

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Kátia Alves da Silva

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIÂNGULOS: UMA
EXPERIÊNCIA DIDÁTICA**

SAPIRANGA

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Kátia Alves da Silva

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIÂNGULOS: UMA
EXPERIÊNCIA DIDÁTICA**

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Vera Clotilde V. Garcia.

Sapiranga
2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIÂNGULOS: UMA
EXPERIÊNCIA DIDÁTICA**

Kátia Alves da Silva

Comissão examinadora

Prof. Dr. Vera Clotilde V. Garcia.

Orientador

Dedico este trabalho à meu filho, razão do meu viver e grande incentivador para a realização deste; à meu marido, que me apoiou incondicionalmente durante essa jornada demonstrando muita compreensão e à minha amada mãe (em memória), exemplo de força, determinação e humildade.

RESUMO

Este trabalho foi elaborado para descrever, refletir sobre e aprofundar uma experiência didática que desenvolvi com alunos da 7ª série do ensino fundamental de uma escola municipal de Sapiranga. O principal objetivo foi produzir conhecimentos relativos ao triângulo, criando oportunidades para os alunos desenvolverem capacidades de comparar, relacionar, diferenciar, classificar, tirar conclusões e generalizar, chegando a resultados importantes a partir da observação de casos concretos. É importante criar situações pedagógicas que permitam aos educandos visualizar os conceitos, antes de formalizá-los. Nesta perspectiva, este trabalho se apresenta com duplo objetivo: aprofundar estudos a respeito do uso de recursos didáticos no ensino de matemática e apresentar relato de experiência que mostram possibilidades de aplicação destes recursos no ensino dos principais conceitos presentes no estudo dos triângulos. Além de estudos do uso destes recursos didáticos e sobre a matemática dos triângulos, consta no trabalho relatos e avaliação da experiência didática, fatores determinantes para minha reflexão sobre as diversas dinâmicas para ensinar determinados conteúdos.

Palavras-chave: triângulos, ângulos, prática docente, figuras geométricas, congruência, dificuldades de aprendizagem.

ABSTRACT

This study was designed to describe, reflect on and develop a teaching experience that I developed with students in the 7th grade in a school hall Sapiranga. The main objective was to produce knowledge on the triangle, creating opportunities for students to develop skills to compare, relate, differentiate, classify, draw conclusions and generalize, reaching important results from the observation of concrete cases. It is important to create pedagogical situations that allow students to visualize concepts before formalizing them. In this perspective, this work presents itself with a dual purpose: further studies on the use of educational resources in mathematics teaching and presenting experience reports that show the possibilities of applying these resources in teaching the main concepts in the study of triangles. In addition to studies of the use of teaching resources and on the mathematics of triangles, given reports on the work of teaching experience and evaluation, determining factors for my consideration of the various dynamics to teach certain content.

Keywords: triangles, angles, teaching practice, geometric figures, congruence, learning difficulties.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01 – Figuras geométricas para classificação.....	69
FIGURA 02 – Figuras geométricas para classificação.....	70
FIGURA 03 – Figuras geométricas para classificação.....	70
FIGURA 04 – Figuras geométricas para classificação.....	70
FIGURA 05 – Construção no geogebra para verificar a soma dos ângulos internos do triângulo.....	76
FIGURA 06 – Foto 1: casos de congruência de triângulos.....	78
FIGURA 07 – Foto 2: alunos jogando Memória.....	79
FIGURA 08 – Foto 3: alunos assistindo o vídeo “Diálogo Geométrico”	80
FIGURA 09 – Foto 4: alunos atentos ao vídeo “Diálogo Geométrico”	80
FIGURA 10, 11, 12, 13 e 14 – opinião dos alunos sobre o uso de vídeo nas aulas de Matemática.....	80
FIGURA 15 – Foto 5: alunos classificando os polígonos”	81
FIGURA 16 – Foto6: alunos desenhando triângulos.....	81
FIGURA 17 – Resposta de alguns alunos sobre triângulos	82
FIGURA 18 – Resposta de um aluno ao classificar polígonos.....	83
FIGURA 19 e 20 – Resposta de aluno ao classificar polígonos.....	83
FIGURA 21 – Foto 7: alunos desenhando triângulos usando compasso.....	83
FIGURA 22 e 23 – Foto 8 e 9: alunos desenhando triângulos com compasso.....	84

FIGURA 24, 25 e 26 – Foto 10, 11 e 12: alunos construindo polígonos com palitos de picolé.....	84
FIGURA 27 – Foto 13: aluna identificando triângulos congruentes por suposição.....	85
FIGURA 28 – Foto 14: alunos trabalhando em grupo demonstrando cooperatividade.....	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Plano de aula para o estudo dos triângulos.....	65
--	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Atividades para identificar figuras geométricas.....	71
Quadro 2 – Atividades referente a construção de polígonos.....	71
Quadro 3 – Atividade referente a soma dos ângulos internos do triângulo...	77

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
2	RECURSOS DIDÁTICOS PARA ENSINO DE GEOMETRIA.....	15
2.1	O uso de vídeo.....	16
2.2	O uso do Geogebra.....	17
2.3	Uso de material concreto.....	19
2.4	Uso de instrumentos de medida.....	21
2.5	Uso de jogos.....	22
3	A MATEMÁTICA DOS TRIÂNGULOS.....	25
4	A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA.....	54
4.1	Apresentação do tema e justificativa.....	54
4.2	Sobre o ensino usual.....	54
4.3	Análises prévias: Dificuldades de aprendizagem.....	59
4.4	Estudo teórico.....	60
4.5	Projeto pedagógico de ensino.....	64
5	CONCLUSÕES E REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA.....	88
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	90

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Sou professora de Matemática, graduada pela Universidade Federal de Santa Maria, há 12 anos.

Natural de Porto Alegre, meu trabalho como professora iniciou em Quevedos, RS, como contrato emergencial, em 2000. No ano seguinte, fui aprovada em concurso municipal em Sapiranga, RS, local onde resido.

Sapiranga é um município que se emancipou em 28 de fevereiro de 1955. Está a 52 km da Capital gaúcha e o principal acesso rodoviário é pela RS 239-BR116. Atualmente possui aproximadamente 75000 habitantes. A economia baseia-se na indústria de transformação coureiro calçadista, química, têxtil, metal e alimentícia.

Trabalho hoje em duas escolas municipais: Escola Municipal de Ensino Fundamental Rubaldo Emílio Saenger, nas 5ª e 6ª séries do turno da tarde e Escola Municipal de Ensino Fundamental Pastor Rodolfo Saenger, com turmas de 5ª e 7ª série.

Este trabalho foi elaborado para descrever, refletir sobre e aprofundar uma experiência didática desenvolvida com alunos da 7ª série do ensino fundamental, na EMEF Pastor Rodolfo Saenger.

Atualmente, a escola Pastor tem 769 alunos matriculados. No turno da manhã há seis turmas de séries iniciais (1º ao 5º ano) e 10 turmas de 5ª a 8ª série. À tarde, há cinco turmas do 1º ao 5º ano e cinco turmas de 5ª a 7ª série. Dispõem de laboratório de informática, salas de aula, dependências administrativas, biblioteca, auditório, ginásio, refeitório e projetos pedagógicos.

A experiência atendeu 32 alunos, na faixa etária de 13 a 14 anos, com nove alunos defasados, com idades entre 15 e 16 anos. A escola facilitou o trabalho, que utiliza recursos de tecnologia, pois possui laboratório de informática, contendo, além

dos computadores, um projetor e uma TV, no entanto, a organização institucional apresenta dificuldades para o professor num projeto pedagógico experimental. Uma delas está no acúmulo de atividades extraclasse – jogos alusivos ao aniversário da escola, gincana escolar e olimpíada de matemática –, que atrasam cronogramas e o andamento normal das aulas. Outra está no calendário imposto ao uso do laboratório de informática, que numa semana é disponibilizada para área e a outra para o currículo.

O principal objetivo produzir conhecimentos relativos ao triângulo, criando oportunidades para os alunos desenvolverem capacidades de comparar, relacionar, diferenciar, classificar, tirar conclusões e generalizar, chegando a resultados importantes a partir da observação de casos concretos.

A escolha do tema baseou-se nas importantes aplicações práticas dos triângulos, presente na natureza, nas artes e na arquitetura. Considerei a ideia que consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais: *“os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.”* (PCN: Matemática, 1998, pg51).

A motivação maior, que me levou ao Curso de Especialização e que me guiou, nas diferentes atividades propostas, foi tentar despertar, em meus alunos, o interesse e a alegria para aprender matemática e a efetiva aprendizagem. Neste sentido, acredito no uso de diferentes métodos e recursos didáticos e, na minha proposta, mobilizo vídeo, software, material concreto, instrumentos de medida e jogos, sempre visando à construção do conhecimento sobre triângulo.

No ensino fundamental, acredito que é sempre importante criar situações pedagógicas que permitam visualizar os conceitos, antes de formalizá-los. Contudo, o aluno não retira do material concreto o fato matemático, é preciso a mediação do professor, que sustenta a evolução do nível concreto e visível, para o simbólico. Esta transição do pensamento é papel do professor e deve estar contemplado em seu plano pedagógico.

Nesta perspectiva, este trabalho se apresenta com duplo objetivo:

1. aprofundar estudos a respeito do uso de recursos didáticos no ensino de matemática, com foco no uso de vídeo, software, material concreto, instrumentos de medida e jogos;
2. apresentar relato de experiência que mostram possibilidades de aplicação destes recursos no ensino dos principais conceitos presentes no estudo dos triângulos.

No texto, primeiramente, elaboro um capítulo a respeito do uso destes recursos didáticos. No segundo capítulo, faço um estudo sobre a matemática dos triângulos. No terceiro, relato a experiência, faço uma auto-avaliação e proponho melhorias no plano.

Finalmente, traço conclusões gerais, sobre o conjunto das experiências e dos estudos efetuados.

CAPÍTULO II

RECURSOS DIDÁTICOS PARA ENSINO DE GEOMETRIA

Segundo Lorenzato (1995), sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico nem o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

O autor cita tendências para 5^a/8^a série:

- 1 apresentar a Geometria como meio de descrever o mundo físico;
- 2 explorar as transformações de figuras geométricas através de rotação, translação, simetria e deformação, ressaltando a semelhança e a congruência;
- 3 utilizar a Geometria como auxiliar para resolver problemas;
- 4 aplicar propriedades geométricas;
- 5 favorecer a emissão e a verificação de hipóteses;
- 6 integrar a Geometria com a Aritmética e Álgebra.

Os estudos de Geometria da 5^a à 8^a série devem, para o autor, favorecer as oportunidades para os alunos realizarem suas primeiras explorações de modo sistemático, embora sem a preocupação com sua formalização.

O vocabulário próprio da Geometria também deve ser empregado corretamente, com vistas ao domínio das definições e das propriedades. Longe de valorizar a memorização ou a evocação de definições, enunciados, demonstrações ou fórmulas, o objetivo é o processo pelo qual se chega ao resultado visando a compreensão e ao significado. Assim sendo, a **exploração informal da Geometria**

é muito adequada e necessária para os estudantes, para os quais devem ser oferecidas oportunidades de comparação, classificação, medição, representação, construção, transformação. O apoio do *material didático, visual ou manipulável*, ainda é fundamental. Aliás, o material didático sempre será necessário porque ele simplesmente provoca a imaginação em qualquer idade.

Segundo Pais (sd), os *recursos didáticos* envolvem uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber.

A Geometria é uma importante área da Matemática por servir, principalmente, de instrumento para outras áreas do conhecimento. Sabendo disso, precisamos buscar recursos didáticos que tornem as aulas mais dinâmicas e atrativas, enriquecendo o ensino de Geometria. É importante que o professor deixe de ser mero transmissor de conhecimento e passe a ser um orientador que conduza o aluno a criar, discutir e buscar seu próprio conhecimento.

Nesta proposta didática, que compõe o Trabalho de Conclusão de Curso, foram utilizados diferentes recursos: vídeo, *software* de geometria dinâmica, material concreto, instrumentos de medida e jogos.

2.1 – O USO DE VÍDEO

Segundo Moran (1995), o uso de vídeos na escola ajuda o professor, atrai os alunos e introduz novas questões no processo educacional. Desenvolve múltiplas atitudes perceptivas, tais como visualização, linguagens (falada, musical e escrita), projeta-nos em outras realidades, tempos e espaços. Ele parte do concreto, do visível, do imediato, que toca todos os sentidos.

Com o propósito de comunicar-se com a maioria das pessoas, TV e vídeo encontraram fórmulas que se adaptam perfeitamente à sensibilidade do homem

contemporâneo: linguagem concreta, plástica, de cenas curtas, com pouca informação de cada vez; ritmo acelerado e contrastado; multiplicando os pontos de vista, os cenários, os personagens, os sons, as imagens, os ângulos, os efeitos.

Para que o jovem possa ler e compreender o que visualiza, as linguagens da TV e do vídeo são dinâmicas, dirigindo-se antes à afetividade do que a razão. Em suma, desenvolve múltiplas atitudes perceptivas, sendo mais sensorial e visual do que racional e abstrata.

Antes de planejar é preciso ter cuidado com o uso inadequado do vídeo, ou seja, evitar sua desvalorização como um recurso para resolver um problema inesperado ou, que não tenha ligação com o conteúdo estudado pelo aluno. Para não diminuir sua eficácia e empobrecer as aulas, precisam-se usar também outras dinâmicas mais pertinentes e discuti-los, integrando-os com o assunto de aula.

Vídeos em sala de aula podem ser usados de diferentes modos. Neste trabalho, foram usados como sensibilização, isto é, para introduzir um novo assunto – no caso a Geometria -, despertando a curiosidade, a motivação, facilitando assim o desejo de pesquisa nos alunos para aprofundar o assunto do vídeo e da matéria.

É recomendável aos professores que se construa gradativamente uma videoteca. Os vídeos da TV-Escola estão disponíveis e existem outros sites interessantes, com vídeos educativos. Cabe à direção providenciar uma sala adequada para utilizar os vídeos, com tela grande e quadro branco para estimular e organizar discussões. É fundamental que o professor saiba utilizar vídeos, não como recreação ou como pretexto para não preparar uma aula, ao contrário: o uso de vídeos exige atenção especial do professor. É preciso vê-los antecipadamente, identificar os conceitos matemáticos que emergem, para relacioná-los com a sua prática pedagógica, num plano bem estruturado de discussão dirigida, visando que o objetivo de aprendizagem seja alcançado, formalizando os conceitos posteriormente.

2.2 – USO DO GEOGEBRA

O GeoGebra é um programa de geometria dinâmica, feito com o intuito de ser

utilizado em sala de aula, que junta aritmética, álgebra, geometria e cálculo. O *GeoGebra* possibilita o desenho de pontos, vetores, segmentos, linhas e funções, e ainda, a alteração dinâmica deles, assim que terminados.

Segundo Gravina (1996), os softwares de geometria dinâmica promovem uma nova forma de ensinar e aprender geometria, a partir de exploração experimental, possível somente em ambientes informatizados. Os alunos conjecturam e, com o *feedback* constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjecturas, chegando a resultados que resistem ao “desenho em movimento”, passando então para a fase abstrata de argumentação e demonstração matemática.

Segundo Pais (Sd), os desenhos constituem uma forma de representação geométrica que exige a interpretação de seu significado e, na sucessão de complexidade do processo de aprendizagem da geometria estão as imagens mentais. Se por um lado, tais imagens estão mais próximas da abstração, por outro, distanciam-se dos conceitos pelo seu aspecto subjetivo. A superação do risco de uma abordagem empírica da geometria passa pela utilização de desenhos e pela consequente formação de imagens mentais.

Um conceito geométrico pode ser representado por uma diversidade de desenhos. Mas, na prática, quando diz respeito às noções geométricas mais elementares, verificamos a predominância de algumas figuras particulares encontradas com frequência nos livros, cadernos e em outros suportes do saber escolar. Trata-se de certos desenhos particulares com um estatuto diferenciado em relação a outros menos específicos. Esta constatação nos leva a destacar a noção de configuração: um desenho que ilustra um conceito ou uma propriedade, com fortes condicionantes de equilíbrio, encontrado com relativa frequência no contexto do ensino e da aprendizagem escolar. Há uma espécie de tradição, influenciada tanto pelo senso comum como pelos saberes escolares, de preservação dessa forma particular de representação.

Um exemplo marcante de configuração é o desenho usual do retângulo que, normalmente, aparece representado por uma figura não quadrada, na qual destaca-se quatro traços paralelos às bordas laterais da página do desenho e com a base horizontal ligeiramente maior do que sua altura. Na maioria das vezes o retângulo não é representado em uma posição diferente desta. No caso do quadrado o efeito

da configuração parece ser ainda mais forte quando o aluno pode deixar de considerá-lo como tal somente pelo fato de seus lados não estarem representados paralelamente às bordas da página.

Nestes exemplos, bem como em todos os casos envolvendo uma configuração, a fixação de uma posição particular pode tornar-se em um obstáculo adicional para a expansão da aprendizagem do conceito correspondente. Essas figuras particulares podem ser usadas como verdadeiros estereótipos, dificultando ou obstruindo a formação de conceitos.

Os programas de geometria dinâmica, como o *Geogebra*, constituem ferramentas poderosas na superação dos obstáculos inerentes ao aprendizado pois produzem figuras em movimento. Nestes ambientes, é possível perceber representações diferentes de uma mesma configuração. A partir de manipulação concreta, “o desenho em movimento”, os alunos passam para manipulação abstrata atingindo níveis mentais superiores, que é a natureza do raciocínio matemático.

É recomendável à direção das escolas que se construa gradativamente um laboratório de recursos computacionais na escola, que deverá ser dotado de máquinas atualizadas, revisadas por técnico competente, com acesso rápido à Internet, e com programas educativos livres, já disponíveis. Ao mesmo tempo, professores que conhecem tais *softwares*, poderiam apresentá-los aos colegas, de modo que o laboratório seja também sala de aula, das diferentes disciplinas curriculares.

2.3 – USO DE MATERIAL CONCRETO

Segundo Pícolo, Vitorio e Teixeira (Sd), o uso de materiais concretos proporciona diversas possibilidades de descobertas que os alunos podem obter como recurso na aprendizagem da Geometria, na prática da investigação Matemática e na valorização de suas experiências dentro do processo ensino aprendizagem. O êxito das experiências utilizando material manipulável é percebido em qualquer faixa etária, destruindo ideias de que esses recursos somente devem

ser utilizados para ensinar crianças, pois tem-se convicção de que o fazer é mais forte que o ver ou o ouvir. No ensino da Geometria ressaltamos a importância do tato. A manipulação de objetos aguça a percepção e a investigação em resolver problemas, e não começar o ensino pelo concreto é ir contra a natureza humana. O ensino da Geometria, não pode ser reduzido a aplicações de fórmulas e resultados propostos por alguns teoremas, ele deve preocupar-se com a descoberta de caminhos para sua demonstração e dedução de fórmulas, sem comprometer nem se apoiar no processo exaustivo da formalização.

Na Geometria evidencia-se o trabalho com a manipulação de diversos materiais, como por exemplo, caixas, sólidos, blocos, entre outros objetos. Estes materiais concretos podem contribuir muito no processo ensino aprendizagem e podem proporcionar a melhor compreensão do pensamento geométrico para o aluno.

Antes de trabalhar com os objetos matemáticos considera-se interessante que o aluno manipule objetos físicos. O material concreto pode contribuir no entendimento inicial dos conceitos estudados, porém não é suficiente por si só. Para ocorrer a abstração, precisamos partir do real para dar significado ao conhecimento científico e abstrato.

A utilização de materiais concretos desperta nos alunos a curiosidade estimulando-os a fazer perguntas, descobrir semelhanças e diferenças, a criar novas hipóteses e chegar às próprias soluções.

Os materiais concretos podem ser:

- 1) não estruturados: não têm função determinada e o seu uso depende da criatividade do professor. Por exemplo: sucatas.
- 2) estruturados: apresentam ideias matemáticas definidas. Por exemplo: tangram, cuisenaire, material dourado.

Para que o material concreto funcione é necessário organização e planejamento por parte do professor, de modo a propiciar a cada aluno situações de experiências físicas bem como situações de experiências lógico-matemáticas, onde ele possa realizar tanto abstrações empíricas quanto reflexivas. É de suma importância a exploração do material por parte dos alunos antes de iniciar a atividade.

O uso do material concreto é fundamental para que ocorra no aluno um aprendizado

significativo onde ele participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber, produzindo e superando sua visão fragmentada da realidade.

É recomendável aos professores que se construa gradativamente um laboratório de Educação Matemática com materiais para a manipulação. O laboratório deverá ser utilizado de acordo com a necessidade, para o enriquecimento das aulas de Matemática e visando o desenvolvimento do pensamento lógico. Este tipo de recurso pedagógico contribui na experimentação e a interação dos materiais com os alunos. É fundamental que o professor saiba relacioná-los com a sua prática pedagógica visando que o objetivo da tarefa seja alcançado, formalizando os conceitos geométricos juntamente com os alunos. Iniciar os estudos utilizando materiais concretos, auxilia a melhor compreensão deles na formalização dos conceitos.

2.4 – USO DE INSTRUMENTOS DE MEDIDA

O ensino das grandezas geométricas e medidas faz parte das propostas curriculares. Este tema tem um cunho social muito forte e por isso as crianças, quando vêm para a escola, já realizaram algumas experiências com medidas (em jogos, brincadeiras ou outras atividades do cotidiano delas).

Porém, segundo Chamorro Plaza e Belmonte Gómez (2000, apud Perez, 2008), as crianças não podem realizar a medida de uma grandeza de forma fácil e espontânea, este ato requer experiências e prática em estimativas, classificações e seriações, além de estabelecer o atributo da grandeza que se quer medir.

A sistematização das leis quantitativas remete à ação de medir e, conseqüentemente, à necessidade do entendimento de termos correlatos a esse campo de estudo: o conceito da grandeza e de medida.

Grandeza é a denominação de tudo que pode ser medido. E medir é a ação de associar valores numéricos às grandezas através de instrumentos. A medição é baseada numa comparação: compara-se a grandeza a ser medida com outra de mesma espécie adotada como unidade. O valor numérico atribuído é

correspondente ao número de vezes que a grandeza é maior ou menor que a unidade.

Dentre tantas grandezas, em particular, para compreender a grandeza comprimento, é necessário saber que sua abordagem tanto pode ser feita no “*contexto dos objetos do mundo físico, quanto nos objetos matemáticos*” (LIMA & BELLEMAIN, 2002, p.99).

Para compreender que a medida envolve a comparação entre duas grandezas da mesma natureza e a verificação de quantas vezes uma grandeza tomada como unidade de medida cabe na outra, podemos explorar este conteúdo discutindo as noções que os alunos dispõem. Também é importante que eles manipulem instrumentos de medida (convencionais ou não).

As crianças poderão medir o mesmo objeto com diferentes unidades de medida e analisar as diferenças entre os resultados obtidos conforme os tamanhos das unidades escolhidas assim como identificar os erros que possam surgir do processo de medir o mesmo objeto com a mesma unidade, e obter, no entanto, medidas diferentes.

Conforme este conteúdo é trabalhado, os alunos poderão concluir que às vezes é possível saber uma medida "de olho", porém, outras vezes, para saber com segurança, é necessário medir.

Dante (2007), no *Manual Pedagógico do Professor*, destaca a importância dos instrumentos de desenho como recurso didático nas aulas de Matemática, pois criam oportunidades para o aluno desenvolver o pensamento geométrico e a visualização, facilitando o entendimento dos conceitos matemáticos. Sugere que a escola crie uma Sala ambiente de Matemática ou Laboratório de ensino de Matemática, com variedades de materiais.

2.5 – USO DE JOGOS

Segundo Lara (Sd), se considerarmos que Matemática é desenvolver o

raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, desenvolver a criatividade e a capacidade de resolver problemas, nós, como educadores matemáticos, devemos buscar estratégias, nesta direção. Seriam alternativas a fim de contribuir com o desenvolvimento da autoconfiança, organização, concentração, raciocínio lógico dedutivo e o senso cooperativo de nossos alunos.

O desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade e do pensamento independente é possível se partirmos da realidade do aluno, para a construção do conhecimento matemático.

Um recurso pedagógico eficaz para a construção deste conhecimento, se convenientemente planejados, é o uso de jogos. Este recurso tem o objetivo de fazer com que os alunos gostem de aprender a Matemática, mudando a rotina da classe e despertando o interesse. Sua utilização no ensino da Matemática permite que as aulas sejam mais agradáveis e fascinantes.

Cabe ao professor planejar o jogo, visando explorar, juntamente com os alunos, todos os aspectos presentes na atividade, a fim de alcançar o objetivo previsto, partindo da contextualização das etapas presentes no jogo.

A utilização de atividades lúdicas na Matemática é totalmente relacionada ao desenvolvimento cognitivo da criança. Há de se refletir que este não é o único meio de estruturação da aprendizagem. É necessária a complementação do trabalho didático, sob forma de sistematização dos conhecimentos explorados e construídos, durante a execução das etapas do jogo, momento em que deve ser feita a relação entre as etapas do jogo e os conteúdos nele presentes.

Segundo Brenelli (1996), os jogos trabalhados em sala de aula devem ter regras, esses são classificados em:

- Jogos estratégicos: onde são trabalhadas as habilidades que compõem o raciocínio lógico fazendo com que o jogador crie estratégias para uma melhor atuação e desenvolva um pensamento sistêmico, podendo pensar múltiplas alternativas para resolver um determinado problema. São exemplos de jogos estratégicos: Dama, Xadrez, Batalha Naval, Cartas, ou com o computador, Paciência e Campo Minado.
- Jogos de treinamento: são utilizados para verificar se o aluno construiu ou não

determinado conhecimento. Também pode ser usado para reforçar determinado conteúdo, substituindo as cansativas listas de exercícios.

- Jogos geométricos: que têm como objetivo desenvolver a habilidade de observação e o pensamento lógico. Com ele podemos trabalhar figuras geométricas, semelhança de figuras, ângulos e polígonos.

Os jogos a serem utilizados em sala de aula podem ser produzidos pelo professor e aluno, afim de, através da manipulação de materiais, desenvolver uma nova ferramenta para resolver determinada situação problema. É na procura desse novo conhecimento que o aluno tem a oportunidade de buscar a construção de algumas abstrações matemáticas que, muitas vezes são apenas transmitidas pelo professor e memorizadas sem uma real compreensão pelo educando, prejudicando seu aprendizado.

“Estamos no ápice do desenvolvimento científico e tecnológico e, em contrapartida, no ápice do descontentamento e insatisfação dos alunos” (LARA, 2003, p.30). Assim, cabe a nós educadores, resgatar o desejo de aprender de nossos alunos, preparando nossas aulas com cuidado e com estratégias que façam os educandos adquirir o gosto pela Matemática e adquirir conceitos de importância para eles. A aplicação do jogo contempla esses objetivos.

É recomendável aos professores que, na construção do laboratório de Educação Matemática, armazenem jogos variados, coletados na medida da sua construção pelos alunos ou aquisição. Neste laboratório, periodicamente, poderia ter uma reunião com professores que atuem no mesmo nível, para que troquem experiências e apresentem os jogos ou outros recursos produzidos e utilizados.

CAPÍTULO III

A MATEMÁTICA DOS TRIÂNGULO

Neste capítulo, apresento uma pesquisa feita via Internet¹, sobre os conteúdos matemáticos que fazem parte da experiência didática que desenvolvi. Para minha surpresa, encontrei diferentes definições para objetos simples, tais como linha poligonal, polígono e triângulo, que é o foco do trabalho. Com esta descoberta, foi preciso tomar decisões.

Triângulos e polígonos

1. WIKIPEDIA – Enciclopédia Livre²

Neste site, triângulo tem duas concepções:

1) “figura geométrica que ocupa o espaço interno limitado por três linhas [retas](#) que [concorrem](#), duas a duas, em três pontos diferentes ”

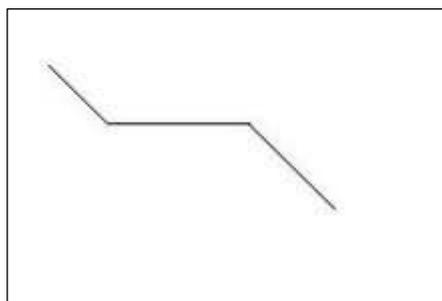
2) “união de três pontos não colineares por três segmentos de reta”.

Triângulo não é definido como polígono.

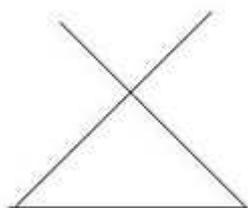
O site define linha poligonal aberta como “sucessão de segmentos consecutivos e não-colineares, dois a dois”. Classifica as linhas abertas em simples e complexas.

1 Cada tópico de estudo foi retirado de algum site, cuja referência está em nota de rodapé.

2 <http://pt.wikipedia.org/wiki/Tri%C3%A2ngulo> e http://pt.wikipedia.org/wiki/Pol%C3%ADgono#Linhas_poligonais_e_pol.C3.ADgonos



SIMPLES



COMPLEXA

Define polígono como “superfície plana limitada por linhas retas (lados)”.

Nesta definição não utiliza a noção de linha poligonal.

Avaliação: As duas concepções de triângulo podem confundir o aluno; não há relação entre linha poligonal e polígono assim como não há relação entre polígono e triângulo; a definição de triângulo exige a noção de retas concorrentes; a definição de polígono é muito vaga pois não diz se são aceitos polígonos complexos; **polígono aqui é uma superfície**; não distingue polígonos simples e complexos; definições confusas e desarticuladas.

2) BRASIL ESCOLA³

O site define Triângulo sem referência à noção de polígono, como:

“ uma figura geométrica formada por três retas que se encontram duas a duas e não passam pelo mesmo ponto, formando três lados e três ângulos”.

Polígonos “são figuras fechadas formadas por segmentos de reta, sendo

³ <http://www.brasilecola.com/matematica/triangulo.htm> e
<http://www.brasilecola.com/matematica/poligonos.htm>

caracterizados pelos seguintes elementos: ângulos, vértices, diagonais e lados.”.

Triângulo é um exemplo de polígono. Neste site, não é definida “linha poligonal”.

Avaliação: polígono aqui é um conjunto de linhas (segmentos); parece que triângulo é um conjunto de retas; não distingue polígonos simples e complexos; definições confusas.

3) Vestibular1.com.br⁴

Define triângulo: polígono de três lados.

Dá duas concepções para polígono:

1) uma figura plana formada por três ou mais segmentos chamados lados de modo que cada lado tem interseção com somente outros dois lados próximos, sendo que tais interseções são denominadas vértices do polígono e os lados próximos não são paralelos.

2) qualquer porção do plano limitada por segmentos de reta que forma uma linha poligonal fechada.

Explica: a região interior ao polígono é muitas vezes tratada como se fosse o próprio polígono

O site não define “linha poligonal”.

Avaliação: polígono pode ser conjunto de segmentos e porção do plano; não distingue polígonos simples e complexos; definição confusa.

4) Portal São Francisco⁵

Triângulo é dado como um exemplo de polígono.

4

http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:71G_RtB6zCMJ:www.vestibular1.com.br/revisao/geometria_plana.doc+defini%C3%A7%C3%A3o+linha+poligonal+poligono&cd=35&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br

5

<http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/poligonos/poligonos.php>

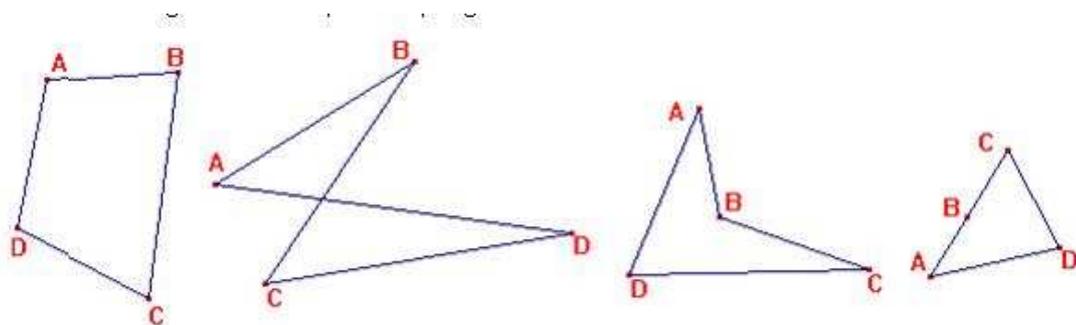
O site define linha poligonal: uma sucessão de segmentos consecutivos e não colineares, dois a dois. Classificam-se em simples e complexas.

Dá duas concepções de polígono:

1) Um polígono é uma figura geométrica plana limitada por uma linha poligonal fechada

2) Polígono é uma linha fechada simples. Um polígono divide o plano em que se encontra em duas regiões (a interior e a exterior), sem pontos comuns.

Um polígono é denominado simples se ele for descrito por uma fronteira simples e que não se cruza (daí divide o plano em uma região interna e externa), caso o contrário é denominado complexo.



Aceita os seguintes exemplos de polígono.

Avaliação: há uma contradição nas concepções de polígono, sem justificativa.

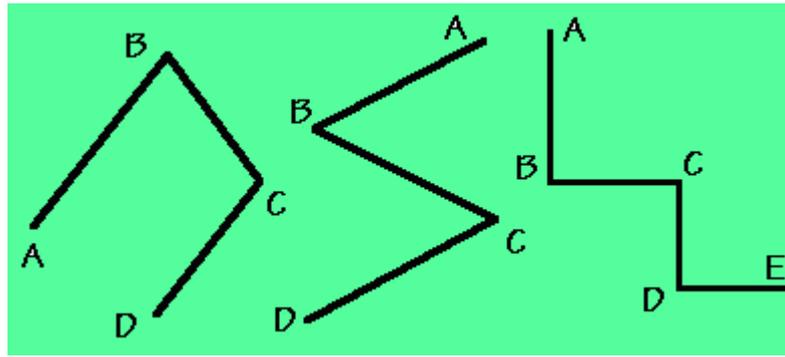
5. Matemática essencial⁶

Triângulo é um polígono de três lados.

O site define linha poligonal aberta: segmentos de reta consecutivos e não colineares, ou seja, segmentos de reta que não estão alinhados na mesma reta e que não se fecham.

E dá apenas exemplos de linhas simples. Não comenta sobre as complexas.

6 <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-poli.htm>



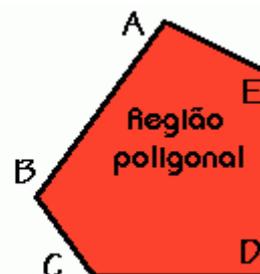
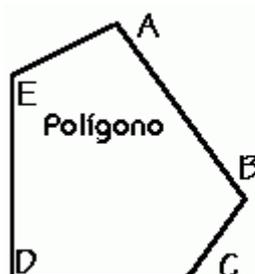
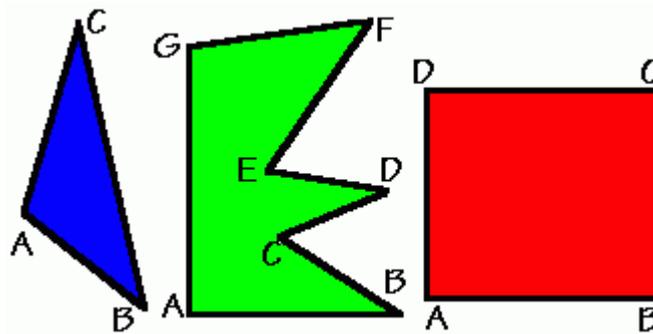
Dá duas concepções para polígono e justifica:

1) Polígono é uma figura geométrica cuja palavra é proveniente do grego que quer dizer: poli(muitos) + gonos(ângulos). Um polígono é uma linha poligonal fechada formada por segmentos consecutivos, não colineares que se fecham.

2) É uma figura plana formada por três ou mais segmentos de reta que se intersectam dois a dois.

Muitas vezes encontramos na literatura sobre Geometria a palavra polígono identificada com a região localizada dentro da linha poligonal fechada mas é bom deixar claro que polígono representa apenas a linha. Quando não há perigo na informação sobre o que se pretende obter, pode-se usar a palavra num ou no outro sentido.

Exemplos:



Avaliação: Não comenta a existência das linhas poligonais complexas e só apresenta exemplos de polígonos simples; na segunda definição não comenta a exigência de não colinearidade; **decide definir polígono como “linha” e tenta justificar.**

6. Mundo Vestibular⁷

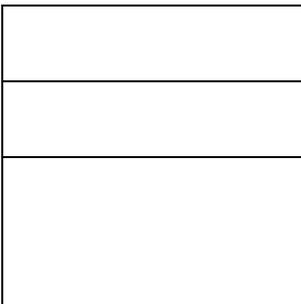
Os triângulos são polígonos de três lados

Polígono: É uma figura plana formada por três ou mais segmentos de reta que se intersectam dois a dois.

Avaliação: não comenta sobre a exigência de não colinearidade dos segmentos; não comenta a possibilidade de polígonos simples e complexos; **polígono é linha.**

7. KLICK EDUCAÇÃO⁸

As linhas poligonais são formadas por segmentos da reta. As que têm suas extremidades livres são linhas poligonais abertas, e as que não têm as extremidades livres são fechadas.



Para lembrar.

Polígono é a parte do plano limitada por uma linha poligonal fechada.

7 <http://www.mundovestibular.com.br/articles/4237/1/GEOMETRIA-PLANA/Paacutegina1.html>

8 <http://www.klickeducacao.com.br/materia/20/display/0,5912,POR-20-92-968-,00.html>

<http://www.klickeducacao.com.br/materia/20/display/0,5912,POR-20-92-954-,00.html>

Polígono é a região do plano limitada por uma linha poligonal simples fechada. Esse enunciado nos ajuda a definir mais facilmente o triângulo como um polígono de três lados.

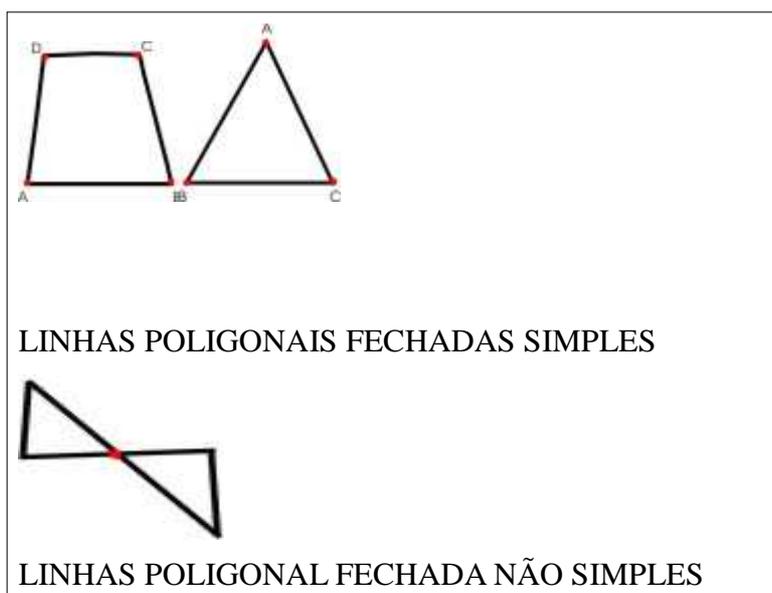
O contorno do polígono é a linha poligonal fechada que o limita.

AVALIAÇÃO: decide por diferenciar polígono (parte interna) de seu contorno; não distingue polígonos simples e complexos.

8. Geometria Sem Limite⁹

Triângulo é exemplo de polígono.

As curvas fechadas formadas por segmentos de reta são denominadas linhas poligonais fechadas.

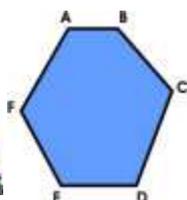
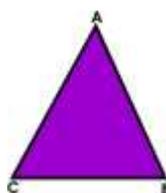


□ As figuras geométricas planas abaixo são formadas pela reunião de uma linha poligonal fechada simples com a sua região interna. Essas figuras geométricas são denominadas *polígonos*.

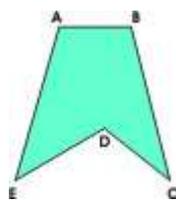
9 <http://geometria-sem limite.com.br/teoquinta.html>

□ Um polígono se diz convexo quando a sua região interna é uma região convexa.

• **polígonos convexos**



• **polígonos não convexo**



Avaliação: a definição de linha poligonal foi simplificada, não fala sobre a não colinearidade; define polígono como reunião de uma linha poligonal **fechada simples** com a sua região interna, o que contorna os dois problemas sobre concepção de polígono.

9. RPM 21. Elon Lima¹⁰

Triângulo é exemplo de polígono.

O site não define linha poligonal, mas utiliza este conceito como conhecimento prévio.

Define polígono: uma linha poligonal fechada sem auto interseções, isto é, cada lado tem apenas um ponto comum com o lado anterior e com o seguinte, mas não com os demais.

Às vezes, a palavra "polígono" também designa a região do plano limitada por essa linha poligonal fechada sem auto interseções. Por exemplo, quando falamos da área de um polígono, é claro que nos referimos à região poligonal, não à linha que a limita.

AValiação: decide definir polígono como linha, mas admite que seja a

10 <http://www.ime.usp.br/~pleite/pub/artigos/elon/rpm21.pdf>

região interna; só aceita polígonos simples.

9. JOGO DOS QUADRILÁTEROS Universidade Federal Fluminense¹¹

Existem termos em matemática para os quais não existe um consenso com relação às suas definições: pessoas diferentes usam o mesmo termo matemático com significados diferentes. Este é o caso do termo “polígono”. No software desta atividade, usamos as definições dadas a seguir. Elas podem ser diferentes das definições do livro que você está estudando.

Definição (Linha Poligonal). Uma *linha poligonal* é uma figura plana formada por uma sequência de pontos A_1, A_2, \dots, A_n e pelos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$. Os pontos são os *vértices* da poligonal e os segmentos são os seus *lados*. Se $A_n = A_1$, dizemos que a linha poligonal é *fechada*.

Definição (Polígono). Um *polígono* é uma linha poligonal com as seguintes propriedades: (a) ela é fechada, (b) cada um de seus vértices é extremidade de dois lados e (c) dois lados com a mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta.

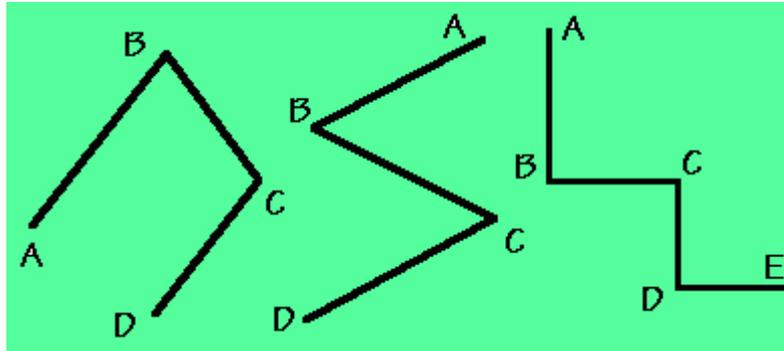
Definição (Polígono Simples). Um polígono é *simples* se os únicos pontos do plano que pertencem a duas arestas são os vértices. Polígonos simples também são chamados de *polígonos de Jordan*, porque o teorema da curva de Jordan pode ser usado para demonstrar que um tal polígono divide o plano em duas regiões, a região *interior* dentro dele e a região *exterior* fora dele.

DECISÕES

Neste trabalho optei pelas seguintes definições, por considerá-las matematicamente corretas e aceitáveis, assim como de uma certa simplicidade, para os alunos do nível fundamental.

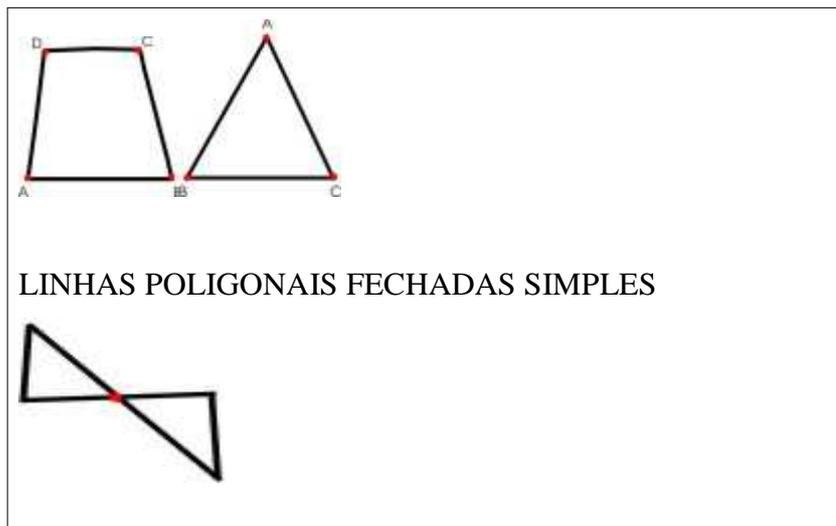
11 <http://www.uff.br/cdme/jcq/jcq-html/jcq-br.html>

1. Uma linha poligonal aberta é formada por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ou seja, segmentos de reta que não estão alinhados na mesma reta e



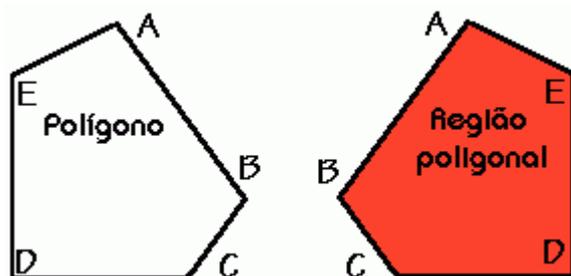
que não se fecham.

Uma linha poligonal fechada pode ser simples ou não simples.

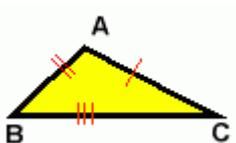


2. Polígono é uma linha poligonal fechada simples.

Também podemos denominar polígono à região poligonal, interna.



3. Triângulo é um polígono com três lados.



A importância do triângulo¹²

Uma das figuras mais presentes no ambiente e com a qual a humanidade tem lidado há tempos é o triângulo. Mas por que ele é tão importante e aparece tanto assim?

O triângulo, entre todos os polígonos apresenta uma **rigidez geométrica** que os outros não têm. Uma vez construído, é impossível modificar a abertura de seus ângulos e construir outro triângulo. Essa propriedade tem bastante valor e é muito utilizada na carpintaria, na engenharia e na arquitetura. Em especial na construção da estrutura dos telhados, conhecida como tesoura ou treliça, feita em madeira e composta de diversos triângulos.

Matematicamente, a rigidez do triângulo consiste no fato de que, com as mesmas medidas, só é possível traçar um triângulo, enquanto pode-se traçar mais

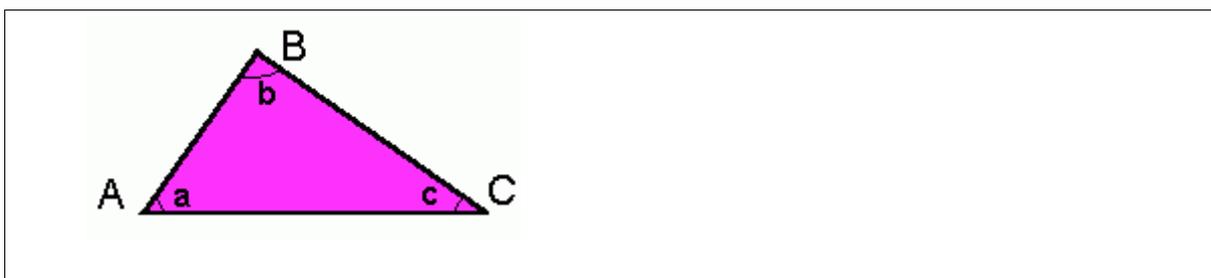
12 http://clিকেaprenda.uol.com.br/cgi-local/lib/site/conteudo/mostra_conteudo.pl?nivel=f2&disc=not&codpag=NOT0810200101

de um quadrilátero Ou seja, dados os três lados de um triângulo, ele pode ser determinado de modo único.

Características do triângulo¹³

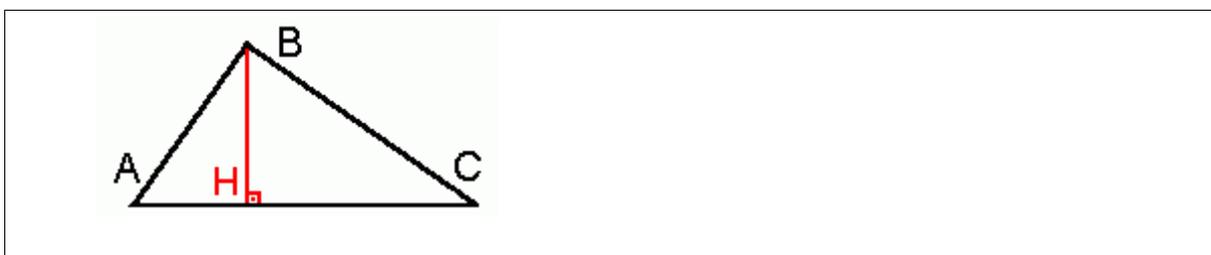
Triângulo é um polígono de três lados. É o polígono que possui o menor número de lados. Talvez seja o polígono mais importante que existe. Todo triângulo possui alguns elementos e os principais são: vértices, lados, ângulos, alturas, medianas e bissetrizes.

Apresentaremos agora alguns objetos com detalhes sobre os mesmos.



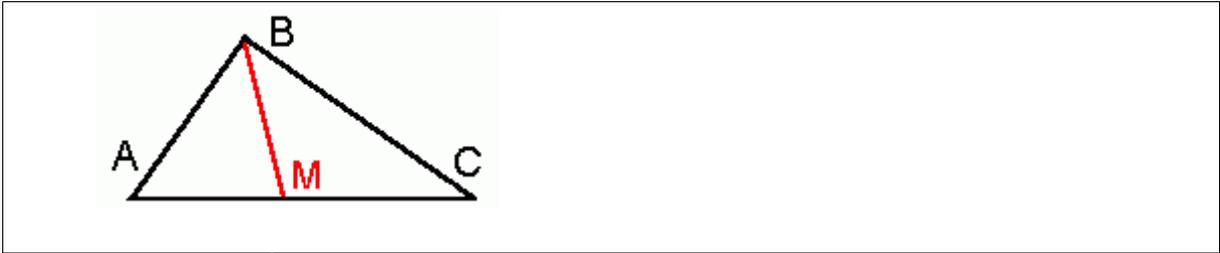
1. Vértices: A,B,C.
2. Lados: AB,BC e AC.
3. Ângulos internos: a, b e c.

Altura: É um segmento de reta traçado a partir de um vértice de forma a encontrar o lado oposto ao vértice formando um ângulo reto. BH é uma altura do triângulo.



Mediana: É o segmento que une um vértice ao ponto médio do lado oposto. BM é uma mediana.

¹³ <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-poli.htm#m11305>



Bissetriz: É a semi reta que divide um ângulo em duas partes iguais. O ângulo B está dividido ao meio e neste caso $\hat{E} = \hat{O}$.



Ângulo Interno: É formado por dois lados do triângulo. Todo triângulo possui três ângulos internos.



Ângulo Externo: É formado por um dos lados do triângulo e pelo prolongamento do lado adjacente(ao lado).

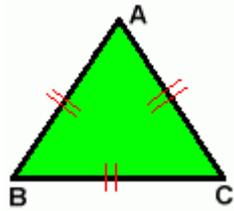
Obs.: qualquer um dos lados do triângulo pode ser considerado como base.

Classificação:

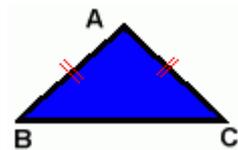
Muitos triângulos apresentam características comuns, seja em relação às medidas de seus lados, seja em relação às medidas de seus ângulos internos. Por esse motivo, podemos classificá-los em função desses elementos.

- **Quanto aos lados** – um triângulo pode ser:

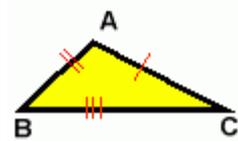
- *EQUILÁTERO*: triângulo que possui os três lados de medidas iguais.



- *ISÓSCELES*: triângulo que possui dois lados de medidas iguais.

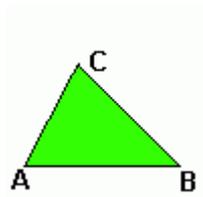


- *ESCALENO*: triângulo que possui três lados de medidas diferentes.

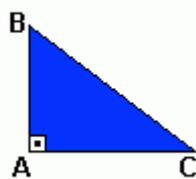


• **Quanto aos ângulos** – um triângulo pode ser:

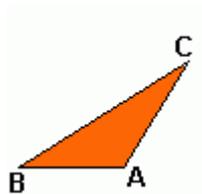
- *ACUTÂNGULO*: triângulo que tem os três ângulos internos agudos (com medida menor que 90°).



- *RETÂNGULO*: triângulo que possui um ângulo reto (medida igual a 90°).



– *OBTUSÂNGULO*: triângulo que possui um ângulo obtuso (medida maior que 90°).



Condição de existência de um triângulo¹⁴:

Com a ajuda de uma régua e um compasso, podemos construir triângulos, conhecendo as medidas de três segmentos que serão os lados do triângulo. Veja os exemplos:

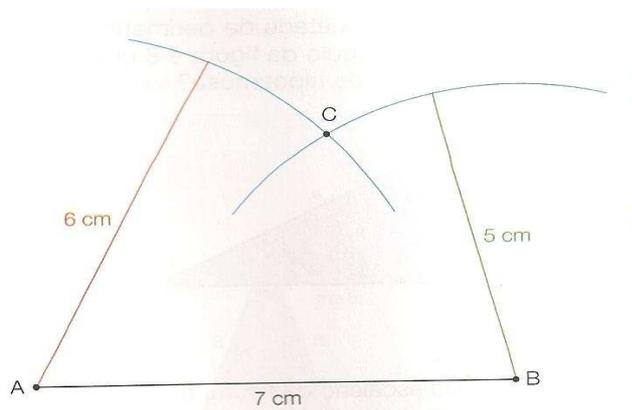
1) Construir um triângulo cujos lados medem 7cm, 6 cm e 5 cm.

Em primeiro lugar, vamos desenhar um dos lados com a régua (pode ser o lado de 7 cm).

Depois, com centro em A e raio igual a 6 cm e, com centro em B e raio igual a 5 cm, traçamos dois arcos de circunferência que se interceptam no ponto C.

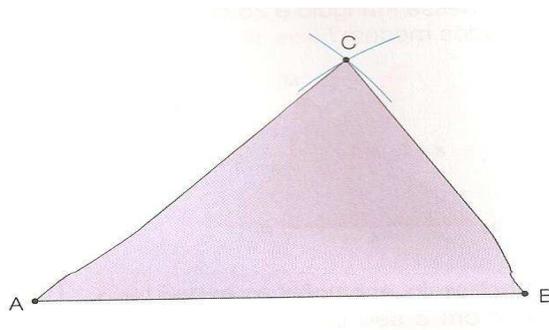
14

http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/flavio_matematica_7aserie_condicao_de_existenciadetriangulos.pdf



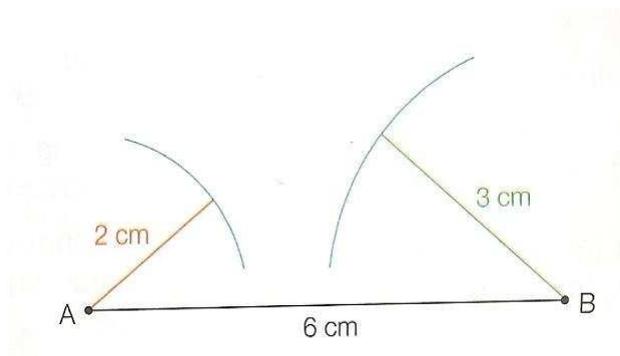
Por último, traçamos os lados AC e BC para obter o triângulo ABC.

Nesse caso, é possível construir o triângulo ABC, pois os lados menores se interceptam no ponto C formando um triângulo. Isso ocorre porque $7 < 6 + 5$.



2) Construir um triângulo cujos lados medem 6 cm, 2cm e 3 cm.

Em primeiro lugar, vamos desenhar o lado maior e chamar suas extremidades de A e B.

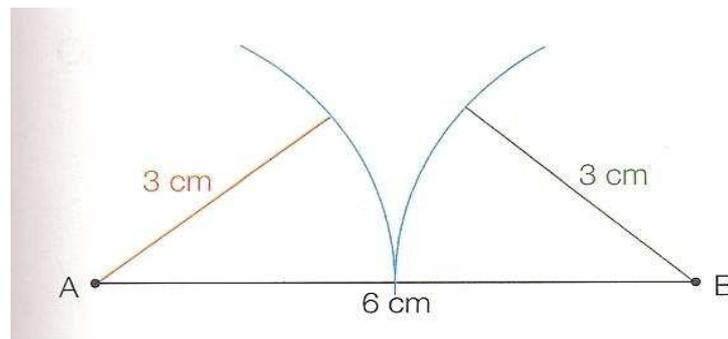


Depois, fixando os lados menores nas extremidades A e B, não conseguimos determinar um ponto de intersecção para que formem um triângulo. Isso acontece

porque a soma das medidas dos lados menores ($2 + 3 = 5$) é menor que a medida do lado maior (6), isto é, $6 > 2 + 3$.

3) Construir um triângulo cujos lados medem 6 cm, 3cm e 3 cm.

Construindo a figura, temos:



Observe que as extremidades dos lados menores se interceptam sobre o lado maior sem formar um triângulo. Isso acontece porque $6 = 3 + 3$.

A partir dos exemplos acima, podemos verificar que dados três segmentos (a,

$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

b, c), a construção de um triângulo só é possível se:

Ou seja,

Em todo triângulo, a medida de um lado é sempre menor do que a soma das medidas dos outros dois lados.

Mas esta relação não garante a existência do triângulo.

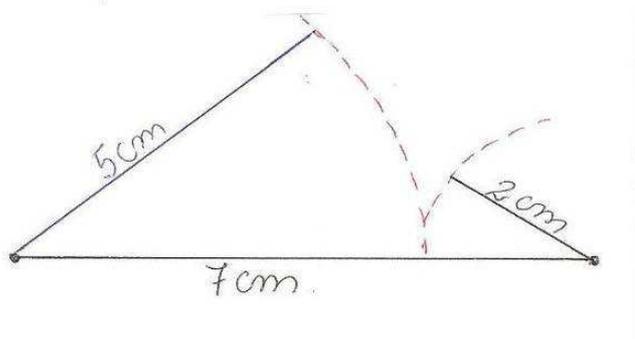
CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA

Para que se possa construir um triângulo é necessário que a medida de qualquer

um dos lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois e maior que o valor absoluto da diferença entre essas medidas.

$$|b - c| < a < b + c$$

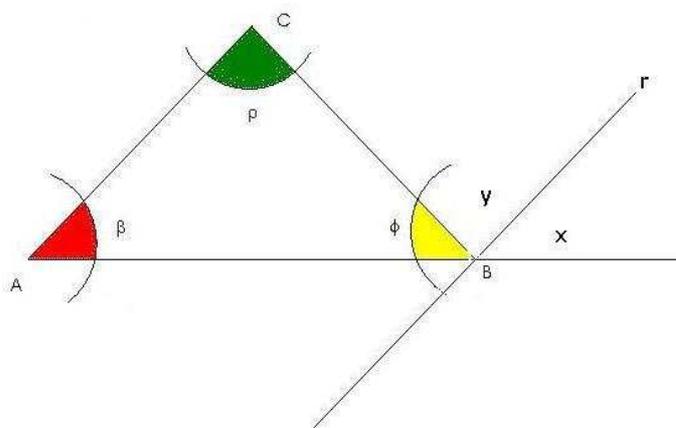
Como exemplo, é impossível construir um triângulo com as medidas, 5, 7, 2, pois, $7 - 2 = 5 < 7 + 2$. Veja:



A soma dos ângulos internos

DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA¹⁵:

A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180° .



¹⁵ <http://euler.mat.ufrgs.br/~ensino2/alunos/04/Demonstra%E7%E3o.html>

- 1- Construir um triângulo ABC qualquer
- 2- Construir a reta r passando por B paralela ao lado AC
- 3- O ângulo x é congruente a β (correspondentes)
- 4- O ângulo y é congruente a γ (alternos internos)

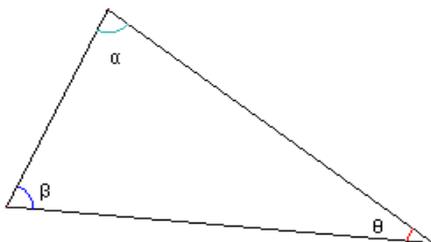
Como $\alpha + x + y = 180^\circ$, por 3 e 4, concluímos:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

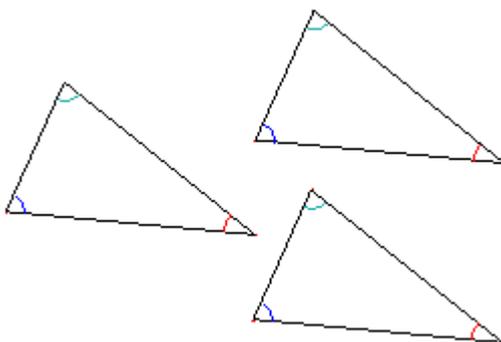
Esta demonstração é geral, pode ser aplicada a qualquer figura, é um bom exemplo do raciocínio lógico dedutivo que caracteriza o pensamento matemático.

A criança pode estudar alguns casos particulares e generalizar a descoberta. A atividade abaixo pode ser feita com diferentes figuras e é um exemplo do raciocínio indutivo.

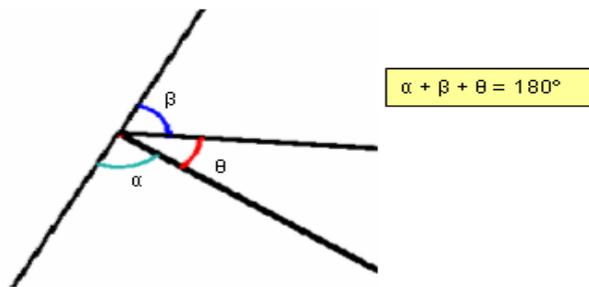
Considere o triângulo abaixo e seus três ângulos internos:



Vamos desenhar mais três triângulos idênticos ao anterior:



Agora reúna os três vértices que correspondem aos diferentes ângulos e observe:

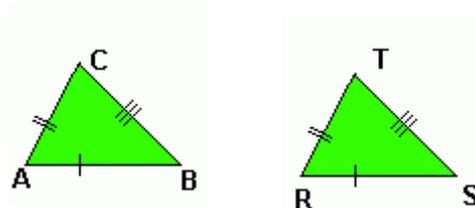


Em qualquer triângulo, a soma das medidas dos ângulos internos é 180°.

Congruência de triângulos¹⁶

Dois triângulos são congruentes, se os seus elementos correspondentes são ordenadamente congruentes, isto é, os três lados e os três ângulos de cada triângulo têm respectivamente as mesmas medidas.

Para verificar se um triângulo é congruente a outro, não é necessário saber a medida de todos os seis elementos, basta conhecer três elementos, entre os quais esteja presente pelo menos um lado.



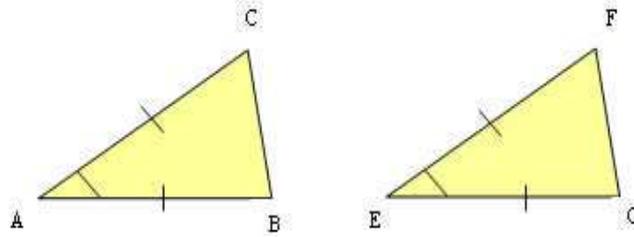
Existem condições que, uma vez satisfeitas, garantem que dois triângulos são congruentes: são os “casos de congruência”: LLL (lados correspondentes de comprimentos iguais); LAL (dois lados correspondentes de comprimentos iguais mais a o igualdade do ângulo formado por eles) e ALA (dois ângulos correspondentes iguais e o lado que os contém).

Casos de congruência¹⁷

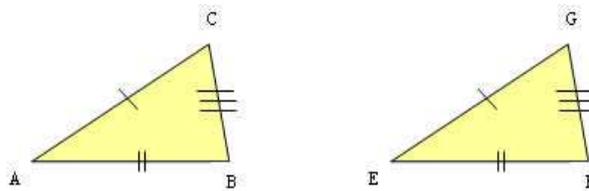
¹⁶ <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-poli.htm>

¹⁷ <http://www.brasilecola.com/matematica/congruencia-e-semelhanca-de-triangulos.htm>

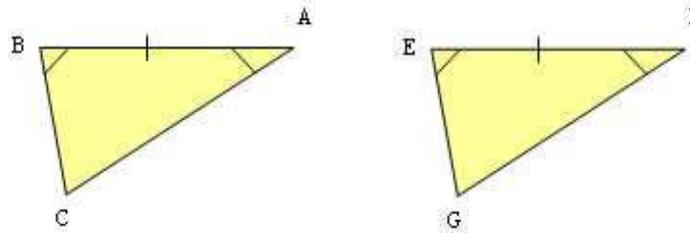
1º) LAL (lado, ângulo, lado): dois lados congruentes e ângulos formados também congruentes.



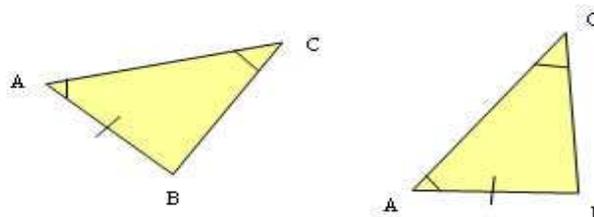
2º) LLL (lado, lado, lado): três lados congruentes.



3º) ALA (ângulo, lado, ângulo): dois ângulos congruentes e lado entre os ângulos congruente.



4º) LAA (lado, ângulo, ângulo): congruência do ângulo adjacente ao lado, e congruência do ângulo oposto ao lado.



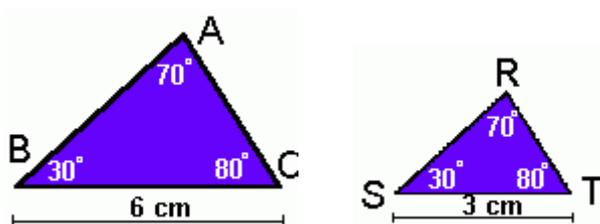
Semelhança de triângulos¹⁸

¹⁸ <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-poli.htm>

Duas figuras são semelhantes quando tem a mesma forma, mas não necessariamente o mesmo tamanho. As ampliações e reduções fotográficas são exemplos de figuras semelhantes.

Dois triângulos ABC e DEF dizem-se **semelhantes** se:

- os três ângulos são respectivamente congruentes;



Nos triângulos ao lado os três ângulos são respectivamente congruentes. (A ~ R; B ~ S; C ~ T)

- e os lados forem proporcionais.

Em outras palavras:

Dois triângulos ABC e EFG são *semelhantes* se existe uma correspondência biunívoca entre seus vértices e um número real positivo tal que as medidas dos lados correspondentes são proporcionais:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CA}{GE} = r$$

Dados dois triângulos semelhantes, tais triângulos possuem lados proporcionais e ângulos congruentes.

Existem condições que, uma vez satisfeitas, garantem que dois triângulos são semelhantes: AA (dois ângulos iguais); LLL(lados proporcionais); LAL(um ângulo igual entre dois lados proporcionais).

A noção de semelhança entre triângulos é essencial para as inúmeras aplicações e para os desdobramentos da geometria.

SEMELHANÇA E PROPORCIONALIDADE¹⁹

A noção de semelhança corresponde à ideia natural de “mudança de escala”, isto é, ampliação ou redução de uma figura alterando o seu tamanho sem modificar suas proporções, corresponde à ideia intuitiva de que as figuras possuem a mesma forma, mas não necessariamente o mesmo tamanho.

Esta é a ideia de semelhança: obter uma representação dos pontos de uma figura de modo que as proporções relativas entre os comprimentos sejam mantidas.

Definição: Duas figuras F e F' do plano são *semelhantes* se existe uma correspondência entre os pontos de F e os pontos de F' com as seguintes propriedades:

- Pontos distintos de F correspondem a pontos distintos de F' . Todo ponto de F' corresponde a exatamente um ponto de F
- Existe um número real positivo r , tal que, se X e Y são pontos de F e X' e Y' são os seus pontos correspondentes em F' , então a medida do segmento $X'Y'$ é r vezes a medida do segmento XY . Em termos simbólicos $\overline{X'Y'} = r \overline{XY}$.

O número r é chamado *razão de semelhança*.

HOMOTETIA²⁰

Homotetia significa ampliação ou redução das distâncias dos pontos de um espaço em relação a um ponto fixo. Uma homotetia é definida pelo seu centro O e pela razão k de homotetia e é a aplicação afim tal que a cada ponto P faz corresponder o ponto P' tal que:

19

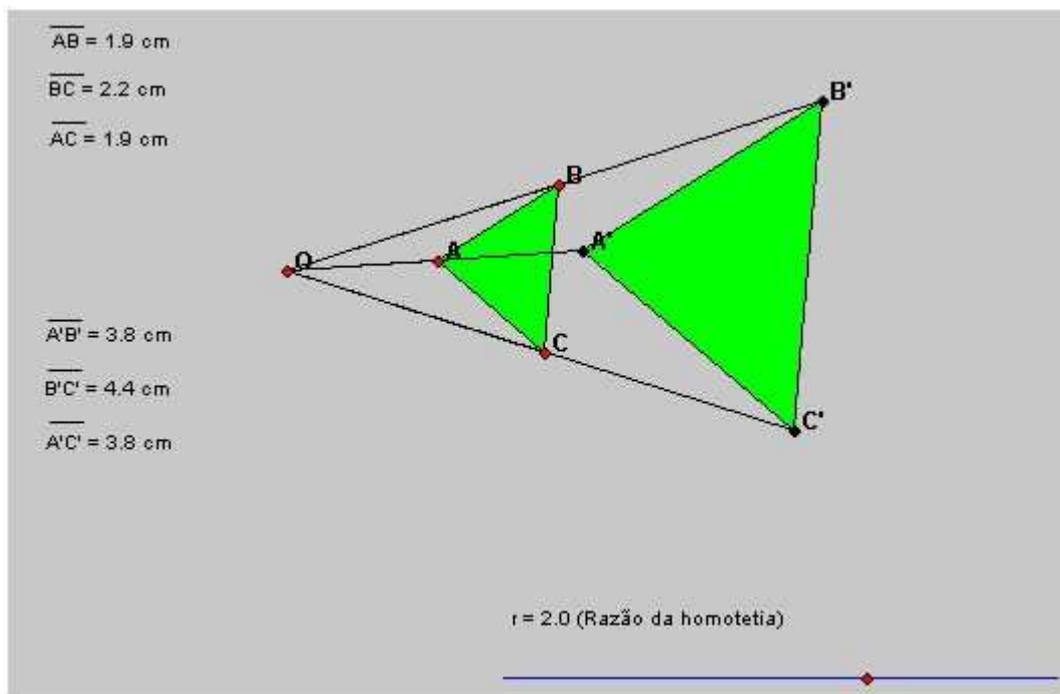
http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/index.asp?id_projeto=27&ID_OBJETO=105674&tipo=ob&c p=B53C97&cb=&n1=&n2=M%F3dulos%20Did%E1ticos&n3=Ensino%20M%E9dio&n4=Matem%E1tica&b=s

20 <http://pt.wikipedia.org/wiki/Homotetia>

$$\overrightarrow{OP'} = k \cdot \overrightarrow{OP}$$

Uma homotetia preserva:

- ângulos
- razões entre segmentos de reta
- segmentos e linhas são transformados em segmentos e linhas paralelos aos originais.



Site desta imagem: portaldasescolas.pt

TRIGONOMETRIA²¹

A aplicação do caso AA de semelhança de triângulos para triângulos retângulos é tão útil que merece um tratamento especial.

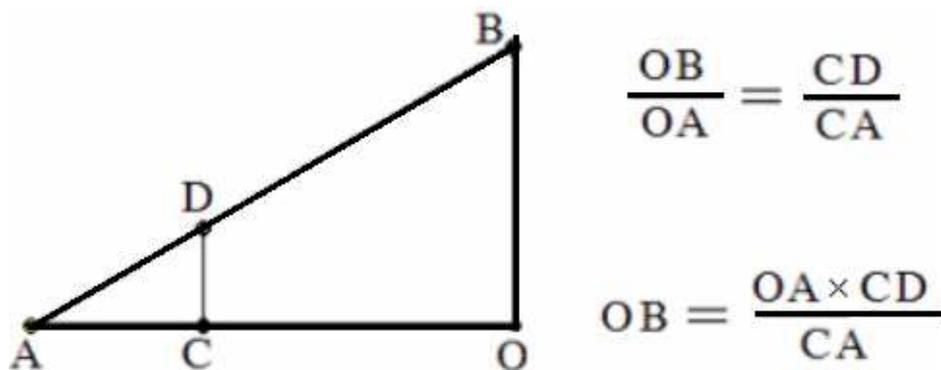
De fato, como já conhecemos um ângulo (reto), para que dois triângulos

21

http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/index.asp?id_projeto=27&ID_OBJETO=105674&tip_o=ob&cp=B53C97&cb=&n1=&n2=M%F3dulos%20Did%E1ticos&n3=Ensino%20M%E9dio&n4=Matem%E1tica&b=s

retângulos sejam semelhantes é suficiente que tenham um ângulo congruente. Isto significa que, tratando-se de proporções em triângulos retângulos, tudo pode ser expresso em termos de um *ângulo*.

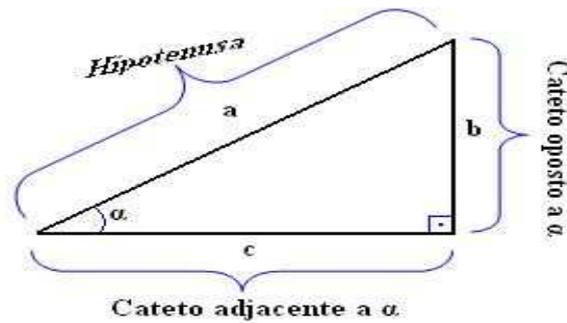
Na figura²², mostramos que, para ambos os triângulos, a relação cateto oposto/hipotenusa é a mesma.



Observe que a *proporcionalidade depende apenas do ângulo e não dos comprimentos*.

Dessa forma, podemos introduzir as funções trigonométricas definidas no triângulo retângulo:

22 <http://www.estudos.de/matematica/HistoriaMatematica/Grecia/Triangle.png>



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}} = \frac{b}{c}$$

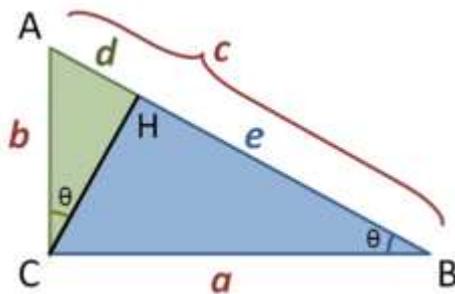
Site desta imagem vimsaber.com.

TEOREMA DE PITÁGORAS²³

O teorema de Pitágoras é uma relação matemática entre os três lados de qualquer triângulo retângulo. Na geometria euclidiana, o teorema afirma que:

Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos.

Demonstração que utiliza o conceito de semelhança: os triângulos ABC, ACH e CBH têm a mesma forma, diferindo apenas pelas suas posições e tamanhos.



Esta demonstração se baseia na proporcionalidade dos lados de dois triângulos semelhantes, isto é: a razão entre quaisquer dois lados correspondentes de triângulos semelhantes é a mesma, independentemente do tamanho dos triângulos.

- Sendo ABC um triângulo retângulo, com o ângulo reto localizado em C, como mostrado na figura.

²³ http://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Pit%C3%A1goras

- Desenha-se a altura com origem no ponto C , e chama-se H sua intersecção com o lado AB .
- O ponto H divide o comprimento da hipotenusa, c , nas partes d e e .
- O novo triângulo, ACH , é semelhante ao triângulo ABC , pois ambos tem um ângulo reto, e eles compartilham o ângulo em A , significando que o terceiro ângulo é o mesmo em ambos os triângulos também, marcado como θ na figura (caso AA).
- Seguindo-se um raciocínio parecido, percebe-se que o triângulo CBH também é semelhante à ABC . A semelhança dos triângulos leva à igualdade das

$$\frac{a}{c} = \frac{e}{a} \quad \text{e} \quad \frac{b}{c} = \frac{d}{b}.$$

razões dos lados correspondentes:

$$a^2 = c \times e \quad \text{e} \quad b^2 = c \times d.$$

Estas relações podem ser escritas como:

$$a^2 + b^2 = c \times e + c \times d = c \times (d + e) = c^2,$$

Somando estas duas igualdades, obtém-se:

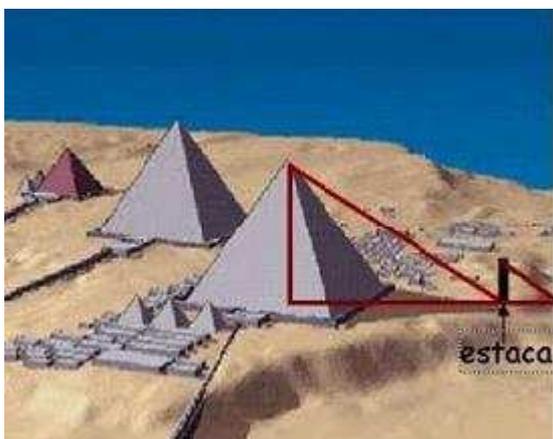
$$a^2 + b^2 = c^2.$$

que, rearranjada, é o teorema de Pitágoras:

TEOREMA DE TALES

Conta a lenda que quando o matemático e filósofo grego Tales (século VI a.C.) chegou ao Egito, os sacerdotes pediram-lhe que averiguasse a altura da pirâmide de Quéops. Tales traçou uma linha no solo, marcando nela sua altura e esperou que sua sombra, projetada pelo sol, ficasse igual à sua altura; nesse momento, mediu a sombra projetada pela pirâmide. O matemático respondeu aos

sacerdotes: "Agora que minha sombra é igual à minha altura, o comprimento da sombra da pirâmide deve coincidir com o comprimento de sua altura". Podemos também medir a altura de edifícios, árvores, postes telefônicos pela sombra que projetam no solo²⁴.

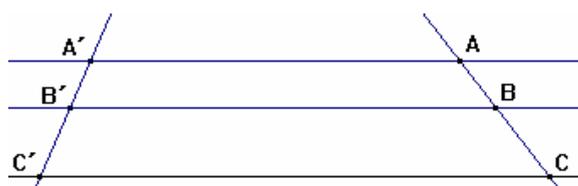


Um dos teoremas centrais no estudo da geometria plana é o chamado “Teorema de Tales”²⁵, cujo enunciado clássico é:

“Se um feixe de retas paralelas é interceptado por duas retas transversais então os segmentos determinados pelas paralelas sobre as transversais são proporcionais”.

Esse teorema que encontra a sua origem na resolução de problemas práticos envolvendo paralelismo e proporcionalidade está no cerne da relação entre o geométrico e o numérico. Ele tem um **papel fundamental na teoria da semelhança** e conseqüentemente na trigonometria onde justifica as definições de seno, cosseno e tangente de um ângulo.

Representação 1:

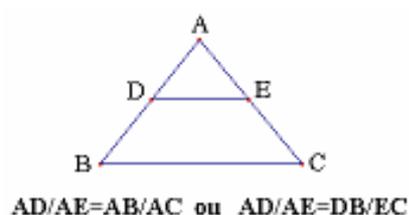


24 <http://www.klickeducacao.com.br/materia/20/display/0,5912,POR-20-92-963-,00.html>

25 http://www.ppgecnm.ccet.ufrn.br/documentos/documento_132.pdf

$$AC/AB=A'C'/A'B'$$

Representação 2:



Em nível do Ensino Fundamental ou Médio, uma opção para demonstrar o teorema de Tales seria a prova incompleta dos pitagóricos que supõe todos os segmentos comensuráveis.

- *Dois segmentos AB e CD são comensuráveis se existem um segmento u e dois inteiros m e n tais que $AB=m.u$ e $CD=n.v$.*

Em geral, os textos didáticos apresentam essa demonstração “escondendo” o caso dos segmentos serem incomensuráveis visto que nesse caso haveria necessidade da construção da reta real e dos números reais.

A demonstração completa está em:

[http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat010392k2/ens22k2/bo
linha/demonstracao_teorema_de_tales.html](http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat010392k2/ens22k2/bolinha/demonstracao_teorema_de_tales.html)

CAPITULO IV

A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

4.1 – Apresentação do Tema e Justificativa

Esta proposta didática trata do ensino de TRIÂNGULOS e foi posta em prática com alunos do Ensino Fundamental – séries finais, especificamente 7ª série (8º ano), da Escola Municipal de Ensino Fundamental Pastor Rodolfo Saenger, em Saporanga, Rio Grande do Sul.

O principal objetivo é ampliar conhecimentos sobre triângulos e estimular o raciocínio lógico e indutivo. O Raciocínio Indutivo permite chegar a conclusões que são generalizações baseadas em observações/experiências. O aluno parte de casos particulares para chegar a conclusões generalizadas. É diferente do Raciocínio dedutivo que exige uma prova formal sobre a validade do argumento.

O tema foi escolhido, considerando sua importância no ensino mais geral, da Geometria e Trigonometria, assim como pela sua visualização no cotidiano e suas múltiplas aplicações.

Para introduzir o assunto, utilizei o vídeo de sensibilização “Diálogo Geométrico”, encontrado no site: [www. Diaadia.pr.gov.br](http://www.Diaadia.pr.gov.br), que trata, por meio de um diálogo entre duas pessoas, das relações entre a Matemática e elementos da natureza, focalizando o conceito de triângulo. Nessa escolha, a expectativa foi despertar a curiosidade e o interesse pelo estudo dos triângulos, utilizando um recurso dinâmico, que, nos dias de hoje, prende a atenção de todos nós, adultos e crianças.

4.1 – Sobre o ensino usual

Sabemos da importância que a Geometria tem na Matemática, porém, segundo estudo realizado por Pirola (1995), o ensino é pouco valorizado, na escola,

sendo um dos últimos assuntos apresentados na maior parte dos livros didáticos. Por esta razão, muitos professores, que têm o hábito de apoiar-se única e exclusivamente nos livros didáticos alegam que não há tempo para trabalhar este conteúdo.

Esta realidade está mudando. Nessa ótica, faço um relato da forma que eu costumo trabalhar com triângulos, em sala de aula.

Na última vez que trabalhei com alunos de 7^a série, o conteúdo sobre triângulos foi abordado a partir do diálogo professor – aluno, quando recordamos alguns conceitos e classificações construídos em séries anteriores. Em seguida, a proposta foi desenhar triângulos utilizando régua e compasso. Propus uma atividade de construção de polígonos com palitos de picolé e percevejos (triângulos, quadrados, pentágonos), em grupo. Logo os alunos começaram a brincar com as construções e não demorou para perceberem que o triângulo não dançava, isto é, não era possível deformá-lo conforme o quadrado e o pentágono. Aproveitei essa oportunidade para questioná-los sobre as construções de casas, portões, etc, e instigá-los a perceber que o triângulo está muito presente, questionando o porquê. Desta conversa, inferimos que é pela estabilidade ou rigidez da figura. Partimos para a definição de triângulos, como polígonos de três lados, supondo que todos conhecessem o conceito de polígono. Também trabalhamos com a importância dos triângulos, classificação e elementos notáveis. Através de construções, trabalhei a condição de existência e a soma dos ângulos internos do triângulo. As atividades sugeridas eram desenhos e problemas relacionados com a condição de existência e os ângulos internos do triângulo. Não dei muita ênfase à classificação de triângulos (os nomes são muito complicados para eles), mas, ao final, eles sabiam identificar os triângulos equilátero, isósceles e retângulo.

Busquei o relato de uma colega, que também já havia trabalhado o assunto: ela iniciou o estudo de triângulos através da observação de gravuras de casas e telhados e de outras figuras geométricas. A seguir, questionou os alunos sobre o porquê do uso dos triângulos, chegando à condição de sustentação. A partir de desenhos, foram trabalhadas a condição de existência, as classificações e as relações existentes entre as suas medidas.

Para ter mais informações sobre o ensino usual, questionei a professora da 7^a

série do ano 2009. A maneira como ela abordou o assunto foi breve, trabalhando apenas a definição, a soma dos ângulos internos e dando maior ênfase ao triângulo retângulo. Ela também trabalhou o desenho, utilizando régua e compasso, mas aprofundou pouco o assunto, em função do pouco tempo que tinha.

Analisei a abordagem de Triângulos em cinco livros didáticos.

Cavalcante, Sosso, Vieira e Poli (Para Saber Matemática, 2006, 7ª série, pg168 a 195) retomam algumas propriedades e características dos triângulos, presentes no livro de 5ª série, e as introduzem, como classificação quanto à medida dos ângulos internos. Também exploram os casos de congruência e propõem atividades que exploram os pontos notáveis do triângulo, desenvolvendo construções com régua, compasso e esquadro, estabelecendo uma relação entre os procedimentos de construção e o conteúdo que está sendo estudado. Apresentam atividades que dão ênfase à memorização dos nomes dos triângulos, duas atividades que aplicam a condição de existência do triângulo, muitas focando os ângulos internos e outras a congruência de triângulos.

Abordando de uma maneira semelhante, Ribeiro e Soares (Construindo Consciências, 2007, 7ª série, pg202 a 221) se diferenciam nas gravuras que apresentam, logo no início da abordagem, e não enfatizam a construção com régua e compasso.

Bonjorno e Ayrton (Matemática Fazendo a Diferença, 2006, 7ª série, pg149 a 177) abordam o assunto apresentando gravuras onde a forma triangular é usada. Sabendo que os triângulos estão presentes em diversas áreas do cotidiano do aluno - construções, móveis, arte e muito mais - e que essa forma já foi estudada nas séries anteriores (5ª série), os autores sugerem a formalização do conhecimento, propondo a identificação de propriedades e a aplicação destas na resolução de situações-problema. Propõem ainda a construção de triângulos (com régua e compasso), sugerindo medidas para os lados e destacando que nem sempre é possível construir triângulos com quaisquer medidas. Aprofundam o assunto, demonstrando a mediana, altura, bissetriz e mediatriz do triângulo, destacando o ponto de encontro de cada segmento. Entre as atividades propostas, está a verificação de triângulos congruentes.

Já Bigode (Matemática Hoje é Feita Assim, 2000, 7ª série, pg85 a 87 e pg222 a 231) é mais breve na abordagem. Primeiramente trabalha com a área do triângulo, demonstrando a fórmula, através do recorte de dois paralelogramos com mesmas medidas, com a decomposição de um deles em dois triângulos através de um corte. Mais adiante, explora o assunto, utilizando dobraduras: define bissetriz de um triângulo, destacando o ponto de encontro; obtém a mediatriz, a mediana e a altura. Trabalha com uma construção com canudinhos, propondo que sejam feitas observações a partir das construções. É notável a preocupação do autor com as construções, não aplicando o conhecimento adquirido apenas em situações problemas, mas também, sugerindo os conceitos e definições a partir da construção.

Dante (Tudo é Matemática, 2004, 7ª série, pg134, pg139 a 151 e pg287 a 297) propõe a inicialização do aluno no raciocínio dedutivo, apresentando, e estimulando-o a fazer, pequenas deduções ou demonstrações lógicas através de uma linguagem simples e a partir de fatos considerados já conhecidos. Trabalha a soma dos ângulos internos de um triângulo a partir de constatação experimental e da aplicação em atividades relacionadas à natureza. A congruência de triângulos é sugerida através de uma atividade de observação e os casos de congruência são apresentados, demonstrados e aplicados em situações problemas. A mediana, bissetriz e altura também são abordadas a partir de construções com régua e transferidor. Mais adiante, o assunto é retomado, quando é explorada a propriedade da desigualdade triangular, trabalhado o transporte de triângulos através de construções com régua, compasso e casos de congruência. O autor ainda sugere que sejam trabalhados os conceitos iniciais de triângulos com o *software Cabri-géomètre* (muito parecido com o *Geogebra*).

Interessante é analisar as definições dadas por estes autores.

Além da pesquisa nos sites, estudei as definições de quatro livros didáticos:

1. DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática – 7ª série**. São Paulo: Ática, 2002.

POLÍGONO: o autor não dá definição de polígono nesta edição, porém consta no livro da 5ª série: é um contorno (linha fechada que não apresenta cruzamentos) formado apenas por segmentos de reta.

TRIÂNGULO: o autor não dá definição de triângulo nesta edição, porém consta no livro da 5ª série: é todo polígono que tem três lados e conseqüentemente, 3 vértices, 3 ângulos.

AVALIAÇÃO: polígono é uma linha.

2. RIBEIRO, Jackson; SOARES, Elizabeth. **Construindo Consciências: matemática 7ª série.** São Paulo: Scipione, 2006.

POLÍGONO: o autor não dá definição de polígono nesta edição, porém consta no livro da 5ª série: são formas geométricas planas cujo contorno é fechado e formado apenas por segmentos de reta que não se cruzam. Cada segmento de reta do contorno representa um lado do polígono.

TRIÂNGULO: é um polígono que tem 3 lados, 3 vértices, 3 ângulos internos e 3 ângulos externos.

AVALIAÇÃO: polígono é a região interna; o autor induz a pensar que ao dizer forma geométrica plana fica implícito que está falando numa região plana, o que não é verdade, pois uma linha poligonal contida no plano também é forma geométrica plana.

3. CAVALCANTE, Luiz G; SOSSO, Juliana; VIEIRA, Fábio; POLI, Edinéia. **Para saber matemática – 7ª série.** São Paulo: Saraiva, 2006.

POLÍGONO: o autor não dá definição de polígono, apenas fala sobre as diagonais de um polígono. A definição de polígono é apresentada no livro de 5ª série – Os polígonos são formas geométricas planas cujo contorno é fechado e formado apenas por segmentos de reta que não se cruzam. Esses segmentos de reta são os lados do polígono. EX: triângulo, quadriláteros, pentágonos, hexágonos, heptágono.

TRIÂNGULO: é um polígono que tem três lados, 3 vértices, 3 ângulos internos e 3 ângulos externos.

AVALIAÇÃO: idêntico ao livro anterior.

4. BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática: fazendo a diferença - 7ª série.** São Paulo: FTD, 2006.

POLÍGONO: é uma figura plana limitada por uma linha poligonal fechada

simples. Ex: triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono.

TRIÂNGULO: é um polígono de três lados.

AVALIAÇÃO: introduz a noção de linha poligonal fechada simples.

Dos livros analisados, exceto o de Dante, nenhum aplica as definições e as propriedades em situações-problemas, relacionados com o cotidiano do aluno. Porém, todos focalizam a construção do triângulo, mostrando intenção de desenvolver no aluno a capacidade de investigação na busca de resultados.

Percebo que, realmente, a Geometria é um dos últimos assuntos apresentados, o que não a desvaloriza, visto que o ensino deveria ser trabalhado continuamente em todas as séries.

4.3 – Análises prévias: Dificuldades de aprendizagem

Para esta análise, questionei 28 alunos de uma turma que havia estudado, no ano anterior (2009), na sétima série.

A maioria definiu triângulo como sendo um polígono que possui três lados. Três alunos responderam que *é uma figura geométrica de três lados iguais*". Outros três responderam que é um polígono de *"três partes"* ou *"três retas"*.

Nenhum aluno explicou o que é polígono.

Quando questionei sobre o que eles haviam aprendido sobre este polígono, as respostas foram unânimes: *quase nada*. Outros disseram que aprenderam que *existem vários tipos de triângulos*, não especificando quais eram os outros tipos.

O que pude observar, com relação às dificuldades dos alunos ao estudarem triângulos, tanto pelas respostas ao questionário, quanto pela fala da professora titular do ano anterior, é que, para uma parte dos alunos, os conceitos não ficaram claros, estão confusos ou são utilizados conceitos que não se enquadram na definição solicitada.

Além disso, a falta de tempo para aprofundar o assunto afetou a

aprendizagem efetiva desses alunos.

4.4 – Estudo teórico

Pirola (1995) apresenta uma dissertação em que trata do estudo sobre a formação dos conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos de 1º grau (nível fundamental). O objetivo desse trabalho é analisar o conceito de triângulo e paralelogramo de maneira mais ampla, em termos dos atributos definidores, e da presença de exemplos e não exemplos.

O autor explica (pag. 30) que um conceito é uma informação ordenada sobre as propriedades de uma coisa, que torne possível diferenciá-la de outras coisas ou relacioná-la com outras coisas. Estas propriedades são, para ele, os objetos, “atributos definidores”. Classifica os atributos definidores (pag. 32).

Os atributos definidores do conceito podem ser classificados em:

- Intrínseco: Refere-se às propriedades invariantes do conceito, aquelas que são observadas. Exemplo: todos os atributos do triângulo.
- Funcional: Refere-se à aplicação (para que serve?). No caso do triângulo, uma de suas aplicações é reforçar portões, já que é uma figura rígida.
- Relacional: Diz respeito à relação entre os aspectos invariantes do conceito. Exemplo: O lado oposto ao ângulo reto em um triângulo retângulo é a hipotenusa.

A questão que dá origem à pesquisa é: **alunos de séries mais adiantadas do 1º grau conseguem definir o conceito de triângulo e paralelogramo em termos de seus atributos definidores, exemplos e não exemplos de forma mais completa que alunos de séries menos adiantadas?**

Antes de responder a questão, o autor faz um estudo sobre o conteúdo a ser estudado e apresenta conceitos matemáticos do triângulo e do paralelogramo. Define uma figura poligonal aberta e fechada, simples e não simples. A partir daí, apresenta a definição de polígono com exemplos e contraexemplos, os tipos de polígono e sua classificação quanto ao número de lados em regulares e irregulares.

Encontramos as definições (pag. 42).

Definição (Poligonal). Uma *poligonal* é uma figura plana formada por uma sequência de pontos A_1, A_2, \dots, A_n ($n \geq 3$), todos distintos, e pelos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$. Os pontos são os *vértices* da poligonal e os segmentos são os seus *lados*.

Quando $A_n \neq A_1$, dizemos que a poligonal é aberta.

Se $A_n = A_1$, dizemos que a poligonal é fechada.

Uma poligonal é simples se não houver cruzamento entre seus lados. Caso contrário, é não simples.

Definição (Polígono). Um *polígono* é uma poligonal com as seguintes propriedades:

(a) $A_n = A_1$ (ela é fechada)

(b) os lados se interceptam somente em suas extremidades.

(c) dois lados com a mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta.

Na pag. 45:

Polígono é uma figura geométrica formada por uma linha poligonal fechada simples e pela região limitada por esta linha.

Daí vem a definição de triângulo:

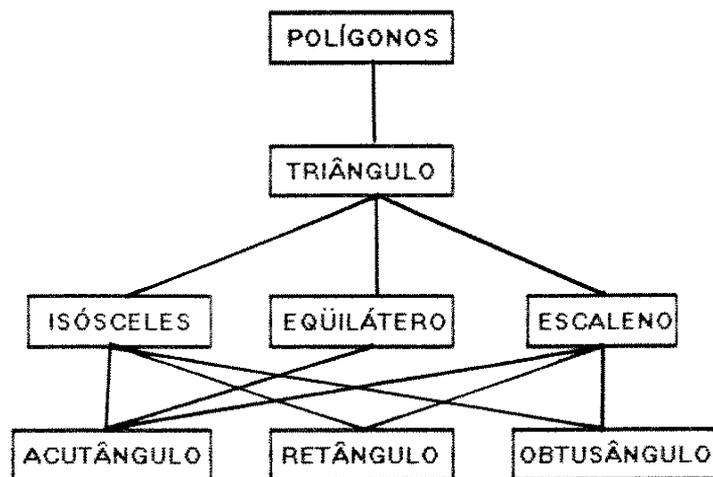
Na pag. 46:

Triângulo é um polígono três lados.

O autor sugere (pag. 34):

Um conceito não deve ser fornecido ao aluno desvinculado de outros conceitos que estão na mesma classe. Ao se ensinar o conceito de triângulos e sua classificação, este deve ser relacionado com outras figuras que pertencem à mesma classe, que é a dos Polígonos (conceito mais geral).

Nesta perspectiva, está o seguinte quadro para estudo do triângulo (pag. 105).



O autor faz uma análise das pesquisas realizadas por diversos autores, descrevendo os artigos que considera mais significativos em relação a dois aspectos: NÍVEIS DE APRENDIZAGEM e APRENDIZAGEM DE CONCEITOS.

Após, desenvolve uma proposta para o ensino de conceitos em sala de aula, enunciando alguns aspectos sobre o procedimento do professor. Esta proposta é apenas sugestão, que deve ser combinada com outros tipos de materiais (jogos, manipulação e confecção de materiais concretos, etc...) para se obter uma aprendizagem mais significativa.

Em análise estatística, ficaram evidentes diferenças significativas entre as séries em termos dos atributos definidores e dos exemplos e não exemplos.

A partir dessa análise, conclui que:

- alunos em séries mais adiantadas tiveram um desempenho inferior em relação as séries menos adiantadas, o que mostra que a série não é o melhor parâmetro para estabelecer o grau de aprendizagem dos alunos e o nível no qual esses alunos se encontram, em relação aos conceitos de triângulos e paralelogramos em termos de atributos definidores;
- a geometria está sendo processada sem uma maior preocupação com a aprendizagem significativa dos conceitos, evidenciando que, muitas vezes, os alunos calculam áreas e perímetros, sem conhecer os atributos e exemplos e não exemplos diferenciados das figuras, trabalhando apenas com fórmulas memorizadas e problemas;
- os resultados dessa pesquisa não podem ser generalizados para todas as escolas, mas estes e outros procedimentos deveriam fazer parte de um estudo que envolvesse um maior número de sujeitos e grupos, possibilitando uma maior generalização dos resultados.

4.5 – PROJETO PEDAGÓGICO DE ENSINO

Apresentação:

Este projeto pedagógico foi aplicado na disciplina de Matemática e teve como foco o ensino de Triângulos, para alunos da 7ª série do ensino fundamental. A prática ocorreu na EMEF Pastor Rodolfo Saenger, no município de Sapiranga, com início em 07 de junho de 2010 e com duração prevista para 8 períodos, ou seja, 400 minutos.

Objetivo Geral/justificativa.

O principal objetivo desse planejamento é levar o aluno a formar significativamente o conceito de triângulo, classificando-os e estabelecendo propriedades.

A escolha do tema baseou-se nas importantes aplicações práticas dos triângulos, presente na natureza, nas artes e na arquitetura. Considerei a ideia que consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais: *“os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.”*(PCN: Matemática, 1998, pg51).

O propósito deste projeto foi contribuir de forma efetiva no processo de ensino aprendizagem dos meus alunos, para isto utilizando diferentes métodos e recursos – vídeo, software, material concreto, instrumentos de medida, jogos - que conduzam à construção do conhecimento sobre triângulo.

Atividades e Estratégias de Ensino:

As aulas seguirão a seguinte dinâmica:

Tabela 1 – Plano de aula para o estudo dos triângulos

Objetivo/hipóteses a serem atendidas	Atividade	Estratégias e recursos
Introduzir a discussão sobre o tema Triângulos.	* Assistir ao vídeo “Diálogo Geométrico”. * Discussão no grande grupo	* Propor aos alunos a visualização do vídeo. * Os alunos deverão comentar sobre o vídeo (O que mais chamou sua atenção? Qual o assunto principal do vídeo? Após assistir ao filme, o que você conclui?). Eles deverão, ainda, responder quais as figuras geométricas que aparecem no vídeo e o que sabem sobre triângulos (As respostas serão por escrito e após debatidas).
Contrapor as noções intuitivas e matemáticas dos alunos sobre triângulos. Verificar os conceitos que os alunos têm sobre o tema.	Identificar triângulos	Os alunos deverão, a partir de exemplos e contra exemplos, identificar os triângulos. Serão mostrados algumas figuras geométricas construídas de recortes (3 tipos de triângulos, quadrados, trapézios, retângulos, losangos e paralelogramos).
Contrapor as noções intuitivas e matemáticas dos alunos sobre triângulos. Verificar os conceitos que os alunos têm sobre o tema.	Identificar triângulos	Os alunos deverão, a partir de exemplos e contra exemplos, identificar os triângulos. Serão mostrados algumas figuras geométricas construídas de recortes (3 tipos de triângulos, quadrados, trapézios, retângulos, losangos e paralelogramos).
Reconhecer a importância do triângulo no cotidiano e verificar sua rigidez experimentalmente.	Construir e deformar polígonos	Propor aos alunos a construção de 4 tipos de figuras geométricas (triângulo, quadrado, pentágono, hexágono) com palitos de picolé e

		percevejos. Após a construção, propor a deformação dos polígonos para que assumam outras formas. Discutir conclusões (os alunos irão perceber que apenas o triângulo não pode ser deformado, ou seja, é um polígono rígido, o que justifica sua presença em pontes, antenas de comunicações, torres, armações de telhados,...)
Definir triângulos, reconhecer os elementos principais de um triângulo; classificar os triângulos quanto à medida de seus lados e quanto a seus ângulos; construir triângulos geometricamente e verificar a desigualdade triangular.	Registrar e aplicar os conceitos	Os alunos deverão registrar no caderno os principais conceitos sobre triângulos (elementos, classificação) Utilizando régua e compasso, construir alguns triângulos. Com esta atividade eles deverão se dar conta de que nem sempre é possível construir triângulos com quaisquer medidas.
Compreender a relação entre as medidas dos ângulos internos do triângulo.	<p>* Construir um triângulo qualquer, identificar os ângulos internos e recortar os ângulos</p> <p>* Verificar, com a ferramenta do <i>geogebra</i> a soma dos ângulos internos de diversos triângulos diferentes</p>	<p>* Os alunos irão construir um triângulo qualquer, recortá-lo, pintar e recortar os ângulos internos e colar os ângulos lado a lado (neste momento eles deverão concluir que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°).</p> <p>* Os alunos irão manipular os triângulos construídos previamente por mim e verificar a soma dos ângulos internos de cada polígono.</p>
Conhecer os casos de congruência e aplicar em situações-problema.	<p>* Identificar triângulos congruentes</p> <p>* Verificar, através do</p>	* A partir da comparação de triângulos os alunos irão perceber a congruência de triângulos. Em seguida, deverão registrar os casos de

	<i>geogebra</i> , os casos de congruência dos triângulos	congruência e aplicá-los em situações problemas. * Propor aos alunos que manipulem as figuras, construídas previamente, comparem e identifiquem os casos de congruência dos triângulos.
Reconhecer triângulos semelhantes a partir dos casos de congruência e desenvolver habilidades mnemônicas.	Confeccionar e jogar o jogo “Memória dos Triângulos Semelhantes”	Os alunos irão confeccionar fichas com pares de triângulos semelhantes. Após explicação das regras do jogo, irão aplicar o conhecimento adquirido para jogá-lo.

Hipóteses/ Pressupostos

Antes da prática, elaborei hipóteses.

Acredito que os alunos:

- HIPÓTESE 1 – sintam-se motivados com o vídeo e, a partir dele, participem efetivamente da aula dando opiniões e fazendo perguntas;
- HIPÓTESE 2 – aceitem de maneira satisfatória o desenvolvimento dos trabalhos, demonstrando interesse e entusiasmo;
- HIPÓTESE 3 – tenham algum conhecimento sobre triângulos tais como, ser polígono que possui três lados, três ângulos internos e vértices, da 5ª série;
- HIPÓTESE 4 – sintam-se motivados a manipular, comparar e descobrir semelhanças e diferenças entre certos polígonos, principalmente o triângulo;
- HIPÓTESE 5 – saibam usar compasso e régua;
- HIPÓTESE 6 – sintam-se estimulados a fazer pequenas deduções e generalizações lógicas;

- HIPÓTESE 7 – tenham, ao final do trabalho, uma formação significativa dos conceitos e propriedades dos triângulos;
- HIPÓTESE 8 – tenham atitudes de convívio social, a partir das atividades, vivenciando experiências de cooperação, trocando informações e auxiliando uns aos outros.

Estratégias para a coleta de dados

Para validar as hipóteses, fotografei os alunos em cada momento do plano, coletei o material escrito por eles e anexei os desenhos e fichas de avaliação sobre desenvolvimento da aula, desempenho de alunos e professor.

A experiência didática e sua análise

Descrição da prática

1º MOMENTO E 2º MOMENTO (10 de junho – 2 períodos = 100 min)

Iniciei a aula, levando os alunos para o laboratório de informática, onde estava instalado o projetor para exibição do filme “diálogo geométrico”. Os alunos ficaram atentos à exibição e, ao final, pediram para rever o vídeo, pois havia algumas informações que não haviam ficado bem claras.

Ao final, realizei com eles uma atividade sobre o conteúdo do vídeo. Consistiu em responder as questões que seguem abaixo e, em seguida, trocar ideias sobre as informações adquiridas. Neste momento obtive participação ativa da maioria dos alunos.

ESCOLA MUNICIPAL DE ENS. FUND. PASTOR RODOLFO SAENGER

NOME: _____

PROF^a Kátia Alves

MATEMÁTICA

7^a SÉRIE

TURMA: _____

DATA ___/___/___ **2º TRIM.**

AVALIAÇÃO DO FILME “DIÁLOGO GEOMÉTRICO”

• Qual o assunto principal do vídeo? _____

• O que mais chamou sua atenção? _____

• Quais são as figuras geométricas que aparecem no vídeo? _____

• O que você sabe sobre os triângulos? _____

• Após assistir ao filme, o que você conclui? _____

Após troca de ideias, aproveitei o projetor e exibi os polígonos (ver figuras 1, 2, 3 e 4) para que os alunos demonstrassem o que sabiam a respeito do assunto. Neste momento, eles deveriam classificar as figuras preenchendo o quadro abaixo (Quadro 1).

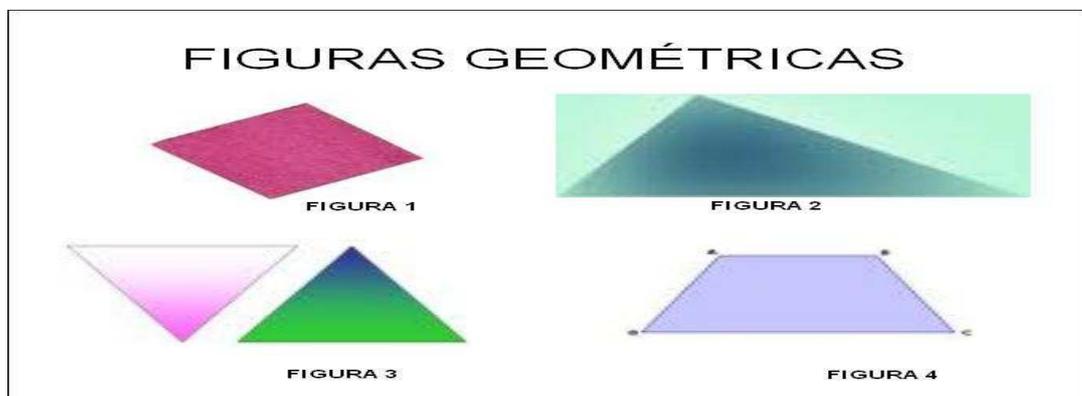


FIGURA 1

FIGURAS GEOMÉTRICAS



Figura 1



Figura 2



FIGURA 5



FIGURA 6



FIGURA 7



FIGURA 8

FIGURA 2

FIGURAS GEOMÉTRICAS



FIGURA 9

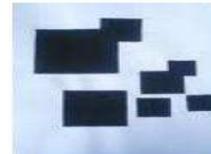


FIGURA 10



FIGURA 11

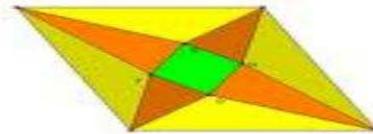


FIGURA 12

FIGURA 3

FIGURAS GEOMÉTRICAS



FIGURA 13



FIGURA 14

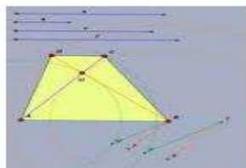


FIGURA 15

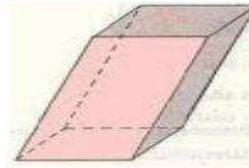


FIGURA 16

FIGURA 4

Quadro 1 – Atividades para identificar figuras geométricas

<p>ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PASTOR RODOLFO SAENGER</p> <p>NOME: _____</p> <p>PROF^a Kátia Alves MATEMÁTICA 7ª SÉRIE T: _____ DATA ___/___/___ 2º TRIM.</p> <p style="text-align: center;">IDENTIFICANDO FIGURAS GEOMÉTRICAS</p> <p>Observe atentamente cada uma das figuras e classifique-as como: (1) triângulo, (2) quadrado, (3) trapézio, (4) retângulo, (5) losango ou (6) paralelogramo.</p> <p>FIGURA 1 () FIGURA 5 () FIGURA 9 () FIGURA 13 ()</p> <p>FIGURA 2 () FIGURA 6 () FIGURA 10 () FIGURA 14 ()</p> <p>FIGURA 3 () FIGURA 7 () FIGURA 11 () FIGURA 15 ()</p> <p>FIGURA 4 () FIGURA 8 () FIGURA 12 () FIGURA 16 ()</p>

QUADRO1

3º MOMENTO E 4º MOMENTO (11 de junho – 2 períodos = 100 min)

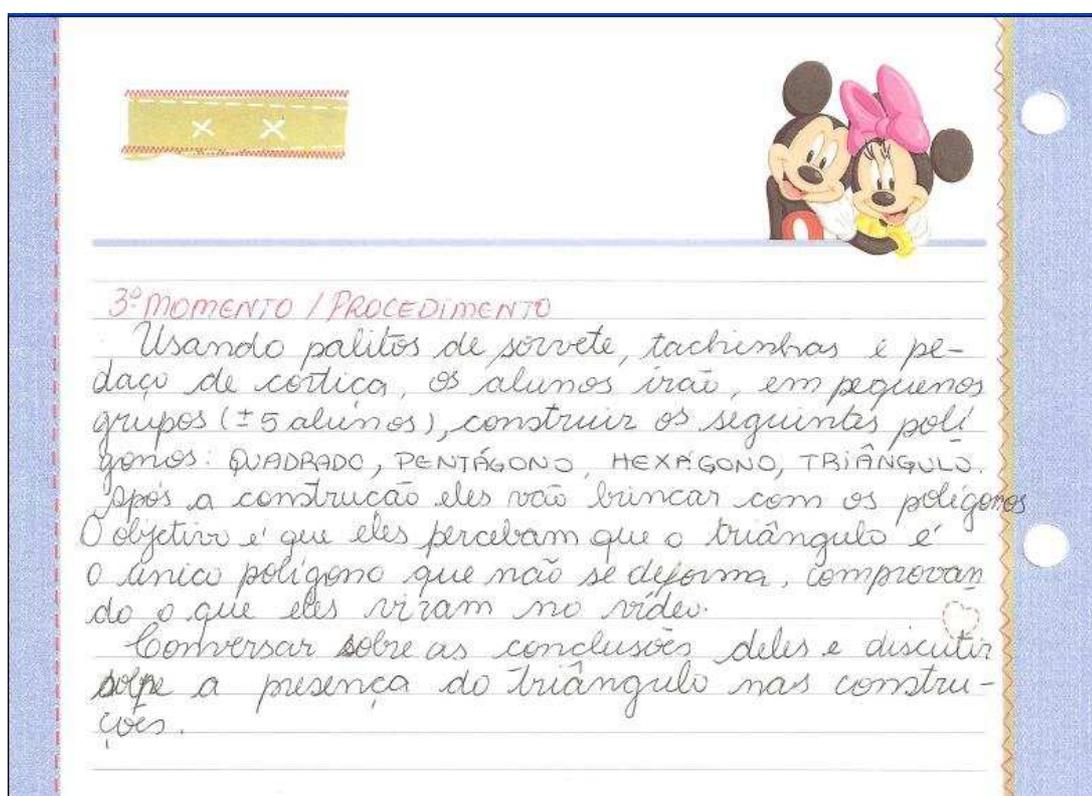
Dando continuidade ao plano, propus a construção, com palitos de picolé e percevejos, das seguintes figuras geométricas: triângulo, quadrado, pentágono e hexágono. Após a construção, propus que deformassem os polígonos construídos, visando sua percepção quanto à rigidez do triângulo. Escutando-os, percebi que alguns lembraram, do vídeo visto na aula anterior, que falava do quanto os triângulos são importantes e porque são utilizados em estruturas do cotidiano. Em seguida, eles responderam algumas questões referentes à atividade realizada (Quadro 2).

Quadro 2 – Atividades referente a construção de polígonos

<p>ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PASTOR RODOLFO SAENGER</p> <p>NOME: _____</p> <p>PROF^a Kátia Alves MATEMÁTICA 7ª SÉRIE T: _____ DATA ___/___/___ 2º TRIM.</p> <p style="text-align: center;">ATIVIDADE REFERENTE A CONSTRUÇÃO DOS POLÍGONOS</p> <p>Movimente os polígonos construídos, observe e responda:</p> <ul style="list-style-type: none">•A partir do quadrado é possível formar outros polígonos? Em caso afirmativo, quais?•A partir do pentágono, que outros polígonos podemos formar?•Como foi possível formar os polígonos que você citou acima?•A partir do triângulo é possível formar outro polígono? Justifique.•Quantos e quais são os polígonos que podemos formar a a partir do hexágono?
--

QUADRO2

Após o momento supracitado distribuí aos educandos informações registradas sobre triângulos (definição, elementos principais e classificação quanto aos lados e ângulos), propus a discussão das mesmas e então solicitei que aplicassem o conhecimento adquirido na resolução de algumas atividades (ver no plano de aula abaixo).

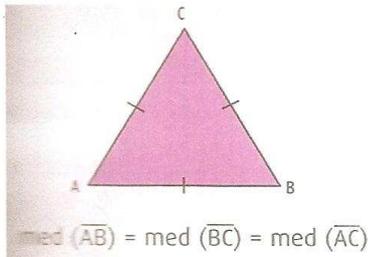


3º MOMENTO / PROCEDIMENTO

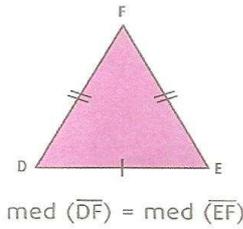
Usando palitos de sorvete, tachinhas e pedaço de cortiça, os alunos irão, em pequenos grupos (± 5 alunos), construir os seguintes polígonos: QUADRADO, PENTÁGONO, HEXÁGONO, TRIÂNGULO.

Após a construção eles vão brincar com os polígonos. O objetivo é que eles percebam que o triângulo é o único polígono que não se deforma, comprovando o que eles viram no vídeo.

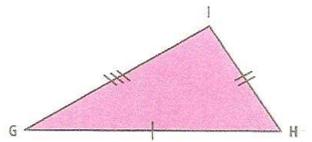
Conversar sobre as conclusões deles e discutir sobre a presença do triângulo nas construções.



Equilátero – triângulo que tem os lados com medidas iguais.



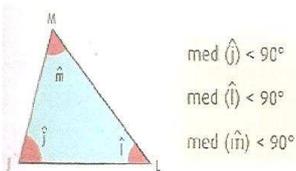
Isósceles – triângulo que tem pelo menos dois lados iguais.



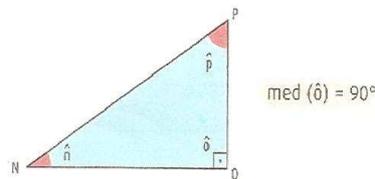
$\text{med}(\overline{GH}) \neq \text{med}(\overline{HI}) \neq \text{med}(\overline{IG})$

Escaleno – triângulo que tem os três lados com medidas diferentes.

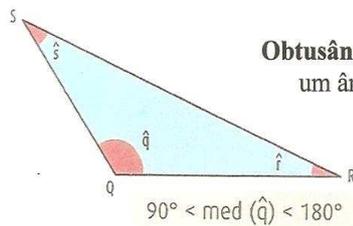
• **Quanto às medidas dos ângulos:**



Acutângulo – triângulo que tem os três ângulos internos agudos.



Retângulo – triângulo que tem um ângulo reto.

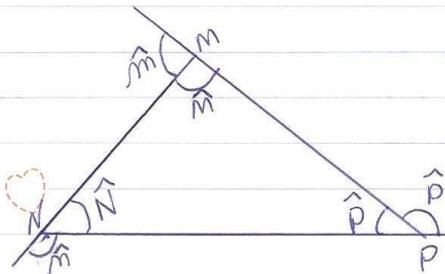


Obtusângulo – triângulo que tem um ângulo obtuso.



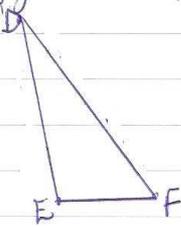
Exercícios

1) Observe o triângulo e identifique:

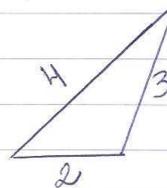
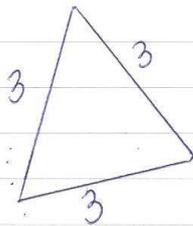


- a) os vértices
- b) os lados
- c) os ângulos internos
- d) os ângulos externos

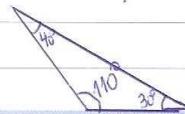
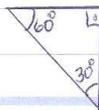
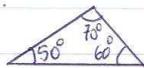
2) No $\triangle DEF$ da figura, identifique o lado oposto ao ângulo E . Qual é sua medida em milímetros?



3) Dados os triângulos, classifique-os quanto aos lados:



4) Dados os triângulos, classifique-os quanto aos ângulos:

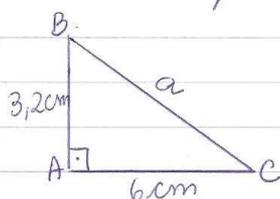


tilibra

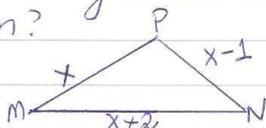


4) Num triângulo isósceles, a medida de um lado é o dobro da medida da base. Se o perímetro desse triângulo é 12 cm, quanto medem seus três lados?

5) O semi-perímetro (metade de perímetro) do triângulo retângulo da figura é 8 cm. Qual é a medida da hipotenusa?

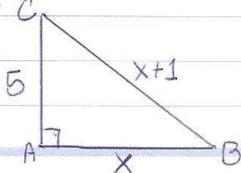


6) No triângulo escaleno da figura, as medidas são expressas em cm. Se o perímetro desse triângulo é 25 cm, quanto seus lados medem?



7) Dois lados de um triângulo medem, respectivamente, 3,1 cm e 4,3 cm. Calcule a medida do terceiro lado, sabendo que o perímetro do triângulo é 11,7 cm. Como você classificaria quanto aos lados?

8) Determine as medidas do cateto maior e da hipotenusa no triângulo ABC, sabendo que seu perímetro é 30. c



tilibra

© DISNEY

5º MOMENTO (17 de junho – 2 períodos = 100 min)

Seguindo o plano, após correção das atividades propostas, solicitei o desenho, com régua e compasso, de alguns triângulos com medida dos lados pré estabelecidos. O objetivo desta atividade foi verificar se os alunos sabiam usar os instrumentos e investigar sua percepção quanto à condição de existência dos triângulos. Propus ainda algumas atividades de aplicação desta condição.

Durante a realização dos trabalhos percebi que alguns alunos tiveram dificuldade em utilizar o compasso e outros, desenharam os triângulos utilizando apenas a régua e então diziam que não conseguiam formar o triângulo com aquelas medidas. Expliquei que era necessária a utilização do compasso, pois ele iria determinar exatamente onde seria o outro vértice do triângulo e assim daria certo.

6º MOMENTO (18 e 21 de junho – 3 períodos = 150 min)

Para falar da relação entre as medidas dos ângulos internos do triângulo, levei os alunos ao laboratório de informática e propus a manipulação da imagem do triângulo construído por mim no *geogebra* (figura 5). Eles deveriam seguir as orientações e preencher a tabela proposta abaixo e, em seguida, responder as atividades 2 e 3 (Quadro 3).

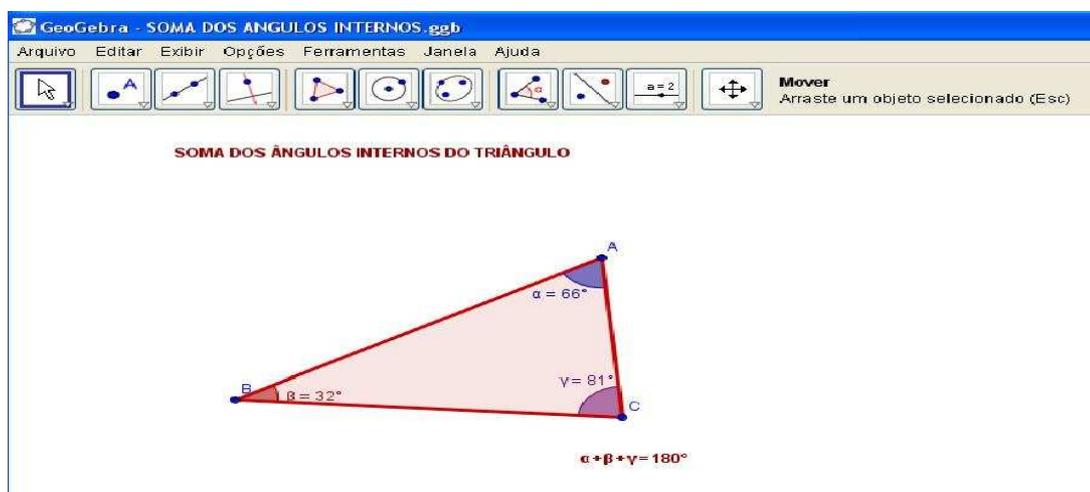


FIGURA 5

Quadro 3 – Atividade referente a soma dos ângulos internos do triângulo

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PASTOR RODOLFO SAENGER

PROFESSORA KÁTIA ALVES DA SILVA MATEMÁTICA DATA ___/___/___

ALUNO(S): _____

ATIVIDADE 1: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DOS TRIÂNGULOS – Complete a tabela abaixo:

TIPO DE TRIÂNGULO	MEDIDA DOS ÂNGULOS INTERNOS			SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS
	α	β	γ	$\alpha + \beta + \gamma$
Escaleno	20	30		
Retângulo	60			
Equilátero	60			
Isósceles	84	84		
Isósceles		72		
Retângulo				
Escaleno				
Isósceles				
Isósceles				
Escaleno				

ATIVIDADE 2: O que você conclui após realizar a atividade 1?

ATIVIDADE 3: Dê a sua opinião sobre a aula de hoje?

QUADRO 3

Como eles trabalharam em duplas, logo perceberam que a soma era sempre 180 graus e logo generalizaram, afirmando que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180 graus.

Propus aos alunos, após atividade no laboratório de informática, a construção de um triângulo qualquer em um papel. Solicitei que eles pintassem os ângulos internos, os recortassem e os colassem de modo que se sobreponham a uma linha horizontal e os vértices coincidam, a fim de confirmar o que haviam concluído ao

manipular o triângulo na atividade anterior: “a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° ”. Discutimos as conclusões após realização das atividades. Eles registraram as informações e as aplicaram em algumas atividades que foram, logo após, corrigidas.

7º MOMENTO (25 de junho – 2 períodos = 100 min)

Para trabalhar os casos de congruência de triângulos propus a observação de alguns triângulos expostos no quadro (ver foto 1). Esses triângulos foram construídos por mim e eles estavam em posições diferentes. Questionei quanto à semelhança existente entre as figuras expostas e, neste momento, os alunos deveriam perceber que alguns pares de triângulos eram semelhantes, pois apresentavam lados ou ângulos iguais. Falei que triângulos com estas características são chamados de triângulos congruentes. Trabalhei cada caso de congruência, mostrando-os através das figuras e sobreposição das mesmas. Em seguida, os alunos registraram no caderno os casos de congruência, exemplificando e realizando atividades de aplicação dos casos. Como não consegui horário disponível no laboratório de informática, não pude propor aos alunos a manipulação dos triângulos para que eles comparassem e identificassem os casos de congruência.



FIGURA 6 – FOTO 1

8º MOMENTO (1º e 02 de julho – 3 períodos = 150 min)

Após correção das atividades, propus aos alunos a confecção do jogo de memória. Percebi neste momento que alguns alunos não têm capricho ao recortar e nem habilidade com a tesoura. Após conclusão do trabalho, disponibilizei um tempo para que eles jogassem (ver foto 2). Por não conseguir disponibilidade de horário no laboratório de informática, não pude proporcionar a ação de manipulação, comparação e identificação dos casos de congruência no computador, porém, deixei que desenvolvessem, mais um pouco, habilidades mnemônicas com o jogo de memória dos casos de congruência dos triângulos.



FIGURA 7 – FOTO 2

Análise das hipóteses

HIPÓTESE 1 – espera-se que os educandos sintam-se motivados com o vídeo e, a partir dele, participem efetivamente da aula dando opiniões e fazendo perguntas;

Observei que o vídeo motivou os alunos, tanto é que pediram repetição da exibição do mesmo. Durante a exibição os alunos estavam atentos e curiosos com as imagens que apareciam (foto 3 e 4). Através da avaliação feita pelos alunos (figura 10, 11, 12, 13 e 14), percebi que este momento foi diferente e que, para a maioria, foi bom, pois sai da rotina de sala de aula.



FIGURA 8 – FOTO 3



FIGURA 9 – FOTO 4

<p>6. Qual sua opinião sobre o uso de vídeo nas aulas de matemática? _____ <i>show temos que fazer mais</i></p>	<p>FIGURA 10</p>
<p>Qual sua opinião sobre o uso de vídeo nas aulas de matemática? _____ <i>Eu acho importante para o aprendizado, e também para mudar a rotina.</i></p>	<p>FIGURA 11</p>
<p>Qual sua opinião sobre o uso de vídeo nas aulas de matemática? _____ <i>Acho muito bom, porque as aulas ficam mais divertidas e tem prazer em aprender.</i></p>	<p>FIGURA 12</p>
<p>Qual sua opinião sobre o uso de vídeo nas aulas de matemática? _____ <i>Eu acho muito bom para o aprendizado dos alunos pois é uma forma que a gente gosta e que querde.</i></p>	<p>FIGURA 13</p>
<p>6. Qual sua opinião sobre o uso de vídeo nas aulas de matemática? _____ <i>Eu acho muito legal, por que é sempre bom fazer algo diferente.</i></p>	<p>FIGURA 14</p>

HIPÓTESE 2 – espera-se que os educandos aceitem de maneira satisfatória o desenvolvimento dos trabalhos, demonstrando interesse e entusiasmo;

A exibição do vídeo superou as expectativas, a participação da maioria dos alunos foi efetivamente satisfatória. Eles participaram dos demais momentos mais empolgados e curiosos (foto 5 e 6) para saber o que ainda iam ver.

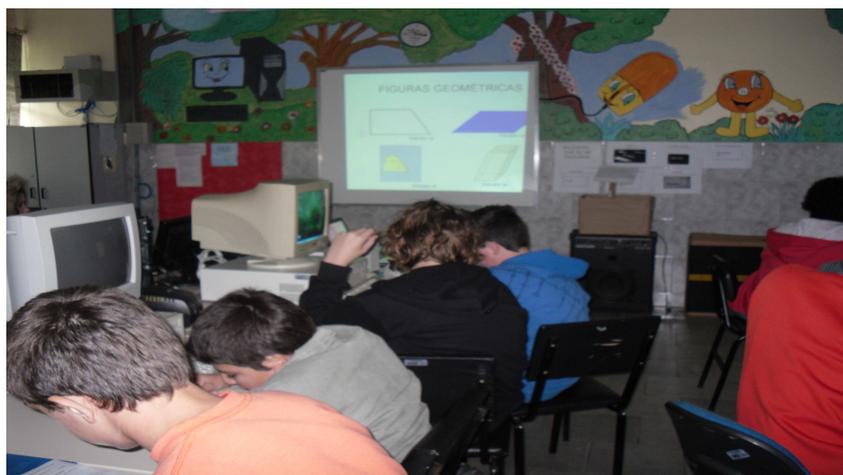


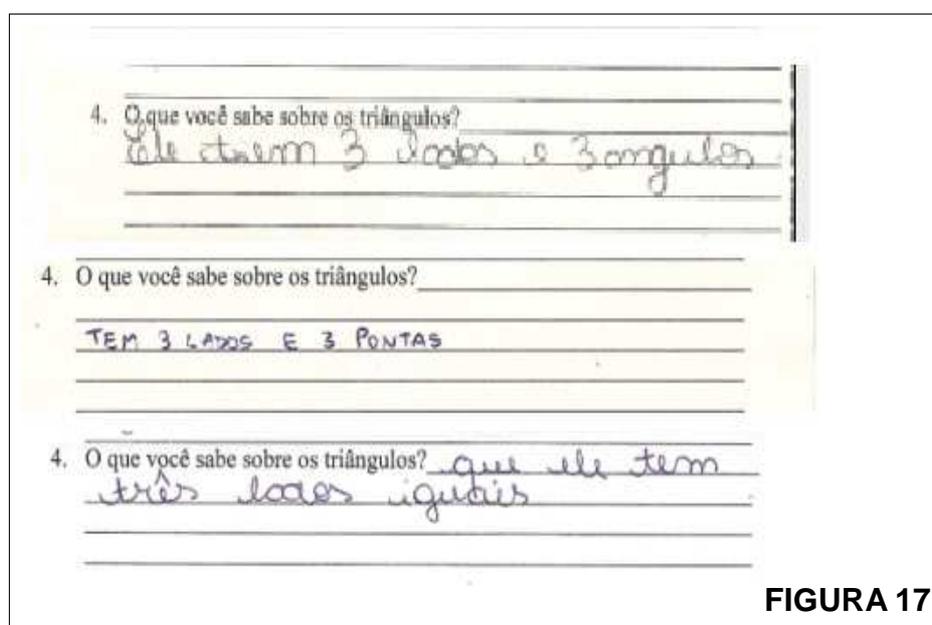
FIGURA 15 – FOTO 5



FIGURA 16 – FOTO 6

HIPÓTESE 3 – espera-se que os educandos tenham algum conhecimento sobre triângulos tais como: polígono que possui três lados, três ângulos internos e vértices;

Ao avaliar a resposta dos alunos quanto a pergunta: “O que você sabe sobre os triângulos”, percebi que para todos eles ficou claro que é um polígono com três lados, porém, eles não se referem ao triângulo como polígono e nem como figura, apenas respondem que tem três lados. Alguns definem como tendo três lados iguais, demonstrando que o vídeo não foi muito esclarecedor ou que não tiveram nenhum conhecimento sobre este polígono anteriormente. A grande maioria sabe que o triângulo é uma figura geométrica muito importante e que além de ter três lados, possui três ângulos. O que me chamou a atenção foi que apenas um aluno citou que o triângulo tem três vértices, mas não usou a palavra vértice e sim pontas. Segue em anexo, algumas respostas dos alunos, inclusive aquelas que falam nas três pontas e nos três ângulos iguais (Figura 17).



HIPÓTESE 4 – espera-se que os educandos sintam-se motivados a manipular, comparar e descobrir semelhanças e diferenças de certos polígonos, principalmente o triângulo;

Quanto a manipulação, os alunos fizeram apenas em triângulos para observar que a soma dos ângulos internos é 180° , o que fizeram de maneira satisfatória e empolgante, concluindo que realmente a soma dos ângulos internos é 180° .

Os alunos tiveram a oportunidade de observar e comparar polígonos que

foram expostos através do *power point* (figura 1, 2, 3 e 4) e, em seguida, classificaram as figuras. Percebi que a maioria sabe a diferença entre triângulos, quadrados e retângulos (figura 18), porém, há pequenas dificuldades em diferenciar losango e paralelogramo, apresentando algumas confusões (figura 19 e 20).

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PASTOR RODOLFO SAENGER
 NOME: WIS CA VADIA
 PROFª Kátia Alves MATEMÁTICA 7ª SÉRIE T. 212 DATA 20/06/10 2º TRIM

IDENTIFICANDO FIGURAS GEOMÉTRICAS

Observe atentamente cada uma das figuras e classifique-as como: (1) triângulo, (2) quadrado, (3) trapézio, (4) retângulo, (5) losango ou (6) paralelogramo.

FIGURA 1 (5) FIGURA 5 (1) FIGURA 9 (5) FIGURA 13 (6)
 FIGURA 2 (6) FIGURA 6 (2) FIGURA 10 (2) FIGURA 14 (3)
 FIGURA 3 (1) FIGURA 7 (5) FIGURA 11 (4) FIGURA 15 (6)
 FIGURA 4 (3) FIGURA 8 (3) FIGURA 12 (3) FIGURA 16 (3)

FIGURA 18

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PASTOR RODOLFO SAENGER
 NOME: Diana Pálio
 PROFª Kátia Alves MATEMÁTICA 7ª SÉRIE T. 712 DATA 20/06/10 2º TRIM

IDENTIFICANDO FIGURAS GEOMÉTRICAS

Observe atentamente cada uma das figuras e classifique-as como: (1) triângulo, (2) quadrado, (3) trapézio, (4) retângulo, (5) losango ou (6) paralelogramo.

FIGURA 1 (2) FIGURA 5 (1) FIGURA 9 (3) FIGURA 13 (5)
 FIGURA 2 (3) FIGURA 6 (2) FIGURA 10 (2) FIGURA 14 (2)
 FIGURA 3 (4) FIGURA 7 (5) FIGURA 11 (4) FIGURA 15 (6)
 FIGURA 4 (5) FIGURA 8 (6) FIGURA 12 (6) FIGURA 16 (3)

FIGURA 19

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PASTOR RODOLFO SAENGER
 NOME: JAVANA
 PROFª Kátia Alves MATEMÁTICA 7ª SÉRIE T. 712 DATA / / 2º TRIM

IDENTIFICANDO FIGURAS GEOMÉTRICAS

Observe atentamente cada uma das figuras e classifique-as como: (1) triângulo, (2) quadrado, (3) trapézio, (4) retângulo, (5) losango ou (6) paralelogramo.

FIGURA 1 (5) FIGURA 5 (1) FIGURA 9 (5) FIGURA 13 (5)
 FIGURA 2 (1) FIGURA 6 (2) FIGURA 10 (4) FIGURA 14 (6)
 FIGURA 3 (1) FIGURA 7 (5) FIGURA 11 (4) FIGURA 15 (3)
 FIGURA 4 (3) FIGURA 8 (3) FIGURA 12 (6) FIGURA 16 (6)

FIGURA 20

HIPÓTESE 5 – espera-se que os educandos saibam usar compasso e régua;

Foi observado, durante atividade prática, que muitos alunos dominam bem o uso de compasso e régua, mas alguns mostraram dificuldade e desconhecimento (foto 7, 8 e 9).

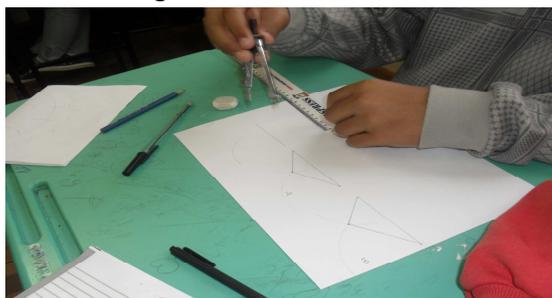


FIGURA 21 – FOTO 7



FIGURA 22 – FOTO 8



FIGURA 23 – FOTO 9

HIPÓTESE 6 – sintam-se estimulados a fazer pequenas deduções ou generalizações lógicas;

Durante a construção de triângulos, com palitos de picolé, ficou visível o interesse dos alunos em fazer comparações e generalizações, fundamentos do raciocínio lógico indutivo. Em pequenos grupos, eles construíam triângulos e discutiam possíveis (foto 10, 11 e 12).



FIGURA 24 – FOTO 10

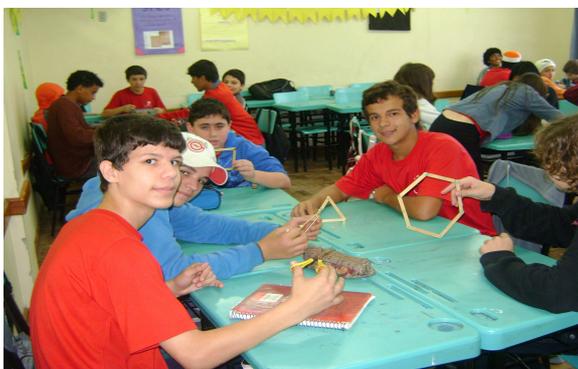


FIGURA 25 – FOTO 11



FIGURA 26 – FOTO 12

Também, quando foi trabalhada a congruência de triângulos, uma aluna explicou para a turma porque os dois triângulos escolhidos por ela eram congruentes, destacando o lado, o ângulo e o lado e deduzindo que, se dois triângulos possuem, dois lados e um ângulo congruentes os outros lados serão, automaticamente, congruentes. Ela mostrou para turma, sem saber os casos de congruência, apenas usando suposições (foto 13).



FIGURA 27 – FOTO 13

HIPÓTESE 7 – tenham, ao final do trabalho, uma formação significativa dos conceitos e propriedades dos triângulos;

Observei, através das avaliações, que os conceitos sobre triângulos ficaram mais claros para a maioria dos alunos. Percebi que mesmo depois de ter disponibilizado um tempo para trabalhar este assunto, alguns ainda definiram triângulo como sendo uma figura geométrica com três lados iguais. As propriedades dos triângulos, que trabalhamos durante o desenvolvimento deste plano, foram bem aplicadas pela maioria. Percebo que há pequenas confusões ao aplicar os casos de congruência dos triângulos, talvez o tempo disponível para trabalhar este assunto não tenha sido suficiente. Segue em anexo a avaliação de um aluno.

NOME: Priscila

PROF^a Kátia Alves MATEMÁTICA 7ª SÉRIE TURMA: 7.12 DATA 30/8/10 2º TRIM.

100
Parabéns
Priscila

AVALIAÇÃO FINAL SOBRE TRIÂNGULOS

1. Explique o que você aprendeu sobre os triângulos quanto a definição e classificação. Triângulo é uma figura geométrica com 3 lados, 3 ângulos internos e 3 vértices. Pode-se classificar eles quanto aos lados e ângulos.

OK Quadrado - equilátero tem 3 lados iguais. Triângulo tem 2 lados iguais. Escaleno tem 3 lados diferentes. Um deles é o retângulo que possui um ângulo de 90°.
Faltou citar acutângulo e o obtusângulo

2. Num triângulo isósceles, dois lados medem 5 cm e 7 cm, respectivamente.

a) Quais as possíveis medidas do terceiro lado? 5 cm ou 7 cm

b) Qual o perímetro do triângulo em cada caso do item a? 17 cm ou 19 cm

3. Lembrando da atividade que você construiu triângulos com palitos de picolé, foi possível, formar outros polígonos a partir do triângulo? Justifique. Não, pois não pode movimentar o triângulo. Lembra-se que os lados do triângulo são estáveis, por isso que ele aparece mais construído.

4. As medidas dos lados de um triângulo escaleno são expressas, em centímetro, por números inteiros ímpares. Se o menor lado mede 5 cm e um dos outros lados mede 7 cm, quais as possíveis medidas para o terceiro lado?

OK 5 + 7 = 12. 3º lado pode ser qualquer nº menor que 12. 3º lado pode ser 11, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2. R: 11 cm, 9 cm, 8 cm, 7 cm ou 6 cm. Mas o menor lado mede 5 cm.

5. Pode existir um triângulo com um lado medindo 6 cm e o perímetro 11 cm? Justifique. Não, um lado não pode ser maior que a soma dos outros 2. Se o perímetro é 11 e um dos lados é 6 então sobra 5 cm para os outros dois lados.

6. Um triângulo retângulo tem um dos seus ângulos internos medindo 25°. Podemos afirmar que o outro ângulo interno deste triângulo é 65°? Justifique.

OK 90 + 25 = 115. Sim, pois somando 25 + 90 + 65 = 180 que é a soma dos ângulos internos.

7. Num triângulo ABC, o ângulo externo no vértice A mede 116°. Sabendo que a medida do ângulo interno no vértice B é igual a x e no vértice C é igual a x - 20°, determine as medidas dos três ângulos internos do Δ ABC.

OK 64 + x + x - 20 = 2x + 44 = 180 x = 136 : 2 x - 20 = 68 - 20 = 48. R: Os 3 ângulos internos medem 68°, 48° e 64°.

8. É possível verificar se dois triângulos são congruentes sem a necessidade de verificar a congruência entre os seis elementos (3 ângulos e 3 lados)? Explique. Sim, através dos casos de congruência.

OK Os casos são LLL ou LAL (os ângulos são formados pelos 2 lados) ou ALA (os ângulos estão entre os 2 lados) ou LAA.

9. Dois triângulos equiláteros, ABC e DEF, têm ambos um perímetro de 12 cm. Podemos afirmar que estes triângulos são congruentes? Por quê? 12 : 3 = 4 cm. Sim, os 3 lados medem 4 cm, então podemos afirmar pelos casos LLL.

10. Dê sua opinião sobre a dinâmica das aulas que você teve sobre triângulos (o que você aprendeu, como aprendeu, aspectos positivos e negativos). Avalie também o trabalho da professora durante este conteúdo.

OK Adorei como as aulas ocorreram. Foi bem dinâmica, tivemos atividades variadas, o que já é comum nas aulas da professora Kátia.

OK O vídeo foi uma novidade e foi ótimo. Nunca vi meus colegas tão atentos. Aprendi muito com o vídeo. Gostei também das construções que fizemos e das atividades práticas no computador. Foi uma maneira diferente de aprender que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°. A professora está de parabéns, além de explicar bem, deixou as aulas mais divertidas. Prefiro eu te adorar. Eu também!

HIPÓTESE 8 – tenham atitudes de convívio social, a partir das atividades, vivenciando experiências de cooperação, trocando informações e auxiliando uns aos outros.

Os alunos demonstraram, durante este trabalho, um bom relacionamento uns com os outros. Mostram-se cooperativos, colocando-se à disposição quando um colega demonstrava algum tipo de dificuldade e trocando ideias durante todos os momentos do plano de aula (foto 14).



FIGURA 28 – FOTO 14

CAPITULO V

CONCLUSÕES E REFLEXÕES SOBRE A PRÁTICA

Este projeto pedagógico tratou do ensino de Triângulos, a partir da visualização do vídeo “Diálogo Geométrico” e da importante aplicação prática deste polígono. O trabalho foi aplicado a alunos de 7ª série do Ensino Fundamental. Os recursos utilizados foram vídeo, manipulação de figuras no *software geogebra*, material concreto e jogos.

O principal objetivo foi produzir conhecimentos relativos ao triângulo, de tal modo que os alunos desenvolvessem seu raciocínio lógico indutivo, fazendo generalizações e inferências.

Antes de iniciar a prática foram formuladas oito hipóteses que foram parcialmente validadas pelos dados coletados.

Para melhorar o plano, poderiam ser incluídos:

- 1) um trabalho anterior sobre curvas poligonais e polígonos, pois não tinham conhecimentos anteriores sobre estes conceitos;
- 2) um trabalho com dobraduras para propiciar a identificação das características definidoras de um triângulo;
- 3) prever tempo e condições para utilizar o *geogebra* na manipulação das figuras.

Acredito que este trabalho contribuiu para o meu crescimento profissional, visto que, além de levar-me a um estudo mais aprofundado sobre o assunto, diferenciado em relação aos livros didáticos, fez com que eu refletisse sobre diversas dinâmicas para ensinar determinados conteúdos. É preciso repensar alguns métodos pedagógicos e incluir nas aulas diversos recursos que motivem os alunos na construção de sua aprendizagem.

Com esta experiência, constatei que o uso de vídeo nas aulas de Matemática é uma ótima opção para auxiliar o desenvolvimento de um determinado conteúdo, saindo assim da rotina das aulas e despertando a curiosidade para o assunto. Além disso, atividades como manipular figuras através do *geogebra* e observar exemplos e contra exemplos, podem contribuir para solucionar algumas dificuldades

apresentadas pelos alunos, entre elas, definir um triângulo como um polígono de três lados e não como um polígono de três lados iguais. Também foi importante o uso de material concreto, que permitiu complementar a visualização nos computadores, nem sempre disponíveis na escola. Quanto ao jogo, foi uma atividade lúdica que auxiliou na memorização de palavras-chave presentes nos conceitos.

Observei também que trabalhar com exemplos e contra exemplos, conforme mostrou PIROLLA (1995) em seu trabalho, foi fundamental para a compreensão dos conceitos sobre triângulos por parte dos alunos. Por outro lado, foi importante incentivar os alunos a observar e saber da importância das formas geométricas na natureza. Dentro deste contexto, é fundamental que eles saibam utilizar instrumentos como régua, compasso e transferidor para desenhar triângulos e aplicar suas propriedades, assim, o assunto fica mais próximo de sua realidade.

Enfim, através deste trabalho foi possível identificar, além da interação entre os alunos, a cooperação entre eles e a oportunidade que tiveram de vivenciar diferentes recursos que foram fundamentais na construção do conhecimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIGODE, Antonio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim – 7ª série**. São Paulo: FTD, 2000.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática: fazendo a diferença - 7ª série**. São Paulo: FTD, 2006.

BRASIL, Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria da Educação Fundamental**. Brasília: MEC, 1998.

BRENELLI, Rosely. **O jogo como espaço para pensar**. São Paulo: Papirus, 1996.

CAVALCANTE, Luiz G; SOSSO, Juliana; VIEIRA, Fábio; POLI, Edinéia. **Para saber matemática – 7ª série**. São Paulo: Saraiva, 2006.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática – 7ª série**. São Paulo: Ática, 2002.

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria dinâmica. Uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria**. Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, 1996

LARA, Isabel Cristina Machado de. **Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série**. 2ª ed. São Paulo: Rêspel, 2003.

LARA, Isabel Cristina. **Jogando como estratégia de ensino de 5ª a 8ª série.** Apresentado no IV ENCONTRO IBERO-AMERICANO DE COLETIVOS ESCOLARES E REDES DE PROFESSORES QUE FAZEM INVESTIGAÇÃO NA SUA ESCOLA. Disponível em: <http://ensino.univates.br/~4iberoamericano/trabalhos/trabalho150.pdf>

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995.

MORAN, José Manuel. **O vídeo na sala de aula.** Revista Comunicação e educação, São Paulo, n.2, p. 27-35, 1995. Disponível em: <http://www.eca.usp.br/prof/moran/vidsal.htm>
Acesso em 04 de outubro de 2010.

PAIS, Luis Carlos. **Análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria.** Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significa_do.pdf
Acesso em 04 de outubro de 2010

PEREZ, Marlene. **Grandezas e Medidas:** representações sociais de professores do ensino Fundamental. Tese Doutorado, Programa de Pós- Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná – UFPR, 2008. Disponível em: http://www.ppge.ufpr.br/teses/D08_perez.pdf
Acesso em 04 de outubro de 2010.

PICOLO, Katia; VITORIO, Sonia; TEIXEIRA, Thaise. **Considerações sobre práticas pedagógicas com ênfase no ensino da Geometria.** Disponível em: <http://periodicos.unesc.net/index.php/iniciacaocientifica/article/viewFile/168/173>
Acesso em 04 de outubro de 2010.

PIROLLA, Nelson Antônio. **Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos de 1º grau.** 1995. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas -UNICAMP, São Paulo, 1995. Disponível em <http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000089660>. Acesso em 20 de abril de 2010

RIBEIRO, Jackson; SOARES, Elizabeth. **Construindo Consciências: matemática 7ª série.** São Paulo: Scipione, 2006.