

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM)

**SIMULAÇÃO E INVERSÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS EM  
DIFERENTES MEIOS GEOLÓGICO-GEOTÉCNICOS**

Maria da Graça Gomes

Tese para a obtenção do título de  
Doutor em Engenharia

Porto Alegre

2010

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM)

**SIMULAÇÃO E INVERSÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS EM  
DIFERENTES MEIOS GEOLÓGICO-GEOTÉCNICOS**

Maria da Graça Gomes

Mestre em Matemática Aplicada

Trabalho realizado no Laboratório de Modelagem Geológica, Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração: Tecnologia Mineral, Ambiental e Metalurgia Extrativa

Porto Alegre

2010

Esse trabalho foi julgado adequado como tese de doutorado em Engenharia, área de concentração de Tecnologia Mineral, Ambiental e Metalurgia Extrativa e aprovada em sua forma final, pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. Adelir José Strieder

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marco Túllio Menna Barreto de Vilhena (PROMEC e PPGMap - UFRGS)

Prof. Dr. Bardo Ernst Josef Bodmann (PROMEC – DENUK - UFRGS)

Prof. Dr. Luis Eduardo Silveira da Mota Novaes (CDTEC-UFPEL)

Prof. Dr. Carlos Pérez Bergmann

Coordenador do PPGEM

Aos meus pais, a quem sou eternamente  
grata pela vida, pelos ensinamentos e pelos valores aprendidos.  
Com muito amor ao meu esposo.

## AGRADECIMENTOS

A todos que colaboraram direta ou indiretamente na elaboração deste trabalho, o meu reconhecimento.

Aos meus pais pelo amor, carinho, dedicação e incentivo constantes. Agradeço as minhas irmãs pela motivação e amizade sincera e a toda a minha família.

Ao professor e orientador Dr. Adelar José Strieder pelo estímulo, dedicação, inteligência e esforço pessoal proporcionado. Agradeço muito pelos seus ensinamentos.

Ao professor Dr. Marco Vilhena pelas valiosas contribuições, pela grande amizade, por todo o incentivo ao trabalho e por ter me ajudado nos momentos difíceis.

Ao meu esposo Alexandre Garcia pelo amor, companheirismo e incentivo. Agradeço por você estar ao meu lado torcendo pelas minhas conquistas e realizações e pela sua paciência. És muito especial para mim.

Aos colegas do LACOM pelas contribuições do grupo de estudos em FDTD. Em especial aos colegas Cláudio Fernandez, Pedra, Giovani Bulla, Paulo e ao Professor Dr. Álvaro de Salles.

Aos colegas do MODELAGE pela amizade e convívio durante os anos de pesquisa e trabalho, em especial ao Fernando, Sérgio, Gelson e Evaristo. Ao PPGEM pela oportunidade de realização de trabalho em minha área de pesquisa.

Aos professores Dr. Rudnei Cunha e Dr. Bardo Bodmann pelas contribuições e amizade.

Aos meus grandes amigos e companheiros de trabalho Alexandre Athayde, Roberto Souto e Izabel Gioveli, que sempre estiveram compartilhando experiências, ajudando-me na construção e execução das tarefas computacionais envolvidas e contribuíram fortemente para a melhoria do meu trabalho. Vocês são muito especiais para mim.

Ao ICESA, ICET e ICS e a Feevale pelo suporte financeiro em apoio a este trabalho, a todos os amigos que acreditaram na minha conquista e aos meus alunos que me ajudam a crescer como profissional, os meus sinceros agradecimentos.

Agradeço a Deus que está sempre presente em minha vida.

“Aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende”.

Leonardo da Vinci

## SUMÁRIO

|  |              |
|--|--------------|
| <b>LISTA DE FIGURAS .....</b>  | <b>XI</b>    |
| <b>LISTA DE TABELAS .....</b>  | <b>XXI</b>   |
| <b>LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS .....</b>  | <b>XXII</b>  |
| <b>RESUMO .....</b>  | <b>XXVI</b>  |
| <b>ABSTRACT .....</b>  | <b>XXVII</b> |
| <br>   |              |
| <b>1 INTRODUÇÃO .....</b>  | <b>1</b>     |
| 1.1 OBJETIVOS .....  | 2            |
| 1.2 METODOLOGIA .....  | 3            |
| <br>   |              |
| <b>2 PRINCÍPIOS DOS MÉTODOS GEOFÍSICOS .....</b>                                       | <b>4</b>     |
| 2.1 MÉTODO (IN) DIRETO .....   | 4            |
| <b>2.1.1 O método das diferenças finitas no domínio do tempo .....</b>                 | <b>6</b>     |
| 2.1.2 Estabilidade numérica e dispersão .....  | 17           |
| 2.2 MÉTODO INVERSO .....   | 18           |
| <b>2.2.1 Métodos inversos: algumas aplicações .....</b>                                | <b>19</b>    |
| 2.3 APLICAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO EM GEOFÍSICA .....                                   | 22           |
| <b>2.3.1 Métodos de otimização da função objetivo .....</b>                            | <b>23</b>    |
| 2.3.1.1 <i>Método ACO (Ant Colony Optimization)</i> .....                              | 24           |
| 2.3.1.1.1 Regularização intrínseca .....   | 27           |
| 2.3.1.1.2 Avaliação do custo modificado em ACO .....                                   | 28           |
| 2.3.1.2 <i>O método Quasi-Newton</i> .....   | 30           |
| <br>   |              |
| <b>3 MODELAGEM NUMÉRICA DE PROPAGAÇÃO DE OEM<br/>UTILIZANDO A FORMULAÇÃO FDTD.....</b> | <b>31</b>    |
| 3.1 SIMULAÇÃO DE ONDAS DE GEORRADAR SEM BORDA<br>ABSORVEDORA .....                     | 31           |
| 3.2 SIMULAÇÃO DE ONDAS DE GEORRADAR COM BORDA<br>ABSORVEDORA .....                     | 36           |

|   |           |
|---|-----------|
| 3.3 SIMULAÇÃO DE ONDAS USANDO O CASO PARTICULAR DE ANTENAS DE GEORRADAR .....   | 41        |
| <b>3.3.1 Resolução vertical .....</b>   | <b>41</b> |
| <b>4 ESTIMATIVA DE PARÂMETROS GEOFÍSICOS POR MEIO DE PROBLEMA INVERSO .....</b>   | <b>47</b> |
| 4.1 ESTIMATIVA DE $\varepsilon$ , USANDO A METODOLOGIA ACO, SEM RUÍDO NOS DADOS .....   | 49        |
| 4.2 ESTIMATIVA DOS VALORES DO PARÂMETRO $\varepsilon$ , COM DIFERENTES RUÍDOS .....   | 50        |
| <b>4.2.1 Ruído de 1% nos dados .....</b>  | <b>50</b> |
| <b>4.2.2 Ruído de 5% nos dados .....</b>  | <b>51</b> |
| 4.3 ESTIMATIVA DE $\varepsilon$ E $\sigma$ , SEM RUÍDO .....  | 53        |
| 4.4 ESTIMATIVA DO PARÂMETRO $\sigma$ , SEM RUÍDO, USANDO A RESPOSTA FIXA DO PARÂMETRO $\varepsilon$ .....                                       | 55        |
| 4.5 ESTIMATIVA DE $\varepsilon$ E $\sigma$ COM DIFERENTES RUÍDOS .....  | 57        |
| <b>4.5.1 Ruído de 1% nos dados .....</b>  | <b>57</b> |
| <i>4.5.1.1 Estimativa do parâmetro <math>\sigma</math>, com ruído de 1%, usando a resposta fixa do parâmetro <math>\varepsilon</math> .....</i> | <i>59</i> |
| <b>4.5.2 Ruído de 5% nos dados .....</b>  | <b>61</b> |
| <i>4.5.2.1 Estimativa do parâmetro <math>\sigma</math>, com ruído de 5%, usando a resposta fixa do parâmetro <math>\varepsilon</math> .....</i> | <i>63</i> |
| 4.6 ESTIMATIVA DOS VALORES DO PARÂMETRO $\varepsilon$ , DE UM MODELO NÃO-SIMÉTRICO, SEM RUÍDO .....   | 65        |
| 4.7 ESTIMATIVA DOS VALORES DO PARÂMETRO $\varepsilon$ , DE UM MODELO NÃO-SIMÉTRICO, COM DIFERENTES RUÍDOS .....                                 | 67        |
| <b>4.7.1 Ruído de 1% nos dados .....</b>  | <b>67</b> |
| <b>4.7.2 Ruído de 2% nos dados .....</b>  | <b>68</b> |
| <b>4.7.3 Ruído de 5% nos dados .....</b>  | <b>70</b> |
| 4.8 ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS, $\varepsilon$ E $\sigma$ , PARA O PERFIL NÃO-SIMÉTRICO, SEM RUÍDO .....                           | 71        |
| 4.9 ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS, $\varepsilon$ E $\sigma$ , PARA O   |           |

|  |     |
|--|-----|
| PERFIL NÃO-SIMÉTRICO, SEM RUÍDO, USANDO O MÉTODO QUASI-<br>NEWTON .....  | 73  |
| 4.10 ESTIMATIVA DO PARÂMETRO $\varepsilon$ , PARA O PERFIL NÃO-<br>SIMÉTRICO, SEM RUÍDO, USANDO A RESPOSTA FIXA DO<br>PARÂMETRO $\sigma$ .....   | 74  |
| 4.11 ESTIMATIVA DOS VALORES DOS PARÂMETROS $\varepsilon$ E $\sigma$ , DE UM<br>MODELO NÃO-SIMÉTRICO, COM DIFERENTES RUÍDOS .....   | 77  |
| <b>4.11.1 Ruído de 1% nos dados com metodologia ACO</b> .....  | 77  |
| <i>4.11.1.1 Ruído de 1% com metodologia ACO, com resposta obtida de <math>n_{si} = 13</math>,<br/>mais método Determinístico, para melhorar as estimativas de <math>\varepsilon</math> e <math>\sigma</math></i> ..... | 78  |
| <i>4.11.1.2 Ruído de 1% com metodologia híbrida mais método ACO, que estima<br/>somente <math>\varepsilon</math></i> .....   | 79  |
| <b>4.11.2 Ruído de 2% nos dados com metodologia ACO</b> .....  | 82  |
| <i>4.11.2.1 Ruído de 2% com metodologia ACO, com resposta obtida de <math>n_{si} = 13</math>,<br/>mais método Determinístico, para melhorar as estimativas de <math>\varepsilon</math> e <math>\sigma</math></i> ..... | 83  |
| <i>4.11.2.2 Ruído de 2% com metodologia híbrida mais método ACO, que estima<br/>somente <math>\varepsilon</math></i> .....   | 84  |
| <b>4.11.3 Ruído de 5% nos dados com metodologia ACO</b> .....  | 85  |
| <i>4.11.3.1 Ruído de 5% com metodologia ACO, com resposta obtida de <math>n_{si} = 13</math>,<br/>mais método Determinístico, para melhorar as estimativas de <math>\varepsilon</math> e <math>\sigma</math></i> ..... | 86  |
| <i>4.11.3.2 Ruído de 5% com metodologia híbrida mais método ACO, que estima<br/>somente <math>\varepsilon</math></i> .....   | 87  |
| 4.12 ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS, $\varepsilon$ E $\sigma$ , DE UM<br>MODELO NÃO-SIMÉTRICO, SEM RUÍDO COM AS METODOLOGIAS<br>ACO, QUASI-NEWTON E ACO NOVAMENTE.....                                       | 90  |
| <b>4.12.1 Perfil sem inserção de ruído nos dados</b> .....   | 91  |
| 4.13 ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS, $\varepsilon$ E $\sigma$ , DE UM<br>MODELO NÃO-SIMÉTRICO, COM DIFERENTES RUÍDOS NOS DADOS<br>COM AS METODOLOGIAS ACO, QUASI-NEWTON E ACO NOVAMENTE.                     | 97  |
| <b>4.13.1 Ruído de 1% nos dados</b> .....  | 97  |
| <b>4.13.2 Ruído de 5% nos dados</b> .....  | 100 |

|   |            |
|---|------------|
| 4.14. ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS ( $\varepsilon$ E $\sigma$ ) SEM<br>RUÍDO, USANDO UM PERFIL SIMÉTRICO COM UMA POSIÇÃO DE<br>BASALTO..... | 104        |
| <b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>   | <b>110</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>   | <b>112</b> |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 2.1 – Posicionamento das componentes $E_x, E_y, E_z$ do vetor campo elétrico e $H_x, H_y, H_z$ do vetor campo magnético em uma célula cúbica unitária .....   | 7  |
| Figura 2.2 – Representação do “salto” ( <i>leapfrog</i> ) conforme o algoritmo de Yee para ondas que se propagam em uma dimensão de acordo com incrementos espacial e temporal .....                                   | 8  |
| Figura 2.3 – Algoritmo para calcular o custo de $na_p$ perfis de $\epsilon$ e $\sigma$ , na solução $\mathbf{x} = [\epsilon \ \sigma]^T$ , em cada iteração .....  | 27 |
| Figura 2.4 – Algoritmo para avaliação da solução considerando Mínima Entropia de 1ª ordem, do esquema de regularização intrínseca .....  | 28 |
| Figura 2.5 – Solução ACO ( $\mathbf{x}$ ) baseada nas probabilidades cumulativas das trajetórias .....   | 28 |
| Figura 2.6 – Algoritmo Modificado baseado em ACO. É avaliado o custo das combinações dos perfis $na_p \times na_p$ de $\epsilon$ e $\sigma$ , na solução $\mathbf{x} = [\epsilon \ \sigma]^T$ , em cada iteração ..... | 29 |
| Figura 3.1 – Criação do pulso de georradar em $j = 20$ .....   | 32 |
| Figura 3.2 – Pulso de georradar simulado em $j = 70$ .....   | 32 |
| Figura 3.3 – Pulso de georradar simulado em $j = 110$ .....  | 32 |
| Figura 3.4 – Pulso de georradar simulado em $j = 130$ .....  | 33 |
| Figura 3.5 – Pulso de georradar simulado em $j = 160$ .....  | 33 |
| Figura 3.6 – Pulso de georradar simulado em $j = 190$ .....  | 34 |
| Figura 3.7 – Pulso de georradar simulado em $j = 230$ .....  | 34 |
| Figura 3.8 – Pulsos divididos em refletidos e transmitidos .....   | 34 |
| Figura 3.9 – Pulso transmitido (3) chegando à segunda .....  | 34 |
| Figura 3.10 – Pulso de georradar simulado em $j = 330$ .....   | 34 |
| Figura 3.11 – Pulso de georradar colidindo com o fim do domínio .....  | 35 |
| Figura 3.12 – Reflexões dos pulsos no fim do domínio .....   | 35 |
| Figura 3.13 – Pulso de georradar simulado em $j = 570$ .....   | 35 |
| Figura 3.14 – Pulso de georradar simulado em $j = 85$ .....  | 36 |
| Figura 3.15 – Criação do pulso de georradar em $j = 2$ .....   | 37 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 3.16 – Colisão do pulso com a primeira interface .....          | 37 |
| Figura 3.17 – Divisão do pulso em refletido e transmitido .....        | 37 |
| Figura 3.18 – Pulso de georradar simulado em $j = 150$ .....           | 37 |
| Figura 3.19 – Pulso de georradar simulado em $j = 160$ .....           | 37 |
| Figura 3.20 – Pulso de georradar simulado em $j = 180$ .....           | 38 |
| Figura 3.21 – Pulso de georradar simulado em $j = 200$ .....           | 38 |
| Figura 3.22 – Pulso de georradar simulado em $j = 210$ .....           | 38 |
| Figura 3.23 – Pulso de georradar simulado em $j = 275$ .....           | 39 |
| Figura 3.24 – Pulso de georradar simulado em $j = 295$ .....           | 39 |
| Figura 3.25 – Pulso de georradar simulado em $j = 435$ .....           | 39 |
| Figura 3.26 – Pulso de georradar simulado em $j = 690$ .....           | 39 |
| Figura 3.27 – Pulso de georradar simulado em $j = 740$ .....           | 40 |
| Figura 3.28 – Pulso de georradar simulado em $j = 950$ .....           | 40 |
| Figura 3.29 – Pulso de georradar simulado em $j = 1000$ .....          | 40 |
| Figura 3.30 – Pulso de georradar simulado em $j = 1300$ .....          | 40 |
| Figura 3.31 – Pulso de georradar simulado em $j = 1800$ .....          | 40 |
| Figura 3.32 – Criação do pulso de georradar simulado em $j = 25$ ..... | 42 |
| Figura 3.33 – Pulso de georradar simulado em $j = 230$ .....           | 43 |
| Figura 3.34 – Pulso de georradar simulado em $j = 310$ .....           | 43 |
| Figura 3.35 – Pulso de georradar simulado em $j = 480$ .....           | 43 |
| Figura 3.36 – Pulso de georradar simulado em $j = 690$ .....           | 44 |
| Figura 3.37 – Pulso de georradar simulado em $j = 770$ .....           | 44 |
| Figura 3.38 – Pulso de georradar simulado em $j = 910$ .....           | 44 |
| Figura 3.39 – Pulso de georradar simulado em $j = 990$ .....           | 45 |
| Figura 3.40 – Pulso de georradar simulado em $j = 1020$ .....          | 45 |
| Figura 3.41 – Pulso de georradar simulado em $j = 1080$ .....          | 45 |
| Figura 3.42 – Pulso de georradar simulado em $j = 1130$ .....          | 45 |
| Figura 3.43 – Pulso de georradar simulado em $j = 1200$ .....          | 45 |
| Figura 3.44 – Pulso de georradar simulado em $j = 1280$ .....          | 45 |
| Figura 3.45 – Pulso de georradar simulado em $j = 1350$ .....          | 46 |
| Figura 3.46 – Pulso de georradar simulado em $j = 1450$ .....          | 46 |
| Figura 3.47 – Pulso de georradar simulado em $j = 1650$ .....          | 46 |
| Figura 3.48 – Pulso de georradar simulado em $j = 1750$ .....          | 46 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 3.49 – Pulso de georradar simulado em $j = 1900$ .....   | 46 |
| Figura 4.1 – Perfil exato de propriedades elétricas do modelo geológico de campo EM FDTD.....   | 48 |
| Figura 4.2 – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD, para $nsi = 1$ .....   | 49 |
| Figura 4.3 – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com $nsi = 1$ e 500 iterações .....                            | 50 |
| Figura 4.4 – Estimativas dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para $nsi = 1$ .....  | 51 |
| Figura 4.5 – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com $nsi = 1$ , 500 iterações e ruído de 1% nos dados .....    | 51 |
| Figura 4.6 – Estimativas dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para $nsi = 1$ .....  | 52 |
| Figura 4.7 – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com $nsi = 1$ e 500 iterações, com ruído de 5% nos dados ..... | 52 |
| Figura 4.8 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, para $nsi = 1$ ...  | 53 |
| Figura 4.9 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 400 iterações e aplicando o critério de regularização de mínima entropia, para $nsi = 6$ .....   | 54 |
| Figura 4.10 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 400 iterações e aplicando o critério de regularização de mínima entropia, para $nsi = 13$ .....   | 54 |
| Figura 4.11 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton .....  | 55 |
| Figura 4.12 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\sigma$ (b), considerando os  |    |

|   |    |
|---|----|
| valores de $\varepsilon$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton) (a), para $nsi = 1$ .....  | 56 |
| Figura 4.13 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 6$ .....                                 | 56 |
| Figura 4.14 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 13$ .....                                | 57 |
| Figura 4.15 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para $nsi = 1$ .....  | 57 |
| Figura 4.16 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 400 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para $nsi = 6$ .....  | 58 |
| Figura 4.17 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 400 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para $nsi = 13$ ..... | 58 |
| Figura 4.18 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton .....  | 59 |
| Figura 4.19 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton) (a), para $nsi = 1$ , com ruído de 1% .....           | 60 |
| Figura 4.20 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 6$ , com ruído de 1% .....               | 60 |
| Figura 4.21 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 13$ , com ruído de 1% .....              | 61 |
| Figura 4.22 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para $nsi = 1$ .....  | 61 |
| Figura 4.23 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 400   |    |

|   |    |
|---|----|
| iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para $nsi = 6$ .....  | 62 |
| Figura 4.24 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 400 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para $nsi = 13$ .....                                 | 62 |
| Figura 4.25 – Estimativas dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton .....  | 63 |
| Figura 4.26 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 1$ , com ruído de 5% .....   | 64 |
| Figura 4.27 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 6$ , com ruído de 5% .....   | 64 |
| Figura 4.28 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 13$ , com ruído de 5% .....  | 64 |
| Figura 4.29 – Perfil exato de propriedades elétricas do modelo geológico de campo EM FDTD .....   | 66 |
| Figura 4.30 – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica, com valores de $\sigma$ exatos .....                           | 66 |
| Figura 4.31 – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com $nsi = 1$ e 500 iterações .....                         | 67 |
| Figura 4.32 – Estimativas dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para $nsi = 1$ .....   | 68 |
| Figura 4.33 – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com $nsi = 1$ , 500 iterações e ruído de 1% nos dados ..... | 68 |
| Figura 4.34 – Estimativas dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de  |    |

|  |    |
|--|----|
| 2% nos dados, para $nsi = 1$ .....   | 69 |
| Figura 4.35 – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com $nsi = 1$ , 500 iterações e ruído de 2% nos dados .....    | 69 |
| Figura 4.36 – Estimativas dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para $nsi = 1$ .....  | 70 |
| Figura 4.37 – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com $nsi = 1$ e 500 iterações, com ruído de 5% nos dados ..... | 70 |
| Figura 4.38 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, sem ruído nos dados, para $nsi = 1$ .....                          | 71 |
| Figura 4.39 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, sem ruído nos dados, para $nsi = 6$ .....                          | 72 |
| Figura 4.40 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, sem ruído nos dados, para $nsi = 13$ .....                                | 72 |
| Figura 4.41 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando as saídas do ACO (para $nsi=1$ ) como estimativa inicial para o método Quasi-Newton .....   | 73 |
| Figura 4.42 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando as saídas do ACO (para $nsi=13$ ) como estimativa inicial para o método Quasi-Newton .....  | 73 |
| Figura 4.43 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ (a), considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 1$ .....  | 74 |
| Figura 4.44 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ (a), considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 6$ .....  | 75 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.45 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ (a), considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 13$ .....   | 75 |
| Figura 4.46 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para $nsi = 1$ .....  | 77 |
| Figura 4.47 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para $nsi = 6$ .....  | 78 |
| Figura 4.48 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para $nsi = 13$ ..... | 78 |
| Figura 4.49 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando as saídas do ACO (para $nsi=13$ ), com ruído de 1% nos dados, como estimativa inicial para o método Quasi-Newton .....  | 79 |
| Figura 4.50 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ (a), considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton) (b), para $nsi = 1$ , com ruído de 1% .....                            | 79 |
| Figura 4.51 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ (a), considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 6$ , com ruído de 1% .....                                | 80 |
| Figura 4.52 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ (a), considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 13$ , com ruído de 1% .....                               | 80 |
| Figura 4.53 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 2% nos dados, para $nsi = 1$ .....         | 82 |
| Figura 4.54 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 2% nos dados, para $nsi = 6$ .....         | 82 |
| Figura 4.55 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima   |    |

|   |    |
|---|----|
| entropia, com ruído de 2% nos dados, para $nsi = 13$ .....  | 83 |
| Figura 4.56 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando as saídas do ACO (para $nsi=13$ ), com ruído de 2% nos dados, como estimativa inicial para o método Quasi-Newton .....  | 83 |
| Figura 4.57 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 1$ .....  | 84 |
| Figura 4.58 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 6$ .....  | 84 |
| Figura 4.59 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 13$ .....   | 85 |
| Figura 4.60 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para $nsi = 1$ .....  | 85 |
| Figura 4.61 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para $nsi = 6$ .....  | 86 |
| Figura 4.62 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para $nsi = 13$ ..... | 86 |
| Figura 4.63 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ e $\sigma$ , considerando as saídas do ACO (para $nsi=13$ ), com ruído de 5% nos dados, como estimativa inicial para o método Quasi-Newton .....  | 87 |
| Figura 4.64 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 1$ , com ruído de 5% nos dados .....                  | 87 |
| Figura 4.65 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 6$ , com ruído de 5% nos dados .....                  | 88 |
| Figura 4.66 – Estimativa dos valores do parâmetro, $\varepsilon$ , considerando os valores de $\sigma$ conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 13$ , com ruído de 5% nos dados .....                 | 88 |
| Figura 4.67 – Perfil exato de propriedades elétricas do modelo geológico de   |    |

|  |     |
|--|-----|
| campo EM FDTD. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica .....   | 92  |
| Figura 4.68 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, sem ruído nos dados, para $nsi = 1$ .....      | 93  |
| Figura 4.69 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros, $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando as saídas do ACO (para $nsi = 1$ ) como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, para $nsi = 1$ .....           | 93  |
| Figura 4.70 – Estimativa dos valores do parâmetro $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ (a) conhecidos, $nsi = 1$ .....   | 94  |
| Figura 4.71 – Estimativa dos valores do parâmetro $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ (a) conhecidos, $nsi = 6$ .....   | 95  |
| Figura 4.72 – Estimativa dos valores do parâmetro $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ (a) conhecidos, $nsi = 13$ .....  | 95  |
| Figura 4.73 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para $nsi = 1$ ..... | 97  |
| Figura 4.74 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando as saídas do ACO, com ruído de 1% nos dados como estimativa inicial para o método Quasi-Newton .....                   | 98  |
| Figura 4.75 – Estimativa dos valores do parâmetro $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ (a) conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 1$ , com ruído de 1% nos dados .....                 | 98  |
| Figura 4.76 – Estimativa dos valores do parâmetro $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ (a) conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 6$ , com ruído de 1% nos dados .....                 | 99  |
| Figura 4.77 – Estimativa dos valores do parâmetro $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ (a) conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para $nsi = 13$ , com ruído de 1% nos dados .....                | 99  |
| Figura 4.78 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização, com 5% de ruído nos dados, para $nsi = 1$ .....                    | 101 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 4.79 – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros $\varepsilon$ (a) e $\sigma$ (b), considerando as saídas do ACO, com 5% de ruído nos dados como estimativa inicial para o método Quasi-Newton.....     | 101 |
| Figura 4.80 – Estimativa dos valores do parâmetro $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ (a) conhecidos (metodologia híbrida ACO + Quasi-Newton), para $n_{si} = 1$ , com 5% de ruído nos dados.....  | 102 |
| Figura 4.81 – Estimativa dos valores do parâmetro $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ (a) conhecidos (metodologia híbrida ACO + Quasi-Newton), para $n_{si} = 6$ , com 5% de ruído nos dados.....  | 102 |
| Figura 4.82 – Estimativa dos valores do parâmetro $\sigma$ (b), considerando os valores de $\varepsilon$ (a) conhecidos (metodologia híbrida ACO + Quasi-Newton), para $n_{si} = 13$ , com 5% de ruído nos dados..... | 103 |
| Figura 4.83 – Perfil de propriedades elétricas do modelo geológico de campo EM FDTD .....   | 105 |
| Figura 4.84 – Resultados da inversão ACO para as propriedades elétricas do modelo geológico depois da primeira rodada do <b>Algoritmo 1</b> .....   | 106 |
| Figura 4.85 – Resultados da inversão ACO para as propriedades elétricas do modelo geológico depois da segunda rodada do <b>Algoritmo 4</b> .....  | 107 |
| Figura 4.86 – Resultados da inversão ACO para as propriedades elétricas do modelo geológico depois da terceira rodada do <b>Algoritmo 4</b> .....   | 107 |

## LISTA DE TABELAS

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 2.1 – Resumo dos parâmetros do método de Otimização <i>Ant Colony</i> .....                                  | 29  |
| Tabela 3.1 – Parâmetros dos meios usados na simulação .....   | 31  |
| Tabela 4.1 – Parâmetros dos meios usados na simulação .....   | 47  |
| Tabela 4.2 – Parâmetros de inversão ACO e sementes usadas no <b>Algoritmo 2</b> .....                               | 48  |
| Tabela 4.3 – Parâmetros dos meios usados na simulação .....   | 65  |
| Tabela 4.4 – Parâmetros de inversão ACO e sementes usadas no <b>Algoritmo 2</b> .....                               | 66  |
| Tabela 4.5 – Intervalo de confiança de 97% para as propriedades $\varepsilon$ e $\sigma$ do modelo geológico .....  | 76  |
| Tabela 4.6 – Intervalo de confiança de 97% para as propriedades $\varepsilon$ e $\sigma$ do modelo geológico .....  | 81  |
| Tabela 4.7 – Intervalo de confiança de 97% para as propriedades $\varepsilon$ e $\sigma$ do modelo geológico .....  | 89  |
| Tabela 4.8 – Parâmetros FDTD para o modelo numérico direto .....  | 90  |
| Tabela 4.9 – Parâmetros dos meios usados na simulação .....   | 91  |
| Tabela 4.10 – Parâmetros de inversão ACO e sementes usadas no <b>Algoritmo 2</b> .....                              | 92  |
| Tabela 4.11 – Intervalo de confiança de 97% para as propriedades $\varepsilon$ e $\sigma$ do modelo geológico ..... | 96  |
| Tabela 4.12 – Intervalo de confiança de 97% para as propriedades $\varepsilon$ e $\sigma$ do modelo geológico ..... | 100 |
| Tabela 4.13 – Intervalo de confiança de 97% para as propriedades $\varepsilon$ e $\sigma$ do modelo geológico ..... | 103 |
| Tabela 4.14 – Parâmetros de inversão ACO e sementes usadas nos Algoritmos .....                                     | 105 |
| Tabela 4.15 – Intervalo de confiança de 97% para as propriedades $\varepsilon$ e $\sigma$ do modelo geológico ..... | 108 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

### ABREVIATURAS (letras latinas)

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $\vec{E}$             | vetor campo elétrico (V/m)  |
| $\vec{B}$             | densidade de fluxo magnético (Wb/m <sup>2</sup> )                         |
| $\vec{H}$             | vetor campo magnético (A/m)   |
| $\vec{D}$             | densidade de fluxo elétrico (C/m <sup>2</sup> )                           |
| $d_1$                 | espessura da camada de ar   |
| $d_2$                 | espessura da camada de arenito  |
| $d_3$                 | espessura da camada de basalto  |
| $d_4$                 | espessura da camada de folhelho   |
| $m$                   | matriz que representa o modelo geológico                                  |
| $prop(i, j, k)$       | matriz para cada componente dos vetores de campos elétrico e magnético    |
| $\Delta t$            | incremento temporal (s)   |
| $\Delta x$            | incremento espacial (m)   |
| $f$                   | frequência de georradar   |
| $f_0$                 | frequência (MHz)  |
| $c$                   | velocidade da luz no vácuo (m/s)  |
| $i$                   | posição espacial  |
| $j$                   | iteração no tempo   |
| $t$                   | tempo no FDTD   |
| $u$                   | função $u(x, y, z, t_n)$  |
| $\nabla$              | gradiente   |
| $\nabla \cdot$        | divergente  |
| $\nabla \times$       | rotacional  |
| $\nabla^2$            | laplaciano  |
| $\partial/\partial t$ | derivada parcial em relação ao tempo                                      |
| $\partial/\partial x$ | derivada parcial em relação à direção $x$                                 |
| $\partial/\partial y$ | derivada parcial em relação à direção $y$                                 |
| $\partial/\partial z$ | derivada parcial em relação à direção $z$                                 |
| $E_x$                 | componente cartesiana ortogonal, na direção $x$ , do vetor campo elétrico |
| $E_y$                 | componente cartesiana ortogonal, na direção $y$ , do vetor campo elétrico |
| $E_z$                 | componente cartesiana ortogonal, na direção $z$ , do vetor campo elétrico |

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| $H_x$                       | componente cartesiana ortogonal, na direção $x$ , do vetor campo magnético |
| $H_y$                       | componente cartesiana ortogonal, na direção $y$ , do vetor campo magnético |
| $H_z$                       | componente cartesiana ortogonal, na direção $z$ , do vetor campo magnético |
| $mit$                       | número máximo de iterações/gerações  |
| $na$                        | formigas em cada geração   |
| $na_p$                      | formigas pré-selecionadas em cada geração                                  |
| $ns$                        | número de valores discretos de $\mathbf{x}$ estimados                      |
| $np$                        | nível de discretização de busca  |
| $T_0$                       | concentração de feromônio depositada                                       |
| $q_0$                       | parâmetro de decisão do ACO  |
| $E^{\text{exp}}$            | dados experimentais de campos eletromagnéticos discretos                   |
| $E^{\text{mod}}$            | dados modelados de campos eletromagnéticos pelo FDTD                       |
| $\mathbf{x}$                | vetor das soluções   |
| $z_i$                       | profundidades ( $i = 1, \dots, 13$ )                                       |
| $t_j$                       | tempo  |
| $freq_k$                    | frequência no ACO  |
| $N_z$                       | valores discretos de $z$   |
| $N_t$                       | valores discretos de $t$   |
| $N_{freq}$                  | valores discretos de frequência  |
| $J(\mathbf{x})$             | função objetivo  |
| $S(\varepsilon), S(\sigma)$ | funções de regularização   |
| $q_i$                       | probabilidade cumulativa ou acumulada                                      |
| $p_i$                       | operador de diferença discreta de 1ª ordem                                 |
| $T_{ij}$                    | matriz de feromônio  |
| $Q$                         | valor da função objetivo quando $\mathbf{x} = [1 \ 1]^T$                   |
| $P_{ij}$                    | probabilidade em cada geração de formigas                                  |
| $r_0$                       | número randômico   |
| $\mathbf{x}_0$              | estimativa inicial da solução do ACO                                       |
| $\mathbf{x}_{\text{best}}$  | melhor formiga   |
| $\mathbf{J}_{\text{min}}$   | custo mínimo   |
| $dx$                        | incremento espacial  |
| $dt$                        | incremento temporal  |

|      |   |
|------|---|
| $nx$ | discretização espacial                      |
| $ny$ | iterações no tempo                          |
| $D$  | tamanho do domínio espacial                 |
| $n$  | amostra piloto nas simulações do <i>ACO</i> |

#### ABREVIATURAS (letras gregas)

|                 |  |
|-----------------|--|
| $\varepsilon$   | permissividade dielétrica (F/m)  |
| $\sigma$        | condutividade elétrica (S/m)   |
| $\mu$           | permeabilidade magnética (H/m)   |
| $\rho'$         | resistividade magnética equivalente ( $\Omega/m$ ) (Taflove, 1995, p. 53)                                |
| $\lambda$       | comprimento de onda (m)  |
| $\varphi$       | coeficiente de evaporação ou decaimento no <i>ACO</i>  |
| $\gamma$        | parâmetro de regularização   |
| $\zeta$         | constante usada no <i>ACO</i>  |
| $\eta_{ij}$     | visibilidade da trajetória [i j]   |
| $\alpha, \beta$ | parâmetros/pesos que estabelecem a influência de feromônio e a visibilidade na trajetória probabilística |
| $\varepsilon_0$ | constante dielétrica do vácuo  |
| $\varepsilon_m$ | permissividade elétrica do meio (F/m)  |
| $\varepsilon_1$ | permissividade elétrica do meio ar (F/m)   |
| $\varepsilon_2$ | permissividade elétrica do meio arenito (F/m)  |
| $\varepsilon_3$ | permissividade elétrica do meio basalto (F/m)  |
| $\varepsilon_4$ | permissividade elétrica do meio folhelho (F/m)   |
| $\mu_0$         | permeabilidade magnética do vácuo  |
| $\mu_r$         | permeabilidade magnética relativa  |
| $\mu_m$         | permeabilidade magnética do meio (H/m)   |
| $\mu_1$         | permeabilidade magnética do meio ar (H/m)  |
| $\mu_2$         | permeabilidade magnética do meio arenito (H/m)   |
| $\mu_3$         | permeabilidade magnética do meio basalto (H/m)   |
| $\mu_4$         | permeabilidade magnética do meio folhelho (H/m)  |
| $\sigma_1$      | condutividade elétrica do meio ar (S/m)  |
| $\sigma_2$      | condutividade elétrica do meio arenito (S/m)   |
| $\sigma_3$      | condutividade elétrica do meio basalto (S/m)   |
| $\sigma_4$      | condutividade elétrica do meio folhelho (S/m)  |
| $v$             | velocidade da luz no vácuo (m/s)   |
| $\tau$          | período ou o inverso da frequência   |
| $\pi$           | pi, 3,14159267   |

#### SIGLAS

|           |              |
|-----------|--------------|
| <i>QN</i> | Quasi-Newton |
|-----------|--------------|

|  |  |
|--|--|
| <i>LM</i>                                  | Levenberg-Marquardt  |
| <i>PML</i>                                 | Camada Perfeitamente Casada (camada perfeitamente absorvedora)         |
| <i>1-D EM</i><br>( <i>EM<sub>w</sub></i> ) | onda eletromagnética unidimensional                                    |
| <i>GPR</i>                                 | Ground-Penetrating Radar - Radar de penetração no solo                 |
| <i>FDTD</i>                                | Finite Difference Time Domain – Diferenças Finitas no Domínio do Tempo |
| <i>3-D</i>                                 | Tridimensional   |
| <i>ACO</i>                                 | Ant Colony Optimization – Otimização da Colônia de Formigas            |
| <i>TSP</i>                                 | Traveling Salesman Problem – Problema do Caixeiro Viajante             |
| <i>MT</i>                                  | Magnetotelúrico  |
| <i>A</i>                                   | modelo físico do problema direto                                       |
| <i>FORTRAN 90</i>                          | linguagem de programação   |
| <i>TE<sub>y</sub></i>                      | modo transversal elétrico  |

## RESUMO

Este trabalho trata da simulação da propagação de ondas eletromagnéticas (1-D) em meios geológicos de propriedades físicas conhecidas (espessura, condutividade e permissividade elétrica), do registro das ondas EM refletidas (dados sintéticos) para uma antena receptora, e do uso desse registro em algoritmos de inversão e otimização que procuram estimar as propriedades físicas dos meios geológicos. Adotou-se modelos geológicos estratificados de pequena espessura ( $< 1,2$  m) e altas frequências para a onda eletromagnética (800, 1000 e 1200 MHz). A propagação da onda eletromagnética é modelada por meio da resolução das equações de Maxwell no método FDTD. Os métodos de inversão Quasi-Newton e Otimização *Ant Colony* modificado são aplicados sobre os dados sintéticos para estimar os parâmetros elétricos para cada camada geológica. Ambos os métodos foram aplicados alternadamente para aumentar a precisão e a convergência ao longo da profundidade. Os métodos de inversão foram capazes de estimar simultaneamente duas propriedades eletromagnéticas do modelo geológico: a permissividade elétrica e a condutividade elétrica. Os métodos de inversão alcançaram bons resultados quando executados simultaneamente sobre os dados sintéticos em 3 diferentes frequências. Exemplos de estimativas dos perfis de condutividade e permissividade elétricas unidimensionais são apresentados, com e sem inserção de ruídos nos dados. Os resultados indicam que a combinação dos métodos de inversão (ACO modificado e Quasi-Newton) pode fornecer bons resultados para as estimativas dos parâmetros físicos de meios geológicos e geotécnicos em meios rasos. Além disso, essa combinação de métodos de inversão abre novas perspectivas para o processamento de dados georradar multi-canal. As investigações também mostram que a simulação dos perfis sintéticos por meio do método FDTD pode propagar erros em espessuras maiores de subsolo, devido ao fato de ser um método explícito.

**Palavras-chave:** radar de penetração no solo (GPR), simulação, propagação de onda unidimensional, problema inverso, otimização.

## ABSTRACT

This work deals with simulation of a 1-D electromagnetic wave propagating into a geological structure of known physical properties (thickness, electric conductivity and permittivity), the record of the reflected EM wave (synthetic data), and the use of these records in inversion and optimization algorithms to estimate back the physical properties of the geological structure. A stratified and thin ( $< 1.2$  m) geological structure was initially constructed in order to be scanned by high frequency EM waves (800, 1000, and 1200 MHz). The EM wave propagation is simulated by Maxwell equations through FDTD method. The Quasi-Newton inversion and Ant Colony Optimization methods were applied into synthetic data to estimate original physical parameters of each geological layer. Both methods were applied in order to increase precision and convergence along depth. These methods were able to simultaneously estimate two physical properties of the geological structure: electrical permittivity and conductivity. The methods showed good results when applied simultaneously upon synthetic data of all three frequencies. Electric permittivity and conductivity profiles are shown with and without noise in the data. The results indicate that combined inversion methods can show good results to estimate physical properties of thin geological and geotechnical structures. The combined inversion methods open new perspectives to multi-channel GPR data processing. The investigations also show that simulation of synthetic data through FDTD can propagate errors when dealing with thick geological structures, due to the fact that FDTD is an explicit method.

**Keywords:** ground penetrating radar (GPR), simulation, 1-D EM wave propagation, inverse problem, optimization.

## CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

Este trabalho dedica-se ao estudo da simulação e da inversão de ondas eletromagnéticas (EM) usadas em investigações geofísicas indiretas (não-evasivas). Mais especificamente, este trabalho aborda a simulação da propagação de ondas eletromagnéticas em um meio geológico de propriedades físicas conhecidas (espessura, condutividade e permissividade elétrica), o registro das ondas EM numa antena receptora, e o uso desse registro em algoritmos de inversão e otimização que procuram estimar as propriedades físicas dos meios geológicos. Os métodos de inversão de dados geofísicos têm sido largamente estudados e aplicados na indústria mineral e em outros segmentos industriais e ambientais (Oldenburg e Pratt, 2007). No entanto, verifica-se uma lacuna de investigação em relação aos métodos que utilizam a propagação de ondas eletromagnéticas, como o georradar.

O georradar (*ground penetrating radar*, GPR) permite visualizar o efeito da propagação de ondas eletromagnéticas em meios de diferentes propriedades elétricas e magnéticas. Esses meios também apresentam diferentes estruturas (causa) dos materiais com distintas propriedades. O georradar (Davis e Annan, 1989) pode ser usado na determinação de espessuras de horizontes de solos, na determinação de espessuras de lâminas d'água tanto de lagos como de lençóis freáticos, na estratigrafia de subsolo, na detecção de vazios, na identificação de feições cársticas, na detecção de fraturas em rochas preenchidas por água ou por ar em sub-superfície. Tal método permite que se estabeleça um modelo interpretativo (causa), que o geólogo e/ou o engenheiro pode utilizar (Parasnis, 1997). O uso do georradar possibilita um aprofundamento nas investigações geológico-geotécnicas que conduzem ao modelamento das estruturas do subsolo, reduzindo as incertezas que possam surgir, tanto para o planejamento de obras como na criação de novos modelos estruturais para a área.

Uma abordagem para estudar estruturas do subsolo pode ser estabelecida através de simulação da propagação da onda EM num meio geológico conhecido; o sinal EM registrado no retorno da onda EM produz um radargrama simulado análogo aquele fornecido pelo georradar em campo. Esse tipo de simulação de causas estruturais de natureza geológica/geotécnica para delimitação de feições em radargramas (efeitos) foi experimentado

por Vieira (2003) e por Irving e Knight (2006). Algumas tentativas foram feitas (Taflove, 1995; Rodríguez, 2001), mas foram dedicadas ao estudo de estruturas não geológicas.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo desse trabalho é 1) desenvolver uma metodologia para simular numericamente a onda eletromagnética propagando numa estrutura geológica e 2) avaliar um método de inversão da onda EM para estimar os parâmetros físicos do meio geológico dado. A estimativa de parâmetros físicos por meio da resolução de problemas inversos é, ainda, um campo fértil e aberto para o desenvolvimento de pesquisa científica aplicada.

As investigações desenvolvidas nessa tese de doutoramento foram direcionadas para as altas frequências de georradar (800, 1000 e 1200 MHz), aplicadas na investigação indireta em meios rasos (< 1,2 m). A principal motivação para se desenvolver essa pesquisa está na sua potencial aplicação em estruturas de pavimentos rodoviários, tanto em relação à estrutura estratigráfica, quanto em relação às feições de degradação desses pavimentos pelo tráfego de veículos. Nesse sentido, uma exata estimativa das propriedades dielétricas e/ou da velocidade de propagação das ondas EM nas diferentes camadas constitutivas dos pavimentos é um ponto chave no processamento dos dados de georradar. Tais parâmetros são fundamentais para: i) calcular a correta espessura das camadas constitutivas do pavimento e dos leitos e subleitos rodoviários, ii) calcular os graus de umidade dessas camadas, iii) calcular o conteúdo de vazios preenchidos de ar no pavimento asfáltico superior, iv) estimar a susceptibilidade e sensibilidade dos materiais úmidos nas camadas, que estão diretamente relacionadas com deformações permanentes dos materiais, v) estimar a compressibilidade dos materiais de subleito e vi) estimar a homogeneidade e fadiga do pavimento superior flexível ou rígido.

Recentemente, Vieira (2003) apresentou uma metodologia que permite a simulação de uma onda eletromagnética refletida em uma feição geológica de multi-camadas, resolvendo as equações de Maxwell para um meio isotrópico pelo algoritmo numérico de diferenças finitas no domínio do tempo proposto por Yee (1966). O trabalho de Vieira (2003) parte do algoritmo desenvolvido por Rodríguez (2001), escrito em linguagem de programação Fortran 90. Nessa simulação, o eixo do dipolo magnético do georradar é considerado fixo e a fonte de campo elétrico é contínua e não pulsada.

A simulação da onda EM propagando num meio geológico conhecido apresentada nessa tese de doutoramento também parte do algoritmo de Rodríguez (2001). Porém, as

simulações de propagação de ondas EM realizadas nessa tese de doutoramento consideram uma fonte pulsada para o campo elétrico. Além disso, pretende-se analisar a possibilidade de resolver as equações de Maxwell em meios multi-compostos, com o objetivo de reduzir o esforço computacional.

A solução do problema inverso para a estimativa das propriedades dos meios geológicos a partir do campo elétrico registrado na recepção do sinal refletido foi avaliada por meio de dois métodos: i) o método determinístico Quasi-Newton e ii) o método estocástico denominado otimização Ant Colony (*Ant Colony Optimization*, ACO).

## 1.2 METODOLOGIA

A metodologia utilizada para desenvolver esse trabalho é composta das etapas a seguir:

i) estudar um método apropriado, Rodríguez (2001), para a solução das equações de Maxwell por método numérico;

ii) determinar o algoritmo e as saídas para a visualização das ondas eletromagnéticas, baseado no algoritmo criado por Yee (1966), que propôs o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) e obteve valores dos campos elétricos e magnéticos das ondas eletromagnéticas simuladas para certo intervalo de tempo;

iii) obter a resposta geofísica (efeito simulado);

iv) elaborar o algoritmo de inversão dos resultados de simulação FDTD para estimar as variáveis ( $\epsilon$ ,  $\sigma$ ) dos meios geológicos do modelo inicial;

v) comparar os resultados dos parâmetros ( $\epsilon$ ,  $\sigma$ ) do modelo com os parâmetros ( $\epsilon$ ,  $\sigma$ ) obtidos no processo de inversão.

Esta tese de doutoramento está organizada da seguinte forma:

i) o capítulo 2 apresenta uma descrição do modelo matemático empregado para resolver o problema direto (método FDTD) e uma descrição da teoria dos problemas inversos (métodos Quasi-Newton e ACO).

ii) o capítulo 3 desenvolve a simulação e cálculo dos campos elétricos e magnéticos da onda EM recebida; ou seja, obtêm-se os resultados com o modelo FDTD.

iii) o capítulo 4 mostra a aplicação dos métodos de inversão e discute-se os resultados das estimativas dos parâmetros geofísicos.

iv) o capítulo 5 apresenta as conclusões do trabalho.

## CAPÍTULO 2 – PRINCÍPIOS DOS MÉTODOS GEOFÍSICOS

A definição de problema inverso mais conhecida e abrangente é a de Engl et al. (1996), segundo o qual “resolver um problema inverso é determinar causas desconhecidas a partir de efeitos desejados ou observados”. A relação de causa-efeito é a parte mais importante na ciência, onde efeito é o que se mede em Geofísica e a causa o que se interpreta, tais como: a dimensão, o volume do corpo, a geometria e a disposição espacial. A interpretação desses elementos é feita a partir dos efeitos produzidos pelo levantamento geofísico. Tal interpretação é a causa provável do resultado geofísico.

Neste trabalho, serão simuladas as causas como as propriedades eletromagnéticas dos meios, bem como a profundidade das camadas de cada um deles. Os efeitos observados serão os valores de campo elétrico captados na superfície. Geralmente, esses valores observados são imprecisos (dados que apresentam ruídos e/ou erros experimentais) ou são incompletos. Na próxima seção apresenta-se o modelo direto.

### 2.1 MÉTODO (IN) DIRETO

O método direto caracteriza-se a partir de um modelo físico-matemático e de um conjunto de parâmetros (causas) que possibilitam encontrar uma solução.

Num problema direto, exige-se o conhecimento completo das causas para que se possam determinar seus efeitos. Matematicamente, associam-se às causas um conjunto de parâmetros a serem determinados e aos efeitos, um conjunto conhecido de dados observados, de forma que a utilização daqueles parâmetros no problema direto geraria os mesmos dados observados (Roberti, 2005, p. 52).

Para resolver o problema direto será usado o método numérico FDTD (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo). Os métodos numéricos, entre os quais se encontra o método FDTD, vêm sendo amplamente utilizados porque apresentam resultados computacionais satisfatórios na solução de muitos problemas, em termos de credibilidade e precisão. Durante muito tempo, o fator que dificultou a aplicação desses métodos em problemas mais

complexos foi o esforço computacional exigido. Atualmente, com o avanço computacional, nota-se que as dificuldades vêm sendo suprimidas e que o interesse científico e comercial nos métodos numéricos tem aumentado de forma significativa. Nesse trabalho, o método FDTD foi empregado para a determinação dos campos elétrico e magnético e de propriedades físicas dos meios simulados.

A essência dos métodos numéricos está na discretização do contínuo. Tal discretização torna “finito” o problema e, portanto, viabiliza sua “solução” através de computadores. Alguns métodos mais utilizados na literatura resolvem equações diferenciais parciais com boa aproximação: método da Relaxação, método de Galerkin, método de Rayleigh-Ritz e método do Raio. Uma revisão detalhada desses métodos pode ser encontrada em Vieira (2003). Ainda, podem ser citados alguns métodos úteis no cálculo de aproximações numéricas: método de diferenças finitas, método de Taylor, método de Euler e método de Runge-Kutta (2ª e 4ª ordens) (Cunha, 2003).

Neste trabalho, optou-se por usar o método de diferenças finitas devido ao tipo da equação na qual ele será aplicado. O sistema de equações que se pretende usar é um sistema linear de equações diferenciais parciais de Maxwell em uma dimensão. Estas equações têm caráter hiperbólico. Na literatura, encontra-se que um dos métodos mais adequados para resolvê-las é o FDTD (Taflove, 1995). Ainda, justifica-se a escolha do método por este ser explícito, isto é, podem-se calcular valores posteriores da função usando outros valores da mesma no instante anterior de tempo. As equações em que o método é aplicado são descritas:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \frac{\rho'}{\mu} \vec{B}. \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \vec{D}. \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0. \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (2.4)$$

onde  $\vec{D} \left( \frac{C}{m^2} \right)$  é o vetor densidade de fluxo elétrico,  $\vec{E} \left( \frac{V}{m} \right)$  é o vetor campo elétrico,

$\vec{H} \left( \frac{A}{m} \right)$  é o vetor campo magnético,  $\vec{B} \left( \frac{Wb}{m^2} \right)$  é o vetor densidade de fluxo magnético,

$\varepsilon \left( \frac{F}{m} \right)$  é a permissividade elétrica,  $\mu \left( \frac{H}{m} \right)$  é a permeabilidade magnética,  $\sigma \left( \frac{S}{m} \right)$  é a

condutividade elétrica e  $\rho' \left( \frac{\Omega}{m} \right)$  é a resistividade magnética. Salienta-se que fisicamente a carga da Terra se difere de zero, porém para a aproximação realizada nesse trabalho essa informação foi desprezada, conforme a lei de Gauss da equação (2.3).

Tais equações representam a propagação de qualquer tipo de onda eletromagnética em meio homogêneo sem carga livre.

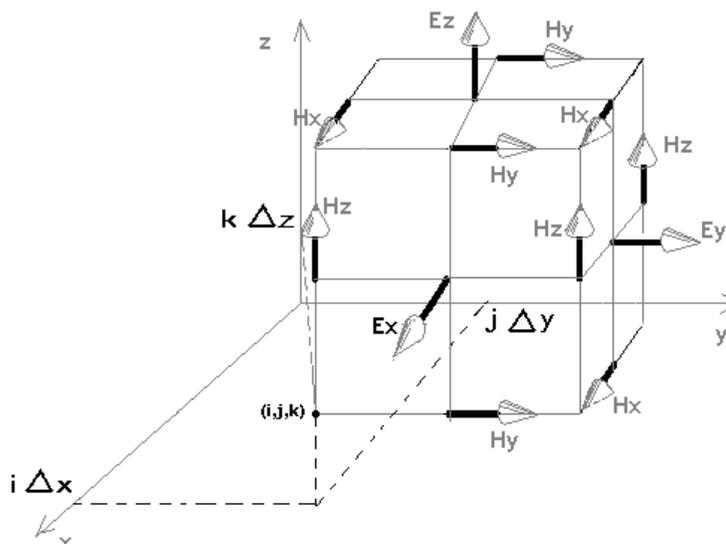
Na próxima seção descreve-se o método de diferenças finitas no domínio do tempo que fornecerá uma solução numérica para as equações de Maxwell.

### 2.1.1 O método das diferenças finitas no domínio do tempo

Atualmente, uma das técnicas numéricas mais utilizadas em eletromagnetismo é o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). O FDTD foi desenvolvido por Kane Yee (1966) e mais tarde foi aprimorado por Taflove et al. (1995). O método fornece uma solução numérica para as equações de Maxwell, usando-se diferenças centradas com solução envolvendo precisão de segunda ordem no espaço e no tempo. Comparativamente a outros métodos numéricos utilizados para a resolução das equações de Maxwell, o FDTD é bastante adequado, simples e os resultados são equivalentes a métodos mais complexos.

No trabalho produzido por Yee (1966), o método foi usado para analisar o espalhamento de ondas eletromagnéticas por objetos, utilizando a solução das equações de Maxwell. O método de Yee (1966) substituiu as derivadas espaciais dos operadores rotacionais por diferenças finitas em um entrelaçado de duas malhas, num espaço cartesiano para campos elétricos e magnéticos e foi empregada uma integração simples no tempo, de segunda ordem, tipo *leapfrog* (Taflove, 1995).

Yee (1966) posicionou os campos elétrico e magnético de forma que sempre houvesse, em um dado plano, quatro componentes de um dos campos (elétrico ou magnético) circulando ao redor de uma componente perpendicular do outro campo. Isto, de certa forma, estabelece a natureza solenoidal do campo eletromagnético imposta pelo Teorema de Stokes, em regiões onde não há acúmulo de carga (Taflove e Hagness, 2000). Para que isso fosse possível em um espaço tridimensional, Yee (1966) usou um cubo (grade retangular) e posicionou as componentes do campo magnético na metade das arestas deste cubo e as componentes do campo elétrico no centro das faces do mesmo. Essa situação é mostrada na Figura 2.1.



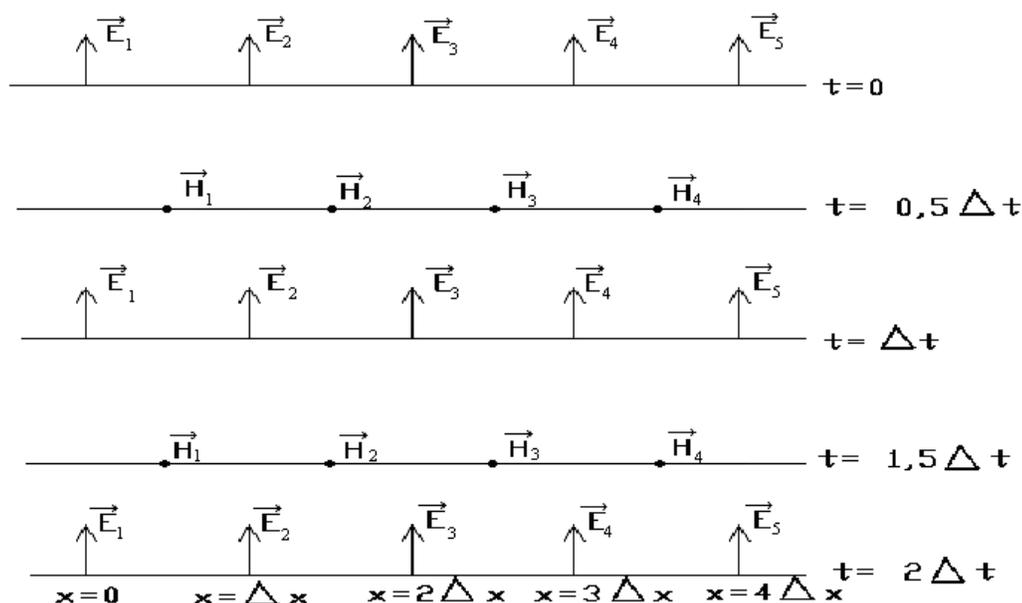
**Figura 2.1** – Posicionamento das componentes  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  do vetor campo elétrico e  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$  do vetor campo magnético em uma célula cúbica unitária (Taflove, 1995, p.60).

Uma grade formada por cubos permite posicionar o campo elétrico  $\vec{E}$  defasado no espaço e no tempo em relação ao campo magnético  $\vec{H}$ , obtendo-se, assim, equações que, a partir de campos previamente conhecidos (temporalmente), permitem o cálculo dos campos atuais. Para discretizar as equações diferenciais de Maxwell, Yee (1966) usou diferenças centradas tanto para as derivadas espaciais, como para as temporais; assim, pode obter equações de segunda ordem de exatidão e ainda forçar as condições de contorno dos vetores  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  na superfície do domínio. Ao iniciar o problema, Yee (1966) especifica a permeabilidade e a permissividade de cada região.

Uma rede retangular uniforme de pontos é estabelecida definindo-se os incrementos de deslocamentos  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  nas três direções do espaço  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , onde um ponto qualquer  $(i, j, k)$ , com  $i, j$  e  $k$  inteiros) pode ser representado por:

$$(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z). \quad (2.5)$$

Todas as componentes do campo elétrico  $\vec{E}$  são calculadas e armazenadas para um determinado instante de tempo em toda a região de interesse utilizando valores do campo magnético  $\vec{H}$  previamente armazenados, e vice-versa. O procedimento para o caso unidimensional é mostrado na Figura 2.2.



**Figura 2.2** – Representação do “salto” (*leapfrog*) conforme o algoritmo de Yee para ondas que se propagam em uma dimensão de acordo com incrementos espacial e temporal (Taflove, 1995, p.62).

Então, a incógnita de uma equação diferencial parcial é uma função  $u(x, y, z, t_n)$  com domínio espacial e temporal, que pode ser escrita como (Taflove, 1995, p.63):

$$u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) = u_{i,j,k}^n, \quad (2.6)$$

onde  $\Delta t$  é o incremento no tempo e  $n$  é um inteiro.

O primeiro passo de qualquer método destinado à solução numérica de equações diferenciais parciais é discretizar a região onde se procura a solução. Neste passo, define-se uma malha, que é um conjunto finito de pontos, chamados nós da malha.

No método de diferenças finitas, o segundo passo consiste na discretização das derivadas que estão na equação diferencial parcial. Nesta etapa, as derivadas são aproximadas por diferenças entre valores da solução discretizada. Para isso, expande-se a função  $u(x, y, z, t_n)$  em série de Taylor, eliminando-se os termos de mais alta ordem conforme a precisão. As derivadas parciais são substituídas pelas suas correspondentes diferenças. Cabe ressaltar que, nessa operação, ocorrem subtrações onde se deve substituir  $\Delta x$  por  $\Delta x/2$ ,  $\Delta y$  por  $\Delta y/2$  e  $\Delta z$  por  $\Delta z/2$ . A razão para isso é que, na malha exemplo, o vizinho de  $\Delta x$  de distância do vetor  $\vec{E}$  é o próprio vetor  $\vec{E}$ . Como se deseja relacionar o vetor  $\vec{E}$  com o vetor  $\vec{H}$  mais próximo, então, tem-se que usar  $\Delta x/2$  ao invés de simplesmente  $\Delta x$ . Pela mesma razão, dever-se-á usar  $\Delta y/2$  na

direção  $y$  e  $\Delta z/2$  na  $z$ . Assim, a derivada parcial da função  $u(x, y, z, t_n)$  na direção  $x$  pode ser representada por:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - u_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} + O[(\Delta x)^2]. \quad (2.7)$$

Seguindo a mesma ideia, pode-se estabelecer uma expressão para o cálculo da derivada parcial da função  $u(x, y, z, t_n)$  em relação ao tempo  $t$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + O[(\Delta t)^2]. \quad (2.8)$$

Na equação (2.8), o incremento  $\Delta t/2$  no tempo foi escolhido porque, dado esse incremento a partir do vetor  $\vec{E}$ , encontra-se o vetor  $\vec{H}$ .

As ideias e a notação para obter uma aproximação numérica das equações de Maxwell em três dimensões foram dadas por Taflove (1995, p.53):

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \rho' H_x \right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \rho' H_y \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho' H_z \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right). \quad (2.14)$$

Os efeitos de remanência magnética são percebidos nas equações (2.9) a (2.11) quando se faz uma linearização, onde  $\rho'$  significa a polarizabilidade magnética. Menciona-se

ainda que a substituição da densidade de corrente, nas equações (2.12) a (2.14) é feita pela Lei de Ohm.

Por exemplo, considerando a equação (2.9) e substituindo as diferenças finitas temporal e espacial, obtém-se:

$$\frac{H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_{i,j,k}} \cdot \left[ \frac{E_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} - \frac{E_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} - \rho'_{i,j,k} H_x \Big|_{i,j,k}^n \right]. \quad (2.15)$$

A fim de estabelecer o valor de  $H_x \Big|_{i,j,k}^n$ , faz-se uma aproximação semi-implícita que é uma média do valor anterior (no tempo) com o valor seguinte de  $H_x \Big|_{i,j,k}^n$ :

$$H_x \Big|_{i,j,k}^n = \frac{H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{2}. \quad (2.16)$$

Substituindo a equação (2.16) em (2.15) e multiplicando ambos os lados por  $\Delta t$ , resulta:

$$H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} = \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \left[ \frac{E_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} - \frac{E_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} - \rho'_{i,j,k} \left[ \frac{H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{2} \right] \right]. \quad (2.17)$$

Nesse momento, cabe-se ressaltar que para garantir a estabilidade numérica do método FDTD exige-se que o incremento temporal esteja relacionado com os incrementos espaciais, esse fato está mencionado na seção 2.1.2.

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}\right) H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= \left(1 - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}\right) H_x \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left( \frac{E_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} - \frac{E_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} \right). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dividindo ambos os lados de (2.18) por  $\left(1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \cdot \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}\right)$ ,  $H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}$  fica isolado,

obtendo-se a expressão:

$$\begin{aligned} H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= \left( \frac{1 - \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}} \right) H_x \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \\ &+ \left( \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right) \left( \frac{E_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} - \frac{E_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} \right). \end{aligned} \quad (2.19)$$

De forma similar, obtêm-se as equações para  $H_y \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}$  e  $H_z \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}$ :

$$\begin{aligned} H_y \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= \left( \frac{1 - \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \frac{\rho'_{i,j,k}}{2}} \right) H_y \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \left( \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right) \\ &\cdot \left( \frac{E_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} - \frac{E_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} \right). \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$H_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n = \left( \frac{1 - \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \frac{\rho_{i,j,k}}{2}} \right) H_z \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \left( \frac{\Delta t}{1 + \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \right) \cdot \left( \frac{E_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} - \frac{E_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} \right). \quad (2.21)$$

De maneira análoga, obtêm-se as representações do campo elétrico nas três direções do espaço, com as seguintes expressões:

$$E_x \Big|_{i,j,k}^{n+1} = \left( \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) E_x \Big|_{i,j,k}^n + \left( \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}} \right) \left( \frac{H_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} - \frac{H_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) \quad (2.22)$$

$$E_y \Big|_{i,j,k}^{n+1} = \left( \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) E_y \Big|_{i,j,k}^n + \left( \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}} \right) \left( \frac{H_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right) \quad (2.23)$$

$$E_z \Big|_{i,j,k}^{n+1} = \left( \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \frac{\sigma_{i,j,k}}{2}} \right) E_z \Big|_{i,j,k}^n + \left( \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}} \right) \left( \frac{H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \frac{H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right). \quad (2.24)$$

As constantes que aparecem no início de cada uma das equações (2.19) a (2.24), tanto para o campo elétrico, como para o campo magnético, foram denotadas por:

$$D_a \Big|_{i,j,k} = \frac{\left( 1 - \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}} \right)}{\left( 1 + \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}} \right)} \quad (2.25)$$

$$D_{b_1} |_{i,j,k} = \frac{\left( \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k} \Delta_1} \right)}{\left( 1 + \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}} \right)} \quad (2.26)$$

$$D_{b_2} |_{i,j,k} = \frac{\left( \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k} \Delta_2} \right)}{\left( 1 + \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}} \right)} \quad (2.27)$$

$$C_a |_{i,j,k} = \frac{\left( 1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}} \right)}{\left( 1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}} \right)} \quad (2.28)$$

$$C_{b_1} |_{i,j,k} = \frac{\left( \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k} \Delta_1} \right)}{\left( 1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}} \right)} \quad (2.29)$$

$$C_{b_2} |_{i,j,k} = \frac{\left( \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k} \Delta_2} \right)}{\left( 1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}} \right)} \quad (2.30)$$

Para uma malha cúbica,  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ , então  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ . Para este caso,  $C_b = C_{b_1} = C_{b_2}$  e  $D_b = D_{b_1} = D_{b_2}$ .

Substituindo essas constantes nas equações (2.19) a (2.24), obtêm-se as seguintes expressões:

$$H_x |_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_{a,H_x} |_{i,j,k} H_x |_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_{b,H_x} |_{i,j,k} \left( E_y |_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y |_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n + E_z |_{i,j-\frac{1}{2},k}^n - E_z |_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \right) \quad (2.31)$$

$$H_y |_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_{a,H_y} |_{i,j,k} H_y |_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_{b,H_y} |_{i,j,k} \left( E_z |_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_z |_{i-\frac{1}{2},j,k}^n + E_x |_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n - E_x |_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \right) \quad (2.32)$$

$$H_z \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_{a,H_z} \Big|_{i,j,k} H_z \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_{b,H_z} \Big|_{i,j,k} \left( E_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n + E_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n - E_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \right) \quad (2.33)$$

$$E_x \Big|_{i,j,k}^{n+1} = C_{a,E_x} \Big|_{i,j,k} E_x \Big|_{i,j,k}^n + C_{b,E_x} \Big|_{i,j,k} \left( H_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.34)$$

$$E_y \Big|_{i,j,k}^{n+1} = C_{a,E_y} \Big|_{i,j,k} E_y \Big|_{i,j,k}^n + C_{b,E_y} \Big|_{i,j,k} \left( H_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.35)$$

$$E_z \Big|_{i,j,k}^{n+1} = C_{a,E_z} \Big|_{i,j,k} E_z \Big|_{i,j,k}^n + C_{b,E_z} \Big|_{i,j,k} \left( H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right). \quad (2.36)$$

Para o caso simulado, dispõe-se de um meio com zonas de propriedades elétricas distintas. A fim de minimizar o espaço ocupado pelas matrizes no computador, define-se uma matriz  $prop(i,j,k)$  para cada componente do vetor campo. Essa matriz armazena um posicionador do vetor componente para cada ponto de rede, possibilitando que os coeficientes do algoritmo possam ser extraídos.

$$m = prop_{H_x} \Big|_{i,j,k} \quad (2.37)$$

Reescrevendo as equações (2.31) a (2.36) em função da matriz  $m$ , tem-se:

$$H_x \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_a(m) H_x \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_b(m) \left( E_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n + E_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n - E_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \right). \quad (2.38)$$

Para as demais equações, o mesmo processo é feito:

$$m = prop_{H_y} \Big|_{i,j,k} \quad (2.39)$$

$$H_y \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_a(m) H_y \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_b(m) \left( E_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n + E_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n - E_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \right) \quad (2.40)$$

$$m = prop_{H_z} \Big|_{i,j,k} \quad (2.41)$$

$$H_z \Big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = D_a(m) H_z \Big|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + D_b(m) \left( E_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^n + E_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n - E_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \right) \quad (2.42)$$

$$m = \text{prop}_{E_x} \Big|_{i,j,k} \quad (2.43)$$

$$E_x \Big|_{i,j,k}^{n+1} = C_a(m) E_x \Big|_{i,j,k}^n + C_b(m) \left( H_z \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_y \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.44)$$

$$m = \text{prop}_{E_y} \Big|_{i,j,k} \quad (2.45)$$

$$E_y \Big|_{i,j,k}^{n+1} = C_a(m) E_y \Big|_{i,j,k}^n + C_b(m) \left( H_x \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.46)$$

$$m = \text{prop}_{E_z} \Big|_{i,j,k} \quad (2.47)$$

$$E_z \Big|_{i,j,k}^{n+1} = C_a(m) E_z \Big|_{i,j,k}^n + C_b(m) \left( H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right). \quad (2.48)$$

Para o problema que está se resolvendo, considerou-se o caso unidimensional, que é o caso de interesse, cuja propagação da onda ocorre ao longo do eixo  $x$ . As ondas eletromagnéticas foram propagadas na direção  $x$ , pois as antenas de GPR podem ser dispostas em um grande número de arranjos/orientações em relação aos perfis. Portanto, podem ser simplificadas as equações anteriores em coordenadas cartesianas utilizando a representação Transverso Elétrico ( $\text{TE}_x$ , ou seja,  $E_x = 0$ ) em meio linear e isotrópico (Taflove, 1995, p. 57).

Para ondas  $\text{TE}_x$ , tem-se:

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} (-\sigma E_x) \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( -\frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( -\frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho' H_z \right). \quad (2.51)$$

Agora, assumindo que as condições iniciais de campo são nulas (por exemplo,  $E_x(t=0) = 0$ ), a expressão (2.49) implica que  $\frac{\partial E_x}{\partial t} = 0$ . Portanto, tem-se um conjunto de duas equações envolvendo  $E_y$  e  $H_z$  no modo Transverso Elétrico:

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( -\frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( -\frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho' H_z \right). \quad (2.53)$$

Considerando as equações (2.52) e (2.53) e substituindo as diferenças finitas no tempo e no espaço, obtém-se um sistema semelhante às equações (2.46) e (2.42), da forma:

$$E_y|_i^{n+1} = C_a(m)E_y|_i^n + C_b(m) \left( H_z|_i^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-1}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.54)$$

$$H_z|_i^{n+1} = D_a(m)H_z|_i^n + D_b(m) \left( E_y|_{i+1}^{n+1} - E_y|_i^{n+1} \right). \quad (2.55)$$

Este conjunto de equações (2.54) e (2.55) foi utilizado na implementação computacional e foi definida uma fonte para simular o pulso de georradar, que é um pulso gaussiano passa banda com simetria espectral de Fourier sobre  $f_0$  (Taflove, 1995, p. 110), dado por:

$$E_y|_1^{n+1} = \text{sen}[2\pi f_0(j-t_0)\Delta t] e^{-[(t_0-j)/t_d]^2} + E_y|_1^n, \quad (2.56)$$

onde  $f_0$  é a frequência do pulso,  $j$  é o passo de tempo,  $t_0$  passo de tempo quando  $t = 0$ ,  $\Delta t$  é o incremento temporal e  $t_d$  é a taxa de decaimento. Cabe ressaltar que  $t_0$  e  $t_d$  são múltiplos de  $\Delta t$ . As simulações são apresentadas no capítulo 3.

O algoritmo do programa foi também implementado com condições absorvedoras para evitar reflexões nas bordas do modelo e reflexões múltiplas. Desde que a simulação foi feita no espaço unidimensional, supôs-se que as ondas EM aparecem somente em  $E_y$  e  $H_z$ , e que sua propagação ocorre na direção  $x$ . Assumiu-se que o incremento temporal  $\Delta t = \Delta x/c$ , é o tempo máximo para as condições de estabilidade, que serão discutidas na próxima seção, e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Então, considerando que a malha estende-se de  $x = 0$  até  $x = j\Delta x$ , as condições de truncamento da componente  $E_y$  nas fronteiras são:

$$E_y^n(0) = E_y^{n-1}(1) \quad (2.57)$$

$$E_y^n(j) = E_y^{n-1}(j-1). \quad (2.58)$$

As equações (2.57) e (2.58) simulam a propagação de OEM no espaço livre que pode ser truncado em posições dadas. A equação (2.57) é uma condição absorvedora similar àquela proposta por Mür (1981), entretanto, ela exige menos esforço computacional do que a PML (*Perfect Matched Layer*), uma vez que é aplicada, para este estudo, em um espaço unidimensional da propagação da onda EM.

### 2.1.2 Estabilidade numérica e dispersão

O algoritmo FDTD causa erros de dispersão das ondas propagantes na malha formada com as células de Yee (1966). A dispersão pode ser definida como a variação na velocidade de fase das componentes espectrais de uma onda durante a sua propagação. Os erros de dispersão causados pelo algoritmo podem variar com o comprimento de onda, com a direção de propagação e com a discretização da malha.

Portanto, a escolha para o incremento espacial ( $\Delta x$ ) é motivada por razões de precisão (Taflove, 1995). A fim de garantir a precisão dos valores dos campos calculados,  $\Delta x$  deve ser escolhido como uma pequena fração da menor dimensão do objeto espalhador e também como uma fração do menor comprimento de onda. Assim, os valores dos campos não devem variar de forma significativa entre os pontos consecutivos da malha. Os valores usados para a maior discretização espacial estão entre  $\lambda/10 \leq \Delta x \leq \lambda/20$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda. Além disso, para evitar instabilidades numéricas, o algoritmo FDTD exige que o incremento temporal  $\Delta t$  esteja relacionado com o incremento  $\Delta x$ , da seguinte forma, conforme já mencionado anteriormente:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c}. \quad (2.59)$$

Esta relação deve ser atendida para que os valores dos campos calculados pelo algoritmo FDTD não diverjam durante as iterações.

A seguir, será discutido o problema inverso, que contrasta com o problema direto, onde no primeiro se estimam os parâmetros a partir dos dados. Em geral, o problema inverso é bem mais complicado de ser resolvido em relação ao direto.

## 2.2 MÉTODO INVERSO

Problemas inversos possuem aplicações relevantes em muitas áreas da atuação humana. Em especial, podem-se destacar as áreas de Engenharia, Medicina, Oceanografia e Geologia (mineração, busca de água subterrânea, pavimentação).

Em linguagem matemática, podemos expressar o problema direto por  $A(u) = f$  onde  $A$  descreve o modelo físico,  $u$  representa um conjunto de parâmetros e  $f$  a solução do problema, assim o problema inverso associado pode ser representado por:  $A^{-1}(f) = u$ .

Os problemas inversos mais simples e bem compreendidos são aqueles que envolvem modelos lineares. A solução dos problemas lineares ou linearizáveis pode ser procurada por meio de alguns métodos, tais como: mínimos quadrados, mínimos absolutos, máxima verossimilhança, máxima *a posteriori* e ajuste M. Os problemas não lineares podem ser aproximadamente linearizados através de sua expansão em série de Taylor e sua solução buscada por meio dos métodos de Gauss-Newton, Quasi-Newton, Gradiente, Levenberg-Marquardt e Monte Carlo. Campos Velho (2001) apresenta uma revisão sobre as novas metodologias que surgiram como resposta à dificuldade na solução de problemas inversos, tais como: mínimos quadrados, decomposição em valores singulares, métodos de regularização, entre outros.

Matematicamente, problemas inversos pertencem à classe de problemas mal-postos. Segundo a definição de Jacques Hadamard um problema bem posto é aquele que cumpre as seguintes condições: existe solução, esta é única e a solução tem uma dependência contínua (suave) com os dados de entrada. Porém, na maioria dos problemas geofísicos ocorre falta de dados, erros nos dados e/ou no modelo (Tarantola, 1987) o que leva o problema a ser mal condicionado por possuir várias soluções. Como resultado, pode haver mais de um conjunto de parâmetros que satisfaçam os dados com um erro prescrito.

A fim de diminuir a quantidade de soluções utilizam-se alguns critérios. Um desses critérios seria desconsiderar as soluções que não são contínuas (aquelas que não satisfazem a condição de dependência contínua dos dados de entrada), considerando-se então, apenas as soluções que forem suaves. Para fazer isso, é introduzida informação através de um termo

adicional, fazendo com que o problema mal-posto torne-se bem-posto. (Tikhonov e Arsenin, 1977). A regularização consiste na determinação da solução aproximada mais suave (regular) e compatível com os dados de observação, para certo nível de ruído.

Para Menke (1989), o problema inverso é simplesmente o conjunto de métodos usados para extrair informações úteis da nossa atmosfera a partir de medidas físicas ou dados. A informação útil virá especificada como valores numéricos de alguma propriedade deste contexto. Estas propriedades referem-se com um método específico (teoria matemática ou modelo) que relaciona os parâmetros com os dados.

### **2.2.1 Métodos inversos: algumas aplicações**

Na prospecção geofísica, a subsuperfície é investigada a partir do seu efeito na propagação de ondas eletromagnéticas. Portanto, a interpretação geofísica lida com problemas inversos. O matemático Andrei Tikhonov (1977) foi um dos primeiros a formalizar uma teoria geral para a solução de problemas inversos. Ele foi responsável pelo desenvolvimento do método de prospecção conhecido como inversão magnetotelúrica. Conforme Roberti (2005) existem vários exemplos de aplicação de problemas inversos, dentre os quais se destacam: a prospecção de petróleo por meio do método conhecido como inversão magnetotelúrica e o desenvolvimento da tomografia computadorizada, onde a reconstrução de propriedades físicas é feita a partir de dados de sensores que captam as informações provenientes de um corpo material.

Backus e Gilbert (1967) e Backus e Gilbert (1968) apresentaram os primeiros trabalhos sobre o método de inversão em interpretação geofísica, pois tratam da inversão no âmbito da Sismologia e da Gravidade Terrestre. Lines e Treitel (1984) revisam diversos métodos de inversão baseados nos mínimos quadrados e comentam a relação entre o método de Levenberg-Marquardt e a técnica SVD (*Singular Value Decomposition*).

Nos trabalhos de Smith (1986) e Lowry e Shive (1990), encontra-se o uso de imagens em duas dimensões (imagens que representam uma seção transversal do subsolo), os quais se baseiam no método de Bristow (Bristow, 1966), que é uma técnica gráfica simples para detectar cavidades no subsolo. A interseção das linhas equipotenciais das medidas com valores anômalos delimita de uma forma qualitativa as cavidades. Os métodos baseados na retroprojeção ponderada utilizam-se de um conceito similar e provém em grande parte da tomografia médica (Barber e Brown, 1984; Kotre, 1994). A sua implementação em aplicações

geométricas tem sido realizada com êxito (Noel e Xu, 1991; Tsourlos et al., 1993). Estas técnicas pretendem reconstruir uma seção de resistividade usando uma soma ponderada dos potenciais medidos. Geralmente, estes métodos são de um só passo, embora também se tenham utilizado versões iterativas (Yorkey e Webster, 1987; Tsourlos et al., 1993).

Lines (1988) apresenta uma coletânea de artigos sobre inversão aplicada à prospecção. Os conhecimentos a respeito do assunto podem ser aprofundados através dos livros escritos por Twomey (1977), Menke (1984) e Tarantola (1987).

Nos trabalhos de Hua et al. (1988), é possível encontrar três formas para regularizar o método de reconstrução. Sasaki (1992) utiliza o método de Occam (Constable et al., 1987). Avis e Barber (1994) implementaram um método de regularização baseado na técnica SVD (*Singular Value Decomposition*). Ellis e Oldenburg (1994), em seu trabalho, comentam que todas as técnicas de regularização pretendem resolver algo impossível: obter alguns parâmetros únicos a partir de um problema inverso que não tem uma única solução. Por esse motivo, alegam que há de se incluir no algoritmo toda a informação *a priori* possível. Loke e Barker (1996a) utilizaram a técnica de Occam e implementaram uma versão iterativa baseada em um método Quasi-Newton, que reduz o tempo de cálculo.

Campos Velho e Ramos (1997) propuseram uma nova técnica de inversão, chamada de método da mínima entropia de primeira ordem, para a reconstrução de distribuições bidimensionais de condutividade geométrica, a partir de dados magnetotélúricos (MT). O método combina uma técnica de regularização com uma busca iterativa baseada na minimização da medida de entropia do vetor de diferenças primeiras das condutividades a serem estimadas. Tal método limita a classe das possíveis soluções a um conjunto restrito de modelos de baixa entropia, constituído por regiões localmente lisas separadas por descontinuidades abruptas.

Em anos mais recentes encontram-se mais trabalhos publicados sobre problemas inversos. Campos Velho et al. (1999) aplicaram o método de mínima entropia para reconstrução de distribuições de condutividade geométrica bidimensionais para dados magnetotélúricos e ainda usaram o critério de máxima entropia para recuperar perfis verticais de temperatura para dados de sensoriamento remoto. Retamoso (2000) resolveu um problema inverso em transferência radiativa que consistiu da estimação de condições de contorno e termo de fonte em Óptica Hidrológica. Ainda, problemas de estimação de parâmetros em transferência radiativa são encontrados nos trabalhos de Silva Neto e Soeiro (2000), em Souto et al. (2005) e em Feng et al. (2007).

Pedersen (2004) utilizou o método inversão da decomposição em valores singulares para dados MT. Em Tronicke et al. (2004) e Paasche et al. (2006) foram usados métodos tomográficos para testes não-destrutivos a fim de estimar propriedades petrofísicas tais como porosidade ou permeabilidade. Em Goswami et al. (2004) algoritmos evolucionários foram usados em problemas de inversão geofísicos para estimar propriedades como resistividade e diâmetro de invasão.

Souto et al. (2006) reconstruíram perfis espectrais verticais em profundidade de coeficientes de absorção e de espalhamento através de uma metodologia de problema inverso baseada no esquema ACS (*Ant Colony System*) empregando uma função de regularização de Tikhonov de 2ª ordem. No trabalho de Crowe et al. (2006), algoritmos genéticos foram usados para estimação de parâmetros de solo orgânico e densidades minerais.

Zhdanov et al. (2006) desenvolveu um novo método tomográfico baseado na aplicação de um mínimo estabilizador para o problema inverso usando tempo de percurso entre furos de sondagem (*crosswell travel-time*). No trabalho de Le Caillec (2006) um estudo da assinatura de ondas internas, por modelos autoregressivos não-lineares paramétricos, foi realizado com intuito de determinar parâmetros oceânicos geofísicos da profundidade do termoclima.

Em Benavides et al. (2007) algoritmos de continuação homotópicos foram aplicados para inversão não-linear de dados de indução eletromagnética. Em Jackson et al. (2007) foi usada a regularização de máxima entropia para reconstrução de campos geomagnéticos. No trabalho de Campos Velho et al. (2007) soluções de problemas inversos aparecem em aplicações espaciais e tecnologia espacial, tais como: inversão magnetotelúrica, recuperação de temperatura de dados de satélite e oceanografia (inversão de Óptica Hidrológica).

No trabalho de Majdalani et al. (2008) a técnica de otimização de algoritmo genético binário foi usada para estimar três parâmetros do fluxo de água. Em Sultan e Santos (2008) o método de elementos finitos e um algoritmo de mínimos quadrados foram usados para inverter resistividade 1D e 3D a fim de caracterizar as diferentes unidades geológicas que representam a seção estratigráfica da região em estudo. No trabalho dos autores foi feita uma revisão bibliográfica sobre aplicações de modelos tridimensionais e inversão de dados de resistividade. Paasche et al. (2008) empregaram o processo de inversão zonal cooperativa para inverter conjuntos de tempo de percurso de dados de georadar (*georadar traveltime data*) e ultra-sons para a localização de vazios. Dadashpour et al. (2008) utilizaram o método de inversão de Gauss-Newton não-linear para estimar variações de pressão e saturação de dados sísmicos.

### 2.3 APLICAÇÃO DO PROBLEMA INVERSO EM GEOFÍSICA

Neste trabalho, uma vez estabelecido o problema direto das equações de Maxwell, isto é, conhecidos os campos elétrico e magnético a partir das propriedades geológicas do meio, bem como das condições de contorno às quais está sujeito o meio no qual a onda se propaga, o correspondente problema inverso surge quando propriedades físicas  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \mu_1, \mu_2, \mu_3$  e  $\mu_4$ , onde  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  e  $\varepsilon_4$  são as permissividades dos meios (ar, arenito basalto, folhelho, respectivamente),  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  e  $\sigma_4$  são as condutividades elétricas dos meios (ar, arenito, basalto e folhelho, respectivamente),  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  e  $\mu_4$  são as permeabilidades magnéticas dos meios (ar, arenito, basalto e folhelho, respectivamente) e/ou as espessuras das camadas de subsolo ( $d_1, d_2, d_3$  e  $d_4$ ) (ar, arenito, basalto e folhelho, respectivamente) precisam ser estimadas a partir dos dados simulados. Esses dados podem fornecer valores iniciais para os parâmetros que se desejam estimar do modelo adotado.

Cabe ressaltar que para materiais geológicos, na maioria dos casos, a constante  $\rho$  (condutividade magnética ou polarizabilidade específica), a não ser que o meio possua propriedades magnéticas, geralmente é nula. Portanto, no algoritmo de inversão, não será necessário buscar tal constante.

O método inverso neste trabalho é formulado como um problema de otimização, onde se busca encontrar os valores dos parâmetros ( $\varepsilon, \sigma$ ), os quais minimizam a diferença quadrática entre os dados de campo elétrico simulados pelo FDTD e aqueles retornados pelo modelo inverso. Embora essa formulação defina a função objetivo a ser otimizada, a mesma não garante a unicidade e estabilidade da solução, visto que este é um problema tipicamente mal-posto. Este fato acarreta que soluções ruins sob o ponto de vista físico, mas adequadas quanto à minimização, podem ser escolhidas em detrimento de soluções fisicamente mais próximas da realidade.

Portanto, se faz necessário incluir um termo à função objetivo, que regularize as soluções encontradas, de acordo com o critério de regularização desejado. Neste trabalho, será utilizado o método de regularização pelo princípio da mínima entropia (Campos Velho e Ramos, 1997). Tal método, quando aplicado em um problema com um meio não-homogêneo, ou seja, com várias camadas de materiais geológicos, reduz drasticamente a quantidade de soluções candidatas. Isso se deve ao fato de que a regularização por mínima entropia penaliza

aquelas soluções que apresentam menos descontinuidades, permitindo identificar as soluções que contenham variações bruscas em seus parâmetros ( $\varepsilon$ ,  $\sigma$ ).

Embora exista uma gama de trabalhos publicados sobre problemas inversos, encontra-se na literatura que o número de parâmetros a serem estimados através dos métodos de inversão depende da complexidade dos problemas a serem resolvidos. Em Campos Velho e Ramos (1997) excelentes resultados foram obtidos para reconstruções de condutividade, os quais foram melhores que os obtidos pelo método da máxima entropia. Ramos e Campos Velho (1999), por exemplo, estimaram 40 valores de temperatura com 7 medidas de radiância. Souto et al. (2006) e Souto et al. (2007) determinaram a estimação do perfil vertical de concentração de clorofila, no qual o perfil é discretizado em 10 profundidades e bons resultados foram obtidos utilizando o algoritmo ACO (*Ant Colony Optimization*) e um esquema de pré-regularização intrínseca. Paasche et al. (2008), por outro lado, estimaram 2 parâmetros (onda P e velocidade da onda). Majdalani et al. (2008) obtiveram boas estimativas para os 3 parâmetros do fluxo de água usando algoritmos genéticos.

### 2.3.1 Métodos de otimização da função objetivo

Na literatura encontra-se uma variedade de métodos para a resolução de problemas de otimização, os quais são divididos em dois grandes grupos: os determinísticos e os estocásticos. Em geral, métodos determinísticos levam à solução de mínimos locais, para os quais os métodos estocásticos possuem mecanismos que permitem escapar dessas soluções, fazendo com que o método convirja para a solução de mínimo global.

Durante o trabalho de doutoramento foi feito um estudo comparativo entre alguns dos métodos determinísticos e estocásticos, dentre os quais citam-se: *branch e cut*, algoritmo genético, SPI (Hartmann e Rieger, 2002) e tabu (Glover et al., 1985), a fim de se escolher aqueles que serão utilizados na resolução da função objetivo do problema inverso. Conforme a pesquisa, optou-se por usar uma abordagem híbrida de otimização. Neste tipo de abordagem foi realizada uma combinação entre um método estocástico e um determinístico, onde no primeiro é obtida uma solução inicial, que por sua vez, foi usada para o método determinístico. Tem-se aqui, portanto, a robustez do método estocástico aliado à rapidez do método determinístico, na busca da solução.

Tal estratégia híbrida foi empregada com sucesso no problema inverso em transferência radiativa, de estimação simultânea da espessura ótica do meio, do albedo de

espalhamento simples e das refletividades difusas, onde foram utilizados os métodos de Levenberg-Marquardt (determinístico) e *Simulated Annealing* (estocástico) (Silva Neto e Soeiro, 2000). O método híbrido que combina a técnica ACO (*Ant Colony Optimization*) (estocástico) com o método de Levenberg-Marquardt (determinístico) (Souto et al., 2005) também foi utilizado com sucesso, num problema de estimação de parâmetros em transferência radiativa.

Neste trabalho foi usada uma metodologia híbrida que combina o método ACO (estocástico) com o método Quasi-Newton (determinístico), os quais serão descritos nas próximas seções.

### 2.3.1.1 Método ACO (*Ant Colony Optimization*)

O problema de reflexão inversa GPR surgiu quando as propriedades físicas deveriam ser estimadas através das medidas dos campos elétricos ( $\vec{E}$ ). O conjunto de parâmetros a serem simultaneamente estimados são valores discretos  $N_z$  de ambas permissividade dielétrica ( $\epsilon$ ) e condutividade elétrica ( $\sigma$ ). A solução procurada é aqui denotada por  $\mathbf{x} = [\epsilon \ \sigma]^T$ .

A inversão é formulada de acordo com uma aproximação implícita (Lamm, 1993). O algoritmo é expresso como um problema de otimização não-linear restrita, no qual o modelo direto (FDTD) do traço GPR é iterativamente resolvido por aproximações sucessivas dos parâmetros desconhecidos. As iterações prosseguem até que a função objetivo convirja para um pequeno valor especificado, representado pelo mínimo quadrado dos resultados do modelo e os dados experimentais, adicionados por um termo de regularização (Souto et al., 2007).

Os dados experimentais são campos eletromagnéticos discretos  $E^{exp}(z_i, t_j, freq_k)$ , onde  $i = 1, 2, \dots, N_z$ ,  $j = 1, 2, \dots, N_t$ , e  $k = 1, 2, \dots, N_{freq}$ . Os valores discretos  $N_z$  de  $\epsilon$  e  $\sigma$  são estimados de  $I \times N_t \times N_{freq}$  valores de campos eletromagnéticos espectrais bem acima da superfície. A função objetivo  $J(\mathbf{x})$  é definida pela diferença quadrática entre os campos experimentais e os do modelo FDTD, mais um termo de regularização, conforme a equação (2.60):

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{k=1}^{N_{freq}} \left[ E^{exp}(0, t_j, freq_k) - E^{mod}(0, t_j, freq_k) \right]^2 + \gamma [S(\epsilon)S(\sigma)], \quad (2.60)$$

onde  $S(\varepsilon)$  e  $S(\sigma)$  são as funções de regularização (medidas para favorecer alterações suaves), as quais são ponderadas por um parâmetro de regularização ( $\gamma$ ). Neste trabalho, foi escolhida a regularização de mínima entropia de 1ª ordem (Tikhonov & Arsenin, 1977), que nesse trabalho será denotada como pseudoentropia, definida por:

$$S(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^{N_z} q_i \log q_i \quad (2.61)$$

$$q_i = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{N_z} p_i} \quad (2.62)$$

$$p_i = |x_{i+1} - x_i| + \zeta \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (2.63)$$

onde  $q_i$  e  $p_i$  são a probabilidade e o operador de diferenças discretas de 1ª ordem, respectivamente;  $\zeta$  é a uma constante ( $0 < \zeta \ll 1$ ) introduzida para calcular o valor de  $p_i$  diferente de 0.

A otimização da colônia de formigas (ACO) é baseada no comportamento coletivo das formigas que escolhem uma trajetória entre o ninho e a fonte de alimento (Dorigo et al., 1996). Cada formiga marca sua trajetória com uma quantidade de feromônio e a trajetória marcada é empregada por outras formigas como uma referência. No método de otimização ACO, várias gerações com uma quantidade fixa de formigas ( $na$ ) são produzidas e avaliadas. Cada formiga é associada a uma trajetória praticável que representa uma solução candidata, sendo composta de um conjunto particular de nós em um grafo que contém todas as outras possíveis soluções. As formigas são geradas pela escolha destes nós em uma base probabilística. Esta aproximação foi usada com sucesso para o Problema do Caixeiro Viajante (TSP) e outros problemas com grafos (Dorigo et al., 1996).

Neste trabalho, uma solução candidata não é associada à trajetória, mas é composta por um conjunto de valores discretos que denotam os perfis de profundidades  $\varepsilon$  e  $\sigma$ . Esses valores são escolhidos randomicamente. Duas discretizações são adotadas, uma vez que são  $ns$  profundidades discretas e, para cada profundidade  $i$ ,  $np$  valores discretos  $j$  para a concentração de feromônio depositada ( $T_0$ ). Conseqüentemente, cada solução candidata é composta por  $ns$  valores e existem  $ns \times np$  possíveis escolhas para defini-la. Desta forma, a solução é expressa por um conjunto  $ns [i j]$  e a matriz de feromônio é definida com dimensão

$ns \times np$ . Em cada geração, todas as soluções candidatas são avaliadas por meio da função objetivo e a melhor solução define a trajetória seguida por uma formiga.

Denotando por  $\varphi$  a taxa de decaimento de feromônio, a quantidade de feromônio  $T_{ij}$  na geração  $t$  é dada por:

$$T_{ij}(t) = (1 - \varphi)T_{ij}(t-1) \quad t = 1, 2, \dots, mit \quad (2.64)$$

onde  $mit$  é o número máximo de iterações (gerações). A quantidade inicial de feromônio é calculada de acordo com Dorigo et al. (1996):

$$T_{ij}(0) = T_0 = \frac{1}{ns \cdot Q} \quad (2.65)$$

onde  $Q$  é o valor da função objetivo quando  $\mathbf{x} = [1 \ 1]^T$ .

A probabilidade de uma trajetória dada  $[i \ j]$  ser escolhida em cada geração de formigas, é então:

$$P_{ij}(t) = \frac{[T_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_l \{ [T_{il}(t)]^\alpha [\eta_{il}(t)]^\beta \}} \quad (2.66)$$

onde  $l \in [1, np]$  e  $\eta_{ij}$  é a visibilidade da trajetória  $[i \ j]$ . O conceito de visibilidade (Souto et al., 2007) surgiu do TSP (*Traveling Salesman Problem*), onde o custo é o inverso da distância de uma trajetória particular. Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são os pesos que estabelecem a influência da concentração de feromônio e da visibilidade na probabilidade de cada trajetória  $[i \ j]$ . Neste trabalho são usados  $\alpha = 1.0$  e  $\beta = 0.0$ , porque a visibilidade, que depende da distância associada não é aplicável na solução, para este tipo de problema inverso.

Além disso, há um esquema adicional para a escolha de uma trajetória de uma nova formiga (solução). Um número aleatório ( $r_0$ ) no intervalo  $[0, 1]$  é gerado para essa nova formiga e ele é comparado com um parâmetro de decisão ( $q_0$ ) escolhido para o problema. Se o número aleatório for maior que esse parâmetro, a trajetória é tomada de acordo com  $P_{ij}$ ; se for menor, a trajetória mais marcada é atribuída. Na Figura 2.3, é mostrado o **Algoritmo** para calcular o custo de  $na_p$  perfis de  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , na solução  $\mathbf{x} = [\varepsilon \ \sigma]^T$ , em cada iteração.

**Algoritmo 1:**


---

```

1 início
2 lê parâmetros do ACO (mit, na, nap, ns, np,  $\varphi$ ,  $q_0$ )
3 gera solução inicial –  $Q = J(\mathbf{x}_0)$ , com  $\mathbf{x}_0 = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ 
4 calcula a concentração de feromônio que é depositada -  $T_0 = 1 / (ns \cdot Q)$ 
5 inicializa a matriz de feromônio –  $T_{ij}(0) = T_0$ 
6 /* laço das iterações / gerações */
   para  $t = 1$  até mit faça
7     gera nap formigas – Algoritmo 2
8     /* laço da avaliação das formigas */
       para  $k = 1$  até nap faça
9         avalia custo  $J(\mathbf{x}) = J([\varepsilon_k \ \sigma_k]^T)$ 
10        fim
11       seleciona a melhor formiga  $\mathbf{x}_{best}$ , com custo  $J_{min} = J(\mathbf{x}_{best})$ 
12       /* decrementa uniformemente a concentração de feromônio */
         calcula  $T_{ij}(t+1) = (1 - \varphi) T_{ij}(t)$ 
13       /* melhor formiga incrementa a concentração de feromônio */
         Calcula  $T_{ijmin}(t+1) = T_{ijmin}(t+1) + T_0$ 
14       /* atualiza probabilidades pela normalização de  $T_{ij}(t+1)$  */
         Calcula  $P_{ij}(t+1)$ 
15       fim
16       /* retorna melhor formiga da última iteração */
   retorna  $\mathbf{x}_{opt} = \mathbf{x}_{best}$ 
17 fim

```

---

Fonte: Souto (2006).

**Figura 2.3** – Algoritmo para calcular o custo de  $na_p$  perfis de  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , na solução  $\mathbf{x} = [\varepsilon \ \sigma]^T$ , em cada iteração.

### 2.3.1.1.1 Regularização intrínseca

No presente trabalho, uma solução baseada na inversão ACO com um esquema de regularização devido a Preto et al. (2004) e Souto et al. (2006) é empregado sem o termo de regularização ( $\gamma = 0$ ) na equação (2.60). A inversão também exige uma informação prévia: um perfil liso. Com base nisso, a solução candidata mais adequada é selecionada, levando-se em conta uma regularização de mínima entropia de 1ª ordem (pseudoentropia) (Tikhnov e Arsenin, 1977). Então, um subconjunto de soluções candidatas ( $na_p$ ) é selecionado para ser avaliada pela função objetivo na equação (2.60), baseada em um número randômico ( $r_0$ ) e um parâmetro de decisão ( $q_0$ ), tal que  $na_p < na$ . Estes procedimentos são descritos nos **Algoritmos 2 e 3**.

(continua)

**Algoritmo 2:**


---

```

1 início
2 para  $ii = 1$  até nap faça
3     /* gera conjuntos de  $na/na_p$  formigas */
4     para  $jj = 1$  até  $na/na_p$  faça
5         gera formiga  $\mathbf{x}_{jj}$  – Algoritmo 3

```

---

---

```

6      avalia suavidade de  $\mathbf{x}_{ij}$  considerando Mínima Entropia de 1ª ordem
7      fim
8      escolhe formiga mais suave  $\mathbf{x}_{ii}$ 
9 fim
10 /* retorna conjunto de  $na_p$  formigas pré-selecionadas */
      retorna conjunto  $\{\mathbf{x}_{ii}\}$ 
11 fim

```

---

Fonte: Souto (2006).

(conclusão)

**Figura 2.4** – Algoritmo para avaliação da solução considerando Mínima Entropia de 1ª ordem, do esquema de regularização intrínseca.

---

### Algoritmo 3:

---

```

1 início
2 Matriz de probabilidade  $P_{ij}$ 
3 para  $i = 1$  até  $ns$  faça
4     gera número randômico  $r_0 \in (0, 1)$ 
5     se  $r_0 < q_0$  então
6         escolhe  $j^*$  para que  $P_{ij^*} = \max(P_{ij})$ 
7     se não
8         escolhe  $j^*$  para que  $\sum_{j=1}^{j^*} (P_{ij}) > r_0$ 
9     fim
10  $x_i = (j^* / npi) \cdot x_{\max}$ 
11 fim
12 retorna  $\mathbf{x}$ 
13 fim

```

---

Fonte: Souto (2006).

**Figura 2.5** – Solução ACO ( $\mathbf{x}$ ) baseada nas probabilidades cumulativas das trajetórias.

#### 2.3.1.1.2 Avaliação do custo modificado em ACO

Uma maneira para avaliar cada solução no algoritmo ACO (**Algoritmo 4**) foi implementada nesse trabalho. Tipicamente, se há uma mudança nas propriedades elétricas no subsolo, o pulso de georradar é então dividido em pulsos refletido e transmitido. Como consequência desse fato, os valores da permissividade elétrica ( $\epsilon$ ) e da condutividade elétrica ( $\sigma$ ) em pontos mais profundos têm eventualmente baixa influência no campo elétrico ( $\vec{E}$ ) medido logo acima da superfície quando comparado aos meios precedentes. Portanto, normalmente  $\epsilon$  e  $\sigma$  em meios mais profundos, são muito mais difíceis de serem estimados, devido à redução na energia do campo elétrico na superfície.

Para melhor estimar os valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$  em meios mais profundos, uma metodologia alternativa foi então empregada. Essa metodologia combina uma maneira apropriada de visualizar as soluções candidatas ( $\mathbf{x}=[\epsilon \ \sigma]^T$ ), usando um critério mais rigoroso para avaliá-las, de acordo com os valores da função objetivo da equação (2.60).

Neste procedimento, os valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  são bem estimados para as profundidades acima da superfície, entre o primeiro e o segundo meios ( $z = z_i$ ). Para as profundidades restantes ( $z > z_i$ ), os valores da solução candidata ( $\mathbf{x}$ ) são congelados até  $z = z_i$ , e o Algoritmo ACO procura por novos valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  somente para profundidades maiores que  $z_i$ . Entretanto, a melhor solução é definida levando-se em conta a avaliação do custo de todas as combinações das soluções candidatas, agora elas são avaliadas uma por uma. Por exemplo, a segunda e a quinta soluções encontradas são dadas por  $\mathbf{x}_2 = [\varepsilon_2 \ \sigma_2]^T$  e  $\mathbf{x}_5 = [\varepsilon_5 \ \sigma_5]^T$ , respectivamente. Além dos custos de  $\mathbf{x}_2$  e  $\mathbf{x}_5$ , uma combinação deles é também avaliada, isto é, os valores de  $J([\varepsilon_2 \ \sigma_5]^T)$  e  $J([\varepsilon_5 \ \sigma_2]^T)$  são também calculados. Isso é feito para todas as soluções  $na_p$ , como descritas no **Algoritmo 4**.

---

**Algoritmo 4:**


---

```

1 início
2 lê parâmetros do ACO (mit, na, nap, ns, np,  $\varphi$ ,  $q_0$ )
3 gera solução inicial –  $Q = J(\mathbf{x}_0)$ , com  $\mathbf{x}_0 = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ 
4 calcula a concentração de feromônio que é depositada –  $T_0 = 1 / (ns \cdot Q)$ 
5 inicializa a matriz de feromônio –  $T_{ij}(0) = T_0$ 
6 /* laço das iterações / gerações */
   para  $t = 1$  até mit faça
7     gera nap formigas – Algoritmo 2
8     /* laço da avaliação das formigas */
       para  $k = 1$  até nap faça
9         para  $l = 1$  até nap faça
10            avalia custo  $J(\mathbf{x}) = J([\varepsilon_k \ \sigma_l]^T)$ 
11        fim
12    seleciona a melhor formiga  $\mathbf{x}_{best}$ , com custo  $J_{min} = J(\mathbf{x}_{best})$ 
13    /* decreta uniformemente a concentração de feromônio */
       calcula  $T_{ij}(t+1) = (1 - \varphi) T_{ij}(t)$ 
14    /* melhor formiga incrementa a concentração de feromônio */
       Calcula  $T_{ijmin}(t+1) = T_{ijmin}(t) + T_0$ 
15    /* atualiza probabilidades pela normalização de  $T_{ij}(t+1)$  */
       calcula  $P_{ij}(t+1)$ 
16 fim
17 /* retorna melhor formiga da última iteração */
   retorna  $\mathbf{x}_{opt} = \mathbf{x}_{best}$ 
18 fim

```

---

Fonte: Elaboração da autora.

**Figura 2.6** – Algoritmo Modificado baseado em ACO. É avaliado o custo das combinações dos perfis  $na_p \times na_p$  de  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , na solução  $\mathbf{x} = [\varepsilon \ \sigma]^T$ , em cada iteração.

Na Tabela 2.1 são apresentados os parâmetros usados no ACO.

**Tabela 2.1-** Resumo dos parâmetros do método de Otimização *Ant Colony*

| Parâmetros | Significado                                     |
|------------|---|
| <i>mit</i> | Número máximo de formigas por gerações/iteraões |
| <i>na</i>  | Formigas em cada geração                        |

---

|           |   |
|-----------|---|
| $na_p$    | Formigas pré-selecionadas em cada geração             |
| $ns$      | Número de valores discretos de $\mathbf{x}$ estimados |
| $np$      | Nível de discretização da busca                       |
| $T_0$     | Concentração de feromônio depositada                  |
| $\varphi$ | Coefficiente de decaimento/evaporação                 |
| $q_0$     | Parâmetro de decisão                                  |

---

Fonte: Souto (2006).

Neste trabalho, o significado dos parâmetros utilizados na metodologia ACO denota-se por:  $mit$  número máximo de soluções/iterações;  $na$  soluções candidatas ( $\varepsilon$  e  $\sigma$ );  $na_p$  soluções selecionadas pela critério de suavidade;  $ns$  número de profundidades de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  estimados;  $np$  número de parâmetros que é igual a 2.

### 2.3.1.2 O método Quasi-Newton

O método Quasi-Newton (QN) é um método determinístico usado para a resolução de sistemas de equações não lineares, que apresenta ainda um baixo custo computacional, se comparado com métodos estocásticos. No entanto, o método pode apresentar soluções que são mínimos locais e, como consequência disso, a solução ótima global não é encontrada. Portanto, nesse trabalho, escolheu-se usar uma metodologia híbrida, um método estocástico (ACO) combinado com um método determinístico (QN). A diferença entre os métodos determinísticos e estocásticos está na forma de como o incremento no vetor de parâmetros desconhecido é escolhido.

Neste trabalho, utilizou-se como esquema determinístico Quasi-Newton (QN), embora existam outros métodos determinísticos como: Newton, Levenberg-Marquardt, Máxima Descida, Gradiente Conjugado, entre outros. O objetivo com a aplicação do método é minimizar a norma quadrática da equação (2.60). Para isso, nesse trabalho foi usada a subrotina FCN\_BCONF da biblioteca da MSIMSL (IMSL, 1991), que utiliza a estratégia do Quasi-Newton. Em Dennis e Schnabel (1983) e Fletcher (1987, p. 49) encontra-se uma descrição para a metodologia. Nos próximos capítulos são apresentadas as simulações para os problemas direto e inverso.

## CAPÍTULO 3 – MODELAGEM NUMÉRICA DE PROPAGAÇÃO DE OEM UTILIZANDO A FORMULAÇÃO FDTD

Nesse trabalho, foi desenvolvida uma metodologia que permite a simulação dos efeitos da propagação de uma onda eletromagnética em diferentes meios geológico-geotécnicos. Inicialmente, considerou-se uma fonte contínua e pulsada para o campo elétrico.

Primeiramente, estudou-se um método apropriado para a solução das equações de Maxwell descritas no Capítulo 2, por meio de método numérico. Desenvolveu-se uma metodologia que permite fazer a simulação numérica da propagação de uma onda eletromagnética em três meios: ar, arenito e basalto. O algoritmo foi escrito em linguagem de programação Fortran 90 e as saídas para a visualização da onda eletromagnética foram construídas no *software* Matlab versão 6.5. Várias simulações com essa metodologia foram realizadas para os três meios. A tabela 3.1 expressa os principais parâmetros utilizados nas simulações (permissividade elétrica, condutividade elétrica, condutividade magnética e permeabilidade magnética).

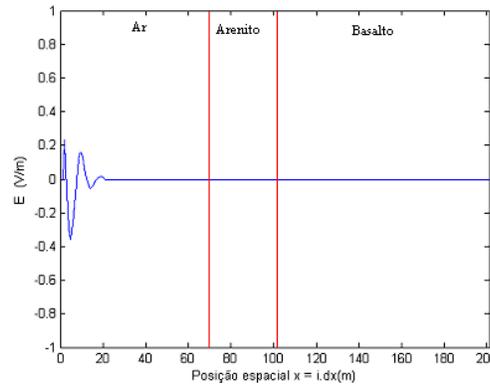
**Tabela 3.1** – Parâmetros dos meios usados na simulação

| <i>Meio</i> | $\epsilon_m$ (F/m)      | $\sigma$ (S/m) | $\rho$ ( $\Omega.m$ ) | $\mu_m$ (H/m)           |
|-------------|-------------------------|----------------|-----------------------|-------------------------|
| Ar          | $8,85 \times 10^{-12}$  | 0              | 0                     | $4\pi \times 10^{-7}$   |
| Arenito     | $3,316 \times 10^{-11}$ | 0,0143         | 0                     | $1,9468 \times 10^{-6}$ |
| Basalto     | $4,425 \times 10^{-11}$ | 0,004          | 0                     | $2,1788 \times 10^{-6}$ |

### 3.1 SIMULAÇÃO DE ONDAS DE GEORRADAR SEM BORDA ABSORVEDORA

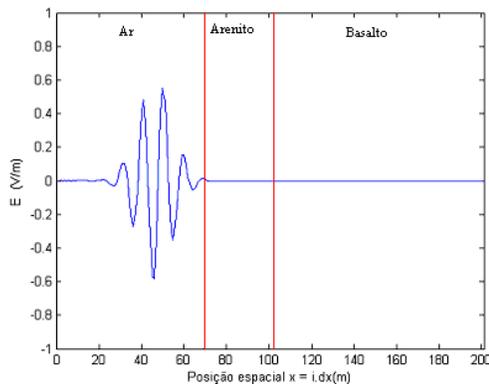
Nas Figuras a seguir foram feitas simulações considerando as seguintes camadas: a primeira camada é composta de ar, com um comprimento de  $70 \times dx$ , onde  $dx$  é igual a  $3 \times 10^{-2}$  m. A segunda é composta de arenito com um comprimento de  $31 \times dx$ , e, finalmente, a terceira camada de basalto tem comprimento de  $101 \times dx$ .

No tempo igual a  $20 \times dt$ , é possível verificar a criação do pulso de georradar no *software* de simulação desenvolvido (Fig. 3.1). Cabe também salientar que  $j$ , quando for usado, denotará a iteração no tempo, que corresponde ao instante de tempo  $j \times dt$ , onde  $dt$  é igual a  $9,995 \times 10^{-11}$  s. A forma do pulso é gaussiana, passa banda, com simetria espectral de Fourier sobre  $f_0$ , conforme foi escrito na seção 2.1.1, (Eq.2.56).

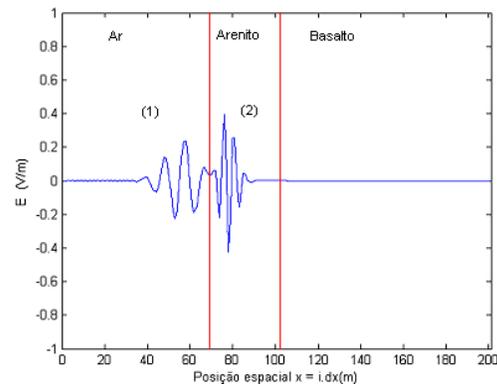


**Figura 3.1** – Criação do pulso de georradar em  $j = 20$ .

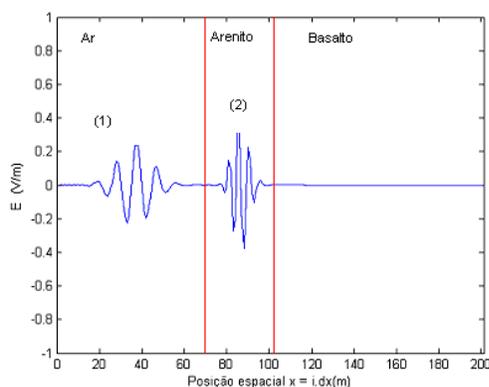
Para o tempo igual a  $70 \times dt$ , é possível visualizar o pulso de georradar propagando-se no ar (Fig. 3.2). No tempo igual a  $110 \times dt$ , percebe-se a onda incidindo na interface entre os dois meios: ar e arenito (Fig. 3.3). Em  $j = 130$ , pode-se notar que o pulso de georradar, após incidir na interface entre os meios (ar e arenito), divide-se em um pulso refletido (1) e um transmitido (2) (Fig. 3.4).



**Figura 3.2** – Pulso de georradar simulado em  $j = 70$ .

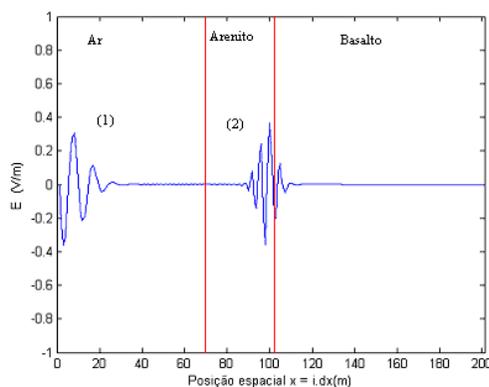


**Figura 3.3** – Pulso de georradar simulado em  $j = 110$ .



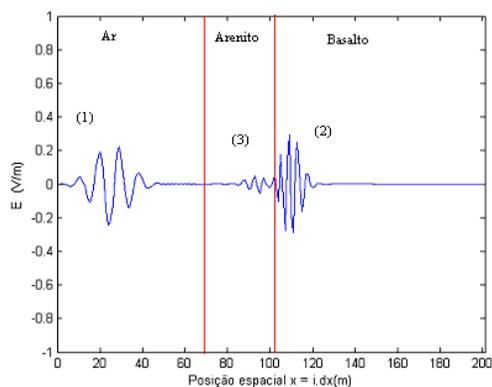
**Figura 3.4** – Pulso de georradar simulado em  $j = 130$ .

Na Figura 3.5, o pulso refletido anteriormente (1) pela interface entre os meios incide novamente no início do domínio espacial. Posteriormente, esse pulso será refletido outra vez para o interior do ar. Cabe notar, também, que, na posição  $i = 101$ , está ocorrendo, embora não tão perceptível, a incidência do pulso transmitido (2) na interface entre o arenito e o basalto. A incidência não é tão evidente pelo fato das propriedades dos meios serem muito próximas.

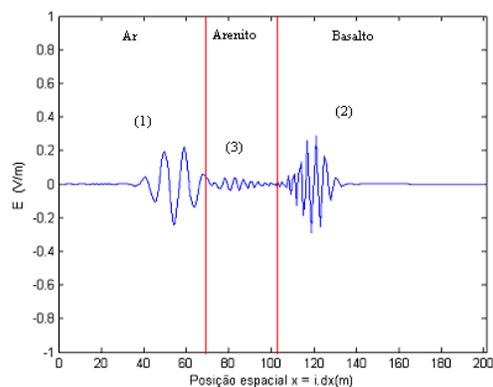


**Figura 3.5** – Pulso de georradar simulado em  $j = 160$ .

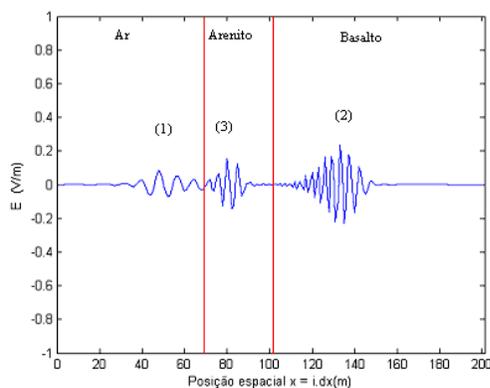
Na Figura 3.6, a iteração  $j = 190$  mostra a divisão do pulso incidente na interface entre o segundo e o terceiro meios (arenito e basalto), originando um transmitido (2) e um refletido (3). Nas Figuras 3.7 e 3.8, pode-se evidenciar a colisão dos pulsos refletidos anteriormente pela segunda interface (3) e pelo início do domínio (1) com a primeira interface (ar e arenito), resultando em mais pulsos refletidos e transmitidos. Tais colisões ocorrem praticamente ao mesmo tempo, ocasionando uma sobreposição dos dois pulsos (interferência).



**Figura 3.6** – Pulso de georradar simulado em  $j = 190$ .

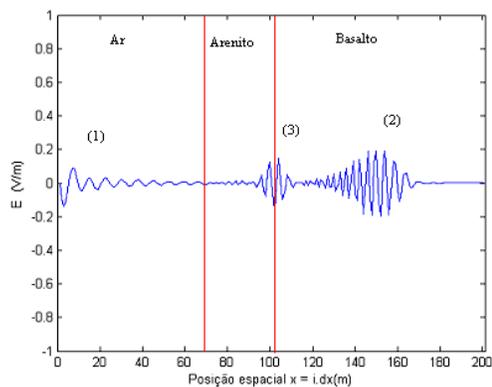


**Figura 3.7** – Pulso de georradar simulado em  $j = 230$ .

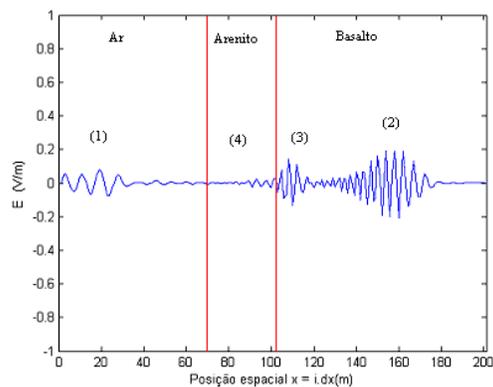


**Figura 3.8** – Pulsos divididos em refletidos e transmitidos.

Na Figura 3.9, pode-se perceber claramente o pulso transmitido pela primeira interface (3) chegando à segunda interface (arenito e basalto). Na figura 3.10, nota-se a divisão desse pulso anterior em um transmitido (3) e um refletido (4).

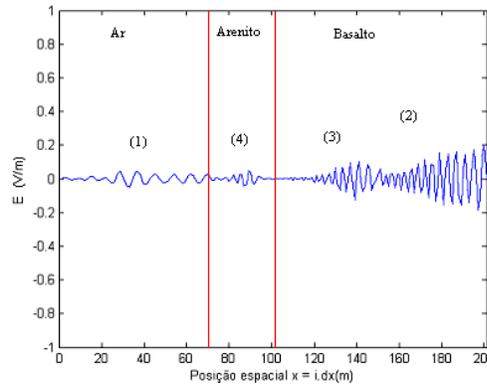


**Figura 3.9** – Pulso transmitido (3) chegando à segunda.



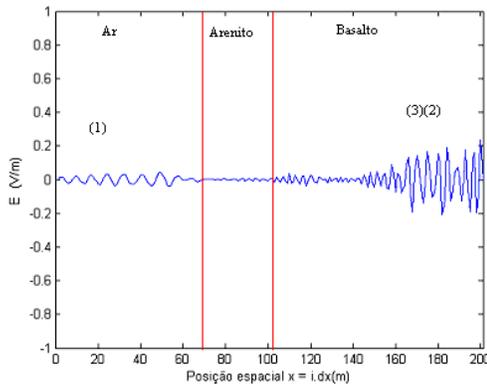
**Figura 3.10** – Pulso de georradar simulado em  $j = 330$ .

Observa-se, na Figura 3.11, que ocorre a colisão do pulso (2) com o fim do domínio computacional. Também se pode notar a diferença entre as amplitudes dos pulsos originados pelas reflexões no início do domínio espacial, devido ao fato de que a amplitude do pulso transmitido é proporcional ao pulso incidente. Tal proporção depende do ângulo de incidência e das propriedades dos meios. Não se leva em consideração o ângulo de incidência, pois se trata do caso unidimensional, no qual as incidências ocorrem perpendicularmente em relação à interface. Cabe-se ressaltar também, que em cada meio, os comprimentos de onda ( $\lambda$ ) são distintos devido à relação  $v = \lambda.f$ , onde  $v$  é a velocidade de propagação do pulso no meio e  $f$  é a frequência.

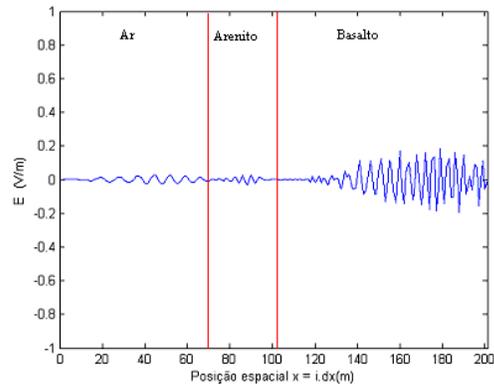


**Figura 3.11** – Pulso de georradar colidindo com o fim do domínio.

Na figura 3.12, observam-se as reflexões dos pulsos no fim do domínio, resultando em uma interferência com o pulso subsequente. Pelo fato de que os pulsos chegam ao fim do domínio com um pequeno intervalo de espaço e tempo, as reflexões de tais pulsos interferem-se, ficando difícil a distinção dos mesmos, como é mostrado na figura 3.13.

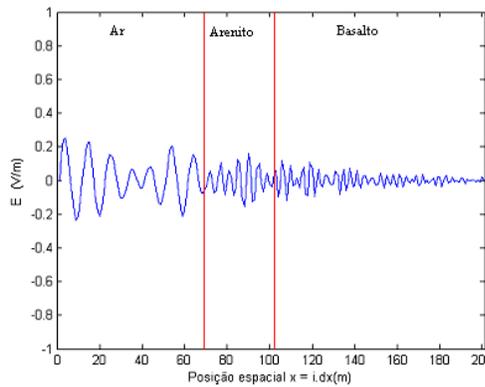


**Figura 3.12** – Reflexões dos pulsos no fim do domínio.



**Figura 3.13** – Pulso de georradar simulado em  $j = 570$ .

A partir da iteração  $j = 800$ , através do *software* de simulação, constatou-se que não é mais possível distinguir os sinais que se movem em direção ao início do domínio espacial, tampouco aqueles que estão indo em direção contrária devido às interferências. Cabe salientar que, devido ao interesse em simular a captação de pulsos de georradar, são de vital importância os valores de campo elétrico que chegam ao início do domínio espacial. Na figura 3.14, mostra-se um exemplo de tal situação. Ressalta-se que a sobreposição e a interferência podem ser analisadas respeitando a relação de dispersão.



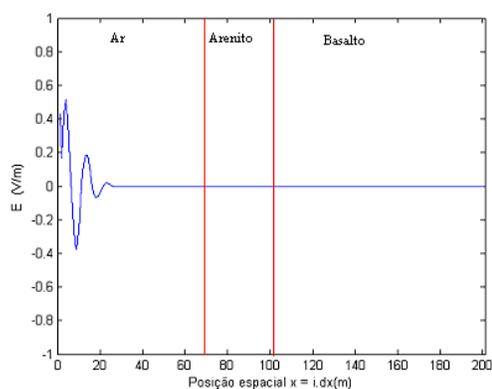
**Figura 3.14** – Pulso de georradar simulado em  $j = 850$ .

### 3.2 SIMULAÇÃO DE ONDAS DE GEORRADAR COM BORDA ABSORVEDORA

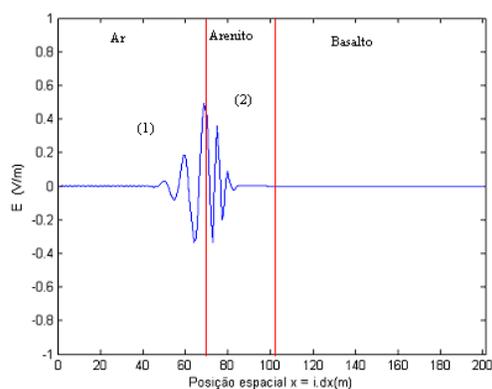
Nessa seção, apresentam-se os resultados computacionais que possibilitaram a eliminação das reflexões espúrias que mascaram os pulsos de interesse. O uso da borda absorvedora deve ser feito de forma que o sinal de interesse não sofra alterações e seja de fácil identificação.

Os resultados mostrados a seguir foram feitos com os mesmos meios (ar, arenito e basalto) e os mesmos passos de tempo e de espaço. Aqui, seguem-se os mesmos passos tomados anteriormente, apresentando o que ocorre com o pulso em cada interface geológica.

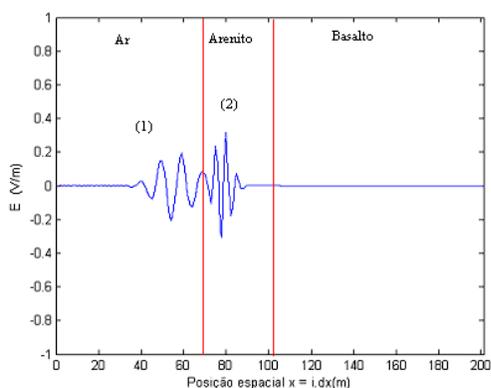
A Figura 3.15 mostra a criação do pulso no ar. Em  $j = 100$ , pode-se notar a colisão do pulso com a interface ar-arenito (Fig. 3.16). Para  $j = 110$ , percebe-se a divisão em um pulso refletido (1) e um transmitido (2) (Fig. 3.17).



**Figura 3.15** – Criação do pulso de georradar em  $j = 25$ .

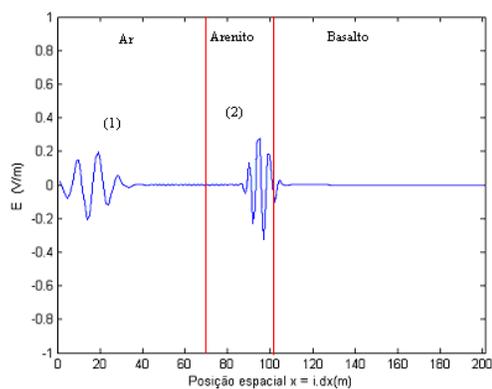


**Figura 3.16** – Colisão do pulso com a primeira interface.

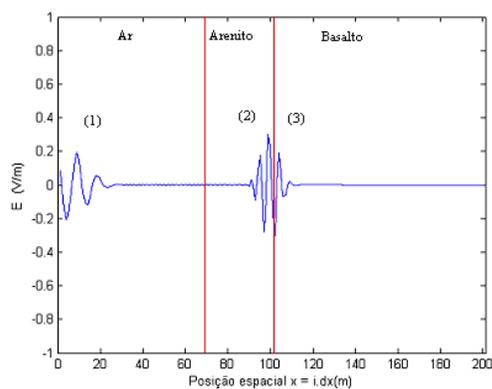


**Figura 3.17** – Divisão do pulso em refletido e transmitido.

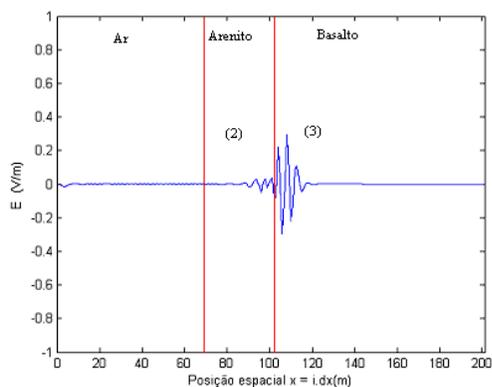
Nas Figuras 3.18, 3.19 e 3.20, observa-se que o pulso refletido (1) foi absorvido no início do domínio. Essa absorção é importante, pois evitará a reflexão que, por sua vez, levará a uma sobreposição de pulsos dificultando a identificação do sinal. Note também que, em  $j = 180$  (Fig. 3.20), o pulso transmitido (2) está se dividindo novamente em refletido (2) e transmitido (3) pelo fato de ter atingido a interface arenito-basalto.



**Figura 3.18** – Pulso de georradar simulado em  $j = 150$ .

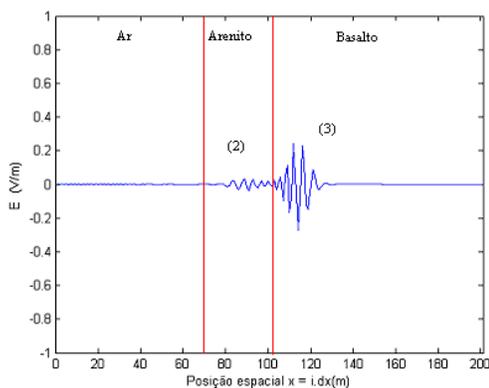


**Figura 3.19** – Pulso de georradar simulado em  $j = 160$ .

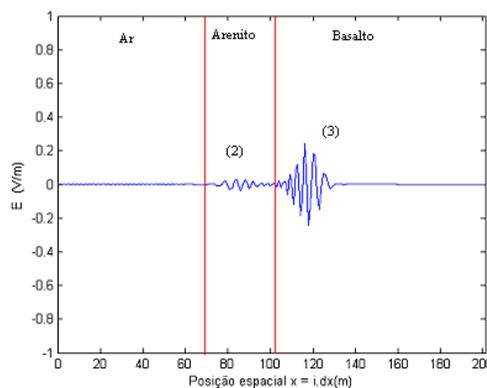


**Figura 3.20** – Pulso de georradar simulado em  $j = 180$ .

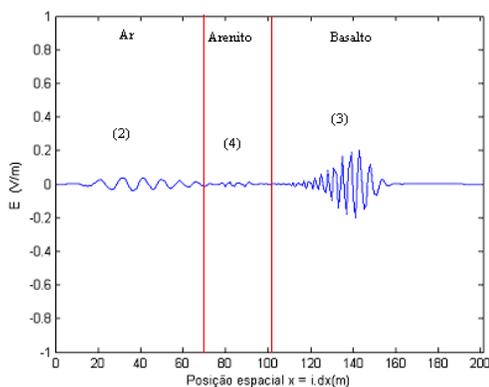
Na Figura 3.21, percebe-se, embora sutilmente, a parte refletida do pulso que atingiu a interface arenito-basalto. Quando  $j = 210$  (Fig. 3.22), o pulso refletido pela interface arenito-basalto passa pela interface ar-arenito e divide-se em dois novos pulsos. Porém, o pulso refletido de volta para o arenito tem amplitude menor do que o transmitido. Esse pulso transmitido, pelo fato de mudar de meio (ir para o ar), altera o comprimento de onda, tornando-o mais visível. Nas Figuras 3.23 e 3.24, o pulso que foi transmitido (2) no segundo meio (arenito) para o primeiro meio (ar) está sendo absorvido no início do domínio.



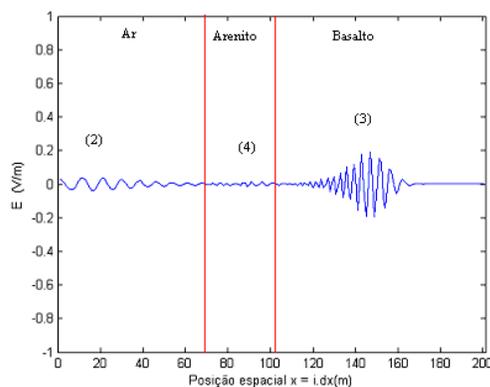
**Figura 3.21** – Pulso de georradar simulado em  $j = 200$ .



**Figura 3.22** – Pulso de georradar simulado em  $j = 210$ .

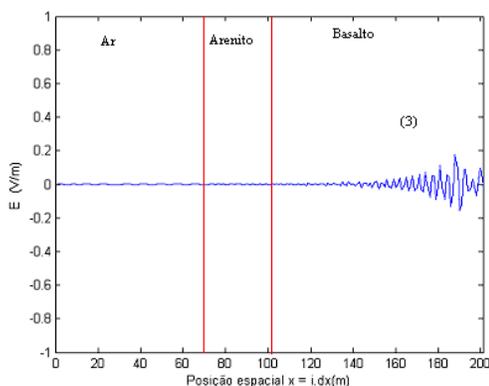


**Figura 3.23** – Pulso de georradar simulado em  $j = 275$ .

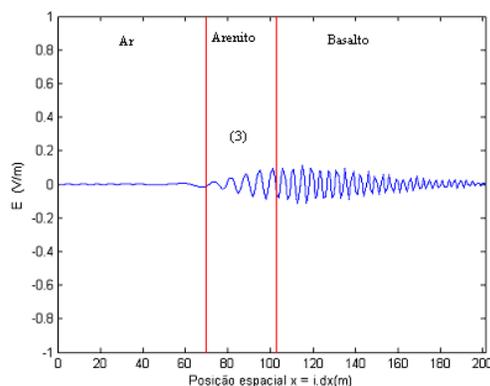


**Figura 3.24** – Pulso de georradar simulado em  $j = 295$ .

Na Figura 3.25, o pulso (3) chega ao final do domínio e é refletido. Nas Figuras 3.26 e 3.27, é possível perceber o pulso atravessando a interface ar-arenito e deslocando-se em direção ao início do domínio espacial, onde será também absorvido. Na interface ar-arenito e na interface arenito-basalto, ocorreu, embora não muito perceptível, uma reflexão que leva o pulso no sentido da esquerda para a direita, o que poderia causar algumas interferências com futuros pulsos refletidos devido a outros possíveis meios. A fim de evitar tal interferência, a borda absorvedora é colocada no fim do domínio para que ele seja absorvido, de modo a evitar reverberação e o aparecimento de frequências adicionais.



**Figura 3.25** – Pulso de georradar refletido em  $j = 435$ .



**Figura 3.26** – Pulso de georradar simulado em  $j = 690$ .

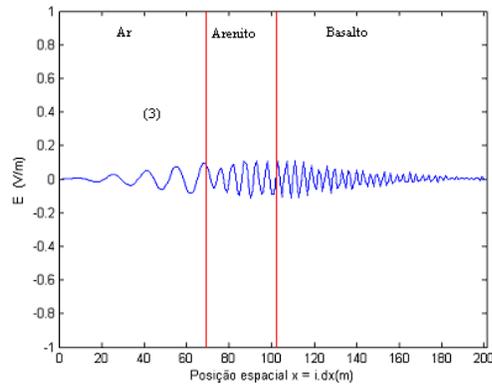


Figura 3.27 – Pulso de georradar simulado em  $j = 740$ .

Após ocorrerem essas reflexões e transmissões, que eram as de interesse para a questão de prospecção geológica, nas próximas iterações, os pulsos serão absorvidos. Para constatação, são mostradas algumas iterações nas Figuras 3.28, 3.29, 3.30 e 3.31.

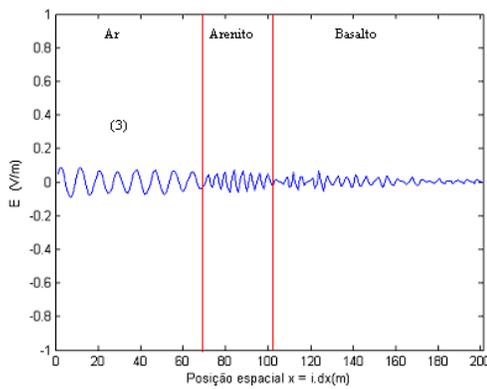


Figura 3.28 – Pulso de georradar simulado em  $j = 950$ .

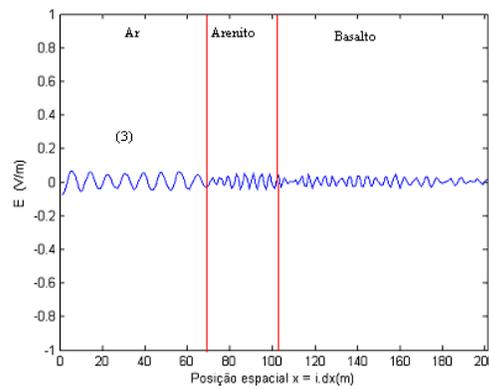


Figura 3.29 – Pulso de georradar simulado em  $j = 1000$ .

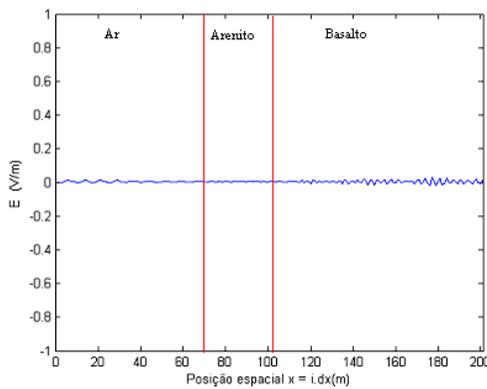


Figura 3.30 – Pulso de georradar simulado em  $j = 1300$ .

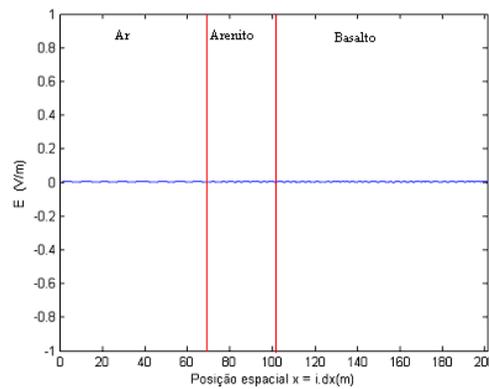


Figura 3.31 – Pulso de georradar simulado em  $j = 1800$ .

A seguir será descrito um caso particular usando antenas de georradar.

### 3.3 SIMULAÇÃO DE ONDAS USANDO O CASO PARTICULAR DE ANTENAS DE GEORRADAR

Para o caso de prospecção com georradar, não se pode considerar o ar como um meio espesso, ou da ordem dos outros meios, pelo fato de que as antenas são normalmente colocadas junto à superfície do solo, o que torna a camada de ar bem menos espessa. Antenas afastadas do solo de menos de um quarto do comprimento de onda ( $\lambda$ ) produzem pulsos eletromagnéticos diretamente acoplados ao solo (*ground coupled*). Essa observação deve ser levada em consideração no domínio computacional.

#### 3.3.1 Resolução vertical

A resolução vertical de um georradar no mapeamento estrutural de detalhe refere-se à mínima separação detectável em profundidade entre as interfaces de reflexão. A resolução vertical depende principalmente da largura do pulso e pode ser estimada como segue.

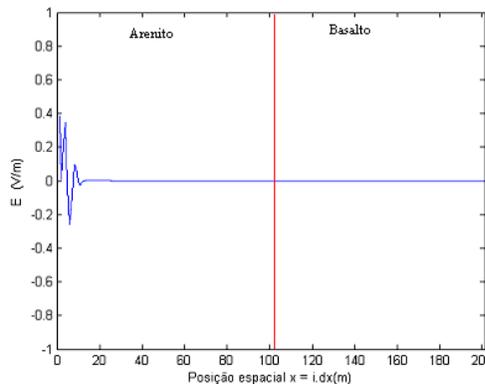
Se  $d$  é a espessura de uma camada do solo, as reflexões do topo e da base dessa camada serão claramente separadas, na antena receptora, se a extremidade principal do pulso refletido na base não chega mais cedo que a extremidade no topo da camada, assumindo que o pulso não muda de forma em uma extensão significativa entre a transmissão e a recepção. O intervalo entre o trajeto principal e as extremidades do pulso é a largura do pulso ( $\tau$ ). Em outras palavras, se  $d$  é tal que o duplo tempo de viagem da onda eletromagnética na camada ( $2d/v$ ) é menor que  $\tau$ , a camada não será discernida claramente. Isso significa que a menor espessura da camada detectável é da ordem de  $v \cdot \tau / 2 = v/2f$ , sendo  $f$  a frequência da onda transmitida. Teoricamente, a resolução pode estar aproximadamente na metade desse valor, mas geralmente se adota a alternativa mais conservadora para permitir possíveis mudanças na forma da onda (Parasnis, p.257, 1997).

O  $\tau$  representa a duração do pulso, o que é conhecido como a largura do pulso, medida em unidades de tempo. Dessa forma, se  $d$  for metade do tamanho do pulso, o começo do pulso refletido pela base retornará para o início do domínio antes da reflexão do topo ter acabado, juntando um pulso com o outro. A fim de garantir o não recebimento de dois sinais na antena, toma-se a largura da camada de ar como  $\lambda/4$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda no ar; ou seja, recomenda-se que a altura da antena do solo não supere a  $\lambda/4$ .

Como exemplo, pode-se tomar a frequência de georradar como  $1 \times 10^9$  Hz e usar a velocidade do pulso no ar como a velocidade da luz no vácuo ( $3 \times 10^8$  m/s) e ainda a fórmula  $v = \lambda \cdot f$ . Assim, é possível, determinar que o comprimento de onda do pulso no ar é aproximadamente 0,3 m; logo,  $\lambda/4 = 0,075$  m. Portanto, a camada de ar entre a antena e o solo deve ser menor que 0,075 m. Isso implica que a camada de ar tem de ser tomada com apenas dois passos no domínio espacial, já que  $dx = 3 \cdot 10^{-2}$  m, no modelo de simulação aqui desenvolvido. Esse mesmo princípio é aplicado para a espessura de resolução vertical das demais camadas.

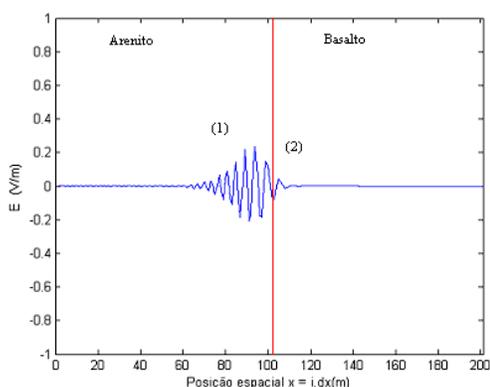
As simulações realizadas mostraram que, a não ser pelo fato de que o algoritmo comporta-se como se existissem dois meios, os resultados são parecidos com o item anterior (3.2) em que a onda é absorvida no início e no final do domínio.

A Figura 3.32, mostra a criação do pulso, que é praticamente igual aos casos vistos nas secções anteriores. Deve ser ressaltado que, pelo fato da camada de ar ter apenas duas posições no espaço, logo que o pulso é criado, ele já atravessa a primeira interface que se encontra na posição  $i = 2$  e começa a se propagar no arenito. O pulso que é refletido por essa interface já é absorvido no início do domínio.

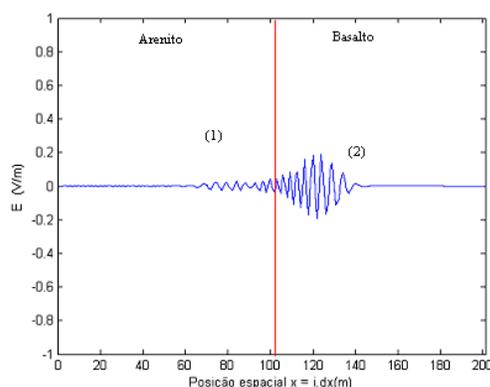


**Figura 3.32** – Criação do pulso de georradar em  $j = 25$ .

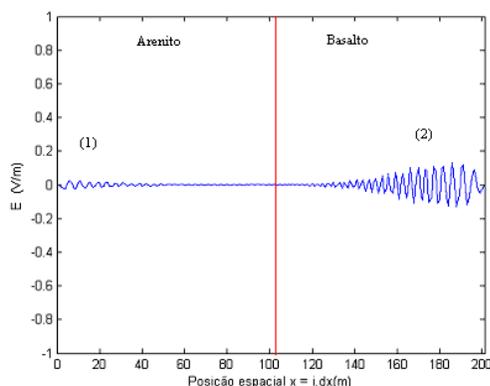
Na iteração  $j = 230$  (Fig. 3.33), o pulso chega na segunda interface (arenito-basalto). Conforme a Figura 3.34, o pulso divide-se em uma parte refletida (1) e outra transmitida (2). Na iteração  $j = 480$  (Fig. 3.35), o pulso refletido (1) na Figura 3.34 chega à interface ar-arenito e é refletido (1) e transmitido. O pulso transmitido é absorvido no início do domínio e o refletido será absorvido posteriormente. Além disso, o pulso transmitido anteriormente (2) (Fig. 3.34) chega ao fim do domínio, onde será refletido.



**Figura 3.33** – Pulso de georradar simulado em  $j = 230$ .

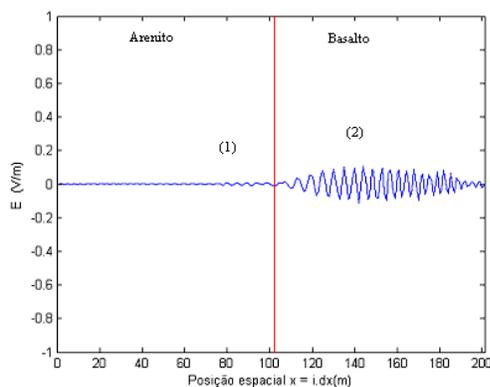


**Figura 3.34** – Pulso de georradar simulado em  $j = 310$ .



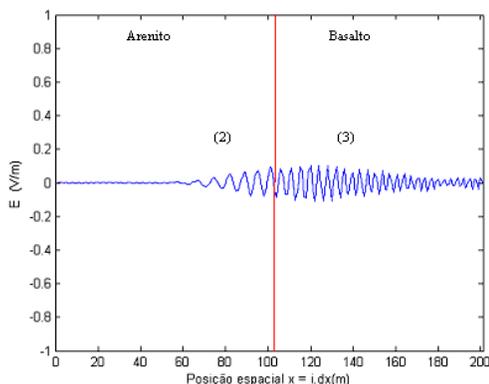
**Figura 3.35** – Pulso de georradar simulado em  $j = 480$ .

A Figura 3.36 mostra os pulsos refletidos na figura 3.35. Nota-se que o pulso refletido (1) pela interface ar-arenito tem amplitude menor que o do fim do domínio (2). Além disso, as propriedades ( $\epsilon$ ,  $\mu$ ) do arenito e do basalto são parecidas o que implica que cada pulso (1) e (2) será quase todo transmitido e pouco refletido. Com isso, a amplitude do pulso refletido (1) na interface arenito-basalto será insignificante comparada com a do pulso transmitido (2), logo, não será possível observar a sobreposição (interferência) dos pulsos após a chegada à interface arenito-basalto.

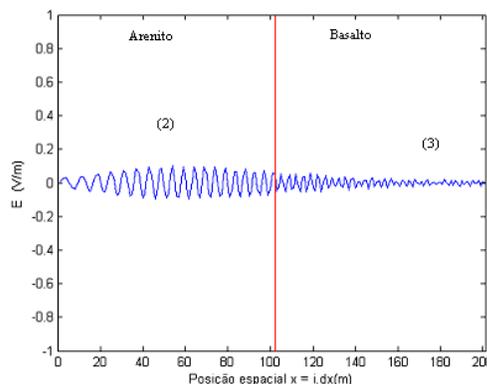


**Figura 3.36** – Pulso de georradar simulado em  $j = 690$ .

Em  $j = 770$  (Fig. 3.37), o pulso proveniente do fim do domínio (2) atravessa a interface arenito-basalto. Neste momento, também está ocorrendo uma sobreposição dos pulsos refletido (1) e transmitido (2), porém, tal sobreposição não influi significativamente nas propriedades do pulso, bem como não é possível notá-la. Nas Figuras 3.38 até 3.49, poderá ser observado o fim da simulação desejada. O pulso que chegou até o fim do domínio retornou para o início sem interferência significativa de outros pulsos provenientes de reflexões espúrias, que causavam grandes mudanças e que prejudicavam a interpretação do sinal. Note que, em alguns momentos o sinal se distorce perto do início do domínio. Isto acontece devido ao fato de que o pulso atinge a interface ar-arenito e é refletido, interferindo no pulso que ainda está chegando. Porém, essa distorção do sinal ocorre apenas no domínio onde se tem arenito, pois o pulso refletido se move no sentido da esquerda para a direita e o transmitido continua movendo-se da direita para a esquerda. Como o sinal de interesse está sendo captado no domínio onde se tem ar, tal distorção não afeta os dados que são de interesse para essa pesquisa.



**Figura 3.37** – Pulso de georradar simulado em  $j = 770$ .



**Figura 3.38** – Pulso de georradar simulado em  $j = 910$ .

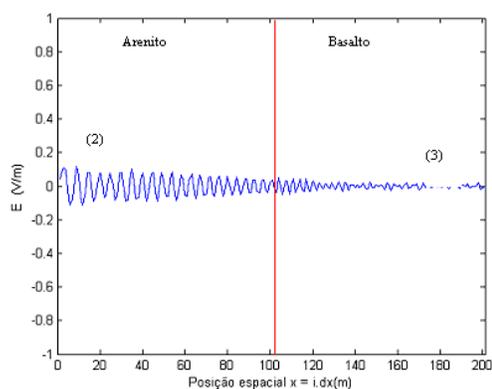


Figura 3.39 – Pulso de georadar simulado em  $j = 990$ .

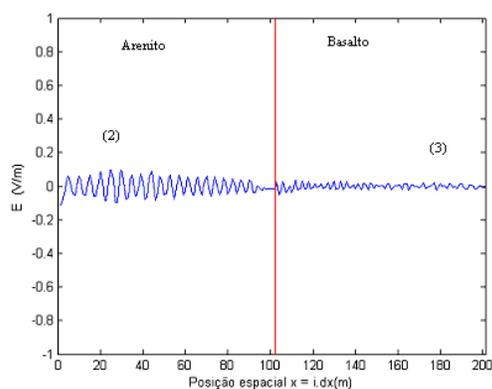


Figura 3.40 – Pulso de georadar simulado em  $j = 1020$ .

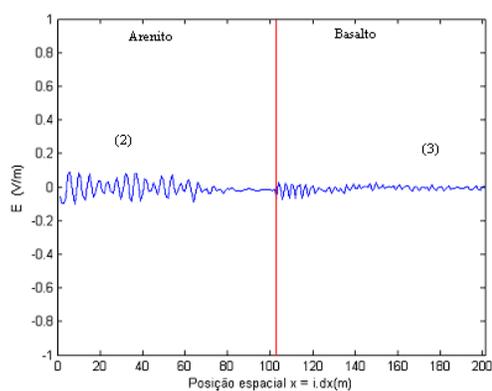


Figura 3.41 – Pulso de georadar simulado em  $j = 1080$ .

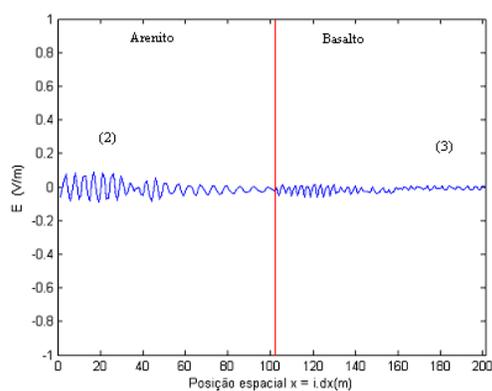


Figura 3.42 – Pulso de georadar simulado em  $j = 1130$ .

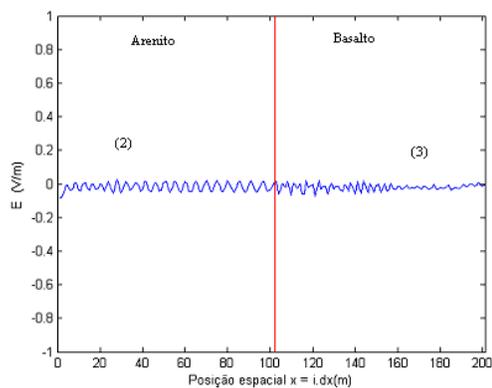


Figura 3.43 – Pulso de georadar simulado em  $j = 1200$ .

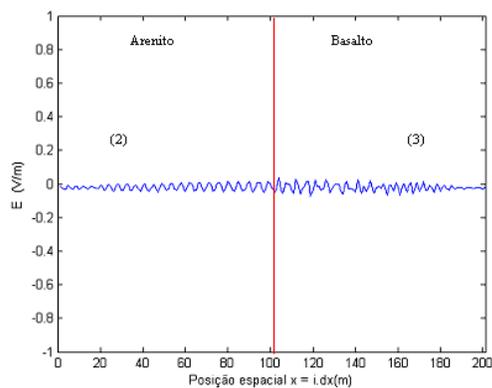


Figura 3.44 – Pulso de georadar simulado em  $j = 1280$ .

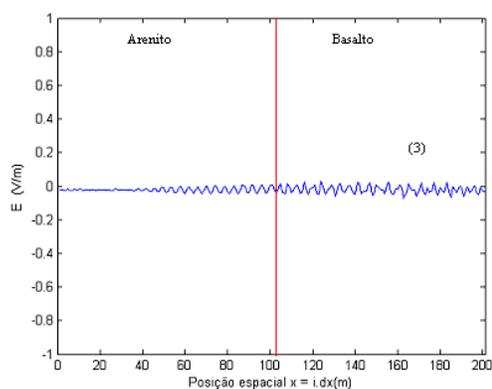


Figura 3.45 – Pulso de georradar simulado em  $j = 1350$ .

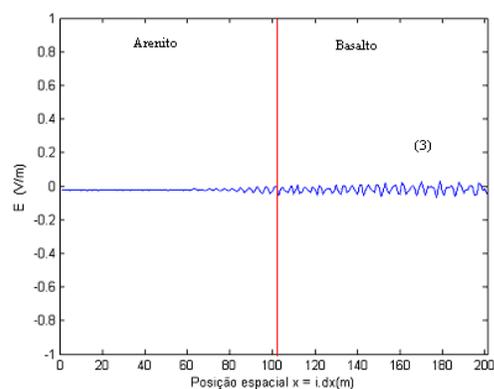


Figura 3.46 – Pulso de georradar simulado em  $j = 1450$ .

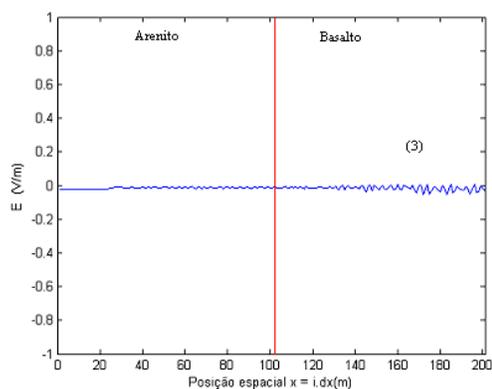


Figura 3.47 – Pulso de georradar simulado em  $j = 1650$ .

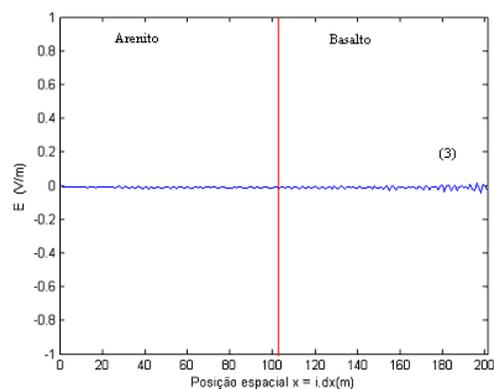


Figura 3.48 – Pulso de georradar simulado em  $j = 1750$ .

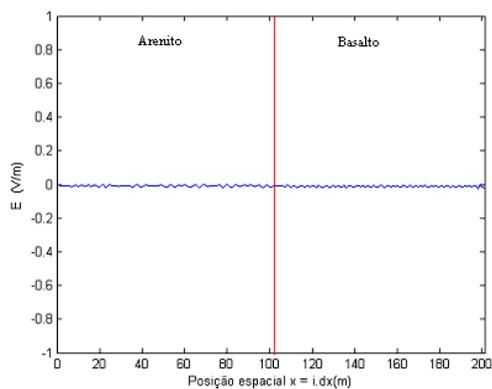


Figura 3.49 – Pulso de georradar simulado em  $j = 1900$ .

A seguir, apresentam-se as estimativas de parâmetros por meio de problema inverso.

## CAPÍTULO 4 – ESTIMATIVA DE PARÂMETROS GEOFÍSICOS POR MEIO DE PROBLEMA INVERSO

Nesse capítulo foram desenvolvidas metodologias de inversão para a estimativa das propriedades geológicas dos seguintes meios: arenito, basalto e folhelho. Quatro tipos de perfis geológicos foram simulados: o primeiro deles é um perfil simétrico constituído por 5 pontos na camada de arenito, 3 na de basalto e 5 de arenito novamente, o segundo é um perfil não-simétrico composto pelos meios, arenito, basalto e folhelho e constituído de 7, 3 e 3 pontos, respectivamente. O terceiro é um perfil não-simétrico igual ao segundo, porém a metodologia de inversão usada é diferente. O último perfil apresenta simetria e é formado por 6 pontos na camada de arenito, 1 na de basalto e 6 pontos na outra camada de arenito. Os resultados numéricos usando dados gerados pelo método FDTD, sem e com ruído, serão apresentados a seguir.

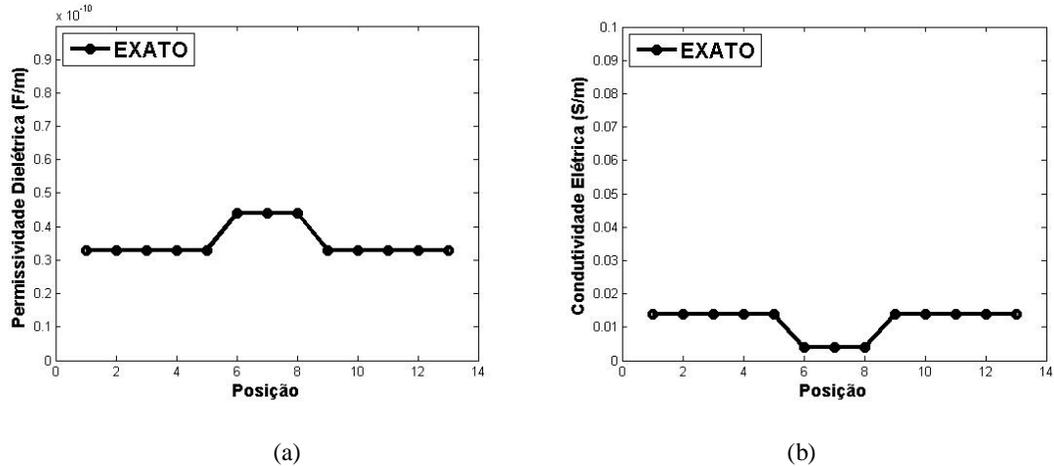
Para o primeiro perfil foram realizadas várias simulações com a metodologia de inversão, usando 13 posições geológicas. A Tabela 4.1 expressa os principais parâmetros utilizados nas simulações (permissividade elétrica, condutividade elétrica, condutividade magnética e permeabilidade magnética). As frequências usadas para simular antenas de GPR foram: 150 MHz, 200 MHz, 240 MHz e 300 MHz. Os incrementos espacial e temporal usados foram:  $4 \times 10^{-2}$  m e  $1,33 \times 10^{-10}$  s, respectivamente e 200 iterações no tempo foram utilizadas.

**Tabela 4.1** – Parâmetros dos meios usados na simulação

| Meio    | $\epsilon_m$ (F/m)     | $\sigma$ (mS/m) | $\rho$ ( $\Omega$ .m) | $\mu_m$ (H/m)           |
|---------|------------------------|-----------------|-----------------------|-------------------------|
| Ar      | $8,85 \times 10^{-12}$ | 0,0             | 0                     | $4\pi \times 10^{-7}$   |
| Arenito | $3,30 \times 10^{-11}$ | 14,0            | 0                     | $1,9468 \times 10^{-6}$ |
| Basalto | $4,40 \times 10^{-11}$ | 4,0             | 0                     | $2,1788 \times 10^{-6}$ |

O domínio espacial para a simulação das ondas eletromagnéticas do modelo FDTD foi discretizado em 16 posições ( $64 \times 10^{-2}$  m), sendo que as primeiras três posições foram consideradas para a camada de ar, cuja permissividade elétrica é conhecida. A camada de arenito usa as cinco posições seguintes, a camada de basalto usa as próximas três posições e finalmente, as últimas cinco posições são usadas por outra camada de arenito, conforme é

mostrado na Figura 4.1. Os parâmetros de inversão ACO e as sementes são apresentados na Tabela 4.2.



**Figura 4.1** – Perfil exato de propriedades elétricas do modelo geológico de campo EM FDTD. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

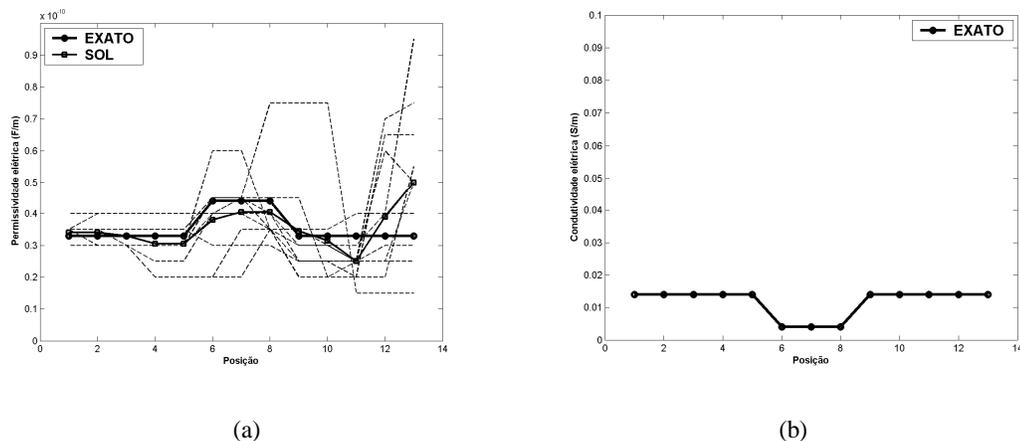
**Tabela 4.2** – Parâmetros de inversão ACO e sementes usadas no **Algoritmo 2**

| Parâmetros ACO | $ns$                                   | $np$ | $na$ | $na_p$ | $mit$ | $\varphi$ | $q_0$ |
|----------------|--|------|------|--------|-------|-----------|-------|
|                | 13                                     | 20   | 20   | 4      | 500   | 0.03      | 0.0   |
| Sementes (10)  | 17, 19, 23, 31, 35, 41, 43, 57, 61, 79 |      |      |        |       |           |       |

Nas próximas três seções são apresentados os resultados das estimativas. No primeiro caso estimaram-se os valores do parâmetro  $\epsilon$ , considerando-se o perfil exato de  $\sigma$  conhecido, sem e com ruído nos dados. Os resultados obtidos para as estimativas de  $\epsilon$  foram usados como estimativa inicial para o método Quasi-Newton. Ainda, usando esse perfil são apresentadas estimativas para os valores dos parâmetros  $\epsilon$  e  $\sigma$ , simultaneamente, sem ruído e sob o efeito de diferentes ruídos nos dados. Portanto, 13 posições geológicas são estimadas para o parâmetro  $\epsilon$  e 13 para o parâmetro  $\sigma$  durante a inversão ACO, dando origem a 26 valores desconhecidos. As respostas obtidas pela metodologia ACO foram usadas como estimativa inicial para o método determinístico, buscando aprimorar as estimativas dos dois parâmetros. A seguir, a solução para o parâmetro melhor estimado, no caso os valores de  $\epsilon$ , foi fixada no método ACO e fez-se uma nova simulação estimando somente os valores de  $\sigma$ .

4.1 ESTIMATIVA DE  $\epsilon$ , USANDO A METODOLOGIA ACO, SEM RUÍDO NOS DADOS

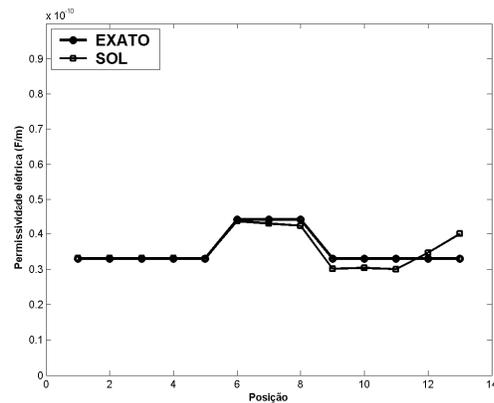
Inicialmente, para esse perfil foram realizadas simulações, com a metodologia ACO, usando 13 posições geológicas para estimar somente os valores do parâmetro  $\epsilon$ , considerando-se fixos e exatos os valores do parâmetro  $\sigma$ . Cada iteração (geração) é formada pelo conjunto de 20 formigas (soluções candidatas). Do grupo de 4 soluções geradas, escolhe-se a que melhor atende o critério de regularização de mínima entropia de 1ª ordem. Desta forma, apenas 5 soluções são avaliadas na função objetivo. Cabe ressaltar que o critério de mínima entropia foi usado devido ao perfil de permissividade elétrica esperada (Fig. 4.1(a)): um perfil com descontinuidade abrupta na 6ª e na 9ª posição. Nas Tabelas 4.1 e 4.2 apresentam-se os principais parâmetros dos meios utilizados nas simulações e os parâmetros de inversão ACO e as sementes usadas, respectivamente. A Figura 4.2 exhibe o resultado das estimativas dos valores do parâmetro  $\epsilon$  durante a primeira rodada da inversão ACO, sem a inserção de ruído.



**Figura 4.2** – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD, para  $nsi = 1$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica, com valores de  $\sigma$  fixos e exatos.

Observando a Figura 4.2(a) nota-se que os valores médios obtidos para as estimativas de  $\epsilon$ , estão bem próximos dos valores exatos. Deste modo, escolheu-se essa solução como estimativa inicial para o método determinístico Quasi-Newton. Com essa estratégia objetiva-se melhorar as respostas das estimativas.

Na Figura 4.3 apresenta-se a solução do problema com a utilização da metodologia híbrida.



**Figura 4.3** – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com  $nsi = 1$  e 500 iterações.

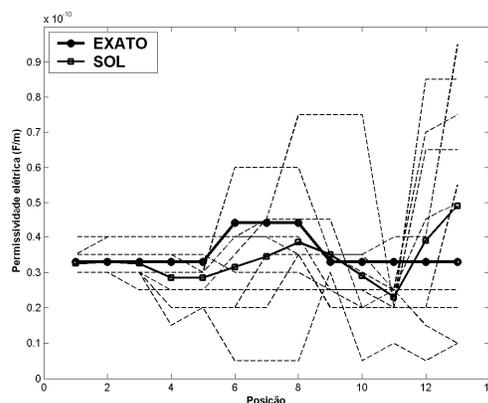
Constata-se, através da Figura 4.3, que houve boa recuperação para o perfil de permissividade elétrica, uma vez que a solução está bem próxima da exata.

A fim de verificar se o perfil de permissividade elétrica continua sendo bem recuperado, na próxima etapa das simulações, foram acrescentados os ruídos gaussianos de 1% e 5% nos dados do problema.

## 4.2 ESTIMATIVA DOS VALORES DO PARÂMETRO $\epsilon$ , COM DIFERENTES RUÍDOS

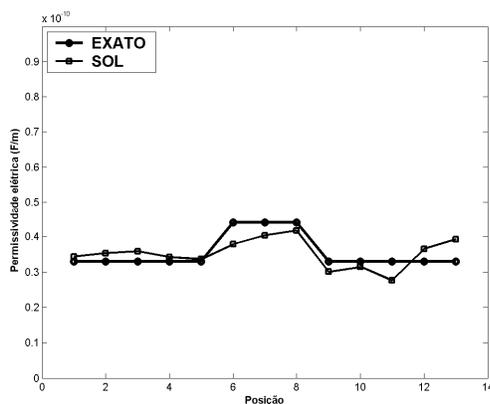
### 4.2.1 Ruído de 1% nos dados

A Figura 4.4 exhibe os resultados dos valores da permissividade elétrica ( $\epsilon$ ) gerados através da metodologia inversa ACO, com a inclusão do ruído de 1% nos dados. Vale ressaltar que os parâmetros de inversão ACO foram mantidos iguais aos dados sem ruído, bem como as sementes usadas nas simulações e os valores do parâmetro  $\sigma$  foram mantidos fixos e exatos.



**Figura 4.4** – Estimativas dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para  $nsi = 1$ .

Objetivando aprimorar o resultado das estimativas apresentado na Figura 4.4, utilizou-se essa resposta como estimativa inicial para o método determinístico Quasi-Newton. O resultado dessa simulação é apresentado na Figura 4.5.



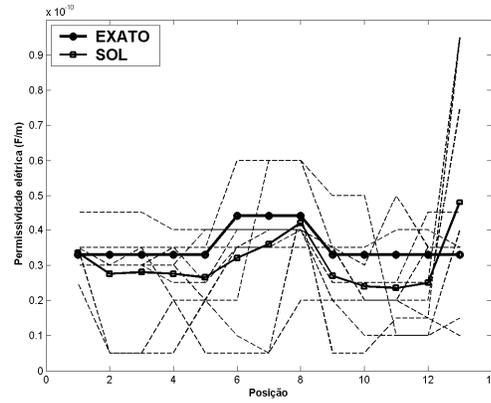
**Figura 4.5** – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com  $nsi = 1$ , 500 iterações e ruído de 1% nos dados.

Analisando a Figura 4.5, percebe-se que houve melhoria na reconstrução do perfil de permissividade elétrica, mesmo com a inserção do ruído. Isso evidencia a robustez da metodologia híbrida.

#### 4.2.2 Ruído de 5% nos dados

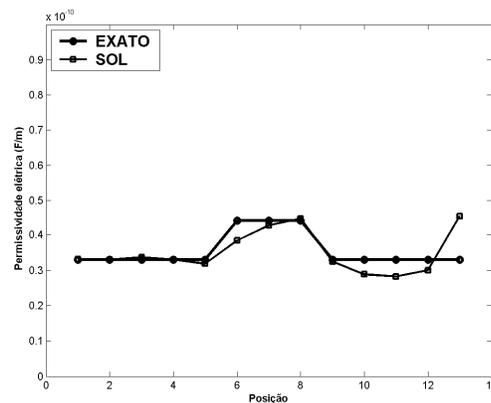
Na Figura 4.6 está apresentada a tentativa de recuperação das propriedades de permissividade elétrica gerada através da metodologia inversa ACO, com 5% de ruído

gaussiano nos dados sintéticos. Do mesmo modo, os parâmetros de inversão ACO foram mantidos iguais aos dados sem ruído, assim como as sementes usadas nas simulações.



**Figura 4.6** – Estimativas dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para  $nsi = 1$ .

Percebe-se através da Figura 4.6, que os resultados das estimativas para o perfil de permissividade elétrica precisam ser melhorados. Nesse caso, foi aplicada a mesma estratégia usada para o ruído de 1%. O resultado dessa simulação é mostrado na Figura 4.7.



**Figura 4.7** – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com  $nsi = 1$  e 500 iterações, com ruído de 5% nos dados.

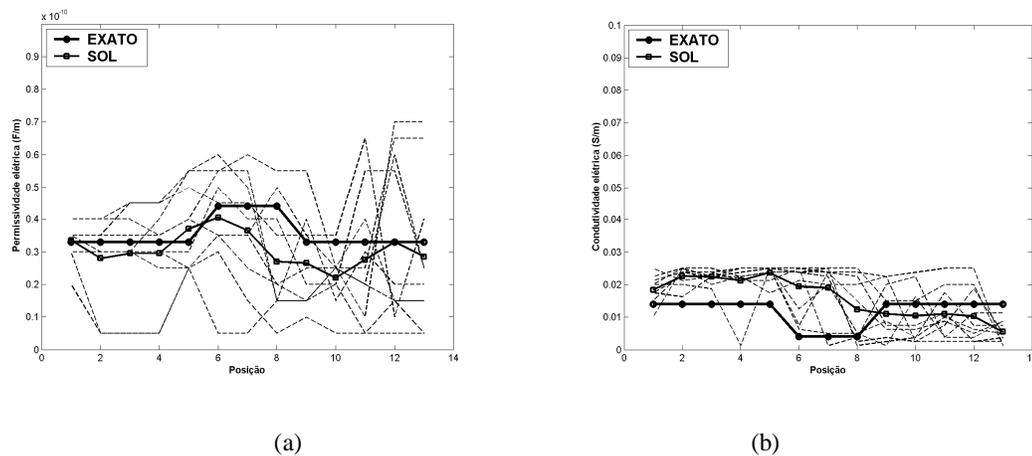
Novamente, a solução apresentada na Figura 4.7 demonstra que a metodologia híbrida é capaz de gerar boas estimativas para o perfil de  $\epsilon$ , mesmo quando os dados estão contaminados com ruído de 5%.

Buscando verificar a eficácia do método ACO, simulou-se um caso mais complexo se comparado com o anterior. Agora, procuram-se estimar os valores dos dois parâmetros  $\epsilon$  e

$\sigma$ , simultaneamente, sem e com ruídos nos dados. Nas próximas seções são apresentadas as simulações para esses casos.

### 4.3 ESTIMATIVA DE $\varepsilon$ E $\sigma$ , SEM RUÍDO

As Figuras 4.8(a) e 4.8(b) mostram os resultados dos valores da permissividade elétrica ( $\varepsilon$ ) e da condutividade elétrica ( $\sigma$ ) recuperados pelo uso de 10 diferentes sementes no método estocástico ACO.

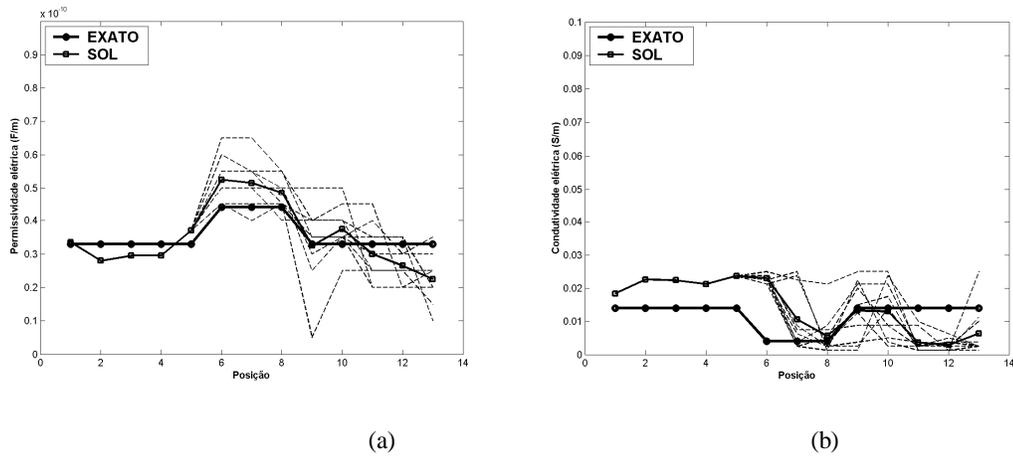


**Figura 4.8** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, para  $nsi = 1$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

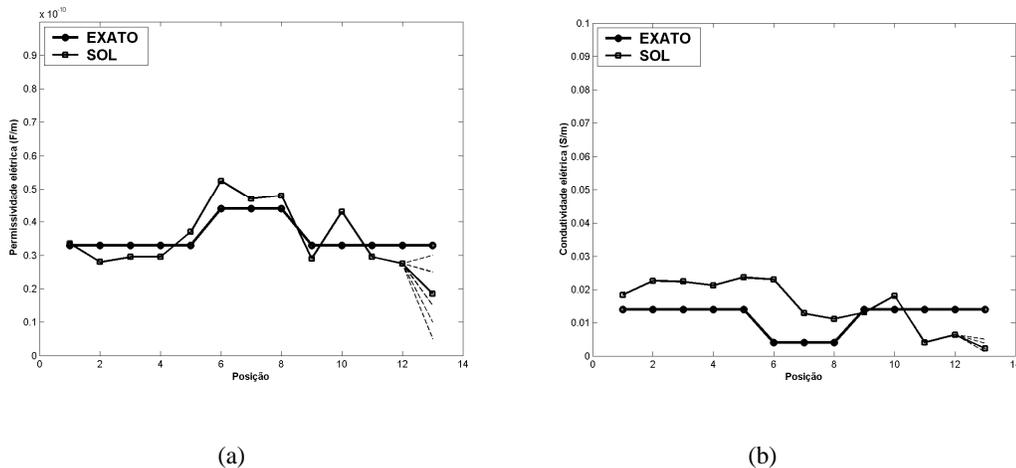
No código fonte, essa ideia foi implementada usando as variáveis  $na$  e  $na_p$ . Nesse estudo de caso,  $na = 20$  formigas e  $na_p = 4$  formigas selecionadas pelo critério de suavidade. Na Figura 4.8 percebe-se que para os cinco primeiros valores obtidos para a permissividade elétrica e a condutividade elétrica existe uma tendência em torno de um determinado valor (os valores reais dos parâmetros). Esses valores médios tendem aos valores reais de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  do arenito, embora para as próximas oito posições do modelo geológico nenhuma tendência possa ser observada.

A média das 10 sementes foi fixada para os valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , nas cinco primeiras posições em que se apresentou uma tendência. Com essas posições fixadas, procuraram-se os valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  nas oito posições restantes, utilizando o método ACO. Do resultado obtido, fixaram-se os valores médios de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  na sexta posição e o método estocástico foi usado para obter os valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  nas posições subsequentes. A metodologia foi usada até a 13ª

posição. Os resultados para as estimativas dos valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$  para as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$  são mostrados nas Figuras 4.9 e 4.10, respectivamente. Cabe ressaltar que, os parâmetros de inversão ACO e as sementes usadas no algoritmo mantiveram-se os mesmos, a menos do número de iterações que foi modificado para 400.



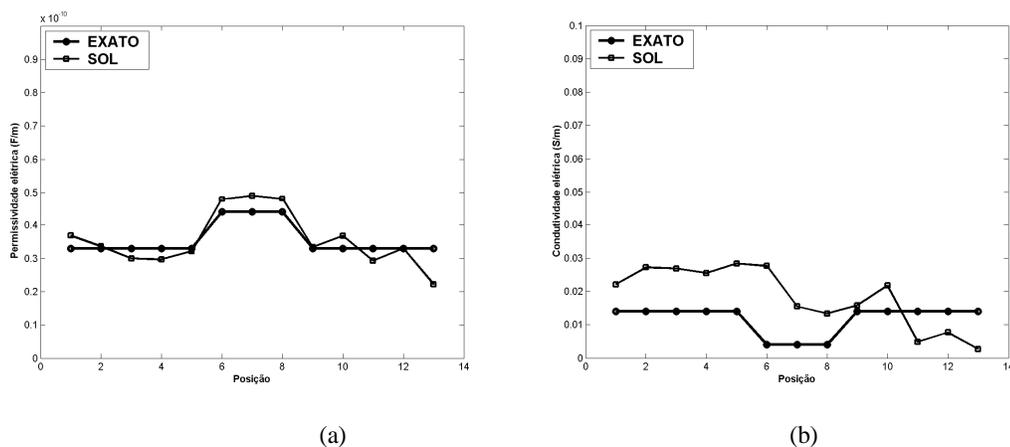
**Figura 4.9** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , considerando 400 iterações e aplicando o critério de regularização de mínima entropia, para  $nsi = 6$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.



**Figura 4.10** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , considerando 400 iterações e aplicando o critério de regularização de mínima entropia, para  $nsi = 13$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

Buscando melhorar as estimativas para os valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , utilizou-se de uma metodologia híbrida que consiste em usar a solução resultante do método ACO (solução das

estimativas dos valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , para  $nsi = 13$ ), como estimativa inicial para o método determinístico Quasi-Newton. O resultado dessa metodologia é mostrado na Figura 4.11.



**Figura 4.11** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

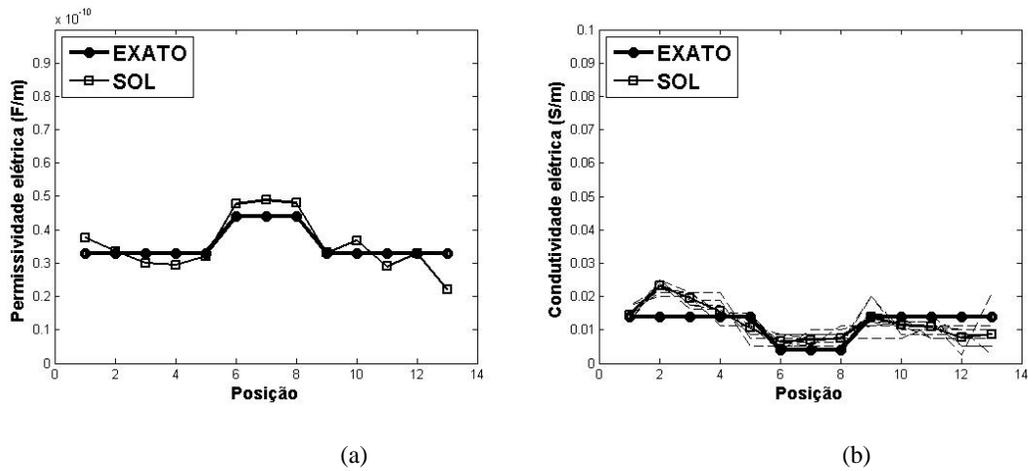
Observando a Figura 4.11(a), nota-se que os valores de  $\varepsilon$  aproximam-se bem mais da solução exata, isso reflete a robustez do método ACO aliado à rapidez do método Quasi-Newton, que apresenta um menor custo computacional se comparado com o método estocástico. Embora se perceba que para os valores de  $\sigma$ , Figura 4.11(b), o resultado é semelhante ao método ACO.

Visando melhorar os resultados das estimativas dos valores de  $\sigma$ , Figura 4.11(b), uma nova estratégia foi utilizada. Essa estratégia consiste em utilizar novamente a metodologia ACO, mas agora estimando somente os valores do parâmetro  $\sigma$ , ressaltando que as respostas do parâmetro  $\varepsilon$ , obtidas pela metodologia híbrida foram fixadas.

#### 4.4 ESTIMATIVA DO PARÂMETRO $\sigma$ , SEM RUÍDO, USANDO A RESPOSTA FIXA DO PARÂMETRO $\varepsilon$

Nesse problema consideraram-se as estimativas dos valores de  $\varepsilon$  conhecidos, os quais foram obtidos pela metodologia da seção 4.3 e novamente aplicou-se a metodologia ACO, para estimar somente os valores de  $\sigma$  desconhecidos.

A Figura 4.12 representa o resultado do problema.

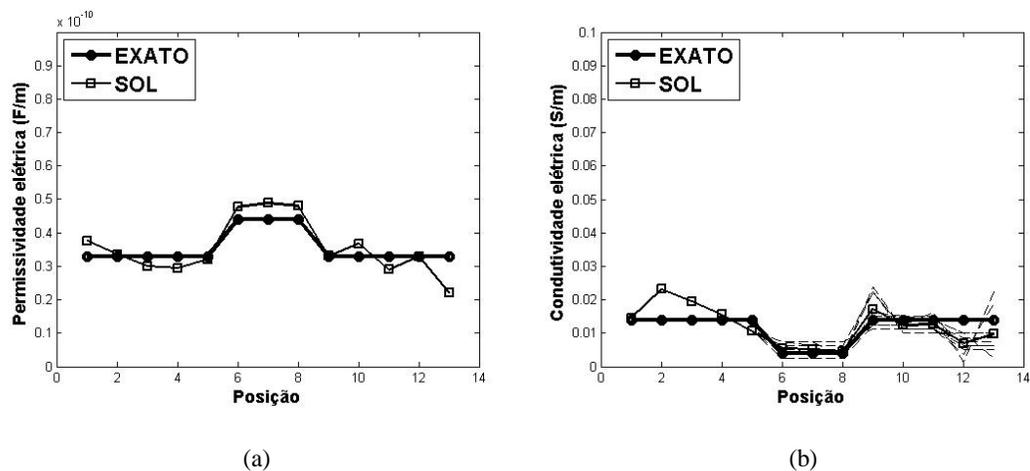


**Figura 4.12** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\epsilon$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton) (a), para  $nsi = 1$ .

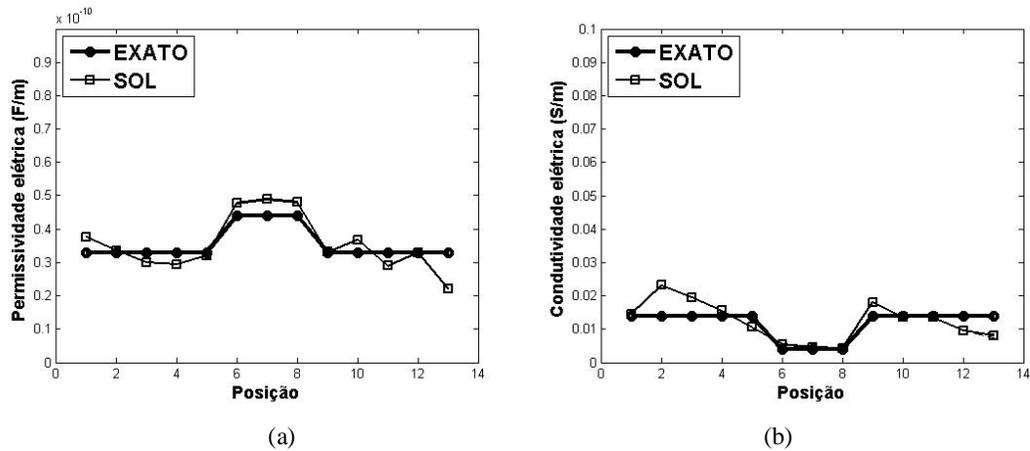
Conforme se observa a Figura 4.12(b), percebe-se que para os seis primeiros valores de condutividade elétrica ( $\sigma$ ) existe uma tendência em torno do valor real do parâmetro.

A média das 10 sementes foi fixada para os valores de  $\sigma$ , nas seis primeiras posições em que se mostrou essa tendência. Usando novamente a metodologia ACO, procuraram-se os valores de  $\sigma$  nas sete posições restantes. A metodologia foi usada até a 13ª posição. Destaca-se que, os parâmetros de inversão ACO, as sementes usadas no algoritmo e o número de iterações foram os da Tabela 4.2.

Os resultados para as estimativas dos valores de  $\sigma$  para as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$  são mostrados nas Figuras 4.13 e 4.14, respectivamente.



**Figura 4.13** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\epsilon$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 6$ .



**Figura 4.14** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 13$ .

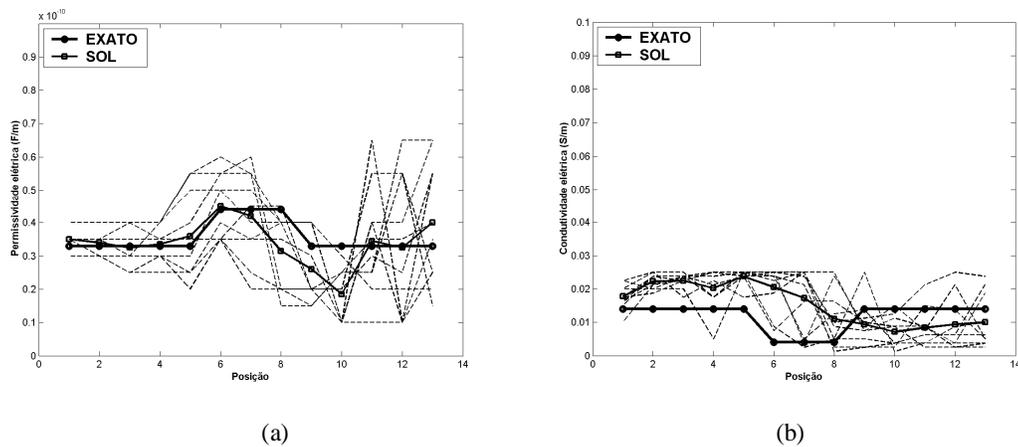
Conforme se observa na Figura 4.14(b), as estimativas para os valores de condutividade elétrica aproximam-se do perfil exato, evidenciando a eficácia da metodologia empregada nas simulações.

Nas próximas simulações foram acrescentados ruídos gaussianos de 1% e 5%, nos dados obtidos pelo método direto, a fim de verificar a eficácia das metodologias utilizadas.

## 4.5 ESTIMATIVA DE $\varepsilon$ E $\sigma$ COM DIFERENTES RUÍDOS

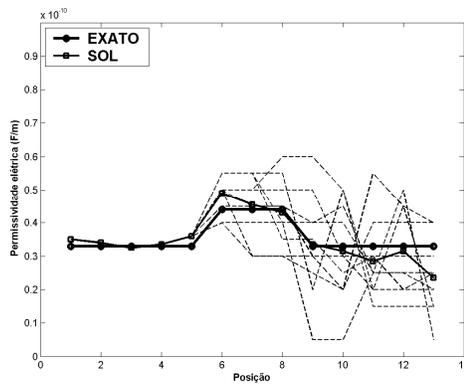
### 4.5.1 Ruído de 1% nos dados

A Figura 4.15 mostra os resultados dos valores da permissividade elétrica ( $\varepsilon$ ) e condutividade elétrica ( $\sigma$ ) recuperados pelo uso de 10 diferentes sementes no método estocástico ACO, quando os dados são contaminados por ruído de 1%.

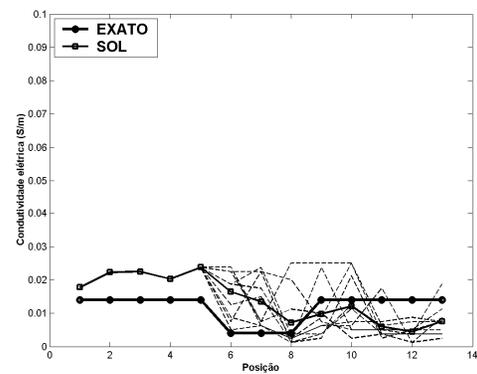


**Figura 4.15** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para  $nsi = 1$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

Cabe ressaltar que, a metodologia aplicada aos dados sem a inserção de ruído foi a mesma utilizada para os dados contaminados com ruído em nível de 1%. Nas figuras 4.16 e 4.17 são apresentados os resultados para as estimativas dos valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$  levando-se em consideração as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$ , respectivamente. Os parâmetros de inversão ACO e as sementes usadas no algoritmo foram mantidos iguais aos dados sem ruído e novamente foram realizadas 400 iterações.

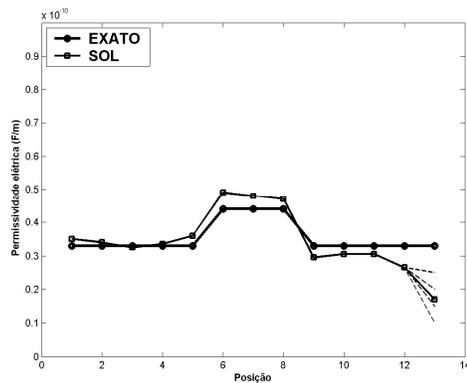


(a)

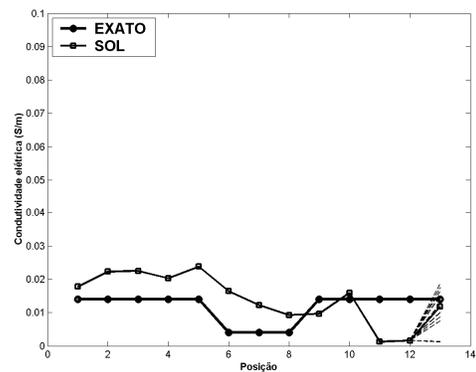


(b)

**Figura 4.16** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 400 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para  $nsi = 6$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.



(a)

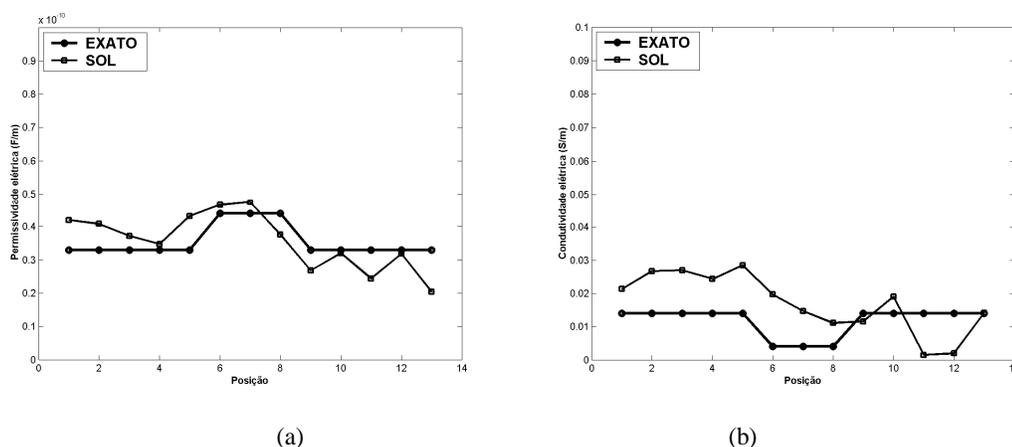


(b)

**Figura 4.17** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 400 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para  $nsi = 13$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

Observando a Figura 4.17(a), mesmo com os dados acrescidos com ruído de 1%, uma boa estimativa é obtida para o perfil de permissividade elétrica, apesar de que os resultados para a estimativa do perfil de condutividade elétrica, Figura 4.17(b), não se mostraram adequados quando comparados ao perfil exato.

Novamente foi utilizada a metodologia híbrida, para melhorar as estimativas dos valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$ . A solução das estimativas dos valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$ , para  $n_{si} = 13$ , obtida com o método ACO serviu como estimativa inicial para o método determinístico Quasi-Newton. O resultado é mostrado na Figura 4.18.



**Figura 4.18** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

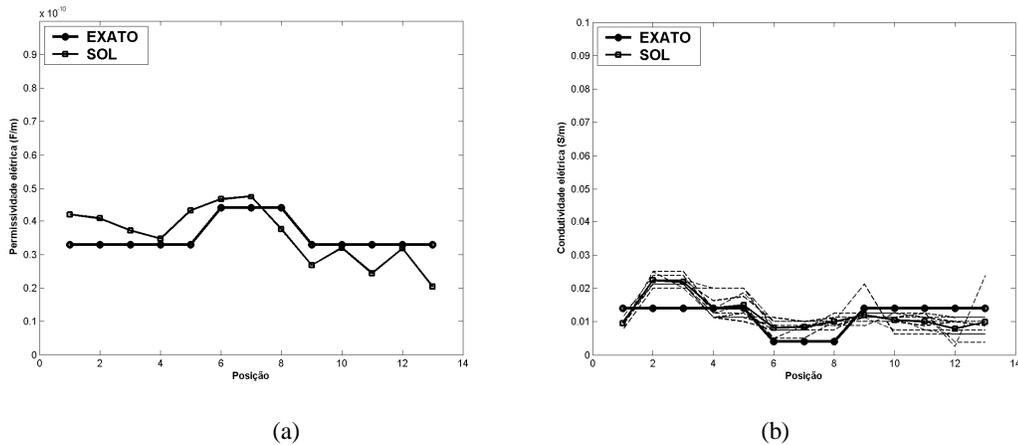
Embora tenha sido embutido o ruído de 1% nos dados, percebe-se que os valores de  $\epsilon$  aproximam-se de forma razoável à solução exata. Enquanto que para o perfil de condutividade elétrica o método determinístico não tenha se mostrado satisfatório.

Com o intuito de aprimorar os resultados das estimativas do perfil de condutividade elétrica usou-se novamente o método ACO, ressaltando que as respostas das estimativas de  $\epsilon$  foram mantidas fixas. As simulações com essa metodologia são mostradas a seguir.

#### 4.5.1.1 Estimativa do parâmetro $\sigma$ , com ruído de 1%, usando a resposta fixa do parâmetro $\epsilon$

Nessa simulação consideraram-se os valores de  $\epsilon$  conhecidos, os quais foram obtidos pela metodologia da seção 4.5.1, e novamente aplicou-se a metodologia ACO, para estimar somente os valores de  $\sigma$  desconhecidos.

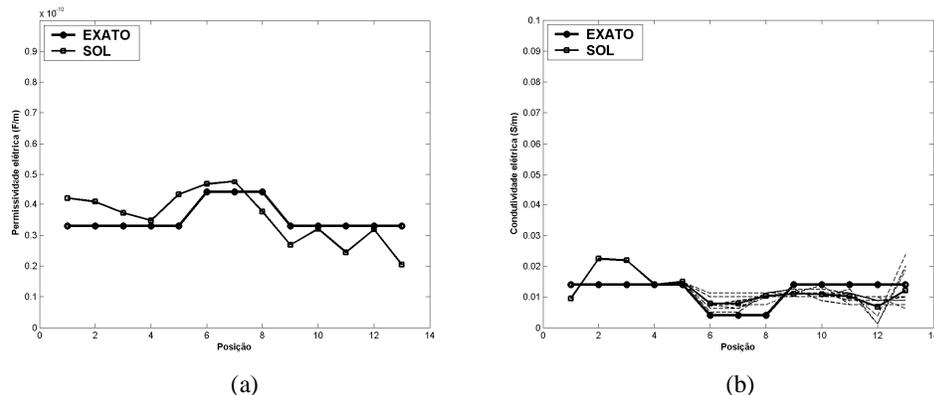
A Figura 4.19 exhibe o resultado para essa simulação.



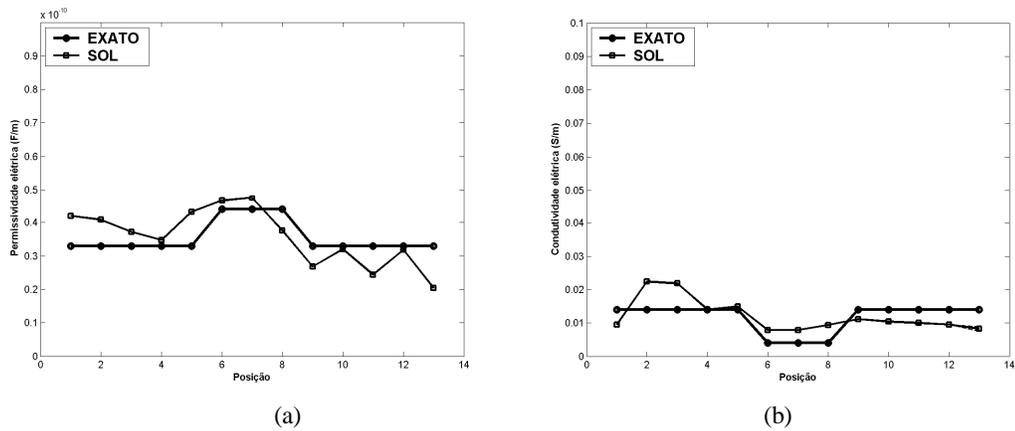
**Figura 4.19** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\epsilon$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton) (a), para  $nsi = 1$ , com ruído de 1%.

De acordo com a Figura 4.19(b), observa-se que existe uma tendência em torno do valor real do parâmetro, para os seis primeiros valores de condutividade elétrica ( $\sigma$ ). Portanto, nessas posições, a média das 10 sementes foi fixada para os valores de  $\sigma$ . Outra vez a metodologia ACO foi aplicada, para obter os valores de  $\sigma$  nas sete posições restantes. Tal estratégia foi usada até a 13ª posição. Os parâmetros de inversão ACO, as sementes usadas no algoritmo e o número de iterações mantiveram-se iguais aos do perfil sem ruído.

Os resultados para as estimativas dos valores de  $\sigma$  para as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$  são mostrados nas Figuras 4.20 e 4.21, respectivamente.



**Figura 4.20** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\epsilon$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 6$ , com ruído de 1%.



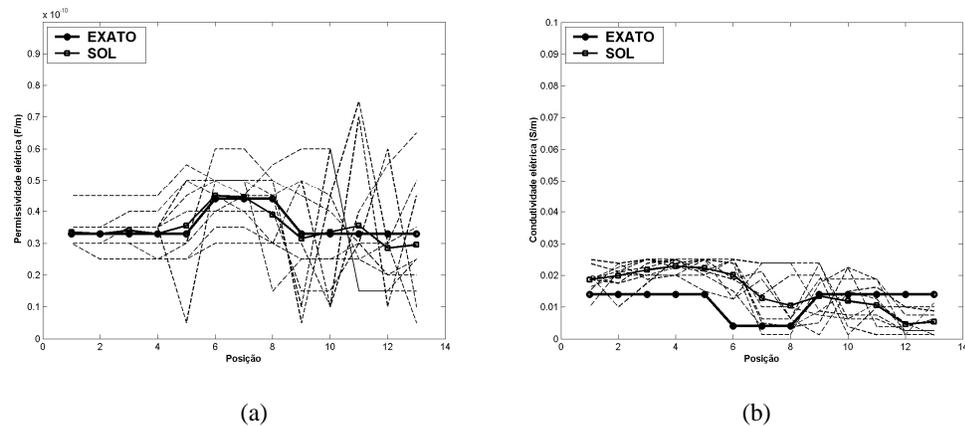
**Figura 4.21** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\epsilon$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 13$ , com ruído de 1%.

Comparando a Figura 4.18, que expressa o resultado obtido para a recuperação dos valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$ , de forma simultânea, através da metodologia híbrida, com os resultados da estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$ , Figura 4.21(b), percebe-se uma acentuada melhoria na reconstrução do perfil de condutividade elétrica. Isso evidencia a eficácia do método ACO.

Na próxima seção apresentam-se os resultados para o nível de ruído de 5%.

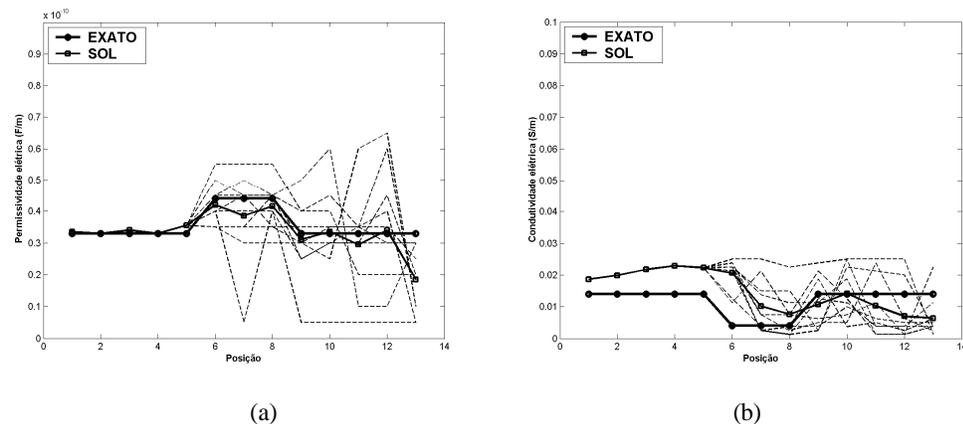
#### 4.5.2 Ruído de 5% nos dados

A Figura 4.22 mostra os resultados dos valores da permissividade elétrica ( $\epsilon$ ) e condutividade elétrica ( $\sigma$ ) gerados através da metodologia inversa ACO, com a inclusão do ruído de 5% nos dados.

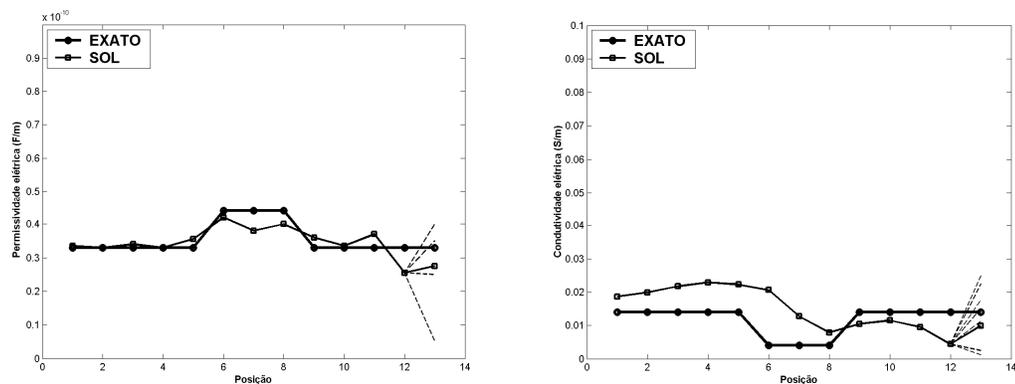


**Figura 4.22** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para  $nsi = 1$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

De forma análoga ao caso do ruído de 1% foram feitas as simulações para esse outro ruído. Nas Figuras 4.23 e 4.24 são apresentados os resultados para as estimativas dos valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$ , para as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$ , respectivamente. Os parâmetros de inversão ACO, as sementes usadas no algoritmo e o número de iterações foram mantidos iguais aos dados sem ruído.

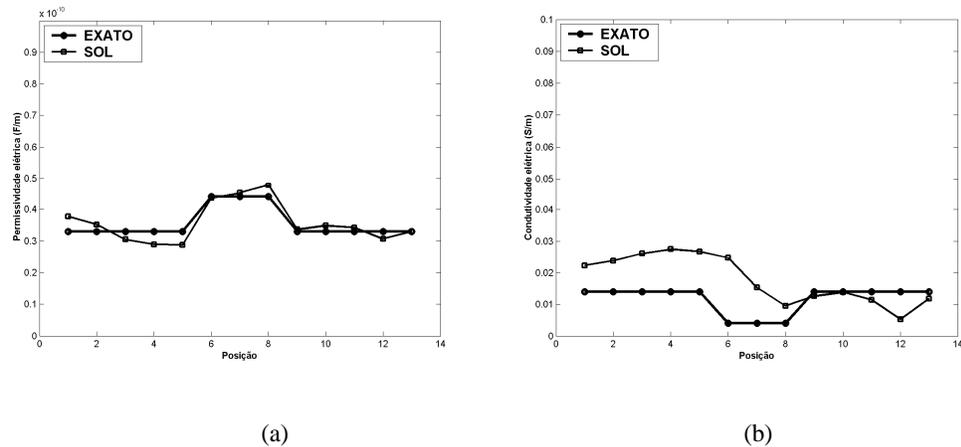


**Figura 4.23** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 400 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para  $nsi = 6$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.



**Figura 4.24** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 400 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para  $nsi = 13$ . (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

Além disso, se fez uso da metodologia híbrida para melhorar as estimativas dos valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$ . A resposta das estimativas dos valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$ , para  $nsi = 13$ , obtida com o método ACO foi utilizada como estimativa inicial para o método determinístico Quasi-Newton. O resultado é mostrado na Figura 4.25.



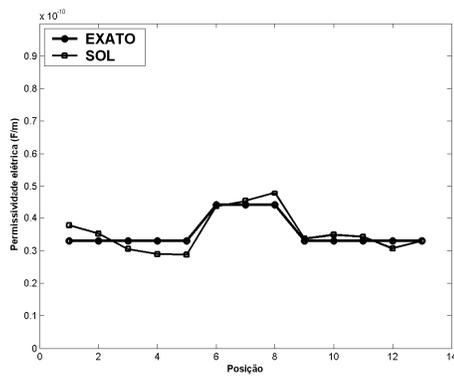
**Figura 4.25** – Estimativas dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

Apesar de ter sido acrescentado o ruído de 5% nos dados, nota-se que os valores de  $\epsilon$  estão mais próximos da solução exata, embora se perceba que o resultado da reconstrução para o perfil de condutividade elétrica não seja aceitável.

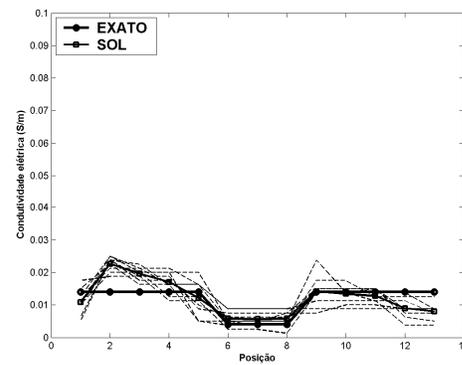
Procurando resolver esse problema foi utilizada novamente a metodologia ACO, mas agora os valores do parâmetro melhor estimado com o método determinístico, no caso, os valores de  $\epsilon$ , foram fixados nas simulações. Os resultados são mostrados na próxima subseção.

#### 4.5.2.1 Estimativa do parâmetro $\sigma$ , com ruído de 5%, usando a resposta fixa do parâmetro $\epsilon$

Para as simulações com nível de ruído de 5% foi empregada a mesma metodologia do ruído anterior. Os resultados obtidos para a recuperação dos valores de  $\sigma$ , através da metodologia ACO com esse nível de ruído encontram-se nas Figuras 4.26 a 4.28.

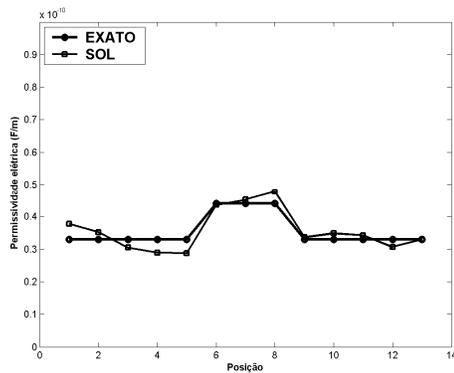


(a)

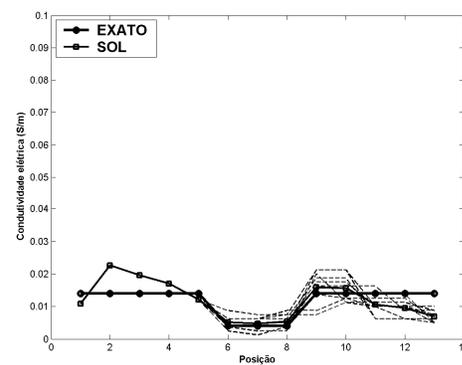


(b)

**Figura 4.26** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\epsilon$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $n_{si} = 1$ , com ruído de 5%.

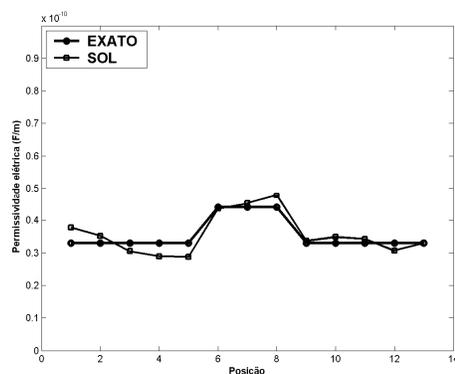


(a)

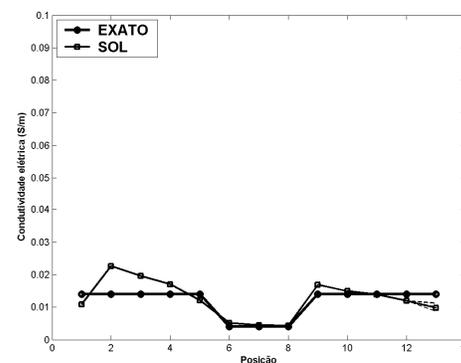


(b)

**Figura 4.27** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\epsilon$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $n_{si} = 6$ , com ruído de 5%.



(a)



(b)

**Figura 4.28** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\epsilon$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $n_{si} = 13$ , com ruído de 5%.

De acordo com as Figuras 4.26(b) a 4.28(b) nota-se que as estimativas dos valores do parâmetro  $\sigma$ , mesmo com a inserção de ruído de 5% nos dados, foram obtidas de maneira adequada. A metodologia ACO torna-se eficaz mesmo quando são inseridos os ruídos.

Na próxima simulação serão apresentadas as estimativas dos valores do parâmetro ( $\epsilon$ ), sem e com ruído, supondo  $\sigma$  exato para um novo perfil não simétrico.

#### 4.6 ESTIMATIVA DOS VALORES DO PARÂMETRO $\epsilon$ , DE UM MODELO NÃO SIMÉTRICO, SEM RUÍDO

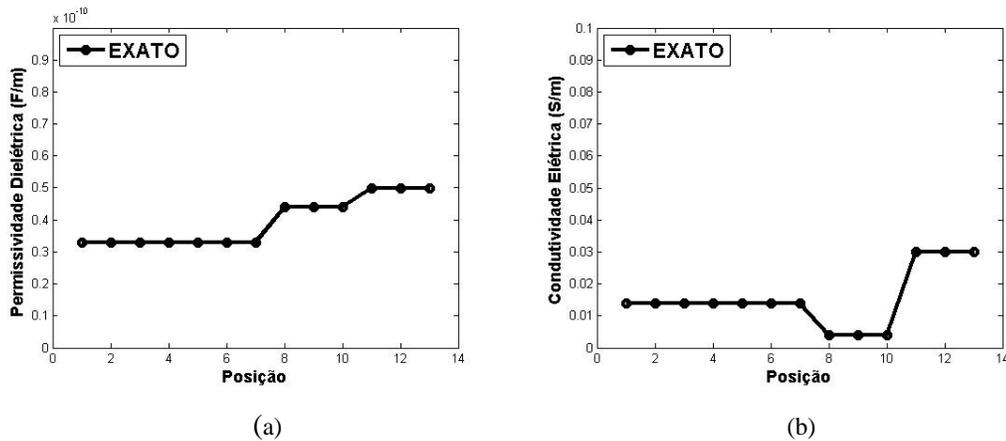
Para o perfil não simétrico foram realizadas simulações, com a metodologia ACO, semelhantes ao caso anterior usando 13 posições geológicas para estimar os valores do parâmetro  $\epsilon$ . A Tabela 4.3 expressa os principais parâmetros dos meios utilizados nas simulações (permissividade elétrica, condutividade elétrica, condutividade magnética e permeabilidade magnética). As frequências usadas para simular antenas de GPR foram: 150 MHz, 200 MHz, 240 MHz e 300 MHz. Os incrementos espacial e temporal usados foram:  $4 \times 10^{-2}$  m e  $1,33 \times 10^{-10}$  s, respectivamente e 200 iterações no tempo foram utilizadas.

**Tabela 4.3** – Parâmetros dos meios usados na simulação

| Meio     | $\epsilon_m$ (F/m)     | $\sigma$ (mS/m) | $\rho$ ( $\Omega$ .m) | $\mu_m$ (H/m)           |
|----------|------------------------|-----------------|-----------------------|-------------------------|
| Ar       | $8,85 \times 10^{-12}$ | 0,0             | 0                     | $4\pi \times 10^{-7}$   |
| Arenito  | $3,30 \times 10^{-11}$ | 14,0            | 0                     | $1,9468 \times 10^{-6}$ |
| Basalto  | $4,40 \times 10^{-11}$ | 4,0             | 0                     | $2,1788 \times 10^{-6}$ |
| Folhelho | $5,00 \times 10^{-11}$ | 30,0            | 0                     | $4\pi \times 10^{-7}$   |

O domínio espacial para a simulação das ondas eletromagnéticas do modelo FDTD foi discretizado em 16 posições ( $64 \times 10^{-2}$  m), sendo que as primeiras três posições foram consideradas para a camada de ar, cuja permissividade elétrica e a condutividade elétrica são conhecidas. A camada de arenito usa as sete posições seguintes, a camada de basalto usa as próximas três posições e finalmente, as últimas três posições são usadas pela camada de folhelho, conforme é mostrado na Figura 4.29. Portanto, somente 13 posições geológicas são estimadas para o parâmetro  $\epsilon$  durante a inversão ACO, dando origem a 13 valores desconhecidos. Os parâmetros de inversão ACO e as sementes são apresentados na Tabela 4.4. Fisicamente, sabe-se que quando se aumenta a condutividade do meio necessariamente a permissividade deverá diminuir, isto é, sempre que existir cargas livres há uma eliminação de

polarização. Apesar de se conhecer o aspecto físico, os valores das propriedades para o último meio (folhelho) foram simplesmente usados para testar o modelo.

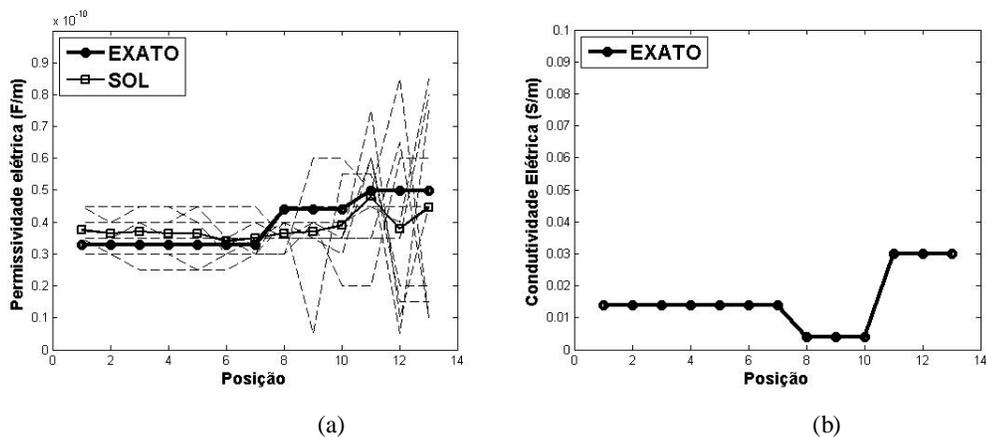


**Figura 4.29** – Perfil exato de propriedades elétricas do modelo geológico de campo EM FDTD. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

**Tabela 4.4** – Parâmetros de inversão ACO e sementes usadas no **Algoritmo 2**

| Parâmetros ACO | $ns$                                   | $np$ | $na$ | $na_p$ | $mit$ | $\varphi$ | $q_0$ |
|----------------|--|------|------|--------|-------|-----------|-------|
|                |  | 13   | 20   | 20     | 4     | 500       | 0.03  |
| Sementes (10)  | 17, 19, 23, 31, 35, 41, 43, 57, 61, 79 |      |      |        |       |           |       |

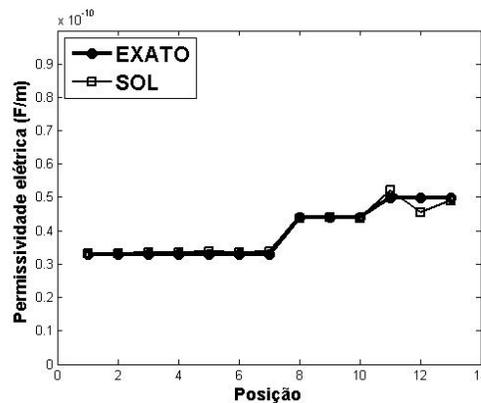
Para esse perfil, não simétrico, o problema consiste em aplicar a metodologia ACO, buscando estimar 13 incógnitas para o parâmetro  $\epsilon$ , sendo que os valores de  $\sigma$  estão fixos para os meios, arenito, basalto e folhelho. A figura 4.30 mostra o resultado da inversão para o problema sem a inserção de ruído nos dados.



**Figura 4.30** – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica, com valores de  $\sigma$  exatos.

Observando a Figura 4.30(a) nota-se que os valores médios obtidos para as estimativas de  $\epsilon$ , estão no intervalo dos valores exatos. Portanto, nesse caso, optou-se por usar essa solução como estimativa inicial para o método determinístico Quasi-Newton. O objetivo de usar essa estratégia consiste em verificar se há melhoria nos resultados das estimativas.

Na Figura 4.31 está representada a solução do problema com a utilização da metodologia híbrida.



**Figura 4.31** – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com  $nsi = 1$  e 500 iterações.

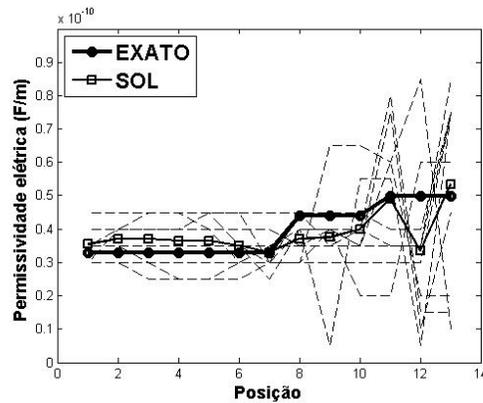
Verifica-se, através da Figura 4.31, que a estimativa para o perfil de permissividade elétrica é bastante satisfatória, visto que a solução está bem próxima da exata.

Na próxima etapa das simulações foram acrescentados os ruídos gaussianos de 1%, 2% e 5% nos dados do problema.

## 4.7 ESTIMATIVA DOS VALORES DO PARÂMETRO $\epsilon$ , DE UM MODELO NÃO SIMÉTRICO, COM DIFERENTES RUÍDOS

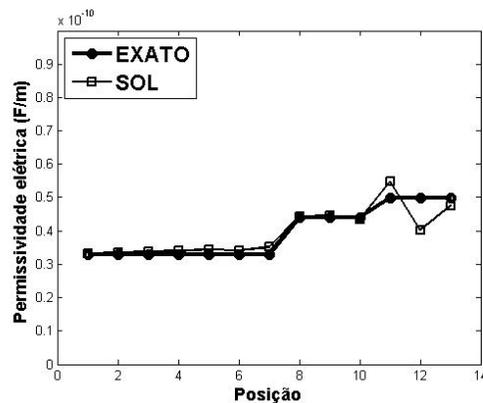
### 4.7.1 Ruído de 1% nos dados

A Figura 4.32 mostra os resultados dos valores da permissividade elétrica ( $\epsilon$ ) gerados através da metodologia inversa ACO, com a inclusão do ruído de 1% nos dados. Cabe destacar que os parâmetros de inversão ACO foram mantidos iguais aos dados sem ruído, bem como as sementes usadas nas simulações.



**Figura 4.32** – Estimativas dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para  $nsi = 1$ .

Objetivando melhorar o resultado das estimativas apresentado na Figura 4.32, usou-se essa resposta como estimativa inicial para o método determinístico Quasi-Newton. O resultado dessa simulação é apresentado na Figura 4.33.

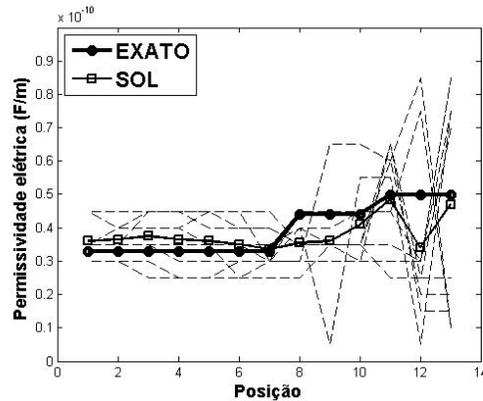


**Figura 4.33** – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com  $nsi = 1$ , 500 iterações e ruído de 1% nos dados.

Analisando a Figura 4.33, nota-se claramente que foi bem reconstruído o perfil de permissividade elétrica, mesmo com a inserção do ruído.

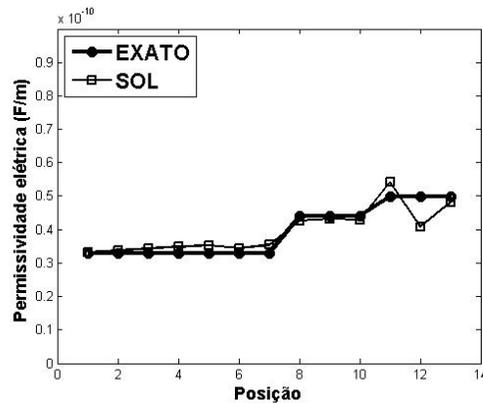
#### 4.7.2 Ruído de 2% nos dados

Na Figura 4.34 está representado o resultado dos valores da permissividade elétrica ( $\epsilon$ ) gerados através da metodologia inversa ACO, com a inserção do ruído de 2% nos dados. Novamente os parâmetros de inversão ACO foram mantidos iguais aos dados sem ruído, bem como as sementes usadas nas simulações.



**Figura 4.34** – Estimativas dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 2% nos dados, para  $nsi = 1$ .

Observando a Figura 4.34, percebe-se que os resultados das estimativas para o perfil de permissividade elétrica deverão ser melhorados. Para isso, usou-se novamente o resultado obtido pelo método ACO como estimativa inicial para o método determinístico. O resultado dessa simulação é mostrado na Figura 4.35.

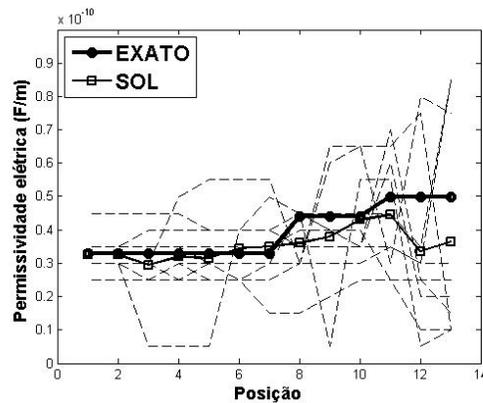


**Figura 4.35** – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com  $nsi = 1$ , 500 iterações e ruído de 2% nos dados.

A solução apresentada na Figura 4.35 demonstra que a reconstrução do perfil de  $\epsilon$  ocorreu de forma satisfatória, mesmo com a inserção do ruído.

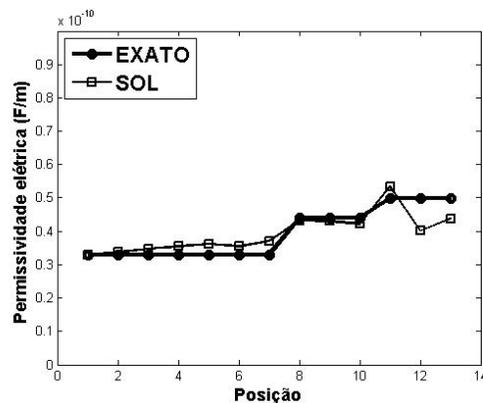
### 4.7.3 Ruído de 5% nos dados

Na Figura 4.36 está apresentada a tentativa de recuperação das propriedades de permissividade elétrica gerada através da metodologia inversa ACO, com 5% de ruído gaussiano nos dados sintéticos. Da mesma forma, os parâmetros de inversão ACO foram mantidos iguais aos dados sem ruído, assim como as sementes usadas nas simulações.



**Figura 4.36** – Estimativas dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para  $nsi = 1$ .

Nota-se na Figura 4.36, que os resultados das estimativas para o perfil de permissividade elétrica precisam ser melhorados. Nesse caso, foi aplicada a mesma estratégia usada para os outros dois ruídos. O resultado dessa simulação é mostrado na Figura 4.37.



**Figura 4.37** – Estimativa para o perfil de permissividade elétrica do modelo geológico de campo EM FDTD usando a solução do método ACO como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, com  $nsi = 1$  e 500 iterações, com ruído de 5% nos dados.

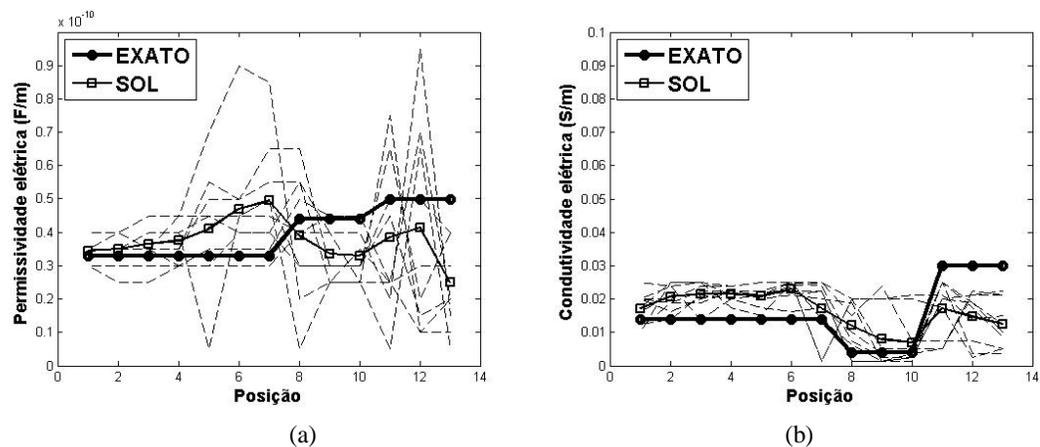
Novamente, a solução apresentada na Figura 4.37 demonstra que a metodologia híbrida é capaz de gerar boas estimativas para o perfil de  $\epsilon$ , mesmo quando os dados estão contaminados com ruído.

#### 4.8 ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS, $\epsilon$ E $\sigma$ , PARA O PERFIL NÃO SIMÉTRICO, SEM RUÍDO

Nesse problema objetivam-se recuperar os valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , de forma simultânea, usando as mesmas 10 sementes da Tabela 4.4, através da metodologia ACO. Comparando com o problema anterior, da seção 4.7, a dificuldade nessa inversão deve-se ao número de variáveis estimadas. Agora, tem-se que determinar o valor de 26 incógnitas. Para isso, foram usados os meios: arenito, basalto e folhelho, cujas propriedades exatas estão descritas na Tabela 4.3. As frequências usadas para simular antenas de GPR foram: 150 MHz, 200 MHz, 240 MHz e 300 MHz. Os incrementos espacial e temporal usados foram:  $4 \times 10^{-2}$  m e  $1,33 \times 10^{-10}$  s, respectivamente e 200 iterações no tempo foram utilizadas. Há ausência de ruídos nos dados.

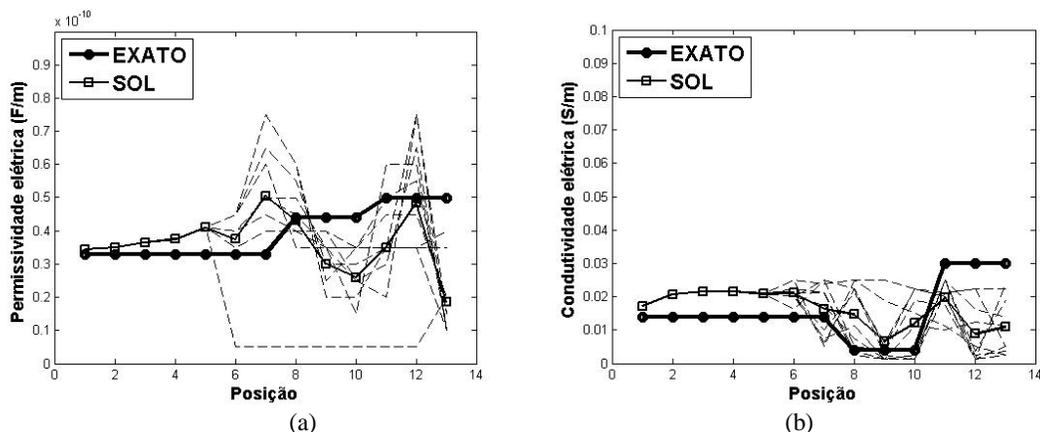
A metodologia de inversão foi realizada de forma análoga ao problema da seção 4.3. Cabe ressaltar que, os parâmetros de inversão ACO, as sementes usadas no algoritmo e o número de iterações ( $mit = 500$ ) mantiveram-se os mesmos da seção 4.6.

Os resultados obtidos para as simulações nas posições um, seis e treze do domínio computacional encontram-se nas Figuras, 4.38, 4.39 e 4.40, respectivamente.



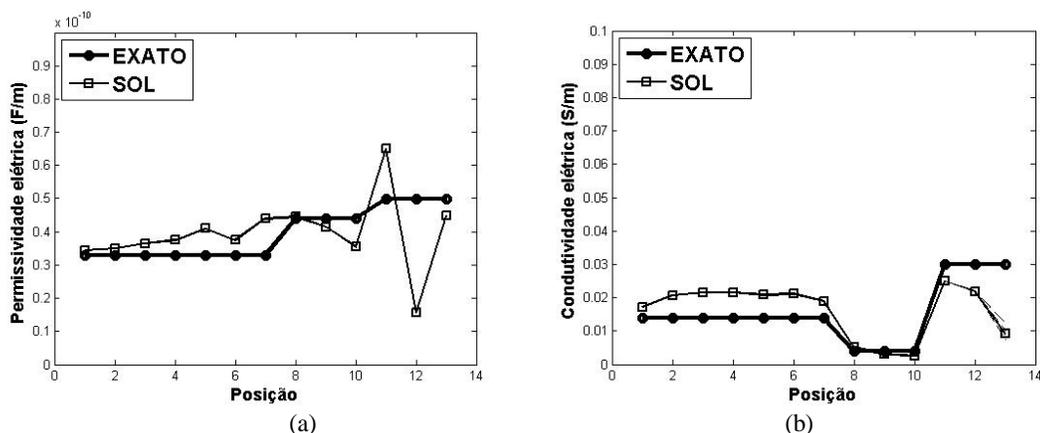
**Figura 4.38** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, sem ruído nos dados, para  $nsi = 1$ .

Observando a Figura 4.38, nota-se que para os seis primeiros valores obtidos para os parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , há uma tendência em torno do valor real dos parâmetros. Na Figura 4.39, apresentam-se os resultados das simulações, para  $nsi = 6$ .



**Figura 4.39** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, sem ruído nos dados, para  $nsi = 6$ .

A Figura 4.40 exibe a recuperação dos perfis de permissividade elétrica e condutividade elétrica, obtidos pela metodologia ACO, para a posição  $nsi = 13$ .



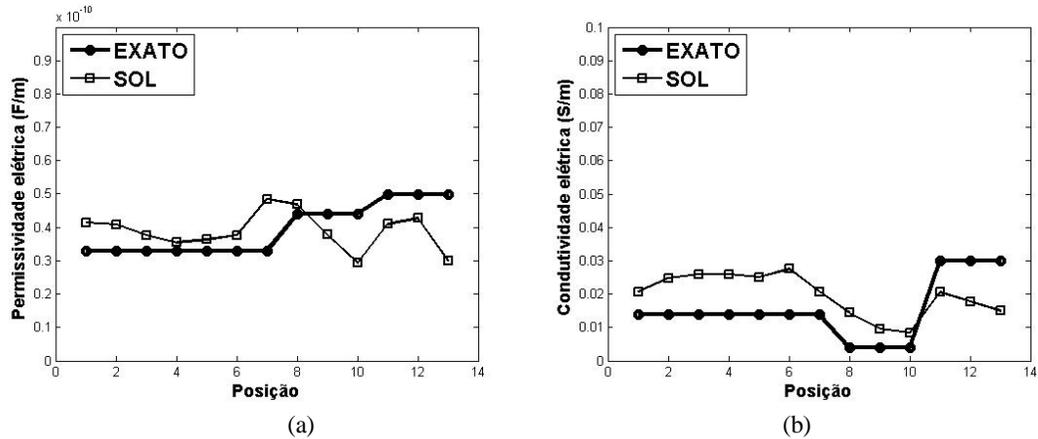
**Figura 4.40** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, sem ruído nos dados, para  $nsi = 13$ .

A estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , não ocorre de forma tão satisfatória, uma vez que se precisa determinar 26 incógnitas. Percebe-se que com o uso da metodologia ACO a reconstrução do perfil de condutividade elétrica é melhor em relação ao perfil de permissividade elétrica.

A próxima etapa consiste em utilizar o método determinístico Quasi-Newton, a fim de melhorar as estimativas para os valores dos dois parâmetros.

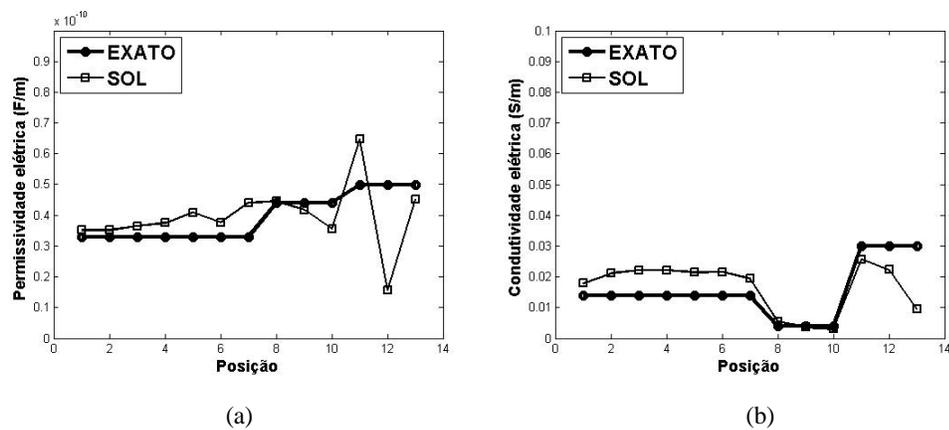
#### 4.9 ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS, $\epsilon$ E $\sigma$ , PARA O PERFIL NÃO SIMÉTRICO, SEM RUÍDO, USANDO O MÉTODO QUASI-NEWTON

Na Figura 4.41 apresentam-se os resultados da recuperação para os perfis de permissividade e condutividade elétricas, obtidos pela metodologia híbrida.



**Figura 4.41** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando as saídas do ACO (para  $nsi=1$ ) como estimativa inicial para o método Quasi-Newton.

Observando a Figura 4.41 percebem-se pequenas variações nos valores das estimativas dos parâmetros, quando são usadas as saídas do ACO, para  $nsi = 1$ , como estimativa inicial para o método determinístico. Portanto, a próxima simulação consistiu em utilizar as saídas do método ACO, agora considerando  $nsi = 13$ , como estimativa inicial para o método Quasi-Newton. A Figura 4.42 exibe esses resultados.



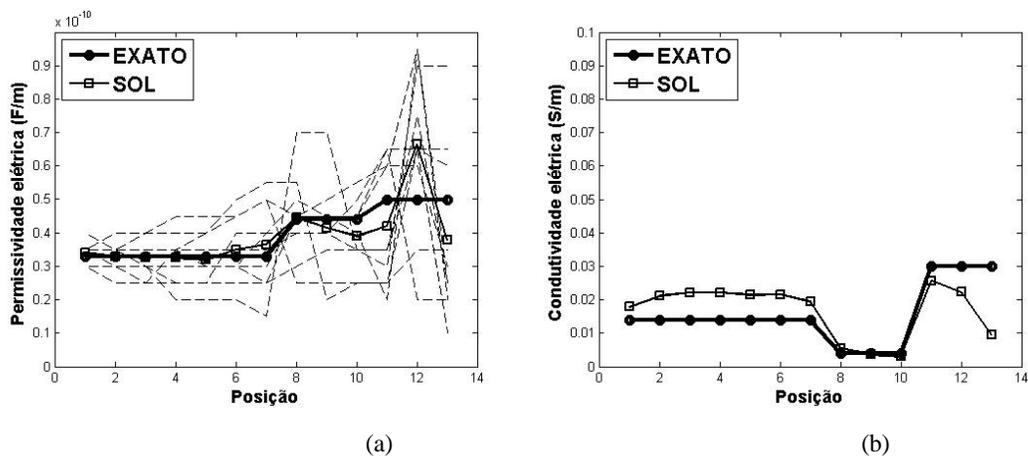
**Figura 4.42** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando as saídas do ACO (para  $nsi=13$ ) como estimativa inicial para o método Quasi-Newton.

Ao observar a Figura 4.42 os valores de  $\varepsilon$  não melhoraram de forma significativa usando a metodologia híbrida, no entanto o perfil de condutividade elétrica teve leve melhoria. Então, levando-se em consideração esse resultado, uma nova estratégia foi utilizada e será descrita na próxima seção.

#### 4.10 ESTIMATIVA DO PARÂMETRO, $\varepsilon$ , PARA O PERFIL NÃO SIMÉTRICO, SEM RUÍDO, USANDO A RESPOSTA FIXA DO PARÂMETRO $\sigma$

Nesse problema consideraram-se as estimativas dos valores de  $\sigma$  conhecidos, os quais foram obtidos pela metodologia da seção 4.9, e novamente aplicou-se a metodologia ACO, para estimar somente os valores de  $\varepsilon$  desconhecidos.

A Figura 4.43 representa o resultado do problema.



**Figura 4.43** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\varepsilon$  (a), considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 1$ .

Conforme se observa a Figura 4.43, percebe-se que para os seis primeiros valores de permissividade elétrica ( $\varepsilon$ ) existe uma tendência em torno do valor real dos parâmetros, embora para os valores subsequentes isso não tenha ocorrido.

A média das 10 sementes foi fixada para os valores de  $\varepsilon$ , nas seis primeiras posições em que se apresentou essa tendência. Utilizando novamente a metodologia ACO, buscaram-se os valores de  $\varepsilon$  nas sete posições restantes. A metodologia foi usada até a 13ª posição. Cabe salientar que, os parâmetros de inversão ACO, as sementes usadas no algoritmo e o número de iterações foram os mesmos usados na seção 4.8.

Os resultados para as estimativas dos valores de  $\varepsilon$  para as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$  são mostrados nas Figuras 4.44 e 4.45, respectivamente.

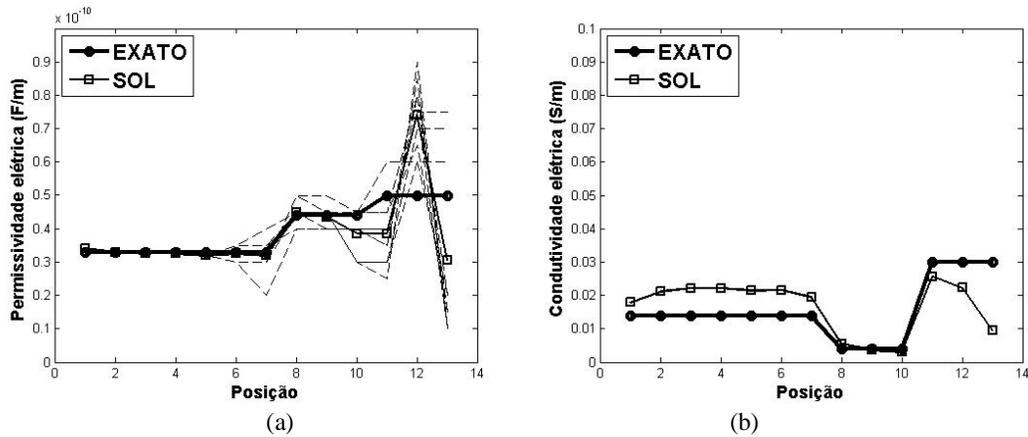


Figura 4.44 – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$  (a), considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 6$ .

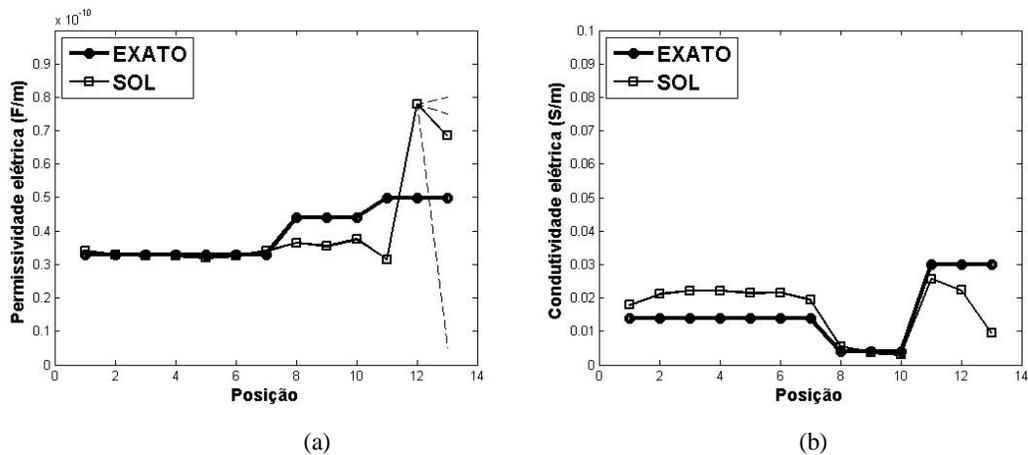


Figura 4.45 – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$  (a), considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 13$ .

Conforme nota-se na Figura 4.45, as estimativas para os valores de permissividade elétrica aproximam-se do perfil exato, embora se perceba uma dificuldade ligeiramente maior para as estimativas das três últimas posições do domínio computacional.

Na tabela 4.5 são apresentados os resultados para os parâmetros estimados  $\epsilon$  e  $\sigma$  para o modelo geológico, incluindo os limites inferiores e superiores para os 13 valores, onde (\*) indica que os valores estão fora do intervalo de confiança de 97%.

**Tabela 4.5a** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedade  $\varepsilon$  do modelo geológico

| <i>Valor Real (<math>\varepsilon</math>)</i> | <i>Limite Inferior</i>   | <i>Valor Estimado</i>    | <i>Limite Superior</i>   |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.3727 \times 10^{-11}$ | $3.4000 \times 10^{-11}$ | $4.4273 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.2727 \times 10^{-11}$ | $3.3000 \times 10^{-11}$ | $4.3273 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.2227 \times 10^{-11}$ | $3.2500 \times 10^{-11}$ | $4.2773 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.2227 \times 10^{-11}$ | $3.2500 \times 10^{-11}$ | $4.2773 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.1727 \times 10^{-11}$ | $3.2000 \times 10^{-11}$ | $4.2273 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.2227 \times 10^{-11}$ | $3.2500 \times 10^{-11}$ | $4.2773 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.3727 \times 10^{-11}$ | $3.4000 \times 10^{-11}$ | $4.4273 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $2.6227 \times 10^{-11}$ | $3.6500 \times 10^{-11}$ | $4.6773 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $2.5227 \times 10^{-11}$ | $3.5500 \times 10^{-11}$ | $4.5773 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $2.7227 \times 10^{-11}$ | $3.7500 \times 10^{-11}$ | $4.7773 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11} (*)$                   | $2.1227 \times 10^{-11}$ | $3.1500 \times 10^{-11}$ | $4.1773 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11} (*)$                   | $6.7727 \times 10^{-11}$ | $7.8000 \times 10^{-11}$ | $8.8273 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11} (*)$                   | $5.8227 \times 10^{-12}$ | $6.8500 \times 10^{-11}$ | $7.8773 \times 10^{-11}$ |

**Tabela 4.5b** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedade  $\sigma$  do modelo geológico

| <i>Valor Real (<math>\sigma</math>)</i> | <i>Limite Inferior</i>   | <i>Valor Estimado</i>   | <i>Limite Superior</i>  |
|---|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.2398 \times 10^{-2}$  | $1.7902 \times 10^{-2}$ | $2.3406 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2} (*)$               | $1.5601 \times 10^{-2}$  | $2.1105 \times 10^{-2}$ | $2.6609 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2} (*)$               | $1.6627 \times 10^{-2}$  | $2.2131 \times 10^{-2}$ | $2.7635 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2} (*)$               | $1.6613 \times 10^{-2}$  | $2.2117 \times 10^{-2}$ | $2.7621 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2} (*)$               | $1.5893 \times 10^{-2}$  | $2.1397 \times 10^{-2}$ | $2.6901 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2} (*)$               | $1.6091 \times 10^{-2}$  | $2.1595 \times 10^{-2}$ | $2.7099 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.3859 \times 10^{-2}$  | $1.9363 \times 10^{-2}$ | $2.4867 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$                   | $3.5499 \times 10^{-6}$  | $5.5078 \times 10^{-3}$ | $1.1012 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$                   | $-1.9043 \times 10^{-3}$ | $3.6000 \times 10^{-3}$ | $9.1043 \times 10^{-3}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$                   | $-2.5043 \times 10^{-3}$ | $3.0000 \times 10^{-3}$ | $8.5043 \times 10^{-3}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$                   | $2.0094 \times 10^{-2}$  | $2.5598 \times 10^{-2}$ | $3.1102 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2} (*)$               | $1.6789 \times 10^{-2}$  | $2.2293 \times 10^{-2}$ | $2.7797 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2} (*)$               | $3.8802 \times 10^{-3}$  | $9.3845 \times 10^{-3}$ | $1.4889 \times 10^{-2}$ |

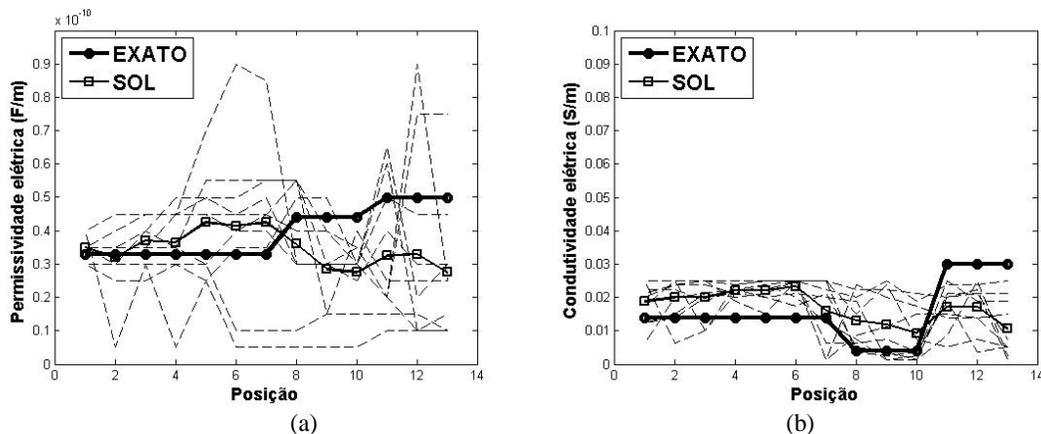
Na próxima seção, apresentam-se as simulações das estimativas para os dois parâmetros, com a inserção de diferentes ruídos.

#### 4.11 ESTIMATIVA DOS VALORES DOS PARÂMETROS, $\epsilon$ E $\sigma$ , DE UM MODELO NÃO SIMÉTRICO, COM DIFERENTES RUÍDOS

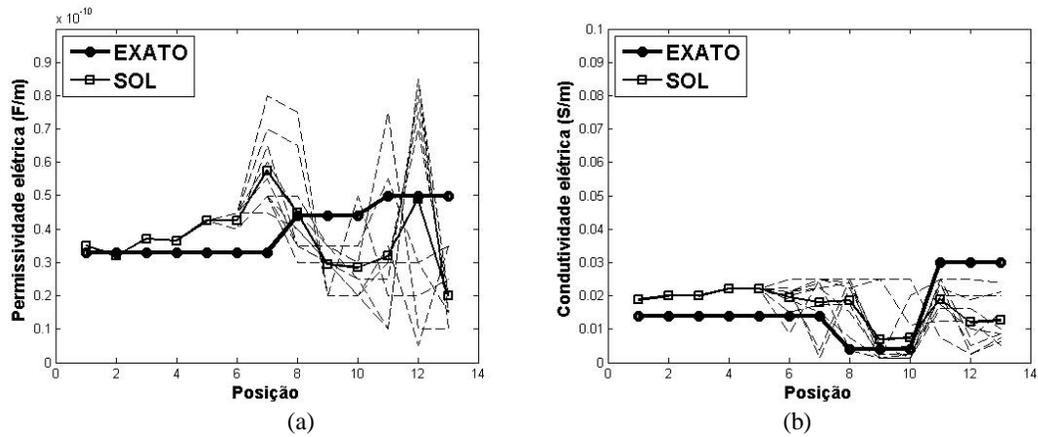
Nessas simulações buscou-se estimar os valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , para os meios: arenito, basalto e folhelho, considerando os dados com ruído de 1%, 2% e 5%, respectivamente. As estratégias usadas foram as mesmas empregadas para os dados sem ruído. Inicialmente os dados foram contaminados para um nível especificado de ruído e a metodologia ACO foi utilizada. A seguir o método determinístico, Quasi-Newton, foi usado numa tentativa de melhorar os resultados das estimativas de  $\epsilon$  e  $\sigma$ , simultaneamente. Finalmente, a resposta obtida pelo método determinístico, para o parâmetro melhor ajustado, foi fixada no código ACO, onde agora se procuram pelos valores do outro parâmetro. Os resultados dessas estimativas são exibidos nas seções 4.11.1, 4.11.2 e 4.11.3.

##### 4.11.1 Ruído de 1% nos dados com metodologia ACO

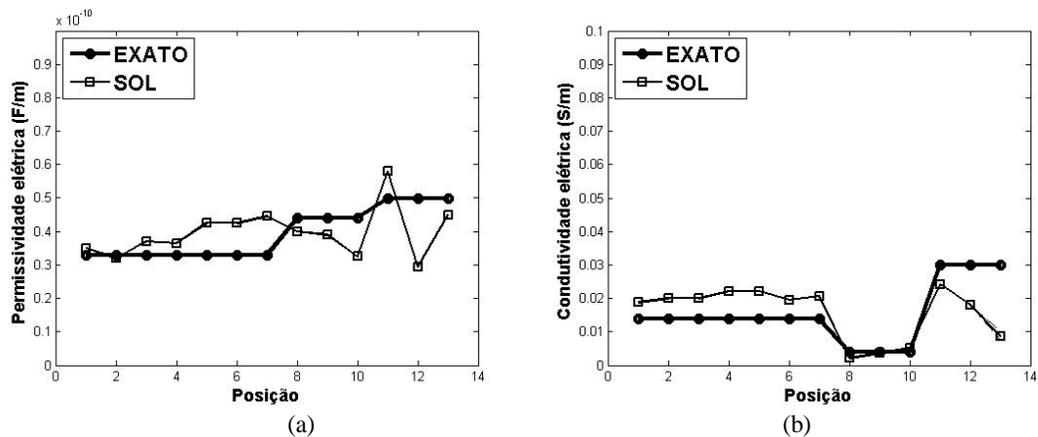
Os resultados obtidos para a recuperação das propriedades dos meios,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , de forma simultânea, através da metodologia ACO com nível de ruído de 1% são exibidos nas figuras 4.46, 4.47 e 4.48. Cabe salientar que os dados foram os mesmos da Tabela 4.4, os meios são: arenito, basalto e folhelho, cujas propriedades são apresentadas na tabela 4.3. As frequências, os incrementos temporal e espacial e as iterações no tempo mantiveram-se os mesmos dos dados sem ruído.



**Figura 4.46** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para  $nsi = 1$ .



**Figura 4.47** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para  $nsi = 6$ .

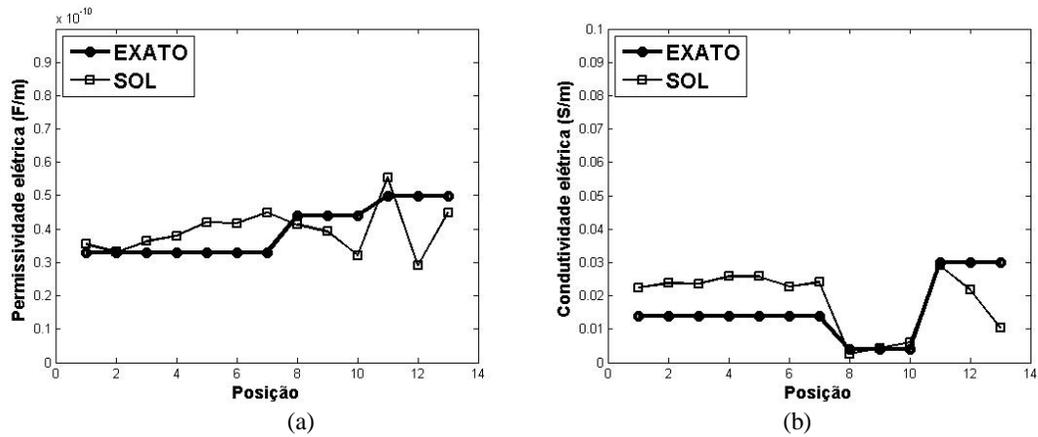


**Figura 4.48** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para  $nsi = 13$ .

Mesmo embutindo ruído de 1% nos dados, as figuras revelam uma estimativa razoável para os valores de  $\sigma$ , enquanto para  $\epsilon$  isso não seja percebido. Então, optou-se por usar o método determinístico a fim de melhorar os valores das estimativas, de ambos os parâmetros.

#### 4.11.1.1 Ruído de 1% com metodologia ACO, com resposta obtida de $nsi = 13$ , mais método Determinístico, para melhorar as estimativas de $\epsilon$ e $\sigma$

Os resultados obtidos para a recuperação das propriedades dos meios,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , de forma simultânea, através da metodologia híbrida, com nível de ruído de 1%, são exibidos na Figura 4.49.



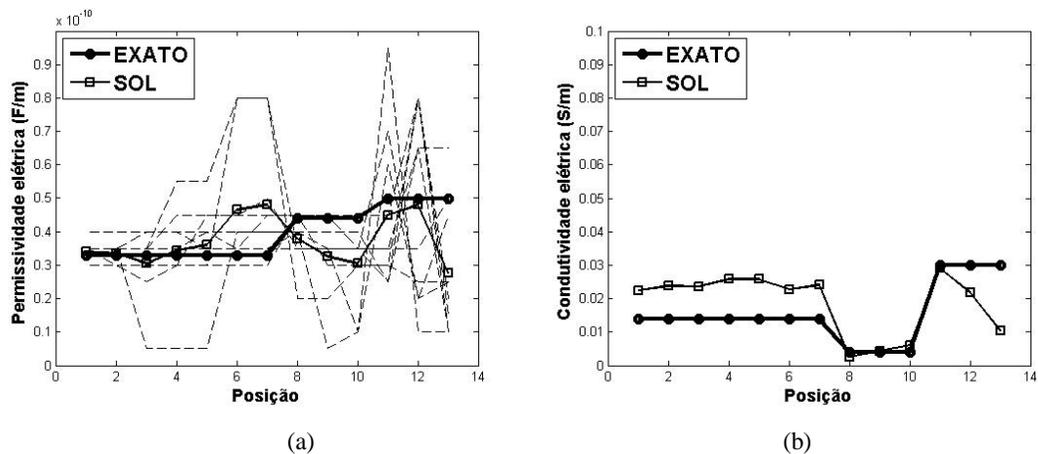
**Figura 4.49** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando as saídas do ACO (para  $nsi=13$ ), com ruído de 1% nos dados, como estimativa inicial para o método Quasi-Newton.

Conforme se observa na Figura 4.49, os valores de  $\epsilon$  tiveram uma pequena melhora usando a metodologia híbrida, entretanto o perfil de condutividade elétrica apresentou uma melhora mais significativa. Assim, aplicou-se novamente a metodologia ACO, fixando os resultados das estimativas de  $\sigma$ , e tentando estimar apenas os valores de  $\epsilon$ .

#### 4.11.1.2 Ruído de 1% com metodologia híbrida mais método ACO, que estima somente $\epsilon$

Nessa simulação foram considerados os valores de  $\sigma$  conhecidos, os quais foram obtidos pela metodologia da seção 4.11.1.1, e novamente aplicou-se a metodologia ACO, para estimar somente os valores de  $\epsilon$  desconhecidos.

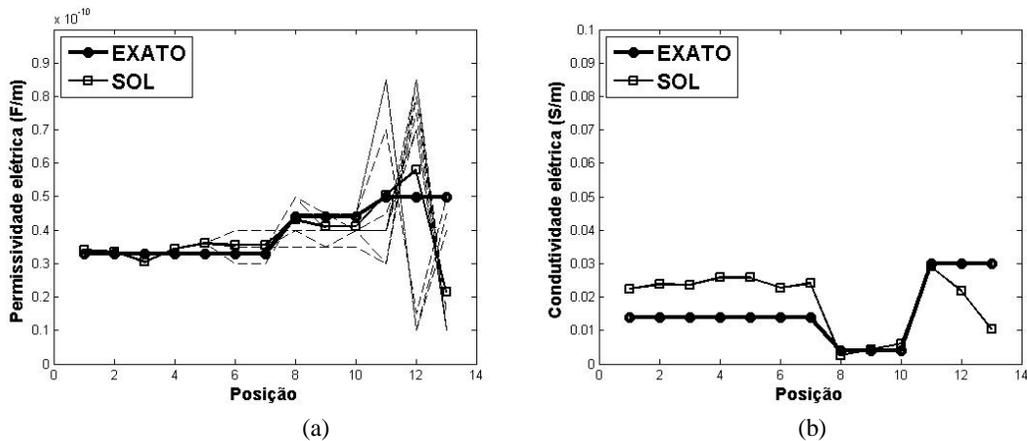
Na Figura 4.50 é exibido o resultado da simulação.



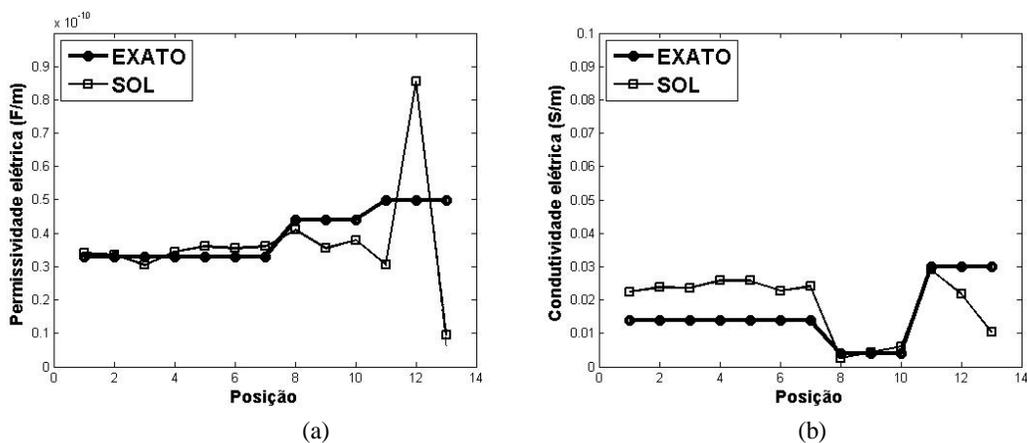
**Figura 4.50** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$  (a), considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton) (b), para  $nsi = 1$ , com ruído de 1%.

Conforme se observa a Figura 4.50, nota-se que existe uma tendência em torno do valor real do parâmetro, para os seis primeiros valores de permissividade elétrica ( $\epsilon$ ). Assim, nessas posições, a média das 10 sementes foi fixada para os valores de  $\epsilon$ . Aplicou-se novamente a metodologia ACO, para obter os valores de  $\epsilon$  nas sete posições restantes. A estratégia foi usada até a 13ª posição. Cabe salientar que, os parâmetros de inversão ACO, as sementes usadas no algoritmo e o número de iterações foram os mesmos usados para o perfil sem ruído.

Os resultados para as estimativas dos valores de  $\epsilon$  para as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$  são mostrados nas Figuras 4.51 e 4.52, respectivamente.



**Figura 4.51** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$  (a), considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 6$ , com ruído de 1%.



**Figura 4.52** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$  (a), considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 13$ , com ruído de 1%.

Na tabela 4.6 apresentam-se os valores reais dos parâmetros eletromagnéticos e os valores das estimativas de permissividade e condutividade elétricas, incluindo os limites inferiores e superiores para os 13 valores, onde (\*) indica que os valores estão fora do intervalo de confiança de 97% .

**Tabela 4.6a** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedade  $\varepsilon$  do modelo geológico

| <i>Valor Real (<math>\varepsilon</math>)</i> | <i>Limite Inferior</i>    | <i>Valor Estimado</i>    | <i>Limite Superior</i>   |
|--|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.2782 \times 10^{-11}$  | $3.4000 \times 10^{-11}$ | $4.5218 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.2282 \times 10^{-11}$  | $3.3500 \times 10^{-11}$ | $4.4718 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $1.9282 \times 10^{-11}$  | $3.0500 \times 10^{-11}$ | $4.1718 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.3282 \times 10^{-11}$  | $3.4500 \times 10^{-11}$ | $4.5718 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.4782 \times 10^{-11}$  | $3.6000 \times 10^{-11}$ | $4.7218 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.4282 \times 10^{-11}$  | $3.5500 \times 10^{-11}$ | $4.6718 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.4782 \times 10^{-11}$  | $3.6000 \times 10^{-11}$ | $4.7218 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $2.9782 \times 10^{-11}$  | $4.1000 \times 10^{-11}$ | $5.2218 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $2.4282 \times 10^{-11}$  | $3.5500 \times 10^{-11}$ | $4.6718 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $2.6782 \times 10^{-11}$  | $3.8000 \times 10^{-11}$ | $4.9218 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$ (*)                   | $1.9282 \times 10^{-11}$  | $3.0500 \times 10^{-11}$ | $4.1718 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$ (*)                   | $7.4282 \times 10^{-11}$  | $8.5500 \times 10^{-11}$ | $9.6718 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$ (*)                   | $-1.7178 \times 10^{-12}$ | $9.5000 \times 10^{-12}$ | $2.0718 \times 10^{-11}$ |

**Tabela 4.6b** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedades  $\sigma$  do modelo geológico

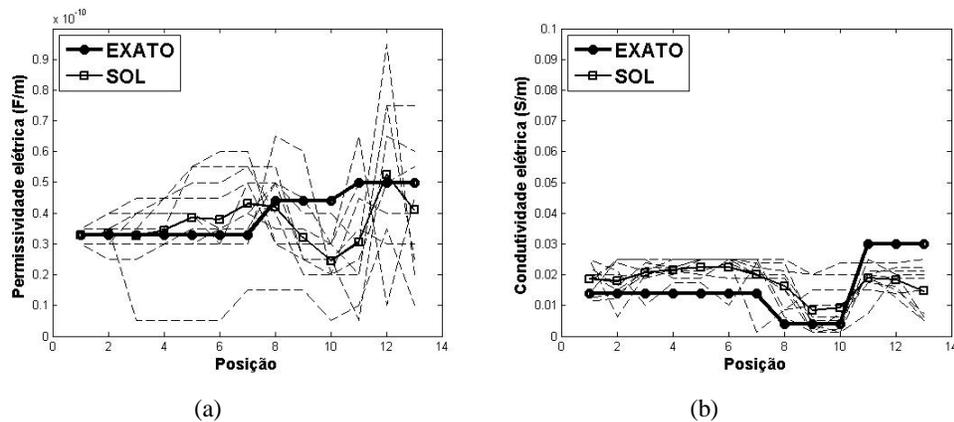
| <i>Valor Real (<math>\sigma</math>)</i> | <i>Limite Inferior</i>   | <i>Valor Estimado</i>   | <i>Limite Superior</i>  |
|---|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.6209 \times 10^{-2}$  | $2.2500 \times 10^{-2}$ | $2.8791 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.7437 \times 10^{-2}$  | $2.3728 \times 10^{-2}$ | $3.0019 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.7255 \times 10^{-2}$  | $2.3546 \times 10^{-2}$ | $2.9837 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.9556 \times 10^{-2}$  | $2.5847 \times 10^{-2}$ | $3.2138 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.9556 \times 10^{-2}$  | $2.5847 \times 10^{-2}$ | $3.2138 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.6422 \times 10^{-2}$  | $2.2713 \times 10^{-2}$ | $2.9004 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.7813 \times 10^{-2}$  | $2.4104 \times 10^{-2}$ | $3.0395 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$                   | $-3.7412 \times 10^{-3}$ | $2.5500 \times 10^{-3}$ | $8.8412 \times 10^{-3}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$                   | $-1.9412 \times 10^{-3}$ | $4.3500 \times 10^{-3}$ | $1.0641 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$                   | $-2.9116 \times 10^{-4}$ | $6.0000 \times 10^{-3}$ | $1.2291 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$                   | $2.2659 \times 10^{-2}$  | $2.8950 \times 10^{-2}$ | $3.5241 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.5459 \times 10^{-2}$  | $2.1750 \times 10^{-2}$ | $2.8041 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$ (*)               | $4.2088 \times 10^{-3}$  | $1.0500 \times 10^{-2}$ | $1.6791 \times 10^{-2}$ |

Comparando a Figura 4.49, que expressa o resultado obtido para a recuperação dos valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$ , de forma simultânea, através da metodologia híbrida, com os resultados da estimativa dos valores do parâmetro  $\epsilon$ , Figura 4.52, percebe-se que houve uma boa melhoria na reconstrução do perfil de permissividade elétrica. Isso evidencia a robustez do método ACO.

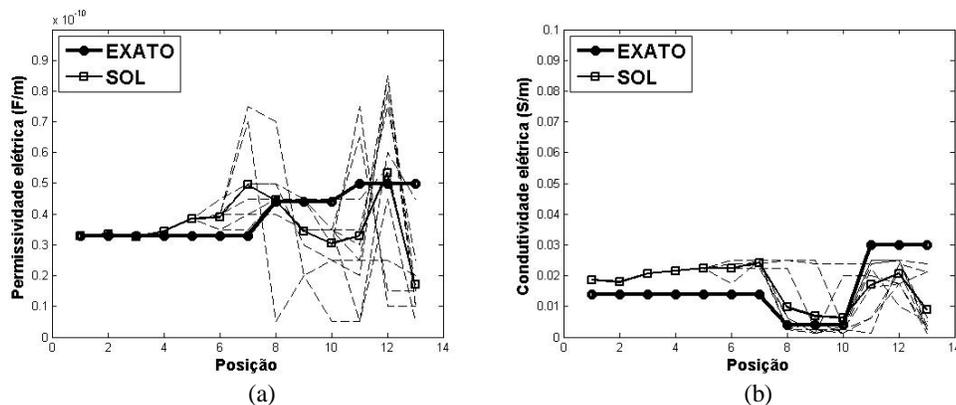
Nas próximas seções apresentam-se os resultados para os níveis de ruído de 2% e 5%, respectivamente.

#### 4.11.2 Ruído de 2% nos dados com metodologia ACO

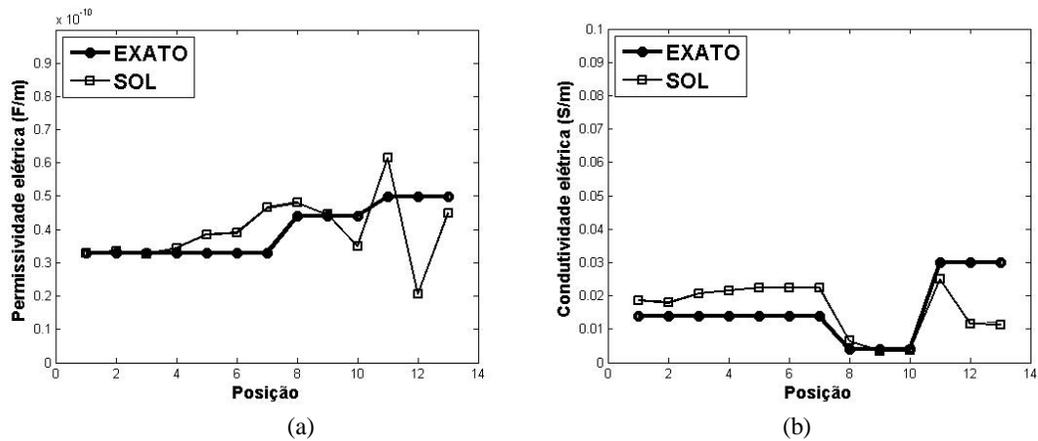
Para esse nível de ruído, replicaram-se as simulações efetuadas no ruído anterior. Os resultados são apresentados nas Figuras 4.53 a 4.55.



**Figura 4.53** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 2% nos dados, para  $nsi = 1$ .



**Figura 4.54** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 2% nos dados, para  $nsi = 6$ .

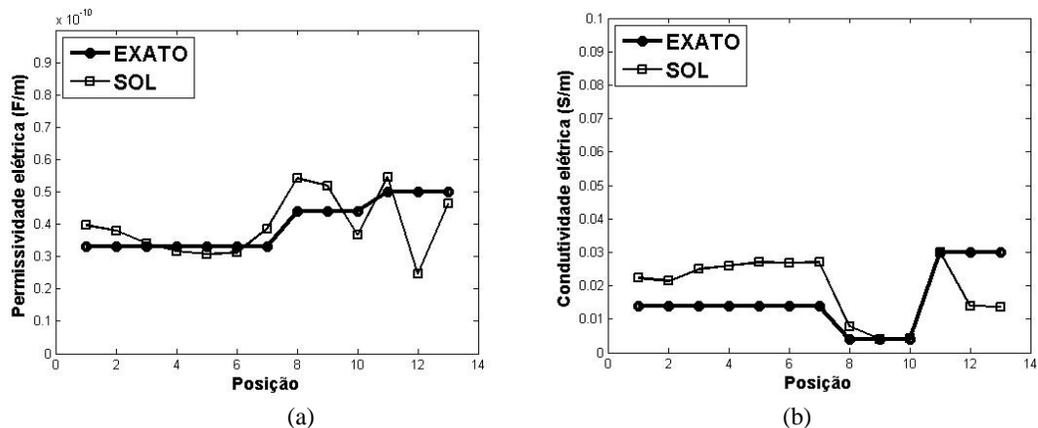


**Figura 4.55** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 2% nos dados, para  $nsi = 13$ .

Pelas Figuras 4.53 a 4.55, percebe-se que através da metodologia ACO se obtiveram melhores estimativas para  $\sigma$ . Agora, a próxima etapa consistiu em usar o método determinístico, buscando resultados mais favoráveis para os dois parâmetros.

#### 4.11.2.1 Ruído de 2% com metodologia ACO, com resposta obtida de $nsi = 13$ , mais método Determinístico, para melhorar as estimativas de $\epsilon$ e $\sigma$

Ao utilizar a metodologia ACO, com a inclusão do ruído de 2%, juntamente com o método Quasi-Newton, nota-se que as respostas obtidas para a recuperação das propriedades dos meios,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , de forma simultânea, são razoavelmente satisfatórias. A Figura 4.56 exibe esses resultados.

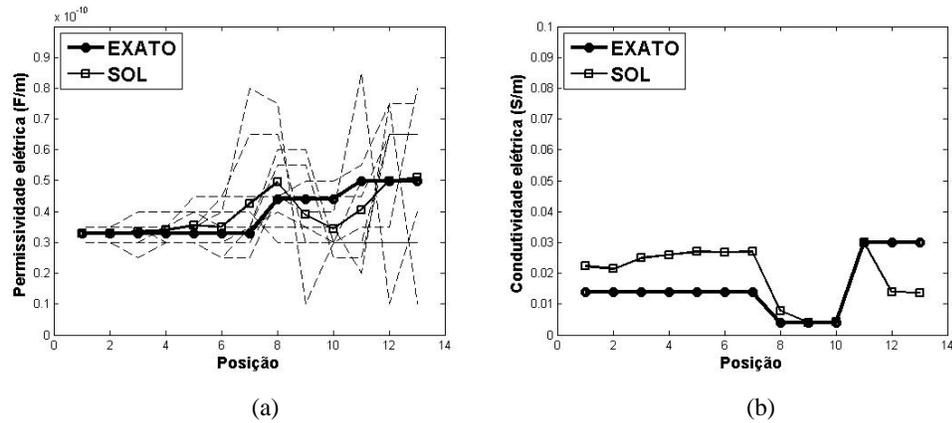


**Figura 4.56** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando as saídas do ACO (para  $nsi=13$ ), com ruído de 2% nos dados, como estimativa inicial para o método Quasi-Newton.

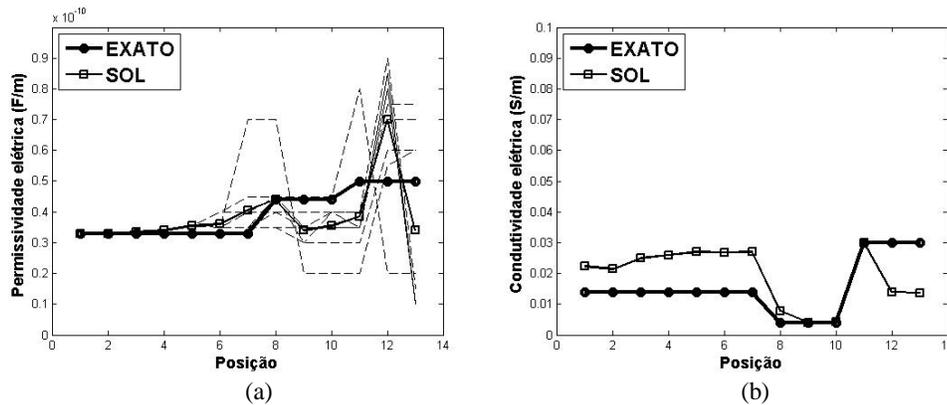
Seguindo a mesma metodologia usada para o ruído de 1%, conservaram-se os resultados para a condutividade elétrica ( $\sigma$ ) e aplicou-se a metodologia ACO para estimar somente os valores de  $\epsilon$ . As simulações estão apresentadas na próxima seção.

#### 4.11.2.2 Ruído de 2% com metodologia híbrida mais método ACO, que estima somente $\epsilon$

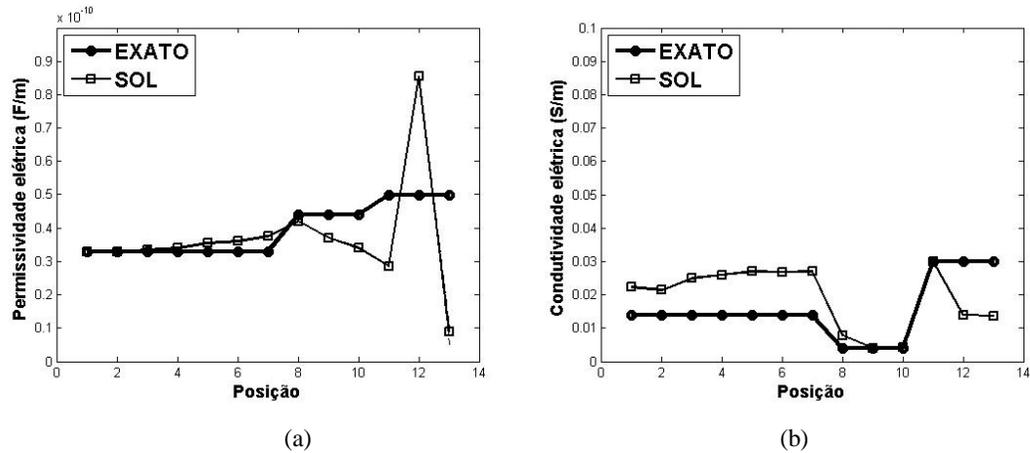
Os resultados dessa simulação encontram-se nas Figuras 4.57 a 4.59.



**Figura 4.57** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 1$ .



**Figura 4.58** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 6$ .



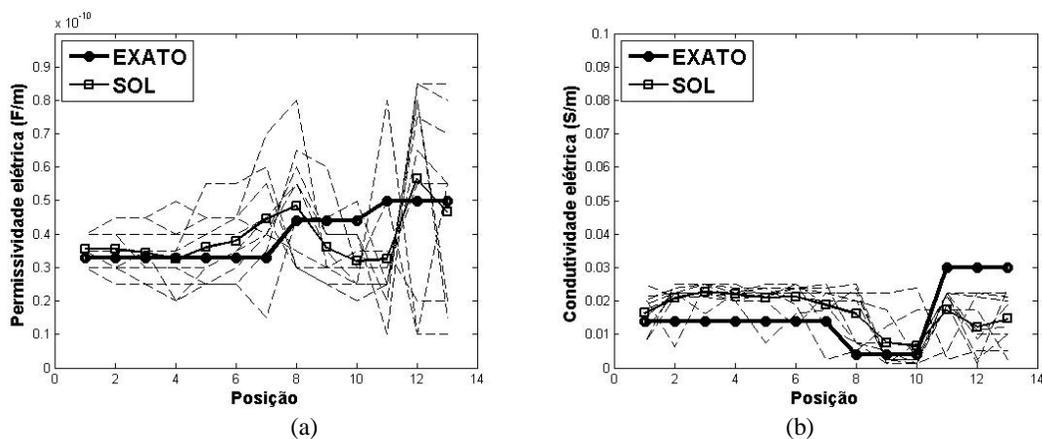
**Figura 4.59** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 13$ .

Mesmo com a inserção de ruído, observa-se melhoria nos resultados das estimativas do parâmetro  $\epsilon$ . Isso demonstra a robustez da metodologia ACO empregada.

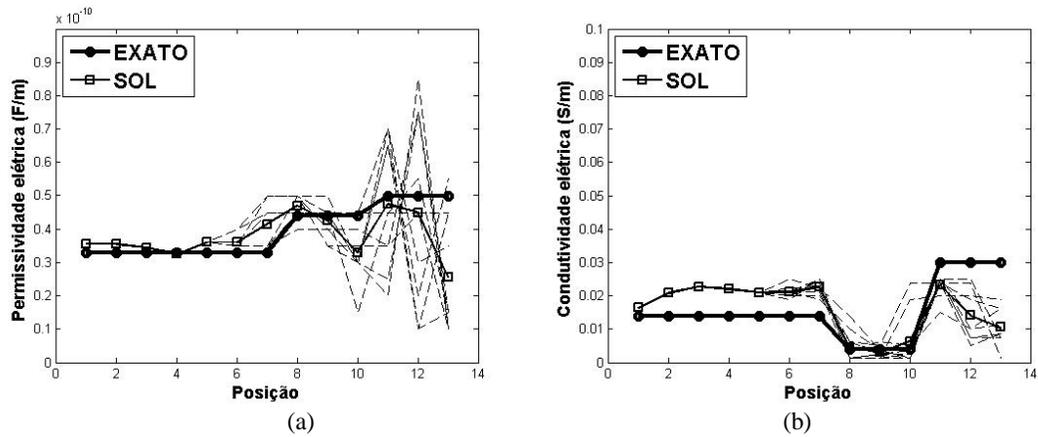
Na seção 4.11.3 as simulações são referentes ao ruído de 5%.

#### 4.11.3 Ruído de 5% nos dados com metodologia ACO

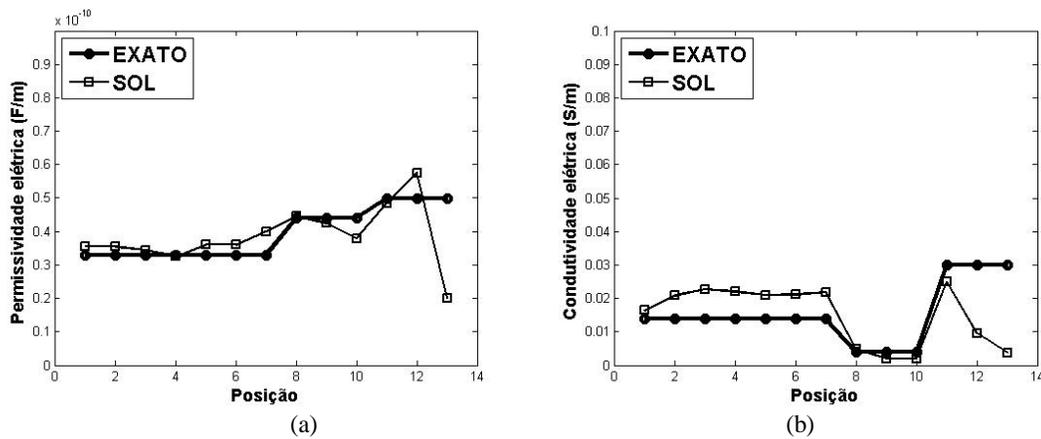
Para as simulações com nível de ruído de 5% foi empregada a mesma metodologia dos ruídos anteriores. Os resultados obtidos para a recuperação das propriedades dos meios,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , de forma simultânea, através da metodologia ACO com esse nível de ruído encontram-se a seguir.



**Figura 4.60** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para  $nsi = 1$ .



**Figura 4.61** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para  $nsi = 6$ .

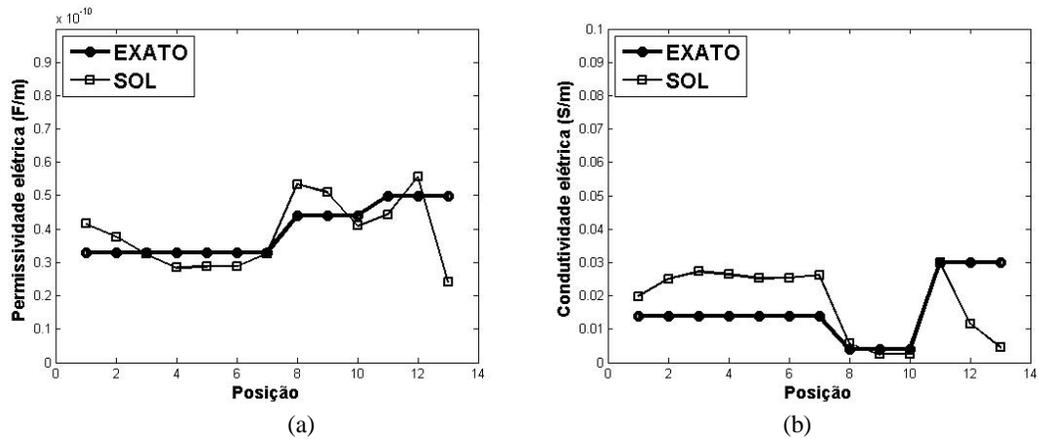


**Figura 4.62** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 5% nos dados, para  $nsi = 13$ .

Os resultados exibidos nas Figuras 4.60 a 4.62 mostram leve melhoria nas estimativas, se comparado aos outros ruídos. Porém, observando as Figuras, nota-se que as estimativas podem ser melhoradas. Novamente o método determinístico foi empregado.

#### 4.11.3.1 Ruído de 5% com metodologia ACO, com resposta obtida de $nsi = 13$ , mais método Determinístico, para melhorar as estimativas de $\epsilon$ e $\sigma$

Ao empregar a metodologia híbrida, percebe-se pela Figura 4.63, que as respostas obtidas para a recuperação das propriedades dos meios,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , de forma simultânea, são razoavelmente satisfatórias. Como os resultados para a condutividade elétrica ( $\sigma$ ) foram melhores obtidos se comparados aos valores de  $\epsilon$ , então se buscou estimar somente os valores da permissividade elétrica através da aplicação da metodologia ACO.

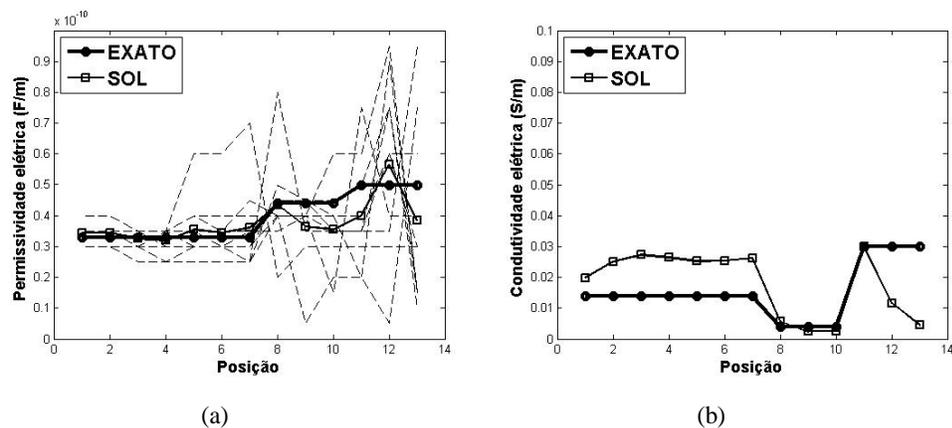


**Figura 4.63** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , considerando as saídas do ACO (para  $nsi=13$ ), com ruído de 5% nos dados, como estimativa inicial para o método Quasi-Newton.

A resposta dessa nova simulação será apresentada na próxima seção.

#### 4.11.3.2 Ruído de 5% com metodologia híbrida mais método ACO, que estima somente $\epsilon$

Para obter o resultado das estimativas de  $\epsilon$  foi aplicado o método ACO, com os valores de  $\sigma$  fixados. A Figura 4.64 exibe o resultado dessa simulação.

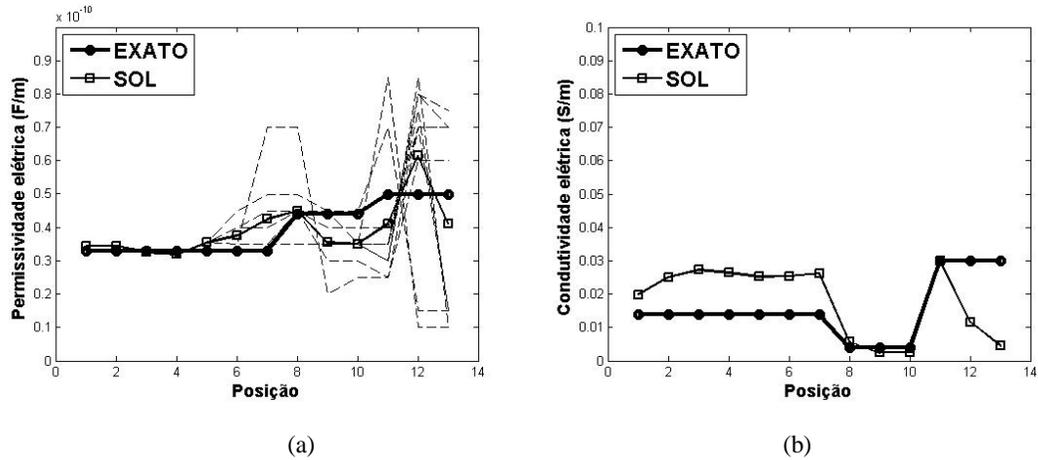


**Figura 4.64** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 1$ , com ruído de 5% nos dados.

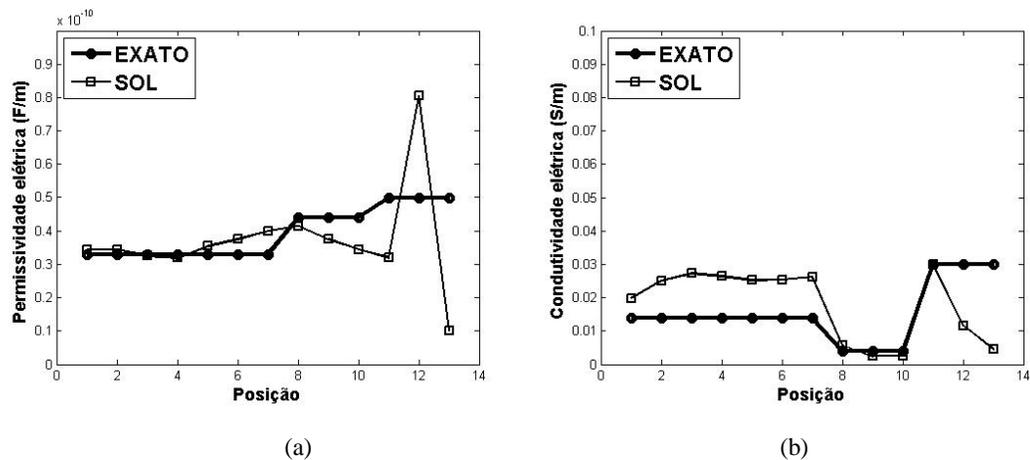
Observando a Figura 4.64, percebe-se que para os seis primeiros valores de permissividade elétrica ( $\epsilon$ ) existe uma tendência em torno do valor real dos parâmetros, embora para os valores subsequentes isso não tenha ocorrido. Então, a média das 10 sementes foi fixada para os valores de  $\epsilon$ , nas seis primeiras posições em que se apresentou essa tendência. Novamente, a metodologia ACO foi empregada até a 13ª posição a fim de se obter os valores de  $\epsilon$  nas posições restantes. Cabe salientar que, os parâmetros de inversão ACO, as

sementes usadas no algoritmo e o número de iterações foram os mesmos usados para os outros níveis de ruído.

Os resultados para as estimativas dos valores de  $\epsilon$  para as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$  são mostrados nas Figuras 4.65 e 4.66, respectivamente.



**Figura 4.65** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 6$ , com ruído de 5% nos dados.



**Figura 4.66** – Estimativa dos valores do parâmetro,  $\epsilon$ , considerando os valores de  $\sigma$  conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 13$ , com ruído de 5% nos dados.

De acordo com as Figuras 4.65 e 4.66, nota-se que as estimativas dos valores do parâmetro  $\epsilon$ , mesmo com a inserção de ruído de 5% nos dados, foram obtidas de maneira razoável. Embora para as últimas posições do domínio computacional os resultados não tenham sido tão satisfatórios. Isso também pode ser percebido através da Tabela 4.7 que apresenta os resultados para as estimativas dos parâmetros  $\epsilon$  e  $\sigma$  do modelo geológico,

incluindo os limites inferiores e superiores do intervalo de confiança de 97%, onde (\*) indica que os valores estão fora do intervalo.

**Tabela 4.7a**– Intervalo de Confiança de 97% para a propriedade  $\varepsilon$  do modelo geológico

| <i>Valor Real (<math>\varepsilon</math>)</i> | <i>Limite Inferior</i>    | <i>Valor Estimado</i>    | <i>Limite Superior</i>   |
|--|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.4186 \times 10^{-11}$  | $3.4500 \times 10^{-11}$ | $4.4814 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.4186 \times 10^{-11}$  | $3.4500 \times 10^{-11}$ | $4.4814 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.2186 \times 10^{-11}$  | $3.2500 \times 10^{-11}$ | $4.2814 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.1686 \times 10^{-11}$  | $3.2000 \times 10^{-11}$ | $4.2314 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.5186 \times 10^{-11}$  | $3.5500 \times 10^{-11}$ | $4.5814 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.7186 \times 10^{-11}$  | $3.7500 \times 10^{-11}$ | $4.7814 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.9686 \times 10^{-11}$  | $4.0000 \times 10^{-11}$ | $5.0314 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $3.1186 \times 10^{-11}$  | $4.1500 \times 10^{-11}$ | $5.1814 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $2.7186 \times 10^{-11}$  | $3.7500 \times 10^{-11}$ | $4.7814 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $2.4186 \times 10^{-11}$  | $3.4500 \times 10^{-11}$ | $4.4814 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$ (*)                   | $2.1686 \times 10^{-11}$  | $3.2000 \times 10^{-11}$ | $4.2314 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$ (*)                   | $7.0186 \times 10^{-11}$  | $8.0500 \times 10^{-11}$ | $9.0814 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$ (*)                   | $-3.1366 \times 10^{-13}$ | $1.0000 \times 10^{-11}$ | $2.0314 \times 10^{-11}$ |

**Tabela 4.7b** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedade  $\sigma$  do modelo geológico

| <i>Valor Real (<math>\sigma</math>)</i> | <i>Limite Inferior</i>   | <i>Valor Estimado</i>   | <i>Limite Superior</i>  |
|---|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.2458 \times 10^{-2}$  | $1.9800 \times 10^{-2}$ | $2.7142 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.7708 \times 10^{-2}$  | $2.5050 \times 10^{-2}$ | $3.2392 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.9958 \times 10^{-2}$  | $2.7300 \times 10^{-2}$ | $3.4642 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.9058 \times 10^{-2}$  | $2.6400 \times 10^{-2}$ | $3.3742 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.7858 \times 10^{-2}$  | $2.5200 \times 10^{-2}$ | $3.2542 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.8008 \times 10^{-2}$  | $2.5350 \times 10^{-2}$ | $3.2692 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*)               | $1.8908 \times 10^{-2}$  | $2.6250 \times 10^{-2}$ | $3.3592 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$                   | $-1.6416 \times 10^{-3}$ | $5.7000 \times 10^{-3}$ | $1.3042 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$                   | $-4.9416 \times 10^{-3}$ | $2.4000 \times 10^{-3}$ | $9.7416 \times 10^{-3}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$                   | $-4.9416 \times 10^{-3}$ | $2.4000 \times 10^{-3}$ | $9.7416 \times 10^{-3}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$                   | $2.2658 \times 10^{-2}$  | $3.0000 \times 10^{-2}$ | $3.7342 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$ (*)               | $4.2084 \times 10^{-3}$  | $1.1550 \times 10^{-2}$ | $1.8892 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$ (*)               | $-2.8416 \times 10^{-3}$ | $4.5000 \times 10^{-3}$ | $1.1842 \times 10^{-2}$ |

Na próxima seção serão apresentadas novas simulações, envolvendo estimativas simultâneas de dois parâmetros de um modelo não simétrico, sem inclusão de ruído nos dados usando as metodologias: ACO, Quasi-Newton e ACO para estimar um dos parâmetros.

#### 4.12 ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS, $\varepsilon$ E $\sigma$ , DE UM MODELO NÃO SIMÉTRICO, SEM RUÍDO COM AS METODOLOGIAS ACO, QUASI-NEWTON E ACO NOVAMENTE

Com o objetivo de melhorar as estimativas dos valores dos parâmetros  $\varepsilon$  e  $\sigma$  usou-se a metodologia ACO modificada, considerando as estimativas para  $n_{si} = 1$ . Após essa primeira estimativa, os valores dos parâmetros são refinados usando o método Quasi-Newton. É notório que até esse estágio, uma boa estimativa é obtida para os valores de  $\varepsilon$ , no entanto com a perda de informação ao longo da propagação do pulso através do meio e com os erros propagados pelo método direto existe uma dificuldade no algoritmo para estimar os dois parâmetros ao mesmo tempo. Então se toma a resposta para o parâmetro  $\varepsilon$  como uma boa aproximação e é novamente executado o método ACO modificado no intuito de melhorar somente as estimativas do parâmetro  $\sigma$ .

É suposto que os valores obtidos para  $\varepsilon$  pelo método Quasi-Newton estão bem ajustados e então eles são fixados no algoritmo ACO modificado. Após a primeira estimativa obtida pelo método ACO, é suposto que as primeiras seis posições estão bem estimadas e a partir dela é estimada cada posição uma por uma.

Na Tabela 4.8 são mostrados os principais parâmetros usados para o modelo numérico direto.

| <b>Tabela 4.8 – Parâmetros FDTD para o modelo numérico direto</b> |  |
|---|--|
| Parâmetros  | Valores de entrada                       |
| Incremento espacial ( $dx$ )                                      | $4 \times 10^{-2}$ m                     |
| Incremento temporal ( $dt$ )                                      | $1,33 \times 10^{-10}$ s                 |
| Frequências usadas para simular antenas de GPR ( $f$ )            | 800, 1000, 1200 (MHz)                    |
| Discretização espacial ( $nx$ )                                   | 16                                       |
| Iterações no tempo ( $ny$ )                                       | 500                                      |
| Tamanho do domínio espacial ( $D$ )                               | $64 \times 10^{-2}$ m ( $16 \times dx$ ) |
| Camada de ar  | $12 \times 10^{-2}$ m ( $3 \times dx$ )  |
| Espessura da camada de arenito                                    | $28 \times 10^{-2}$ m ( $7 \times dx$ )  |
| Espessura da camada de basalto                                    | $12 \times 10^{-2}$ m ( $3 \times dx$ )  |
| Espessura da camada de folhelho                                   | $12 \times 10^{-2}$ m ( $3 \times dx$ )  |

O objetivo desta seção é reconstruir um modelo geofísico de campo ou modelado para dados de GPR. Desta forma, uma dificuldade inerente à solução de problema inverso é a ausência de dados ou ainda a perda de informação no final do domínio computacional. Buscando resolver esse problema uma nova metodologia é usada e descrita a seguir.

A nova metodologia ACO consiste em avaliar as soluções (formigas) pré-selecionadas pelo critério de regularização, bem como avaliar a combinação entre elas. Ou seja, em cada iteração a primeira metade (referente à  $\varepsilon$ ) de cada uma das soluções é combinada com a segunda metade (referente à  $\sigma$ ) de todas as soluções obtidas na iteração, conforme descrito no **Algoritmo 4** (subseção 2.3.1.1.2). Nesse novo método, a média das 10 sementes é tomada como a solução final já que a solução que apresenta o menor custo na função objetivo nem sempre representa o melhor ajuste dos valores das propriedades. Uma solução com baixo custo na função objetivo pode não ser aquela que ajusta melhor os parâmetros. Além disso, para uma melhor estimativa dos valores do fim do domínio, as posições onde todas as sementes encontram-se mais agrupadas são fixadas e o método ACO é executado novamente para estimar a próxima posição. Ao final de cada execução, novamente a média dos valores é fixada para a posição subsequente até que se atinja à última posição.

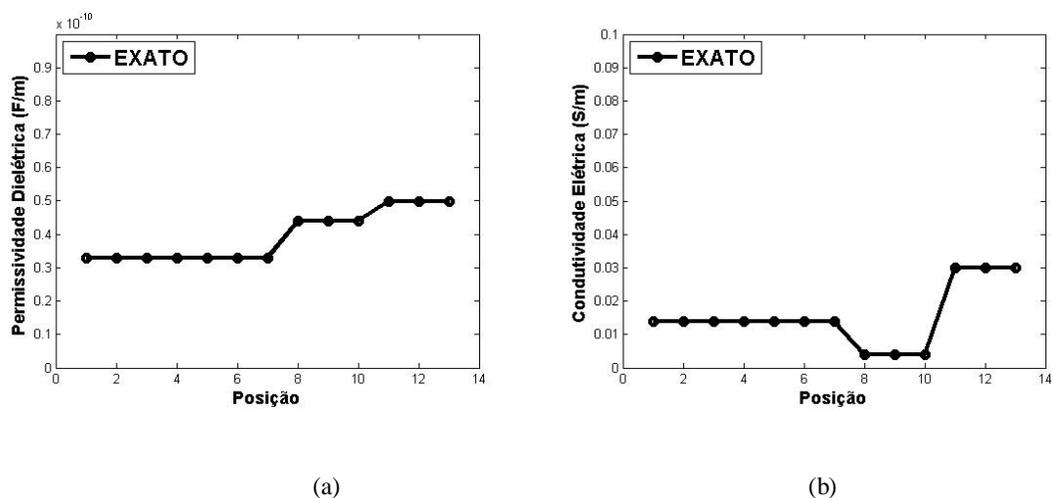
#### 4.12.1 Perfil sem inserção de ruído nos dados

A metodologia (ACO) com regularização prévia (subseção 2.3.1.1.1) e avaliação do custo modificado ACO (subseção 2.3.1.1.2) foram os únicos métodos aplicados para obter os resultados das estimativas dos perfis de permissividade e condutividade elétricas. Nas Tabelas 4.9 e 4.10 mostram-se as propriedades elétricas usadas para os parâmetros de inversão ACO. Na Figura 4.67 apresentam-se os perfis exatos das propriedades elétricas do modelo geológico de campo EM FDTD.

**Tabela 4.9** – Parâmetros dos meios usados na simulação

| Meio     | $\varepsilon_m$ (F/m) | $\sigma_m$ (mS/m) | $\mu_m$ (H/m)         |
|----------|-----------------------|-------------------|-----------------------|
| Arenito  | $3,3 \times 10^{-11}$ | 14,0              | $4\pi \times 10^{-7}$ |
| Basalto  | $4,4 \times 10^{-11}$ | 4,0               | $4\pi \times 10^{-7}$ |
| Folhelho | $5,0 \times 10^{-11}$ | 30,0              | $4\pi \times 10^{-7}$ |

O domínio espacial para a simulação das ondas eletromagnéticas do modelo FDTD foi discretizado em 16 posições. As primeiras três posições foram consideradas para a camada de ar, cuja permissividade elétrica e a condutividade elétrica são conhecidas. A camada de arenito usa as sete posições seguintes, a camada de basalto usa as próximas três posições e finalmente, as últimas três posições são usadas pela camada de folhelho, conforme é mostrado na Figura 4.67. Portanto, 13 posições geológicas são estimadas para os parâmetros  $\epsilon$  e  $\sigma$ , respectivamente, durante a inversão ACO, dando origem a 26 valores desconhecidos. Os parâmetros de inversão ACO e as sementes são apresentados na Tabela 4.10.

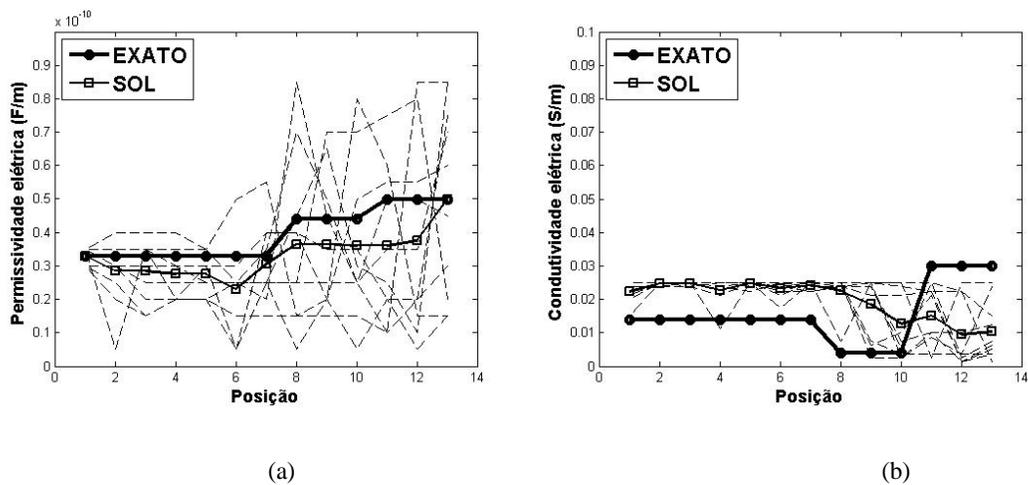


**Figura 4.67**– Perfil exato de propriedades elétricas do modelo geológico de campo EM FDTD. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

**Tabela 4.10** – Parâmetros de inversão ACO e sementes usadas no **Algoritmo 2**

| Parâmetros ACO | $ns$                                   | $np$ | $na$ | $na_p$ | $mit$ | $\varphi$ | $q_0$ |
|----------------|--|------|------|--------|-------|-----------|-------|
|                | 13                                     | 20   | 20   | 4      | 500   | 0.03      | 0.0   |
| Sementes (10)  | 17, 19, 23, 31, 35, 41, 43, 57, 61, 79 |      |      |        |       |           |       |

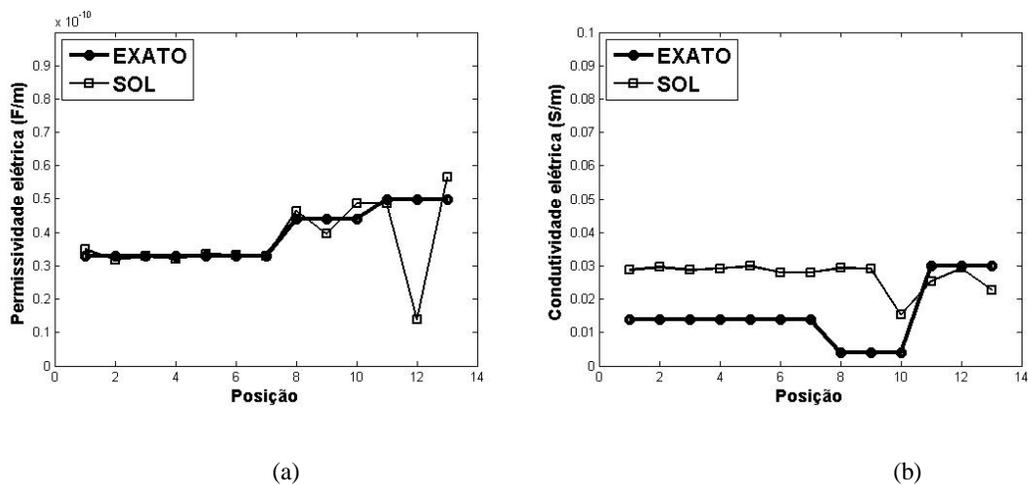
Os resultados obtidos para as primeiras simulações do **Algoritmo 4** encontram-se na Figura 4.68.



**Figura 4.68** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\varepsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, sem ruído nos dados, para  $nsi = 1$ .

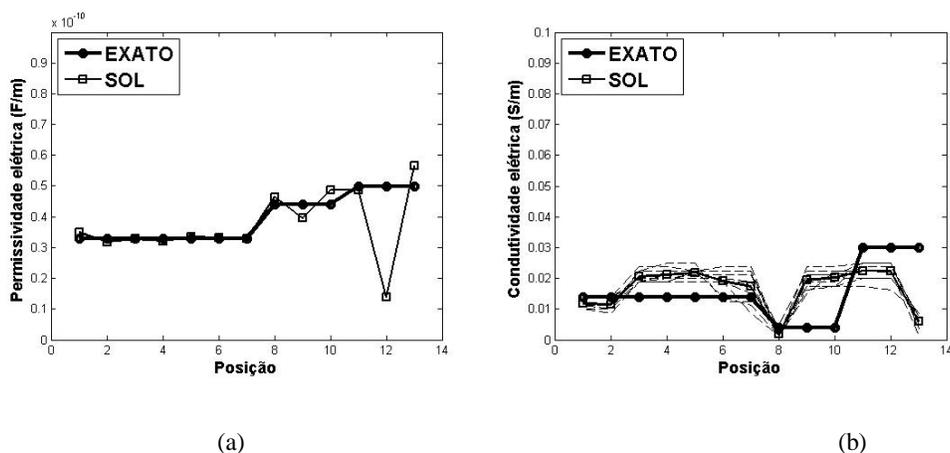
Observando a Figura 4.68 nota-se que as estimativas dos valores médios obtidos  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , não estão satisfatórias, uma vez que se precisam determinar 26 valores. Mesmo assim, visualizando a Figura 4.68 observa-se que a metodologia ACO permitiu uma melhor reconstrução para o perfil de  $\varepsilon$  se comparado ao de  $\sigma$ . Optou-se em usar as duas soluções como estimativas iniciais para o método determinístico Quasi-Newton, objetivando melhorar os resultados das estimativas.

Na Figura 4.69 está representada a solução do problema com a utilização da metodologia híbrida.



**Figura 4.69** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros,  $\varepsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando as saídas do ACO (para  $nsi=1$ ) como estimativa inicial para o método Quasi-Newton, para  $nsi = 1$ .

Nota-se na Figura 4.69 uma considerável melhora na estimativa dos valores dos parâmetros, quando as saídas do método ACO foram usadas como estimativa inicial para o método determinístico. Ainda, os valores para as estimativas de  $\varepsilon$  melhoraram significativamente com a metodologia híbrida, porém os valores de  $\sigma$  não se mostraram melhores. Assim, na próxima simulação optou-se em usar os valores de  $\varepsilon$  estimados fixos e novamente a metodologia ACO foi aplicada para estimar somente os valores de  $\sigma$ . A Figura 4.70 representa o resultado do problema.



**Figura 4.70** – Estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  (a) conhecidos,  $nsi = 1$ .

De acordo com a observação da Figura 4.70 (b), embora todas as sementes apresentem uma tendência, adota-se a metodologia de fixar até sexta posição devido ao fato que os resultados não são confiáveis para as últimas posições pela perda de energia do pulso. Assim, assume-se que apenas as seis primeiras posições foram bem aproximadas e continua-se a busca para as demais posições.

A média das 10 sementes é fixada para os valores de  $\sigma$ , nas seis primeiras posições. Novamente a metodologia ACO foi utilizada para encontrar os valores de  $\sigma$  nas sete posições restantes. Ao término das 10 sementes, é tomada a média entre elas para sétima posição e esta é fixada. A mesma metodologia é usada até a 13ª posição. Ressalta-se que os parâmetros de inversão ACO, o número de iterações e as sementes usadas no algoritmo foram os mesmos usados na Tabela 4.10.

Os resultados para as estimativas dos valores de  $\sigma$  para as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$  são mostrados nas Figuras 4.71 e 4.72, respectivamente.

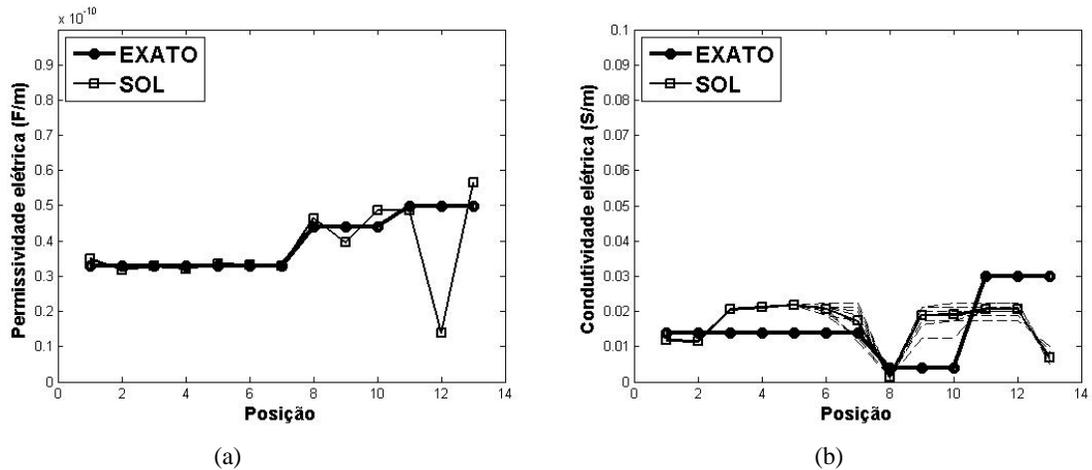


Figura 4.71 – Estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  (a) conhecidos,  $nsi = 6$ .

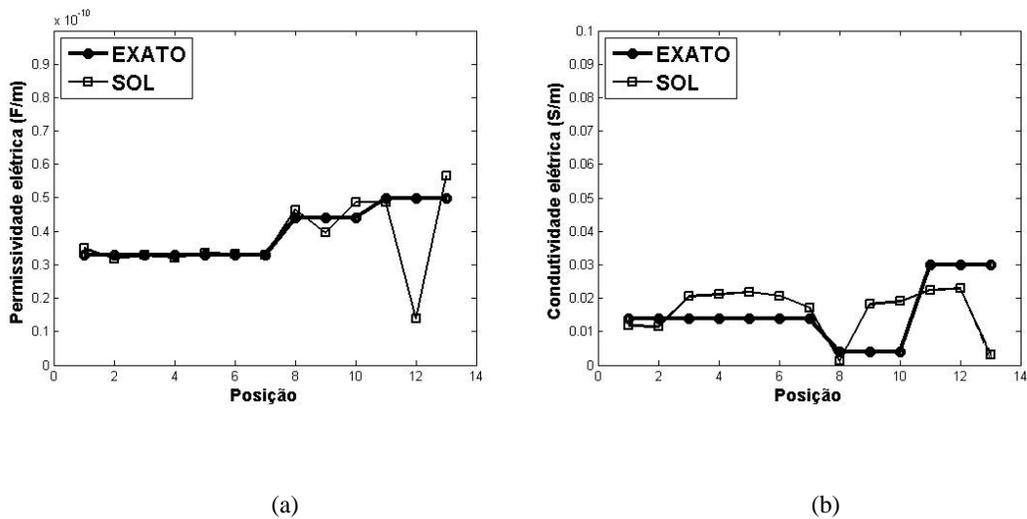


Figura 4.72 – Estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  (a) conhecidos,  $nsi = 13$ .

Conforme se notam na Figura 4.72 (b), as estimativas para os valores de condutividade elétrica são relativamente próximas do perfil exato para as primeiras oito posições, embora se perceba uma dificuldade ligeiramente maior para se estimar as cinco últimas posições do domínio computacional. Essa dificuldade é provavelmente devido ao método explícito, uma vez que o erro é propagado e existe perda de informação do sinal quando se avança no tempo. Além disso, uma das possíveis causas é o efeito da perda de energia da onda quando ela avança no domínio computacional.

Na tabela 4.11 apresentam-se os resultados para as estimativas dos parâmetros  $\varepsilon$  e  $\sigma$  para o modelo geológico, incluindo os limites inferiores e superiores para os 13 valores, onde (\*) indica que os valores estão fora do intervalo de confiança de 97%.

**Tabela 4.11a** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedades  $\varepsilon$  do modelo geológico

| Valor real ( $\varepsilon$ ) | Limite inferior          | Valor estimado           | Limite Superior          |
|------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.9843 \times 10^{-11}$ | $3.4810 \times 10^{-11}$ | $3.9771 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.6884 \times 10^{-11}$ | $3.1845 \times 10^{-11}$ | $3.6806 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.7930 \times 10^{-11}$ | $3.2891 \times 10^{-11}$ | $3.7852 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.7163 \times 10^{-11}$ | $3.2124 \times 10^{-11}$ | $3.7085 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.8468 \times 10^{-11}$ | $3.3429 \times 10^{-11}$ | $3.8390 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.8364 \times 10^{-11}$ | $3.3325 \times 10^{-11}$ | $3.8286 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.7876 \times 10^{-11}$ | $3.2837 \times 10^{-11}$ | $3.7798 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$       | $4.1446 \times 10^{-11}$ | $4.6407 \times 10^{-11}$ | $5.1368 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$       | $3.4520 \times 10^{-11}$ | $3.9481 \times 10^{-11}$ | $4.4442 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$       | $4.3639 \times 10^{-11}$ | $4.8600 \times 10^{-11}$ | $5.3561 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$       | $4.3639 \times 10^{-11}$ | $4.8600 \times 10^{-11}$ | $5.3561 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$ (*)   | $8.8393 \times 10^{-12}$ | $1.3800 \times 10^{-11}$ | $1.8761 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$ (*)   | $5.1718 \times 10^{-11}$ | $5.6679 \times 10^{-11}$ | $6.1640 \times 10^{-11}$ |

**Tabela 4.11b** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedade  $\sigma$  do modelo geológico

| Valor real ( $\sigma$ )   | Limite inferior          | Valor estimado          | Limite Superior         |
|---------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $5.6385 \times 10^{-3}$  | $1.1750 \times 10^{-2}$ | $1.7862 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $5.3885 \times 10^{-3}$  | $1.1500 \times 10^{-2}$ | $1.7612 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*) | $1.4389 \times 10^{-2}$  | $2.0500 \times 10^{-2}$ | $2.6612 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*) | $1.5014 \times 10^{-2}$  | $2.1125 \times 10^{-2}$ | $2.7237 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$ (*) | $1.5764 \times 10^{-2}$  | $2.1875 \times 10^{-2}$ | $2.7987 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $1.4639 \times 10^{-2}$  | $2.0750 \times 10^{-2}$ | $2.6862 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $1.1014 \times 10^{-2}$  | $1.7125 \times 10^{-2}$ | $2.3237 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$     | $-4.8615 \times 10^{-3}$ | $1.2500 \times 10^{-3}$ | $7.3615 \times 10^{-3}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$ (*) | $1.2139 \times 10^{-2}$  | $1.8250 \times 10^{-2}$ | $2.4362 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$ (*) | $1.3014 \times 10^{-2}$  | $1.9125 \times 10^{-2}$ | $2.5237 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$ (*) | $1.6264 \times 10^{-2}$  | $2.2375 \times 10^{-2}$ | $2.8487 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$ (*) | $1.6764 \times 10^{-2}$  | $2.2875 \times 10^{-2}$ | $2.8987 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$ (*) | $-3.1115 \times 10^{-3}$ | $3.0000 \times 10^{-3}$ | $9.1115 \times 10^{-3}$ |

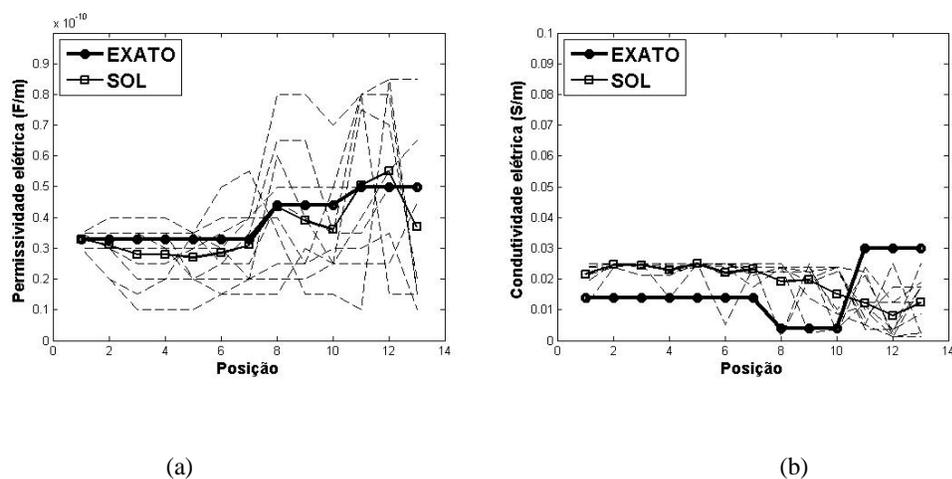
Na próxima seção, apresentam-se as simulações das estimativas para os dois parâmetros, com inserção de diferentes ruídos nos dados.

#### 4.13 ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS, $\varepsilon$ E $\sigma$ , DE UM MODELO NÃO SIMÉTRICO, COM DIFERENTES RUÍDOS NOS DADOS USANDO AS METODOLOGIAS ACO, QUASI-NEWTON E ACO NOVAMENTE

Nessas simulações buscaram-se estimar os valores dos parâmetros,  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , para os meios: arenito, basalto e folhelho considerando os dados contaminados com ruídos Gaussianos de 1% e 5%, respectivamente. As estratégias usadas foram as mesmas empregadas para os dados sem ruído. Inicialmente os dados foram contaminados para um nível especificado de ruído e a metodologia ACO foi utilizada. A seguir o método determinístico Quasi-Newton foi usado numa tentativa de melhorar os resultados das estimativas de  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , simultaneamente. Finalmente, a resposta obtida pelo método determinístico, para o parâmetro melhor ajustado, foi fixada no código ACO, onde agora se procuram pelos valores do outro parâmetro. Os resultados dessas estimativas são apresentados nas próximas seções.

##### 14.13.1 Ruído de 1% nos dados

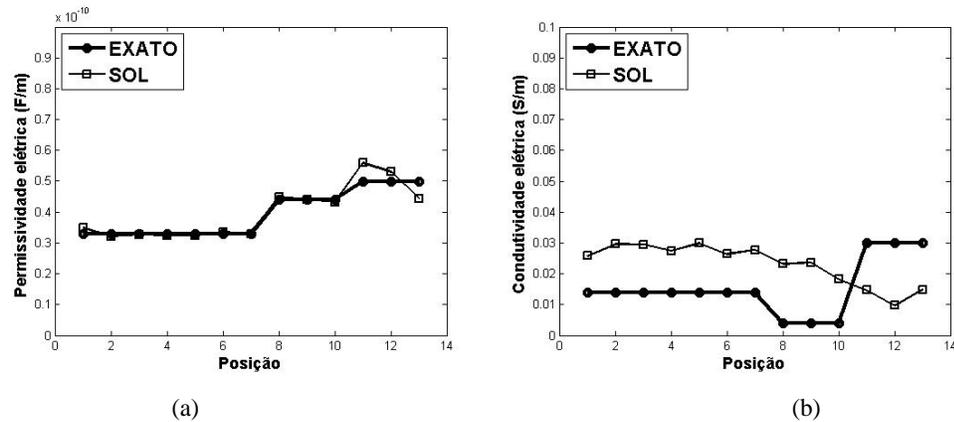
Os resultados obtidos para a recuperação das propriedades,  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , dos meios, de forma simultânea através da metodologia ACO com 1% de nível de ruído são exibidos na Figura 4.73.



**Figura 4.73** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros de  $\varepsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização de mínima entropia, com ruído de 1% nos dados, para  $n_{si} = 1$ .

Os resultados com ruído de 1% nos dados são razoáveis para as estimativas de  $\varepsilon$ , enquanto que para  $\sigma$  isso não é percebido. Assim, optou-se por usar o método determinístico a fim de melhorar os valores das estimativas, de ambos os parâmetros.

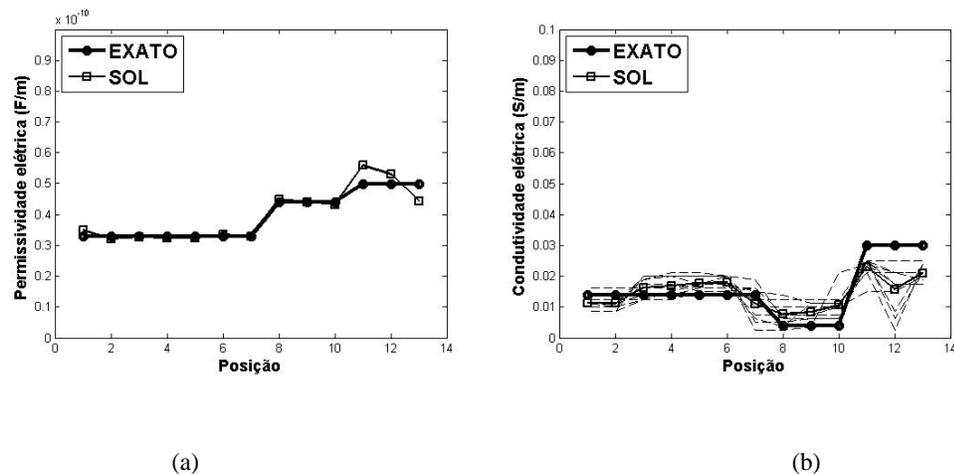
Os resultados obtidos para a reconstrução simultânea das propriedades dos meios,  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , através da metodologia híbrida, com 1% de ruído nos dados são exibidos na Figura 4.74.



**Figura 4.74** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros de  $\varepsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando as saídas do ACO, com ruído de 1% nos dados como estimativa inicial para o método Quasi-Newton.

De acordo com a Figura 4.74 observa-se que os valores de  $\sigma$  não apresentaram melhoria com a metodologia híbrida. Entretanto, o perfil de permissividade elétrica melhorou significativamente. Então, aplicou-se novamente a metodologia ACO, fixando os resultados das estimativas de  $\varepsilon$  e tentando estimar apenas os valores de  $\sigma$ .

Os resultados das simulações são exibidos na Figura 4.75.

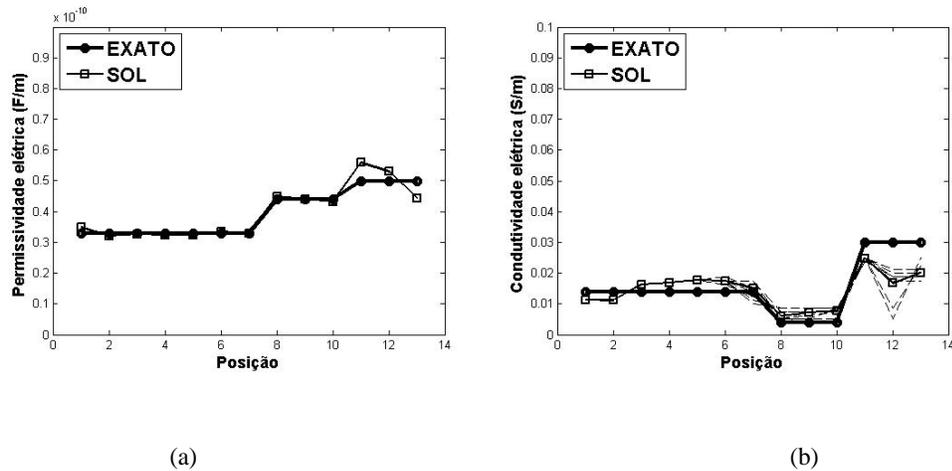


**Figura 4.75** – Estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  (a) conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 1$ , com ruído de 1% nos dados.

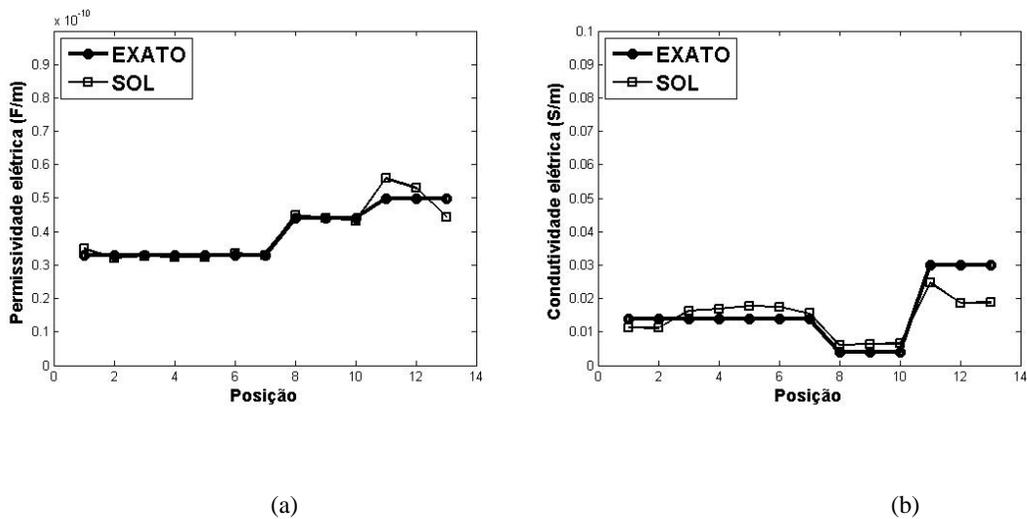
Conforme se observa a Figura 4.75 (b), assim como no caso sem ruído, é assumido que apenas as seis primeiras posições estão bem estimadas. A média das 10 sementes é fixada para os valores de  $\sigma$ . Novamente aplicou-se a metodologia ACO para obter os valores de  $\sigma$  nas sete posições subsequentes. A estratégia foi usada até a 13ª posição. Ressalta-se que os parâmetros de inversão ACO, as sementes e o número de iterações foram os mesmos usados

para o perfil sem ruído. Cabe destacar que para a simulação com ruído nos dados a melhoria é mais expressiva para o parâmetro  $\sigma$  se comparado com os dados sem ruído (Figura 4.70 b).

Os resultados dos valores estimados para  $\sigma$ , considerando  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$  são mostrados nas Figuras 4.76 e 4.77.



**Figura 4.76** – Estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  (a) conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 6$ , com ruído de 1% nos dados.



**Figura 4.77** – Estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  (a) conhecidos (metodologia híbrida – ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 13$ , com ruído de 1% nos dados.

Na Tabela 4.12 apresentam-se os resultados para as estimativas dos parâmetros  $\varepsilon$  e  $\sigma$  para o modelo geológico, incluindo os limites inferiores e superiores para os 13 valores, onde (\*) indica que os valores estão fora do intervalo de confiança de 97%.

**Tabela 4.12a** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedades  $\varepsilon$  do modelo geológico

| Valor Real ( $\varepsilon$ ) | Limite Inferior          | Valor Estimado           | Limite Superior          |
|------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.9849 \times 10^{-11}$ | $3.4810 \times 10^{-11}$ | $3.9771 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.7182 \times 10^{-11}$ | $3.2143 \times 10^{-11}$ | $3.7104 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.7731 \times 10^{-11}$ | $3.2692 \times 10^{-11}$ | $3.7653 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.7365 \times 10^{-11}$ | $3.2326 \times 10^{-11}$ | $3.7287 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.7439 \times 10^{-11}$ | $3.2400 \times 10^{-11}$ | $3.7361 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.8655 \times 10^{-11}$ | $3.3616 \times 10^{-11}$ | $3.8577 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.8022 \times 10^{-11}$ | $3.2983 \times 10^{-11}$ | $3.7944 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$       | $4.0054 \times 10^{-11}$ | $4.5015 \times 10^{-11}$ | $4.9976 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$       | $3.9051 \times 10^{-11}$ | $4.4012 \times 10^{-11}$ | $4.8973 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$       | $3.8239 \times 10^{-11}$ | $4.3200 \times 10^{-11}$ | $4.8161 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11} (*)$   | $5.0939 \times 10^{-11}$ | $5.5900 \times 10^{-11}$ | $6.0861 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$       | $4.8077 \times 10^{-11}$ | $5.3038 \times 10^{-11}$ | $5.7999 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11} (*)$   | $3.9439 \times 10^{-11}$ | $4.4400 \times 10^{-11}$ | $4.9361 \times 10^{-11}$ |

**Tabela 4.12b** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedades  $\sigma$  do modelo geológico

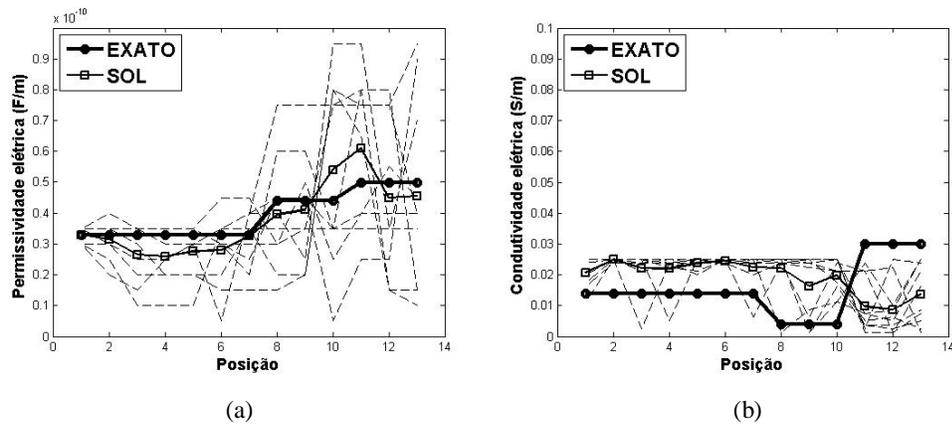
| Valor Real ( $\sigma$ )   | Limite Inferior         | Valor Estimado          | Limite Superior         |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $5.2635 \times 10^{-3}$ | $1.1375 \times 10^{-2}$ | $1.7487 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $5.1385 \times 10^{-3}$ | $1.1250 \times 10^{-2}$ | $1.7362 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $1.0138 \times 10^{-2}$ | $1.6250 \times 10^{-2}$ | $2.2362 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $1.0763 \times 10^{-2}$ | $1.6875 \times 10^{-2}$ | $2.2987 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $1.1638 \times 10^{-2}$ | $1.7750 \times 10^{-2}$ | $2.3862 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $1.1388 \times 10^{-2}$ | $1.7500 \times 10^{-2}$ | $2.3612 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $9.3885 \times 10^{-3}$ | $1.5500 \times 10^{-2}$ | $2.1612 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$     | $1.3470 \times 10^{-5}$ | $6.1250 \times 10^{-3}$ | $1.2237 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$     | $2.6347 \times 10^{-4}$ | $6.3750 \times 10^{-3}$ | $1.2487 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$     | $3.8847 \times 10^{-4}$ | $6.5000 \times 10^{-3}$ | $1.2612 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$     | $1.8513 \times 10^{-2}$ | $2.4625 \times 10^{-2}$ | $3.0737 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2} (*)$ | $1.2513 \times 10^{-2}$ | $1.8625 \times 10^{-2}$ | $2.4737 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2} (*)$ | $1.2638 \times 10^{-2}$ | $1.8750 \times 10^{-2}$ | $2.4862 \times 10^{-2}$ |

Nota-se uma melhoria superior na reconstrução do perfil de condutividade elétrica se comparada às figuras 4.74 e 4.77. A Figura 4.74 exibe o resultado obtido pela reconstrução simultânea dos valores de  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , através da metodologia híbrida, enquanto que na Figura 4.77 mostram-se os resultados dos valores do parâmetro  $\sigma$  usando a estimativa obtida pelo método QN como estimativa inicial para o método ACO, porém, procurando somente  $\sigma$ .

#### 14.13.2 Ruído de 5% nos dados

A mesma metodologia do ruído de 1% nos dados foi empregada para as simulações com ruído de 5% nos dados. Os resultados obtidos para a reconstrução simultânea das

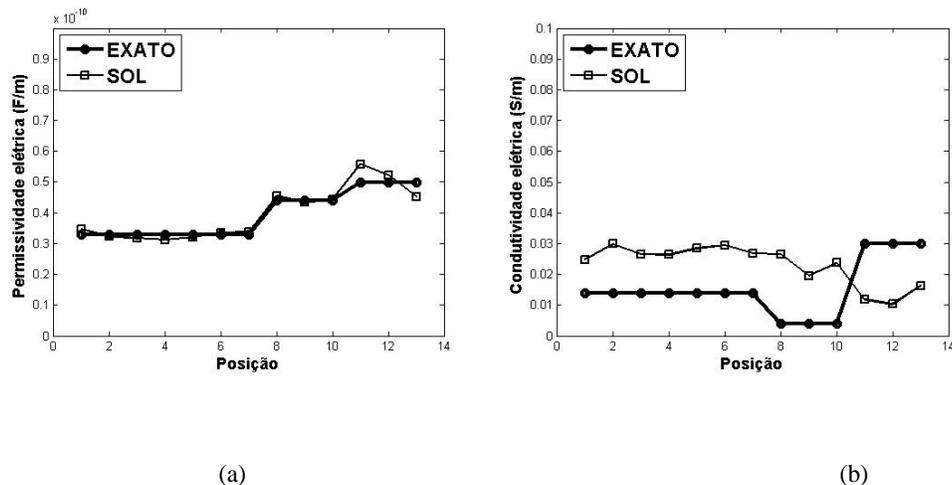
propriedades dos meios através da metodologia ACO com esse nível de ruído são mostrados como seguem:



**Figura 4.78** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros  $\varepsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando 500 iterações e usando o critério de regularização, com 5% de ruído nos dados, para  $nsi = 1$ .

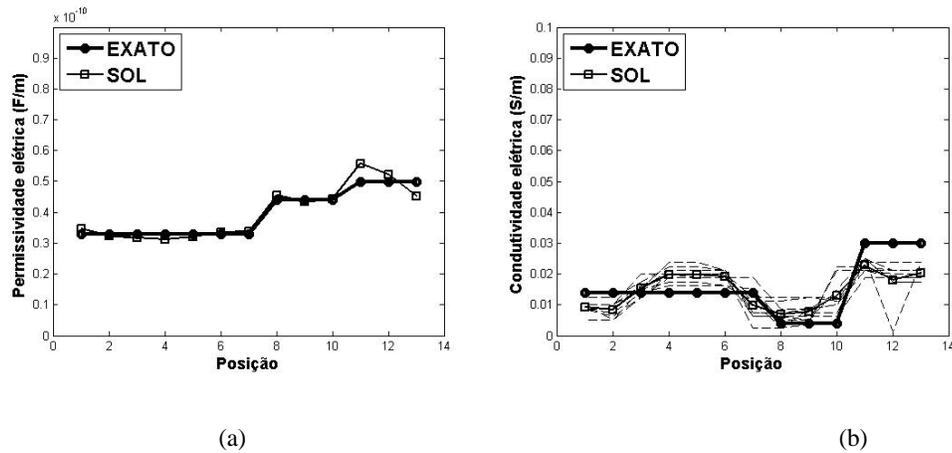
Os resultados obtidos na Figura 4.78 mostram uma razoável estimativa para os valores dos parâmetros. Entretanto, essas estimativas podem ser melhoradas. Mais uma vez optou-se em utilizar o método determinístico.

Usando a metodologia híbrida, percebe-se na Figura 4.79 que as respostas para a reconstrução das propriedades dos parâmetros  $\varepsilon$  e  $\sigma$  são simultaneamente satisfatórias. Como os resultados para a permissividade elétrica ( $\varepsilon$ ) foram melhores se comparados aos da condutividade elétrica ( $\sigma$ ), conservaram-se os resultados para  $\varepsilon$  e aplicou-se a metodologia ACO para estimar somente os valores de  $\sigma$ .



**Figura 4.79** – Estimativa simultânea dos valores dos parâmetros  $\varepsilon$  (a) e  $\sigma$  (b), considerando as saídas do ACO, com 5% de ruído nos dados como estimativa inicial para o método Quasi-Newton.

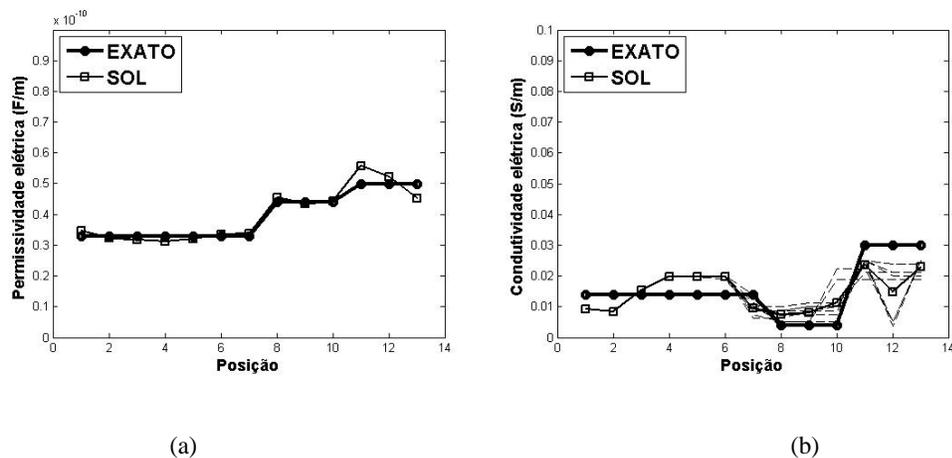
As próximas figuras exibem os resultados para essa simulação.



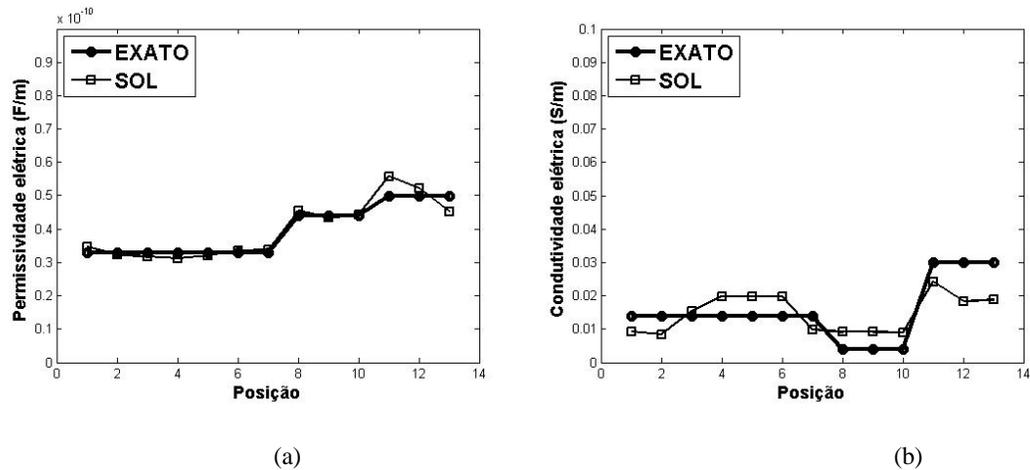
**Figura 4.80** – Estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  (a) conhecidos (metodologia híbrida ACO + Quasi-Newton), para  $nsi=1$ , com 5% de ruído nos dados.

Observando a Figura 4.80, a média das 10 sementes é fixada para os valores de  $\sigma$  nas seis primeiras posições. Mais uma vez aplicou-se a metodologia ACO até a 13<sup>a</sup> posição com o intuito de encontrar os valores de  $\sigma$  nas outras posições. Ressalta-se que os parâmetros de inversão ACO e o número de iterações foram os mesmos utilizados nos dados com 1% de ruído.

Os resultados para as estimativas dos valores de  $\sigma$  para as posições  $nsi = 6$  e  $nsi = 13$  são mostrados nas Figuras 4.81 e 4.82.



**Figura 4.81** – Estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  (a) conhecidos (metodologia híbrida ACO + Quasi-Newton), para  $nsi = 6$ , com 5% de ruído nos dados.



**Figura 4.82** – Estimativa dos valores do parâmetro  $\sigma$  (b), considerando os valores de  $\varepsilon$  (a) conhecidos (metodologia híbrida ACO + Quasi-Newton), para  $n_{si} = 13$ , com 5% de ruído nos dados.

Na tabela 4.13 são apresentados os resultados para as estimativas dos parâmetros,  $\varepsilon$  e  $\sigma$ , do modelo geológico, incluindo os limites inferiores e superiores do intervalo de confiança de 97%, onde (\*) indica que os valores estão fora do intervalo.

**Tabela 4.13a** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedades  $\varepsilon$  do modelo geológico

| Valor Real ( $\varepsilon$ ) | Limite Inferior          | Valor Estimado           | Limite Superior          |
|------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.9767 \times 10^{-11}$ | $3.4728 \times 10^{-11}$ | $3.9689 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.7227 \times 10^{-11}$ | $3.2188 \times 10^{-11}$ | $3.7149 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.6839 \times 10^{-11}$ | $3.1800 \times 10^{-11}$ | $3.6761 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.6239 \times 10^{-11}$ | $3.1200 \times 10^{-11}$ | $3.6161 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.7154 \times 10^{-11}$ | $3.2115 \times 10^{-11}$ | $3.7076 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.8639 \times 10^{-11}$ | $3.3600 \times 10^{-11}$ | $3.8561 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$       | $2.8743 \times 10^{-11}$ | $3.3704 \times 10^{-11}$ | $3.8665 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$       | $4.0462 \times 10^{-11}$ | $4.5423 \times 10^{-11}$ | $5.0384 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$       | $3.8453 \times 10^{-11}$ | $4.3414 \times 10^{-11}$ | $4.8375 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$       | $3.9398 \times 10^{-11}$ | $4.4359 \times 10^{-11}$ | $4.9320 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$ (*)   | $5.0861 \times 10^{-11}$ | $5.5822 \times 10^{-11}$ | $6.0783 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$       | $4.7300 \times 10^{-11}$ | $5.2261 \times 10^{-11}$ | $5.7222 \times 10^{-11}$ |
| $5.00 \times 10^{-11}$       | $4.0253 \times 10^{-11}$ | $4.5214 \times 10^{-11}$ | $5.0175 \times 10^{-11}$ |

**Tabela 4.13b** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedades  $\sigma$  do modelo geológico

| Valor Real ( $\sigma$ ) | Limite Inferior         | Valor Estimado          | Limite Superior         |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $1.40 \times 10^{-2}$   | $3.1385 \times 10^{-3}$ | $9.2500 \times 10^{-3}$ | $1.5362 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$   | $2.2635 \times 10^{-3}$ | $8.3750 \times 10^{-3}$ | $1.4487 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$   | $9.2635 \times 10^{-3}$ | $1.5375 \times 10^{-2}$ | $2.1487 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$   | $1.3763 \times 10^{-2}$ | $1.9875 \times 10^{-2}$ | $2.5987 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$   | $1.3638 \times 10^{-2}$ | $1.9750 \times 10^{-2}$ | $2.5862 \times 10^{-2}$ |

|                           |                         |                         |                         |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $1.3638 \times 10^{-2}$ | $1.9750 \times 10^{-2}$ | $2.5862 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$     | $3.7635 \times 10^{-3}$ | $9.8750 \times 10^{-3}$ | $1.5987 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$     | $3.0135 \times 10^{-3}$ | $9.1250 \times 10^{-3}$ | $1.5237 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$     | $3.0135 \times 10^{-3}$ | $9.1250 \times 10^{-3}$ | $1.5237 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3}$     | $2.8885 \times 10^{-3}$ | $9.0000 \times 10^{-3}$ | $1.5112 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2}$     | $1.8138 \times 10^{-2}$ | $2.4250 \times 10^{-2}$ | $3.0362 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2} (*)$ | $1.2263 \times 10^{-2}$ | $1.8375 \times 10^{-2}$ | $2.4487 \times 10^{-2}$ |
| $3.00 \times 10^{-2} (*)$ | $1.2638 \times 10^{-2}$ | $1.8750 \times 10^{-2}$ | $2.4862 \times 10^{-2}$ |

De acordo com as Figuras 4.77 e 4.82, nota-se que as estimativas dos valores do parâmetro  $\sigma$  foram razoavelmente obtidas, até mesmo com 1% e 5% de ruídos incluídos nos dados, respectivamente, se comparados à Figura 4.72 (última simulação sem ruído). Embora os resultados não sejam plenamente satisfatórios para algumas posições do domínio computacional, uma vez que o pulso perde energia, é possível que o método explícito estivesse sob influência de erro computacional quando se avança no tempo.

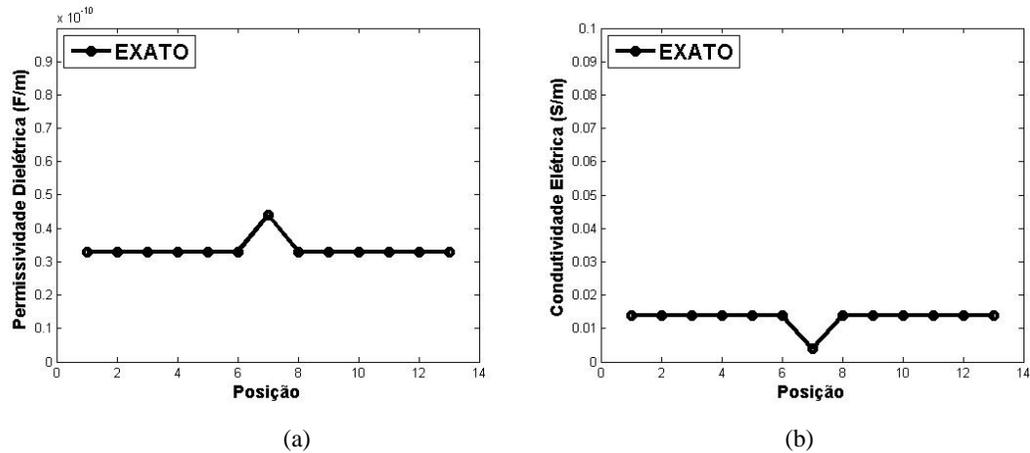
Na próxima seção serão apresentadas novas simulações, mas para um diferente tipo de perfil.

#### 4.14 ESTIMATIVA SIMULTÂNEA DE DOIS PARÂMETROS ( $\epsilon$ E $\sigma$ ) SEM RUÍDO, USANDO PERFIL SIMÉTRICO COM UMA POSIÇÃO DE BASALTO

Foram realizadas várias simulações com essa metodologia, usando 13 posições geológicas para estimar os valores dos parâmetros  $\epsilon$  e  $\sigma$ . Os principais parâmetros utilizados nas simulações (permissividade elétrica, condutividade elétrica, condutividade magnética e permeabilidade magnética) foram os mesmos usados na Tabela 4.1. As frequências usadas para simular antenas de GPR foram: 25 MHz, 50 MHz, 100 MHz e 240 MHz. Os incrementos espacial e temporal usados foram:  $3 \times 10^{-2}$  m e  $9,995 \times 10^{-11}$  s, respectivamente e 200 iterações no tempo foram utilizadas.

O domínio espacial para a simulação das ondas eletromagnéticas do modelo FDTD foi discretizado em 16 posições ( $48 \times 10^{-2}$  m), sendo que as primeiras três posições foram consideradas para a camada de ar, cuja permissividade elétrica e a condutividade elétrica são conhecidas. A camada de arenito usa as seis posições seguintes, a camada de basalto usa a sétima posição e finalmente, as últimas seis posições são usadas por outra camada de arenito, conforme é mostrado na Figura 4.83. Portanto, somente 13 posições geológicas são estimadas

para os parâmetros  $\epsilon$  e  $\sigma$  durante a inversão ACO, dando origem a 26 valores desconhecidos. Os parâmetros de inversão ACO e as sementes são apresentados na Tabela 4.14.

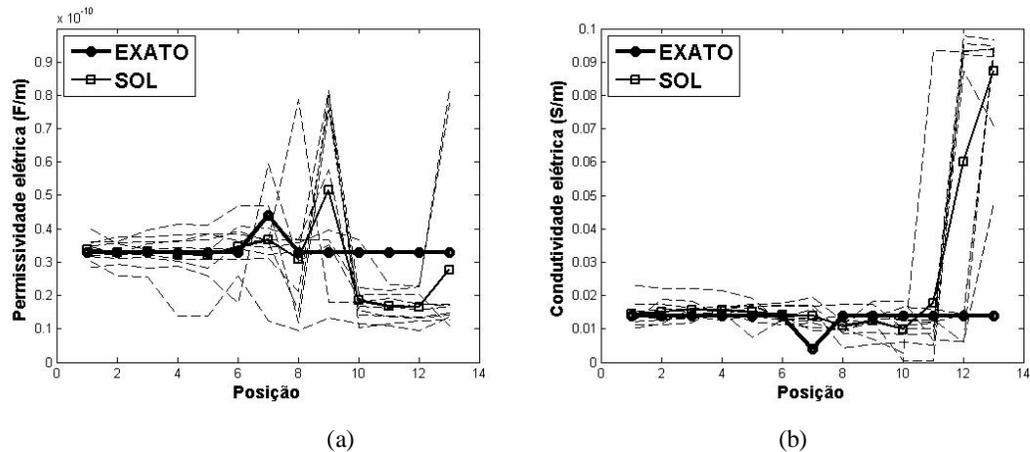


**Figura 4.83** – Perfil de propriedades elétricas do modelo geológico de campo EM FDTD. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

**Tabela 4.14** – Parâmetros de inversão ACO e sementes usadas nos Algoritmos

| Parâmetros ACO | $ns$                                   | $np$ | $na$ | $na_p$ | $mit$ | $\varphi$ | $q_0$ |
|----------------|--|------|------|--------|-------|-----------|-------|
|                | 13                                     | 1000 | 1000 | 10     | 500   | 0.03      | 0.0   |
| Sementes (10)  | 17, 19, 23, 31, 35, 41, 43, 57, 61, 79 |      |      |        |       |           |       |

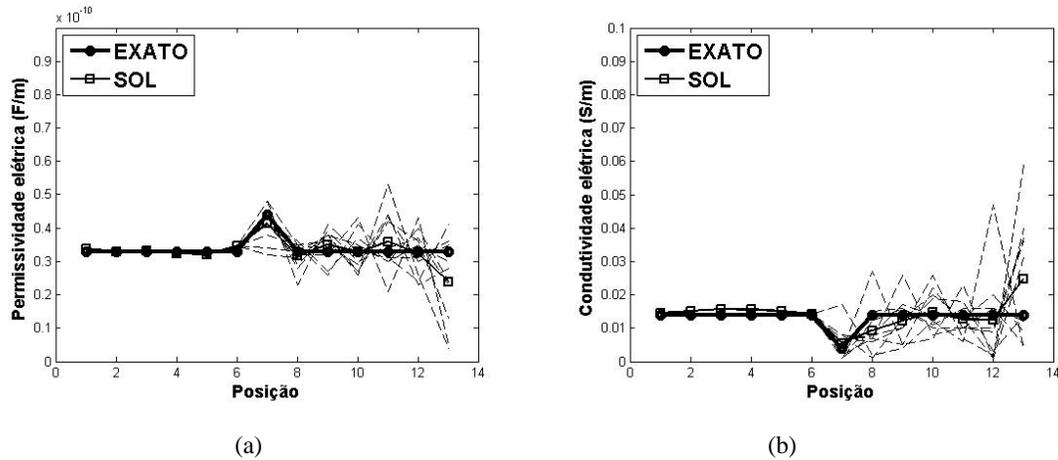
Na Figura 4.84 são mostrados os resultados de recuperação dos valores dos parâmetros ( $\epsilon$  e  $\sigma$ ), de forma simultânea, usando as 10 sementes da Tabela 4.14, obtidos pelo método *Ant Colony*. Para isso, foram usadas 1000 formigas, isto é, 1000 caminhos e fator de regularização igual a 100, ou seja, a cada 100 formigas escolhe a que melhor atende o critério de regularização de mínima entropia de 1ª ordem (pseudoentropia) (Tikhonov e Arsenin, 1977). Deste modo, do total de 1000 formigas somente 10 destas são avaliadas, de forma a se escolher aquela correspondente ao trajeto de menor custo total, representado pelo valor da função objetivo. O critério de mínima entropia foi utilizado nessas simulações porque para resolver o problema de estimação dos parâmetros:  $\epsilon$  e  $\sigma$ , se buscava soluções planas, mas com descontinuidades de forma (abruptas). Cabe-se ressaltar que embora a amostragem utilizada (1000 soluções) seja relativamente pequena (para otimização estocástica), ela é considerada adequada para os recursos atualmente disponíveis para o desenvolvimento desse trabalho. Mas, existe a possibilidade de simular esse tipo de problema em arquitetura de computadores como presentes no CESUP (UFRGS), onde o problema é trivialmente paralelizável.



**Figura 4.84** – Resultados da inversão ACO para as propriedades elétricas do modelo geológico depois da primeira rodada do **Algoritmo 1**. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

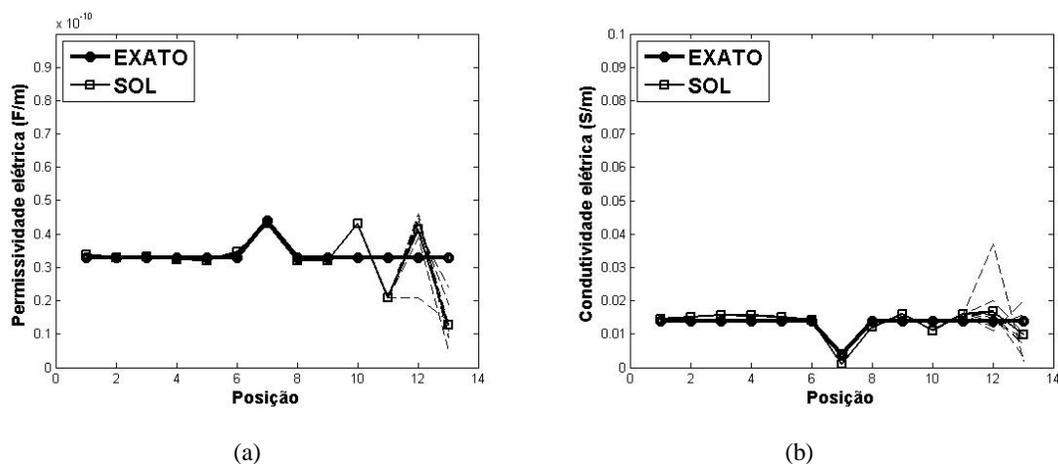
Observando a figura 4.84, percebe-se que para os seis primeiros valores obtidos para os parâmetros,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , há uma tendência em torno de um determinado valor (o valor real dos parâmetros), embora para os sete valores subsequentes nenhuma tendência foi percebida.

O objetivo desse trabalho é construir um modelo geofísico ou dados modelados de GPR. Desta forma, as dificuldades inerentes à solução de problema inverso são a falta de dados ou ainda, a perda de informação no final do domínio computacional. Buscando resolver esse problema, uma nova metodologia é usada e é descrita a seguir. Nessa nova metodologia, a média das 10 sementes para os valores de cada parâmetro,  $\epsilon$  e  $\sigma$ , nas seis posições (camada de arenito) foi determinada e fixada como descrito no **Algoritmo 4**. Então, novamente o método *Ant Colony* foi utilizado para estimar o valor das posições subsequentes. Do resultado obtido fixou-se o valor da sétima posição (camada de basalto), para as duas incógnitas, e novamente o método *Ant Colony* foi usado para obter os valores dos parâmetros nas posições restantes. A metodologia foi usada até a 13<sup>a</sup> posição. Nessas simulações optou-se por usar 20 formigas e nenhuma regularização, pois não havia mais necessidade de buscar por soluções com descontinuidade. Conforme mostrado na Figura 4.85, o resultado apresenta muitas oscilações da 9<sup>a</sup> até a 13<sup>a</sup> posições.



**Figura 4.85** – Resultados da inversão ACO para as propriedades elétricas do modelo geológico depois da segunda rodada do **Algoritmo 4**. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

Para resolver o problema das oscilações, um novo procedimento foi desenvolvido. Nesse procedimento, os valores das 10 incógnitas (cinco  $\epsilon$  e cinco  $\sigma$ ) da 9ª até a 13ª posição são estimados usando 20 formigas (soluções candidatas) e nenhum critério de regularização. Agora, para cada iteração a primeira metade (referente à  $\epsilon$ ) de qualquer uma das 10 soluções geradas, é combinada com a segunda metade (referente à  $\sigma$ ) de todas as 10 soluções geradas na iteração, conforme descrito no **Algoritmo 4**. A figura 4.86 mostra que o resultado obtido para quase todas as 10 sementes converge para a mesma solução.



**Figura 4.86** – Resultados da inversão ACO para as propriedades elétricas do modelo geológico depois da terceira rodada do **Algoritmo 4**. (a) perfil de permissividade dielétrica; (b) perfil de condutividade elétrica.

Na tabela 4.15 apresentam-se os valores reais dos parâmetros eletromagnéticos e os valores das estimativas de permissividade e condutividade elétricas, incluindo os limites

inferior e superior para os 13 valores, onde (\*) indica que os valores estão fora do intervalo de confiança de 97% .

**Tabela 4.15a** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedade  $\varepsilon$  do modelo geológico

| <i>Valor Real (<math>\varepsilon</math>)</i> | <i>Limite Inferior</i>   | <i>Valor Estimado</i>    | <i>Limite Superior</i>   |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.8085 \times 10^{-11}$ | $3.3770 \times 10^{-11}$ | $3.9455 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.7315 \times 10^{-11}$ | $3.3000 \times 10^{-11}$ | $3.8685 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.7625 \times 10^{-11}$ | $3.3310 \times 10^{-11}$ | $3.8995 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.6625 \times 10^{-11}$ | $3.2310 \times 10^{-11}$ | $3.7995 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.6365 \times 10^{-11}$ | $3.2050 \times 10^{-11}$ | $3.7735 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.8865 \times 10^{-11}$ | $3.4550 \times 10^{-11}$ | $4.0235 \times 10^{-11}$ |
| $4.40 \times 10^{-11}$                       | $3.7315 \times 10^{-11}$ | $4.3000 \times 10^{-11}$ | $4.8685 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.6315 \times 10^{-11}$ | $3.2000 \times 10^{-11}$ | $3.7685 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11}$                       | $2.6315 \times 10^{-11}$ | $3.2000 \times 10^{-11}$ | $3.7685 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11} (*)$                   | $3.7315 \times 10^{-11}$ | $4.3000 \times 10^{-11}$ | $4.8685 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11} (*)$                   | $1.5315 \times 10^{-11}$ | $2.1000 \times 10^{-11}$ | $2.6685 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11} (*)$                   | $3.5815 \times 10^{-11}$ | $4.1500 \times 10^{-11}$ | $4.7185 \times 10^{-11}$ |
| $3.30 \times 10^{-11} (*)$                   | $7.0154 \times 10^{-12}$ | $1.2700 \times 10^{-11}$ | $1.8385 \times 10^{-11}$ |

**Tabela 4.15b** – Intervalo de Confiança de 97% para a propriedade  $\sigma$  do modelo geológico

| <i>Valor Real (<math>\sigma</math>)</i> | <i>Limite Inferior</i>   | <i>Valor Estimado</i>   | <i>Limite Superior</i>  |
|---|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.1497 \times 10^{-2}$  | $1.4390 \times 10^{-2}$ | $1.7283 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.2197 \times 10^{-2}$  | $1.5090 \times 10^{-2}$ | $1.7983 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.2797 \times 10^{-2}$  | $1.5690 \times 10^{-2}$ | $1.8583 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.2677 \times 10^{-2}$  | $1.5570 \times 10^{-2}$ | $1.8463 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.2227 \times 10^{-2}$  | $1.5120 \times 10^{-2}$ | $1.8013 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.1147 \times 10^{-2}$  | $1.4040 \times 10^{-2}$ | $1.6933 \times 10^{-2}$ |
| $4.00 \times 10^{-3} (*)$               | $-1.8931 \times 10^{-3}$ | $1.000 \times 10^{-3}$  | $3.8931 \times 10^{-3}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $9.1069 \times 10^{-3}$  | $1.2000 \times 10^{-2}$ | $1.4893 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.3107 \times 10^{-2}$  | $1.6000 \times 10^{-2}$ | $1.8893 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2} (*)$               | $8.1069 \times 10^{-3}$  | $1.1000 \times 10^{-2}$ | $1.3893 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.3107 \times 10^{-2}$  | $1.6000 \times 10^{-2}$ | $1.8893 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2}$                   | $1.3807 \times 10^{-2}$  | $1.6700 \times 10^{-2}$ | $1.9593 \times 10^{-2}$ |
| $1.40 \times 10^{-2} (*)$               | $6.9069 \times 10^{-3}$  | $9.8000 \times 10^{-3}$ | $1.2693 \times 10^{-2}$ |

Nota-se que em problemas inversos o número de parâmetros a serem estimados depende da complexidade dos problemas a serem resolvidos. Sobre esse fato pode-se destacar: Ramos e Campos Velho (1999), que estimaram 40 valores de temperatura usando 7

medidas de radiância; Souto et. al. (2006) e Souto et. al. (2007) que determinaram a concentração vertical de clorofila em 10 posições de profundidade; Paasche et. al. (2008) que estimaram dois parâmetros (onda P e velocidade da onda) e Majdalani et. al. (2008) que definiram três diferentes parâmetros para o fluxo de água. Embora a natureza dos problemas encontrados, nessas referências, seja diferente dos simulados nesse trabalho certamente serviram de motivação para a pesquisa.

## CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os métodos de simulação de ondas EM em meios geológicos e geotécnicos, apesar de ainda estarem abertos a investigações, já possuem um direcionamento técnico visível: a produção de radargramas sintéticos que aproximam as causas (estruturas geológicas de subsolo). No entanto, a inversão de dados geofísicos de georradar, quer sejam sintéticos, ou provenientes de levantamentos de campo, é ainda um campo fértil a ser explorado.

A solução do problema inverso (inversão geofísica) para estimativa dos parâmetros físicos dos meios geológicos e geotécnicos apresentada nessa tese de doutoramento representa somente uma pequena parte dos esforços e simulações feitas com diferentes estruturas geológicas, diferentes meios geológicos, diferentes frequências do pulso EM propagado. A quantidade de material produzido ainda está sob exame e será oportunamente divulgado. Nesse sentido, é interessante mostrar que, para fins de estimar as propriedades físicas dos meios geológicos, o método Quasi-Newton foi inicialmente aplicado, mas que não forneceu bons resultados, visto que a convergência dos resultados depende da estimativa inicial dos parâmetros físicos. Uma vez que o problema a ser resolvido tem uma componente estocástica, o método ACO foi utilizado para inversão dos dados e estimativa dos parâmetros físicos. O método ACO forneceu os melhores resultados, pois não apresenta dependência em relação à estimativa inicial. A convergência ocorre mesmo que os parâmetros iniciais fornecidos à solução estejam muito distantes dos valores reais. Observe que os valores iniciais de  $(\epsilon, \sigma)$  são sempre iguais  $(1, 1)$ . Desta forma, aplicou-se uma metodologia híbrida, método estocástico mais método determinístico, para melhorar as estimativas dos parâmetros físicos  $(\epsilon, \sigma)$ .

O método ACO e o procedimento modificado implementado nesse estudo produziram resultados razoáveis, sob o ponto de vista estatístico, para a recuperação de propriedades elétricas de um ambiente geológico ou geotécnico. O método ACO original não é suficientemente adequado para calcular as soluções que melhor atendem o critério de regularização, a fim de obter bons resultados nas estimativas dos parâmetros  $\epsilon$  e  $\sigma$ . A nova metodologia, que consiste em fixar os valores de  $\epsilon$  e  $\sigma$  para a primeira camada e combinar os resultados de  $\epsilon$  e  $\sigma$  para as camadas mais profundas, usada na função objetivo, conduz a resultados mais próximos para as propriedades elétricas. Com a modificação proposta no método ACO, verifica-se que, para o primeiro perfil simulado, boas estimativas foram obtidas para as propriedades dos meios. No entanto, quando se oferece mais dificuldade para estimar

os valores dos parâmetros, conforme o segundo perfil simulado percebe-se que a metodologia produz resultados com menor convergência. Isso provavelmente se deve ao fato da perda de energia do pulso nas últimas posições e aos erros de propagação numérica do método de simulação da onda EM (FDTD).

A principal contribuição desta tese de doutoramento é introduzir uma diferente rotina no cálculo de cada solução para o Algoritmo ACO. A partir desta tese, todas as soluções candidatas são calculadas, uma por uma, para encontrar a melhor entre elas. Baseado nessa nova rotina é possível estimar 13 valores de cada parâmetro  $\varepsilon$  e  $\sigma$ . Em outras palavras, 26 diferentes parâmetros foram estimados e os resultados mostraram-se bem ajustados aos parâmetros físicos da estrutura geológica inicial.

A segunda importante contribuição dessa tese de doutoramento é o uso simultâneo de 3 frequências de georradar no processo de inversão para determinação das propriedades físicas ( $\varepsilon$  e  $\sigma$ ). Devido ao grande número de incógnitas (26), a utilização de apenas uma frequência não fornece resultados satisfatórios. Assim, a utilização de 3 frequências (3 diferentes campos elétricos recebidos) potencializou a obtenção de melhores resultados. Tais resultados abrem a perspectiva de se fazer o processamento de dados de georradar multi-canais.

As investigações executadas também mostraram que o método FDTD pode não ser o método mais adequado para a simulação dos dados diretos (sintéticos) em meios geológicos de grande espessura. Essa afirmação é factível na medida em que o método explícito FDTD propaga cumulativamente os erros. Talvez aí encontra-se a resposta para a pequena convergência dos resultados no fim do domínio de inversão. Então, para trabalhos futuros, buscar-se-á resolver analiticamente o problema direto, ainda por meio das equações de Maxwell unidimensionais em meios heterogêneos. A motivação para desenvolver tal estudo vem dos trabalhos bem-sucedidos realizados por Vilhena e colaboradores, que resolveram analiticamente a equação de advecção-difusão, dependente do tempo, em geometria cartesiana, pela técnica da transformada integral. Para mais informações, sugere-se pesquisar os trabalhos de Degrazia et. al. (2001), Moreira et. al. (2004 a, b), Moreira et. al. (2005), Wortmann et. al. (2005), Tirabassi et. al. (2008), Vilhena et. al. (2008), Tirabassi et. al. (2009) e Vilhena e Moreira (2009).

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ANNAN, A. P.; DAVIS, J. L. 1989. Ground penetrating radar for high resolution mapping of soil and rock stratigraphy. **Geophysical prospecting**, Vol. 37 (1): 531-551.

AVIS, N. J.; BARBER, D. C. 1994. Image reconstruction using non-adjacent drive configurations. **Physiol. Meas.**, Vol. 15: A153-A160.

BACKUS, G.; GILBERT, F. 1967. **Geophysics J. Roy. Astron. Soc.**, Vol. 13: 247-276 (Inverse I).

BACKUS, G.; GILBERT, F. 1968. **Geophysics J. Roy. Astron. Soc.**, Vol. 16: 169-205 (Inverse II).

BARBER, D. C.; BROWN, B. H. 1984. Applied potential tomography. **Journal Phys. E: Instrum.**, Vol. 17: 723-733.

BENAVIDES, A.; EVERETT, M. E. 2007. Non-linear inversion of controlled source multi-receiver electromagnetic data for unexploded ordnance using a continuation method. **Journal of Applied Geophysics**, Vol. 61: 243-253.

BRISTOW, C. M. 1966. A new graphical resistivity technique for detecting air-filled cavities. **Stud. Speleology**, Vol. 1: 204-227.

CAMPOS VELHO, H. F.; RAMOS, F. M. 1997. Numerical inversion of two-dimensional geoelectric conductivity distributions from electromagnetic ground data. **Brazilian Journal of Geophysics**, Vol. 15 (2): 133-143.

CAMPOS VELHO, H. F.; RAMOS, F. M.; CARVALHO, J. C.; FERREIRA, N. J. 1999. Novel approaches on entropic regularization. **Inverse Problems**, Vol. 15: 1139-1148.

CAMPOS VELHO, H. F. 2001. **Problemas inversos: conceitos básicos e aplicações – Mini-curso**. IN: IV ENCONTRO DE MODELAGEM COMPUTACIONAL, Nova Friburgo (RJ), **Anais do IV Encontro de Modelagem Computacional**, 2001, p. 63-79.

CAMPOS VELHO, H. F.; RAMOS, F. M.; CHALHOUB, E. S.; STEPHANY, S.; CARVALHO, O. C.; SOUZA, F. L. 2007. Inverse problems in space science and technology. **Inverse Problems in Science and Engineering**, Vol. 15 (4): 359-372.

CONSTABLE, S. C., PARKER, R. L.; CONSTABLE, C. G. 1987. Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. **Geophysics**, Vol. 52 (3): 289-300.

CROWE, A. M.; McCLEAN, C. J.; CRESSER, M.S. 2006. An application of genetic algorithms to the robust estimation of soil organic and mineral fraction densities **Environmental Modelling & Software**, Vol. 21(10): 1503-1507.

CUNHA, M.C. 2003. **Métodos numéricos**, Campinas (Brasil), UNICAMP, 276 p.

DADASHPOUR, M.; LANDRØ, M.; KLEPPE, J. 2008. Nonlinear inversion for estimating reservoir parameters from time-lapse seismic data. **Journal of Geophysics and Engineering**, Vol. 5: 54-66.

DEGRAZIA, G. A.; MOREIRA, D. M.; VILHENA, M. T. 2001. Derivation of an eddy diffusivity depending on source distance for vertically inhomogeneous turbulence in a convective boundary layer. **Journal of Applied Meteorology**, Vol. 40: 257-264.

DENNIS, J. E. JR.; SCHNABEL, R. B. 1983. **Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations**, New York (USA), Prentice-Hall.

DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A. 1996. The ant optimization: optimization by a colony of cooperating agents. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B Cybernetics**, Vol. 26 (1): 29-41.

ELLIS, R. G.; OLDENBURG, D. W. 1994. Applied geophysical inversion. **Geophys. J. Int.**, Vol. 116: 5-11.

ENGL H. W., HANKE, M.; NEUBAUER, A. 1996. Regularization of inverse problems. **Mathematics and its applications**, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers Group, Vol. 375.

FENG, T.; EDSTRÖM, P.; GULLIKSON, M. 2007. Levenberg-Marquardt methods for parameter estimation problems in the radiative transfer equation. **Inverse Problems**. Vol.23: 879-891.

FLETCHER, R. 1987. **Practical Methods of Optimization**, 2ª Ed., London (England), John Wiley & Sons, 436 p.

GLOVER et al. 1985. Interactive Decision Software and Computer Graphics for Architectural and Space Planning. **Annals of Operations Research**, Vol .5: 557-573.

GOMES, M. G.; SOUTO, R. P.; ATHAYDE, A.S.; VILHENA, M. T.; STRIEDER, A. J. 2009. Estimating dielectric permittivity and electric conductivity from simulated multichannel GPR pulses using ACO and Quasi-Newton inversion techniques. **Inverse Problems**. Submitted.

GOSWAMI, J. C.; MYDUR, R.; WU, P.; HELIOT, D. 2004. A Robust Technique for Well-Log Data Inversion. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**. Vol. 52 (3): 717-724, Mar.

HARTMANN, A.; RIEGER, H. 2002. **Optimization algorithms in physics**, 1ª Ed., (Berlin), Wiley VCH, 359 p.

HUA, P., WEBSTER, J. G.; TOMPKINS, W. J. 1988. A regularized electrical impedance tomographic reconstruction algorithm. **Clin. Phys. Physiol. Meas.**, Vol. 9 (Suppl. A): 137-141.

IRVING, J.; KNIGHT, R. 2006. Numerical modeling of ground-penetrating radar in 2-D using MATLAB. **Computer and Geosciences**. Vol. 32: 1247-1258.

JACKSON, J. D. 1962. **Classical Electrodynamics**, New York, John Wiley & Sons, 625 p.

JACKSON, A.; CONSTABLE, C.; GILLET, N. 2007. Maximum entropy regularization of the geomagnetic core field inverse problem. **Geophysical Journal International** (Issue 3), Vol. 171: 995-1004.

KOTRE, C. J. 1994. EIT image reconstruction using sensitivity weighted filtered backprojection. **Physiol. Meas.**, Vol. 15: A125-A136.

LAMM, P. K. 1993. **Inverse problems and ill-posedness: Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice**, ed. N Zabaras et al., Palm Coast, ASME, 1-10 p.

LE CAILLEC.; J. M. 2006. Study of the SAR Signature of Internal Waves by Nonlinear Parametric Autoregressive Models. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**. Vol. 44 (1): 148-158, Jan.

LINES, L. R.; TREITEL, S. 1984. Tutorial. A review of least squares inversion and its application to geophysical problems. **Geophysical prospecting**, Vol. 32: 159-186.

LINES, L.R. 1988. **Inversion of geophysical data**. Geophysics Reprint Series, 9. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists, 543 p.

LOKE, M. H.; BARKER, R. D. 1996a. Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method. **Geophysical prospecting**, Vol. 44: 131-152.

LOWRY, T.; SHIVE, P. N. 1990. An evaluation of Bristow's method for the detection of subsurface cavities. **Geophysics**, Vol. 55: 514-520.

MAJDALANI, S.; JARAMILLO, R. A.; DI PIETRO, L. 2008. Estimating preferential water flow parameters using a binary genetic algorithm inverse method. **Environmental Modelling & Software**. Vol. 23: 950-956.

MENKE, W. 1984. **Geophysical data analysis: discrete inverse theory**. Orlando, Academic Press, 260 p.

MENKE, W. 1989. **Geophysical data analysis: revised edition**. San Diego, Academic Press.

MOREIRA, D.; FERREIRA NETO, P. V.; CARVALHO, J. C. 2004a. Analytical solution of the Eulerian dispersion equation for nonstationary conditions: development and evaluation. **Environmental Modelling and Software**. Vol. 20 (9):1159-1165.

MOREIRA, D.; et al. 2004b. Analytical solution of the advection-diffusion equation with nonlocal closure of the turbulent diffusion. **Environmental Modelling and Software**. Vol 20 (10): 1347-1351.

MOREIRA, D.; et al. 2005. Semi-analytical model for pollution dispersion in the Planetary Boundary Layer. **Atmospheric Environment**. Vol 39 (14): 2689-2697.

MOREIRA, D.; VILHENA, M. T. 2009. **Air Pollution and Turbulence: Modeling and Applications**, (CRC Press, to appear), 320 p.

MÜR, G. 1981. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field equations. **Electromagnetic Compatibility. IEEE Transactions**. Vol. 23: 377-382.

NOEL, M.; XU, B. 1991. Archaeological investigation by electrical resistivity tomography: a preliminary study. **Geophys. J. Int.**, Vol. 107: 95-102.

OLDENBURG, D. W.; PRATT, D. A. 2007. **Geophysical inversion for mineral exploration: A decade of progress in theory and practice**. IN: MILKEREIT B. ED. PROCEEDINGS OF EXPLORATION 07: FIFTH DECENNIAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON MINERAL EXPLORATION, 61-95 p.

PAASCHE, H.; TRONICKE, J.; HOLLIGER, K.; GREEN A.G.; MAURER, H. R. 2006. Integration of diverse physical-property models: subsurface zonation and petrophysical parameter estimation based on fuzzy *c*-means cluster analyses. **Geophysics**. Vol. 71: H33-H44.

PAASCHE, H.; WENDRICH, A.; TRONICKE, J.; TRELA, C. 2008. Detecting voids in masonry by cooperatively inverting P-wave and georadar traveltimes. **Journal of Geophysics and Engineering**. Vol. 5: 256-267.

PARASNIS, D.S. 1997. **Principle of applied geophysics**, 5<sup>a</sup> ed., London (England), Chapman & Hall, 437 p.

PEDERSEN, L. B. 2004. Determination of the regularization level of truncated singular-value decomposition inversion: The case of 1D inversion of MT data. **Geophysical Prospecting**. Vol. 52: 261-270.

PRETO, A. J.; CAMPOS VELHO, H. F.; BECCENERI, J.C.; ARAI, N. N.; SOUTO, R. P.; STEPHANY, J. S. 2004. A new regularization technique for an ant-colony based inverse solver applied to a crystal growth problem, IN: 13<sup>th</sup> INVERSE PROBLEM IN ENGINEERING SEMINAR, (IPES), University of Cincinnati, Ohio, USA, 14-15 June, 147 p.

RAMOS, F. M.; CAMPOS VELHO, H. F.; CARVALHO, J. C.; FERREIRA, N. J. 1999. Novel approaches to entropic regularization. **Inverse Problems**. Vol. 15:1139-1148.

RETAMOSO, M. R. 2000. **Estimativa de condições de contorno e termo fonte em Óptica hidrológica**. Tese de Doutorado, PROMEC – UFRGS, Porto Alegre (RS), 133 p.

ROBERTI, D. R. 2005. **Problemas inversos em física da atmosfera**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Física - UFSM, Santa Maria (RS), 144 p.

RODRÍGUEZ, C. E. F. 2001. **Efeitos biológicos das radiações de rádio frequências de telefonia celular: simulação FDTD**. Dissertação de Mestrado, PPGEE – UFRGS, Porto Alegre (RS), 118 p.

SASAKI, Y. 1992. Resolution of resistivity tomography inferred from numerical simulation. **Geophysical prospecting**, Vol. 40: 453-463.

SILVA NETO, A. J.; SOEIRO, F. J. C. P. 2000. **The solution of an inverse radiative transfer problem with the simulated annealing and Levenberg-Marquardt methods**. IN: MPI – MEG 2000, Santos (SP), Brasil, 11-15 sept.

SILVA NETO, A. J.; MOURA NETO, F. D. 2005. **Problemas inversos: conceitos fundamentais e aplicações**, 1ª ed., Rio de Janeiro (Brasil), EdUERJ, 172 p.

SMITH, D. L. 1986. Application of the pole-dipole resistivity technique to the detection of solution cavities beneath highways. **Geophysics**, Vol. 51 (3): 833-837.

SOUTO et al. 2005. **Reconstruction of spatial dependent scattering albedo in a radiative transfer problem using an hybrid ant colony system implementation and a pre-regularization scheme**. IN: 6<sup>th</sup> WORLD CONGRESS ON STRUCTURAL AND MULTIDISCIPLINARY OPTIMIZATION, 2005, Rio de Janeiro (RJ).

SOUTO, R. P.; CAMPOS VELHO, H. F.; STEPHANY, J. S. 2006. Reconstruction of vertical profiles of the absorption and scattering coefficients from multispectral radiances **Mathematics and Computers in Simulations**. Vol.73: 255-267.

SOUTO, R. P.; CAMPOS VELHO, H. F.; STEPHANY, J. S.; BARBOSA, V. C. F. 2007. Determining chlorophyll concentration in offshore sea water from multi-spectral radiances by using second derivative criterion and ant colony meta-heuristic. Inverse Problems, Design and Optimization. IN: Symp., Miami, Florida, USA, 16-18 April.

SULTAN, S.A.; MONTEIRO SANTOS, F. A. 2008. 1D and 3D resistivity inversions for geotechnical investigation. **Journal of Geophysics and Engineering**. Vol. 5: 1-11.

TAFLOVE, A. 1995. **Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method**, 1ª ed., London (England), Artech House, Inc., 599 p.

TAFLOVE, A. 1998. **Advances in computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method**, 1ª ed., London (England), Artech House, Inc., Norwood, MA.

TAFLOVE, A.; HAGNESS, S.C. 2000. **Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method**, 2ª ed., London (England), Artech House, Inc., Norwood, MA.

TARANTOLA, A. 1987. **Inverse problem theory: methods for data fitting and model parameter estimation**. Amsterdam, Elsevier, 614 p.

TIKHONOV, A. N.; ARSENIN, V. Y. 1977. **Solutions of ill-posed problems**, Washington (EUA), John Wiley & Sons.

TIRABASSI, T.; BUSKE, D.; VILHENA, M. T.; MOREIRA, D. M. 2008. A two-dimensional solution of the advection-diffusion equation with dry deposition to the ground. **Journal of Applied Meteorology**. Vol. 47: 2096-2104.

TIRABASSI, T.; TIESI, A.; BUSKE, D.; VILHENA, M. T.; MOREIRA, D. M. 2009. Some characteristics of a plume from a point source based on analytical solution of the two-dimensional advection diffusion equation. **Atmospheric Environment**. Vol. 43: 2221-2227.

TRONICKE, J.; HOLLIGER, K.; BARRASH, W.; KNOLL, M. D. 2004. Multivariate analysis of crosshole georadar velocity and attenuation tomograms for aquifer zonation. **Water Resour. Res.** Vol. 40, WO1519 doi:10.1029/2003WR002031.

TSOURLOS, P. et al. 1993. **The use of weighted backprojection for fast inversion of vertical profiling resistivity data**. IN: 2<sup>nd</sup> CONGRESS OF THE HELLENIC GEOPHYSICAL UNION, Florina, 5-7 may.

TWOMEY, S. 1977. **Introduction to the mathematics of inversion in remote sensing and indirect measurements**. Development in Geomathematics, 3. Amsterdam, Elsevier, 243 p.

VIEIRA, J. S. 2003. **Estudo de propagação de onda eletromagnética em estrutura geológica estratificada**. Dissertação de Mestrado, PPGEM - UFRGS, Porto Alegre (RS), 159 p.

VILHENA, M. T.; COSTA, C.; MOREIRA, D.; TIRABASSI, T. 2008. A semi-analytical solution for the three-dimensional advection diffusion equation considering non-local turbulence closure. **Atmospheric Research**, 63 p.

WORTMANN, S.; VILHENA, M. T.; MOREIRA, D.; BUSKE, D. 2005. A new analytical approach to simulate the pollutant dispersion in the PBL. **Atmospheric Environment**. Vol. 39: 2171-2178.

YEE, K. 1966. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, New York (USA), Vol. 14 (5):302-307.

YORKEY, T. J.; WEBSTER, J. G. 1987. A comparasion of impedance tomographic reconstruction algorithms. **Clin. Phys. Physiol. Meas.**, Vol. 8 (Suppl. A):55-62.

ZHDANOV, M. S.; VIGNOLI, G.; UEDA, T. 2006. Sharpboundary inversion in crosswell travel-time tomography. **Journal of Geophysics and Engineering**, Vol. 3: 122-134.