

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Helena Massignam Breitenbach

**ENSINO DE FRAÇÕES VIA AS CONCEPÇÕES
PARTE/TODO, QUOCIENTE E MEDIDA**

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Helena Massignam Breitenbach

**ENSINO DE FRAÇÕES VIA AS CONCEPÇÕES
PARTE/TODO, QUOCIENTE E MEDIDA**

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Elisabete Zardo Burigo.

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

**ENSINO DE FRAÇÕES VIA AS CONCEPÇÕES
PARTE/TODO, QUOCIENTE E MEDIDA**

Helena Massignam Breitenbach

Comissão examinadora

Prof^a. Dr^a. Elisabete Zardo Burigo.
Orientadora

Prof. Me. Vandoir Stormowski

Dedico este trabalho aos meus pais,
Tarcísio e Nelci,
meus eternos professores,
que me apoiaram incondicionalmente
durante essa jornada.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho seria impossível sem a colaboração de algumas pessoas que, de diversas formas, deram sua contribuição em diferentes etapas. Destas, manifesto um agradecimento especial, à minha orientadora Bete, por quem tenho profunda admiração, pela atenção e sugestões que muito ajudaram na elaboração do presente trabalho.

Aos funcionários e professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEnsimat) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul;

Aos meus alunos, que se mostraram inteiramente participativos durante toda a realização da sequência didática;

Às minhas colegas e amigas, importantes nessa jornada, pela amizade e estímulo nos momentos difíceis;

Ao meu primo Felipe e à professora Dilva, pela ajuda com o resumo em inglês.

Finalmente, à minha família e amigos, pelo incentivo e companheirismo imprescindíveis ao longo deste trabalho.

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi relatar e discutir a implementação de uma proposta de ensino envolvendo a experimentação de abordagens alternativas para o ensino do conceito de fração. Decidiu-se desenvolver este trabalho com o intuito de planejar e implementar uma prática didática, com potencial para contribuir para a melhoria do ensino deste tema; e de refletir sobre a prática, antes, durante e após o processo, para desenvolver análise crítica das propostas. A escolha do tema da prática deveu-se às dificuldades detectadas no processo de ensino-aprendizagem de frações. O conteúdo foi escolhido também devido à sua importância, visto que ele se encontra presente em situações do cotidiano, nos mais antigos documentos matemáticos e também em grande parte dos conteúdos relacionados na grade curricular das séries finais do ensino fundamental. Tendo em vista a aprendizagem do conceito de fração, foram propostas atividades que colocassem os alunos em situações que os permitissem fazer experimentações e reflexões sobre as frações através das concepções parte/todo, medida e quociente.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem de frações, conceito de número fracionário, mídias digitais , educação à distância, ensino de matemática.

ABSTRACT

The objective of this work was to report from work and to discuss the implementation of a teaching proposal involving the testing of alternative approaches to teaching the concept of fraction. It was decided to develop this in order to plan and implement a teaching practice, with potential to contribute to improving the teaching of this subject, and to reflect on practice before, during and after the process, to develop critical analysis of proposals. The theme of the practice due to the difficulties found in the process of teaching-learning fractions. The content was also chosen because importance, since it is present everyday situations, the oldest mathematical documents and also in most of the related content in the curriculum of the final grades of elementary school. With a view to learning of fraction concepts were proposed activities to put students in situations that allowed them to experiment and reflection on the concepts of fractions by part/whole, measure and quotient.

Keywords: Teaching-learning of fractions, fractional number concept, digital media, distance education, mathematics education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Resolução dos alunos para o problema proposto no vídeo	22
Figura 02 – Os 12 botões e a fita sendo medida	23
Figura 03 – Folhas divididas pelos alunos	24
Figura 04 – Resposta de alunos às questões 5 e 6 da Atividade 1	25
Figura 05 – Resposta de alunos à questão 6 da Atividade 1	26
Figura 06 – Resposta de alunos às questões 1 e 2 da Atividade 1	26
Figura 07 – Resposta de alunos à questão 1 da Atividade 2	27
Figura 08 – Resposta de uma aluna à questão 6 da Atividade 3	28
Figura 09 – Resposta de um aluno à questão 2 da Atividade 3	29
Figura 10 – Resposta de outra aluna à questão 2 da Atividade 3	29
Figura 11 – Resposta de alunos à questão 1 da Atividade 3	29

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	COMO AS FRAÇÕES SÃO TRATADAS NA ESCOLA	13
2.1	ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS	13
2.2	SOBRE A INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO FRACIONÁRIO	16
2.3	DIFERENTES SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE FRAÇÃO	18
3	CONCEPÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	20
3.1	REALIZAÇÃO DA EXPERIÊNCIA	21
3.2	ANÁLISE DAS HIPÓTESES	25
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	30
5	REFERÊNCIAS	32
	APÊNDICE 1 – Questionário	33
	APÊNDICE 2 – Atividades	34
	APÊNDICE 3 – Atividades Finais	39
	ANEXO – Tabela com as atividades e estratégias de ensino	40

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem o objetivo de relatar e discutir a implementação de uma proposta de ensino desenvolvida com utilização de um vídeo de sensibilização, como recurso didático, e envolvendo a experimentação de abordagens alternativas para o ensino do conceito de fração. A seqüência didática foi desenvolvida com uma turma de 18 alunos da 5ª série do ensino fundamental da Escola Municipal Guerino Somavilla, de Nova Prata, Rio Grande do Sul.

O objetivo do trabalho foi detectar e descrever dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem das frações; planejar e implementar uma prática didática, com potencial para contribuir para a melhoria do ensino deste tema; e de refletir sobre a prática, antes, durante e após o processo, para desenvolver análise crítica das propostas. A metodologia é inspirada na proposta de Engenharia Didática construída no âmbito da Didática da Matemática francesa, e que foi criada para atender duas questões: a das relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino e a do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa. Nessa linha, prática de ensino é vinculada com prática de investigação (CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA, 2009).

A escolha do tema da prática baseou-se na sua importância e nas dificuldades detectadas no processo de ensino-aprendizagem de frações. Escolhi este conteúdo porque considero-o importante no ensino de nível fundamental. É necessário compreender o significado do conceito de fração, visto que ele se encontra presente em situações do cotidiano, como por exemplo, em receitas culinárias, no mostrador do tanque de combustível dos automóveis, como referência para aprovar leis, em partilha de bens, no cálculo de indenizações, entre outras. Além disso, está presente nos mais antigos documentos matemáticos e também em grande parte dos conteúdos relacionados na grade curricular das séries seguintes do ensino fundamental, como por exemplo, na proporcionalidade, porcentagem, probabilidade, equações fracionárias. A capacidade de lidar com esse conceito aumenta a capacidade dos alunos de entender e manusear uma série de problemas e situações dentro e fora da escola.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL. MEC, 1997) a construção do conceito de número racional pressupõe uma organização de ensino

que possibilite experiências com diferentes significados e representações. Devem ser apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal.

Antes do início dos estudos, num primeiro momento, já era possível identificar, na minha própria experiência nas escolas do município de Nova Prata, algumas dificuldades dos alunos com este tema. Por exemplo, eles raciocinam sobre frações como se fossem números naturais e empregam um tipo de procedimento de dupla contagem (contar o total de partes e depois contar as partes pintadas). Essas dificuldades indicam que muitos deles não entendem o significado desse novo tipo de número.

A proposta de ensino foi desenvolvida envolvendo o uso de um recurso estudado na disciplina Mídias Digitais II, o vídeo como sensibilizador; e teve como principal objetivo criar, executar e analisar uma sequência didática com abordagens alternativas para o ensino do conceito de frações. Escolhi como vídeo sensibilizador uma aula de Matemática do Novo Telecurso denominado Frações¹. Adaptei as atividades elaboradas por Silva (1997) com o intuito de colocar os alunos em situações que os permitissem fazer experimentações e reflexões sobre as frações através das concepções parte/todo, medida e quociente. Os critérios que me orientaram na escolha destas atividades foram a viabilidade de contribuir para a construção do conhecimento relativo ao conteúdo escolhido e a possibilidade de que os alunos compreendessem de forma clara o significado das frações. Uma das minhas preocupações foi a de que eles compreendessem esse “novo tipo de número”, as frações, como uma quantidade e não como números naturais escritos um acima do outro.

Seguindo as diretrizes da Engenharia Didática, foram formuladas algumas hipóteses relativas aos conhecimentos prévios dos alunos e às aprendizagens propiciadas pela prática didática. Após a aplicação da sequência, foi desenvolvida uma análise da experiência tendo em vista a validação das hipóteses formuladas, e que será apresentada no capítulo 3. No último capítulo serão apresentadas as considerações finais, assim como minhas reflexões.

¹ <http://novotelecurso.blogspot.com/2009/02/fracoes.html>

2. COMO AS FRAÇÕES SÃO TRATADAS NA ESCOLA

Escolhi este conteúdo, as frações, porque os alunos, ao raciocinarem sobre frações como se fossem números naturais, costumam enfrentar várias dificuldades: “Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas” (BIGODE, 2008, p. 7). Entre as dificuldades, percebo que lêem as frações como dois números naturais, sem estabelecer relações entre eles, e optam pelo numerador ou pelo denominador para comparar sua grandeza.

Refletindo sobre algumas maneiras usuais de ensinar o conteúdo escolhido, as frações, e pensando na minha experiência profissional e na de meus colegas, observo que habitualmente se faz uma revisão do que já foi visto sobre o tema nas séries anteriores e se vai adiante, apresentando-se as operações com frações. Não é dado tempo para que os alunos se familiarizem com o conceito de fração. E eles apenas memorizam a definição e regras, sem que haja compreensão.

Conversando com colegas que ministram o conteúdo percebi que, como em nossa cultura urbana temos por hábito usar decimais bem mais que as frações, acabamos dando mais atenção a eles, e deixando as frações em segundo plano. O ensino de frações frequentemente se caracteriza por uma ênfase na linguagem matemática e no simbolismo, na aplicação mecânica de algoritmos e no uso de ilustrações que representam um todo dividido em partes iguais (o denominador corresponde ao número de partes em que o todo foi dividido e o numerador ao número de partes pintadas): “Verifica-se [...] que as metodologias mais comumente usadas na introdução desses números envolvem figuras geométricas divididas e pintadas e conjuntos discretos.” (BERTONI, 2008, p. 214).

2.1 ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Considero que os livros têm muita influência na prática pedagógica dos professores, visto que eles guiam a ação dos professores, oferecendo, implicitamente, normas e regras para organizar o espaço da sala de aula. Os livros orientam a ação dos professores porque funcionam como um “currículo não oficial”, apresentando os conteúdos numa certa sequência, propondo determinadas atividades e não outras. Aqui surge um obstáculo para o ensino de frações, já que

muitas vezes, ao invés de servir para estimular os alunos, os livros didáticos têm sido uma ferramenta que limita o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que os professores, muitas vezes, reduzem sua atuação pedagógica a seguir estritamente a proposta didática do livro em detrimento de outro planejamento. Para desenvolver uma análise a respeito da maneira como as frações são tratadas nos livros didáticos, selecionei três coleções.

Inicialmente, analisei a obra “Matemática e Realidade”, dos autores Gelson Izzi, Osvaldo Dolce e Antônio Machado (2000), no volume destinado à 5^a série do Ensino Fundamental. O desenvolvimento do novo conceito de fração inicia com o Tangram² e uma análise das peças que o compõem: 5 triângulos, 1 quadrado e um paralelogramo. Em seguida vem a questão: que parte da unidade (o quadrado maior do Tangram) cada um dos triângulos maiores representa? O livro mostra que com quatro triângulos daqueles é possível cobrir todo o quadrado maior, portanto, cada triângulo representa $\frac{1}{4}$ da unidade. Depois vem a pergunta sobre um outro tamanho de triângulo; como, usando oito deles, é possível cobrir exatamente todo o quadrado, a parte representada é $\frac{1}{8}$, e assim por diante. O ponto negativo que vejo aqui é o fato de que a concepção de divisão de uma figura torna-se a única responsável pela aquisição do novo conceito. Na mesma obra, no desenvolvimento das “frações impróprias”, estas são definidas como sendo as frações que possuem a característica de ter o numerador maior que o denominador. Porém, da forma como essa definição é apresentada, os alunos podem encontrar uma incoerência. Como poderão existir frações impróprias se uma fração é o mesmo que dividir a unidade em b partes iguais e tomar a dessas partes? Para os alunos, não tem sentido dividir uma unidade em 5 partes iguais e tomar 8 dessas partes. A apresentação de fração restrita aos casos de figuras divididas em partes iguais induz os alunos ao erro, posteriormente.

Em seguida analisei a obra “Matemática em Construção”, do autor Oscar Guelli (2004), com um olhar mais aprofundado sobre o capítulo de frações equivalentes. Tudo é desenvolvido de maneira formal, seguindo regras e modelos convencionais, sem fazer muita alusão à segmentação de objetos. Após as explicações, segue uma seqüência de exercícios de aplicação de técnicas adquiridas. Exemplo: “Escreva uma fração equivalente à fração dada com,

² Tangram é um quebra-cabeça chinês formado por 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo).

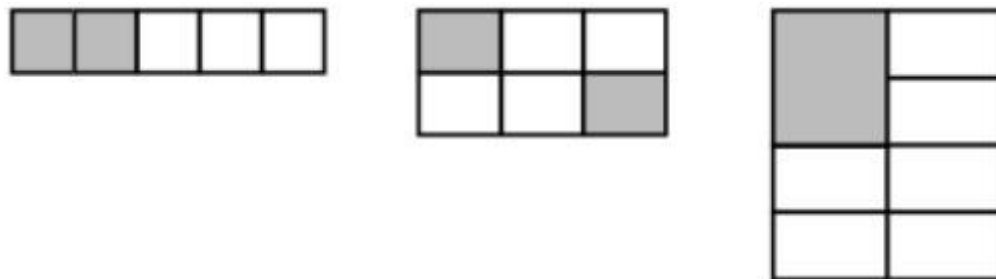
denominador 12, com numerador 10"... Os alunos que possuem facilidade para memorizar e aplicar técnicas de resolução podem obter o resultado desejado, mas penso que a efetiva aprendizagem não é adquirida com essa abordagem.

Já no livro "Projeto Araribá – Matemática" (BARROSO et al., 2006), da Editora Moderna, desde as páginas de abertura da unidade sobre frações, aparecem questões que oferecem situações de contextualização envolvendo os conceitos que serão trabalhados na unidade, possibilitando a verificação e a exploração dos conhecimentos prévios. Segundo os autores, em séries anteriores os alunos já lidaram com situações em que os números naturais não foram suficientes para representar a medida de uma grandeza ou o resultado de uma divisão. Perceberam que os números racionais surgiram então para que novos problemas passassem a ter respostas. Para retomar e ampliar esses conhecimentos, o livro traz desafios com situações em que os números racionais estão relacionados às idéias de fração como parte de uma figura ou de um objeto, fração como quociente e fração para comparação. Assim, constroem-se novos significados para os números racionais a partir de sua utilização no contexto social, analisando, interpretando, formulando e resolvendo situações-problema do cotidiano; e a partir da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção, encontrados em antigos documentos egípcios, como o papiro de Rhind.

Depois dessa análise dos livros didáticos, e já conhecidas algumas dificuldades a partir da minha experiência docente, para estudar em detalhe as principais dificuldades de aprendizagem dos alunos, apliquei um questionário (Apêndice 1) em alunos da minha escola. Esses alunos frequentam a 6ª série, então, já haviam estudado o conteúdo no ano anterior. Vou comentar aqui aquelas questões onde pude notar que os alunos demonstraram maiores dificuldades.

A primeira questão solicitava que os alunos calculassem $\frac{1}{5}$ de 15, $\frac{2}{3}$ de 9, $\frac{3}{4}$ de 20... Poucos alunos souberam resolver essa questão. Dos 19 alunos que responderam o questionário, 8 erraram e 5 deixaram a questão em branco; acredito que ficaram bloqueados, não a resolveram pelo fato de não apresentar nenhum desenho que pudesse ajudá-los.

Na terceira questão, foram apresentadas três figuras, como mostrado a seguir, para que os alunos identificassem as frações associadas a cada caso.



Eles deram respostas corretas para os dois primeiros retângulos, mas no terceiro retângulo, 10 alunos - mais de metade da turma -, respondeu $1/7$, outros 5 responderam $2/8$ e 4 responderam $1/4$. Os alunos acertaram as frações associadas aos dois primeiros retângulos porque esses já estavam divididos em partes iguais. Enquanto no último retângulo a maioria não se deu conta da necessidade da divisão em partes exatamente iguais ou de mesmo tamanho, provavelmente porque até então haviam recebido todas as figuras divididas em partes iguais, sem precisarem raciocinar a respeito, bastando contar as partes pintadas e o total de partes.

A quarta questão envolvia comparação de frações. Os alunos acharam a tarefa difícil, principalmente quando o numerador tinha valor diferente de um, por exemplo, verificar quem é maior, dentre $3/4$ e $3/8$. Os 9 alunos que erraram associaram a resposta ao maior denominador, porque não compreendem frações como uma quantidade, e sim como dois números isolados. Como o numerador era igual, compararam os denominadores.

2.2 SOBRE A INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO FRACIONÁRIO

Silva (1997) apresenta uma dissertação que trata da introdução do conceito de número fracionário junto aos professores das séries iniciais do ensino fundamental através das concepções parte/todo, medida e quociente.

O objetivo do trabalho de Silva (1997) é introduzir o conceito de número fracionário de modo que os professores reflitam sobre diferentes abordagens e dêem sentido a esse conceito. Na concepção parte/todo as situações evidenciam partes de alguma quantidade que é considerada com um todo ou inteiro, na concepção quociente as situações estão associadas diretamente ao ato de distribuição ou divisão e na concepção de medida é necessária a determinação de uma unidade de medida invariável que deve ser usada repetidamente, para obter a medida do comprimento de um objeto, por exemplo. Segundo a autora, a origem das frações

se deu no modelo parte/todo no contínuo (divisão de terras), sendo por isso, o modelo preferido pelo ensino. Já a representação de medidas na forma de fração, segundo a autora, passa despercebida, pois usamos um sistema métrico decimal, que no cotidiano é representado apenas por números decimais. E, por fim, a concepção quociente, também chamada de divisão, parece a mais natural, já que é representada por situações de distribuição, onde temos duas variáveis, por exemplo, chocolates e crianças, e onde a fração representa resultados de divisões.

Com relação à representação de medidas por frações, é preciso registrar que era comum até o advento do sistema métrico, e ainda é utilizada no sistema inglês, já que esse sistema possui medidas com múltiplos e submúltiplos diferentes de 10, o que inviabiliza o uso da notação decimal. Apesar da preponderância dos decimais, há ainda medidas que aparecem na linguagem cotidiana na forma de frações, como no mostrador do tanque de combustível dos automóveis, em receitas culinárias, em partilha de bens... Na mecânica, por exemplo, é comum o uso de frações para representar partes da polegada. Mas

[...] o uso direto das frações tende a se tornar cada vez mais raro. Representações analógicas cedem lugar às digitais. Já não se encontram com facilidade balanças e instrumento de medidas com ponteiros, como é o caso dos hidrômetros antigos. (BIGODE, 2008, p. 5).

A questão que dá origem ao trabalho de Silva (1997) é o fato de que pesquisas, segundo a autora, mostram que os futuros professores não trabalham com as diferentes concepções do conceito, não têm o domínio necessário para controlar as concepções espontâneas de seus alunos, impondo modelos nem sempre adequados. A metodologia escolhida para tal trabalho foi a Engenharia Didática, compreendeu as seguintes fases: problemática, breve estudo histórico e epistemológico, para identificação de obstáculos epistemológicos; breve estudo da transposição didática para levantamento de obstáculos didáticos e conhecimento do estado do ensino dos números fracionários; elaboração da seqüência de atividades, análise e discussão dos resultados e conclusões do estudo.

A autora faz um estudo sobre o desenvolvimento das frações em diversos momentos da história, desde a antiguidade até a Idade Moderna. Faz uma breve análise epistemológica do conceito de fração, procurando detectar os momentos da história que foram representativos no desenvolvimento geral desse conceito. Apresenta também um estudo sobre ensino de frações em livros didáticos e conclui

que, com relação à introdução do conceito, esses livros didáticos ferem alguns princípios básicos, tidos como fundamentais para uma boa aprendizagem. As situações colocadas para dar significado ao conceito, na realidade não são situações, pois os alunos não participam delas, não há variação de situações; não esclarecem o que está sendo considerado como o todo, o inteiro, ou a unidade; não fazem qualquer referência a história. Além disso, percebe-se um enfoque mecanicista e um formalismo excessivo.

Silva (1997) apresenta uma seqüência de atividades para os futuros professores, colocando o maior número possível de problemas de ensino-aprendizagem dos números fracionários, que foram propostos para que eles refletissem sobre os principais aspectos da introdução do número fracionário no ensino. Conclui que é possível fazer um trabalho mais construtivo para o conceito de número fracionário envolvendo várias concepções na formação de professores das séries iniciais, reforçando a necessidade de um trabalho de formação a partir de novos enfoques didáticos e pedagógicos. A autora acredita que é possível mudar, a longo prazo, os resultados na avaliação dos alunos, conseqüentemente teremos alunos preparados, não só para desenvolver mais matemática pelo entendimento, como, também, para entender o mundo que os rodeia.

2.3 DIFERENTES SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE FRAÇÃO

Merlini (2005) apresenta uma dissertação em que trata do conceito de fração em seus diferentes significados e faz um estudo diagnóstico com alunos de 5^a e 6^a séries do ensino fundamental. Esse trabalho tem como objetivo diagnosticar e reconhecer as estratégias que esses alunos utilizam frente a problemas que abordam o conceito de fração. A questão que deu origem ao trabalho foi saber quais estratégias de resolução alunos de 5^a e 6^a séries utilizam frente a problemas que abordam o conceito de fração, no que diz respeito aos cinco diferentes significados de fração: número, parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo.

A autora faz um estudo segundo a classificação teórica proposta por Nunes e outros autores (apud MERLINI, 2005). A fração, com o significado de número, não precisa necessariamente se referir a quantidades específicas. Isto é, existem duas formas de representação fracionária, a decimal e a ordinária, que representam pontos na reta numérica. Já a idéia presente no significado parte-todo é a partição

de um todo em partes iguais. A fração também assume o significado de medida, que pode se referir a quantidades discretas ou contínuas. O significado de quociente está presente em situações em que a divisão é uma boa maneira de resolver determinado problema. Por fim, ao significado de operador multiplicativo, associa-se o papel de transformação, ou seja, a fração, em quantidades discretas, pode ser vista como valor escalar aplicado a uma quantidade indicada, e em quantidades contínuas, tem o papel de ampliar ou reduzir a quantidade no processo.

Merlini (2005) analisa alguns livros didáticos em relação ao ensino de frações, categorizando as questões apresentadas em cada volume através dos cinco significados de fração e conclui que, nas coleções avaliadas, não há uma distribuição eqüitativa entre os significados e que, portanto, se o livro didático for o principal apoio do professor, nem todos os significados serão explorados em sala de aula. Traz ainda um estudo sobre a dificuldade dos alunos, onde apresenta questões e seus respectivos resultados que foram propostas aos alunos pelo SARESP (Sistema de Avaliação e Rendimento Escolar) em 1998 e pelo SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) em 2001, ficando evidente o baixo rendimento dos alunos.

Foi desenvolvida, pela autora, uma pesquisa de campo, que constou de dois momentos. No primeiro foi aplicado coletivamente aos alunos um questionário, que devia ser respondido individualmente, envolvendo o conceito de fração, e, no segundo momento, foram feitas entrevistas clínicas com alguns desses alunos. Isso permitiu que ela então concluísse que existem diferentes estratégias de resolução para um mesmo significado e que a abordagem do conceito de fração que foi adotada na escola não garante que o conhecimento desse conceito será realmente construído pelo aluno.

3. CONCEPÇÃO DA SEQUENCIA DIDÁTICA

A experiência relatada a seguir foi realizada na disciplina de Matemática com uma turma de 5ª série do Ensino Fundamental da Escola Municipal Guerino Somavilla, em Nova Prata, de 08 a 18 de junho, durante 8 horas/aula.

O objetivo maior da prática foi a introdução do conceito de fração. A minha escolha justifica-se pelo fato dos alunos apresentarem mau desempenho ao trabalhar com números fracionários, em todos os níveis do ensino. Acredito que, em geral, os alunos usam a linguagem das frações sem entendê-la:

[...] o ensino de fração pela apresentação de “todos” divididos em “partes” onde algumas destas são diferenciadas das demais, encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de dupla contagem (contar o total de partes e depois contar as partes pintadas) sem entender o significado desse novo tipo de número. (SILVA, 1997, p. 5)

Dessa forma, a simples contagem de partes leva à linguagem correta para indicar a fração, em situações onde as figuras são divididas em partes exatamente iguais, sem que o aluno interprete, necessariamente, a fração como uma relação entre a parte e o inteiro enquanto unidade.

Acredito que é necessária uma abordagem alternativa que seja apropriada para a compreensão do significado do número fracionário e que permita aos alunos refletir e experimentar, como a que encontrei no vídeo sobre frações que escolhi para usar como recurso didático (NOVO TELECURSO. Matemática, Ensino Fundamental, Aula 23, Frações). O vídeo mostra que fração é um número que representa parte de um todo que foi dividido em partes exatamente iguais, e, além disso, apresenta alguns exemplos de frações, como $\frac{2}{3}$ do total de votos, meia laranja e $\frac{1}{4}$ de 12 bolas de futebol. Fiz esta escolha acreditando que o vídeo também motivaria os alunos a estudar, introduziria a discussão sobre o tema “frações”, estimulando-os a participar das atividades.

As atividades (Apêndice 2) foram concebidas com o objetivo de levar os alunos a perceberem as diferenças entre situações que envolvem quantidades discretas e quantidades contínuas. Para isso, em grupos, os alunos teriam que dividir ao meio, três vezes seguidas, uma fita com 12 cm de comprimento e um conjunto com 12 botões. Outro objetivo foi o de, a partir da representação de uma fração do inteiro, reconstituir esse inteiro, através da concepção de medida. Para

isso, em trios, teriam que dividir um retângulo em 4 partes, fazendo isso de três maneiras diferentes, através de instruções dadas e, em seguida, resolveriam problemas de divisão de figuras. Objetivava, ainda, a partir da representação de uma fração do inteiro, reconstituir esse inteiro, através da concepção de medida. Para isso resolveriam individualmente atividades onde deveriam representar as medições através de números fracionários. Pretendia também que os alunos percebessem que na concepção de fração como quociente o numerador pode ser maior, menor ou igual ao denominador e que podem estar representando objetos diferentes. Para isso, em duplas, deveriam encontrar solução para alguns problemas. Ao final de cada atividade, as respostas seriam discutidas no grande grupo. Posteriormente, a fim de avaliar se a seqüência aplicada teve bons resultados, apliquei um teste (Apêndice 3).

Antes de iniciar a prática, elaborei algumas hipóteses, seguindo a metodologia da Engenharia Didática:

Hipótese A: Pressupus que os alunos compreenderiam que alguns problemas podem ser resolvidos com os números naturais, mas alguns só podem ser resolvidos com as frações.

Hipótese B: Pressupus que os alunos iriam contar os botões e medir a fita para quantificar os objetos.

Hipótese C: Pressupus que os alunos perceberiam que apesar das formas diferentes cada uma das partes do retângulo, após duas bipartições sucessivas, têm o mesmo tamanho e, portanto, podem ser representadas pela fração $1/4$.

Hipótese D: Pressupus que os alunos encontrariam maiores dificuldades nas tarefas com medições.

Hipótese E: Pressupus que os alunos iriam adquirir o conhecimento de que a partir de uma quantidade que representa uma parte do conjunto inicial, podemos descobrir a quantidade de elementos que possui.

Hipótese F: Pressupus que os alunos notariam que a partir de uma fração da figura original podemos reconstruí-la obtendo várias soluções para esse inteiro procurado.

3.1 REALIZAÇÃO DA EXPERIÊNCIA

Para coletar dados recolhi o material escrito pelos alunos, fotografei a

realização das atividades e escrevi um relato das aulas.

Iniciei então a prática, introduzindo a discussão sobre o tema “frações” ao assistir com os alunos o Vídeo do Novo Telecurso – E. Fundamental – Matemática – Aula 23, sobre Frações. Os personagens principais do vídeo são dois candidatos ao cargo de presidente do time de futebol do bairro, ansiosos pelo resultado da eleição. Para ser eleito é necessário obter dois terços dos votos de um total de 6570 associados que votaram. Eles querem saber qual é o número mínimo de votos que precisam, mas não sabem como calcular. Depois disso, é explicado no vídeo que fração é um todo que foi dividido em partes exatamente iguais e dado alguns exemplos, como a metade ($1/2$) e a quarta parte ($1/4$) de uma laranja. Para resolver o problema, os candidatos desenham um retângulo dividido em três partes exatamente iguais e afirmam que precisam de duas delas. Mas querem uma solução melhor do que dividir todos os pedacinhos de papel com os votos em três montes e contar quantos há em cada monte. Neste momento, o vídeo foi interrompido para que os alunos pudessem refletir e tentar encontrar uma solução. Eles ficaram bastante atentos e queriam descobrir como calcular os dois terços dos votos que os candidatos do vídeo precisavam obter para ganhar as eleições. Depois de uma conversa no grande grupo, eles chegaram à conclusão de que deveriam dividir 6570 por 3 e, em seguida, multiplicar o resultado por dois. Alguns alunos foram ao quadro resolver o problema. Depois, quando assistiram a parte final do vídeo e perceberam que suas contas estavam certas, ficaram muito empolgados e motivados para o estudo das frações.

Handwritten work on a whiteboard showing the solution to the problem. The work includes:

- The fraction $\frac{2}{3}$ written at the top.
- A diagram of a rectangle divided into three equal vertical sections, with the first two sections shaded with wavy lines, representing $\frac{2}{3}$ of the whole.
- The long division of 6570 by 3, showing the steps:

$$\begin{array}{r} 6570 \overline{) 6570} \\ \underline{-6} \\ 05 \\ \underline{-05} \\ 3 \\ \underline{-3} \\ 00 \end{array}$$
- The calculation $2190 \times 2 = 4380$ written to the right, with a hand holding a blue marker pointing to the result.

Figura 1 – Resolução dos alunos para o problema proposto no vídeo

Em seguida, desenvolvendo a Atividade 1 (Apêndice 2), trabalhei com uma fita de tecido de 12 cm de comprimento, que no decorrer do trabalho seria dividida ao meio, três vezes seguidas, resultando em pedaços de 6 cm, 3 cm e 1,5 cm de comprimento, para que percebessem a possibilidade de divisões sucessivas, característica das grandezas contínuas. Apresentei também um conjunto com 12 botões que deveria ser dividido em dois grupos três vezes seguidas, resultando em conjuntos com 6 botões, 3 botões e, na última distribuição, ocorrendo uma impossibilidade de divisão, pois a divisão de um botão ao meio o deixaria sem utilidade.



Figura 2 – Os 12 botões e a fita de tecido sendo medida

Os alunos responderam em grupos a ficha de questões sobre essa situação, mas alguns responderam que receberam 1 fita e 12 botões, sem perceber que poderiam quantificar a fita medindo-a. Quando questionados sobre quanto cada costureira receberia após distribuírem a fita igualmente, responderam com coerência, usando frações: $1/2$, $1/4$ e $1/8$ da fita. Além de terem visto a linguagem das frações no vídeo, eles já tinham aprendido esta linguagem, na série anterior, quando o conteúdo foi introduzido de maneira mais simplificada.

Posteriormente, em trios, os alunos dividiram uma folha retangular em quatro partes, fazendo isso de três maneiras diferentes, através de instruções que receberam numa ficha juntamente com algumas questões envolvendo divisão de figuras. A primeira folha devia ser dobrada na direção das diagonais e depois cortada nessas diagonais. A segunda folha devia ser dividida ao meio no sentido do comprimento e depois dividir uma das partes na diagonal e a outra parte ao meio no sentido da largura. E, por fim, a terceira folha devia ser dividida ao meio no sentido da largura e depois dividir uma das partes ao meio no sentido da largura e a outra ao

meio no sentido do comprimento. (Apêndice 2, Atividade 2, Questão 1). O objetivo dessa atividade era o de que percebessem que a definição de igualdade das partes refere-se à área e não à forma das partes. Depois de discutir bastante com os colegas que integravam o trio, a grande maioria conseguiu associar partes de um inteiro divididas em formas diferentes, mas com mesma área, a uma mesma fração. Em seguida, durante o debate geral com a turma, todos concordaram que cada parte da folha que eles tinham dividido, independente da forma, correspondia a $\frac{1}{4}$ da folha.

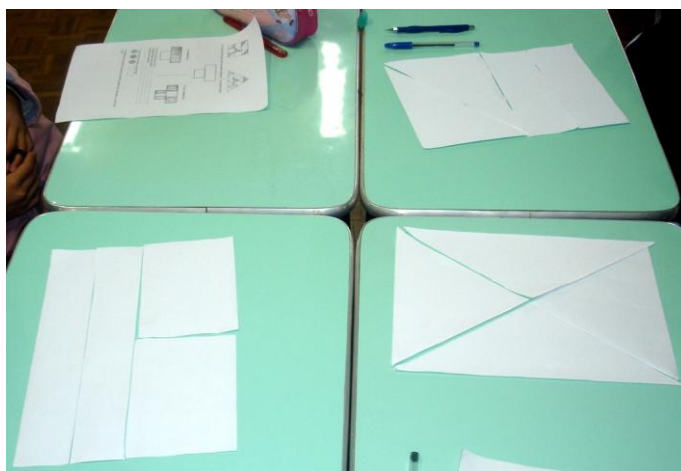


Figura 3 – Folhas divididas pelos alunos

Na Atividade 3 (Apêndice 2), os alunos resolveram atividades onde deviam, a partir da representação de uma fração do inteiro, reconstituir esse inteiro. Eles encontraram bastante dificuldade devido ao fato de esse tipo de questão não ser comumente trabalhada em sala de aula. A dificuldade maior foi desenhar a unidade a partir de um segmento que representava $\frac{2}{3}$ do inteiro, mas os objetivos foram alcançados na discussão final, quando alguns alunos apresentaram suas soluções no quadro para os colegas, mostrando que era preciso dividir os $\frac{2}{3}$ ao meio, obtendo $\frac{1}{3}$, e daí, juntando essa medida aos $\frac{2}{3}$, apareceria $\frac{3}{3}$, que era a unidade.

Depois disso, em duplas, resolveram uma ficha com problemas (Apêndice 2, Atividade 4). O objetivo dessa atividade era o de que percebessem que o numerador pode ser maior, menor ou igual ao denominador, e que podem estar representando objetos diferentes, como, por exemplo, chocolates e crianças. A solução que eles encontraram para as situações de comparação foi representar as situações por figuras.

Finalmente, apliquei um teste final (Apêndice 3) para avaliar se a seqüência

aplicada teve bons resultados. Na questão 1, os alunos afirmaram que esse trabalho foi uma boa experiência na aprendizagem de frações. A questão 4 permitiu-me verificar que os alunos perceberam que na concepção parte/todo, no contínuo, é preciso se preocupar com a área de cada parte e não com a sua forma. Com a questão 7, observei que os alunos agora conseguem reconstituir um inteiro no contínuo a partir de uma fração do mesmo. Percebi também que, após a seqüência, todos os alunos procuraram respostas objetivas através de números fracionários, deixando de se referir a “pedacinhos” ou “restos” como faziam anteriormente. Além disso, pude perceber que adquiriram uma nova maneira de ver os números, a partir das três concepções trabalhadas: parte/todo, de medida e como quociente.

3.2 ANÁLISE DAS HIPÓTESES

Depois disso tudo feito, pude então analisar as hipóteses que havia enunciado anteriormente:

Hipótese A: Os alunos compreenderiam que alguns problemas podem ser resolvidos com os números naturais, mas alguns só podem ser resolvidos com as frações.

Essa hipótese foi confirmada. A princípio, refletiram sobre o que é quantificar e sobre as duas possibilidades de quantificação: medir e contar. Com isso, perceberam que as quantidades discretas surgem da contagem e, portanto, são representadas pelo conjunto dos números naturais. E que nas grandezas contínuas podemos efetuar as divisões dos objetos sem que eles percam suas características, utilizando, além da divisão euclidiana, os números fracionários. Por exemplo, uma fita pode ser dividida em várias partes, e continuará sendo uma fita e poderá ainda ser utilizada, ao contrário do que ocorre com um botão, que, após ser dividido, deixa de ser um botão, e não pode mais ser utilizado.

5. Se aparecessem mais quatro costureiras e as costureiras anteriores tivessem que dividir em dois o que elas receberam. Seria possível redistribuir a fita e os botões igualmente entre elas? Justifiquem a sua resposta.

Os botões não dá, mas a fita fica $\frac{1}{8}$ pra cada uma.

6. Que diferenças vocês notaram nesses dois tipos de quantidades?

É a fita por que dá pra dividir quantas partes quiser.

Figura 4 – Resposta de alunos às questões 5 e 6 da Atividade 1

Este grupo percebeu que não seria possível redistribuir os botões igualmente entre as costureiras, mas que a fita sim, e utilizaram a fração $1/8$ na resposta. Ainda justificaram que a fita poderia ser dividida em quantas partes quiséssemos, indicando a compreensão de que existem diferenças entre trabalhar com as quantidades discretas e as quantidades contínuas.

6. Que diferenças vocês notaram nesses dois tipos de quantidades?

*Que cada pergunta das atividades tem uma fração diferente.
Que os botões da pra dividir por 12, e a fita por quanto quiser*

Figura 5 – Resposta de alunos à questão 6 da Atividade 1

Este outro grupo também afirmou que o conjunto de botões poderia ser dividido no máximo por 12 costureiras, e a fita por quantas desejássemos.

Hipótese B: Os alunos iriam contar os botões e medir a fita para quantificar os objetos.

Essa hipótese foi parcialmente confirmada. Todos os alunos contaram os botões para quantificar os objetos, porém alguns não mediram a fita. Acredito que alguns não sentiram a necessidade de medir por não estarem habituados com representações envolvendo unidades de medida convencionais, e então não perceberam que temos quantidades que devem ser medidas e outras que devem ser contadas, para que possam ser particularizadas e ter um número associado a elas. Isso pode ter ocorrido também pelo fato de que, nesse contexto, eles não tinham nenhum motivo para se preocupar com o tamanho da fita. Talvez aqui a seqüência devesse ser reformulada, a fim de introduzir um problema que os levasse a pensar nisso.

1. “Quantificar significa determinar a quantidade ou o valor de alguma coisa. Essa quantidade pode ser expressa pelo número de objetos de um conjunto ou pela medida que possui.” Vocês receberam um pedaço de fita e alguns botões. Quantifiquem-nos.

12 botões e 1 fita.

2. O que vocês fizeram para associar a cada uma dessas figuras uma quantidade?

Contamos.

Figura 6 – Resposta de alunos às questões 1 e 2 da Atividade 1

Um grupo respondeu 12 botões e 1 fita, quantificando a fita como um pedaço qualquer, o que não expressaria o tamanho real daquele pedaço de fita.

Hipótese C: Os alunos perceberiam que, apesar das formas diferentes, cada uma das partes do retângulo tem o mesmo tamanho e, portanto, podem ser representadas pela fração $1/4$.

Essa hipótese foi confirmada. Os alunos perceberam que, apesar das formas diferentes, cada uma das partes do retângulo tem o mesmo tamanho, pois tomando quatro de cada tipo é possível retornar à unidade, e, portanto, podem ser representadas pela fração $1/4$. Que a definição de igualdade das partes não se refere à forma e sim à área das partes, o que permite associar partes de um inteiro com formas diferentes a uma mesma fração. A atividade de divisão das folhas foi, de certa forma, simples, pois a divisão de quadriláteros pôde ser feita apenas com régua. Se tivessem sido utilizados círculos, acredito que a identificação das frações teria ficado bem mais difícil, dependendo dos cortes.

1. Vocês receberam 3 folhas de papel. Cada um irá pegar uma das folhas e fazer a seguinte divisão:

O primeiro irá dobrar a folha na direção das diagonais e depois irá cortar nessas diagonais.

O segundo irá dividir a folha ao meio no sentido do comprimento e depois irá dividir uma das partes na diagonal e a outra parte ao meio no sentido da largura.

O terceiro irá dividir a folha ao meio no sentido da largura e depois irá dividir uma das partes ao meio no sentido da largura e a outra ao meio no sentido do comprimento.

a) Podemos falar que dividimos cada retângulo em quatro partes iguais? Por quê?

sim, pois medimos e recortamos em pedaços exatamente iguais.

b) Podemos associar a cada uma das partes uma fração? Qual?

sim, pois cada pedaço é $1/4$ de uma fração

c) Comparem as partes dos três retângulos e digam que relação existe entre elas.

elas são uma fração da folha inteira.

Figura 7 – Resposta de alunos à questão 1 da Atividade 2

O grupo de alunos percebeu que, apesar das formas diferentes, cada uma das partes de um retângulo, e todas as partes (dos três retângulos) têm a mesma área, pois as folhas fornecidas eram iguais e cada um dos retângulos foi dividido em partes iguais. Por isso, essas partes podem ser representadas pela fração $1/4$ ou $1/12$ (considerando as partes dos três retângulos).

Um outro grupo de alunos deu respostas diferentes, porém também utilizando um raciocínio correto. Responderam o seguinte:

a) Sim, porque cada vez dividíamos a folha ao meio;

- b) Um quarto da folha ou $1/12$ do total;
- c) Mesmo sendo cortadas diferentes, todas são um quarto.

Hipótese D: Os alunos encontrariam maiores dificuldades nas tarefas com medições.

Essa hipótese foi confirmada. Eles perceberam que uma unidade pode ser dividida em partes iguais, mas, como a grande maioria não fez uso de régua nessa atividade, as partes encontradas pelos alunos não eram exatamente iguais.

6. Divida o segmento dado em cinco partes iguais e identifique cada uma das partes.

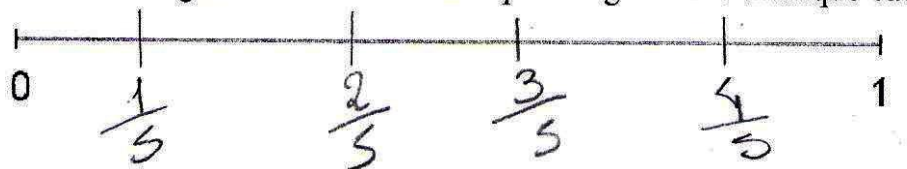


Figura 8 – Resposta de uma aluna à questão 6 da Atividade 3

A aluna percebeu que cada parte é um quinto. Quando marca dois quintos, três quintos e quatro quintos, ela está se referindo a todas as partes à esquerda do marcador. Porém, como essa aluna não dividiu o segmento em partes iguais, as frações encontradas por ela não estão corretas.

É provável que essa aluna não tenha desenvolvido o conceito de medida, talvez porque o conteúdo não tenha sido efetivamente trabalhado na escola. Os professores muitas vezes supervalorizam alguns conteúdos enquanto muitas questões práticas ficam esquecidas, impossibilitando que os alunos construam o significado das medidas, a partir de situações-problema que expressem seu uso no cotidiano.

Hipótese E: Os alunos iriam adquirir o conhecimento de que, a partir de uma quantidade que representa uma parte do conjunto inicial, podemos descobrir a quantidade de elementos que possui.

Essa hipótese foi confirmada. Eles conseguiram descobrir as quantidades de elementos que o conjunto possuía a partir de uma quantidade que representa uma parte do conjunto inicial.

2. Se $\frac{2}{7}$ das bolinhas de Sérgio são brancas e ele tem 12 bolinhas brancas, qual o total de bolinhas que Sérgio possui?



Figura 9 – Resposta de um aluno à questão 2 da Atividade 3

Esse aluno desenhou as bolinhas para visualizar a situação e poder então calcular o conjunto inicial.

2. Se $\frac{2}{7}$ das bolinhas de Sérgio são brancas e ele tem 12 bolinhas brancas, qual o total de bolinhas que Sérgio possui?

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 7 \\ - 12 \cdot 6 \\ \hline 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \times 7 \\ \hline 42 \end{array}$$

Sérgio possui 42 bolinhas no total.

Figura 10 – Resposta de outra aluna à questão 2 da Atividade 3

Essa aluna raciocinou que, se $\frac{2}{7}$ eram bolinhas brancas, então cada subconjunto continha 6 bolinhas. Depois multiplicou a quantidade de bolinhas pelo número de subconjuntos, e concluiu que o conjunto inicial era composto por 42 bolinhas.

Hipótese F: Os alunos notariam que a partir de uma fração da figura original podemos reconstruí-la obtendo várias soluções para esse inteiro procurado.

Essa hipótese foi confirmada. Os alunos receberam uma figura, foram informados que ela era um terço do inteiro, e eles deviam representar esse inteiro. Eles perceberam que a figura original deveria ser uma composição de três figuras iguais à fração apresentada a eles, imaginando a forma que teria e a desenhando.

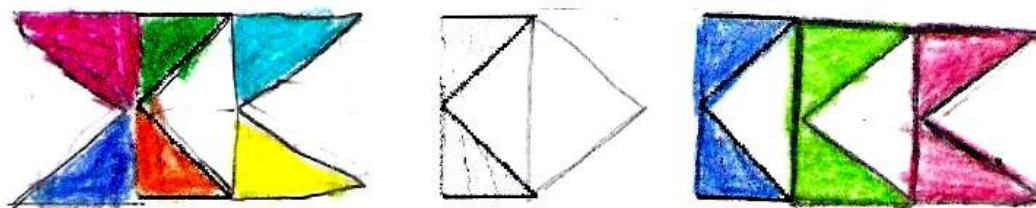


Figura 11 – Resposta de alunos à questão 1 da Atividade 3

Foram encontradas várias soluções na reconstituição do inteiro.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tratou do ensino de frações, voltado para os alunos da 5ª série do ensino fundamental e utilizou como recurso didático um vídeo do Novo Telecurso – E. Fundamental sobre frações, fita, botões, folhas A4 para recortar e fichas de questões.

Inicialmente, foram identificados vários problemas na aprendizagem do conceito de fração, entre eles o tratamento dado pelos alunos como se fossem números naturais e, especialmente, a ausência de significação da fração como quantificador ou número. Essas dificuldades foram relacionadas ao modo como as frações são comumente ensinadas nas escolas, sem variação de situações que permitam aos alunos dar realmente um significado ao que estão aprendendo. Para tentar obter uma melhoria nesse cenário, foi desenvolvido um plano de ensino cujo principal objetivo foi a introdução do conceito de fração através das concepções parte / todo, medida e quociente.

Antes de iniciar a prática, foram formuladas hipóteses. Os dados coletados na prática validaram as hipóteses de que os alunos: compreenderiam que alguns problemas podem ser resolvidos com os números naturais, mas alguns só podem ser resolvidos com as frações; perceberiam que, apesar das formas diferentes, cada uma das metades das metades do retângulo tem o mesmo tamanho e, portanto podem ser representadas pela fração $1/4$; encontrariam maiores dificuldades nas tarefas com medições; iriam adquirir o conhecimento de que, a partir de uma quantidade que representa uma parte do conjunto inicial, podemos descobrir a quantidade de elementos que possui; e que notariam que a partir de uma fração da figura original, podemos reconstruí-la obtendo várias soluções para esse inteiro procurado. Mas não validaram a hipótese de que os alunos iriam contar os botões e medir a fita para quantificar os objetos.

O plano de ensino precisa ser reformulado, nos seguintes aspectos, para corresponder aos objetivos: proporcionar mais tempo para que os alunos possam refletir sobre o novo enfoque dado aos números fracionários e discutir mais sobre as soluções encontradas pelos alunos e compará-las, para que reconheçam a equivalência de seus procedimentos, visto que os exercícios que fizeram fogem do que é habitualmente trabalhado e, em alguns casos, foram encontradas maneiras diferentes de se resolver um mesmo problema. Além disso, deveriam ser criadas

atividades para serem resolvidas em casa, entre uma aula e outra, com o objetivo de propiciar mais alguns momentos de reflexão sobre os novos conhecimentos adquiridos.

Quero ressaltar aqui que a compreensão das frações não se esgota na quinta série, pois mais adiante os alunos vão retomar o tema ao estudarem proporcionalidade e outros conteúdos. Os significados também vão se alargando e/ou esclarecendo conforme os alunos vão lidando com frações em diferentes contextos, inclusive algébricos, geométricos etc. O meu trabalho trata de uma introdução às frações, e a compreensão construída nessa introdução deverá ser retomada mais adiante pelos professores nas séries seguintes.

Com a prática, desenvolvi uma compreensão melhor do conteúdo. Percebi as diferenças de tratamento entre as situações que envolvem o conceito de fração, nas concepções parte / todo, medida e quociente, refleti e obtive uma nova visão, um novo ponto de vista, sobre o assunto. Desenvolvi uma compreensão melhor a respeito das possibilidades de utilização das mídias digitais, vi que o vídeo motivou os alunos a estudar e os estimulou a participar das atividades. Por fim, percebi que dificuldades comuns, dos alunos, nestes conteúdos, foram solucionadas, já que eles mostraram um domínio razoável do conteúdo trabalhado no teste final. Nesse teste os alunos perceberam que na concepção parte/todo, no contínuo, é preciso se preocupar com a área de cada parte e não com a sua forma, conseguiram reconstituir um inteiro no contínuo a partir de uma fração do mesmo. No teste apareceu também uma preocupação por parte dos alunos em dar respostas objetivas através de números fracionários, deixando de se referir a “pedacinhos” ou “restos” como faziam anteriormente. Além disso, adquiriram uma nova maneira de ver as frações, a partir das três concepções trabalhadas: parte/todo, de medida e como quociente.

5. REFERÊNCIAS

BACKENDORF, V. R. **Uma sequência didática de medidas de comprimento e superfície no 5º ano do ensino fundamental: um estudo de caso**. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino da Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/25221>. Acesso em 28 de novembro de 2010.

BARROSO, J. M. et alii. **Projeto Araribá: matemática** (5ª série). 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BERTONI, N. E. **A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário**. 2008. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, p. 209 a 237. Disponível em <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/viewArticle/2111>. Acesso em 02 de outubro de 2010.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF, 1997.

CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA. Glossário. Porto Alegre: UFRGS/UAB, 2009. Disponível em <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/tcc>. Acesso em 15 de novembro de 2010.

GUELLI, O. **Matemática em construção** (5ª série). 1ª ed. São Paulo: Ática, 2004.

IEZZI G. et alii. **Matemática e realidade** (5ª série). 4ª ed. São Paulo: Atual, 2000.

LOPES, A. J. **O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos Ihes Ensinar Frações**. 2008. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, p. 1 a 22. Disponível em <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/viewArticle/2102>. Acesso em 10 de novembro de 2010.

MERLINI, V. R. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifca Universidade Católica, São Paulo, 2005. Disponível em http://biblioteca.universia.net/html_bura/ficha/params/id/25432846.html. Acesso em 08 de novembro de 2010.

NOVO TELECURSO. Matemática, Ensino Fundamental, Aula 23, Frações. Disponível em <http://novotelecurso.blogspot.com/2009/02/fracoes.html>. Acesso em 02 de junho de 2010.

SILVA, M. J. F. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 1997. 208f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Pontifca Universidade Católica, São Paulo, 1997. Disponível em http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/SILVA_maria_jose.html. Acesso em 28 de abril de 2010.

APÊNDICE 1

Questionário

Nome:

1. Calcule:

- a) $\frac{1}{5}$ de 15 tortas.
 b) $\frac{2}{3}$ de 9 homens.
 c) $\frac{3}{4}$ de 20 balas.
 d) $\frac{2}{6}$ de uma dúzia de ovos.

2. Complete com uma fração em cada sentença:

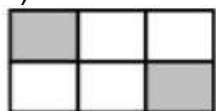
- a) 20 minutos é ___ de uma hora.
 b) 5 dias é ___ de uma semana.
 d) 3 ovos é ___ de uma dúzia.
 e) 30 segundos é ___ de um minuto.

3. Identifique as frações associadas a cada caso.

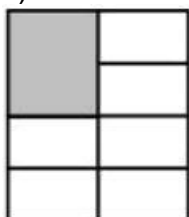
a)



b)



c)



4. Descubra se as quantidades são iguais ou diferentes.

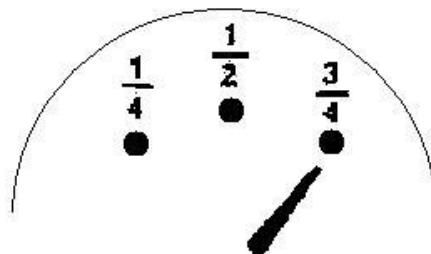
- a) $\frac{1}{2}$ de um canudo e $\frac{1}{8}$ do mesmo canudo.
 b) $\frac{2}{4}$ de um graveto e $\frac{2}{3}$ do mesmo graveto.
 c) $\frac{3}{7}$ de uma tábua e $\frac{6}{7}$ da mesma tábua.
 d) $\frac{3}{4}$ de um palito e $\frac{3}{8}$ do mesmo palito.

5. Um sexto de uma pizza custa 3 reais, quanto custa:

- a) $\frac{3}{6}$ da pizza?
 b) $\frac{5}{6}$ da pizza?
 c) a pizza toda?

6. O tanque de gasolina do carro estava vazio.

Colocamos 48 litros de combustível. O marcador ficou assim:



Quantos litros de combustível cabem nesse tanque?

APÊNDICE 2

Frações – Atividade 1

Nomes:.....

1. “Quantificar significa determinar a quantidade ou o valor de alguma coisa. Essa quantidade pode ser expressa pelo número de objetos de um conjunto ou pela medida que possui.” Vocês receberam um pedaço de fita e alguns botões. Quantifiquem-nos.

2. O que vocês fizeram para associar a cada uma dessas figuras uma quantidade?

3. Distribuam igualmente as fitas e os botões entre duas costureiras. Quanto cada uma vai receber?

4. Apareceram mais duas costureiras. Dividam denovo em dois o que estava com as outras. Quanto cada uma vai receber?

5. Se aparecessem mais quatro costureiras e as costureiras anteriores tivessem que dividir em dois o que elas receberam. Seria possível redistribuir a fita e os botões igualmente entre elas? Justifiquem a sua resposta.

6. Que diferenças vocês notaram nesses dois tipos de quantidades?

Frações – Atividade 2

Nomes:.....

1. Vocês receberam 3 folhas de papel. Cada um irá pegar uma das folhas e fazer a seguinte divisão:

O primeiro irá dobrar a folha na direção das diagonais e depois irá cortar nessas diagonais.

O segundo irá dividir a folha ao meio no sentido do comprimento e depois irá dividir uma das partes na diagonal e a outra parte ao meio no sentido da largura.

O terceiro irá dividir a folha ao meio no sentido da largura e depois irá dividir uma das partes ao meio no sentido da largura e a outra ao meio no sentido do comprimento.

a) Podemos falar que dividimos cada retângulo em quatro partes iguais? Por quê?

b) Podemos associar a cada uma das partes uma fração? Qual?

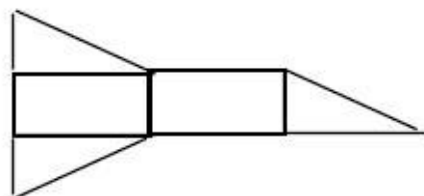
c) Comparem as partes dos três retângulos e digam que relação existe entre elas.

d) Representem no verso da folha os três retângulos divididos.

2. Pintem dois terços das figuras abaixo.

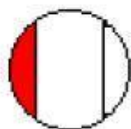


3. Colorir quatro sétimos da figura:



4. Quais desenhos têm $\frac{1}{3}$ pintado?

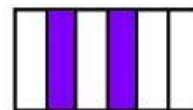
a)



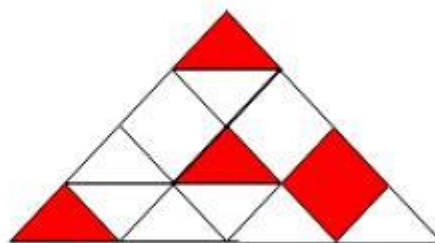
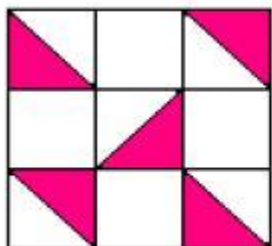
b)



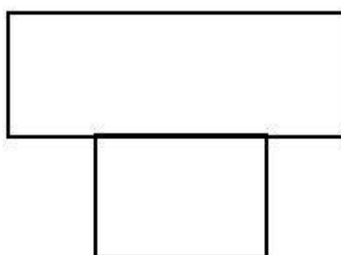
c)



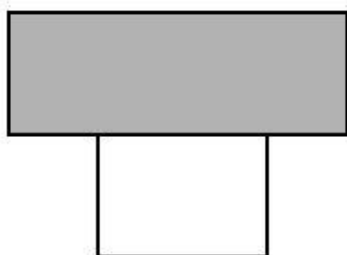
5. Qual fração da figura está pintada?



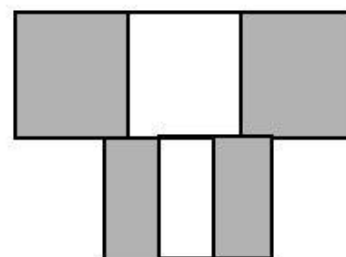
6. Uma professora pediu para seus alunos marcarem $\frac{2}{3}$ da seguinte figura:



Um desenhou



O outro desenhou



O primeiro aluno está correto? _____

O segundo aluno está correto? _____

Justifique sua resposta. _____

7. Que fração das bolinhas está pintada?



8. Desenhem um conjunto de maçãs do qual dois quintos são vermelhas e o resto são verdes.

Frações – Atividade 3

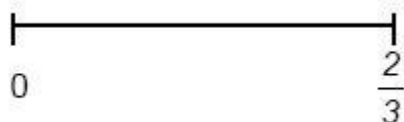
Nome:.....

1. Se a figura abaixo é um terço do inteiro, represente o inteiro.



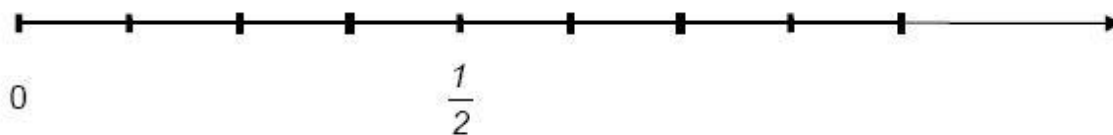
2. Se $\frac{2}{7}$ das bolinhas de Sérgio são brancas e ele tem 12 bolinhas brancas, qual o total de bolinhas que Sérgio possui?

3. Desenhe a unidade a partir do segmento abaixo.



4. Represente num segmento as medidas $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$.

5. Escreva uma fração para cada ponto.



6. Divida o segmento dado em cinco partes iguais e identifique cada uma das partes.



Frações – Atividade 4**Nomes:**.....

Problemas:

1. Temos quatro barras de chocolate para reparti-las igualmente entre cinco crianças. Qual a fração que representa a cota de chocolate de cada criança?

2. Uma professora deu o seguinte problema: “Se distribuirmos duas tortas de tal forma que cada criança receba $\frac{2}{5}$ de uma torta, para quantas crianças podemos distribuir as tortas?”

Um aluno respondeu imediatamente: “É claro que serão cinco crianças.”
Como vocês acham que ele raciocinou para chegar a essa resposta?

3. Se distribuirmos igualmente 5 chocolates para um grupo de 8 crianças e 5 chocolates para outro grupo de 6 crianças. As crianças de que grupo vão comer mais chocolate?

4. Se distribuirmos igualmente 3 chocolates para um grupo de 5 crianças e 9 chocolates para um outro grupo de 15 crianças. Qual é o grupo em que as crianças vão comer mais?

5. Se distribuirmos igualmente 3 tortas entre 4 crianças e 4 tortas iguais às primeiras entre outras 5 crianças, quem comerá mais?

6. Distribuam 9 bolinhos entre quatro crianças. Qual a fração que representa a cota de bolinhos de cada criança?

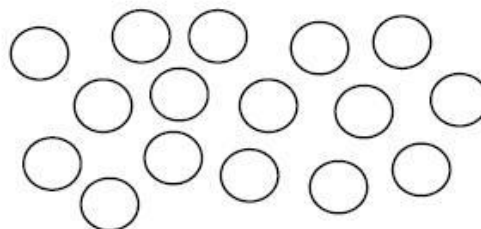
APÊNDICE 3

Frações – Atividades Finais

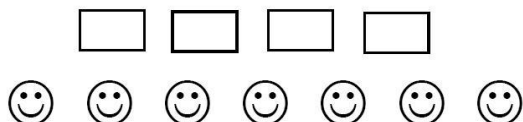
Nome:.....

1. Que boa experiência você teve durante esta seqüência de trabalho com frações?

5. Pinte $\frac{3}{4}$ das bolinhas.



2. Divida as quatro tortas entre as sete crianças. Quanto cada criança vai receber?



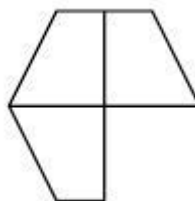
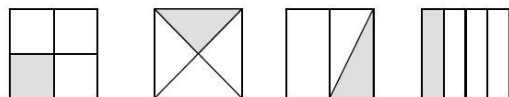
6. Pinte $\frac{1}{3}$ da metade do retângulo a seguir. Que fração do retângulo você pintou?



3. Se dividirmos 8 tortas entre seis crianças, que fração das tortas cada criança vai receber?

7. Se a figura a seguir é $\frac{3}{8}$ da figura inteira, qual é a figura?

4. O que você pode falar sobre as partes pintadas das figuras a seguir?



8. Crie dois problemas envolvendo a fração $\frac{3}{5}$.

ANEXO

Tabela com as atividades e estratégias de ensino

Objetivo / hipóteses a serem atendidas	Atividade	Estratégias e recursos
Introduzir discussão sobre o tema “frações”.	Assistir o vídeo.	Vídeo do Novo Telecurso – E. Fundamental – Matemática – Aula 23 sobre Frações. Discussão sobre a utilização das frações no dia-a-dia.
Fazer com que os alunos percebam as diferenças entre situações que envolvem quantidades discretas e quantidades contínuas.	Em grupos, dividir ao meio três vezes seguidas uma fita com 12 cm de comprimento e um conjunto com 12 botões. Discutir as respostas encontradas pelos grupos.	Fita, botões, ficha de questões sobre essa situação.
Que os alunos notem que a concepção parte/todo depende da divisão de um inteiro em partes iguais e que a igualdade não se refere à forma.	Em trios, dividir um retângulo em 4 partes, fazendo isso de três maneiras diferentes, através de instruções dadas. Em seguida, resolver problemas de divisão de figuras e debatê-los.	Uma folha tamanho A4 e ficha de questões sobre essa situação.
A partir da representação de uma fração do inteiro reconstituam esse inteiro, através da concepção de medida.	Individualmente resolver atividades onde devem representar as medições através de números fracionários. Apresentar as soluções para os colegas no quadro.	Quadro branco e ficha de questões.
Que os alunos percebam que na concepção de fração como quociente o numerador pode ser maior, menor ou igual ao denominador e que podem estar representando objetos diferentes.	Em duplas, encontrar solução para alguns problemas.	Ficha de problemas.
Avaliar se a seqüência aplicada teve bons resultados.	Aplicar um teste.	Ficha do teste.