

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:  
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

**CLEUCI ANDREAZZA VUELMA**

**UMA EXPERIÊNCIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL**

**PORTO ALEGRE**

**2010**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:  
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

**CLEUCI ANDREAZZA VUELMA**

**UMA EXPERIÊNCIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL**

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Vilmar Trevisan

**PORTO ALEGRE**

**2010**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**UMA EXPERIÊNCIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL**

**CLEUCI ANDREAZZA VUELMA**

**Comissão examinadora**

Prof. Dr. Vilmar Trevisan

Orientador

Prof. Dr. Vera Clotide Vanzetto Garcia

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Prof. Vilmar Trevisan pelo incentivo, simpatia e presteza no auxílio às atividades e discussões sobre andamentos e normas deste trabalho.

Especialmente ao Professor Márcio Alexandre Rodrigues, pela sua paciência nos ensinando a importância de nunca desistir.

A minha família pela paciência em tolerar minha ausência.

A minha filha Isabelly, estímulo que me impulsiona a buscar vida nova a cada dia, por ter aceitado se privar de minha companhia nesse estudo, concedendo a mim a oportunidade de me realizar ainda mais.

Às minhas colegas Adriane Marisa, Adriane e Maristela, pela troca de informações, demonstração de amizade e solidariedade.

## RESUMO

O objetivo de estudo desse trabalho é minimizar as dificuldades dos discentes no ensino-aprendizagem do cálculo de áreas e volumes de sólidos geométricos. O mesmo inclui estudo da dissertação de Renata Aparecida Martins. Os dados foram coletados por meio de questionários, imagens, elaboração e planejamento de atividades matemáticas por meio de um vídeo de sensibilização. Para subsidiar a pesquisa com foco na prática docente, a metodologia utilizada inspirou-se na engenharia didática, conjunto de teorias criadas por autores franceses da área de didática da matemática. O trabalho foi desenvolvido por meio de situações concretas vivenciadas pelos alunos através da escolha de embalagens, favorecendo o desenvolvimento da criatividade através de composição e decomposição de figuras. Constatou-se que o uso do recurso tecnológico, tido como algo novo, impulsiona os alunos para chegar ao conhecimento geométrico.

Palavras chaves: Geometria Espacial, Engenharia Didática, Ensino-aprendizagem, Vídeo na sala de aula.

## **ABSTRACT**

The objective of this work study is to minimize the difficulties of the students in the teaching-learning process of calculating areas and volumes of geometric solids. The same includes study of the dissertation Renata Aparecida Martins. Data were collected through questionnaires, images, design and planning of mathematical activities through an awareness video. To complement this research with a focus on teaching practice, the methodology used was inspired by the didactic engineering, a set of theories created by French authors in the field of mathematics teaching. The work was developed through actual situations experienced by students through the choice of packaging, promoting the development of creativity through composition and decomposition of figures. It was found that the use of technological resources, seen as something new, pushes students to achieve knowledge in geometry.

**Keywords:** Space Geometry, Engineering Curriculum, Teaching and learning, Video in the classroom.

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1-Hipóteses elaboradas	21
TABELA 2-Plano de Ensino	22

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1-Alunos assistindo ao vídeo de sensibilização_____	30
FIGURA 2-Aluna realizando atividade prática proposta_____	30
FIGURA 3-Atividades propostas pelo vídeo de sensibilização, realizadas por alunos_____	31
FIGURA 4-Cálculos usando transformações_____	31
FIGURA 5-Apresentação de slides de um grupo de alunos_____	32
FIGURA 6-Alunos entusiasmados mostrando os trabalhos realizados_____	34
FIGURA 7-Avaliação de um dos alunos da turma_____	34
FIGURA 8-Embalagem original da natura, caixa planificada e medida com régua em cm__	35
FIGURA 9-Caixa ampliada e sólidos prontos para efetuar os cálculos_____	35
FIGURA 10-Grupo de alunos fazendo estudo e medições com régua_____	36
FIGURA 11-Alguns cálculos efetuados_____	37

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	10
1.1 Apresentação	10
<b>2 ENGENHARIA DIDÁTICA E PRIMEIRAS ANÁLISES</b>	13
2.1 Engenharia didática	13
2.2 Dificuldades de aprendizagem	14
2.3 Ensino usual de áreas e volumes	15
2.4 Um estudo teórico	17
<b>3 A EXECUÇÃO DO PROJETO</b>	20
3.1 Objetivo geral/justificativa	20
3.2 Hipóteses e pressupostos	21
3.3 Plano de Ensino e estratégias para coleta de dados	22
3.4 A experiência didática e sua análise	24
3.5 Análise das hipóteses	30
<b>4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>	39
4.1 Reflexões sobre a prática	39
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	40
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	42
<b>ANEXO A</b> - Questionário Exploratório respondido	44
<b>ANEXO B</b> -Questionário Exploratório	45
<b>ANEXO C</b> -Questionário referente ao vídeo	46
<b>ANEXO D</b> - Atividades de fixação	47
<b>ANEXO E</b> - Avaliação 1	48
<b>ANEXO F</b> -Avaliação 2	51

## **CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO**

### **1.1 APRESENTAÇÃO**

“Aprender Matemática de forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar soluções, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar, e para muitas outras ações necessárias a sua formação.” (BRASIL, 2007 p.111).

Tendo a citação do PCN em mente, este trabalho foi desenvolvido com o propósito de acrescentar alguma contribuição, através de uma experiência pedagógica, que busca tornar o aluno um cidadão mais crítico e construtivo. Dadas às várias restrições de espaço, de tempo e pelo caráter desse Curso de Especialização, com foco na prática, se restringiu ao estudo do espaço e forma, ou seja, ao estudo de uma parte da geometria espacial no ensino médio.

A escolha desse tema advém da forma com que os alunos têm aprendido geometria durante sua passagem pelo ensino médio o que nos proporciona uma grande inquietação; os alunos estão presos ao uso de fórmulas e os conceitos geométricos espaciais quanto à abstração acabam sendo esquecidos. O professor se torna um mero multiplicador usando a técnica definição/exemplo/exercício. Diante disso, surge a ideia de mostrar aos alunos os inúmeros problemas do dia-a-dia que podem ser resolvidos através da geometria, trazendo a realidade à sala de aula e principalmente a sala de aula à realidade.

Um das propostas desse trabalho se refere a como fazer o aluno se apropriar desse saber de forma interessante e cativante. Quando esse aluno descobre as relações matemáticas ele encontra sentido para os problemas resolvidos na escola. Mas como mostrar essas relações a alunos desmotivados que dificilmente compreendem o estudo de áreas e volumes? Temos conhecimento que não podemos transformar totalmente essa realidade, entretanto buscamos melhorar um pouco desta situação através das atividades propostas neste trabalho, sempre levando em consideração a dificuldade que os alunos têm em sistematizar os problemas geométricos que usam no cotidiano da sala de aula e nas atividades sugeridas pelo professor.

Em relação aos objetivos escolhidos para delimitar nosso projeto, é central a apresentação de situações convincentes para que os alunos consigam minimizar as

dificuldades em relação aos cálculos de áreas, áreas laterais e volumes dos sólidos geométricos. Como objetivos específicos podemos destacar a exploração dos conceitos de geometria espacial através de situações concretas, bem como a avaliação de uma metodologia alternativa para o ensino de geometria espacial.

O estudo é baseado nas experiências e no material coletado durante a prática de ensino realizada com alunos da terceira série do ensino médio, num colégio da zona rural do município de Nova Araçá. A Escola Luiz Isaias Zuchetti acolhe alunos da pré-escola, ensino fundamental, ensino médio e educação de jovens e adultos. Funciona num espaço limitado contando com 392 alunos e 27 professores. Os alunos, em sua maioria, são oriundos do interior do município cujos pais tiram seu sustento da agricultura, outros se dedicam ao trabalho em pequenas indústrias de móveis e de calçados da cidade.

A turma escolhida para o trabalho conta com 19 alunos com faixa etária entre 16 e 18 anos. O perfil da turma demonstra alunos esforçados e ativos. No entanto, por serem alunos que trabalham durante o dia e estudam durante o período da noite, apresentam grandes dificuldades de aprendizagem, principalmente devido à falta de tempo para se dedicar às tarefas de casa. A escolha da turma justifica-se devido ao fato de terem demonstrado interesse em participar do projeto e boa vontade para aprender algo que possa auxiliá-los no ensino de geometria espacial.

Para confrontar essa realidade, elaboramos uma seqüência didática com o objetivo de motivar os alunos, mostrando como o dia-a-dia está repleto de situações em que a matemática (nesse caso a geometria) é utilizada. Começamos por apresentar um vídeo de sensibilização intitulado Nas malhas da Geometria - TV Escola Série Mão na Forma e pode ser encontrado no endereço eletrônico na Internet <http://www.youtube.com/watch?v=JVA5ru9yehM>. O conteúdo mostrado no vídeo trata essencialmente de vértices, arestas, faces, áreas das figuras planas e polígonos. A escolha deste vídeo justifica-se por apresentar ornamentos que estimulam a criatividade através da metodologia da leitura geométrica dos desenhos por meio de trabalhos em grupos e ensino pela descoberta. Por intermédio desse vídeo, pretende-se mostrar que é possível trabalhar conceitos geométricos diversos de forma simples sem que, no entanto, o rigor matemático seja esquecido.

Como ponto culminante para aquisição do conhecimento foram propostas investigações num dos supermercados da cidade a fim de identificar as relações dos produtos industrializados com os sólidos estudados em sala de aula. Para que o estudo não ficasse somente na fase de observação foram confeccionadas novas embalagens modificando seus

formatos para que os alunos pudessem compreender os conceitos de áreas e volumes das figuras geométricas.

Este trabalho está organizado em três capítulos da seguinte forma: o primeiro capítulo consiste na introdução, a qual faz um breve relato da trajetória deste projeto. Na seção 1.2 e 1.3 do capítulo um, ressaltamos as dificuldades dos alunos, bem como a análise de livros didáticos utilizados por professores do ensino médio. Também mencionamos na seção 1.3 estudos referentes à dissertação de mestrado de Martins (2003), onde a autora relata possíveis alternativas para ensino-aprendizagem de geometria no Ensino Fundamental, fazendo o uso de caleidoscópios, sólidos geométricos, jogos e softwares educacionais, a qual nos deu muitas contribuições para elaboração do referencial teórico, parte importante deste projeto. Finalizando essa etapa, na seção 1.4 explicamos a metodologia de pesquisa com foco na prática, inspirada nos princípios da Engenharia Didática, um referencial para organizar o trabalho do professor quando quer criar um plano pedagógico novo.

Em seguida, no capítulo dois apresentamos a execução do projeto. Nas seções iniciais, descrevemos os objetivos do trabalho e suas justificativas. Nas seções subsequentes descrevemos detalhadamente as atividades desenvolvidas para o ensino-aprendizagem de geometria espacial, bem como os procedimentos adotados para a coleta e análise de dados.

Por fim, no último capítulo analisamos os dados obtidos com foco prática, debatendo pontos positivos e negativos bem como destacando aspectos que precisam ser melhorados para que a produção do conhecimento aconteça de forma gradativa. Nas considerações finais, sintetizamos as conclusões obtidas durante o desenvolvimento deste trabalho.

## 2 ENGENHARIA DIDÁTICA E PRIMEIRAS ANÁLISES

### 2.1 ENGENHARIA DIDÁTICA

Este trabalho apóia-se nos princípios da Engenharia Didática que emergiu como metodologia de pesquisa com foco na prática docente, no início dos anos 80. Segundo Artigue (1988) engenharia didática tem dois sentidos: pesquisa sobre a prática e a própria prática. Pode ser vista como o trabalho de um engenheiro que enfrenta problemas com todas as ferramentas que dispõe.

A Engenharia Didática, vista como referencial para a pesquisa do professor sobre sua própria prática, caracteriza-se por um esquema baseado em quatro etapas: Análises prévias, concepção e análise a Priori, experimentação e validação da experiência.

Na primeira etapa são coletados dados a fim de que se possa refletir sobre eles. A respeito da análise preliminar, Pais (2002) diz que:

“Para melhor organizar a análise preliminar, é recomendável proceder a uma descrição das principais dimensões que definem o fenômeno a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino, tais como a epistemologia cognitiva, pedagógica, entre outras. Cada uma dessas dimensões participa na constituição do objeto de estudo” (2002, p. 101).

É diante dessa análise que o professor pode formular hipóteses e fundamentar a construção da Engenharia Didática. A fase da *análise a priori* comporta:

- A sequência didática (atividades a serem propostas aos alunos);
- Descrição e justificativa das escolhas;
- Estratégias de resolução acompanhadas de análise de cada uma delas (corretas ou não);

Nesse processo é importante ressaltar que as situações de aprendizagem ocorrem mesmo quando o aluno não está pensando na resposta desejada.

O processo de experimentação consiste na realização das sequências propostas e observação dos alunos e do professor. O professor faz de sua ação uma prática de investigação. É partindo dessa abordagem que a aprendizagem se consolida.

A validação da engenharia pode verificar se as hipóteses feitas no início foram ou não confirmadas. Na Engenharia Didática, a fase de validação da sequência didática é feita

durante todo o processo de desenvolvimento da proposta em meio a um confronto entre os dados obtidos na análise e na experimentação. Nessa perspectiva o professor tem a oportunidade de refletir e avaliar sua ação.

## 2.2 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

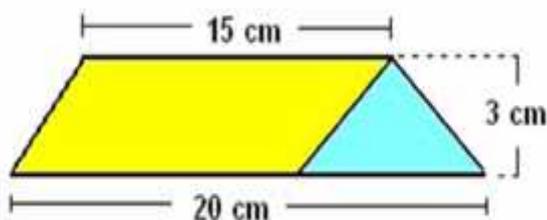
Iniciamos aqui as análises prévias, desenvolvidas antes da formulação do plano pedagógico. Começamos com as dificuldades dos alunos.

Faremos nesta seção um levantamento com ênfase nas dificuldades de ensino-aprendizagem apresentadas pelos alunos no conteúdo de geometria plana e espacial, tomando por base algumas práticas pedagógicas executadas pela autora do trabalho durante suas atividades em sala de aula.

Refletindo sobre a prática percebemos que o entendimento do cálculo de áreas, na geometria plana torna-se muito complicado, pois o aluno realiza o processo por mecanização, não entendendo a aplicação em novas situações, nem fazendo relações geométricas com a realidade que os cerca. Quando se trata do cálculo de volume, na geometria espacial, o aluno não consegue visualizar as diferentes figuras planas encontradas nos desenhos e tampouco identificar qual a fórmula correta a ser aplicada.

O pressuposto acima se torna verdadeiro quando são analisadas questões propostas aos alunos da Escola Estadual de Ensino Médio Luiz Isaias Zuchetti, na cidade de Nova Araçá, turma 302, terceira série do Ensino Médio. Este questionário encontra-se no Anexo B página 43. De acordo com a professora da turma, todos os alunos haviam estudado figuras geométricas planas no início do ano, tendo inclusive desenhado todas elas no caderno com suas respectivas fórmulas. Abaixo, fizemos uma análise das questões propostas aos alunos:

**Questão 1: Determine a área da figura abaixo por dois processos diferentes:**



### **a) Usando decomposição da figura (paralelogramo e triângulo)**

Dos 17 alunos que responderam ao questionário, apenas 8 deles conseguiram decompor a figura da questão 1a, e calcular sua área. O problema maior foi visualizar qual o tipo de triângulo e analisar qual a melhor fórmula a ser aplicada.

### **b) Usando a fórmula da área do trapézio**

Nas respostas dadas pelos alunos com relação à questão 1b a grande maioria resolveu a atividade corretamente com auxílio da fórmula.

### **Questão 2: Quais as dificuldades encontradas na resolução do exercício?**

### **Questão 3: Em sua opinião, qual o sentido de usar fórmulas para resolução do exercício?**

Quanto à questão 2, com exceção de uma aluna que não encontrou dificuldades na realização da atividade, todos os outros alunos responderam que o principal obstáculo foi na utilização da fórmula adequada, pois de acordo com eles (questão 3) as fórmulas são à base dos cálculos. (Anexo A – questionário exploratório respondido por aluna).

Diante disso verifica-se que os alunos apresentam conhecimentos geométricos defasados e principalmente apresentam dificuldades para identificar os elementos (faces, arestas, etc.) dos sólidos geométricos representados no papel. Percebe-se que os alunos se tornam “viciados” em uma lista e não têm autonomia na resolução dos exercícios.

De acordo com FREIRE (1996 p.23) “Ensinar não é transmitir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua produção ou a sua construção”. No caso dessa pesquisa, a nossa proposta é sugerir novas possibilidades pedagógicas, para que o aluno tenha sucesso e que as aulas de geometria possam cooperar na formação desse aluno como pessoa humana.

## **2.3 ENSINO USUAL DE ÁREAS E VOLUMES**

Iniciamos aqui a análise do ensino usual.

Vamos considerar o tema abordado nesse trabalho fazendo a análise de três coleções de livros didáticos utilizados no ensino médio e amplamente utilizados pelos professores da rede pública estadual.

Fazendo a análise do livro didático “Matemática Completa volume único” de José Roberto Bonjorno e José Rui Giovanni quanto à exposição do conteúdo “Áreas das figuras planas”, verifica-se que os autores descrevem por meio de exposição de desenhos o conceito de áreas. A partir disso, descreve as demais fórmulas das regiões poligonais indicando exercícios para que o aluno desenvolva por meio de repetição de dados. Para introduzir a discussão sobre sólidos geométricos, os mesmos definem a relação de Euler e sugerem poucas atividades. Paralelamente a apresentação do conteúdo geometria espacial segue os mesmos passos que o estudo de áreas.

Revisando a exposição do conteúdo “Áreas: medidas de superfícies” do livro didático “Matemática volume único” de Dante, depois de uma breve introdução, verifica-se que o autor propõe reflexões através da noção intuitiva de áreas. Antes de partir para o estudo da fórmula propriamente dita, o mesmo destaca a importância da compreensão dos lados e ângulos das figuras geométricas. Na exposição do conteúdo “Poliedros: prismas e pirâmides” o autor destaca o estudo dos vértices, arestas e faces dos sólidos espaciais, partindo para planificação dos mesmos. Em seguida propõe o cálculo da área da superfície e volume dos sólidos.

Já analisando o livro didático “Matemática série novo ensino médio”, de Marcondes, Gentil e Sérgio, verifica-se que os autores apenas destacam as principais fórmulas para o cálculo de áreas de regiões poligonais. Quanto ao estudo da geometria espacial métrica, os autores destacam os elementos dos sólidos (bases, alturas, arestas, faces) através de exposições em figuras, dando ênfase aos segmentos dispostos por infinitas letras, em seguida, são expostas as fórmulas raramente fazendo alguma demonstração. Finalmente os autores propõem uma lista de atividades que os alunos não têm autonomia e nem conhecimento para resolver individualmente já que as atividades feitas nos exemplos não são iguais num todo.

Diante disso, percebe-se que o estudo de áreas é sempre ensinado partindo de figuras geométricas bidimensionais, dando pouca ênfase para a tridimensionalidade. Posterior a isso na geometria espacial o estudo do volume é ensinado por meio de dedução de fórmulas e resolução de exercícios, sendo um trabalho mecânico. Com isso os alunos se confundem na realização das atividades e não compreendem os conceitos da mesma.

Essa síntese sobre as dificuldades de aprendizagem em relação à geometria plana e espacial e a descrição dos conteúdos de alguns livros didáticos foi apresentada para trazer subsídios para a concepção de nossas seqüências didáticas.

## 2.4 UM ESTUDO TEÓRICO

Como revisão bibliográfica, foi importante o estudo da dissertação de Martins (2003), que deu muitos subsídios, já que a mesma traz um amplo material sobre o assunto. A autora apresenta uma dissertação que trata do ensino-aprendizagem da Geometria utilizando caleidoscópios, sólidos geométricos, jogos e *softwares* educacionais, no nível fundamental. No final deste trabalho comparamos os estudos feitos através das construções do trabalho da autora, com o trabalho desenvolvido. Percebemos semelhantes características levando em consideração as atividades desenvolvidas pelos alunos. A autora visa o reconhecimento dos polígonos via material concreto e, para isso, procura desenvolver o trabalho de forma que os alunos entendam o conteúdo utilizando caleidoscópios e advertindo para a matemática existente nos mosaicos ornamentais e nas pavimentações do plano e do espaço. No trabalho desenvolvido também procuramos utilizar o material concreto cuja intenção foi apontar relações existentes entre os sólidos encontrados no supermercado e os sólidos construídos, identificando assim os elementos vértices, arestas e faces e compreendendo suas aplicações no cálculo de áreas e volumes.

O objetivo principal do trabalho da autora é apresentar uma proposta alternativa na área de ensino-aprendizagem da Geometria, envolvendo o uso de caleidoscópios e sólidos geométricos.

A origem do trabalho parte da questão central: Pode-se ensinar Geometria fazendo uso conjunto de caleidoscópios, sólidos geométricos e informática de modo a despertar interesse e participação no aluno em relação à aprendizagem do conteúdo matemático?

Diante das características do problema a autora opta pela metodologia de pesquisa qualitativa, ou seja, aquela que descreve um fenômeno a partir de dados obtidos do contato direto com o pesquisador.

A fim de promover uma aprendizagem mais interessante e significativa na resolução de problemas, a mesma inclui alguns jogos educacionais na proposta, como o kit de polígonos, os kits mosaico-cubo e mosaico-pirâmide.

A autora destaca que o estudo é abrangente, pois envolve o estudo e a construção de bases substituíveis para caleidoscópios de pavimentações 1 - uniformes pesquisa e obtenção de bases substituíveis para pavimentações 2 - uniformes e construção, exploração e reconhecimento de sólidos geométricos que tessalam o espaço. Nas faces dos sólidos geométricos que tessalam o espaço, em particular dos poliedros regulares, foram colocados padrões caleidoscópicos para que no empilhamento dos mesmos, em cada lateral, se

visualizasse uma pavimentação diferente. Esses mesmos padrões também foram elaborados nas dimensões do caleidoscópio para que através dele fossem visualizadas e estudadas as pavimentações.

Destaca ainda que através do estudo do conteúdo, com o uso desse material pretendeu alcançar vários objetivos propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, para a área de Matemática no Ensino Fundamental. Dentre eles, a integração entre Matemática e Arte, o desenvolvimento da percepção espacial e da visualização.

As dificuldades dos alunos no estudo do conteúdo partem do abandono da Geometria por parte dos professores a partir da promulgação da lei 5692/71, que concedia liberdade às escolas quanto à escolha dos programas das diversas disciplinas. Diante disso, a autora enfatiza que os professores não ensinam Geometria porque não possuem conhecimento suficiente e porque ela se encontra no final dos livros didáticos adotados fazendo com que o professor se apóie na “falta de tempo” para não ensiná-la. Os programas e propostas curriculares inábeis tanto em nível de formação de professores como de alunos, também compõem este cenário.

O experimento didático foi realizado com alunos da 7ª série, nível fundamental de uma escola pública, do período da manhã.

Nessa etapa de conhecimento o objetivo maior é provocar uma maior interação com os sujeitos, para isso apresentam-se os caleidoscópios com algumas bases para pavimentações do plano por polígonos regulares e bases ornamentais, aplicando atividades introdutórias ao uso do software Cabri-Géomètre II e Geotricks, através da exploração das ferramentas e construções fundamentais. Neste momento a autora relata um projeto de pesquisa realizado pela professora titular da classe onde são feitas pesquisas de campo no estudo de mosaicos e através dos dados coletados, os alunos desenvolvem atividades de desenho.

Posteriormente foi realizada a distribuição de um questionário aos alunos para que, através de suas respostas, se pudessem verificar suas perspectivas em relação ao ensino aprendizagem da Geometria.

Nas considerações finais a autora relata que o trabalho com caleidoscópios, poliedros e softwares educacionais (Cabri-Géomètre II e Geotricks) proporcionou interessantes atividades educacionais e foi uma integração que originou até mesmo atividades que poderiam ser exploradas no nível superior. Através dessa integração a pesquisadora pode explorar os conceitos obtidos através de pavimentações do plano geradas em caleidoscópios (através de bases neles colocadas) e o estudo das tesselações planas e espaciais e também

perceber as possibilidades de avançar para outras áreas da matemática, como a probabilidade, combinatória, geometria projetiva.

Além disso, relata que houve aprendizagem de muitos conceitos envolvidos nas construções geométricas dos padrões (como ponto médio, perpendicular, paralela, bissetriz, entre outros) devido o fato de as construções serem realizadas por eles, tanto com régua e compasso, como no software Cabri-Géomètre II e Geometricks, vieram a reforçar esses conceitos.

Em relação à questão inicial, a autora afirma que é perfeitamente exequível a proposta de ensinar alguns conceitos de geometria integrando os caleidoscópios, sólidos geométricos e os softwares educacionais, pois conclui que os alunos estavam diante de atividades capazes de desenvolver:

- a percepção espacial, quando da visualização oferecida pelos caleidoscópios e manipulação dos poliedros e dos softwares que também são recursos visuais;
- o senso estético, no trabalho de coloração de padrões e das planificações;
- a criatividade, na construção e obtenção das bases caleidoscópicas.

Sabe-se que a pedagogia tradicional ainda é prevaiente nas escolas, cabe ao professor adquirir uma postura pedagógica no sentido de inovação. O ensino tradicional da geometria limita-se a demonstrações feitas pelo professor e não na construção de conceitos. Nesse contexto de aprendizagem mecânica, o aluno decora leis e regras que facilmente são esquecidas depois da avaliação. As ideias da autora vêm ao encontro da proposta da pesquisa, já que têm por finalidade ensinar de forma diferenciada.

## **CAPÍTULO 3-A EXECUÇÃO DO PROJETO**

Este capítulo detalha como aconteceu o projeto de ensino-aprendizagem de geometria espacial. O trabalho foi desenvolvido com os alunos da terceira série do Ensino Médio, turno da noite, na Escola Estadual de Ensino Médio Luiz Isaias Zuchetti, na cidade de Nova Araçá-Rs, iniciando no dia dez de junho de dois mil e dez, com carga horária prevista para 12horas/aula.

### **3.1 OBJETIVO GERAL/JUSTIFICATIVA.**

O objetivo maior desse trabalho é minimizar as dificuldades dos discentes no ensino do cálculo de áreas laterais, áreas totais e de volumes de sólidos geométricos. Por meio do vídeo de sensibilização e a visita ao supermercado, pretende-se proporcionar aos estudantes a aproximação dos conceitos matemáticos, entre eles sólidos e figuras geométricas, com a realidade que os cerca, através de uma metodologia alternativa.

Acredita-se que para maior entendimento do assunto, seja necessário o conhecimento prévio dos elementos, vértices, arestas e faces dos poliedros por parte dos alunos, conhecimento este adquirido no ensino fundamental.

Por ser um campo amplo, muitas vezes esses conhecimentos são pouco explorados por parte dos professores. Isso implica uma falha no processo de aprendizagem, visto que quando estão no ensino médio os alunos não sabem identificar os elementos apresentados nas formas geométricas, e tampouco efetuar os cálculos solicitados.

Logo, justifica-se o caminho escolhido na suposição de que através de objetos manipuláveis os alunos consigam visualizar esses elementos e comecem a identificar as figuras geométricas que compõe os sólidos, podendo assim, efetuar os cálculos de áreas e volumes.

### 3.2 HIPÓTESES/ PRESSUPOSTOS

Com a finalidade de ensinar de forma diferenciada elaboramos um conjunto de atividades que serão relatadas no decorrer do trabalho. Para orientar o projeto e a execução da pesquisa criamos algumas hipóteses/pressupostos, sendo que estas poderão ser confirmadas ou refutadas no final das atividades.

Para introduzir a discussão sobre o assunto e motivar para os estudos, os alunos assistiram ao vídeo “Nas malhas da Geometria”-TV Escola Série Mão na Forma, encontrado no endereço eletrônico na Internet <http://www.youtube.com/watch?v=JVA5ru9yehM>. Posteriormente foi desenvolvida a atividade prática proposta pelo vídeo, que consiste na construção de um desenho a partir do triângulo e do quadrado, relacionando o mesmo com formas geométricas encontradas no dia a dia. Para dar sentido ao estudo, foram formuladas questões para que os alunos comecem a identificar as figuras geométricas existentes na atividade prática proposta, além de identificar os vértices e arestas dessa figuras. Por fim foram discutidas as questões no grande grupo. As atividades tiveram duração de duração de 2 horas/aula. (Anexo C)

No segundo momento, com duração de 2 horas/aula, os alunos foram convidados a realizar visitas a um supermercado da cidade a fim de observar as formas das embalagens, manuseá-las, ler os rótulos, etc. O objetivo da visita foi estabelecer relações entre as formas encontradas e as formas construídas na atividade prática, analisando os diferentes tipos de sólidos (prismas, cubos, pirâmides, tetraedro e cilindro). Voltando para a escola, foi proposto um debate em mesa redonda ressaltando aspectos significativos e de correlação com o que foi visto no vídeo.

Com o objetivo de efetuar os cálculos de áreas e volumes, o terceiro momento foi iniciado a partir da investigação de uma caixa (ou embalagem) em forma de prisma quadrangular ou triangular, utilizando as medidas das arestas da caixa (ou embalagem) obtidas através de medições com a régua escolar. A atividade foi realizada em grupos e teve duração de 2 horas/aula.

Dando continuidade ao trabalho, no quarto momento, com duração de 2 horas/aula, os alunos foram convidados a resolver situações-problemas, com o objetivo de aplicar os conhecimentos adquiridos na ação anterior. (Anexo D)

No quinto momento, com objetivo de mostrar que o volume não está em função da área lateral, os aprendizes foram convidados a confeccionar em papel cartolina um cilindro e

um prisma, com mesma área lateral, mas com volumes diferentes. Após a construção, os alunos preencheram os sólidos com espuma, compararam os volumes e puderam perceber que são diferentes. Em seguida, foram propostas questões para análise dos resultados. A área lateral é a mesma? A forma mudou? O volume é o mesmo? Qual a caixa que encerra volume maior? (Duração 2 horas/aula)

No sexto momento, para diagnosticar se houve aprendizagem por parte dos alunos foram realizadas duas avaliações: a primeira com a intenção de verificar a ocorrência da aprendizagem (propriamente dita) dos conteúdos matemáticos apresentados e a segunda com o objetivo de analisar se é possível despertar o interesse pelo estudo da geometria espacial através do vídeo de sensibilização. (Anexos E e F)

Para realização das atividades, foram elaboradas as seguintes hipóteses:

TABELA 1-Hipóteses elaboradas

Primeira hipótese	Pressupõe-se que os discentes consigam realizar a atividade prática proposta pelo vídeo de sensibilização.
Segunda hipótese	Pressupõe-se que os discentes lembrem o sistema métrico decimal e suas transformações.
Terceira hipótese	Pressupõe-se que através da manipulação dos sólidos seja possível minimizar as dificuldades dos discentes no entendimento do cálculo de áreas e volumes.
Quarta hipótese	Pressupõe-se que os discentes realizem as tarefas com entusiasmo e interesse.
Quinta hipótese	Pressupõe-se que os discentes consigam realizar os cálculos, de áreas laterais, totais e volumes das embalagens.

### 3.3 PLANO DE ENSINO E ESTRATÉGIAS PARA A COLETA DE DADOS

Elaboramos um plano de ensino que será organizado em módulos, com o intuito de tornar os conceitos de áreas e volumes dos sólidos geométricos mais significativos para os alunos.

A fim de validar as hipóteses propostas na tabela 1, páginas 21 foram usadas estratégias para coleta de dados. São elas:

1. Coleta de material escrito pelos alunos;
2. Coleta dos cálculos efetuados pelos alunos;
3. Gravações e fotografias dos alunos realizando as atividades;
4. Fotografia de embalagens encontradas no supermercado e das produções feitas por eles;
5. Entrevista com alunos ressaltando os aspectos significativos da prática;

TABELA 2-Plano de ensino

<b>Módulo/datas</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Atividades</b>	<b>Estratégias e recursos de ensino.</b>
<b>Módulo I</b> 10/06/10	Introduzir a discussão sobre geometria e motivar para os estudos	Assistir o vídeo e realizar a atividade prática proposta.	Vídeo “Nas Malhas da Geometria”. Questões elaboradas para acompanhamento do vídeo.
<b>Módulo II</b> 15/06/10	Estabelecer relações entre as formas encontradas e as formas construídas na atividade prática, analisando os diferentes tipos de sólidos.	Visita ao supermercado.	Câmera fotográfica. Visualização e mesa redonda para debate.
<b>Módulo III</b> 17/06/10	Calcular a área lateral, a área total e o volume de um prisma.	Determinar a área lateral, a área total e o volume de uma caixa/embalagem em forma de prisma quadrangular ou retangular, utilizando as medidas das arestas da caixa/embalagem obtidas com régua escolar.	Régua. Medições e análise de dados.
<b>Módulo IV</b> 22/06/10	Calcular o volume e a área em situações-problemas	Resolução de exercícios.	Questões elaboradas como forma de fixação dos conteúdos.
<b>Módulo V</b> 24/06/10	Mostrar que o volume não é uma função da área lateral.	Confeccionar em papel cartolina um cilindro e um prisma com mesma área lateral, mas com volumes diferentes.	Papel cartolina, régua, compasso, cola e espuma. Discussão e análise de resultados.

		Encher os sólidos construídos com espuma para comparar os volumes.	
<b>Módulo VI</b> 29/06/10	Diagnosticar se houve aprendizagem por parte dos alunos.	Realizar testes de avaliação.	Avaliação.

### 3.4 A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA E SUA ANÁLISE

Os trabalhos foram realizados com 19 alunos, sendo que em todas as aulas houve 100% de frequência.

Módulo I- 10/06/10-2horas/aula

Na primeira aula os alunos foram convidados a assistir ao filme “Nas malhas da Geometria”. No instante inicial estavam desconfiados, pois geralmente não se utiliza esse recurso nas aulas de Matemática. Por meio do filme e de seus comentários, os alunos puderam estabelecer relações entre a geometria de sala de aula, com as formas geométricas encontradas nas situações do dia a dias de cada um. Passado este momento, foi solicitado que fizessem a atividade prática proposta pelo vídeo que consistia em formar figuras a partir de quadrados encostados em triângulos. Conforme os alunos foram realizando a atividade, puderam identificar situações conhecidas como quadrados, triângulos, pentágonos, etc. O trabalho rendeu bastante, pois os alunos estavam interessados em transferir a atividade para uma folha maior, pois segundo eles, ficaria mais fácil de identificar as formas geométricas.

Em seguida os alunos responderam individualmente algumas questões destacando quais as formas geométricas que conheciam bem e quais dessas formas saberiam efetuar os cálculos de áreas. Depois disso foram concluindo os conceitos de figuras planas e espaciais. Uma aluna destacou:

*Professora um quadrado representa uma figura plana e seis quadrados representam uma figura espacial, ou seja, um cubo.*

A observação da aluna mostra que ela tem em mente o que representa uma figura espacial, embora a dedução não seja matematicamente correta. Outros alunos definiram

fazendo a análise do paralelepípedo da rua, onde o lado que aparece representa a figura plana e o todo representa a figura espacial.

O tempo destinado para realização desta etapa foi suficiente, porém, vale ressaltar que todos os alunos desejaram refazer a atividade prática proposta pelo vídeo em casa. Os trabalhos tiveram melhorias quanto à precisão das medidas das figuras, além de melhor coloração.

Módulo II- 15/06/10-2horas/aula

Iniciamos a segunda aula dando algumas coordenadas para que a visita ao supermercado fosse oportuna. Solicitamos aos alunos que fizessem anotações em relação às embalagens quanto ao seu peso, formato, tamanho, material usado para confecção, medidas, etc. No supermercado, os alunos registraram com câmera fotográfica as embalagens analisadas por eles e anotaram algumas considerações.

Já em sala de aula, foi proposto um debate no grande grupo. Constatou-se que:

- As caixas de sabão em pó apresentam forma de paralelepípedo retângulo, com volumes iguais;
- A embalagem da batata Elma Chips é em forma de cilindro e possui faces circulares;
- As embalagens de óleo se apresentam com base circular, quadrada e retangular, confeccionadas em lata, vidro ou plástico.
- Os diferentes chocolates apresentam formas de paralelepípedo na sua grande maioria, e são embalados com papel ou plásticos;
- As embalagens de gelatina apresentam mesmo volume, mas são feitas de formas geométricas diferentes.
- As latas de achocolatado Nescau apresentam-se em formatos cilíndricos, com diferentes alturas, porém com volumes iguais;

Através do contato direto com as embalagens dos produtos que analisaram livremente, os alunos perceberam as relações entre as formas com a geometria estudada em sala de aula. O trabalho desenvolvido foi realizado no tempo destinado.

Módulo III- 17/06/10-2horas/aula

Na terceira aula, a proposta de encaminhamento foi através de medições em embalagens. Os alunos selecionaram algumas trazidas por eles e em grupos iniciaram as medições. As embalagens foram planejadas de forma que se pudessem medir as arestas a fim de calcular a quantidade de papel necessária para fabricação das mesmas.

A análise de um grupo foi à embalagem de Tinta para cabelo Garnier Nutrisse. Os alunos concluíram que seu formato representa um paralelepípedo retângulo. Quanto ao cálculo da área lateral, efetuaram de duas formas; primeiramente o grupo utilizou a régua escolar para medições das arestas da caixa aberta, em seguida somaram as medidas encontradas para achar a área toda. Por último calcularam o volume e a área total da caixa usando as fórmulas conhecidas por eles  $St = 2(ab + ac + bc)$  e  $V = a.b.c.$ , onde a, b e c representam respectivamente comprimento, largura e altura.

No primeiro instante o grupo não conseguia achar o mesmo valor para cálculo da área utilizando a fórmula, pois utilizaram uma medida errada, após algumas tentativas perceberam o erro. No final da aula uma aluna declarou:

*Professora basta multiplicar o comprimento, a largura e altura para encontrar o volume da tinta, e ainda com esses dados podemos encontrar o valor do papel gasto na fabricação da embalagem.*

Percebeu-se nessa atividade o aumento do interesse dos alunos na discussão do problema, pois sempre que encontravam dificuldades na hora de realizar os procedimentos que os levariam as resoluções da atividade se dirigiam a professora buscando aprovação daquilo que sugeriam.

Outros grupos calcularam áreas das faces das embalagens (retângulos e quadrados) e volumes de caixas em formato de prisma quadrangular fazendo medições com régua e calculando. Somente o grupo descrito acima efetuou os cálculos usando também fórmulas conhecidas.

Módulo IV- 22/06/10-2horas/aula

A quarta aula foi destinada à aplicação dos conhecimentos adquiridos nas medições da aula anterior. Foram explorados problemas no sentido de mostrar aos alunos que é possível efetuar os cálculos usando e entendendo as fórmulas. Segue abaixo algumas constatações:

**Problema 1 - O volume de um cubo é de  $110,59\text{cm}^3$ . Calcule a área total.**

Na resolução do problema alguns alunos sugeriram que era possível encontrar o valor da aresta utilizando a fórmula do volume  $V = a^3$ . Então questionamos: Porque a fórmula é expressa por  $a^3$ ? Um dos alunos respondeu que as arestas do cubo são iguais e, portanto, o produto (comprimento x largura x altura) é igual a  $a \times a \times a = a^3$ . Quanto ao cálculo da área total, ficou claro para o grupo que deveriam calcular a área do quadrado e multiplicar pelos seis lados.

**Problema 2 - Um calendário de madeira tem a forma de um prisma triangular de dimensões 6 cm x 6 cm x 12 cm. Quantos  $\text{cm}^2$  de madeira foram usados para fazer o calendário?**

Antes de iniciar os cálculos solicitamos aos alunos que planificassem a figura para melhor visualização das formas geométricas que compõem o calendário. Após algumas discussões entre o grupo, uma aluna ressaltou que existem três retângulos e dois triângulos de lados iguais, logo fazendo 3 (comprimento x altura) para o cálculo dos lados e 2 (área do triângulo de lados iguais) para o cálculo das bases, tem-se a área toda. Depois é só somar os resultados, acrescentou ela.

No geral a grande maioria entendeu a colocação da aluna e partiu para os cálculos, porém ficou um pouco abstrato para alguns o entendimento da fórmula do triângulo equilátero, já que a mesma não foi demonstrada.

**Problema 3 - Calcular o volume e a área total de uma caixa em forma de paralelepípedo retângulo cujas dimensões são: 3,8cm x 3 cm x 16,6 cm. Expresse o resultado em metros.**

Na resolução deste problema, percebemos a indecisão de alguns alunos na hora de calcular a área do paralelepípedo. Embora tenham feito corretamente a resolução, para o entendimento ficar mais claro usamos outra situação problema, no caso o cálculo do volume e da área de uma piscina (sem tampa), onde os alunos foram “forçados” a pensar na resolução sem uso da fórmula. Quanto ao cálculo do volume, todos aplicaram corretamente a fórmula Volume = comprimento x largura x altura. As transformações das unidades de medidas também foram solucionadas sem maiores dificuldades.

**Problema 4 - Calcule, em litros, o volume de uma caixa d'água em forma de prisma reto, de aresta lateral medindo 6m, sabendo que a base é um losango cujas diagonais medem 7m e 10m.**

Para surpresa da autora nessa atividade, nenhum dos alunos da turma lembrou da fórmula da área do losango e tampouco de sua forma. Os grupos questionaram qual embalagem do supermercado poderia ser parecida com a caixa d'água do problema. Um aluno comparou com o chocolate toblerone destacando que haveria alguma diferença na base. Foi então que uma aluna destacou a “pipa” como base, obviamente, como losango.

Os grupos desenharam o losango destacando suas diagonais, em seguida os alunos fizeram o cálculo da área que relembramos no quadro, multiplicando esse valor pela aresta lateral, nesse caso, altura da caixa d'água, obtendo assim o volume solicitado. Não ocorreram problemas na transformação de metros cúbicos para litros.

**Problema 5 - Deseja-se cimentar o quintal da escola cujo formato é retangular com 10m de largura e 14m de comprimento. O revestimento será feito com uma mistura de areia e cimento de 3 cm de espessura. Qual o volume da mistura utilizado nesse revestimento?**

Esse problema foi resolvido com facilidade, entretanto alguns alunos não perceberam uma das unidades de medida precisaria ser transformada. Todos eles aplicaram a fórmula do volume  $V = a \times b \times c$  para calcular o revestimento do quintal.

O tempo destinado para a realização das atividades propostas foi suficiente.

Módulo V- 24/06/10-2horas/aula

Na quinta aula os alunos foram convidados a confeccionar um prisma e um cilindro com mesma área lateral, mas com volumes diferentes.

Separados em grupos, um deles decidiu aumentar em papel cartolina as medidas da caixa de creme dental utilizando régua escolar e cartolina. Construíram assim um paralelepípedo retângulo de dimensões maiores, efetuaram os cálculos e descobriram qual a quantidade de papel gasto por eles. Para construir o cilindro com volume diferente um dos alunos do grupo sugeriu que poderiam ser dobradas as medidas do prisma. Já outro aluno sugeriu que deveriam ser dobradas ou divididas somente as medidas da base.

Percebeu-se aqui a insegurança que os grupos tinham na hora de confeccionar, pois antes de efetuar qualquer procedimento os alunos perguntavam sempre a professora. Feitos os dois sólidos os grupos calcularam a área e o volume dos mesmos. Em seguida foram realizados questionamentos:

A área lateral é a mesma?

Um dos grupos respondeu que não, porém logo perceberam que as medidas do cilindro estavam erradas. Os demais responderam que sim.

A forma mudou?

Ficou óbvio que as formas se diferenciavam entre si, principalmente quando os alunos visualizaram os sólidos prontos.

O volume é o mesmo?

Para mostrar que os volumes não eram iguais os alunos efetuaram os cálculos, após, encheram os sólidos construídos com papel e concluíram que eram diferentes.

Qual a caixa que encerra volume maior?

Mesmo o grupo que pretendia dobrar o valor das bases resolveu fazê-las medindo a metade. Os alunos concluíram que o prisma encerra maior volume.

O tempo destinado para esta etapa tornou-se insuficiente. Para finalizar a tarefa, utilizamos um período cedido pela professora da aula seguinte.

Módulo VI- 29/06/10-2horas/aula

A aula final foi destinada à avaliação. No primeiro momento da aula os alunos responderam à avaliação, no sentido de relacionar as formas estudadas em sala de aula com os sólidos encontrados no mercado.

Na primeira avaliação (ver anexo Avaliação 1, página 46) foi solicitado que fizessem a análise de uma latinha de café Iguazu. As alternativas destacaram o raio do cilindro a que se dizia equilátero, e a área da base. Entre as alternativas de múltipla escolha era solicitado que os alunos verificassem qual delas estava de acordo com o sólido apresentado. Quanto ao cálculo da área não houve problemas, a dificuldade maior foi a interpretação dos alunos quanto à altura ser o dobro do raio, já que se tratava de um cilindro equilátero.

As questões seguintes faziam referências quanto às laterais quanto às bases e quanto às formas dos sólidos. Os alunos não tiveram dificuldades em resolver os problemas propostos.

A segunda avaliação (ver anexo Avaliação 2, página 49) foi realizada para verificar as ideias dos alunos quanto ao trabalho realizado. Cada aluno pôde analisar as proposições

apresentadas e assinalar o que mais se aproximava da realidade de cada um. Verificando as respostas dos mesmos, acredita-se que houve concordâncias entre eles:

O estudo da geometria espacial está diretamente ligado com o estudo da geometria plana. (80% dos alunos concordam 20% se mostram indiferentes).

A construção prática dos sólidos contribuiu para que eu entendesse o estudo de áreas. (94% dos alunos concordam 6% discordam)

O uso de fórmulas trazidas pelos livros didáticos é indispensável para o cálculo de áreas e volumes. (45% dos alunos concordam 65% discordam).

Gostei de trabalhar, pois aprendi com prazer e satisfação. (94% dos alunos concordam 6% indiferente).

Através do vídeo, pude despertar o gosto pela Geometria. (60% dos alunos concordam 20% discordam e 20% se mostraram indiferentes).

Existe geometria em todos os lugares, no meio e que estamos inseridos. (100% concordam)

Para efeito de avaliação escolar é importante ressaltar que o trabalho foi finalizado com uma apresentação em slides das atividades feitas por cada grupo.

### **3.5 ANÁLISE DAS HIPÓTESES**

Para validar o trabalho, foram formuladas hipóteses dadas na tabela 1 da página 21. Seguem algumas constatações:

Primeira hipótese: Pressupõe-se que os discentes consigam realizar a atividade prática proposta pelo vídeo de sensibilização.

Num primeiro momento percebemos que os alunos observavam com cuidado as instruções para realizar a atividade, como mostra a foto abaixo. Uma das alunas da sala argumenta com a turma que no vídeo assistido quem fez a atividade foram crianças, por isso todos iriam conseguir fazer. Isso de fato motivou os alunos e propiciou ótimos trabalhos como mostra a foto da aluna realizando a atividade, bem como as atividades prontas. Sendo assim o pressuposto acima se torna válido.



FIGURA 1-Alunos assistindo ao vídeo de sensibilização.



FIGURA 2-Aluna realizando atividade prática proposta.

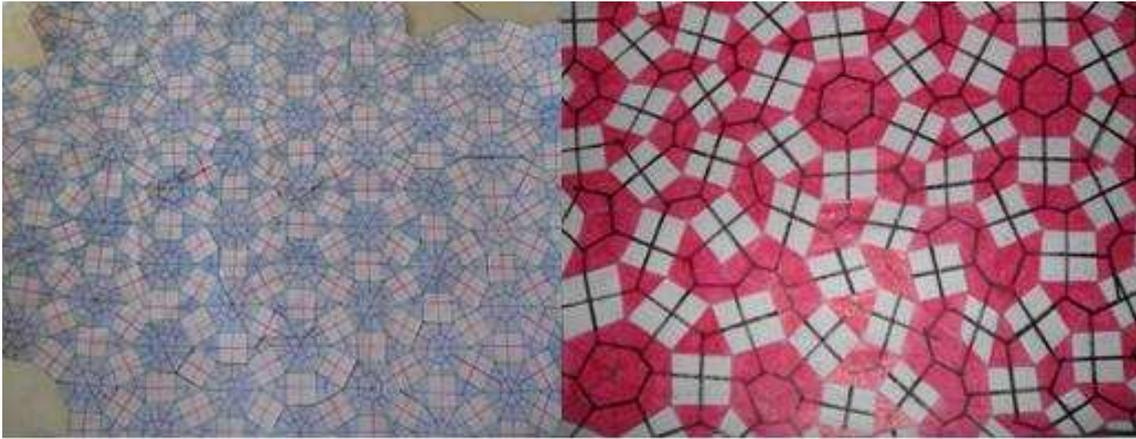


FIGURA 3-Atividades propostas pelo vídeo de sensibilização, realizadas por alunos.

**Segunda hipótese: Pressupõe-se que os discentes lembram o sistema métrico decimal e suas transformações.**

Conhecer o sistema métrico decimal é parte importante para se desenvolver atividades que envolvem medidas. Segue em anexo algumas transformações realizadas pelos alunos no cálculo de situações problema apresentadas.

Embora em alguns problemas, as transformações ficaram esquecidas por falta de atenção por parte dos alunos, podemos perceber as familiaridades que os alunos têm com as transformações das unidades, visto que esse assunto é muito trabalhado no ensino fundamental e médio.

4- Calcule, em litros, o volume de uma caixa d'água em forma de prisma reto, de aresta lateral medindo 6m, sabendo que a base é um losango cujas diagonais medem 7m e 10m.

$$S_b = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \frac{7 \cdot 10}{2} = 35 \text{ m}^2$$

$$V = S_b \cdot h$$

$$V = 35 \cdot 6$$

$$V = 210 \text{ m}^3 \cdot 1000 = 210.000 \text{ l}$$

$1 \text{ m}^3 \text{ equivale } 1000 \text{ l}$

5-Deseja-se cimentar o quintal da escola cujo formato é retangular com 10m de largura e 14m de comprimento. O revestimento será feito com uma mistura de areia e cimento de 3 cm de espessura. Qual o volume da mistura utilizado nesse revestimento?

$$3 \text{ cm} \div 100 = 0,03 \text{ m}$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 14 \cdot 10 \cdot 0,03$$

$$V = 4,20 \text{ m}^3$$

FIGURA 4-Cálculos usando transformações

**Terceira hipótese: Pressupõe-se que através da manipulação dos sólidos é possível minimizar as dificuldades dos discentes no entendimento do cálculo de áreas e volumes.**

Percebe-se que essa hipótese precisa ser melhorada no sentido de esclarecimento. O trabalho num todo propiciou melhor entendimento no cálculo de áreas e volumes de sólidos como mostra a apresentação final do trabalho em slides de um grupo de alunos, mas verificamos que somente através da manipulação não é possível minimizar todas as dificuldades.

É relevante que se faça uma reflexão acerca dessa problemática. Certamente os alunos conseguiram, através da manipulação das embalagens do supermercado identificar as arestas, as faces e os vértices de cada sólido, conjunto base para se aprender a calcular áreas e volumes. Entretanto, acreditamos que sejam necessárias mais atividades práticas para que os alunos façam essas comparações. Para um projeto futuro, ou simplesmente para complementar um procedimento metodológico, sugerimos a utilização de *softwares* de geometria dinâmica, tal como *software Poly*, pois, possibilita a compreensão das figuras geométricas através do movimento.

Numa reflexão acerca do ensino de geometria através de materiais manipuláveis, Pais (2000) assim se refere: “devemos sempre estimular um constante vínculo entre manipulação de materiais e situações significativas para o aluno”. Dessa forma, acreditamos que para tornar as aulas mais produtivas devemos mesclar as atividades teóricas com atividades práticas, nunca esquecendo as demonstrações matemáticas.

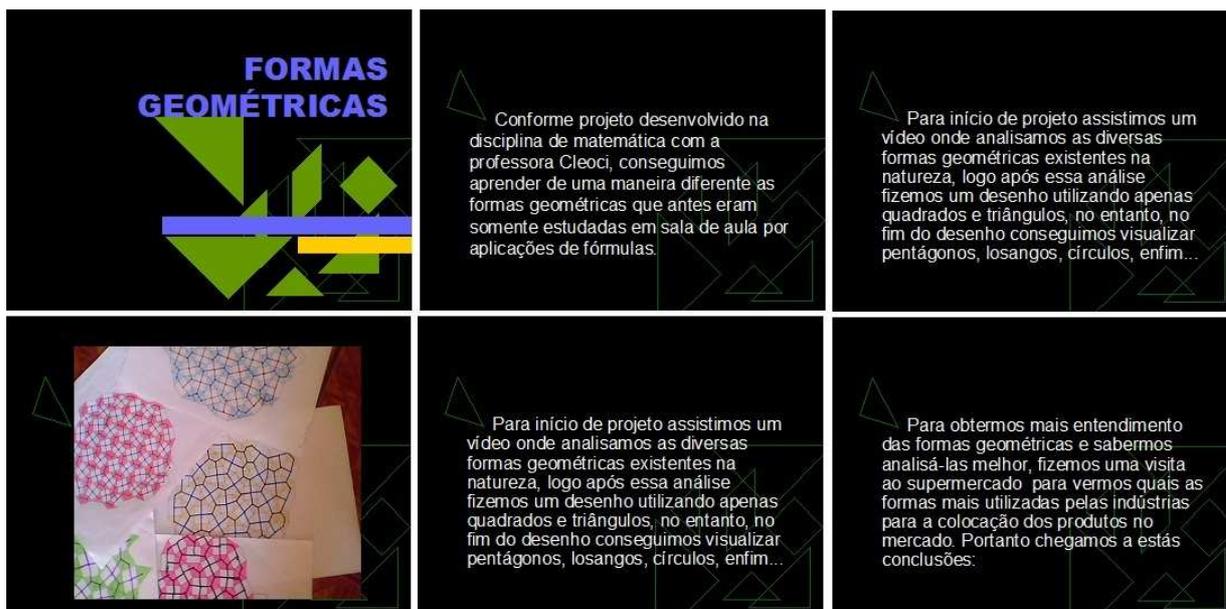




Figura 5- Apresentação de slides de um grupo de alunos

**Quarta hipótese: Pressupõe-se que os discentes possam realizar as tarefas com interesse e satisfação;**

Certamente essa hipótese foi confirmada. Nosso projeto, assim chamado por eles, propiciou momentos de conhecimento de um modo muito mais simples, proporcionando momentos de prazer e satisfação, de acordo com a avaliação realizada pelos alunos em anexo. Segue também foto do grupo entusiasmado mostrando os trabalhos prontos.



FIGURA 6-Alunos entusiasmados mostrando os trabalhos realizados

*Escola Estadual de Ensino Médio Luiz Isaias Zuchetti*

Prezados alunos: *Janquiel - 6.*

Você terá 6 afirmações, após ler e entender cada uma delas marque com um X a coluna que desejar.

Afirmção	Concordo	Discordo	Indiferente
O estudo da Geometria espacial está diretamente ligado com o estudo da Geometria Plana.	X		
A construção prática dos sólidos contribuiu para que eu entendesse o estudo de áreas.	X		
O uso de fórmulas trazidas pelos livros didáticos é indispensável para o cálculo de áreas e volumes.	X		
Gostei muito de trabalhar, pois aprendi com prazer e satisfação.	X		
Através do video, pude despertar o gosto pela Geometria.			X
Existe Geometria em todos os lugares, no meio em que estamos inseridos.	X		

FIGURA 7-Avaliação de um dos alunos da turma.

**Quinta hipótese: Pressupõe-se que os discentes consigam realizar os cálculos de áreas e volumes.**

Essa hipótese se confirma. De acordo com os anexos percebe-se que os alunos conseguiram planificar a caixa e efetuar as medições com régua escolar sem maiores problemas. No anexo aonde aparecem os cálculos dos sólidos prontos, verifica-se que os alunos conseguiram calcular corretamente, entendendo quais as medidas seriam usadas para encontrar a área lateral de cada sólido e ainda concluindo qual deles encerra volume maior.

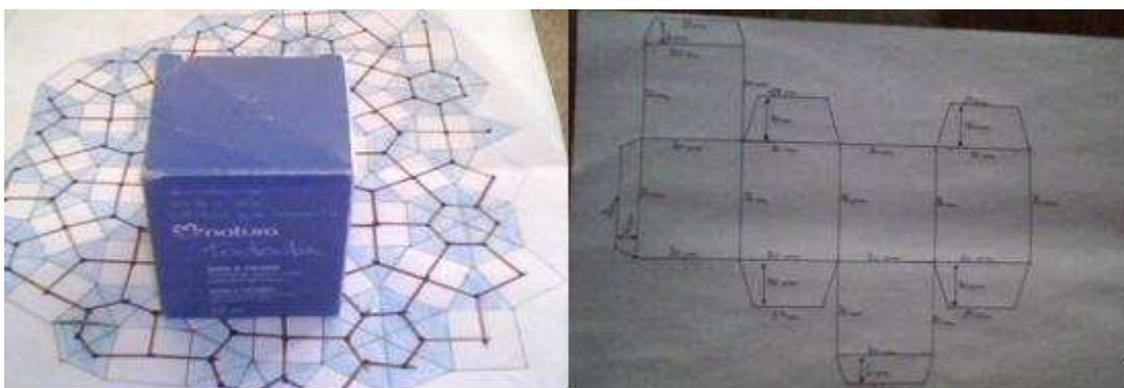


FIGURA 8-Embalagem original da natura, caixa planificada e medida com régua em cm.

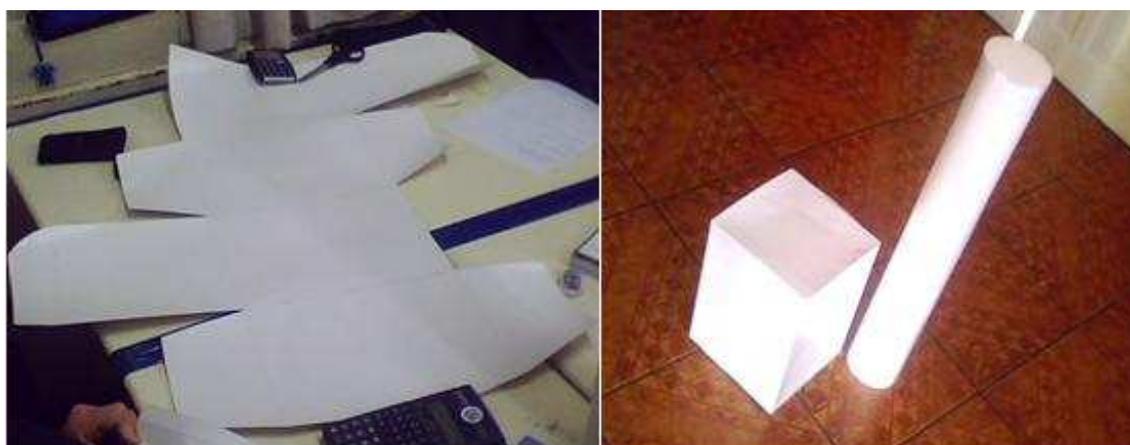


FIGURA 9-Caixa ampliada e sólidos prontos para efetuar os cálculos



FIGURA 10-Grupo de alunos fazendo estudo e medições com régua.

1- A área lateral é a mesma?

Sim, ambas medem  $414,96 \text{ cm}^2$

$$Al = c \cdot h$$

$$Al = 26,6 \cdot 15,6$$

$$Al = 414,96 \text{ cm}^2$$

$$Al = a \cdot b$$

$$Al = 26,6 \cdot 15,6$$

$$Al = 414,96 \text{ cm}^2$$

2- A forma mudou?

Sim, transformamos um paralelepípedo retângulo em cilindro, onde suas fórmulas são diferentes.

3- O volume é o mesmo?

Não, pois o volume do paralelepípedo retângulo é menor do que o cilindro e suas bases são diferentes.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 26,6 \cdot 15,6 \cdot 2,6$$

$$V = 1072,896 \text{ cm}^3$$

$$Al = \pi r^2$$

$$Al = 3,14 (13,3)^2$$

$$Al = 555,44 \text{ cm}^2$$

$$V = Al \cdot h$$

$$V = 555,44 + \frac{1}{3} \cdot 15,6$$

$$V = 571,04 \text{ cm}^3$$

4- Qual a caixa que encerra volume maior?

Paralelepípedo retângulo



FIGURA 11-Alguns cálculos efetuados

## **CAPÍTULO 4 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

### **4.1 REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA**

O presente trabalho tratou do Estudo da Geometria Espacial no Ensino Médio. Os componentes desse estudo são educandos da terceira série do ensino médio da Escola Estadual Luiz Isaias Zuchetti, cidade de Nova Araçá. Como motivação para os estudos foi utilizado o vídeo “Nas malhas da geometria”.

Para tentar obter uma melhoria no cenário de ensino e da aprendizagem desta turma, foi desenvolvido um plano de trabalho cujo principal objetivo foi o ensino de áreas laterais, áreas totais e volumes de sólidos geométricos. Para tanto, os alunos foram conduzidos ao supermercado da cidade onde puderam estabelecer relações entre os sólidos estudados com as embalagens dos produtos. Um aspecto importante que convém apontar foi o empenho dos alunos em desenvolver cada uma das atividades propostas, tanto na ida ao supermercado, quanto na confecção dos sólidos e igualmente para os cálculos registrados no papel.

Durante a construção do plano de ensino, foram formuladas hipóteses. Notou-se que é possível se desligar das abordagens tradicionais. O desenvolvimento da atividade proposta pelo vídeo de sensibilização favoreceu muito a qualidade da aula, despertando o interesse e buscando a aprendizagem do educando. Entretanto acredita-se que somente através da ida ao supermercado e após a realização das construções com papel cartolina, os alunos passaram a se apropriar do conhecimento.

Os dados coletados na prática validaram as hipóteses que tratavam da realização da atividade prática, do sistema métrico decimal, da oportunidade de trabalhar com satisfação e dos cálculos efetuados. Entretanto, a afirmação de que através da manipulação dos sólidos é possível minimizar as dificuldades dos discentes no entendimento do cálculo de áreas e volumes, não foi validada como destacado anteriormente.

Acredita-se que o trabalho num todo proporcionou momentos de aprendizagem mesmo que a hipótese isolada que afirma entendimento através da manipulação dos sólidos não tenha sido confirmada. Verificou-se no decorrer do trabalho, que os alunos entenderam qual era a área lateral, a área da base, e o volume, quando construía os sólidos. Entretanto para efetuar os cálculos foi preciso concluir algumas fórmulas no grande grupo, o que mostra que uma das hipóteses poderia ter sido a revisão das mesmas. Temos certeza que este trabalho suscitou melhorias no ensino-aprendizagem da turma 301 e esperamos que as atividades

diversificadas propostas pelo plano de ensino possam complementar a formação desses alunos.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Certamente durante este estudo foram encontradas dificuldades, entretanto todas elas foram encaradas como um grande desafio. Por meio das explicações apresentadas pela autora do trabalho e mediante a realização das atividades os alunos puderam relacionar os elementos presentes nos sólidos geométricos, observar as diferenças e semelhanças entre as figuras tridimensionais e bidimensionais, bem como efetuar os cálculos de áreas e volumes. Como recompensa, tivemos a possibilidade de vislumbrar um trabalho que apresenta uma metodologia eficiente visando sempre a aprendizagem.

Após o estudo teórico embasado na dissertação de Martins (2003) foram observadas várias relações com o trabalho realizado. Em ambas as propostas é possível desenvolver a percepção espacial e a habilidade para visualizar. Enquanto no estudo teórico são utilizados caleidoscópios para alcançar tais objetivos, na prática realizada são utilizados sólidos geométricos confeccionados pelos alunos para este fim. Também nesse sentido, observa-se a pergunta norteadora do estudo teórico, que trata do interesse e participação do aluno em relação à aprendizagem do conteúdo matemático, fazendo relações com a prática realizada no sentido de mostrar a beleza da matemática, mas também fornecer um ambiente propício à aprendizagem.

Como essa nova proposta de intervenção pedagógica para o ensino de geometria, tivemos a possibilidade de mostrar aos alunos que é possível se apaixonar pelo assunto a partir do momento que se sentimos envolvidos por ele. Temos certeza que todo professor tem buscado maneiras para que essa “aprendizagem apaixonante” se efetive em cada um de seus alunos. Acreditamos que os resultados desse trabalho foram bastante satisfatórios, tendo em vista que os alunos passaram a se apropriar do conhecimento necessário, pois estavam motivados para isso. Através das atividades realizadas no plano de ensino foram solucionadas dificuldades quanto à classificação das formas geométricas bidimensionais. As demonstrações no supermercado puderam facilitar a aprendizagem, pois através da tridimensionalidade dos produtos os alunos conseguiram fazer relações entre quadrados, círculos, pentágono, etc., e através disso, puderam entender melhor o cálculo de áreas de figuras planas, áreas laterais e volumes de figuras tridimensionais.

De um modo geral, todos os alunos da sala apresentaram mudanças, tanto no comportamento, quanto na compreensão do conteúdo trabalhado. Percebemos que os alunos que têm mais facilidade de aprendizagem dominaram rapidamente o conteúdo fazendo as atividades propostas, respondendo as questões e os testes solicitados, mostrando comprometimento e ajudando os colegas do grupo quando os mesmos sentiam necessidades. Quanto a um grupo que apresentava maiores dificuldades no entendimento do conteúdo, percebemos que as atividades propostas por este estudo auxiliaram bastante, tendo inclusive possibilitado maior autonomia dos alunos em relação aos cálculos apresentados.

Finalmente ressaltamos a importância de metodologias alternativas que complementem as aulas de matemática, tornando-as mais atrativas. Cabe ao professor acreditar na sua capacidade motivando os alunos a fazer algo novo. Os professores e a direção da escola ressaltaram a importância de realizar atividades onde o aluno possa se interessar por aquilo que estão aprendendo, tendo inclusive elogiado os trabalhos feitos pelos alunos e prestigiado a apresentação em slides dos grupos. É preciso que a escola extravase para a curiosidade de conhecer e aprender ao longo da vida para que a mesmice e a monotonia não venham a dominar alunos e professores. Nesse sentido, acreditamos que este estudo possa motivar educadores e temos fé que se propague entre as escolas, contribuindo para que esse conhecimento se socialize.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTIGUE, Michele. **Ingèniere didactique**. RDM, v9, n3, 1998.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio, MEC, 1997.

BRASIL, Ministério da educação e cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio**. Volume 2: Ciências da natureza, matemática e tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática, volume único**. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2008.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 13ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIOVANNI, José Rui. GIOVANNI, Jr. José Rui. BONJORNIO, José Roberto. **Matemática completa, volume único**. São Paulo: FTD, 2002.

MARCONDES, Carlos Alberto. GENTIL, Nelson. SÉRGIO, Emílio Greco. **Matemática Novo Ensino Médio, volume único**. 6ª ed. São Paulo: Ática, 2002.

MARTINS, Aparecida Renata. **Ensino-Aprendizagem de Geometria: Uma proposta fazendo o uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais**.

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) \_Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003. Disponível:

[http://www.athena.biblioteca.unesp.br/F/AGJQL74PAN9T9H7HM6XBA7YQ2G91XV73HBEQ12VL3NQ8FHM7N9-39811?func=full-set-set&set\\_number=035475&set\\_entry=000005&format=999](http://www.athena.biblioteca.unesp.br/F/AGJQL74PAN9T9H7HM6XBA7YQ2G91XV73HBEQ12VL3NQ8FHM7N9-39811?func=full-set-set&set_number=035475&set_entry=000005&format=999)

Acesso em 20/04/2010.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática, uma análise da influencia francesa**. 2ª edição, Belo Horizonte: Autentica, 2002.

PAIS, Luiz Carlos. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. Reunião, Caxambu, 2000.

Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/23/textos/1919t.PDF>>, acesso em 13/11/2010.

# ANEXO A - QUESTIONÁRIO EXPLORATÓRIO RESPONDIDO POR ALUNA

Donata Peryn

## Anexo A-Questionário Exploratório

Faculdade Estadual de Ciências Médicas Luiz Inácio Lula da Silva

Prontido aluno:

Este questionário faz parte de uma pesquisa que estou realizando para estudar Áreas das figuras planas. Responda de maneira clara e objetiva.

1-Determine a área da figura abaixo por dois processos diferentes.



a) Usando decomposição da figura (paralelogramo e triângulo)

$$S = \frac{a \cdot b}{2} + \frac{b \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{5 \cdot 5}{2} + \frac{5 \cdot 3}{2}$$

$$S = 12,5 + 7,5 \text{ cm}$$

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{10 \cdot 3}{2}$$

$$S = 15 \text{ cm}$$

$$12,5 + 7,5 =$$

$$20 \text{ cm}$$

b) Usando a fórmula da área do trapézio

$$S = \frac{B + b \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{10 + 5 \cdot 3}{2}$$

$$S = \frac{25}{2}$$

$$S = 12,5 \text{ cm}$$

$$S = \frac{B \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{10 \cdot 3}{2}$$

$$S = 15 \text{ cm}$$

2-Quais as dificuldades encontradas na resolução do exercício?

Confusão na hora de usar as fórmulas  
e saber usar a fórmula certa.

3-Em sua opinião, qual o sentido de usar fórmulas para resolução do exercício?

Fica mais fácil para resolver o  
exercício com a fórmula.

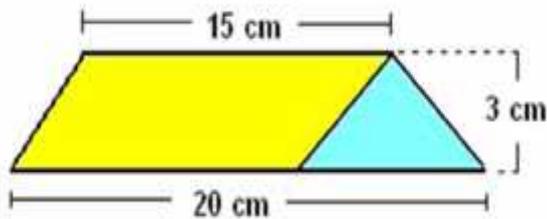
## ANEXO B - QUESTIONÁRIO EXPLORATÓRIO APLICADO PARA INVESTIGAÇÃO

*Escola Estadual de Ensino Médio Luiz Isaias Zuchetti*

Prezado aluno:

Este questionário faz parte de uma pesquisa que estou realizando para estudar Áreas das figuras planas. Responda de maneira clara e objetiva.

1-Determine a área da figura abaixo por dois processos diferentes:



a) Usando decomposição da figura (paralelogramo e triângulo)

b) Usando a fórmula da área do trapézio

2-Quais as dificuldades encontradas na resolução do exercício?

3-Em sua opinião, qual o sentido de usar fórmulas para resolução do exercício?

## ANEXO C – QUESTIONÁRIO REFERENTE AO VÍDEO

*Escola Estadual de Ensino Médio Luiz Isaias Zuchetti*

Prezado aluno:

Este questionário faz parte do trabalho que iremos desenvolver acerca de **Estudo de Geometria Espacial no Ensino Médio**. Primeiro iremos desenvolver a atividade prática proposta pelo vídeo de sensibilização, utilizando folha A4, lápis de cor e canetas coloridas. Em seguida gostaria que você respondesse individualmente e com sinceridade as questões.

1-Quais as figuras geométricas que você visualiza no desenho?

2-Identifique formas geométricas que aparecem no seu dia a dia;

3-Você sabe descrever com suas palavras o que são figuras planas e figuras espaciais?

4-Das figuras abaixo, assinale com um X as que você tem certeza que conhece:

( ) Quadrado            ( ) Circunferência    ( ) Pentágono

( ) Retângulo          ( ) hexágono          ( ) Triângulo

( ) Trapézio            ( ) Losango

Ainda com relação às figuras acima, o que você sabe calcular sobre elas:

( ) Áreas                    ( ) Volume

## ANEXO D - ATIVIDADES DE FIXAÇÃO DE CONTEÚDOS

*Escola Estadual de Ensino Médio Luiz Isaias Zuchetti*

Prezados alunos: Resolva as situações problemas apresentadas.

1-O volume de um cubo é de  $110,59\text{cm}^3$ . Calcule a área total.

2- Um calendário de madeira tem a forma de um prisma triangular de dimensões 6 cm x 6 cm x 12 cm. Quantos  $\text{cm}^2$  de madeira foram usados para fazer o calendário?

3-Calcular o volume e a área total de uma caixa em forma de paralelepípedo retângulo cujas dimensões são: 3,8cm x 3 cm x 16,6 cm. Expresse o resultado em metros.

4- Calcule, em litros, o volume de uma caixa d'água em forma de prisma reto, de aresta lateral medindo 6m, sabendo que a base é um losango cujas diagonais medem 7m e 10m.

5-Deseja-se cimentar o quintal da escola cujo formato é retangular com 10m de largura e 14m de comprimento. O revestimento será feito com uma mistura de areia e cimento de 3 cm de espessura. Qual o volume da mistura utilizado nesse revestimento?

## ANEXO E – AVALIAÇÃO 1

*Escola Estadual de Ensino Médio Luiz Isaias Zuchetti*

Prezados alunos:

O nosso trabalho sobre **Estudo de Geometria Espacial no Ensino Médio** oportunizou inúmeras situações concretas de aprendizagem, especialmente analisando os sólidos existentes no mercado. Para que nosso objetivo seja alcançado com sucesso, responda as questões abaixo, assinalando com o X à resposta correta.

1-Levando-se em consideração as características da ilustração a seguir e sabendo que a mesma representa um cilindro equilátero, podemos afirmar que:

I-Seu raio mede 4,5cm

II-A sua altura é de 9 cm

III-A área da base é de  $26,28\text{cm}^2$



A alternativa correta é:

- a) I            b) II            c) III            d) I e II            e) I, II e III

2-Na foto, podemos identificar algumas formas geométricas que são:



- a) Cone, Cilindro e circunferência.

- b) Cilindro, esfera e pirâmide.
- c) Cone, circunferência, esfera.
- d) Pirâmide, cone e cubo.
- e) Cilindro, pirâmide e prisma.

3-A figura abaixo é uma lata de óleo. Analise atentamente e responda a questão abaixo:



Sua forma básica é:

- a) Paralelepípedo retângulo
- b) Prisma de base quadrangular
- c) Cubo
- d) Prisma de base hexagonal
- e) Prisma de base triangular

4-As ilustrações abaixo representam os sólidos geométricos respectivamente:



- a) Circunferência, prisma triangular, cone, cilindro.
- b) Esfera, prisma triangular, pirâmide, cilindro.
- c) Esfera, paralelepípedo, pirâmide, cilindro.
- d) Cilindro, paralelepípedo, pirâmide, cilindro.
- e) Esfera, prisma triangular, cone, cilindro.

5-Em relação aos sólidos abaixo, podemos afirmar que:



I - Todos os sólidos representam prismas

II - As respectivas bases são: quadrangular, triangular, hexagonal e quadrangular.

III - No sólido três a base é circular

IV-Todas as suas faces laterais são retangulares

Então a alternativa correta é:

a) I e II

b) I, II e IV

c) Apenas II

d) I e IV

e) Todas

## ANEXO F – AVALIAÇÃO 2

*Escola Estadual de Ensino Médio Luiz Isaias Zuchetti*

Prezados alunos:

Você terá seis afirmações, após ler e entender cada uma delas marque com um X a coluna que desejar.

<b>Afirmação</b>	<b>Concordo</b>	<b>Discordo</b>	<b>Indiferente</b>
O estudo da Geometria espacial está diretamente ligado com o estudo da Geometria Plana.			
A construção prática dos sólidos contribuiu para que eu entendesse o estudo de áreas.			
O uso de fórmulas trazidas pelos livros didáticos é indispensável para o cálculo de áreas e volumes.			
Gostei muito de trabalhar, pois aprendi com prazer e satisfação.			
Através do vídeo, pude despertar o gosto pela Geometria.			
Existe Geometria em todos os lugares, no meio em que estamos inseridos.			