

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICAS:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Fabiane da Silva Rosa

NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

Sapucaia do Sul

2011

Fabiane da Silva Rosa

NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didáticas.

Orientadora:
Prof^a. Dr. Lucia Helena Marques Carrasco

Sapucaia do Sul

2011

Fabiane da Silva Rosa

NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática.

Orientadora:
Prof.^a Dr. Lucia Helena Marques Carrasco

Comissão examinadora

Prof.^a Dr. Lucia Helena Marques Carrasco – UFRGS
Orientadora

Prof. Dr. Márcia Rodrigues Notare – UFRGS

Dedico este trabalho aos meus pais,
irmãos e sobrinhos.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho seria impossível sem a colaboração de algumas pessoas e instituições que, de diversas formas e em diferentes etapas, deram sua contribuição. Destas, manifesto um agradecimento especial:

Agradeço à minha orientadora Prof.^a Dr. Lucia Helena Marques Carrasco, pelo apoio, dedicação, incentivo e paciência, que no momento mais difícil me acolheu e sanou minhas dúvidas.

Aos professores e tutores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEMAT) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul que dedicaram seu tempo, tirando minhas dúvidas.

Ao meu noivo, pais, irmãos e sobrinhos, a quem muitas vezes não pude dar a atenção necessária devido ao tempo dedicado à pesquisa e ao estudo.

Finalmente, ao Colégio Estadual Cônego Scherer – Guaíba/RS, principalmente ao diretor, ao setor pedagógico e aos meus colegas, pela paciência ao responderem meus questionamentos e pelo empréstimo de material para pesquisa.

RESUMO

O presente trabalho foi elaborado com o intuito de discutir o tema relativo ao uso de novas tecnologias no ensino da Matemática, tendo em vista a análise de três experiências de ensino que tiveram como meta a utilização dessas tecnologias. O público alvo compreendeu alunos do Ensino Fundamental em escola pública do Município de Guaíba/RS. As práticas pedagógicas, fundamentadas na metodologia Engenharia Didática, possibilitaram: na 6ª série, Engenharia Didática III, o estudo dos conceitos da geometria plana: entes geométricos, paralelogramos, triângulos e planificações; na 7ª série, Engenharia Didática I, o estudo dos conceitos básicos da geometria, construções geométricas e ângulos; e na 8ª série, Engenharia Didática II, o estudo das razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente. As ferramentas utilizadas para a realização das práticas foram o *software* matemático Geogebra, vídeos e dobraduras. Tais práticas tiveram por objetivos planejar e programar uma experiência didática com potencial para contribuir na melhoria do ensino de Geometria Plana no Ensino Fundamental; detectar e descrever dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem; e mais, refletir sobre a prática, antes, durante e após o processo, para desenvolver a análise crítica das metodologias de ensino. Nesta monografia, busca-se, portanto, defender o ensino da geometria e da trigonometria através do uso de novas tecnologias e de processos de problematização, ressaltando os aspectos positivos ocorridos nas práticas analisadas, a posição de alguns autores acerca desse tema e, principalmente, as possibilidades abertas por essas novas perspectivas de ensino.

Palavras-chave: 1. Matemática. 2. Geometria. 3. Metodologia. 4. Novas Tecnologias.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Atividades propostas na Engenharia Didática I.....	24
Figura 2 – Atividades propostas no Geogebra da Engenharia Didática II.....	26
Figura 3 – Atividades propostas no Geogebra da Engenharia Didática II.....	28
Figura 4 – Atividades propostas na Engenharia Didática II.....	29
Figura 5 – Atividades propostas na Engenharia Didática II.....	30
Figura 6 – Atividades propostas na Engenharia Didática II.....	31
Figura 7 – Respostas do questionário de Engenharia Didática III.....	32
Figura 8 – Respostas do questionário de Engenharia Didática III.....	32
Figura 9 – Respostas do questionário de Engenharia Didática III.....	33
Figura 10 – Respostas do questionário de Engenharia Didática III.....	33
Figura 11 – Respostas do questionário de Engenharia Didática III.....	34
Figura 12 – Respostas do questionário de Engenharia Didática III.....	34
Figura 13 – Respostas do questionário de Engenharia Didática III.....	35
Figura 14 – Um ponto no plano	35
Figura 15 – Segmento de reta no plano.....	36
Figura 16 – Retas horizontais, verticais e inclinadas.....	36
Figura 17 – Retas concorrentes em um ponto	37
Figura 18 – Pontos contidos na reta.....	37
Figura 19 – Retas perpendiculares.....	38
Figura 20 – Retas paralelas.....	38
Figura 21 – Retas concorrentes.....	39
Figura 22 – Retas coincidentes.....	39
Figura 23 – Triângulo isóscele.....	40
Figura 24 – Triângulo escaleno.....	40
Figura 25 – Triângulo equilátero.....	41
Figura 26 – Quadrado.....	41
Figura 27 – Retângulo.....	42
Figura 28 – Trapézio.....	42

Figura 29 – Losango.....	43
Figura 30 – Planificação de pirâmide quadrada	43
Figura 31 – Planificação de pirâmide hexagonal.....	44
Figura 32 – Pirâmide quadrada e hexagonal.....	44
Figura 33 – Planificação de prismas de base triangular, quadrada e retangular.....	45
Figura 34 – Prisma de base triangular.....	45
Figura 35 – Planificação do Cubo	46
Figura 36 – Cubo	46
Figura 37 – Respostas do questionário de Engenharia Didática III.....	47
Figura 38 – Pontos a cima de uma reta.....	47

LISTA DE SIGLAS

PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
CAP	Colégio de Aplicação da UFRGS
MEC	Ministério da Educação
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PNLEM	Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio
MVT	Mathematical Visualization Toolkit
EC	Enriquecimento Curricular
PUCRS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
PUCSP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
USP	Universidade de São Paulo
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	APRESENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
2.1	Tecnologias na Educação.....	14
2.2	Geometria.....	16
2.3	Trigonometria.....	20
2.4	Problematização.....	21
3	ENGENHARIAS DIDÁTICAS.....	23
3.1	Engenharia Didática I.....	23
3.2	Engenharia Didática II.....	25
3.3	Engenharia Didática III.....	30
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	48
5	REFERÊNCIAS.....	51
	ANEXO 1: Hipóteses da Engenharia Didática I.....	53
	ANEXO 2: Hipóteses da Engenharia Didática II.....	54
	ANEXO 3: Hipóteses da Engenharia Didática III.....	55
	ANEXO 4: Questionário.....	56

1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho tenho por objetivo relatar três diferentes Engenharias Didáticas: Engenharia Didática I (na 7ª série), Engenharia Didática II (na 8ª série) e por último, Engenharia Didática III (na 6ª série), desenvolvidas com utilização de recursos didáticos, como software de matemática, vídeo, internet, computador e dobraduras, sendo estes considerados como abordagens alternativas para os conteúdos de Matemática.

As Engenharias foram desenvolvidas nas disciplinas pedagógicas do curso de especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática, nos anos de 2009 e 2010, com os objetivos de detectar e descrever dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem; planejar e implementar uma experiência prática didática, com potencial para contribuir para a melhoria do ensino de Geometria Plana no Ensino Fundamental – EF; e de refletir sobre a prática, antes, durante e após o processo, tendo em vista o desenvolvimento da análise crítica das propostas.

A metodologia empregada é inspirada na ‘Engenharia Didática’, “[...] expressão com duplo sentido, pois designa produções para o ensino, derivadas de resultados de pesquisa e também designa uma específica metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula”. (UFRGS, 2010¹). A teoria da Engenharia Didática relaciona, portanto, a pesquisa e a ação no sistema de ensino, reservando um espaço para a prática realizada em sala de aula. (UFRGS, 2010).

Justifico, inicialmente, a escolha da Escola, Colégio Estadual Cônego Scherer, em função da minha trajetória discente, profissional e docente no estabelecimento, onde o meu primeiro contato foi aos 10 anos de idade na 5ª série do antigo 1º Grau até a 8ª série. Após terminar o 1º Grau, continuei frequentando a Escola, por ter um familiar trabalhando na mesma, e mais tarde, para ser mais exata, há 7 anos, deu-se o início da minha carreira profissional na Instituição. A partir daí, fiz trabalhos como voluntária em aulas de reforço, estágio obrigatório e projetos de Engenharia Didática. Esta escolha se deu por fazer parte da minha vida profissional como pesquisadora, por possuir vínculo empregatício com a Escola e devido à busca pela qualidade da educação, juntamente à comunidade escolar.

¹ Disponível em: <<http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/tcc/>>.

Na Escola, tanto os funcionários como os demais membros da comunidade, buscam a qualidade da educação, todos têm a preocupação com o rendimento escolar, com os índices de reprovação dos alunos e com os índices de avaliação externa. Estas questões, dirigidas especificamente para a Matemática, provocaram-me a realizar a pesquisa, dando-me motivação suficiente para aprofundar o tema central desenvolvido nas engenharias.

As Engenharias foram realizadas no Colégio Estadual Cônego Scherer, que está situado na rua Sergipe, nº 200, no bairro Parque 35, na cidade de Guaíba. A escola foi criada em 28 de julho de 1955, iniciando suas atividades como Ginásio Estadual Cônego Scherer, nas dependências do atual Instituto de Educação Gomes Jardim, até que o prédio onde funciona atualmente ficasse pronto, em 1957.

Atualmente, o Colégio funciona nos turnos da manhã, tarde e noite, atendendo no corrente ano um total de 1.200 alunos, 43 professores e 14 funcionários, com 14 salas de aula, 2 laboratórios de informática, 2 salas de vídeo, biblioteca informatizada, refeitório e salão de eventos. A equipe diretiva da escola é constituída de professores graduados, o Diretor, três Vice-diretoras, uma assistente financeira, duas Orientadoras Educacionais e duas Supervisoras Educacionais.

A Escola no Projeto Político-Pedagógico, Rio Grande do Sul (2002), tem como filosofia e objetivo geral:

A Escola tem por filosofia a valorização do indivíduo que constrói seu conhecimento científico, juntamente com o cultivo de seus sentimentos de justiça, amor ao próximo, valorização da vida e da liberdade.

O objetivo geral é proporcionar ao educando um processo contínuo de aprendizagem, para que através de formas diversificadas de atuação que valorizem os aspectos sócio-culturais, éticos e morais, lhe permita traçar por si só, as diretrizes de sua existência. (RIO GRANDE DO SUL, 2002, p.11-12).

Neste trabalho de conclusão de curso, pretendo, não apenas descrever as práticas de ensino desenvolvidas com meus alunos, mas também analisar e questionar as dimensões pedagógicas que foram alcançadas. Tendo focalizado os campos teóricos da geometria e da trigonometria, através do uso de novas tecnologias e de processos de problematização, coloco-me frente à experiência de forma a ressaltar os aspectos positivos, a aprofundar os temas abordados e, principalmente, a questionar-me acerca de novas perspectivas de ensino.

O tema NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE GEOMETRIA é muito discutido entre os autores de Matemática, dos quais destaco Fonseca; Lopes (2001), no entanto, apesar de ocorrer muita discussão sobre esse assunto, ainda assim, ocorrem poucas mudanças. Dessa forma, optei por aprofundar o tema, tanto em sua dimensão prática quanto teórica.

No capítulo 2, abordo, através de pesquisas teóricas, as temáticas: tecnologias na educação; geometria; trigonometria e problematização.

Em seguida, no capítulo 3, refiro-me à utilização das metodologias inerentes às Engenharias Didáticas I, II e III. Nesse capítulo explicito a abordagem realizada, acerca dos conceitos matemáticos de geometria, ângulos, razões trigonométricas, geometria plana e planificações e trigonometria.

Nas considerações finais, destaco os resultados alcançados com os alunos do Ensino Fundamental, após a aplicação das metodologias citadas anteriormente.

2 APRESENTAÇÃO TEÓRICA

Neste trabalho, utilizo como referencial teórico as orientações e diretrizes de documentos oficiais (PCNEF), alguns livros didáticos para o Ensino Fundamental, além de teses, livros e artigos que abordam os temas em estudo. Destaco, como fundamentais para o trabalho, os autores: DI PIERRO NETTO (1986), CARNEIRO (2005), VIANA (2005), POLATO (2009), ALVES (2007), MORAN (1995), BRITTO (2004), RAMOS (2002).

2.1 Tecnologias na Educação:

Início, ressaltando que vídeos, *softwares* matemáticos, internet, computador, calculadora, todos estão (ou facilmente podem estar) presentes na vida de nossos alunos, de modo que a escola não pode mais ignorá-los. No entanto, torna-se necessário a produção de estratégias criativas para ajustar esses novos recursos às propostas educativas e aos conteúdos teóricos que fazem parte da rotina escolar.

Segundo Polato (2009), as inovações tecnológicas devem ser inseridas na sala de aula, mas isso não significa que o trabalho clássico, específico a cada disciplina, deva ser abandonado. No caso da matemática, o autor destaca a resolução de problemas e ainda acrescenta: “Estratégias como cálculo mental, contas com algoritmos e criação de gráficos e de figuras geométricas com lápis, papel, régua, esquadro e compasso seguem sendo essenciais para o desenvolvimento do raciocínio matemático.” (POLATO, 2009, p. 52).

Para trabalhar os conteúdos matemáticos temos alguns *softwares* como: o Geogebra (gratuito), o Cabri Gèometri (pago), o Car (gratuito), que possibilitam aos alunos a análise das propriedades de sólidos e planos, movimentando-os, marcando pontos ou traçando linhas sem a necessidade de redesenhar, utilizando assim recursos didáticos compatíveis com seu cotidiano.

O uso de *softwares* educativos nas aulas de geometria, especialmente os de geometria dinâmica, vem ao encontro dessas propostas, pois de acordo com este documento a utilização do computador ainda possibilita criar ambientes que fazem surgir novas formas de pensar e agir. (ALVES, 2007, p.2).

A manipulação destes recursos da tecnologia da informática no ensino da geometria facilita a compreensão do aluno.

O advento da tecnologia informática e de *softwares* dinâmicos para ensino de Geometria trouxe para o ensino a possibilidade de movimentar as figuras em *softwares* interativos, como o Cabri Géomètre, o Geometer's Sketchpad e o Geometricks. (CARNEIRO, 2005, p.91).

Com relação ao uso desse *softwares*, ainda destaco, de Carneiro (2005) que:

O processo de construção é feito mediante escolhas de primitivas disponibilizadas pelo programa em seus diferentes menus – pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares, transformações geométricas. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que o caracterizam. Os programas oferecem o recurso da “estabilidade sob a ação de movimentos”. Um objeto geométrico é representado por uma coleção de “desenhos em movimento”, uma família de figuras. Os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao conceito.

Nesses estudos, objeto geométrico - um tipo especial de quadrilátero, por exemplo – é definido a partir de duas componentes: componente conceitual e componente figural. A componente conceitual expressa propriedades que caracterizam toda uma família de figuras, com diferentes dimensões e posições, e a componente figural corresponde à imagem mental que associamos ao conceito. A harmonia entre as duas componentes determina a noção correta sobre objeto geométrico. (p.92).

O uso de calculadoras, computadores, *softwares* e outros elementos tecnológicos estão cada vez mais presentes nas diferentes atividades da população e dentro das escolas. Com isso, temos ótimas ferramentas para as aulas de matemática:

Como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem.

Como auxiliar no processo de construção de conhecimento.

Como meio para desenvolver autonomia pelo uso de *softwares* que possibilitem pensar, refletir e criar soluções.

Como ferramenta para realizar determinadas atividades - uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados etc. (BRASIL,1998, p.44).

A Educação Matemática atual não pode ficar presa aos parâmetros tradicionais de educação, devemos apostar em aulas com tecnologia digital, por isso também a importância da utilização do vídeo em sala de aula.

O vídeo em sala de aula é um recurso didático que vem ganhando força dentro da sala de aula, pois beneficia o aprendizado estimulando todos os sentidos dos alunos.

O vídeo parte do concreto, do visível, do imediato, próximo, que toca todos os sentidos. Mexe como corpo, com a pele -nos toca e "tocamos" os outros, estão ao nosso alcance através dos recortes visuais, do close, do som estéreo envolvente. Pelo vídeo sentimos, experienciamos sensorialmente o outro, o mundo, nós mesmos. (MORAN, 1995, p. 27 a 37).

Hoje, a tecnologia na produção de vídeos é um recurso comum, pois qualquer celular possui este recurso de gravar vídeos, assim professores e alunos criativos podem produzir vídeos educativos:

Também a atual tecnologia de produção de vídeos educativos permite que conceitos, figuras, relações, gráficos sejam apresentados de forma atrativa e dinâmica. Nos vídeos, o ritmo e a cor são fatores estéticos importantes para captar o interesse do observador. Além disso, esse tipo de recurso possibilita uma observação mais completa e detalhada na medida em que permite parar a imagem, voltar, antecipar. (BRASIL, 1998, p.46).

Segundo Brasil (1998), o aluno deve compreender a importância do uso da tecnologia e acompanhar sua permanente renovação, pois o mercado de trabalho busca pessoas criativas, versáteis e que utilizem várias tecnologias. Nesse sentido, destaco o vídeo, como importante ferramenta didática para que isso ocorra.

2.2 Geometria

Nesta seção, resalto algumas formas de trabalhar o conteúdo de geometria, através de livros didáticos, dobraduras e, como foi falado na seção anterior, de tecnologias como vídeo, *softwares* matemáticos, internet, computador, calculadora, todas auxiliando o professor e o aluno no aprendizado do conteúdo.

A geometria, ao ser trabalhada de forma visual, manual e concreta, possibilita o desenvolvimento de novos sentidos nos alunos, por exemplo, a compreensão do mundo em que vivemos de forma mais organizada.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive... O

estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.” (BRASIL, 1998, p. 51).

O conteúdo de geometria tem início com os entes geométricos e a seguir, com a geometria plana, sendo geralmente apresentados aos alunos de forma pronta, com ênfase em alguns conceitos como, por exemplo: retas, retas paralelas, retas perpendiculares, ângulos, quadrados, retângulos, entre outros.

Na geometria a maior dificuldade encontrada pelo aluno é fazer relação entre a geometria, os outros conteúdos e o seu cotidiano, mas isso é decorrente, na maioria dos casos, das dificuldades dos professores em propor articulações nesse sentido, dos livros didáticos antigos, fora das normas atuais dos PCNs, e dos currículos que fazem distinção entre os conteúdos, mantendo a fragmentação do conhecimento. Dessa forma, muitas pesquisas e estudos são realizados para suprir essas dificuldades.

Ao analisar alguns livros didáticos como o livro Matemática e Realidade (2005), Matemática e Você (2002) e Matemática Ideias e Desafios (2006), por serem mais atuais, a geometria já vem sendo utilizada na introdução de alguns conteúdos ligados a outras áreas da matemática, sendo um grande avanço para o ensino da geometria e para a compreensão de seus campos de aplicação.

A seguir alguns postulados sobre entes geométricos e geometria plana encontrados nos livros didáticos:

Sobre retas, temos o postulado “Dois pontos determinam uma reta.” (DI PIERRO NETTO, 1986a, p. 109).

Sobre retas paralelas temos: “Duas retas são paralelas quando e somente quando são coplanares e não tem pontos em comuns. $r // s \leftrightarrow r \text{ e } s \subset \alpha \text{ e } r \cap s = \emptyset$.” (DI PIERRO NETTO, 1986a, p. 157).

Sobre retas perpendiculares temos: “Retas perpendiculares são aquelas que se interceptam formando ângulos adjacentes congruentes ou de mesma medida, $\alpha \cong \beta \leftrightarrow r \perp s \text{ ou } s \perp r$.” (DI PIERRO NETTO, 1986a, p. 154).

Sobre quadriláteros temos várias definições, das quais destaco: “Paralelogramo é um quadrilátero que tem os lados opostos paralelos. $\overline{AB} // \overline{CD}$ e $\overline{AD} // \overline{BC}$ ”. (DI PIERRO NETTO, 1986b, p. 179).

Tais definições são importantes dentro do processo de formalização da geometria e também para que os alunos aprendam a ler e escrever, usando a linguagem matemática, no entanto, elas podem parecer, num primeiro momento, muito abstratas e complexas, dificultando o entendimento do assunto. Dessa forma, cabe a utilização de recursos alternativos, que acompanhem a apresentação formal do assunto.

Segundo Carneiro (2005), o ensino dos quadriláteros está centrado na figura, na maioria dos livros didáticos, no entanto, poucos tratam das transformações geométricas.

Analisando os livros didáticos de 5ª série do nível fundamental, nesta nova perspectiva, é fácil ver que o ensino usual dos quadriláteros está centrado na componente figural. O estudante, restrito ao lápis e ao papel, no caderno ou no livro didático, não desenvolve o conceito de invariância. Como reconhecer invariantes em figuras que não variam, que não têm movimento, que são estáticas? Por outro lado, poucos livros didáticos tratam das transformações geométricas. As noções de movimento e de transformações do plano estão ausentes do currículo tradicional da escola básica. (CARNEIRO, 2005, p. 85-118).

Sobre sólidos geométricos, após analisar os livros do ensino fundamental, séries finais, observei que o assunto é tratado de maneira bem informal, com alguns exemplos inseridos em outro conteúdo, lembrando o professor que, na maioria das vezes, acaba deixando de lado as aplicações, como por exemplo: “Um pedaço de cartolina mede 10 cm a mais de comprimento que de largura. Cortando quadrados de 2cm de lado em cada canto do papel e dobrando os extremos, formamos uma caixa aberta de 1008cm^3 de volume. Quais são as dimensões do papel? Como mostra a figura abaixo.” (GUELLI, 1998, p. 48).



Devo concordar com meus colegas com mais experiência no magistério, após a análise de livros como (DI PIERRO NETTO e GUELLI), que a abordagem da

geometria através de postulados acarreta um grau de dificuldade elevado, difícil entendimento e temor diante do conteúdo.

Dos recursos explorados em alguns livros, também ressalto as dobraduras. Como exemplo, temos Mori (2006a), com trabalho concreto de manuseio do papel para trabalhar geometria, no qual o aluno tira suas conclusões e forma seus conceitos. Também nos livros didáticos Matemática e Realidade, Matemática e Você e Matemática Ideias e Desafios, por serem mais atuais, a geometria vem sendo utilizada na introdução de alguns conteúdos e de forma concreta, através das dobraduras.

Em Mori (2006a) é dada a atividade dobraduras e geometria, que utiliza um pedaço de papel quadrado e são feitas dobraduras ao meio e nos cantos, de modo que, após abrir o papel, ficam marcados alguns segmentos de retas; nesta atividade pode-se trabalhar com retas, retas perpendiculares, retas concorrentes, retas paralelas e até mesmo, dobrando o papel duas vezes no mesmo local, com retas coincidentes.

Esta abordagem de geometria também é descrita em Vidigal (2002). Nesse livro, a construção geométrica ocorre através de papel, lápis, régua e compasso. Assim, traçam retas, segmentos de retas, retas perpendiculares, retas concorrentes, retas paralelas, polígonos, quadriláteros, explorando os conceitos geométricos.

Se pararmos para pensar, tudo a nossa volta possui forma geométrica. Sendo assim, devemos levar o aluno a essa observação e descoberta mental, que, sem dúvida, facilita a compreender melhor a matemática do nosso dia a dia.

A geometria escolar, que tem como objetivo o estudo das formas dos objetos e de suas relações, parece, por exigência da sua própria natureza representativa, ajudar a desenvolver a habilidade de formar e manipular imagens mentais. Essa habilidade também é chamada de habilidade visual, de habilidade espacial ou de raciocínio espacial. (VIANA, 2005, p. 15).

O professor de Matemática deve trabalhar com o conteúdo de geometria e suas transformações.

O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. Este bloco de conteúdos contempla não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas à posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas.

Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes.

Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p.51).

2.3 Trigonometria

Na história da trigonometria, temos uma ciência muito antiga que é usada para calcular distâncias impossíveis, através de situações problemas que permitem aos alunos uma visão interdisciplinar contextualizada por outros conteúdos, como por exemplo: alturas de prédios (construção civil), alturas de montanhas (geografia); distância entre a Terra e a Lua (Astronomia); largura de um rio (geografia); aterrissagens e pousos de aviões, entre outros exemplos.

Apesar da contextualização em trigonometria ser muito antiga, hoje o tema ainda é ministrado através de exercícios de fixação ou listas de problemas, nos quais o aluno depende basicamente da escolha de uma técnica, fórmula ou forma de resolução memorizada por ele, mas sabemos que muitas vezes este assunto não é ministrado devido às dificuldades, limitações e/ou falta de experiência do professor, como mostra o artigo de Britto (2004). Nessa pesquisa é relatado que os professores possuem dificuldades em relacionar os ângulos dos triângulos com os catetos, pois na maioria dos livros não se tem uma explicação mais minuciosa.

Algumas dificuldades dos professores, em trigonometria, que são passadas aos alunos, segundo Britto (2004):

Entender as expressões “cateto oposto” e “cateto adjacente” como uma relação entre os lados e os ângulos do triângulo retângulo; ... Além disso, acreditávamos que tais dificuldades eram provenientes não apenas do desconhecimento de conceitos, mas também de conceitos errôneos que haviam sido apreendidos durante a formação desses professores... Para a maioria dos professores foi uma surpresa descobrir que as expressões “cateto oposto ao ângulo α ” e “cateto adjacente ao ângulo α ” estavam relacionadas a um dos ângulos agudos do triângulo retângulo e não à posição do triângulo. Identificamos que um dos motivos para que alguns professores não percebessem a relação entre catetos e ângulos envolvida nas razões trigonométricas é a representação de triângulo retângulo trazida pela maior parte dos livros didáticos, nos quais, invariavelmente, um dos

catetos está na posição horizontal e outro na vertical... podemos afirmar que as dificuldades dos professores em trigonometria estão intimamente relacionadas à formação escolar das décadas de 70 e 80, caracterizada, entre outros aspectos, pelo descaso para com a trigonometria; pela formalização precoce de conceitos geométricos e trigonométricos presente nos livros didáticos; e pela memorização de procedimentos sem a compreensão dos mesmos. (BRITTO, 2004, p.66-68).

Mas, essas limitações dos professores são antigas, pois os livros didáticos atuais estão de acordo com os PCNEF e analisando alguns, como, por exemplo, o livro Matemática e Realidade (2005) e Matemática Ideias e Desafios (2006), o conteúdo inicia com a história da trigonometria, por problematizações e com demonstrações, dessa forma a trigonometria vem ganhando novas armas para sua compreensão através de sua contextualização.

No Ensino Fundamental temos os seguintes conceitos e procedimentos, para trabalhar com ângulos no 4º ciclo, segundo os PCNs:

- Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer.
- Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não-convexos.
- Resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.
- Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície).
- Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos.
- Identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso.
- Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro). (BRASIL, 1998, p.88-89).

2.4 Problematização

A problematização remete o aluno ao seu cotidiano, de forma a desafiá-lo na busca de novas respostas e ideias para sua vida, em especial, em seus estudos.

Apesar da reivindicação dos teóricos acerca da inovação tecnológica, a problematização não deve ser esquecida, pois também é importante para o

desenvolvimento do raciocínio lógico. Nesse sentido, retomo uma citação de Polato (2009), reforçando que

[...] devemos trabalhar em sala de aula com as inovações tecnológicas, mas não deixar de lado o trabalho clássico na disciplina, centrado na resolução de problemas. Estratégias como cálculo mental, contas com algoritmos e criação de gráficos e de figuras geométricas com lápis, papel, régua, esquadro e compasso seguem sendo essenciais para o desenvolvimento do raciocínio matemático. (p.52).

Segundo Ramos (2002), a Matemática desenvolve-se e alimenta-se, ampliando seu grau de importância, a partir de problematizações, que promovem novas ideias, capazes de impulsionar a todos.

Na problematização, busca-se um problema desafiador, que desperte a curiosidade e entusiasmo do aluno, de forma que esteja inserido no seu cotidiano e que não seja mecânico, pois na maioria das vezes os problemas não têm uma caracterização real, dificultando a aprendizagem. Nos PCNs consta que a História da Matemática foi construída através de perguntas e respostas de problemas relacionados ao cotidiano do ser humano e que o “[...] problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado.” (Brasil, 1998).

O mais importante para o aluno, na resolução de problemas, é se questionar, criando novos problemas e, ao encontrar respostas, identificar se estão corretas e se têm sentido, desta forma são criadas novas técnicas para sua resolução.

Segundo os PCNs, trabalhos coletivos, tanto de alunos como de professores, favorecem o desenvolvimento de capacidades como:

Perceber que, além de buscar a solução para uma situação proposta, devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso; Saber explicitar o próprio pensamento e procurar compreender o pensamento do outro; Discutir as dúvidas, supor que as soluções dos outros podem fazer sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias ideias; Incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão acerca dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender. (BRASIL, 1998, p.39).

3 ENGENHARIAS DIDÁTICAS

Esse capítulo está dividido em três Engenharias, que foram desenvolvidas com alguns alunos do Ensino Fundamental, na disciplina de Matemática: na seção 3.1, discuto a Engenharia Didática I, realizada com a 7^a série, no Laboratório de Informática –Labin, com micros com sistema operacional Linux, BR Office, utilizando o *software* matemático Geogebra para trabalhar os conceitos básicos de geometria, construções geométricas e ângulos. Na seção 3.2, discuto a Engenharia Didática II, desenvolvida na 8^a série, onde o conteúdo de razões trigonométricas seno, cosseno e tangente foi proposto, através de uma situação problema, para despertar o espírito crítico e reflexivo do aluno, de modo que o aluno criasse suas próprias estratégias para resolver o problema, sendo utilizado o *software* matemático Geogebra para desenhar geometricamente e escrever suas estratégias de resolução e cálculos. Na seção 3.3, discuto a Engenharia Didática III, aplicada na 6^a série, enfocando o ensino de geometria plana: entes geométricos, paralelogramos e triângulos e planificação, utilizando o vídeo “Embalagens Tetra” e dobraduras.

3.1 Engenharia Didática I

A Engenharia Didática I ocorreu em outubro de 2009, com duração de dois períodos, envolvendo 24 alunos, divididos em nove grupos.

O *software* Geogebra foi escolhido por se adequar ao trabalho de construções geométricas e por possibilitar ampla visualização do conteúdo trabalhado, pois os alunos do ensino fundamental têm a necessidade de visualizar suas atividades de forma que possam construir seus conceitos e tirar suas próprias conclusões. Sendo assim, é importante a promoção de atividades que busquem o maior interesse do aluno e que despertem sua curiosidade.

O planejamento teve como objetivo principal dar início, através do *software* Geogebra, aos conceitos básicos da geometria como ponto, reta, segmento de reta, retas paralelas, retas perpendiculares, retas coincidentes, retas concorrentes, construção de ângulos, comparação entre os ângulos e medidas dos ângulos.

Num primeiro momento, no Labin, foi feita a apresentação das ferramentas do Geogebra, pelo projetor da escola, depois os alunos começaram a utilizar as ferramentas do *software* sem compromisso, após essa familiarização teve início a proposição de atividades de manipulação do software, na ordem que segue: ponto; reta; segmento de reta definido por dois pontos; retas perpendiculares; retas paralelas; medição de ângulo de 90° , em um dos quadrantes formados por retas perpendiculares.

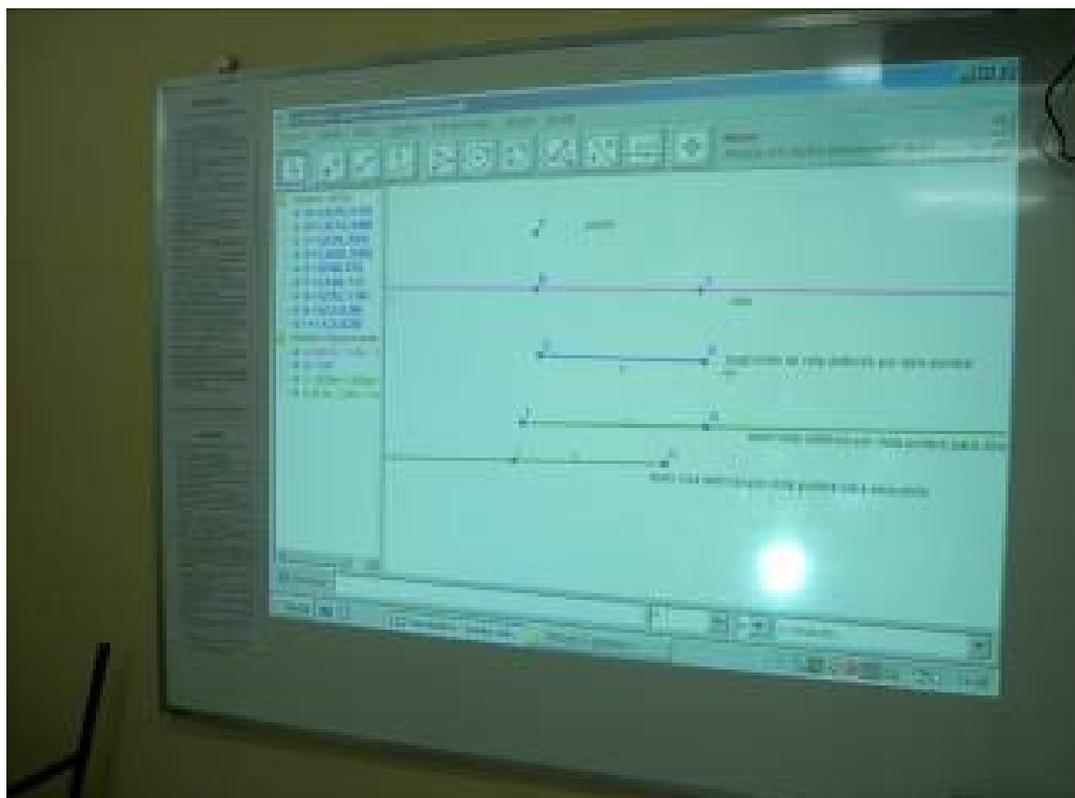


Figura 1: Atividade proposta na Engenharia Didática I

Como os alunos tiveram que trabalhar em trios, os que tinham mais habilidades com informática acabaram trabalhando mais que os outros, mas isso não acarretou prejuízo à aprendizagem. Essa consideração já se insere na análise das hipóteses (ANEXO 1), mas ainda acrescento, relativo a cada uma delas, respectivamente à ordem em que estão apresentadas, que: a atividade proposta desencadeou interesse e entusiasmo dos alunos, pois foi a primeira vez que foram no Labin, numa aula diferenciada de matemática, após o término da aula eles queriam saber quando

voltariam novamente; a maioria dos alunos se mostrou familiarizada com o computador, não demonstraram dificuldades na sua utilização e manuseio; e na sequência, os conceitos de geometria básica foram compreendidos pelos alunos, pois em aulas posteriores conseguiram fazer com sucesso as tarefas; os alunos tiveram uma pequena dificuldade na utilização do *software*, por ter sido a primeira experiência deles com o recurso, mas mesmo assim se saíram muito bem.

3.2 Engenharia Didática II

A proposta da Engenharia Didática II foi aplicada na 8ª série, em novembro de 2009, com duração de 6 períodos, envolvendo 27 alunos, divididos em 9 grupos. Foi abordado o conteúdo de razões trigonométricas seno, cosseno e tangente, através de uma situação problema disparadora, proposta com o intuito de despertar o espírito crítico e reflexivo do aluno para a criação de estratégias para resolver o problema. Com o auxílio do *software* Geogebra, os alunos puderam desenhar geometricamente e escrever suas estratégias de resolução, posteriormente, realizando um trabalho escrito com cálculos de razões trigonométricas.

A situação problema apresentada aos alunos foi sobre a aterrissagem de um avião da TAM com destino Porto Seguro - Porto Alegre, que aterrissa no aeroporto Salgado Filho e o piloto sabe que a pista de pouso mede 2.280m. O desafio à turma era responder qual a altitude e a inclinação que a aeronave deveria pousar, de forma segura, sem acidente.

A seguir, foram dadas orientações para a realização da atividade, de modo que cada grupo criasse suas estratégias para a resolução do problema e as justificasse. Após, com o auxílio do Geogebra, que desenhasse (Figura 2) e realizasse o trabalho escrito (Figuras 3 e 5).

Reforço que, ao escolher tal situação problema para abordagem do conteúdo de razões trigonométricas, tive como objetivo despertar a curiosidade, a reflexão e o espírito crítico do aluno. Parti do pressuposto de que, não sendo um problema fechado, com resposta única, haveria espaço para que os alunos decidissem o melhor caminho para alcançar os objetivos propostos, sem prenderem-se a um modelo único de resolução.

No Labin, os alunos se dividiram entre os nove micros disponíveis em grupos de, no máximo, quatro alunos, sendo informados dos objetivos da atividade de problematização com razões trigonométricas, onde deveriam criar estratégias para a resolução do problema proposto, com o auxílio de pesquisa na internet, do *software* Geogebra, da calculadora e da tabela de razões trigonométricas de ângulos.

Na primeira aula, os alunos iniciaram a pesquisa na internet, criando um “doc” no Writer, com os conceitos, fórmulas e exemplos, para que pudessem relembrar as aulas dadas pela professora titular em sala de aula.

Utilizando os recursos do Geogebra, digitaram o problema e desenharam triângulos retângulos, através da ferramenta de polígono, para demonstrar a trajetória de aterrissagem do avião, anexando figuras de aviões e salvando os trabalhos no computador, com os respectivos nomes e turma, como mostra a Figura abaixo.

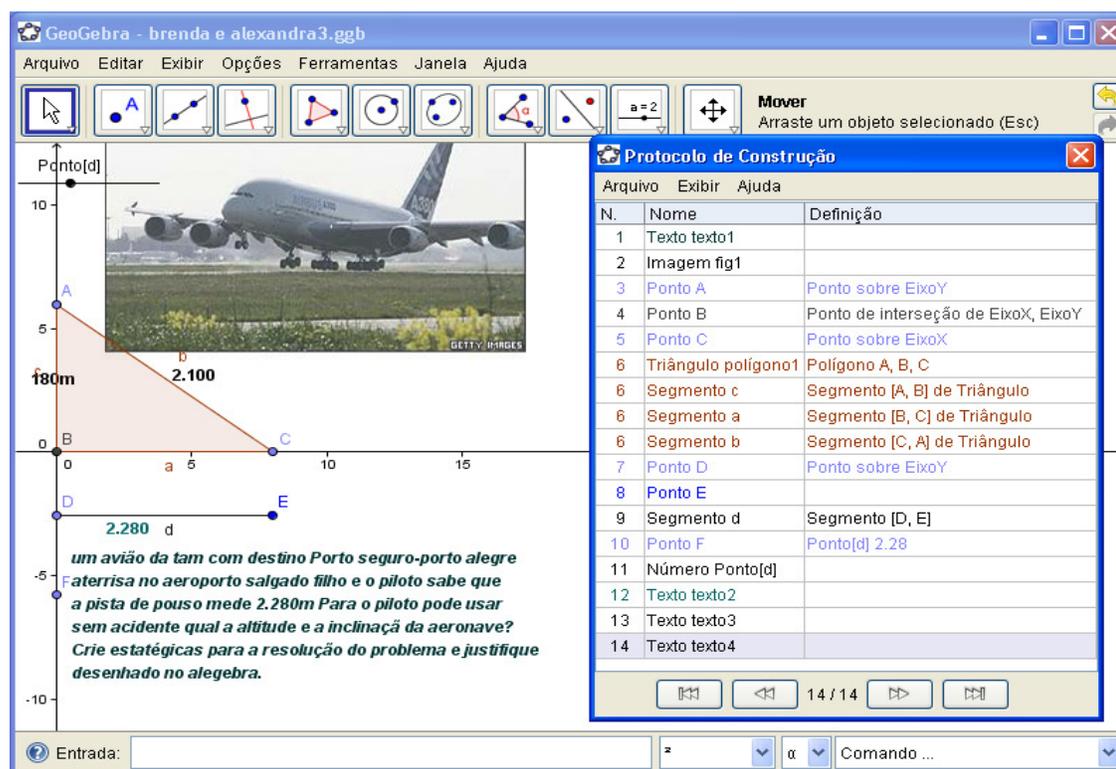


Figura 2: Atividade proposta no Geogebra da Engenharia Didática II

Os alunos num primeiro contado com a problematização não conseguiram sair do lugar, ficaram com seus pensamentos estáticos, a partir deste momento comecei a questioná-los: Qual seria a melhor forma de o avião pousar? Qual é a melhor estratégia de pouso? Quais as razões trigonométricas que podem ser utilizadas? Qual seria a melhor altura ou altitude para o avião aterrissar? E se o avião pousasse exatamente nos 2.280m o que poderia acontecer?

Alguns alunos responderam algumas medidas de alturas, responderam que iriam pousar no final da pista, aí questionei o que poderia ocorrer e dei o exemplo de Congonhas do acidente com o avião da TAM, eles me responderam que ocorreria um acidente, então eles começaram a visualizar que o avião deveria pousar antes de terminar a pista e ainda ter um espaço para diminuir a velocidade.

Com a pesquisa feita na internet anteriormente eles lembraram as razões trigonométricas de seno, cosseno e tangente, e alguns conseguiram entender que eles que teriam que formular a problematização estipulando medidas, para poderem saber a inclinação do avião.

Como os alunos não estão acostumados com este tipo de atividade eles tiveram muitas dificuldades, mesmo sendo trabalhado anteriormente, reclamaram muito dizendo que estava difícil.

Na última aula pedi que fosse entregue a atividade feita por cada grupo sobre a problematização. Abaixo o trabalho entregue por uma dupla (Figura 3).

26/11/22

Nome: [REDACTED] nº: [REDACTED] Turma: 8A

Um avião da Tarn com destino Porto Seguro - São Paulo decolou no aeroporto de João Sábalho e o piloto sabe que a pista de pouso mede 3.200 m. Para o piloto poder pousar com segurança qual a altitude e a inclinação do avião? Use estratégias para a resolução do problema e justifique dentro no Geogebra.



$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{100}{300}$
 $(\alpha) \approx 72^\circ$

$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{300}{100}$

$\operatorname{tg}(\alpha) = 3,$

Figura 3: Atividade proposta na Engenharia Didática II

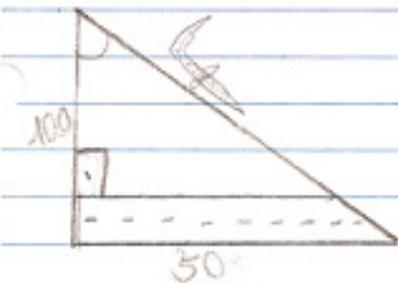
Considerando as hipóteses (ANEXO 2) definidas no início da prática, teço as seguintes considerações: primeiramente, que os alunos realizaram a atividade proposta com interesse e entusiasmo, pois retornaram mais uma vez ao Labin, novamente com uma aula diferenciada de matemática; na segunda, que o tempo não foi suficiente para a realização do projeto, pois precisaríamos de mais uma aula para fazer os comentários sobre as atividades; na terceira, que os alunos demonstraram conhecimento de noções de informática, de pesquisa na internet e com o *software* Geogebra, pois já tinham trabalhado no Labin antes; na sequência,

observando os trabalhos realizados, que a maioria dos alunos conseguiu compreender os objetivos propostos (Figura 3) e uma minoria ficou confusa, por exemplo, no trabalho da Figura 4, vê-se o grupo confundiu os catetos; e por último, como os alunos já tinham trabalhado com o *software* antes, eles não demonstraram nenhuma dificuldade na construção dos desenhos e dos triângulos retângulos (Figuras 2 e 5).

02/12/09

Nome: [REDACTED] N.º: [REDACTED] T. 82

Um avião da tam com destino Porto-Seguro, Porto Alegre - aterrissa no aeroporto Galvão Filho e o piloto sabe que a pista de pouso mede 2.280 m para o piloto pousar, sem incidente igual a altitude e inclinação aeriana?



$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha) &= \frac{\text{cat. op}}{\text{cat. adj}} \\ \operatorname{tg}(\alpha) &= \frac{100}{50} \\ \operatorname{tg}(\alpha) &= 2 \\ (\alpha) &\approx 64^\circ \end{aligned}$$

Figura 4: Atividade proposta na Engenharia Didática II

GeoGebra - jessica e shaiane 81 avião.ggb

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda

Mover
Arraste um objeto selecionado (Esc)

Protocolo de Construção

N.	Nome	Definição
1	Texto texto1	
2	Ponto A	
3	Ponto B	
4	Segmento a	Segmento [A, B]
5	Ponto C	Ponto sobre EixoY
6	Triângulo polígono1	Polígono A, C, B
6	Segmento b	Segmento [A, C] de Triângulo polígono1
6	Segmento a ₁	Segmento [C, B] de Triângulo polígono1
6	Segmento c	Segmento [B, A] de Triângulo polígono1
7	Imagem fig1	
8	Ponto E	Ponto sobre EixoY
9	Texto texto2	
10	Ponto D	Ponto sobre EixoX
11	Segmento d	Segmento [C, D]
12	Texto texto3	
13	Texto texto4	
14	Texto texto5	

Entrada: α Comando ...

um avião da tam com destino porto seguro -porto alegre aterrissa no aeroporto salgado filho e o piloto sabe que a pista de pouso mede 2.280m. Para o piloto poder pousar sem acidentes qual a altitude e a inclinação da aeronave crie estratégias para a resolução do problema e justifique.

Figura 5: Atividade proposta na Engenharia Didática II

3.3 Engenharia Didática III

A prática de Engenharia Didática III, foi realizada na 6ª série, em junho de 2010, com duração de 8 períodos, com 30 alunos. Procurei focar o ensino de geometria plana: entes geométricos, paralelogramos, triângulos e planificações, através de uma nova abordagem de ensino, ou seja, utilizando o vídeo “Embalagens Tetra”² e dobraduras

O uso do vídeo foi uma opção estratégica de motivação e problematização, buscando inovar as aulas de matemática, tendo como objetivo principal uma nova abordagem do ensino da geometria plana, despertando a curiosidade dos alunos sobre a fabricação de embalagens tetra, pois na cidade onde a escola está inserida

² Disponível: http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/videos/videos8.htm

temos quatro fábricas de papel e celulose, sendo assim explorada uma situação do nosso cotidiano.

As aulas foram divididas em quatro momentos, no primeiro momento os alunos assistiram ao vídeo “Embalagens Tetra”, na sala de aula, após ocorreu uma discussão sobre o tema e todos participaram. A partir da discussão, esgotadas as perguntas e dúvidas, foi entregue o questionário (ANEXO 4) para os alunos responderem individualmente. Por último, utilizou-se as dobraduras, quando foram abordadas as definições dos objetos geométricos e, nas planificações, as figuras planas. A seguir, comento as respostas dos alunos.

Quando perguntei qual a relação que existe com o vídeo, a matemática e a geometria a maioria se referiu às figuras planas que formam a caixa: o retângulo e o triângulo, e também, os alunos responderam que serve para medir, sobre o formato das embalagens (formas geométricas), o peso, o tamanho, a porcentagem, quantidade e sobre a caixa que possui seis lados retangulares, e alguns alunos escreveram que não existe nenhuma relação.

data medir as caixas

para e o procedimento de áreas de uma caixa e
nome do lado que e dentro e qual o funcao de cada um de seus

O formato da caixa e o peso, o tamanho etc...

A matemática mostra quando ele fala da porcentagem e a geometria mostra quando ele fala das formas.

Formas geométricas, porcentagem, quantidade.

A matemática explica as porcentagens da embalagem, a geometria explica as formas.

a forma geometrica das caixas, quanto ela pesava, porcentagem do papel na caixa e etc.

Na matemática ele porcentagem quanto pesava o tetra.

nenhuma.

que a coisa tem seis lados, e e retangular.

Figura 6: Respostas do questionário de Engenharia Didática III

Na pergunta sobre o que tinham achado interessante no vídeo, os alunos responderam sobre os materiais utilizados na fabricação da embalagem como o plástico, o alumínio e o papel, sua fabricação, a produção de uma caixa e sobre a reciclagem da embalagem, que pode ser utilizada como isolante térmico e na fabricação de vassouras, mas alguns não acharam nada interessante no vídeo.

A reciclagem das embalagens.

Quê pode ser reciclado.

O vídeo trouxe um bom conhecimento sobre a fabricação e uso de, a reciclagem desses materiais.

Achei muito bom pois de interesse nada

gostei de saber sobre a reciclagem e conhecer
uma fábrica.

foi interessante para mim foi como se faz a
Cacha de leite.

Figura 7: Respostas do questionário de Engenharia Didática III

Ao serem questionados sobre as fábricas de celulose e papel instaladas em Guaíba – RS, a maioria da turma citou pelo menos uma das fábricas de celulose e papel da cidade, como por exemplo, a Celulose Riograndense (antiga Borregar, Riocel e Aracruz), a Santher e a Celupa.

Aracruz, Celupa, Santher

Sim, Celulose Riograndense

Figura 8: Respostas do questionário de Engenharia Didática

E quanto a já terem visitado alguma das fábricas da cidade ou se possuíam familiares que trabalhavam ou já tinham trabalhado nas mesmas, dois alunos responderam que sim e a maioria que não. Com relação a familiares que trabalhavam nas fábricas, oito alunos responderam que sim, que possuíam familiares que trabalham ou já trabalharam, e vinte e dois que não.

Sim, meu pai já trabalhou na Aracruz

Sim, meu pai

Sim, meu tio.

Sim, Dênde

Não

Sim, meu pai trabalhou no Odupá

O meu irmão.

Sim. Minha tia.

Figura 9: Respostas do questionário de Engenharia Didática III

Os alunos se mostraram interessados em fazer uma embalagem e alguns trouxeram embalagens de leite em aulas posteriores, sugeriram construir com a própria embalagem tetra ou papel.

Legal, precisamos de papel.

Muito interessante e gostoso de tentar fazer uma
Para construir precisamos de papel

legal, precisamos de caixa de leite.

precisamos de: tesoura, lapés, canetinha, papel
colorido.

Acho legal construir uma embalagem. E precisamos de
papel, plástico e alumínio.

Figura 10: Respostas do questionário de Engenharia Didática III

Quando indagados sobre quais alimentos eram embalados com a embalagem tetrapak os alunos citaram o leite condensado, o creme de leite, o leite, o chocolate com leite pronto, o leite fermentado, o iogurte, o molho madeira, sucos, vinho, todinho, etc.

Milho verde, ervilha, massa de tomate, leite entre outros
 Leite, massa de tomate, leite condensado e muitos outros
 Leite, leite condensado, extrato de tomate, Sucos, tudinho, Leite fermentado.

Figura 11: Respostas do questionário de Engenharia Didática

Ao serem questionados sobre o vídeo, os alunos escreveram sobre as formas geométricas, como montar uma caixa, o funcionamento de uma indústria, a reciclagem das embalagens, a utilização da embalagem para armazenar alimentos, mas alguns alunos não acharam nada de novo.

Formas geométrica

como montar uma caixa

Como funcionam as coisas dentro da empresa

aprendi que podemos usar os materiais não só para armazenar alimentos mas também para outros

Gostei de ver a contadora das embalagens e saber sobre a reciclagem.

Nada

Figura 12: Respostas do questionário de Engenharia Didática III

Quanto à geometria encontrada na embalagem tetra, os alunos identificaram o retângulo, o triângulo e as formas geométricas.

Retângulo, entre outras.

Triângulo, Retângulo.

As formas geométricas.

Um retângulo e Triângulos.

Figura 13: Respostas do questionário de Engenharia Didática

No quarto momento, iniciamos o trabalho com as dobraduras, explorando um plano com: o ponto, a reta, o segmento de reta, retas perpendiculares, retas paralelas, retas coincidentes, retas concorrentes, quadriláteros e triângulos.

A atividade de dobradura foi realizada individualmente, com o auxílio do professor, sendo discutidas as definições dos objetos geométricos a cada dobradura. Foram distribuídos quadrados de folha branca e folha A4 colorida, e os alunos deveriam utilizar tesoura, caneta, régua, lápis de cor e cola. Inicialmente eles verificaram se era um quadrado mesmo, dobrando na diagonal e recortando o que sobrava na lateral. Depois realizaram dobraduras, com descrições e exemplificações dos elementos geométricos em estudo.

1. Um ponto no plano.

Nomearam o plano com letras gregas e a seguir desenharam um ponto nomeando-o com uma letra maiúscula do nosso alfabeto, como na Figura 14.

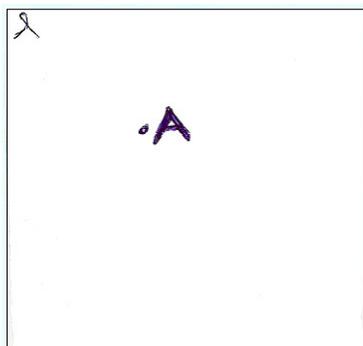


Figura 14: Um ponto no plano

2. Segmento de reta no plano.

Nomearam o plano com letras gregas, desenharam dois pontos nomeando-o com uma letra maiúscula e traçaram um segmento de reta entre os dois pontos. Nomeando a segmento de reta com a letra minúscula do alfabeto e determinando a segmento de reta, como na Figura 15.

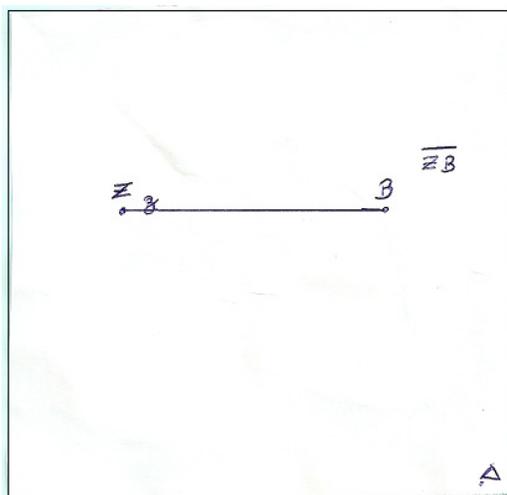


Figura 15: Segmento de reta no plano

3. Retas horizontais, verticais e inclinadas.

Desenharam com a régua reta na horizontal, vertical e com inclinação, nomeando o plano com letras gregas e as retas com a letra minúscula do alfabeto, como na Figura 16.

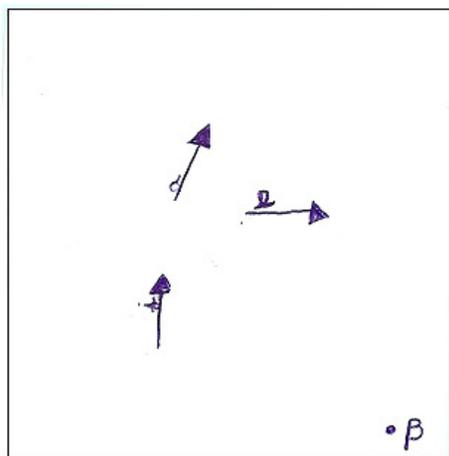


Figura 16: Retas horizontais, verticais e inclinadas

4. Retas concorrentes em um ponto.

Desenharam um ponto e a seguir retas que passam no ponto com a régua, nomeando-os, como mostram as figuras a seguir, como na Figura 17.

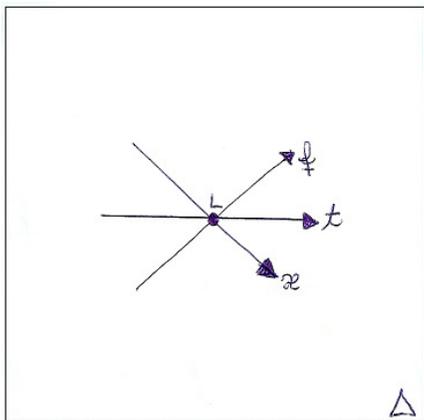


Figura 17: Retas concorrentes em um ponto

5. Pontos contidos na reta.

Dobraram o quadrado ao meio e traçaram a reta na dobra, desenhando pontos em cima dela e nomeando-os, como mostra a figura a seguir, mas como vemos na primeira figura o aluno desenhou os pontos acima da reta fugindo da atividade proposta, e no segundo alcançou os objetivos, como na Figura 18.

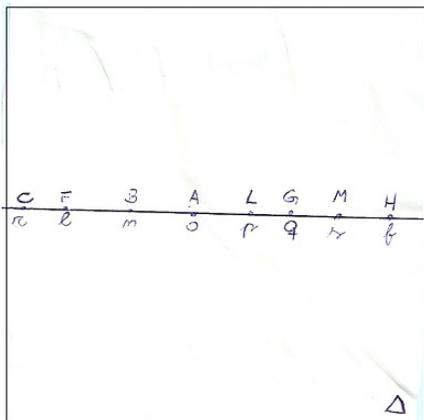
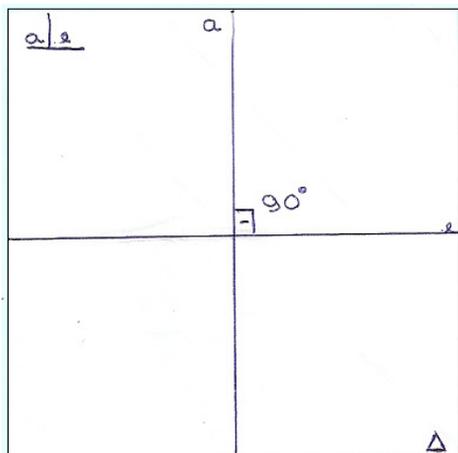


Figura 18: Pontos contidos na reta

6. Retas perpendiculares.

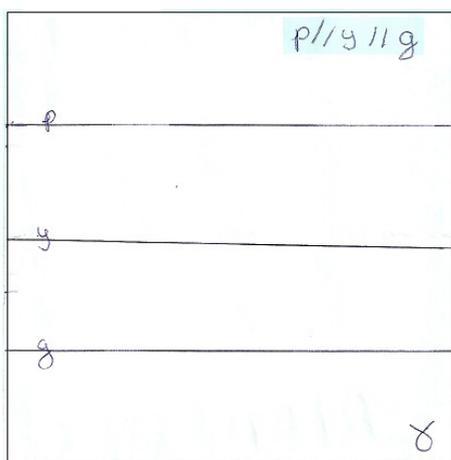
Dobraram o quadrado duas vezes ao meio formando uma cruz e traçaram a reta nas dobras, após nomeando-os foi mostrado o porquê da perpendicularidade, que é determinada pelo ângulo de 90° , como na Figura 19.



| Figura 19: Retas perpendiculares

7. Retas paralelas.

Dobraram o quadrado duas vezes formando retângulos e traçaram a reta nas dobras, após nomeá-los foi mostrado o porquê do paralelismo, ou seja, os alunos perceberam que as retas mantêm a mesma distância, sejam considerados quaisquer pontos entre elas, como na Figura 20.



| Figura 20: Retas paralelas

8. Retas concorrentes.

Dobraram o quadrado duas vezes aleatoriamente de forma que as dobras se cruzassem e traçaram a reta nas dobras, nomeando-os, como na Figura 21.

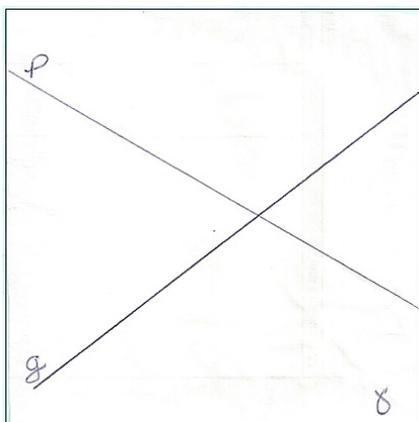


Figura 21: Retas concorrentes

9. Retas coincidentes.

Dobraram o quadrado duas vezes no mesmo local, representando duas retas e traçaram a reta na dobra nomeando-os, como na Figura 22.

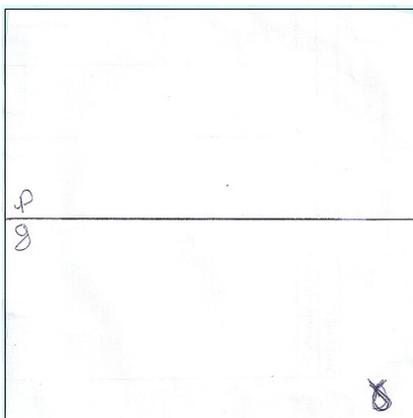


Figura 22: Retas coincidentes

Os triângulos foram classificados quanto aos seus lados:

10. Triângulo isóscele.

Pegaram o quadrado de papel branco, verificavam se este era um quadrado mesmo, dobrando na diagonal e recortando o que sobrava na lateral e esta dobra na diagonal formou um triângulo com dois lados iguais e um diferente, como na Figura 23.

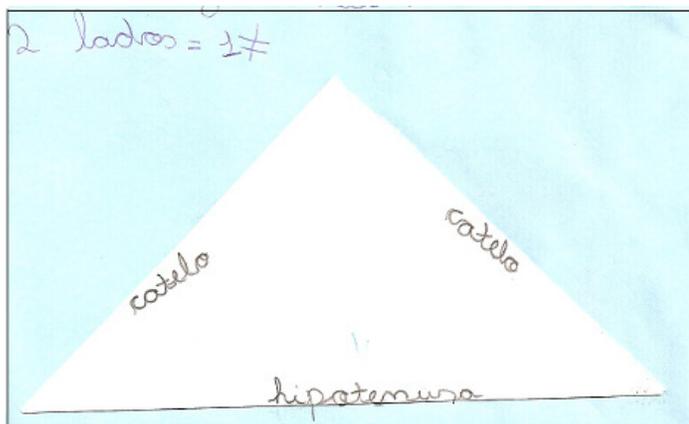


Figura 23: Triângulo isósceles

11. Triângulo escaleno.

Pegaram o quadrado de papel branco dobrando ao meio e marcando uma linha tracejada nesta dobra, após dobraram um dos lados até encontrar o meio a linha tracejada, assim temos o triângulo com três lados diferentes, como na Figura 24.

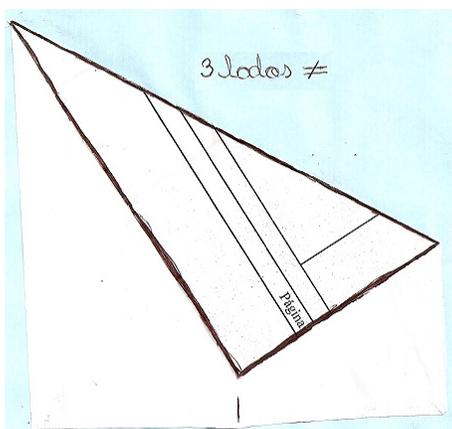


Figura 24: Triângulo escaleno

12. Triângulo equilátero.

Pegaram o quadrado de papel branco, dobraram ao meio duas vezes, formando uma cruz e traçaram duas retas tracejadas nas dobras, após escolheram um lado e dobraram do meio ao extremo na diagonal, assim obtiveram o triângulo com três lados iguais, como na Figura 25.

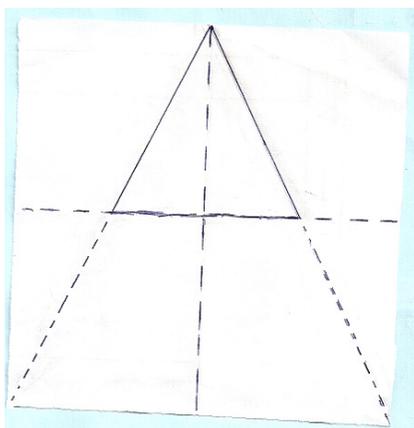


Figura 25: Triângulo equilátero

13. Quadrado.

Os alunos, da mesma forma como fizeram nas outras atividades, verificaram se o plano era um quadrado, dobrando-o na diagonal e recortando o que sobrava na lateral, assim obtiveram quatro lados do quadrado, com quatro ângulos de 90° , como na Figura 26.

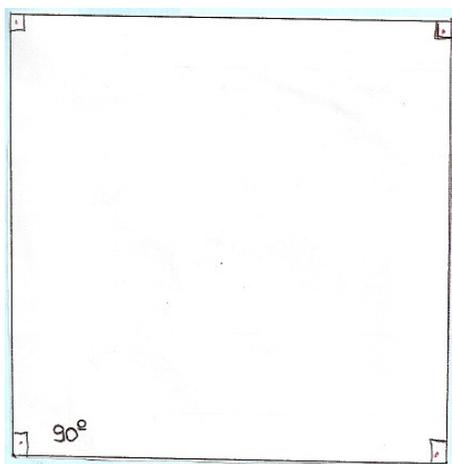
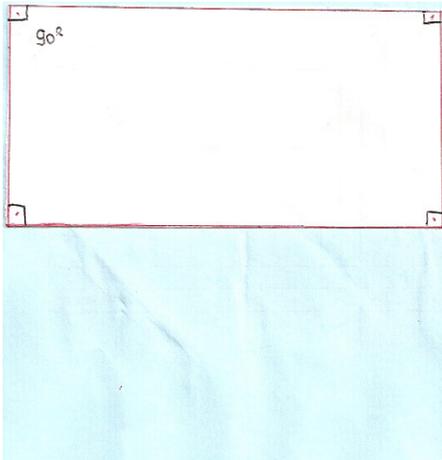


Figura 26: Quadrado

14. Retângulo.

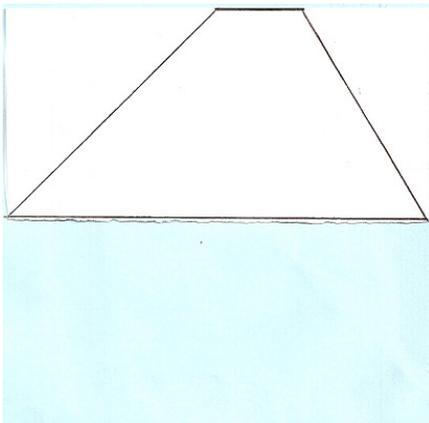
Pegaram o quadrado e dobraram uma vez ao meio, formando o retângulo que possui os lados paralelos iguais, com quatro ângulos de 90° , como na Figura 27.



| Figura 27: Retângulo

15. Trapézio.

Pegaram o quadrado e dobraram uma vez ao meio formando o retângulo e, após, dobraram as laterais, como na Figura 28.



| Figura 28: Trapézio

16. Losango.

Pegaram o quadrado e o transformaram num retângulo, dobrando-o ao meio duas vezes e traçando as retas no formato de cruz, dobrando nas laterais até o encontro das retas, como na Figura 29.

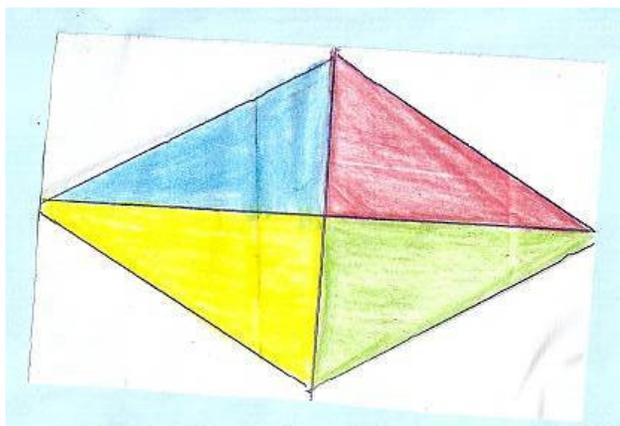


Figura 29: Losango

Foi entregue aos alunos as planificações impressas de prismas, pirâmides e cubos, para que colorissem com a mesma cor as figuras geométricas que fossem iguais, depois recortar e montar.

17. Planificação de sólidos

17.1 Planificação de pirâmide com base quadrada (Figura 30 e 32), base hexagonal (Figura 31 e 32)::



Figura 30: Planificação de pirâmide quadrada

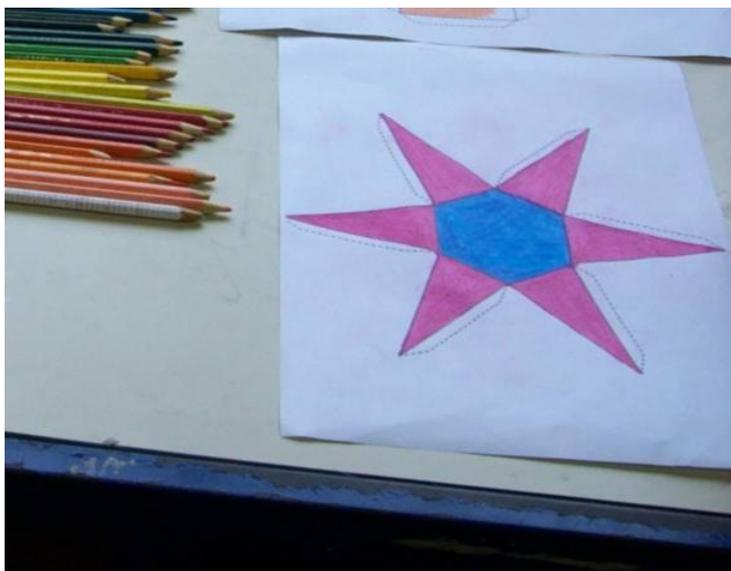


Figura 31: Planificação de pirâmide hexagonal

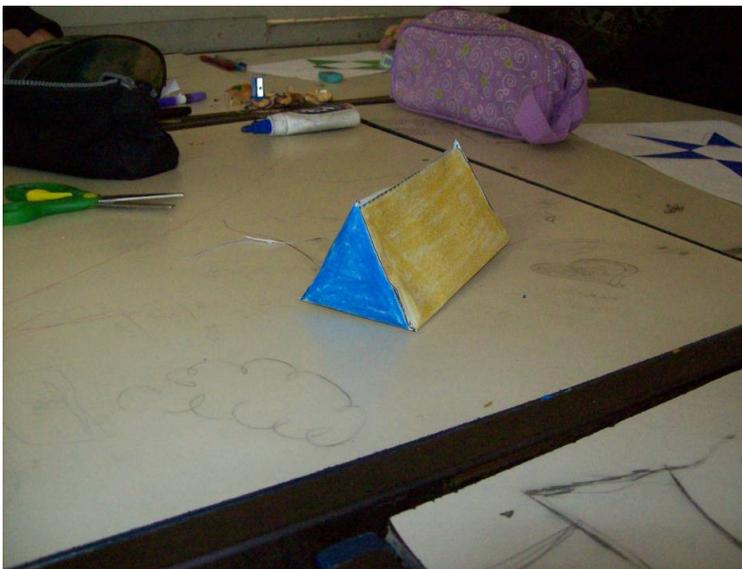


Figura 32: Pirâmide quadrada e hexagonal

17.2 Planificação de prismas de base triangular (Figuras 33 e 34), quadrada (Figura 33) e retangular (Figura 33):

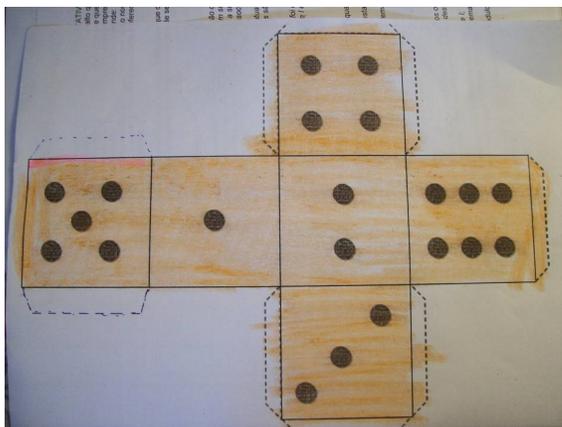


| Figura 33: Planificação de prismas de base triangular, quadrada e retangular

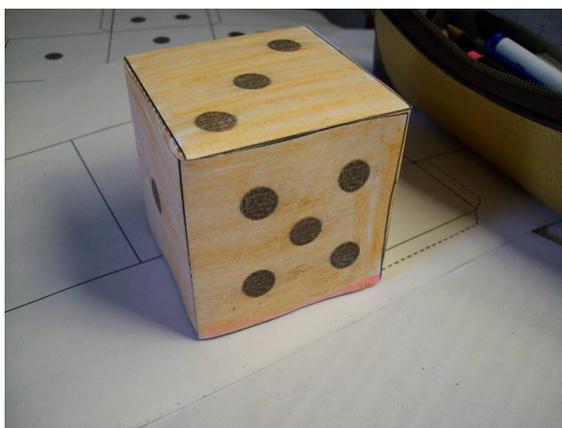


| Figura 34: Prisma de base triangular

17.3 Planificação do Cubo (Figuras 35 e 36):



| Figura 35: Planificação do Cubo



| Figura 36: Cubo

Considerando as hipóteses (ANEXO 3) definidas no início da prática foram feitas as seguintes análises: na primeira hipótese foi analisado se o vídeo despertou a curiosidade dos alunos e concluiu, pelo questionário, que a maioria gostou do vídeo, ou seja, que o recurso despertou o interesse da turma. (Figura 7)

Na segunda hipótese, sobre o questionamento da utilização do vídeo e a relação com a matemática e a geometria, observo que alguns alunos não visualizaram a relação, por exemplo, o aluno que respondeu “nenhuma”, como mostra a Figura 6, mas a maioria dos alunos conseguiu entender a relação existente.

Na terceira hipótese, sobre os alunos compreenderem os conceitos geométricos básicos, quadriláteros e triângulos, todos os alunos fizeram as atividades como mostram as Figuras de 14 a 29, alcançando os objetivos:

Na quarta hipótese, sobre os alunos reconhecerem os quadriláteros e triângulos de uma embalagem tetra, entendo que a maioria conseguiu reconhecer as formas geométricas e ainda a quantidade de lados da caixa.

Triângulo, Retângulo.

um retângulo e triângulos.

que a coisa tem seis lados, e é retângulo.

Figura 37: Respostas do questionário de Engenharia Didática III

Com relação à quinta hipótese, alguns alunos tiveram dificuldades de atenção, pois não realizaram as atividades conforme o proposto, como mostra a Figura 38, onde foi proposto que o aluno desenhasse pontos em cima da reta e foi feito os pontos acima da reta.

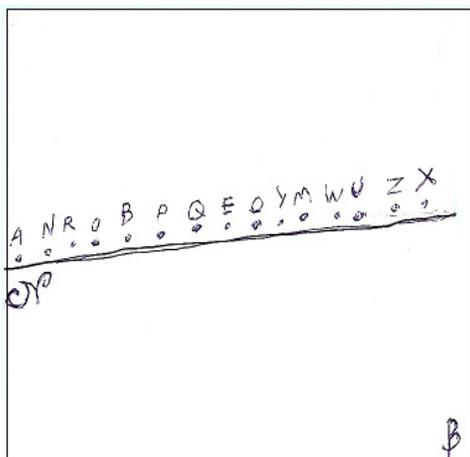


Figura 38: Pontos acima de uma reta

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A forma como o curso de especialização, no qual se insere este TCC, foi planejado abre oportunidades aos alunos/professores de trabalharem com projetos mais elaborados, sentindo-se seguros e motivados a buscarem estratégias mais ousadas, por estarem continuamente auxiliados por professores, tutores e colegas.

Na primeira Engenharia Didática, utilizamos o software Geogebra de construções geométricas. Foi muito importante para nos desafiar, transformando-nos em professores pesquisadores, que buscamos superar dúvidas e deficiências em frente às novidades. No meu caso, o gosto pela geometria cresce a cada dia, principalmente ao utilizar mídias no processo de aprendizagem do aluno, projetando-o ao futuro na tecnologia digital. Nós, como professores, temos a obrigação de nos manter atualizados, buscando novidades para tornar as aulas mais divertidas e atrativas para nossos alunos.

Na escola onde trabalho e apliquei as propostas de ensino, consegui contagiar vários professores para utilizarem *softwares* matemáticos, a professora que me cedeu a turma vai dar continuidade ao projeto nas outras turmas e séries e, também, em conjunto com o professor de geografia, vai utilizar o Geogebra com os alunos. No entanto, fico um pouco apreensiva com os professores mais antigos, eles demonstram não querer acompanhar a tecnologia, não sei se por medo de errar ou por falta de força de vontade.

No decorrer das disciplinas que realizei no curso de especialização, aprendi com meus erros, assim foi mais fácil ver a dificuldade encontrada pelos alunos durante a prática com o Geogebra, pois passei pelo mesmo processo que eles, mas analisando o desempenho e o envolvimento dos alunos, no decorrer das aulas, observei que aprendem bem mais rápido do que nós, professores.

Com o auxílio da ferramenta nova, a curiosidade dos alunos foi despertada e deu para perceber que eles adoraram, até mesmo os alunos mais desinteressados, pois eles construía, visualizavam, apagavam e moviam suas construções geométricas, alguns alunos até me surpreenderam com suas habilidades.

Na segunda Engenharia, foi muito rica a experiência da problematização, com as etapas de leitura, simulação, identificação dos dados, levantamento de hipóteses e

tantas outras ações que foram realizadas pelos alunos, conduzindo-os à aprendizagem dos conteúdos em estudo.

Na resolução de problemas, em particular ligados à geometria, o aluno tem a oportunidade de aplicar seu conhecimento matemático de forma a compreender, destacar as informações importantes, elaborar um plano de resolução, executar o plano, conferir resultados, para chegar a uma solução e, com o apoio de um *software* geométrico, o aluno pode construir um modelo geométrico para auxiliar na problematização.

A Engenharia III tratou do ensino de geometria plana para a 6ª série do Ensino Fundamental, utilizando um vídeo sensibilizador e dobraduras. Nem todas as hipóteses formuladas para essa prática foram validadas por completo. Com relação ao despertar a curiosidade dos alunos com o vídeo sensibilizador, por exemplo, alguns escreveram que não tinha sido interessante. Além disso, na análise da relação entre a utilização do vídeo com a geometria, constatei que alguns não conseguiram visualizar os modelos e, conseqüentemente, não conseguiram realizar as atividades relacionadas. Apesar das demais hipóteses terem sido validadas, ficam essas indicações de que o plano de ensino precisaria ser reformulado.

Ainda assim, nessa prática, pude perceber o quanto os alunos gostam de atividades diferenciadas, como assistir a um vídeo, usar o computador, fazer trabalhos manuais e expor suas opiniões. Foram experiências maravilhosas, pois consegui alcançar todos os objetivos formulados e consegui trazer a realidade para dentro da sala de aula.

As práticas, em geral, foram de grande importância para a descoberta de novas maneiras de usar a tecnologia dentro de sala de aula, das quais destaco, mais uma vez, a utilização de vídeo e até mesmo a produção de vídeo por alunos e professor.

As Engenharias foram estimulantes e ricas em experiências para todos os envolvidos. Os alunos participaram das aulas, indagando sobre os conteúdos e dando sugestões. Além disso, muitos são os indicadores de que conseguiram visualizar a geometria e a trigonometria nos objetos a nossa volta.

No decorrer das práticas de ensino realizadas, fiquei muitas vezes bastante emocionada com os trabalhos dos alunos e com seus desempenhos e, mesmo sabendo que alguns alunos não conseguiram entender muita coisa, penso que os projetos foram válidos, pois consegui, através deles, levar para minha escola e aos

meus alunos, uma aula diferenciada, que, inclusive, contagiou outros professores a proceder de forma semelhante.

Do estudo teórico realizado no capítulo 2, reforço o que muitos autores colocam em destaque: o uso de tecnologias como, por exemplo, o computador e o vídeo, bem como, a ênfase em problemas contextualizados, transformam a sala de aula, em algo concreto, palpável, visual, que desperta todos os nossos sentidos e toda nossa capacidade de aprendizagem. Com o vídeo o aluno tem a possibilidade de estimular todos os sentidos e com os *softwares* matemáticos ele pode desenhar, escrever, calcular, movimentar, apagar, refazer, sem perda de tempo, de forma divertida, melhorando assim o seu desempenho.

REFERÊNCIAS:

ALVES, G. S.. **Um Estudo sobre a visualização geométrica com o uso do computador.** In: XVIII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Anais do XVIII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. São Paulo: Editora e Gráfica Vida & Consciência, 2007, p. 3-12.

BRASIL. PCNS de Matemática – **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Secretaria de Educação Fundamental (3º e 4º Ciclos). Brasília: MEC, SEF, 1998.

BRITO, Arlete J.; MOREY, Bernadete B. **Trigonometria:** dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental 1. Bragança Paulista: Horizontes, v. 22, n.1, p. 65-70, jan./jun. 2004.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia Didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **Zetetike**, Campinas - UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118.
<<http://143.54.226.61/%7Evclotilde/publicacoes/pdf.Zetetike>>

DI PIERRO Netto, Scipione. **Matemática:** conceitos e operações. 7ª série: 1º grau – 6ª edição. São Paulo: Saraiva, 1986a.

_____, Scipione. **Matemática:** conceitos e operações. 6ª série: 1º grau – 6ª edição. São Paulo: Saraiva, 1986b.

GUELLI, Oscar. **Matemática uma aventura do pensamento.** 8ª série – 2ª edição. São Paulo: Ática, 1998.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade:** 5ª a 8ª série , – 5ª edição – São Paulo: Atual, 2005.

JUNG, Karen Maria. Artigo: **A pesquisa na formação do professor.** Disponível em: <http://euler.mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/pesquisa/texto_Jung.pdf>. Acesso em: out/2009.

MORAN, José Manuel. O vídeo na sala de aula. In: **Revista Comunicação & Educação.** São Paulo, ECA-Ed. Moderna, [2]: 27 a 35, jan./abr., 1995.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce S. **Matemática Idéias e Desafios**. 5ª a 8ª série. São Paulo: Livreiros Editores, 2006.

RAMOS, Agnelo P.; MATEUS, Antonio A.; MATIAS, João B. O.; CARNEIRO, Thiago R. A. 1 de 21 Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução. In: MAT450 - **Seminários de Resolução de Problemas**. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, nov. 2001.

POLATO, Amanda. A tecnologia que ajuda a ensinar. **Revista Nova Escola**. Nº 223. Editora Abril, p. 52, jun/jul, 2009.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria Estadual de Educação – SEC/RS. **Projeto político-pedagógico - PPP**. Colégio Estadual Cônego Scherer. 2002.

_____. Secretaria Estadual de Educação – SEC/RS. **Regimento escolar**. Colégio Estadual Cônego Scherer. 2004.

VIANA, Odaléa Aparecida. **O componente espacial da habilidade matemática de alunos do ensino médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e a geometria**. Tese de doutorado. UNICAMP: Campinas, SP, 2005. Disponível em:
<<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000373831>>.

VIDIGAL, Ângela; REGO, Carlo A.; BARBOSA, Mª das Graças G.; SPIRA, Michel. **Matemática e Você**. 5ª a 8ª série. Belo Horizonte: Formato Editorial, 2002.

Software Car. Disponível em:
<<http://mathsrv.kueichstaett.de/MGF/homes/grothman/java/zirkel/JavaWebStart/zirkel.l.jnlp>>. Acesso em: out. 2009.

Software Geogebra. Disponível em:
<<http://www.geogebra.org/download/install.htm>>. Acesso em: agosto/2009.

UFRGS. **Engenharia didática**. Disponível em:
<<http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/tcc/>>. Acesso em: nov/2010.

Vídeo: Embalagens Tetra. Disponível em:
<http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/videos/videos8.htm>. Acesso em: jun/2010.

ANEXO 1: Hipóteses da Engenharia Didática I

1. Pressupõe-se que a atividade proposta demonstre interesse e entusiasmo.
2. Pressupõe-se que o tempo seja suficiente para o projeto proposto.
3. Pressupõe-se que os alunos saibam utilizar um computador.
4. Pressupõe-se que os conceitos de geometria básica e ângulos sejam compreendidos pelos alunos.
5. Pressupõe-se que os alunos saibam usar régua, compasso, transferidor e computador.
6. Pressupõe-se que não tenham dificuldades na utilização do software.

ANEXO 2: Hipóteses da Engenharia Didática II

1. Pressupõe-se que a situação problema proposta demonstre interesse e entusiasmo dos alunos.
2. Pressupõe-se que o tempo seja suficiente para o projeto proposto.
3. Pressupõe-se que os alunos saibam utilizar um computador.
4. Pressupõe-se que os conceitos de razões trigonométricas seno, cosseno e tangente e ângulos sejam compreendidos pelos alunos.
5. Pressupõe-se que não tenham dificuldades na utilização do software de geometria dinâmica para a construção dos desenhos e dos triângulos retângulos.

ANEXO 3: Hipóteses Engenharia Didática III

1. Pressupõe-se que o vídeo desperte a curiosidade dos alunos.
2. Pressupõe-se que os alunos questionem a utilização do vídeo e a relação com a matemática e a geometria.
3. Pressupõe-se que os alunos compreendam os conceitos geométricos básicos, quadriláteros e triângulos.
4. Pressupõe-se que os alunos reconheçam os quadriláteros e triângulos em uma embalagem tetra.
5. Pressupõe-se que os alunos não tenham dificuldades em realizar as tarefas.

ANEXO 4: Questionário

COLÉGIO DO MUNICÍPIO DE GUAÍBA – PRÁTICA ENGENHARIA DIDÁTICA III – Profª Fabiane Rosa – Jun/10

1. Você sabe se existem fábricas de celulose e papel em Guaíba? Se sim, cite as que ouviu falar ou conhece.
2. Você já visitou uma fábrica de celulose ou papel? () Sim () Não
3. Você possui familiar que trabalha ou já trabalhou em fábrica de celulose ou papel? Quem?
4. O que o vídeo trouxe de interessante para você?
5. O que aprendeu de novo com o vídeo?
6. Qual a relação que existe com o vídeo, a matemática e a geometria?
7. O que achas de construir uma embalagem? E o que precisamos para sua construção?
8. Que alimentos são armazenados em embalagem tetra pak?
9. O que vemos da geometria na embalagem?