

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

HENRIQUE GIRARDI HALL

PROJETO DE DIPLOMAÇÃO

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MOTOR DE INDUÇÃO
TRIFÁSICO E PENTAFÁSICO**

Porto Alegre

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO E PENTAFÁSICO

Projeto de Diplomação apresentado ao
Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade
Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos
requisitos para Graduação em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. LUÍS ALBERTO PEREIRA

Porto Alegre

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

HENRIQUE GIRARDI HALL

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO E PENTAFÁSICO

Este projeto foi julgado adequado para fazer jus aos créditos da Disciplina de “Projeto de Diplomação”, do Departamento de Engenharia Elétrica e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. LUÍS ALBERTO PEREIRA, UFRGS

Doutor pela Universität Kaiserslautern– Kaiserslautern,

Alemanha

Banca Examinadora:

Prof. LUÍS ALBERTO PEREIRA, UFRGS

Doutor pela Universität Kaiserslautern– Kaiserslautern, Alemanha

Prof. Dr. LUÍS FERNANDO ALVES PEREIRA, UFRGS

Doutor pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica – São José dos Campos, Brasil

Prof. Dr. SÉRGIO HAFFNER, UFRGS

Doutor pela Universidade Estadual de Campinas UNICAMP – Campinas, Brasil)

Porto Alegre, julho de 2011.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, Genésio e Minadan pelo carinho, dedicação e apoio em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Aos colegas com os quais convivi pelo companheirismo, auxílio, discussões, etc. Agradeço especialmente aos colegas Caetano Decian Lazzari, Fabrizio Duarte Tissot, Jean Michel Winter e Rodolfo Valle Freitas Dresch, com os quais tive grandes aprendizados.

Ao meu orientador, professor Luís Alberto Pereira, pela colaboração, paciência e aprendizado compartilhado comigo.

A minha namorada Giovana, que me acompanhou, apoiou e em certos momentos inclusive colaborou com a execução desse trabalho.

A minha irmã Gabriela, que juntamente com meus pais, me dão todo o apoio familiar sem o qual não teria chego a até aqui.

RESUMO

Este trabalho consiste em uma análise comparativa entre um motor de indução trifásico e um pentafásico. A análise é feita pelo cálculo dos parâmetros gerados através de simulação por Elementos Finitos comparados com os respectivos modelos analíticos. Posteriormente é feita uma modelagem em Matlab para efetiva comparação entre os dois motores e verificação do incremento de torque no motor pentafásico com inserção de harmônicos de terceira ordem.

Palavras-chaves: Engenharia Elétrica. Motor de Indução Trifásico. Motor de Indução Pentafásico. Elementos Finitos. Modelagem de Máquinas Elétricas

ABSTRACT

This work consists on a comparative analysis between a Three-Phase Induction Motor and a Penta-Phase Induction Motor. The analysis is done by calculating the parameters generated through a Finite Element simulation and comparing the results with the analytic model. Afterwards a model is done in Matlab for effective comparison between the two motors and the verification of torque improvement with third harmonic current injection.

Keywords: Electrical Engineering, Three-Phase Induction Motor, Five-Phase Induction Motor, Finite Element Method, Modeling of Electric Machinery.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	10
2 ASPECTOS TEÓRICOS RELEVANTES.....	12
3.1 MODOS E VANTAGENS DE MÁQUINAS COM MAIS DE TRÊS FASES	13
3.2 TORQUE EM MÁQUINAS ELÉTRICAS.....	14
3.3 INSERÇÃO DE HARMÔNICO DE TERCEIRA ORDEM	16
3.4 EXPLICAÇÃO MATEMÁTICA DO EFEITO DE TERCEIRA HARMÔNICA	18
3.5 PROJETO DAS MÁQUINAS ANALISADAS	19
4 SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS	20
4.1 CÁLCULO DE INDUÇÃO NO ENTREFERRO	20
4.2 DETERMINAÇÃO DE INDUTÂNCIAS PRÓPRIAS E MÚTUAS.....	31
4.3 INDUTÂNCIAS PRÓPRIA DO ROTOR.....	40
4.4 INDUTÂNCIA MÚTUA ENTRE ROTOR E ESTATOR.....	43
5 MODELAGEM MATEMÁTICA MAS MÁQUINAS.....	45
5.1 CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO MOTOR TRIFÁSICO	47
5.2 CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO MOTOR PENTAFÁSICO	49
5.3 RESULTADO DA SIMULAÇÃO DE MODELO MATEMÁTICO.....	52
6 CONCLUSÃO.....	63
7 BIBLIOGRAFIA.....	65
8 ANEXO	67

1 - INTRODUÇÃO

Os motores elétricos sempre fizeram parte dos mais diversos processos na indústria e também fora dela facilitando a vida do homem nas mais variadas ocasiões. Grande parte da energia elétrica consumida no Brasil decorre do uso de máquinas elétricas nas mais variadas aplicações. Por causa dessa importância e longa experiência dos fabricantes de máquinas elétricas, a indústria de motores elétricos encontra-se em um estágio bastante maduro, portanto com uma menor quantidade de inovações comparadas com outras áreas da engenharia.

Dentre os vários tipos existentes, o mais utilizado na indústria é o motor de indução com rotor do tipo gaiola, por apresentar características bastante interessantes como robustez, relativo baixo custo e pouca necessidade de manutenção. Apesar disto este apresenta uma característica intrínseca de sua construção que é a dificuldade na regulação de velocidade. Antigamente quando um processo necessitava essa característica o MIRG (Motor de Indução com Rotor em Gaiola) não era recomendado. Isso vem mudando há alguns anos devido ao avanço do acionamento proporcionado pelos Inversores de Frequência, que passaram a possibilitar um controle de velocidade para o MIRG a um custo cada vez menor. Isso vem ocasionando algumas mudanças na indústria de motores como por exemplo a iminente extinção de motores de corrente contínua e consolidação ainda maior do MIRG em aplicações onde sua utilização não era possível anteriormente.

O uso da eletrônica de potência aliada ao MIRG permite não só o seu controle de velocidade mas também mudanças na forma construtiva do motor já que este não será conectado diretamente a rede elétrica. Uma das mudanças por exemplo é a flexibilidade quanto ao número de fases permitindo mais liberdade ao projetista.

Nesse contexto, o presente trabalho propõe uma análise comparativa entre um protótipo de MIRG trifásico e um pentafásico, construídos e doados por um fabricante a UFRGS para testes. Essa análise será feita obtendo-se os parâmetros das máquinas através de simulação pelo método de Elementos Finitos, após a determinação esses parâmetros serão comparados com um modelo analítico aproximado das máquinas para validação. Finalmente o modelo da máquina com os parâmetros simulados será gerada.

2 - MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

As máquinas de indução são consagradas por suas características como robustez, fácil manutenção, longa vida útil, boa característica dinâmica, alta eficiência entre outras. Dentre suas principais desvantagens está sua difícil regulação de velocidade. Diversas soluções foram propostas ao longo dos anos e a que acabou por consolidar-se é o uso de Inversores de Frequência como alimentação. Conforme essa consolidação foi acontecendo, o custo de tal dispositivo, que já foi muito elevado, acabou caindo permitindo seu uso em um número cada vez maior de aplicações.

O uso dessa tecnologia acabou por possibilitar além da regulação de velocidade, uma nova maneira de concepção no projeto dos motores. Já que determinados motores não serão ligados diretamente na rede, convém projetá-los de especialmente para o uso com inversor, aproveitando assim de melhor forma as flexibilidades permitidas nesse cenário. Uma dessas possibilidades é alterar o número de fases para 5. Naturalmente, os atuais inversores comerciais não estão aptos a realizar tal tarefa pois possuem saída para apenas 3 fases, porém a solução desse problema é extremamente simples pois não é necessária nenhuma evolução tecnológica ao aumentar-se o número de saídas.

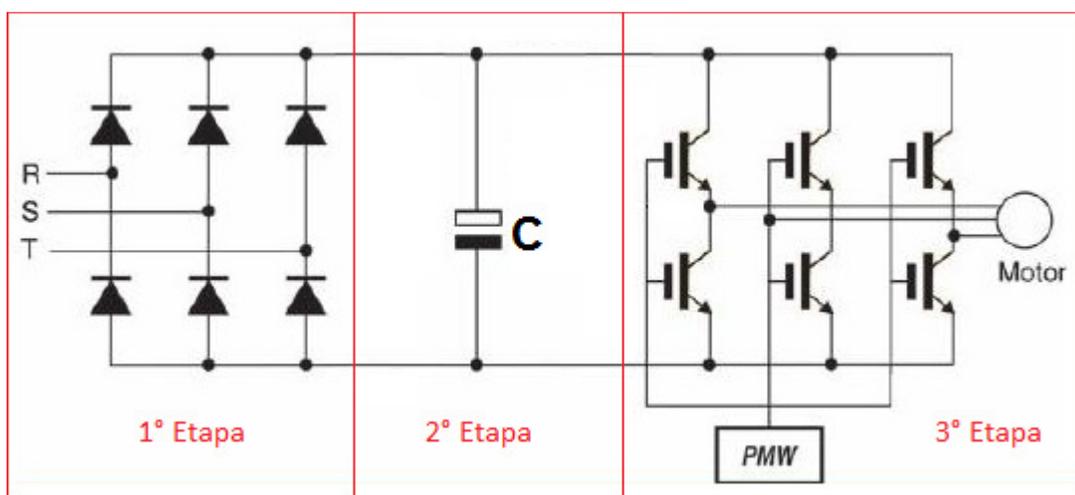


Figura 1 – Imagem ilustrativa de um Inversor de Frequência Trifásico.

Essa afirmação fica mais clara quando o funcionamento de um inversor é conhecido. O funcionamento de um inversor pode ser dividido em 3 etapas que podem ser vistas na Figura 1. O primeiro passo é a retificação da tensão da rede. O segundo é a filtragem da tensão através de um capacitor, e o terceiro passo é a utilização de um circuito alimentado pela tensão contínua do retificador para gerar uma tensão utilizando a técnica de PWM. Esta tensão gerada alimenta as fases do motor. No caso de um motor trifásico, existem três circuitos idênticos que cumprem tal função, cada um gerando uma onda de tensão defasada de 120 graus. No caso de um motor pentafásico basta utilizar em vez de três, cinco circuitos com suas ondas defasadas em 72 graus. Vale salientar que a tensão de entrada não tem relação com a tensão de saída a não ser pela amplitude dos pulsos do PWM, nem com o número de fases da saída. Isso porque a tensão é imediatamente retificada. Em tese, não existe uma limitação para o número de fases da saída de um inversor.

O motor pentafásico justifica-se em relação ao trifásico pela melhor característica de funcionamento com velocidades baixas, maior robustez devido a sua capacidade de continuar operando sem uma das fases e o aumento do torque para uma máquina de mesmo tamanho. Essa última característica será simulada com o objetivo de comprovar o aumento de torque relativo a máquina trifásica. Nesse contexto um estudo comparativo utilizando-se simulação analítica e numérica contribui no desenvolvimento dessa nova alternativa de projeto para máquinas de indução.

3 - ASPECTOS TEÓRICOS GERAIS

Motores de indução com mais de três fases, ou, *High Phase Machines* possuem diversas vantagens sobre motores trifásicos convencionais. Com as inovações e barateamento dos componentes de eletrônica de potência os chamados Inversores de Frequência tornaram-se viáveis, permitindo o seu desenvolvimento de forma mais promissora.

O emprego de mais fases proporciona uma série de vantagens como a redução da amplitude das pulsações de torque, assim como o aumento da sua frequência. Dessa forma a performance mecânica em frequências de operação mais baixas torna-se superior. Outra vantagem é sua confiabilidade devida ao fato de o motor poder continuar operando mesmo com uma de suas fases danificadas.

O motor de indução pentafásico possui funcionamento semelhante ao do motor trifásico, em regime permanente as correntes senoidais de fase do estator cada uma com defasagem de 72° entre elas formam um campo girante de amplitude constante que produz torque útil. É difícil porém, produzir tensões senoidais com inversores de frequência, de forma que harmônicos de corrente são inseridos nos enrolamentos da máquina. A Tabela 1 mostra uma máquina com sequência de fase *abcde*, onde pode ser observado a amplitude do harmônico sua sequência de fase e sua amplitude.

Uma condição importante de operação para um motor de indução com mais de três fases é alimentá-lo com correntes otimizadas. Observa-se que é possível diminuir-se a pulsação de conjugado eliminando harmônicas na alimentação, por outro lado, piora-se a forma de onda da corrente o que é altamente indesejável. O motor de 5 fases conectado em estrela sem neutro elimina a quinta harmônica de corrente e múltiplas de 5, entretanto outras harmônicas estão presentes e sua amplitude é inversamente proporcional a sua ordem. As harmônicas de ordem menos elevadas que produzem torque positivo, 11^a e 21^a, as que produzem torque negativo são a 9^a e 19^a, portanto suas amplitudes são relativamente pequenas de acordo com a Tabela 1. As harmônicas de terceira ordem deformam bastante a onda de corrente comparado a uma onda sinusoidal.

Ordem da Harmônica	Seqüência de fase					Amplitude
1	a	b	c	d	e	0,1
3	a	d	b	e	c	1/3
7	a	c	e	b	d	1/7
9	a	e	d	c	b	1/9
11	a	b	c	d	e	1/11
13	a	d	b	e	c	1/13
17	a	c	e	b	d	1/17
19	a	e	d	c	b	1/19
21	a	b	c	d	e	1/21

Tabela 1 – Ordem do harmônico, seqüência de fase e amplitude de uma máquina pentafásica.[1]

O artigo [1] aponta que quando um motor pentafásico é alimentado com uma onda onde são suprimidas algumas harmônicas com objetivo de diminuir a pulsação de torque sua forma de corrente corrente é comprometida. Em compensação é possível obter uma corrente muito próxima a uma senóide com uma alimentação PWM (Pulse Width Modulation) convencional. Como o principal objetivo principal no motor é garantir uma forma de corrente razoável, a pulsação de torque torna-se inevitável, apesar de esta ser bastante atenuada pela inércia do rotor e ser menor do que a do motor trifásico.

É ainda concluído em [1] que para aplicações de alta potência, onde requista-se confiabilidade e quando o motor é submetido a uma ampla faixa de velocidades, o motor de 5 fases é uma alternativa interessante se comparado ao trifásico.

3.1 - MODOS E VANTAGENS DE MÁQUINAS COM MAIS DE TRÊS FASES

Máquinas com mais de três fases produzem também uma indução no entreferro próxima de uma senóide, para isso é necessário que estas possuam mais de uma ranhura por polo e fase no estator. Isso significa que enquanto uma máquina de 3 fases e 4 polos, esta deve possuir no

mínimo 24 ranhuras para obedecer esse critério, enquanto uma pentafásica deve possuir no mínimo 40 ou uma heptafásica, no mínimo 56 ranhuras. Isso limita de certa forma a quantidade de fases em um motor.

A pulsação de torque diminui proporcionalmente a $2m$, sendo m o número de fases, isso faz com que máquinas polifásicas possuam desempenho superior nesse aspecto.

Para produzir um campo girante duas correntes são necessárias, assim, utilizando-se mais correntes tem-se graus de liberdade que podem ser utilizados para outras finalidades. Uma delas, é a injeção de harmônicos de corrente com o intuito de aumentar o torque da máquina. Outra maneira interessante de utilizar-se esses graus de liberdade é manter a máquina sob operação mesmo quando ocorrer falta em alguma das fases. É importante observar esses graus de liberdade podem apenas ser utilizados para um propósito de cada vez. [2]

Motores elétricos com mais de três fases são atualmente utilizados em aplicações de operação crítica, onde a alimentação não é necessariamente trifásica e onde o motor trifásico não atende às especificações desejáveis. Exemplos de utilização são em aviões, navios, trens, compressores de alta potência, carros elétricos, etc.

3.2 - TORQUE EM MÁQUINAS ELÉTRICAS

A principal grandeza para as máquinas elétricas é o torque que atua sobre o rotor. A Equação (1) mostra a equação para o torque em uma máquina elétrica. [5]

$$T = \frac{V_a}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A \cdot B_\delta \cdot d\theta \quad (1)$$

Na equação (1) V_a é o volume ativo, que compreende o volume do cilindro correspondente ao rotor da máquina. O valor A é definido como a densidade linear de corrente, com unidade expressa em A/m , que é representação do efeito dos condutores alojados nas

ranhuras em uma camada muito fina da superfície interna do estator. O valor B_{δ} é o valor da indução magnética na direção radial do entreferro.

É possível observar através da Equação (1) que para um volume ativo V_a constante, o maior valor possível de torque será obtido quando os valores de A e B_{δ} estiverem próximos dos limites máximos e possuírem uma distribuição com forma retangular, conforme é ilustrado na Figura 2.

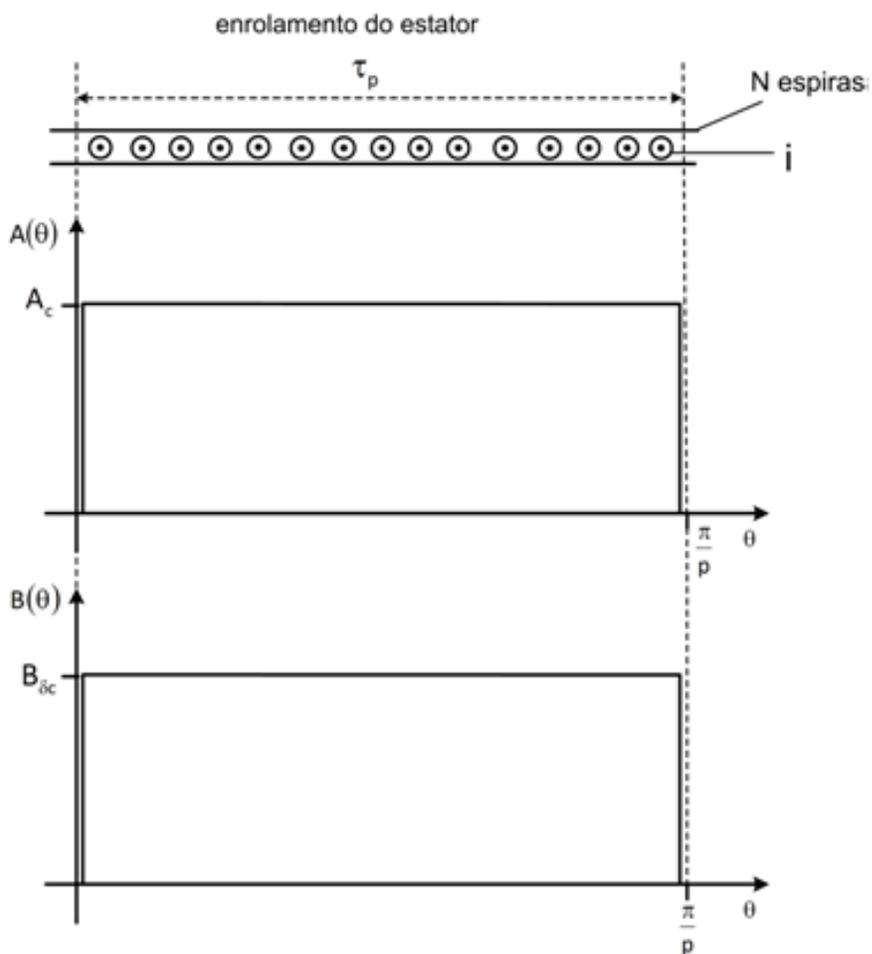


Figura 2 – Distribuição ideal de densidade de corrente e indução que resultam em no maior valor possível de torque. [5]

Reescrevendo a Equação (1) para o caso de torque máximo ou ideal, tem-se a equação (2).

$$T_{m\acute{a}x} = 2 \cdot V_a \cdot A_c \cdot B_\delta \quad (2)$$

Essa distribuição idealizada não é possível ser obtida de forma prática devido ao inevitável fluxo disperso que ocorreria nas fronteiras dos polos. De qualquer forma esse valor serve como um valor de referência.

Para uma máquina com distribuição de densidade de corrente e indução senoidal, que é o caso do motor de indução trifásico, a equação do torque é obtida em (3)

$$T = \frac{V_a}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A \cdot \text{sen}(p\theta + \varphi_A) \cdot B_\delta \cdot \text{sen}(p\theta + \varphi_B) \cdot d\theta \quad (3)$$

onde φ_A e φ_B são os ângulos de fase. Quando $\varphi_A = \varphi_B$, tem-se o valor máximo de torque para o caso de uma distribuição senoidal expressa em (4).

$$T_{m\acute{a}x} = V_a \cdot A_c \cdot B_\delta \quad (4)$$

O valor de torque para a distribuição senoidal é apenas a metade do ideal conforme comparação do valor da distribuição senoidal expressa em (4) e a ideal em (2).

3.3 - INSERÇÃO DE UMA HARMÔNICA DE TERCEIRA ORDEM.

Conclui-se no capítulo anterior que em uma máquina com distribuições apenas senoidais, em teoria cerca de 50% de torque deixa de ser produzido se comparado a condição ideal.

Com o intuito de melhorar o aproveitamento do material magnético da máquina, e portanto buscando uma forma de onda de indução no entreferro mais próxima de uma onda quadrada, tem-se basicamente duas alternativas. A primeira é inserido uma corrente de terceiro

harmônico, que acaba achatando o valor de pico da onda tornando-a mais parecida com uma onda quadrada conforme a Figura 3.

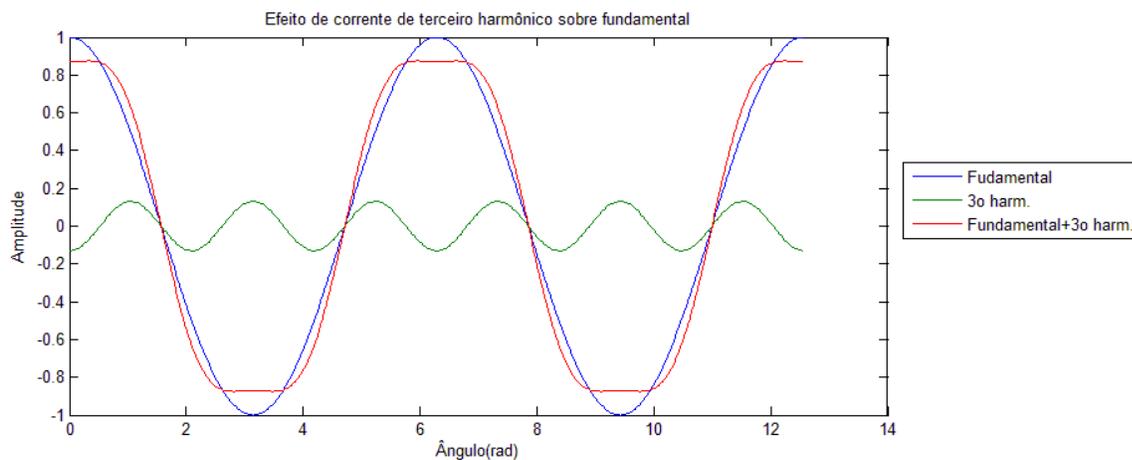


Figura 3 – Resultado da distorção de onda com inserção de corrente de terceiro harmônico.

A outra maneira é mais complexa pois envolve o dimensionamento das partes ferromagnéticas da máquina. Ao projetar-se uma máquina onde os dentes da máquina sofram saturação antes do núcleo, cria-se um efeito de achatamento da onda, devido às harmônicas do efeito de saturação. Para isso basta reduzir a secção dos dentes e aumentar a do núcleo para uma máquina de mesmo tamanho, de forma que os dentes saturem mais que o núcleo. [4]

Neste trabalho optou-se pela estratégia de inserção de corrente de terceiro harmônico para gerar o efeito de achatamento. Na Figura 3 a amplitude da terceira harmônica é de 13% da fundamental. Pode ser notado que o valor de pico da onda distorcida é menor do que o da onda fundamental, ou seja, a onda com a componente de terceiro harmônico está abaixo da condição de saturação máxima admissível. Isso significa na prática, que ao aplicar-se uma corrente de terceiro harmônico é possível aumentar amplitude da componente fundamental até atingir o limite da condição de saturação máxima, aumentando por consequência o torque máximo da máquina.

3.4 - EXPLICAÇÃO MATEMÁTICA DO EFEITO DA TERCEIRA HARMÔNICA

Uma das principais vantagens de uso de uma máquina pentafásica é a possibilidade de utilização de uma indução no entreferro que aproveite melhor o material magnético. Isso significa fazer com que a indução não seja a máxima apenas em um ponto como ocorre na onda senoidal. A ideia é achatar a onda de forma com que ela permaneça por mais tempo na sua indução máxima, ou seja, transformar a onda mais próxima a uma onda quadrada. Isso é possível utilizando a série de Fourier para a onda quadrada demonstrada das equações (5) e (6).

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(n \cdot x) = \quad (5)$$

$$= \frac{2}{\pi} \cdot \cos x + \frac{2}{3\pi} \cdot \cos 3x + \frac{2}{5\pi} \cdot \cos 5x + \frac{2}{7\pi} \cdot \cos 7x + \dots \quad (6)$$

De acordo com (5), nota-se que a equação tem infinitos termos. Na prática, trunca-se a série no terceiro harmônico, pois seria impossível implementar um controle com todos os termos. Os dois primeiros termos então são considerados para a aproximação, pois a utilização de mais um termo da série não melhoraria o desempenho da máquina de forma significativa e tornaria o controle mais complexo e com necessidade de mais velocidade de processamento, em razão da frequência mais elevada.

Análises feitas com um motor pentafásico alimentado por inversor com controle vetorial utilizando com uma terceira harmônica associada, verificou uma possibilidade de aumento de cerca de 10% de torque com a mesmo valor de corrente rms [3]. Isso significa que para uma determinada demanda de torque estabelecida para determinada aplicação, pode-se utilizar uma máquina menor, com menor quantidade de material que atende as especificações de forma satisfatória.

3.5 - PROJETO DAS DUAS MÁQUINAS ANALISADAS

O projeto da máquina pentafásica foi feito de forma com que esta ficasse o mais semelhante possível com um motor trifásico comercial, de modo que uma análise comparativa entre elas pudesse ser desenvolvida. Ambas possuem 4 polos, três ranhuras por polo e fase no estator que produzem um conteúdo harmônico semelhante, praticamente as mesmas quantidades e proporções de material ferromagnético e condutores. Devido a esses motivos, é importante salientar que o custos das máquinas quando considerada a produção em escala é bastante similar. Na Tabela 2 estão listadas algumas das características das máquinas.

	Trifásico	Pentafásico
Carcaça	112M	112M
Pacote de chapas (mm)	140	140
Diâmetro Externo Estator(mm)	182	182
Diametro Interno Estator	115	115
Diâmetro Externo do Rotor (mm)	113.8	113.8
Entreferro (mm)	0.6	0.6
Diam. Int. Rotor (eixo) (mm)	42	42
Inclinação das Barras do Rotor (mm)	10	10
Número de ranhuras (E/R) (mm ²)	36/28	60/44
Fios	1x0.80 + 1x0.85	3x0.71
Passo	1:8:10:12	1:13
Camada	Única	Dupla
Ligação das bobinas	Paralela	Série
Corrente Nominal (A)	11.79	6.94*
Tensão Nominal (V)	220	220
Rendimento (%)	89.5	90*
Fator de Potência ($\cos(\phi)$)	0.79	0.8*
Potência (W)	5500	5500*

Tabela 2 – Características das máquinas trifásica e pentafásica. *Valores estimados.

É possível calcular-se o carregamento elétrico e magnético da máquina e provar que ambas possuem carregamento bastante próximo, já que os termos V_a , A_c , B_δ são bastante parecidos para ambas as máquinas de acordo com (4). Este depende da corrente nominal, a quantidade de bobinas por ranhura, a quantidade de espiras por bobina, o número de polos e o número de fases.

4 - SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

4.1 - CÁLCULO DA INDUÇÃO NO ENTREFERRO

Para conhecer o comportamento da máquina é necessário inicialmente conhecer os parâmetros da máquina como indutâncias e resistências. Para a determinação dos mesmos serão feitas uma série de simulações por Elementos Finitos em duas dimensões utilizando o software *fem2000*, baseado nos resultados dessas simulações serão calculados os parâmetros e então o modelo matemático das máquinas poderá ser obtido.

O primeiro passo para a determinação dos parâmetros é o desenho da secção transversal como pode ser vista na Figura 1, ela mostra qual é o formato em que as chapas de aço serão estampadas para compor a parte magnética do motor. Esse método de estampar chapas e então empilhar-se várias delas para compor uma única peça possui o único objetivo de diminuir as perdas por correntes parasitas.

O desenho da peça não precisa ser completo, por se tratar de uma peça simétrica, poupando assim processamento na hora da simulação por elementos finitos. No caso do motor trifásico foi desenhado apenas a metade da chapa como pode ser visto na Figura 4, que foi desenhado a partir de um motor comercial. Algumas linhas auxiliares necessitaram ser traçadas na Figura 4 para a correta simulação por EF.

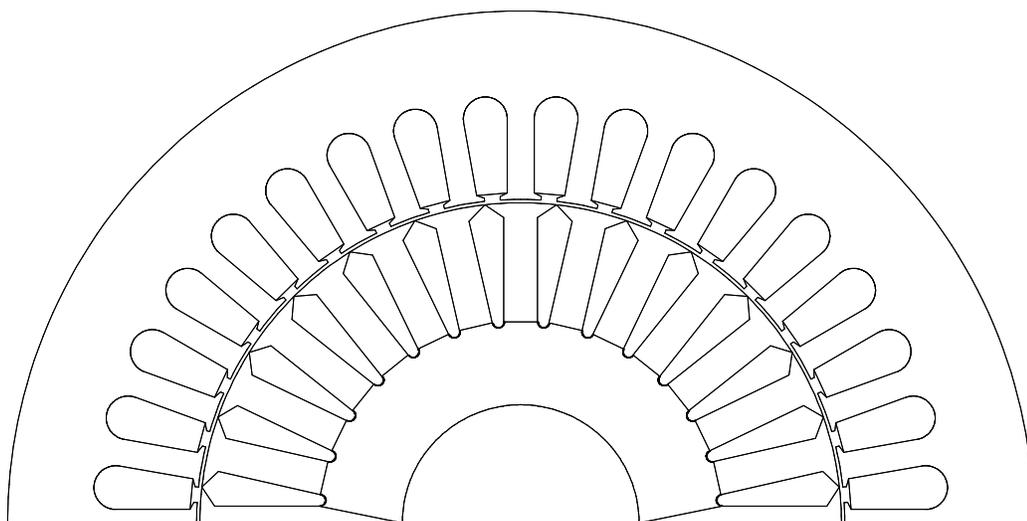


Figura 4 – Desenho para simulação da Máquina Trifásica.

O desenho da máquina pentafásica também poderia ter sido feito de forma semelhante ao trifásico, porém, devido ao fato de o passo ser encurtado na máquina pentafásica não foi possível obter a simetria dos fluxos necessária em algumas simulações, de modo que a utilização do desenho completo se fez necessária no cálculo das indutâncias próprias e mútua do estator, por exemplo. Assim, foi necessário o dispêndio de algum tempo a mais pelo processamento de cada simulação. Na Figura 5 pode ser visto o desenho utilizado para simulação da máquina pentafásica, nela podem ser vistas também algumas linhas auxiliares para simulação como na máquina trifásica.

Na Figura 5 ainda pode ser observado que as ranhuras do estator estão divididas ao meio. Isto se deve ao fato de o motor pentafásico ter encurtamento de passo, fazendo com que correntes de espiras de diferentes fases ocupem a mesma ranhura.

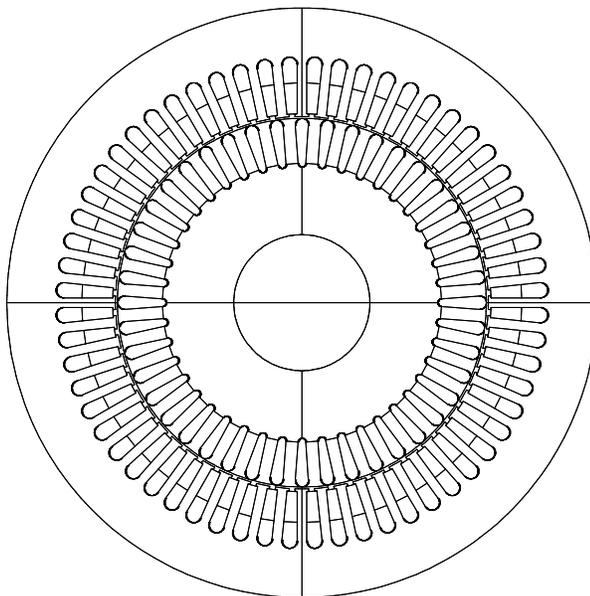


Figura 5 – Desenho da Máquina Pentafásica para simulação.

Depois de desenhado, o próximo passo é utilizar um programa de simulação pelo Método de Elementos Finitos, nele deve ser indicado quais são as partes da peça onde circularão correntes e sua magnitude e quais são os materiais de cada área do desenho.

Para o motor em questão foi calculada a densidade de corrente máxima em cada ranhura utilizando os dados da Tabela 3:

Tensão RMS - V	220V
Potência mecânica - P_{mec.}	5500W
Rendimento – η	0.895
Fator de Potência - cos(ϕ)	0.79
Número de espiras - N_e	45
Área útil da ranhura - A	112.88mm ²

Tabela 3 – Dados para cálculo da corrente da Máquina Pentafásica.

Com os da Tabela 3 é possível calcular a potência e a corrente da máquina em (7) e (8).

$$P_{mec} = 3.Vf.If.\cos(\phi).\eta \quad (7)$$

$$If = \frac{P_{mec}}{3.Vf.\cos(\phi).\eta} = \frac{5500}{3.220.0.79.0.895} = 11,79 \text{ A} \quad (8)$$

Como a ligação das bobinas é em paralelo a corrente se divide por dois caminhos nas ranhuras e a expressão para a densidade de corrente nas ranhuras é expressa em (9):

$$J = \frac{If.N_e}{A} = \frac{11,79.45}{112.8809} = 2,3492 \text{ A/mm}^2 \quad (9)$$

O valor encontrado é um valor médio de densidade de corrente, para determinar-se o valor de pico multiplica-se por $\sqrt{2}$ mostrado em (10).

$$J_{pico} = \frac{2,3492A}{mm^2} \cdot \sqrt{2} = 3,3223A/mm^2 \quad (10)$$

Como o valor de corrente de cada fase pode ser representado por um fasor ilustrado na Figura 6, e supondo que a densidade de corrente é máxima na fase A, os valores de corrente para as fases B e C terão valor negativo com amplitude $I/2$. Assim, os valores de densidade de corrente nas ranhuras para as fases A, B e C são expressas em (11), (12) e (13):

$$J_{fase A} = 3,3223 \text{ A/mm}^2 \quad (11)$$

$$J_{fase B} = -1,6611 \text{ A/mm}^2 \quad (12)$$

$$J_{fase C} = -1,6611 \text{ A/mm}^2 \quad (13)$$

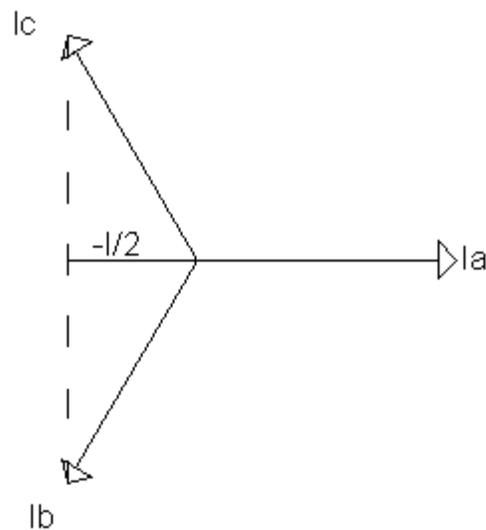


Figura 6 – Fasores de Corrente da Máquina Trifásica.

Analogamente, para a máquina pentafásica faz-se o mesmo procedimento determinando-se os mesmos parâmetros, utilizando-se a Tabela 4, em (14), (15), (16), (17), (18), (19), (20), (21) e (22). Na Figura 7 pode ser vistos os fasores de corrente para a máquina pentafásica.

Tensão RMS - V	220V
Potência mecânica - P _{mec} .	5500W
Rendimento - η	0.9
Fator de Potência - cos(ϕ)	0.8
Número de espiras - N _e	11
Área útil da ranhura - A	60mm ²

Tabela 4 – Dados para o cálculo de corrente da Máquina Pentafásica.

$$P_{mec} = 5.Vf.I_f.\cos(\phi).\eta \quad (14)$$

$$I_f = \frac{P_{mec}}{5.Vf.\cos(\phi).\eta} = \frac{5500}{5.220.0,8.0,9} = 6,94 \text{ A} \quad (15)$$

$$J = \frac{\frac{I_f.N_e}{2}}{A} = \frac{\frac{6,94.45}{2}}{60} = 2,24 \text{ A/mm}^2 \quad (16)$$

$$J_{pico} = \frac{2,3492A}{\text{mm}^2} \cdot \sqrt{2} = 3,168 \text{ A/mm}^2 \quad (17)$$

$$J_{fase A} = J_{pico} \cdot \cos(0) = 3,168 \text{ A/mm}^2 \quad (18)$$

$$J_{fase B} = J_{pico} \cdot \cos(72) = 0,9789 \text{ A/mm}^2 \quad (19)$$

$$J_{fase C} = J_{pico} \cdot \cos(144) = -2,562 \text{ A/mm}^2 \quad (20)$$

$$J_{fase D} = J_{pico} \cdot \cos(216) = -2,562 \text{ A/mm}^2 \quad (21)$$

$$J_{fase E} = J_{pico} \cdot \cos(288) = 0,9789 \text{ A/mm}^2 \quad (22)$$

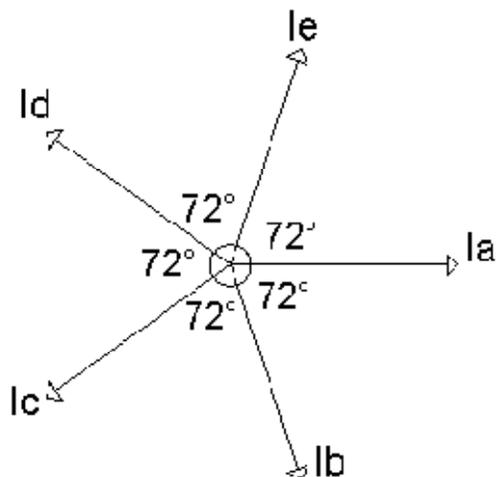


Figura 7 – Fasores de Corrente da Máquina Pentafásica.

Sabendo-se os valores de corrente e a disposição dos enrolamentos no motor, é possível determinar as densidades de corrente em cada ranhura do estator, que podem ser vistas como as regiões vermelhas na Figura 8. Pode-se observar que a área útil da ranhura do estator não é totalmente preenchida por material condutor, pois na base da ranhura é necessária a colocação de uma cunha que pressione as espiras evitando que elas se desloquem durante o funcionamento da máquina, o que é essencial devido as tensões mecânicas que a máquina está submetida quando em funcionamento.

Um cuidado importante ao preparar a simulação é estabelecer as condições de contorno. Como o desenho está apenas parcialmente completo, deve-se informar ao programa onde o desenho continua, através das condições de contorno. Nas extremidades da máquina, mostrado no contorno em vermelho da Figura 8, devem ser impostas condições de contorno para informar ao software como a simulação deve se comportar nesses pontos, nesse caso, foram colocadas condição de contorno de Dirichlet com potencial nulo na parte externa do desenho da máquina.

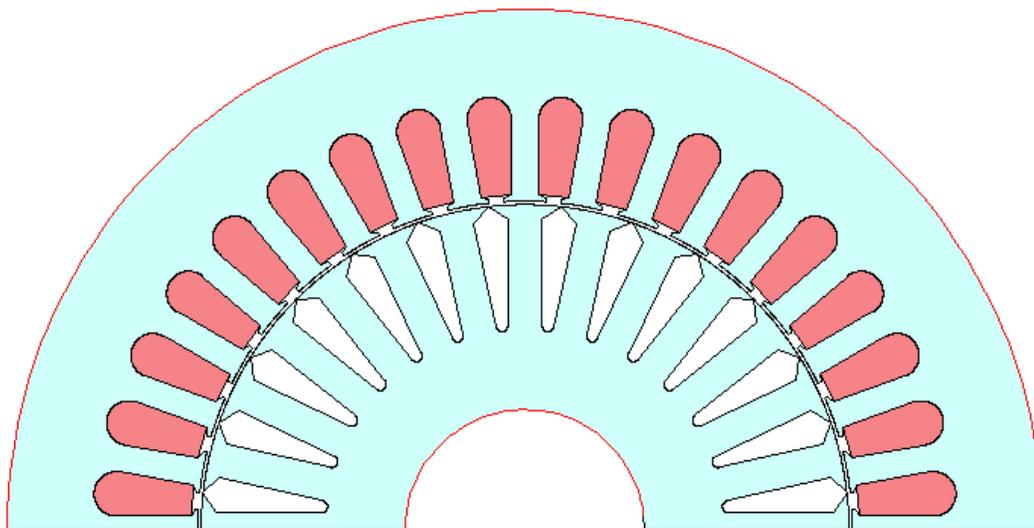


Figura 8 – Máquina Trifásica com correntes nas ranhuras e condições de contorno determinadas.

Outro aspecto relevante no preparo da simulação é a indicação da permeabilidade magnética das regiões, principalmente as ferromagnéticas, que é onde o fluxo tende a passar preferencialmente, na Figura 8 as partes magnéticas são as partes com coloração esverdeada. É possível informar a permeabilidade relativa ou fornecer ao programa a curva de saturação real do material empregado na construção da máquina. Esta foi a opção utilizada já que as características do material são conhecidas, o gráfico de saturação $B \times H$ pode ser visto na Figura 9.

Configurados os parâmetros necessários, é então gerada a malha de elementos finitos. Quanto menor a área de cada elemento mais precisa se torna a simulação mas também mais lenta. A malha de elementos finitos gerada para a máquina trifásica pode ser vista na Figura 10, nesse caso os elementos ficaram com um tamanho bem pequeno de forma que seria difícil identificá-los sem uma ampliação .

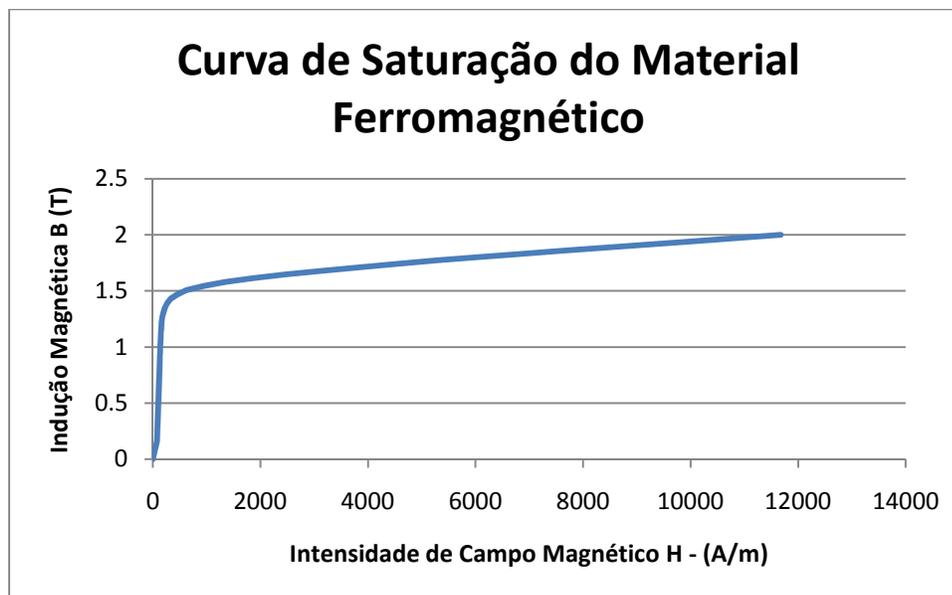


Figura 9 – Curva de Saturação do material utilizado para construção das máquinas.

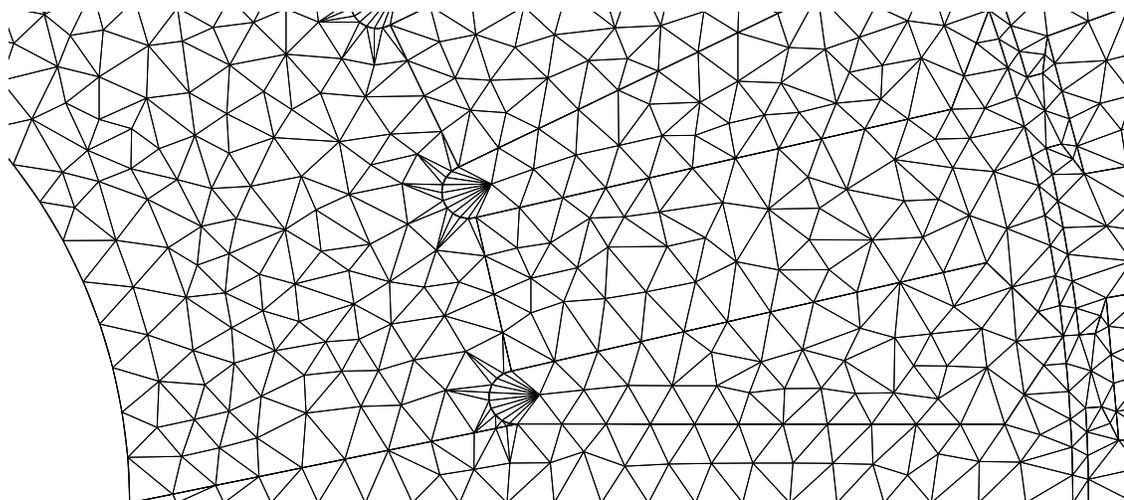


Figura 10 – Detalhe da malha de Elementos Finitos no rotor da máquina trifásica.

Após a geração da malha, está tudo preparado para a simulação propriamente dita. O resultado pode ser visto nas linhas equipotenciais mostrados na Figura 11 para a máquina

trifásica e na Figura 12 para a pentafásica, nela podem ser vistas as linhas equipotenciais de indução magnética. Observa-se que existem 2 caminhos fechados de linhas equipotenciais, coerente portanto com os 2 polos que estão representados da máquina, que completa possui 4 polos.

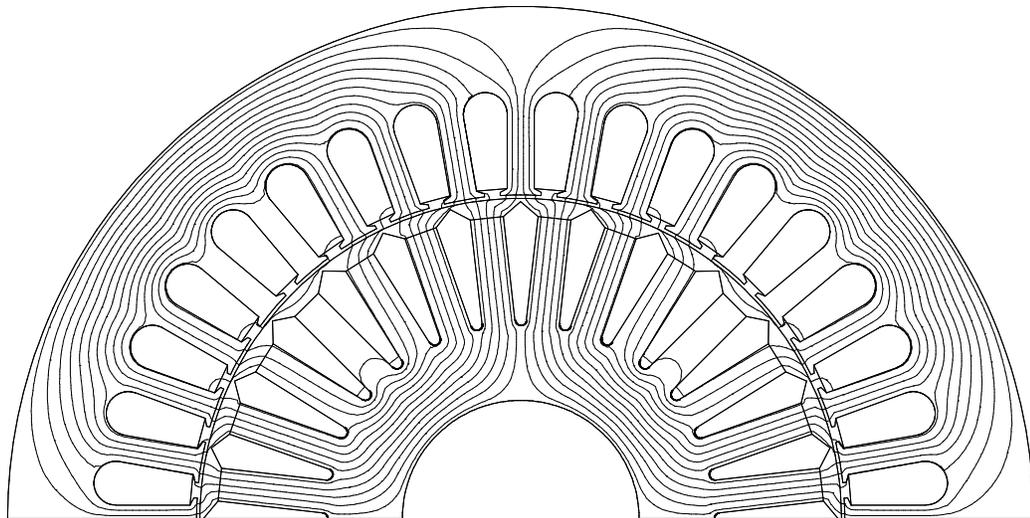


Figura 11 – Máquina Trifásica depois de feita simulação com detalhe das linhas equipotenciais.

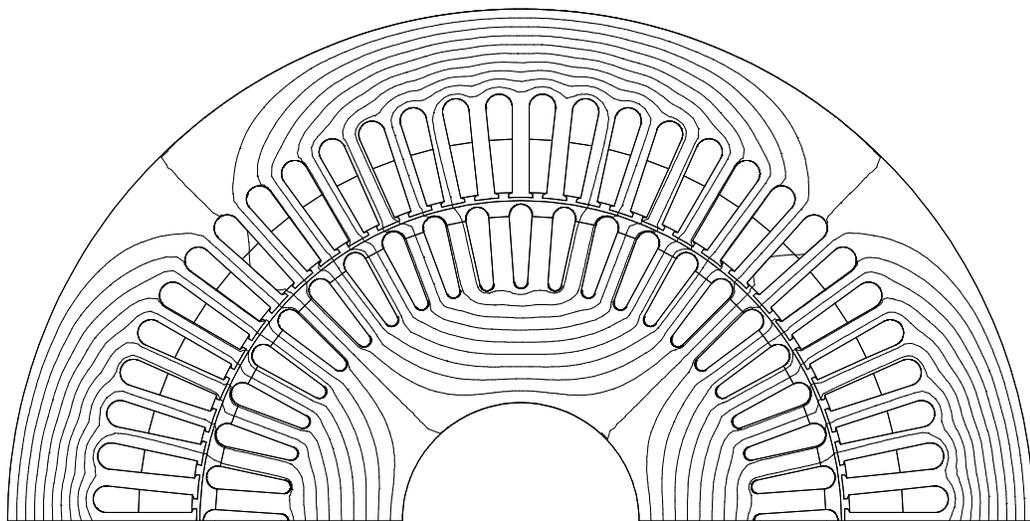


Figura 12 – Máquina Pentafásica depois de feita simulação com detalhe das linhas equipotenciais.

Com a simulação feita com os dados na Tabela anexo A.8, várias informações podem ser obtidas como a distribuição da indução magnética ao longo do entreferro mostrado na Figura 13. A linha em azul é a Indução Normal, a vermelha é a Indução Tangencial, que não contribui para gerar conversão eletromecânica de energia mas tem papel importante nas vibrações da máquina e a curva verde é o módulo da Indução.

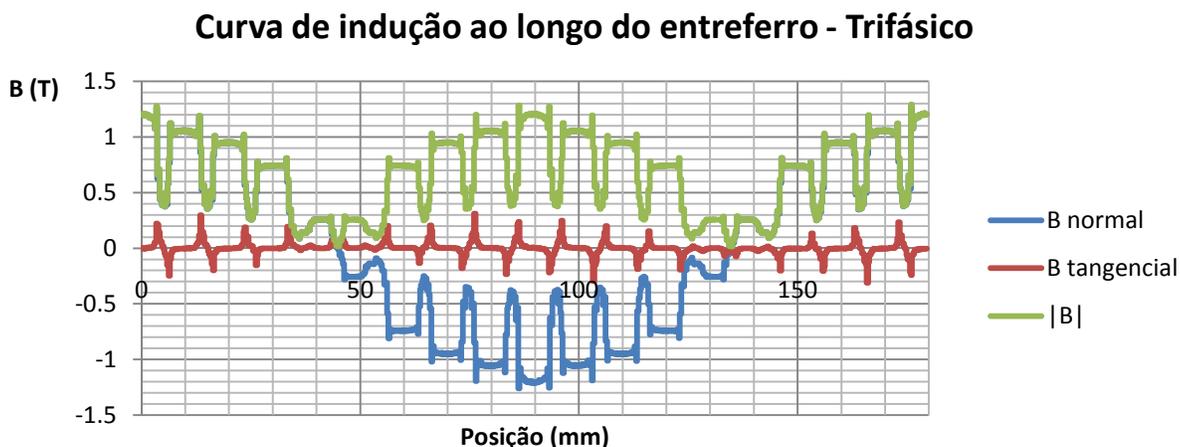


Figura 13 – Indução no entreferro da máquina Trifásica com máquina sob corrente nominal.

É possível verificar na Figura 13 o efeito das ranhuras do estator na curva de indução, que formam vales na curva com periodicidade constante, esse efeito pode ser verificado na Figura 14 da mesma forma. O efeito das ranhuras do rotor produzem efeitos menos pronunciados do que as ranhuras do estator, isso se deve ao fato de as ranhuras do rotor serem fechadas e as do estator abertas.

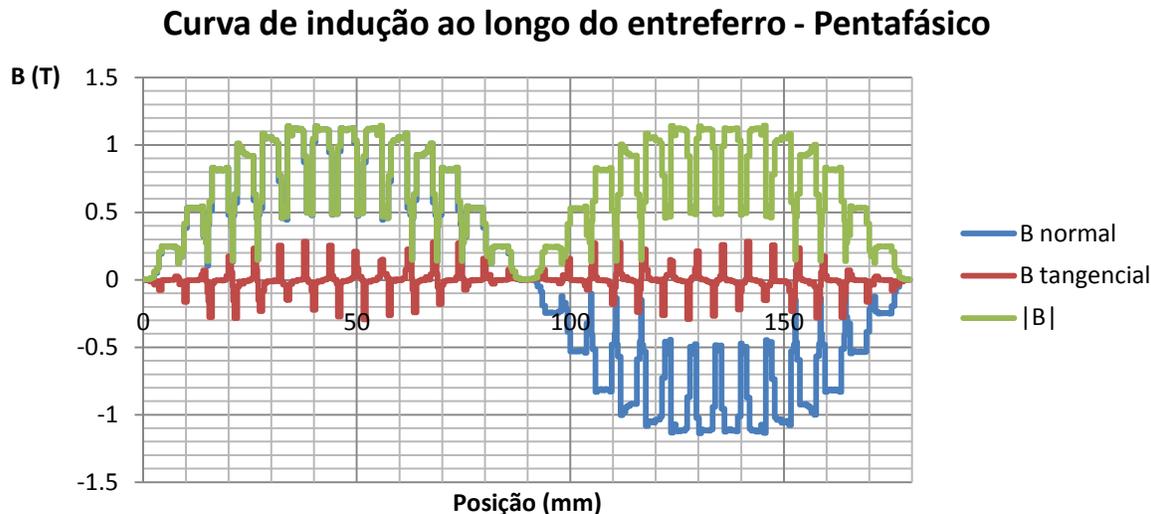


Figura 14 – Indução no entreferro ao longo do entreferro da máquina Trifásica com com máquina sob corrente nominal.

A Figura 15 foi construída com os dados na Tabela anexo A.9 mostra a indução máxima no entreferro com corrente senoidal para o motor trifásico, os valores de corrente são expressos em função da Corrente de Magnetização. A Figura 16 construída com os dados na Tabela anexo A.8 de forma semelhante ilustra a curva indução máxima para o motor pentafásico.

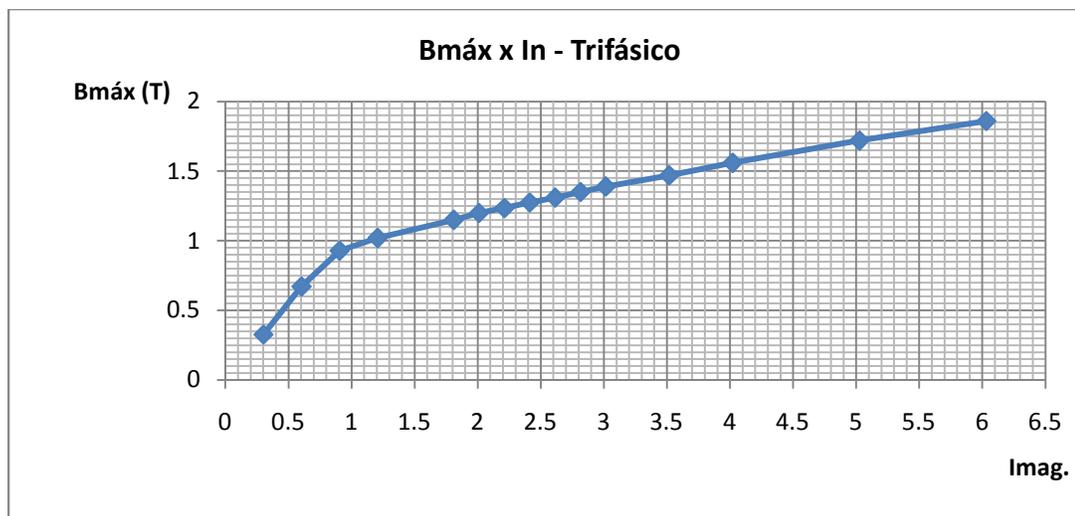


Figura 15 – Indução máxima no entreferro da máquina Trifásica sob diversas condições de corrente.

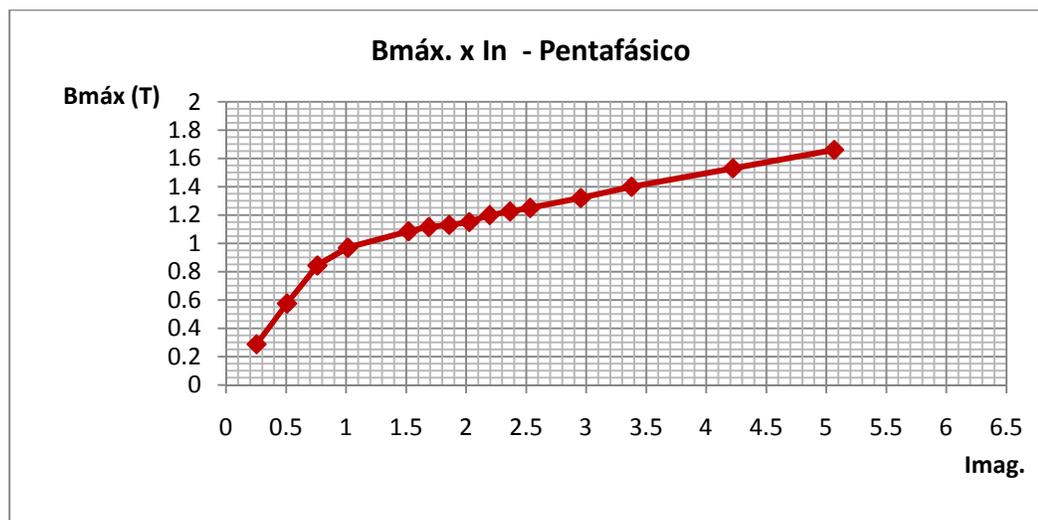


Figura 16 – Indução máxima no entreferro da máquina pentafásica sob diversas condições de corrente.

4.2 - DETERMINAÇÃO DAS INDUTÂNCIAS PRÓPRIAS E MÚTUAS

O objetivo da simulação por Elementos Finitos é a determinação dos parâmetros da máquina, como por exemplo as indutância próprias e mútuas de cada fase sob diversos regimes de correntes. Foram inicialmente estabelecidos 13 valores de correntes para cada máquina obtidos com base em múltiplos da corrente nominal do motor, mostrados na Tabela 5. Após a geração e a análise das curvas, simulações com outros valores de corrente precisaram ser efetuados conforme a necessidade.

0.3	x Inominal
0.6	x Inominal
0.9	x Inominal
1	x Inominal
1.1	x Inominal
1.2	x Inominal
1.3	x Inominal
1.4	x Inominal
1.5	x Inominal
1.75	x Inominal
2	x Inominal
2.5	x Inominal
3	x Inominal

Tabela 5 – Valores de correntes escolhidas para simulação de ambas as máquinas.

Os critérios escolhidos para esses valores foram considerando que abaixo da corrente nominal a corrente a saturação é pequena, portanto poucos pontos são necessários. Valores logo acima da corrente nominal foram escolhidos em maior quantidade pois estão próximos da região de funcionamento e já apresentam alguma saturação. Finalmente valores de corrente mais elevados onde há grande saturação do material ferromagnético e que podem ocorrer em transitórios na partida e em transitórios de operação.

Para a simulação do material foram inseridas as correntes escolhidas nas ranhuras de apenas uma das fases de cada máquina, respeitando o encurtamento de passo na máquinas pentafásica.

Para realizar os cálculos de indutância foram necessárias coletas de dados do fluxo de secções. Para a indutância própria da máquina trifásica foram coletados os fluxos nas 3 linhas que podem ser observadas na Figura 17 que compreendem o fluxo gerado pelas próprias bobinas de mesma fase.

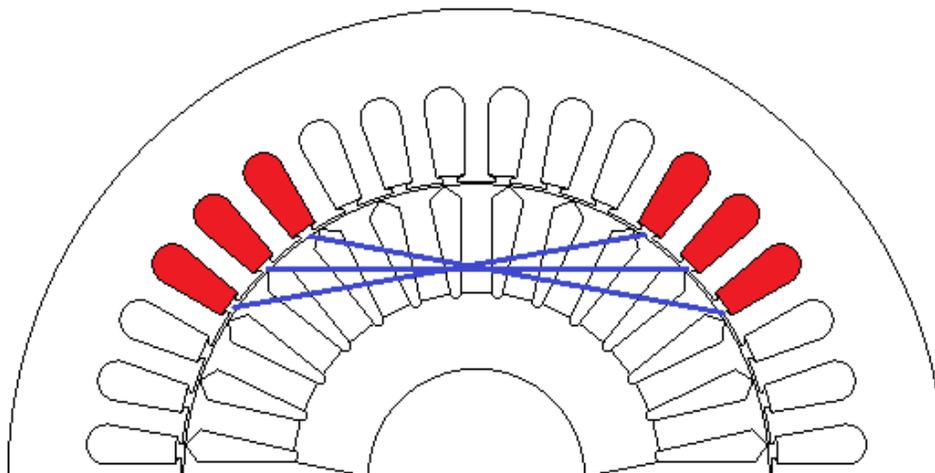


Figura 17 – Máquina trifásica com correntes de apenas uma fase e caminhos de coleta de fluxo para cálculo de indutância própria.

Para a máquina pentafásica, seis fluxos devem ser coletados devido ao fato de cada enrolamento possuir encurtamento de passo de três ranhuras. Para a indutância própria da máquina pentafásica foram coletados os fluxos nas 6 linhas que podem ser observadas na Figura 17 que compreendem o fluxo próprio gerado pelas bobinas de mesma fase.

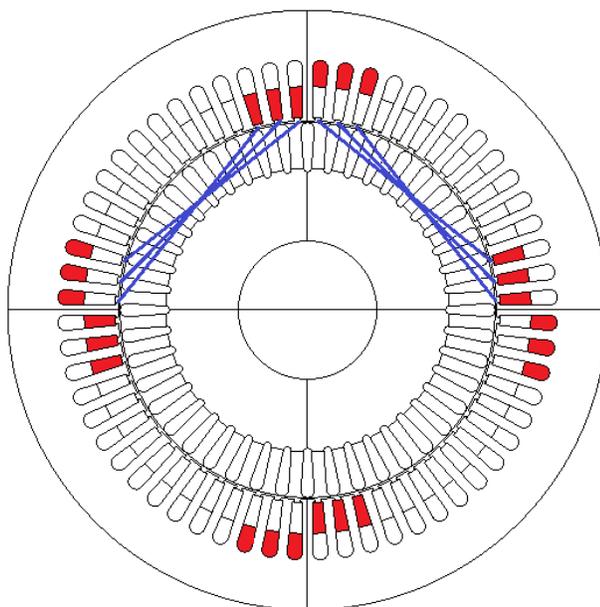


Figura 18 – Máquina pentafásica com correntes de apenas uma fase e caminhos de coleta de fluxo para cálculo de indutância própria.

Para a indutância mútua da máquina trifásica foram coletados os fluxos nas 3 linhas que podem ser observadas na Figura 19, que compreendem os fluxos gerados pelas bobinas de outra fase. Vale ressaltar que os fluxos mútuos da outra fase são iguais em módulo, de modo que estes não precisam ser determinados.

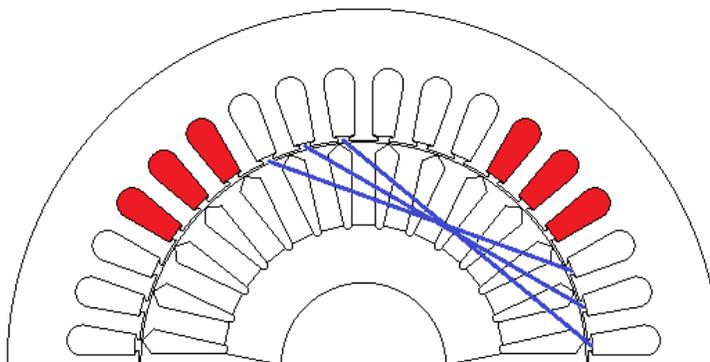


Figura 19 – Máquina trifásica com correntes de apenas uma fase e caminhos de coleta de fluxo para cálculo de indutância mútua.

Para o cálculo de indutância mútua do estator da máquina pentafásica, a coleta dos fluxos foi feita de forma análoga, ilustrada na Figura 20. Cabe ressaltar que existem 4 indutâncias mútuas na máquina pentafásica, porém, novamente existe uma simetria de forma com que apenas 2 precisam ser medidos, já que os outros serão iguais em módulo.

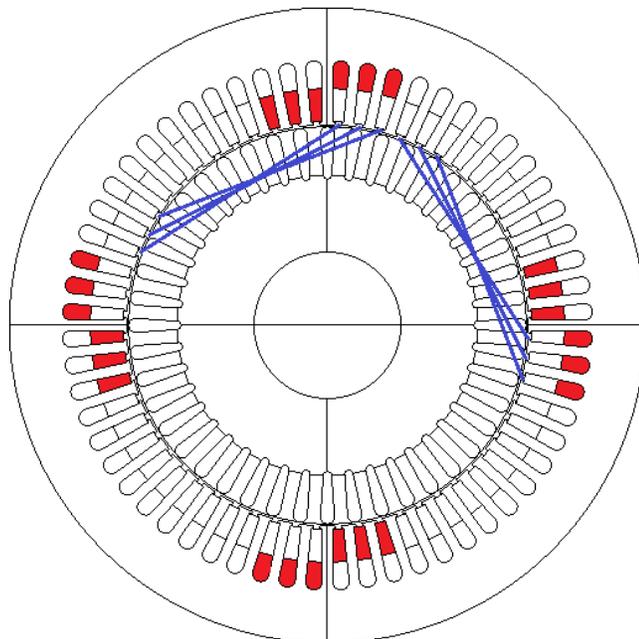


Figura 20 – Máquina pentafásica com correntes em apenas uma fase e caminhos de coleta de fluxo para cálculo de uma das indutâncias mútuas.

O valores de fluxo obtidos pelas simulações é utilizado da seguinte maneira em (23):

$$\Psi = \sum_{x=1}^w N \cdot \phi_n \quad (23)$$

Onde Ψ é o fluxo concatenado, N é o número de espiras, ϕ_n é o fluxo em cada bobina que pode ser próprio ou mútuo e w é o número de ranhuras por polo e fase por onde circulam correntes de mesma fase. Vale salientar que se o fluxo for dado em Wb/m, como foi o caso no software utilizado, o valor de fluxo deve ser multiplicado pelo comprimento axial da máquina.

Assim, para a máquina trifásica a equação do fluxo concatenado próprio e mútuo é representado por (24) e (25), respectivamente:

$$\Psi_{11} = N \cdot \phi_{1p} + N \cdot \phi_{2p} + N \cdot \phi_{3p} \quad (24)$$

$$\Psi_{12} = \Psi_{13} = N \cdot \phi_{1m} + N \cdot \phi_{2m} + N \cdot \phi_{3m} \quad (25)$$

A notação ϕ_{1p} indica o fluxo próprio na primeira bobina, a notação ϕ_{3m} indica o fluxo mútuo na terceira bobina, por exemplo. Como a máquina pentafásica possui passo encurtado, a equação do fluxo concatenado próprio e mútuo possui mais termos está representada por (26) e (27), respectivamente:

$$\Psi_{11} = N \cdot \phi_{1p} + N \cdot \phi_{2p} + N \cdot \phi_{3p} + N \cdot \phi_{4p} + N \cdot \phi_{5p} + N \cdot \phi_{6p} \quad (26)$$

$$\Psi_m = N \cdot \phi_{1m} + N \cdot \phi_{2m} + N \cdot \phi_{3m} + N \cdot \phi_{4m} + N \cdot \phi_{5m} + N \cdot \phi_{6m} \quad (27)$$

Para cada corrente da Tabela 3 foram calculadas as equações (24), (25), (26) e (27).

Para o cálculo das indutância utilizou-se a equação (28), onde N_r é o número de ramos:

$$L = \frac{\Psi}{I \cdot N_r} \quad (28)$$

As equações acima geraram a Tabela 4, vale observar que os valores de ϕ foram corrigidos pelo comprimento axial do pacote de chapas e pelo número de espiras N_e .

O resultado da indutância própria da máquina trifásica pode ser visto na Figura 21. Os valores de indutância são maiores para baixa saturação e passam a diminuir conforme o material ferromagnético começa a saturar. Ainda na Figura 21 pode-se verificar que foram coletados valores de fluxo na base da ranhura e no fundo da ranhura, com o intuito de avaliar o fluxo disperso na ranhura. Os valores de corrente estão representados em valores relativos a corrente nominal (I_n). A curva foi gerada com base em valores retirados da tabela A.1 e A.2

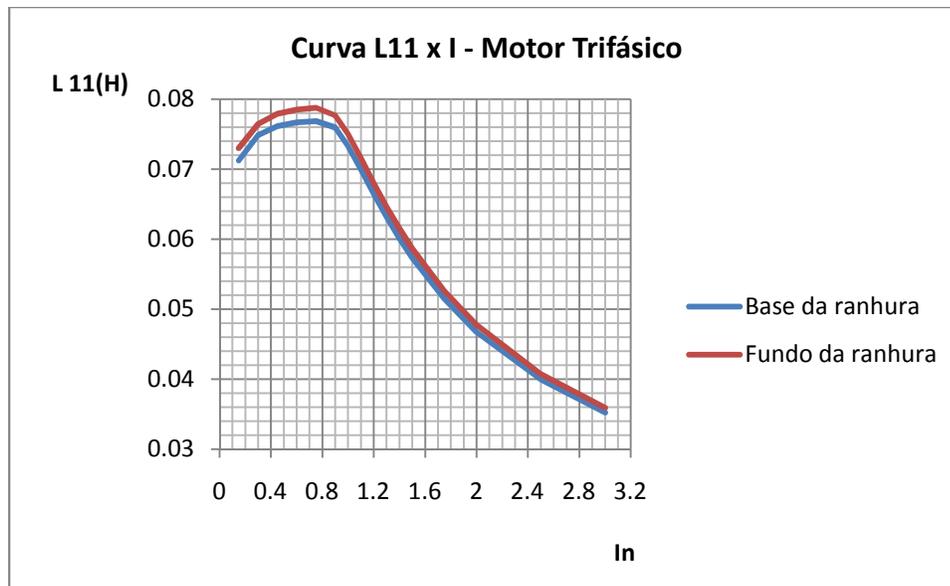


Figura 21 – Indutância Própria dos enrolamentos da máquina trifásica na base e no fundo da ranhura para diversas condições de corrente.

Na Figura 22 pode ser visto que o fluxo disperso na ranhura em Wb aumenta conforme a máquina entra na região de saturação.

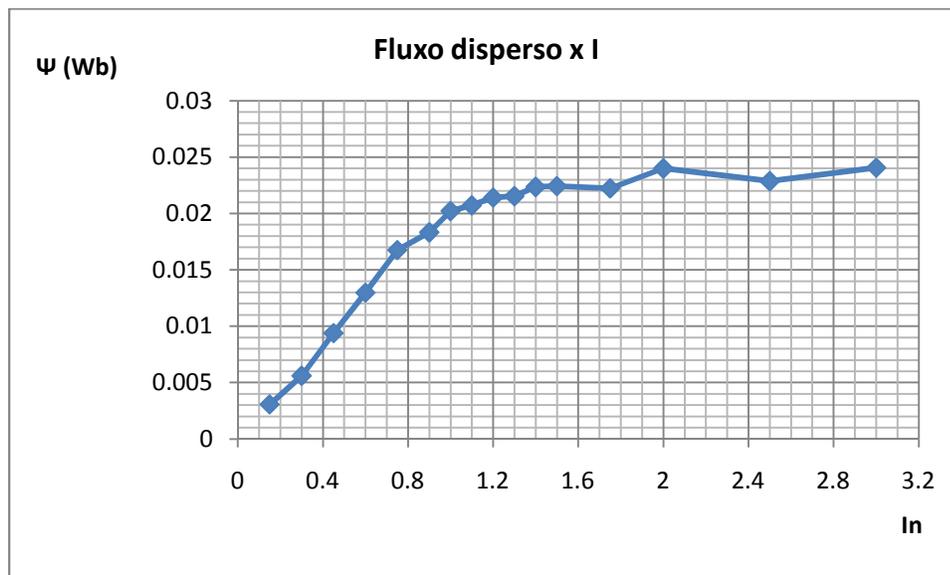


Figura 22 – Fluxo disperso na máquina trifásica para diversos valores de corrente.

Na Figura 23 pode ser vista a indutância mútua. Observa-se que os valores são por volta de 50% menores do que os da indutância própria, o que está de acordo com o esperado. A curva foi gerada com base em valores retirados da tabela A.3

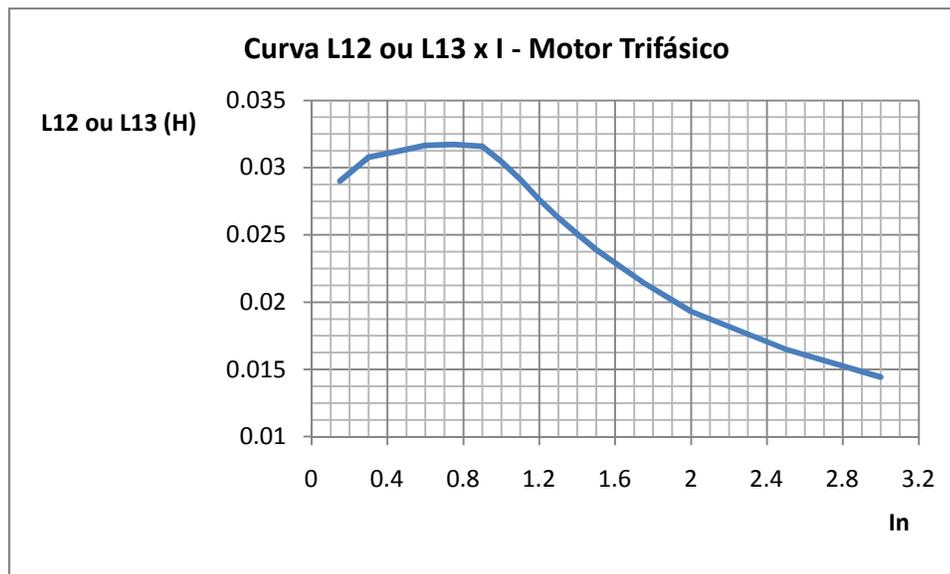


Figura 23 – Indutância mútua dos enrolamentos da máquina Trifásica para diversos valores de corrente.

A seguir estão apresentados os resultados obtidos para o motor pentafásico. Na Figura 24 as curvas de indutância própria do estator na base e no fundo da ranhura, a curva foi gerada com base em valores retirados da tabela nos anexos A.4 e A.5, na Figura 25 o fluxo disperso em função da corrente, cabe comentar que devido ao fato de o fluxo disperso ser a diferença entre as duas curvas com valores próximos, os valores não possuem uma precisão tão grande quanto os valores de indução por exemplo, isso explica o fato de a curva não ser tão suave como as outras.

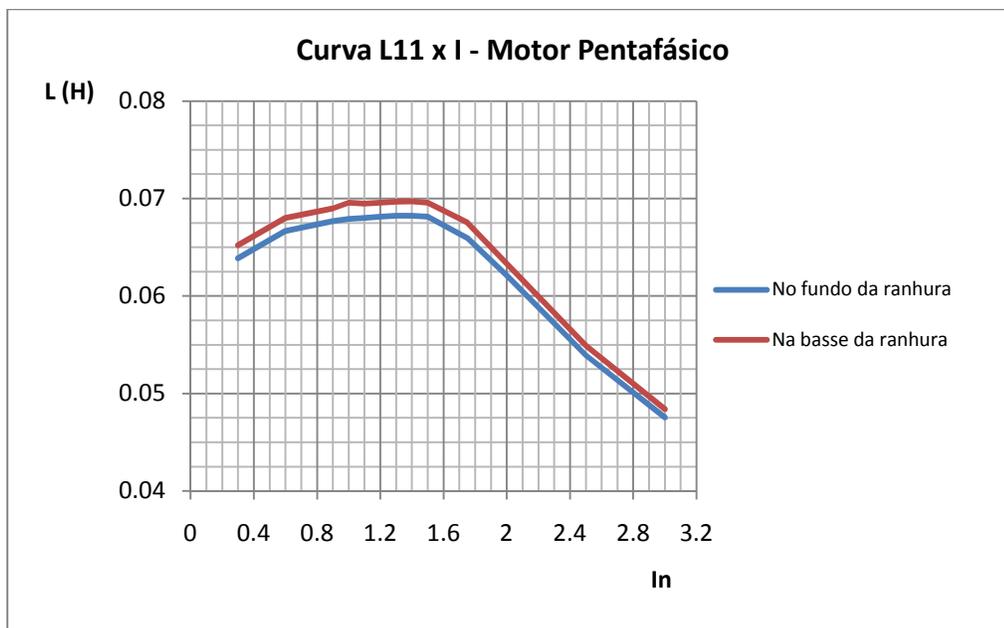


Figura 24 – Indutância Própria dos enrolamentos da máquina pentafásica na base e no fundo da ranhura para diversas condições de corrente.

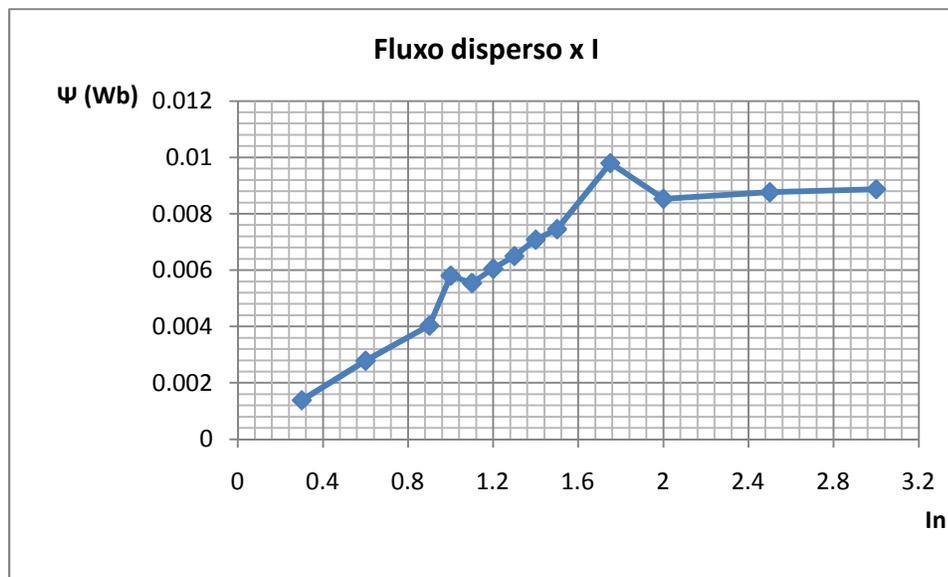


Figura 25– Dispersão do fluxo na ranhura da máquina pentafásica em função da corrente.

Na Figura 26 estão representados os 4 valores de indutância mútua para o estator da máquina pentafásica. Novamente, esses valores ficaram próximos de 31% e 81% da indutância

própria, como era esperado. A curva foi gerada com base em valores retirados da tabela nos anexos A.6 e A.7.

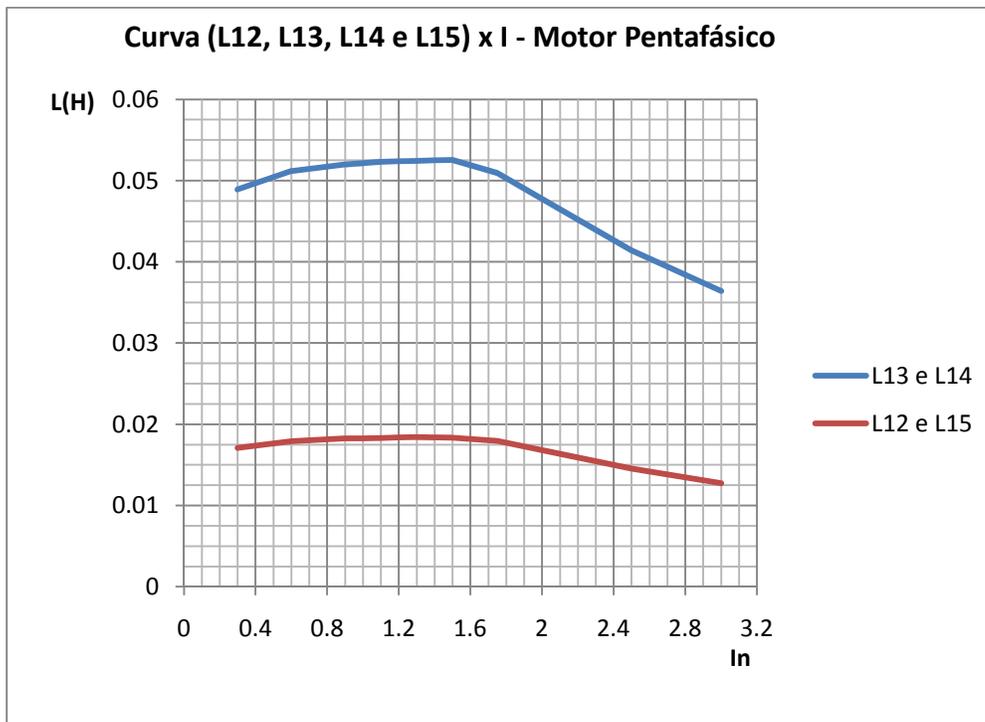


Figura 26 – Indutância Mútua dos enrolamentos da máquina pentafásica.

4.3 - INDUTÂNCIAS PRÓPRIAS DO ROTOR

Para a indutância do rotor foram inseridas correntes em duas barras vizinhas do rotor, cada uma em um sentido com mesmo módulo e então foram analisados os valores de fluxo nos dentes do rotor. Assim como em casos anteriores, os valores de fluxo são simétricos e deste modo apenas os valores de um dos polos da máquina precisam ser coletados, de forma que os outros são iguais em módulo. Os valores de densidade de corrente inseridos na ranhuras foram modulados de forma que gerassem um valor de indução máxima no entreferro entre uma faixa entre 0.3T e 1.6T. A Figura 27 ilustra o procedimento feito na máquina trifásica e a Figura 28 o da máquina pentafásica. Em ambas podem ser vistas as correntes nas ranhuras em vermelho e as linhas de fluxo geradas.

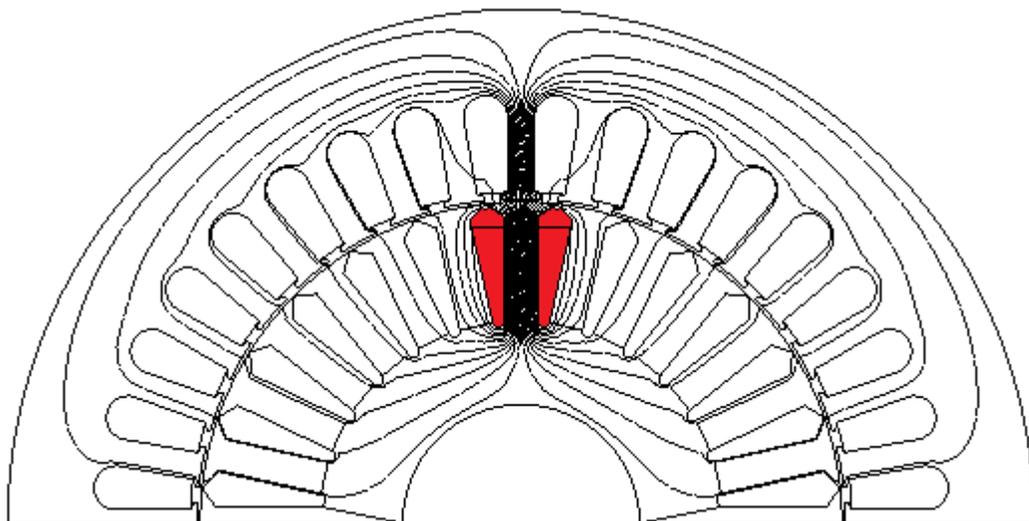


Figura 27 – Máquina trifásica com correntes no rotor para cálculo de indutância mútua entre rotor e estator.

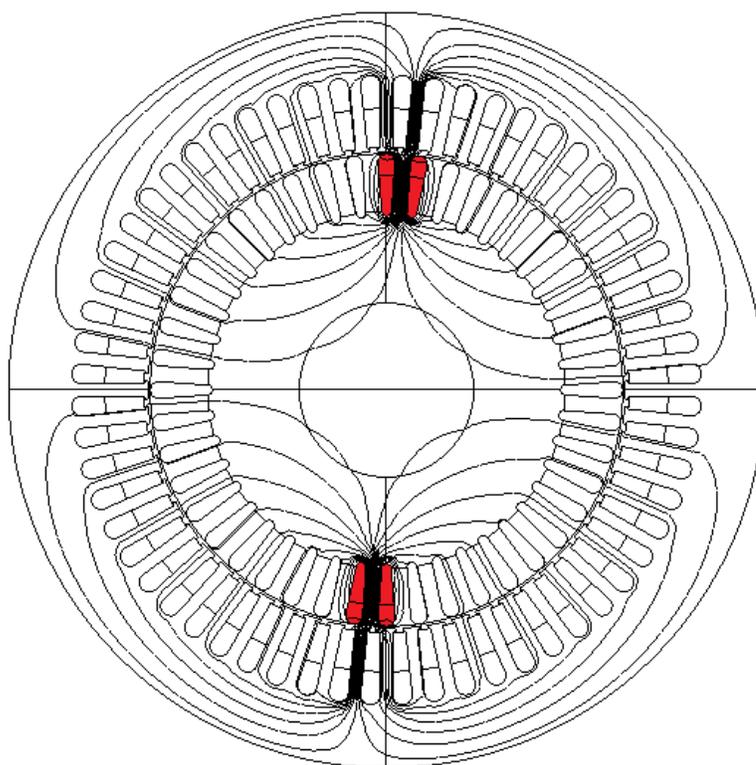


Figura 28 – Máquina pentafásica com correntes no rotor para cálculo de indutância mútua entre rotor e estator.

Em ambas as máquinas foram feitas análises para diversas condições de corrente, as Figuras 29 e 30 mostram a indutância própria do rotor calculada a partir do fluxo dos dentes do rotor. As condições de corrente para ambas os gráficos das Figuras 29 e 30 são de uma condição onde o fluxo do entreferro possui um valor próximo ao nominal. Não serão colocadas todas os valores para todas as correntes, já que estas podem ser geradas através dos valores retirados da tabela nos anexos A.10 e A.11 para o trifásico e A.12 e A.13 para o pentafásico. Nota-se que apenas o valor de indutância da ranhura que fica entre as correntes e as imediatamente ao seu lado possuem um valor significativamente diferente das que estão mais distantes da corrente. Ainda é possível notar que existe uma grande dispersão do topo para a base da ranhura.

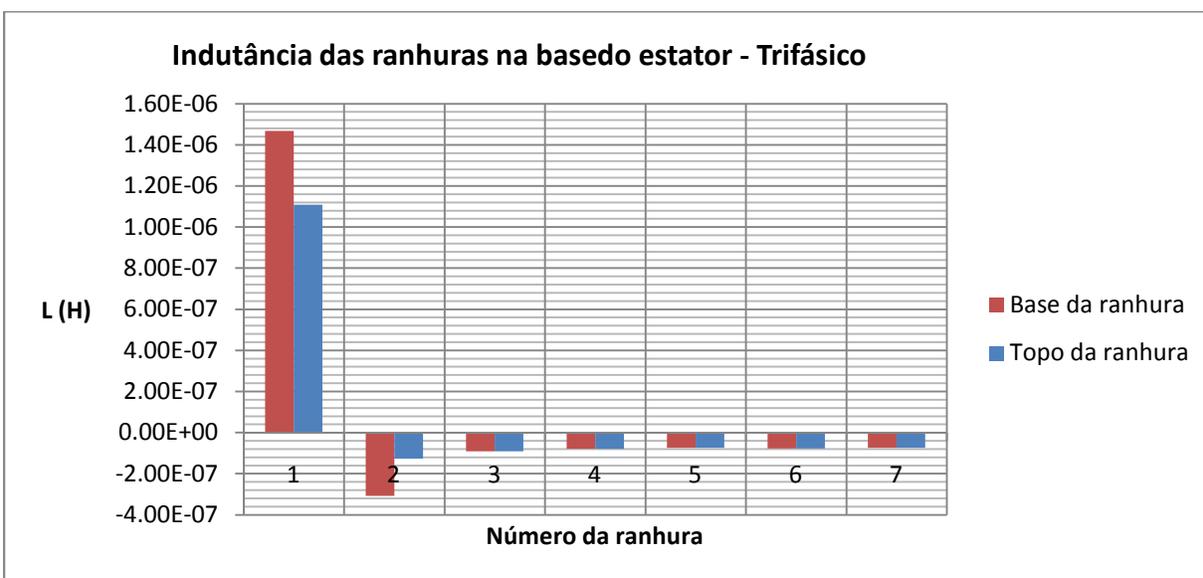


Figura 29 – Indutância Mútua dos enrolamentos da máquina pentafásica.

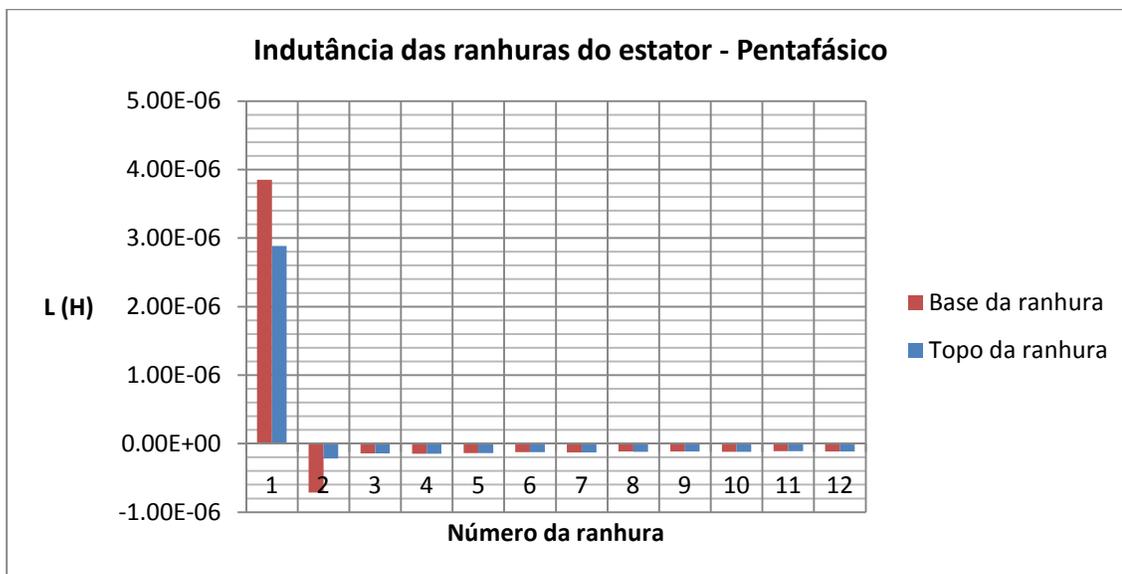


Figura 30 – Indutância Mútua dos enrolamentos da máquina pentafásica.

4.4 - INDUTÂNCIA MÚTUA ENTRE ROTOR E ESTATOR

Para o cálculo de indutância mútua entre o rotor e estator, foi inserida uma corrente no estator e medido o fluxo que passa no estator. Com esses valores de fluxo, foi feito o cálculo de indutâncias para cada ranhura do rotor. Posteriormente, a máquina foi redesenhada com o rotor rotacionado em meio passo de ranhura do rotor, inseriu-se então novamente a mesma corrente da máquina sem ser rotacionada. Esses valores ordenados de forma intercalada formam, para a máquina trifásica, um gráfico com a forma de onda que passa pelo entreferro ilustrada na Figura 31. A curva foi gerada com base em valores retirados da tabela nos anexos A.14 e A.15.

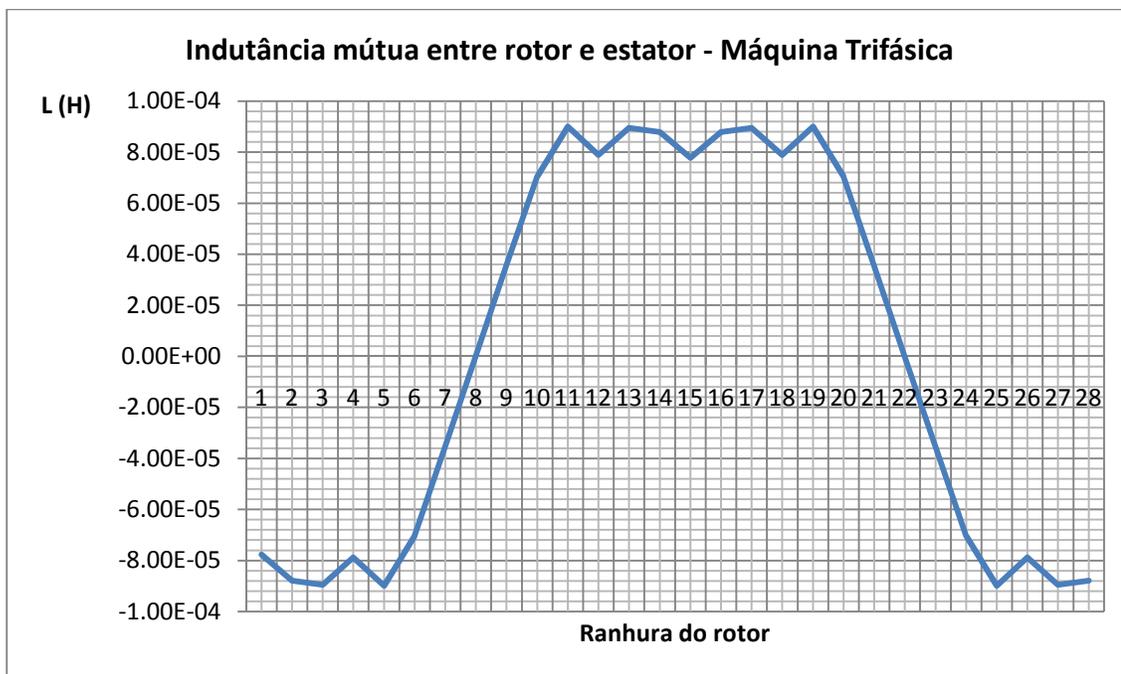


Figura 31 – Indutância Mútua do estator com rotor da máquina trifásica.

O procedimento descrito acima e ilustrado na Figura 30 foi repetido com diversos valores de corrente, tendo como parâmetro a indução no entreferro abrangendo valores entre 0,4T e 1,6T. Novamente, os outros casos podem ser plotados utilizando os dados retirados da tabela nos anexos A.16 e A.17. Com os valores plotados no gráfico da Figura 31, faz-se uma análise em Matlab para determinar-se qual o conteúdo harmônico da onda. Esses valores posteriormente serão utilizados no modelo matemático dos motores.

Idealmente, seriam feitas mais simulações com várias pequenas rotações do rotor, a fim de obter-se mais pontos e assim conseguir uma melhor precisão na análise harmônica. Como isso seria bastante trabalhoso utilizou-se o rotor em duas posições. Para o motor pentafásico, que possui mais ranhuras no rotor, o gráfico plotado na Figura 32 ficou naturalmente com mais pontos.

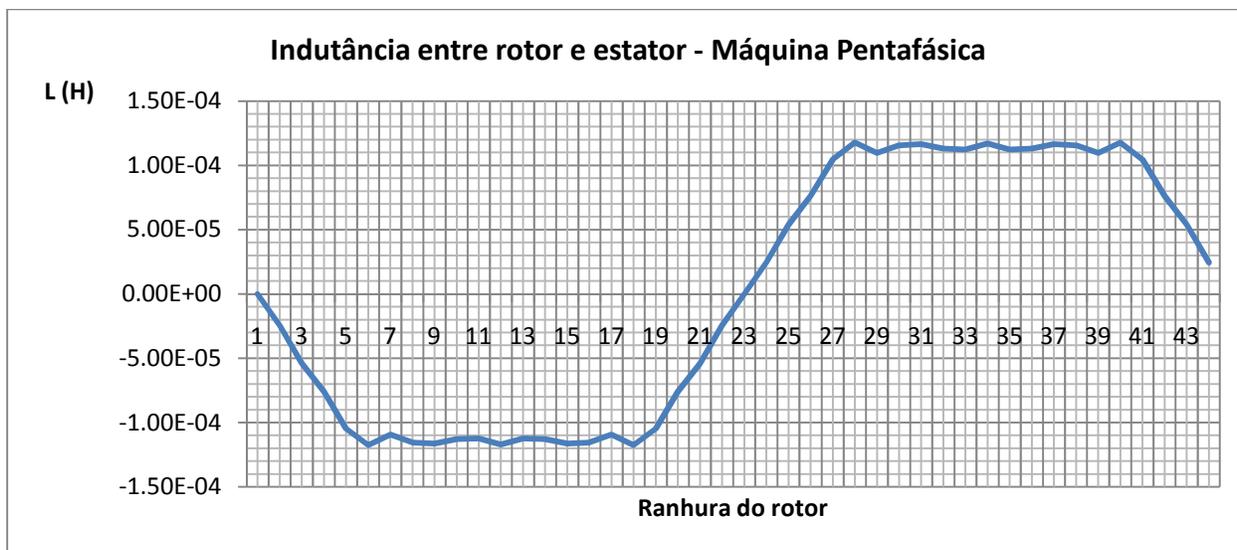


Figura 32 – Indutância Mútua do estator com rotor da máquina pentafásica.

O resultado de todos os parâmetros simulados para os dois motores foram comparados com valores estimados baseados em um modelo matemático que considera o projeto das máquinas. Essa comparação permitiu validar os dados que apresentaram valores próximos e reavaliar ou refazer cálculos e simulações onde eventuais discrepâncias ocorreram.

5 - MODELAGEM MATEMÁTICA DAS MÁQUINAS.

Com os resultados das simulações feitas no capítulo anterior é possível estabelecer o modelo matemático da máquina de indução. O modelo utilizado será um modelo onde é possível analisar-se o efeito do harmônico fundamental e o terceiro harmônico de maneira desacoplada, o modelo foi obtido em [8] [9]. A equação (30) é referente ao harmônico fundamental e a equação (31) é referente ao modelo de terceiro harmônico. [10] [13]

$$n = 1, \begin{cases} V = R_S \cdot I + j \cdot \omega \cdot L_1^S \cdot I + j \cdot \omega \cdot L_1^{SR} \cdot I'_r \\ 0 = \frac{R_1^r}{s} \cdot I_r + j \cdot \omega \cdot L_1^r \cdot I'_r + j \cdot \omega \cdot L_1^{SR} \cdot I \end{cases} \quad (29)$$

$$n = 3, \begin{cases} V_3 = R_S \cdot I_3 + j \cdot \omega_3 \cdot L_3^S \cdot I_3 + j \cdot \omega_3 \cdot L_3^{SR} \cdot I'_{r3} \\ 0 = \frac{R_3^r}{s} \cdot I_{r3} + j \cdot \omega_3 \cdot L_3^r \cdot I'_{r3} + j \cdot \omega_3 \cdot L_3^{SR} \cdot I_3 \end{cases}, \quad \omega_3 = 3\omega \quad (30)$$

Nas equações (29) e (30), R_S é definido como a resistência do estator, ω a velocidade angular elétrica da máquina, L_1^S e L_3^S são as indutâncias do estator para o modelo de primeiro e terceiro harmônico, I e I_3 são as correntes do estator, L_1^{SR} e L_3^{SR} são as indutâncias mútuas entre estator e rotor para o modelo de primeiro e terceiro harmônico, I'_r e I'_{r3} são as correntes do rotor, s é o escorregamento, R_1^r e R_3^r são as resistências do rotor, L_1^r e L_3^r são as indutâncias do rotor e finalmente V e V_3 correspondem as tensões para o primeiro e terceiro harmônico.

Os valores de corrente que de fato circula no rotor são I_r e I_{r3} , e não I'_r e I'_{r3} , portanto, os valores de corrente do rotor encontrados pelas equações (29) e (30) devem ser corrigidos de acordo com (31) e (32). A referência [13] aborda as transformações utilizadas no modelo em maior profundidade.

$$I_r = I'_r \cdot \sqrt{\frac{m}{N}} \quad (31)$$

$$I_{r3} = I'_{r3} \cdot \sqrt{\frac{m}{N}} \quad (32)$$

Com o modelo dado, o próximo passo é determinar os parâmetros de (29) e (30) para as duas máquinas.

Os valores de V de (29) para ambas as máquinas correspondem a tensão de fase que é 220V para o caso sem harmônicos. Para a máquina pentafásica, há ainda a tensão V_3 que é a amplitude da tensão de terceiro harmônico que foi determinado como 13% da tensão nominal da máquina, ou seja, 28,6V.

Ainda para as equações (29) e (30), s corresponde ao escorregamento da máquina, m o número de fases, I e I_3 correspondem as correntes fundamental e de terceiro harmônico do

estator, I_r e I_{r3} correspondem as correntes fundamental e de terceiro harmônico do rotor e finalmente, ω e ω_3 são as velocidades angulares de primeiro e terceiro harmônico. Os outros parâmetros serão descritos em maiores detalhes no capítulo 5.1.

5.1 - CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO MOTOR TRIFÁSICO

Iniciando pelo motor trifásico, onde apenas a equação (29) deve ser resolvida em função de não haver terceiro harmônico no modelo trifásico, a equação (33) e (34) mostram os cálculos da resistência do estator R_s baseado na referência [7].

$$R_s = \frac{N_r}{2.m} \cdot N_e \cdot \rho \cdot \frac{l_s}{S_{CS}}, \quad l_s = 2 \cdot \left(l + \tau_p \cdot \frac{Y_b}{Q} \cdot F_{CB} \right) \quad (33)$$

$$R_s = \frac{N_r}{2.m} \cdot N_e \cdot \rho \cdot \frac{2 \cdot \left(l + \tau_p \cdot \frac{Y_b}{Q} \cdot F_{CB} \right)}{S_{CS}} =$$

$$R_s = \frac{36}{6} \cdot 45.1,36 \cdot \left[17 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{2 \cdot \left(0,14 + \frac{\pi \cdot 0,575 \cdot 9}{2} \cdot 1,5 \right)}{\pi \cdot (0,04^2 + 0,0425^2)} \right] = 0,803514 \, \Omega \quad (34)$$

Onde m é o número de fases, ρ a resistividade do material condutor, l é o comprimento axial, Y_b é a distância em ranhuras entre dois lados de bobinas, Q é o número de ranhuras sob um polo, τ_p é o passo polar, F_{CB} um fator multiplicativo que para o caso de uma máquina de 4 polos é 1,5, e S_{CS} que é a área da seção de uma espira.

Os valores das simulações utilizados nos cálculos a seguir são para uma condição de indução no entreferro de 0.8T em todos os casos para ambas as máquinas, pois corresponde ao valor onde as máquinas operam quando sob condições nominais. O cálculo de L_1^S é a indutância do estator, dado pela equação (35),

$$L_1^S = L_{11} + 2 \cdot L_{12} \cdot \cos \left(2 \cdot \frac{\pi}{3} \right) =$$

$$= 0.0632014 + 2 \cdot (-0,0262613) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi i}{3}\right) = 0.0895 \text{ mH} \quad (35)$$

O valor de L_1^{SR} que é a indutância mútua entre o estator e o rotor é obtida como o valor da amplitude de primeiro harmônico dos valores obtidos no item (indutância mútua), que foi calculado no Matlab utilizando-se valores da Tabela A14 e A15 no Anexo. Para as indutâncias mútuas deve ser encontrado ainda o valor do Fator de Inclinação das ranhuras do rotor dado pela expressão (36) obtido em [6], onde γ_i é a inclinação em graus elétricos que é calculado a partir de dado da Tabela 2, n é o harmônico para qual se está calculando, para a máquina trifásica o cálculo está demonstrado em (37).

$$K_{in} = \frac{\text{sen}\left(\frac{n \cdot \gamma_i}{2}\right)}{\left(\frac{n \cdot \gamma_i}{2}\right)} \quad (36)$$

$$K_{1in} = \frac{\text{sen}\left(\frac{0.35149}{2}\right)}{\left(\frac{0.35149}{2}\right)} = 0.9948 \quad (37)$$

Para a máquina trifásica o valor de L_1^{SR} está expresso em (38).

$$L_1^{SR} = L_1^{SR} \cdot K_{in} = 332,1 \cdot 10^{-6} \cdot 0,9948 = 330,37 \mu\text{H} \quad (38)$$

O cálculo de R_1^r , que o valor de resistência do rotor transformado é mostrado em (39), onde R_a é o valor de resistência de um arco anel e R_b é o valor de resistência de uma barra.

$$R_1^r = \frac{(2 \cdot R_a + 4 \cdot R_b \cdot \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{14}\right))}{2} = \frac{(2 \cdot 1,12 \mu + 4 \cdot 45,84 \mu \cdot \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{14}\right))}{2} = 7.86 \mu\Omega \quad (39)$$

O próximo valor a ser calculado é L_1^r que é a indutância do rotor, que está mostrado em (40) e (41), cujos valores são:

$$L_1^r = 2.L_a^{r\delta} + 4.L_b^{r\delta} \cdot \text{sen}^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \frac{N}{N-1} \cdot L_1^r \quad (40)$$

$$L_1^r = 2,2,7 \cdot 10^{-9} + 4 \cdot 426 \cdot 10^{-9} \cdot \text{sen}^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \frac{14}{14-1} \cdot 1,109 \cdot 10^{-6} = 1,28 \mu H \quad (41)$$

Sendo que os valores de N correspondem a metade do número de ranhuras do rotor. Pode-se substituir os valores de (29), com $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 60$, chegando na equação (42).

$$n = 1, \begin{cases} 220 = (0,8035 + j \cdot 33,74) \cdot I + (j \cdot 0,12519) I'_r \\ 0 = (j \cdot 0,12519) \cdot I + \left(\frac{7,86\mu}{s} + j \cdot 482,55\mu\right) I'_r \end{cases} \quad (42)$$

Com a Equação (42) montada, basta resolver-se o sistema variando-se o valor do escorregamento de 0 a 1, para saber-se o valor de I'_r do rotor e I no estator para cada escorregamento s .

As equações utilizadas no presente capítulo foram obtidas em [13].

5.2 - CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO MOTOR PENTAFÁSICO

A obtenção dos parâmetros da máquina pentafásica é semelhante ao da determinação da máquina trifásica, apenas alguns parâmetros a mais devem ser calculados em função da máquina possuir modelagem para terceiro harmônico.

Os valores para a resistência do estator R_s do pentafásico pode ser visualizado nas equações (43), (44) e (45).

$$R_s = \frac{N_{ranhuras}}{m} \cdot Ne \cdot \rho \cdot \frac{l_s}{S_{CS}}, \quad l_s = 2 \cdot \left(l + \tau_p \cdot \frac{Y_b}{Q} \cdot F_{CB} \right) \quad (43)$$

$$R_s = 2 \cdot \frac{N_{ranhuras}}{m} \cdot Ne \cdot \rho \cdot \frac{2 \cdot (l + \tau_P \cdot \frac{Y_b}{Q} \cdot F_{CB})}{s_{CS}} = \quad (44)$$

$$= 2 \cdot \frac{60}{5} \cdot 11 \cdot \left[17 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{2 \cdot (0,14 + \frac{\pi \cdot 0,0575 \cdot 12}{2 \cdot 15} \cdot 1,5)}{\pi \cdot 3 \cdot (0,0003505^2)} \right] = 1,30458 \, \Omega \quad (45)$$

Os valores de L_1^S e L_3^S correspondem as indutâncias do estator e estão demonstrados em (46), (47) e (48), (49), respectivamente.

$$L_1^S = L_{11} + 2 \cdot L_{12} \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi i}{5}\right) + 2 \cdot L_{13} \cdot \cos\left(4 \cdot \frac{\pi i}{5}\right) \quad (46)$$

$$L_1^S = 0,062 + 2 \cdot 0,017 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi i}{5}\right) + 2 \cdot -0,0477 \cdot \cos\left(4 \cdot \frac{\pi i}{5}\right) = 0,150 \, H \quad (47)$$

$$L_3^S = L_{11} + 2 \cdot L_{12} \cdot \cos\left(4 \cdot \frac{\pi i}{5}\right) + 2 \cdot L_{13} \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi i}{5}\right) \quad (48)$$

$$L_3^S = 0,062 + 2 \cdot 0,017 \cdot \cos\left(4 \cdot \frac{\pi i}{5}\right) + 2 \cdot 0,0477 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi i}{5}\right) = 0,00534 \, H \quad (49)$$

O valor L_1^{SR} e L_3^{SR} foram obtidos das magnitudes da primeira e terceira harmônica análise feita em Matlab descrita no capítulo de simulação das indutância mútuas entre rotor e estator. O Fator de Inclinação para a máquina pentafásica é calculado em (50) para o primeiro harmônico e (51) para o terceiro harmônico.

$$K_{in} = \frac{\text{sen}\left(\frac{n \cdot \gamma_i}{2}\right)}{\left(\frac{n \cdot \gamma_i}{2}\right)} = \frac{\text{sen}\left(\frac{0,35149}{2}\right)}{\left(\frac{0,35149}{2}\right)} = 0,9948 \quad (50)$$

$$K_{3in} = \frac{\text{sen}\left(\frac{3 \cdot 0,35149}{2}\right)}{\left(\frac{3 \cdot 0,35149}{2}\right)} = 0,9543 \quad (51)$$

Os valores de L_1^{SR} e L_3^{SR} obtidos seguem em (52) e (53).

$$L_1^{SR} = L_1^{SR} \cdot K_{1in} = 718 \cdot 10^{-6} \cdot 0,9948 = 714,56 \mu H \quad (52)$$

$$L_3^{SR} = L_3^{SR} \cdot K_{3in} = -140,6 \cdot 10^{-6} \cdot 0,9532 = -134,02 \mu H \quad (53)$$

As equações para o cálculo dos valores de R_1^r e R_3^r correspondentes as resistências do rotor e estator estão representadas por (54), (55) e (56), (57), respectivamente.

$$R_1^r \cdot 2 \cdot \left(2 \cdot R_a + 4 \cdot R_b \cdot \text{sen}^2 \left(\frac{\pi}{22} \right) \right) = \quad (54)$$

$$= 2 \cdot \left(2 \cdot 0,71 \cdot 10^{-6} + 4 \cdot 83,4 \cdot 10^{-6} \cdot \text{sen}^2 \left(\frac{\pi}{22} \right) \right) = 22,7 \mu \Omega \quad (55)$$

$$R_3^r = 2 \cdot \left(2 \cdot R_a + 4 \cdot R_b \cdot \text{sen}^2 \left(\frac{3\pi}{22} \right) \right) = \quad (56)$$

$$= 2 \cdot \left(2 \cdot 0,71 \cdot 10^{-6} + 4 \cdot 83,4 \cdot 10^{-6} \cdot \text{sen}^2 \left(\frac{3\pi}{22} \right) \right) = 164 \mu \Omega \quad (57)$$

O valor das indutâncias L_1^r e L_3^r que correspondem as indutâncias do rotor para o primeiro e terceiro harmônico da máquina pentafásica estão representados em (58), (59) e (60) (61), respectivamente.

$$L_1^r = 2 \cdot L_a^{\delta} + 4 \cdot L_b^{\delta} \cdot \text{sen}^2 \left(\frac{\gamma}{2} \right) + \frac{14}{14-1} \cdot L_1^r \quad (58)$$

$$L_1^r = 2 \cdot 2,69 \cdot 10^{-9} + 4 \cdot 378 \cdot 10^{-9} \cdot \text{sen}^2 \left(\frac{0,1428}{2} \right) + \frac{14}{14-1} \cdot 1,10 \mu = 3,06 \mu H \quad (59)$$

$$L_3^r = 2 \cdot L_a^{\delta} + 4 \cdot L_b^{\delta} \cdot \text{sen}^2 \left(3 \cdot \frac{\gamma}{2} \right) + \frac{14}{14-1} \cdot L_3^r \quad (60)$$

$$L_3^r = 2 \cdot 2,69 \cdot 10^{-9} + 4 \cdot 378 \cdot 10^{-9} \cdot \text{sen}^2 \left(\frac{3 \cdot 0,1428}{2} \right) + \frac{14}{14-1} \cdot 1,10 \cdot 10^{-6} = 3,29 \mu H \quad (61)$$

Com todos os parâmetros determinados, tem-se as a equação (58) para o primeiro harmônico e a equação (59) para o terceiro harmônico, escolheu-se um valor para a tensão de 13% da fundamental para a tensão V_3 , que resultou em 28,6V. Com um incremento do terceiro harmônico é possível aumentar-se a fundamental para manter o mesmo nível de saturação da máquina. Assim, utilizou-se 220V quando a análise não considerou inserção de harmônicos de terceira ordem e 220V com incremento de 13% resultando em 248,6V para o caso onde foram inseridos correntes de terceiro harmônico, na equação (63) está foi colocado o valor de 220V para tensão da fundamental. Novamente, basta resolver-se o sistema com s variando de 0 a 1, com $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 60$ e $\omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot 180$, para obter-se os valores de I e I_r . Um exemplo de rotina para o cálculo de (62) e (63) está demonstrado no anexo A.19.

$$n = 1, \begin{cases} 220 = (1,3045 + j \cdot 56,48) \cdot I + (j \cdot 0,270793) I'_r \\ 0 = (j \cdot 0,270793) \cdot I + \left(\frac{22,7 \cdot 10^{-6}}{s} + j \cdot 1,153 \cdot 10^{-3} \right) I'_r \end{cases} \quad (62)$$

$$n = 3, \begin{cases} 28,6 = (1,304 + j \cdot 6,03) \cdot I_3 - (j \cdot 0,159015) I'_{r3} \\ 0 = -(j \cdot 0,159015) \cdot I_3 + \left(\frac{164 \cdot 10^{-6}}{s} + j \cdot 3,72 \cdot 10^{-3} \right) I'_{r3} \end{cases} \quad (63)$$

Vale ressaltar que a dedução formal dos modelo utilizado está na referência [13], de forma que o cálculo dos parâmetros neste capítulo foram feitos para acomodar no modelo que resultou nas equações (42) para o trifásico e (62) e (63) para o pentafásico.

5.3 - RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DE MODELO MATEMÁTICO.

Com os valores de corrente I , I_r e I_{r3} calculados para os respectivos modelos desenvolvidos é possível determinar-se outros valores como a Potência de entrada (P_{in}), que é definida na equação (64), e a potência mecânica (P_{mec}) definida em (65).

$$P_{in} = m \cdot |V| \cdot |I| \cdot \cos(\emptyset) \quad (64)$$

$$P_{mec} = N \cdot I_r^2 \cdot \frac{(1-s)}{s} \cdot R_1^r \quad (65)$$

Observa-se que é necessário utilizar-se os valores I_r e I_{r3} calculados nas equações (31) e (32). Com a potência mecânica definida pode-se determinar o torque através de (66), onde ω_{mec} corresponde a velocidade mecânica do rotor da máquina.

$$T = \frac{P_{mec}}{\omega_{mec}} \quad (66)$$

Inicialmente serão mostrados os gráficos comparativos entre a máquina trifásica e a máquina pentafásica sem a injeção de harmônicos de terceira frequência. Serão apresentados gráficos de corrente do estator, potência de entrada, potência mecânica e torque, sempre em relação velocidade síncrona.

Na Figura 33 está apresentado o gráfico da corrente do estator normalizada pela corrente nominal para ambas as máquinas. Na Figura 34 está apresentado o gráfico da potência fornecida às máquinas. Na Figura 35 está apresentada a potência mecânica das máquinas e na Figura 36 está apresentado o Torque das máquinas.

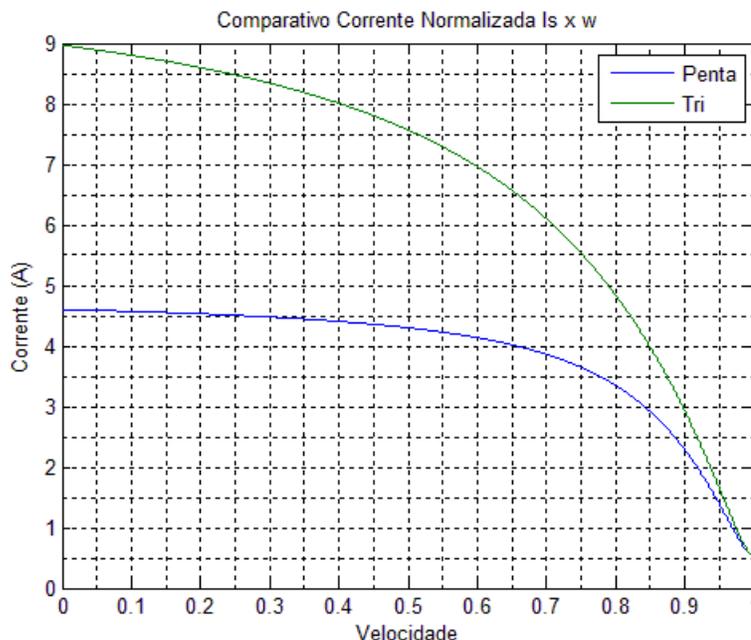


Figura 33 – Comparativo entre correntes do estator sem 3º harmônico.

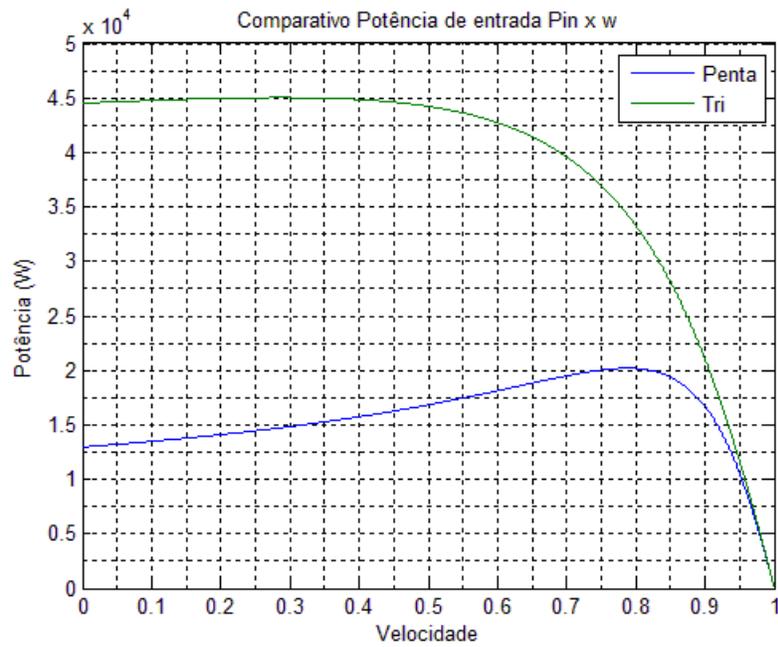


Figura 34 – Comparativo entre potência fornecida sem 3º harmônico.

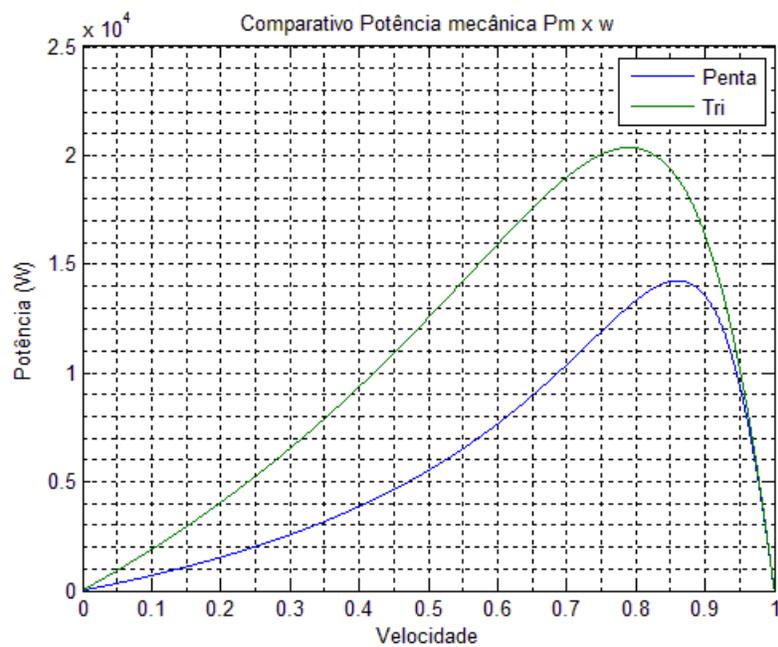


Figura 35 – Comparativo entre potência mecânica sem 3º harmônico.

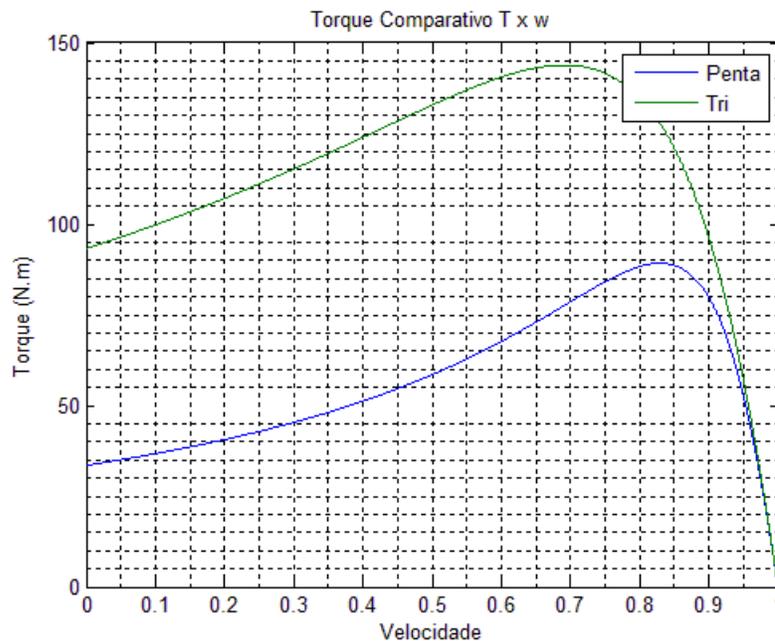


Figura 36 – Comparativo entre torque sem 3º harmônico.

Nota-se que nas Figuras 33 a 36 há uma grande diferença para altos valores de escorregamento entre as duas máquinas. Isto se deve ao fato de que para região de mais alto escorregamento a influência do fluxo de dispersão ter maior importância, cujo valor foi levado em conta de forma aproximada nos cálculos, gerando um grande erro para essa região. Os valores próximos a região de operação da máquina, porém, não são significativamente influenciados por essas dispersões de forma que para essa região os valores encontrados foram bastante próximos das estimativas.

Notou-se que para pequenas variações dos valores dos parâmetros calculados, grandes variações foram obtidas nas simulações especialmente para altos escorregamentos. Para efeito de ilustração plotou-se a Figura 37, que é a mesma simulação feita na Figura 36, mas com uma variação de 3,7% na indutância entre rotor e estator L_1^{SR} do motor trifásico e sem alterações para o pentafásico. Comparando a Figura 36 com a Figura 37 pode ser visto que o torque trifásico que era bastante superior ao pentafásico para altos escorregamentos no primeiro caso, e passou a ser bem menor no segundo caso, apenas com uma variação de menos de 4% em um dos parâmetros.

Nota-se ainda nesta comparação, que para os valores de baixo escorregamento a diferença entre o desempenho das máquinas não é significativo. Isso mostra que o modelo deve ser considerado apenas para baixos escorregamentos.

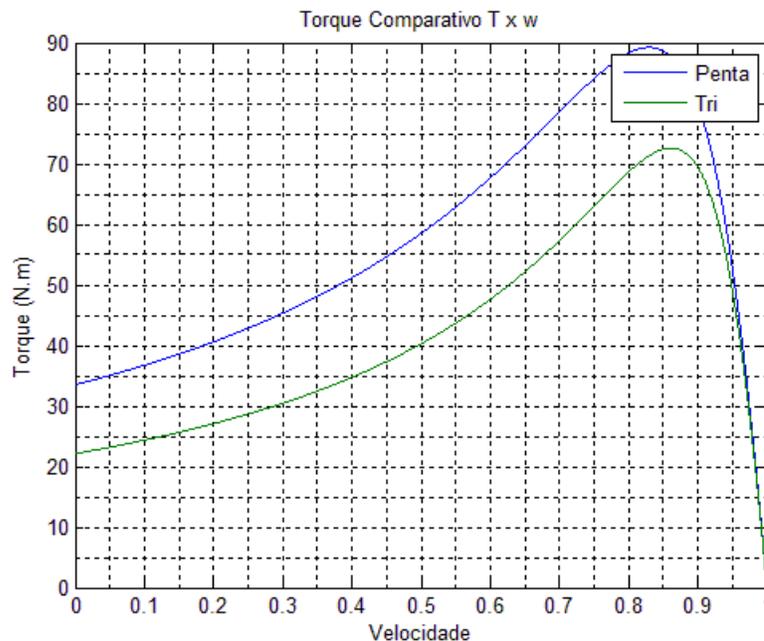


Figura 37 – Imagem semelhante a Figura 35 porém com um dos parâmetros da máquina trifásica alterado.

Nas Figuras 38, 39, 40, 41 serão mostradas as comparações entre corrente do estator, potência de entrada, potência mecânica e torque, respectivamente, para a máquina trifásica e a máquina pentafásica com inserção de harmônica de corrente de terceira ordem. A amplitude da harmônica de terceira ordem é de 13%, dessa forma, a fundamental também teve um incremento de 13% conforme comentado no Capítulo 3.3.

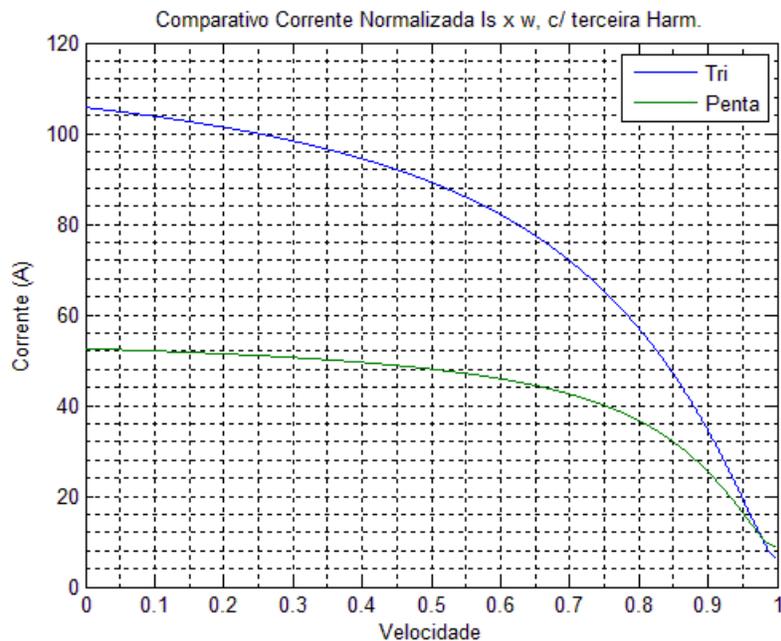


Figura 38 – Comparativo entre correntes dos motores trifásico e pentafásico com 3° harmônico.

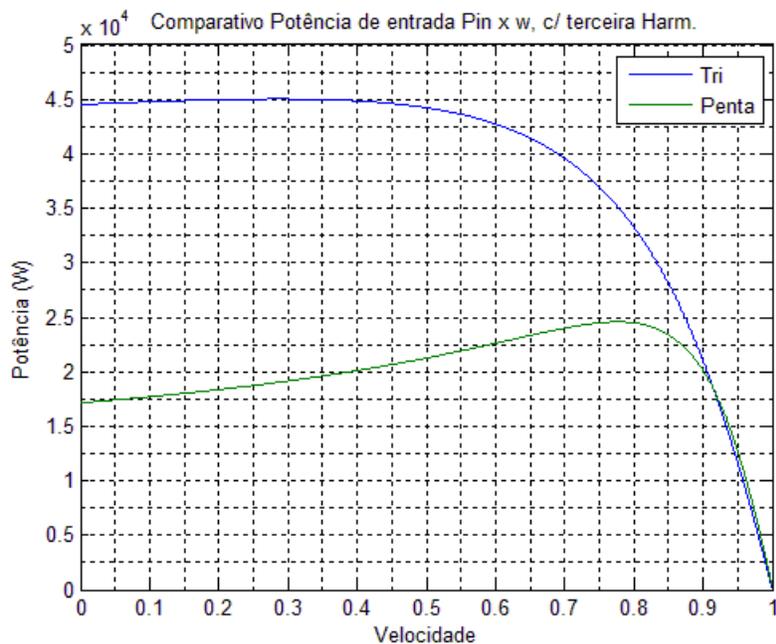


Figura 39 – Comparativo entre potência de entrada dos motores trifásico e pentafásico com 3° harmônico.

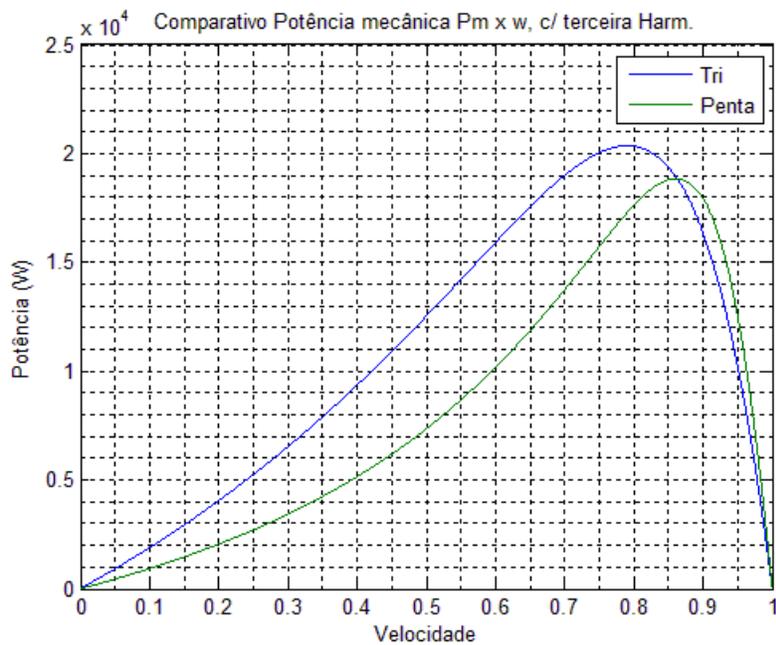


Figura 40 – Comparativo entre Potência Mecânica dos motores trifásico e pentafásico com 3° harmônico.

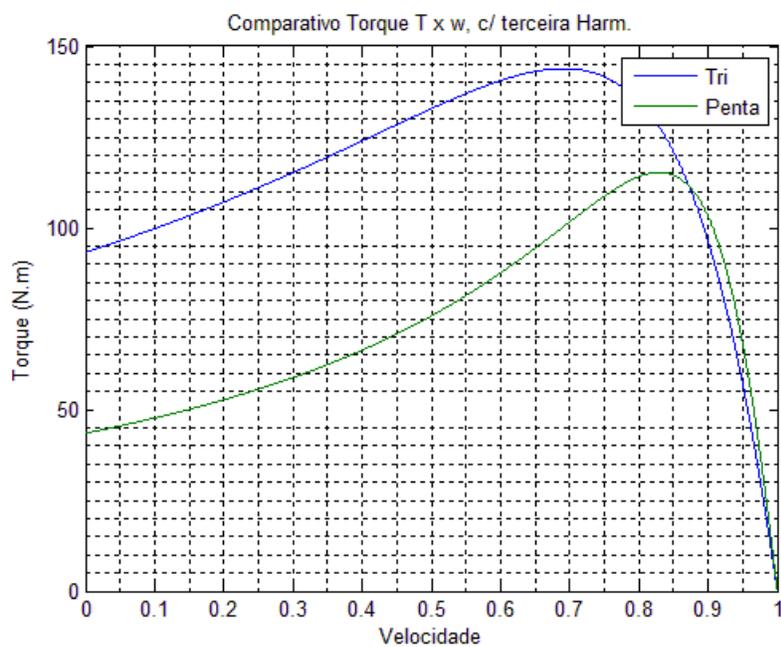


Figura 41 – Comparativo entre torque dos motores trifásico e pentafásico com 3° harmônico.

É possível perceber que para a região de baixo escorregamento, os valores de corrente, potência e torque passaram a ter um valores acima da trifásica. Isso se deve claramente ao incremento dos valores das correntes fundamental e de terceiro harmônico. Apresentadas as curvas, será feita uma análise mais cuidadosa com os valores de torque obtidos na região de baixo escorregamento. O método utilizado será comparar o torque de ambas as máquinas para a mesma quantidade de perdas, para os casos com e sem inserção de terceiro harmônico na máquina pentafásica.

Para o cálculo de perdas serão consideradas apenas as perdas elétricas, dado que as perdas magnéticas são mais complicadas de serem calculadas. Assim serão consideradas as perdas magnéticas iguais para ambas as máquinas quando as perdas elétricas das mesmas forem iguais. Essa aproximação foi feita pois como foi abordado no Capítulo 3.5, ambas as máquinas possuem carregamento elétrico e magnético muito parecidos entre si, de forma que é razoável supor que suas perdas serão bastante semelhantes nessas condições.

Para isso, o procedimento realizado iniciou com a determinação das perdas para a máquina trifásica L_T em (67) e L_{P1} em (68) para a pentafásica sem harmônicos, utilizando-se as resistências e correntes calculadas no Capítulo 4.

$$L_T = 14 \cdot R'_1 \cdot (I_r)^2 + 3 R_s \cdot I^2 \quad (67)$$

$$L_{P1} = 22 \cdot R'_1 \cdot (I_r)^2 + 5 R_s \cdot I^2 \quad (68)$$

O valor de partida foi determinar as perdas para a máquina trifásica quando a potência mecânica é nominal, cujo valor encontrado foi 431W e verificar o torque para essa condição que corresponde a um escorregamento de 0.024, cujo valor de torque corresponde a 29,85N.m. Assim, determinou-se o valor de escorregamento para a máquina pentafásica onde suas perdas fossem iguais a 431W, cujo valor de escorregamento corresponde a 0.0274. Para esse escorregamento foi verificado o torque da máquina, cujo valor corresponde a 32,1N.m e a potência mecânica no eixo 5922W.

A partir dos valores acima, conclui-se que para uma quantidade de perdas igual em ambas as máquinas, a máquina pentafásica apresenta cerca de 7,5% mais torque que a máquina trifásica.

Essa diferença entre as duas máquinas foi averiguada, de forma que parte da explicação para essa diferença pode estar na indução do entreferro, que na máquina pentafásica foi um pouco maior. Isso foi constatado através de uma análise harmônica indução no entreferro, feita através da rotina no anexo A.18, no caso onde as máquinas estão operando com as respectivas correntes de magnetização, foi constatado que enquanto a máquina trifásica apresenta uma indução com a amplitude da fundamental de 0.8394 T nessas condições, a fundamental da pentafásica apresentou uma indução de 0,8466T para o mesmo caso, cerca de 1% maior. Isso explica em parte o fato de a máquina pentafásica apresentar um torque um pouco maior do que a máquina trifásica. Na Figura 42 pode ser visto o gráfico do torque pela velocidade para baixo escorregamento.

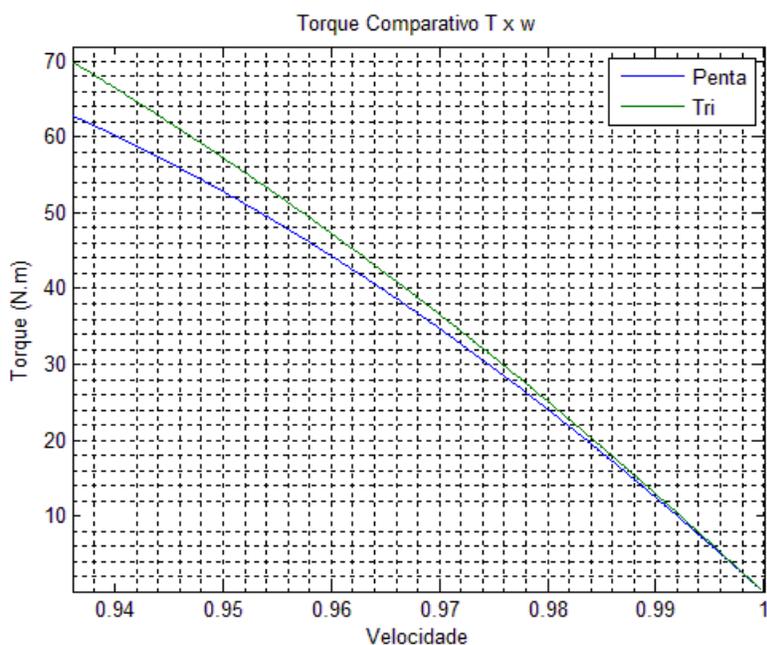


Figura 42 – Comparativo entre torque dos motores trifásico e pentafásico na região de baixo escorregamento.

A metodologia utilizada para a comparação entre as duas máquinas com os harmônicos de terceira ordem foi semelhante a anterior, porém desta vez, as perdas das correntes de terceiro harmônico devem ser consideradas da mesma forma que as perdas causadas pelas correntes fundamentais, assim, a equação de perdas para a máquina pentafásica é expressa em (69)

$$L_p = 22 \cdot R'_1 \cdot (I_1^R)^2 + 5 R_s \cdot I^2 + 22 \cdot R'_3 \cdot (I_3^R)^2 + 5 R_s \cdot (I_3)^2 \quad (69)$$

Como a base de comparação para a máquina pentafásica continua sendo a máquina trifásica, cujos valores já foram estabelecidos, basta achar-se o escorregamento da máquina pentafásica para as perdas de 431W. Tais perdas ocorrem para um escorregamento de 0,017, o valor de torque para a máquina pentafásica nessas condições é de 26,9 N.m, com potência mecânica no eixo de 5175W. Esse valor indica que o torque para uma quantidade de perdas joule iguais em ambas as máquinas, a pentafásica tem cerca de 9,88% menos torque. Essa diferença é devida ao fato da inserção de correntes de terceiro harmônico, que produzem considerável efeito joule. Deve-se salientar que as perdas magnéticas se alteram com a inserção de terceiro harmônico, devido ao fato da indução no entreferro também se alterar, a variação das perdas depende da distribuição entre perdas por histerese e por correntes parasitas. Uma análise detalhada das perdas magnéticas poderia assim alterar a proporção entre o torque da máquina trifásica e da pentafásica.

Um outro fator que eleva as correntes de terceiro harmônico se deve ao fato de a máquina pentafásica possuir um enrolamento de passo encurtado. A relação entre a corrente fundamental e a de terceiro harmônico é dada pela proporção entre o fator de enrolamento de terceiro harmônico para o fundamental K_{W1}/K_{W3} . Para a máquina pentafásica, o fator de enrolamento mudaria bastante caso o passo não fosse encurtado, reduzindo a quantidade de corrente de terceiro harmônico necessária para achatar a onda de corrente e gerando menos perdas por consequência.

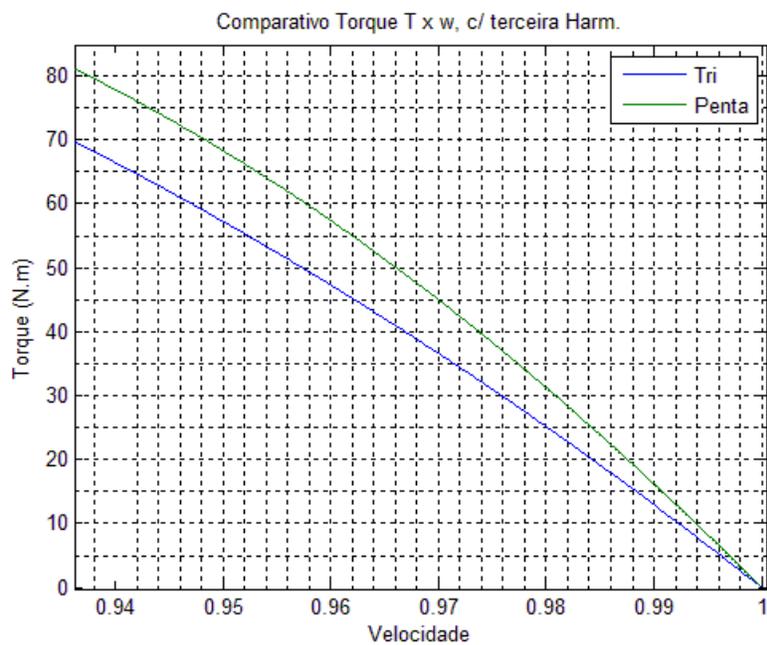


Figura 43 – Comparativo entre torque dos motores trifásico e pentafásico com 3^o harmônico na região de baixo escorregamento.

6 - CONCLUSÃO

Este trabalho buscou elaborar uma comparação entre uma máquina de indução trifásica e uma máquina de indução pentafásica através de um modelo matemático com parâmetros determinados a partir de simulação das máquinas através de software de análise por Elementos Finitos.

A ideia do trabalho foi inicialmente apresentar uma metodologia para a determinação dos parâmetros de uma máquina de indução com rotor em gaiola com o uso de um software de simulação por Elementos Finitos, com base nos fluxos magnéticos percorrido pelo interior da máquina quando excitada sob adequadas condições de corrente para o cálculo de determinado parâmetro. A metodologia foi aplicada em ambas as máquinas trifásica e pentafásica, e os resultados foram comparados com os resultados analíticos previamente desenvolvidos para assegurar sua coerência com a realidade.

Os valores de fluxo obtidos no software para o cálculo dos parâmetros determinados pelo método utilizado foram apresentado em tabelas em anexo. A partir dos parâmetros determinados foi possível realizar uma simulação da máquina utilizando um software para solução numérica e enfim efetivamente realizar a comparação entre as duas máquinas que motivou o trabalho.

Verificou-se que os valores dos parâmetros da máquina produziram um resultado satisfatório para condições onde o escorregamento das máquinas é pequeno, e devido ao fato de não ter sido considerado todo o fluxo disperso, tampouco o valor de fluxo disperso nas cabeças de bobina, os resultados para altos escorregamentos ficaram comprometidos não tendo um significado maior. Ainda ficou comprovado que o modelo é muito sensível quando varia-se levemente o valor dos parâmetros na região de alto escorregamento, ocasionando grandes diferenças nas curvas.

Quanto ao desempenho das máquinas, a pentafásica sem a inserção de harmônicos de corrente provou ter um torque superior em relação a trifásica para uma mesma quantidade de perdas. Com a inserção de harmônicos de corrente de terceira ordem, o desempenho do torque caiu em relação à trifásica, devido ao efeito joule causado pelas correntes dos harmônicos, essa

condição de perdas estabelecida ocorreu para menores escorregamentos na máquina pentafásica com inserção de harmônicos. De qualquer forma, o torque da máquina pentafásica se mostrou maior quando comparado com a máquina trifásica em mesmos níveis de escorregamento e portanto considerando perdas joule diferentes, conforme foi ilustrado na Figura 41.

O presente trabalho buscou iniciar uma comparação entre as duas máquinas através dos parâmetros calculados das máquinas. Certamente, muitos aspectos podem ser refinados, como por exemplo a consideração dos fluxos dispersos para uma melhor aproximação do desempenho da máquina nas regiões de maior escorregamento. Em trabalhos futuros pode-se desenvolver outros modelos matemáticos para analisar-se o desempenho térmico da máquina, para uma eventual otimização dos projetos das máquinas. Outra abordagem que pode ser desenvolvida futuramente é o ensaio real das máquinas, que não foi possível de ser realizado no presente trabalho devido aos equipamentos de acionamento não estarem disponíveis para colocar as máquinas em operação. Certamente medidas reais contribuiriam muito para validar-se ou não os dados calculados, enriquecendo a análise de forma significativa.

7 - BIBLIOGRAFIA

- [1] K. N. PAVITHRAN, R. PARIMELALAGAN, M. R. KRISHNAMURTHY - Studies on Inverter-Fed Five-phase Induction Motor Drive – IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELETRONICS, VOL. 3, NO. 2, APRIL 1988.
- [2] LEVI, EMIL – Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications - IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELETRONICS, VOL. 55, NO.5, MAY 2008.
- [3] H. XU, H. A. TOLIYAT, L. J. PETERSEN – Five-Phase Induction Motor Drives With DSP-Based Control System – IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELETRONICS, VOL. 17, NO.4, JULY 2002.
- [4] L. A. PEREIRA, L. F. A. PEREIRA, C. C. SCHARLAU, R. S. DA ROSA, S. HAFFNER – Analysis Of The Influence Of Saturation On The Airgap Induction Waveform Of Five Phase Induction Machines – XVIII CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 2010.
- [5] L. A. PEREIRA - Apostila de Dimensionamento Básico de Máquinas Elétricas – DISCIPLINA DE PROJETO DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS, DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA, UFRGS, 2010.
- [6] L. A. PEREIRA - Apostila Projeto de Enrolamento da Máquina CA – DISCIPLINA DE PROJETO DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS, DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA, UFRGS, 2010.
- [7] L. A. PEREIRA - Apostila de Perdas e Rendimento da Máquina CA – DISCIPLINA DE PROJETO DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS, DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA, UFRGS, 2010.

- [8] L.A. PEREIRA – Modelo da Máquina de Indução Pentafásica Incluindo Harmônicos – Notas Pessoais.
- [9] L.A. PEREIRA – Máquina de Indução Polifásica em Gaiola, Regime Permanente Usando Transformações – Notas Pessoais.
- [10] L.A. PEREIRA, C. C. SCHARLAU, L. F. A. PEREIRA, J. F. HAFFNER – Performance of a Five-Phase Induction Machine with Optimized Air Gap Field under Open Loop V/f Control – IEEE TRANSACTIONS ON ENERGY CONVERSION, 2008
- [11] L. PARSA, H. A. TOLIYAT – Five-Phase Permanent-Magnet Motor Drives – IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS, VOL. 41, NO.1, JANUARY/FEBRUARY 2005
- [12] H. A. TOLIYAT – Analysis and Simulation of Five-Phase Variable-Speed Induction Motor Drives Under Asymmetrical Connections – IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS, VOL.13, NO. 4, JULY 1998
- [13] C. C. SCHARLAU – Modelagem e Controle de uma Máquina de Indução de Cinco Fases – Dissertação de Mestrado PUCRS, 2005

8 - ANEXO

		I	J	$\phi 1$	$\phi 2$	$\phi 3$	Ψ	L
0.15	*I nominal=	1.77E+00	3.53E-01	6.46E-03	7.09E-03	6.46E-03	1.26E-01	7.12E-02
0.3	*I nominal=	3.54E+00	7.05E-01	1.36E-02	1.49E-02	1.36E-02	2.65E-01	7.48E-02
0.45	*I nominal=	5.31E+00	1.06E+00	2.07E-02	2.27E-02	2.07E-02	4.04E-01	7.61E-02
0.6	*I nominal=	7.07E+00	1.41E+00	2.78E-02	3.05E-02	2.78E-02	5.42E-01	7.67E-02
0.75	*I nominal=	8.84E+00	1.76E+00	3.48E-02	3.82E-02	3.48E-02	6.80E-01	7.69E-02
0.9	*I nominal=	1.06E+01	2.12E+00	4.13E-02	4.53E-02	4.13E-02	8.06E-01	7.60E-02
1	*I nominal=	1.18E+01	2.35E+00	4.44E-02	4.85E-02	4.44E-02	8.64E-01	7.33E-02
1.1	*I nominal=	1.30E+01	2.59E+00	4.66E-02	5.08E-02	4.66E-02	9.07E-01	6.99E-02
1.2	*I nominal=	1.41E+01	2.82E+00	4.83E-02	5.27E-02	4.83E-02	9.40E-01	6.65E-02
1.3	*I nominal=	1.53E+01	3.06E+00	4.98E-02	5.42E-02	4.98E-02	9.69E-01	6.32E-02
1.4	*I nominal=	1.65E+01	3.29E+00	5.10E-02	5.56E-02	5.10E-02	9.93E-01	6.01E-02
1.5	*I nominal=	1.77E+01	3.53E+00	5.21E-02	5.69E-02	5.21E-02	1.01E+00	5.74E-02
1.75	*I nominal=	2.06E+01	4.11E+00	5.45E-02	5.96E-02	5.45E-02	1.06E+00	5.15E-02
2	*I nominal=	2.36E+01	4.70E+00	5.65E-02	6.20E-02	5.65E-02	1.10E+00	4.67E-02
2.5	*I nominal=	2.95E+01	5.88E+00	6.02E-02	6.65E-02	6.02E-02	1.18E+00	4.00E-02
3	*I nominal=	3.54E+01	7.05E+00	6.36E-02	7.06E-02	6.36E-02	1.25E+00	3.52E-02

Tabela A.1 – Valores de fluxo na base da ranhura do estator para cálculo de indutância própria da máquina trifásica (Valores em Wb/m).

		I	J	$\phi 1$	$\phi 2$	$\phi 3$	Ψ	L
0.15	*I nominal=	1.77E+00	3.53E-01	6.62E-03	7.25E-03	6.62E-03	1.29E-01	7.30E-02
0.3	*I nominal=	3.54E+00	7.05E-01	1.39E-02	1.52E-02	1.39E-02	2.70E-01	7.64E-02
0.45	*I nominal=	5.31E+00	1.06E+00	2.12E-02	2.32E-02	2.12E-02	4.13E-01	7.79E-02
0.6	*I nominal=	7.07E+00	1.41E+00	2.85E-02	3.11E-02	2.85E-02	5.55E-01	7.85E-02
0.75	*I nominal=	8.84E+00	1.76E+00	3.57E-02	3.91E-02	3.57E-02	6.96E-01	7.88E-02
0.9	*I nominal=	1.06E+01	2.12E+00	4.23E-02	4.62E-02	4.23E-02	8.24E-01	7.77E-02
1	*I nominal=	1.18E+01	2.35E+00	4.55E-02	4.95E-02	4.55E-02	8.85E-01	7.50E-02
1.1	*I nominal=	1.30E+01	2.59E+00	4.77E-02	5.18E-02	4.77E-02	9.28E-01	7.15E-02
1.2	*I nominal=	1.41E+01	2.82E+00	4.95E-02	5.37E-02	4.95E-02	9.62E-01	6.80E-02
1.3	*I nominal=	1.53E+01	3.06E+00	5.10E-02	5.52E-02	5.10E-02	9.90E-01	6.46E-02
1.4	*I nominal=	1.65E+01	3.29E+00	5.23E-02	5.66E-02	5.23E-02	1.02E+00	6.15E-02
1.5	*I nominal=	1.77E+01	3.53E+00	5.34E-02	5.78E-02	5.34E-02	1.04E+00	5.86E-02
1.75	*I nominal=	2.06E+01	4.11E+00	5.58E-02	6.06E-02	5.58E-02	1.08E+00	5.26E-02
2	*I nominal=	2.36E+01	4.70E+00	5.78E-02	6.31E-02	5.78E-02	1.13E+00	4.78E-02
2.5	*I nominal=	2.95E+01	5.88E+00	6.14E-02	6.77E-02	6.14E-02	1.20E+00	4.07E-02
3	*I nominal=	3.54E+01	7.05E+00	6.48E-02	7.19E-02	6.48E-02	1.27E+00	3.59E-02

Tabela A.2 – Valores de fluxo no fundo da ranhura do estator para cálculo de indutância própria da máquina trifásica (Valores em Wb/m).

		I	J	ϕ 1 mut.	ϕ 2 mut.	ϕ 3 mut.	Ψ	L
0.15	*I nominal=	1.77E+00	3.53E-01	4.55E-03	2.70E-03	8.90E-04	5.13E-02	2.90E-02
0.3	*I nominal=	3.54E+00	7.05E-01	9.66E-03	5.72E-03	1.91E-03	1.09E-01	3.08E-02
0.45	*I nominal=	5.31E+00	1.06E+00	1.47E-02	8.71E-03	2.90E-03	1.66E-01	3.12E-02
0.6	*I nominal=	7.07E+00	1.41E+00	1.98E-02	1.18E-02	3.91E-03	2.24E-01	3.17E-02
0.75	*I nominal=	8.84E+00	1.76E+00	2.48E-02	1.48E-02	4.88E-03	2.80E-01	3.17E-02
0.9	*I nominal=	1.06E+01	2.12E+00	2.95E-02	1.77E-02	5.97E-03	3.35E-01	3.16E-02
1	*I nominal=	1.18E+01	2.35E+00	3.17E-02	1.89E-02	6.33E-03	3.59E-01	3.04E-02
1.1	*I nominal=	1.30E+01	2.59E+00	3.33E-02	1.99E-02	6.77E-03	3.78E-01	2.91E-02
1.2	*I nominal=	1.41E+01	2.82E+00	3.45E-02	2.05E-02	6.98E-03	3.91E-01	2.76E-02
1.3	*I nominal=	1.53E+01	3.06E+00	3.56E-02	2.13E-02	6.98E-03	4.03E-01	2.63E-02
1.4	*I nominal=	1.65E+01	3.29E+00	3.66E-02	2.19E-02	7.22E-03	4.14E-01	2.51E-02
1.5	*I nominal=	1.77E+01	3.53E+00	3.73E-02	2.23E-02	7.43E-03	4.22E-01	2.39E-02
1.75	*I nominal=	2.06E+01	4.11E+00	3.91E-02	2.33E-02	7.77E-03	4.42E-01	2.14E-02
2	*I nominal=	2.36E+01	4.70E+00	4.03E-02	2.40E-02	7.92E-03	4.55E-01	1.93E-02
2.5	*I nominal=	2.95E+01	5.88E+00	4.30E-02	2.56E-02	8.52E-03	4.86E-01	1.65E-02
3	*I nominal=	3.54E+01	7.05E+00	4.53E-02	2.69E-02	8.94E-03	5.11E-01	1.44E-02

Tabela A.3 – Valores de fluxo na base da ranhura do estator para cálculo de indutância mútua da máquina trifásica (Valores em Wb/m).

		I	J	ϕ 1	ϕ 2	ϕ 3	ϕ 4	ϕ 5	ϕ 6	Ψ	L
0.3	*In=	2.082	0.6738	0.007117	0.00734	0.0071	0.007126	0.00734	0.0071	0.0665	0.0639
0.6	*In=	4.164	1.3476	0.01488	0.01532	0.0149	0.01487	0.01534	0.0149	0.1388	0.0667
0.9	*In=	6.246	2.0214	0.02264	0.02335	0.0226	0.02264	0.02335	0.0227	0.2114	0.0677
1	*In=	6.94	2.246	0.02524	0.026	0.0252	0.02525	0.02601	0.0253	0.2356	0.0679
1.1	*In=	7.634	2.4706	0.02778	0.02869	0.0278	0.02784	0.02869	0.0278	0.2596	0.068
1.2	*In=	8.328	2.6952	0.03035	0.03132	0.0304	0.0304	0.03133	0.0304	0.2837	0.0681
1.3	*In=	9.022	2.9198	0.03296	0.03397	0.033	0.03297	0.03401	0.033	0.3078	0.0682
1.4	*In=	9.716	3.1444	0.03547	0.03658	0.0355	0.03553	0.03666	0.0356	0.3315	0.0682
1.5	*In=	10.41	3.369	0.03808	0.03914	0.038	0.038	0.03916	0.038	0.3547	0.0682
1.75	*In=	12.145	3.9305	0.0431	0.04438	0.043	0.04304	0.04337	0.0431	0.4004	0.0659
2	*In=	13.88	4.492	0.04615	0.04762	0.0462	0.04616	0.04765	0.0461	0.431	0.0621
2.5	*In=	17.35	5.615	0.05015	0.05168	0.05	0.05014	0.05174	0.05	0.4677	0.0539
3	*In=	20.82	6.738	0.05296	0.05477	0.0528	0.05307	0.05474	0.0529	0.4948	0.0475

Tabela A.4 – Valores de fluxo na base da ranhura do estator para cálculo de indutância própria da máquina pentafásica (Valores em Wb/m).

		I	J	ϕ 1	ϕ 2	ϕ 3	ϕ 4	ϕ 5	ϕ 6	Ψ mut.	L
0.3	*In=	0	0	0.00727	0.00749	0.0073	0.007274	0.00749	0.0073	0.0679	0.0652
0.6	*In=	2.082	0.6738	0.01518	0.01563	0.0152	0.01512	0.01566	0.0152	0.1416	0.068
0.9	*In=	4.164	1.3476	0.02312	0.02382	0.0231	0.02309	0.02364	0.0231	0.2154	0.069
1	*In=	6.94	2.246	0.02577	0.02655	0.0258	0.02597	0.02675	0.026	0.2414	0.0696
1.1	*In=	6.94	2.246	0.02841	0.02927	0.0284	0.02842	0.02927	0.0284	0.2652	0.0695
1.2	*In=	7.634	2.4706	0.03105	0.03198	0.031	0.03106	0.03196	0.0311	0.2897	0.0696
1.3	*In=	8.328	2.6952	0.03368	0.03469	0.0337	0.03368	0.0347	0.0337	0.3143	0.0697
1.4	*In=	9.022	2.9198	0.03628	0.03737	0.0363	0.03629	0.03738	0.0363	0.3386	0.0697
1.5	*In=	9.716	3.1444	0.03881	0.03998	0.0388	0.03881	0.03998	0.0388	0.3622	0.0696
1.75	*In=	10.41	3.369	0.04393	0.04531	0.0439	0.04395	0.04531	0.0439	0.4102	0.0675
2	*In=	12.145	3.9305	0.04709	0.04857	0.047	0.04708	0.04858	0.0471	0.4395	0.0633
2.5	*In=	13.88	4.492	0.05105	0.05271	0.051	0.05104	0.05272	0.051	0.4765	0.0549
3	*In=	17.35	5.615	0.05395	0.05577	0.0538	0.05394	0.05578	0.0538	0.5037	0.0484

Tabela A.5 – Valores de fluxo no fundo da ranhura do estator para cálculo de indutância própria da máquina pentafásica (Valores em Wb/m).

		I	J	ϕ 1 mut.	ϕ 2 mut.	ϕ 3 mut.	ϕ 4 mut.	ϕ 5 mut.	ϕ 6 mut.	Ψ mut.	Lmut.2
0.3	*In=	6.246	2.0214	0.003224	0.00193	0.0007	0.003223	0.00191	0.0006	0.0178	0.0171
0.6	*In=	6.94	2.246	0.006737	0.004	0.0013	0.006739	0.00406	0.0013	0.0373	0.0179
0.9	*In=	7.634	2.4706	0.01024	0.00616	0.0021	0.0103	0.00616	0.0021	0.057	0.0183
1	*In=	6.94	2.246	0.01147	0.00684	0.0023	0.01146	0.00686	0.0023	0.0634	0.0183
1.1	*In=	9.022	2.9198	0.01263	0.00759	0.0025	0.01259	0.00756	0.0025	0.0698	0.0183
1.2	*In=	9.716	3.1444	0.0138	0.00832	0.0027	0.01393	0.0083	0.0026	0.0766	0.0184
1.3	*In=	10.41	3.369	0.015	0.00897	0.003	0.015	0.00894	0.003	0.083	0.0184
1.4	*In=	12.145	3.9305	0.01613	0.00971	0.0033	0.01605	0.00963	0.0033	0.0894	0.0184
1.5	*In=	13.88	4.492	0.01725	0.0103	0.0035	0.01717	0.0103	0.0036	0.0956	0.0184
1.75	*In=	17.35	5.615	0.01962	0.01175	0.004	0.01969	0.0117	0.004	0.109	0.0179
2	*In=	20.82	6.738	0.02107	0.01264	0.0043	0.02108	0.01269	0.0041	0.1168	0.0168
2.5	*In=	0	0	0.02281	0.01364	0.0045	0.02276	0.01377	0.0046	0.1264	0.0146
3	*In=	0	0	0.02405	0.01443	0.0048	0.02385	0.01437	0.0046	0.1326	0.0127

Tabela A.6 – Valores de fluxo na base da ranhura do estator para cálculo de indutância mútua 1 da máquina pentafásica (Valores em Wb/m).

		I	J	ϕ 1 mut.	ϕ 2 mut.	ϕ 3mut.	ϕ 4 mut.	ϕ 5 mut.	ϕ 6 mut.	Ψ mut.	Lmut.2
0.3	*In=	6.246	2.0214	0.003224	0.00193	0.0007	0.003223	0.00191	0.0006	0.0178	0.0171
0.6	*In=	6.94	2.246	0.006737	0.004	0.0013	0.006739	0.00406	0.0013	0.0373	0.0179
0.9	*In=	7.634	2.4706	0.01024	0.00616	0.0021	0.0103	0.00616	0.0021	0.057	0.0183
1	*In=	6.94	2.246	0.01147	0.00684	0.0023	0.01146	0.00686	0.0023	0.0634	0.0183
1.1	*In=	9.022	2.9198	0.01263	0.00759	0.0025	0.01259	0.00756	0.0025	0.0698	0.0183
1.2	*In=	9.716	3.1444	0.0138	0.00832	0.0027	0.01393	0.0083	0.0026	0.0766	0.0184
1.3	*In=	10.41	3.369	0.015	0.00897	0.003	0.015	0.00894	0.003	0.083	0.0184
1.4	*In=	12.145	3.9305	0.01613	0.00971	0.0033	0.01605	0.00963	0.0033	0.0894	0.0184
1.5	*In=	13.88	4.492	0.01725	0.0103	0.0035	0.01717	0.0103	0.0036	0.0956	0.0184
1.75	*In=	17.35	5.615	0.01962	0.01175	0.004	0.01969	0.0117	0.004	0.109	0.0179
2	*In=	20.82	6.738	0.02107	0.01264	0.0043	0.02108	0.01269	0.0041	0.1168	0.0168
2.5	*In=	0	0	0.02281	0.01364	0.0045	0.02276	0.01377	0.0046	0.1264	0.0146
3	*In=	0	0	0.02405	0.01443	0.0048	0.02385	0.01437	0.0046	0.1326	0.0127

Tabela A.7 – Valores de fluxo na base da ranhura do estator para cálculo de indutância mútua 2 da máquina pentafásica (Valores em Wb/m).

		B (T)
0.3015332	*Imag.=	0.3263
0.6030663	*Imag.=	0.671
0.9045995	*Imag.=	0.9286
1.2061326	*Imag.=	1.02
1.8091989	*Imag.=	1.15
2.010221	*Imag.=	1.2
2.2112431	*Imag.=	1.235
2.4122652	*Imag.=	1.275
2.6132873	*Imag.=	1.31
2.8143094	*Imag.=	1.35
3.0153315	*Imag.=	1.39
3.5178868	*Imag.=	1.47
4.020442	*Imag.=	1.56
5.0255525	*Imag.=	1.72
6.030663	*Imag.=	1.86

Tabela A.8 – Valores de indução máxima em função da corrente normalizada pela corrente de magnetização da máquina pentafásica.

		B (T)
0.253284	*Imag.=	0.288
0.506568	*Imag.=	0.575
0.759852	*Imag.=	0.8437
1.013136	*Imag.=	0.969
1.519704	*Imag.=	1.085
1.68856	*Imag.=	1.115
1.857416	*Imag.=	1.13
2.026272	*Imag.=	1.15
2.195128	*Imag.=	1.2
2.363984	*Imag.=	1.225
2.53284	*Imag.=	1.25
2.95498	*Imag.=	1.32
3.37712	*Imag.=	1.4
4.2214	*Imag.=	1.53
5.06568	*Imag.=	1.66

Tabela A.9 – Valores de indução máxima em função da corrente normalizada pela corrente de magnetização da máquina pentafásica.

ranhura	1,0 - 0,15T	6,0 - 0,82T	10,0 - 1,0T	14,0 - 1,15T	18,0 - 1,25T	20,0 - 1,35T	30,0 - 1,62T
1	1.52E-03	8.13E-03	9.87E-03	1.14E-02	1.26E-02	1.34E-02	1.68E-02
2	-1.69E-04	-9.26E-04	-1.13E-03	-1.37E-03	-1.40E-03	-1.69E-03	-1.83E-03
3	-1.29E-04	-6.69E-04	-8.09E-04	-9.21E-04	-1.03E-03	-1.08E-03	-1.34E-03
4	-1.10E-04	-5.78E-04	-7.05E-04	-8.07E-04	-9.02E-04	-9.49E-04	-1.19E-03
5	-1.03E-04	-5.42E-04	-6.65E-04	-7.64E-04	-8.58E-04	-9.05E-04	-1.14E-03
6	-1.06E-04	-5.62E-04	-6.89E-04	-7.93E-04	-8.93E-04	-9.42E-04	-1.19E-03
7	-1.03E-04	-5.44E-04	-6.68E-04	-7.69E-04	-8.65E-04	-9.14E-04	-1.16E-03

Tabela A.10 – Valores de fluxo no topo da ranhura do rotor para cálculo de indutância do rotor da máquina trifásica (Valores em Wb/m).

ranhura	1,0 - 0,15T	6,0 - 0,82T	10,0 - 1,0T	14,0 - 1,15T	18,0 - 1,25T	20,0 - 1,35T	30,0 - 1,62T
1	2.09E-03	1.08E-02	1.30E-02	1.50E-02	1.69E-02	1.79E-02	2.25E-02
2	-4.48E-03	-2.26E-03	-2.69E-03	-3.13E-03	-3.54E-03	-3.75E-03	-4.73E-03
3	-1.31E-04	-6.70E-04	-8.10E-04	-9.23E-04	-1.03E-03	-1.08E-03	-1.35E-03
4	1.10E-04	-5.77E-04	-7.04E-04	-8.07E-04	-9.03E-04	-9.51E-04	-1.19E-03
5	-1.03E-04	-5.43E-04	-6.65E-04	-7.63E-04	-8.56E-04	-9.02E-04	-1.14E-03
6	-1.06E-04	-5.60E-04	-6.88E-04	-7.92E-04	-8.92E-04	-9.42E-04	-1.20E-03
7	-1.03E-04	-5.43E-04	-6.67E-04	-7.69E-04	-8.66E-04	-9.15E-04	-1.16E-03

Tabela A.11 – Valores de fluxo na base da ranhura do rotor para cálculo de indutância do rotor da máquina trifásica (Valores em Wb/m).

ranhura	4,0 - 0,36T	9,0 - 0,7T	12,0 - 0,82T	16,0 - 0,95T	20,0 - 1,1T	30,0 - 1,3T	40,0 - 1,55T
1	2.69E-03	5.05E-03	5.82E-03	6.69E-03	7.54E-03	9.42E-03	1.11E-02
2	-2.27E-04	-3.91E-04	-4.42E-04	-5.32E-04	-5.40E-04	-6.58E-04	-7.94E-04
3	-1.34E-04	-2.51E-04	-2.86E-04	-3.29E-04	-3.69E-04	-4.53E-04	-5.31E-04
4	-1.39E-04	-2.63E-04	-3.00E-04	-3.47E-04	-3.90E-04	-4.85E-04	-5.72E-04
5	-1.28E-04	-2.42E-04	-2.77E-04	-3.20E-04	-3.60E-04	-4.50E-04	-5.33E-04
6	-1.17E-04	-2.22E-04	-2.54E-04	-2.94E-04	-3.32E-04	-4.18E-04	-4.97E-04
7	-1.20E-04	-2.27E-04	-2.60E-04	-2.94E-04	-3.40E-04	-4.19E-04	-5.00E-04
8	-1.08E-04	-2.05E-04	-2.37E-04	-2.72E-04	-3.07E-04	-3.92E-04	-4.72E-04
9	-1.08E-04	-2.06E-04	-2.34E-04	-2.70E-04	-3.05E-04	-3.77E-04	-4.38E-04
10	-1.12E-04	-2.14E-04	-2.45E-04	-2.85E-04	-3.22E-04	-4.19E-04	-5.03E-04
11	-1.01E-04	-1.91E-04	-2.19E-04	-2.53E-04	-2.86E-04	-3.62E-04	-4.33E-04
12	-1.07E-04	-2.10E-04	-2.27E-04	-2.68E-04	-3.02E-04	-3.52E-04	-4.15E-04

Tabela A.12 – Valores de fluxo no topo da ranhura do rotor para cálculo de indutância do rotor da máquina pentafásica (Valores em Wb/m).

ranhura	4,0 - 0,36T	9,0 - 0,7T	12,0 - 0,82T	16,0 - 0,95T	20,0 - 1,1T	30,0 - 1,3T	40,0 - 1,55T
1	3.71E-03	6.88E-03	7.77E-03	8.88E-03	9.94E-03	1.24E-02	1.48E-02
2	-7.26E-04	-1.30E-03	-1.44E-03	-1.61E-03	-1.78E-03	-2.21E-03	-2.64E-03
3	-1.36E-04	-2.54E-04	-2.88E-04	-3.32E-04	-3.74E-04	-4.58E-04	-5.36E-04
4	-1.39E-04	-2.62E-04	-2.99E-04	-3.46E-04	-3.89E-04	-4.84E-04	-5.72E-04
5	-1.28E-04	-2.41E-04	-2.75E-04	-3.18E-04	-3.59E-04	-4.46E-04	-5.30E-04
6	-1.17E-04	-2.22E-04	-2.54E-04	-2.94E-04	-3.32E-04	-4.21E-04	-5.00E-04
7	-1.19E-04	-2.26E-04	-2.58E-04	-2.99E-04	-3.37E-04	-4.13E-04	-4.92E-04
8	-1.08E-04	-2.04E-04	-2.35E-04	-2.73E-04	-3.09E-04	-4.02E-04	-4.82E-04
9	-1.08E-04	-2.06E-04	-2.35E-04	-2.72E-04	-3.06E-04	-3.55E-04	-4.19E-04
10	-1.12E-04	-2.12E-04	-2.45E-04	-2.83E-04	-3.20E-04	-4.27E-04	-5.14E-04
11	-1.01E-04	-1.92E-04	-2.20E-04	-2.56E-04	-2.89E-04	-3.66E-04	-4.37E-04
12	-1.07E-04	-2.03E-04	-2.30E-04	-2.65E-04	-2.99E-04	-3.43E-04	-4.04E-04

Tabela A.13 – Valores de fluxo na base da ranhura do rotor para cálculo de indutância do rotor da máquina pentafásica (Valores em Wb/m).

Rotor na posição 1							
ranhura	1,41 - 0,47T	2,35 - 0,75T	2,82 - 0,84T	4,11 - 0,95T	6,0 - 1,05T	8,0 - 1,15T	12,0 - 1,4T
1	-4.40E-03	-7.12E-03	-7.86E-03	-9.10E-03	-1.01E-02	-1.09E-02	-1.23E-02
2	-5.20E-03	-8.31E-03	-9.05E-03	-1.01E-02	-1.10E-02	-1.19E-02	-1.35E-02
3	-5.27E-03	-8.39E-03	-9.10E-03	-1.01E-02	-1.10E-02	-1.19E-02	-1.36E-02
4	-2.18E-03	-3.39E-03	-3.59E-03	-4.16E-03	-5.05E-03	-6.06E-03	-7.87E-03
5	-2.21E-03	-3.38E-03	-3.59E-03	-4.16E-03	-5.05E-03	-6.06E-03	-7.87E-03
6	-5.36E-03	-8.39E-03	-9.10E-03	-1.01E-02	-1.10E-02	-1.19E-02	-1.36E-02
7	-5.23E-03	-8.31E-03	-9.05E-03	-1.01E-02	-1.10E-02	-1.19E-02	-1.35E-02
Rotor na posição 2							
1	1,41 - 0,47T	2,35 - 0,75T	2,82 - 0,84T	4,11 - 0,95T	6,0 - 1,05T	8,0 - 1,15T	12,0 - 1,4T
2	-5.19E-03	-8.23E-03	-8.89E-03	-1.09E-02	-1.08E-02	-1.17E-02	-1.32E-02
3	-4.61E-03	-7.32E-03	-7.98E-03	-1.01E-02	-1.01E-02	-1.09E-02	-1.25E-02
4	-4.22E-03	-6.62E-03	-7.12E-03	-9.06E-03	-9.06E-03	-1.00E-02	-1.15E-02
5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
6	-4.22E-03	-6.62E-03	-7.12E-03	-9.06E-03	-9.06E-03	-1.00E-02	-1.15E-02
7	-4.61E-03	-7.32E-03	-7.98E-03	-1.01E-02	-1.01E-02	-1.09E-02	-1.25E-02
8	-5.19E-03	-8.23E-03	-8.89E-03	-1.09E-02	-1.08E-02	-1.17E-02	-1.32E-02

Tabela A.14 – Valores de fluxo no topo da ranhura do rotor para cálculo de indutância mútua entre rotor e estator da máquina trifásica (Valores em Wb/m).

Rotor na posição 1							
ranhura	1,41 - 0,47T	2,35 - 0,75T	2,82 - 0,84T	4,11 - 0,95T	6,0 - 1,05T	8,0 - 1,15T	12,0 - 1,4T
1	-8.70E-05	-8.45E-05	-7.77E-05	-6.17E-05	-4.67E-05	-3.79E-05	-2.86E-05
2	-1.03E-04	-9.86E-05	-8.95E-05	-6.83E-05	-5.12E-05	-4.15E-05	-3.13E-05
3	-1.04E-04	-9.95E-05	-8.99E-05	-6.83E-05	-5.12E-05	-4.15E-05	-3.16E-05
4	-4.31E-05	-4.02E-05	-3.55E-05	-2.82E-05	-2.35E-05	-2.11E-05	-1.83E-05
5	-4.37E-05	-4.01E-05	-3.55E-05	-2.82E-05	-2.35E-05	-2.11E-05	-1.83E-05
6	-1.06E-04	-9.95E-05	-8.99E-05	-6.83E-05	-5.12E-05	-4.15E-05	-3.16E-05
7	-1.03E-04	-9.86E-05	-8.95E-05	-6.83E-05	-5.12E-05	-4.15E-05	-3.13E-05
Rotor na posição 2							
1	1,41 - 0,47T	2,35 - 0,75T	2,82 - 0,84T	4,11 - 0,95T	6,0 - 1,05T	8,0 - 1,15T	12,0 - 1,4T
2	-1.03E-04	-9.76E-05	-8.79E-05	-7.36E-05	-5.04E-05	-4.08E-05	-3.08E-05
3	-9.12E-05	-8.68E-05	-7.88E-05	-6.84E-05	-4.69E-05	-3.81E-05	-2.89E-05
4	-8.34E-05	-7.85E-05	-7.04E-05	-6.14E-05	-4.21E-05	-3.49E-05	-2.67E-05
5	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
6	-8.34E-05	-7.85E-05	-7.04E-05	-6.14E-05	-4.21E-05	-3.49E-05	-2.67E-05
7	-9.12E-05	-8.68E-05	-7.88E-05	-6.84E-05	-4.69E-05	-3.81E-05	-2.89E-05
8	-1.03E-04	-9.76E-05	-8.79E-05	-7.36E-05	-5.04E-05	-4.08E-05	-3.08E-05

Tabela A.15 – Valores de fluxo na base da ranhura do rotor para cálculo de indutância mútua entre rotor e estator da máquina trifásica (Valores em Wb/m).

Rotor na posição 1						
ranhura	2,0 - 0,4T	4,5 - 0,84T	8 - 1T	10,0 - 1,07T	15,0 - 1,3T	30,0 - 1,63T
1	-6.17E-04	-1.22E-03	-1.51E-03	-1.74E-03	-2.33E-03	-3.94E-03
2	-1.85E-03	-3.78E-03	-5.05E-03	-5.64E-03	-6.50E-03	-8.44E-03
3	-2.95E-03	-5.85E-03	-6.92E-03	-7.33E-03	-8.32E-03	-1.12E-02
4	-2.84E-03	-5.74E-03	-6.80E-03	-7.23E-03	-8.20E-03	-1.08E-02
5	-2.71E-03	-5.61E-03	-6.69E-03	-7.12E-03	-8.05E-03	-1.06E-02
6	-2.91E-03	-5.82E-03	-6.92E-03	-7.35E-03	-8.35E-03	-1.13E-02
7	-2.71E-03	-5.61E-03	-6.69E-03	-7.12E-03	-8.05E-03	-1.06E-02
8	-2.84E-03	-5.74E-03	-6.80E-03	-7.23E-03	-8.20E-03	-1.08E-02
9	-2.95E-03	-5.85E-03	-6.92E-03	-7.33E-03	-8.32E-03	-1.12E-02
10	-1.85E-03	-3.78E-03	-5.05E-03	-5.64E-03	-6.50E-03	-8.44E-03
11	-6.17E-04	-1.22E-03	-1.51E-03	-1.74E-03	-2.33E-03	-3.94E-03
Rotor na posição 2						
	2,0 - 0,4T	4,5 - 0,84T	8 - 1T	10,0 - 1,07T	15,0 - 1,3T	30,0 - 1,63T
1	0.00E+00	0.00E+00	1.28E-04	2.23E-04	-2.70E-04	7.44E-04
2	-1.33E-03	-2.68E-03	-3.54E-03	-4.08E-03	-5.26E-03	-7.01E-03
3	-2.55E-03	-5.20E-03	-6.21E-03	-6.76E-03	-7.74E-03	-1.02E-02
4	-2.59E-03	-5.44E-03	-6.58E-03	-6.97E-03	-7.93E-03	-1.03E-02
5	-2.82E-03	-5.78E-03	-6.96E-03	-7.37E-03	-8.40E-03	-1.06E-02
6	-2.66E-03	-5.58E-03	-6.70E-03	-7.14E-03	-8.09E-03	-1.01E-02
7	-2.66E-03	-5.58E-03	-6.70E-03	-7.14E-03	-8.09E-03	-1.01E-02
8	-2.82E-03	-5.78E-03	-6.96E-03	-7.37E-03	-8.40E-03	-1.06E-02
9	-2.59E-03	-5.44E-03	-6.58E-03	-6.97E-03	-7.93E-03	-1.03E-02
10	-2.55E-03	-5.20E-03	-6.21E-03	-6.76E-03	-7.74E-03	-1.02E-02
11	-1.33E-03	-2.68E-03	-3.54E-03	-4.08E-03	-5.26E-03	-7.01E-03

Tabela A.16 – Valores de fluxo no topo da ranhura do rotor para cálculo de indutância mútua entre rotor e estator da máquina pentafásica (Valores em Wb/m).

Rotor na posição 1						
ranhura	2,0 - 0,4T	4,5 - 0,84T	8 - 1T	10,0 - 1,07T	15,0 - 1,3T	30,0 - 1,63T
1	-2.79E-05	-2.45E-05	-1.70E-05	-1.57E-05	-1.41E-05	-1.19E-05
2	-8.36E-05	-7.61E-05	-5.71E-05	-5.11E-05	-3.92E-05	-2.55E-05
3	-1.34E-04	-1.18E-04	-7.83E-05	-6.64E-05	-5.02E-05	-3.38E-05
4	-1.28E-04	-1.16E-04	-7.70E-05	-6.55E-05	-4.95E-05	-3.26E-05
5	-1.23E-04	-1.13E-04	-7.57E-05	-6.45E-05	-4.86E-05	-3.19E-05
6	-1.32E-04	-1.17E-04	-7.84E-05	-6.66E-05	-5.04E-05	-3.41E-05
7	-1.23E-04	-1.13E-04	-7.57E-05	-6.45E-05	-4.86E-05	-3.19E-05
8	-1.28E-04	-1.16E-04	-7.70E-05	-6.55E-05	-4.95E-05	-3.26E-05
9	-1.34E-04	-1.18E-04	-7.83E-05	-6.64E-05	-5.02E-05	-3.38E-05
10	-8.36E-05	-7.61E-05	-5.71E-05	-5.11E-05	-3.92E-05	-2.55E-05
11	-2.79E-05	-2.45E-05	-1.70E-05	-1.57E-05	-1.41E-05	-1.19E-05
Rotor na posição 2						
	2,0 - 0,4T	4,5 - 0,84T	8 - 1T	10,0 - 1,07T	15,0 - 1,3T	30,0 - 1,63T
1	0.00E+00	0.00E+00	1.45E-06	2.02E-06	-1.63E-06	2.25E-06
2	-6.01E-05	-5.40E-05	-4.01E-05	-3.70E-05	-3.18E-05	-2.12E-05
3	-1.16E-04	-1.05E-04	-7.03E-05	-6.12E-05	-4.67E-05	-3.09E-05
4	-1.17E-04	-1.10E-04	-7.45E-05	-6.31E-05	-4.79E-05	-3.12E-05
5	-1.28E-04	-1.16E-04	-7.88E-05	-6.67E-05	-5.08E-05	-3.19E-05
6	-1.20E-04	-1.12E-04	-7.58E-05	-6.47E-05	-4.89E-05	-3.04E-05
7	-1.20E-04	-1.12E-04	-7.58E-05	-6.47E-05	-4.89E-05	-3.04E-05
8	-1.28E-04	-1.16E-04	-7.88E-05	-6.67E-05	-5.08E-05	-3.19E-05
9	-1.17E-04	-1.10E-04	-7.45E-05	-6.31E-05	-4.79E-05	-3.12E-05
10	-1.16E-04	-1.05E-04	-7.03E-05	-6.12E-05	-4.67E-05	-3.09E-05
11	-6.01E-05	-5.40E-05	-4.01E-05	-3.70E-05	-3.18E-05	-2.12E-05

Tabela A.17 – Valores de fluxo na base da ranhura do rotor para cálculo de indutância mútua entre rotor e estator da máquina pentafásica (Valores em Wb/m).

A.18 - Rotina para análise harmônica de curvas:

```
% Arquivo para determinação do conteúdo harmônico no entreferro a partir de
% uma curva calculada pelo fem2000
% autor: Prof. Luís Alberto Pereira
% data: maio de 2011
```

```
% VARIÁVEIS
% x - posição ao longo do entreferro
% bd - curva completa de indução no entreferro
% bdn - curva da indução na direção normal original
% abdn - curva da indução na direção normal aproximada
% dbdn - derivada da curva da indução na direção normal aproximada
% nh - número de harmônicos
% np - numero de pontos na curva
```

```

% f - frequencia fundamental
% T - período fundamental
% w - velocidade angular
% an - coeficientes em cosseno
% bn - coeficientes em seno
% cn - coeficiente para o modulo

clear all;
% carrega os dados gerados pelo fem2000
% deve-se retirar a primeira linha com a as informações das dimensões do
% gráfico e gravar de novo
% alterar o nome do arquivo a ser carregado, "normal.txt" é só exemplo !

%bd=load('normal.txt');
%bd=load('curtoB.txt');

% códigos para juntar duas curvas para o caso de curto-circuito
%
% carrega a curva do primeiro e segundo par de polos
%bd1=load('antiA.txt');
load -ascii bd.txt
%bd2=load('antiB.txt');
%bd1=load('curtoA.txt');
%bd2=load('curtoB.txt');
%bd1=load('normalA.txt');
%bd2=load('normalB.txt');
%bd=[bd1 ; bd2];
%x1=bd1(:,1);
%x2=bd2(:,1);
%x2=x2+max(x1);
%bd(:,1)=[x1 ; x2];
% fim dos códigos para concatenação -só são necessários quando a indução
% está em duas curvas

x=bd(:,1);
bdn=bd(:,2);
subplot(2,1,1);
plot(x,bdn);grid on; hold on;

% Cálculo do conteúdo harmônico
nh=20;
np=size(x,1);
T=max(x)-min(x);
f=1/T;
w=2*pi*f;
an=zeros(nh,1);
bn=zeros(nh,1);
cn=zeros(nh,1);
for n=1:nh
    an(n)=0;
    bn(n)=0;
    for k=1:1:(np-1)
        dx=x(k+1)-x(k);
        xm=x(k)+dx/2;
        bm=bdn(k);
        an(n)=an(n)+bm*cos(xm*n*w)*dx;
    end
end

```

```

        bn(n)=bn(n)+bm*sin(xm*n*w)*dx;
    end
    an(n)=an(n)*2/T;
    bn(n)=bn(n)*2/T;
    cn(n)=sqrt(an(n)^2+bn(n)^2);

end

% recalcula a curva pela aproximação de Fourier plota o gráfico
xi=zeros(np,1);
xi=linspace(min(x),max(x),np);
abdn=zeros(np,1);
for k=1:np
    sb=0;
    for n=1:nh
        sb=sb+an(n)*cos(xi(k)*n*w)+bn(n)*sin(xi(k)*n*w);
    end
    abdn(k)=sb;
end
plot(xi,abdn, 'r'); grid on; hold on;

% imprime os valores dos 15 primeiros harmônicos
%clc;
bmax=max(abs(cn));
fprintf('\n \n Harmônicos de Indução \n');
fprintf('=====\n');
fprintf('Valor de referencia : %10.6g\n\n', bmax);
for n=1:nh
    if n < 33
        fprintf('ordem : %2d      amplitude:%10.3f      an:%10.3f      bn:%10.3f\n', n,cn(n)/bmax*100, an(n)/bmax*100,bn(n)/bmax*100);
    end
end

end

% plota as amplitudes das harmônicas
subplot(2,1,2);
plot(cn(1:nh)/bmax*100,'ro:'); grid on ; hold off;

% calcula a derivada indução a partir da decomposição harmônica
%
% xd=zeros(np,1);
% xd=linspace(min(x),max(x),np);
% dbdn=zeros(np,1);
% for k=1:np
%     sb=0;
%     for n=1:nh
%         sb=sb -an(n)*n*w*sin(xi(k)*n*w)+bn(n)*n*w*cos(xi(k)*n*w);
%     end
%     dbdn(k)=sb;
% end
% subplot(3,1,3);
% plot(xd,dbdn, 'k'); grid on; hold on

```

A.19 Exemplo de Rotina para simulação de modelo matemático de geração de curvas :

```

clear all
%cálculo penta 1 harm.
i = 0;
for s=1:-0.0001:0.0001
A=[1.3045848+56.478397i,.26938i ;.26938i,(0.0000227/s)+0.001153593i];
B = [248.6; 0];i = i+1;
w(i) = 1-s;
X = linsolve(A,B);
C = X(1,1);
D = X(2,1) ;
CEst(i) = abs(C);
CRot(i) = abs(D)*((5/22)^0.5);
Pin(i) = 5*220*cos(angle(C))*abs(C);
Pm(i)= 22*CRot(i)^2*w(i)*2.27e-5/s;
T(i) = Pm(i)/(1800*pi*w(i)/30);
perdas_penta_1(i) =CRot(i)^2*22*2.27e-5+CEst(i)^2*5*1.3045;
end

%cálculo penta 3 harm.
i = 0;
for s=1:-0.0001:0.0001
A=[1.3045848+6.03487i,-0.151572i ; -0.151572i,(0.000164/s)+0.0037209i];
B = [28.6; 0];i = i+1;
w(i) = 1-s;
X = linsolve(A,B);
C = X(1,1);
D = X(2,1) ;
CEst3(i) = abs(C);
CRot3(i) = abs(D)*((5/22)^0.5);
Pin3(i) = 5*33*cos(angle(C))*abs(C);
Pm3(i)= 22*CRot3(i)^2*w(i)*1.64e-4/s;
T3(i) = Pm3(i)/(3*1800*pi*w(i)/30);
perdas_penta_3(i) =CRot3(i)^2*22*2.27e-5+CEst3(i)^2*5*1.3045;
end

%Soma do penta 1harm + penta 3harm
CEstS = CEst3+CEst;
CRotS = CRot3+CRot;
PinS = Pin3+Pin;
PmS = Pm3+Pm;
TS = T3+T;
perdas_penta=perdas_penta_1+perdas_penta_3;

%cálculo tri
i = 0;
for s=1:-0.0001:0.0001
A=[0.803514+33.74i,0.124548i ; 0.124548i,(0.00000786/s)+0.00048255i];
B = [220; 0];i = i+1;
w(i) = 1-s;
X = linsolve(A,B);
C = X(1,1);
D = X(2,1);
CEst_tri(i) = abs(C);
CRot_tri(i) = abs(D)*((3/14)^0.5);
Pin_tri(i) = 3*220*cos(angle(C))*abs(C);
Pm_tri(i)= 14*CRot_tri(i)^2*w(i)*7.86e-6/s;

```

```

T_tri(i) = Pm_tri(i)/(1800*pi*w(i)/30);
perdas(i) = CRot_tri(i)^2*14*7.86e-6+CEst_tri(i)^2*3*0.8035;
end

%Normalização da corrente do estator
CEst_tri_t=CEst_tri/11.79;
CEst_t=CEst/6.94;

figure
plot(w,perdas,w,perdas_penta)
xlabel('Perdas (W)')
ylabel('Corrente (A)')
title('Comparativo Corrente Ir x w')
legend('Tri','Penta')
grid minor
figure
plot(w,CRot_tri,w,CRotS)
xlabel('Velocidade')
ylabel('Corrente (A)')
title('Comparativo Corrente Ir x w, c/ terceira Harm.')
legend('Tri','Penta')
grid minor
figure
plot(w,CEst_tri,w,CEstS)
xlabel('Velocidade')
ylabel('Corrente (A)')
title('Comparativo Corrente Normalizada Is x w, c/ terceira Harm.')
legend('Tri','Penta')
grid minor
figure
plot(w,Pin_tri,w,PinS)
xlabel('Velocidade')
ylabel('Potência (W)')
title('Comparativo Potência de entrada Pin x w, c/ terceira Harm.')
legend('Tri','Penta')
grid minor
figure
plot(w,Pm_tri,w,PmS)
xlabel('Velocidade')
ylabel('Potência (W)')
title('Comparativo Potência mecânica Pm x w, c/ terceira Harm.')
legend('Tri','Penta')
grid minor
figure
plot(w,T_tri,w,TS)
xlabel('Velocidade')
ylabel('Torque (N.m)')
title('Comparativo Torque T x w, c/ terceira Harm.')
legend('Tri','Penta')
grid minor

```