

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA: TRIPÉ
PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Édson Passos da Silva

**O VÍDEO COMO FERRAMENTA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DOS PRODUTOS NOTÁVEIS**

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA: TRIPÉ
PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Édson Passos da Silva

O VÍDEO COMO FERRAMENTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DOS PRODUTOS NOTÁVEIS

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Ricardo Steffenon

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

**O VÍDEO COMO FERRAMENTA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DOS PRODUTOS NOTÁVEIS**

Édson Passos da Silva

Comissão examinadora

Prof. Dr. Rogério Ricardo Steffenon
Orientador

Prof. Dra. Márcia Rodrigues Notare
Avaliadora

Dedico este trabalho aos meus pais, por terem me mostrado a importância que o saber tem em nossas vidas, bem como à minha esposa, Mariane, e às minhas filhas, Eduarda e Manuela, por serem minha terra firme nos momentos de angústias, fraquezas e inseguranças.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela paz, sabedoria e força presentes em minha vida e essenciais para a realização deste trabalho e o exercício da profissão de professor.

Aos meus colegas e amigos de trabalho e especialização, pelo apoio.

Aos professores e tutores Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEnsimat) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pela sua dedicação e ensinamentos.

Ao meu orientador, por suas sugestões e orientações.

Aos meus pais por terem me sensibilizado em relação à importância que o conhecimento tem em nossas vidas.

E, em especial, a minha esposa e filhas por terem acreditado, incentivado, apoiado e demonstrado respeito e admiração pela minha busca por conhecimento e aperfeiçoamento, bem como, pela profissão que exerço.

RESUMO

Este trabalho foi desenvolvido a partir da elaboração e da implementação de um plano de aula, que visava o ensino e a aprendizagem dos Produtos Notáveis numa turma de alunos da sétima série do Ensino Fundamental, da Escola Padre Afonso Kist, da rede municipal de Parobé – RS. Com o intuito de tornar a aprendizagem deste conteúdo mais atrativa e significativa, foi utilizado como ferramenta didática um vídeo do Novo Telecurso.

Para a elaboração e a implementação do plano de aula, foi adotado como metodologia investigativa um processo denominado Engenharia Didática, a qual prevê quatro etapas: análises prévias; concepção da situação didática, análise a priori e formulação das hipóteses; experimentação; análise a *posteriori* e validação das hipóteses. O referencial teórico adotado trata da concepção de Engenharia Didática, a qual, de acordo com Stormowski (2008), é vista como uma metodologia de investigação em sala de aula, com o objetivo de compreender e encontrar respostas para as dificuldades detectadas no processo de ensino/aprendizagem. Também foi utilizada como embasamento teórico a teoria relativa à Aprendizagem Significativa, que, segundo Borges (2005), só ocorre quando o material a ser apresentado for significativo para o aluno e se o mesmo estiver interessado em estabelecer relações entre estes novos conceitos com os já existentes na sua estrutura cognitiva.

Palavras-chave: Álgebra, Geometria e Mídia Digital.

ABSTRACT

This work was developed by the elaboration and implementation of a lesson plan which was engaged in teaching and learning about Notable Products to students of a seventh grade group of an Elementary School called Escola Padre Afonso Kist, in Parobé. Aiming to make the teaching process more attractive and meaningful, it was used as teaching tool a video from Novo Telecurso program. For the elaboration and implementation of the lesson plan, it was adopted as investigative methodology a process called Didactical Engineering, which requires four steps: previous analysis; design of the teaching situation, a priori analysis and formulation of the hypotheses; experimentation; a posteriori analysis and validation of the hypotheses. The theoretical reference adopted deals with the design of a Didactical Engineering, which, according to Stormowski (2008), it is seen as a methodological investigation inside the classroom and it has the objective of understanding and finding answers to the difficulties detected during the teaching and learning process. It was also used as a theoretical embasement the theory related to the Meaningful Learning Theory, which, according to Borges (2005), it only occurs when the material to be presented is meaningful to the student and if he is interested in establishing a relation between these new concepts and the previous ones in his cognitive structure.

Keywords: Algebra, Geometry, Digital Media.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Atividade 1 desenvolvida por Rodrigues (2008).....	31
Figura 02 – Atividade 2 desenvolvida por Rodrigues (2008).....	31
Figura 03 – Atividade 3 desenvolvida por Rodrigues (2008).....	32
Figura 04 – Atividade 4 desenvolvida por Rodrigues (2008).....	32
Figura 05 – Atividade 5 desenvolvida por Rodrigues (2008).....	33
Figura 06 – Atividade 6 desenvolvida por Rodrigues (2008).....	34
Figura 07 – Atividade 7 desenvolvida por Rodrigues (2008).....	34
Figura 08 – Atividade 8 desenvolvida por Rodrigues (2008).....	35
Figura 09 – Atividade 9 desenvolvida por Rodrigues (2008).....	35
Figura 10 – Pré-teste 4 realizado por Rodrigues (2008).....	36
Figura 11– Pós-teste 1 realizado por Rodrigues (2008).....	36
Figura 12 – Pré-teste 2 realizado por Rodrigues (2008).....	37
Figura 13 – Pós-teste 2 realizado por Rodrigues (2008).....	37
Figura 14 – Pós-teste 5 realizado por Rodrigues (2008).....	38

Figura 15 – Pós-teste 6 realizado por Rodrigues (2008).....	38
Figura 16 – Pré-teste 1 realizado por Rodrigues (2008).....	39
Figura 17– Pré-teste 3 realizado por Rodrigues (2008).....	39
Figura 18 – Pós-teste 3 realizado por Rodrigues (2008).....	40
Figura 19 – Pré-teste 5, 6 e 7 realizado por Rodrigues (2008).....	40
Figura 20 – Pós-teste 4 realizado por Rodrigues (2008)	41
Figuras 21 e 22 – Organização da sala de aula.....	45
Figura 23 – Construção em papel A4 do quadrado da soma.....	46
Figura 24 – Representação geométrica do produto da soma pela diferença de dois termos.....	47
Figura 25 – Pesquisa de opinião quanto ao uso do vídeo I.....	47
Figura 26 – Teste relativo aos Produtos Notáveis (questão 1).....	48
Figura 27 – Teste relativo aos Produtos Notáveis (questões 2 e 3).....	48
Figura 28: Teste relativo aos Produtos Notáveis (questão 4).....	48
Figura 29: Pesquisa de opinião quanto ao uso do vídeo II.....	49
Figura 30: Pesquisa de opinião quanto ao uso do vídeo III.....	50

Figura 31: Pesquisa de opinião quanto ao uso do vídeo IV.....	50
Figura 32: Resposta apresentada no Questionário A.....	50
Figura 33: Resposta apresentada no Questionário A.....	51
Figura 34: Resposta apresentada no Questionário B.....	51
Figura 35: Resposta apresentada no Questionário C.....	51
Figura 36: Representação algébrica e geométrica do quadrado da soma.....	52
Figura 37: Representação algébrica e geométrica do quadrado da diferença.....	52
Figura 38: Representação algébrica e geométrica do produto da soma pela diferença de dois termos.....	53
Figura 39: Erro mais comum realizado pelos alunos.....	54
Figura 40: Tarefa não realizada por um dos grupos.....	54
Figura 41: Os grupos realizando as atividades.....	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Síntese do planejamento.....	43
--	----

LISTA DE SIGLAS

FIESP	Federação das Indústrias do Estado de São Paulo
MEC	Ministério da Educação
PCN's	Parâmetros Curriculares Nacionais
SENAI	Serviço Nacional da Aprendizagem Industrial
SESI	Serviço Social da Indústria

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
2	EMBASAMENTO TEÓRICO.....	16
2.1	Engenharia Didática.....	16
2.2	Aprendizagem Significativa.....	20
3	A ENGENHARIA DIDÁTICA.....	25
3.1	Fase I – Análises Prévias.....	25
3.2	Fase II – Concepção didática, análise <i>a priori</i> e hipóteses.....	41
3.3	Fase III – Experimentação.....	44
3.4	Fase IV – Análise <i>a posteriori</i> e validação das hipóteses.....	49
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	56
5	REFERÊNCIAS.....	58
	APÊNDICE A – Questionário A.....	62
	APÊNDICE B – Questionário B	64
	APÊNDICE C – Questionário C	66
	APÊNDICE D – Teste	67

1 INTRODUÇÃO

No presente trabalho pretendemos relatar as observações, análises e reflexões deste professor de matemática, relativo ao planejamento e à implementação de um plano de aula, que visa o ensino dos produtos notáveis, para uma turma da 7.^a série, da Escola de Ensino Fundamental Padre Afonso Kist, a qual pertencente à rede municipal de Parobé – RS.

O autor deste trabalho é licenciado em Matemática pelas Faculdades Integradas de Taquara em agosto de 2008 e exerce a função de professor de Matemática com uma turma de 5.^a, 6.^a, 7.^a e 8.^a série do ensino fundamental, em uma escola da rede municipal de Parobé – RS, desde março de 2009. Logo nos primeiros dias de exercício desta função constatou que grande parte dos alunos apresentava falta de motivação e interesse em aprender Matemática, o que desencadeou a sua busca por aperfeiçoamento e atualização, tendo em vista que os mesmos são fundamentais nesta profissão, enfim, para que a aprendizagem dos conceitos matemáticos se tornasse significativos para os alunos era necessário encontrar formas inovadoras de ensinar Matemática. Tal situação o levou a concorrer a uma vaga do curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais, oferecido pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, na modalidade à distância, no qual este professor de Matemática foi aceito e iniciou as atividades em julho de 2009.

A escola em questão é composta por 12 professores, 03 funcionários, 249 alunos, 01 coordenador pedagógico, 01 assessor pedagógico, 01 secretário e 01 diretor. A partir deste ano passou a ocupar as novas instalações, que possuem acesso para portadores de necessidades especiais, banheiros para professores e alunos, sala de professores, sala de direção e coordenação, sala de informática, cozinha e refeitório, sendo que este último não existia antes e na sala de informática anterior as máquinas eram ultrapassadas, a maioria não funcionava, as instalações eram precárias e o ambiente também era utilizado como sala de reforço. Por fim, a escola está localizada a aproximadamente 22 km da sede do Município de Parobé, é considerada como sendo da zona urbana, possui Projeto Político Pedagógico, Plano de Estudos por disciplina e

os seus moradores, na maioria, trabalham em pedreiras, olaria, na agricultura, na pecuária ou fabriquetas de calçados locais.

O grupo que participou deste estudo é formado por 10 gurus e 09 gurias, dos quais 02 são repetentes desta série, 06 reprovaram em séries anteriores, com idades que variam entre 13 e 17 anos, 01 trabalha em pedreira, 04 em ateliers de calçado e 01 na roça.

O objetivo central do planejamento foi o ensino dos produtos notáveis através do uso de um vídeo como instrumento de ensino e aprendizagem.

A metodologia adotada para a elaboração do planejamento foi o da Engenharia Didática, a qual, segundo Stormowski (2008, p. 22), é “uma metodologia de pesquisa e investigação em sala de aula, baseada no planejamento, elaboração, implementação, observação e análise de sequências didáticas”.

No primeiro capítulo são abordados os conceitos relativos ao processo de construção de uma Engenharia Didática e os conceitos relativos à Aprendizagem Significativa, segundo a teoria de David Ausubel.

No segundo capítulo são relatadas a elaboração e a implementação de uma Engenharia Didática relativa ao ensino dos Produtos Notáveis com o auxílio de uma teleaula do Novo Telecurso.

Por fim, no terceiro capítulo são realizadas as considerações finais desta experiência didática.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo é apresentada a base teórica que norteou este trabalho.

2.1 Engenharia Didática

De acordo com Garcia (2005), o princípio da teoria sobre a Engenharia Didática está relacionado com a busca por novas maneiras de ensinar e ao aumento do valor das experiências adquiridas pelo professor em sala de aula, tendo em vista que as teorias elaboradas distante da sala de aula são incapazes de retratar por completo a relação ensino/aprendizagem e, por conseguinte, não conseguem influenciar na mudança da forma tradicional de ensino.

A origem desta teoria está na preocupação com uma certa “ideologia da inovação” presente no domínio educativo, que abre caminho para qualquer tipo de experiência na sala de aula, descolada de fundamentação científica. Ao mesmo tempo, está relacionada com o movimento de valorização do saber prático do professor, com a consciência de que as teorias desenvolvidas fora da sala de aula são insuficientes para captar a complexidade do sistema e para, de alguma forma, influir na transformação das tradições de ensino.

A expressão Engenharia Didática, conforme Garcia (2005) e Carneiro (2007, pg. 90), surgiu na França, no início dos anos 1980, entre estudiosos da Didática Matemática, os quais se inspiraram no trabalho do engenheiro, que para desempenhar sua função necessita de conhecimento científico relativo a esta área, bem como, desenvoltura para resolver problemas de ordem prática, sobre os quais ainda não foi realizado um estudo científico.

Segundo Artigue (1996), a noção de Engenharia Didática teve origem em didática da Matemática, no início da década de 80, inspirada no trabalho de um engenheiro, que para realizar um projeto necessita de um sólido conhecimento científico do seu domínio, mas também se submete a enfrentar problemas práticos, os quais a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar. (CARNEIRO, 2007, p. 90).

Enfim, segundo Carneiro (2007, p. 90), a Engenharia Didática foi elaborada para atender a questão das relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino, bem como, a questão do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa, o que estabelece uma dupla função.

Portanto, através dessa dupla função, a Engenharia Didática viabiliza o desenvolvimento de produções para o ensino de Matemática derivadas ou baseadas em resultados de pesquisa, e também se designa como uma metodologia específica de pesquisa, baseada em experiências de sala de aula.

A Engenharia Didática é considerada como sendo uma metodologia de busca pelo entendimento e pelas respostas ao processo de ensino/aprendizagem em sala de aula, a partir da construção, observação, análise e implementação de sequências de ensino. Stormowski (2008, p. 22 e 23), nos coloca que:

A teoria da engenharia didática é um referencial para a produção de material ou conhecimento, envolvendo tanto a prática de pesquisa quanto a prática de ensino. A própria sala de aula e o fazer do professor são integrantes do processo de pesquisa e validação das atividades de ensino propostas.

O processo de Engenharia Didática se inicia a partir da constatação ou escolha de um problema presente na realidade didática de sala de aula. Conforme Artigue apud Kern, 2008, p. 84:

Considera-se um ponto do sistema didático, cujo funcionamento parece, por razões que podem ser de natureza diversa, pouco satisfatório. Analise-se este ponto do funcionamento e os constrangimentos (condições) que tendem a fazer dele um ponto de equilíbrio do sistema e depois, jogando com estes constrangimentos (condições), procura-se determinar as condições de existência de um ponto de funcionamento mais satisfatório.

Após determinada a situação didática que se pretende investigar, parte-se para a organização das seguintes fases da Engenharia Didática: análises prévias, concepção da situação didática, análise a priori e formulação de hipóteses, experimentação e análise a posteriori e validação de hipóteses.

Uma pesquisa que adote este referencial percorre quatro etapas: 1) análises prévias; 2) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas; 3) implementação da experiência; 4) análise a *posteriori* e validação da experiência. (GARCIA, 2008, p. 199-222)

Na primeira etapa, a das análises prévias, é realizado um levantamento de dados com o intuito de obter subsídios para a estruturação de uma proposta para a melhoria no ensino de determinado conceito, enfim, tal levantamento será baseado em três dimensões: Epistemológica, Didática e Cognitiva.

A etapa das análises prévias é estruturada para analisar o funcionamento do ensino habitual de um determinado conteúdo e inclui três dimensões: 1) dimensão epistemológica, associada às características do saber em jogo; 2) dimensão didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino; 3) dimensão cognitiva, associada às características do público ao qual se dirige o ensino. (GARCIA, 2008, p. 199-222)

Na segunda etapa, a da concepção, análise a priori e formulação de hipóteses, é o momento pelo qual o investigador determina a sequência didática que irá utilizar para ensinar determinado conteúdo, bem como, são elaboradas as hipóteses de como ocorrerá a implementação desta sequência e de como o aluno irá se comportar e

resolver os problemas propostos, tais suposições serão validadas ou não durante a experiência.

Além da descrição da concepção das atividades que compõem a seqüência didática, também há uma projeção, uma previsão sobre a experiência a ser realizada, seu impacto no ensino, e também uma previsão sobre o comportamento do aluno, suas estratégias de resolução – esta é a análise *a priori*. Esta análise fundamenta a pertinência da seqüência didática e a formulação de hipótese a ser colocada sob validação ao longo da fase de experimentação. (KERN, 2008, p. 85)

Na terceira fase, a da implementação da experiência, é o instante em que o professor executa sua seqüência didática e busca subsídios, através de fotos, gravações, anotações, materiais escritos e falas dos alunos, para validar ou não suas previsões e projeções realizadas na segunda fase. De acordo com Stieler e Ferreira (2009, p. 109-119):

A fase da experimentação é a fase da realização da Engenharia Didática com os alunos. Ela acontece no momento em que se dá o contato professor/pesquisador com os alunos, sujeitos da investigação. A experimentação supõe:

- a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa aos alunos que participarão da experimentação;
- o contrato didático;
- a aplicação dos instrumentos de pesquisa;
- o registro das observações feitas durante a experimentação.

A última etapa da Engenharia Didática, análise *a posteriori*, que consiste na análise dos resultados obtidos na fase da experimentação, isto é, o momento pelo qual o pesquisador irá validar ou não as hipóteses elaboradas na segunda etapa (concepção, análise *a priori* e formulação de hipóteses) com base nas suas observações, anotações e materiais (escritos e orais) produzidos pelos alunos.

A análise a posteriori de uma sessão é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribuem para melhoria dos conhecimentos didáticos que se têm sobre as condições da transmissão do saber em jogo. Ela não é a crônica da classe, mas uma análise feita à luz da análise a priori, dos fundamentos teóricos, das hipóteses e da problemática da pesquisa, supondo que:

- a observação foi preparada por uma análise a priori conhecida do observador.
- os objetivos da observação foram delimitados por ferramentas apropriadas, e estruturados também pela análise a priori. (COITINHO E QUEIROZ, 2007, p. 109-119)

2.2 Aprendizagem Significativa

Conforme Almeida (2006, p. 66), a teoria sobre Aprendizagem Significativa foi apresentada por Ausubel em 1960, em um momento histórico em que modelo de educação vigente era predominantemente behaviorista. Almeida destaca ainda que Ausubel:

Não concordava que a relação entre o ensino e a aprendizagem poderia ser examinada através de estímulos e respostas, como pretendiam os behavioristas, mas que é durante a aprendizagem que o indivíduo progressivamente atribui significados à nova informação, sendo, portanto, necessária uma abordagem cognitivista. (ALMEIDA, 2006, p. 66)

Moreira (1982) coloca que o conceito-chave na teoria de Ausubel é a aprendizagem significativa, e que o teórico a define como um conjunto de etapas em que as novas informações interagem com algum aspecto relevante da estrutura cognitiva do sujeito. A essa interação Ausubel chamou de conceitos subsunçores. Colocou, também, que para ocorrer à aprendizagem significativa é necessária a preexistência, na estrutura cognitiva do sujeito, de conceitos relevantes para que a nova informação se ancore.

Segundo Ausubel (1968, pp. 37-41), a essência do processo de aprendizagem significativa está em que idéias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira não-arbitrária e substantiva (não-literal) ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto relevante da sua estrutura de conhecimento (i.e., um subsunçor que pode ser, por exemplo, algum símbolo, conceito ou proposição já significativo). (MOREIRA, 1982, p. 13, grifo do autor)

Para que aprendizagem a significativa ocorra, segundo Moreira (1982), vai depender da estrutura cognitiva do sujeito que aprende, na qual devem estar presentes “conceitos subsunçores” à disposição, com os quais o novo material irá relacionar-se; da natureza do material a ser aprendido, que deve ser significativo; e a predisposição do sujeito em aprender ao invés de decorar arbitrária e literalmente os conceitos, “reciprocamente, independente de quão predisposto para aprender estiver o indivíduo, nem o processo nem o produto serão significativos se o material não for potencialmente significativo.” (MOREIRA, 1982, p. 14).

Conforme Borges (2005, p. 33), “o ‘subsunçor’ é uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva que tem a possibilidade de servir como ancoradouro a uma nova informação, permitindo, assim, a atribuição de significados para quem a recebe”, enfim, é u conceito, uma ideia preexistente na estrutura cognitiva do indivíduo.

Um novo conteúdo a ser trabalhado provoca uma enorme reorganização da rede conceitual para acomodá-lo, de forma que esta realimentação do conhecimento prévio pela informação nova repercute em grandes alterações na estrutura cognitiva do indivíduo, que carece se reorganizar para assimilar a informação nova. Ao mesmo tempo em que os novos conceitos são gerados, eles modificam os subsunçores que lhes serviram de ancoradouro, que acabam alterando também os esquemas complexos aos quais estavam ligados e que faziam parte como conceito global. (MELLO, 2005, p. 34)

O essencial no processo de aprendizagem significativa está no fato de novos conceitos serem assimilados de forma não-arbitrária e não-literal à estrutura cognitiva do aprendiz, isto é, “a algum aspecto relevante da sua estrutura de

conhecimento (i.e., um subsunçor que pode ser, por exemplo, algum símbolo, conceito ou proposição já significativo).” (MOREIRA, 1982, p. 13)

De acordo com Borges (2005), para que a aprendizagem significativa ocorra, é necessário que o material a ser aprendido seja significativo e que o aprendiz esteja disposto a relacionar a nova informação a sua estrutura cognitiva.

O material a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, ele tem que ser logicamente e psicologicamente significativo: o significado lógico depende somente da natureza do material, e o significado psicológico é uma experiência que cada indivíduo tem. Cada aprendiz faz uma filtragem dos materiais que têm significado ou não para si próprio. (MEDINA, 2004, p. 47)

Enquanto que:

A outra condição depende do aprendiz. Este deve apresentar uma disposição para relacionar o novo conhecimento com sua estrutura cognitiva. Mesmo que a primeira condição seja satisfeita, se o aprendiz se propõe apenas à memorização, a aprendizagem será mecânica. (MORAES, 2005, p. 29)

Para que um material seja potencialmente significativo, são necessárias duas condições: que o material seja logicamente significativo e que o aprendiz possua a capacidade de atribuir significado psicológico ao seu conteúdo, em fim uma experiência idiossincrática (ALMEIDA, 2006).

Assim sendo:

O significado lógico, portanto, refere-se ao significado daquilo que é inerente a certos tipos de material simbólico, devido à natureza deste material. A evidência do significado lógico está na base da relação arbitrária e substantiva entre o material e as idéias correspondentemente significativas que fazem parte do domínio da inteligência humana. (AUSUBEL apud MEDINA, 2004, p. 48)

Já o significado psicológico,

Corresponde à distinção entre estrutura lógica ou psicológica do conhecimento, há uma distinção igualmente importante entre o significado lógico e psicológico. O conteúdo curricular, na melhor das hipóteses pode ter significado lógico. É a possibilidade de um indivíduo particular incorporar a sua estrutura cognitiva proposições logicamente significativas através de relações não-arbitrárias e substantivas, tornando-as potencialmente significativas para ele e, portanto, criando possibilidade de transformar o significado lógico em psicológico no curso da aprendizagem significativa. Conseqüentemente, a emergência do significado psicológico depende tão somente da apresentação ao indivíduo de um material que evidencie “logicidade”, mas também da mais recente aquisição incorporada ao conteúdo ideacional do indivíduo. (AUSUBEL, 1980, p. 41, apud MEDINA, 2004, p. 49)

Moreira (1982) chama atenção ao fato de que, nos testes em que são simplesmente pedidos ao sujeito que expliquem atributos criteriosais de um conceito ou os elementos essenciais de uma proposição, as respostas poderão ser apenas as mecanicamente memorizadas, visto que, segundo argumentações de Ausubel, os estudantes, em função da experiência em realizar testes, adquiriram a habilidade de memorizar mecanicamente as causas, exemplos, explicações e maneiras de resolver questões típicas e não apenas as proposições e fórmulas. O autor complementa que a proposta de Ausubel para se evitar a “simulação da aprendizagem significativa” é através da elaboração de questões e problemas que não sejam os mesmos que os alunos estão acostumados a resolver, isto é, a utilização de “questões e problemas que sejam novos e não-familiares e requeiram máxima transformação do conhecimento existente”.

Na concepção de Ausubel, a avaliação deve, em geral:

[...] determinar até que ponto os vários objetivos educacionais significativos estão, na realidade, sendo atingidos. Avaliar significa emitir um julgamento de valor ou mérito, examinar os resultados educacionais para saber se preenchem um conjunto particular de objetivos educacionais. Além de verificar se tais objetivos estão sendo atingidos, qualquer avaliação dos resultados do ensino é destituída de sentido. Nenhum resultado educacional é bom ou mau em si e por si. O seu valor só pode ser considerado em termos de saber até que ponto preenche os fins que tentamos alcançar frente à educação. (AUSUBEL apud MEDINA, 2004, p. 50)

De acordo com Medina (2004), na teoria ausubeliana, a avaliação pode ser potencializada quando busca avaliar os principais objetivos educacionais pretendidos, com tal aprendizagem leva os educandos a fazerem revisões, consolidações, esclarecimentos e integrações aos diversos assuntos e possibilita ao docente informações acerca da eficácia dos materiais e dos métodos que o mesmo utiliza, assim como hipóteses das possíveis causas do fracasso dos alunos.

A fim de verificar-se as evidências da ocorrência da aprendizagem significativa, segundo a idéia de Ausubel:

Testes de compreensão devem, no mínimo, ser fraseados de maneira diferente e apresentados num contexto de alguma forma diverso daquele originalmente encontrado no material instrucional [...]

[...] Outra possibilidade é solicitar aos estudantes que diferenciem idéias relacionadas, mas não idênticas ou que identifiquem os elementos de um conceito ou proposição de uma lista contendo, também, os elementos de outros conceitos similares [...]

[...] uma outra alternativa para testar a ocorrência da aprendizagem significativa é a de propor ao aprendiz um tarefa de aprendizagem, seqüencialmente dependente de outra, que não possa ser executada sem um perfeito domínio precedente. (MOREIRA, 1982, p. 15)

3 A ENGENHARIA DIDÁTICA

Neste capítulo são apresentadas a elaboração e a implementação de uma Engenharia Didática, que visava o ensino e a aprendizagem dos Produtos Notáveis junto a uma turma da 7.^a série do Ensino Fundamental.

3.1 Fase I – Análises Prévias

Esta Engenharia Didática focou o ensino dos Produtos Notáveis para 22 alunos da 7.^a série do Ensino Fundamental, os quais pertenciam a Escola Municipal de Ensino Fundamental Padre Afonso Kist, da rede municipal de Parobé - RS.

Os objetivos deste trabalho foram:

- detectar e solucionar problemas na resolução de Produtos Notáveis;
- utilizar o vídeo como ferramenta incentivadora e facilitadora da aprendizagem de Produtos Notáveis;
- promover uma situação de ensino e aprendizagem pouco praticada.

A fim de atingir os objetivos propostos e de tornar o processo de ensino-aprendizagem mais eficaz, foi adotado como recurso didático um vídeo, o qual, segundo a definição de Moran (1995), é classificado como sendo do tipo conteúdo de ensino, pois apresenta de forma direta o conteúdo relativo aos Produtos Notáveis.

O vídeo que foi utilizado como conteúdo é do Novo Telecurso, teleaula de Matemática do ensino fundamental número 71, em que é apresentado, em duas partes, o conteúdo relativo aos Produtos Notáveis.

A teleaula 71, partes 1 e 2, está disponível no site <http://novotelecurso.blogspot.com/2009/06/produtos-notaveis.html>. A mesma inicia, através de uma cena, com dois personagens que estão em um bar assistindo alguns lances de futebol e um dos protagonistas diz que tal jogador é notável e o outro discorda afirmando que notável mesmo é outro competidor. Em seguida, aparece um terceiro protagonista chamando a atenção para o significado da palavra notável e informa que o tema da teleaula são os Produtos Notáveis. Após a fala deste último

personagem é retomada a cena com os outros dois, que resolvem parar de discutir sobre futebol e passam a tentar ajudar um ao outro a resolver um problema relativo à área de um quadrado, a partir daí entra em cena novamente o terceiro ator, que os ajuda a resolver o tal problema. Desse ponto em diante são apresentados de forma geométrica e algébrica os Produtos Notáveis relativos ao quadrado da soma de dois termos, quadrado da diferença de dois termos e o produto da soma pela diferença de dois termos e, por fim, é feita uma revisão de toda a teleaula.

A escolha do vídeo produzido pela Fundação Roberto Marinho em parceria com a FIESP (Federação das Indústrias do Estado de São Paulo), o SESI (Serviço Social da Indústria) e o SENAI (Serviço Nacional da Aprendizagem Industrial) e outras instituições, foi estabelecida em função do conteúdo relativo aos Produtos Notáveis ser apresentado de forma direta, ao fato de que na introdução do assunto é dada ênfase ao significado da palavra notável e, em função desta produção, não se encerra em uma única obra, pois o Novo Telecurso apresenta uma série completa dos conteúdos do Ensino Fundamental e Médio, possibilitando assim uma excelente fonte de reforço e pesquisa.

O fator motivador da escolha dos conteúdos relativos aos Produtos Notáveis ocorreu em virtude das dificuldades apresentadas pelos alunos na hora da identificação e da resolução do quadrado da soma, do quadrado da diferença e do produto da soma pela diferença de dois termos, seja ela na forma algébrica ou geométrica, bem como, ao fato de que estes conteúdos estão previstos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), o estudo da álgebra está previsto no bloco relativo aos Números e Operações, bem como, no bloco Grandezas e Medidas através da integração entre álgebra e geometria, a qual o estudo é indicado no bloco Espaço e Forma. Os mesmos também prevêem que os conteúdos referentes à álgebra possam ser trabalhados nas séries iniciais do Ensino Fundamental, mas é no terceiro (6.º e 7.º anos) e quarto (8.º e 9.º anos) ciclos que este trabalho é realizado.

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (PCN’S, 1998, pg. 50)

Com a intenção de se obter informações acerca do modo de como ocorre o processo de ensino do conteúdo relativo aos Produtos Notáveis foi consultado um professor mais experiente e foram analisados três livros didáticos.

Da conversa com o professor mais experiente verificou-se que a nossa maneira de ensinar é convergente, pois apresentamos os Produtos Notáveis destacando os significados das palavras produto e notáveis e, em seguida, apresentamos e resolvemos os exemplos propostos no livro didático utilizado pela turma, o que vem ao encontro das reflexões de Rodrigues (2008) e ao que consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino da Matemática – PCN’s (1998).

Consideramos que o conhecimento produzido em sala de aula por professor e aluno é fortemente influenciado pelo livro didático. Autores dos PCN (1998, p. 22) afirmam que: “...os professores apóiam-se quase que exclusivamente nos livros didáticos...”, são estes muitas vezes os responsáveis pelo direcionamento do trabalho do professor no ano letivo. (RODRIGUES, 2008, pg. 62, grifos do autor)

Com o objetivo de se verificar como os livros didáticos apresentam os conteúdos relativos a Produtos Notáveis foram analisados três obras disponíveis na biblioteca da escola, das quais a primeira é o livro adotado pela turma.

Os livros didáticos analisados foram A Conquista da Matemática – 7.^a série, Matemática é Realidade – 7.^a série, e Matemática na Medida Certa – 7.^a série, cujos autores são, respectivamente, Giovanni e outros, Gelson Iezzi e outros, e Jakubovic e outros, todos pertencentes à coleção do Plano Nacional do Livro Didático, ou seja, todos aprovados pelo MEC.

A análise dos livros didáticos foi realizada segundo o parâmetro apresentado por Rodrigues (2008), isto é, foi verificado se as obras apresentam exercícios e exemplos envolvendo as conversões dos registros de representação dos Produtos Notáveis, os quais são: registro da língua natural para o algébrico, registro figural para o registro numérico ou algébrico, registro algébrico para o registro da língua natural e o registro algébrico para o figural.

Constatou-se que as obras primeiramente apresentam o quadrado da soma, depois o quadrado da diferença e, por último, o produto da soma pela diferença de dois termos, mas no livro A Conquista da Matemática também são apresentados o cubo da soma e o cubo da diferença de dois termos, enquanto que, na obra de Iezzi e outros, é destacada a ideia de expressões algébricas idênticas. Quanto às conversões dos registros de representação, verificou-se que a conversão do registro da língua natural para o algébrico, é apresentada por todos os autores, mas o contrário não acontece. Em relação à conversão do registro figural para o algébrico, as obras apresentam exemplos e exercícios, enquanto que a conversão do registro figural para o numérico, apenas o livro de Giovanni e outros possui esta representação na forma de exemplo. Por fim, a conversão do registro algébrico ou numérico para o figural em nenhuma das obras é proposta esta conversão.

As dificuldades mais comuns que os alunos apresentam no estudo dos Produtos Notáveis, segundo o relato do professor entrevistado e a minha prática docente são os de reconhecer e calcular o quadrado da soma, o quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença de dois termos.

Segundo pesquisa realizada por Rodrigues (2008) as dificuldades mais frequentes apresentadas pelos alunos estão na conversão, representação e na realização dos cálculos relativos aos Produtos Notáveis.

A fim de embasar teoricamente o tema escolhido foi adotada como referencial teórico a dissertação de mestrado de Rodrigues (2008), na qual é apresentada uma análise da aprendizagem de alunos do 8.º e 9.º anos do ensino fundamental relativo ao conteúdo de produtos notáveis através do uso do programa Aplusix.

De acordo com Rodrigues (2008), em função das dificuldades encontradas pelos alunos no aprendizado do cálculo algébrico e numérico, o qual é evidenciado na análise dos resultados do SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) e SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), seu objetivo foi o de realizar uma análise das dificuldades da aprendizagem da álgebra através do uso de um software que, mediante a orientação de um professor, possibilitasse aos alunos o desenvolvimento da habilidade da resolução de problemas algébricos.

As questões que nortearam a pesquisa desta autora foram: “*O programa Aplusix poderá contribuir para coordenação de registros de representação semiótica em relação aos produtos notáveis? Em quê? Quais as evoluções percebidas?*” (RODRIGUES, 2008, pg. 23).

A metodologia de pesquisa utilizada por Rodrigues (2008) foi de cunho qualitativo, com o auxílio das novas tecnologias e através da adaptação da metodologia de pesquisa da Engenharia Didática.

Conforme Rodrigues (2008), a metodologia de pesquisa da Engenharia Didática relacionada ao ensino da matemática ocorreu em 1980, a qual é considerada como sendo investigativa e tem por objetivo a sistematização do trabalho didático na exploração do domínio e do conhecimento. Nesta metodologia o docente constrói um roteiro de ensino, o qual deve integrar o domínio do conhecimento, os conhecimentos prévios dos alunos e as funções do docente e dos alunos. Rodrigues (2008), página 55, escreve também que as fases da Engenharia Didática são: “*Análise Preliminar; Concepção e Análise a priori das situações da Engenharia Didática; Experimentação; e Análise a Posteriori e Validação.*”

O objeto de estudo da dissertação de Rodrigues são os produtos notáveis através da exploração dos cálculos algébricos e da sua representação geométrica. Segundo Rodrigues (2008), os Pitagóricos e Euclides (300 a.C) apresentavam as soluções das expressões algébricas através da representação geométrica; que o desenvolvimento da álgebra contou com a contribuição de matemáticos como Diophanto, Al-khowarizmi, Cardano, Tartaglia, Bombelli, Simon Stevin e François Viète; que René Descartes criou uma relação entre geometria e álgebra, criando a geometria

analítica; e que os produtos notáveis estão incluídos em um tema mais amplo chamado de Polinômios, conceitos que estão presentes em livros didáticos de nível superior e estão diretamente relacionados com o ensino médio e fundamental.

A autora realizou a avaliação de três livros didáticos do 8.º ano do ensino fundamental, os quais eram utilizados pelos professores das turmas que participaram da pesquisa. Os livros analisados foram: Construindo Conhecimentos em Matemática, 7.ª Série, de Bianchini e Miani; A Conquista da Matemática A+Nova, 7.ª série, de Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr.; e Tudo é Matemática, 7.ª série, de Luiz Roberto Dante. De acordo com Rodrigues (2008), no livro Construindo Conhecimentos em Matemática, as expressões algébricas são apresentadas através de exemplos que mostram a transformação da linguagem natural para a algébrica e apenas duas das atividades apresentadas fazem o contrário; no livro Tudo é Matemática quase não há exploração das transformações da linguagem natural para a algébrica e vice-versa; e que o livro A Conquista da Matemática é o que mais apresenta este tipo de conversão, enfim, *“os três livros apresentam timidamente situações de conversões do registro algébrico para o registro da língua natural.”* (RODRIGUES, 2008, pg. 63). Em relação às transformações dos registros figurais e numéricos, os três livros, apresentam uma exploração mínima.

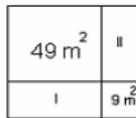
Foi desenvolvida por Rodrigues (2008) uma pesquisa com três alunos do 8.º ano, de uma escola da rede pública do estado de São Paulo. O experimento se constituiu de dez sessões de sessenta minutos cada e foi dividida em três momentos. O primeiro foi o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos através da análise dos cadernos de dois deles. No segundo momento foi realizada uma entrevista com o professor regente dos envolvidos, a fim de obter informações sobre como foi trabalhado o conteúdo relativo a produtos notáveis. No terceiro momento houve a elaboração de uma sequência de atividades que tinham por objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico. Também foram elaboradas questões, através de figuras com medidas numéricas e algébricas, para determinar a área de retângulos e como ferramenta facilitadora deste processo de aprendizagem foi utilizado o *software* Aplusix.

A sequência de atividades de aprendizagem desenvolvidas por Rodrigues (2008) foram:

Figura 1: Atividade 1 desenvolvida por Rodrigues (2008)

Atividade 1 (Registro figural → Registro numérico)

Observe a figura:



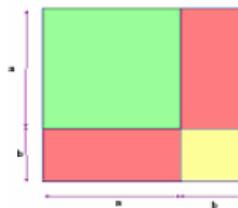
A área do quadrado maior é 49m^2 e a área do quadrado menor é 9m^2 .

- a) Determine a área da figura I.
- b) Determine a área da figura II.
- c) Qual é a área da figura total.

Figura 2: Atividade 2 desenvolvida por Rodrigues (2008)

Atividade 2 (Registro figural → Registro algébrico)¹⁷

Observe a figura e responda:



- a) Qual a medida do lado do quadrilátero amarelo?
- b) Qual é a área do quadrilátero amarelo?
- c) Qual é a medida do lado do quadrilátero verde?
- d) Qual a área do quadrilátero verde?
- e) Como podemos representar algebricamente a área de cada quadrilátero pintado de vermelho?
- f) Qual é a medida do lado do quadrilátero (maior) formado pelos quadrados: verde, amarelo e pelos retângulos vermelhos?
- g) Qual a expressão algébrica que representa a área desse quadrilátero maior?

Figura 3: Atividade 3 desenvolvida por Rodrigues (2008)

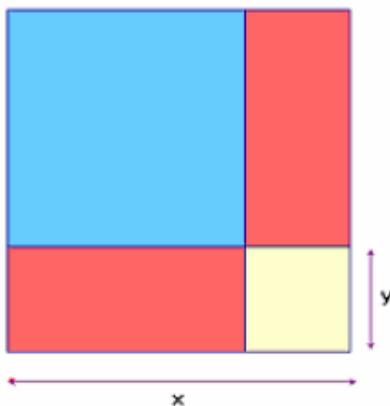
Atividade 3 (Tratamento no registro numérico)

- a) Calcular $(7 - 2)^2$
- b) Calcular $(7+2)(7 - 2)$
- c) Calcular $(7 + 2)^2$

Figura 4: Atividade 4 desenvolvida por Rodrigues (2008)

Atividade 4 (Registro Figural → Registro algébrico)¹⁸

Observe a figura e responda às questões a seguir:



- a) Qual é a medida do lado do quadrado maior composto pelas figuras: azul, amarela e pelas duas figuras vermelhas?
- b) Qual é a área desse quadrado maior?
- c) Qual é a medida do lado do quadrado amarelo?
- d) Qual é a área do quadrado amarelo?
- e) Qual é a medida do lado do quadrilátero azul?

f) Qual é a expressão algébrica que representa a área do quadrilátero azul?

g) Como podemos representar algebricamente a área de cada quadrilátero vermelho?

h) Qual a expressão algébrica que representa a área do quadrado azul?

Use a área do quadrado maior e subtraia a área dos dois retângulos vermelhos e a área do quadrado amarelo.

i) Encontre uma expressão algébrica com três termos que identifique a área do quadrado azul.

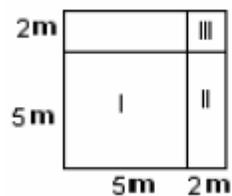
j) Que relação é possível estabelecer entre as expressões algébricas encontradas nos itens (f) e (i)?

l) Desenvolver: $(x-y)(x-y)$.

Figura 5: Atividade 5 desenvolvida por Rodrigues (2008)

Atividade 5 (Registro Figural → Registro numérico)

Observe a figura:

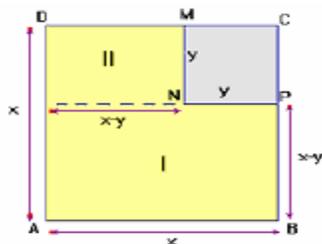


- Qual é a área da figura I?
- Qual é a área da figura II?
- E a área da figura III?

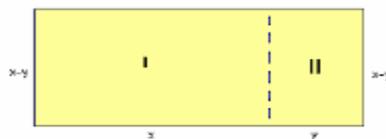
Figura 6: Atividade 6 desenvolvida por Rodrigues (2008)

Atividade 6 (Registro figural → Registro algébrico)¹⁹

Na figura, o lado do quadrado ABCD mede x e o lado do quadrado CMNP mede y .



- Escreva a área da região amarela como diferença de dois quadrados.
- Indique o produto que fornece a área da figura II.
- Indique o produto que fornece a área da figura I.
- Indique a soma das áreas da figura I e II.
- Se mudarmos de posição o retângulo II, obtemos uma nova figura:



Represente a área dessa nova figura como produto de dois polinômios.

- Escreva a igualdade entre os resultados encontrados nos itens (a) e (e).

Figura 7: Atividade 7 desenvolvida por Rodrigues (2008)

Atividade 7 (Registro da língua natural → Registro algébrico)

Represente com uma expressão algébrica as sentenças:

- O quadrado de um número;
- A soma do quadrado do número x e o quadrado do número y ;
- A soma dos números a e b ;
- O quadrado da soma dos números a e b ;
- A área do quadrado de lado igual a $(n+1)$.

Figura 8: Atividade 8 desenvolvida por Rodrigues (2008)

Atividade 8 (Tratamento no registro algébrico)

Desenvolver:

a) $(x + y)(x - y)$

b) $(x - 2)^2$

c) $(5x + 4y)^2$

d) $(-y-1)^2$

e) $(n - \frac{1}{2})(n - \frac{1}{2})$

f) $(b+a)(a+b)$

Figura 9: Atividade 9 desenvolvida por Rodrigues (2008)

Atividade 9 (Tratamento no registro Algébrico)

Fatorar:

a) $x^2 - 20x + 100$

b) $y^2 + 16y + 64$

c) $x^2 - 25$

d) $y^2 - \frac{1}{9}$

As conclusões finais do autor foram que:

- no registro da língua natural para o algébrico um fez tal representação corretamente no pré-teste e no pós-teste, outro apenas no pós-teste e o terceiro não acertou as representações em ambos os testes;

Figura 10: Pré-teste 4 realizada por Rodrigues (2008)

Pré-teste 4 (Registro língua natural → Registro algébrico)

Represente com uma expressão algébrica as sentenças:

- a) O quadrado da soma dos números a e b .
- b) A diferença do quadrado do número a e o quadrado do número b .
- c) A área de um quadrado de lado $l = (x+2)$.
- d) O quadrado da diferença de dois termos x e y .

Figura 11: Pós-teste 1 realizada por Rodrigues (2008)

Pós-teste 1 (Registro da língua natural → Registro algébrico)

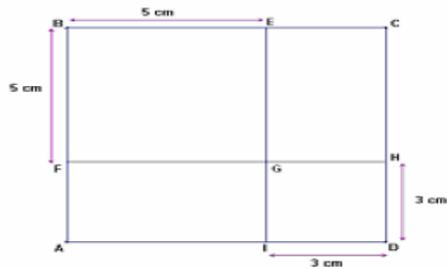
Represente com uma expressão algébrica as sentenças:

- a) A área do quadrado de lado igual a $(x - y)$;
- b) O quadrado da soma dos números x e y ;
- c) A diferença do quadrado do número x e o quadrado do número y .

- no registro figural para o registro numérico dois alunos apresentaram dificuldades no pré-teste para diferenciar os conceitos de área e perímetro, pois estavam somando os lados, mas no pós-teste tal dificuldade foi superada.

Figura 12: Pré-teste 2 realizada por Rodrigues (2008)

Pré-teste 2 (Registro figural → Registro numérico)

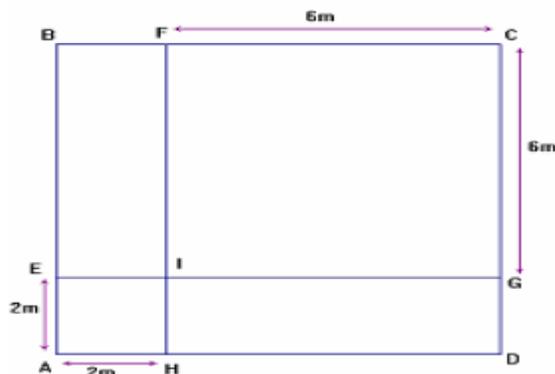


- Qual a área do quadrilátero FBEG?
- Qual a área do quadrilátero IGHD?
- Qual a área do quadrilátero AFGI?
- Qual a área do quadrilátero GECH?
- Qual a área do quadrilátero ABCD?

Figura 13: Pós-teste 2 realizada por Rodrigues (2008)

Pós-teste 2 (Registro figural → Registro numérico)

Observe a figura:



Qual a área dos quadriláteros?

- AEIH
- IFCG
- HIGD
- EBFI
- ABCD

- no registro algébrico para o registro da língua natural dois dos três participantes realizaram esta conversão um deles apresentou dificuldades na mesma em função de não ter conseguido compreender o significado da expressão “língua natural”

Figura 14: Pós-teste 5 realizada por Rodrigues (2008)

Pós-teste 5 (Registro algébrico → Registro da língua natural)

Escreva a expressão algébrica abaixo usando a língua natural.

a) $a^2 - b^2$

b) $(x+y)^2$

- no registro algébrico para o registro figural, dentre as atividades propostas, dois alunos apresentaram dificuldades na representação da geométrica da diferença de quadrados, apesar disto foi considerado satisfatório as conversões apresentadas pelos mesmos;

Figura 15: Pós-teste 6 realizada por Rodrigues (2008)

Pós-teste 6 (Registro algébrico → Registro figural)

Utilize figuras geométricas que você estudou e represente as expressões algébricas:

a) $(x+1)^2$

b) $x^2 - 4$

c) $(x - 3)^2$

- no tratamento no registro numérico novamente apenas um dos participantes apresentou corretamente as conversões, o outro acertou parcialmente a conversão e terceiro não acertou as conversões propostas;

Figura 16: Pré-teste 1 realizada por Rodrigues (2008)

Pré-teste 1 (Tratamento no registro numérico)

Qual o valor de:

a) $(5+3)^2$

b) $(5-3)^2$

c) $(5+3)(5-3)$

- no tratamento no registro algébrico relativo ao desenvolvimento dos produtos notáveis os três discentes apresentaram grande evolução no desenvolvimento das expressões em que estavam envolvidos os conceitos de operações algébricas;

Figura 17: Pré-teste 3 realizada por Rodrigues (2008)

Pré-teste 3 (Tratamento no registro algébrico)

Desenvolver

a) $(a+3)^2$

b) $(x+5)(x-5)$

c) $(3x+5y)(3x+5y)$

d) $(y-\frac{1}{2})(y-\frac{1}{2})$

e) $(2n-1)^2$

f) $(-x-1)^2$

Figura 18: Pós-teste 3 realizada por Rodrigues (2008)

Pós-teste 3 (Tratamento no registro algébrico)

Desenvolver:

a) $(a - 2)^2$

b) $(3a + 2b)(2b + 3a)$

c) $(b - a)(b + a)$

d) $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$

f) $(-m - 2)^2$

- no tratamento no registro algébrico relativo à fatoração de expressões, dentre as atividades propostas, os alunos não utilizaram as propriedades de fatoração para resolvê-las;

Figura 19: Pré-teste 5, 6 e 7 realizada por Rodrigues (2008)

Pré-teste 5 (Tratamento no registro algébrico)

$x^2 - 10x + 25$ é igual a:

a) $(x+5)(x-5)$

b) $(x-5)(x-5)$

c) $(x+5)(x+5)$

d) $(x-5)(x+5)$

Pré-teste 6 (Tratamento no registro algébrico)

(SARESP/2005) A expressão $x^2 - a^2$ é equivalente a:

a) $-2ax$

b) $(x-a)^2$

c) $(x+a)^2$

d) $(x-a)((x+a)$

Pré-teste 7 (Tratamento no registro algébrico)

$y^2 + 6y + 9$ é igual a:

a) $(y+3)(y-3)$

b) $(y-3)(y+3)$

c) $(y-3)(y-3)$

d) $(y+3)^2$

Figura 20: Pós-teste 4 realizada por Rodrigues (2008)

Pós-teste 4 (Tratamento no registro algébrico)

Fatore as expressões

a) $x^2 - a^2$

b) $y^2 - 14y + 49$

c) $4x^2 + 4x + 1$

d) $y^2 - \frac{1}{25}$

- com base no desempenho dos alunos no pré-teste e no pós-teste os alunos os avanços relativos aos seus desenvolvimentos foram significativos em função da mediação do pesquisador e o auxílio do *software* Aplusix.

Por fim, quanto à resposta da autora no que diz respeito às questões que nortearam a pesquisa apenas deixa claro que houve avanços significativos no desenvolvimento dos alunos, mas não explicita quais são estes avanços.

Observamos que ocorreram avanços significativos quanto ao desempenho dos alunos entre as atividades do pré-teste e pós-teste. Consideramos que as retroações do programa Aplusix e a mediação da pesquisadora possibilitaram aos alunos tais avanços. (RODRIGUES, 2008, p.172)

3.2 Fase II – Concepção didática, análise *a priori* e hipóteses

Esta Engenharia Didática visa o ensino dos Produtos Notáveis, para um público alvo composto de 22 alunos, que pertencem a 7.^a série do ensino fundamental, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Padre Afonso Kist, pertencente à rede municipal de Parobé - RS. Para tanto, será utilizado um vídeo do Novo Telecurso, o qual apresenta a forma de reconhecer, representar e resolver o quadrado da soma, o quadrado da diferença e a soma pela diferença de dois termos de forma algébrica e geométrica. Também será proposto a este grupo de alunos um conjunto de exercícios, que visarão desenvolver a habilidade das conversões do Registro Numérico ou

Algébrico para o Figural e vice-versa, assim como, do Registro da Língua Natural para o Algébrico ou Numérico e vice-versa. A mesma será colocada em prática no dias 15, 16, 22 e 23 de junho de 2010, nos dois últimos períodos de terça e quarta-feira, perfazendo uma carga horária de 8 horas-aula.

O objetivo maior deste planejamento consiste em desenvolver nos alunos a habilidade de reconhecer, representar e resolver os Produtos Notáveis relativos ao quadrado da soma, quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença de dois termos.

Justifica-se a escolha deste tema em função das dificuldades que os estudantes apresentam em relação a este conteúdo, conforme apontam Rodrigues (2008) em sua pesquisa, o relato de um professor mais experiente e minha experiência no ensino dos mesmos. Outro ponto relevante do por que se ensinar os Produtos Notáveis é em função dos mesmos estarem previstos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e no Plano de Curso da Escola.

Os pressupostos para esta Engenharia Didática são que:

Hipótese I: a execução dos vídeos irá despertar o interesse e facilitará o aprendizado dos Produtos Notáveis pelos alunos;

Hipótese II: os alunos serão capazes de responder, com base na apresentação do vídeo, o que é um Produto Notável;

Hipótese III: os alunos serão capazes de responder, com base na apresentação dos vídeos, quais são os Produtos Notáveis;

Hipótese IV: os alunos serão capazes de identificar, representar o quadrado da soma, quadrado da diferença e produto pela diferença de dois termos a partir da apresentação dos vídeos;

Hipótese V: os alunos apresentarão dificuldades em realizar as operações algébricas presentes na resolução dos Produtos Notáveis;

Hipótese VI: todas as tarefas previstas serão executadas dentro do prazo pré-determinado;

Hipótese VII: alunos serão capazes de se organizar e trabalhar em grupo para resolver as tarefas propostas.

A seguir é apresentada uma síntese de como se imagina que este planejamento será executado:

Tabela 1: Síntese do planejamento

Objetivo	Ação	Recursos Didáticos	Tempo
Preparar a sala para a reprodução do vídeo.	Instalar na sala a televisão e o reproduutor de <i>DVD</i> .	Televisão, reproduutor de <i>DVD</i> e o <i>CD</i> com os filmes.	20 minutos.
Organizar os grupos de trabalho.	Solicitar que os alunos se organizem em grupos de três componentes.	Cadeiras e classes.	10 minutos.
Reproduzir o vídeo.	Assistir ao vídeo.	Caderno e caneta.	25 minutos.
Ler, interpretar e resolver os problemas propostos relativos ao quadrado da soma.	Entregar uma folha contendo exercícios para serem resolvidos pelos trios.	Caderno, lápis, borracha, caneta, livro didático e lista de exercícios.	90 minutos.
Ler, interpretar e resolver os problemas propostos relativos ao quadrado da diferença.	Entregar uma folha contendo exercícios para serem resolvidos pelos trios.	Caderno, lápis, borracha, caneta, livro didático e lista de exercícios.	90 minutos.
Ler, interpretar e resolver os problemas propostos relativos ao produto da soma pela diferença.	Entregar uma folha contendo exercícios para serem resolvidos pelos trios.	Caderno, lápis, borracha, caneta, livro didático e lista de exercícios.	90 minutos.
Resolver um teste envolvendo os Produtos Notáveis.	Orientar e organizar a realização de um teste.	Caderno, lápis, borracha e caneta.	45 minutos.

Com o intuito de averiguar se os pressupostos pré-elaborados são válidos ou não serão tomados os seguintes procedimentos:

- a) observação e anotação das atitudes dos participantes;
- b) registro fotográfico das atividades propostas;
- c) coleta do material produzido pelos alunos.

3.3 Fase III – Experimentação

Esta prática pedagógica foi realizada nos dois últimos períodos dos dias 29/06, 30/06, 06/07 e 13/07 deste ano, totalizando 8(oito) horas-aula.

Participaram desta atividade vinte alunos da 7.^a série, sendo que um não participou das duas últimas atividades e outro não participou da primeira atividade.

No dia 29/06, foi explanado aos alunos que durante quatro aulas seriam trabalhados os conteúdos relativos aos Produtos Notáveis e que estes seriam apresentados através de um vídeo, de explicações complementares do professor e de tarefas que constituíam na resolução de três questionários. Em seguida foi solicitado que sentassem em forma de “u” e que de um dos seus lados deveria sentar-se o colega com o qual iria fazer dupla até o fim das atividades propostas. Enquanto os alunos se organizavam, foram preparados os equipamentos para a reprodução da parte do vídeo que tratava do quadrado da soma de dois termos. Após os alunos terem assistido ao vídeo pela primeira vez, foi entregue o Questionário A e realizadas as seguintes orientações:

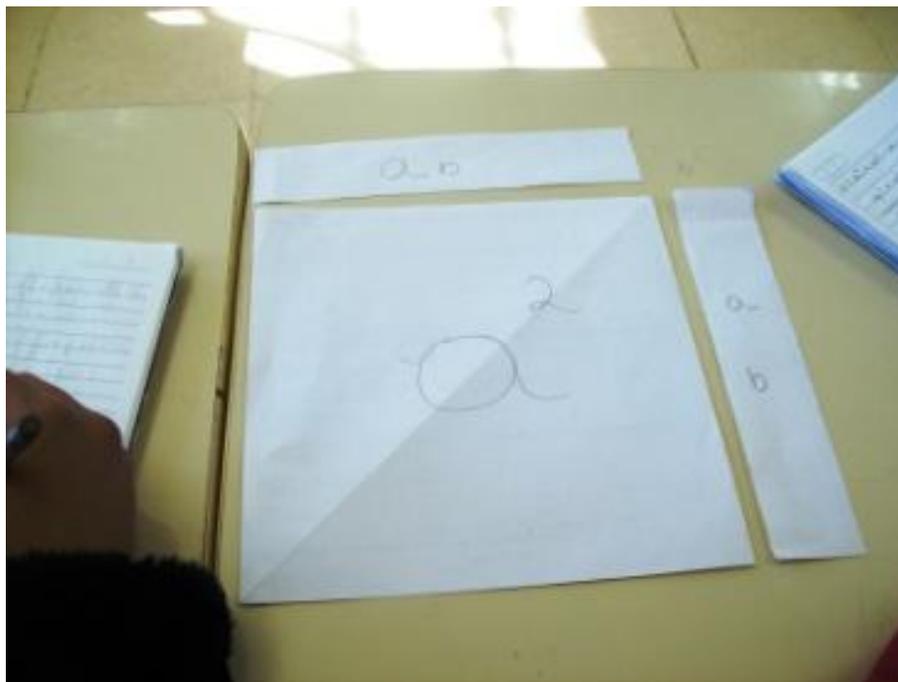
- o questionário deveria ser entregue respondido até o final da aula;
- que o vídeo seria reproduzido tantas vezes quantas fosse solicitado por alguma dupla;
- que ao final das reproduções o professor faria uma síntese dos principais conceitos apresentados no vídeo, bem como, explicações e explicações complementares.

Figuras 21 e 22: Organização da sala de aula



Em síntese, nesta aula, foi trabalhada a representação algébrica e geométrica do quadrado da soma de dois termos, sendo que tais representações foram trabalhadas, além da apresentação no vídeo e das explicações do professor, através da construção das mesmas em papel A4.

Figura 23: Construção em papel A4 do quadrado da soma



Na aula do dia 30/06, foi trabalhada a segunda parte do vídeo, o qual abordava o conceito relativo ao quadrado da diferença de dois termos e, para tanto, foram adotados os mesmos procedimentos e orientações da aula relativa ao quadrado da soma de dois termos, em suma, os alunos se organizaram em forma de “u”, foram preparados os equipamentos, entregue o Questionário B e feitas as representações algébrica e geométrica do quadrado da diferença de dois termos no quadro.

Em 06/07, foi exibida a última parte do vídeo, que tratava do Produto Notável relativo ao produto da soma pela diferença de dois termos. Esta aula foi organizada e orientada semelhantemente às aulas anteriores, mas nesta aula também foi apresentado o vídeo na íntegra com o intuito de se fazer uma revisão de tudo o que já tinha sido apresentado. Também foram realizadas as representações algébricas e geométrica do produto da soma pela diferença de dois termos através de papel A4.

Figura 24: Representação geométrica do produto da soma pela diferença de dois termos



Por fim, no dia 13/07, foi realizado um teste individual e sem consulta no qual foram abordados os conceitos apresentados através do vídeo e explanado e explicado pelo professor. Também foi solicitado que respondessem e entregassem a seguinte pergunta: - Qual a sua opinião quanto às aulas relativas aos Produtos Notáveis através do uso do vídeo?. Tanto o teste quanto a pesquisa de opinião foram escritos no quadro-negro.

Figura 25: Pesquisa de opinião quanto ao uso do vídeo I

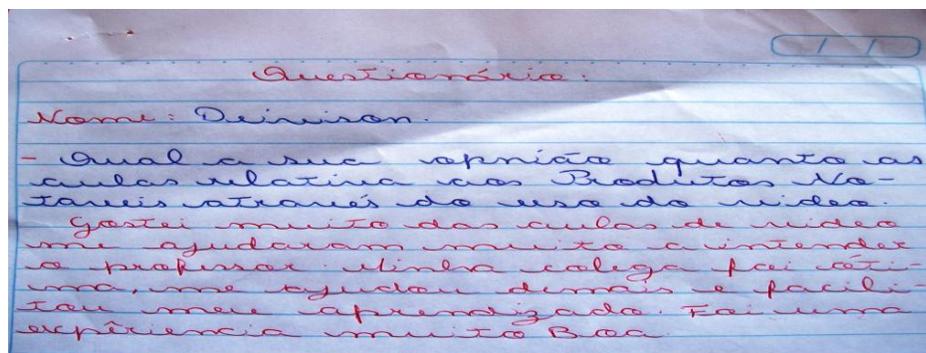


Figura 26: Teste relativo aos Produtos Notáveis (questão 1)

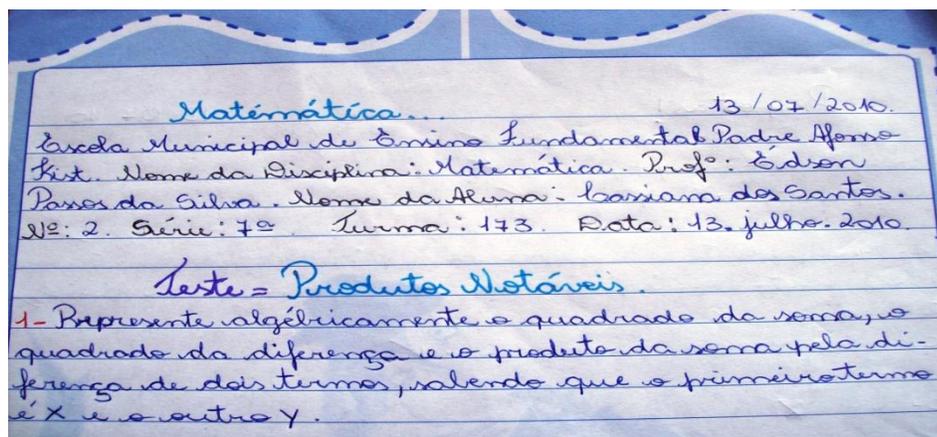


Figura 27: Teste relativo aos Produtos Notáveis (questões 2 e 3)

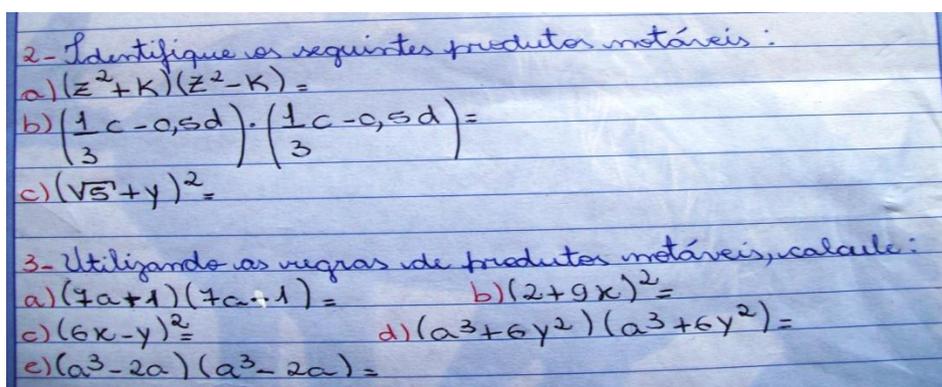
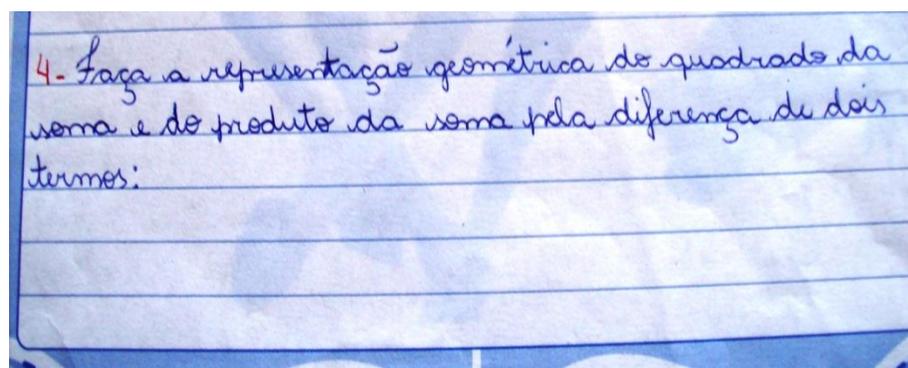


Figura 28: Teste relativo aos Produtos Notáveis (questão 4)



3.4 Fase IV – Análise *a posteriori* e validação das hipóteses

Nesta fase da Engenharia Didática serão reescritas todas as hipóteses elaboradas na Fase II – Concepção didática, análise *a priori* e hipóteses, para ser analisado a partir das observações e constatações do que ocorreu na fase de implementação das atividades, a qual é denominada como Fase III – Experimentação.

As hipóteses e as respectivas constatações foram:

- Hipótese I: pressupõe-se que a execução dos vídeos irá despertar o interesse e facilitar o aprendizado dos Produtos Notáveis pelos alunos.

Verificou-se através da análise da pesquisa de opinião realizada com o grupo que, para 58% deles, a execução do vídeo não facilitou a aprendizagem e nem despertou o interesse em aprender os conceitos sobre os Produtos Notáveis. Tal fato também ficou evidente nas atitudes apresentadas durante as aulas, visto que, a grande parte dos alunos, durante as exibições do vídeo, explanações e explicações complementares estavam distraídos conversando sobre outros assuntos, quando era chamada a atenção dos mesmos, demonstravam dizendo que sua preferência eram as aulas totalmente explicadas no quadro, o que é comprovado por meio da transcrição de parte da opinião dos mesmos apresentado na pesquisa:

- "... mas tinha gente que não respeitou que outros queriam aprender."
- "... mas às vezes não prestava muita atenção."
- "... e também todo mundo conversou nas aulas..."
- "... um pouco porque não prestei atenção..."

Figura 29: Pesquisa de opinião quanto ao uso do vídeo II

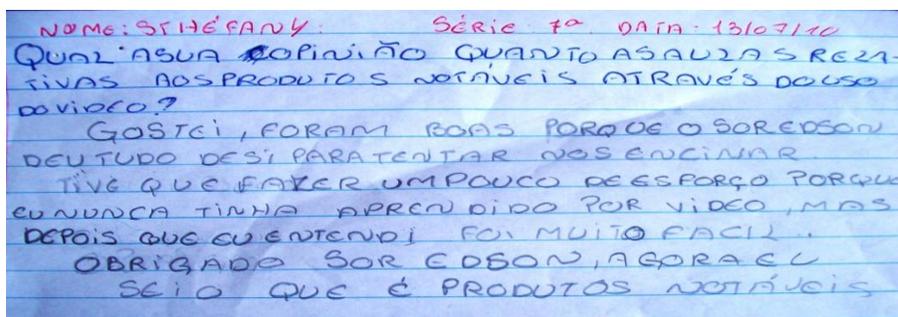


Figura 30: Pesquisa de opinião quanto ao uso do vídeo III

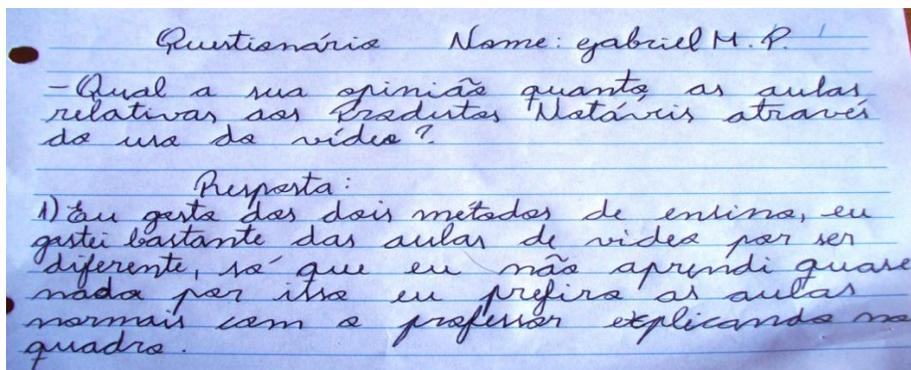
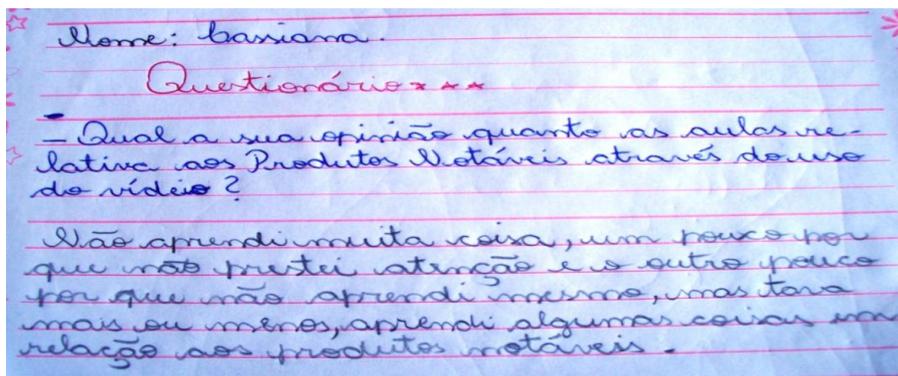


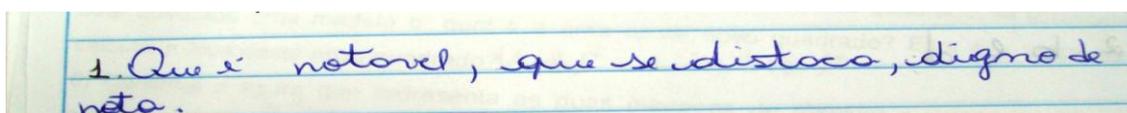
Figura 31: Pesquisa de opinião quanto ao uso do vídeo IV



- Hipótese II: pressupõe-se que os alunos serão capazes de responder, com base na apresentação do vídeo, o que é um Produto Notável.

Tendo em vista que o vídeo em questão introduz a ideia de Produto Notável enfatizando o significado da palavra notável, 50% dos grupos responderam que são os que se destacam, dignos de nota sem mencionar a palavra multiplicação, porém ficou evidente através de suas falas durante as explicações do professor e nas resoluções dos exercícios apresentados que a ideia de uma multiplicação/produto que se destacava que era digno de nota estava presente.

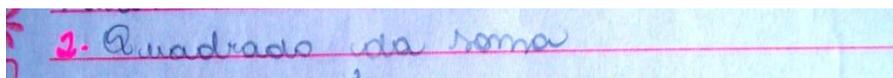
Figura 32: Resposta apresentada no Questionário A



- Hipótese III: pressupõe-se que os alunos serão capazes de responder, com base na apresentação dos vídeos, quais são os Produtos Notáveis.

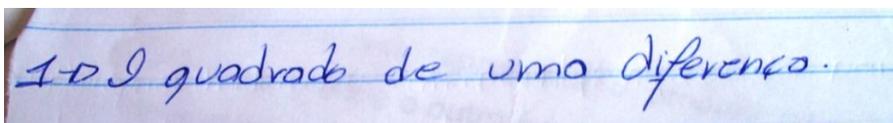
Em função de o vídeo apresentar de forma direta o conceito do quadrado da soma, quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença de dois termos e com base nas explicações do professor, com exceção de um grupo que apenas respondeu na forma de representação algébrica o quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença de dois termos, todos os demais responderam utilizando a forma de registro da língua natural. Outro ponto relevante é que os alunos também compreenderam que a diferença entre o quadrado da soma e o quadrado da diferença era apenas o sinal de subtração e que depois de constatado que uma expressão matemática se tratava de um Produto Notável bastava lembrar-se das falas apresentadas no vídeo e enfatizadas pelo professor, por exemplo, o quadrado da soma, que o resultado é o primeiro termo ao quadrado, mais duas vezes o primeiro termo pelo segundo, mais o segundo termo ao quadrado.

Figura 33: Resposta apresentada no Questionário A



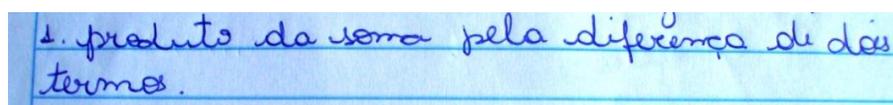
2. Quadrado da soma

Figura 34: Resposta apresentada no Questionário B



1. O quadrado de uma diferença.

Figura 35: Resposta apresentada no Questionário C



1. produto da soma pela diferença de dois termos.

- Hipótese IV: pressupõe-se que os alunos serão capazes de identificar e representar o quadrado da soma, o quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença de dois termos a partir da apresentação dos vídeos.

Com exceção de duas duplas, que não deram a devida atenção às exibições do vídeo, bem como, as explicações e explanações complementares realizadas pelo professor sobre o produto da soma pela diferença de dois termos, o que resultou na realização de forma incorreta do Questionário C, todos os demais obtiveram êxito em identificar os Produtos Notáveis relativos ao quadrado da soma, quadrado da diferença e produto da soma pela diferença de dois termos.

Em relação à representação algébrica e geométrica, a segunda foi a que os alunos apresentaram mais dificuldades e só foi concluída pelos alunos em função do auxílio do professor, que fez uma explicação e demonstração geral e outra com cada grupo.

No teste, que foi realizado individualmente e sem consulta, a questão que tratava sobre representação algébrica o percentual de acerto quando o Produto Notável era o quadrado da soma ou o quadrado da diferença foi de 50% e quando era o produto da soma pela diferença de dois termos foi de 44%. Na questão que visava à identificação dos Produtos Notáveis, verificou-se que o percentual de acerto para o quadrado da soma e o quadrado da diferença foi de 56% e para o produto da soma pela diferença de dois termos foi de 44%.

Figura 36: Representação algébrica e geométrica do quadrado da soma

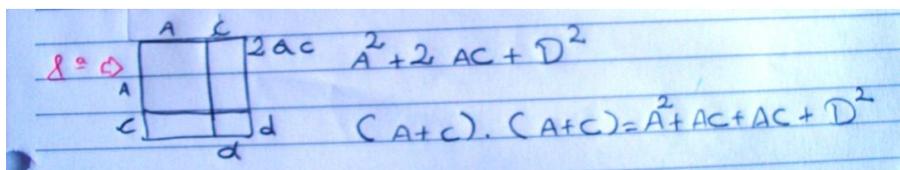


Figura 37: Representação algébrica e geométrica do quadrado da diferença

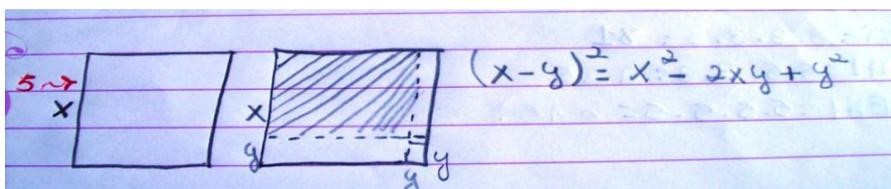
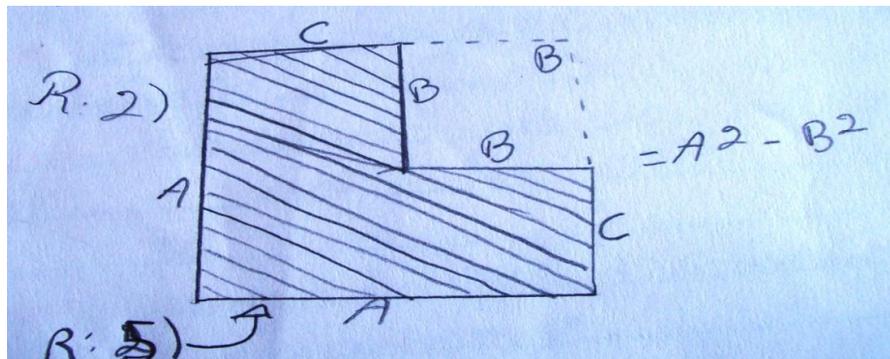


Figura 38: Representação algébrica e geométrica do produto da soma pela diferença de dois termos



- Hipótese V: pressupõe-se que os alunos apresentarão dificuldades em realizar as operações algébricas presentes na resolução dos Produtos Notáveis.

Com base no teste, o qual foi individualmente e sem consulta, observou-se que:

- Na questão $(7a + 1)(7a - 1)$, produto da soma pela diferença de dois termos, os erros comuns foram à resolução como sendo o quadrado da soma ou quadrado da diferença, a elevação, no caso do primeiro termo, apenas de um dos fatores e deixar escrito na forma de potência o primeiro e o segundo termo, enfim, não concluir o cálculo;

- Na resolução da questão $(2 + 9x)^2$, quadrado da soma de dois termos, evidenciou-se a elevação, no caso do segundo termo, apenas de um dos fatores ao quadrado e a não finalização dos cálculos, isto é, davam por concluída a questão da seguinte forma: $2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 9x + (9x)^2$;

- Na correção da questão $(6x - y)^2$, quadrado da diferença de dois termos, verificou-se a não elevação de um dos fatores do primeiro termo ao quadrado, a não finalização dos cálculos, a resolução da mesma como sendo o quadrado da soma de dois termos e em vez de escrever mais o segundo termo elevado ao quadrado, escreviam menos o segundo termo elevado ao quadrado;

- Por fim, nas questões $(a^3 + 6y^2)(a^3 + 6y^2)$ e $(a^3 - 2a)(a^3 - 2a)$, que são, respectivamente, o quadrado da soma e o quadrado da diferença de dois termos,

porém não escritos na forma de potência, além dos erros relativos à elevação de apenas um dos fatores ao quadrado, a não conclusão dos cálculos e a resolução do quadrado da diferença como sendo o quadrado da soma de dois termos, ocorreu o erro de identificação do Produto Notável, isto é, as questões foram resolvidas como sendo o produto da soma pela diferença de dois termos.

Figura 39: Erro mais comum realizado pelos alunos

Handwritten mathematical formula showing a common error: $b. (2+9x)^2$ is incorrectly expanded as $(2+9x)(2+9x) = 2^2 + 2.2.9x + 9x^2$.

- Hipótese VI: pressupõe-se que todas as tarefas previstas serão executadas dentro do prazo pré-determinado.

Apenas duas duplas que não concluíram o Questionário C, conforme motivo apresentado na Hipótese IV e o cronograma de execução desta Engenharia Didática, não foi seguido conforme o previsto, em virtude de problemas operacionais envolvendo o equipamento de vídeo da Escola e na data de liberação para execução da mesma.

Figura 40: Tarefa não realizada por um dos grupos

Handwritten notes on lined paper showing algebraic identities and exercises:

1. Produto da soma de 2 termos pela diferença dos mesmos termos.
2. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
3. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
4. 1 termo ao quadrado menos o segundo termo ao quadrado.

exercícios

1. a) $5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$
- B) $4x^2 - y^2$
- C) $x^2 - 25 = 36x - y^2$
- D) $x^2 - 25 = 36x - y^2$

- Hipótese VII: pressupõe-se que alunos serão capazes de se organizar e trabalhar em grupos para resolver as tarefas propostas.

Com exceção de duas duplas, os alunos foram capazes de se organizar e trabalhar em grupo.

Figura 41: Os grupos realizando as atividades



4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção deste trabalho, que se constituiu a partir da elaboração e implementação de um plano de aula, em que a metodologia adotada foi o da Engenharia Didática, e que visava o ensino dos Produtos Notáveis através de um vídeo do Novo Telecurso, para uma turma da 7.^a série do Ensino Fundamental. Tinha por objetivos detectar e solucionar problemas na resolução de Produtos Notáveis; utilizar o vídeo como ferramenta incentivadora e facilitadora da aprendizagem de Produtos Notáveis; promover uma situação de ensino e aprendizagem diferenciada da normalmente praticada, bem como, que o aprendizado deste conteúdo fosse significativo para os alunos, proporcionando uma experiência prática. A minha compreensão tanto do conteúdo quanto do uso de vídeo no processo de ensino-aprendizagem se aprofundou, pois em relação ao primeiro construí junto com os alunos a representação geométrica dos três Produtos Notáveis em questão, o que até então nunca tinha realizado enquanto aluno ou professor. Já o uso de vídeo em sala de aula me permitiu vivenciar a maneira como ocorre à relação professor-aluno no processo de ensino-aprendizagem em que os conceitos são apresentados através de uma mídia digital, além disto, tive a oportunidade de elaborar roteiros de perguntas para serem respondidos após a exibição do vídeo, enfim, tive a oportunidade de idealizar, construir e realizar uma atividade própria em que o papel do professor deixou de ser o de transmissor e do aluno de receptor do conhecimento.

Em relação à minha prática e o estudo teórico que realizei sobre o aprendizado de tal conteúdo, constatei que ambos convergem quanto às dificuldades que os alunos apresentam em relação aos cálculos algébricos, bem como, nas representações geométricas e algébricas dos Produtos Notáveis. As dificuldades em relação aos cálculos algébricos, no geral, foram de elevar os dois fatores ao quadrado, por exemplo, se o termo era $(2x^2)^2$ somente o primeiro fator era elevado ao quadrado, já na representação geométrica, confundiam-na com a algébrica, tais dificuldades procurei solucioná-las através de explicações e explicações complementares ao vídeo apresentado, bem como, através da resolução de exemplos e de exercícios no quadro.

Quanto à utilização das mídias digitais e recursos de tecnologia, constatei que devem ser utilizados como recurso pedagógico desde as Séries Iniciais do Ensino Fundamental, a fim de que os alunos estejam habituados a aprender desta forma e por consequência possam aproveitar ao máximo as possibilidades de aprendizagem que estes recursos oferecem, já que, caso contrário, existe uma grande resistência e dificuldade por parte dos alunos neste processo de ensino-aprendizagem, em função dos mesmos estarem habituados a serem receptores das informações ao invés de terem que ser ativos na busca pelo conhecimento, pois, a utilização do vídeo como instrumento facilitador da aprendizagem, permite ao professor ser o mediador do conhecimento ao invés do detentor do mesmo, o que no meu ver torna as aulas menos cansativas, dinâmicas e significativas para os alunos.

Com base na observação da postura e das atitudes dos alunos, verifiquei que independente da aula ser atrativa ou não, se o aluno não estiver disposto a aprender o recurso utilizado não fará a menor diferença, o que foi ratificado pela pesquisa que realizei com o grupo, tendo em vista que 58% dos alunos responderam que preferem as aulas expositivas, pois, no caso deste grupo, os alunos que normalmente não prestam atenção e não realizam as tarefas propostas continuaram a fazê-lo assim, porém a utilização deste tipo recurso didático é válido em função de que os alunos interessados e auto-motivados, além de superar mais rapidamente as dificuldades gerais no aprendizado dos Produtos Notáveis, demonstraram ter tornado o conceito em questão mais significativo.

Por fim, o principal efeito que percebi na escola por meio desta experiência, foi em relação à maneira de como estava sendo utilizada a sala de vídeo, pois, segundo a Coordenação, será solicitado aos demais professores que a sala de vídeo seja utilizada para fins pedagógicos e não como forma de apenas ocupar o tempo dos alunos quando um professor falta. Em relação aos meus colegas o que chamou minha atenção foi a curiosidade por parte de alguns se a atividade tinha facilitado a aprendizagem dos alunos e como a mesma tinha transcorrido.

5 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Voltaire de Oliveira. **Mapas Conceituais como Instrumento Potencialmente Facilitadores da Aprendizagem Significativa de Conceitos da Óptica Física**. Dissertação (mestrado em Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, 2006. Disponível em: <<http://www.biblioteca.ufrgs.br/bibliotecadigital/>>. Acessado em novembro de 2010.

BORGES, Mauro Duro. **Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio: uma experiência didática com a Teoria da Relatividade Restrita**. Dissertação (mestrado em Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, 2005. Disponível em: <<http://www.biblioteca.ufrgs.br/bibliotecadigital/>>. Acessado em novembro de 2010.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental – Matemática**. Brasília, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acessado em julho de 2010.

CARNEIRO, Pedro Sica. **Geometria Vetorial na escola: uma leitura geométrica para sistemas de equações**. Dissertação (mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, 2007. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/13337>>. Acessado em novembro de 2010.

COUTINHO, Silva; QUEIROZ, Cileda de. **Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd 1**. PUC – SP, REVEMAT – Revista de Educação Matemática. V. 3.6, p. 62-77, UFSC: 2008. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/13031/12137>>. Acessado em novembro de 2010.

GARCIA, Vera Clotilde. **Contribuições para a Formação do Professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na Área de Ensino**.

Revista BOLEMA, UNESP-Rio Claro, n.29, 2008, p.199-222. Disponível em: <<http://143.54.226.61/~vclotilde/publicacoes/mar172008revisadoVeraClotilde.pdf>>.

Acessado em novembro de 2010.

GARCIA, Vera Clotilde. **Engenharia didática**: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. **Zetetike**, Campinas-UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118). Disponível em: <<http://143.54.226.61/~vclotilde/publicacoes/ENGENHARIA%20ZETEIKE2005.pdf>>.

Acessado em novembro de 2010.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI Benedito e JR., José Ruy Giovani. **A conquista da Matemática – Nova**. São Paulo: FTD, 1998. Obra Em 4 V. para alunos de 5.^a a 8.^a séries.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo e MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**: 7.^a série. São Paulo: Atual, 2000.

JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo Cestari e CENTURIÓN, Marília. **Matemática na Medida Certa, 7.^a série**: Ensino Fundamental. São Paulo: Scipione, 1999.

KERN, Newton Bohrer. **Uma Introdução ao Pensamento Algébrico Através de Relações Funcionais**. Dissertação (mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, 2008. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/15584>>. Acessado em novembro de 2010.

MEDINA, Roseclea Duarte. **ASTERIX - Aprendizagem Significativa e Tecnologias Aplicadas no Ensino de Rede de Computadores**: integrando e explorando possibilidades. Tese (doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, 2004. Disponível em: <<http://www.biblioteca.ufrgs.br/bibliotecadigital/>>. Acessado em novembro de 2010.

MELLO, Silvio Quintino de. **O Ensino da Matemática e a Educação Profissional: a aplicabilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos.** Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Ulbra, RS, 2005.

MORAES, Maria Beatriz dos Santos Almeida. **Uma Proposta para o Ensino de Eletrodinâmica no Nível Médio.** Dissertação (mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, 2005. Disponível em: <<http://www.biblioteca.ufrgs.br/bibliotecadigital/>>. Acessado em novembro de 2010.

MORAN, José Manuel. O Vídeo na Sala de Aula. **Revista Comunicação & Educação.** São Paulo, ECA-Ed. Moderna, [2] : 27 a 35, jan./abr. de 1995. Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_I/textos/o%20video%20na%20sala%20de%20aula.pdf>. Acessado em julho de 2010.

MOREIRA, Marco A.; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel.** São Paulo: Editora Moraes Ltda, 1982.

RODRIGUES, Salete. **Uma análise da aprendizagem de produtos notáveis com auxílio do programa Aplusix.** 2008. 210 fl. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008. Disponível em http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/salete_rodrigues.pdf. Acessado em abril de 2010.

STIELER, Eugênio Carlos; FERREIRA, Marcio Violante. **Uso do Excel no Ensino de Matemática Financeira: Diagnósticos de Uma Investigação Pautada na Engenharia Didática.** Vydia, v. 27, n. 1, p. 109-119, jan./jun., 2007 – Santa Maria, 2009. ISSN 0104-270X. Disponível em: <[http://sites.unifra.br/Portals/35/Artigos/2007/Vol_1/V-USODOEXCEL\[BAIXO\].pdf](http://sites.unifra.br/Portals/35/Artigos/2007/Vol_1/V-USODOEXCEL[BAIXO].pdf)>. Acessado em novembro de 2010.

STORMOWSKI, Vandoir. **Estudando matrizes a partir de transformações geométricas.** Dissertação (mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Rio

Grande do Sul, RS, 2008. Disponível em:
<<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/14965>>. Acessado em novembro de 2010.

APÊNDICES

Apêndice A: Questionário A

Questionário A – Quadrado da Soma

Escola:

Data:

Nome (s):

- Com base no vídeo assistido, responda:

- 1) Qual o significado da expressão Produto Notável?
- 2) Qual é o primeiro dos Produtos Notáveis apresentado no vídeo?
- 3) Represente geometricamente o Quadrado da Soma.
- 4) Represente algebricamente o quadrado da soma?
- 5) Qual é a forma usual da leitura do Produto Notável denominado Quadrado da Soma?
- 6) Supondo um quadrado de lado “a”, o qual a área é igual a lado ao quadrado, se acrescentarmos a este quadrado uma medida b, qual é a área deste novo quadrado? Esta é a única maneira de calcular a área deste novo quadrado?
- 7) Construa a figura que representa as duas maneiras de resolver o problema apresentado no questão anterior.
- 8) Os produtos que recebem o nome de Produtos Notáveis são utilizados em que?

Exercícios

- 1) Escreva a expressão algébrica que representa a soma de dois números elevados ao quadrado, sabendo que um número é x e o outro é y.
- 2) Marque um x nas expressões que representam o quadrado da soma:
a) $(x + y)$ b) $(x + y) \cdot (x + y)$ c) $(a + b)^3$ d) $(5 + b)^2$
- 3) Qual o valor de :
a) $(3 + x)^2$ b) $(3x + 5y) (3x + 5y)$ c) $(a + 1/2)^2$ d) $(a + ab)^2$

4) $y^2 + 6y + 9$ é igual a: a) $(y + 3)(y - 3)$

b) $(y - 3)(y - 3)$ c) $(y + 3)^2$

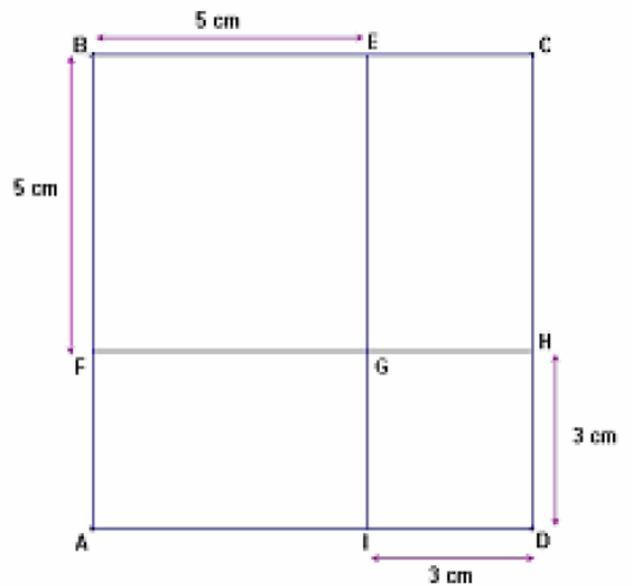
5) a) Qual a área do quadrilátero FBEG?

b) Qual área do quadrilátero IGHD?

c) Qual área do quadrilátero AFGI?

d) Qual área do quadrilátero GECH?

e) Qual área do quadrilátero ABCD?



Apêndice B – Questionário B

Questionário B – Quadrado da Diferença

Escola:

Data:

Nome (s):

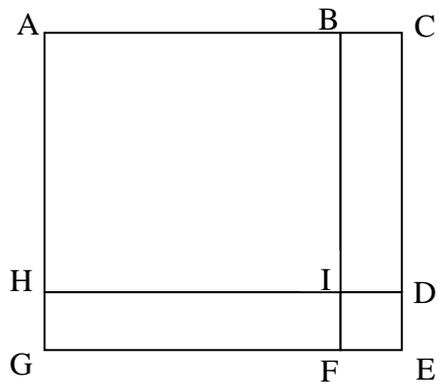
- Com base no vídeo assistido, responda:

- 1) Qual é o segundo Produto Notável apresentado no vídeo?
- 2) Qual a diferença entre o primeiro Produto Notável e o segundo Produto Notável apresentado no vídeo?
- 3) Qual é a representação algébrica do quadrado da diferença de dois termos?
- 4) Qual é a forma usual da leitura do Produto Notável denominado Quadrado da Soma?
- 5) Faça a seguinte construção: Dados dois segmentos, de medidas x e y , com $x > y$, como se poderá calcular a área do quadrado cujo lado mede $(x-y)$? Que Produto Notável é este?

Exercícios

- 1) Escreva a expressão algébrica que representa a diferença de dois números elevados ao quadrado, sabendo que um número é x e o outro é y .
- 2) Assinale as expressões que representam o quadrado da diferença de dois termos:
a) $(-3x + 2y)$ b) $(-5a - y) \cdot (-5a - y)$ c) $(x + y)^2$ d) $(12 - x/3)^2$
- 3) Qual o valor de :
a) $(3 - x)^2$ b) $(6x - y)(6x - y)$ c) $(2a - b^3)^2$ d) $(a - ab)^2$
- 4) $x^2 - 2xy + y^2$ é igual a: a) $(x + y)(x - y)$ b) $(x + y)(x + y)$ c) $(x - y)^2$
- 5) Sabendo que o segmento $AC = 8$, segmento $BC = 3$
 - a) Qual a área do quadrilátero BCDI?
 - b) Qual área do quadrilátero DEFI?

- c) Qual área do quadrilátero FGHI?
- d) Qual área do quadrilátero ABHI?



Apêndice C: Questionário C

Questionário C – Produto da Soma pela Diferença

Escola:

Data:

Nome (s):

- Com base no vídeo assistido, responda:

- 1) Qual é o terceiro Produto Notável apresentado no vídeo?
- 2) Qual é a representação algébrica do Produto da Soma pela Diferença de dois termos?
- 4) Qual é a forma usual da leitura do Produto Notável denominado Produto da Soma pela Diferença de dois Termos?
- 5) Faça a representação geométrica do Produto da Soma pela Diferença de dois termos?

Exercícios

- 1) Escreva a expressão algébrica que representa o produto da soma pela diferença de dois números, sabendo que um número é x e o outro é y .
- 2) Assinale as expressões que representam o Produto da Soma pela diferença de dois termos:
a) $(5a + 2b)(5a - 2b)$ b) $(a + b) \cdot (a + b)$ c) $(9x - y)^2$ d) $a^2 - b^2$
- 3) Qual o valor de :
a) $(5 + 3)(5 - 3)$ b) $(6x + y)(6x - y)$ c) $(x + 5)(x - 5)$
- 4) $x^2 - y^2$ é igual a: a) $(x + y)(x - y)$ b) $(x + y)(x + y)$ c) $(x - y)^2$

Apêndice D: Teste

Teste

Escola:

Turma:

Data:

Nome:

1) Represente algebricamente o quadrado da soma, o quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença de dois termos, sabendo que o primeiro termo é x e o outro é y .

2) Identifique os seguintes Produtos Notáveis.

a) $(Z^2 - K)(Z^2 + K)$

b) $(\frac{1}{3}C - 0,5d)(\frac{1}{3}C + 0,5d)$

c) $(5 + y)^2$

3) Resolva os seguintes Produtos Notáveis:

a) $(7a + 1)(7a - 1)$

b) $(2 + 9x)^2$

c) $(6x - y)^2$

d) $(a^3 + 6y^2)(a^3 - 6y^2)$

e) $(a^3 - 2a)(a^3 + 2a)$