

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA E ESCOLA DE ENGENHARIA
BACHARELADO EM ENGENHARIA FÍSICA

**ANÁLISE DE UMA ASA DE AERONAVE RÁDIO
CONTROLADA UTILIZANDO DIFERENTES CRITÉRIOS
DE FALHA DE COMPÓSITOS LAMINADOS**

Lianna Cristina Nôe Zagonel

Porto Alegre
2024

LIANNA CRISTINA NÔE ZAGONEL

**ANÁLISE DE UMA ASA DE AERONAVE RÁDIO
CONTROLADA UTILIZANDO DIFERENTES CRITÉRIOS DE
FALHA DE COMPÓSITOS LAMINADOS**

Projeto Final de Curso submetido à Universidade Federal do Rio
Grande do Sul como parte dos requisitos para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Física.

Porto Alegre
2024

LIANNA CRISTINA NÔE ZAGONEL

**ANÁLISE DE UMA ASA DE AERONAVE RÁDIO
CONTROLADA UTILIZANDO DIFERENTES CRITÉRIOS
DE FALHA DE COMPÓSITOS LAMINADOS**

Esta Monografia foi julgada adequada para a obtenção do título de BACHAREL EM ENGENHARIA FÍSICA, sendo aprovada em sua forma final pela banca examinadora.

Porto Alegre, 21 de fevereiro de 2024

Prof. Jakson Manfredini Vassoler
Dr. pelo *Politecnico di Torino*
Orientador

BANCA EXAMINADORA

Prof. Daniel Milbrath De Leon (Universidade Federal do Rio Grande do Sul)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Felipe Tempel Stumpf (Universidade Federal do Rio Grande do Sul)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Jakson Manfredini Vassoler por ter me orientado durante a execução do presente trabalho, atuando com dedicação e paciência, guiando meu aprendizado ao longo do projeto.

Agradeço, também, à minha família, por todo suporte e incentivo durante toda minha trajetória acadêmica.

RESUMO

Tendo em vista que a aplicação de materiais compósitos na indústria aeroespacial vem crescendo cada vez mais devido às vantagens que estes apresentam sobre materiais convencionais, e sabendo que dentro do atual estado da arte ainda não há um consenso há respeito da precisão das teorias aplicadas para predição das falhas desse tipo de material, é razoável que se levantem dúvidas em torno da garantia de segurança de estruturas feitas dos mais variados compósitos. Assim, o objetivo do presente trabalho consiste em utilizar o *software* comercial ANSYS® para realizar uma análise de elementos finitos por meio da aplicação dos critérios de falha mais conhecidos atualmente para prever as falhas de uma asa de aeromodelo feita de fibras de carbono unidirecionais (UD) impregnadas com uma resina epóxi. Os critérios de falha considerados neste estudo foram os de Tsai- Hill, Tsai-Wu, Tensão Máxima, Deformação Máxima, Hashin, Puck e LaRC03. Os resultados mostraram que dentre eles, o critério de Deformação Máxima indicou maior índice de falha e os critérios Tensão Máxima, Puck e LaRC03 se mostraram mais indicados como base para o desenvolvimento de melhorias na estrutura.

Palavras-chave: *Materiais Compósitos, Critérios de Falha, ANSYS.*

ABSTRACT

Considering that the application of composite materials in the aerospace industry has been growing steadily due to the advantages they offer over conventional materials, and recognizing that within the current state of the art there is still no consensus regarding the accuracy of theories applied to predict failures in this type of material, it is reasonable to raise doubts about the safety assurance of structures made from various composites. Thus, the objective of this present work is to use the commercial software ANSYS[®] to perform a finite element analysis by applying the most well-known failure criteria currently available to predict failures in a model airplane wing made of unidirectional (UD) carbon fibers impregnated with epoxy resin. The failure criteria considered in this study were Tsai-Hill, Tsai-Wu, Maximum Stress, Maximum Strain, Hashin, Puck and LaRC03. The results showed that among them, the Maximum Deformation criteria indicated a higher failure rate and the Maximum Stress, Puck and LaRC03 criteria were more suitable as a basis for developing improvements in the structure.

Keywords: *Composite Materials, Failure Criteria, ANSYS.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – a) Compósito fibroso; b) Compósito laminado; c) Compósito particulado. Adaptado de (ROGOV; SHKARUPA; VELIZ, 2012).	19
Figura 3.2 – Proporção material da aeronave A380, da Airbus (http://bit.ly/48re1fl).	22
Figura 3.3 – Lâmina ortotrópica no plano (1, 2).	23
Figura 3.4 – Níveis de análise para uma estrutura de compósito laminado. Adaptado de (KOLLÁR; SPRINGER, 2003).	25
Figura 3.5 – Lâmina antes e depois da deformação (DANIEL; ISHAI, 2006).	28
Figura 3.6 – Sistema de coordenadas e numeração de camadas para um laminado. Adaptado de (REDDY, 2004).	30
Figura 3.7 – Plano de fratura aprimorado por Puck e Schürmann (PUCK; SCHURMANN, 1998). Adaptado de (DÁVILA; CAMANHO; ROSE, 2005).	38
Figura 3.8 – Círculo de Mohr para compressão axial (DÁVILA; CAMANHO; ROSE, 2005).	41
Figura 4.1 – Geometria modelada no <i>SpaceClaim</i>	55
Figura 4.2 – Orientação dos elementos na primeira longarina. Setas amarelas correspondem à direção principal da lâmina, que é a direção de laminação, e as setas rosas correspondem à direção normal, que é a direção do empilhamento das lâminas.	55
Figura 4.3 – Orientação dos elementos na segunda longarina. Setas amarelas correspondem à direção principal da lâmina, que é a direção de laminação, e as setas rosas correspondem à direção normal, que é a direção do empilhamento das lâminas.	56
Figura 4.4 – Orientação dos elementos na superfície da asa. Setas amarelas correspondem à direção principal da lâmina, que é a direção de laminação, e as setas rosas correspondem à direção normal, que é a direção do empilhamento das lâminas.	56

Figura 4.5 – Orientação das lâminas da primeira longarina. À esquerda da figura, a seta rosa corresponde à direção de empilhamento, ou seja, o eixo de coordenadas z . À direita da figura, é mostrado o empilhamento com informações do material, ângulo (a) e espessura (t).	57
Figura 4.6 – Orientação das lâminas da segunda longarina. À esquerda da figura, a seta rosa corresponde à direção de empilhamento, ou seja, o eixo de coordenadas z . À direita da figura, é mostrado o empilhamento com informações do material, ângulo (a) e espessura (t).	57
Figura 4.7 – Orientação das fibras (setas verdes) nas primeiras lâminas do laminado da primeira e segunda longarinas.	59
Figura 4.8 – Orientação das fibras (setas verdes) na primeira lâmina do laminado da superfície da asa.	59
Figura 4.9 – <i>Section Cut</i> da estrutura.	60
Figura 4.10 – Condições de contorno aplicadas ao sistema.	60
Figura 4.11 – Relação entre os módulos do <i>software</i> utilizados (ANSYS, INC., 2013).	60
Figura 4.12 – Principais etapas necessárias para a execução da metodologia [Elaborada pela autora].	61
Figura 5.1 – Resultados da aplicação do critério de Tsai-Hill.	64
Figura 5.2 – Resultados da aplicação do critério de Tsai-Wu.	65
Figura 5.3 – Resultados da aplicação do critério de Tensão Máxima.	66
Figura 5.4 – Resultados da aplicação do critério de Deformação Máxima.	67
Figura 5.5 – Resultados da aplicação do critério de Hashin.	68
Figura 5.6 – Resultados da aplicação do critério de Puck.	69
Figura 5.7 – Resultados da aplicação do critério LaRC03.	70
Figura 5.8 – Critério mais crítico para cada elemento.	70
Figura 5.9 – Resultado das tensões ao longo da espessura de um dos pontos mais críticos do laminado e a comparação entre os critérios de Deformação Máxima, Puck e LaRC03.	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Propriedades de materiais estruturais convencionais e compósitos fibrosos unidirecionais (AGARWAL; BROUTMAN; CHANDRASHEKHARA, 2006).	21
Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas do material <i>Epoxy Carbon UD (230GPa) Wet</i> de acordo com a biblioteca do ANSYS <i>Workbench</i>	58
Tabela 5.1 – Índices de falha para cada um dos critérios aplicados.	68

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACP	<i>ANSYS Composite PrepPost</i>
CFRP	<i>Carbon Fiber Reinforce Polymer</i>
EVR	Elemento de Volume Representativo
FRP	<i>Fiber Reinforce Polymer</i>
GLARE	<i>Glass Laminate Aluminum Reinforced Epoxy</i>
LaRC03	Langley Research Center 03
MEF	Método dos Elementos Finitos
NACA	<i>National Advisory Committee for Aeronautics</i>
TCL	Teoria Clássica dos Laminados
UAV	<i>Unmanned Aerial Vehicle</i>
UD	Unidirecional
WWFE	<i>World-Wide Failure Exercise</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Rotação da Reta Normal em torno do eixo x
β	Rotação da Reta Normal em torno do eixo y
β	Termo de Interação Normalizado
γ	Deformação de Cisalhamento
ε	Deformação Normal
η	Parâmetro de Atrito Interno do Material ou Parâmetro de Correção
θ	Ângulo
κ	Curvatura do Laminado
Λ	Parâmetros Constantes
ρ	Densidade
σ	Tensão Normal
$\frac{\sigma_u}{\rho}$	Resistência Específica
τ	Tensão de Cisalhamento
ν_{ij}	Coefficiente de Poisson
ϕ	Ângulo de Desalinhamento
A	Rigidez Extensional
B	Termo de Acoplamento Membrana-Flexão
C	Matriz Constitutiva do Material
D	Flexão
d	Matriz dos Deslocamentos Nodais
E_i	Módulo de Elasticidade
$\frac{E}{\rho}$	Módulo Específico
G_{ij}	Módulo de Cisalhamento
g	Razão de Tenacidades

FI_F	Falha da Fibra
FI_M	Falha da Matriz
F	Matriz das Forças Nodais
K	Matriz de Rigidez Global
M	Momento Resultante
n	Vetor Normal
N	Força Resultante
p	Parâmetro de Inclinação
Q	Matriz de Rigidez
\bar{Q}	Matriz de Rigidez Transformada
S^L	Resistência ao Cisalhamento Longitudinal
S^C	Resistência ao Cisalhamento Transversal
S	Matriz de Flexibilidade do Material
T	Matriz de Transformação
u	Deslocamento na Direção x
v	Deslocamento na Direção y
V_f	Fração volumétrica
V	Força de Cisalhamento Transversal
w	Deslocamento na Direção z
X	Resistência Mecânica na Direção 1
Y	Resistência Mecânica na Direção 2

Subscritos

1,2,3	Direções Principais
eff	Para Tensões Efetivas
is	<i>in situ</i>
I, II	Modos de Solicitação de Trinca

c	Compressão
L	Longitudinal
m	Componentes de Membrana
t	Tração

Sobrescritos

C	Compressão
L	Longitudinal
T	Tração

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	OBJETIVOS	17
3	CARACTERÍSTICAS, APLICAÇÕES E COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAIS COMPÓSITOS	18
3.1	CARACTERÍSTICAS E CLASSIFICAÇÃO	18
3.2	VANTAGENS E APLICAÇÕES	19
3.2.1	Uso de Compósitos no Ramo Aeroespacial	21
3.3	COMPORTAMENTO MACROMECAÂNICO DA LÂMINA	22
3.3.1	Relações Constitutivas	24
3.3.2	Teoria Clássica dos Laminados	27
3.3.2.1	Teoria de Primeira Ordem de Deformação por Cisalhamento	30
3.4	CRITÉRIOS DE FALHA	32
3.4.1	Crítério de Tsai-Hill	33
3.4.2	Crítério de Tsai-Wu	33
3.4.3	Crítério de Tensão Máxima	35
3.4.4	Crítério de Deformação Máxima	36
3.4.5	Crítério de Hashin	36
3.4.6	Crítério de Puck	39
3.4.7	LaRC03	40
3.4.8	Crítérios de Falha Aplicados a Materiais Compósitos	46
3.5	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	49
3.5.1	Formulação	50
3.5.2	Implementação Computacional do MEF	51
3.5.3	MEF Aplicado a Materiais Compósitos	52

4	METODOLOGIA	54
4.1	MODELAGEM DA ESTRUTURA E SIMULAÇÃO NO ANSYS®	54
4.1.1	Modelagem Geométrica	54
4.1.2	Geração da Malha e Aplicação das Condições de Contorno	57
4.1.3	Aplicação e Verificação de Critérios de Falha	58
5	RESULTADOS	62
5.1	RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE FALHA	63
5.2	DISCUSSÃO	65
6	CONCLUSÃO	72
	REFERÊNCIAS	73

1 INTRODUÇÃO

Na década de 60, ocorreu a introdução das primeiras fibras de carbono de alta resistência na fabricação de partes de aeronaves. Desde então, materiais compósitos fibrosos vem sendo amplamente empregados na produção de componentes estruturais, em especial nos utilizados em projetos aeroespaciais, devido à sua alta rigidez, alta resistência e baixa densidade. Um material compósito é caracterizado pela combinação de dois ou mais materiais em uma escala macroscópica, com o objetivo de formar um terceiro material com propriedades mecânicas diferentes e, na maioria das vezes, superiores às daqueles que o compõem (JONES, 1999).

Embora os compósitos sejam amplamente utilizados nas indústrias aeronáutica, automobilística e de energia por apresentarem maior resistência à fadiga e uma alta relação resistência-peso quando comparados aos materiais tradicionais, eles possuem um ciclo de vida mais curto que materiais convencionais e a automação de sua fabricação, bem como a produção em larga escala deste tipo de material e o seu custo inicial elevado, são alguns dos desafios encontrados por aqueles que desejam utilizá-los. A solução para estes desafios segue sendo uma dificuldade devido à falta de ferramentas de simulação confiáveis e validadas, capazes de prever o comportamento linear e não linear, incluindo fabricação, danos e falhas. (KADDOUR et al., 2014)

As predições de rigidez e falha de componentes compósitos nem sempre se demonstram na prática, e podem sofrer grandes variações dependendo das condições de fabricação e utilização. As leis para predições de rigidez encontram boa aceitação, porém critérios de falha ainda necessitam maiores investigações. Por exemplo, a sua exposição a condições extremas de temperatura e pressão pode levar a danos sub-superficiais em sua estrutura, como a delaminação, cuja detecção pode demorar bastante tempo, levando a uma súbita falha catastrófica. Tal fenômeno é extremamente difícil de ser considerado em simulações numéricas.

A própria predição de sua falha para condições ideais de aplicação segue sendo um dos maiores desafios deste tipo de material, mesmo com significativos avanços nesse campo de estudo. Em 1998, Hinton e Soden conduziram o *World Wide Failure Exercise* (WWFE), cujo objetivo principal era estudar critérios de falha que pudessem ser satisfatoriamente aplicados a materiais compósitos (HINTON; SODEN, 1998). A comparação dos critérios desenvolvidos no desafio com os resultados experimentais levou à conclusão de que, mesmo para laminados simples e bem conhecidos, as previsões da maioria das teorias diferem significativamente das observações experimentais.

Ainda não há uma teoria consolidada que preveja com precisão a falha em todos os níveis

de análise, para todos os tipos de carregamento e para todos os tipos de laminados de polímero reforçado com fibra (*Fiber Reinforced Polymer - FRP*), mostrando que, apesar dos avanços obtidos ao longo dos anos, o conhecimento atual da física de falha em compósitos é incompleto, fazendo com que em alguns casos seja necessário realizar suposições, aproximações e estimativas para encontrar uma solução viável. Assim, mais estudos sobre diferentes critérios de falha e suas capacidades preditivas são necessários para se ter maior confiança em sua aplicação (DÁVILA; CAMANHO; ROSE, 2005) (PINHO et al., 2012).

A existência de muitas teorias de falhas e a falta de um consenso claro quanto à sua precisão, têm o potencial de confundir e distorcer os conceitos a respeito do que é viável e impraticável nessa área. Esses aspectos podem, também, dificultar o avanço e desacelerar o desenvolvimento de ferramentas analíticas ou numéricas mais robustas. Tais aspectos do trabalho com materiais compósitos fazem com que o seu uso em projetos torne-se ineficaz em termos de custo, devido à necessidade de tomar uma abordagem mais conservadora (HINTON et al., 2013).

2 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é estudar a aplicação de diferentes critérios de falha no projeto de uma asa, de forma que se possa avaliar a segurança do projeto frente a estas diferentes escolhas.

Para isto, tem-se como objetivos específicos:

- (a) Aplicar os diferentes critérios uma asa de aeronave feita de material compósito e analisar as predições de falha e os modos de falha para os laminados submetidos a cargas mecânicas;
- (b) Analisar os resultados obtidos e os possíveis impactos que eventuais discrepâncias podem causar no referido projeto.

3 CARACTERÍSTICAS, APLICAÇÕES E COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Agarwal e Broutman definem um compósito como um material constituído por duas ou mais partes descontínuas e integradas a uma fase contínua em escala macroscópica. As propriedades físicas das partes que o compõem devem apresentar uma diferença significativa para formar um material compósito com características e propriedades substancialmente distintas dos seus constituintes (AGARWAL; BROUTMAN; CHANDRASHEKHARA, 2006).

À fase contínua damos o nome de matriz, que representa a parte mais fraca e menos rígida do material, e incorpora a fase descontínua, à qual chamamos de reforço. O reforço é mais forte e mais rígido que a matriz e é responsável por fornecer mais resistência, rigidez e demais propriedades melhoradas do compósito (DANIEL; ISHAI, 2006).

As propriedades físicas das fases, sua distribuição e sua interação afetam diretamente as características do material final. Assim, ao tomar o material compósito como um sistema, é necessário especificar a geometria e a orientação do reforço em relação a um referencial. Tal geometria pode ser descrita com base na sua forma, seu tamanho e sua distribuição de tamanho. A forma do reforço, combinada com seu tamanho e sua concentração, define a área de interface entre ele e a matriz, determinando, também, seu nível de interação.

3.1 CARACTERÍSTICAS E CLASSIFICAÇÃO

Segundo Jones, os materiais compósitos formados por duas fases podem ser classificados em quatro principais tipos: materiais compósitos fibrosos, materiais compósitos laminados, materiais compósitos particulados, conforme mostrado na Figura 3.1, e, ainda, combinações de alguns ou de todos os três tipos (JONES, 1999).

Compósitos fibrosos são conhecidos por uma alta relação resistência/peso e consistem em um material como um polímero ou metal, reforçado com fibras fortes, rígidas e normalmente contínuas, que fornecem a capacidade primária de transporte de carga, enquanto o material da matriz atua como suporte e protege as fibras. Suas fibras são usualmente feitas de vidro, carbono ou aramida, e podem apresentar uma orientação unidirecional ou aleatória.

Materiais compósitos laminados são compostos de múltiplas lâminas de diferentes materiais, normalmente reforçadas com fibra, empilhadas e coladas entre si. Cada lâmina pode ter a

própria orientação de fibra, permitindo que diferentes propriedades mecânicas sejam visualizadas em cada uma das direções. Assim, a sequência de empilhamento e as orientações das fibras afetam diretamente o comportamento mecânico geral do laminado.

Os compósitos chamados particulados são formados por uma matriz com partículas de reforço discretas, que podem apresentar diferentes formatos, tamanhos e constituição, dispersas por toda parte. As partículas têm a função de melhorar as propriedades do material da matriz, aumentando sua resistência, tenacidade ou resistência ao desgaste, por exemplo.

Um material compósito também pode apresentar uma combinação de características das categorias anteriores. Por exemplo, um material pode conter reforços fibrosos e particulados, ou ter camadas laminadas combinadas com enchimentos particulados. Esses compósitos híbridos permitem uma gama mais ampla de propriedades e características de desempenho (JONES, 1999).

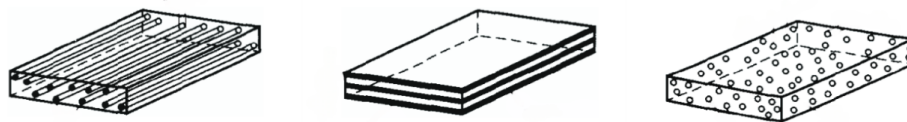


Figura 3.1 – a) Compósito fibroso; b) Compósito laminado; c) Compósito particulado. Adaptado de (ROGOV; SHKARUPA; VELIZ, 2012).

Também é possível dividir os materiais compósitos conforme o material que compõe a sua matriz, que pode ser polimérica, metálica, cerâmica ou feita de carbono. Compósitos poliméricos apresentam uma matriz termorrígida (epóxi e poliéster, por exemplo), ou termoplástica, como polietileno e polipropileno. Os cerâmicos têm uma matriz composta por óxidos, carbetos ou nitretos, e possuem alta resistência à temperatura e rigidez. Materiais compósitos com uma matriz formada por alumínio, titânio ou aço combinada com um reforço cerâmico ou polimérico, são classificados como metálicos e oferecem alta resistência, ductibilidade e condutividade térmica (AGARWAL; BROUTMAN; CHANDRASHEKHARA, 2006).

3.2 VANTAGENS E APLICAÇÕES

Conhecidos por uma excelente relação resistência/peso, materiais compósitos são mais leves e mais eficientes em termos de desempenho se comparados a materiais convencionais, como metais e plásticos. Eles também apresentam alta resistência, rigidez, resistência à fadiga e durabilidade, sendo capazes de suportar cargas cíclicas e repetitivas sem sofrerem danos significativos.

A combinação entre a matriz e os reforços é que determina a alta resistência e rigidez

do material, uma vez que a matriz transfere as cargas para os reforços que, então, resistem à deformação e à falha. Isso se dá porque a interação entre as diferentes fases cria uma distribuição de tensões mais homogênea e eficiente, reduzindo a concentração de tensões em regiões específicas do material. A distribuição das tensões também ajuda a evitar ou minimizar o surgimento e propagação de falhas, como trincas e fissuras, que podem ocorrer quando o material está sob o efeito de cargas cíclicas.

As fibras utilizadas nos compósitos fibrosos são altamente resistentes e possuem grande capacidade de dissipação de energia, o que auxilia na absorção e distribuição de tensões ao longo de seu comprimento, evitando o acúmulo de danos e a falha prematura do material quando exposto a um carregamento repetitivo, ou seja, conferem ao material uma maior resistência à fadiga. A matriz também pode ser constituída de modo a ajudar a absorver e dissipar energia durante a aplicação das cargas, evitando a propagação de danos (JONES, 1999).

Em adição às vantagens já citadas, é válido ressaltar que os materiais compósitos possuem limites elásticos correspondentes ao seu limite de ruptura, i.e., não cedem, geralmente não corroem, não apresentam sensibilidade a produtos químicos comuns utilizados em motores, e têm uma excelente resistência ao fogo em comparação com ligas leves de mesmas espessuras, o que os tornam altamente indicados para a construção de partes estruturais (GAY; HOA; TSAI, 2003).

O uso de materiais compósitos em projetos estruturais tem como vantagem, além da obtenção de propriedades mecânicas superiores, a versatilidade no *design*, visto que a combinação dos constituintes do material pode ser feita de maneira a atender às necessidades específicas de cada projeto, buscando o ponto ótimo entre eficiência, performance e custo. É em virtude dessa característica que o advento dos materiais compósitos e sua aplicação na indústria foi considerado um dos maiores avanços da Engenharia que ocorreu após o motor a jato.

Um grande marco na aplicação de materiais compósitos na aviação foi a sua utilização na construção do Boeing 787 "*Dreamliner*", no qual aproximadamente 50% da sua massa é representada por materiais como carbono/epóxi¹ e grafite/titânio² (DANIEL; ISHAI, 2006). O emprego de compósitos também pode ser visto fora da indústria aeroespacial, como é o caso das fibras de carbono utilizadas em pás de turbinas de geradores eólicos, possibilitando um aumento significativo na potência gerada e uma redução nos custos, e de sua aplicação na biomedicina para a produção de próteses, por exemplo.

A Tabela 3.1 apresenta uma comparação entre as propriedades de dois metais com as de materiais compósitos reforçados com tecido ou arranjos de fibras a 0° e 90° (bidirecionais) e

¹ Compósito constituído por fibras de carbono impregnadas com resina epóxi.

² Compósito constituído por fibras de grafite ou carbono combinadas com uma matriz de titânio.

com frações volumétricas (V_f) entre 57 e 60%.

Tabela 3.1 – Propriedades de materiais estruturais convencionais e compósitos fibrosos unidirecionais (AGARWAL; BROUTMAN; CHANDRASHEKHARA, 2006).

Material	V_f %	Módulo de Elasticidade E (GPa)	Resistência Mecânica σ_u (GPa)	Densidade ρ (g/cm ³)	Módulo Específico E/ρ	Resistência Específica (σ_u/ρ)
Aço doce		210	0,45 - 0,83	7,8	26,9	0,058 - 0,106
Alumínio						
2024-T4		73	0,41	2,7	27,0	0,152
6061-T6		69	0,26	2,7	25,5	0,096
<i>E-glass-epoxy</i>	57	21,5	0,57	1,97	10,9	0,26
<i>Kevlar 49-epoxy</i>	60	40	0,65	1,40	29,0	0,46
<i>Carbon fibre-epoxy</i>	58	83	0,38	1,54	53,5	0,24
<i>Boron-epoxy</i>	60	106	0,38	2,00	53,0	0,19

3.2.1 Uso de Compósitos no Ramo Aeroespacial

Há cerca de 40 anos, observou-se um dos primeiros usos de materiais compósitos modernos quando o epóxi reforçado com boro foi empregado nos revestimentos das empenagens dos caças norte-americanos F14 e F15. Desde 1987, estima-se que o uso de materiais compósitos na indústria aeroespacial dobrou a cada 5 anos. Um dos principais motivos para tal crescimento é o fato de que o uso desse tipo de material resulta em aeronaves mais leves e com uma estrutura mais eficiente o que, conseqüentemente, resulta em um menor consumo de combustível e maior capacidade de carregamento de carga útil. Um relatório do Programa de Pesquisa de Materiais Avançados da Administração Federal de Aviação atestou que para cada quilo de peso economizado em uma aeronave comercial, há uma economia de custos de US\$ 100-300 ao longo da vida útil dessa aeronave. Um exemplo prático para essa afirmação é o já citado Boeing 787 "Dreamliner", que voou pela primeira vez em 2009 e é uma aeronave 4535,924 kg mais leve e que queima 20% menos combustível do que uma aeronave de tamanho comparável, toda em alumínio (WERFELMAN, 2007).

A Airbus foi pioneira no emprego de materiais compósitos para fabricações de estruturas aeroespaciais. O Airbus A380, maior avião comercial do mundo, fabricado entre 2005 e 2021, possui altas quantidades de materiais compósitos na sua estrutura, incluindo um híbrido de vidro\epóxi\alumínio (*Glass Laminate Aluminium Reinforced Epoxy - GLARE*)³, e apresenta

³ Combinação de camadas alternadas de fibras de vidro e folhas de alumínio, unidas por um matriz de resina epóxi.

apenas 61% do seu peso em alumínio. A proporção material do A380 pode ser vista na Figura 3.2. Ao longo de três décadas, a proporção de materiais compósitos no peso estrutural das aeronaves da Airbus aumentou cada vez mais, chegando a mais de 50% no A350XWB. A aplicação de compósitos permitiu à empresa aumentar os intervalos de manutenção da aeronave de seis para doze anos, reduzindo consideravelmente os custos de manutenção (JOHNSON, 2019).

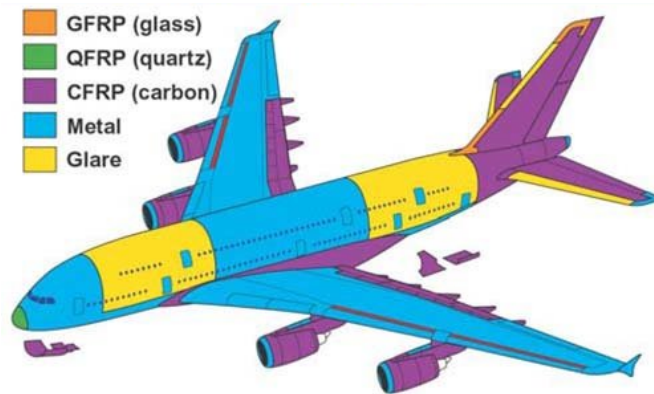


Figura 3.2 – Proporção material da aeronave A380, da Airbus (<http://bit.ly/48relfl>).

É importante destacar que, desconsiderando ligas de alumínio, o CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymer*) é o material mais utilizado para a produção de estruturas aeroespaciais, sendo empregado principalmente na produção de componentes estruturais da fuselagem, empennagem e caixa da asa, bem como nas superfícies de controle como *rudders*, *ailerons*, *elevators*, *flaps* e portas do trem de pouso (SKOCZYLAS; SAMBORSKI; KŁONICA, 2019).

3.3 COMPORTAMENTO MACROMECAÂNICO DA LÂMINA

Um material é isotrópico quando suas propriedades não dependem da orientação das lâminas e são uniformes em todas as direções, possuindo um número infinito de planos de simetria.⁴ Um material é classificado como anisotrópico quando, em um ponto específico, suas propriedades variam de acordo com a direção ou dependem da orientação dos eixos de referência. Para os materiais compósitos a ortotropia, um tipo especial de anisotropia, é de particular importância. Materiais ortotrópicos possuem pelo menos três planos de simetria perpendiculares entre si e suas intersecções definem três eixos perpendiculares entre si, os chamados eixos principais de simetria do material ou eixos principais do material (JONES, 1999). O conhecimento dessas propriedades é de suma importância, uma vez que propriedades como rigidez, resistência, expansão térmica e condutividade térmica estão associadas a uma direção ou eixo.

⁴ Se as propriedades do material em qualquer direção forem idênticas às propriedades ao longo de uma direção simétrica em relação a um plano, então esse plano é considerado um plano de simetria do material.

Daniel e Ishai definem uma lâmina como uma camada plana ou curva de fibras unidirecionais. Ela é um material ortotrópico com eixos principais do material na direção das fibras, perpendicular às fibras no plano da lâmina e perpendicular ao plano da lâmina. Tais eixos são designados como 1, 2 e 3, respectivamente, como mostrado na Figura 3.3. Já um laminado é composto de duas ou mais lâminas, que podem ser de diferentes espessuras e materiais, ou camadas unidirecionais empilhadas em várias orientações (DANIEL; ISHAI, 2006).

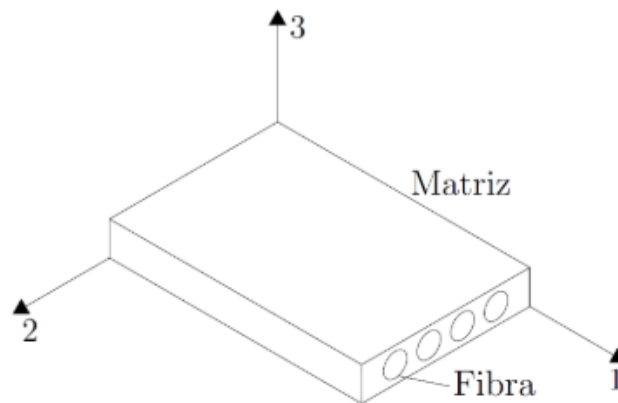


Figura 3.3 – Lâmina ortotrópica no plano (1, 2).

Uma vez que a orientação dos eixos principais do material varia de camada para camada, é conveniente analisar um laminado usando um sistema fixo comum ou coordenadas (x, y, z) , no qual a orientação de uma determinada lâmina será dada pelo ângulo (θ) entre o eixo x e o eixo de orientação da fibra do material (eixo principal), medido no sentido anti-horário no plano $x - y$. Com base na orientação das fibras, o material compósito pode assumir as seguintes configurações:

- Laminado simétrico: um laminado que é simétrico com respeito ao plano intermediário. Exemplo: $[45/-45_2/45]_s$.^{5 6}
- Laminado balanceado: para cada camada na direção θ existe uma camada idêntica na direção $-\theta$. Exemplo: $[45/-45/30/-30]_s$.
- *Cross-ply*: as fibras estão apenas nas direções de 0° e 90° . Como não há distinção entre $+0^\circ$ e -0° e entre as direções de $+90^\circ$ e -90° , os laminados *cross-ply* são balanceados. Exemplo: $[90_2/0_2]$.
- *Angle-ply*: as camadas estão apenas nas direções de θ e $-\theta$. Exemplo: $[30_3/-30_3]$.

⁵ O algarismo subscrito indica o número de camadas presentes no grupo.

⁶ O "s" subscrito indica simetria com relação ao plano intermediário.

- $\pi/4$: as camadas estão nas direções 0° , 45° , 90° e -45° . O número de camadas em cada direção é o mesmo e a disposição é simétrica.

Além da classificação de acordo com a sua configuração, tipo de reforço e tipo de matriz, os materiais compósitos também podem ser divididos em homogêneos ou heterogêneos. Um material é chamado de homogêneo se suas propriedades são as mesmas em todos os pontos ou se elas independem da localização. Se a variabilidade em escala macroscópica for baixa, o material é denominado quase homogêneo. Já um material é dito heterogêneo ou não homogêneo se suas propriedades variam de ponto a ponto ou dependem da localização. Tanto a homogeneidade quanto a heterogeneidade estão relacionados a uma escala ou volume característico e, à medida que a escala diminui, um material que era considerado inicialmente heterogêneo, pode passar a ser visto como homogêneo ou quase homogêneo.

A escala da análise realizada também é relevante para determinar quais as características e propriedades do material que podem ser determinadas. Na micromecânica, a interação dos materiais que compõem o compósito é examinada em escala microscópica para determinar seu efeito nas propriedades do material compósito. Na macromecânica, o material é presumido homogêneo e os efeitos dos materiais constituintes são detectados apenas como propriedades macroscópicas aparentes médias do material compósito (DANIEL; ISHAI, 2006). A Figura 3.4 ilustra os níveis de análise para uma estrutura de compósito laminado.

3.3.1 Relações Constitutivas

Na abordagem macromecânica, as interações a nível microscópico são desprezadas e considera-se que o material sob análise apresenta comportamento elástico antes da falha. Assim, as componentes de tensão e deformação podem ser relacionadas por meio da lei de Hooke generalizada (JONES, 1999):

$$\varepsilon_i = S_{ij}\sigma_j \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (3.1)$$

e

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (3.2)$$

onde σ_i são as tensões normais, ε_i as deformações normais, C_{ij} representa as componentes da matriz constitutiva do material e S_{ij} as componentes da matriz de flexibilidade ou matriz de *compliance* do material.

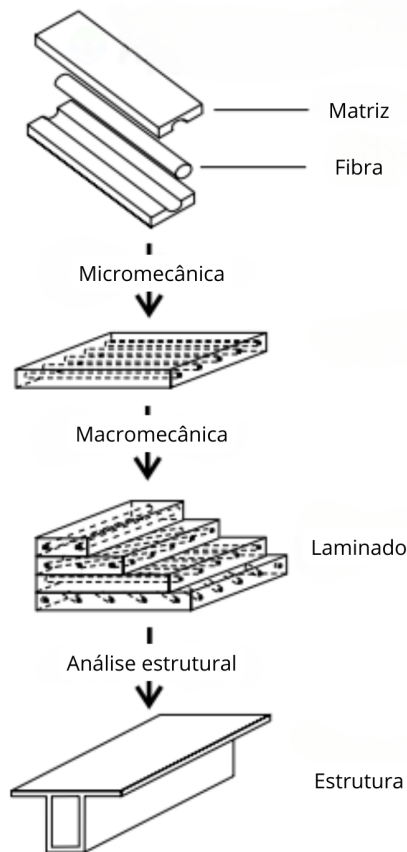


Figura 3.4 – Níveis de análise para uma estrutura de compósito laminado.
Adaptado de (KOLLÁR; SPRINGER, 2003).

Sabendo que um material ortotrópico possui nove constantes elásticas independentes e tomando as coordenadas no sistema local de cada lâmina ou sistema do material (x_1, x_2, x_3) , considerando que as lâminas possuem espessuras muito finas e admitindo um estado plano de tensão, i.e., $(\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{31} = 0)$, tem-se que as relações entre as deformações (ϵ) e as tensões (σ) podem ser escritas como:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Sendo os coeficientes da matriz S dados por:

$$S_{11} = \frac{1}{E_1} \quad S_{22} = \frac{1}{E_2} \quad S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (3.4)$$

onde E_1 e E_2 são os módulos de elasticidade nas direções principais, G_{12} é o módulo de elasticidade ao cisalhamento no plano 1 – 2, e ν_{ij} é o coeficiente de Poisson na direção i devido

à aplicação de carga na direção j . Os coeficientes de Poisson devem satisfazer a seguinte relação:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3.5)$$

Invertendo a Equação (3.3), encontra-se a relação tensão-deformação no sistema do material:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

onde:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{12} = -\frac{\nu_{21}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (3.7)$$

Uma vez que os eixos principais da lâmina (1, 2) nem sempre coincidem com os eixos da carga de referência (x, y), é necessário realizar algumas transformações para que as componentes de tensão e deformação possam ser expressas em termos dos eixos (x, y) (DANIEL; ISHAI, 2006). Tal transformação se dá por meio das relações:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

e

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Sendo \mathbf{T} definido de acordo com a equação abaixo, onde θ é o ângulo de rotação entre o eixo x e o eixo principal da lâmina.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Após efetuar as devidas substituições, tem-se que:

$$\sigma = \mathbf{T}^T \mathbf{Q} \mathbf{T} \varepsilon \Rightarrow \sigma = \bar{\mathbf{Q}} \varepsilon \quad (3.11)$$

Com $\bar{\mathbf{Q}}$ definida de acordo com a Equação (3.12), cujos coeficientes são obtidos a partir do produto matricial $\mathbf{T}^T \mathbf{Q} \mathbf{T}$.

$$\bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

3.3.2 Teoria Clássica dos Laminados

Baseada em hipóteses simplificadoras e nas hipóteses de Kirchhoff-Love, a Teoria Clássica dos Laminados (TCL) é um método utilizado para analisar o comportamento mecânico de um material compósito laminado composto por finas camadas (lâminas). A TCL possibilita que tal material seja decomposto em camadas individuais, com diferentes orientações e cujas propriedades mecânicas, também diferentes, são previamente conhecidas. A partir da decomposição descrita e das hipóteses abaixo, a análise das tensões e deformações aplicadas é feita considerando as lâminas do laminado.

1. Hipótese de Love (Aderência Perfeita): As ligações são infinitamente finas e não deformáveis por cisalhamento, não havendo escorregamento entre as camadas. Assim, todas as lâminas do laminado estão perfeitamente aderidas, o que facilita a análise das interações entre elas;
2. Hipótese de Love (Invariância das Normais): Normais têm comprimento constante, o que significa que toda deformação perpendicular à superfície média (tensão interlaminar) também é ignorada;
3. Hipótese de Kirchhoff: Uma linha reta e perpendicular à superfície intermediária antes da deformação permanece reta e perpendicular após a deformação. Deformações de cisalhamento em planos perpendiculares à superfície intermediária das camadas não são levadas em conta, simplificando o cálculo das tensões e deformações;
4. Todos os deslocamentos são pequenos quando comparados com a espessura do laminado, tornando viável uma análise linear;
5. Os deslocamentos no plano variam linearmente através da espessura do laminado, o que leva a uma simplificação das equações de deformação;

6. As relações deformação-deslocamento e tensão-deformação são lineares;
7. A espessura do laminado é muito menor em relação às dimensões laterais da estrutura, permitindo a simplificação das equações de deformação e tensão, o que leva a uma análise bidimensional da estrutura laminada.

Com a realização das simplificações e devido ao conhecimento das propriedades mecânicas das camadas que compõem o laminado, é possível, a partir de equações diferenciais e integrais e das tensões e deformações resultantes das forças aplicadas no sistema, determinar o comportamento dos compósitos laminados em situações de flexão ou carga transversal. A Figura 3.5 mostra a seção de um laminado normal ao eixo y antes e depois da deformação.

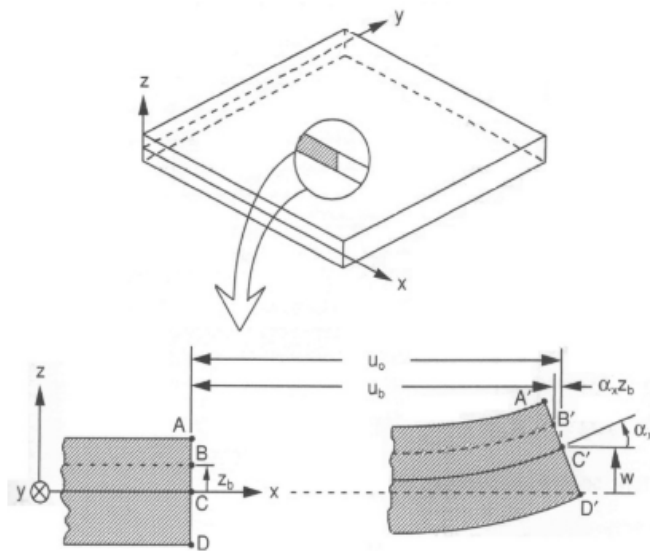


Figura 3.5 – Lâmina antes e depois da deformação (DANIEL; ISHAI, 2006).

Sabe-se que o campo dos deslocamentos (u, v, w) para qualquer ponto pode ser determinado como:

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, z, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\
 v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, z, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\
 w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, z, t)
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

onde u_0 , v_0 e w_0 são os deslocamentos de um ponto médio nas direções x , y e z , respectivamente.

De acordo com Jones, devido às hipóteses de Kirchhoff, as deformações do laminado são reduzidas à ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} . Assim, as deformações são definidas em termos dos deslocamentos conforme mostrado na Equação (3.14) (JONES, 1999).

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{pmatrix} - z \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} - z \begin{pmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} = \epsilon_m - z\kappa \quad (3.14)$$

O primeiro termo corresponde às componentes de membrana e refere-se às deformações da superfície média do laminado e o segundo termo corresponde às deformações de flexão, i.e., às curvaturas da superfície média da placa. Ainda segundo Jones, ao integrar as tensões em cada camada ou lâmina ao longo da espessura do laminado, obtém-se as forças e os momentos resultantes, como mostrado nas Equações (3.15) e (3.16), onde n representa o número de lâminas, h é a espessura total do laminado e a origem do eixo z é a sua superfície média, como mostrado na Figura 3.6.

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[\int_{z_{k+1}}^{z_k} \left(\begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} - z \begin{pmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \right) dz \right] \quad (3.15)$$

e

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[\int_{z_{k+1}}^{z_k} \left(z \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} - z^2 \begin{pmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \right) dz \right] \quad (3.16)$$

Assim, tem-se que a relação constitutiva em termos de tensões e deformações generalizadas do laminado é dada pela expressão (DANIEL; ISHAI, 2006):

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

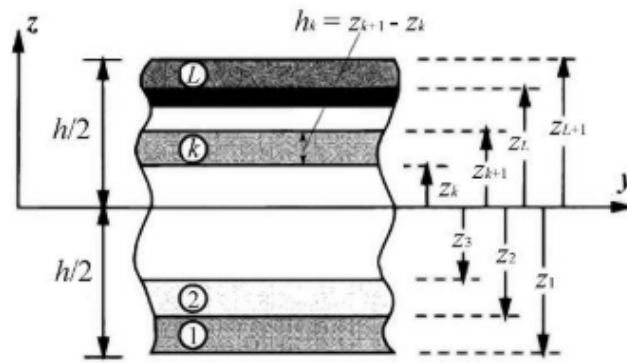


Figura 3.6 – Sistema de coordenadas e numeração de camadas para um laminado. Adaptado de (REDDY, 2004).

Sendo:

$$\begin{aligned}
 A_{ij} &= \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_{k+1} - z_k) \\
 B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_{k+1}^2 - z_k^2) \\
 D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_{k+1}^3 - z_k^3)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

com A_{ij} representando a rigidez extensional, B_{ij} os termos de acoplamento membrana-flexão e D_{ij} a flexão. Assim, tem-se que a matriz **ABD** depende da espessura da lâmina, da orientação das fibras, da sequência de empilhamento e das propriedades do material.

3.3.2.1 Teoria de Primeira Ordem de Deformação por Cisalhamento

As hipóteses adotadas na Teoria Clássica de Laminação desprezam os efeitos do cisalhamento transversal, porém, ao analisar compósitos de espessura moderada, é recomendável levar tais efeitos em conta. Assim, tem-se a Teoria de Laminação de Primeira Ordem, que assume que a deformação por cisalhamento varia linearmente através da espessura da placa, tendo o campo de deslocamentos expresso como:

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\alpha \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\beta \\
 w(x, y, z) &= w_0(x, y)
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

onde u_0 , v_0 e w_0 são os deslocamentos de um ponto da superfície da placa nas direções x , y e z , e α e β são as rotações da reta normal em torno dos eixos x e y , respectivamente.

As componentes de deformação são dadas por:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} - z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} - z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial z} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \beta + \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

onde ε_x^0 , ε_y^0 e γ_{xy}^0 são as deformações de membrana e κ_x , κ_y e κ_{xy} são as mudanças nas curvaturas da superfície média.

Assim como para a Teoria Clássica dos Laminados, as forças e momentos resultantes são obtidos a partir da integração das tensões ao longo da espessura da placa. Porém, também é preciso considerar a força de cisalhamento transversal, cuja dedução é demonstrada a seguir.

$$V_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xz} dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \tau_{xz} dz = \sum_{k=1}^n h_k \tau_{xz}^k \quad (3.22)$$

$$V_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yz} dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \tau_{yz} dz = \sum_{k=1}^n h_k \tau_{yz}^k \quad (3.23)$$

Sendo:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{13} & 0 \\ 0 & G_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & Q_{45} \\ Q_{54} & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

Tomando os eixos principais do material, tem-se que:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} \\ \overline{Q}_{54} & \overline{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} \\ \overline{Q}_{54} & \overline{Q}_{55} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

Realizando as devidas substituições nas equações (3.22) e (3.23), tem-se que:

$$\begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n h_k \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^k \Rightarrow \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n h_k \begin{bmatrix} \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} \\ \overline{Q}_{54} & \overline{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{44} & F_{45} \\ F_{54} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

Por fim, integrando essa solução à Equação (3.17), obtém-se a relação constitutiva em termos das tensões e deformações generalizadas, e da força de cisalhamento transversal (Equação (3.27)).

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ V_x \\ V_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{54} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Apesar das hipóteses simplificativas adotadas, estas equações têm ampla aceitação no cálculo de compósitos, e representam a rigidez equivalente do laminado. Elas permitem obter as deformações e as tensões em cada lâmina do laminado, de forma a avaliar se estas podem ou não falhar.

3.4 CRITÉRIOS DE FALHA

As falhas em materiais compósitos variam consideravelmente de acordo com as propriedades do material e o tipo de carga aplicada. Mesmo que os mecanismos de falha sejam identificados por meio de análises micromecânicas, a interação entre esses mecanismos em cargas genéricas pode comprometer a confiabilidade das previsões de resistência do material. Assim, uma abordagem macromecânica fenomenológica, é preferível para a análise de falhas.

Do ponto de vista macroscópico, a resistência de uma lâmina é uma propriedade anisotrópica, portanto, os critérios de falha buscam estabelecer relações entre a resistência em uma direção arbitrária e os parâmetros fundamentais do material. A anisotropia dos materiais compósitos é o que faz com que a aplicação dos critérios de falha a esses materiais se diferencie da aplicação a materiais metálicos, visto que os últimos são isotrópicos e, portanto, não apresentam diferentes forças em diferentes direções (JONES, 1999).

As teorias desenvolvidas para compósitos quando aplicadas em análises bidimensionais de lâminas podem ser expressas em termos dos parâmetros fundamentais:

X_t = resistência longitudinal à tração;

X_c = resistência longitudinal à compressão;

Y_t = resistência à tração transversal;

Y_c = resistência à compressão transversal;

S_6 = resistência ao cisalhamento intralaminar.

3.4.1 Critério de Tsai-Hill

A energia desviadora, ou distorcional, para metais dúcteis isotrópicos foi proposta por investigadores como von Mises. Como extensão do critério de von Mises, Hill propôs um critério de escoamento para materiais ortotrópicos na forma abaixo:

$$(G+H)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 + (F+G)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1 \quad (3.28)$$

sendo F , G , H , L , M e N relacionados às forças de falha usuais X , Y e S .

Tal relação é usada como um critério de resistência ortotrópica ou de falha, uma vez que ambos podem ser considerados limites do comportamento elástico linear, e as tensões de escoamento de Hill, i.e., F , G , H , L , M e N , são consideradas forças de ruptura.

Após considerar os casos nos quais apenas uma das forças age sobre o corpo para encontrar os valores correspondentes aos fatores multiplicadores da Equação (3.28), e tendo um estado plano de tensões no plano 1-2, encontra-se que o critério de falha em termos das coordenadas principais da lâmina é:

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1 \quad (3.29)$$

A substituição dos valores de X_t , X_c , Y_t e Y_c deve ser feita de acordo com os valores de σ_1 e σ_2 .

3.4.2 Critério de Tsai-Wu

Tsai-Wu desenvolveram um critério de falha formulado de maneira a se ajustar aos resultados experimentais e com o objetivo de tornar a caracterização do material operacionalmente simples. É um critério interativo no qual todos os componentes de tensão são usados simultaneamente para determinar a ocorrência ou não de uma falha no material. A sua suposição

básica é que há uma superfície de falha no espaço de tensão, atendendo à forma escalar (TSAI; WU, 1971):

$$f_i \sigma_i + f_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (3.30)$$

sendo f_i e f_{ij} os tensores de resistência de segunda e quarta ordem, respectivamente.

Expandindo a Equação (3.30), obtém-se:

$$\begin{aligned} & f_1 \sigma_1 + f_2 \sigma_2 + f_3 \sigma_3 + f_4 \sigma_4 + f_5 \sigma_5 + f_6 \sigma_6 + f_{11} \sigma_1^2 + 2f_{12} \sigma_1 \sigma_2 + 2f_{13} \sigma_1 \sigma_3 \\ & + 2f_{14} \sigma_1 \sigma_4 + 2f_{15} \sigma_1 \sigma_5 + 2f_{16} \sigma_1 \sigma_6 + f_{22} \sigma_2^2 + 2f_{23} \sigma_2 \sigma_3 + 2f_{24} \sigma_2 \sigma_4 + 2f_{25} \sigma_2 \sigma_5 \\ & + 2f_{26} \sigma_2 \sigma_6 + f_{33} \sigma_3^2 + 2f_{34} \sigma_3 \sigma_4 + 2f_{35} \sigma_3 \sigma_5 + 2f_{36} \sigma_3 \sigma_6 + f_{44} \sigma_4^2 + 2f_{45} \sigma_4 \sigma_5 \\ & + 2f_{46} \sigma_4 \sigma_6 + f_{55} \sigma_5^2 + 2f_{56} \sigma_5 \sigma_6 + f_{66} \sigma_6^2 = 1 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Os termos lineares da Equação (3.31) possibilitam a distinção entre resistência à tração e à compressão, os coeficientes f_{12} , f_{23} e f_{13} permitem a interação entre as tensões normais σ_1 , σ_2 e σ_3 , e os termos quadráticos $\sigma_i \sigma_j$ definem um elipsoide no espaço de tensão. Como as resistências ao cisalhamento de compósitos unidirecionais em relação aos planos principais do material independem do sinal da tensão cisalhante, i.e., σ_4 , σ_5 e σ_6 , os termos lineares das tensões cisalhantes e os termos associados às interações entre tensões normais e cisalhantes e às tensões cisalhantes atuando em planos diferentes devem ser desconsiderados (DANIEL; ISHAI, 2006). Logo,

$$f_4 = f_5 = f_6 = f_{14} = f_{15} = f_{16} = f_{24} = f_{25} = f_{26} = f_{34} = f_{35} = f_{36} = f_{45} = f_{46} = f_{56} = 0 \quad (3.32)$$

Além disso, assumindo que há isotropia transversal com o plano 2-3 como plano de isotropia, observa-se que:

$$f_2 = f_3 \quad f_{22} = f_{33} \quad f_{55} = f_{66} \quad f_{12} = f_{13} \quad (3.33)$$

Assim, para uma lâmina ortotrópica em estado plano de tensão, tem-se que:

$$f_1 \sigma_1 + f_2 \sigma_2 + f_6 \sigma_6 + f_{11} \sigma_1^2 + f_{22} \sigma_2^2 + f_{66} \sigma_6^2 + 2f_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 1 \quad (3.34)$$

onde:

$$f_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \quad f_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \quad f_6 = 0 \quad f_{11} = \frac{1}{X_t X_c} \quad f_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c} \quad f_{66} = \frac{1}{S_6^2} \quad (3.35)$$

A determinação do fator f_{12} é a complexidade encontrada na utilização desse critério. Ele pode ser obtido por meio de ensaios biaxiais, porém, pode-se utilizar a seguinte aproximação:

$$f_{12} = \beta \sqrt{f_{11} f_{22}} \quad (3.36)$$

onde β é o termo de interação normalizado, que varia entre 0 e $-0,5$ para a maioria dos materiais.

3.4.3 Critério de Tensão Máxima

No Critério de Tensão Máxima considera-se que ocorrerá uma falha no material caso pelo menos uma componente de tensão ao longo de um dos eixos principais do material exceda a resistência correspondente naquela direção. A envoltória de ruptura para o caso bidimensional para tensões de tração é:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &< X_t \\ \sigma_2 &< Y_t \end{aligned} \quad (3.37)$$

e para tensões compressivas:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &> X_c \\ \sigma_2 &> Y_c \end{aligned} \quad (3.38)$$

e, também:

$$|\tau_{12}| = S_6 \quad (3.39)$$

Caso qualquer uma das condições acima não for satisfeita, supõe-se que haverá falha no material, uma vez que o mecanismo de falha está relacionado com as resistências X_t , X_c , Y_t , Y_c e S_6 (JONES, 1999).

3.4.4 Critério de Deformação Máxima

O Critério de Deformação Máxima é similar ao de Tensão Máxima, porém, considera que a falha ocorrerá caso as deformações ao longo dos eixos principais não satisfizerem alguma das inequações abaixo (JONES, 1999):

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &< X_{\varepsilon_t} \\ \varepsilon_2 &< Y_{\varepsilon_t} \\ |\gamma_{12}| &= S_{\varepsilon}\end{aligned}\tag{3.40}$$

E para materiais com diferentes resistências à tração e compressão:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &> X_{\varepsilon_c} \\ \varepsilon_2 &> Y_{\varepsilon_c}\end{aligned}\tag{3.41}$$

onde:

X_{ε_t} = deformação normal de tração máxima na direção 1;

X_{ε_c} = deformação normal compressiva máxima na direção 1;

Y_{ε_t} = deformação normal de tração máxima na direção 2;

Y_{ε_c} = deformação normal compressiva máxima na direção 2;

S_{ε} = deformação de cisalhamento máxima nas coordenadas 1-2.

De acordo com a teoria da deformação máxima, a falha ocorre quando pelo menos uma das componentes de deformação ao longo dos eixos principais do material excede a deformação última correspondente naquela direção. Esta teoria permite alguma interação dos componentes de tensão devido aos efeitos do coeficiente de Poisson.

3.4.5 Critério de Hashin

Hashin utilizou observações experimentais de falha de amostras de tração para estabelecer dois critérios de falha para compósitos fibrosos, um relacionado à falha da matriz e outro relacionado à falha da fibra, causados por esforços de tração ou compressão, assumindo uma interação quadrática entre as trações que atuam no plano de ruptura (HASHIN; ROTEM, 1973).

Em 1980, Hashin introduziu critérios de falha de fibra e matriz, utilizando uma interação de polinômios quadráticos que são expressos em termos dos invariantes de tensão. Os modos de falha trazidos por ele são (HASHIN, 1980):

- Falha da Matriz:

- Falha à tração: $\sigma_{22} \geq 0$

$$FI_M = \left(\frac{\sigma_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S^L} \right)^2 \quad (3.42)$$

- Falha à compressão: $\sigma_{22} < 0$

$$FI_M = \left(\frac{\sigma_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left[\left(\frac{Y^C}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22}}{Y^C} + \left(\frac{\tau_{12}}{S^L} \right)^2 \quad (3.43)$$

- Falha da Fibra:

- Falha à tração: $\sigma_{11} \geq 0$

$$FI_F = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S^L} \right)^2 \quad (3.44)$$

- Falha à compressão: $\sigma_{11} < 0$

$$FI_F = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^T} \right) \quad (3.45)$$

onde:

σ_{ij} = componentes das tensões normais e de cisalhamento, com $i, j = 1, 2$;

X^T = resistência na direção da fibra sob tração;

X^C = resistência na direção da fibra sob compressão;

Y^T = resistência normal à direção da fibra sob tração;

Y^C = resistência normal à direção da fibra sob compressão;

S^L = resistência ao cisalhamento longitudinal;

S^C = resistência ao cisalhamento transversal.

Estudos indicam que as interações de tensões trazidas por Hashin nem sempre se ajustam aos resultados experimentais. Por esse motivo, pesquisadores como Sun, Quinn, Oplinger, Puck e Schürmann sugeriram modificações ao critério. Sun, Quinn e Oplinger propuseram uma modificação empírica à relação de falha à compressão da matriz, visando considerar o papel benéfico que a compressão (σ_{22}) tem na resistência ao cisalhamento da matriz, resultando na Equação (3.46) (SUN; QUINN; OPLINGER, 1996).

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y^C}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S^L - \eta\sigma_{22}}\right)^2 = 1 \quad (3.46)$$

sendo:

η = parâmetro de correção que pode ser considerado um parâmetro de atrito interno do material;

$S^L - \eta\sigma_{22}$ = pode ser considerado uma resistência efetiva ao cisalhamento longitudinal que aumenta com a compressão transversal (σ_{22}).

Já Puck e Schürmann propuseram um Plano de Ação que representa a influência benéfica da compressão transversal na resistência da matriz ao cisalhamento, o que aumenta a resistência ao cisalhamento de forma proporcional à tensão normal (σ_n) atuando no plano de fratura, que pode ser visto na Figura 3.7 (PUCK; SCHURMANN, 1998). A contribuição de σ_{22} é desconsiderada, pois assume-se que o início da fratura se dá de forma independente da resistência à compressão transversal. Assim, o critério de falha da matriz sob compressão transversal é:

$$\left(\frac{\tau^T}{S^T - \eta^T\sigma_n}\right)^2 + \left(\frac{\tau^L}{S^L - \eta^L\sigma_n}\right)^2 = 1 \quad (3.47)$$

onde τ^T e τ^L são as tensões de cisalhamento que atuam no plano de fratura.

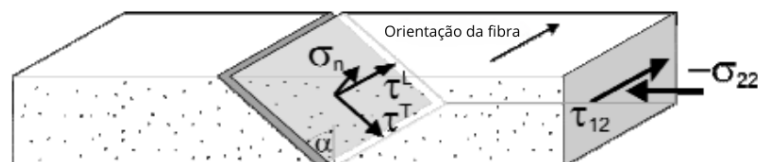


Figura 3.7 – Plano de fratura aprimorado por Puck e Schürmann (PUCK; SCHURMANN, 1998). Adaptado de (DÁVILA; CAMANHO; ROSE, 2005).

3.4.6 Critério de Puck

Em 1998, juntamente com Schürmann, Puck aplicou modelos fenomenológicos em uma base física, obtendo resultados relacionados aos níveis de tensão que levam à iniciação da trinca no material e, também, sua direção de propagação. O critério de falha criado a partir de tais resultados pode ser dividido em falha da fibra e falha da matriz (PUCK; SCHURMANN, 1998).

- Falha da Fibra:

- Falha à tração⁷:

$$\frac{1}{\varepsilon_{1T}} \left(\varepsilon_1 \frac{\nu_{f12}}{E_{f1}} m_{\sigma f} \sigma_{22} \right) = 1 \quad (3.48)$$

- Falha à compressão:

$$\frac{1}{\varepsilon_{1T}} \left| \left(\varepsilon_1 \frac{\nu_{f12}}{E_{f1}} m_{\sigma f} \sigma_{22} \right) \right| + (10\gamma_{21})^2 = 1 \quad (3.49)$$

sendo:

ε_{1T} = deformação longitudinal de ruptura para tensões de tração;

ε_{1C} = deformação longitudinal de ruptura para tensões de compressão;

$m_{\sigma f}$ = descreve um efeito de aumento na intensidade da tensão.

Já a falha na matriz é dividida em três modos: A, B e C. Baseados no critério de Mohr-Coulomb (Figura 3.8), indicam que a falha é criada exclusivamente pelas tensões que atuam no plano de fratura, sendo os modos A e B indicativos de um plano de fratura com ângulo 0° , e o modo C podendo apresentar ângulos do plano de fratura que aumentam de 0° até $\approx 51^\circ$.

- Falha da Matriz:

- Modo A: $\sigma_{22} \geq 0$

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{S_{21}} \right)^2 + \left(1 - p_{\perp||}^{(+)} \frac{Y_T}{S_{21}} \right)^2} + p_{\perp||}^{(+)} \frac{\sigma_{22}}{S_{21}} = 1 \quad (3.50)$$

⁷ Usada se o valor de $\left(\varepsilon_1 \frac{\nu_{f12}}{E_{f1}} m_{\sigma f} \sigma_{22} \right)$ é positivo.

– Modo B: $\sigma_{22} < 0$ e $0 \geq \left| \frac{\sigma_{22}}{\tau_{21}} \right| \geq \frac{R_{\perp\perp}^A}{|\tau_{21c}|}$

$$\frac{1}{S_{21}} \sqrt{\left(\tau_{21}^2 + (p_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_{22})^2 \right)} + p_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_{22} = 1 \quad (3.51)$$

– Modo C: $\sigma_{22} < 0$ e $0 \geq \left| \frac{\tau_{21}}{\sigma_{22}} \right| \geq \frac{|\tau_{21c}|}{R_{\perp\perp}^A}$

$$\left[\left(\frac{\tau_{21}}{2(1 + (p_{\perp\perp}^{(-)} S_{21}))} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_C} \right)^2 \right] \frac{Y_C}{-\sigma_{22}} = 1 \quad (3.52)$$

onde:

p = parâmetros de inclinação obtidos experimentalmente;

$R_{\perp\perp}^A$ = resistência à fratura no plano de fratura.

3.4.7 LaRC03

A incerteza na previsão do início e da progressão de danos em compósitos motivou pesquisadores do *Langley Research Center* da NASA a desenvolverem um novo conjunto de critérios não empíricos para prever a falha em polímeros reforçados com fibra (*Fiber Reinforced Polymer - FRP*) unidirecionais, chamado LaRC03. Tomando como base os conceitos propostos por Hashin e o conceito de plano de fratura de Puck, Dávila, Camanho e Rose publicaram um artigo descrevendo os seis índices de falha do LaRC03, que podem ser divididos entre os que preveem a falha da matriz e os que preveem a falha da fibra; considerando que os modos de falha se devem a mecanismos diferentes, os índices não são explicitamente relacionados entre si. Para a aplicação do critério, é necessário obter experimentalmente as seguintes propriedades E_1 , E_2 , G_{12} , ν_{12} , X^T , X^C , Y^T , Y^C , S^L , $G_{Ic}(L)$ e $G_{IIc}(L)$, sendo $G_{Ic}(L)$ e $G_{IIc}(L)$ as tenacidades às fraturas em modos *I* e *II*, respectivamente (DÁVILA; CAMANHO; ROSE, 2005).

Os índices que compõem o critério são:

- Falha da Matriz:

- Falha sob compressão transversal: $\sigma_{22} < 0$

Sabe-se que para o caso de tensão da matriz, os planos de fratura são normais ao plano das camadas e paralelos à direção das fibras, mas para o caso de compressão da matriz, o plano de fratura pode não ser normal à camada. Assim, as tensões efetivas de Mohr-Coulomb relacionadas às tensões que atuam no plano de fratura (τ^T e σ_n)

são utilizadas para o cálculo do ângulo do plano de fratura. Uma vez que o plano de fratura pode estar sujeito a tensões transversais e a tensões no plano, as tensões efetivas devem ser definidas nas duas direções, como mostrado nas Equações (3.53).

$$\begin{aligned}\tau_{eff}^T &= \langle |\tau^T| + \eta^T \sigma_n \rangle \\ \tau_{eff}^L &= \langle |\tau^L| + \eta^L \sigma_n \rangle\end{aligned}\quad (3.53)$$

onde:

η^T = coeficiente de influência transversal;

η^L = coeficiente de influência longitudinal;

$\langle x \rangle = \frac{1}{2}(x + |x|) \rightarrow$ definição do operador aplicado na equação.

O critério de Mohr-Coulomb é representado geometricamente pelo círculo de Mohr, que pode ser visto na Figura 3.8, onde a linha AB é tangente ao círculo no ponto A, e recebe o nome de linha de fratura de Coulomb. Ele determina que, em um estado biaxial de tensão normal, a fratura ocorre para qualquer círculo de Mohr tangente à linha de fratura de Coulomb.

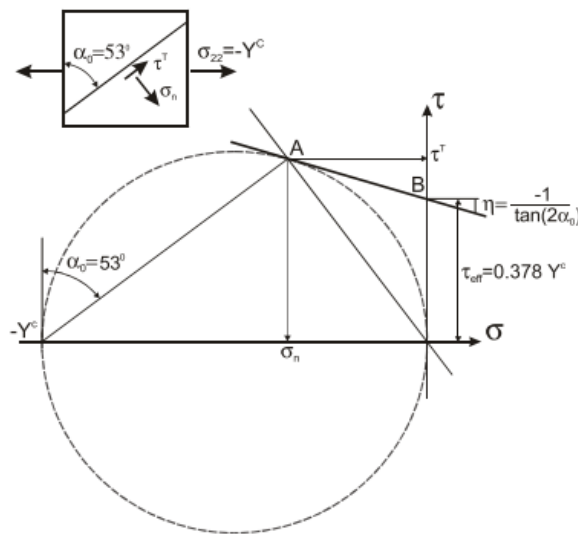


Figura 3.8 – Círculo de Mohr para compressão axial (DÁVILA; CAMANHO; ROSE, 2005).

A falha da matriz sob compressão transversal é assumida como sendo o resultado da interação quadrática entre as tensões efetivas cisalhantes atuando no plano de fratura. Assim, o índice de falha para a matriz é:

$$FIM = \left(\frac{\tau_{eff}^T}{S^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{eff}^L}{S_{is}^L} \right)^2 \leq 1 \quad (3.54)$$

sendo:

S^T = resistência ao cisalhamento transversal;

S_{is}^L = resistência ao cisalhamento longitudinal;

O subscrito *is* indica que para um laminado qualquer deve-se utilizar a resistência longitudinal *in situ* ao cisalhamento ao invés da resistência de um laminado unidirecional. Isso se dá porque o efeito de restrição das camadas adjacentes aumenta a resistência efetiva da lâmina. Dávila, Camanho e Rose assumiram que a resistência efetiva ao cisalhamento transversal independe do efeito *in situ* (DÁVILA; CAMANHO; ROSE, 2005).

– Falha sob tração transversal: $\sigma_{22} > 0$

O trincamento da matriz pode afetar a propagação do dano ao longo do material, e, para que um critério seja capaz de prever tal trincamento em um laminado sujeito a um cisalhamento no plano e a uma tensão de tração transversal, é necessário calcular as resistências *in situ*. Dávila, Camanho e Rose calcularam as resistências *in situ* por meio de soluções da mecânica da fratura para a propagação de uma trinca aguda em uma lâmina restrita. A trinca representa um descolamento entre a matriz e a fibra, está contida nos planos 1-3 e tem comprimento $2a_0$ na espessura t da lâmina (DÁVILA; CAMANHO; ROSE, 2005).

A tensão transversal de tração, σ_{22} , é associada ao modo *I* de solitação da trinca e a tensão cisalhante, τ_{12} , é associada ao modo *II* de solitação da trinca. As taxas de dissipação de energia para a propagação da trinca na direção transversal nos modos *I* e *II* são:

$$\begin{aligned} G_I(T) &= \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{22}^0 \sigma_{22}^2 \\ G_{II}(T) &= \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{44}^0 \tau_{12}^2 \end{aligned} \quad (3.55)$$

sendo Λ_{jj}^0 :

$$\begin{aligned} \Lambda_{22}^0 &= 2 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{(-\nu_{21}^2)}{E_1} \right) \\ \Lambda_{44}^0 &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned} \quad (3.56)$$

As tenacidades à fratura são:

$$\begin{aligned} G_{Ic}(T) &= \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{22}^0 (Y_{is}^T)^2 \\ G_{IIc}(T) &= \frac{\pi a_0}{2} \Lambda_{44}^0 (S_{is}^L)^2 \end{aligned} \quad (3.57)$$

onde:

Y_{is}^T = resistência *in situ* transversal à tração;

S_{is}^L = resistência *in situ* transversal ao cisalhamento.

As taxas de dissipação de energia para a propagação da trinca na direção longitudinal nos modos *I* e *II* são:

$$\begin{aligned} G_I(L) &= \frac{\pi a_0}{4} \Lambda_{22}^0 \sigma_{22}^2 \\ G_{II}(L) &= \frac{\pi a_0}{4} \Lambda_{44}^0 \tau_{12}^2 \end{aligned} \quad (3.58)$$

E as tenacidades à fratura são:

$$\begin{aligned} G_{Ic}(L) &= \frac{\pi a_0}{4} \Lambda_{22}^0 (Y_{is}^T)^2 \\ G_{IIc}(L) &= \frac{\pi a_0}{4} \Lambda_{44}^0 (S_{is}^L)^2 \end{aligned} \quad (3.59)$$

Em 1983, Hahn e Johannesson propuseram um critério expresso em termos de uma equação polinomial de primeira ordem, cuja escrita em termos dos modos *I* e *II* das taxas de liberação de energia pode ser vista na Equação (3.60) (DÁVILA; CAMANHO; ROSE, 2005).

$$(1-g) \sqrt{\frac{G_I(i)}{G_{Ic}(i)}} + g \frac{G_I(i)}{G_{Ic}(i)} + \frac{G_{II}(i)}{G_{IIc}(i)} = 1 \quad i = T, L \quad (3.60)$$

sendo:

$$g = \frac{G_{Ic}}{G_{IIc}} = \frac{\Lambda_{22}^0}{\Lambda_{44}^0} \left(\frac{Y_{is}^T}{S_{is}^L} \right)^2 \quad (3.61)$$

Realizando as devidas substituições na Equação (3.60), pode-se expressar o índice de falha em termos da tensão da lâmina e das resistências *in situ*. Logo,

$$FI_M = (1-g) \frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} + g \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{is}^L} \right)^2 \leq 1 \quad (3.62)$$

- Falha da Fibra:

- Falha sob tração longitudinal:

Com base nos resultados de suas investigações experimentais, Puck sugere a adoção de um critério de falha de fibra fundamentado na "deformação efetiva" que atua

ao longo das fibras e, além disso, ele observa que a diferença entre a utilização da deformação efetiva e da tensão longitudinal é insignificante. O índice de falha do LaRC03 para falha de tração na fibra representa um critério não interativo de deformação máxima permitida, caracterizado por sua simplicidade de medição e independência em relação à fração de volume da fibra e aos módulos de Young. Assim, o índice de falha LaRC03 para a falha por tração na fibra é:

$$FI_F = \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_1^T} \leq 1 \quad (3.63)$$

onde:

ϵ_{11} = deformação do material na direção da fibra;

ϵ_1^T = deformação em que ocorre a falha do material quando ele é solicitado na direção da fibra.

– Falha sob compressão longitudinal:

A falha de fibra de compósitos sob compressão se dá como resultado do cisalhamento originado de sua dobra e do dano à matriz que a suporta. A dobra da fibra é uma deformação de cisalhamento, que produz a formação de uma região de dobramento. Para a obtenção deste índice de falha, é necessário encontrar o ângulo de desalinhamento das fibras que poderia levar à falha da matriz sob compressão uniaxial. As tensões nas coordenadas desalinhadas são:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^m &= \cos^2 \phi \sigma_{11} + \sin^2 \phi \sigma_{22} + 2 \sin \phi \cos \phi \tau_{12} \\ \sigma_{22}^m &= \sin^2 \phi \sigma_{11} + \cos^2 \phi \sigma_{22} - 2 \sin \phi \cos \phi \tau_{12} \\ \tau_{12}^m &= -\sin \phi \cos \phi \sigma_{11} + \sin \phi \cos \phi \sigma_{22} + (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \tau_{12} \end{aligned} \quad (3.64)$$

Sabendo que na falha sob compressão axial $\sigma_{11} = -X^C$ e $\sigma_{22} = \tau_{12} = 0$, e substituindo esses valores na Equação (3.64), encontra-se que $\sigma_{22}^m = -\sin^2 \phi^C X^C$ e $\tau_{12}^m = -\sin \phi^C$, sendo ϕ^C o ângulo de desalinhamento total para o caso de compressão longitudinal pura.

As tensões σ_{22}^m e τ_{12}^m são substituídas no índice para a falha da matriz sob compressão, expresso pela Equação (3.54), para o cálculo do índice de falha para o dobramento da fibra. Uma vez que o critério de falha é governado pela tensão cisalhante, tem-se que o ângulo de fratura é igual a zero e, também, que $\tau_{eff}^T = 0$. Assim, o índice de falha para a matriz torna-se:

$$\tau_{eff}^L = X^C (\sin \phi^C \cos \phi^C - \eta^L \sin^2 \phi^C) = S_{is}^L \quad (3.65)$$

Resolvendo para ϕ^C , tem-se que:

$$\tan^2 \phi^C \left(\frac{S_{is}^L}{X^C} + \eta^L \right) - \tan \phi^C + \left(\frac{S_{is}^L}{X^C} \right) = 0 \quad (3.66)$$

A menor das duas raízes desta equação quadrática é:

$$\phi^C = \tan^{-1} \left[\frac{1 - \sqrt{1 - 4 \left(\frac{S_{is}^L}{X^C} + \eta^L \right) \left(\frac{S_{is}^L}{X^C} \right)}}{2 \left(\frac{S_{is}^L}{X^C} + \eta^L \right)} \right] \quad (3.67)$$

Pode-se decompor ϕ^C em um ângulo de desalinhamento inicial ϕ^0 , que representa imperfeições de fabricação, e em uma componente de rotação adicional resultante de carregamento cisalhante, ϕ^R . Utilizando aproximações para ângulos pequenos, encontra-se que as componentes de ϕ^C são:

$$\begin{aligned} \phi^0 = \phi^C - \phi_{XC}^R = \phi^C - \frac{\tau_{12}^m}{G_{12XC}} &\Rightarrow \phi^0 = \left(1 - \frac{X^C}{G_{12}} \right) \\ \phi^R = \frac{\tau_{12}^m}{G_{12}} = \frac{-\phi \sigma_{11} + \phi \sigma_{22} + |\tau_{12}|}{G_{12}} \end{aligned} \quad (3.68)$$

Utiliza-se o valor absoluto da tensão cisalhante, $|\tau_{12}|$, porque o sinal de ϕ é assumido como positivo independentemente do sinal da tensão de cisalhamento. Sabendo que $\phi = \phi^0 + \phi^R$, é possível resolver a Equação (3.68) para ϕ em função de ϕ^C . Assim:

$$\phi = \frac{|\tau_{12}| + (G_{12} - X^C)\phi^C}{G_{12} + \sigma_{11} - \sigma_{22}} \quad (3.69)$$

A previsão da falha por compressão da fibra devido à formação de uma região de dobramento é então obtida por meio das tensões nas coordenadas desalinhadas, expressas nas Equações (3.64), juntamente com o critério de falha para tração ou compressão da matriz. Considerando a compressão da matriz, i.e., $\sigma_{22}^m < 0$, e resolvendo a Equação (3.54) para $\alpha = 0^\circ$ e $\tau_{eff}^T = 0$, tem-se que o critério para dobramento da fibra é:

$$FI_F = \left\langle \frac{|\tau_{12}^m| + \eta^L \sigma_{22}^m}{S_{is}^L} \right\rangle \leq 1 \quad (3.70)$$

Já para compressão da fibra com tração da matriz, substitui-se as tensões das Equações (3.64) no índice de falha da matriz sob tração, expresso na Equação (3.62), e encontra-se que o critério para dobramento das fibras é dado por:

$$FI_F = (1 - g) \left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y_{is}^T} \right) + \left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y_{is}^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}^m}{S_{is}^L} \right) \leq 1 \quad (3.71)$$

- Danos à matriz em compressão biaxial:

Na presença de alta compressão transversal combinada com compressão moderada das fibras, é possível que o dano na matriz ocorra sem a formação de regiões de dobramento ou dano às fibras. Tal dano é calculado utilizando as tensões efetivas no local de desalinhamento da estrutura no critério expresso na Equação (3.54), o que resulta no índice de falha abaixo.

$$FIM = \left(\frac{\tau_{eff}^{mT}}{S^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{eff}^{mL}}{S^L} \right)^2 \leq 1 \quad (3.72)$$

onde:

$$\begin{aligned} \tau_{eff}^{mT} &= \langle -\sigma_{22}^m \cos \alpha (\sin \alpha - \eta^T \cos \alpha) \rangle \\ \tau_{eff}^{mL} &= \langle \cos \alpha (|\tau_{12}^m| + \eta^L \sigma_{22}^m \cos \alpha) \rangle \end{aligned} \quad (3.73)$$

3.4.8 Critérios de Falha Aplicados a Materiais Compósitos

Segundo Hinton e Soden, não havia uma definição universal acerca do que de fato constitui a "falha" de um compósito e projetistas não tinham confiança na utilização dos critérios de falha da época. Até antes da década 80, tal discussão não era de interesse da indústria, uma vez que ela era tida como puramente acadêmica e as empresas adotavam a abordagem "fazer e testar". Porém, essa perspectiva começou a se alterar em virtude da necessidade de reduzir o tempo e o custo relacionados ao desenvolvimento de novos componentes para o mercado e, também, o desejo de se explorar o desempenho de FRPs em aplicações cada vez mais complexas (HINTON; SODEN, 1998).

Em vista disso, organizou-se um exercício dividido em duas partes e que teve como objetivo avaliar e comparar as capacidades preditivas das principais teorias de falha para materiais compósitos. O *World Wide Failure Exercise* (WWFE) solicitou que pesquisadores da área enviassem trabalhos que fornecessem descrições abrangentes das principais teorias de falha, comparassem suas previsões diretamente entre si e testassem essas previsões com dados experimentais. Os critérios de Puck e o LaRC03, apresentados anteriormente, foram resultado desse exercício. Apesar de ter promovido grandes avanços no ramo, o exercício de 1998 não abordou a maturidade dos critérios de falha na área do comportamento dos compósitos sob tensões triaxiais (HINTON; KADDOUR, 2012).

Em 2007, o segundo desafio mundial de falha (WWFE II) foi lançado visando sanar os problemas decorrentes da escassez de dados precisos que representem o comportamento dos compósitos sob estados de tensão 3D. Essa escassez impede que métodos preditivos confiáveis, caso existam, sejam submetidos a uma avaliação comparativa completa, permanecendo, assim,

em grande parte invalidados. O segundo exercício seguiu os mesmos princípios estabelecidos durante o primeiro WWFE e, como seu objetivo era estender a avaliação de critérios de falha preditivos de estados de tensão 2D para 3D, os organizadores convidaram para integrar o segundo exercício os mesmos participantes do primeiro, uma vez que esta seria a maneira de obter as verdadeiras interpretações das teorias previamente desenvolvidas e de evitar ambiguidades na interpretação⁸ (HINTON; KADDOUR, 2012).

Outra área não considerada pelo primeiro exercício foi a mecânica de dano contínuo, desenvolvimento de fissuras e início de delaminação acionada por matriz (HINTON; KADDOUR, 2012). Assim, tendo obtido os resultados dos exercícios anteriores, o próximo passo era abordar a maturidade de critérios de falha avançados capazes de modelar danos subcríticos, especificamente contínuos, a mecânica de dano e a mecânica de fratura. É sabido que em projetos de estruturas com compósitos laminados reforçados com fibra há a necessidade de compreender não só o início do dano, a sua propagação e fratura final, mas também como cada um se relaciona com o estado do comportamento tensão-deformação e os modos de falha. Com isso em mente, no ano de 2013 foi proposto o terceiro exercício mundial de falha, o WWFE III, que seguiu o mesmo formato dos exercícios anteriores (HINTON et al., 2013).

O objetivo do WWFE III era preencher a lacuna de conhecimento anteriormente citada, explorando, principalmente, questões como os meios pelos quais as teorias podem lidar com danos em lâminas isoladas e embutidas sob carga combinada transversal e de cisalhamento; efeitos da espessura da camada e das restrições nas fissuras da matriz e na ruptura das fibras, e da disposição e orientação das camadas e restrições sobre danos ao laminado isotrópico; desenvolvimento de danos e fissuras sob flexão, e de danos e fissuras sob carregamento repetitivo; efeitos da fissuração da matriz nos coeficientes de expansão térmica e de tamanho, e bloqueio de camadas na resistência de laminados com furo central aberto sob tensão e compressão; e, por fim, os tipos de danos e mecanismos de fissuração e falha empregados, a forma como cada um é implementado dentro de qualquer teoria, a exatidão e os limites de aplicabilidade de cada teoria e a maturidade e precisão de toda a gama de teorias empregadas (HINTON et al., 2013).

Sabendo que os resultados do primeiro exercício mundial de falha indicaram que as melhores teorias preditivas desenvolvidas exibiram precisão aceitável em 75% dos casos de teste, indicando assim que poderiam ser usadas como ferramentas de projeto dentro de certos limites (HINTON; KADDOUR, 2012) e que os resultados do WWFE II indicam que as teorias fornecem uma correlação aceitável (dentro de $\pm 50\%$) com dados de teste para 75% dos casos de teste utilizados e, também, que ainda não há um consenso claro quanto à precisão dos critérios de falha desenvolvidos até o momento, podendo dificultar o progresso e desenvolvimento de

⁸ Nos casos nos quais os organizadores não obtiveram resposta ou os participantes originais não puderam atender ao exercício por falta de tempo e/ou recursos, buscou-se estabelecer contato entre novos participantes dispostos a trabalhar com as teorias desenvolvidas no primeiro exercício e aqueles que às desenvolveram.

novas ferramentas numéricas e analíticas (HINTON et al., 2013), pesquisadores da área seguem buscando desenvolver novas teorias e/ou aprimorar as já conhecidas.

Com o objetivo de investigar os mecanismos de falha e calibrar os envelopes de falha de compósitos de fibra de carbono unidirecionais (CFRP) sob estados de tensão multiaxiais, e tendo em vista que a abordagem computacional elimina muitas fontes de erro experimental, (SUN et al., 2019) desenvolveram um modelo computacional de micromecânica baseado em uma modelagem de elemento de volume representativo (EVR) desenvolvida no ABAQUS/Explicit. Os resultados numéricos obtidos foram comparados com critérios de falha clássicos.

A análise das comparações feitas levou os autores a descobrirem que algumas das discrepâncias encontradas entre os métodos se dá devido ao fato de que a transição nos mecanismos de falha dominantes, observada nos resultados computacionais, não é considerada nos critérios de falha existentes. Assim, o modelo foi utilizado para propor novos critérios baseados nos critérios de NU-Daniel⁹, nas transições de mecanismos de falha observados no modelo computacional desenvolvido e em ajustes realizados para incluir a influência da ondulação inicial das fibras (SUN et al., 2019).

A precisão dos critérios de falha propostos foi validada por meio da comparação das previsões analíticas com os resultados computacionais e experimentais em estados de tensões multiaxiais. Eles também foram comparados com outros dados experimentais ou computacionais encontrados na literatura para diferentes tipos de compósitos reforçados com fibras, tornando possível observar boas concordâncias entre eles (SUN et al., 2019).

Apesar de o critério de Puck ter ampla aplicação na engenharia, sua expressão matemática empírica e complexidade dos parâmetros dificultam seu desenvolvimento. Em vista disso, (GUO et al., 2023) propuseram uma correção para o critério por meio de uma expansão universal em série de potências, usada para construir a função de falha, e da obtenção dos coeficientes pendentes a partir dos parâmetros do material em estados de tensão específicos. Tal correção diminui o número de parâmetros na expressão matemática e distingue dois modos de tensão e compressão transversais conforme parâmetros específicos.

O critério proposto foi avaliado experimentalmente usando dados existentes na literatura em termos de curvas de envelope e resistência fora do eixo, mostrando que há boa concordância com dados existentes e alta precisão de previsão em comparação com outros critérios (GUO et al., 2023).

⁹ Nova teoria de rendimento/falha proposta por (DANIEL, 2007) para antecipar o escoamento e a falha da lâmina sob estados multiaxiais de tensão, considerando efeitos de taxa de deformação. Essa teoria fundamenta-se no conceito de tensão equivalente derivado de princípios energéticos e é formulada em termos de um único critério.

Um dos motivos que torna importante aumentar a confiabilidade no uso dos critérios de falha é que peças de materiais compósitos já figuraram em acidentes de avião, como a queda de um Airbus A300, em novembro de 2001. O avião que decolou de Nova Iorque com destino à República Dominicana foi destruído e todos os 260 ocupantes do avião e cinco pessoas no solo morreram. O Conselho Nacional de Segurança nos Transportes dos Estados Unidos disse, em seu relatório final, que a causa provável do acidente foi "*...a separação durante o voo do estabilizador vertical [que foi feito com materiais compósitos] como resultado das cargas além do projeto final que foram criadas pelas ações desnecessárias e excessivas do pedal do leme do primeiro oficial.*" (WERFELMAN, 2007).

É importante destacar que todas as discussões apresentadas ocorrem na escala da lâmina do material compósito, visto que o comportamento do laminado é ainda mais complexo e difícil de ser analisado.

3.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O método dos elementos finitos é um método numérico para resolver problemas que envolvem física, geometria e/ou condições de contorno complicadas, como, por exemplo, problemas de análise estrutural, transferência de calor e fluxo de fluidos. Para tais sistemas, geralmente não é possível obter soluções matemáticas analíticas para simular a resposta do sistema físico, uma vez que estas podem requerer a solução de equações diferenciais ordinárias ou parciais e, devido às complicadas geometrias, cargas e propriedades dos materiais, a solução para essas equações diferenciais na maioria das vezes não é obtida. Portanto, torna-se necessária a utilização de métodos numéricos, como o método dos elementos finitos, que podem aproximar a solução dessas equações.

Ao invés de exigir a solução de equações diferenciais, a formulação do problema em elementos finitos resulta em um sistema de equações algébricas simultâneas para solução. Assim, o método produz valores aproximados das incógnitas em números discretos de pontos no *continuum*. Por isso, o processo de modelar um corpo dividindo-o em um sistema equivalente de elementos finitos interligados em pontos comuns a dois ou mais elementos (pontos nodais ou nós), e/ou linhas de fronteira e/ou superfícies, é denominado discretização. O conjunto dos elementos e dos nós discretizados é chamado de malha. No método dos elementos finitos, em vez de resolver o problema para todo o corpo em uma operação, formula-se as equações para cada elemento finito para, então, combiná-las a fim de obter a solução para todo o corpo. A solução para problemas estruturais normalmente refere-se à determinação dos deslocamentos em cada nó e, também, das tensões dentro de cada elemento que constitui a estrutura que está sujeita às cargas aplicadas (LOGAN, 2015).

3.5.1 Formulação

As equações no qual se baseia o MEF linear podem ser obtidas da aplicação do princípio de mínima energia em um sistema, resultando um sistema de equações. Tal relação se dá de acordo com a Equação (3.74), conhecida como equação de rigidez global, que é a equação básica no método de análise de rigidez ou deslocamento.

$$\{F\} = [K] \{d\} \quad (3.74)$$

As forças nodais globais e os deslocamentos nodais globais se relacionam por meio da matriz de rigidez global, $[K]$, cujos elementos K_{ij} são usualmente definidos como coeficientes de influência da rigidez. As matrizes e vetores são expressos em função das características da estrutura, como os materiais que a constituem, sua geometria, condições de contorno e carregamentos externos.

Tendo a matriz de rigidez, definida na Equação (3.75), é necessário definir o vetor das componentes da força, $\{F\}$, agindo sobre os vários nós da estrutura e o conjunto de deslocamentos nodais, $\{d\}$, que são expressos em suas formas matriciais de acordo com a Equação (3.76), onde os subscritos de F representam o nodo sob o qual a força atua e a sua direção. Os deslocamentos em x , y e z , são representados na matriz por u , v e w , cujos subscritos indicam o nodo no qual os deslocamentos ocorrem.

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$F = \begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{1z} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{2z} \\ \vdots \\ F_{nx} \\ F_{ny} \\ F_{nz} \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

Existem diversas maneiras de aplicar as condições de contorno para a resolução da (3.74), tendo os deslocamentos ou as forças nodais representando as incógnitas do problema. Tais deslocamentos são fundamentais para calcular deformações e tensões nos elementos, o que possibilita a análise de tensões e a avaliação de falhas (LOGAN, 2015).

3.5.2 Implementação Computacional do MEF

A partir da necessidade de resolver problemas de engenharia e física matemática cada vez mais complexos e, também, de reduzir os custos e tempo das análises efetuadas, o método dos elementos finitos foi sendo implementado computacionalmente em *softwares* comerciais, como o ANSYS®. O uso de *softwares* permite a modelagem de sistemas e estruturas com geometrias irregulares, compostas por materiais heterogêneos e com condições de contorno variáveis. Além disso, também possibilita a simulação de condições extremas, auxiliando na otimização do projeto das estruturas e permitindo que os modelos desenvolvidos sejam validados experimentalmente.

O ANSYS *Workbench*¹⁰ permite que o usuário realize a análise de elementos finitos de modo interativo, i.e., o usuário visualiza o resultado de suas ações por meio de uma interface gráfica. A execução das análises no *software* possui as etapas:

- Modelagem Geométrica: criação dos modelos bidimensionais ou tridimensionais da estrutura a ser analisada, definindo suas dimensões e forma;
- Atribuição das Propriedades: definição das propriedades materiais e geométricas específicas de cada elemento da malha;
- Condições de Contorno e Carregamentos: definição das condições de contorno e dos carregamentos que atuam sobre a estrutura, a fim de determinar o comportamento do sistema analisado.
- Geração da Malha e tipo de Elemento: divisão da estrutura em elementos finitos¹¹, com seleção do tipo de elemento finito dentre os pré-definidos pelo *software* (exemplos: viga, casca, tetraédricos, etc) adequado para o problema analisado.

O *software*, por sua vez, realiza:

- Montagem das matrizes:
 - A partir das informações de pré-processamento o ANSYS *Workbench* monta as matrizes de rigidez locais para cada tipo de elemento; identifica os nós associados a

¹⁰ O ANSYS *Workbench* é interface gráfica unificada do *software* de simulação da ANSYS®.

¹¹ O ANSYS *Workbench* possui ferramentas que geram as malhas de forma automática.

cada elemento; combina as matrizes de rigidez locais para, então, formar a matriz de rigidez global do sistema.

- Aplicação das Condições de Contorno:
 - Aplica as condições de contorno essenciais, como fixação e deslocamentos prescritos, e as naturais, como forças e carregamentos distribuídos.
- Resolução do Sistema de Equações:
 - Soluciona o sistema de equações, obtendo os deslocamentos, que podem incluir técnicas numéricas para sistemas não lineares.

Após a execução das etapas descritas, passa-se para a fase de pós-processamento, na qual, a partir das ferramentas gráficas do programa, é feita a interpretação dos resultados de tensões obtidos. Uma análise de convergência também pode ser efetuada para melhorar a confiança nos resultados. Ainda é possível otimizar os parâmetros com o uso de ferramentas integradas e refinar a malha criada para uma melhoria na precisão da solução obtida.

3.5.3 MEF Aplicado a Materiais Compósitos

O Método dos Elementos Finitos pode ser aplicado na análise estrutural de materiais compósitos com geometrias complexas, prevendo o seu comportamento sob diferentes condições de carga. O método permite a modelagem de diferentes tipos de compósitos, como laminados, tecidos e compósitos reforçados com partículas, considerando suas propriedades anisotrópicas e comportamento não linear, e permite lidar com análises multiescala, integrando informações sobre a estrutura dos materiais em diversos níveis, desde as propriedades microscópicas dos constituintes individuais até o comportamento macroscópico do compósito.

O ANSYS *Composite PrePost* (ACP) é um módulo do ANSYS[®] que facilita o modelamento de materiais compósitos, principalmente frente às orientações dos elementos em geometrias não planas, modelamento de reforços, mudanças de espessura, entre outros. Esse ambiente permite modelar geometrias complexas, camadas de compósitos, orientação de fibras e propriedades específicas do material compósito e, também, permite a entrada precisa das propriedades dos materiais compósitos, incluindo módulos de elasticidade, coeficientes de Poisson e coeficientes de expansão térmica, levando em conta a orientação específica das fibras. Por meio da sua ferramenta de *meshing*, ele gera malhas específicas para materiais compósitos, utilizando os elementos finitos adequados para representar o comportamento dos materiais. Quando esta malha e a casca do compósito modela no ACP são submetidos a uma análise estrutural estática, que pode ser feita por meio do módulo *Static Structural* do ANSYS[®], os deslocamentos e as forças nodais são determinados de acordo com a Equação (3.74) (ANSYS, INC., 2009).

Em 2019, Meng et al. utilizaram alguns parâmetros do *Unmanned Aerial Vehicle Predator* (UAV *Predator*)¹² para projetar uma asa de material compósito e confirmar suas vantagens sobre uma asa feita de um material convencional como a liga de alumínio. Para tal, uma análise estrutural estática em elementos finitos foi conduzida no módulo ACP do ANSYS *Workbench*. Além da comparação entre os diferentes tipos de materiais, os autores também analisaram as mudanças decorridas de alterações na espessura, angulação e proporção das camadas que compunham o compósito (MENG et al., 2019).

Os resultados de tais análises mostraram que uma estrutura feita de material compósito reduz a deformação e a tensão máximas em comparação com a asa de metal e, também, que diferentes métodos de empilhamento têm diferentes impactos sobre a superfície modelada (MENG et al., 2019).

Buscando vencer os desafios envolvidos em projetar uma asa *morphing* de UAV, com um revestimento que fosse ao mesmo tempo flexível e rígido o suficiente para suportar cargas, (SALUDHEEN et al., 2021) utilizaram o Solidworks 16 para modelar uma asa de CFRP no modelo NACA0012¹³ e o ANSYS® 19.2 para executar uma análise de elementos finitos por meio do módulo ACP e, a partir de uma análise estrutural estática feita com o *software*, calcular as deformações da estrutura. Posteriormente, os autores utilizaram ferramentas do programa MATLAB R2020a para realizar uma otimização do projeto. Tal otimização considerava os resultados obtidos pelas análises efetuadas no ANSYS® e tinha como objetivo encontrar o valor mínimo de deformação fora do conjunto de dados já criado.

(WAN et al., 2020) utilizaram o programa ABAQUS/Explicit para desenvolver um modelo de elementos finitos baseado em micromecânica computacional, no qual foi empregada uma modelagem EVR com o objetivo de investigar os mecanismos de falha e avaliar os envelopes de falha de compósitos CFRP unidirecionais submetidos a estados de tensão de cisalhamento transversal e no plano. Os resultados obtiveram boa concordância quando comparados aos critério de Hashin, Puck e Tsai-Wu.

¹² O MQ-1B Predator é uma aeronave armada pilotada remotamente, empregada principalmente como recurso de coleta de inteligência e secundariamente contra alvos de execução dinâmica de média altitude e longa duração (COMMAND, 2015).

¹³ Sequência de perfis aerodinâmicos desenvolvida pelo antigo Comitê Consultivo Nacional para Aeronáutica, do inglês *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA). A designação dos perfis se dá por meio de uma numeração que atribui um significado a cada um de seus dígitos. No caso de um perfil de quatro dígitos, o primeiro especifica a curvatura máxima em porcentagem da corda, i.e., comprimento do aerofólio), o segundo indica a posição da curvatura máxima em décimos de corda, e os dois últimos números fornecem a espessura máxima do aerofólio em porcentagem da corda (TOOLS, 2024).

4 METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentada a metodologia do presente trabalho que consiste no estudo de caso de uma asa teórica fabricada completamente de compósitos, que poderia servir a uma aeronave de competição *Aerodesign* (SAE, 2023), incluindo reforços a fim de se aproximar de uma típica estrutura aeronáutica. Para cumprir com o principal objetivo deste trabalho, neste estudo de caso serão aplicados diferentes critérios de falha para análise de tensões, a fim de promover uma discussão dos possíveis resultados que um projetista pode obter ao escolher um critério de falha de forma aleatória. Mais detalhes sobre as etapas deste estudo de caso são apresentadas em detalhes a seguir.

4.1 MODELAGEM DA ESTRUTURA E SIMULAÇÃO NO ANSYS ®

4.1.1 Modelagem Geométrica

Este estudo de caso é baseado em uma asa teórica de aeronave de perfil NACA 2412, com 300 mm de corda e 500 mm de envergadura, cuja geometria foi modelada na aplicação *SpaceClaim* do *Ansys 2024 R1 Student*, a partir do empilhamento de lâminas de *Epoxy Carbon UD (230GPa) Wet*. Os parâmetros mecânicos do material utilizado podem ser vistos na Tabela 4.1. Além da casca que garantirá a geometria do perfil e a transferência de esforços de pressão aerodinâmica para a estrutura da asa, são incluídas duas longarinas em C, sendo a primeira localizada a 80 mm da origem do sistema e a segunda a 190 mm, como pode ser visto na Figura 4.1. A motivação para este projeto é devido à possibilidade de fabricar as cascas superior e inferior, bem como as longarinas em C, com laminação em molde, que é um método acessível para a equipe de *AeroDesign* da UFRGS. As cascas superior e inferior foram modeladas com duas lâminas de 0,5 mm de espessura e cada uma das longarinas foi construída com abas de 10 mm de largura, formadas por cinco lâminas, também de 0,5 mm de espessura cada. As orientações dos elementos nas diferentes partes da estrutura podem ser vistas nas Figuras 4.2, 4.3 e 4.4.

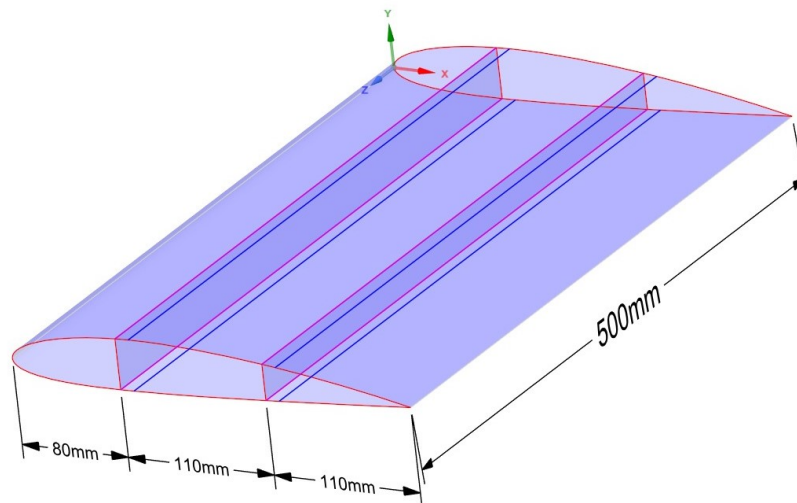


Figura 4.1 – Geometria modelada no *SpaceClaim*.

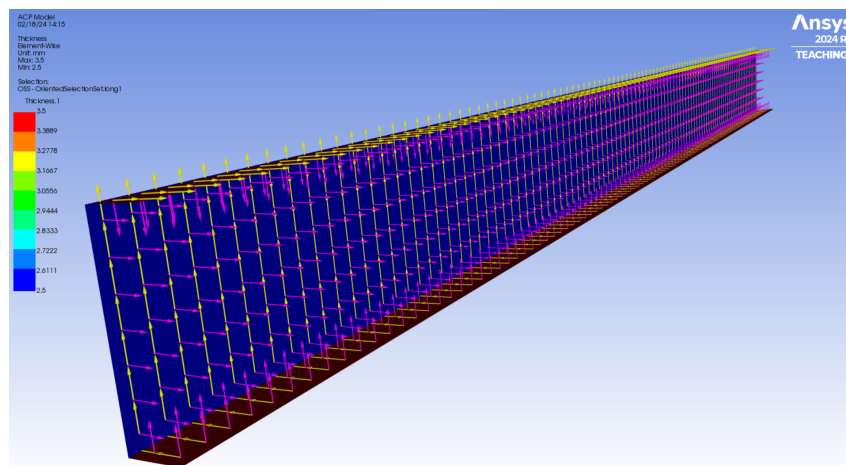


Figura 4.2 – Orientação dos elementos na primeira longarina. Setas amarelas correspondem à direção principal da lâmina, que é a direção de laminação, e as setas rosas correspondem à direção normal, que é a direção do empilhamento das lâminas.

As Figuras 4.5 e 4.6 mostram em detalhe a ordem de empilhamento das lâminas e as direções das fibras de um ponto da aba superior da primeira e da segunda longarina, respectivamente.

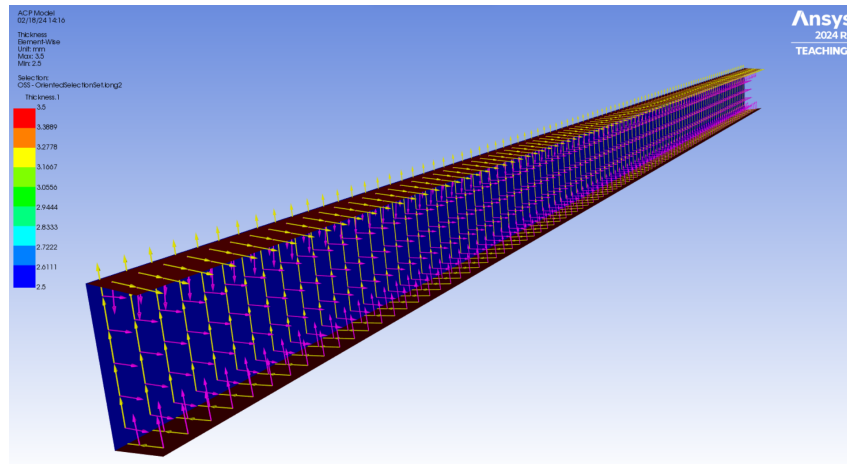


Figura 4.3 – Orientação dos elementos na segunda longarina. Setas amarelas correspondem à direção principal da lâmina, que é a direção de laminação, e as setas rosas correspondem à direção normal, que é a direção do empilhamento das lâminas.

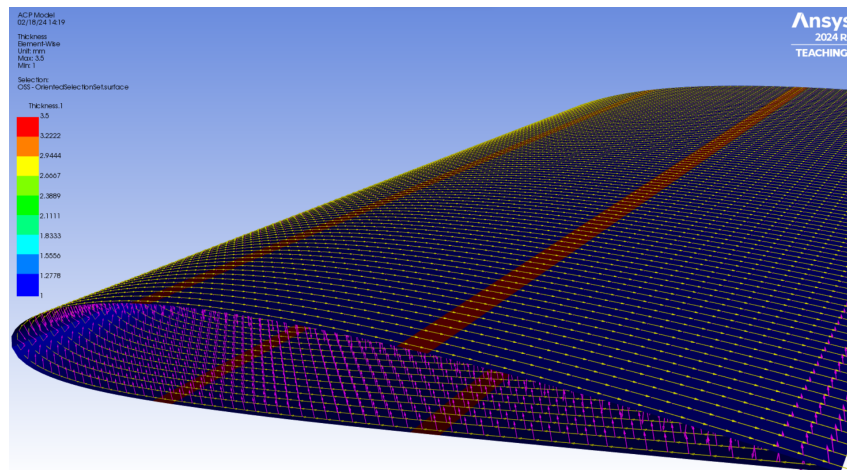


Figura 4.4 – Orientação dos elementos na superfície da asa. Setas amarelas correspondem à direção principal da lâmina, que é a direção de laminação, e as setas rosas correspondem à direção normal, que é a direção do empilhamento das lâminas.

As Figuras 4.7 e 4.8 mostram as orientações das fibras nas primeiras lâminas da primeira longarina e da superfície da asa, respectivamente. Na Figura 4.9 pode-se observar a continuidade do modelamento das lâminas ao longo da estrutura.

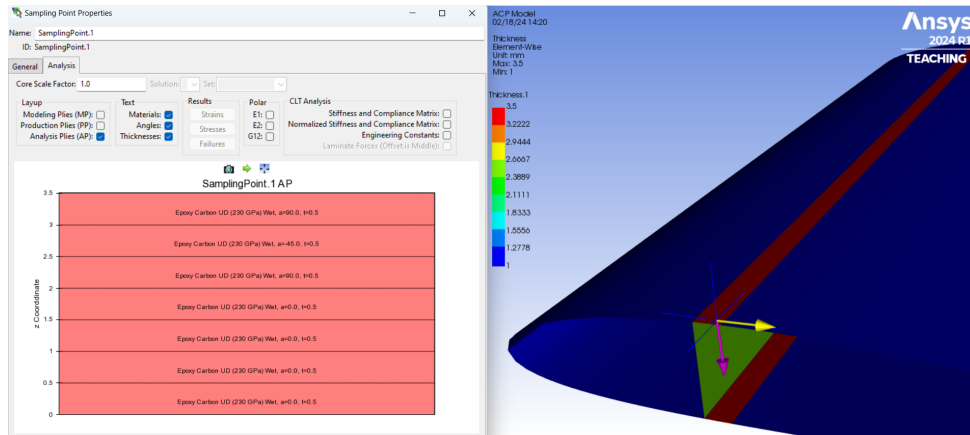


Figura 4.5 – Orientação das lâminas da primeira longarina. À esquerda da figura, a seta rosa corresponde à direção de empilhamento, ou seja, o eixo de coordenadas z . À direita da figura, é mostrado o empilhamento com informações do material, ângulo (α) e espessura (t).

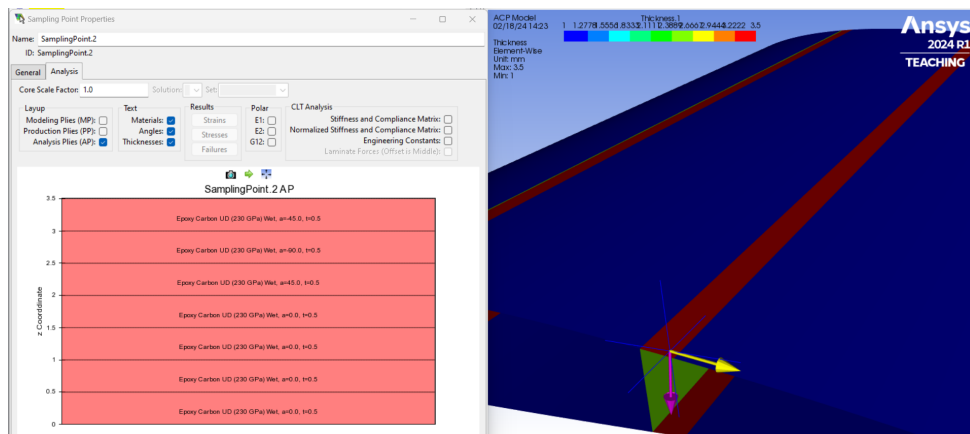


Figura 4.6 – Orientação das lâminas da segunda longarina. À esquerda da figura, a seta rosa corresponde à direção de empilhamento, ou seja, o eixo de coordenadas z . À direita da figura, é mostrado o empilhamento com informações do material, ângulo (α) e espessura (t).

4.1.2 Geração da Malha e Aplicação das Condições de Contorno

Com a geometria finalizada, partiu-se para a geração da malha e atribuição das cargas mecânicas teóricas às quais a asa foi submetida. Para tal, foi feito um estudo de malha cujos resultados levaram a escolher um tamanho de elemento de 2 mm. Os elementos usados são elementos de casca linear com 4 nós. A asa foi engastada em uma de suas extremidades e sobre a primeira longarina foi aplicada uma força resultante de 350 N na direção $-y$ e um momento resultante de 20 N.m foi aplicado sobre o eixo z e distribuído ao longo de toda a estrutura. Estas cargas foram arbitradas segundo peso e perfil típico e não correspondem a um caso real, porém servem ao escopo da análise comparativa aqui proposta. Na Figura 4.10 pode-se observar as condições de contorno aplicadas.

Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas do material *Epoxy Carbon UD (230GPa) Wet* de acordo com a biblioteca do ANSYS *Workbench*.

Propriedade	Valor	Unidade
Elasticidade Ortotrópica		
Módulo de Young (<i>X</i>)	$1,2334 \times 10^{11}$	Pa
Módulo de Young (<i>Y</i>)	$7,78 \times 10^9$	Pa
Módulo de Young (<i>Z</i>)	$7,78 \times 10^9$	Pa
Coefficiente de Poisson (<i>XY</i>)	0,27	
Coefficiente de Poisson (<i>YZ</i>)	0,42	
Coefficiente de Poisson (<i>XZ</i>)	0,27	
Módulo de Elasticidade ao Cisalhamento (<i>XY</i>)	5×10^9	Pa
Módulo de Elasticidade ao Cisalhamento (<i>YZ</i>)	$3,08 \times 10^9$	Pa
Módulo de Elasticidade ao Cisalhamento (<i>XZ</i>)	5×10^9	Pa
Limites de Tensão Ortotrópica		
Tensão (<i>X</i>)	$1,632 \times 10^9$	Pa
Tensão (<i>Y</i>)	$3,4 \times 10^7$	Pa
Tensão (<i>Z</i>)	$3,4 \times 10^7$	Pa
Compressão (<i>X</i>)	$-7,04 \times 10^8$	Pa
Compressão (<i>Y</i>)	$-6,8 \times 10^7$	Pa
Compressão (<i>Z</i>)	$-6,8 \times 10^7$	Pa
Cisalhamento (<i>XY</i>)	8×10^7	Pa
Cisalhamento (<i>YZ</i>)	$5,5 \times 10^7$	Pa
Cisalhamento (<i>XZ</i>)	8×10^7	Pa
Limites de Deformação Ortotrópica		
Tensão (<i>X</i>)	0,0143	
Tensão (<i>Y</i>)	0,0026	
Tensão (<i>Z</i>)	0,0026	
Compressão (<i>X</i>)	-0,006	
Compressão (<i>Y</i>)	-0,0146	
Compressão (<i>Z</i>)	-0,0146	
Cisalhamento (<i>XY</i>)	0,016	
Cisalhamento (<i>YZ</i>)	0,012	
Cisalhamento (<i>XZ</i>)	0,016	

4.1.3 Aplicação e Verificação de Critérios de Falha

Tendo as propriedades e as condições mecânicas aplicadas à estrutura, os elementos de casca da geometria construída foram importados do módulo ACP para o módulo de análise estrutural estática do *software*, a fim de realizar a análise por elementos finitos e obter as distribuições de tensão e deformação em toda a estrutura. Todos os critérios descritos no presente trabalho foram selecionados para a análise estrutural da asa. A análise dos resultados obtidos foi feita no módulo ACP *Post* e se deu a partir da comparação das tensões máximas para cada critério, identificando os pontos críticos e as áreas de concentração de tensão, e, também, dos modos de falha indicados por cada um. Na Figura 4.11 pode-se visualizar a relação entre os

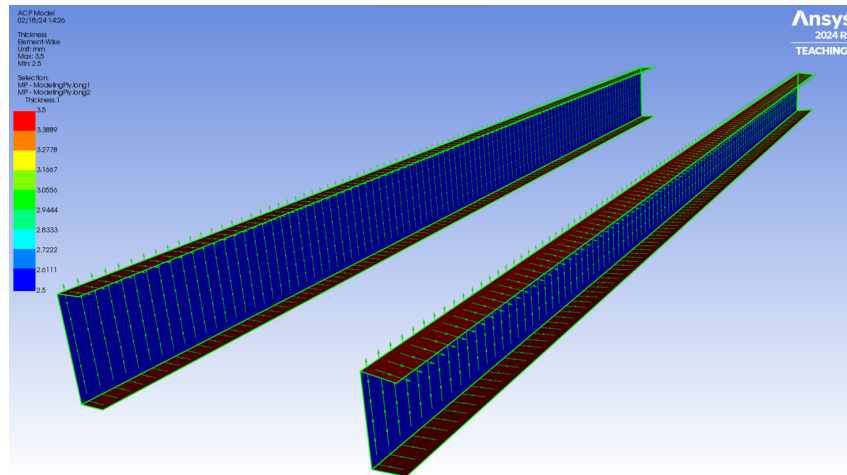


Figura 4.7 – Orientação das fibras (setas verdes) nas primeiras lâminas do laminado da primeira e segunda longarinas.

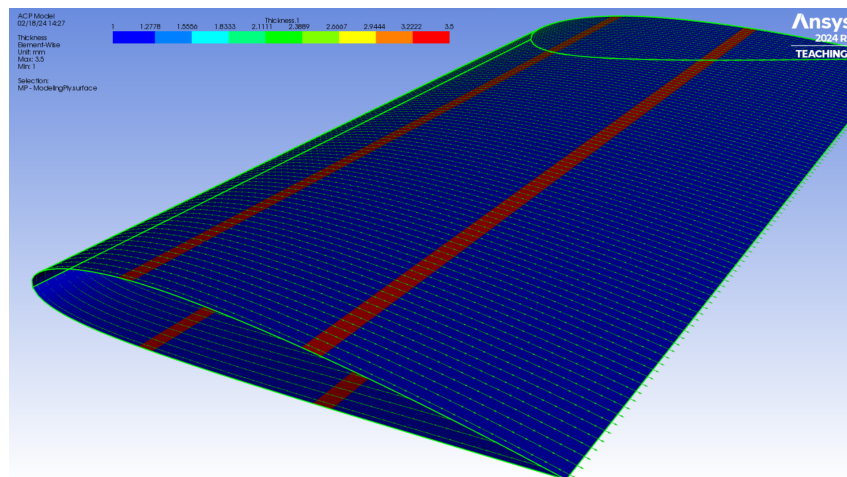
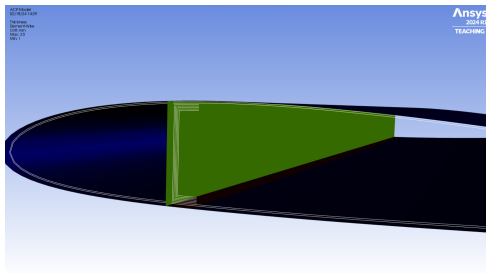


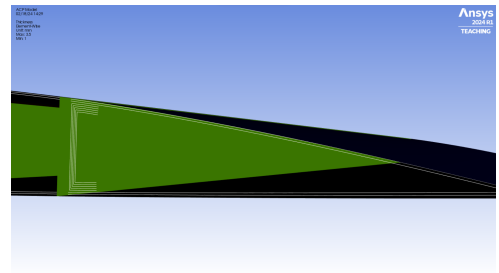
Figura 4.8 – Orientação das fibras (setas verdes) na primeira lâmina do laminado da superfície da asa.

módulos do ANSYS® descritos nesta seção.

A Figura 4.12 traz um diagrama que demonstra as etapas necessárias para a execução da metodologia adotada no presente estudo de caso.



(a) *Section Cut* com detalhe da primeira longarina.



(b) *Section Cut* com detalhe da segunda longarina.

Figura 4.9 – *Section Cut* da estrutura.

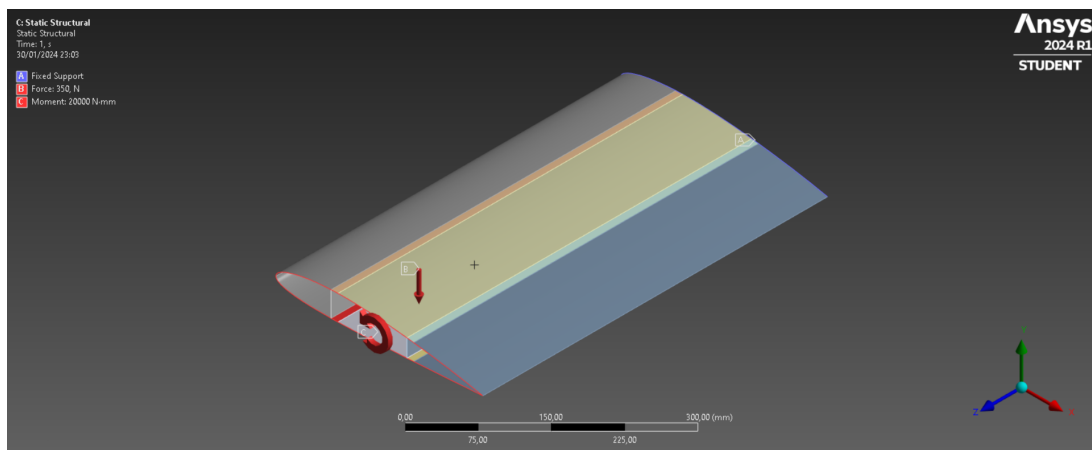


Figura 4.10 – Condições de contorno aplicadas ao sistema.

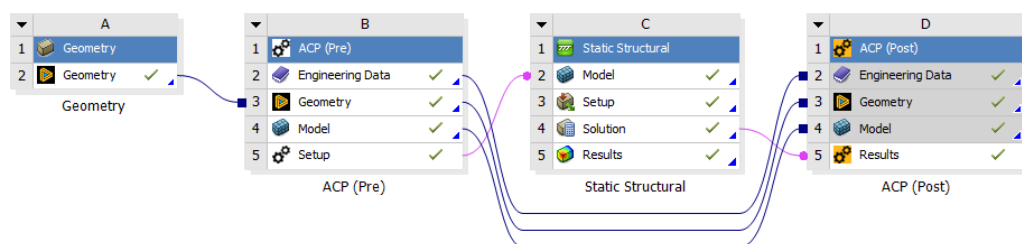


Figura 4.11 – Relação entre os módulos do *software* utilizados (ANSYS, INC., 2013).

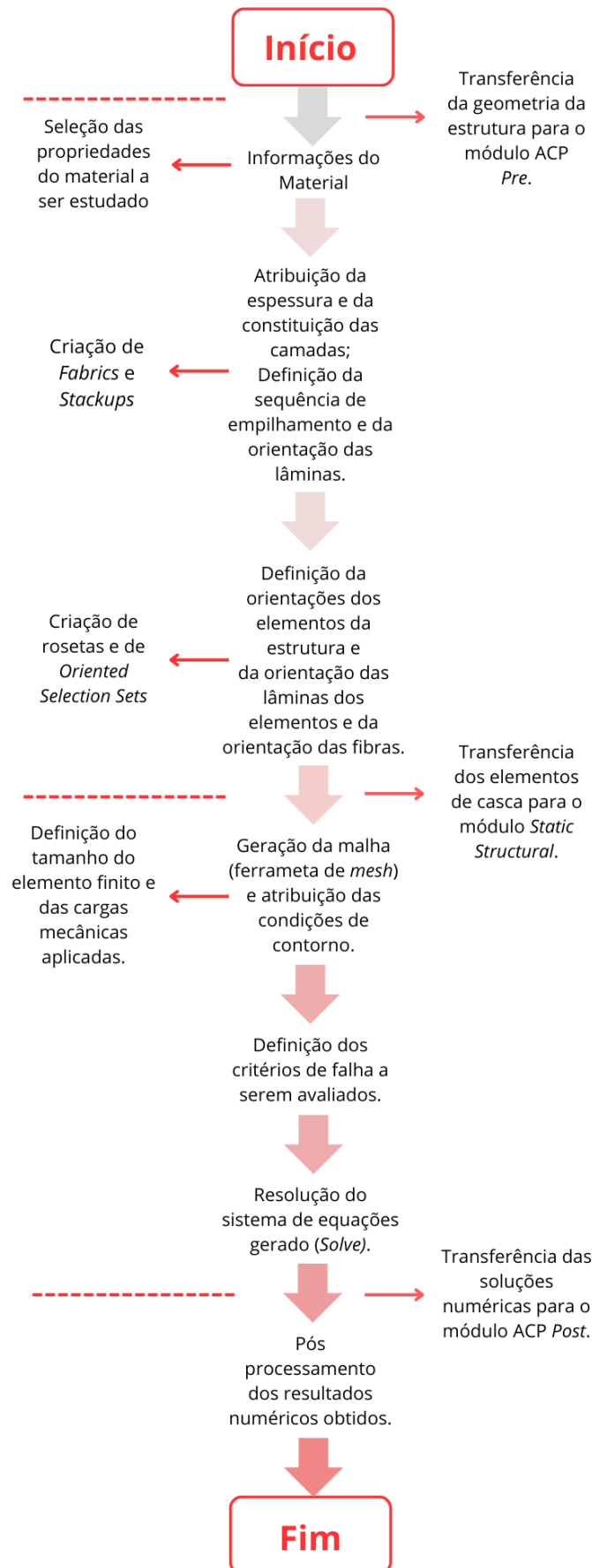


Figura 4.12 – Principais etapas necessárias para a execução da metodologia [Elaborada pela autora].

5 RESULTADOS

A seguir, apresentam-se os resultados obtidos mediante a execução da simulação para cada um dos critérios de falha descritos anteriormente e, também, as discussões a respeito dos dados obtidos. A área de análise trata-se da região da raiz da asa (extremidade engastada) na primeira longarina.

Os resultados de cada um dos critérios de falha foram obtidos pelo uso de ferramentas disponíveis no módulo de pós-processamento do ACP (*ACP Post*), e são apresentados seguindo a sua nomenclatura, de acordo com as seguintes descrições (ANSYS, INC., 2013):

- Termos:
 - e = deformação;
 - s = tensão;
 - 1 = direção do material; 2 = direção transversal;
 - t = tração;
 - c = compressão;
- Critérios:
 - Tsai-Wu = tw ;
 - Tsai-Hill = th ;
 - Deformação Máxima:
 - * $e_{1t}, e_{1c}, e_{2t}, e_{2c}$;
 - Tensão Máxima:
 - * $s_{1t}, s_{1c}, s_{2t}, s_{2c}$;
 - Hashin:
 - * hm = falha da matriz;
 - * hf = falha da fibra;
 - Puck:
 - * pf = falha da fibra;
 - * pmA = falha da matriz (Modo A);
 - * pmC = falha da matriz (Modo C);

– LaRC:

- * $lmt1$ = falha à tração da matriz;
- * $lmc2/5$ = falha à compressão da matriz;
- * $lfc4$ = falha à compressão da fibra sob compressão transversal;
- * $lfc6$ = falha à compressão da fibra sob tração transversal;

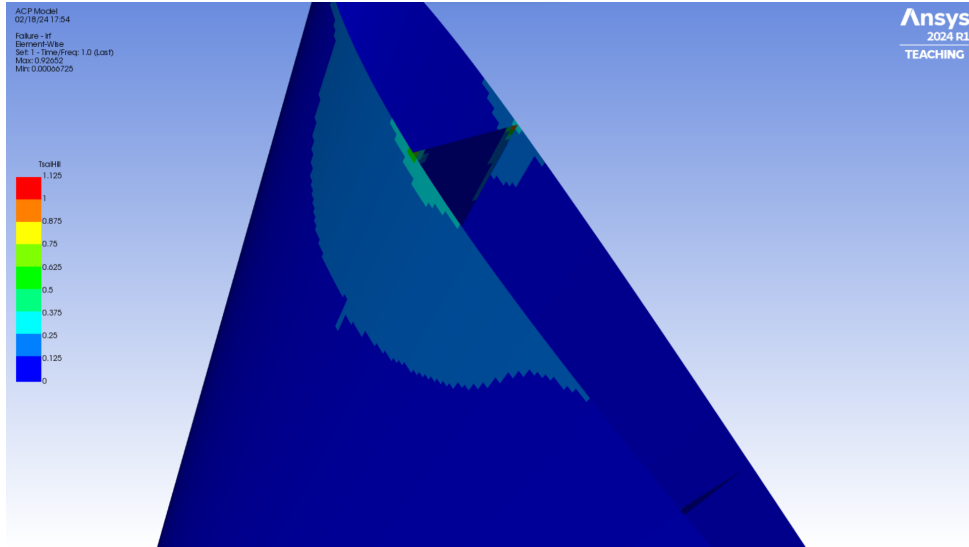
Além destas informações, o algarismo entre parênteses indica a camada crítica para cada modo de falha em cada um dos pontos de análise.

5.1 RESULTADOS DA APLICAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE FALHA

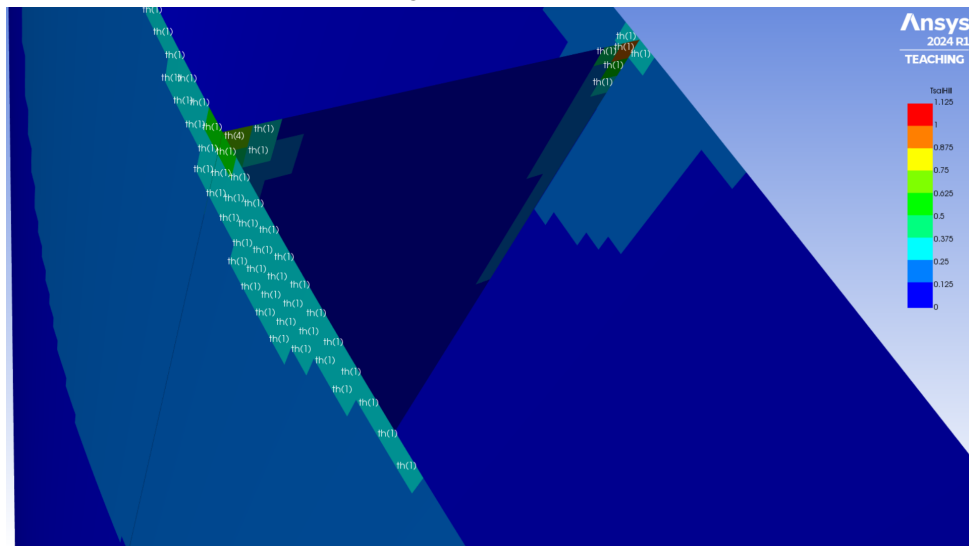
As Figuras 5.1 a 5.7 trazem as previsões geradas, incluindo as regiões e camadas críticas indicadas, por cada um dos critérios.

Na Figura 5.1a pode-se observar os pontos nos quais o critério de Tsai-Hill indica a ocorrência de falha na primeira e na quarta camada do laminado, devido às cargas aplicadas à estrutura ($th(1)$ e $th(4)$). A Figura 5.2a mostra as previsões de falha geradas pela aplicação do critério de Tsai-Wu, também na primeira e na quarta camada ($tw(1)$ e $tw(4)$), e, adicionalmente, o critério também indicou a segunda e a terceira camadas como críticas ($tw(2)$ e $tw(3)$). Estes critérios quadráticos não permitem, em uma análise apenas de sua aplicação, identificar a origem da falha. Na Figura 5.3a, por sua vez, observa-se os pontos nos quais, de acordo com o critério de Tensão Máxima, o valor de ao menos uma das componentes de tensão excedeu a resistência correspondente na direção considerada. Os resultados obtidos indicam que a falha ocorre devido à tração na direção transversal do material da primeira e da quarta camada ($s2t(1)$ e $s2t(4)$) e, também, há indicação de falha à compressão na direção do material na primeira camada ($s1c(1)$) e na direção transversal na segunda camada do material ($s2c(2)$). Neste caso, que trata-se de cinco análises de falha, de cada direção e sentido separadamente, temos informação que pode ser útil na modificação do projeto do laminado. Os critérios de Tsai-Hill, Tsai-Wu e Máxima Tensão não fazem distinção entre os modos de falha da fibra e os modos de falha da matriz.

Os critérios de Hashin, de Puck e o LaRC03 indicaram a ocorrência de falha da matriz, na primeira, segunda e quarta camadas do laminado, e de falha da fibra na primeira e terceira camadas. Os resultados destes critérios estão nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7, respectivamente, onde pode-se verificar o critério de Hashin com região crítica na matriz ($hm(1)$, $hm(2)$ e $hm(4)$) e na fibra na primeira camada ($hf(1)$); o de Puck com região crítica na matriz de Modo A ($pmA(1)$ e $pmA(4)$) e de Modo C ($pmC(1)$), e com região crítica na fibra também na primeira camada



(a) Região crítica de falha.

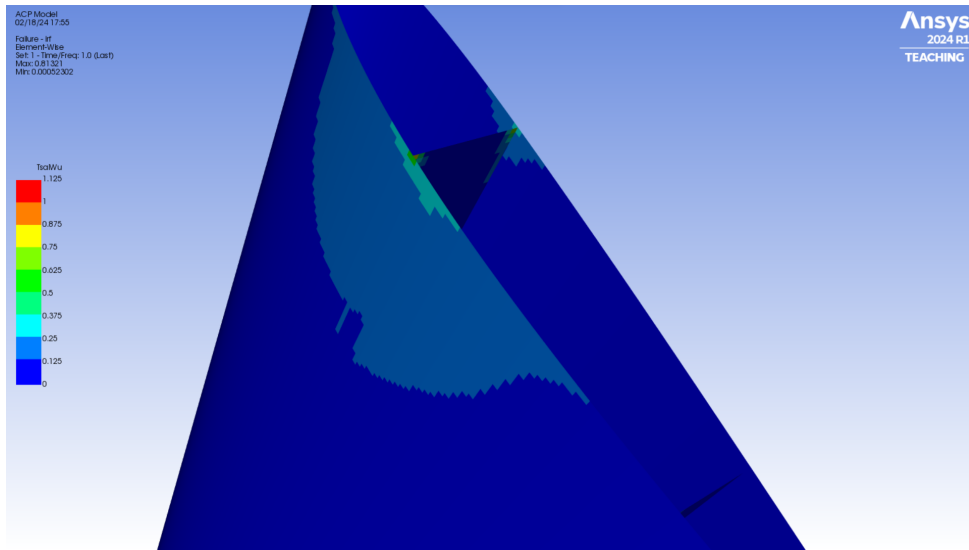


(b) Modos de falha e seu índice de falha.

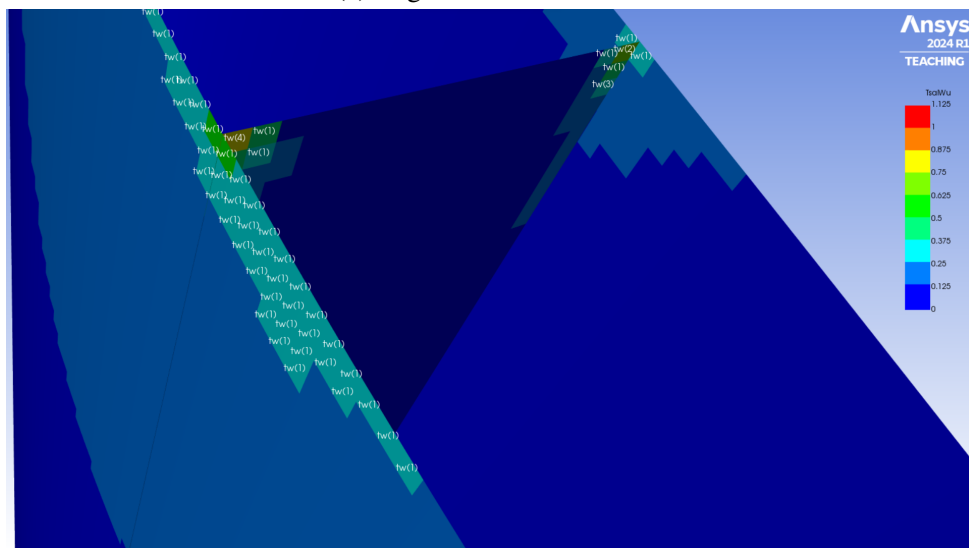
Figura 5.1 – Resultados da aplicação do critério de Tsai-Hill.

($pf(1)$); e, por fim, o LaRC03 com região crítica na matriz à compressão ($lmc2/5(1)$) e à tração ($lmt1(1)$ e $lmt1(4)$), e na fibra sob compressão ($lfc4(3)$) e sob tração ($lfc6(1)$).

Como pode ser visto na Figura 5.4, o critério de Deformação Máxima apresentou uma região com índice de falha maior que os demais, indicando a ocorrência de falha na quarta lâmina, devido à tração transversal ($e2t(4)$), e, adicionalmente, indicou como críticas a primeira, a segunda e a quinta camadas para o mesmo modo ($e2t(1)$, $e2t(2)$ e $e2t(5)$), e, também, falha à compressão na direção do material na primeira camada do laminado. Além disso, este critério apresentou o maior nível de falha entre os analisados.



(a) Região crítica de falha.



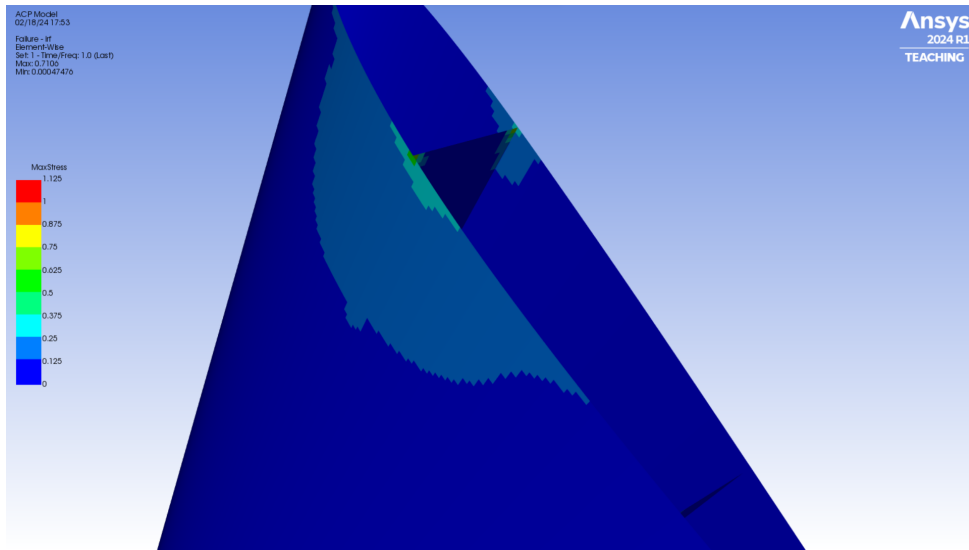
(b) Modos de falha e seu índice de falha.

Figura 5.2 – Resultados da aplicação do critério de Tsai-Wu.

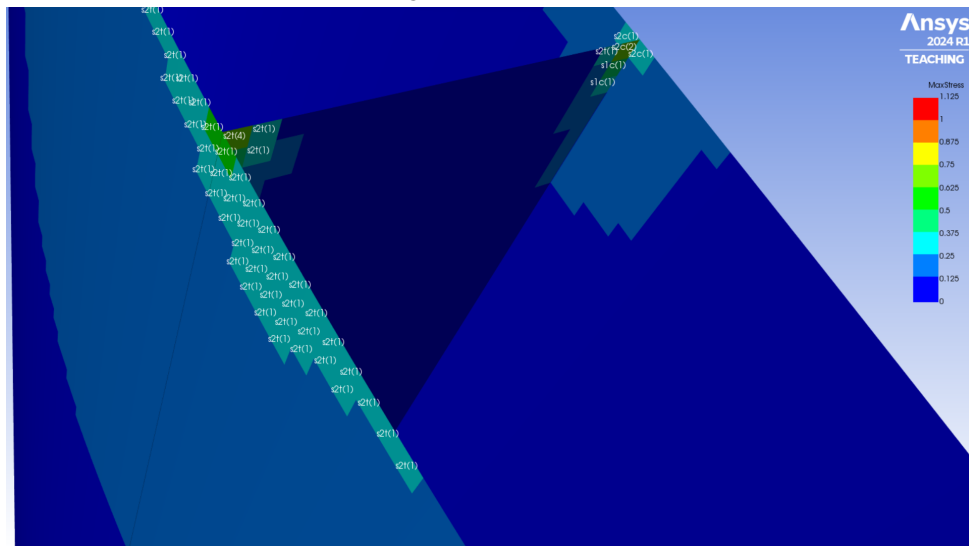
5.2 DISCUSSÃO

A partir da comparação dos resultados descritos, percebe-se que o critério de Deformação Máxima indica não só uma área de falha muito maior que os demais, como também é o critério que apresenta o maior nível de falha; já os demais critérios apresentaram regiões e níveis de falha semelhantes. A Tabela 5.1 traz a comparação dos índices de falha máximos para cada um dos critérios. Na mesma tabela são apresentados os percentuais frente ao valor máximo entre eles (critério de Deformação Máxima).

Nos resultados somente o critério de Deformação Máxima indica que há a ocorrência de falha (índice de falha maior que 1), o que é representado pelas cores laranja e vermelho. Os resultados obtidos na região crítica indicam que o modo de falha predominante é a falha por



(a) Região crítica de falha.

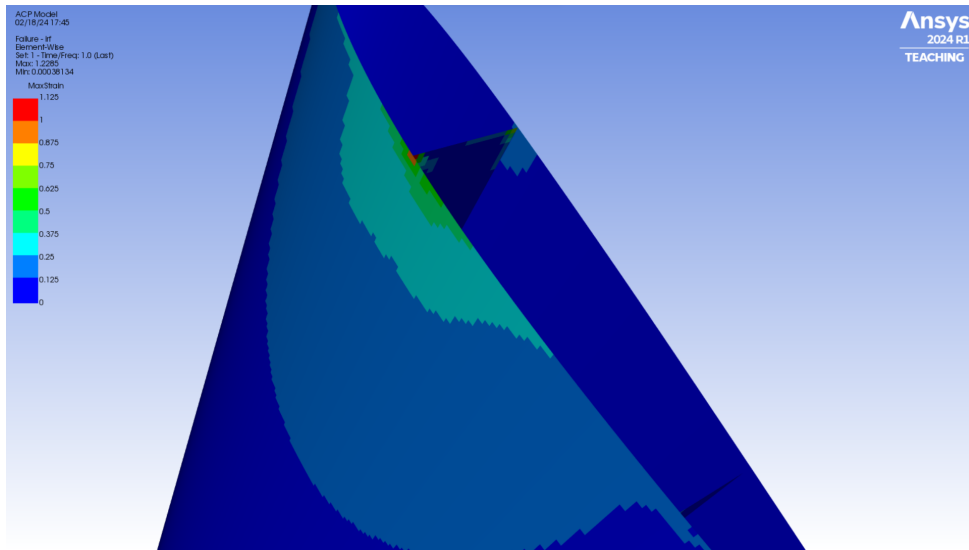


(b) Modos de falha e seu índice de falha.

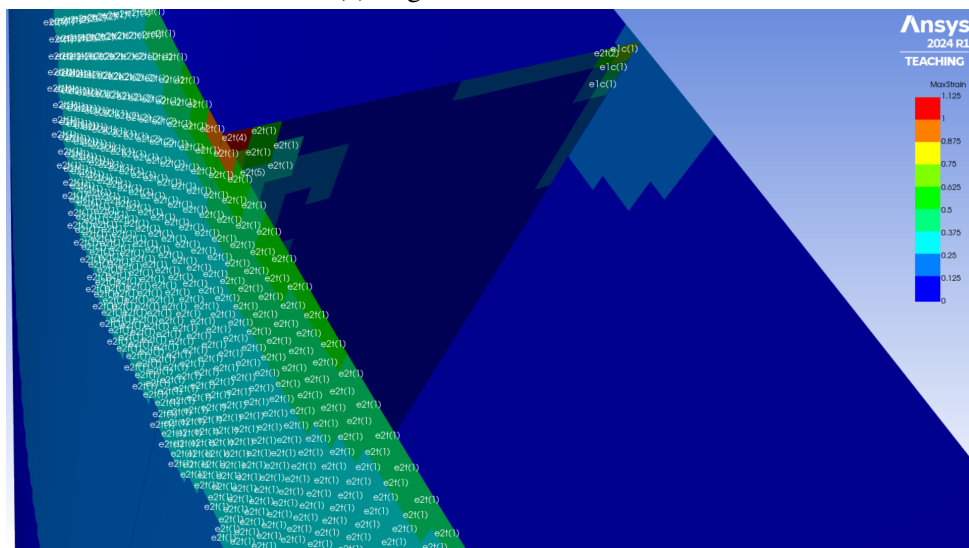
Figura 5.3 – Resultados da aplicação do critério de Tensão Máxima.

tração, com a primeira e a quarta camadas do laminado desta área sendo indicadas por todos os critérios como as camadas críticas. Considerando os critérios de Hashin, Puck e LaRC03, que distinguem a falha da fibra de falha na matriz, verifica-se que todos indicam que a falha se dá principalmente na matriz. Deve-se ressaltar a informação de falha à tração na direção 2 pelos critérios de Máxima Tensão e Deformação, de falha por tração da matriz segundo LaRC03, e de falha pelo modo A (plano de fratura com ângulo 0° e carga trativa transversal) por Puck. Hashin apenas indica falha na matriz, sem indicar diretamente a origem.

Na Figura 5.8, pode-se observar o critério mais crítico para cada ponto analisado, verificando que o critério de maior predominância é o de Deformação Máxima. Assim, tem-se que esse critério é o mais conservador entre todos os analisados. Este apresenta um índice de falha máximo cerca de 40% maior que o indicado pelo critério de Puck e 30% maior que o indicado



(a) Região crítica de falha.

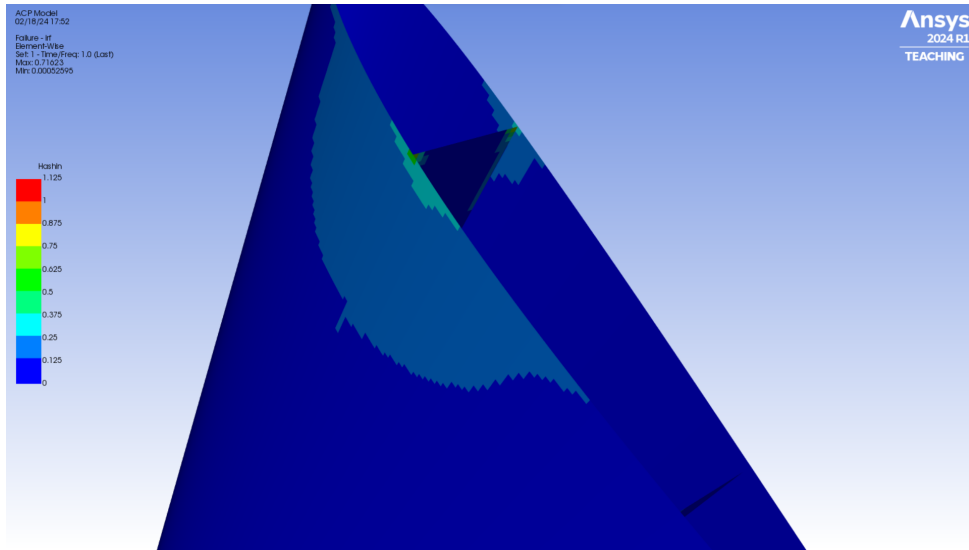


(b) Modos de falha e seu índice de falha.

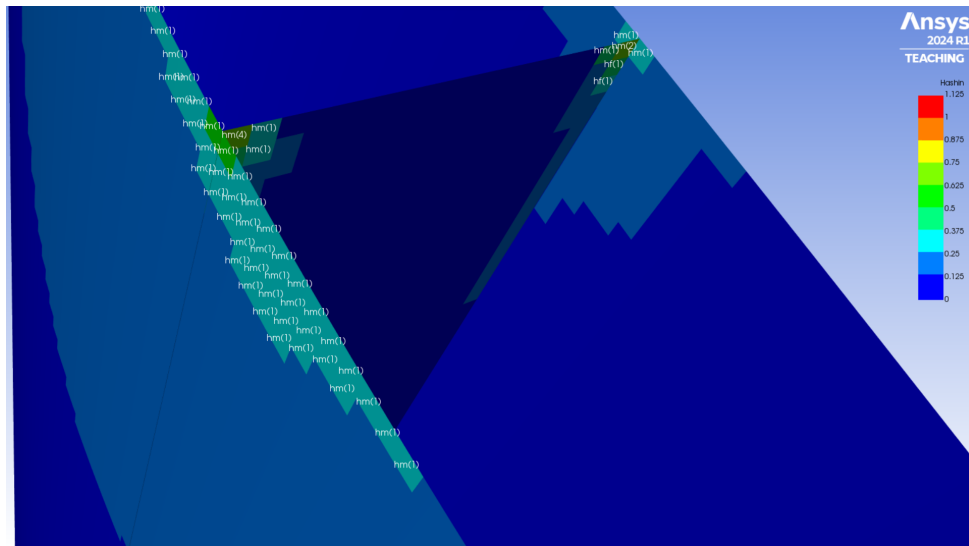
Figura 5.4 – Resultados da aplicação do critério de Deformação Máxima.

pelo LaRC03. Puck possui boa aceitação e, atualmente, segue sendo aplicado em análises semelhantes às aqui realizadas (Wan et al. (WAN et al., 2020)), e o LaRC03 foi desenvolvido mais recentemente que os demais critérios estudados.

Por fim, para efeito de ilustração, a Figura 5.9 traz uma comparação entre os índices de falha e das tensões ao longo da espessura de um dos pontos mais críticos que possui laminado da casca e da longarina. Deve-se observar que este não é o ponto mais crítico de toda estrutura da asa.



(a) Região crítica de falha.

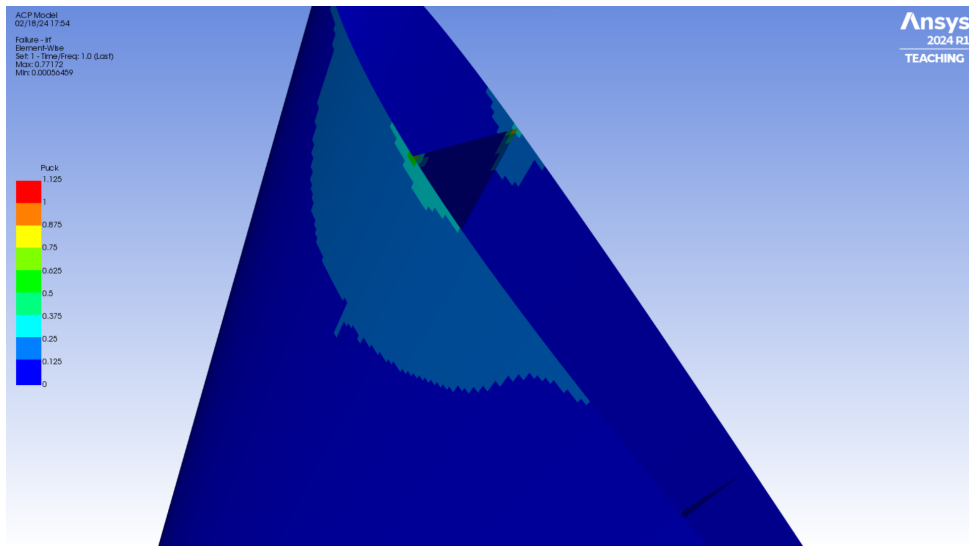


(b) Modos de falha e seu índice de falha.

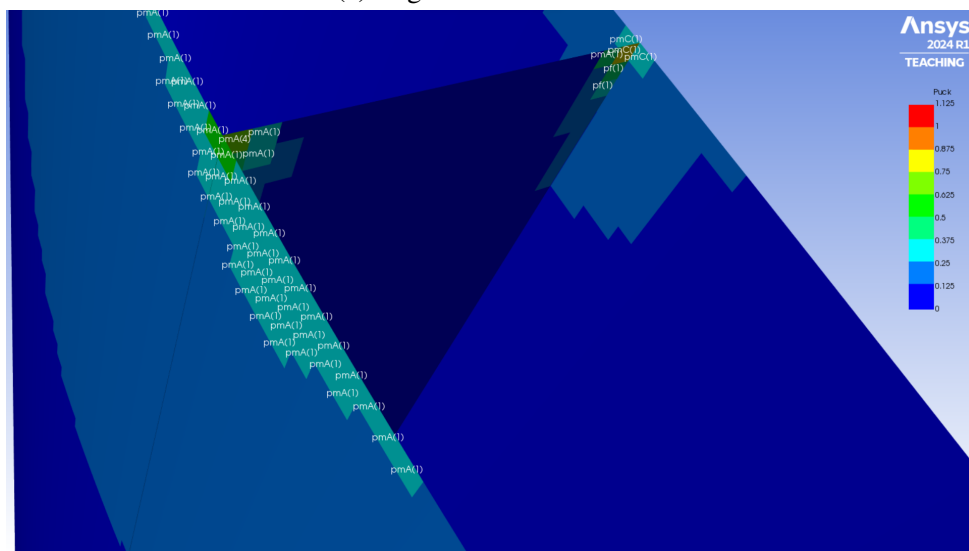
Figura 5.5 – Resultados da aplicação do critério de Hashin.

Tabela 5.1 – Índices de falha para cada um dos critérios aplicados.

Critério de Falha	Índice de Falha Máximo	Percentual frente ao máximo
Tsai-Hill	0,92652	75%
Tsai-Wu	0,81321	66%
Tensão Máxima	0,7106	58%
Deformação Máxima	1,2285	-
Hashin	0,71623	58%
Puck	0,77172	63%
LaRC03	0,87934	71%

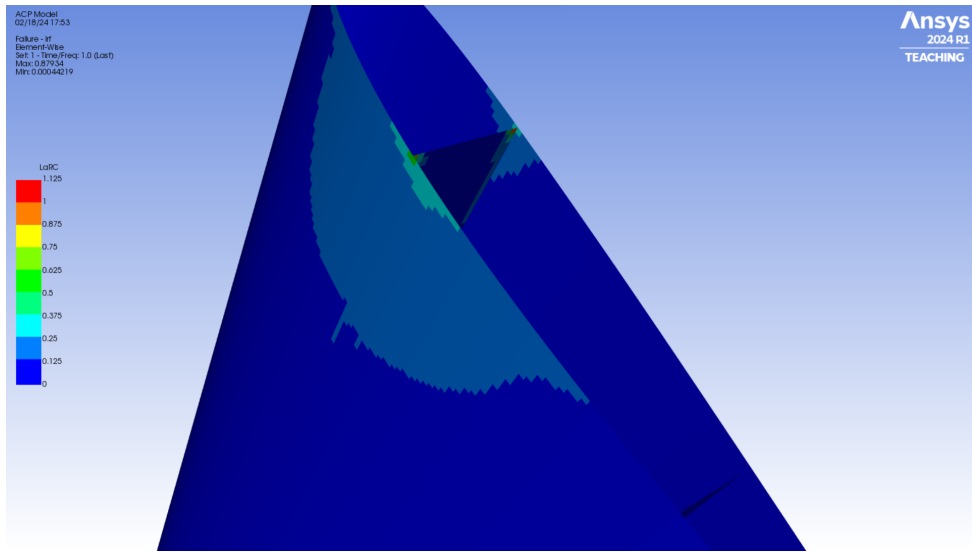


(a) Região crítica de falha.

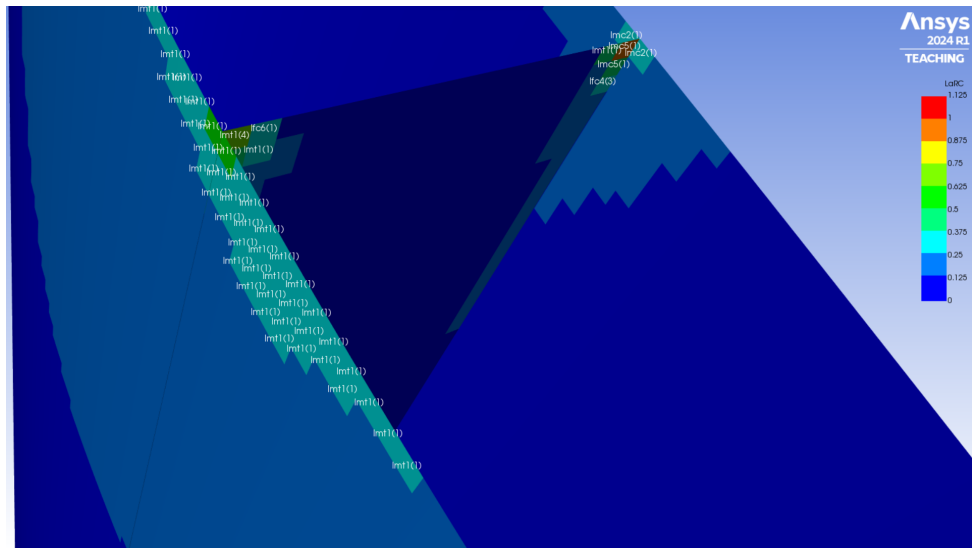


(b) Modos de falha e seu índice de falha.

Figura 5.6 – Resultados da aplicação do critério de Puck.



(a) Região crítica de falha.



(b) Modos de falha e seu índice de falha.

Figura 5.7 – Resultados da aplicação do critério LaRC03.

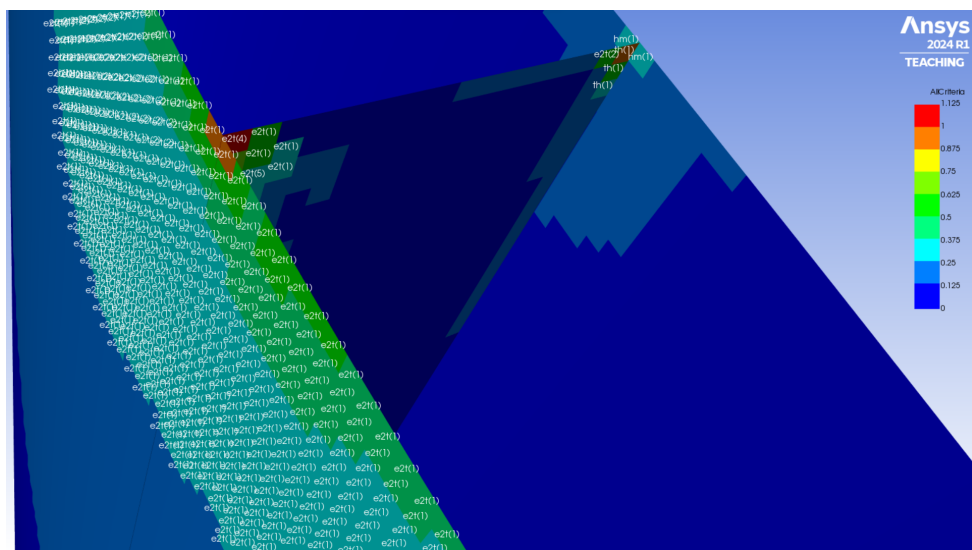


Figura 5.8 – Critério mais crítico para cada elemento.

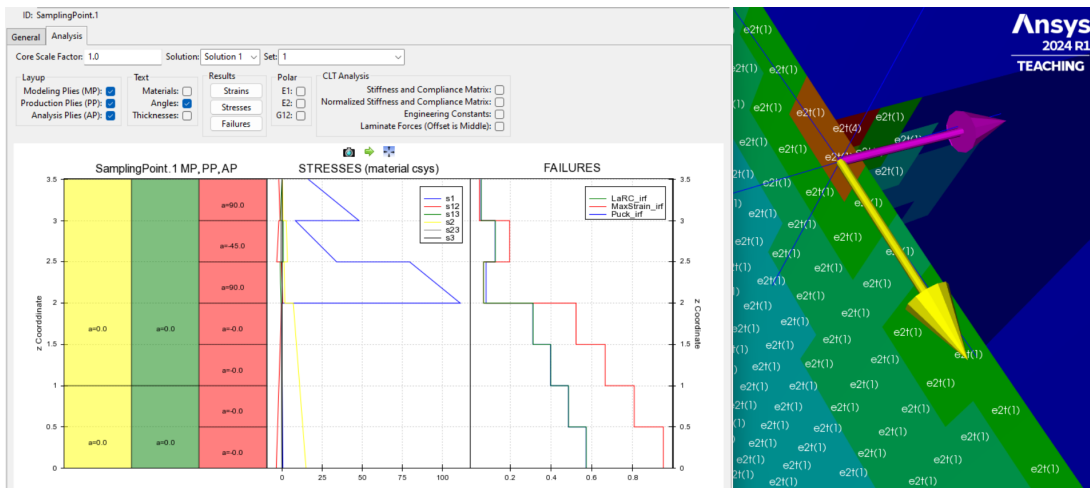


Figura 5.9 – Resultado das tensões ao longo da espessura de um dos pontos mais críticos do laminado e a comparação entre os critérios de Deformação Máxima, Puck e LaRC03.

6 CONCLUSÃO

O presente estudo de caso teve como objetivo estudar a aplicação de diferentes critérios de falha no projeto de uma asa teórica, de forma que se pudesse avaliar a segurança do projeto frente às diferentes escolhas que podem ser feitas. Para tal, uma asa teórica feita de material compósito foi modelada e, sobre a estrutura resultante, foram aplicados sete diferentes critérios de falha, cujos resultados foram posteriormente analisados e discutidos de maneira qualitativa.

Os resultados obtidos com base nos carregamentos teóricos aplicados sobre a estrutura mostram que o critério de Deformação Máxima é o critério mais conservador entre todos os analisados, e prevê um índice de falha muito superior aos demais. Caso este fosse o único critério de análise escolhido, é possível que a estrutura em questão fosse projetada de forma a ter um custo mais elevado do que o necessário, visto que este não é um dos critérios mais aceitáveis atualmente, vide os resultados do WWFE.

Além disso, considerando que os demais critérios apresentaram uma boa concordância entre si, tanto em níveis e modos de falha, quanto em regiões de falha, fica evidente que é mais adequado adotar uma abordagem de análise que leva em conta um número razoável de critérios, cujas previsões possam ser comparadas a fim de se obter um projeto mais eficiente em termos de performance e custo.

Do ponto de vista do projetista, os critérios que mais produzem resultados que possam ajudar em modificações para melhoria de performance são os de Máxima Tensão, de Puck, e, principalmente, o LaRC03, onde esses critérios apresentam informações adicionais segundo o modo de falha.

Neste estudo as cargas foram arbitradas e não correspondem a um caso real. Elas serviram apenas ao escopo do trabalho que propõe uma análise comparativa de critérios de falha. Para estudos futuros, que envolvam o dimensionamento de uma asa, sugere-se utilizar esforços correspondentes do perfil aerodinâmico, em situações de voo previstas em normativa aeronáutica. Em se tratando de competição, propõe-se ainda realizar análises aerodinâmicas e multifísicas que podem levar a carregamentos mais realistas e menos conservativos que tendem a melhorar o desempenho da aeronave. Adicionalmente, como as regiões críticas apresentaram-se próximas à descontinuidade geométricas recomenda-se que seja feito uma análise mais refinada utilizando elementos sólidos.

REFERÊNCIAS

AGARWAL, B. D.; BROUTMAN, L. J.; CHANDRASHEKHARA, K. **Analysis and Performance of Fiber Composites**, 3^a ed. Nova Delhi: Wiley, 2006. ISBN 978-81-265-3636-8. Citado 4 vezes nas páginas 8, 18, 19 e 21.

ANSYS, INC. **ANSYS: Workbench - mechanical introduction**. Pensilvânia, 2009. Citado na página 52.

_____. **ANSYS: Composite prepost user's guide**. Pensilvânia, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 7, 60 e 62.

COMMAND, P. A. O. A. C. **MQ-1B Predator**. 2015. Official United States Air Force Website. Disponível em: <<https://www.af.mil/About-Us/Fact-Sheets/Display/Article/104469/mq-1b-predator/>>. Acesso em: 15 jan 2024. Citado na página 53.

DANIEL, I. M. Failure of composite materials. **strain - An International Journal for Experimental Mechanics**, v. 43, p. 4–12, 2007. Citado na página 48.

DANIEL, I. M.; ISHAI, O. **Engineering Mechanics of Composite Materials**, 2^a ed. Nova Iorque: Oxford University Press, Inc., 2006. ISBN 978-0-19-515097-1. Citado 9 vezes nas páginas 6, 18, 20, 23, 24, 26, 28, 29 e 34.

DÁVILA, C. G.; CAMANHO, P. P.; ROSE, C. A. Failure criteria for frp laminates. **Journal of Composite Materials**, v. 39, p. 323–345, 2005. Citado 7 vezes nas páginas 6, 16, 38, 40, 41, 42 e 43.

GAY, D.; HOA, S. V.; TSAI, S. W. **Composite Materials: Deign and Applications**, 2^a ed. Flórida: CRC Press LLC, 2003. ISBN 1-58716-084-6. Citado na página 20.

GUO, J.; ZHANG, Y.; ZHOU, G.; WEN, H.; WEN, W.; ZHANG, H.; CUI, H.; ZHANG, Y. A transverse failure criterion for unidirectional composites based on the puck failure surface theory. **Composites Science and Technology**, v. 242, p. 110192, 2023. Citado na página 48.

HASHIN, Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites. **Journal of Applied Mechanics**, v. 47, p. 329–334, 1980. Citado na página 37.

HASHIN, Z.; ROTEM, A. A fatigue criterion for fiber-reinforced materials. **Journal of Composite Materials**, v. 7, p. 448–464, 1973. Citado na página 36.

HINTON, M. J.; KADDOUR, A. S. The background to the second world-wide failure exercise. **Journal of Composite Materials**, v. 46, p. 2283–2294, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.

HINTON, M. J.; KADDOUR, A. S.; SMITH, P. A.; LI, s. The background to the third world-wide failure exercise. **Journal of Composite Materials**, v. 47, p. 2417–2426, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 16, 47 e 48.

HINTON, M. J.; SODEN, P. D. Predicting failure in composite laminates: The background to the exercise. **Composites Science and Technology**, v. 58, p. 1001–1010, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 46.

JOHNSON, T. **Composites in Aerospace**. 2019. ThoughtCo. Disponível em: <<https://www.thoughtco.com/composites-in-aerospace-820418>>. Acesso em: 18 dez 2023. Citado na página 22.

JONES, R. M. **Mechanics Of Composite Materials**, 2^a ed. Filadélfia: Taylor & Francis, Inc., 1999. ISBN 1-56032-712-X. Citado 10 vezes nas páginas 15, 18, 19, 20, 22, 24, 29, 32, 35 e 36.

KADDOUR, A. S.; HINTON, M. J.; LI, S.; SMITH, P. A. The world-wide failure exercises: How can composites design and manufacture communities build their strength. **QinetiQ Ltd**, 2014. Citado na página 15.

KOLLÁR, L. P.; SPRINGER, G. S. **Mechanics of Composite Structures**, 1^a ed. Reino Unido: Cambridge University Press, 2003. ISBN 978-0-511-54714-0. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 25.

LOGAN, D. L. **A First Course in the Finite Element Method**, 6^a ed. Massachusetts: Cengage Learning, 2015. ISBN 978-1-305-63511-1. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 51.

MENG, Y.-s.; YAN, L.; HUANG, W.; ZHANG, T.-t. Detailed parametric investigation and optimization of a composite wing with high aspect ratio. **Composites Science and Technology**, v. 2019, 2019. Citado na página 53.

PINHO, S. T.; CAMANHO, P. P.; ROBINSON, P.; SCHUECKER, C. Material and structural response of polymer-matrix fibre-reinforced composites. **Journal of Composite Materials**, v. 46, p. 2313–2341, 2012. Citado na página 16.

PUCK, A.; SCHURMANN, H. Failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models. **Composite Science and Technology**, v. 58, p. 1045–1067, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 6, 38 e 39.

REDDY, J. N. **Mechanics of Laminated Composites Plates and Shells: Theory and Analysis**, 2^a ed. Nova Iorque: CRC Press LLC, 2004. ISBN 0-8493-1592-1. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 30.

ROGOV, V. A.; SHKARUPA, M. I.; VELIZ, A. C. Classification of composite materials. **RUDN Journal of Engineering Research**, v. 2, p. 41–49, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 19.

SAE, B. **SAE BRASIL Aerodesign**. 2023. SAE® BRASIL. Disponível em: <<https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/aero-design-sae-brasil/>>. Acesso em: 15 jan 2024. Citado na página 54.

SALUDHEEN, A.; ZAKARIYA, F. M.; M., A.; NANDAKUMAR, N.; GEORGE, J.; THANKACHEN, G.; R., R.; A., K. A.; VISWANATH, A.; N., J. P. Carbon fibre composite development for in-ground uav's with naca0012 aerofoil wing. **Materials Today: Proceedings**, v. 47, p. 6839–6848, 2021. Citado na página 53.

SKOCZYLAS, J.; SAMBORSKI, S.; KŁONICA, M. The application of composite materials in the aerospace industry. **Journal of Technology and Exploitation in Mechanical Engineering**, v. 5, p. 1–6, 2019. Citado na página 22.

SUN, C. T.; QUINN, B. J.; OPLINGER, D. W. **Comparative Evaluation of Failure Analysis Methods for Composite Laminates - DOT/FAA/AR-95/109**. Indiana, 1996. Citado na página 38.

SUN, Q.; ZHOU, G.; MENG, Z.; GUO, H.; CHEN, Z.; LIU, H.; KANG, H.; KETEN, S.; SU, X. Failure criteria of unidirectional carbonfiber reinforced polymer composites informed by a computational micromechanics model. **Composites Science and Technology**, v. 172, p. 81–95, 2019. Citado na página 48.

TOOLS, A. **NACA 4 digit airfoil generator (NACA 2412 AIRFOIL)**. 2024. Airfoil Tools. Disponível em: <<http://airfoiltools.com/airfoil/naca4digit>>. Acesso em: 15 jan 2024. Citado na página 53.

TSAI, S. W.; WU, E. M. A general theory of strength for anisotropic materials. **Journal of Composite Materials**, v. 5, p. 58–80, 1971. Citado na página 34.

WAN, L.; ISMIL, Y.; ZHU, C.; ZHU, P.; SHENG, Y.; LIU, J.; YANG, D. Computational micromechanics-based prediction of the failure of unidirectional composite lamina subjected to transverse and in-plane shear stress states. **Journal of Composite Materials**, v. 0, p. 1–18, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 67.

WERFELMAN, L. The composite evolution. **AeroSafety World**, v. 1, p. 17–21, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 49.