

ALEXANDRE JOSÉ BAUMGAERTNER FILHO

DETERMINAÇÃO DE CARREGAMENTOS PERMITIDOS DE EMBARCAÇÃO  
DE NAVEGAÇÃO INTERIOR TRANSPORTADORAS DE CARGA SÓLIDA  
ATRAVÉS DE PROGRAMA DESENVOLVIDO EM LABVIEW

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Orientadores: Prof. Dr. Ignacio Iturrioz  
Co-orientador: Prof. Msc. André Schaan Casagrande

Porto Alegre  
2010



**Universidade Federal do Rio Grande do Sul**

**Escola de Engenharia**

**Departamento de Engenharia Mecânica**

**DETERMINAÇÃO DE CARREGAMENTOS PERMITIDOS DE EMBARCAÇÃO DE  
NAVEGAÇÃO INTERIOR TRANSPORTADORAS DE CARGA SÓLIDA ATRAVÉS DE  
PROGRAMA DESENVOLVIDO EM LABVIEW**

**ALEXANDRE JOSÉ BAUMGAERTNERFILHO**

**ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS RE-  
QUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
ENGENHEIRO(A) MECÂNICO(A)  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Prof. Walter Jesus Paucar Casas  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica**

***BANCA EXAMINADORA:***

**Prof. Dra. LETÍCIA FLECK FADEL MIGUEL  
UFRGS / DEMEC**

**Prof. Dr. JUN SÉRGIO ONO FONSECA  
UFRGS / DEMEC**

**Prof. Dr. EDSON ASEKA  
UFRGS / DEMEC**

**Porto Alegre  
2010**

De modo especial ao meu pai, Alexandre Baumgaertner.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço ao meu co-orientador *Msc. André Casagrande* pelo grande apoio e dicas fundamentais para o desenvolvimento do trabalho passando tranquilidade para contornar os problemas enfrentados.

ao meu orientador, *Prof. Dr. Ignacio Iturrioz* que contribuiu com informações e metodologia fundamental para realização do trabalho.

ao meu pai, Alexandre José Baumgaertner pelo grande apoio em horas difíceis e pelo grande incentivo.

ao Comte. Marcus Tagliari pela experiência e vivência na área naval, também contribuindo com informações e materiais de grande importância.

ao Carlos Lagemann, Gerente Operacional da Navegação Aliança por com informações fundamentais e apoio.

ao Eng. Naval Ivan Erdos pelas informações referentes a embarcação, planos e desenhos cedidos.

Este trabalho contou com apoio das seguintes entidades:

- GMAp – Projeto Guarita
- Navegação Aliança S.A.

Não há sucesso sem grandes privações.

*Sófocles*

FILHO, A. J. B., **Determinação de carregamentos permitidos de embarcação de navegação interior transportadoras de carga sólida através de programa desenvolvido em LabVIEW**, 2010. 19f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

## **RESUMO**

As atividades de transporte de carga em hidrovias interiores vêm retomando sua importância no desenvolvimento regional. As embarcações, tipicamente empregadas na Bacia do Sudeste, transportadoras de granel líquido ou sólido (grãos principalmente), apresentam alguns problemas quanto ao seu carregamento. Dificuldades em estabelecer o calado e o seu volume deslocado antes de seu carregamento implicam processos de carga lentos aumentando a estadia das embarcações nos terminais. A embarcação NM Frederico Madörin, última embarcação construída na região, navega pela Bacia do Sudeste transportando graneis sólidos, basicamente. Observou-se, ao longo das operações da mesma, que a tripulação não possui formação nem informação suficientes para prever com precisão a quantidade a ser carregada para respeitar as restrições de calado impostas para determinados terminais. Por decorrência disso, devem carregar de forma mais lenta até atingir os calados máximos permitidos para cada caso. Para resolver o problema em questão propôs-se criar um software em linguagem LabVIEW o qual determina os calados previstos para cada caso através de um método direto de cálculo, com inúmeros parâmetros de entrada, inclusive dos tanques de consumíveis da embarcação, assim, otimizando o carregamento das embarcações.

**PALAVRAS-CHAVES:** Carregamento, Calados máximos, Linguagem LabVIEW, embarcação,

FILHO, A. J. B., **Determination of loads allowed for inland navigation carrier solid cargo vessel through program developed in LabVIEW**, 2010. 19f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

## **ABSTRACT**

Activities of freight on waterways interiors are regaining their importance in regional development. The vessels, typically used in the Basin of Southeast carriers bulk liquid or solid (mainly grains), present some problems with the loading. Difficulties in establishing the draft and its displaced volume before loading imply slow process of increasing the load time of ships in terminals. The vessel NM Frederico Madörin, last vessel built in region, browse the Southeast Basin of transporting dry bulk, basically. Observe over the operations of the same, that crew does not have any training or information to predict precisely the amount being charged to comply with the restrictions draft imposed for certain terminals. In result, should load more slowly until reaching the maximum draft allowed for each case. To solve the problem in question proposed to create a software Language Lab-VIEW which determines the drafts provided for each case through a direct method of calculation, with various parameters entry, including tanks consumables vessel, thus optimizing the loading of vessels.

**KEYWORDS:** Loading, maximum draft, Language LabVIEW, vessel

## **Sumário**

1. INTRODUÇÃO .....	1
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	2
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
4. METODOLOGIA.....	9
5. DESENVOLVIMENTO DO PROBLEMA.....	10
6. CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS .....	16
GLOSSÁRIO .....	18
ANEXO A.....	19
ANEXO B .....	20

## 1. INTRODUÇÃO

A navegação não é apenas a execução da viagem, mas também todo o planejamento da mesma, levando-se em conta diversos aspectos fundamentais para a viagem. Para esclarecer planejamento, pode ser levado em conta à necessidade de transporte de um determinado número de contêineres a um destino. Para isso é necessário verificar as condições de navegação do mar ou do rio, levando-se em conta o calado<sup>1</sup> da embarcação, disposição da carga, como será inserida esta carga no navio, consumíveis (água e diesel) necessários para os motores, geradores, tripulantes, passageiros entre outros.

Uma das etapas desse planejamento é o processo de carregamento e descarregamento da embarcação, fundamental para se atingir um sucesso na navegação. Porém, esta etapa é muito particular de cada embarcação. Como para navios petroleiros é importante controlar-se as vazões de entrada e saída dos produtos (possíveis reações químicas), disposição dos diversos tanques, verificarem o rejeito de produtos entre tanques, efeito do balanço dos líquidos, cuidados para a estabilidade do mesmo ao se carregar um determinado tanque deixando outro vazio. Para navios conteneiros é fundamental a verificação da disposição dos boxes quanto à estabilidade do mesmo, para a carga e descarga, pois muitas vezes os navios têm mais que um destino para o descarregamento. Já para navios graneleiros a programação de carga respeita outros princípios, também relacionados à segurança e eficiência.

Outro aspecto levado em conta é que diferentemente do que acontece na navegação com distâncias longas, na navegação interior as condições são peculiares e típicas, dando esse mesmo aspecto às operações ali executadas. Os próprios projetos de embarcações partem de premissas distintas para dimensionamentos, tanto estruturais quanto quantidades de tanques de consumíveis, equipamentos etc. As profundidades das lagoas, rios, lagos variam conforme as condições climáticas como as chuvas, ventos, condições de dragagem da hidrovia entre outros. Para a navegação interior, importante salientar, as viagens são mais curtas e a extensão dos trajetos é variada, podendo ser mais preciso dos consumíveis (água e diesel) necessários, assim não transportando óleo diesel, água entre outros desnecessariamente.

A bacia em questão é a Bacia do Sudeste, que consiste na lagoa dos Patos, lago Guaíba e seus rios tributários como rio Gravataí, rio Jacuí, rio Taquari, rio Caí, rio dos Sinos, o canal de São Gonçalo entre outros rios que deságuam diretamente nas lagoas como rio Jaguarão e rio Camaquã. Há restrições de largura da hidrovia (limite de largura da embarcação frente à largura do canal) e de calado entre outras dimensões dependendo do local, épocas do ano, etc.

A embarcação em análise é um navio que transporta granéis sólidos, destinado à navegação interior chamado NM Frederico Madörin. Descrições técnicas encontram-se nas próximas seções. Os principais trajetos da embarcação e suas restrições são: de Taquari a Rio Grande; Canoas e Porto Alegre utilizando-se o rio Gravataí, nesta rota há um problema com o calado principalmente em épocas de estiagem; Porto Alegre a Rio Grande, sem restrição de calado.

Segundo um projetista renomado da região, atualmente são adotados métodos sem padrões e totalmente empíricos para o carregamento do navio sem nenhum conhecimento prévio de como a embarcação se comportará perante o carregamento. Há um livro a bordo da embarcação, chamado de folheto de trim<sup>2</sup> e estabilidade (será explicado ao longo do trabalho),

---

<sup>1</sup> Calado: é a distância vertical entre a superfície da água e a parte mais baixa do navio naquele ponto

<sup>2</sup> Trim: Diferença entre o calado da proa (parte frontal da embarcação) e da popa (parte traseira da embarcação), será explicado nas próximas seções.

que fornece a metodologia para cálculo das variáveis do carregamento, porém se apresenta de maneira difícil, com grandes interpolações em tabelas e nada gráfico.

É evidente a necessidade de uma ferramenta para aperfeiçoar a determinação dos calados e estabilidade da embarcação tanto para a navegação quanto para as etapas de carregamento e descarregamento. Além da importância de conhecer um pouco como a embarcação se comportará durante o seu carregamento.

**Objetivos:** Neste contexto o objetivo principal do presente trabalho é desenvolver um algoritmo de cálculo para facilitar e aprimorar a etapa de carregamento da embarcação. Este algoritmo poderá ser utilizado para outros tipos de embarcação.

Como objetivos específicos se apresentam:

- Aprimorar o conhecimento na área de engenharia naval, principalmente na parte de estabilidade;
- Desenvolver um software em linguagem LabVIEW para aperfeiçoar a etapa de carregamento do navio, determinando para qualquer condição de carregamento os calados a vante e a ré da embarcação;
- Identificar os diagramas de esforços sofridos pela embarcação, garantindo que as solicitações da viga navio não irão ultrapassar os valores previstos nos estados de carregamento utilizados no projeto, mesmo nas condições intermediárias;
- Identificar as curvas de estabilidade para um melhor conhecimento da condição de navegação em determinado carregamento;

**Estrutura do trabalho:** Após a presente introdução se apresenta na Seção 2 a fundamentação teórica onde se encontram os principais conceitos utilizados. A Seção 3 com a revisão bibliográfica encontra-se na seqüência onde há uma explicação do folheto de trim e estabilidade além de estudos e software encontrados no cenário atual. Na Seção 4, apresenta-se o desenvolvimento do problema e descrições da embarcação, além da metodologia utilizada. Por fim na Seção 5, encontram-se as considerações finais e conclusão do trabalho. No pós-texto encontra-se um glossário com explicações e definições de termos na área naval.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Descrevem-se os principais conceitos relacionados à engenharia naval utilizados no presente trabalho.

**Flutuação:** Para que certo corpo esteja em equilíbrio é necessário que a soma de forças agindo sobre o corpo seja igual a zero e que a soma dos momentos das forças também seja igual a zero.

Uma embarcação deve seguir estas mesmas condições para chegar na flutuação da mesma. Agem forças no navio, porém as mais relevantes e que interferem na flutuação do navio são: empuxo e força da gravidade que serão detalhados posteriormente. Para o equilíbrio o navio deve seguir as seguintes equações.

$$\Sigma F = 0 \tag{1}$$

$$\Sigma M = 0 \tag{2}$$

Para esse navio em flutuação existem para cada posição de flutuabilidade: um centro de gravidade, um centro de empuxo e um metacentro. E são determinados por 3 parâmetros:

deslocamento, ângulo de inclinação e ângulo de trim, os quais são chamados de parâmetros de condição de flutuabilidade.

**Princípio de Arquimedes:** Assim como o centro de empuxo e o deslocamento são a base flutuação de qualquer corpo. O equilíbrio de forças para um corpo em flutuação é apresentado pelo Princípio de Arquimedes, já o equilíbrio de momentos é formulado pela lei de Stevin que será visto mais tarde.

A lei fundamental da física que controla a estabilidade de um corpo parcialmente submerso em um fluido é conhecida como “Princípio de Arquimedes”: “*Um corpo a flutuar, em repouso, num determinado líquido sofre uma força de impulsão vertical, dirigida de baixo para cima, que passa pelo centro geométrico do volume submerso e é igual ao peso do líquido deslocado pelo corpo.*” (FOX,2006)

A resultante das forças que agem sobre o navio é chamada de empuxo ( $\Delta$ ) é aplicada em um ponto específico do corpo submerso, este ponto é chamado centro de empuxo (B). Essa força tem relação direta com o peso específico do líquido em que o corpo está submerso,  $\gamma$ , o volume deslocado pela embarcação,  $\nabla$ , e a gravidade,  $g$ .

$$\Delta = \gamma \cdot \nabla \quad (3)$$

Sendo o peso específico,  $\gamma = \rho g$ , o produto da densidade do líquido e a gravidade. Para que a embarcação se encontra em equilíbrio como foi mencionado o somatório de forças aplicadas deve ser igual a zero e o somatório de momentos seja também igual a zero. Para isso o peso da embarcação,  $W$ , deve ser igual a força de empuxo.

$$W = \gamma \cdot \nabla \quad (4)$$

**Centro de Empuxo:** O empuxo é aplicado no centro de empuxo ou também chamado centro de carena, representado pela letra B. Este ponto é o centro geométrico da parte do navio que fica submersa (chamada de carena). Esta força de empuxo atua no ponto B e verticalmente à superfície da água.

**Centro de Gravidade:** O centro de gravidade depende da forma e da distribuição dos pesos da embarcação, e se altera quando o navio está carregado ou leve. É representado pela letra G. Através dos desenhos da embarcação (plantas, planos de linhas), pode-se obter a posição do centro de gravidade e o peso de seus componentes, assim pode ser calculado o centro de gravidade para o navio inteiro, ou para uma determinada área em análise. Para isso é aplicada a equação 5 pode-se chegar ao  $\overline{KG}$  (posição do centro de gravidade acima do plano de base) da embarcação.

$$\overline{KG} = \frac{\sum p_i x z_i}{\sum p_i} \quad (5)$$

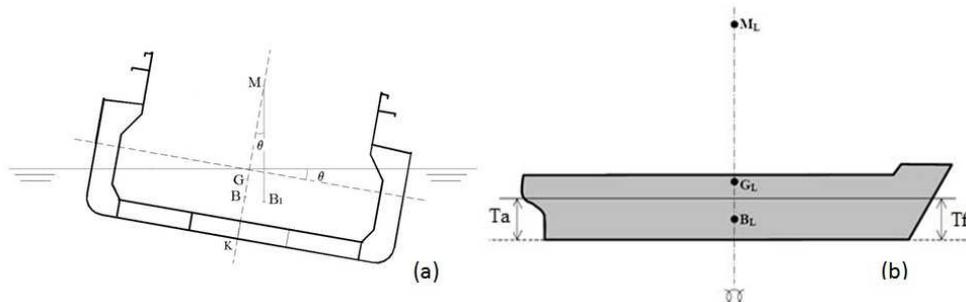


Figura 1 - Pontos na seção transversal e longitudinal da embarcação (fonte: Transport, Infrastructure and Communities Portfolio, 2010 )

O produto do peso de cada elemento ( $p_i$ ) pela distância ao plano de base darão os momentos estáticos verticais destes pesos. Após realizar o somatório destes momentos divide-se pelo somatório dos pesos. Quando é considerado apenas o navio descarregado esse somatório é chamado de deslocamento leve. Os pontos K e G podem ser vistos na Figura 1-a.

Analogamente se utiliza a equação 5 para o cálculo de centro longitudinal de gravidade da embarcação (LCG). Esta propriedade da embarcação é muito importante pois pode-se com ela calcular o trim da embarcação.

**Metacentro:** Em 1746, Pierre Bouguer introduz o conceito de metacentro. Genericamente para um corpo qualquer se admite a linha, perpendicular a linha d'água, de aplicação da força de empuxo. Após a inclinação do corpo cria-se outra linha onde é aplicada a nova força de empuxo, essa linha deve ser também perpendicular a linha d'água. O ponto de interseção dessas duas linhas é chamado de metacentro (M) (Gillmer, 1959).

Em outras palavras o metacentro é o centro de curvatura dos centros de carena para pequenos ângulos de inclinação. O raio metacêntrico é à distância do centro de empuxo e do metacentro e depende da propriedade da parte do navio submersa. Logo o vetor formado entre o centro de gravidade e o metacentro é chamado de altura metacêntrica ( $\overline{GM}$ ) e depende das condições de carregamento do navio e também das propriedades da parte submersa do navio.

**Curvas Hidrostáticas:** De acordo com Almeida et. al. (2006), as curvas hidrostáticas representam as características da embarcação na situação de flutuação em repouso e águas tranquilas, as quais são essencialmente dependes da forma do volume submerso do casco. As curvas tem como dado de entrada o calado da embarcação, o qual é representado no eixo das ordenadas. As principais curvas que compõem este conjunto de dados hidrostáticos são:

- $\nabla$  - Volume deslocado, normalmente em  $m^3$
- LCB – Centro longitudinal de empuxo, em metros. Importante verificar a convenção de sinais ou letras para distinguir se a posição está a ré ou a vante da seção da meia-nau.
- KB – Posição vertical do centro de empuxo, em metros
- AWL – área da linha d'água, em  $m^2$
- LCF – posição longitudinal do centro de flutuação, e metros. Importante verificar a convenção de sinais ou letras para distinguir se a posição está à ré ou a vante da seção da meia-nau.
- BML – raio metacêntrico longitudinal, em metros
- BM – raio metacêntrico transversal, em metros

O cálculo das curvas hidrostáticas é feito basicamente em referência ao calado da embarcação e do plano de linhas. Essas curvas são de suma importância para o cálculo de outras propriedades do navio, como no caso do trim da embarcação, para a determinação do centro de empuxo. Na Figura 2 pode ser visto um exemplo de curva hidrostática.

Eventualmente, por opção do projetista em seus softwares navais, essas curvas são apresentadas em forma de tabela, como no presente trabalho, o que facilita o trabalho de leitura e interpolação dos valores.

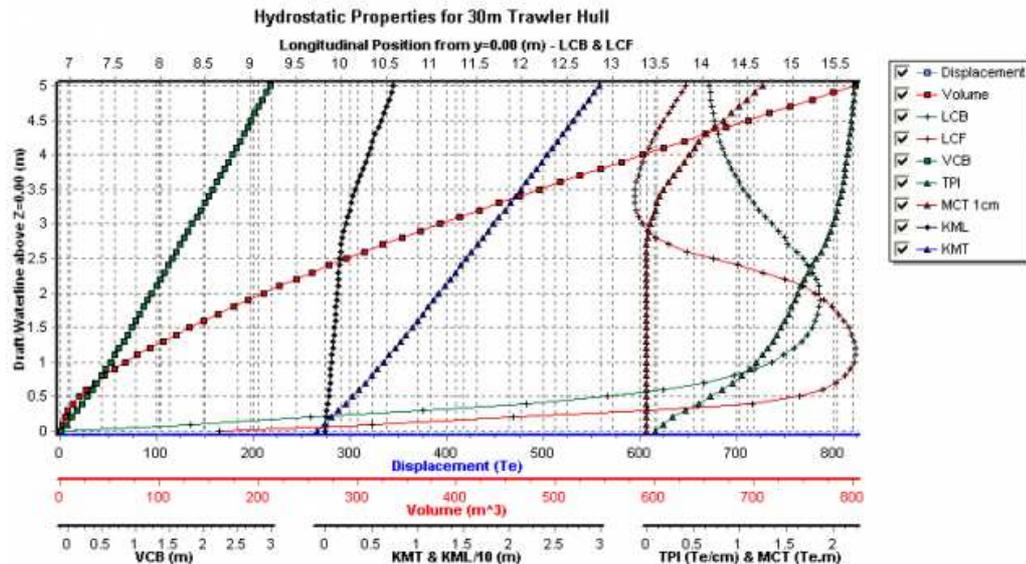


Figura 2 - Curva Hidrostática (fonte: Archimedes MultiBody, 2010)

**Estabilidade:** A estabilidade é fundamental para a embarcação, pois uma embarcação sem uma boa estabilidade não é uma boa embarcação. Como foi mencionado por Manning [1964]: “*Não há imaginação, por mais fértil que seja, capaz de fazer de uma embarcação sem estabilidade algo útil.*” A estabilidade está relacionada ao projeto até os primeiros cálculos da embarcação, no processo de carregamento, operações, manutenção e na própria navegação da mesma.

A falta de estabilidade para uma determinada situação ocasiona o emborcamento da embarcação, e, portanto, sua garantia é obrigatória. Para determinados casos, é imposta inclusive que a embarcação seja estável em condições de avaria, também segundo regras e normas estabelecidas. Na história há vários relatos de acidentes envolvendo a falta de estabilidade. Para compreender a completa relação entre a estabilidade do navio e o equilíbrio são necessários conhecimentos e fundamentos de equilíbrio. Considerando as forças, acelerações e balanços de energia simplificam-se o conceito de estabilidade estática para: Se esse corpo em equilíbrio for perturbado por uma força externa e retorna a posição de origem quando a força é retirada, neste caso é chamado de equilíbrio estável ou positivo. Assim um navio que está inclinado e tende a sua posição normal é chamado de estável. Por outro lado, um corpo que continua se movimentando na mesma direção depois de cessada a força externa, neste caso é equilíbrio instável. Um navio é dito instável quando após for inclinado por uma ligeira força continua inclinado até que vire. Um corpo é dito estar em equilíbrio neutro se ele entra em equilíbrio em qualquer posição não voltando a sua posição de equilíbrio. Um corpo em equilíbrio estável apresenta a tendência de se endireitarem-se quando o plano horizontal é alterado. Esta tendência é chamada estabilidade estática.

Para melhor expor o conceito de equilíbrio para embarcações é necessário identificar a posição do centro de gravidade, centro de empuxo, do metacentro, M, e posteriormente do braço de endireitamento (será visto posteriormente).

Para uma embarcação ser dita estável como visto na Figura 3-a pode-se notar que o centro de gravidade está abaixo do metacentro, assim a força de empuxo e o peso gera um binário no sentido induzindo o navio a sua posição de origem. Este momento é chamado de momento de endireitamento ou restaurador ( $M_R$ ). Esse equilíbrio de momentos é explicado pela lei de Stevin (Lewis, 1988).

Já para a situação de neutro ou indiferente conforme a Figura 3-b pode-se verificar que o centro de gravidade e o metacentro são idênticos. Nesse caso o momento de endireitamento é nulo, a força de empuxo e o peso são colineares, sendo assim o navio tende a ficar na posição inclinada.

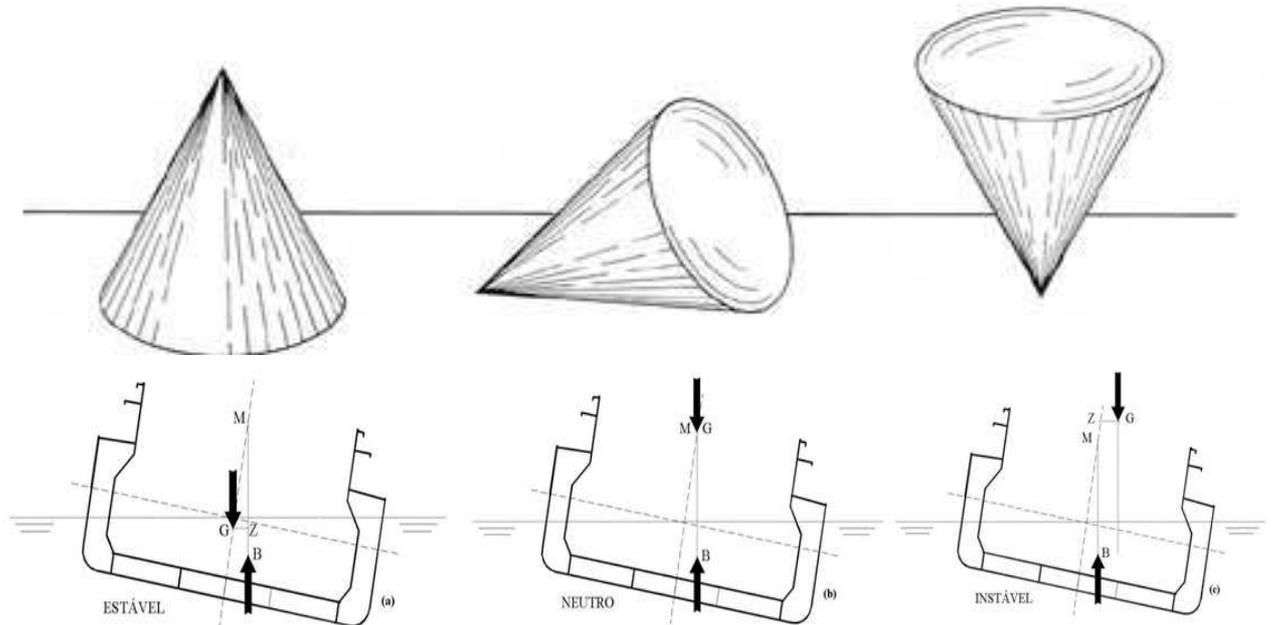


Figura 3 - Condições de equilíbrio da embarcação (fonte: Lewis, 1988)

Quando o centro de gravidade está acima do metacentro conforme Figura 3-c, o momento gerado é contra a posição original da embarcação. Nesse caso a embarcação é instável.

**Braço de Endireitamento:** Após o navio sofrer uma inclinação, conforme a figura, a força da gravidade e a força de empuxo não necessariamente são colineares gerando um momento da força de empuxo em relação ao centro de gravidade chamado momento de endireitamento:

$$M_R = E \cdot \overline{GZ} \quad (6)$$

O momento de endireitamento é importante, pois atua para manter a embarcação na posição vertical e serve para mensurar a estabilidade da embarcação. Essa distância entre o ponto de gravidade e o ponto Z é chamada de braço de endireitamento. Se for considerada uma inclinação pequena que varie de entre  $5^\circ$  a  $15^\circ$ , o que normalmente ocorre então o braço de endireitamento pode ser escrito em relação à altura metacêntrica: (BIRAN, 2003)

$$\overline{GZ} = \overline{GM} \cdot \text{sen}\theta \quad (7)$$

O braço de endireitamento é fundamental para descobrirmos a real condição de estabilidade estática do navio. Segundo Artigo 0637 da NORMAM02 (2006), o braço de endireitamento máximo deve ser maior ou igual a 0,15m.

**Estabilidade Transversal:** Então foi visto a importância da definição da estabilidade e de conhecer a mesma, para isso é criado um gráfico entre o braço de endireitamento e o ângulo de inclinação da embarcação, que é chamado de curva de estabilidade estática (Figura 4-b). Nessa curva pode-se obter o braço de endireitamento, o ângulo máximo de inclinação da embarcação e a altura metacêntrica. Para cada embarcação há diversas possibilidades de

diferentes curvas de estabilidade, pois para cada tipo de carregamento há uma curva específica.

Mas primeiramente é importante salientar que para ângulos grandes de inclinação (acima de  $15^\circ$ ) a equação 7 não é válida porque a nova linha d'água não cruza o plano de simetria da seção transversal no navio. A equação do braço de endireitamento para ângulos maiores deve-se levar em conta o braço de alavanca em relação à estabilidade de forma,  $l_k$ , e o braço de alavanca em relação ao peso,  $\overline{KG} \cdot \text{sen}\theta$ . O  $l_k$  também é chamado de valor de estabilidade das curvas cruzadas.

$$\overline{GZ} = l_k - \overline{KG} \cdot \text{sen}\theta \quad (8)$$

Para solucionar este problema são empregados vários valores aleatórios de deslocamento e arbitrados valores dos ângulos de inclinação, cujo método é chamado de curvas cruzadas, vista na Figura 4-a. Estas curvas normalmente de  $10^\circ$  até  $90^\circ$  com incrementos de  $10^\circ$ , e se tem como uma base um valor de  $\overline{KG}$ .

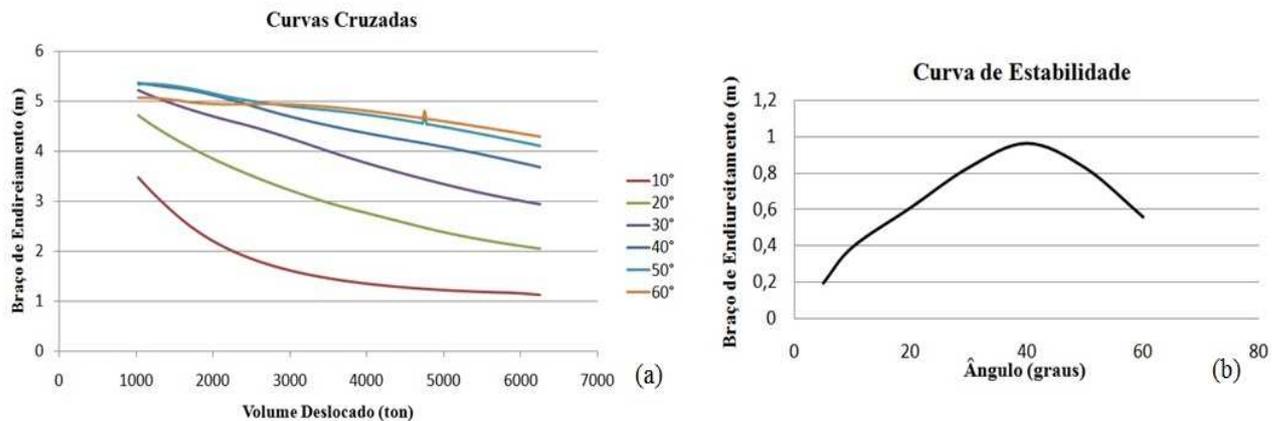


Figura 4 – Curva Cruzada e Curva de Estabilidade

Através das curvas cruzadas se obtêm o valor de  $l_k$  e posteriormente faz-se a alteração com o valor real de  $\overline{KG}$  para se obter o valor real de  $\overline{GZ}$  também chamado de braço de endireitamento real. Agrupando os valores das curvas cruzadas e dos braços de endireitamento reais pode-se criar a curva de estabilidade estática.

Na curva de estabilidade se obtêm os valores máximos do braço de endireitamento, além da altura metacêntrica e o ângulo máximo de inclinação. Uma observação muito importante é que para um determinado navio só há uma única curva cruzada porque essa depende da forma de carena. Já para o mesmo navio há inúmeras curvas de estabilidade e para a definição da mesma é necessário o conhecimento do deslocamento da embarcação.

**Estabilidade Longitudinal:** Trim é a diferença entre o calado a ré e a vante. Essa diferença é causada por uma pequena inclinação podendo ser ocasionada por diversas situações, como por exemplo, o caso de um carregamento não uniforme colocando toda a carga ou a vante ou a ré da embarcação.

$$\text{Trim} = T_f - T_a = L_{pp} \tan\theta \quad (9)$$

Onde:  $T_f$  representa o calado a vante da embarcação,  $T_a$  é o calado a ré da embarcação,  $L_{pp}$  é o comprimento entre perpendiculares e o  $\theta$  indica a inclinação sofrida pela embarcação longitudinalmente. As variáveis da equação podem ser visualizadas na Figura 5

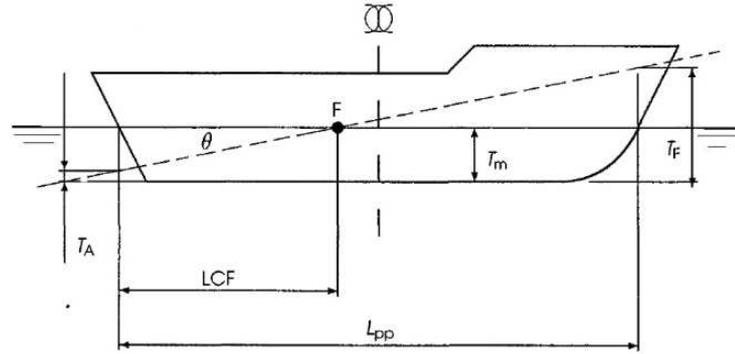


Figura 5 – Calados da embarcação (fonte: Biran, 2003)

Mas primeiramente para se calcular o trim da embarcação através das curvas hidrostáticas é necessário compreender o conceito de momento para alteração do trim de 1 m (MCT). Sabendo-se que o momento gerado pela força de empuxo, também chamado de momento de trim, é dado pela equação:

$$M = \Delta \cdot \overline{GZ} = \Delta \cdot \overline{GM}_L \cdot \text{sen}\theta \quad (10)$$

Para ângulos pequenos de inclinação pode-se assumir que  $\tan\theta \sim \text{sen}\theta$  e o momento para alteração do trim de 1m é igual a:

$$MCT = \frac{\Delta \cdot \overline{GM}_L}{L_{pp}} \quad (11)$$

MCT é mensurado em tm/m, pois  $\Delta$  é dado em t e o  $\overline{GM}_L$  em metros. Em muitos casos é cálculo o momento de alteração de trim em cm e para isso deve-se dividir o MCT por 100.

Por Rawson et. Tupper (2001) sabe-se que altura metacêntrica ( $\overline{GM}_L$ ) pode ser reescrita em relação às posições de centro de gravidade e centro de empuxo:

$$\overline{GM}_L = \overline{KB} + \overline{BM}_L - \overline{KG} \quad (12)$$

Em muitos casos não é conhecida posição do centro de gravidade da embarcação e considerando que  $\overline{BM}_L \gg \overline{KB} - \overline{KG}$ , assume-se  $\overline{GM}_L \sim \overline{BM}_L$ . Assim pode-se chegar ao momento de alteração do trim com apenas os dados das curvas hidrostáticas:

$$MCT = \frac{\Delta \cdot \overline{BM}_L}{L_{pp}} \quad (13)$$

Assim finalmente pode-se reescrever a equação 9 do trim, apenas em função de dados das curvas hidrostáticas e do centro longitudinal de gravidade:

$$\text{trim} = \frac{\Delta \cdot (\overline{LCG} - \overline{LCB})}{MCT} \quad (14)$$

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

**Software MCOE:** Sicuro (2009) desenvolveu um software para o cálculo da estabilidade nos navios da Marinha do Brasil. O grande diferencial de seu trabalho é o módulo de Cálculo “On-line” da Estabilidade (MCOE), tem como finalidade fornecer os parâmetros e curvas que expressam como está a estabilidade do navio a qualquer momento durante uma viagem no mar de forma rápida e com a maior precisão possível. Também realiza simulações de adição de peso e condições com ventos laterais variando a intensidade do vento.

A interface do programa é acessível e de fácil aplicação. Inicialmente devem-se inserir os dados da embarcação, para assim o programa realizar o cálculo do peso leve, calados, deslocamentos e curvas hidrostáticas da embarcação. Após carregar o software com os dados podem-se realizar simulações de alagamento, pesos adicionais e ventos laterais. O programa mostra o desenvolvimento da área de automatização na área naval e sistema de controle da embarcação mostrando o avanço das condições de segurança.

**LOADSTAR:** O Software LOADSTAR é um dos mais completos em relação a carregamento e operação de embarcações. Esse software não é em tempo real, necessitando apontar os parâmetros necessários de carregamento, disposição de carga entre outros.

Entre as muitas respostas que o software possibilita as que se destacam são: as curvas hidrostáticas da embarcação, braço de endireitamento, diagrama de esforços da embarcação, disposição gráfica de tanques, trim da embarcação. Para operá-lo é necessário entrar com alguns dados da embarcação, podendo inserir condições de consumíveis, preenchimento dos tanques de lastro, cargas transportadas na zona de carga. Vale salientar a facilidade passar ao programa a disposição da carga, sendo de modo interativo e gráfico. A utilidade principal do mesmo é operação de navios contêineres onde é necessário descobrir as condições de esforços e navegabilidade da embarcação frente a diferentes disposições de carga, em especial containeres.

O LOADSTAR ao final da operação possibilita gerar um relatório, onde consta à disposição dos tanques de lastro, tanques de consumíveis, diagrama de esforços (momento e cortante), curva de estabilidade, trim e calados da embarcação.

**Folheto de Trim e Estabilidade:** Documento necessário para as embarcações, onde constam condições de carregamento e propriedades do navio (curvas hidrostáticas e curvas cruzadas). De modo mais específico o folheto de trim e estabilidade deve ter as seguintes informações: o peso do navio leve e o peso de seus componentes assim como a posição do centro de gravidade e do centro longitudinal de gravidade, tabelas hidrostáticas da embarcação, curvas cruzadas, condições de operação e carregamento, tabelas de carregamento.

O folheto de trim e estabilidade é obrigatório segundo a NORMAM02, artigo 0628. O documento faz parte da documentação para o certificado de borda-livre da embarcação.

#### 4. METODOLOGIA

Para a realização do trabalho foi utilizado a metodologia:

**LabVIEW:** LabVIEW é uma linguagem de programação gráfica originária da National Instruments. Os arquivos em LabVIEW são chamados de virtual instruments, VI's, que tem como estrutura o painel frontal, interface com o usuário, e o diagrama de blocos, que contém o código do programa.

A metodologia de programação é baseada em blocos de funções, realizando função de subprogramas. Esses subprogramas recebem dados de entrada e emitem dados de saída. Os blocos de funções, operações e condições de programação são localizados no diagrama de blocos. O painel frontal é responsável pela interface e pode ser alterado através da criação de controles e indicadores, os quais são representados através de botões, campos para preenchimento, marcações entre outros mecanismos de entrada. Uma das principais vantagens do LabVIEW é o fato de ser um programa interativo, isto é, pode-se variar um controlador e em tempo real o indicador varia consecutivamente. Assim pode-se visualizar instantaneamente a variação em um parâmetro e ver os resultados encontrados.

As principais aplicações do LabVIEW são para a automação de sistemas e a medições em geral.

**ANSYS:** Software CAE, utilizado para solução de problemas principalmente na área de mecânica dos sólidos podendo trabalhar com elementos de viga, casca, sólido e suas variações. O mesmo utiliza principalmente o método de elementos finitos para a solução dos problemas. No trabalho foi utilizado a opção de criar uma seção a partir de uma área, com isso obteve-se as propriedades da seção da embarcação.

**SolidWorks:** Software CAD, utilizado para desenhar e projetar peças, principalmente em 3D, devido a sua visualização e metodologia. Empregado no trabalho para desenhar a seção mestra da embarcação com seus detalhes para assim poder ser exportado para o ANSYS.

**Mastan:** Programa que utiliza como suporte o Matlab. É um software de análise estrutural podendo realizar análises lineares e não-lineares, de primeira e segunda ordem. Realiza a solução das estruturas pelo método matricial. Programa prático e com boa visualização dos resultados, porém com recursos limitados. Foi utilizado no trabalho para realizar a verificação dos diagramas de esforços da embarcação frente ao algoritmo utilizado.

## 5. DESENVOLVIMENTO DO PROBLEMA

**Apresentação do Problema:** O NM Frederico Madörin movimentam grãos sólidos (soja, trigo, farelo...), cavacos de madeira, fardos de celulose, além de fertilizantes. Para o carregamento são adotados métodos semelhantes para os diferentes tipos de produtos, via de regra os carregamentos têm sido feitos em passada única. O planejamento da disposição da carga é feito de maneira muito aproximada e empírica levando-se apenas em conta a prática dos capitães e tripulantes do navio. Na maioria das viagens sabe-se que a carga deve ser transportada já passou da etapa de pesagem e, sabe-se o destino, sendo que conhecendo os calados que devem ser obedecidos pela embarcação. Importante salientar que o calado levado em conta é o calado da popa e o calado da proa, o nivelamento é realizado carregando grande parte da carga a ser transportada e esperando-se o estabilizar o calado. Esta leitura do calado é realizada diretamente no casco da embarcação. Após é realizado o refino da carga (carregamento em um ponto específica buscando otimizar a estabilidade da embarcação) distribuindo a vante ou a ré da embarcação buscando uma estabilidade longitudinal. Este repasse de carga é lento devido ao fato de não se conhecer os calados de proa e de popa ao término da primeira etapa do carregamento.

O folheto de trim e estabilidade da embarcação contém poucas condições de operação e carregamento, das centenas de combinações possíveis. Como estas condições variam de acordo com o tipo de carga (contêiner, celulose em fardo ou grãos sólidos), bem como sua distribuição dentro do porão, assim o folheto não contém todas as variações possíveis. Para tanto, o projetista estima, com base na sua experiência, os carregamentos críticos (cargas e calados críticos) para a embarcação. Assim, essa avaliação de projeto fica limitada a dez condições de carregamento aproximadamente, não contemplando, por exemplo, uso de lastro com carga e condições intermediárias de carregamento.

Esses pontos podem não parecer tão importantes numa embarcação de porão único como NM Frederico Madörin mas, quando há diferentes porões ou o navio possui tanques de carga para líquidos essas questões são fundamentais para a operação.

**Descrição da Embarcação:** O NM Frederico Madörin é um navio motor para navegação interior de porão único (Anexo B) classificado por sociedade classificadora renomeada (Bureau Veritas). A embarcação pode ser vista na Figura 6.



Figura 6 - Navio Frederico Madörin (fonte: Hidrovias Interiores-RS, 2010)

Trata-se de uma embarcação típica projetada para a Bacia do Sudeste, cujas dimensões respeitam as restrições impostas pelas normas da Autoridade Marítima para a navegação ininterrupta (NPCP/RS, 2008) e, se necessário, sua utilização em trechos com necessidade de transposição de nível, ou seja, passagem nas eclusas com limites de 120 m de comprimento. Assim, suas características principais estão expressas na Tabela 1:

Tabela 1 – Dados de projeto da embarcação

COMPRIMENTO TOTAL	102,90m
COMPRIMENTO ENTRE PP	97,60m
BOCA MOLDADA	15,50m
PONTAL MOLDADO	5,70m
CALADO DE PROJETO	4,50m
CALADO MÁXIMO LEGAL	4,50m
FLECHA DO VAU	230mm
ESPAÇAMENTO DE CAVERNAS	600mm
ESPAÇAMENTO DE CAVERNAS GIGANTES	2400mm

O navio é construído em aço estrutural ASTM A36, com densidade  $7850 \text{ kg/m}^3$ , para as análises realizadas considerou-se um módulo de elasticidade para todo o navio de 207GPa e um coeficiente de Poisson de 0,3. Os dados da seção mestra transversal da embarcação encontram-se na Figura 7 e foram gerados com o software ANSYS 10.

Vale salientar que é a primeira e única embarcação de porão único na Bacia do Sudeste, tendo operações especiais na etapa do carregamento.

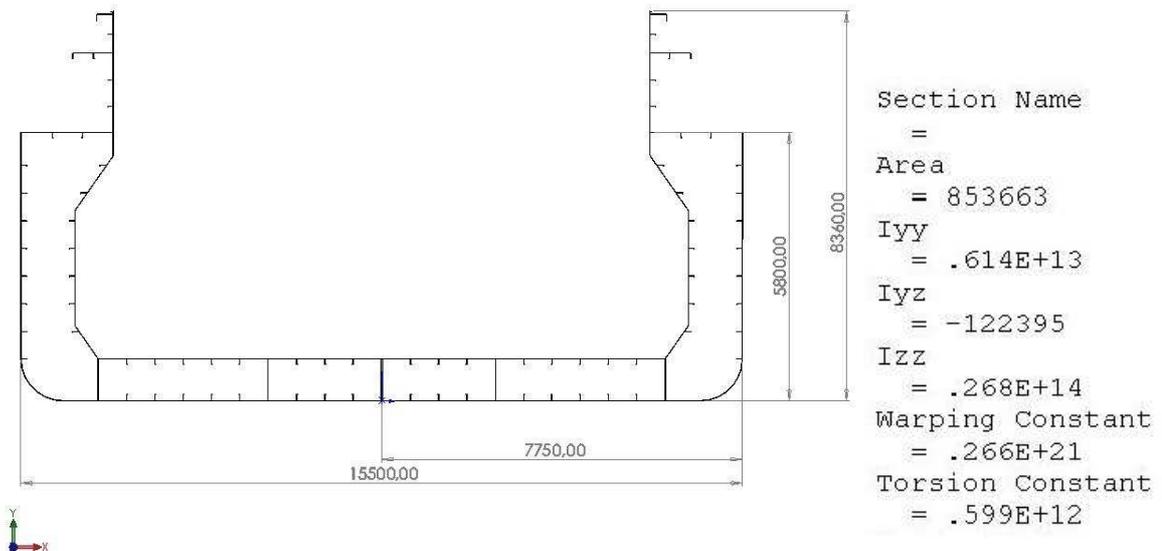


Figura 7 - Dados da seção da embarcação

**Fluxograma de Cálculo:** Em forma esquemática, se apresentam na Figura 8, os passos a serem seguidos para a montagem do algoritmo de cálculo proposto.

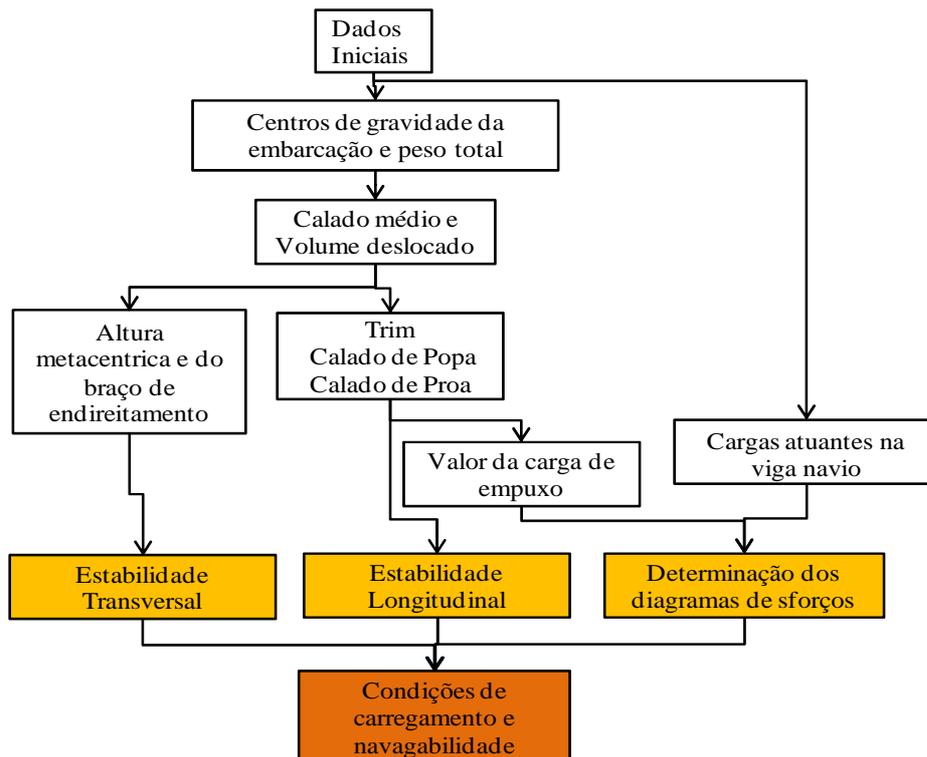


Figura 8 – Fluxograma de cálculo

Os dados iniciais (de entrada) do problema são: preenchimento dos tanques de lastro, nível dos tanques reservas de água, nível dos tanques reservas de óleo diesel e quantidade de carga no porão a ser transportada. Conforme o fluxograma de cálculo calcula-se o peso total da embarcação. Com essas informações pode-se determinar o centro de gravidade da embarcação após seu carregamento total ou em etapas intermediárias. Para isso é utilizada a equação 5. Assim com o auxílio das tabelas hidrostáticas consegue-se chegar ao calado médio da embarcação, posições dos metacentros e do centro de empuxo (longitudinal e transversal) e

volume deslocado. Com a relação do centro longitudinal de empuxo com o centro longitudinal de gravidade chega-se aos calados da popa e da proa da embarcação. Utilizando a equação 14 calcula-se o trim do navio. Esses são dados essenciais para a operação de carregamento e condições de navegação do navio.

Realiza-se a avaliação da estabilidade transversal da embarcação. Para isso utilizam-se as tabelas cruzadas as respostas da altura metacêntrica e o braço de endireitamento real da embarcação. Conforme mencionado na Seção 2 do presente trabalho, a embarcação deve seguir para poder navegar alguns valores de altura metacêntrica e braço de endireitamento conforme a NORMAM02 (2006), artigo 0637.

Para o cálculo dos esforços da viga navio, calcula-se o equilíbrio das forças verticais atuantes (carga, consumíveis, lastro, peso próprio, empuxo) considerando a simetria longitudinal e podendo a distribuição de pesos não ser simétrica em relação ao seu centro transversal, assim ocasionando trim na embarcação. Esse trim já é um dado conhecido, pois foi calculado anteriormente.

O peso próprio do navio é aplicado como uma carga distribuída ao longo do navio com valor constante. Já o peso da carga transportada é aplicado diretamente na região do porão que se estende por cerca de 74 metros, essa carga é aplicada como uma carga distribuída uniformemente. Há uma opção de dividir o tanque de carga em quatro partes e, conseqüentemente, carregá-las separadamente, para assim simular o que ocorre durante a etapa de carregamento. Os tanques de consumíveis são aplicados como cargas concentradas em sua respectiva coordenada. O empuxo é calculado em relação ao volume deslocado da embarcação.

O empuxo ainda é um ponto que não está totalmente resolvido no cálculo proposto por não se ter o plano de linhas da embarcação e, conseqüentemente, não se saber quantificar de forma exata sua distribuição ao longo da viga navio, principalmente, quando em condição de trim. Dessa forma, optou-se por definir uma distribuição trapezoidal cuja integração da área corresponde ao valor do peso do volume deslocado, aproximando a função proposta ao seu valor correto.

Para a determinação dos diagramas de esforços e da equação da linha elástica da viga navio é utilizado o método de superposição de efeitos (Anexo A), calculando-se separadamente as equações para cada carregamento e somando-se os resultados.

**Premissas e Considerações Adotadas:** Algumas considerações e simplificações foram adotadas no cálculo e estão reforçadas a seguir:

- Tanques de lastro cheios ou vazios (foram considerações assim, pois na própria operação não há possibilidade de carregá-los parcialmente)
- Seção da embarcação constante (seção da viga navio considerada como a seção mestra para toda sua extensão)
- Não inserção do Tanque de Óleo Diesel Diário nos cálculos (seu pequeno volume, pesando 6t interfere muito pouco nos resultados, aproximadamente 4% no trim)
- Empuxo (limitações mencionadas anteriormente)

Por ser essa uma versão inicial do programa, uma apresentação posterior à empresa de navegação e ao projetista da embarcação poderá mostrar suas possibilidades permitindo assim seu aprimoramento frente às necessidades, correções e sugestões que venham a ser apresentadas.

**Implementação Computacional:** Foi criado um software em linguagem LabVIEW 8.5, o qual será utilizado para o planejamento do carregamento da embarcação.

Primeiramente deve-se entrar com os dados iniciais. Os tanques de consumíveis podem ser inseridos pela porcentagem de preenchimento ou pela leitura da régua de nível dos mesmos. Já os tanques de lastro são representados apenas com o booleano<sup>3</sup> vazio ou cheio. Para a carga, após a escolha do produto, pode-se entrar com a tonelagem ou a altura de ulagem, escolhendo-se a forma através de um botão de seleção. Para os cálculos parciais dos esforços do carregamento existe um botão com a porcentagem de produto a ser transportado.

Todos os tanques e o porão são representados na figura do navio, facilitando sua visualização e identificação conforme Figura 9.

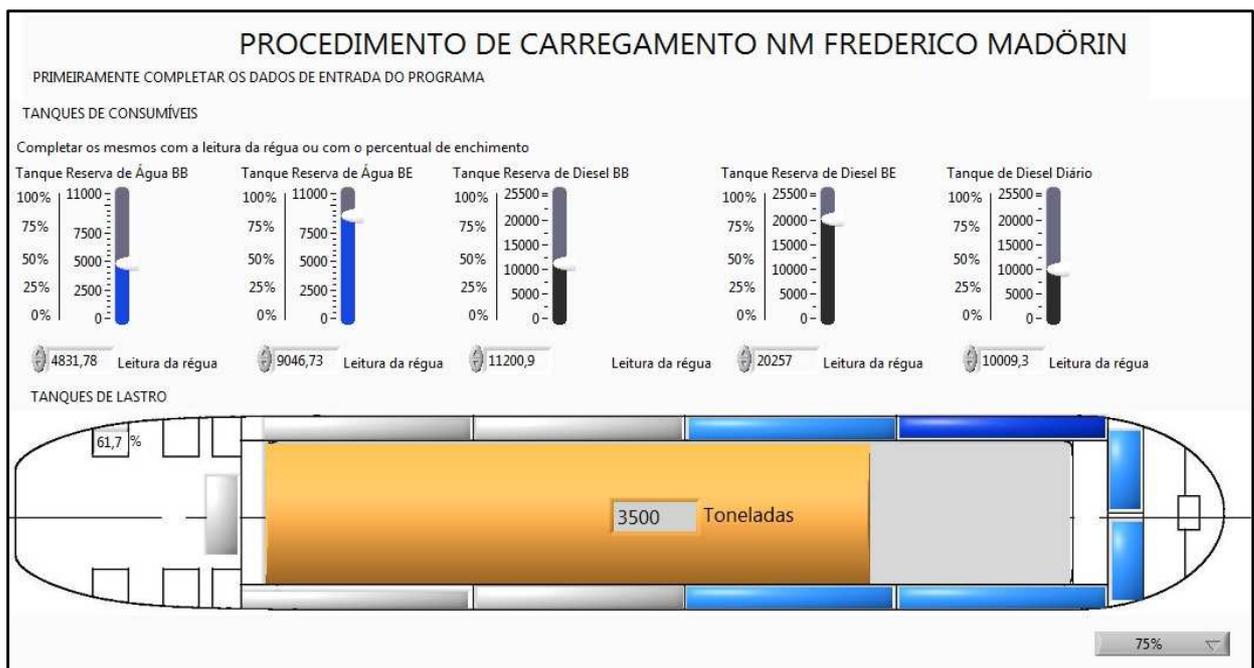


Figura 9 - Tela inicial do programa desenvolvido

Os resultados são ilustrados primeiramente mostrando graficamente os calados de proa, popa e médio, sendo os mesmos ilustrados diretamente na figura da embarcação, tornando-se muito prático o entendimento do mesmo. Podem-se gerar os diagramas de esforços da embarcação, e há um indicador mostrando os valores máximos e mínimos dos esforços (cortante e momento), assim como uma caixa de texto indicando se a condição é aceitável ou não. No próximo bloco de gráficos mostram-se as curvas hidrostáticas da embarcação escolhendo-se no botão de seleção. Também há a curva de estabilidade da embarcação nas condições de carregamento determinado, além de um indicador mostrando se a mesma está de acordo com a NORMAM02 no quesito de estabilidade transversal. Os resultados obtidos no programa puderam ser verificados modelando um caso específico encontrado no folheto de trim e estabilidade da embarcação.

E por fim coloca-se a data e o operador que realizou o planejamento da carga e gera-se um relatório com os resultados mais importantes. Todos os botões e gráficos dos resultados podem ser vistos na Figura 10.

<sup>3</sup> Variável que retorna verdadeiro ou falso.

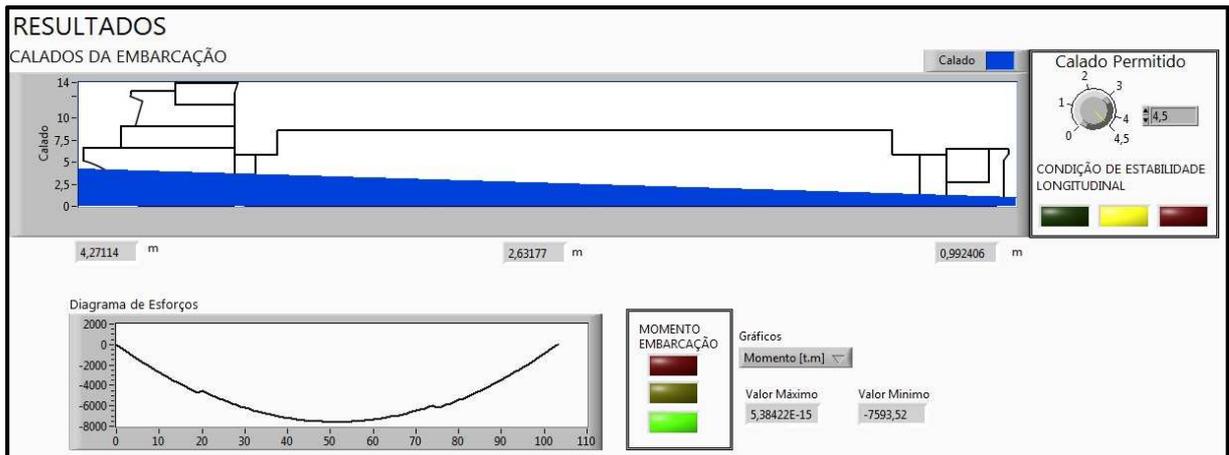


Figura 10 - Tela Resultados do programa desenvolvido

## 6. CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho teve como objetivo principal a criação de um algoritmo de cálculo para facilitar e otimizar o carregamento da embarcação, e o mesmo por sua vez foi alcançado. Entre os objetivos secundários, o aprimoramento do conhecimento na área de engenharia naval foi concluído, assim como o desenvolvimento do software em linguagem LabVIEW. Também se identificou os diagramas de esforços e as curvas da embarcação.

Foram encontradas muitas dificuldades para realizar o trabalho sendo uma delas a programação do software, o entendimento de conceitos novos principalmente na área de engenharia naval. Dificuldades em encontrar produções acadêmicas no tema do trabalho, além de alguns dados mais específicos da embarcação.

O programa desenvolvido está adequado para ser apresentado à empresa armadora da embarcação para se transformar em uma ferramenta para auxiliar na etapa de carregamento da embarcação, porém, o mesmo está sujeito a sofrer alterações e melhorias.

Como continuidade no trabalho desenvolvido, deve-se aprimorar o cálculo do empuxo sofrido pela embarcação, e ampliar o software para poder ser utilizado em outros tipos de embarcações, como navios com porões separados e navios tanques, levando-se em conta as peculiaridades de cada um.

Este trabalho teve como objetivo o fechamento de grande etapa da graduação de Engenharia Mecânica, e a formação na área foi fundamental para a realização do trabalho, apesar de ter se aprendido conceitos novos, os consolidados na engenharia mecânica serviram de base para o trabalho realizado, além do raciocínio lógico para solução de problemas desenvolvido ao longo da graduação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, P. R. L.; SOUZA, L. P.; FINKEL, L. T. B., **Mecânica do Navio**, Universidade Federal Fluminense, 2006

**Archimedes MultiBody**, 2010. Disponível em: < <http://www.naval-architecture.co.uk> >. Acesso em 13 out. 2010.

BIRAN, A., **Ship Hydrostatics and Stability**, 1.ed., Butterworth-Heinemann, 2003

CAPITANIA DOS PORTOS DO RIO GRANDE DO SUL, **Normas e Procedimentos da Capitania dos Portos**, 2008

DIRETORIA DE PORTOS E COSTAS, **Normam02**, 2006

ERDOS, I. T., **Folheto de Trim e Estabilidade NM Frederico Madörin**, 2010

FOX, R. W., **Introdução à mecânica dos fluídos**, 6.ed., Rio de Janeiro, LTC, 2006

GILLMER, T. C., **Fundamentals of construction and stability of naval ship**, 2.ed., The United States Naval Institute, 1959

**Hidrovias Interiores – RS**, 2010. Disponível em: <<http://hidroviasinteriores.blogspot.com>>. Acesso em 5 nov. 2010.

IBM, **LOADSTAR Help**, 2008

LEWIS, E. V., **Principles of Naval Architecture**, The Society of Naval Architecture and Marine Engineers, 1988

MANNING, G., **Fundamentos de Teoria de Arquitetura Naval**, Editora USP, 1964

NATIONAL INSTRUMENTS, **Getting Started with LabVIEW**, 2007

RAWSON, K. J.; TUPPER, E. C., **Basic Ship Theory**, 5.ed., Longman, 2001

SICURO, D. L. L., Avaliação “On-line” da Estabilidade em Navios da Marinha do Brasil, Instituto de Pesquisas da Marinha, 2009

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E., **Mecânica dos Sólidos**, 1.ed., LTC, 1983

**Transport, Infrastructure and Communities Portfolio**, 2010. Disponível em: <<http://www.tc.gc.ca/eng/marinesafety/tp-tp14609-3-stability-180.htm>>. Acesso em 12 out. 2010.

## GLOSSÁRIO

**Borda-Livre** - A borda-livre é a distância vertical, na meia-nau, entre a aresta superior da linha do convés e a aresta superior da linha horizontal da marca de borda-livre.

**Calado Carregado** - É o calado correspondente ao deslocamento carregado da embarcação.

**Calado Leve** - É o calado correspondente ao deslocamento leve da embarcação.

**Calado Moldado** - Calado moldado será considerado como um dos seguintes calados abaixo: 1) Para as embarcações que tenham suas bordas-livres determinadas de acordo com a Convenção Internacional de Linhas de Carga, será o calado correspondente à marca da linha de carga de verão (que não seja aquela específica para o transporte de madeira); 2) Para as embarcações sujeitas à uma Borda-Livre da Bacia do Sudeste, será o calado correspondente à linha de carga de verão atribuída;

**Carena:** Parte do casco abaixo do plano de flutuação em plena carga, isto é, a parte que fica total ou quase totalmente imersa.

**Comprimento entre Perpendiculares (Lpp)** - É a distância horizontal medida entre os pontos em que a linha d'água de projeto corta a proa e o eixo da madre do leme. Nas embarcações sem leme tal comprimento deve ser medido na linha d'água de projeto, entre os cadastes de proa e popa.

**Deslocamento Leve** - É o deslocamento que a embarcação, com todos os seus equipamentos e máquinas prontos para funcionar, apresenta quando está completamente descarregada, isto é, sem carga nos porões ou nos demais compartimentos a ela destinados, sem passageiros, tripulantes ou seus pertences, sem provisões, sem água doce, potável ou de lastro e sem combustíveis ou lubrificantes.

**Embarcação de navegação interior** - Uma embarcação de navegação interior é aquela que é designada para atuar em águas interiores.

**Meia-Nau** - A meia-nau está localizada no meio do comprimento de regra (L), sendo esse comprimento medido a partir do ponto de interseção da face externa da roda de proa com a linha de flutuação.

**Navegação interior** - a realizada em hidrovias interiores, assim considerados rios.

**NORMAM02** - Norma da Autoridade Marítima Brasileira referente a embarcações de Navegação Interior. Principal norma referente a navegação interior, tem como principais objetivos: certificado de classe, licença de operação, certificado de segurança da navegação, licença de construção, licença de alteração, licença de reclassificação, registro da embarcação entre outros.

**Plano de linhas** – Conforme Almeida (2006) ao projetar um navio, o construtor naval traça o desenho de linhas ou plano de linhas, que é a representação da forma e dimensões do casco por projeções de certas linhas em três planos ortogonais de referência. A superfície do casco de navio contém curvaturas a três dimensões. Se por interceptar esta superfície por planos, as linhas de interceptação serão linhas a duas dimensões, as quais podem ser traçadas em verdadeira grandeza, se projetadas em um dos planos de referência.

**Porão** - é o espaço contido pela estrutura do navio na qual está localizado um tanque de carga independente

## ANEXO A

**Equação da linha elástica:** Em vigas é importante o cálculo das deformações de vários pontos ao longo do eixo. Essas deformações são ocasionadas pelas cargas atuantes na viga, podendo ser elas cargas concentradas, cargas distribuídas, momentos entre outros. Após a aplicação da carga na viga seu deixo que anteriormente fosse reto passa a ser curvo, e a essa curva gerada é chamada de linha elástica.

Segundo Timoshenko, 1983, a equação diferencial básica para a linha elástica de uma viga é representada pela equação 15.

$$\frac{d^2v}{dx^2} = - \frac{M}{EI} \quad (15)$$

Sendo:

M definido como o momento fletor [N.m];

E definido como o módulo de elasticidade [N/m<sup>2</sup>];

I definido como o momento de inércia [m<sup>4</sup>];

v definido como a deflexão da viga.

A equação 15 deve ser integrada em cada caso particular para se ter a deflexão, é importante levar em conta as constantes de integração que são determinadas dependendo do tipo de condições de contorno do sistema em análise. Para se obter a cortante da viga deve-se derivar novamente a equação 15, e consecutivamente a equação do carregamento da viga deve-se derivar a equação referente à cortante. Vale salientar que as equações apresentadas são aplicáveis quando o material obedecer a Lei de Hooke.

**Método da Superposição:** Segundo Timoshenko, 1983, as equações diferenciais da linha elástica de uma viga (equação 15) são lineares, isto é, todos os termos contendo a deflexão ou suas derivadas são apenas do primeiro grau. Isto significa que as soluções das equações para diferentes condições de carregamento podem ser superpostas. Assim, a deflexão da viga causada por diferentes cargas que atuam simultaneamente pode ser encontrada pela superposição de deflexões causadas pelas cargas consideradas separadamente. Por exemplo, quando  $v_1$  representa a deflexão devida à carga  $q_1$  e  $v_2$ , a de outra carga  $q_2$ , a deflexão total produzida por  $q_1$  e  $q_2$ , agindo simultaneamente, é  $v_1 + v_2$ .

