

# Contribuições ao planejamento de experimentos em projetos de pesquisa de engenharia civil

*Contributions to experiment design in civil engineering research projects*

Denise Carpena Coutinho Dal Molin  
Marlova Piva Kulakowski  
José Luis Duarte Ribeiro

## Resumo

**C** onduzir experimentos planejados estatisticamente em projetos cujo objeto de estudo principal são os resultados obtidos de programas experimentais ainda não é uma constante nas pesquisas em Engenharia Civil. O planejamento estatístico de experimentos permite realizar análises mais refinadas dos dados, por meio de modelagem das variáveis de resposta. Além disso, pode-se empregar projetos fracionados, o que possibilita trabalhar com diversas variáveis de controle, em diversos níveis, sem tomar o experimento oneroso e reduzindo o tempo de execução dos experimentos. O presente trabalho discute as vantagens do planejamento de experimentos, de forma a contribuir para melhorar a qualidade dos métodos de pesquisa em programas experimentais. São apresentados alguns exemplos de planejamento de experimentos na área de tecnologia de materiais de construção, indicando os principais benefícios alcançados. Além disso, são apresentadas as análises de dados obtidas a partir de experimentos completos e fracionados, concluindo-se que essencialmente a mesma informação pode ser obtida a partir de experimentos fracionados que seguem os conceitos estatísticos.

Denise Carpena Coutinho  
Dal Molin  
Núcleo Orientado para Inovação  
da Edificação  
Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul  
Av. Osvaldo Aranha, 99, 3º  
andar, Centro  
Porto Alegre - RS - Brasil  
CEP 90035-190  
Tel.: (51) 3316-3321  
E-mail: dmolin@ufrgs.br

Marlova Piva Kulakowski  
Instituto de Ciências Exatas e  
Tecnológicas  
Centro Universitário FEEVALE  
Rod. RS 239, 2755  
Novo Hamburgo -RS - Brasil  
CEP 93352-000  
Tel.: (51) 586-8936  
E-mail: marlovak@feevale.br

José Luis Duarte Ribeiro  
Laboratório de Otimização de  
Produtos e Processos  
Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul  
Praça Argentina, 9, 2º andar,  
Centro  
Porto Alegre - RS - Brasil  
CEP 90040-020  
Tel.: (51) 3316-4005  
E-mail:  
ribeiro@producao.ufrgs.br

Recebido em 18/11/03  
Aceito em 15/05/04

**Palavras-chave:** Planejamento de experimentos. Projeto fatorial fracionado. Materiais de construção.

## Abstract

*The use of statistically designed experiments in research projects that involve the analysis of results from experimental programmes is not common in Civil Engineering. The statistical design of experiments allows for the refined analysis of data, obtained from the modelling of response variables. Moreover, fractional designs can be used to work with several control variables, at different levels, without making the study expensive and reducing the necessary time for the realization of experiments. This article discusses the advantages of using experiment designs, in order to make a contribution for improving the quality of research methods that involve experimental programmes. Some examples of experiment design in the field of construction materials technology are described, indicating the main benefits achieved. Also, data analysis obtained from complete and fractional experiments are presented, indicating that the same information obtained from complete experiments can be obtained from fractional experiments following statistical criteria.*

**Keywords:** Experiment design. Fractional factorial design. Construction materials

## Introdução

A metodologia de projetos de experimentos foi aplicada pela primeira vez em experimentos de agricultura, difundindo-se rapidamente em campos como agronomia, biologia, engenharia química, industrial e de produção (NANNI; RIBEIRO, 1987).

A mesma difusão não ocorreu na Engenharia Civil, e somente nos últimos anos observa-se uma preocupação crescente por parte dos pesquisadores em comprovar estatisticamente as conclusões obtidas em ensaios de laboratório.

No momento em que se faz uso de métodos estatísticos para avaliação de experimentos, ressalta-se a importância de um planejamento prévio para que se obtenha, a um custo mínimo, a maior quantidade de informações sobre as características dos fatores considerados. Quando, por exemplo, não é determinado previamente o tamanho ótimo de uma amostra, pode-se utilizar um número mais elevado de repetições para tirar as mesmas conclusões que poderiam ser obtidas a partir de uma amostra de menor tamanho. Por outro lado, um número insuficiente de amostras pode gerar incertezas que impossibilitem qualquer conclusão referente aos fatores estudados. Além disso, ensaios não sistematizados, quando muitos fatores estão envolvidos, dificultam ou mesmo impedem qualquer análise estatística posterior.

Em um experimento bem projetado é necessário, segundo Nanni e Ribeiro (1987):

- (a) definir claramente os objetivos do problema;
- (b) indicar quais são as variáveis primordiais, dependentes e independentes;
- (c) quais são as variáveis secundárias que não são de interesse para as conclusões, mas que estão presentes e devem ser consideradas (máquinas, pessoas, tempo, etc.);
- (d) examinar as variáveis que geralmente não podem ser controladas (umidade, temperatura ambiental, etc.), mas cujos efeitos devem ser minimizados usando um procedimento adequado de aleatorização da ordem dos ensaios;
- (e) definir as restrições experimentais;
- (f) determinar o tamanho ótimo da amostra;
- (g) estabelecer o modelo matemático-estatístico; e
- (h) indicar o tipo de análise a ser usado.

Existem várias técnicas para planejamento de ensaios, apresentadas por diversas bibliografias (NANNI; RIBEIRO, 1987; MYERS; MONTGOMERY, 1995; WU; HAMADA, 2000; MONTGOMERY, 2001).

Quando se trata com materiais de construção, os experimentos quase sempre envolvem muitos fatores. Assim, é necessário estudar o efeito interligado desses fatores ou variáveis sobre a resposta do experimento. Nesses casos, normalmente é feito um estudo de todas as combinações possíveis entre as variáveis envolvidas. Na medida em que o número de fatores ou variáveis em um projeto aumenta, o número de combinações de tratamentos cresce muito rapidamente.

Dessa forma, o presente trabalho tem por objetivo demonstrar que as pesquisas realizadas em materiais de construção civil podem ser enriquecidas quando os ensaios são planejados estatisticamente, utilizando técnicas de fracionamento.

## Programas experimentais e o planejamento de experimentos

Para explicar a importância do planejamento de ensaios em programas experimentais e os seus benefícios, na seqüência são apresentados três exemplos de programas experimentais conduzidos com concreto, envolvendo um número considerado de variáveis com diversos níveis de controle, em que o planejamento de experimentos foi concebido como projeto fatorial fracionado. A condução dos ensaios conforme o planejamento tornou o programa experimental enxuto, o que possibilitou a obtenção de dados confiáveis, a realização de uma análise estatística mais elaborada e, desta forma, respostas confiáveis.

### Projeto de experimento composto fracionado em medidas de penetração de cloretos

Com o intuito de estudar a influência da relação entre água e aglomerante, do teor de sílica ativa, do tempo e da temperatura de cura na penetração de cloretos no concreto por diferentes mecanismos de transporte, Hoffmann (2001) estabeleceu para o seu programa experimental o emprego de quatro variáveis de controle (ou variáveis independentes) e para cada variável foram adotados cinco níveis fixos. A Tabela 1 apresenta as variáveis de controle e a descrição dos níveis estabelecidos. As variáveis de resposta (ou variáveis dependentes) medidas no programa experimental foram “resistência à penetração de cloretos”, expressa por carga total passante, “coeficiente de difusão de cloretos” e “resistência à compressão”.

Considerando-se cinco níveis para cada uma das quatro variáveis de controle para a obtenção das variáveis de resposta, seriam necessários a realização de 625 ensaios e o teste de 2.500 corpos-de-prova<sup>1</sup>. Segundo Hoffmann (2001), o programa experimental completo tornaria o programa experimental inviável pelo consumo de material, tempo disponível e equipamentos, bem como pelo número de atividades envolvidas para a preparação de cada um dos corpos-de-prova dos ensaios de penetração acelerada e difusão de cloretos, que são detalhadamente descritos pela autora.

Para atender aos objetivos da pesquisa, Hoffmann (2001) empregou um projeto experimental composto fracionado (RIBEIRO; CATEN, 2001), que permite a realização do programa experimental sem haver a necessidade da execução de todas as combinações de variáveis (projeto completo) na realização dos ensaios. O projeto composto fracionado adotado para a realização desta pesquisa reduziu o número de ensaios para 42, em que foram empregados apenas 168 corpos-de-prova, contra os 2.500 necessários caso o projeto fosse do tipo completo, o que resultou na redução de ensaios e corpos-de-prova da ordem de 93%. Para o fracionamento do projeto, o esquema adotado para escolha dos pontos ensaiados é do tipo cubo, composto de estrela e pontos centrais, conforme esquema apresentado na Figura 1. As combinações de níveis dos fatores ensaiados, que descrevem o projeto experimental fracionado empregado por Hoffmann (2001) na sua pesquisa, bem como as repetições são apresentadas na Tabela 2, em que se pode observar que os pontos da estrela foram repetidos uma vez, o ponto central foi testado em três níveis de teor de sílica ativa e os pontos do cubo foram testados sem e com adição de sílica ativa em níveis diferentes de teores de adição.

Apesar do fracionamento, os ensaios planejados estatisticamente levam à geração de informações que possibilitam a modelagem de respostas, cuja análise pode elucidar diversos questionamentos, como o comportamento de um determinado material sob a influência da interação de dois ou mais fatores. A escolha das combinações a serem ensaiadas seguindo os pontos da estrela permite a estimativa de termos lineares e interações, obtidas pelos pontos da parte fatorial (vértices do cubo), bem como a estimativa de efeitos quadráticos puros, obtida pelos pontos da estrela. Os pontos

<sup>1</sup> O número de 2.500 corpos-de-prova foi obtido considerando-se um corpo-de-prova por combinação de variáveis para cada uma das variáveis de resposta “resistência à penetração de cloretos” e “coeficiente de difusão de cloretos” e dois corpos-de-prova para “resistência à compressão”.

centrais testam os efeitos lineares e quadráticos, e a variância do experimento pode ser avaliada com maior precisão aumentando-se o número de repetições destes pontos.

## **Projeto de experimento fatorial cruzado fracionado em ensaios de extração de testemunhos de concretos**

O projeto de experimentos apresentado na seqüência refere-se ao programa experimental realizado por Martins (1997), em sua tese de doutorado, desenvolvido nos laboratórios da UFRGS.

O trabalho proposto por Martins (1997) teve por objetivo “analisar o comportamento mecânico de concretos de alta resistência com o emprego de corpos-de-prova extraídos de estruturas acabadas e corpos-de-prova moldados, de diferentes tipos de concretos”. Para tanto, o programa experimental foi proposto com as variáveis de controle e respectivos níveis, conforme apresentado na Tabela 3, e as variáveis de resposta foram “resistência à compressão”, “resistência à tração por compressão diametral” e “módulo de deformação”.

Supondo um projeto fatorial cruzado completo, conforme variáveis e níveis da , seria necessário realizar 108 ensaios ( $3^3 \times 2^2$  combinações de variáveis). Considerando a determinação de três variáveis de resposta com uma repetição para combinação de variáveis, o número de corpos-de-prova seria de 648. Um número elevado de corpos-de-prova, como já exposto, torna o programa experimental oneroso, longo e, muitas vezes, com problemas de logística no laboratório onde são executados os experimentos.

No caso de Martins (1997), o experimento com emprego de corpos-de-prova extraídos implica a moldagem de elementos de concreto de dimensões consideráveis, com alto consumo de material e dificuldade de movimentação das peças, bem como no emprego de equipamento de extração, cujo componente de corte, que sofre desgaste, apresenta alto custo de reposição. Essas são algumas das dificuldades que levam ao fracionamento do projeto de experimento. Nesse caso, o método adotado para determinar os pontos a serem executados foi um Projeto Fatorial Cruzado Fracionado, o que possibilitou a redução do número de ensaios para 56, conforme esquema apresentado na Figura 2, ocorrendo uma redução de 50% no número de combinações.

| Variável                           | Níveis |      |      |      |      |
|------------------------------------|--------|------|------|------|------|
|                                    | N1     | N2   | N3   | N4   | N5   |
| Relação entre água e aglomerante   | 0,28   | 0,35 | 0,45 | 0,60 | 0,75 |
| Teor de adição de sílica ativa (%) | 0      | 5    | 10   | 15   | 20   |
| Idade (tempo de cura; dias)        | 7      | 14   | 28   | 63   | 91   |
| Temperatura (ambiente de cura; °C) | 5      | 15   | 25   | 30   | 40   |

Fonte: Hofmann (2001)

Tabela 1 - Variáveis e níveis fixos do programa experimental

|             | Temperatura (°C) | Idade (dias) | Relação Água/aglomerante | Teor de sílica ativa (%) | Pontos no projeto |         |
|-------------|------------------|--------------|--------------------------|--------------------------|-------------------|---------|
| Experimento | 1                | 15           | 14                       | 0,35                     | 5                 | Cubo    |
|             | 2                | 30           | 14                       | 0,35                     | 5                 |         |
|             | 3                | 15           | 14                       | 0,60                     | 5                 |         |
|             | 4                | 30           | 14                       | 0,60                     | 5                 |         |
|             | 5                | 15           | 14                       | 0,35                     | 15                |         |
|             | 6                | 30           | 14                       | 0,35                     | 15                |         |
|             | 7                | 15           | 14                       | 0,60                     | 15                |         |
|             | 8                | 30           | 14                       | 0,60                     | 15                |         |
|             | 9                | 5            | 28                       | 0,45                     | 10                | Estrela |
|             | 10               | 40           | 28                       | 0,45                     | 10                |         |
|             | 11               | 25           | 28                       | 0,28                     | 10                |         |
|             | 12               | 25           | 7                        | 0,45                     | 10                |         |
|             | 13               | 25           | 28                       | 0,75                     | 10                |         |
|             | 14               | 25           | 91                       | 0,45                     | 10                |         |
|             | 15               | 15           | 63                       | 0,60                     | 5                 | Cubo    |
|             | 16               | 30           | 63                       | 0,60                     | 5                 |         |
|             | 17               | 15           | 63                       | 0,35                     | 5                 |         |
|             | 18               | 30           | 63                       | 0,35                     | 5                 |         |
|             | 19               | 15           | 63                       | 0,35                     | 15                |         |
|             | 20               | 30           | 63                       | 0,35                     | 15                |         |
|             | 21               | 15           | 63                       | 0,60                     | 15                |         |
|             | 22               | 30           | 63                       | 0,60                     | 15                |         |
|             | 23               | 25           | 28                       | 0,45                     | 20                | Central |
|             | 24               | 25           | 28                       | 0,45                     | 20                |         |
|             | 25               | 25           | 28                       | 0,45                     | 0                 |         |
|             | 26               | 25           | 28                       | 0,45                     | 0                 |         |
|             | 27               | 25           | 28                       | 0,45                     | 10                |         |
|             | 28               | 25           | 28                       | 0,45                     | 10                |         |
|             | 29               | 40           | 28                       | 0,45                     | 10                | Estrela |
|             | 30               | 5            | 28                       | 0,45                     | 10                |         |
|             | 31               | 25           | 28                       | 0,28                     | 10                |         |
|             | 32               | 25           | 28                       | 0,75                     | 10                |         |
|             | 33               | 25           | 7                        | 0,45                     | 10                |         |
|             | 34               | 25           | 91                       | 0,45                     | 10                |         |
|             | 35               | 30           | 14                       | 0,35                     | 0                 | Cubo    |
|             | 36               | 15           | 14                       | 0,35                     | 0                 |         |
|             | 37               | 30           | 14                       | 0,60                     | 0                 |         |
|             | 38               | 15           | 14                       | 0,60                     | 0                 |         |
|             | 39               | 30           | 63                       | 0,35                     | 0                 |         |
|             | 40               | 15           | 63                       | 0,35                     | 0                 |         |
|             | 41               | 30           | 63                       | 0,60                     | 0                 |         |
|             | 42               | 15           | 63                       | 0,60                     | 0                 |         |

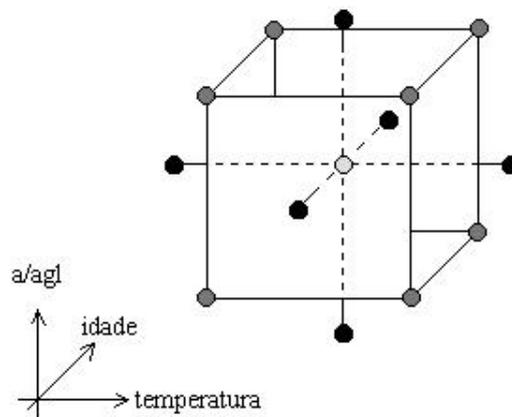
Fonte: Hofmann (2001)

Tabela 2 - Projeto do experimento fracionado

| Variável                                 | Níveis |      |       |
|--|--------|------|-------|
|  | N1     | N2   | N3    |
| Relação entre água e aglomerante         | 0,25   | 0,28 | 0,32  |
| Diâmetro do corpo-de-prova extraído (mm) | 50     | 75   | 100   |
| Esbelteza (h/d)                          | 1      | 1,5  | 2     |
| Teor de adição de sílica ativa (%)       | 0      | 10   | ----- |
| Diâmetro máximo do agregado (mm)         | 12,5   | 25   | ----- |

Fonte: Martins (1997)

Tabela 3 - Variáveis e níveis fixos do programa experimental



Fonte: Hofmann (2001)

Figura 1 - Esquema do projeto composto fracionado

|                                 |                       | Esbelteza (h/d)    |     |    | Esbelteza (h/d)    |     |    | Esbelteza (h/d)    |     |    |
|---------------------------------|-----------------------|--------------------|-----|----|--------------------|-----|----|--------------------|-----|----|
|                                 |                       | 1                  |     |    | 1,5                |     |    | 2                  |     |    |
|                                 |                       | ∅ CP extraído (mm) |     |    | ∅ CP extraído (mm) |     |    | ∅ CP extraído (mm) |     |    |
|                                 |                       | 5                  | 7,5 | 10 | 5                  | 7,5 | 10 | 5                  | 7,5 | 10 |
| Concreto sem sílica ativa       | $d_{\text{máx}}$ 12,5 |                    |     |    |                    |     |    |                    |     |    |
|                                 | $d_{\text{máx}}$ 25,0 |                    |     |    |                    |     |    |                    |     |    |
| Concreto com sílica ativa (10%) | $d_{\text{máx}}$ 12,5 |                    |     |    |                    |     |    |                    |     |    |
|                                 | $d_{\text{máx}}$ 25,0 |                    |     |    |                    |     |    |                    |     |    |

Fonte: Adaptação de Martins (1997)

Figura 2 - Esquema do Projeto Fatorial Cruzado Fracionado

## Projeto e análise dos experimentos completo e fracionado em ensaios de resistência à compressão em CC e CAR<sup>2</sup>

Como consideração inicial na apresentação deste programa experimental, ressalta-se que ele foi concebido e executado em um período anterior aos demais programas até então apresentados, quando a cultura de planejamento estatístico não havia sido assimilada nas pesquisas em materiais de construção civil desenvolvidas na UFRGS.

A variável de resposta empregada para realizar a comparação de análises entre experimentos executados de forma completa e fracionada é resistência à compressão. Primeiro é apresentada a análise da matriz completa de dados, para então ser possível proceder à comparação.

### Projeto de experimentos completo

O objetivo do projeto de experimentos apresentado na seqüência foi investigar as diferenças entre as propriedades mecânicas de concretos de alta

resistência, com e sem adições de sílica ativa, e as de concretos convencionais (resistências de até 40 MPa). As variáveis de controle adotadas e os seus respectivos níveis são apresentados na Tabela 4.

Após definidas as variáveis controladas, o próximo passo no projeto de experimentos deste estudo foi a determinação do tamanho ótimo da amostra e verificação da normalidade da distribuição. Era preciso verificar se três exemplares (número já consagrado para concretos convencionais) forneceriam resultados com a confiabilidade desejada para concretos de alta resistência. Para tanto, foram moldados 30 corpos-de-prova de mesmo traço para posterior rompimento à compressão aos 28 dias. Uma vez comprovada a hipótese de normalidade da distribuição dos dados, calculou-se o tamanho da amostra, conforme a equação 1.

$$n = z_{\alpha/2}^2 \times \frac{CV^2}{Er^2} \quad (1)$$

onde:

n = número de repetições;

Er = erro relativo admitido da estimativa, fixado em 10%;

<sup>2</sup> CC = Concreto convencional; CAR = Concreto de alta resistência.

CV = coeficiente de variação da amostra, calculado em 7,78%; e

$Z_{\alpha/2}$  = valor tabelado que, para um nível  $\alpha = 5\%$  de significância, possui o valor de 1,96.

Assim, o número de corpos-de-prova da amostra deveria ser no mínimo de  $n = 2,3$ , ou seja, três exemplares por variável de resposta analisada. Dessa forma, o programa experimental foi executado conforme programação apresentada de forma esquemática na Tabela 5.

O método adotado para comprovar estatisticamente a influência de cada fator estudado no experimento, bem como verificar a existência de alguma interação entre eles, foi a Análise de Variância - ANOVA (MONTGOMERY, 2001), apresentada na Tabela 6. O uso da análise de variância na comparação de grupos está baseado na relação da variabilidade das médias entre os grupos e da variabilidade das observações dentro dos grupos, e na distribuição de Fischer (F), com nível de significância  $\alpha$ . Neste programa experimental, todos os testes estatísticos foram feitos adotando-se um nível de significância de  $\alpha = 0,05$ . O teste de significância F de um determinado fator é feito em relação à média quadrada do erro (MQR). Por exemplo, para testar a significância F do efeito de um fator A, utiliza-se  $F_A = MQA/MQR$ , e se  $F_A$  é maior do que o valor tabelado  $F_{\alpha}(\sqrt{1}, \sqrt{2})$ , a hipótese de que não existe um efeito significativo do fator A é rejeitada. Neste exemplo,  $\sqrt{1}$  e  $\sqrt{2}$  são, respectivamente, os graus de liberdade do fator A e do erro.

Com base na análise de variância da , verifica-se que, em ordem de importância, os fatores idade, água/(c + s.a.), sílica ativa e cura resultaram significativos. As interações entre cura e idade, a/(c + s.a.) e idade, e sílica ativa e idade também apresentaram um efeito bastante significativo, seguidas pelas interações entre a/(c + s.a.), sílica ativa e a/(c + s.a.), e sílica ativa e idade, pouco significativas em relação às demais.

Uma vez identificados os fatores principais e suas interações que influenciaram de maneira significativa na resistência à compressão do concreto, partiu-se para a definição de um modelo de regressão que apresentasse um bom ajuste aos dados experimentais. Após diversas tentativas de ajustes de curvas que melhor representassem o comportamento da resistência à compressão em relação às variáveis estudadas, optou-se por trabalhar com uma expressão exponencial e adotar uma análise pelo método de regressão não-linear, tornando o modelo de regressão aceitável tanto matematicamente como tecnicamente. As variáveis e interações empregadas inicialmente na análise de regressão não-linear foram aquelas identificadas

como significativas na análise de variância (). Após alguns testes, partindo-se de uma equação já conhecida, no caso a equação de POWERS (MEHTA; MONTEIRO, 1994), obteve-se o modelo de previsão da resistência à compressão, para as condições experimentais deste trabalho, válida para idades de até 91 dias, conforme equação 2, com coeficiente de determinação  $r^2=0,93$ .

$$f_c = (70,07 + 0,64 \text{ cur} + 0,82 \text{ s.a.}) \times \left[ \frac{0,18 \text{ ida}^{0,2601}}{0,08 \text{ ida}^{0,2601} + ac} \right]^{1,12} \quad (2)$$

onde:

$f_c$  = resistência à compressão (MPa);

cur = tipo de cura (0 = cura ambiente ou 10 = cura úmida);

ac = relação entre água e aglomerante;

s.a. = percentual de sílica ativa; e

ida = idade do concreto (em dias).

Com respeito à análise de variância (Tabela 6), o modelo proposto confirma a maior influência da sílica ativa ( $k=0,82$ ) em relação ao efeito da cura ( $k=0,64$ ) e deixa claro que a maior parcela deve-se ao efeito conjunto da idade e fator água/aglomerante. A Figura 3 apresenta a relação entre as resistências à compressão estimadas e as observadas experimentalmente. Nota-se que a expressão proposta possui um bom ajuste, sendo a dispersão dos dados bem equilibrada em relação ao modelo.

### Projeto de experimentos fracionado

A análise de dados apresentada para a variável de resposta resistência à compressão foi realizada para a matriz completa de combinações de variáveis. Considerando três repetições por variável, o total de ensaios realizados para resistência à compressão foi de 504. Caso fosse desejado estudar o efeito de mais um teor de sílica ativa, o número de ensaios alteraria para 756. Como pode ser observado na , para a execução do projeto de experimentos desta pesquisa, com combinações de variáveis em uma matriz completa, foi necessário moldar e testar 2.016 corpos-de-prova, o que gerou 2.016 respostas, ou seja, dados com 504 valores para cada variável dependente analisada.

Dessa forma, em um determinado momento, é necessário limitar as variáveis, ou por questões econômicas, ou por questões de tempo e trabalho envolvido. O fracionamento de projetos surge como uma alternativa em que estas dificuldades impedem de rodar o experimento completo, e

assim apenas uma fração das combinações é ensaiada (MONTGOMERY, 2001). Se o experimento é planejado estatisticamente, praticamente a mesma informação pode ser obtida rodando-se apenas uma fração do experimento completo. Esse tipo de experimento é bastante utilizado em outras áreas, mas na Engenharia Civil não se tem notícias de planejamento de projetos fracionados, o que leva a um desenvolvimento mais lento das pesquisas, com um maior capital investido.

Assim, neste trabalho, a validação das técnicas de fracionamento de projetos é realizada empregando-se os dados obtidos a partir da realização do projeto experimental completo. Com os dados da matriz fracionada estabelecida com o emprego de tais técnicas, buscou-se verificar se é possível modelar o comportamento do concreto, bem como se a resposta obtida é compatível com aquela oriunda da análise da matriz completa.

Como visto anteriormente e conforme bibliografia (RIBEIRO; CATEN, 2001; MONTGOMERY, 2001), o fracionamento de projetos pode ser feito por várias técnicas. Os projetos fatoriais fracionados são práticos, porém, conforme a técnica adotada para o fracionamento, o teste é forte somente para os efeitos principais e interações de primeira ordem, não detectando possíveis mudanças de concavidade no desenvolvimento das regressões.

Uma técnica mais poderosa reside nos projetos de superfície de resposta, que para ajustar um modelo de segunda ordem deve ter, no mínimo, três níveis de cada fator. O projeto mais usado para ajustar um modelo de segunda ordem consiste de um fatorial fracionado somado a pontos axiais e pontos centrais, conforme mostra a Figura 4.

Estes pontos, devidamente distribuídos no espaço amostral e balanceados, permitem avaliar os efeitos produzidos pela mudança de nível dos fatores analisados. Os pontos centrais, que formam uma espécie de estrela (Figura 5), possibilitam a identificação de interações entre eles. Uma descrição detalhada da metodologia de superfície de resposta encontra-se em Montgomery (2001).

O fracionamento do projeto experimental completo deste estudo pode ser visto esquematicamente na Figura 6.

Como o projeto original não foi feito com vistas ao posterior fracionamento, algumas adaptações foram realizadas na escolha dos pontos, desprezando-se as relações  $a/(c + ms)$  e idade menos representativas ou que originaram as maiores variabilidades nos ensaios. A Figura 7

mostra os pontos escolhidos para os quais é necessário realizar ensaios laboratoriais, onde se pode observar que os pontos não considerados foram a relação entre  $a/(c + s.a.)$  0,45 e idade 91 dias. Os demais são avaliados estatisticamente.

A partir da escolha dos ensaios a realizar, reduzindo-se o tamanho da amostra de 504 para 108 exemplares, selecionaram-se os resultados já obtidos de resistência à compressão e procedeu-se a uma análise de variância, que identificou os mesmos fatores do projeto completo, e na mesma ordem de importância, como sendo significativos na resposta do experimento (Tabela 6). Com os 108 dados disponíveis, ajustou-se um modelo matemático para a estimativa da resistência à compressão, seguindo os procedimentos descritos anteriormente. O modelo resultante é descrito na Equação 3, com coeficiente de determinação  $r^2=0,93$ .

$$f_c = (75,38 + 0,55 \cdot cur + 0,87 \cdot s.a.) \times \left[ \frac{0,18 \cdot ida^{0,26}}{0,08 \cdot ida^{0,26} + ac} \right]^{1,12} \quad (3)$$

onde:

$f_c$  = resistência à compressão (MPa);

cur = tipo de cura (0 = cura ambiental e 10 = cura úmida);

s.a. = porcentagem de sílica ativa;

ida = idade do concreto (dias);

ac = relação entre água e aglomerante.

Para comparar as equações 2 e 3, ajustadas mediante os 504 dados (projeto completo) e apenas com parte deles (108; projeto fracionado), respectivamente, foram desenvolvidos os gráficos que constam nas Figuras 8 a 11, adotando-se valores médios conforme segue:

idade = 28 dias;

relação entre água e cimento + sílica ativa = 0,37;

teor de sílica ativa = 5 %; e

tipo de cura = 5.

A partir dessas figuras e da análise de variância, é possível concluir que o fracionamento de experimentos, quando bem conduzido, permite obter as mesmas estimativas que seriam geradas pelo projeto completo. Dessa forma, fica como sugestão que novas pesquisas façam uso dessa ferramenta para que, com o mesmo esforço despendido, uma maior contribuição possa ser dada ao meio técnico-científico, sem com isso prejudicar a qualidade dos trabalhos desenvolvidos.

| Variável                           | Níveis |      |       |       |       |       |       |
|------------------------------------|--------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                    | N1     | N2   | N3    | N4    | N5    | N6    | N7    |
| Relação entre água e aglomerante   | 0,25   | 0,38 | 0,32  | 0,37  | 0,43  | 0,50  | 0,58  |
| Idade (dias)                       | 1      | 3    | 7     | 28    | 63    | 91    | ----- |
| Teor de adição de sílica ativa (%) | 0      | 10   | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| Tipo de cura*                      | 1      | 2    | ----- |       |       |       |       |
| Diâmetro máximo do agregado (mm)   | 12,5   | 25   | ----- |       |       |       |       |

\* Cura em câmara úmida (1) e cura ao ambiente (2)

Tabela 4 - Variáveis e níveis fixos do programa experimental

| Adições de s.a. (%) | Tipo de Cura | Relação a/(c + s.a.) | Idade (dias) | Ensaio Realizado                            | Nº de corpos-de-prova* |
|---------------------|--------------|----------------------|--------------|---|------------------------|
| 0                   | Câmara Úmida | 0,25                 | 1            | Compressão simples - $f_c$                  | 504                    |
|                     |              | 0,28                 | 3            | Tração por compressão diametral - $f_{t,D}$ | 504                    |
|                     | Ambiente     | 0,32                 | 7            |   |                        |
|                     |              | 0,37                 | 28           |   |                        |
| 10                  | Câmara Úmida | 0,45                 | 63           | Tração por flexão - $f_t,F$                 | 504                    |
|                     |              | 0,50                 | 91           | Deformação transversal e longitudinal       | 504                    |
|                     | Ambiente     | 0,58                 |              |   |                        |
|                     |              |                      |              |   |                        |
| TOTAL               | 2            | 7                    | 6            | 4   | 2016                   |

\* Considerando três exemplares por amostra

Tabela 5 - Variáveis analisadas no programa experimental de resistência à compressão em CC e CAR

| Fonte                | GDL | SQ        | MQ       | F       | F <sub>0,05</sub> | SIGN. |
|----------------------|-----|-----------|----------|---------|-------------------|-------|
| sílica ativa (A)     | 1   | 3307,00   | 3307,00  | 718,91  | 3,84              | S     |
| cura (B)             | 1   | 1641,00   | 1641,00  | 356,52  | 3,84              | S     |
| idade (C)            | 5   | 109700,00 | 21940,00 | 4769,57 | 2,21              | S     |
| água/aglomerante (D) | 6   | 73720,00  | 12290,00 | 2671,74 | 2,10              | S     |
| AB                   | 1   | 1,97      | 1,97     | 0,43    | 3,84              | NS    |
| AC                   | 5   | 845,30    | 169,10   | 36,76   | 2,21              | S     |
| AD                   | 6   | 102,60    | 17,09    | 3,72    | 2,10              | S     |
| BC                   | 5   | 1181,00   | 236,10   | 51,33   | 2,21              | S     |
| BD                   | 6   | 53,55     | 8,93     | 1,94    | 2,10              | NS    |
| CD                   | 30  | 5537,00   | 184,60   | 40,13   | 1,46              | S     |
| ABC                  | 5   | 8,40      | 1,68     | 0,37    | 2,21              | NS    |
| ABD                  | 6   | 21,01     | 3,50     | 0,76    | 2,10              | NS    |
| ACD                  | 30  | 300,70    | 10,02    | 2,18    | 1,46              | S     |
| BCD                  | 30  | 110,80    | 3,69     | 0,80    | 1,46              | NS    |
| ABCD                 | 30  | 57,82     | 1,93     | 0,42    | 1,46              | NS    |
| Erro                 | 336 | 1546,00   | 4,60     |         |                   |       |
| Total                | 503 | 198100,00 |          |         |                   |       |

GDL= graus de liberdade; SQ = soma quadrada; MQ= SQ/GDL = média quadrada; F= valor calculado de F; F<sub>0,05</sub>= valor tabelado de F para o nível de significância (distribuição de Fischer); S= efeito significativo; NS= efeito não significativo.

Tabela 6 - Análise de variância (ANOVA) para dados de resistência à compressão obtidos com matriz completa

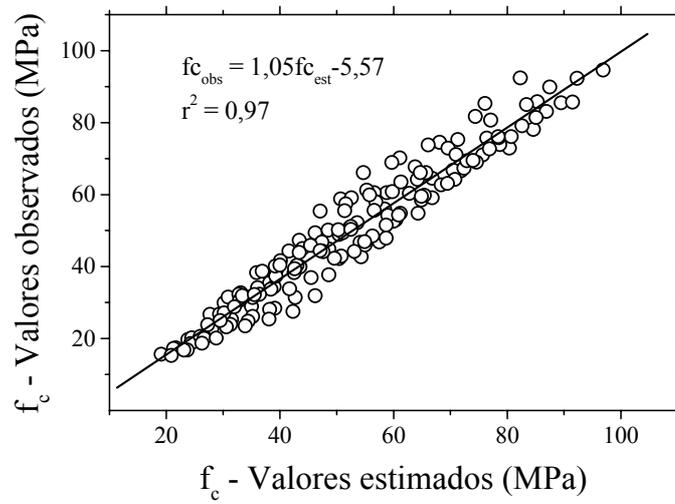


Figura 3 - Valores de resistência à compressão observados *versus* estimados

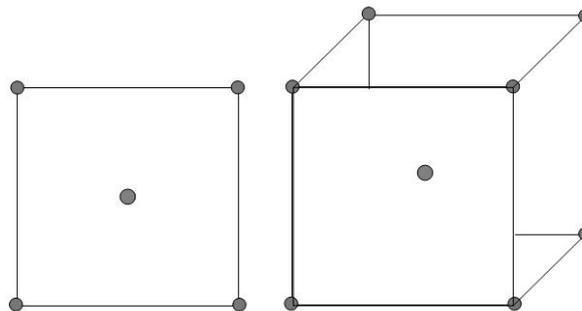


Figura 4 - Projetos de composição central para dois e três fatores ou variáveis

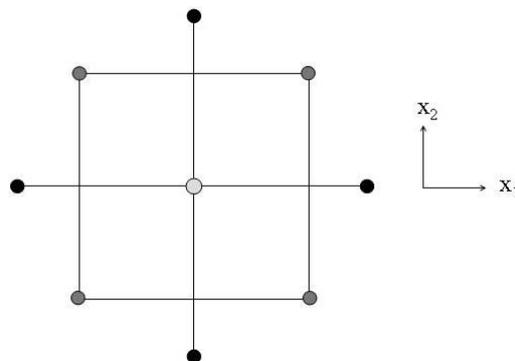


Figura 5 - Exemplo de projeto composto de segunda ordem para dois fatores

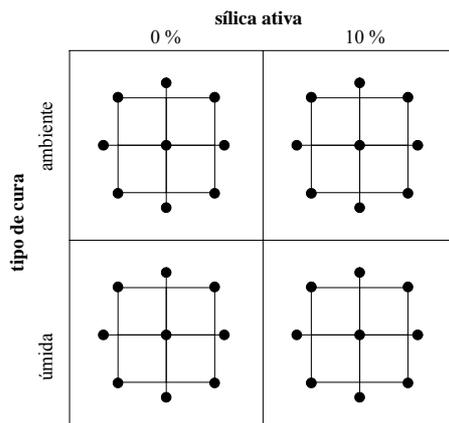


Figura 6 - Esquema do fracionamento dos ensaios

|              |          | sílica ativa          |      |      |      |      |      |      |                       |      |      |      |      |      |      |  |  |  |
|--------------|----------|-----------------------|------|------|------|------|------|------|-----------------------|------|------|------|------|------|------|--|--|--|
|              |          | 0%                    |      |      |      |      |      |      | 10%                   |      |      |      |      |      |      |  |  |  |
|              |          | relação água/(c + sa) |      |      |      |      |      |      | relação água/(c + sa) |      |      |      |      |      |      |  |  |  |
|              |          | 0,25                  | 0,28 | 0,32 | 0,37 | 0,45 | 0,50 | 0,58 | 0,25                  | 0,28 | 0,32 | 0,37 | 0,45 | 0,50 | 0,58 |  |  |  |
| tipo de cura | ambiente | idade (dias)          |      | 1    | 3    | 7    | 28   | 63   | 91                    |      |      |      |      |      |      |  |  |  |
|              |          |                       |      |      |      |      |      |      |                       |      |      |      |      |      |      |  |  |  |
| tipo de cura | úmida    | idade (dias)          |      | 1    | 3    | 7    | 28   | 63   | 91                    |      |      |      |      |      |      |  |  |  |
|              |          |                       |      |      |      |      |      |      |                       |      |      |      |      |      |      |  |  |  |

Figura 7 - Pontos ensaiados em laboratório

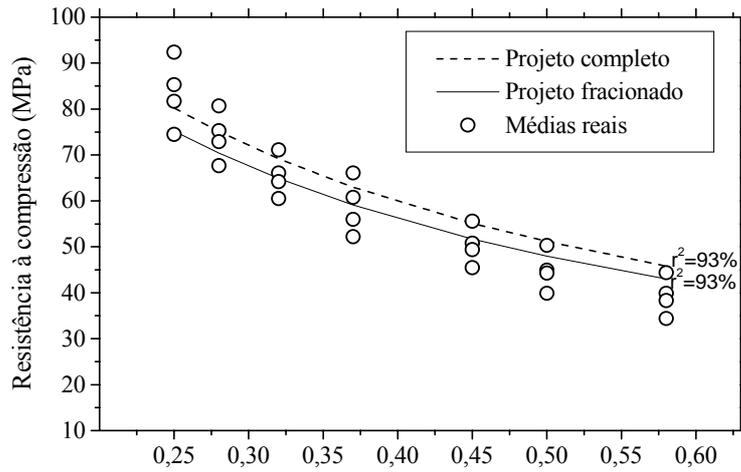


Figura 8 - Relação entre resistência à compressão e  $a/(c + s.a.)$

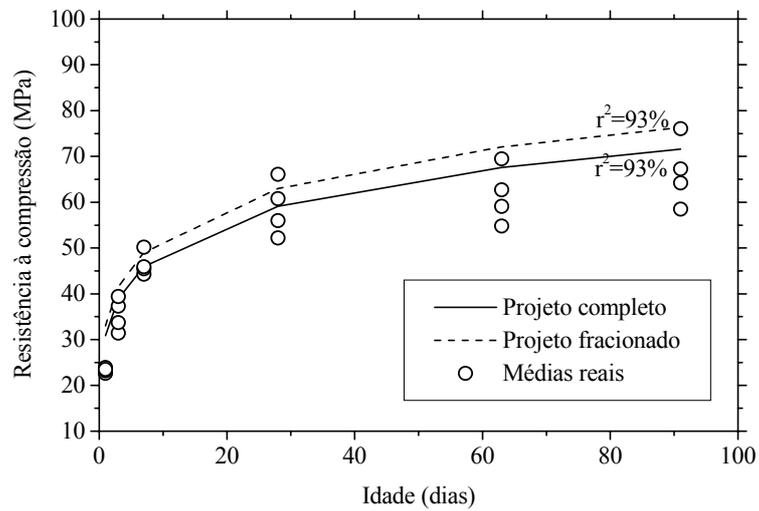


Figura 9 - Relação entre resistência à compressão e idade

**Resistência à compressão (MPa)**

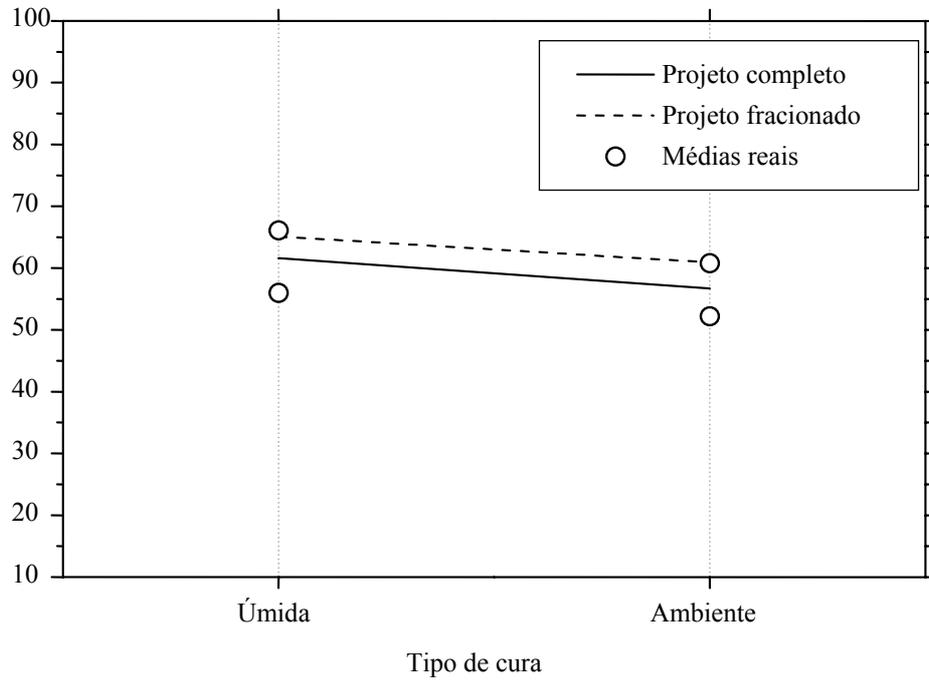


Figura 10 - Relação entre resistência à compressão e teor de sílica ativa

**Resistência à compressão (MPa)**

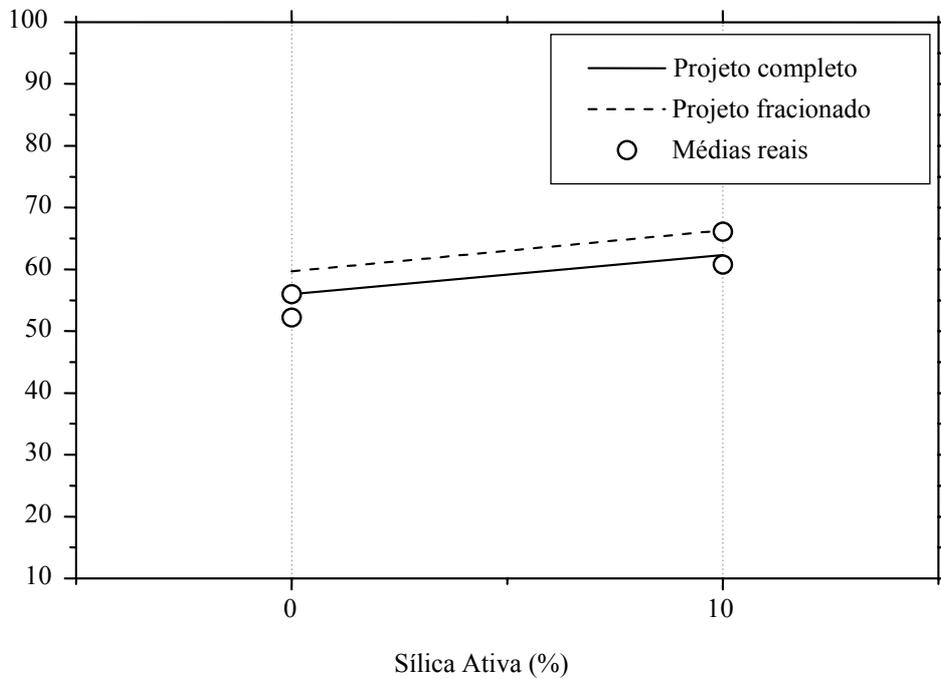


Figura 11 - Relação entre resistência à compressão e tipo de cura realizada

## Considerações finais

Primeiramente, deve-se salientar que cada projeto de experimentos apresenta características próprias no que se refere aos materiais e técnicas empregados na obtenção dos dados, o que irá determinar o método de projeto estatístico de experimentos a ser adotado.

Comparando-se os métodos empregados para o projeto de experimentos de Hoffmann (2001) e Martins (1997), pode-se perceber claramente que num projeto que apresenta maior número de níveis das variáveis, de preferência um número ímpar como 5, maior será a possibilidade de reduzir o tamanho da amostra mediante a redução do número de combinações de variáveis. Hoffmann (2001), empregando um projeto do tipo  $5^4$  (quatro fatores a cinco níveis), teve a possibilidade de reduzir o número de combinações de 625 para 42, o que reduziu o número de corpos-de-prova de 2.500 para 168, ou seja, uma redução de 92%. Já no trabalho de Martins (1997) o projeto fatorial misto – combina fatores com número de níveis diferentes ( $3^3 \times 2^2$  combinações de variáveis) – possibilitou a redução do número de ensaios de 108 combinações para 56, ou seja, redução de 50%. Logo, pode-se dizer que, quanto maior for o número de informações disponíveis para estabelecer um programa experimental, maior será a sua otimização na obtenção de dados confiáveis.

No estudo comparativo entre concretos convencionais e concretos de alta resistência, a aplicação de um projeto fatorial fracionado possibilitou a redução do número de ensaios, de 504 para 108 ensaios para cada propriedade mecânica, uma redução de 78%. Se o projeto fosse planejado desde o início para um posterior parcelamento, as vantagens obtidas poderiam ser até maiores. Entre elas, poder-se-ia optar por cinco níveis para todas as variáveis de controle, possibilitando, dessa forma, obter um fracionamento semelhante ao de Hoffmann (2001), reduzindo também o número de repetições para alguns ensaios. Em termos práticos esta redução em 78% do número de ensaios torna o programa experimental mais econômico, diminuindo-se o consumo de material, o tempo de execução e o desgaste de equipamentos, entre outros benefícios. Além disso, pela aproximação das curvas modeladas nas duas situações de projeto, ficou comprovado que a execução dos experimentos de forma fracionada fornece respostas de comportamento com a mesma confiabilidade obtida para os experimentos conduzidos de forma completa.

Para finalizar, o presente trabalho destaca a necessidade crescente do uso de técnicas estatísticas no planejamento de experimentos de engenharia civil, não só para avaliar mais corretamente os resultados de ensaios, mas, principalmente, para planejar experimentos, de forma a otimizar recursos físicos e financeiros.

## Referências bibliográficas

- HOFFMANN, A. T. **Influência da adição de sílica ativa, da relação água/aglomerante, temperatura e tempo de cura no coeficiente de difusão de cloretos em concretos**. 2001. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.
- MARTINS, M. L. C. **Análisis del comportamiento mecánico del hormigón de alta resistencia mediante probetas testigo y probetas moldeadas con distintas condiciones de hormignado**. 1997. 162 f. Tesis doctorales - Departamento de Ingeniería Civil: Construcción Construcción, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politecnica de Madrid, Madrid, 1997.
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: Pini, 1994.
- MONTGOMERY, D. C. **Design and analysis of experiments**. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2001. 684 p.
- MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C. **Response Surface Methodology: process and product optimization using designed experiments**. New York: Wiley-Interscience, 1995. 504 p.
- NANNI, L. F.; RIBEIRO, J. L. **Planejamento e avaliação de experimentos**. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1987. 193 p. (Caderno Técnico, 17).
- RIBEIRO, J. L. D.; CATEN, C. S. **Projeto de experimentos**. Porto Alegre: FEENGE/UFRGS, 2001. 130 p. (Série Monográfica Qualidade).
- WU, C. F.; HAMADA, M. **Experiments: planning, analysis, and parameter design optimization**. Wiley Series in probability and Statistics, New York: John Wiley and Sons, Inc., 2000. 630 p.