

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

RAFAEL ROOS GUTHMANN

FUNDAMENTANDO O EQUILÍBRIO ECONÔMICO:

O PROCESSO DE EMERGÊNCIA DO EQUILÍBRIO ECONÔMICO

PORTO ALEGRE

2010

RAFAEL ROOS GUTHMANN

**FUNDAMENTANDO O EQUILÍBRIO ECONÔMICO:
O PROCESSO DE EMERGÊNCIA DO EQUILÍBRIO ECONÔMICO**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentada ao Departamento de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Econômicas

Orientador: Ronald Otto Hillbrecht

PORTO ALEGRE

2010

RAFAEL ROOS GUTHMANN

**FUNDAMENTANDO O EQUILÍBRIO ECONÔMICO:
O PROCESSO DE EMERGÊNCIA DO EQUILÍBRIO ECONÔMICO**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentada ao Departamento de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Econômicas

Orientador: Ronald Otto Hillbrecht

Aprovado em Porto Alegre, ____ de _____ de 2010

Prof. Ronald Otto Hillbrecht

UFRGS

Prof. Sabino Porto Junior

UFRGS

Prof. Stefano Florissi

UFRGS

RESUMO

O presente trabalho faz uma análise abrangente das teorias relacionadas ao processo de convergência em direção ao equilíbrio. O trabalho dos economistas clássicos até os trabalhos mais modernos em matéria de teoria são expostos e comparados. A importância na definição do processo de aprendizado dos tomadores de decisão e a relação entre o equilíbrio, a existência de incerteza e racionalidade limitada é o foco deste trabalho. O trabalho mostra a direção em que tende a pesquisa e as relações entre os vários *approaches* que foram feitos para tratar desses problemas.

Palavras chave: Equilíbrio, Desequilíbrio, Processo, Arbitragem, Aprendizado

ABSTRACT

The present work does a broad analysis of the theories related to the process of convergence towards economic equilibrium. The work of classic economists up to the modern approaches to the problem are explained and compared. The importance in the definition of the learning process of the decision makers and the relation between equilibrium, the existence of uncertainty and bounded rationality are the focus of this work. It shows the direction in which the research is tending and the relations between the various approaches being done to work out these problems.

Key words: Equilibrium, Disequilibrium, Process, Arbitrage, Learning

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.4.1 Trocas fora do equilíbrio

Figura 3.1.1 Arbitragem e custos de transação

Figura 3.2.2.1 Ofertas de preço de A

Figura 3.2.2.2 Contra ofertas de B

Figura 3.3.1 Processo de Cournot

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 REVISÃO DA LITERATURA PASSADA	11
2.1 OS ECONOMISTAS CLÁSSICOS	11
2.2.1 O TRABALHO DE SCHUMPETER	13
2.2.2 O TRABALHO DE HAYEK	14
2.3 A DEFINIÇÃO MODERNA DO CONCEITO DE EQUILÍBRIO	16
2.4 ANÁLISE DE ESTABILIDADE (PROCESSOS DE TÂTONNEMENT)	17
2.4.1 O MODELO DE PROCESSO DE HAHN	20
2.5 NOTAS SOBRE O QUE JÁ APRENDEMOS	22
3 AS ABORDAGENS MODERNAS	24
3.1 O MODELO DE FRANKLIN FISHER	24
3.2 A ABORDAGEM DE PROCESSO DE MERCADO	28
3.2.1 INCERTEZA E DESCOBERTA	29
3.2.2 O PROCESSO DE MERCADO	30
3.2.3 COMPETIÇÃO E ESTRUTURA DE MERCADO	34
3.3 MODELOS DE APRENDIZAGEM EM JOGOS	36
3.3.1 MODELO DE JOGO FICTÍCIO	38
3.3.2 DINÂMICA DE REPLICAÇÃO	39
3.3.3 APLICANDO A DINÂMICA DE REPLICAÇÃO PARA EXPLICAR FENÔMENOS MACROECONÔMICOS	40

3.4 MODELOS DE AGENTES ADAPTATIVOS UTILIZANDO MÉTODOS COMPUTACIONAIS	43
3.4.1 MODELO <i>SUGARSCAPE</i>	46
3.4.2 APLICAÇÃO PARA MACROECONOMIA	48
3.4.3 O MODELO DE HOWITT	49
4 NOTAS DE CONCLUSÃO	54

1 INTRODUÇÃO

O modo mais comum de análise econômica é o estudo de estados de equilíbrio. Ou seja, assume-se o equilíbrio para se realizar a análise de suas conseqüências, suas propriedades positivas e normativas. Pouca atenção foi dada pelos economistas com relação ao processo de emergência do equilíbrio. Ou seja, pouca atenção foi dada para determinar a dinâmica do processo que pode levar a emergência do equilíbrio, que normalmente se assume como dado. O objetivo deste trabalho é apresentar uma perspectiva da pesquisa realizada nesta área pelos economistas, com foco nos últimos 50 anos.

Segundo Mas-Colell (1995),

“A characteristic feature that distinguishes economics from other scientific fields is that, for us, the equations of equilibrium constitute the center of our discipline. Other sciences such as physics or even ecology, put comparatively more emphasis on the determination of dynamic law of change. In contrast, up to now, we have hardly mentioned dynamics. The reason, informally speaking, is that economists are good at recognizing a state of equilibrium but are poor at predicting precisely how an economy in disequilibrium will evolve.” (MAS-COLELL, WHINSTON, GREEN, 1995, p. 620).

Embora o volume de pesquisa dentro de estudos de dinâmica em desequilíbrio utilizando métodos tradicionais da economia moderna (o estudo do modelo walrasiano com o uso de teoremas matemáticos) tenha sido relativamente pequeno, particularmente até a década de 1990, essa pesquisa produziu resultados significativos. Desde os resultados da análise de estabilidade, já na década de 1950, o artigo de Arrow (1959) sobre a relação entre competição perfeita e ajustamento de preços até o modelo de *arbitraging agents*, do Fisher. Este é um dos mais importantes trabalhos com relação ao tema, tratado sob uma perspectiva walrasiana e publicado no livro *Disequilibrium Foundations of Equilibrium Economics*.

Com o desenvolvimento da teoria dos jogos e outros métodos alternativos de análise econômica além do modelo de equilíbrio geral clássico, a pesquisa mais recente é

feita com base em outros métodos. Nas últimas décadas pesquisas com base na teoria do aprendizado evolucionário em jogos e no uso de métodos computacionais na economia foram desenvolvidas. Essas novas abordagens permitiram maior flexibilidade na exploração desses temas. Por exemplo, os modelos computacionais permitem os economistas analisarem outras situações além dos limites estabelecidos pelos teoremas da análise axiomática nos modelos convencionais. Essas novas técnicas tendem a se popularizar em um futuro próximo, o que significa que o tipo de análise teórica geralmente estudada em economia pode mudar significativamente.

Além desses trabalhos mais recentes, temos a teoria do processo de mercado, desenvolvida por Kirzner nas décadas de 70 e 80. Esta teoria é construída sobre a tradição de Hayek e Schumpeter, mas assim como no modelo de Fisher, o equilíbrio do modelo de Kirzner é walrasiano. Mas existem diferenças metodológicas. Na abordagem de Fisher o modelo do processo de convergência para o equilíbrio serve apenas para justificar o uso do equilíbrio na análise econômica, provando que ele é um ponto globalmente estável do processo em desequilíbrio. Neste modelo o equilíbrio ocupa um espaço de importância relativamente menor, o foco se dá no processo em si para explicar vários fenômenos econômicos. Este é um ponto de aproximação com jogos evolucionários e modelos computacionais, que também estão focados em processos não apenas como meio de justificar o postulado de equilíbrio mas também para entender vários fenômenos econômicos como parte de processos em desequilíbrio. A teoria do Kirzner pode ser utilizada para explicar os processos competitivos que ocorrem no mercado, o processo de crescimento econômico (desenvolvendo as bases colocadas por Schumpeter), a importância da propaganda e a função dos preços como meios de transmitir informação.

O corpo do trabalho é dividido em duas partes, primeiro (secção 2) veremos um panorama geral das pesquisas e da percepção dos economistas com relação a essas questões até meados do século XX e as pesquisas de análise de estabilidade feitas nas décadas de 50 e 60. A segunda parte (secção 3) trata das teorias mais recentes, que representam o respectivo estado das artes dos vários approaches para o tema. A secção 3.1 trata do trabalho de Fisher, a secção 3.2 da teoria de Kirzner, a secção 3.3, do aprendizado evolucionário em jogos e a secção 3.4 trata do uso de métodos computacionais para o estudo desses processos.

2 REVISÃO DA LITERATURA PASSADA

Embora o foco da pesquisa atual em teoria econômica seja na análise de estados de equilíbrio em modelos, nem sempre foi assim. Os economistas do passado já trabalharam com questões relacionadas aos problemas estudados neste trabalho, e sua pesquisa influenciou o tratamento moderno de processos econômicos fora do equilíbrio.

Neste capítulo do trabalho faremos uma revisão das teorias e modelos desenvolvidos no passado que influenciaram o entendimento moderno dos problemas relacionados ao processo de convergência para o equilíbrio. Incluímos a visão dos economistas clássicos, como Smith, Cantillon e Ricardo, o trabalho de Schumpeter e seu conceito de empreendedor inovador, Hayek e suas noções de conhecimento que produziram uma definição nova do que seria um equilíbrio (a noção de compatibilidade mútua de planos) e da natureza de um processo de convergência para esse equilíbrio. Assim, colocaremos a moderna definição de um equilíbrio geral e do equilíbrio de Nash e sua relação com o que Hayek havia publicado. Também trataremos do trabalho realizado em meados do século passado a respeito da análise de estabilidade, ou processos de tâtonnement, que serviram de base para trabalhos posteriores da área.

2.1 OS ECONOMISTAS CLÁSSICOS

Até os anos 50 a teoria econômica não tinha uma base formal muito bem definida. A teoria do preço, a parte analítica mais tradicional da teoria econômica ainda não havia se cristalizado na sua estrutura corrente. Nesse tipo de ambiente intelectual sem barreiras delimitadas o tratamento dos processos de desequilíbrio fazia parte da teoria econômica convencional, embora para muitos autores a diferença entre equilíbrio e desequilíbrio não fosse tratado de forma explícita.

Os economistas clássicos desde Richard Cantillon e Adam Smith, passando por David Ricardo, Jean-Baptiste Say, John Stuart Mill e Karl Marx consideravam o estudo da economia como um estudo de relações genética causais. A análise se focava nas tendências

existentes dentro do funcionamento do sistema econômico. Por exemplo, Cantillon examinou o caso aonde existem diferenças de preços entre um mesmo bem em dois locais diferentes. Como é possível para um tomador de decisão individual auferir lucros comprando onde é mais barato e revender o bem onde seu preço é mais caro, a tendência é que os indivíduos comprem onde é mais barato e vendam onde é mais caro. Nos mercados onde o preço do bem é maior, a maior oferta gerada pelas ações desses indivíduos vai reduzir o preço do bem. Nos mercados onde o preço do bem é menor a maior demanda gerada por esses *traders* leva a um preço mais elevado. A tendência é a igualdade do preço dos bens nos vários locais onde são comercializados, se levando em consideração os custos de transporte. Pois mesmo que um bem seja mais barato num local do que em outro, se os custos de transporte são iguais ou maiores do que seu preço, não existe tendência para os *traders* auferirem ganhos de arbitragem. A análise de Cantillon funde a análise de equilíbrio com o processo de convergência para o equilíbrio, assim como todos os outros economistas pré-clássicos e clássicos.

Ao assumirmos agentes racionais, qualquer situação fora desse equilíbrio não é compatível com a maximização de utilidade, já que nenhum indivíduo racional vai comprar um bem por um preço maior do que seu preço de venda mais baixo, e nenhum vendedor vai aceitar vender um bem por um preço que não seja o mais alto possível. Logo, só podemos ter um único preço para todos os mercado, levando-se em consideração que existem custos de se obter informação entre os mercados e custos de transporte (ou seja, o preço seria igual se descontando os custos de transação e transporte).

Os economistas clássicos tinham uma visão diferente dessas questões. Segundo esses economistas, o equilíbrio é apenas uma tendência. Nas suas teorias os preços dos bens tendem a ser proporcional a quantidade de trabalho imprimida no processo de produção. Mas os preços nunca são exatamente iguais a sua tendência, mas na verdade flutuam em torno desta. O processo de raciocínio desses pensadores não era focado no equilíbrio, mas nas tendências existentes em um estado qualquer. Por exemplo, Ricardo argumenta que os preços dos bens tendem a ser proporcionais quantidade de trabalho utilizada em sua produção ao invés de sua utilidade para os consumidores porque se o preço de um bem está abaixo de seu custo de produção, então a produção deste bem irá se elevar até seu preço atingir o seu custo de produção. Como os preços dos insumos também

tendem a seus custos, então o custo final e determinante das tendências de direção no valor dos bens é a quantidade de trabalho.

2.2.1 O TRABALHO DE SCHUMPETER

No trabalho de Joseph Schumpeter (1988) o equilíbrio é um ponto de partida. O seu estudo parte de um estado de equilíbrio walrasiano onde que os agentes estão plenamente coordenados, oferta e procura são iguais em todos os mercados e não existe crescimento econômico “intensivo”, embora possa existir crescimento econômico via acumulação de capital. Esse crescimento não causa descoordenação porque é contínuo e não afeta significativamente os planos dos agentes.

Mas na medida em que ele introduz o empresário inovador, ao inovar esse empresário gera um processo de perturbação da estrutura de relações econômicas existentes, ao romper com os modos de produção existentes. A introdução de uma inovação pode ser um novo bem, uma nova maneira de produzir um bem já existente, a abertura de um novo mercado, etc, não se restringindo a inovação tecnológica. Nas próximas seções veremos como este conceito de inovação foi interpretado por outros economistas.

Ao inovar o empresário inovador introduz uma forma mais eficiente de alocar os recursos, essa forma mais eficiente de alocar os recursos representa um custo menor de produção, ou um custo menor de insumos ou um produto que pode comandar um preço mais elevado no mercado. Em todo caso, essa inovação causa uma lacuna entre os preços que o empreendedor paga pelos insumos e pelos preços que o empreendedor vende o produto. Na concepção de equilíbrio de Schumpeter (o estado de movimento circular uniforme), os preços são iguais aos custos de produção. O preço do produto final determina os preços dos fatores de produção. Nesse caso, o empresário inovador rompe com esse equilíbrio e causa uma lacuna entre os custos de produção e os preços dos bens vendidos no mercado. Logo, imitadores descobrem essa lacuna e entram no novo mercado criado pelo empresário. Com o passar do tempo os imitadores levam o preço para seu nível de equilíbrio, reduzindo-o com relação ao preço do equilíbrio anterior a inovação.

No modelo de Schumpeter o equilíbrio é um pano de fundo inicial e o processo de inovação rompe este equilíbrio e provoca um processo de crescimento econômico sustentado baseado no que hoje é denominado de aumento na produtividade total dos fatores. Schumpeter não vê grandes problemas para o sistema econômico atingir o equilíbrio após ser perturbado, sendo um processo até mesmo trivial. O interessante é estudar como o equilíbrio pode ser perturbado.

2.2.2 O TRABALHO DE HAYEK

Existem várias similaridades entre o trabalho de Hayek (1931, 1941) e o que foi produzido por Schumpeter anteriormente. Hayek iniciou seus trabalhos como economista teórico no campo do estudo dos ciclos de negócios. Ele desenvolveu um modelo ao longo da década de 1930, que pode ser considerado similar ao de Schumpeter no sentido que analisa um processo a partir de um ponto inicial de equilíbrio (ou estado estacionário, ou como Hayek definiu, de equilíbrio intertemporal), sua perturbação e seu retorno automático ao equilíbrio.

Esse processo é um ciclo de negócios, que começa com um período de *boom* econômico e termina em uma crise. O estudo parte de um equilíbrio intertemporal, onde os planos dos produtores e dos consumidores estão plenamente coordenados, e sua coordenação em relação ao tempo é determinada pela taxa de juros que equilibra a poupança com o investimento (ou seja, os planos de consumo e produção se encontram coordenados pela taxa de juros). Mas existe um tipo especial de choque exógeno que perturba o sistema econômico tem efeitos cíclicos, é a expansão de meios de pagamento. Pode ser uma expansão de crédito pelos bancos ao reduzirem suas reservas ou pode ser efetuado pelo Banco Central ao perseguir uma política monetária expansionista.

Essa expansão dos meios de pagamento eleva a oferta de crédito no mercado, reduzindo a taxa de juros. Com juros mais baixos os consumidores reduzem sua poupança e conseqüentemente, elevam seu consumo corrente. Os planos de consumo se ajustam para maiores quantidades consumidas no presente se comparado com o plano de consumo anterior. Já, com juros menores, os produtores vão expandir seus projetos de investimento

futuros (alocando mais investimento para projetos mais distantes no tempo) e assim formulam planos de produção incompatíveis com os planos dos consumidores. Essa incompatibilidade de planos resulta numa crise inevitável, cujo período de maturação é determinado pela velocidade com que os agentes descobrem seus erros. Esta é uma teoria de crise inevitável.

Esse ponto de vista é similar ao de Schumpeter no sentido que vê o equilíbrio geral como o estado natural do sistema econômico e no sentido que fenômenos importantes do mundo econômico (progresso econômico para Schumpeter, ciclos de negócios para Hayek) são perturbações deste equilíbrio. Simultaneamente e posteriormente ao desenvolvimento de sua teoria de ciclos, Hayek trabalhou com a questão deste trabalho de conclusão (o processo de convergência para um equilíbrio) diretamente (1937, 1945, 1948). Ele redefiniu o equilíbrio como um estado de compatibilidade de planos dos tomadores de decisão (como por exemplo, quando temos igualdade de oferta e procura porque os produtores e consumidores possuem planos compatíveis quanto a preços e quantidades que podem ser demandadas e ofertadas), em contraste a definição de equilíbrio tradicional de um estado estacionário. Podemos ter mudanças no equilíbrio, desde que estas mudanças sejam antecipadas pelos agentes econômicos. Um estado de desequilíbrio é um estado aonde existem mudanças não antecipadas (ou seja, surpresas), logo, Hayek redefiniu o conceito de equilíbrio para torná-lo compatível com o subjetivismo, sendo que o equilíbrio pode ser definido puramente pelas propriedades do sistema econômico subjetivas aos indivíduos.

Ao analisar o equilíbrio a partir desde ponto de vista, Hayek iluminou uma relação existente entre o equilíbrio e o conhecimento. O conhecimento é relevante na teoria econômica enquanto delimita o estado de percepção do agente com relação à realidade econômica subjacente. O equilíbrio é definido como um estado onde existe compatibilidade entre o conhecimento do agente e os aspectos da realidade econômica que tem relação com as decisões deste agente. Os planos dos agentes são compatíveis porque os agentes têm expectativas compatíveis entre si. Hayek prosseguiu ao aplicar o chamado “problema do conhecimento” as questões relativas ao funcionamento dos mercados e da sociedade (1945) e ao funcionamento do processo de competição (1948, p. 92 - 106).

2.3 A DEFINIÇÃO MODERNA DO CONCEITO DE EQUILÍBRIO

A definição atual de equilíbrio tem forte influência direta e indireta do trabalho de Lionel Robbins (1932), onde ele definiu a economia como: “Economics is the science which studies human behavior as a relationship between given ends and scarce means which have alternative uses.” (p. 16, *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*). Esta definição de ciência econômica ajudou a consolidar por si uma definição de equilíbrio nos primeiros anos do pós guerra que se tornou padrão na profissão. O equilíbrio foi definido como um estado onde os agentes se defrontam com uma série de parâmetros e uma função de utilidade (ou lucro), a partir dessas condições se define um equilíbrio do indivíduo como um estado de maior utilidade atingível, dadas essas restrições.

O equilíbrio geral representa a igualdade das quantidades demandadas e ofertadas a partir destes planos de consumo e produção, coordenados pelo sistema de preços. Formalmente um equilíbrio geral de uma economia sem produção, aonde temos um conjunto de n consumidores com dotações ω_i , pode ser definido como um conjunto de pontos (x_i^*) no espaço dos bens para todo o consumidor i e um vetor de preços p^* que satisfazem as seguintes condições:

i. x_i^* é preferida a qualquer $x_i \in \{x_i \in X_i : p^*x_i \leq p^*\omega_i\}$,

ii. $\sum_{i=1}^n x_i^* = \sum_{i=1}^n \omega_i$.

Ou seja, o cada tomador de decisão escolhe uma cesta de consumo ótima com relação a sua restrição dada pelas dotações e pelo vetor de preços e o vetor de preços de equilíbrio corresponde à igualdade entre as quantidades procuradas pelos consumidores e a dotação do sistema econômico (ou seja, temos compatibilidade dos planos de ação por parte dos tomadores de decisão). Podemos facilmente estender esse conceito de equilíbrio para um mundo com produção, onde firmas convertem fatores em bens. No caso o somatório dos inputs e outputs das firmas com as cestas de consumo escolhidas pelos consumidores devem igualar as dotações iniciais.

Na teoria dos jogos o tipo equilíbrio utilizado normalmente é o equilíbrio de Nash (e seus refinamentos), aonde cada jogador escolhe a melhor estratégia possível, dadas as respostas ótimas dos outros jogadores a sua estratégia. Também é um resultado de um

processo de maximização de utilidade, mas considera as reações dos outros tomadores de decisão, enquanto que a teoria de equilíbrio geral lida apenas com a tomada de decisão individual com os outros parâmetros dados (como por exemplo, os preços).

Tanto os conceitos de equilíbrio geral e equilíbrio de Nash são resultados obtidos a partir de planos de ação perfeitamente racionais formulados por agentes com plena capacidade de percepção da realidade econômica subjacente. Não existe espaço para a existência de falhas cognitivas dos agentes. Veremos a seguir como os economistas pós Nash e Arrow-Debreu lidaram com as questões relacionadas ao funcionamento de um sistema econômico com agentes imperfeitamente racionais.

2.4 ANÁLISE DE ESTABILIDADE (PROCESSOS DE TÂTONNEMENT)

No modelo de equilíbrio geral se assume que o vetor de preços satisfaz a igualdade entre oferta e procura nos vários mercados. Mas e se não tivermos essa igualdade? As primeiras tentativas de lidar com esse tipo de problema foram formuladas entre os anos 40 e os anos 60, utilizando equações diferenciais e curvas de oferta e procura, e formam o campo de análise de estabilidade.

Este campo começou com Samuelson (1941), que propôs que para qualquer onde a oferta e a procura não se igualam, os preços deveriam se mover na direção contrária a discrepância. Com excesso de oferta temos movimento negativo dos preços e com excesso de demanda, um movimento positivo nos preços. Esse tipo de movimento pode ser escrito da forma geral:

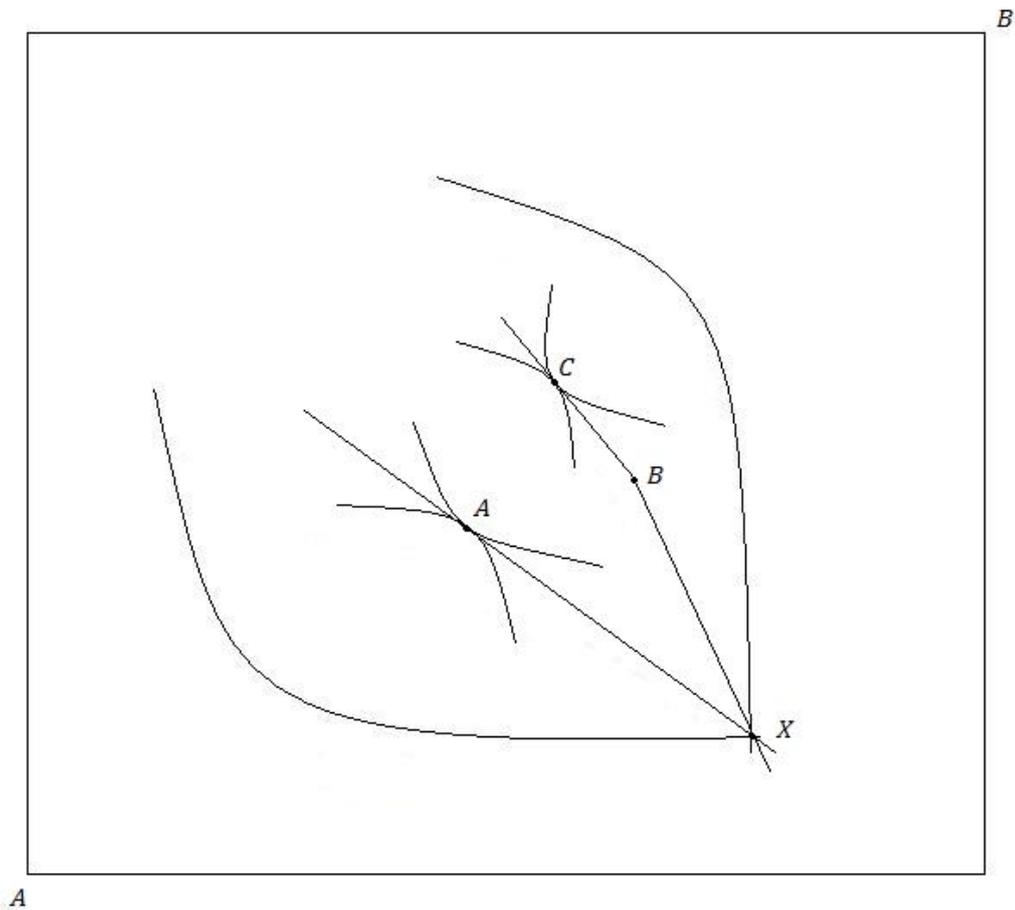
$$\frac{\partial P_i}{\partial t} = F^i[Z_i(P)]$$

Onde P_i é o preço da mercadoria i , P é o vetor de preços, Z_i é o excesso de demanda total pelo bem i , e F^i é uma função positiva, estritamente diferente de zero para qualquer Z^i diferente de zero. Logo, essa equação implica que o preço das mercadorias varia em relação à existência de excesso de demanda e, pela lei de Walras, na inexistência

de excesso de demanda temos equilíbrio. Logo, o vetor de preços vai mudar até atingir um equilíbrio, nesse momento as trocas podem ser realizadas. As trocas não podem ser realizadas fora do equilíbrio porque trocas fora do equilíbrio vão mudar o vetor das dotações, o que vai mudar o ponto de equilíbrio.

Graficamente, dada uma dotação inicial X , um ponto de equilíbrio A (assumindo que o equilíbrio é único), se trocas forem realizadas a partir de um vetor de preços incompatível com o equilíbrio, teremos a mudança da alocação dos bens para o ponto B . Mas a partir desse ponto o equilíbrio se torna o ponto C . Isso significa que se autorizarmos a troca fora do vetor de preços de equilíbrio, o equilíbrio atingido será diferente do previsto pela teoria de equilíbrio clássica. Esse representa um grave problema teórico, que a análise de estabilidade simplesmente assume que não existe ao impedir as trocas fora do preço de equilíbrio.

Figura 2.4.1 Trocas fora do equilíbrio



Existem vários problemas técnicos com esse tipo de análise. Por exemplo, um aumento dos preços num mercado em concorrência perfeita com retornos constantes de escala vai gerar um aumento infinito da quantidade ofertada, logo, temos uma descontinuidade. Em vários casos estudados, o equilíbrio não consegue ser atingido nunca e o vetor de preços fica variando indefinidamente. Kenneth Arrow e Leonid Hurwicz (1959) provaram que se assumirmos que os bens são todos substitutos brutos uns dos outros, esse tipo de modelo de ajustamento sempre vai levar a um equilíbrio geral. Ou seja, temos estabilidade global se assumirmos que os bens são substitutos brutos, o que é uma suposição bem forte.

Esse *approach* para a questão tem certo apelo intuitivo, já que se espera que os preços ofertados pelos agentes no mercado aumentem quando temos excesso de demanda e se reduzam quando temos excesso de oferta. Mas no modelo temos um leiloeiro walrasiano imaginário que ajusta o vetor de preços através de equações diferenciais. O sistema econômico funciona como um sistema físico, que se ajusta mecanicamente a existência de excessos de demanda. Não existe um processo de aprendizado realizado pelos indivíduos que participam do mercado e ajustam seus planos para torná-los compatíveis com os planos dos outros indivíduos. Temos indivíduos que cegamente tomam os preços como dados, mesmo que eles não consigam completar seus planos de demanda e oferta (devido a excessos de oferta e demanda total), e um mecanismo exógeno gera tendências automáticas de coordenação de seus planos.

Outro problema central desse tipo de análise foi mostrado por Debreu: “(W)hen you are out of equilibrium, in economics you cannot assume that every commodity has a unique price because that is already an equilibrium determination” (citado em Weintraub, 2002, p. 146). Ou seja, não podemos tratar do processo de convergência para uma igualdade das quantidades ofertadas e procuradas a partir de uma análise que assume um único preço para cada mercadoria. O processo de equalização dos preços em torno de um valor homogêneo ocorre simultaneamente ao processo de convergência para um equilíbrio das quantidades ofertadas e procuradas. São duas faces de um mesmo processo. O modelo de Fisher (1983) e a abordagem de processo de mercado, que veremos nas secções 3.1, 3.2 são tentativas de se abordar processos de convergência de preços em torno de um preço único. Embora no primeiro caso o preço das transações efetuadas é único em cada ponto do

tempo, mas as expectativas de cada tomador de decisão a respeito do preço em algum ponto futuro do tempo podem diferir.

2.4.1 O MODELO DE PROCESSO DE HAHN

Essa ausência de elementos realísticos nos modelos de estabilidade, somadas aos problemas técnicos existentes levaram aos pesquisadores desses processos a realocarem seus esforços para a construção de modelos de processos em desequilíbrio mais satisfatórios. Um desses modelos foi desenvolvido por Hahn e Negishi (1962). Seus pressupostos não incluem a troca apenas dentro do equilíbrio. Ou seja, os agentes podem trocar antes de atingirmos um vetor de preços de equilíbrio. Inicialmente se pensaria que trocas fora do vetor de preços de equilíbrio iriam gerar problemas sérios, já que a alocação de recursos mudaria e o vetor de preços de equilíbrio também, e que assumir a ausência de trocas no desequilíbrio seria essencial para se construir modelos de estabilidade satisfatórios.

Esse modelo não utiliza essa suposição e consegue atingir o equilíbrio utilizando pressupostos mais razoáveis do que os modelos de estabilidade. O processo Hahn funciona da seguinte forma: A partir de um vetor de preços qualquer os agentes formulam seus planos de oferta e procura. As trocas são realizadas, mas como o vetor de preços é aleatório, temos excesso de demanda em vários mercados. O modelo então assume que os preços de bens se movem positivamente em função do excesso de demanda. As utilidades esperadas dos agentes são determinadas pelos preços, em função da variação positiva dos preços para o conjunto dos bens onde existe excesso de demanda a utilidade esperada dos agentes cai. O modelo utiliza as funções de utilidade esperada para modelar o processo, utilizando o segundo Método de Lyapounov e usando a função de utilidade esperada (que é função dos preços) como função de Lyapounov para provar a estabilidade do sistema. As funções de utilidade esperada dos agentes caem até atingir o equilíbrio, quando os preços não sobem mais já que não existe excesso de demanda.

Formalmente, o modelo em sua versão simples (troca pura, sem produção) é composto por consumidores, h que maximizam sua utilidade $u^h(\cdot)$, definida sobre sua demanda, o vetor x^h . Assumimos que $u^h(x^h)$ é estritamente quase-côncava, fracamente

monotônica e localmente não saciada. O consumidor tem um vetor não negativo de dotações, \bar{x}^h , que mudam ao longo do tempo em função das trocas realizadas em cada momento do tempo. Ele escolhe x^h para maximizar $u^h(x^h)$ sujeito a $P(x^h - \bar{x}^h) = 0$, ou seja, ele leva em consideração apenas os preços correntes para traçar seus planos de consumo. Assumimos que x^h é contínuo em preços e dotações.

Definimos $z^h \equiv x^h - \bar{x}^h$ como o vetor de excesso de demanda sobre suas dotações de cada indivíduo e $Z \equiv \sum z^h$. E no equilíbrio temos que $P_i z_i^h = 0$ e $P_i Z_i = 0$ ($i = 1, \dots, n; h = 1, \dots, H$). Onde n é o número de mercadorias e H é o número de consumidores. Ou seja, no equilíbrio as cestas demandadas são iguais as dotações e assim não temos a mudança das dotações de bens dos agentes e o processo de Hahn termina.

O ajustamento de preços segue a seguinte regra: $\dot{P}_i = F^i(Z_i)$ ao menos que $P_i = 0$ e $Z_i < 0$, nesse caso $\dot{P}_i = 0$. Onde $F^i(\cdot)$ preserva o sinal, é contínua e confinada além de zero. Claramente no equilíbrio os preços não mudam. O processo de ajustamento das dotações do bem i do consumidor h é dado pela equação $\dot{\bar{x}}_i^h = G_i^h(\bar{x}^1, \dots, \bar{x}^h, P)$ ($i = 1, \dots, n; h = 1, \dots, H$). Essas equações representam o processo de movimento do modelo.

Assumimos que não existe produção, logo $\sum_h \bar{x}^h \equiv \bar{X}$, onde \bar{X} é um vetor fixo. Assumimos também que $P \dot{\bar{x}}^h \equiv 0$, ou seja, que os consumidores sempre igualam o valor do que compram e do que vendem em um dado momento do tempo. Além disso, o postulado básico do modelo de processo de Hahn, assumimos que os mercados se encontram em um certo nível de coordenação que não permite que existam mercados onde existem consumidores que desejam comprar mais do que conseguem comprar e simultaneamente consumidores que desejam vender mais do que conseguem vender, ou seja, $z_i^h Z_i > 0$ ao menos que $z_i^h = 0$ ($i = 1, \dots, n; h = 1, \dots, H$). Os mercados são organizados e possuem preços únicos.

A partir desses postulados são derivados o comportamento da utilidade esperada em função do tempo, que sempre decresce em função do aumento dos preços dos bens cuja demanda excede o total ofertado. Com os preços mais elevados pelos bens que são demandados além das dotações iniciais dos agentes, temos um efeito renda que leva a redução da utilidade esperada. Isso significa que $V \equiv \sum_h u^h(x^h)$ é uma função declinante fora do equilíbrio, logo V é uma função de Lyapounov, a partir das condições que

assumimos a respeito do modelo, foi provado que ele descreve um processo globalmente estável. O equilíbrio ocorre quando a utilidade esperada não se reduz mais, em função da ausência de excesso de demanda e assim os planos de consumo dos agentes são concluídos com sucesso. Podemos elevar o grau de complexidade do modelo, ao introduzirmos firmas (mas sem produção) e moeda, o que foi feito em Fisher (1974).

É um modelo mais realístico e intuitivo do que os modelos de estabilidade tradicionais. A queda da utilidade esperada durante o processo de desequilíbrio representa a descoberta de incompatibilidade de planos, o equilíbrio é atingido quando não temos mais planos incompatíveis e a utilidade esperada é a utilidade efetivamente auferida pelos agentes. Mas esse modelo ainda sofre de certos problemas. Ele ainda precisa assumir que os preços se movem de forma autônoma em função do excesso de demanda. Que cada mercado tem um preço único e que os mercados são suficientemente organizados para que não existam simultaneamente excesso de demanda e oferta de alguns agentes no mercado. Com base na já substancial literatura existente sobre o tema, Franklin Fischer (1983) desenvolveu a tentativa mais completa de modelar processos de desequilíbrio utilizando-se o ferramental tradicional da escola neoclássica.

2.5 NOTAS SOBRE O QUE JÁ APRENDEMOS

Na teoria econômica moderna o estudo do comportamento dos agentes é baseado no individualismo metodológico e no pressuposto que as preferências são individuais e subjetivas aos indivíduos. Assim sendo, o conceito de equilíbrio moderno define o equilíbrio, tanto em um equilíbrio walrasiano quanto em um jogo qualquer, como uma situação onde que os planos de ação (ou o conjunto de escolhas que os tomadores de decisão escolhem) de cada indivíduo são ótimos com relação ao conjunto de restrições com que eles se defrontam. O processo de convergência ao equilíbrio pode então ser definido como um processo de gradual coordenação dos planos de ação de cada indivíduo com relação a realidade econômica com que eles estão inseridos.

Este processo de coordenação pode ser então definido como um processo de aprendizado onde que os agentes gradualmente aprendem a otimizar seus planos de ação.

Logo, a pesquisa moderna desse campo se foca no processo de aprendizado dos tomadores de decisão e na sua percepção subjetiva das restrições com que eles se defrontam. O processo de Hahn já incorpora a utilidade esperada como variável que muda em função do tempo, o que representa a mudança nas percepções subjetivas dos tomadores de decisão com relação aos preços com que eles podem realizar trocas com outros agentes de forma bem sucedida (onde os planos de oferta e procura produzem igualdade das quantidades).

3 AS ABORDAGENS MODERNAS

No capítulo anterior vimos a pesquisa realizada no passado relativamente mais distante, cujas contribuições foram incorporadas nos modelos mais recentes, que serão estudados neste capítulo. Conseqüentemente são incluídas no presente capítulo as abordagens para responder a questão: “Como um sistema econômico pode atingir o equilíbrio” que representam o estado das artes nas respectivas linhas de pesquisa onde foram elaboradas. Os modelos de cunho walrasiano de Fisher e num menor grau, de Kirzner, os modelos de jogos evolucionários e a aplicação de métodos computacionais para o estudo desses processos com o uso de agentes adaptativos.

3.1 O MODELO DE FRANKLIN FISHER

O modelo de Hahn serve de base para o trabalho de Franklin Fisher (1983). Este modelo é baseado na revisão de expectativas dos tomadores de decisão que estão cientes que estão em desequilíbrio e não temos leiloeiro walrasiano, na verdade os preços mudam em função das expectativas dos tomadores de decisão. Assim, Fisher fundamenta a teoria de processo em desequilíbrio a partir do individualismo metodológico que já calca a teoria microeconômica do equilíbrio.

O postulado básico do modelo é a ausência de surpresa favorável. Ou seja, a utilidade esperada da conclusão dos planos de consumo ou produção dos consumidores e produtores não pode se elevar com a passagem do tempo. Formalmente, existe um $\Delta^* > 0$ onde que para todo agente e todo t , o programa que é ótimo para aquele agente em t , era factível em $t - \Delta$ para todo Δ em que $0 \leq \Delta \leq \Delta^*$. Esse postulado é baseado em Schumpeter (1911), onde que o sistema econômico é jogado para fora do equilíbrio em função de inovações que são surpresas favoráveis no sentido que permitem uma maior satisfação das preferências dos consumidores. Já o objetivo desse modelo é mostrar como um sistema econômico que foi perturbado para fora do equilíbrio pode retornar ao equilíbrio na ausência de outras perturbações. Algo que Schumpeter considerava trivial.

Enquanto que na teoria de equilíbrio geral todas as mercadorias (“commodities”) são classificadas pela sua data e as transações são realizadas no momento inicial do sistema econômico (ou mais precisamente, não existe especificação temporal das datas em que as transações são realizadas), neste modelo os agentes traçam no período θ um programa de consumo ou produção envolvendo a compra ou venda no período v de uma mercadoria datada no período t . E assim $p^a(\theta, v, t)$ denota o vetor de preços que o agente a no período t espera encontrar no período v para mercadorias datadas em θ . Com base nessas expectativas de preços os consumidores maximizam a utilidade e os produtores maximizam o lucro. Mas diferentemente da teoria tradicional, a expectativa de mudança de preços leva os agentes a buscarem lucrar a partir de oportunidades de arbitragem.

Neste modelo a dinâmica da mudança dos preços é determinada a partir do fato que no modelo os agentes tomam vantagem de estarem em um sistema econômico em desequilíbrio ao comprar quando os preços estão baixos e vender quando os preços estão altos. Os agentes estão cientes de que não estão em um mercado em equilíbrio e por isso esperam mudanças nos preços. Nota-se que para comprar o bem alguém deve estar disposto a vendê-lo, e os agentes que vendem o bem no tempo v possuem expectativa de que o seu preço vá cair posteriormente, enquanto os agentes que compram o bem possuem expectativa de que seu preço vá aumentar. Como o preço pode subir ou descer, apenas uma dessas situações é possível, conseqüentemente temos frustração de expectativas de algum agente com a passagem do tempo. Logo, muitos dos planos de oferta e procura que se mostram inviáveis quando são executados e a utilidade esperada dos agentes que formularam esses planos tendem a se reduzir.

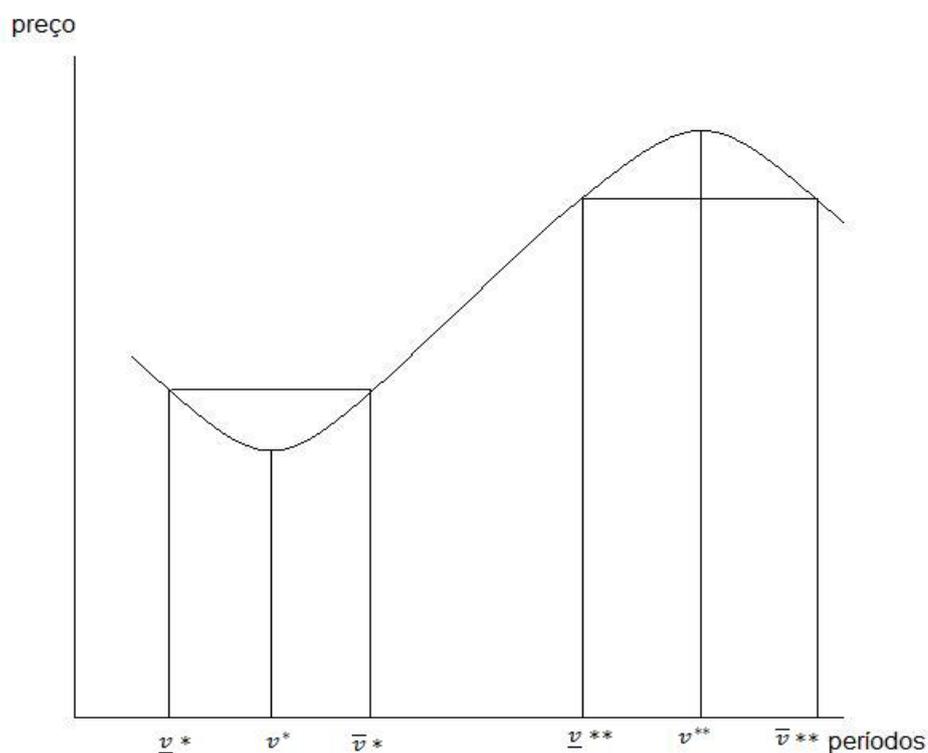
Apenas teremos ausência de frustração de expectativas se os preços não mudarem mais. Logo, se o preço muda em função do tempo não estamos em equilíbrio. Se os preços não mudam a data de realização de transações deixa de ter significado e o sistema se encontra em equilíbrio e as expectativas dos agentes não são frustradas.

Assim como no processo de Hahn o processo de convergência é colocado na forma de equações diferenciais com relação à variação da utilidade esperada utilizando o segundo Método de Lyapounov, que vai diminuindo a utilidade esperada com as expectativas frustradas até atingir o equilíbrio. Para provar a estabilidade global do modelo são necessárias uma série de suposições limitadoras adicionais, a respeito a propriedade das funções de lucro e utilidade ao longo do tempo.

Para manter a continuidade do processo de redução da utilidade esperada o autor assume que existem custos de transação em proporção ao volume de compras e vendas efetuadas em um momento do tempo. Assim sendo, para aproveitar as oportunidades de arbitragem, cada agente vai distribuir ao longo do tempo as quantidades que compra e vende de forma a reduzir os custos de transação. Por exemplo, se no período t o preço de um certo bem é 10 e no período $t + 1$ esse preço caiu para 9, mas o agente arca com um custo de transação de 1 por unidade vendida, logo se ele vai vender 3 unidades, ele venderia 2 no período t e 1 unidade no período $t + 1$ (noto que no modelo o tempo é contínuo). Dessa forma o processo de descoberta de expectativas frustradas em relação à variação do preço esperada é um processo contínuo, não um processo descontínuo (que seria se as compras e vendas fossem concentradas em apenas alguns pontos do tempo), o que significa que a variação da utilidade esperada ocorre de forma contínua.

Podemos ilustrar (na Figura 3.1.1) com um exemplo onde que o consumidor espera que o preço de um bem suba no futuro, atingindo um pico no período v^{**} e com um mínimo no período v^* . Como existem custos de transação, o consumidor não vai comprar todas as unidades que pretendia no período v^* e nem vender tudo em v^{**} , ele vai distribuir temporalmente as transações porque o custo de transação acumulado nos pontos de mínimo e máximo torna racional comprar por um preço um pouco maior na vizinhança de v^* e vender por um preço um pouco menor na vizinhança de v^{**} . Então as transações de compra ocorreriam no intervalo de tempo $\underline{v}^* > v^* > \bar{v}^*$ e as transações de venda no intervalo $\underline{v}^{**} > v^{**} > \bar{v}^{**}$.

Figura 3.1.1 – Arbitragem e custos de transação



Nesse trabalho temos um processo de aprendizado implícito nas equações que determinam a variação da utilidade esperada a partir do conjunto de escolhas tomadas em certo instante to tempo. O modelo de Fisher representa um grande passo em relação aos modelos de estabilidade tradicionais, ao abandonar os pressupostos de ausência de trocas no desequilíbrio, de que os agentes não percebem que estão em desequilíbrio e que os preços se movem automaticamente e sem a intervenção de indivíduos para restaurar o equilíbrio. Mas no seu modelo ainda é preciso pressupor que os indivíduos não realizam descobertas positivas e ainda se utiliza do Postulado de Ação Presente. Esse postulado diz que todas as possibilidades de troca são concebidas e planos com base nessas possibilidades são formulados na mente do agente no ponto de início do processo. Logo, o autor concluiu que ainda é preciso avançar até que se possa construir uma teoria satisfatória de dinâmica comparativa.

No parágrafo final de seu trabalho ele reflete sobre a importância do estudo teórico das questões relacionadas ao trabalho na área:

“What is certain is that work in this area must continue. The issues involved in disequilibrium analysis are too important to economics to be avoided. They must be faced head on rather than assumed away in the course of a desire to do what economists to best – analyse equilibrium without regard for the foundations on which such analysis must rest.” (1983, p. 218).

No modelo de equilíbrio geral não é preciso inserir a moeda porque todas as transações são executadas simultaneamente e o poder aquisitivo do consumidor é dado em função de sua dotação inicial. Assim, não existe papel a priori para a moeda. É possível inserir a moeda em modelos de equilíbrio geral com gerações sobrepostas, aonde a moeda tem a função de servir de ativo para carregar poder de compra ao longo do tempo. Mas não é estritamente necessário assumir a existência de moeda no modelo walrasiano. Já no modelo de Fisher, a moeda emerge naturalmente.

Neste modelo como as transações são datadas, os tomadores de decisão não podem simplesmente demandar x sujeito a $px \leq p\omega$, onde x denota a cesta de mercadorias demandadas, p o vetor de preços e ω as dotações iniciais. Eles precisam acumular meio de troca para efetuar transações distribuídas ao longo do tempo. E os preços ao longo do tempo (no sentido de v) são descontados em função do custo de oportunidade de manter encaixes monetários ao longo do tempo. Nesse sentido o modelo de Fisher representa um avanço, pois pode tratar dos problemas relacionados a economia monetária sem a introdução ad hoc de moeda no modelo.

3.2 A ABORDAGEM DO PROCESSO DE MERCADO

Essa teoria tem características metodológicas um tanto diferentes dos modelos expostos nas seções anteriores, baseados em uma análise de cunho mais walrasiano. Esta teoria tem mais em comum com a economia de Schumpeter e Hayek do que com a análise de estabilidade e foi desenvolvida principalmente por Kirzner (1973, 1979, 1985) nas décadas de 60, 70 e 80. Se baseando no trabalho de Hayek e outros economistas austríacos

do final do século XIX e da primeira metade do século XX, Kirzner articulou uma teoria de tomadores de decisão que possuem certas propriedades comportamentais diferentes do modelo neoclássico tradicional. Mas esses tomadores de decisão não podem ser caracterizados como parcialmente racionais ou irracionais, o que geralmente ocorre com modelos de tomada de decisão diferentes da teoria neoclássica tradicional.

3.2.1 INCERTEZA E DESCOBERTA

A base da teoria de Kirzner é o conceito de incerteza estrutural. A incerteza estrutural é a incerteza com relação ao conjunto de oportunidades com que o tomador de decisão se defronta. Ela difere da incerteza na abordagem tradicional em que existe incerteza com relação as propriedades de elementos do conjunto de elementos que forma o quadro de meios e fins com que o tomador de decisão se defronta. Por exemplo, dado uma situação onde temos dois agentes, a e b . O agente b têm um bem indivisível x . O agente a valora esse bem em z unidades monetárias. A incerteza tradicional se refere à incerteza do agente a com relação à valoração por parte do agente b com relação ao bem x , por exemplo, a distribuição de probabilidade com que o agente b valora o bem x é uniforme em (q, w) , onde $q, w > 0$ e $w > z$. No caso a vai formular uma estratégia de troca que maximize sua utilidade, escolhendo o preço que vai oferecer para b em troca de x com base em sua informação imperfeita a respeito das preferências de b . Já a incerteza estrutural se refere a uma situação onde a não imagina que exista a possibilidade de troca mutuamente benéfica com b , ou seja, a não percebeu ainda a estrutura de oportunidades com que ele se defronta.

Para tratar do problema Kirzner (1973) introduz o conceito de *alertness* que se refere a propensão à descoberta de oportunidades. Um indivíduo perfeitamente alerta nunca estaria sujeito à incerteza estrutural, pois sempre estaria ciente para qualquer oportunidade de melhorar seu estado de satisfação. O tempo emerge como elemento de sua teoria pois as descobertas são realizadas em função da passagem do tempo.

Como as descobertas mudam o estado de conhecimento do tomador de decisão, seu plano de ação, formulado com base na informação disponível, muda com a passagem do tempo. Na ausência de incerteza estrutural não temos a tendência para a mudança no estado de conhecimento do agente, e assim não temos um processo de mudança nos planos de ação deste agente. Logo, a ausência de incerteza estrutural implicaria na ausência de mudanças nas escolhas que os agentes fazem, ou seja, implicaria em um estado de equilíbrio.

Essa teoria tem como objetivo tratar do processo com que o mercado utiliza e transmite as descobertas realizadas pelos tomadores de decisão e assim produz tendências em direção a coordenação dos planos de ação e a erradicação da incerteza. Esse processo terminaria com a emergência de um equilíbrio walrasiano. Onde os preços transmitem toda a informação a respeito da escassez relativa dos bens, onde os planos de produção e consumo dos agentes estão coordenados e onde todas as oportunidades de realização de trocas mutuamente benéficas se encontram exploradas.

3.2.2 O PROCESSO DE MERCADO

Para o melhor entender como o mercado utiliza e transmite conhecimento disperso, Kirzner constrói um modelo onde existem dois tipos de agentes, os agentes maximizadores (*robbsian maximizers* no original (1973)) e os empresários alertas. O agente maximizador é um típico tomador de decisão neoclássico que maximiza sua utilidade com base na suas dotações iniciais e nos preços que os empresários oferecem para ele. Esses agentes maximizadores são tomadores de preço porque sua falta de “criatividade” não permite com que eles descubram as curvas de oferta e procura do mercado para ajustar as quantidades que oferecem e demandam de forma a influenciar o preço. Já os empresários alertas não possuem dotação inicial nenhuma e apenas contam com sua capacidade de descobrir oportunidades de lucro. Todas as dotações se encontram nas mãos dos maximizadores e toda a capacidade de aprendizagem se encontra nos empresários alertas. Para não adicionar complexidade excessiva na análise de Kirzner (1973) não temos produção.

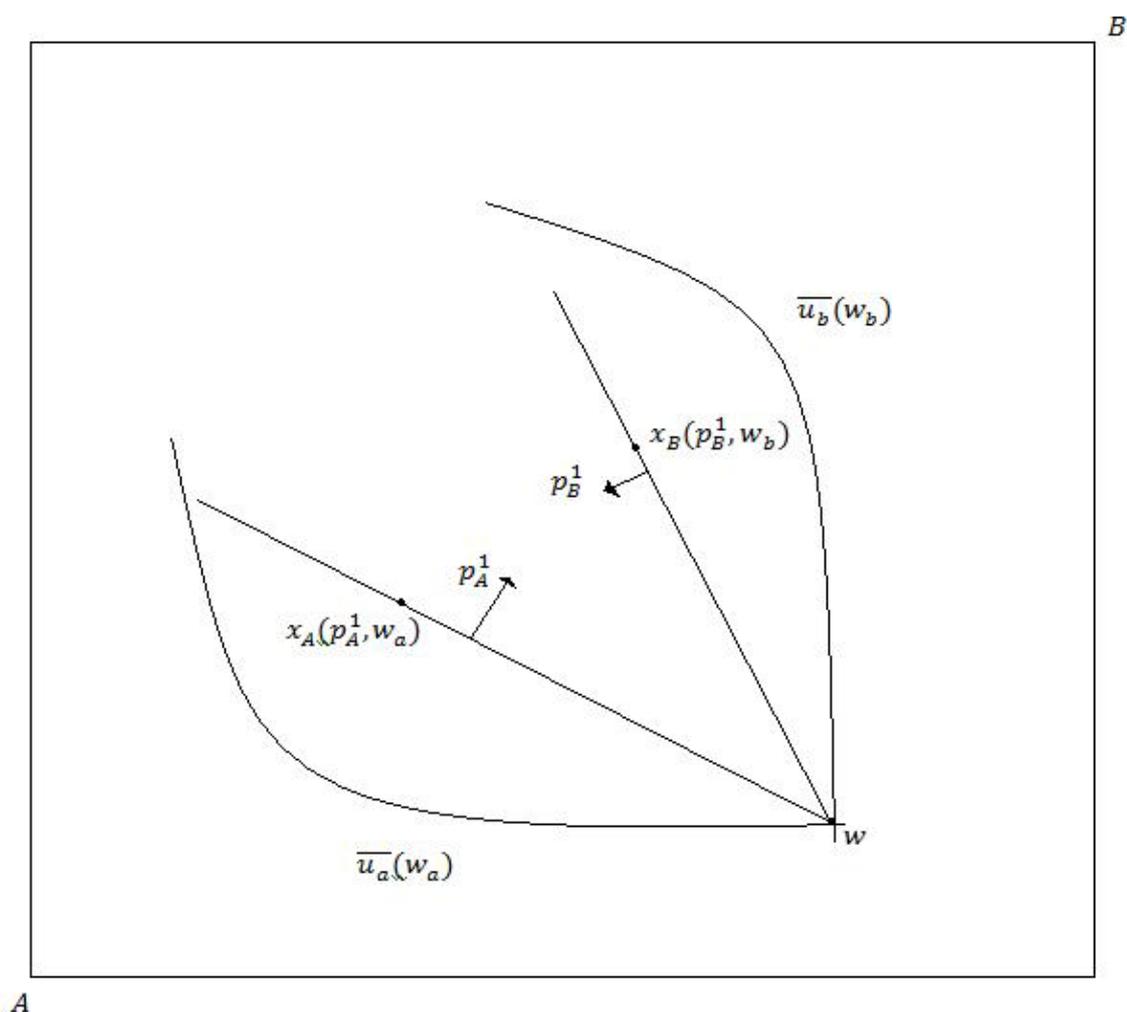
Partimos do ponto onde as dotações se encontram distribuídas por agentes maximizadores, que não tem conhecimento de possibilidades de troca com outros agentes. O objetivo da análise é mostrar como que o mercado incorpora as descobertas realizadas pelos empresários alertas e produz um processo onde que as possibilidades de troca são aproveitadas e mercados são formados. Temos surpresas positivas nessa análise já que as descobertas de oportunidades realizadas por empresários se constituem nesse tipo de surpresa, para usar a terminologia de Fisher (1983), e assim o foco dessa análise não está na frustração de expectativas, como no modelo anterior, mas no processo de emergência dos mercados. Representa assim uma abordagem por outro ângulo: Em Fisher temos que explicar como que planos de consumo e produção inconsistentes com o equilíbrio são corrigidos e tendem ao equilíbrio através da aplicação do segundo método de Lyapounov. Kirzner não se utiliza de métodos matemáticos e foca seus esforços na compreensão do processo de construção do sistema de preços em primeiro lugar: como que agentes inicialmente isolados tendem a construir planos de consumo e produção que aproveitam as oportunidades de cooperação entre os indivíduos.

A pedra fundamental do processo pelo qual os empresários coordenam os planos de consumo dos agentes maximizadores é a exploração de oportunidades de lucro. O que são oportunidades de lucro? Se temos dois agentes maximizadores, A e B , e dotações (w_A, w_B) , aonde A possui uma taxa marginal de substituição de x_1/x_2 diferente de B , onde x_1 e x_2 são dois bens diferentes. Assumindo que temos preferências monotônicas e contínuas, nesse caso ambos podem trocar de forma a atingir um estado Pareto-superior. Assumimos que nenhum dos dois agentes possui informação a respeito da oportunidade de troca e nenhum dos dois agentes é alerta, então apenas um terceiro agente, um empresário alerta E_1 pode descobrir a oportunidade de realocação das dotações para atingir o estado Pareto-superior. Como as taxas marginais de substituição dos dois agentes são diferentes, eles aceitam vender e comprar por preços diferentes. Logo, E_1 vai comprar bens de um agente e vender para outro por preços diferentes, auferindo lucros. Tanto A como B falham em perceber a oportunidade de troca direta e pagam um preço mais elevado pelo que compram e recebem um preço menor pelo que vendem do que seria o caso da troca direta. A diferença de preço representa a margem de lucro do empresário.

Representando a situação graficamente, na figura 3.2.2.1 o empresário E_1 oferece um vetor de preços p_A^1 para A e um vetor de preços p_B^1 para B . A partir desses vetores de

preços, A e B escolhem cestas $x_A(p_A^1, w_A)$ e $x_B(p_B^1, w_B)$ respectivamente. O lucro de E_1 é dado por $\pi_{E_1} = w_A + w_B - x_A(p_A^1, w_A) - x_B(p_B^1, w_B)$. As curvas de indiferença a partir das dotações iniciais são $\bar{u}_A(w_A)$ e $\bar{u}_B(w_B)$ respectivamente. Podemos ver que π_{E_1} é positivo para os dois bens na caixa de Edgeworth e que os consumidores se encontram em uma posição mais satisfatória do que consumindo suas dotações iniciais, embora a soma das cestas de consumo seja menor do que as dotações totais, a diferença é o lucro auferido pelo empresário.

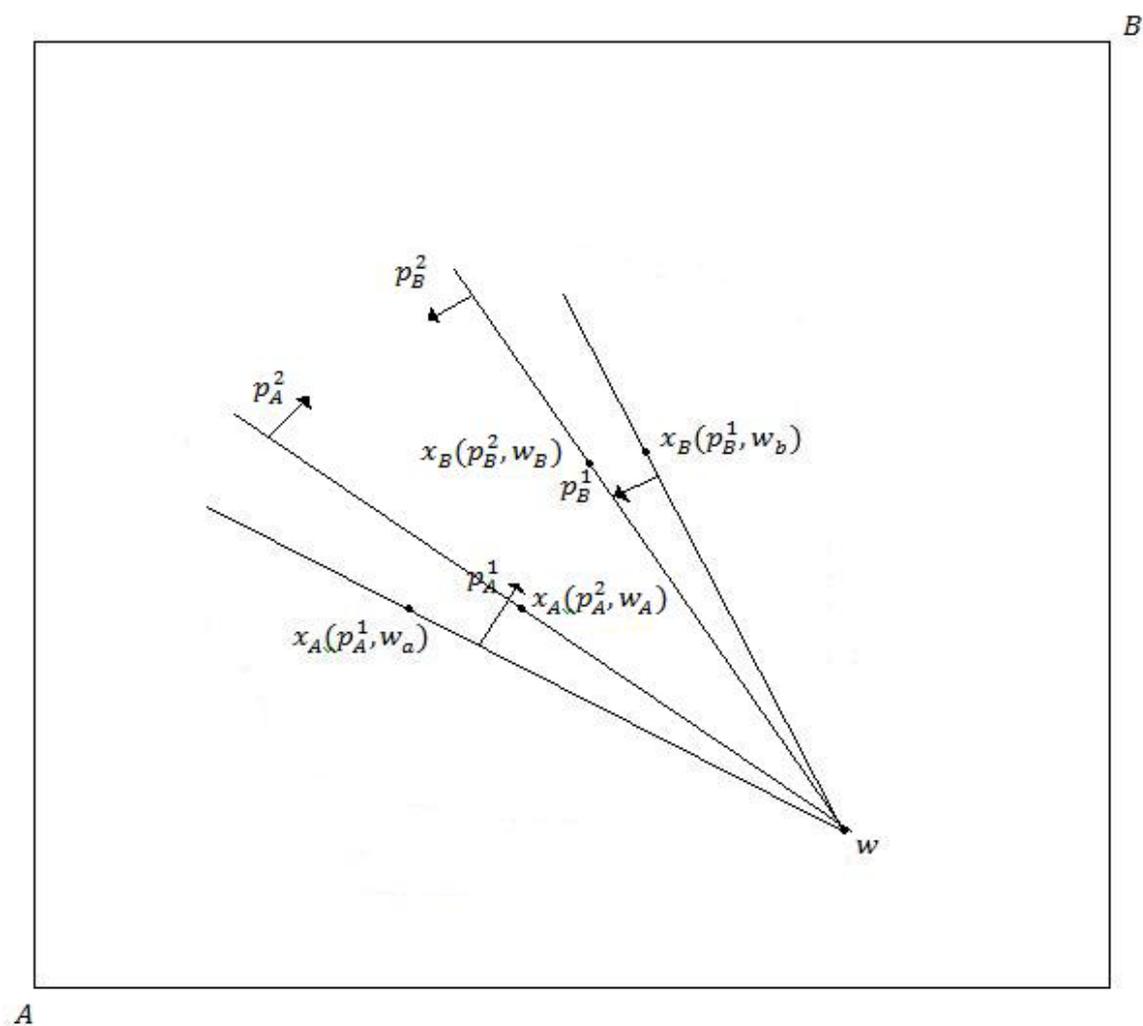
Figura 3.2.2.1 – Ofertas de preço de A



Ao introduzirmos outro empresário alerta no modelo, E_2 , a oportunidade de lucro pode ser auferida por ele ao invés de E_1 , se ele oferecer preços um pouco melhores do que o último. Se E_1 antecipar E_2 e oferecer preços ainda melhores do ponto de vista dos agentes maximizadores, ele pode ainda auferir essa oportunidade de lucro. Graficamente,

denotamos os preços oferecidos por E_2 como p_A^2 e p_B^2 , onde $x_A(p_A^2, w_A)$ e $x_B(p_B^2, w_B)$ são estritamente preferidos à $x_A(p_A^1, w_A)$ e $x_B(p_B^1, w_B)$ respectivamente. Logo E_1 terá que oferecer preços melhores do que p_A^2 e p_B^2 . Nesse caso Kirzner denomina que os dois agentes estão em um processo de competição. Esse processo termina quando os preços que algum dos dois empresários ofertarem para A e B se tornarem iguais, nesse ponto não temos mais oportunidades de lucro. Como os agentes maximizadores estão maximizando sua utilidade com relação a um mesmo vetor de preços e a procura é igual à dotação inicial, temos um equilíbrio walrasiano com a cessação do processo de competição.

Figura 3.2.2.2 – Contra ofertas de B



Se segue que dado que os agentes maximizadores possuem toda a informação de que precisam para maximizar sua utilidade se aproveitando de todas as oportunidades de troca no mercado, não existe processo de competição e nem descoberta por parte de

empresários, que se tornam inúteis em um equilíbrio walrasiano. A competição é então definida como um processo que ocorre fora do equilíbrio.

A definição de informação usada por essa teoria é um pouco diferente de seu uso convencional. Nesse caso o agente adquire informação em função do grau com que ele está alerta a oportunidades e da passagem do tempo. A informação não é adquirida através da busca consciente dos agentes, se fosse, os agentes já teriam noção do que estão buscando, logo eles já teriam a “informação”. Nesse caso alguns seguidores de Kirzner utilizam a palavra conhecimento para designar o conceito de informação desta teoria e a palavra informação para designar dados que são adquiridos através da busca consciente (o agente já possui o “conhecimento” referente a esses dados). A ausência de incerteza estrutural implicaria no conhecimento perfeito. A ausência de incerteza tradicional implica na informação perfeita.

Nota-se a similaridade do empresário alerta de Kirzner com o empresário inovador de Schumpeter. Na verdade o empresário inovador é um caso especial do empresário alerta, que descobre oportunidades de lucro inovando. Mas segundo essa teoria, o empresário inovador não rompe com o equilíbrio existente, porque qualquer situação inicial onde existem oportunidades de lucro para serem exploradas não é um equilíbrio. Nessa teoria um equilíbrio pode ser sempre descrito como um equilíbrio walrasiano, que é caracterizado pelo esgotamento de oportunidades de troca (ótimo de Pareto).

3.2.3 COMPETIÇÃO E ESTRUTURA DE MERCADO

A relação entre processos fora do equilíbrio e ausência de competição perfeita é percebida por economistas desde Arrow:

“...it is argued that there exists a logical gap in the usual formulations of the theory of the perfectly competitive economy, namely, that there is no place for a rational decision with respect to prices as there is with respect to quantities. A suggestion is made for filling this gap. The proposal implies that perfect competition can really prevail only at equilibrium.” (1977 p. 380).

Na teoria do Kirzner a competição é articulada como um processo que ocorre fora do equilíbrio e é caracterizada pelo ajustamento de planos entre as firmas para oferecer melhores preços e/ou produtos para os consumidores. Esse processo termina quando os preços caem até o ponto em que o custo marginal de produzir uma unidade a mais é igual ao preço pelo qual o produto é vendido. Preços menores implicariam em prejuízo para a produção marginal do produto e não seriam consistentes com o equilíbrio. Preços maiores do que o custo marginal implicariam na possibilidade de um empresário lucrar produzindo unidades marginais do bem e vendendo no mercado por um preço acima de seu custo. Na ausência de barreiras à entrada da atividade empresarial o equilíbrio é então caracterizado pela igualdade de preço e custo marginal, o que é a característica que define a concorrência perfeita. Fora do equilíbrio nunca temos concorrência perfeita, como Arrow propôs.

Imperfeições no mercado não são propriedades de um equilíbrio subótimo, mas sim propriedades de um sistema que ainda não atingiu seu equilíbrio. As implicações que essa interpretação do processo competitivo têm sobre a atual literatura de organização industrial são imensas, já que implicam em uma abordagem totalmente diferente dos problemas relacionados a defesa da concorrência e estrutura de mercado. Um mercado competitivo não é um mercado em concorrência perfeita. A concorrência perfeita descreve um estado onde o processo competitivo se esgotou, nesse estado não existe necessidade de competição porque não existem possibilidades de troca não concretizadas. Um mercado competitivo é um mercado onde que não existem barreiras à entrada, o que permite que qualquer indivíduo que descubra uma possibilidade de troca possa agir como empresário e explore essa possibilidade. Assim não existem descobertas desperdiçadas e o sistema econômico utiliza plenamente o conhecimento disperso.

Como o fator definitivo do grau de competitividade do mercado não é a concentração industrial, mas a ausência de barreiras à atividade empresarial, a forma como as questões relacionadas à defesa da concorrência vem sendo tratadas não é satisfatória e leva a políticas públicas de defesa da concorrência subótimas. A melhor forma de defesa da concorrência seria a simplificação burocrática e redução dos custos e tempo para se abrir novas empresas, o que facilitaria a utilização do conhecimento disperso pelos indivíduos. Impostos sobre lucros também seriam barreiras à atividade empresarial, pois penalizariam a atividade, reduzindo os incentivos para a exploração de oportunidades de melhor alocação dos fatores.

3.3 MODELOS DE APRENDIZAGEM EM JOGOS

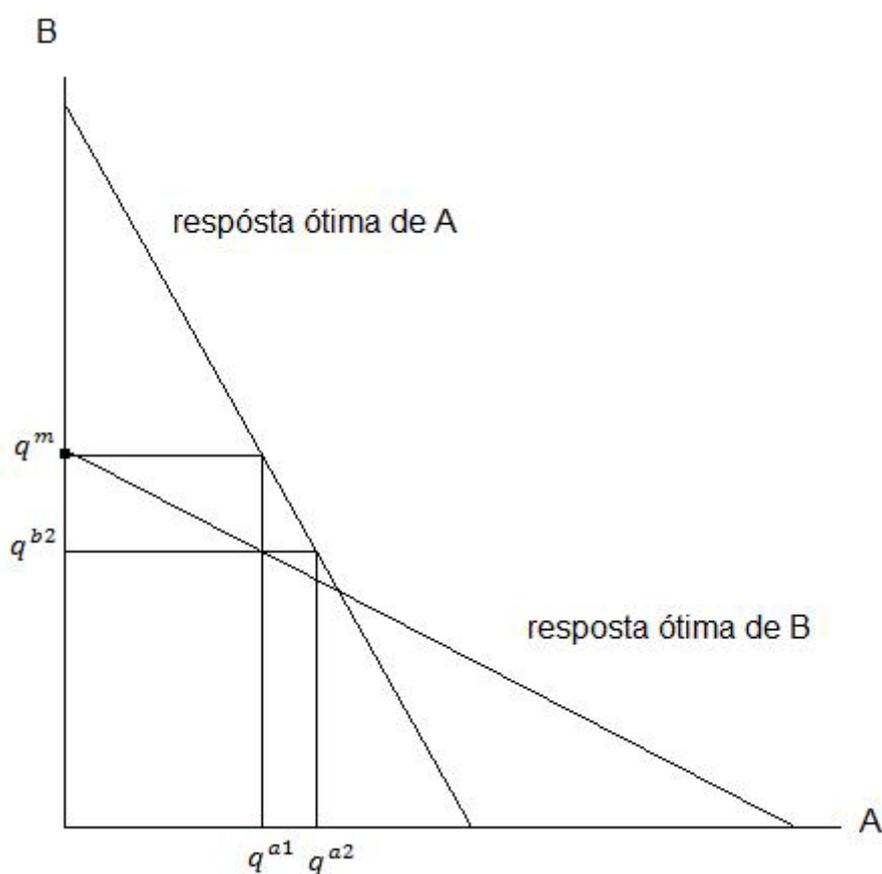
Tradicionalmente a vasta maioria da pesquisa em Teoria dos Jogos Não Cooperativos em economia tem se focado em equilíbrios de Nash. Mas está surgindo uma vasta literatura a respeito de processos de aprendizado em jogos, aonde agentes que não são perfeitamente racionais ou não tem conhecimento perfeito da situação de todos os outros agentes (pressuposto do conhecimento comum) devem reajustar suas estratégias para atingir o equilíbrio de Nash, ao invés de assumirmos esse estado de antemão.

O equilíbrio de Nash pode ser entendido como a representação de um estado que um jogo tende a resultar, dadas as condições de cada jogador, seu espaço de estratégias e os payoffs de cada conjunto de estratégias jogadas. A abordagem de aprendizagem em jogos, ou modelos de jogos evolucionários, permite analisar o processo de emergência desses equilíbrios. Uma aplicação dessa abordagem é determinar quais equilíbrios de Nash são estáveis, dado o algoritmo de aprendizagem do jogador, assim esses modelos de aprendizagem em jogos servem como um refinamento do equilíbrio de Nash. Outra aplicação é determinar o estado de um sistema em um dado momento do tempo e compará-lo com outra versão do mesmo jogo, com payoffs diferentes, por exemplo, o que consistiria em uma análise de dinâmica comparativa.

Um exemplo simples de aprendizado em jogos é o processo de Cournot. Neste modelo temos dois jogadores que jogam a resposta ótima no período $t + 1$ com relação à estratégia jogada pelo outro jogador do período t . Assumindo as propriedades do modelo de oligopólio de Cournot, essas estratégias, embora não sejam ótimas para o período $t + 1$, levam a um equilíbrio de Nash assintoticamente. No oligopólio de Cournot, em sua versão mais simples temos duas empresas, A e B . Assumimos que no período t a empresa B produz a quantidade do equilíbrio de monopólio, q^m . A empresa A observa a ação da empresa B apenas no período seguinte ($t + 1$), empresa A vai produzir a quantidade de resposta ótima q^{a1} em relação ao q^m de B . Mas a empresa B observa q^{a1} e implementa a estratégia q^{b2} , onde $q^{b2} < q^m$ no período $t + 2$. A empresa A observa a estratégia de B e implementa a estratégia q^{a2} no período seguinte, onde $q^{a2} > q^{a1}$, já que a quantidade ótima a ser produzida aumenta com a redução na oferta de B . Com o passar dos períodos as estratégias de ambos os produtores convergem para um equilíbrio de Nash. A estrutura

do modelo (declividade das curvas de resposta ótima) garante que qualquer desvio do equilíbrio de Nash leve para um equilíbrio de Nash: Se a partir do período inicial uma das duas firmas produzirem uma quantidade maior do que a de equilíbrio de Nash, a outra firma vai responder com uma quantidade menor do que a de equilíbrio de Nash, mas maior do que zero, o que vai levar a segunda firma a reduzir a quantidade que ofertou para um nível mais próximo do equilíbrio de Nash. E se a firma que joga primeiro ofertar uma quantidade menor do que a de equilíbrio de Nash, a próxima firma vai ofertar uma quantidade maior do que a primeira, mas que vai levar a primeira firma a ofertar uma quantidade maior do que no período inicial.

Figura 3.3.1



Outros modelos mais sofisticados foram desenvolvidos em teoria dos jogos, para explicar os processos de desequilíbrio com jogadores um pouco mais inteligentes. No caso analisado acima os jogadores não têm capacidade de antecipar as estratégias dos outros jogadores, mas apenas adaptam a sua estratégia as estratégias passadas escolhidas pelos outros jogadores. O processo de Cournot representa o tipo de processo em jogos mais comumente trabalhado, pois apresenta claras tendências em direção a um equilíbrio estável

e único. Com o desenvolvimento deste campo de estudo, Fudenberg e Levine (1998) analisam jogos de aprendizado onde os jogadores podem até mesmo antecipar os padrões de evolução das estratégias dos outros jogadores.

3.3.1 MODELO DE JOGO FICTÍCIO

No modelo de jogo fictício, o jogador antecipa a estratégia dos outros jogadores através das jogadas passadas. No tempo zero, cada jogador possui uma distribuição dada exogenamente de probabilidades sobre as estratégias que os outros jogadores podem jogar (essa distribuição pode ser aleatória). A partir das primeiras rodadas, cada jogador ajusta essa distribuição de probabilidades pelas jogadas feitas por cada jogador adversário nos períodos passados. O acúmulo de experiências passadas leva ao jogador alterar sua expectativa da distribuição de jogadas futuras do seu oponente. Um equilíbrio é atingido quando a perfil de estratégias escolhida por cada jogador não altera as estratégias que os outros jogadores podem ter no período seguinte.

Formalmente, em um modelo com dois jogadores (com espaços de estratégia S^1 e S^2 e funções de payoff u^1 e u^2), temos que o jogador i tem uma função de pesos exógena $k_0^i: S^{-i} \rightarrow \mathfrak{R}_+$, onde S^{-i} denota o espaço de estratégias jogadas pelo jogador $-i$. A distribuição é atualizada ao se adicionar 1 para o peso de cada estratégia do oponente cada vez que ela é jogada, formalmente

$$k_t^i(s^{-i}) = k_{t-1}^i(s^{-i}) + \begin{cases} 1 & \text{se } s_{t-1}^{-i} = s^{-i} \\ 0 & \text{se } s_{t-1}^{-i} \neq s^{-i} \end{cases}$$

Logo, a probabilidade que o jogador i dá para o jogador $-i$ jogar s^{-i} na data t é dada por

$$y_t^i(s^{-i}) = \frac{k_t^i(s^{-i})}{\sum_{\tilde{s}^{-i}} k_t^i(\tilde{s}^{-i})}$$

O jogo fictício é então definido como qualquer regra $p_t^i(y_t^i)$ que define $p_t^i(y_t^i) \in BR^i(y_t^i)$ (onde BR significa **best response**). Não existe uma regra única de jogo fictício, já

que podemos ter várias respostas ótimas para uma estimativa particular de jogada que i faz com relação ao jogo de $-i$.

No limite, se ele der peso total para a última estratégia jogada na formação de expectativas (ou seja, o peso das estratégias passadas tende a zero), voltamos ao modelo anterior, aonde que o jogador apenas joga a resposta ótima com relação ao conjunto de estratégias jogada pelos outros jogadores no período anterior. O modelo de ajustamento de Cournot pode ser entendido como um caso especial de vários modelos de ajustamento, incluindo o modelo de jogo fictício, sendo o mais simples dos modelos de jogos evolucionários.

3.3.2 DINÂMICA DE REPLICAÇÃO

No modelo de dinâmica de replicação, os jogadores não mudam suas estratégias. O que temos é um conjunto de populações compostas por vários tipos de jogadores, cada tipo de jogador representa um conjunto de distribuição de probabilidade sobre as estratégias jogadas. O modelo então assume que o crescimento da população é determinada pelos payoffs auferidos por cada tipo de jogador. Logo, as estratégias que auferem maiores payoffs terão sua proporção na população total aumentada. Em outras palavras, a dinâmica de reprodução é determinada pelos payoffs. Em termos formais a equação da dinâmica replicadora é a seguinte:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = x_i(t)(U(a_i, x(t)) - \bar{U}(x(t))), i = 1, 2, \dots, n,$$

Onde que $x_i(t)$ é a proporção de agentes do tipo i que jogam a estratégia a no tempo t . $U(a_i, x(t))$ é o payoff da estratégia a e $\bar{U}(x(t))$ é o payoff médio de todas as estratégias. Logo, a proporção de jogadores com as melhores estratégias cresce enquanto que as estratégias com desempenho abaixo da média tendem a ser eliminadas.

Como conclusão do modelo, no limite todos os tipos de jogadores que jogam estratégias estritamente dominadas terão sua proporção na população reduzida assintoticamente a zero, já que outra população composta de jogadores que joguem qualquer outra estratégia que não seja estritamente dominada vai tender a crescer em

proporção a essa população. Esse resultado incluí as estratégias estritamente dominadas após a eliminação iterativa de estratégias.

Nota-se que se assumirmos que as diferenças nas taxa de reprodução forem tender ao infinito, então as estratégias jogadas no próximo período vão ser iguais a resposta ótima do período anterior. Isso ocorre porque a população que jogar a resposta ótima vai se reproduzir infinitamente em relação as outras populações. Ou seja, o modelo de ajustamento de Cournot também pode ser entendido como um caso especial deste modelo.

Como relacionar modelos de dinâmica de replicação com a economia? Esse modelo esta mais relacionado à biologia do que a economia propriamente dita, que lida com as escolhas feitas pelos tomadores de decisão e não com processos evolucionários inconscientes. Podemos racionalizar em termos econômicos esse processo de duas formas. A primeira forma consiste em assumir que a cada rodada, os jogadores são parcialmente substituídos, e cada novo jogador observa dois jogadores na rodada anterior e seus payoffs, escolhendo a estratégia que rende os maiores payoffs. Dessa forma teremos uma dinâmica prevista pelo modelo evolucionário. Na outra forma possível de interpretar a dinâmica evolucionária é que cada jogador existente observa um jogador de outro tipo (aleatoriamente) e se a estratégia escolhida pelo outro jogador rende maiores payoffs, ele troca para o tipo do outro jogador.

3.3.3 APLICANDO A DINÂMICA DE REPLICAÇÃO PARA EXPLICAR FENÔMENOS MACROECONÔMICOS

Modelos de jogos evolucionários podem ser aplicados para uma grande variedade de situações que não podem ser facilmente explicados a partir de modelos que assumem agentes perfeitamente racionais (equilíbrio de Nash, equilíbrio geral). Um ótimo exemplo é o trabalho de Bonomo, Carrasco, Moreira (2003) que aplica o modelo de dinâmica de replicação para explicar o processo de convergência das expectativas com relação a uma política de desinflação crível.

A análise da desinflação é uma análise de um processo de transição entre dois equilíbrios estacionários. É uma análise de um sistema que se encontra inicialmente em

equilíbrio (com uma dada taxa de inflação) e é perturbado para fora deste equilíbrio devido a um choque exógeno (uma política de desinflação) e do processo de convergência para um novo equilíbrio (que é caracterizado por uma taxa de inflação mais baixa).

O objetivo do trabalho de Bonomo, Carrasco, Moreira é explicar porque uma política de desinflação gera queda no produto mesmo que a política seja anunciada e crível. Se todos os agentes sempre tivessem expectativas racionais o sistema convergiria para o novo equilíbrio com inflação mais baixa instantaneamente. Ao assumirmos que uma dada proporção dos agentes não seja completamente racional, mas passe a ajustar suas expectativas através do mecanismo de replicação o sistema econômico exibe uma trajetória de ajustamento.

Esse modelo de ajustamento de preços é baseado em uma estrutura de mercado de concorrência monopolística. Ele não é baseado em um modelo de concorrência perfeita porque, como já vimos anteriormente, a ausência do leiloeiro walrasiano implica que em um processo em desequilíbrio os indivíduos (ou pelo menos um grupo de indivíduos, no caso desse modelo, os produtores) devem ajustar os preços e por isso eles não devem tomar os preços como dados.

Em um mercado em concorrência monopolística os preços que cada firma cobra por seus produtos dependem do preço que as outras firmas cobram. O preço ótimo relativo assumindo elasticidade de substituição constante é dado por $P_i = \alpha P^a M^{1-a}$, onde que P_i é o preço cobrado pela firma i , P é o nível geral de preços, M é o estoque nominal de moeda e $a \in (0,1)$ é um parâmetro dado pela função de utilidade dos agentes. O equilíbrio de Nash deste jogo de estabelecimento de preços tem como resultado que $P_i = P = kM$, onde k é uma constante. Logo, um equilíbrio com crescimento constante da oferta de moeda leva a um crescimento constante e proporcional do nível de preços e os preços relativos se mantêm estáveis.

Se a autoridade monetária anuncia uma redução crível da taxa de inflação e as firmas são perfeitamente racionais o novo equilíbrio de Nash muda proporcionalmente a variação dos preços para a nova meta de inflação dada pelo crescimento do estoque nominal de moeda. Não ocorre nenhuma perda de produto e o ajustamento é instantâneo. Por exemplo, se a quantidade de moeda que crescia a uma taxa π passa a crescer a taxa 0, os preços se estabilizariam em $P_0 = P_t, \forall t$. Mas se não postularmos que toda a população

de firmas acha seu equilíbrio de Nash instantaneamente e sim que uma proporção das firmas não muda de estratégia instantaneamente, uma redução da taxa de expansão monetária não vai levar a uma redução da taxa de expansão dos preços instantaneamente.

No modelo uma certa proporção k dos agentes não é perfeitamente racional e uma política crível de desinflação onde que o estoque de moeda é congelado tem como resultado que essa proporção k vai continuar elevando os preços como fazia anteriormente em um ambiente de crescimento do estoque nominal de moeda. Já uma proporção $1 - k$ dos agentes vão ajustar seus preços de forma ótima em proporção a média geométrica dos preços praticados pelos outros agentes. Mas como a proporção k dos agentes não vai ajustar os preços em função da política de desinflação, os preços de resposta ótima para os agentes não correspondem ao equilíbrio de Nash, porque a média geométrica dos preços será maior do que seria com todos agentes perfeitamente racionais.

Logo, uma proporção de agentes passivos vai levar a uma situação sub ótima para os produtores em face à uma política de desinflação, com preços mais elevados do que os correspondentes ao equilíbrio de Nash e um produto de equilíbrio menor. O modelo implementa uma dinâmica de replicação aonde que a proporção dos agentes com maiores payoffs aumenta com o passar do tempo. A equação da dinâmica replicadora nesse modelo é a seguinte:

$$\frac{dk}{dt} = k(1 - k)L_n,$$

Onde k é a proporção de agentes passivos, L_n é a perda decorrente da implementação da estratégia subótima de não coordenar seus preços com os preços dos outros agentes (ou seja, é o custo de oportunidade não estabelecer o preço ótimo em função do estoque de moeda e da média geométrica dos outros preços). Quanto maior for L_n maior será a variação de k .

Como sob uma política de desinflação os agentes que antecipam a redução na oferta de moeda reduzem seus preços em relação aos preços praticados pelos agentes passivos, esses agentes terão payoffs mais elevados. Assim, o sistema assintoticamente tende ao equilíbrio onde que a inflação é proporcional as variações na quantidade de moeda nominal e a proporção de agentes passivos k tende a zero. Quanto maior for a perda da estratégia

subótima, mais rapidamente k tenderá a zero e menor serão as perdas de produto com a política de desinflação.

Quanto maior for a proporção k de agentes passivos, maior será o custo da desinflação e maior será o tempo necessário para estabilizar o nível de preços. E quanto maior for o grau de complementaridade estratégica (a na equação $P_i = \alpha P^a M^{1-a}$), dado um k inicial determinado, maior será a inércia inflacionária decorrente. Esse fato ocorre em função de que os preços praticados pelos agentes perfeitamente racionais também dependem dos preços praticados pelos agentes passivos, logo quanto maior o grau de complementaridade estratégica, maior será a distorção de k sobre o nível de preços.

3.4 MODELOS DE AGENTES ADAPTATIVOS UTILIZANDO MÉTODOS COMPUTACIONAIS

As técnicas analíticas tradicionais se focam no uso de métodos matemáticos/axiomáticos para resolver problemas econômicos. Além dessas técnicas axiomáticas existem técnicas computacionais, que consistem no uso de modelos computacionais para simular certos processos. Esses modelos são diferentes de modelos matemáticos tradicionais sob vários aspectos e nesse sentido permitem modelar aspectos de processos de desequilíbrio que não pode analisar utilizando métodos tradicionais.

Por exemplo, a análise de estabilidade apenas consegue definir sob que condições que um processo de ajustamento do vetor de preços vai levar a um equilíbrio algum dia. Ela não consegue iluminar o processo em vários casos diferentes e não consegue caracterizar como ocorreria o processo. O mesmo se aplica ao modelo de Fisher, que tenta explicar como o equilíbrio é obtido a partir de um processo de desequilíbrio, aonde que os agentes revisam suas expectativas devido a frustrações. Ele conseguiu provar que esse processo vai levar a um equilíbrio, mas não conseguiu caracterizar como estaria a alocação de recursos no sistema econômico em cada momento do tempo. A análise axiomática prova os resultados finais do processo, que ocorrem assintoticamente, já métodos computacionais, embora não sejam provas matemáticas, podem analisar tendências desses processos que não podem ser explorados pelos métodos tradicionais.

Segundo Miller e Page (2007) os economistas possuem grande influência dos físicos na formulação de seus modelos. Mas diferentemente dos físicos, os economistas tem menos liberdade teórica, pois não podem testar suas teorias da mesma forma que os físicos, que fazem experimentos para verificar suas hipóteses. Assim sendo, com medo de realizarem erros de lógica, os economistas sempre tentam provar todas as suas proposições rigorosamente através de teoremas matemáticos antes de publicá-las. Na física o rigor matemático não é tão valorizado quanto na economia, porque é possível testar as hipóteses diretamente. A economia computacional pode ajudar a reverter essa rigidez teórica da economia, ao criar mundos virtuais para testar hipóteses, o economista não precisará provar matematicamente cada detalhe de sua teoria.

Os modelos computacionais com agentes autônomos adaptativos são naturalmente modelos de processos, que criam um sistema com certas condições iniciais e os agentes adaptativos são dotados de certas características comportamentais (como com quem ele pode se comunicar, quando ele pode agir, etc) e capacidade de aprendizado. Por exemplo podemos construir um modelo com compradores e vendedores com comportamento adaptativo, onde os vendedores possuem uma unidade discreta de um bem e temos um numero igual de compradores e vendedores. Os vendedores seguem regras de adaptação das ofertas de preços que eles anunciam no mercado em função do grau de sucesso de suas ofertas e os compradores também. Isso representa uma simulação de um mercado em desequilíbrio.

E segundo Axtell (2006), a teoria econômica moderna consegue modelar de forma satisfatória os sistemas de produção e distribuição da economia, na teoria da firma e na teoria de equilíbrio de mercado. Mas ainda não existe teoria satisfatória de como um sistema econômico pode tornar a existir e como ele evolui ao longo do tempo (ou seja, problemas de processos em desequilíbrio). O uso de métodos computacionais com agentes adaptativos é naturalmente adequado para contribuir para o entendimento desses problemas, já que permite a análise de processos complexos e propriedades emergentes desses processos.

E segundo Howitt (2007), a diferença crucial entre os modelos de agentes autônomos adaptativos e os modelos convencionais está no fato que nos modelos convencionais os agentes não são autônomos. Nestes modelos as decisões que cada agente pode tomar são dadas pelos preços de equilíbrio, logo os planos de todos os agentes são

coordenados apriori e não temos nenhuma explicação do processo de emergência dessa coordenação de planos. Já os modelos de agentes adaptativos, suas decisões não são apriori compatibilizadas com as decisões dos outros agentes, de forma que a coordenação de planos pode ser uma propriedade emergente do modelo, e não um pressuposto inicial, como ocorre na teoria convencional. Podemos dizer que esse tipo de modelo descreve uma economia realmente descentralizada no sentido Hayekiano do termo, pois nenhum agente sabe como a economia funciona e nenhum agente tem expectativas racionais, os mercados se tornam em lócus de agregação e transmissão de informação que existe de forma descentralizada no sistema.

A aplicação de modelos computacionais de agentes adaptativos em economia já rendeu alguns frutos. Segundo Chen (2003), a aplicação desses métodos já foi realizada em modelos econômicos tradicionais, só que ao invés de assumirem o equilíbrio de expectativas racionais usaram agentes com racionalidade limitada e através de algoritmos genéticos, modelaram a dinâmica desses sistemas. Resultados importantes derivados dessa linha de pesquisa mostraram que em um modelo de Cobweb, onde firmas ofertam um bem a partir de um preço esperado, enquanto que consumidores fazem suas decisões de compra a partir do preço derivado da quantidade ofertada e da curva de demanda. Foi demonstrado que mesmo com agentes adaptativos, o sistema econômico tende a se aproximar do equilíbrio de expectativas racionais e mesmo em um ambiente com choques estocásticos na demanda, Franke (1998) mostrou que a quantidade ofertada pelas firmas desviava da quantidade de equilíbrio de expectativas racionais no máximo em torno de 3,5% até 4,5%. O que mostra a robustez da estabilidade do mercado mesmo sob condições adversas.

Outros resultados interessantes, apontados por Chen (2003) mostraram que a introdução de agentes especuladores pode reduzir a estabilidade do mercado e que um mercado composto por agentes adaptativos que obedecem a algoritmos genéticos consegue atingir o equilíbrio em um modelo de Cobweb, mas o processo de convergência não é linear e o mercado pode exibir comportamento errático antes de atingir o equilíbrio. Regulações que criam custos de transação poderiam ajudar a mão invisível do mercado a operar de forma mais estável, ao reduzir a capacidade de especuladores de desestabilizar o mercado.

Nesse sentido essa abordagem produz resultados diferentes da análise de Kirzner e Fisher, onde que a especulação é um mecanismo de coordenação do mercado, que tende a

estabilizá-lo. Regulações que criam custos de transação apenas reduzem a capacidade do sistema econômico de utilizar o conhecimento existente nas mentes dos especuladores. Esse conhecimento seria transmitido através da atividade de compra e venda que o especulador realiza ao longo do tempo. Podemos explicar essa diferença pelo fato que na teoria do Kirzner e no modelo de Fisher os agentes não são míopes e não tem racionalidade limitada, base das análises de modelos com agentes adaptativos.

3.4.1 MODELO *SUGARSCAPE*

Um exemplo de modelo de agentes computacionais é o modelo Sugarscape de Epstein & Axtell (1996). As características básicas da versão original do modelo são:

- * No modelo cada agente consome certa quantidade de açúcar por período de tempo. Se ele não conseguir acumular a quantidade de açúcar necessária para satisfazer suas necessidades de consumo, ele morre no período. Além disso, cada agente é dotado de uma expectativa de vida máxima limitada e de uma quantidade inicial de açúcar.

- * Temos um mapa bi dimensional dividido em células. Cada célula do mapa contém certa capacidade de açúcar e certo nível de açúcar, a capacidade delimita o nível máximo de açúcar em cada célula. É postulado que a cada unidade de tempo a quantidade de açúcar em cada célula cresce na direção de sua capacidade a uma taxa fixa, se já não estiver no limite de sua capacidade.

- * Cada agente possui um campo de visão delimitado em uma dada quantidade de células em relação ao sul, norte, leste e oeste de sua posição presente no mapa. Ou seja, cada agente tem apenas uma capacidade limitada em perceber o ambiente em que atua.

- * O comportamento de cada agente é descrito pela regra: Se deslocar para a célula com mais açúcar (em termos de nível corrente) de seu campo de visão. Se tivermos mais de uma célula com a maior quantidade de açúcar em seu campo de visão, o agente escolhe a mais próxima (tem preferência por reduzir a distância percorrida).

- * Quando um dos agentes morre, ele é repostado por outro novo agente, com atributos aleatórios e colocado em uma célula aleatória do mapa.

A partir dessas condições iniciais, são especificados os parâmetros para rodar o modelo. Os parâmetros se referem a essas condições iniciais, e representam o tamanho da látice de células a distribuição da capacidade e nível de açúcar pela látice. O campo de visão dos agentes, seu estoque de açúcar inicial e sua distribuição inicial. O modelo opera em períodos de tempo discreto, onde cada período de tempo corresponde à capacidade do agente em se mover uma casa da látice.

Existem várias variantes mais complexas desse modelo, para estudar a dinâmica do uso de recursos naturais e da terra. Numa simulação com o modelo básico temos a morte de agentes que nasceram longe de qualquer região rica em açúcar, e a concentração dos agentes sobreviventes nas regiões produtoras de açúcar, que se movem de forma cíclica, colhendo o açúcar que se acumula em cada célula. Mudanças distribuição das dotações iniciais das células produtoras de açúcar pode levar a processos de migração drasticamente diferentes. Ao introduzirmos maiores complicações, podemos modelar vários tipos de processos.

Por exemplo, através desse tipo de análise pode-se compreender a evolução ao longo do tempo da distribuição de riqueza entre os indivíduos, dado a sua distribuição com relação a distribuição das reservas de potencial de açúcar no mundo. É um modelo extremamente simples, que não demanda um grau elevado de racionalidade dos tomadores de decisão e ao mesmo tempo serve para compreendermos o processo de emergência de baixo para cima (bottom up).

O uso de métodos axiomáticos para tratar de análise econômica sempre tende a tratar de propriedades definitivas dos modelos. Como as propriedades do equilíbrio e propriedades assintóticas de processos, o que a análise de estabilidade e o trabalho de Fisher. Kirzner não se restringe a propriedades assintóticas do processo de mercado, mas sua análise é verbal e não axiomática. Já o uso de métodos computacionais permite o tratamento de outras propriedades desses processos, propriedades que são relevantes para economistas que desejam estudar processos em desequilíbrio.

3.4.2 APLICAÇÃO PARA MACROECONOMIA

O uso de modelos computacionais em economia pode ter grande aplicação no desenvolvimento da macroeconomia. Segundo Axtell (2006), o uso de modelos com múltiplos agentes adaptativos (MAS, multi agent systems, ou sistemas de múltiplos agentes) em macroeconomia pode abrir uma nova área de exploração na teoria macroeconômica. Essa aplicação teria uma microfundamentação, assim como os modelos de DSGE, só que com múltiplos agentes adaptativos ao invés de um único agente representativo (onde que a macroeconomia consiste em um conjunto de N réplicas dos agentes representativos).

Segundo Axtell, uma macroeconomia de agentes representativos possui uma variedade de patologias, desde problemas de agregação de preferências individuais em um agente representativo (um conjunto de preferências individuais racionais com certas características pode gerar uma curva de demanda incompatível com um agente representativo racional), ao fato de que exige certa fé pensar que uma população de agentes maximizadores implica em racionalidade coletiva. Se existissem técnicas que permitem que os macroeconomistas possam lidar com múltiplos agentes ao invés de modelos com agentes representativos não teríamos motivo para não abandonarmos o uso de agentes representativos. Axtell defende que existem sim essas técnicas na literatura de agentes computacionais.

Através do uso do poder computacional dos computadores modernos, que cresce de forma exponencial, será possível modelar economias com milhões de agentes, de forma a simular macroeconomias com grande precisão. Não seriam modelos macroeconômicos, mas simulações, feitas com o objetivo de simular fenômenos macroeconômicos que não emergem em pequenos grupos de agentes.

Axtell (2006) procede para construir um rascunho de um modelo macroeconômico de agentes computacionais, constituído por um mercado de ações, consumidores e as firmas que esses agentes operam. O mercado de ações é formado por vários tipos de investidores, como os fundamentalistas (que analisam os fundamentos para decidir investir) e os técnicos (que usam séries temporais em suas decisões de investimento além dos fundamentos de mercado), nenhum agente tem expectativas racionais sobre os preços

das ações e o mercado normalmente não converge para um equilíbrio equivalente ao de expectativas racionais. Os consumidores tem renda estocástica e imitam seus pares para decidir com relação aos gastos de consumo ou poupança, normalmente o processo de imitação está longe do resultado correspondente ao equilíbrio do consumidor na teoria convencional. Normalmente os agentes tendem a consumir demais pois imitam seus pares que tiveram sorte com o mecanismo estocástico de distribuição de renda. Já o comportamento de maximização de lucros é relaxado e temos ganhos crescentes com escala, o que significa que os agentes tendem a produzir de forma cooperativa para aproveitar esses ganhos de escala. Como os agentes têm preferências heterogêneas, seu comportamento adaptativo vai levar em consideração o ajustamento de seu comportamento em relação ao comportamento de outros agentes formando grupos heterogêneos de produtores. Teremos dinâmica de entrada, saída e formação de grupos produtores e dinâmica dentro desses grupos produtores. Assim, essas firmas formariam os fundamentos do mercado de ações e ofertariam os produtos, e a renda derivada do mercado de ações os consumidores usariam para comprar ou poupar. O sistema econômico formado por esses componentes seria muito complexo e equilíbrios possivelmente não existiriam e seriam inúteis para prever o comportamento do sistema.

A vantagem no uso desse tipo de modelo está na possibilidade de modelar a emergência, que é uma propriedade de sistemas complexos que não está aparente na simples observação do funcionamento de suas partes. Exemplos de fenômenos emergentes na economia são a emergência de moeda e a mão invisível. Dessa forma será possível compreendermos processos macroeconômicos que modelos convencionais não capturam. Além disso, com agentes heterogêneos, será possível verificar os efeitos de políticas econômicas na estrutura do sistema econômico, seu impacto nas decisões de cada agente.

3.4.3 O MODELO DE HOWITT

O modelo desenvolvido por Howitt (2007) demonstra como um mercado com moeda pode emergir espontaneamente a partir de um processo de troca modelado com agentes adaptativos em um programa escrito em C++. E por isso é uma demonstração do potencial do uso de métodos computacionais em economia, especialmente me

macroeconomia. No modelo temos N bens, que são perecíveis e o tempo é discreto (o autor chama cada unidade de tempo de “semana”). Cada agente ou fica procurando lojas ou pode montar a sua loja (*set up shop* no original), onde que ele troca um bem por outro. Cada agente consome apenas um bem (j , ou seja, ele tem como função de utilidade $u_i(1, \dots, j, \dots, N) = j_i$) e tem dotação de apenas outro bem (i) e pode realizar trocas com no máximo apenas duas lojas em cada período. Cada tipo é descrito por (i, j) e o número de agentes de cada tipo é igual ao número de agentes de todos os outros tipos.

Cada agente tem uma probabilidade u de receber uma inovação e assim conceber a idéia de abrir uma loja (algo similar ao conceito de *alertness* de Kirzner, que indica a propensão de um agente em agir como empreendedor, assim como na teoria de Kirzner, neste modelo os empreendedores que coordenam os planos de ação dos agentes). A loja estabelecida pelo agente troca bens do mesmo tipo que os que caracterizam seu tipo, ou seja, troca o bem i pelo bem j . Abrir uma loja tem um custo de operação em cada período e o agente vai abrir a loja se os lucros esperados igualam o custo operacionais. Os preços ofertados são iguais ao custo total esperado.

Os outros agentes ficam buscando lojas que comprem sua dotação e que vendam o bem que eles consomem. Cada agente visita um local por período e armazena a informação a respeito dos agentes e lojas localizados neste local. Cada agente pode estar em contato com duas lojas simultaneamente. Ele troca de loja se ele achar uma loja que compra o bem que ele recebe de dotação por um preço maior do que a loja que ele atualmente usa ou vende o bem que ele consome por um preço menor do que a loja atualmente em contato. É claro que os agentes apenas vão comprar e vender de lojas que comprem o bem que recebem de dotação ou vendem o bem que consomem.

Cada loja oferece seu preço pelo bem i , $p_i > 0$, que indica a quantidade do bem j que ela oferece em troca de uma unidade do bem i . Para simplificar, o modelo assume que cada agente recebe uma unidade de sua dotação em cada período. O problema econômico é como alocar as unidades que cada agente recebe de dotação para as mãos dos agentes que desejam consumir esses bens, o que representa um problema de coordenação.

Ou rodar o modelo, Howitt nota que quando os custos de abrir uma loja são maiores do que zero, o número de lojas tende a convergir para $n - 1$ (ou seja, o número de lojas é igual ao número de bens diferentes menos um) e os agentes vendem sua dotação inicial na

única loja que compra esse tipo de bem em troca por um bem usado como meio de troca na loja que vende o bem de consumo de seu tipo. O número de lojas converge para $n - 1$ porque os custos operacionais são constantes, logo quanto maior a quantidade trocada de um bem em uma mesma loja, maior a eficiência da loja e menores os custos de transação por unidade comercializada e logo, melhores são os preços. As outras lojas que vendem o mesmo bem saem do mercado, devido a prejuízos e cada mercado fica com apenas uma loja no equilíbrio. No processo de coordenação, certos bens passa a ser utilizado como meio de troca, no sentido que a loja oferece em troca das dotações e os agentes usam esse bem apenas para trocar pelo bem que consomem. O uso desse bem se difunde em proporção ao número de agentes que o utilizam em um certo momento do tempo, logo, o bem que se torna o mais comumente utilizado cresce como meio de troca e logo se torna o meio de troca padrão, a moeda dessa economia. A vantagem de usar apenas um meio de troca é que os custos de transação são minimizados pois o número de lojas necessários para coordenar plenamente a economia é $n - 1$. Na ausência do uso de moeda, o número de lojas necessários é $n(n - 1)/2$, que é maior do que $(n - 1)$ quando $n \geq 3$, logo com 3 ou mais bens, o uso de moeda se torna socialmente ótimo.

Logo, neste modelo temos um processo de emergência espontânea a partir de agentes autônomos de um equilíbrio monetário, onde um bem se torna o meio de pagamento padrão usado pela sociedade. O modelo também mostra como um choque pode gerar efeitos macroeconômicos, onde o PIB é medido como o somatório da quantidade de bens consumidos em um período, o PIB potencial é a quantidade total de bens que os agentes recebem de dotação em um determinado período menos o custo de operação das lojas. No equilíbrio, que tende a ser alcançado após algum tempo, o PIB potencial é igual ao PIB, nesse caso temos uma alocação pareto eficiente dos bens e todas as trocas possíveis são realizadas.

Howitts mostra que um choque, como a mudança repentina nas preferências dos agentes (do bem j para k), leva a um processo de recessão, onde o efeito do choque inicial é multiplicado e se manifesta totalmente após certo tempo, pois os planos de trocas dos agentes são frustrados já que eles são conectados entre si, o processo de frustração de planos leva a falência de várias lojas e ao rompimento dos contatos das lojas com os agentes e a redução da atividade econômica. O mercado passa a se ajustar ao choque gradualmente, já que os agentes que tiveram suas preferências alteradas levam tempo para

encontrar lojas que vendam k após cessarem suas compras de j . Se o processo de busca fosse instantâneo a economia não seria afetada pelo choque e o novo equilíbrio seria atingido instantaneamente, nesse caso não existe diferença entre esse tipo de análise e o velho modelo de equilíbrio geral.

3.5 PERSPECTIVAS

O presente desenvolvimento das várias abordagens possui certas similaridades e diferenças. Um ponto em comum entre todos os modelos é a concepção de que o equilíbrio representa um estado final de repouso após um processo de ajustamento que envolve a mudança de planos dos agentes (planos que podem consistir das quantidades demandadas e preços esperados ou das estratégias que se espera que sejam jogadas pelos outros jogadores). Eles diferem no modo como vêm do processo de aprendizagem pelo qual passam os tomadores de decisão durante o processo de convergência.

Fisher estende o modelo de processo de Hahn, mas é baseado na mesma fundamentação quanto à dinâmica de aprendizado dos consumidores e produtores. Os agentes formulam todos os seus planos de compra e venda no tempo zero e não ocorrem descobertas positivas com relação às oportunidades de troca no futuro, logo sua utilidade esperada apenas decresce em função do tempo. O aprendizado consiste na descoberta de que os preços pelos quais se esperava poder comprar ou vender os bens estavam excessivamente otimistas e que esses planos devem ser ajustados através da descoberta de seus erros iniciais em função do tempo.

Kirzner faz o contrário. Sua abordagem começa do ponto onde os tomadores de decisão não tem conhecimento de oportunidades de troca e a introdução do empreendedor alerta, variante inspirada em Schumpeter, que descobre as possibilidades de troca e assim temos um processo de aumento na utilidade esperada, já que novas oportunidades são continuamente descobertas, até que as oportunidades de troca são exauridas e o sistema econômico entra em um equilíbrio pareto eficiente.

Nos modelos de jogos evolucionários temos vários tipos de processo de ajustamento de estratégias diferentes, todos baseados no pressuposto que os jogadores não

são perfeitamente racionais do ponto de vista de sempre responderem otimamente para qualquer decisão do outro jogador. Embora não sejam perfeitamente racionais, esses modelos geralmente convergem para equilíbrios de Nash a partir de certos pressupostos com relação à função de payoffs e os espaços de estratégias.

Os modelos de sistemas de agentes adaptativos aplicados a economia representam o cutting edge da aplicação de complexidade e processos sociais formados por unidades dotadas de racionalidade limitada e se utilizam de ferramentas que passaram a existir recentemente, especialmente o poder computacional requerido para rodar esses modelos. O desenvolvimento desses modelos promete melhorar o entendimento que os economistas têm do funcionamento de processos dinâmicos nos mercados, especialmente em problemas econômicos mais complexos, onde que o uso de ferramentas tradicionais é limitado devido as limitações cognitivas do próprio construtor de modelos, que são rompidas com o uso de modelos computacionais cujos resultados são computados por computadores.

4 NOTAS DE CONCLUSÃO

As várias abordagens existentes para a compreensão de processos em desequilíbrio se constituem em um grupo diverso de teorias que possuem certos pontos em comum. Um dos traços unificadores de todos os modelos estudados é a incapacidade dos agentes em formular planos de ação ótimos com relação ao quadro de decisão com que eles se defrontam. Nos modelos de aprendizado em jogos os jogadores não jogam a resposta ótima com relação as estratégias jogadas pelos outros jogadores. No modelo de Fisher os agentes não conseguem prever corretamente as variações dos preços. Na teoria de Kirzner os agentes não aproveitam todas as oportunidades de troca possíveis.

Uma diferença importante entre o trabalho de Kirzner e os modelos de jogos evolucionários é que na teoria de Kirzner os tomadores de decisão são perfeitamente racionais no sentido que as decisões que eles tomam são ótimas com relação ao quadro de meios e fins que eles percebem subjetivamente. Elas não são decisões realmente ótimas porque o quadro subjetivo de meios e fins do tomador de decisão é imperfeito devido a existência de incerteza estrutural. A discrepância entre o que o tomador de decisão percebe e o que ele poderia perceber em um determinado instante é a discrepância que leva suas escolhas a não serem ótimas. Se isso constitui racionalidade limitada é uma questão de interpretação do conceito de racionalidade.

Por outro lado, podemos interpretar o processo de replicação das estratégias de maior payoff como um processo de aprendizado dado pela descoberta dos payoffs das estratégias jogadas pelos outros jogadores. Pode se dizer que o crescimento da população que joga determinada estratégia é função do tamanho dessa população porque cada indivíduo tem certo impacto nas informações de outros indivíduos e quanto maior a população jogando determinada estratégia superior, maior é o número de indivíduos que vai perceber que essa estratégia é melhor do que a média. Podemos interpretar as dinâmicas de jogos evolucionários como processos de descoberta, embora não seja modelado explicitamente.

Uma importante consequência dessas teorias de processos em desequilíbrio se refere à economia do bem estar (*welfare economics*). O conceito de ótimo de Pareto é um

conceito que faz sentido dado informação completa sobre as dotações e preferências¹ de todos os indivíduos. No desequilíbrio os tomadores de decisão não possuem a informação necessária para traçar planos de ação ótimos dadas as suas dotações e preferências e as oportunidades existentes de troca, muito menos nenhum tomador de decisão sozinho teria o conhecimento necessário para determinar uma alocação ótima de todos os recursos da sociedade. Em termos Hayekianos, o problema econômico não é apenas determinar a alocação ótima dos recursos dadas as preferências e dotações, mas sim como um sistema econômico pode utilizar o conhecimento disperso pelos indivíduos sobre esses dados para produzir tendências de melhora na alocações de recursos escassos. Mas para viabilizar o tratamento dessas questões é necessária a análise de desequilíbrio, pois no equilíbrio os planos de todos os tomadores de decisão se encontram perfeitamente ajustados aos dados subjacentes, o que implica na inexistência deste tipo de problema. Assim, o desenvolvimento da análise fora do equilíbrio é necessária para o melhor entendimento da economia do bem estar.

Outra aplicação importante desses métodos de análise de processos são os problemas macroeconômicos. Em um equilíbrio walrasiano todos os planos de oferta e procura se encontram coordenados pelo sistema de preços, não existem discrepâncias nas quantidades ofertadas e demandadas no mercado. Os planos de todos agentes se concretizam. Os problemas macroeconômicos podem ser interpretados como problemas de ajustamento do sistema econômico com relação a falha de múltiplos planos individuais², o uso de métodos das teorias apresentadas neste trabalho pode ajudar a iluminar aspectos desses problemas que os métodos convencionais falham em captar.

O desenvolvimento de novos métodos além da análise matemática (axiomática), como os métodos computacionais, trazem grandes esperanças para tratar desses problemas. Pois permitem a análise além de pontos extremos, como propriedades assintóticas ou ponto de equilíbrio, permitindo um tratamento mais rico do processo de mercado do que os métodos matemáticos e ao mesmo tempo mais rigoroso do que a narrativa verbal à la Kirzner e Hayek.

¹ Além da tecnologia, se introduzirmos produção em nossa análise.

² Como por exemplo, um caso de discrepância generalizada entre as quantidades ofertadas e procuradas em múltiplos mercados.

REFERÊNCIAS

ARROW, K. J. Toward a theory of price adjustment. In: **Studies in resource allocation processes**, Cambridge: Cambridge University Press, 1977. p. 380-389

ARROW, K. J.; HURWICZ, L. On the stability of the competitive equilibrium, II. **Econometrica**, v. 27, p. 82–109, 1959.

AXTELL, R. L. Multi-Agent Systems Macro: A Prospectus. In: **Post-Walrasian Macroeconomics**, Cambridge: Cambridge University Press, 2006. p. 203-220.

BONOMO, M.; CARRASCO, V.; MOREIRA, H. Aprendizado evolucionário, inércia inflacionária e recessão em desinflações monetárias. **Revista Brasileira de Economia**, vol. 57, n. 4, 2003.

BUCHANAN, J. M. The market as a creative process. **Economics and Philosophy**, vol. 7, p. 167-96. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

CANTILLON, R. **Essay on the Nature of Trade in General**, London: Frank Cass and Co., Ltd, 1959.

CHEN, S. Agent-Based Computational Macroeconomics: A Survey. In: T. Terano, H. Deguchi, and K. Takadama, **Meeting the Challenge of Social Problems via Agent-Based Simulation**, post-proceedings of the Second International Workshop of Agent-Based Approaches in Economic and Social Complex Systems. New York: Springer, 2003, p. 141-170.

DEBREU, G. **Theory of value**. New Haven and London: Yale University Press, 1987.

EPSTEIN, J. M.; AXTELL, R. **Growing artificial societies**: social science from the bottom up. MIT Press, 1996.

FRANKE, R. Coevolution and stable adjustments in the cobweb model. **Journal of Evolutionary Economics**, v. 8, n. 4, p. 383–406, 1998.

FISHER, F. M. The Hahn Process with firms but no production. **Econometrica**, v. 44, p. 907-38, 1974.

FISCHER, F. M. **Disequilibrium foundations for equilibrium economics**. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

FUDENBERG, D.; LEVINE, D. K. **The theory of learning in games**. Cambridge, Massachusetts: The MIT press, 1998.

HAHN, F. H.; T. NEGISHI. A Theorem on Non-Tâtonnement Stability. **Econometrica**, v. 30, p. 463-9, 1962.

HAYEK, F. A. **Prices and Production**. New York: Augustus M. Kelly, 1931.

HAYEK, F. A. **The pure theory of capital**. Chicago: The University of Chicago Press, 2007.

HAYEK, F. A. **Individualism and economic order**. Chicago: The Chicago University Press, 1980.

HAYEK, F. A. Economics and knowledge. **Economica**, v. 4, n. 13, p. 33-54, 1937.

HAYEK, F. A. The use of knowledge in society. **American Economic Review**, v. 35, n. 4, p. 519-530, 1945.

HOWITT, P. Macroeconomics with Intelligent Autonomous Agents. In: **Macroeconomics in the Small and the Large: Essays on Microfoundations, Macroeconomic Applications and Economic History in Honor of Axel Leijonhufvud**, edited by Roger Farmer. Cheltenham: Edward Elgar, 2008.

KIRZNER, I. M. **Competition and entrepreneurship**. Chicago: The Chicago University Press, 1973.

KIRZNER, I. M. **Discovery and the capitalist process**. Chicago: The Chicago University Press, 1985.

KIRZNER, I. M. **The meaning of market process**: Essays in the Development of Modern Austrian Economics. New York: Routledge, 1992.

MAS-COLLEL, A.: WHINSTON, M. D. GREEN, J. R. **Microeconomic Theory**. Oxford: Oxford University Press, 1995.

MILLER, J. H.; PAGE, S. E. **Complex adaptative systems**. Princeton: The Princeton University Press, 2007.

ROBBINS, L. **An essay on the nature and significance of economic science**. London: Macmillan, 1932.

SAMUELSON, P. A. The stability of equilibrium. **Econometrica**, v. 9, p. 97-120, 1941.

SCHUMPETER, J. A. **A teoria do desenvolvimento econômico**. São Paulo: Nova Cultural, 1988.

WEINTRAUB, E. R. **How economics became a mathematical science**. Durham e Londres: Duke University Press, 2002.