixed mode crack propagation: softening and snap-back analysis. **Engineering Fracture Mechanics**, v.35, p.159-170, 1990.
- BOCCA, P.; CARPINTERI, A.; VALENTE, S. Mixed Mode Fracture of Concrete. **International Journal Solids Structures**, v.27, p.1139-1153, 1991.
- CAMACHO, G.T.; ORTIZ, Computational modeling of impact damage in brittle materials. **International Journal Solids Structural**, v.33, p.2899-2938, 1996.
- CAROL, I.; LÓPEZ, C.M.; ROA, O. Micromechanical analysis of quasi-brittle materials using fracture-based interface elements. **International Journal Numerical Methods Engineering**, v.52, p.193-215, 2001.
- CARPINTERI, A. Decrease of apparent tensile and bending strength with specimen size: two different explanations based on fracture mechanics. **International Journal of Solids and Structures**, v.25, p.407-429, 1989.
- ČERVENKA J. **Discrete crack modeling in concrete structures**. PhD Thesis, University of Colorado, 1994.

CHEN, B.; LIU, J. Effect of Aggregate on the Fracture Behavior of High Strength Concrete. **Construction and Building Materials**, v18, p.585-590, 2004.

CHIAIA, B.; Van MIER, J.G.M.; VERVUURT, A. Crack Growth Mechanisms in Four Different Concretes: Microscopic Observations and Fractal Analysis. **Cement and Concrete Research**, v28, p.103-114, 1998.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. Bulletin d'Informacion, Lausanne n.213/214, Lausanne: CEB, mar. 1993.

DUGDALE, D.S. Yielding of steel sheets containing slits. **Journal of Mechanics and Physics of Solids**, v. 8, p. 100-108, 1960.

ELICES, M.; ROCCO, C.G. Effect of Aggregate size on the Fracture and Mechanical Properties of a Simple Concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v75, p.3839-3851, 2008.

GÁLVEZ, J.C.; ELICES, M.; GUINEA, G.V.; PLANAS, J. Mixed mode fracture of concrete under proportional and non-proportional loading. **International Journal Fracture**, v. 94, p. 267-284, 1998.

GÁLVEZ, J.C.; CENDÓN, D.A.; PLANAS, J. Influence of shear parameters on mixed-mode fracture of concrete. **International Journal Fracture**, v.118, p. 163-189, 2002.

GARCÍA, V. O.; GETTU, R.; CAROL, I. Numerical analysis of mixed mode fracture in concrete using interface elements. **European Congress on Computational methods in applied sciences and Engineering**, Barcelona, Spain, 2000.

GUINEA, G.V.; EL-SAYED, K.; ROCCO, C.G.; ELICES, M.; PLANAS, J. The effect of the bond between the matrix and the aggregates on the cracking mechanism and fracture parameters of concrete. **Cement and Concrete Research**, v. 32, n. 12, p.1961-1970, 2002.

HANSON, J.H., INGRAFFEA, A.R. Using numerical simulations to compare the fracture toughness values for concrete from the size-effect, two-parameter and fictitious crack models. **Engineering Fracture Mechanics**, v.70, p.1015-1027, 2003

HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSON, P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v.6, p.773-782, 1976.

INGRAFFEA, A.R.; GERSTLE, W.H.; GERGELY, P.; SAOUMA, V. Fracture mechanics of Bond in Reinforced Concrete . **Journal of Structural Engineering**. New York: ASCE, v.110, n.4, p. 871-890, apr. 1984.

IOSIPESCU, N. New accurate procedure for single shear testing of metals. **Journal of Materials**, v.2, n.3, p. 537-566, 1967.

JENQ, Y.S.; SHAH, S.P. Two parameter fracture model for concrete. **Journal of Engineering Mechanics**, v.111, p.1227-1241, 1985.

JENQ, Y.S.; SHAH, S.P. Mixed Mode Fracture Parameters of Concrete. **International Conference on Fracture of Concrete and Rock**. Eds. S.P. Shah e S. E. Swartz, Houston, p. 359-369, 1987.

KOZICKI, J.; TEJCHMAN, J. Effect of Aggregate Structure on Fracture Process in Concrete Using 2D Lattice Model. **Arch. Mech.**, v.59, p.365-384, 2007.

LANDIS, E.N.; BOLANDER, J.E. Explicit Representation of Physical Processes in Concrete Fracture. **Journal of Physics D: Applied Physics**, 42, 214002, 17 pages, 2009.

LENS, L.N. **Modelos para Análise de Fratura do Concreto Simples Empregando Interfaces Coesivas**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

LENS, L.N.; BITTENCOURT, E.; d'ÁVILA, V.M.R. Constitutive models for cohesive zones in mixed mode fracture of plain concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v76, p.2281-2297, 2009.

LILLIU, G.; Van MIER, J.G.M. 3D Lattice Type Fracture Model for Concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v70, p.927-941, 2003.

LILLIU, G.; Van MIER, J.G.M. 3D Lattice Type Fracture Model for Concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v74, p.1174-1189, 2007.

METHA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. **Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais**, Editora Pini, São Paulo, 1994.

NAUS, D.J.; LOTT, J.L. Fracture Toughness of Portland Cement Concrete. **T. & A.M. Report n° 648**, Univ. of Illinois, 1964.

NEEDLEMAN, A. Continuum Model for Void Nucleation by inclusion debonding. **Journal of Applied Mechanics**, v.54, p.525-531, 1987.

NGO, D.; SCORDELIS, A.C. Finite Elements Analysis of Reinforced Concrete Beams. **ACI Journal**, Farmington Hills: ACI, v.64,n.3,p.152-163,apr. 1967.

PETERSSON, P.E. Fracture energy of concrete: Practical performance and experimental results. **Cement and Concrete Reserch**, v.10, p.91-101, 1980.

PLANAS, J.; ELICES, M.; GUINEA, G.V., GÓMES, F.J.; CENDÓN, D.A.; ARBILLA, I. Generalizations and specializations of cohesive crack models. **Engineering Fracture Mechanics**, v.70, n.14, p.1759-1776, 2003.

PRADO, E.P.; Van MIER J.G.M. Effect of Particle Structure on Mode I Fracture Process in Concrete. **Engineering Fracture Mechanics**, v70, p.1793-1807, 2003.

ROCHA, M.M.; RIERA, J.D. On size effects and rupture of nonhomogeneous materials. **Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics**, Eds. J.G.M. Van Mier, Chapman & Hall/Ed. Fn. Spon, London, p.451-460, 1991.

ROSE, J.H.; FERRANTE, J.; SMITH, J.R. Universal binding energy curves for metals and bimetallic interfaces. **Physics Review Letters**, v.47, p.675-678, 1981.

ROTS, J.G. **Computational modeling of concrete fracture**. PhD Thesis, Delft University, 1988.

SANTOS, A.C.; SOUSA, J.L.A.O.; BITTENCOURT, T.N. Determinação experimental da Tenacidade ao Fraturamento do Concreto com Corpos de prova do Tipo "Short-Rod". **Boletim Técnico Bt Pef 9807**, São Paulo, v.1, p. 1-20, 1998.

SCHLANGEN, E. Experimental and Numerical Analysis of Fracture Processes in Concrete. **HERON**, PhD thesis, Delft University of Technology, 1993.

SCHLANGEN, E.; Van MIER J.G.M. Experimental and Numerical Analysis of the Micro-mechanisms of cement-based composites. **J Cem Conc Comp**, 1992.

SCHLANGEN, E.; KORNDERS, E.A.B.; Van BREUGEL, K. Influence of Internal Dilation on the Fracture Behaviour of Multi-phase materials. **Engineering Fracture Mechanics**, v.74, p. 18-33, 2007.

SHAH, S. P.; SWARTZ, S.E.; OUYANG, C. C. **Fracture mechanics of concrete: applications of fracture mechanics to concrete, rock and other quasi-brittle material**. Wiley-Interscience publication, USA, 1995.

STRANGE, P.C.; BRYANT, A.H. Experimental tests on concrete fracture. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, ASCE, v.105, p. 337-342, 1979.

SWARTZ, S.E.; LU, L.W. e TANG, L.D. Mixed-mode fracture toughness testing of concrete beams in three-point bending. **Materials and Structures (RILEM)**, v.21, p. 33-40, 1988.

TIJSSENS, M.G.A.; SLUYS, B.L.J.; Van Der GIESSEN, E. Numerical simulation of quasi-brittle fracture using damaging cohesive surface. European **Journal of Mechanics A/Solids**, v.19, p.761-779, 2000.

Van MIER, J.G.M. **Fracture Processes of Concrete: Assessment of Material Parameters for Fracture Models**. New Directions in Civil Engineering, USA, 1997.

WITTMANN, F.H. Crack Formation and Fracture Energy of Normal and High Streng Concrete. **Sadhana**, p.413-423, 2002.

WITTMANN, F.H. Structure of Concrete with Respect to Crack Formation. **Fracture Mechanics of Concrete**, Ed. Elsevier, London/New York, 1983.

XU, S.; ZHU, Y. Experimental Determination of Fracture Parameters for Crack Propagation in Hardening Cement Paste and Mortar. **Int J Fract**, v.157, p.33-43, 2009.

XU, X.P. Determination of parameters in the bilinear, Reinhardt's non-linear and exponentially non-linear softening curves and their physical meanings. **Werkstoffe und Werkstoffprüfung im Bauwesen**, Hamburg, Libri BOD, p.410-424, 1999.