

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

**POTENCIALIDADES DE UMA PRÁTICA ENVOLVENDO A INTERPRETAÇÃO E  
ANÁLISE DE DADOS E GRÁFICOS ESTATÍSTICOS COM O USO DE MATERIAIS  
DIDÁTICOS DO GEOGEBRA**

**JÚLIA BÜRCEL BORSATO**

Porto Alegre

2023

**JÚLIA BÜRCEL BORSATO**

**POTENCIALIDADES DE UMA PRÁTICA ENVOLVENDO A INTERPRETAÇÃO E  
ANÁLISE DE DADOS E GRÁFICOS ESTATÍSTICOS COM O USO DE MATERIAIS  
DIDÁTICOS DO GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Débora da Silva Soares

Porto Alegre

2023

Instituto de Matemática e Estatística  
Departamento de Matemática Pura e Aplicada

**POTENCIALIDADES DE UMA PRÁTICA ENVOLVENDO A INTERPRETAÇÃO E  
ANÁLISE DE DADOS E GRÁFICOS ESTATÍSTICOS COM O USO DE MATERIAIS  
DIDÁTICOS DO GEOGEBRA**

Júlia Bürgel Borsato

Banca examinadora

Professora Doutora Débora da Silva Soares  
Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS

Professora Doutora Luciana Neves Nunes  
Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS

Professor Doutor Rodrigo Dalla Vecchia  
Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, Vanderlei e Maristela, que sempre me deram suporte para estudar e me deram todo carinho e amor do mundo. Obrigada por todos os ensinamentos ao longo da vida. Obrigada também pelos gestos do cotidiano que tornaram as dificuldades da rotina mais tranquilas, como uma carona em um dia muito exaustivo. Vocês são a base de tudo que construo.

Luísa, minha irmã, me espelhar em ti durante meu crescimento foi essencial para que eu me tornasse quem sou hoje. Obrigada por ter me mostrado que mulher pode fazer matemática - e o que ela quiser - e por ter me encorajado a ser uma mulher livre e independente. Gabriel, meu irmão, obrigada por me inspirar a sempre buscar ser uma professora melhor. O teu amor pela docência, pela pesquisa e pelo conhecimento me inspiram muito. Agradeço aos meus irmãos pela companhia, pelas risadas e por sempre me apoiarem. Que a vida nos permita estar sempre juntos.

Agradeço às amigadas que fiz desde que entrei na UFRGS, começando pelas princesas que estão comigo desde o primeiro dia da faculdade até hoje: Andressa, Beatriz, Letícia, Luiza, Renata, Sabrina e Sthefânia. Obrigada por todos os desabafos, conversas, fofocas e trocas a respeito da vida de professora.

Renatinha e Lu, agradeço imensamente vocês por toda a ajuda e por todo afeto. Obrigada pela parceria, pelas chamadas, pelos áudios e por sempre me fazerem rir e saber que tenho com quem contar independente de qualquer coisa.

Agradeço também às amigadas que fiz enquanto estava na Estatística: Luiz, obrigada por ser meu companheiro de piadas ruins. Andressa, obrigada pelas fofocas, desabafos e pela companhia para conhecer as pizzarias canoenses. Alisson, obrigada pelas parcerias nos jogos do Inter. Martha, obrigada não só pelas parcerias nos jogos do Colorado, mas também por estar sempre ali quando eu precisei. Obrigada por sempre ter as melhores palavras e conselhos do mundo.

Agradeço ao grupo que se formou a partir das noites viradas durante a pandemia jogando League of Legends. As madrugadas jogando deixaram a fase da pandemia um pouco menos difícil. Agradeço principalmente ao Dani por me fazer rir e por me escutar sempre.

Também, agradeço aos amigos que foram essenciais nessa etapa final do curso, em especial ao Lucas, Pedro, Gislaine, Catharina e João. Obrigada pela parceria e pelas noites na Cidade Baixa. Lucas, obrigada pela companhia nas

cadeiras e nos trabalhos da graduação. Agradeço por ter feito o TCC no mesmo semestre que tu. Ver que eu não estava sozinha e que eu sempre tinha alguém para pedir socorro deixou essa fase um pouco mais tranquila.

Agradeço à Ana e à Carol por todas as risadas, comilanças, desabafos e passeios de bicicleta. Agradeço sempre por ter me aproximado de vocês antes de terminar a graduação, me sinto muito bem com vocês. Lucas, obrigada pelas risadas, xingamentos carinhosos e pelas sessões de psicólogo. Agradeço até pelo teu mau humor diário.

Agradeço aos meus amigos e colegas que tive/tenho a oportunidade de trabalhar: Bruno, Camila, Dudu, Eder, Felipe, Leonardo, Nathalie, Vitória E. e Vitoria V. Obrigada por tornarem o dia a dia do trabalho um pouco menos pesado e por todas as trocas. Aprendo muito com vocês.

Agradeço também aos meus amigos que estão comigo desde antes da faculdade. Mariana e Natália, obrigada pelas nossas longas conversas, desabafos e reflexões. Obrigada por compartilharem comigo diversos momentos da vida. Obrigada por serem apoio e afeto.

Agradeço à Vitória, que está comigo desde que me conheço por gente. Obrigada por todo apoio durante a nossa vida escolar e por seguir me apoiando depois que nos formamos no colégio, mesmo que um pouquinho mais de longe. Agradeço à Anna por todas as risadas, chamadas, infinitos áudios e trocas. Obrigada por estar sempre ali quando precisei.

Agradeço aos meus amigos Fran, Philip, Duda e Dmi pelas noites de jogos, risadas e por sempre torcerem por mim e acreditarem no meu potencial. Vocês me fazem muito bem.

Agradeço à professora Débora por ter aceitado me orientar e por ter me dado todo o suporte necessário para a realização deste trabalho. Obrigada pelas orientações, pelas sugestões e pela sua sensibilidade, paciência e cuidado. Também agradeço à Luciana e ao Rodrigo por terem aceitado participar da banca. Vocês três foram escolhidos com muito carinho.

Por fim, agradeço aos meus alunos. Obrigada por me ensinarem todos os dias e por me fazerem ter certeza da profissão que escolhi. Um agradecimento especial às turmas 161 e 162 de 2023 do colégio onde fiz a prática do TCC. Sem vocês, esse trabalho não seria possível. Levarei vocês para sempre no meu coração.

## RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo identificar potencialidades de uma prática envolvendo o uso das Tecnologias Digitais, especialmente de materiais didáticos disponíveis no software GeoGebra, no que diz respeito à interpretação e análise de dados e de gráficos estatísticos. A pesquisa, de caráter qualitativo, foi realizada em duas turmas de sexto ano de um colégio particular de Porto Alegre, RS. Os dados produzidos consistiram nas respostas escritas pelos estudantes, nos dados coletados pelos estudantes, nos vídeos das apresentações dos estudantes gravados pela docente e nas anotações em diário de campo realizadas pela pesquisadora. A partir da análise, foi possível apontar potencialidades da proposta, como a de que os estudantes, ao explorarem o primeiro material didático selecionado, perceberam que quando eles faziam alterações e interações, o gráfico de setores mudava automaticamente, observando também a mudança nas porcentagens. Além disso, esse material didático proporcionou que os estudantes testassem e construíssem hipóteses para responder às questões. Outra potencialidade da prática foi o fato que os estudantes, com o segundo material didático, puderam observar o comportamento de dois tipos de gráficos simultaneamente: o gráfico de colunas e o gráfico de setores. Como aprendizados, são destacados pontos relacionados a intervenções da professora. Uma limitação a destacar é relacionada ao segundo material didático, que apresenta apenas 5 categorias para a classificação dos dados, o que pode limitar a coleta dos dados e comprometer a veracidade da coleta. Diante disso, são apresentadas possibilidades para práticas futuras, tais como ampliar mais o debate acerca dos dados e dos tipos de gráficos. Conclui-se que, apesar dos desafios encontrados durante a prática, o uso de materiais didáticos do GeoGebra pode contribuir para a interpretação e análise de dados e gráficos estatísticos.

**Palavras-chave:** Gráficos estatísticos. Interpretação e análise. Tecnologias Digitais. Coleta de Dados. Materiais Didáticos. Educação Estatística.

## **ABSTRACT**

This research aims to identify the potentialities of a practice developed in the 6th grade of Elementary School involving the use of Digital Technologies, especially didactic materials available in the software GeoGebra, concerning the interpretation and analysis of data and statistical graphs. The research is qualitative and was carried out in two 6th-grade classes of a private school in Porto Alegre, RS, Brazil. The produced data consisted of the answers written by the students, the data collected by the students, videos of student presentations recorded by the teacher and field notes made by the researcher. Through the analysis, it was possible to point out potentialities of the proposal, such as students realizing, while exploring the first selected didact material, that when they made changes and interactions, the pie chart changed automatically, also observing the percentage changes. Additionally, this didact material allowed students to test and formulate hypotheses to answer the questions. Another potentiality of the practice was that, with the second didact material, students could observe the behavior of two types of graphs simultaneously: column chart and pie chart. Furthermore, it's important to highlight the autonomy in the second stage of the practice, where students could gather data based on their areas of interest, becoming protagonists in their learning process. As learnings, points are highlighted regarding teacher interventions. A limitation to highlight is related to the second didact material, which presents only 5 categories for data classification, which can limit data collection and compromise the veracity of the collection. That said, possibilities for future practices are presented, such as expanding discussions about data and graph types. In conclusion, despite the challenges encountered during the practice, the use of GeoGebra didact materials can contribute to the interpretation and analysis of data and statistical graphs.

**Keywords:** Statistical graphs; Interpretation and analysis. Digital Technologies. Data collection. Didact materials. Statistic Education.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Print da tela inicial dos materiais didáticos do GeoGebra.....	27
Figura 2 - Print das variadas áreas da matemática que estão presentes nos materiais didáticos do GeoGebra.....	28
Figura 3 - Print dos variados conceitos relacionados à Aritmética que estão presentes nos materiais didáticos do GeoGebra.....	28
Figura 4 - Print dos variados conceitos relacionados à Estatística que estão presentes nos materiais didáticos do GeoGebra.....	29
Figura 5 - Criação das listas de dados brutos referentes às variáveis: Altura, Idade e Peso.....	37
Figura 6 - Obtenção das medidas de tendência central de cada variável.....	38
Figura 7 - Apresentação dos dados.....	38
Figura 8 - Print do GeoGebra do primeiro material didático utilizado na prática.....	46
Figura 9 - Print do GeoGebra do segundo material didático utilizado na prática.....	47
Figura 10 - Questão 1 do material entregue aos estudantes na primeira etapa da prática.....	56
Figura 11 - Resposta escrita por E2 na tarefa para explorar o material didático.....	57
Figura 12 - Resposta escrita por E33 na tarefa para explorar o material didático.....	57
Figura 13 - Resposta escrita por E41 na tarefa para explorar o material didático.....	58
Figura 14 - Resposta escrita por E12 na tarefa para explorar o material didático.....	58
Figura 15 - Resposta escrita por E5 na tarefa para explorar o material didático.....	59
Figura 16 - Resposta escrita por E23 na tarefa para explorar o material didático.....	59
Figura 17 - Resposta escrita por E37 na tarefa para explorar o material didático.....	60
Figura 18 - Resposta escrita por E8 na tarefa para explorar o material didático.....	60
Figura 19 - Material didático quando clicamos no botão de “reset”, que fica à direita, na parte de baixo.....	61
Figura 20 - Resposta escrita por E28 na tarefa para explorar o material didático.....	61
Figura 21 - Alguns dos desenhos feitos pelos estudantes ao explorar o material didático.....	62
Figura 22 - Resposta escrita por E6 na tarefa para explorar o material didático.....	62
Figura 23 - Situação 1 do material entregue aos estudantes da turma 161 na primeira etapa da prática.....	64
Figura 24 - Situação 2 do material entregue aos estudantes da turma 161 na primeira etapa da prática.....	64
Figura 25 - Tarefa 1 do material entregue aos estudantes da turma 161 na primeira etapa da prática.....	65
Figura 26 - Print do GeoGebra com os dados da tabela da Figura 4.....	66

Figura 27 - Print do GeoGebra com os dados da tabela da Figura 5.....	66
Figura 28 - Situação 1 do material entregue aos estudantes da turma 162 na primeira etapa da prática.....	67
Figura 29 - Situação 2 do material entregue aos estudantes da turma 162 na primeira etapa da prática.....	68
Figura 30 - Print do GeoGebra com os dados da tabela da Figura 9.....	69
Figura 31 - Print do GeoGebra com os dados da tabela da Figura 10.....	69
Figura 32 - Tarefa 1 do material entregue aos estudantes da turma 162 na primeira etapa da prática.....	70
Figura 33 - Resposta escrita por E2 na Tarefa 1.....	71
Figura 34 - Resposta escrita por E37 na Tarefa 1.....	71
Figura 35 - Resposta escrita por E13 na Tarefa 1.....	72
Figura 36 - Resposta escrita por E15 na Tarefa 1.....	72
Figura 37 - Resposta escrita por E16 na Tarefa 1.....	72
Figura 38 - Trecho da Tarefa 1 do material da turma 161 na primeira etapa.....	72
Figura 39 - Trecho da Tarefa 1 do material da turma 162 na primeira etapa.....	73
Figura 40 - Resposta escrita por E8 na Tarefa 1.....	73
Figura 41 - Resposta escrita por E18 na Tarefa 1.....	73
Figura 42 - Resposta escrita por E38 na Tarefa 1.....	75
Figura 43 - Resposta escrita por E29 na Tarefa 1.....	76
Figura 44 - Resposta escrita por E22 na Tarefa 1.....	76
Figura 45 - Resposta escrita por E33 na Tarefa 1.....	76
Figura 46 - Resposta escrita por E42 na Tarefa 1.....	77
Figura 47 - Idéia de um novo enunciado para a Tarefa 1 do material entregue na primeira etapa.....	77
Figura 48 - Tarefas 2 e 3 do material entregue aos estudantes das turmas 161 e 162 na primeira etapa da prática.....	78
Figura 49 - Resposta escrita por E2 nas Tarefas 2 e 3.....	79
Figura 50 - Resposta escrita por E30 nas Tarefas 2 e 3.....	80
Figura 51 - Resposta escrita por E42 nas Tarefas 2 e 3.....	80
Figura 52 - E42 interagindo com o material, deixando os quadradinhos com a mesma quantidade.....	81
Figura 53 - E42 interagindo com o material, deixando os quadradinhos com a mesma quantidade.....	81
Figura 54 - Resposta escrita por E41 nas Tarefas 2 e 3.....	82
Figura 55 - Resposta escrita por E29 nas Tarefas 2 e 3.....	83
Figura 56 - Resposta escrita por E31 nas Tarefas 2 e 3.....	84
Figura 57 - Resposta escrita por E1 nas Tarefas 2 e 3.....	85

Figura 58 - Resposta escrita por E14 nas Tarefas 2 e 3.....	86
Figura 59 - Resposta escrita por E36 nas Tarefas 2 e 3.....	87
Figura 60 - Resposta escrita por E9 nas Tarefas 2 e 3.....	87
Figura 61 - Resposta escrita por E3 nas Tarefas 2 e 3.....	88
Figura 62 - Resposta escrita por E38 nas Tarefas 2 e 3.....	89
Figura 63 - Resposta escrita por E26 nas Tarefas 2 e 3.....	89
Figura 64- Resposta escrita por E28 nas Tarefas 2 e 3.....	90
Figura 65 - Resposta escrita por E19 nas Tarefas 2 e 3.....	91
Figura 66 - Resposta escrita por E10 nas Tarefas 2 e 3.....	91
Figura 67 - Tarefa 4 do material impresso entregue aos estudantes das duas turmas na primeira etapa.....	92
Figura 68 - Resposta escrita por E36 na Tarefa 4.....	92
Figura 69 - Resposta escrita por E15 na Tarefa 4.....	93
Figura 70 - Resposta escrita por E6 na Tarefa 4.....	93
Figura 71 - Resposta escrita por E12 na Tarefa 4.....	94
Figura 72 - Resposta escrita por E29 na Tarefa 4.....	94
Figura 73 - Resposta escrita por E42 na Tarefa 4.....	95
Figura 74 - Resposta escrita por E23 na Tarefa 4.....	95
Figura 75 - Resposta escrita por E30 na Tarefa 4.....	95
Figura 76 - Resposta escrita por E32 na Tarefa 4.....	96
Figura 77 - Resposta escrita por E13 na Tarefa 4.....	96
Figura 78 - Resposta escrita por E39 na Tarefa 4.....	96
Figura 79 - Resposta escrita por E14 na Tarefa 4.....	97
Figura 80 - Resposta escrita por E2 na Tarefa 4.....	97
Figura 81 - Resposta escrita por E33 na Tarefa 4.....	98
Figura 82 - Resposta escrita por E44 na Tarefa 4.....	98
Figura 83 - Resposta escrita por E34 na Tarefa 4.....	99
Figura 84 - E40 somando as quantidades de cada cor para ver quantos quadradinhos tem no total.....	99
Figura 85 - Resposta escrita por E43 na Tarefa 4.....	100
Figura 86 - Resposta escrita por E11 na Tarefa 4.....	100
Figura 87 - Resposta escrita por E16 na Tarefa 4.....	100
Figura 88 - Tabela entregue aos estudantes da turma 162 na segunda etapa da prática.....	101
Figura 89 - Coleta de dados de E12 e E39 na segunda etapa.....	103
Figura 90 - Coleta de dados de E23 na segunda etapa.....	104
Figura 91 - Coleta de dados de E30 na segunda etapa.....	104

Figura 92 - Coleta de dados de E8 e E15 na segunda etapa.....	105
Figura 93 - Coleta de dados de E1 e E4 na segunda etapa.....	105
Figura 94 - Coleta de dados de E13 na segunda etapa.....	106
Figura 95 - Gráficos projetados para a apresentação dos estudantes.....	108
Figura 96 - Coleta de dados de E2 e E37 na segunda etapa.....	108
Figura 97 - Gráfico formado a partir dos dados de E2 e E37 na terceira etapa.....	109
Figura 98 - Coleta de dados de E27 e E21 na segunda etapa.....	110
Figura 99 - Gráfico formado a partir dos dados da E21 na terceira etapa.....	111
Figura 100 - Coleta de dados de E33 na segunda etapa.....	112
Figura 101 - Gráfico formado a partir dos dados de E33 na terceira etapa.....	112
Figura 102 - Coleta de dados de E26 e E28 na segunda etapa.....	114
Figura 103 - Gráfico formado a partir dos dados de E26 e E28 na terceira etapa...	114
Figura 104 - Coleta de dados de E24 na segunda etapa.....	116
Figura 105 - Gráfico formado a partir dos dados de E24 na terceira etapa.....	116
Figura 106 - Coleta de dados de E44 na segunda etapa.....	117
Figura 107 - Gráfico formado a partir dos dados de E44 na terceira etapa.....	118
Figura 108 - Gráfico formado a partir dos dados de E30 e E32 na terceira etapa...	119
Figura 109 - Coleta de dados de E31 na segunda etapa.....	120
Figura 110 - Gráfico formado a partir dos dados de E31 na terceira etapa.....	121
Figura 111 - Gráfico formado a partir dos dados de E3 na terceira etapa.....	122
Figura 112 - Coleta de dados de E18 na segunda etapa.....	124
Figura 113 - Gráfico formado a partir dos dados de E18 na terceira etapa.....	124

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Trabalhos Correlatos selecionados.....	35
Quadro 2 - Organização da divisão das etapas na turma 161.....	48
Quadro 3 - Organização da divisão das etapas na turma 162.....	49

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>20</b>
2.1 Tecnologias Digitais na Educação Matemática.....	20
2.2 Os Materiais Didáticos e o GeoGebra.....	24
2.3 Educação Estatística.....	30
2.4 Trabalhos Correlatos.....	34
<b>3. METODOLOGIA.....</b>	<b>42</b>
3.1 Abordagem Metodológica.....	42
3.2 Contexto da Aplicação da Pesquisa.....	43
3.3 Escolha dos materiais didáticos.....	45
3.4 Sequência de etapas.....	48
3.5 Produção de Dados.....	51
<b>4. ANÁLISE DOS DADOS.....</b>	<b>54</b>
4.1 Primeira etapa.....	54
4.1.1 Tarefa para explorar o material didático.....	55
4.1.2 Tarefa 1.....	63
4.1.2.1 Turma 161.....	71
4.1.2.2 Turma 162.....	75
4.1.3 Tarefas 2 e 3.....	78
4.1.4 Tarefa 4.....	92
4.2 Segunda etapa.....	101
4.3 Terceira Etapa.....	107
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>126</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>130</b>
<b>APÊNDICE A - Atividade 1: Atividade referente a primeira etapa da proposta, realizada com a turma 161.....</b>	<b>138</b>
<b>APÊNDICE B - Atividade 1: Atividade referente a primeira etapa da proposta, realizada com a turma 162.....</b>	<b>138</b>
<b>APÊNDICE C - Atividade 2: Atividade referente a segunda etapa da proposta, realizada com a turma 162.....</b>	<b>141</b>
<b>APÊNDICE D - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....</b>	<b>142</b>

<b>APÊNDICE E - TERMO DE ASSENTIMENTO.....</b>	<b>145</b>
<b>APÊNDICE F - CARTA DE ANUÊNCIA DA ESCOLA.....</b>	<b>148</b>
<b>APÊNDICE G - TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA UTILIZAÇÃO DE IMAGEM E SOM DE VOZ PARA FINS DE PESQUISA.....</b>	<b>149</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Durante meu período escolar, muitas vezes eu tive<sup>1</sup> contato com a estatística, sem ter clareza sobre isto. A única vez que eu sabia especificamente que estava estudando estatística foi em 2016, quando eu estava no 3º ano do Ensino Médio e me foram apresentados os conceitos de “Média, Moda e Mediana”. Lembro-me que a minha professora de Matemática daquele ano escreveu no quadro: “Estatística”, e assim trabalhamos esses conceitos. Para mim, até aquele momento, estatística basicamente se resumia a isso.

Entretanto, em março de 2018, ingressei no curso de Bacharelado em Estatística na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), e a minha percepção sobre o que era a “estatística” mudou completamente. Durante o curso, pude perceber o quão abrangente ela é e o quanto ia muito além do que eu havia aprendido no meu Ensino Básico.

Além disso, percebi que, além da importância da matemática para o curso, tem-se a importância da programação e da tecnologia. Esses recursos mostraram-se fundamentais para a coleta e análise de dados, tornando-se ferramentas primordiais para a resolução de problemas e para a tomada de decisões embasadas em informações e dados sólidos.

Quando eu estava cursando o segundo semestre do curso de Bacharelado em Estatística, tive a oportunidade de ingressar como bolsista de iniciação científica de um núcleo de pesquisa vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Epidemiologia da Faculdade de Medicina da UFRGS, conhecido como o TelessaúdeRS-UFRGS. O núcleo de Estatística do TelessaúdeRS era o responsável por analisar os dados e produzir relatórios estatísticos para diversos órgãos da saúde. Para fazer essa análise de dados, tínhamos que manusear diversos bancos de dados e, para isso, usávamos algumas linguagens de programação, como o SPSS<sup>2</sup> e o R<sup>3</sup>.

Participar desse projeto de iniciação científica me proporcionou uma vivência prática na área de Estatística, onde pude compreender melhor como funciona a análise de dados, bem como me familiarizar com o manuseio de dados reais. Além

---

<sup>1</sup> Nesta abertura do capítulo, a escrita é feita em primeira pessoa do singular para apresentar as experiências pessoais que contribuíram para a escolha do tema da presente pesquisa.

<sup>2</sup> Linguagem de programação que permite a utilização de dados em diversos formatos para gerar relatórios, gráficos e modelos estatísticos.

<sup>3</sup> Linguagem de programação voltada à manipulação, análise e visualização de dados.

disso, trabalhar em uma empresa da área da saúde acrescentou um significativo aspecto aplicado à minha formação acadêmica, pois pude compreender ainda mais a importância da Estatística na tomada de decisões e no suporte à área da saúde, assim como de outras áreas.

No entanto, no decorrer do curso e da bolsa de Iniciação Científica, percebi que programar não era algo que eu me identificava e nem algo que me realizava profissionalmente, foi então que eu decidi trocar de curso. Apesar de não ter me adaptado ao curso de Estatística, pude ver a importância das linguagens de programação, das tecnologias digitais no geral e as diversas possibilidades que elas oferecem, além de compreender a relevância da estatística na sociedade.

Acredito que o ensino de conceitos estatísticos seja fundamental para as nossas relações e vivências diárias. A pandemia do Covid-19, por exemplo, mostrou-nos na prática essa necessidade do ensino de interpretação e análise de dados e gráficos, uma vez que os jornais e canais de televisão constantemente apresentavam gráficos que mostravam a evolução dos casos de Covid-19, além de diversos outros temas que são abordados com a ajuda da estatística.

Assim, após cursar 5 semestres do curso de Estatística, solicitei transferência interna para o curso de Licenciatura em Matemática durante o semestre de 2020/1, que teve início em agosto de 2020, já no contexto do Ensino Remoto Emergencial<sup>4</sup>. Com isso, no semestre seguinte, o 2020/2, iniciado em janeiro de 2021, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática. Paralelamente, durante mais de dois anos, especificamente de março de 2021 a abril de 2023, tive a oportunidade de fazer parte de alguns programas de extensão do Colégio de Aplicação da UFRGS.

Em 2021, por meio do projeto de extensão intitulado “Simplificando o Ensino Remoto: Tutoriais e Ferramentas como Possibilidade de Qualificação do Trabalho Docente”, desenvolvemos alguns materiais e vídeos para os estudantes de 6º e 7º ano do Colégio de Aplicação/UFRGS. Esses materiais e vídeos foram produzidos com auxílio de recursos tecnológicos, para que os professores do colégio usassem nas aulas síncronas<sup>5</sup> de matemática.

Além disso, como no período do Ensino Remoto Emergencial foi preciso trabalhar à distância com os estudantes, a necessidade da criação de um canal de

---

<sup>4</sup> Medida de caráter temporário, criada com o propósito de dar continuidade à educação ao longo do período da pandemia de COVID-19.

<sup>5</sup> Encontro virtual em tempo real.

comunicação mais efetiva entre alunos e professores foi evidenciada. Com isso, por meio do projeto de extensão intitulado “Ipi - Matemática Em Delivery - 2021”, foi criado um Canal do Youtube<sup>6</sup> chamado “IPI - Matemática em Delivery”, no qual são desenvolvidos e publicados vídeos que abordam diversos conceitos de matemática, como Progressão Aritmética e Geométrica, Geometria Plana e Espacial, Divisão e Multiplicação de números inteiros, Conjuntos, Análise Combinatória, Operações com Frações, Funções, Trigonometria, entre outros conceitos.

Para a criação desses vídeos, utilizamos diversos recursos tecnológicos, tanto para a edição dos vídeos, quanto para tornar a explicação dos conceitos matemáticos mais clara. Com isso, em alguns vídeos é utilizado o Canva<sup>7</sup>, a mesa digitalizadora<sup>8</sup>, o GeoGebra, os materiais didáticos disponíveis no GeoGebra, entre outros recursos.

Tanto o curso de licenciatura quanto os programas de extensão me proporcionaram - e me proporcionam - diversas experiências que enriquecem minha formação como professora e como estudante. Além disso, essas vivências me auxiliam no desenvolvimento de tarefas matemáticas, como jogos, vídeos, oficinas, atividades usando o GeoGebra, entre outras. Tais acontecimentos foram essenciais para minha motivação em investigar as potencialidades das tecnologias digitais, em específico dos materiais didáticos disponíveis no GeoGebra, para o ensino de estatística.

Assim, a presente pesquisa tem como um dos objetivos investigar mais sobre o uso dos materiais didáticos do GeoGebra para a interpretação e análise de dados e de gráficos estatísticos, já que vislumbrei as potencialidades desse software e desses materiais ao usá-los em diversos contextos, como nos projetos de extensão citados acima, em diversas disciplinas ao longo da graduação, em oficinas e aulas ministradas nas disciplinas de Estágio de Docência em Educação Matemática e no colégio onde faço o meu estágio não-obrigatório, colégio este que foi onde fiz a prática da presente pesquisa.

Conforme Botas e Moreira (2013, p.254), “uma das formas de promover diferentes experiências de aprendizagem matemática enriquecedoras é através do uso de materiais didáticos, os quais assumem um papel ainda mais determinante

---

<sup>6</sup> Plataforma de compartilhamento de vídeos. Disponível em: <https://www.youtube.com/>

<sup>7</sup> Ferramenta que possibilita a criação de diversos designs. Disponível em: <https://www.canva.com/>

<sup>8</sup> Acessório digital no qual pode-se desenhar e escrever com o auxílio de uma caneta. Esses desenhos e escritas são projetados no computador.

por força da característica abstrata da matemática”. Nesse sentido, os materiais didáticos são recursos que podem tornar conceitos matemáticos mais tangíveis e interessantes para os alunos, permitindo-lhes explorar de forma didática e interativa esses conteúdos. Além disso, os materiais didáticos podem ajudar a cultivar a criatividade, o pensamento crítico e a visualização do que está acontecendo.

Com relação à Estatística, ela desempenha um papel fundamental na tomada de decisões em diversas áreas do conhecimento, exercendo um papel essencial na sociedade ao nos ajudar a compreender e descrever processos da vida real. Nogueira, Santos e Porciúncula (2018) destacam que é crucial que os indivíduos, que estão sempre cercados de informações que contém dados estatísticos, sejam capazes de não somente ler, mas também de compreender, interpretar e analisar esses dados. Por isso, a educação estatística se faz tão necessária na sociedade, uma vez que ela “pode contribuir com a formação integral dos estudantes, vislumbrando que eles aprendam a trabalhar com problemáticas reais e tenham subsídios para: lerem, entenderem, analisarem, interpretarem as informações e/ou dados estatísticos.” (Fernandes, 2020, p.16).

As tecnologias digitais podem auxiliar nesse processo de desenvolvimento da interpretação e análise dos gráficos. Chance *et al.* (2007) salientam que a tecnologia expandiu as maneiras de visualização de dados, disponibilizando novas maneiras de auxiliar os estudantes a explorar e analisar dados, permitindo que eles se concentrem na interpretação e compreensão dos resultados, e não na mecânica computacional. Dessa forma, torna-se indispensável o ensino da Estatística, para que os indivíduos possam compreender e analisar dados e gráficos estatísticos, visto que eles estão sempre presentes no nosso cotidiano.

Considerando todos esses aspectos, essa pesquisa tem como objetivo principal analisar potencialidades de uma prática desenvolvida no 6º ano do Ensino Fundamental envolvendo o uso das Tecnologias Digitais, especialmente de materiais didáticos disponíveis no software GeoGebra, no que diz respeito à interpretação e análise de dados e de gráficos estatísticos.

Como objetivos específicos desse trabalho, temos:

- Compreender as potencialidades do uso de tecnologias digitais para o aprendizado dessas habilidades estatísticas;
- Analisar o modo como os estudantes interagem com os materiais didáticos do GeoGebra e, assim, investigar de que maneiras os

materiais didáticos e suas características influenciam nesse processo de aprendizagem;

- Identificar outros conceitos mobilizados por estudantes no desenvolvimento da proposta;
- Refletir a respeito do papel do professor na utilização dos Materiais Didáticos e das Tecnologias Digitais;
- Explorar aspectos a serem repensados da prática.

Esses objetivos visam fornecer uma visão aprofundada sobre o papel das tecnologias digitais, especialmente dos materiais didáticos disponíveis no GeoGebra, no ensino de estatística, bem como compreender o impacto desses materiais e as diferentes formas de interação dos estudantes com esses recursos.

Para isso, foi estabelecida, para a presente pesquisa, uma pergunta diretriz. Borba e Araújo (2020, p.33) ressaltam que “um dos momentos cruciais no desenvolvimento de uma pesquisa é o estabelecimento de sua pergunta diretriz. É ela que, como o próprio nome sugere, irá dirigir o desenrolar de todo o processo”. Desse modo, a presente pesquisa tem como objetivo responder a pergunta norteadora: “Quais potencialidades de uma prática envolvendo a interpretação e análise de Dados e de Gráficos Estatísticos com o uso de materiais didáticos do GeoGebra?”. A partir dessa pergunta, buscamos analisar as potencialidades das tarefas realizadas durante essa pesquisa com os estudantes do 6º ano de um colégio particular de Porto Alegre. Além disso, pretendemos explorar aspectos a serem repensados na prática, bem como identificar possíveis melhorias e aspectos que eu, como professora, mudaria para futuras aplicações dessa prática.

O presente trabalho está estruturado em cinco seções, incluindo esta, a Introdução. Nas seções subsequentes, serão apresentados o Referencial Teórico, a Metodologia, a Análise dos Dados e as Considerações Finais da pesquisa. O Referencial Teórico deste estudo se baseia em 3 pilares fundamentais que sustentam o trabalho: Tecnologias Digitais na Educação Matemática, os Materiais Didáticos e o GeoGebra, e a Educação Estatística, além de apresentar os Trabalhos Correlatos.

Em seguida, descrevemos detalhadamente a Metodologia utilizada neste trabalho, justificando cada escolha feita para desenvolver este estudo. Além disso,

apresentamos o contexto do colégio em que foram realizadas as atividades para a presente pesquisa, explicamos os materiais didáticos do GeoGebra escolhidos para a prática, detalhamos cada uma das etapas da prática feita com os participantes da pesquisa, que são estudantes de 6º ano do Ensino Fundamental de um colégio particular situado na cidade de Porto Alegre, RS, e abordamos a forma como foi feita a produção de dados.

Com a metodologia apresentada, são analisados e apresentados os dados coletados durante a prática, com trechos de falas dos estudantes, escritas feitas por eles e excertos de gravações das apresentações realizadas pelos participantes da prática, bem como demais considerações. Por fim, traço algumas considerações finais sobre o que foi feito, a fim de apontar possíveis caminhos para práticas futuras, bem como reflexões que surgiram com a prática.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresentamos os aspectos teóricos que dão suporte a essa pesquisa. O capítulo é dividido em quatro seções. A primeira seção, intitulada “Tecnologias Digitais na Educação Matemática”, explora as potencialidades das tecnologias digitais como recurso para o aprendizado do estudante. Na segunda seção, denominada “Os Materiais Didáticos e o GeoGebra”, destacamos as contribuições dos materiais didáticos para o processo de aprendizagem, bem como a importância de trabalhar com eles em sala de aula. Além disso, exploramos o software GeoGebra e a sua vasta coleção de materiais didáticos.

A terceira seção é dedicada à “Educação Estatística”, na qual abordamos a importância do ensino de estatística no âmbito do Ensino Regular, bem como o papel fundamental dos dados e gráficos estatísticos na sociedade e na formação cidadã. Por fim, a última seção abrange os “Trabalhos Correlatos”, na qual realizamos um levantamento bibliográfico no repositório Lume da UFRGS<sup>9</sup>, no Portal CAPES<sup>10</sup> e no Google Acadêmico<sup>11</sup>, buscando por palavras chaves que se relacionam com os temas centrais da nossa pesquisa. Com isso, nos trabalhos correlatos, apresentamos um breve resumo de cada um dos trabalhos encontrados e destacamos o que o presente trabalho se aproxima e se diferencia dessas outras pesquisas.

### 2.1 Tecnologias Digitais na Educação Matemática

Com o passar do tempo, surgiram diferentes formas de empregar as tecnologias digitais como recursos que auxiliam na construção do conhecimento. Borba, Silva e Gadanidis (2014, p.21) destacam que “a forma acelerada com que inovações tecnológicas vêm tomando corpo é, atualmente, uma característica marcante da nossa sociedade.” Nesse sentido, cada vez mais o uso das tecnologias digitais tem sido abordado em diversos âmbitos da sociedade e, conseqüentemente, o seu uso em sala de aula é um tema cada vez mais explorado em pesquisas na área da Educação Matemática. Cada vez mais professores se preocupam com essa inserção no ambiente escolar (MALTEMPI, 2008). Dessa forma, consideramos que

---

<sup>9</sup> Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/>

<sup>10</sup> Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

<sup>11</sup> Disponível em: <https://scholar.google.com.br/?hl=pt>

torna-se fundamental que nós, professores, entendamos como a tecnologia está intrinsecamente ligada ao processo de aprendizagem dos estudantes e de que forma ela pode contribuir positivamente nas nossas práticas docentes.

O emprego das tecnologias digitais no ensino de matemática possibilita o desenvolvimento de formas qualitativamente diferentes de aprendizagem, abrindo caminhos para o surgimento de novas formas de conhecimento. Segundo Souza e Souza (2010), as tecnologias digitais podem incentivar a aprendizagem dos alunos, pois estimulam, nos estudantes, o interesse pelo conteúdo apresentado, bem como a dedicação em aprender algo novo. Deste modo, as tecnologias digitais tornam-se aliadas no ensino, e podem proporcionar aos estudantes uma nova visão sobre determinados conceitos da matemática.

Nesse contexto, com o contínuo avanço da sociedade e as novas criações, surgiram diferentes formas de utilizar as tecnologias como recursos que auxiliam na construção do conhecimento, o que vai ao encontro do que cita a autora Kerkhoff (2021, p.21):

A utilização dessas ferramentas no ensino permite que os estudantes utilizem um instrumento já conhecido por eles, porém com um novo objetivo: a aprendizagem. [...] Assim, é possível trazer para dentro da sala de aula experiências e vivências dos alunos que gerem aprendizagens, de modo que, “ela (as ferramentas tecnológicas) aproxima a escola do universo do estudante, principalmente para aqueles que apresentam dificuldades em alguns conteúdos matemáticos.” (Viana; Correia; Martins, 2021).

Com isso, é importante destacar que a tecnologia pode ser uma aliada no processo de aprendizagem, uma vez que, no atual cenário, recursos tecnológicos fazem parte do cotidiano de muitos estudantes. Assim, pensar em maneiras de incorporar as tecnologias digitais em sala de aula é uma forma de valorizar o conhecimento do estudante. Além disso, ao aproximarmos a escola do universo dos alunos, ampliamos as oportunidades de exploração e compreensão dos conceitos matemáticos, aliando-os a potencialidades para aprender matemática.

Entretanto, também é fundamental pensar em quem não tem acesso à informática e às tecnologias. A respeito desse assunto, Borba e Penteado (2019, p.16) destacam que:

O acesso à informática deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares o estudante deve poder usufruir de uma educação que no momento atual inclua, no mínimo, uma “alfabetização tecnológica”. Tal alfabetização deve ser vista não como um Curso de Informática, mas, sim, como um aprender a ler essa nova mídia. Assim,

o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais, etc. E, nesse sentido, a informática na escola passa a ser parte da resposta a questões ligadas à cidadania.

Diante disso, é importante refletir sobre quem não tem acesso a computadores e outros recursos tecnológicos fora da escola, e pode fazer uso desse recurso no colégio, sendo isso fundamental na promoção da cidadania. Assim,

o acesso à informática na educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte de um projeto coletivo que prevê a democratização de acessos a tecnologias desenvolvidas por essa mesma sociedade. É dessas duas formas que a informática na educação deve ser justificada: alfabetização tecnológica e direito ao acesso. (Borba; Penteado, 2019, p. 17).

Com isso, é fundamental refletir sobre o acesso à tecnologia e como nós, professores, podemos inserir os recursos tecnológicos no cotidiano do estudante, visando a democratização desses acessos e a alfabetização tecnológica. Isso pode contribuir para preparar os estudantes para enfrentar os desafios tecnológicos do mundo atual e promover uma sociedade mais inclusiva. Assim, alinhar a perspectiva tecnológica e trazê-la para a sala de aula como um potente recurso pode auxiliar no aprendizado dos estudantes como um todo, tanto dentro da sala de aula quanto na sociedade.

Em relação às Tecnologias Digitais quando comparadas a outras mídias, Kapczynski (2023, p.14) destaca que:

[...] as Tecnologias Digitais abrem possibilidades qualitativamente diferentes das oferecidas por outras mídias: pesquisas na internet, softwares de geometria dinâmica, cálculos automatizados, entre outras. [...] Ou seja, pensar em propostas que considerem o uso de Tecnologias Digitais adequadamente para a aprendizagem matemática implica aproveitar potencialidades dessas mídias que não estão presentes em outras.

Com isso, temos que tecnologias digitais podem oferecer possibilidades únicas, quando comparadas às possibilidades apresentadas por outras mídias. É, portanto, importante pensar em propostas educacionais que utilizem as Tecnologias Digitais de forma a aproveitar o potencial singular dessas mídias.

É importante destacar que essa discussão não tem a intenção de atribuir superioridade às tecnologias digitais quando comparadas com outras mídias ou tendências de ensino, e sim ressaltar as possibilidades que surgem ao utilizar

diferentes tecnologias. Borba e Penteado (2002) refletem a respeito de quando a informática começou a ser inserida em sala de aula e muitos educadores se viam preocupados a respeito do fim da profissão docente e da “desumanização” do aluno. Por outro lado, aqueles que eram favoráveis, acreditavam que as tecnologias eram a saída para os problemas relacionados à aprendizagem dos estudantes. Contudo,

ambos os lados pareciam ignorar uma análise das histórias das mídias, que sugere muito menos um aniquilamento de uma mídia por outra, e sim a sua incorporação a um rol de tecnologias e a transformação das mídias existentes. Essa ideia pode ser exemplificada pelo surgimento da escrita numa sociedade em que a comunicação se dava por meio oral. É claro que tal surgimento fez com que algumas práticas fossem descartadas, mas a oralidade não deixou de existir por conta da escrita. Nem coube à escrita a solução dos problemas da humanidade. (Borba; Penteado, 2002, p.240).

Diante disso, o uso das tecnologias digitais no ambiente educacional não entra como substituta de outras mídias, tornando-as obsoletas, mas sim como mídia que amplia e diversifica as possibilidades de entendimento dos estudantes. Sendo assim, tem-se a importância de explorar e integrar adequadamente as diferentes mídias, materiais, recursos e abordagens de ensino, a fim de potencializar o processo de aprendizagem de maneira abrangente.

Por exemplo, Fernandes (2014), salienta que as tecnologias digitais não devem substituir a explicação do professor para o entendimento dos conceitos. Além disso, Kapczynski (2023) destaca que o uso de lápis e papel viabiliza o registro de informações e a aplicação de algoritmos que se tornam inviáveis quando dispomos apenas da comunicação oral. Também, é importante considerar a importância do uso de diversos materiais concretos, como o tangram, geoplano, ábaco, pentaminós, régua e compasso, jogos de tabuleiro e diversos outros recursos, que também permitem estabelecer conexões e compreender determinados conceitos.

Borba, Silva e Gadanidis (2014) apresentam uma perspectiva estruturada em quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática. A primeira fase é caracterizada pelos autores pelo uso do software LOGO, que permite criar comandos, no qual cada comando determina um procedimento a ser seguido. A segunda fase, cujo início se dá na primeira metade dos anos 1990, está relacionada à acessibilidade e popularização do uso de computadores pessoais e aos diversos softwares educacionais que foram produzidos nessa época.

A terceira fase teve início por volta de 1999 com o advento da internet. No que se refere à educação, a internet começou a ser usada “como fonte de informações e como meio de comunicação entre professores e estudantes e para a realização de cursos a distância para a formação continuada de professores via e-mails, chats e fóruns de discussões” (Borba; Silva; Gadanidis, 2014, p. 36). Assim, nessa fase a internet passou a ser uma aliada para obter informações mais rapidamente, além de facilitar interações a distância.

Por fim, a quarta fase tem início a partir de 2004 com o advento da internet rápida. Nessa fase, tornou-se comum o uso do termo “tecnologias digitais”, e é caracterizada por diversos elementos, entre eles o GeoGebra, a Multimodalidade, o uso de vídeos da internet, as Tecnologias móveis e portáteis, as redes sociais, dentre tantos outros. É importante destacar que muitas tecnologias que surgiram em fases anteriores continuam sendo utilizadas na quarta fase, o que demonstra uma integração contínua entre as diferentes fases.

Borba, Silva e Gadanidis (2014, p.41) afirmam que a quarta fase é um “cenário exploratório, fértil ao desenvolvimento de investigações e à realização de pesquisas”. Dessa forma, essa fase é caracterizada pela diversidade das tecnologias digitais, e a integração de recursos, como o GeoGebra, abrem novos horizontes para os pesquisadores e educadores. Tendo isso em mente, trago alguns apontamentos sobre o GeoGebra e os materiais didáticos disponíveis nesse software na seção seguinte:

## **2.2 Os Materiais Didáticos e o GeoGebra**

Nesta seção, vamos refletir sobre o potencial pedagógico dos materiais didáticos e do GeoGebra. O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e de código aberto<sup>12</sup>, desenvolvido em 2001 pelo matemático Markus Hohenwarter. Esse software representa um recurso tecnológico versátil, que possui uma interface intuitiva e com diversos recursos, como retas, segmentos de retas, régua e compasso, circunferências, gráficos de funções, entre outros.

A partir desses recursos do GeoGebra, podemos trabalhar diversos conceitos em sala de aula de maneira dinâmica e manipulável, o que enfatiza a importância de

---

<sup>12</sup> Código que está disponível para uso de qualquer usuário, além de que a comunidade pode sempre contribuir com novos materiais didáticos e recursos.

entendermos como as tecnologias digitais podem potencializar a aprendizagem do estudante no que diz respeito à compreensão e análise de dados e de gráficos estatísticos.

Conforme Gravina (2021), os ambientes de geometria dinâmica, como o GeoGebra, incentivam a investigação matemática, visto que disponibiliza elementos de pensamento, como a sua interface interativa. Gravina (2021, p.104) salienta que “manipulando diretamente os objetos na tela do computador, e com realimentação imediata, os alunos questionam o resultado de suas ações/operações, conjecturam e testam a validade das conjecturas.” Com isso, temos que o software é um recurso que possibilita o aluno a observar, testar as hipóteses e estratégias, além de refletir e questionar o resultado dessas ações.

Ao longo desses anos, o GeoGebra tem se popularizado ao redor do mundo como uma Tecnologia Digital na Educação Matemática. Borba, Silva e Gadanidis (2014) destacam que o GeoGebra, além de possuir recursos para a construção de figuras geométricas, gráficos de funções, tabelas, entre outros elementos, também disponibiliza acesso a uma ampla variedade de materiais didáticos<sup>13</sup>, como os utilizados nesta pesquisa, que também estão disponíveis gratuitamente em seu site.

Lorenzato (2006, p.18) define material didático como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem”. Em uma linha similar, Pereira, Mota e Scortegagna (2020, p.193) enriquecem essa concepção ao destacarem a importância de materiais didáticos, aplicativos, entre outros recursos, ao afirmarem que, com a inserção das Tecnologias Digitais no âmbito educacional,

nota-se uma forte demanda na produção de recursos facilitadores do processo educacional, ou seja, produtos educacionais elaborados por meio de tecnologias digitais com o objetivo de contribuir no processo de ensino e aprendizagem, que vão desde materiais didáticos simples até as plataformas de ensino gamificadas, aplicativos, entre outros, todos repletos de ideias e inovações a fim de contribuir com a aprendizagem dos alunos.

As autoras escrevem acerca da crescente demanda pela produção de recursos que contribuem para o processo de aprendizagem, impulsionada pelo avanço das tecnologias digitais, com o objetivo de enriquecer o aprendizado e proporcionar um ambiente de ensino mais dinâmico e adaptado às necessidades dos estudantes.

---

<sup>13</sup> Disponível em: <<https://www.geogebra.org/materials>>.

Nesse contexto, Dalmolin *et al.* (2016) afirmam que o uso de materiais didáticos e tecnologias no ambiente escolar, na maioria das vezes, cativa a atenção do estudante para o conceito a ser apresentado, resultando em uma maior possibilidade de entendimento e assimilação por parte dos alunos. Dessa forma, ao envolver os estudantes de forma mais interativa e visual, o processo muda qualitativamente.

Borba, Silva e Gadanidis (2014, p.57) enfatizam a importância da visualização ao afirmarem que:

A visualização envolve um esquema mental que representa a informação visual ou espacial. É um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matemáticos para que possamos pensar matematicamente. Ela oferece meios para que conexões entre representações possam acontecer. Assim, a visualização é protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem matemática.

Nesse sentido, a visualização desempenha um papel crucial na forma como compreendemos e pensamos matematicamente. Por meio da visualização, podemos representar objetos matemáticos de forma mais concreta, tornando mais acessíveis conceitos que antes poderiam parecer tão abstratos. Portanto, a utilização adequada de recursos didáticos e tecnológicos, como os materiais didáticos, pode ser um recurso para auxiliar no processo de aprendizagem.

Fernandes (2014) destaca as contribuições que os materiais didáticos podem trazer para a aprendizagem da matemática ao afirmar que eles podem proporcionar uma melhor compreensão dos conceitos abordados em sala de aula, de forma a estabelecer uma relação entre a teoria e a prática, transformando essa relação em um complemento para o processo de aprendizagem. A autora também enfatiza que a “manipulação de materiais adequados ao tópico matemático a desenvolver, despertam em geral um grande interesse nos alunos.” (Fernandes, 2014, p.1)

Assim, o uso de materiais didáticos adequados pode ajudar a estabelecer uma conexão entre a teoria e a prática, tornando a aprendizagem mais concreta e significativa para os alunos. Além disso, conforme Fernandes (2014), a manipulação de materiais no ambiente escolar oferece aos estudantes diversas possibilidades para abordar e resolver tarefas, o que pode contribuir para promover uma compreensão mais profunda de conceitos matemáticos.

Sendo assim, os materiais didáticos proporcionam aos estudantes uma gama de possibilidades para resolver atividades, o que permite que eles desenvolvam habilidades práticas, como visualizar e interagir de forma mais concreta com os conceitos matemáticos. Além disso, a manipulação desses recursos específicos no processo de aprendizagem de matemática tende a despertar um maior interesse e engajamento dos estudantes, contribuindo para um processo de aprendizagem mais prazeroso. Assim, é importante que nós, professores, usemos os materiais didáticos a nosso favor, uma vez que, com ele, é possível despertar a curiosidade dos estudantes e incentivá-los a se envolverem ativamente nas tarefas.

Nesse contexto, o GeoGebra se destaca por oferecer uma vasta coleção desses materiais didáticos, que podem ser criados, compartilhados e utilizados por educadores de todo o mundo. Os materiais didáticos do GeoGebra incluem simulações, exercícios interativos, aulas, tutoriais e jogos a respeito de variados tópicos matemáticos, como Aritmética, Trigonometria, Probabilidade, Estatística, Funções, Geometria, entre outros, como podemos observar nas Figuras 1 e 2.

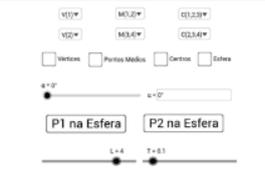
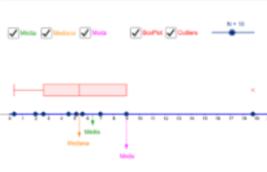
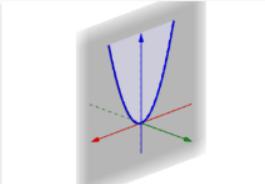
Figura 1 - Print da tela inicial dos materiais didáticos do GeoGebra

## Materiais Didáticos

Encontre mais de 1 milhão de atividades gratuitas, simulações, exercícios, aulas e jogos para matemática e ciência!

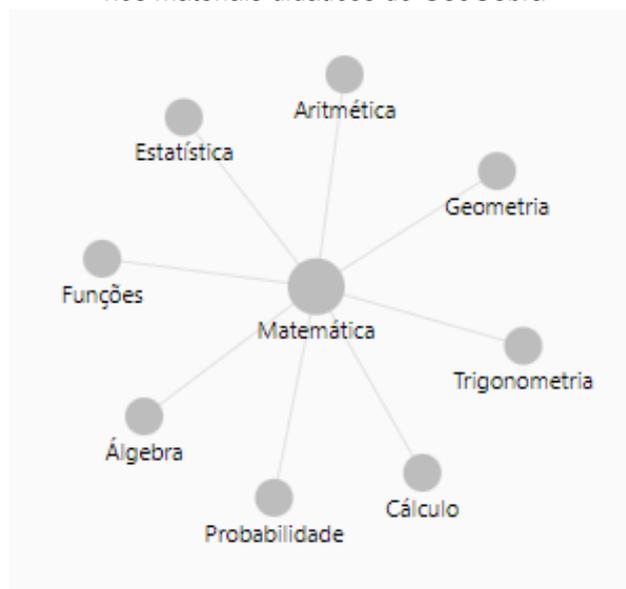
Materiais em Destaque

[EXIBIR TODOS](#)

 <p><b>CONGRESO INTERNACIONAL DE GEOGEBRA</b> Córdoba, 9 al 12 de noviembre de 2023</p> <p>ATIVIDADE <b>Congreso Internacional GeoGebra</b> Agustín Carrillo de Alborn... ⋮</p>	 <p>LIVRO <b>Simetrias de Rotação dos Sólidos Platônicos</b> Humberto José Bortolossi ⋮</p>	 <p>ATIVIDADE <b>Medidas de Posição e BoxPlot</b> Humberto José Bortolossi ⋮</p>	 <p>ATIVIDADE <b>Paraboloide fatiado por planos</b> Ricardo Misturini ⋮</p>
--	--	--	--

Fonte: <https://www.geogebra.org/materials>;

Figura 2 - Print das variadas áreas da matemática que estão presentes nos materiais didáticos do GeoGebra



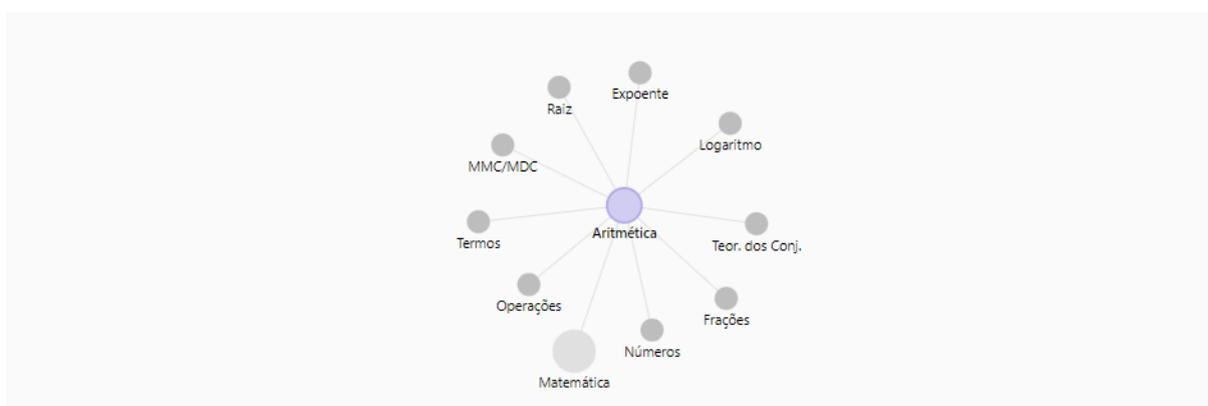
Fonte: <https://www.geogebra.org/materials>;

Essa variedade de recursos torna o GeoGebra um recurso valioso para aprimorar o ensino de matemática, proporcionando aos estudantes novas possibilidades de exploração e compreensão dos conceitos matemáticos. Além disso, ao clicar em qualquer um dos tópicos presentes na Figura 2, abrem diversos conceitos matemáticos relacionados àquelas categorias, como podemos observar nas Figuras 3 e 4.

Figura 3 - Print dos variados conceitos relacionados à Aritmética que estão presentes nos materiais didáticos do GeoGebra

## Aritmética

Tópico Raiz: [Matemática](#)

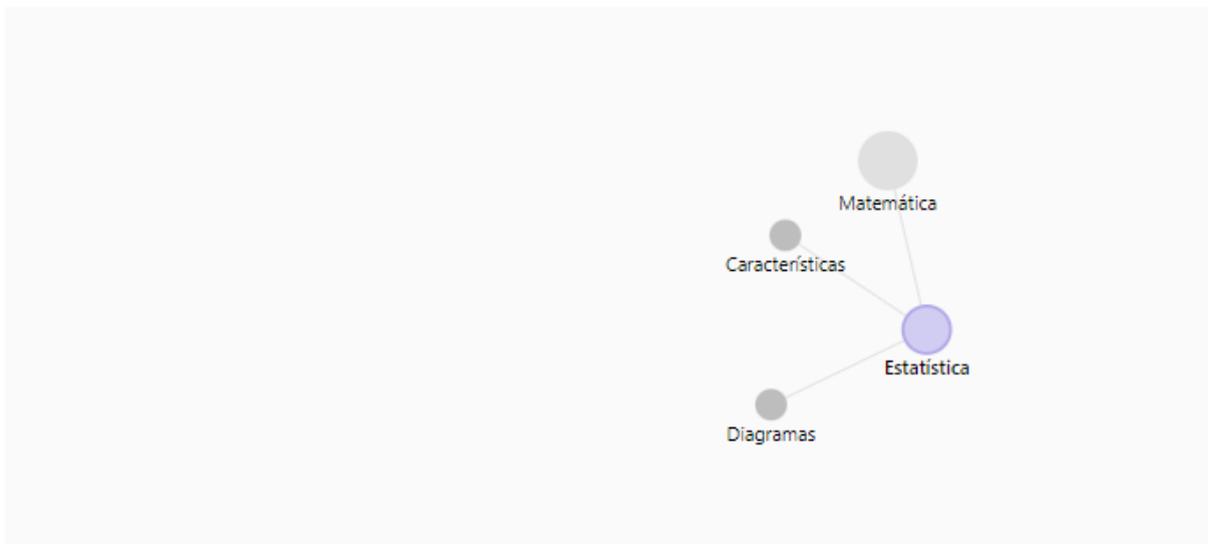


Fonte: <https://www.geogebra.org/t/arithmetic>;

Figura 4 - Print dos variados conceitos relacionados à Estatística que estão presentes nos materiais didáticos do GeoGebra

## Estatística

Tópico Raiz: [Matemática](#)



Fonte: <https://www.geogebra.org/t/statistics>;

Sendo assim, o GeoGebra pode ser considerado um software diferencial no que diz respeito aos materiais didáticos, por proporcionar uma ampla variedade deles, envolvendo diversas áreas da matemática. Além disso, o GeoGebra se destaca por ser um software gratuito, além de permitir que pesquisadores e educadores contribuam com seus próprios materiais didáticos, tornando-os acessíveis para todos. Esse aspecto desempenha um papel fundamental na democratização do acesso a esses recursos, para que eles sejam cada vez mais explorados e usados.

Com relação aos cuidados que o professor precisa ter antes e durante o uso dos materiais didáticos em sala de aula, Rêgo e Rêgo (2006, p.54), destacam alguns:

- I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;

V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo;

Esses cuidados ressaltam a importância de uma abordagem voltada para o estudante. Ao adotar esses princípios, os educadores podem criar um ambiente propício para o desenvolvimento cognitivo, criativo e social dos alunos.

Por fim, é importante ressaltar que os materiais didáticos, mesmo que desempenhem um papel importante como instrumentos potencializadores da aprendizagem, eles, por si só, não garantem o domínio dos conceitos. Lorenzato (2006, p.19) traz algumas considerações relacionadas a isso ao afirmar que:

Por melhor que seja, o MD (material didático) nunca ultrapassa a categoria do meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno, e, como tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor.

Com isso, o material didático não pode ser visto como uma solução total para o processo de aprendizagem. Conforme ressaltado por Fernandes (2014, p.35), os materiais didáticos matemáticos “servem de instrumento condutor à aprendizagem, mas não um fim para alcançar o conhecimento”. Portanto, os materiais didáticos podem contribuir para a construção do conhecimento, mas é o processo de aprendizagem, o engajamento dos alunos e do professor e a interação com o conteúdo que realmente conduzem ao desenvolvimento de competências.

### **2.3 Educação Estatística**

A estatística é uma ciência que auxilia na tomada de decisão, e seu uso é de grande importância em diversas áreas do conhecimento, como geologia, química, física, medicina, psicologia, entre outras. Além disso, como destacado por Fujii e Silveira (2006, p.247), a estatística “é utilizada em vários contextos: pesquisas eleitorais, estudos financeiros, índices de desemprego, controle de qualidade, entre outros”. Dessa forma, a estatística é fundamental para a sociedade, uma vez que ela possibilita a interpretação e análise de dados, fornecendo informações valiosas que auxiliam na tomada de decisões.

A estatística vem sendo cada vez mais difundida, visto que é a ciência que compreende a coleta, a organização, a análise e a interpretação de dados. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017, p. 274) afirma que “todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas”.

Nesse sentido, é fundamental sabermos não somente ler, mas também interpretar e analisar dados e gráficos estatísticos, para assim tomar decisões. Nesse âmbito, tem-se a importância do letramento estatístico. Barros, Monteiro e Lima (2021, p.279) definem o letramento estatístico como:

a possibilidade de ler e interpretar as informações, o que aliado aos conhecimentos estatísticos e aos conhecimentos matemáticos favorece aos(às) cidadão(ãs) lerem, compreenderem e criticarem os dados para analisar as intenções dos produtores da informação.

Dessa forma, é possível estabelecer uma conexão direta entre a competência de analisar, questionar e discutir as informações apresentadas com a formação da criticidade do cidadão. Isso enfatiza a importância não apenas de adquirir informações, mas também de capacitar-se para avaliá-las e discutir ou comunicar as suas opiniões e seus entendimentos.

Segundo Gal (2004), o letramento estatístico também se faz essencial para quando as pessoas encontrarem informações e dados estatísticos em anúncios, revistas, livros e mídias, elas “possam entender como os conceitos estatísticos estão sendo abordados, já que, muitas vezes, a leitura crítica dessas informações pode levar à tomada de decisões e à detecção de possíveis falácias”. (apud Barros, Monteiro, Lima, 2021, p. 279).

Com isso, podemos afirmar a respeito da importância da educação estatística para a formação de um cidadão crítico, que argumenta e analisa as informações recebidas, além de auxiliar na argumentação embasada em dados e evidências. Lopes (2021, p. 61) enfatiza a importância da Educação Estatística ser abordada na Educação Básica como “uma ciência de análise de dados que favorece o desenvolvimento de uma criticidade originada de uma argumentação que se sustenta em evidências propiciadas pelo letramento estatístico, o qual se interliga diretamente ao pensamento crítico”.

Assim, tem-se a educação estatística como uma grande aliada para o desenvolvimento da habilidade argumentativa e crítica dos estudantes, alinhada ao desenvolvimento do letramento estatístico e pensamento crítico. Lopes (2021, p.78) também salienta que:

O letramento estatístico viabiliza o desenvolvimento do pensamento estatístico, o qual amplia as possibilidades de um indivíduo desenvolver habilidades do pensamento crítico. O pensamento estatístico e o pensamento crítico são essenciais para o exercício de uma cidadania responsável nas sociedades democráticas.

Com relação ao pensamento estatístico, Lacerda (2019, p.15) afirma que:

O desenvolvimento do pensamento estatístico permite o entendimento sobre as motivações que conduzem uma investigação estatística. Esta habilidade de pensar estatisticamente permite avaliar a utilização de um modelo estatístico de maneira apropriada, tais como resumos numéricos e representações gráficas. [...] Também inclui a capacidade de entender e utilizar o contexto do problema numa investigação, tirar conclusões e ser capaz de criticar e avaliar os resultados obtidos.

Dessa forma, Lacerda salienta que o desenvolvimento do pensamento estatístico também mostra-se essencial para entender o contexto de determinada situação e conseguir avaliar de forma crítica os resultados e as representações estatísticas, como gráficos e resumos numéricos.

Pereira, Mota e Scortegagna (2020) também destacam a respeito da importância da estatística para a formação cidadã. As autoras afirmam que, ao exercer sua cidadania, é essencial que o estudante entenda informações e notícias que apresentam dados visualmente por meio de gráficos e tabelas, como dados de expansão exponencial de doenças, crescimento populacional, índices de financiamentos, pesquisas eleitorais, entre outras tantas informações que são compartilhadas diariamente em diversos meios.

Assim, interpretar e analisar os dados e gráficos é extremamente importante, sendo este inclusive um fator fundamental para a atuação do indivíduo na sociedade, uma vez que a interpretação de dados e gráficos estatísticos facilita o entendimento do mundo e, por consequência, a tomada de decisões. Selva (2009, p.104) destaca que os gráficos "têm sido cada vez mais utilizados pela mídia, veiculando notícias sobre política, economia, ciência, ou seja, assuntos diversos que permitem a compreensão do mundo por parte das pessoas".

Nesse sentido, compreender o mundo à sua volta faz parte da formação cidadã do estudante - e de todo(a)s - e a estatística desempenha um papel essencial nesse processo. Com isso, é muito importante que o estudante consiga compreender informações, dados e notícias expressas em gráficos e tabelas, uma vez que estamos sempre cercados de informações e de notícias compartilhadas em diversos meios de comunicação, e sua compreensão é essencial para que os cidadãos possam avaliar criticamente tais informações e participar ativamente da sociedade, evitando a desinformação e a disseminação de fake news. Além disso, tem-se a importância de entender melhor os desafios enfrentados pela sociedade, bem como as políticas públicas que podem ser implementadas para abordá-los.

Em relação a esses aspectos, Barros, Monteiro e Lima (2021, p.280) destacam que:

Promover o letramento estatístico dos educandos é fundamental para que estes sujeitos desenvolvam habilidades de comunicação e diálogo, para a compreensão de diversas questões sociopolíticas, socioculturais e socioeconômicas que possam refletir na tomada de decisões para a vida em sociedade.

Destaca-se, também, que, com o mundo cada vez mais globalizado, no qual temos acesso a milhares de dados e de informações todos os dias, muitas vezes essas informações estão dispostas em tabelas e gráficos. Selva (2009, p.110) destaca a respeito da importância dos gráficos ao afirmar que:

De modo geral, gráficos possibilitam a apresentação da informação numérica em um modo visual e organizam diversas informações em um espaço bidimensional cartesiano. Desta forma, a construção/interpretação de gráficos implica na transformação de informações de um sistema simbólico (por exemplo, linguagem natural, banco de dados) para um outro sistema simbólico (o gráfico). Assim, o gráfico é uma ferramenta que permite a organização e análise de informações complexas de uma forma clara e coerente.

Assim, conseguir interpretar e analisar dados e gráficos estatísticos se torna uma prática de extrema importância. Faz-se fundamental compreendermos o que os gráficos e tabelas estão “nos dizendo”, para que assim possamos analisar esses dados de maneira visual. Segundo Polsky (2019), a visualização é a forma mais fácil para que o nosso cérebro receba e interprete vastas quantidades de informações. Sendo assim, os gráficos, quando utilizados com habilidade, podem evidenciar aspectos visuais dos dados de forma clara.

Com isso, temos a importância de explorar os gráficos no ambiente escolar, uma vez que, quando o estudante consegue interpretar e analisar os gráficos, é mais uma maneira dele compreender sua realidade, uma vez que, conforme destacado por Carvalho (2010, p.42):

É comum jornais, revistas e demais órgãos de comunicação usarem dados estatísticos (gráficos e tabelas) para análise dos fenômenos sociais. Por isso é importante que, desde cedo, os alunos aprendam a “ler os números” e o trabalho com interpretação de imagens é um exercício para que eles aprendam a interpretar gráficos e tabelas.

Diante disso, destaca-se a importância de trabalhar com os gráficos em sala de aula, uma vez que eles são elementos intrínsecos ao nosso cotidiano e desempenham um papel fundamental na transmissão de informações. Essa importância dos gráficos se estende em diversas esferas da sociedade, abrangendo desde a política, economia e assim por diante, até situações mais cotidianas, como panfletos e propagandas de alguma marca ou de algum estabelecimento que está divulgando seus produtos e preços, por exemplo.

## **2.4 Trabalhos Correlatos**

A fim de conhecer o panorama de estudos relacionados à presente pesquisa, realizamos um levantamento bibliográfico no repositório do Lume da UFRGS. Os termos utilizados nas buscas por monografias, dissertações e artigos foram “Educação Estatística”, “Interpretação de gráficos”, “GeoGebra”, “Materiais didáticos” e “Tecnologias digitais”. Dentre os primeiros resultados, encontravam-se dois trabalhos sobre Interpretação e análise de gráficos estatísticos: o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do Eduardo Cavalli Lacerda, cujo título é “Uma sequência didática para o desenvolvimento do pensamento estatístico na compreensão e interpretação de gráficos a alunos da EJA”, e outro TCC, elaborado por Rodrigo Castelo Branco Herzog, intitulado por “Educação estatística : uma proposta de ensino para a educação básica”. Entretanto, tais trabalhos não são descritos neste texto, uma vez que o foco de nossa pesquisa é o uso do GeoGebra e/ou dos materiais didáticos para a interpretação e análise de dados e gráficos estatísticos, recursos que não estavam presentes nos trabalhos citados.

Com isso, decidimos ampliar a nossa busca para outras duas plataformas digitais, o Portal Capes e o Google Acadêmico, utilizando as mesmas

palavras-chave como critério. A partir dessa busca, encontramos a dissertação do mestrado do Rafael Ferreira da Costa Leite, denominado “A utilização de Tecnologia para Estatística no Ensino Médio: uma proposta de aula com o suporte do Google Docs e do GeoGebra” e outra Dissertação de Mestrado escrita pelo Ricardo Fernandes de Souza, intitulada por “Recursos da Tecnologia da Informação e Comunicação no Ensino da Estatística: O GeoGebra”.

Além disso, selecionamos dois artigos: o artigo da Jéssica Carolini da Silva Laurindo, intitulado por “Estatística na educação básica: o estudo de conceitos através do software GeoGebra” e o artigo escrito pelos autores Carlos Alexandre Silva dos Santos e João Feliz Duarte de Moraes, cujo título é “Estatística com projetos: experiências no sétimo ano”.

Assim, segue, no Quadro 1, os trabalhos selecionados, juntamente com os autores e com o ano de publicação de cada um.

Quadro 1 - Trabalhos Correlatos selecionados

<b>Autores</b>	<b>Título do Trabalho</b>	<b>Ano de Publicação</b>
Rafael Ferreira da Costa Leite	A utilização de Tecnologia para Estatística no Ensino Médio: uma proposta de aula com o suporte do Google Docs e do GeoGebra	2017
Ricardo Fernandes de Souza	Recursos da Tecnologia da Informação e Comunicação no Ensino da Estatística: O GeoGebra	2020
Jéssica Carolini da Silva Laurindo	Estatística na educação básica: o estudo de conceitos através do software GeoGebra	2017
Carlos Alexandre Silva dos Santos e João Feliz Duarte de Moraes	Estatística com projetos: experiências no sétimo ano	2021

Fonte: Produção autoral;

Ao analisarmos os trabalhos selecionados, observamos que os trabalhos de Leite (2017), Souza (2020) e Laurindo (2017) abordam o uso do GeoGebra e das tecnologias digitais como potencializadores na Educação Estatística, o que se aproxima da presente pesquisa. Contudo, esses três trabalhos focam

especificamente no ensino dos conceitos de medida de tendência central, variáveis, população, amostra, entre outros e, para isso, usam a planilha de cálculo do GeoGebra.

Sendo assim, a maior diferença identificada entre esses dois trabalhos analisados e a pesquisa que proponho é que esta pesquisa usou os materiais didáticos do GeoGebra como base para realizar a prática, e não a planilha de cálculo do GeoGebra, como usados nesses trabalhos correlatos da presente pesquisa. Além disso, a nossa pesquisa foca na interpretação e análise de dados e gráficos estatísticos, ao passo que os trabalhos selecionados abordam outros conceitos estatísticos, como medidas de tendência central e de dispersão, tipos de variáveis, entre outros.

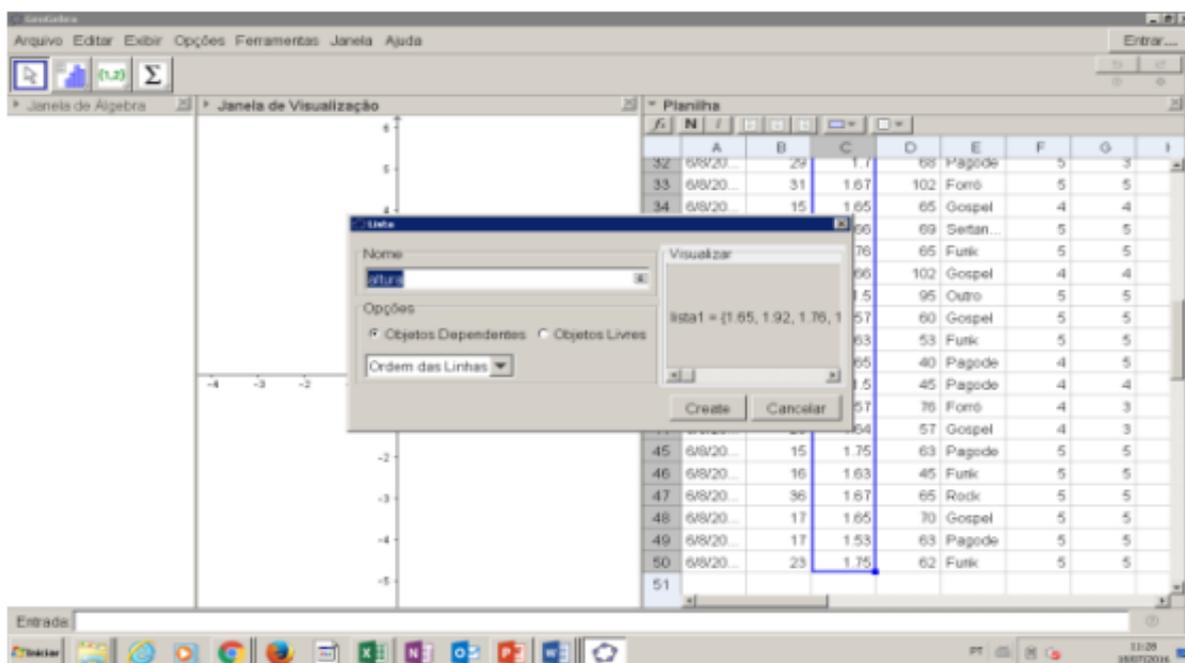
Já com relação ao artigo de Santos e Moraes (2021), os autores investigam as potencialidades da interpretação e análise de gráficos por meio de planilhas eletrônicas. Em nossa pesquisa, em contraste, optamos por empregar materiais didáticos. Com relação às similaridades entre as pesquisas, Santos e Moraes (2021) também realizam coleta e análise de dados com a turma, e destacam a respeito da importância de uma coleta de dados cuidadosa.

Leite (2017) traz alguns apontamentos acerca dos avanços tecnológicos e de pesquisas que usam recursos computacionais para o ensino de estatística. O autor ressalta que em diversos trabalhos são usados softwares como o Excel e o R, e “pouco material com abordagem estatística com relação ao software GeoGebra” (Leite, 2017, p.20). Como mencionado anteriormente, na nossa busca por trabalhos correlatos, também encontramos essa dificuldade em achar trabalhos que fizessem uso do GeoGebra no ensino de estatística, sendo este um dos fatos que diferencia a presente pesquisa de diversos outros trabalhos que tratam a respeito da Educação Estatística.

Em sua dissertação, o principal objetivo de Leite (2017) era apresentar algumas tarefas para trabalhar os conceitos de medida de tendência central e de dispersão e, para isso, utilizou da coleta de dados para dar significado às medidas de tendência central. Para realizar essa coleta de dados, Leite (2017) realizou um formulário no Google Docs com alunos do 3º ano do Ensino Médio, com diversas perguntas que contemplam os diferentes tipos de variáveis, como idade, altura e peso.

Em seguida, ele aborda as medidas de tendência central, e, então, faz uso do GeoGebra para auxiliar na apropriação desses conceitos, como Média, Mediana, Moda, Desvio Padrão e Variância. Utilizando da planilha eletrônica do GeoGebra, o autor cria a lista de dados decorridos do formulário respondido no Google Docs. A partir dessas listas, são obtidas as medidas de tendência central usando o GeoGebra, como podemos observar nas Figuras 1, 2 e 3.

Figura 5 - Criação das listas de dados brutos referentes às variáveis: Altura, Idade e Peso



Fonte: Leite, 2017, p.42



Confesso que eu gostei muito de ler esse trabalho, pois não sabia dessa funcionalidade do GeoGebra, de calcular essas medidas de tendência central, então foi muito enriquecedor descobrir essas outras finalidades. Ao final da prática, o autor concluiu que o uso do GeoGebra potencializou o entendimento das medidas de tendência central, além de promover interações entre aluno-aluno e aluno-professor. Em nossa pesquisa, também ressaltamos as contribuições que as tecnologias digitais podem oferecer e de como elas estão presentes na sociedade. Além disso, também fizemos uso do Geogebra para o ensino de estatística, entretanto, utilizamos dos materiais didáticos desse software e abordamos a interpretação e análise de dados e gráficos estatísticos.

Nesta mesma perspectiva, Souza (2020) realizou uma prática com alunos do 3º ano do Ensino Médio, com o propósito de explorar conceitos de estatística descritiva, como população, amostra, medidas de tendência central, entre outros. A pesquisa com os estudantes ocorreu em 6 encontros, nos quais ele retomou os conceitos de estatística que foram abordados na prática e, em seguida, utilizou o software GeoGebra para exercitar esses conceitos. No GeoGebra, os estudantes utilizaram a planilha de cálculo para elaborar as tabelas de frequências absoluta e relativa e obtiveram as medidas de tendência central e de dispersão. Essa pesquisa de Souza (2020) muito se assemelha a pesquisa realizada por Leite (2017), explicada anteriormente.

Laurindo (2017), assim como Leite (2017), também destaca a respeito dos softwares estatísticos que podem ser usados na educação estatística, entretanto, a autora salienta que alguns desses softwares não são gratuitos, e assim destaca o GeoGebra:

Existem alguns softwares estatísticos que podem ser usados com alunos da educação básica como, por exemplo: o software R, Fathom, TinkerPlots, Inspire Data. No entanto, nem todos são gratuitos e amplamente conhecidos pelos professores de Matemática, dificultando sua utilização nas escolas. Nesse sentido, o software de Matemática dinâmica GeoGebra configura-se como um bom recurso didático para o desenvolvimento de atividades sobre Estatística na escola básica, visto que é livre, gratuito, de fácil manipulação e permite diferentes representações de um mesmo objeto a partir de uma única tela. (Laurindo, 2017, p.4).

Com isso, a autora ressalta acerca do pacote de comandos e ferramentas de Estatística que faz parte do GeoGebra, e destaca que os dados inseridos na planilha

eletrônica do software são analisados e oferecem diversos recursos, como as medidas de tendência central e diferentes tipos de gráficos.

Durante a leitura desses três primeiros trabalhos, percebemos que o GeoGebra estava sendo usado principalmente para abordar conceitos de medidas de tendência central, população, variáveis, entre outros. Com isso, procuramos outros trabalhos correlatos que fizessem uso de tecnologias digitais para a interpretação e análise de dados e gráficos e, também, trabalhos que fizessem uso de materiais didáticos para o mesmo fim.

Quando direcionamos a busca para os materiais didáticos, não encontramos trabalhos que se assemelham a presente pesquisa. Encontramos somente um trabalho que usava material didático para a educação estatística, porém eram os materiais didáticos concretos, o que se distancia dos objetivos centrais da nossa pesquisa de fazer uso de tecnologias digitais.

Em relação a trabalhos que fizessem uso das tecnologias digitais para a interpretação de dados e gráficos estatísticos, encontramos o artigo de Santos e Moraes (2021). Os autores realizaram uma prática com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental. A prática foi baseada no desenvolvimento de projetos de aprendizagem, na qual os estudantes “desenvolveram um projeto com tema de sua escolha onde cada grupo desenvolveria as etapas de coleta, tratamento, análise de dados e comunicação de resultados” (Santos e Moraes, 2021, p.3). Essa etapa da prática se aproxima da prática da presente pesquisa, na qual os alunos também escolheram um tema do interesse deles para coletarem os dados e montar os gráficos.

Em seguida, os estudantes construíram uma tabela com o nome, idade, número de irmãos e o signo de cada aluno da turma. Com isso, os alunos deveriam colocar esses dados em um editor de planilhas, como o Excel, para assim fazer a construção dos gráficos. Após isso, os alunos escolheram um tema de interesse deles para fazer a coleta entre os estudantes do colégio, como satisfação sobre a merenda escolar, aplicativos mais utilizados pelos jovens, animal de estimação favorito, cultura dos jovens, o esporte favorito, grupos religiosos, entre outros temas (Santos e Moraes, 2021),

Os autores destacam a respeito da importância do estudante ter escolhido os temas e em como isso impacta na democratização dos processos:

Primeiramente destacamos a democratização nos processos políticos envolvidos na educação entre o educador e o educando principalmente nas escolhas do que estudar, como estudar e qual o propósito desse estudo. Apesar de nossos alunos estarem estudando variáveis, coleta e organização de dados, conteúdo imposto por nós, democraticamente escolheram o tema a pesquisar. (Santos e Moraes, 2021, p.9)

Em nossa pesquisa, também foi utilizada a ideia dos estudantes escolherem um tema que fosse do interesse deles para coletar os dados, de forma a motivá-los, bem como exercer a autonomia e o protagonismo na aprendizagem dos estudantes. Por outro lado, na pesquisa de Santos e Moraes (2021), foi usado o Excel para construir os gráficos e fazer as análises, enquanto que, na nossa pesquisa, usamos os materiais didáticos do GeoGebra para esse fim.

Com base nas propostas descritas dos trabalhos acima apresentados e nos referenciais teóricos adotados para a presente pesquisa, elaboramos a metodologia da pesquisa, que será descrita na próxima seção.

### **3. METODOLOGIA**

Neste capítulo, será apresentada a abordagem metodológica escolhida para esta pesquisa, juntamente com a descrição do contexto da aplicação e dos participantes da prática. Também, mostraremos os materiais didáticos do GeoGebra escolhidos para a prática, além de destacar as atividades planejadas com os materiais e a sequência de etapas prevista. Por fim, será explicado o processo de produção e análise dos dados.

#### **3.1 Abordagem Metodológica**

A presente pesquisa tem como objetivo responder a pergunta diretriz: “Quais potencialidades de uma prática envolvendo a interpretação e análise de Dados e de Gráficos Estatísticos com o uso de materiais didáticos do GeoGebra?”. Para isso, essa pesquisa terá uma abordagem qualitativa. Conforme Goldenberg (2022, p. 58), os “dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos.”

Dessa forma, não nos importa apenas o resultado final, mas principalmente o processo de aprendizagem dos estudantes durante a realização das tarefas propostas, ou seja, compreender os pensamentos dos alunos e as estratégias usadas por eles. Bogdan e Biklen (1994, p.49) destacam que a pesquisa qualitativa “exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo.”

Sendo assim, a abordagem qualitativa se mostra adequada para esta pesquisa, uma vez que nosso foco principal está em estabelecer uma compreensão a respeito do processo de aprendizagem do estudante. Buscaremos analisar as estratégias que eles utilizam, bem como incentivar reflexões e discussões entre os estudantes. Assim, nosso interesse não se limita apenas aos resultados e produtos finais, mas sim na riqueza do caminho percorrido durante o processo de aprendizagem de cada estudante.

### **3.2 Contexto da Aplicação da Pesquisa**

A aplicação da pesquisa foi realizada com estudantes de duas turmas do sexto ano do Ensino Fundamental de um colégio particular situado na cidade de Porto Alegre (RS). Esse colégio foi escolhido por ser o local onde eu realizo o meu estágio não obrigatório. Assim, conversei com a professora titular de matemática do sexto ano, professora essa que eu acompanho durante o estágio e, em seguida, com o coordenador pedagógico do colégio. Ambos foram muito receptivos e aceitaram que eu fizesse a prática no colégio.

Além disso, o colégio foi escolhido por contar com um laboratório de informática com acesso à internet. Os recursos tecnológicos que foram utilizados na aplicação da pesquisa foram o projetor da escola e os computadores.

A escolha pelo sexto ano foi baseada em dois motivos principais. O primeiro por ser um dos anos que eu acompanho desde o início do ano letivo no colégio escolhido para a prática, então já tenho uma certa familiaridade com os estudantes dessas turmas e com a faixa etária deles.

O segundo motivo foi relacionado a importância que a estatística possui ao analisarmos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Na área de Matemática, a BNCC (BRASIL, 2017) propõe cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Todas essas unidades temáticas devem ser abordadas em cada ano escolar conforme os objetos de conhecimento e as habilidades propostas, ou seja, em todos os anos escolares a unidade de Probabilidade e Estatística está prevista no currículo.

Tendo como foco o sexto ano do Ensino Fundamental, público-alvo desta pesquisa, alguns dos objetos de conhecimento que estão previstos na BNCC (BRASIL, 2017) para esse ano escolar, referentes à unidade temática de Probabilidade e Estatística são: leitura e interpretação de tabelas e gráficos referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas; coleta de dados, organização e registro; construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações.

Além disso, estão previstas na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) as seguintes habilidades relacionadas à unidade temática de Probabilidade e estatística para o sexto ano do Ensino Fundamental:

**(EF06MA31)** Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.

**(EF06MA32)** Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

**(EF06MA33)** Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto. (BRASIL, 2017, p. 307)

Dessa forma, os objetos do conhecimento e as habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular para o sexto ano se mostram coerentes com a prática a ser aplicada com os estudantes dessa etapa.

O colégio onde realizamos a prática possui duas turmas de sexto ano: a primeira turma, conhecida como turma 161, conta com 28 alunos, dos quais 24 aceitaram participar da pesquisa. Já a segunda turma, a 162, possui 26 estudantes, dos quais 20 aceitaram participar da prática. Dentre os participantes da pesquisa, 23 eram meninas e 21 eram meninos. Todos os participantes da pesquisa se enquadram na faixa etária de 11 e 12 anos de idade.

A prática foi realizada durante o horário regular das aulas, o que permitiu que todos os estudantes das duas turmas pudessem realizar as tarefas. No entanto, os dados foram coletados somente dos estudantes que aceitaram o convite para participar da produção dos dados e entregaram os termos necessários.

Quando ainda estávamos no processo de planejando da prática, eu estava em dúvida se faria a prática apenas em uma turma ou em ambas. Minha ideia inicial era fazer em apenas uma turma, para conseguir me concentrar mais nos dados daquela turma específica. Entretanto, tanto a professora quanto o coordenador pedagógico me aconselharam a fazer nas duas turmas, para que as duas turmas não ficassem com o planejamento das aulas tão diferentes. Ao longo da prática, fui percebendo o quanto me ajudou fazer a prática nas duas turmas, já que pude reorganizar e readaptar as etapas da prática de uma turma para outra conforme fui percebendo o andamento em cada turma.

Em conformidade com a Carta de Anuência da Escola (Apêndice F) assinada pela diretora do colégio, além dos Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice D), os Termos de Assentimento (Apêndice E) e os Termos de Autorização

para a Utilização de Imagem e Som de Voz (Apêndice G), previamente assinados pelos estudantes e seus respectivos responsáveis, a identificação dos participantes ocorrerá por meio de códigos alfanuméricos exclusivos. Cada código será precedido pela letra “E” de estudante, seguido de um número sequencial, por exemplo: E1, E2, E3, E4, e assim sucessivamente.

### **3.3 Escolha dos materiais didáticos**

Nesta seção, serão apresentados os dois materiais didáticos disponíveis no GeoGebra que foram escolhidos para a prática e essenciais para a elaboração de algumas das tarefas desta pesquisa. Assim, com o auxílio desses materiais didáticos, foram propostas atividades que envolviam o manuseio de dados e gráficos estatísticos. Na próxima seção, essas tarefas serão explicadas detalhadamente.

Para encontrar materiais didáticos no GeoGebra que fossem adequados ao objetivo da prática, foi realizada uma busca no site do software utilizando algumas palavras-chaves, como “gráficos”, “gráficos de setores”, “gráficos de barras”, “análise de dados” e “estatística”. Conforme destacado por Rêgo e Rêgo (2006), um dos cuidados que o docente precisa ter é o de fazer uma escolha responsável e criteriosa do material didático. Assim, diversos materiais foram encontrados e analisados a fim de selecionar aqueles mais adequados aos objetivos da prática proposta.

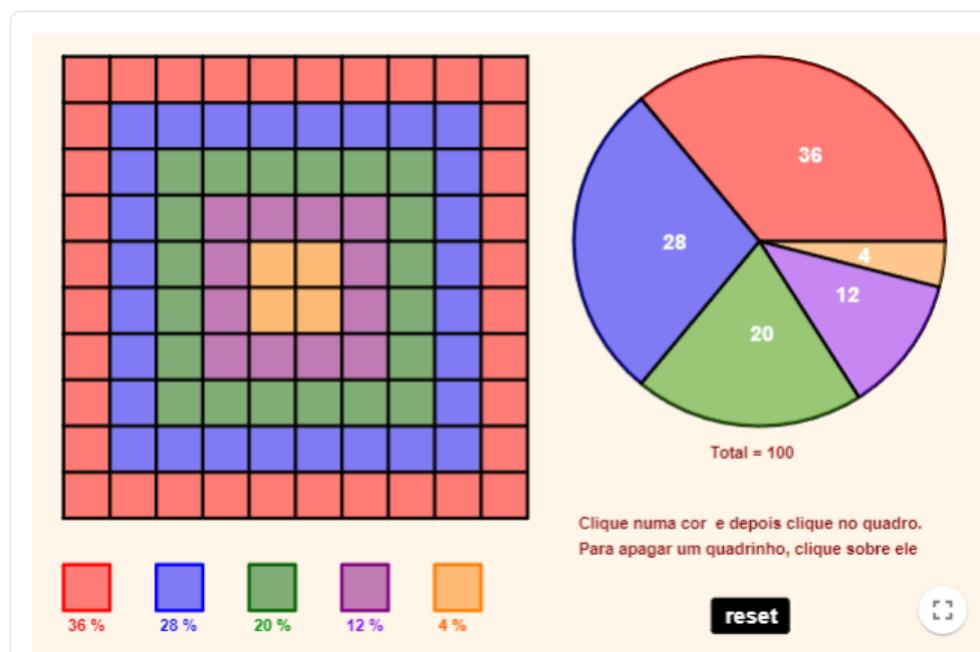
O primeiro material didático selecionado para esta pesquisa, disponível no GeoGebra, é uma contribuição do autor Marco Antônio Manetta. Ele pode ser encontrado a partir do link: <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>. O material em questão é composto por uma variedade de recursos didáticos relacionados a gráficos, análise de dados e porcentagem, que permitem aos estudantes explorar e compreender esses conceitos de forma interativa.

Ao acessar o link do material didático mencionado acima, os estudantes se deparam com a imagem da Figura 8:

## Figura 8 - Print do GeoGebra do primeiro material didático utilizado na prática Gráfico de setores

Author: Marco A. Manetta

Topic: Function Graph, Percentages, Pie Chart or Circle Chart



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>

Na Figura 8, à esquerda, encontramos os quadradinhos coloridos, e logo embaixo estão as porcentagens correspondentes a cada uma das cores. À direita, podemos observar o gráfico de setores, que se forma conforme a quantidade de quadradinhos de cada cor. Ao interagir com o material, é possível alterar as cores dos quadrados, reduzir a quantidade de quadradinhos pintados, aumentar os quadrados de uma certa cor e diminuir de outra, entre outras ações possíveis. Ao realizar essas modificações, o gráfico e as porcentagens vão se ajustando automaticamente, proporcionando uma visualização dinâmica das mudanças efetuadas.

Com isso, a partir desse material didático, elaboramos algumas questões que envolveram o manuseio e exploração do material, comparação entre dois gráficos que os estudantes formaram com a ajuda do material, leitura e a interpretação de gráficos e tabelas, entre outras questões. Foram feitas 5 questões a respeito desse material didático, sendo a primeira apenas para explorar o material. Essas questões

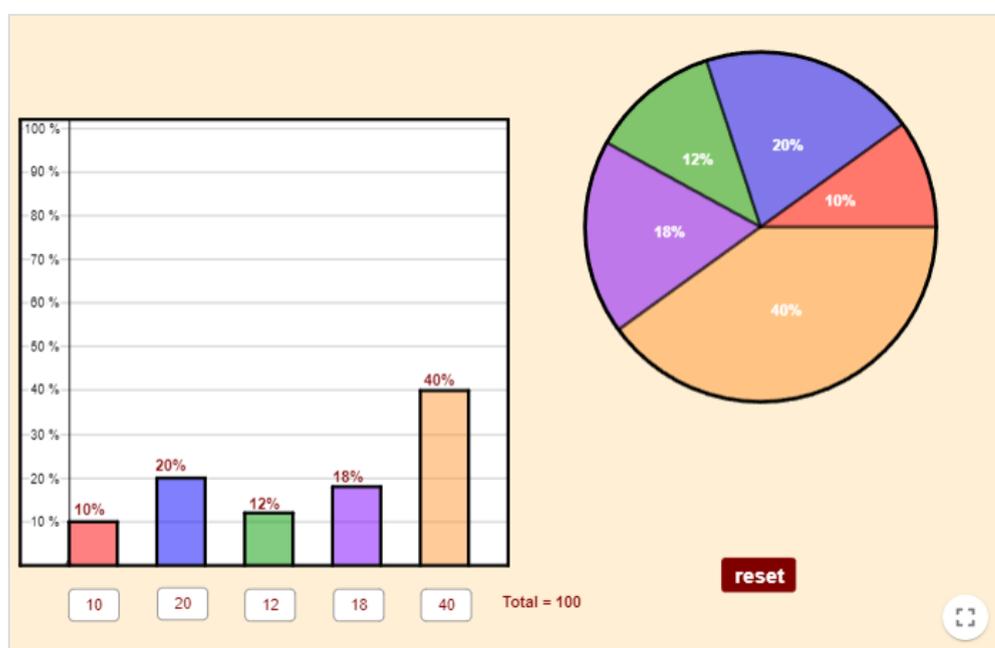
foram impressas e entregues a cada estudante de cada uma das duas turmas (Apêndices A e B).

O segundo material didático selecionado para esta pesquisa, disponível no GeoGebra, é também uma contribuição do autor Marco Antônio Manetta. Ele pode ser encontrado a partir do link: <https://www.geogebra.org/m/njdhpnc>. Ao clicar no link do material didático, nos deparamos com a imagem da Figura 9:

Figura 9 - Print do GeoGebra do segundo material didático utilizado na prática  
Gráficos de barras e setores

Autor: Marco A. Manetta

Tópico: Gráfico de Barras, Gráfico de função, Gráfico de pizza ou gráfico de círculo



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/njdhpnc>

Na Figura 9, à esquerda, é apresentado um gráfico de barras<sup>14</sup> que representa a quantidade de cada uma das cores. Cada coluna corresponde a uma cor específica, e sua altura é proporcional à quantidade dessa cor. À direita, podemos observar o gráfico de setores, que também representa a quantidade de cada cor, mas, desta vez, o gráfico mostra a relação percentual de cada cor em relação ao total. Ao interagir com o material, é possível alterar a quantidade de cada cor e, ao realizar essas mudanças, os gráficos e as porcentagens vão se ajustando automaticamente, refletindo a nova distribuição das cores.

<sup>14</sup> Apesar de o material apresentar um gráfico de colunas, optamos por utilizar a nomenclatura de gráfico de barras para acompanhar o material.

Esse material didático foi usado para a segunda etapa da proposta, na qual os alunos tiveram que coletar dados de assuntos diversos e, em seguida, para construir os gráficos a partir dos dados coletados, os estudantes utilizaram o material didático do GeoGebra explicado acima, o que possibilitou a visualização e representação gráfica dos resultados obtidos.

### 3.4 Sequência de etapas

A prática realizada para essa pesquisa ocorreu entre os dias 4 de julho e 12 de julho de 2023 na turma 161 e entre os dias 6 de julho a 13 de julho de 2023 na turma 162, durante o horário regular da aula, tendo em vista os 4 períodos semanais de matemática propostos pelo currículo do colégio. No total, a prática abrangeu 5 períodos de 50 minutos cada. É importante ressaltar que, inicialmente, estava planejado realizar a prática em 7 períodos, porém os estudantes completaram as duas primeiras etapas da proposta mais rapidamente do que o previsto, o que nos fez readequar o planejamento da prática. Esse fato será abordado mais detalhadamente na seção de Análise dos Dados.

Com o objetivo de fornecer uma visão precisa do planejamento das atividades para cada encontro, abaixo encontram-se os Quadros 2 e 3. O Quadro 2 detalha as tarefas realizadas na turma 161, enquanto que o Quadro 3 destaca as tarefas executadas na turma 162.

Quadro 2 - Organização da divisão das etapas na turma 161

Data	Local	Duração	Etapas	
04/07/2023	Laboratório de Informática	1 período	1 (início)	- Exploração do material didático; - Responder às questões do material impresso;
05/07/2023	Laboratório de Informática	1 período	1 (final) e 2 (início)	- Terminar de explorar e de responder às tarefas; - Definir o tema escolhido para a coleta dos dados;
07/07/2023	Laboratório de Informática	1 período <sup>15</sup>	2 (final)	- Coleta de dados e montagem do gráfico;
11/07/2023	Sala de Aula	1 período	3	- Início das apresentações dos

<sup>15</sup> No dia 07/07, a turma 161 tinha originalmente dois períodos seguidos de matemática, entretanto, devido a outras atividades previstas no colégio, a turma teve apenas 1 período nesse dia.

			(início)	estudantes;
12/07/2023	Sala de Aula	1 período	3 (final)	- Término das apresentações dos estudantes;

Fonte: Produção autoral;

Quadro 3 - Organização da divisão das etapas na turma 162

<b>Data</b>	<b>Local</b>	<b>Duração</b>	<b>Etapas</b>	
06/07/2023 <sup>16</sup>	Laboratório de Informática	2 períodos	1 e 2 (início)	- Exploração do material didático; - Responder às questões do material impresso; - Definir o tema escolhido para a coleta dos dados;
10/07/2023	Laboratório de Informática	1 período	2 (final)	- Coleta de dados e montagem do gráfico;
12/07/2023	Sala de Aula	1 período	3 (início)	- Início das apresentações dos estudantes;
13/07/2023	Sala de Aula	1 período	3 (início)	- Término das apresentações dos estudantes;

Fonte: Produção autoral;

A prática foi dividida em três etapas. Na primeira etapa, inicialmente conversei com os estudantes a respeito do GeoGebra e apresentei o primeiro material didático (Figura 8). Além disso, foi entregue aos alunos um material impresso com algumas questões referentes ao material didático, onde eles puderam responder às questões e registrar suas reflexões (Apêndice A referente ao material da turma 161 e Apêndice B referente ao material da turma 162). Após a explicação do material didático, ainda em sala de aula, e da entrega do material com as questões, nos dirigimos ao laboratório de informática, onde os estudantes puderam explorar o material didático e responder às tarefas planejadas, que tinham como objetivo principal estimular a exploração dos gráficos, assim como a reflexão acerca de conceitos subjacentes. Cada tarefa do material impresso será explicada e analisada separadamente na seção de Análise dos Dados.

<sup>16</sup> A turma 162 iniciou a sua prática somente na quinta-feira, dia 06/07, uma vez que os períodos de segunda e quarta-feira daquela semana foram destinados a outras atividades do colégio.

Na segunda etapa, foi solicitado que os estudantes coletassem dados de assuntos que fossem do seu interesse, a fim de motivá-los a pesquisar sobre o tema. A BNCC (BRASIL, 2017, p.275) destaca a importância do “trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos alunos.” Com isso, os estudantes poderiam optar por qualquer tema que fosse do interesse deles para fazer a coleta. Por exemplo, caso eles optassem por explorar o futebol brasileiro, poderiam realizar uma pesquisa sobre a quantidade de títulos conquistados por alguns times de futebol no Campeonato Brasileiro, na Libertadores, na Copa do Brasil e em outros campeonatos. Também, os estudantes poderiam conduzir pesquisas dentro da própria turma, escolhendo algum tema, como filmes, e perguntar para cada aluno qual o seu filme favorito dentre as opções dadas.

Em seguida, para construir os gráficos a partir dos dados coletados, os estudantes utilizaram o material didático do GeoGebra disponível no link: <https://www.geogebra.org/m/njdhpnc> (Figura 9). Esse recurso possibilitou a visualização e representação gráfica dos resultados obtidos, permitindo que os estudantes pudessem visualizar os padrões e as relações presentes nos dados analisados.

Por fim, na terceira etapa os estudantes apresentaram os dados e os gráficos elaborados a respeito do tema escolhido por eles, explicaram as estratégias usadas para dividir as categorias dos gráficos, entre outras reflexões. Nesse momento, após as apresentações deles, eu levantei questionamentos a respeito dos gráficos criados, de modo a descobrir o que os estudantes concluíram a respeito das construções gráficas, como quais informações podemos obter analisando os gráficos e comparando as porcentagens. É destacável o aspecto autônomo da tarefa, ou seja, é interessante provocarmos a criatividade desses alunos, deixando eles responsáveis desde a tabela com os dados até a construção e análise dos gráficos. Assim, essa tarefa tem como objetivo o encerramento da pesquisa.

A respeito do papel do professor durante a aplicação da pesquisa, Amaral, Nogueira e Filho (2014, p.11) destacam que o “professor tem papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem já que apenas com informática o aluno não conseguiria construir o conhecimento de maneira sólida. O professor deve então ser o mediador de todo processo de construção do conhecimento.” Desse modo, o papel

do professor é fundamental no processo de aprendizagem, especialmente quando se trata da integração da tecnologia como recurso.

A tecnologia oferece acesso a uma vasta quantidade de informações e materiais, o que requer que o professor selecione e organize esses materiais de forma apropriada, adaptando-os às características e necessidades dos estudantes e aos objetivos educacionais propostos. Botas e Moreira (2013, p.262) trazem contribuições relacionada a importância do papel do professor nesse contexto:

O professor desempenha um papel de extrema importância no que diz respeito à utilização dos materiais didáticos na sala de aula, na medida em que será ele o responsável pela determinação do momento e da razão do uso de um determinado material.

Esse cuidado ao selecionar os recursos tecnológicos é essencial para o processo de aprendizagem dos estudantes, evitando o risco de uma abordagem descontextualizada, uma vez que a utilização dos materiais, por si só, não é sinónimo de uma aprendizagem qualitativamente diferente. Segundo Lorenzato (2006, p.18), os materiais didáticos “podem desempenhar várias funções, conforme o objetivo a que se prestam, e, por isso, o professor deve perguntar-se para que ele deseja utilizar o MD”. Com isso, a escolha e a utilização de materiais didáticos demandam reflexão por parte dos educadores. Consequentemente, a figura do professor é indispensável no processo educacional, e seu papel de mediador é essencial para garantir que a tecnologia seja incorporada à sala de aula de maneira adequada.

### **3.5 Produção de Dados**

Primeiramente, foi feito um convite aos estudantes das duas turmas do 6º ano do Ensino Fundamental para participar da pesquisa. Em seguida, foi entregue para cada aluno, em um saco plástico, o Termo de Assentimento (Apêndice E), o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice D) e o Termo de Autorização para a Utilização de Imagem e Som de Voz (Apêndice G). Nesses documentos, foram detalhados aspectos da pesquisa, como seus objetivos, quando iria ocorrer, quanto tempo duraria, além da explicação de cuidados éticos que a pesquisa teria, como a explicação que os dados produzidos seriam analisados sem a identificação dos estudantes. Também, nos termos foram disponibilizados os contatos para eventuais

dúvidas que poderiam surgir, além de disponibilizarem informações de contato para o esclarecimento de eventuais dúvidas.

Por fim, foi explicado que o Termo de Assentimento e o Termo de Autorização para a Utilização de Imagem e Som de Voz eram para eles, os estudantes, assinar e, assim, manifestar seu interesse em participar da prática, já o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido era para os responsáveis pelos alunos assinar, para que fosse autorizada a coleta de dados dos estudantes.

Os dados para a presente pesquisa foram analisados, juntamente com o referencial teórico, buscando indicativos para a pergunta diretriz. Desse modo, os dados foram produzidos por meio de diferentes registros, como relatórios escritos produzidos pelos estudantes, registros fotográficos das anotações e produções dos alunos, gravação de vídeo das apresentações finais dos estudantes e, por fim, diários de campo escritos por mim.

Na primeira etapa da prática foi entregue aos alunos um material com algumas questões referentes ao primeiro material didático trabalhado do GeoGebra (Apêndices A e B). Assim, foi solicitado que os estudantes explorassem o material didático selecionado do GeoGebra e respondessem às questões do material, no qual eles puderam refletir a respeito das tarefas realizadas, explorar o material, as cores, os gráficos e assim por diante.

Lima (2016, p.357) destaca que “para o aluno, registrar é uma possibilidade de aprender a olhar para o seu desenvolvimento”. Com isso, tem-se a importância dos registros escritos, para que os alunos desenvolvam a habilidade de olhar e refletir sobre o processo e conseguir colocar esses pensamentos no texto, ou seja, transmitir, por meio da escrita, aquilo que ele sente, julga importante e quer informar.

Além disso, na terceira etapa da prática, os estudantes foram convidados a fazer uma apresentação para a turma, na qual puderam explicar como coletaram e analisaram os dados do assunto escolhido por eles, quais estratégias usaram para colocar aqueles dados no material didático do GeoGebra, bem como compartilhar as descobertas que fizeram ao longo das tarefas. Ponte *et al.* (2014, p.5) destacam a importância dos estudantes serem capazes de “descrever e explicar, oralmente e por escrito, as estratégias e procedimentos matemáticos que utilizam e os resultados a que chegam;” Nesse contexto, esse momento da apresentação foi uma oportunidade para eles explicarem, oralmente, suas estratégias e reflexões. Foi um

momento de troca de conhecimento entre os estudantes, estimulando o diálogo sobre os conceitos matemáticos.

Para documentar esse momento, as apresentações finais dos alunos foram registradas em vídeo, com o uso da câmera do meu celular a fim de capturar o máximo de detalhes possíveis desse momento. Sobre a importância das gravações, Carrieri e Viecchi (2015, ênfase dos autores) destacam que:

As imagens produzidas durante as propostas já partem de um primeiro olhar do professor, que identifica as cenas a serem fotografadas. Mas, somente mais tarde, com a dimensão do acontecimento ocorrido, é que REVER o material poderá despertar o reconhecimento de fatos e situações que escaparam ao “olhar ocupado e preocupado” durante as atividades.

Com isso, temos a importância dos registros fotográficos e das filmagens, uma vez que muitos detalhes poderiam ser esquecidos ao longo do tempo. Assim, ao rever essas filmagens, temos a oportunidade de lembrar e dar atenção a diversas situações que antes foram passadas despercebidas.

Por fim, registrei cada etapa do processo com um diário de campo, com observações minhas e registros dos acontecimentos de cada etapa da prática. Segundo Lima (2016, p.357), registrar “permite ao professor além de avaliar os alunos, perceber sua própria atuação junto a eles, rememorar episódios, resgatar situações ocorridas em sala, refletir sobre sua prática, [...] (re)planejar ações que envolvem o processo de ensino e aprendizagem”.

Dessa forma, utilizamos esses recursos para a produção dos dados desta pesquisa. Esses dados serão analisados juntamente com o referencial teórico, buscando indicativos que nos ajudem a responder à pergunta diretriz desta pesquisa.

## 4. ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, iremos analisar os dados coletados em cada encontro com cada turma, e fazer considerações sobre momentos relevantes da prática. Analisamos apenas os dados produzidos pelos estudantes que assentiram participar da pesquisa e retornaram os termos devidamente assinados por seus responsáveis. Para preservar a identidade dos participantes, os estudantes estão referenciados por códigos alfanuméricos (E1, E2, E3 e assim por diante), já as minhas falas estarão indicadas pelo código PP (Professora Pesquisadora).

### 4.1 Primeira etapa

A primeira etapa consistia na exploração do primeiro material didático selecionado para a prática (Figura 8), juntamente com o preenchimento das questões do material impresso distribuído aos estudantes (Apêndices A e B). Fernandes (2014) defende a ideia de que os materiais devem ser usados de modo a potencializar a compreensão dos conceitos matemáticos. Nesse sentido, é essencial a integração desses materiais didáticos com as tarefas matemáticas propostas, e assim contribuir para que os estudantes não apenas compreendam os conceitos, mas também os apliquem com rigor em suas atividades matemáticas e saibam expressar as suas reflexões e percepções. Dessa forma, a entrega dos materiais impressos mostrou-se importante, uma vez que proporcionou aos estudantes tarefas e questões a serem feitas e um caminho a ser seguido, enriquecendo a exploração do material didático com objetividade.

Além disso, é importante ressaltar que, como dito na seção de metodologia, ao total, a prática abrangeu 5 períodos de 50 minutos cada, sendo que, inicialmente, estava planejado realizar a prática em 7 períodos. Um dos motivos para a prática ter sido mais curta foi referente a essa primeira etapa, na qual inicialmente estavam previstos dois períodos, entretanto a grande maioria dos estudantes terminaram em um. Um dos motivos pode ser devido ao fato da familiaridade dos estudantes com a tecnologia e com o uso do computador. Também, é importante ressaltar que os estudantes são de um colégio particular, e o colégio conta com várias atividades que fazem uso de computadores, notebooks e tecnologias.

Agora, visando fornecer uma visão mais precisa e nítida da análise dos dados, optamos por abordar cada uma das questões do material separadamente.

#### **4.1.1 Tarefa para explorar o material didático**

Na manhã do dia 04 de julho, iniciamos a prática com os alunos da turma 161. Primeiramente, na sala de aula, projetei o material didático (Figura 8) para os estudantes e, assim, mostrei algumas funções para explicar e mostrar o que pode ser feito com o material. Fernandes (2014, p.22) destaca que é essencial que a apresentação dos materiais didáticos aos estudantes “seja de forma clara e objetiva para que a comunicação seja evidente para todos e o conteúdo matemático consolidado. [...] os alunos ao sentirem a Matemática de forma prazerosa motivar-se-ão pela aquisição do conhecimento nesta disciplina”.

Dessa forma, busquei apresentar o material de forma bem didática, mexendo e fazendo as interações possíveis com ele, como mudar a cor do quadradinho, diminuir ou aumentar o número de quadradinhos pintados e assim por diante, para que, assim, os estudantes pudessem conhecer as diferentes possibilidades oferecidas pelo recurso. Em seguida, após a exposição, expliquei para eles que essas primeiras etapas da prática seriam realizadas no laboratório de informática do colégio, para que eles pudessem explorar o material didático também e responder às questões do material impresso.

O mesmo processo de explicação do material ocorreu na turma 162, que iniciou a sua prática no dia 06 de julho. Em seguida, assim como feito na turma 161, conduzi os estudantes ao laboratório de informática e, assim que eles chegaram, começaram a explorar o material e responder às questões.

Com isso, a partir da interação com o material didático, os alunos puderam responder às tarefas do material impresso (Apêndices A e B). Dessa forma, nesta seção, abordaremos as análises das respostas obtidas nas duas turmas em relação à questão que tinha como propósito a exploração do material didático. A questão está representada abaixo, na Figura 10.

Figura 10 - Questão 1 do material entregue aos estudantes na primeira etapa da prática. Para começar as nossas atividades, utilizaremos o material didático do GeoGebra, que está disponível no link <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>. Nesse contexto, é importante que você explore o applet e compartilhe abaixo suas observações sobre o comportamento do gráfico quando você altera as cores dos quadradinhos, aumenta ou diminui alguma das cores, diminui o número de quadradinhos pintados e assim por diante.

Pode explorar à vontade e escrever, com as suas palavras, o que você percebe!

---

---

---

---

---

---

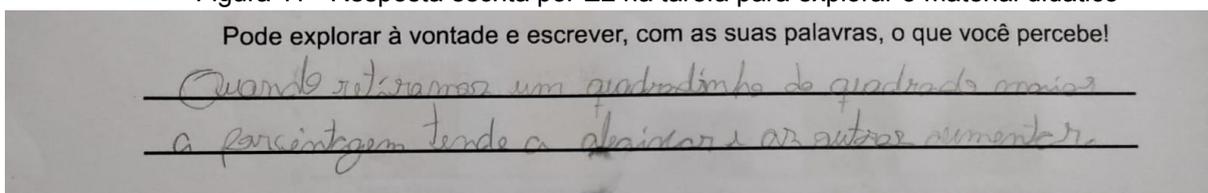
---

Fonte: Produção autoral;

Assim, os estudantes puderam explorar o material e registrar as suas reflexões e percepções conforme iam interagindo com o recurso. Conforme destacado por Rêgo e Rêgo (2006), um dos cuidados que o professor precisa ter durante o uso do material didático pelos estudantes é dar um tempo para que eles se familiarizem e explorem o material, um ponto que essa questão (Figura 10) busca proporcionar.

Identificamos, a partir das respostas escritas pelos estudantes, algumas percepções do que acontecia quando interagimos com o gráfico. A percepção predominante estava associada à observação de que quando mexemos nas cores dos quadradinhos, o gráfico e as porcentagens mudavam. Podemos perceber isso analisando algumas imagens das respostas dadas por esses estudantes nas Figuras 11 a 17.

Figura 11 - Resposta escrita por E2 na tarefa para explorar o material didático

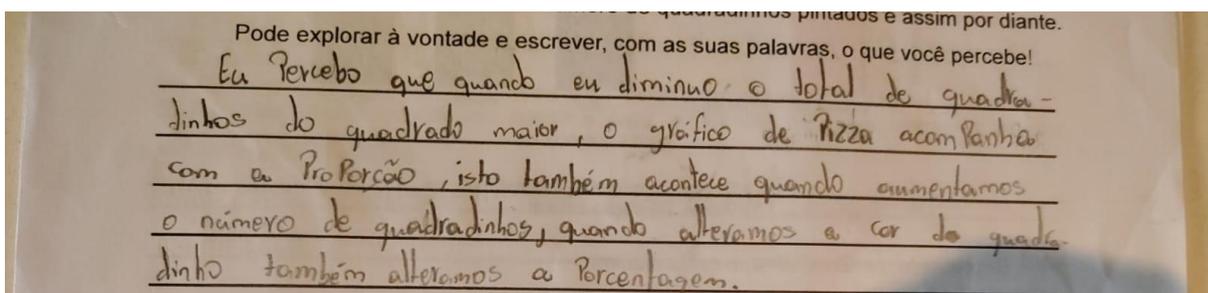


Fonte: Acervo da autora;

Ao analisar a resposta dada por E2, podemos notar que a estudante percebeu que, ao retirar um quadradinho do quadrado maior, a porcentagem dessa cor vai diminuir e, conseqüentemente, das outras cores aumentar. Essa é uma característica marcante do gráfico de setores, que faz a relação de cada parte com o conjunto total. Serra (2015, p.160) define o gráfico de setores como sendo um gráfico que “é dividido em setores correspondentes aos termos da série e proporcionais aos valores numéricos dos termos da série.” Além disso, Serra (2015) destaca que esse tipo de gráfico é muito utilizado quando se quer destacar a proporção de cada termo em relação ao todo.

Em uma linha similar, na Figura 12, também pode-se observar uma percepção muito importante relacionada ao gráfico de setores. E33 observou que o gráfico acompanha com a proporção, e isso acontece tanto se diminuimos ou aumentamos o total de quadradinhos, se alteramos a cor do bloco e assim por diante.

Figura 12 - Resposta escrita por E33 na tarefa para explorar o material didático

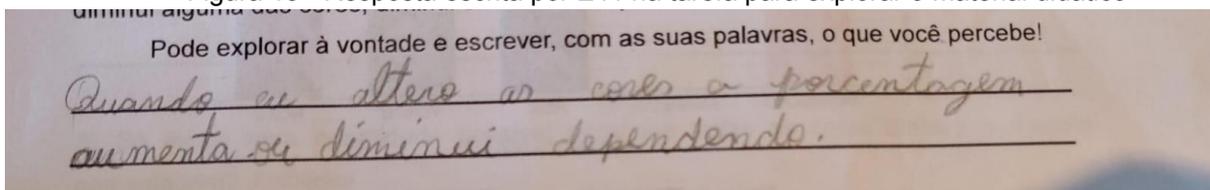


Fonte: Acervo da autora;

Ao analisarmos a resposta dada por E33, podemos observar que há indícios de que o estudante já tem essa ideia de proporção, que se altera quando mudamos qualquer coisa no gráfico. Tal entendimento em relação a proporção ganha especial relevância no contexto dos gráficos de setores, já que ele destaca a relação de cada categoria em relação ao conjunto completo.

Agora, na Figura 13, E41 destaca que, ao alterar as cores, as porcentagens podem tanto diminuir quanto aumentar.

Figura 13 - Resposta escrita por E41 na tarefa para explorar o material didático



Fonte: Acervo da autora;

Quando a turma de E41 estava respondendo às questões, E41 me chamou para pedir ajuda na Tarefa 1. Nesse momento, consegui já ler a resposta dada por ela nessa primeira questão e então conversamos sobre isso:

**PP:** quando tu diz que aumenta ou diminui dependendo, o que tu quer dizer?

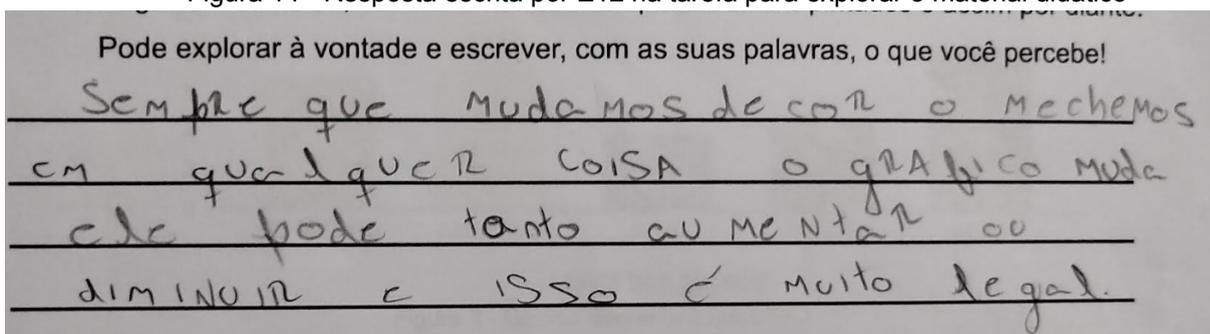
**E41:** é que quando eu aumento a cor roxa, a cor amarela diminui, daí depende a cor que aumenta ou diminui.

(Anotações do diário de campo da professora)

Nesse trecho, podemos observar que, mesmo que de outra forma, E41 também percebeu essa proporção que existe no gráfico de setores, que, por ser uma proporção de cada cor em relação ao total, se uma cor aumenta a porcentagem, as outras cores diminuem, uma vez que a soma de todas as porcentagens dos setores equivale a 100%. Com relação a esse trecho, podemos notar uma grande potencialidade das tecnologias digitais e desse material didático, já que quando E41 alterava a cor do gráfico, ela já percebia automaticamente a mudança de porcentagem no gráfico de setores e a proporção das cores.

Seguindo o mesmo raciocínio, na Figura 14, E12 também discorre a respeito da mudança do gráfico ao mexer na cor do quadradinho, e complementa com a observação de que as porcentagens podem tanto diminuir quanto aumentar. Essa foi uma percepção tida por outros estudantes, e a Figura 14 ilustra esse raciocínio.

Figura 14 - Resposta escrita por E12 na tarefa para explorar o material didático



Fonte: Acervo da autora;

Em uma linha similar, E5 e E23, representadas pelas Figuras 15 e 16 respectivamente, também comentam a respeito do gráfico mudar de acordo com a quantidade e cores dos blocos. Esses trechos são ilustrativos das respostas de vários outros estudantes.

Figura 15 - Resposta escrita por E5 na tarefa para explorar o material didático

Pode explorar à vontade e escrever, com as suas palavras, o que você percebe!

tem 100 quadradinhos vez que pinto um quadrado  
as porcentagens eo grafico muda

Fonte: Acervo da autora;

Figura 16 - Resposta escrita por E23 na tarefa para explorar o material didático

Pode explorar à vontade e escrever, com as suas palavras, o que você percebe!

Percebemos que quando colocamos ou tiramos os quadradinhos, interfere  
no gráfico de pizza.

Fonte: Acervo da autora;

Assim, percebemos que a mudança no gráfico e nas porcentagens, sempre que a cor do quadradinho é alterada ou quando um quadrado é adicionado/removido, teve um impacto significativo nas percepções dos estudantes. Esses apontamentos dialogam com o que Borba, Silva e Gadanidis (2014) destacam acerca do feedback visual quase instantâneo que mídias como o GeoGebra proporcionam, o que evidencia um fator marcante das tecnologias digitais. A percepção dos alunos de que o gráfico responde às suas ações, como a alteração da cor de um quadrado ou qualquer outra modificação no material didático, é possível graças às tecnologias digitais.

Analisando a resposta de E37 (Figura 17), podemos observar que a estudante focou na cor roxa e reparou que, quando adicionamos mais quadrados roxos, essa cor aumenta no gráfico. Quando E37 estava explorando o material, ela me disse “sora, eu adoro roxo”, enquanto pintava todos os quadradinhos do gráfico dessa cor. Nesta resposta, podemos perceber que E37 uniu algo que ela gosta, que é a cor roxa, para explicar o gráfico e assim, concluir que, quanto mais quadradinhos roxos, maior a proporção da cor representada no gráfico. Com essa resposta, percebi também a importância da visualização, uma vez que a visualização “oferece meios para que conexões entre representações possam acontecer.” (Borba, Silva, Gadanidis, 2014, p.57). Assim, E37, ao colocar todos os quadradinhos roxos no material didático, visualizou que essa cor aumenta no gráfico.

Figura 17 - Resposta escrita por E37 na tarefa para explorar o material didático

Pode explorar à vontade e escrever, com as suas palavras, o que você percebe!

quando adicionamos um quadrado da cor  
nova, essa cor aumenta no gráfico

Fonte: Acervo da autora;

Outra percepção registrada por alguns estudantes foi acerca da possibilidade de se fazer diversos gráficos no mesmo material, como ilustrado na Figura 18:

Figura 18 - Resposta escrita por E8 na tarefa para explorar o material didático

Pode explorar à vontade e escrever, com as suas palavras, o que você percebe!

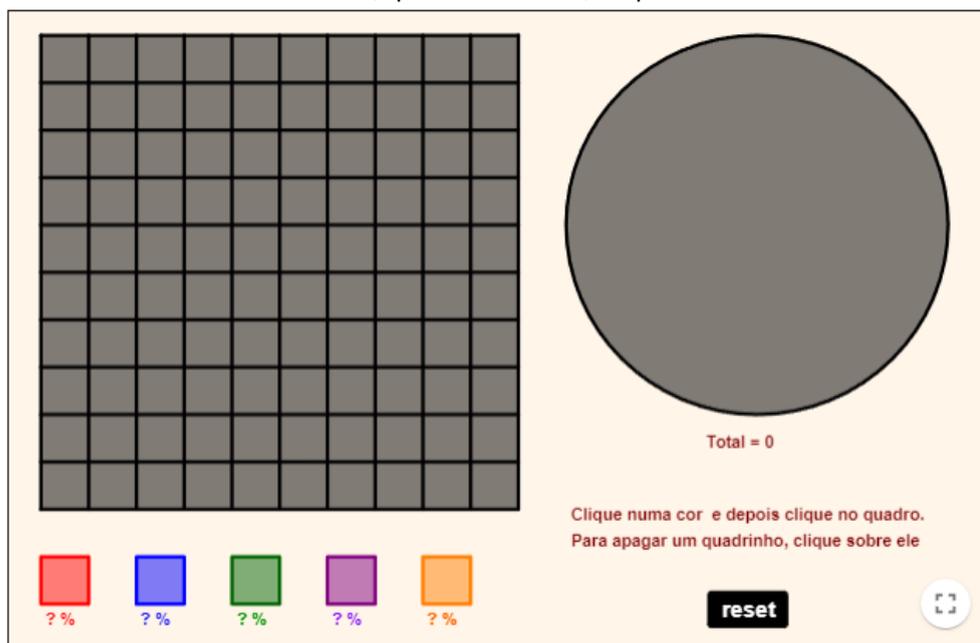
Percebi que podemos fazer uma  
variação de gráficos com porcentagens  
e quantidades diferentes e iguais. Assim  
podendo nos ajudar na  
matemática

Fonte: Acervo da autora;

A respeito dessa percepção, E8 se refere aos diferentes gráficos que podem ser formados ao alterarmos as porcentagens e número de quadradinhos que podem ser formados mudando as cores. Além disso, a estudante destaca que podemos formar gráficos com porcentagens iguais e diferentes. Essa percepção foi muito importante e foi uma questão que foi abordada nas Tarefas 2 e 3 do material impresso, que será abordada na subseção 4.1.3.

Já E28 (Figura 20) reparou em uma funcionalidade do material didático que não tínhamos reparado, só descobrimos quando lemos a resposta dada por ele, que é o botão de “reset”. Quando clicamos neste botão, o material didático todo fica sem cor, como pode-se observar na Figura 19.

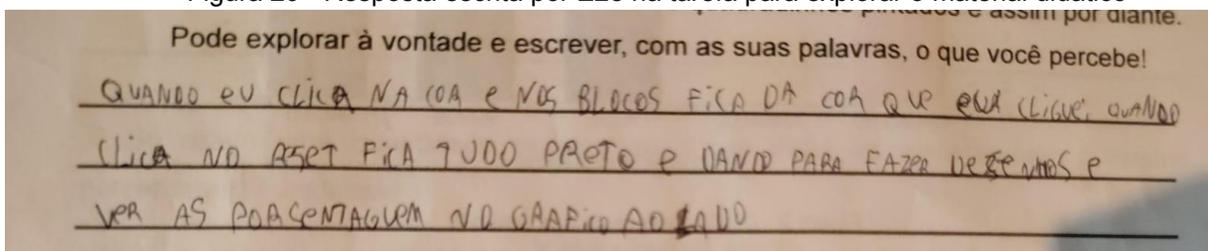
Figura 19 - Material didático quando clicamos no botão de “reset”, que fica à direita, na parte de baixo



Fonte: Produção autoral;

Além disso, E28 relata que os quadradinhos ficam da cor que ele clica e, também, que dá para fazer desenhos (Figura 20).

Figura 20 - Resposta escrita por E28 na tarefa para explorar o material didático



Fonte: Acervo da autora;

E28 destaca também que dá para fazer desenhos e ver as porcentagem no gráfico ao lado. Com relação aos desenhos que E28 destaca, são os “Pixel Art”, que os estudantes fizeram muito durante a interação com o material didático. Na Figura 21, podemos observar alguns dos desenhos feitos por eles a partir do material didático. Entendemos que esses desenhos ilustram uma importante potencialidade do material didático citada no referencial teórico, que é a importância de envolver os estudantes de forma mais interativa e visual (Dalmolin *et al.*, 2016). Os estudantes se engajaram com seus Pixel Arts e puderam também observar as porcentagem de cada cor no seu desenho, que se alterava automaticamente conforme mudavam as cores.

Figura 21 - Alguns dos desenhos feitos pelos estudantes ao explorar o material didático



Fonte: Acervo da autora;

Observando esses desenhos durante a aula, fiquei refletindo que eu nem tinha imaginado que poderia fazer isso com o material didático e que eles iriam fazer isso. Fiquei muito feliz quando vi eles explorando o material e fazendo os desenhos, descobrindo outras formas de interação com o material.

E6 também destacou a respeito dos desenhos, fazendo uma referência a um jogo eletrônico muito jogado pelos alunos, o Minecraft (Figura 22).

Figura 22 - Resposta escrita por E6 na tarefa para explorar o material didático

Pode explorar à vontade e escrever, com as suas palavras, o que você percebe!

Eu percebo que posso criar um minecraft 2d, cada quadradinho que medamos (colocando ou tirando) ele aumenta ou diminui o gráfico

Fonte: Acervo da autora.

Por fim, E6 também destaca que o gráfico se altera quando colocamos ou tiramos um quadradinho, percepção também tida por diversos outros estudantes, como mencionado anteriormente.

#### **4.1.2 Tarefa 1**

Agora que os estudantes já haviam explorado o material didático, elaboramos duas situações para que montassem um gráfico que representasse as quantidades de cada cor em cada uma das situações propostas. Como mencionado anteriormente, ao longo da prática, foi necessário revisar e readaptar algumas tarefas em alguns momentos. Como a prática foi realizada em duas turmas, tivemos a oportunidade de analisar como cada tarefa que tínhamos planejado se desenrolou na turma 161, turma essa que começou primeiro a prática e, assim, refletir acerca das tarefas e adequar as propostas para a segunda turma, a 162.

Esse percurso dialoga com o que Kapczynski (2023, p.26) destaca sobre o processo de produção de uma pesquisa: “Esse diálogo entre o andamento da pesquisa e a definição dos próximos caminhos a serem seguidos é também uma importante forma de refletir sobre a própria prática docente.” Sendo assim, destaca-se a relevância de estabelecer uma reflexão contínua entre a evolução da prática e a determinação dos próximos passos a serem tomados, visto que essas reflexões feitas durante a produção e análise de dados “apontam possibilidades para práticas futuras, proporcionando uma relação entre teoria e prática que permite ir além das impressões imediatas vivenciadas em sala de aula.” (Kapczynski, 2023, p.27).

Assim, inicialmente foi pensado em duas situações (Figuras 23 e 24) para as duas turmas, que solicita que os estudantes construam, por meio do material didático do GeoGebra, gráficos que representassem essas situações.

Figura 23 - Situação 1 do material entregue aos estudantes da turma 161 na primeira etapa da prática

Agora, apresento duas questões para que vocês possam explorar um pouco mais do applet! Utilizando o Geogebra, monte um gráfico que represente as quantidades de cada cor nas situações propostas a seguir.

**QUESTÃO 1:** Mariana encontrou um baú com 100 blocos coloridos, distribuídos em 5 cores, da seguinte maneira:

CORES DOS BLOCOS	QUANTIDADE
VERMELHO	14
AMARELO	50
AZUL	8
VERDE	10
ROXO	18

Figura 1 - Tabela referente à questão 1  
Fonte: Produção autoral

Represente, no GeoGebra, a partir do link: <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>, a tabela acima.

Fonte: Produção autoral;

Figura 24 - Situação 2 do material entregue aos estudantes da turma 161 na primeira etapa da prática

**QUESTÃO 2:** Observe o gráfico e monte a situação representada no GeoGebra:

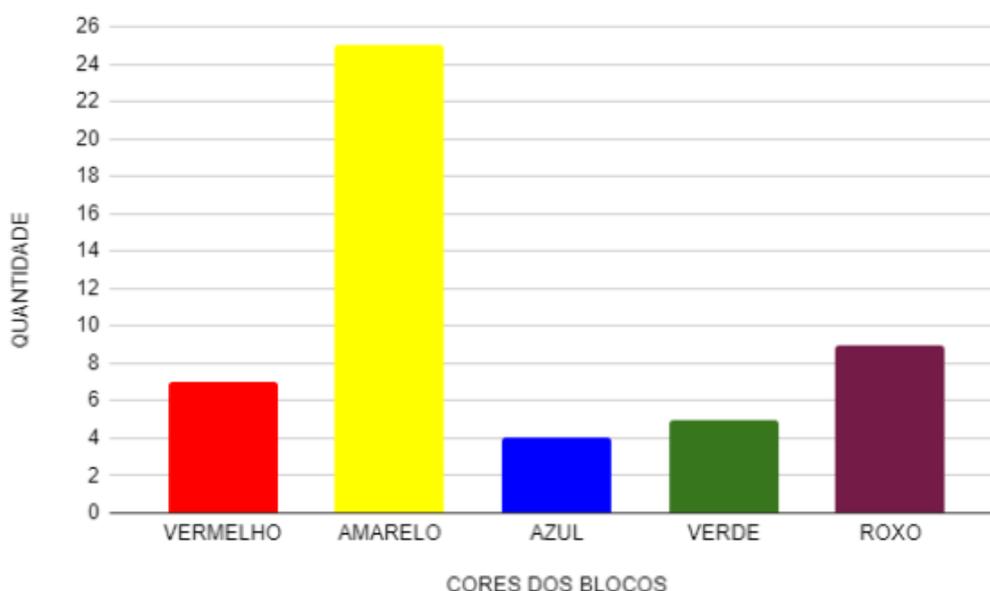


Figura 2 - Gráfico referente à questão 2  
Fonte: Produção autoral

Represente, no GeoGebra, a partir do link: <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>, o gráfico acima.

Fonte: Produção autoral;

Dessa forma, os alunos puderam mexer no material didático do GeoGebra e, assim, ir construindo os gráficos solicitados nas questões. Segundo Lopes (2008, p.60), “[...] não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões”. Com isso, ao construir os gráficos de cada questão, foi solicitado aos estudantes que eles analisassem a diferença entre os gráficos, qual a porcentagem de cada uma das cores, comparassem os dois gráficos (Figuras 23 e 24), percebessem o que a porcentagem representa e assim por diante, como pode-se ver na questão da Figura 25.

Figura 25 - Tarefa 1 do material entregue aos estudantes da turma 161 na primeira etapa da prática

**Tarefas:**

Ao construir os gráficos de cada questão, analisem cuidadosamente a diferença entre eles, identifiquem a porcentagem de cada uma das cores presentes em cada gráfico e comparem as quantidades dos dois gráficos e outras observações que vocês percebem!

Com isso, responda às seguintes questões, com as suas palavras:

1) Nos dois gráficos, a cor amarela representa 50% do total do gráfico. No entanto, é importante ressaltar que a quantidade de quadradinhos amarelos pintados em cada um dos gráficos é diferente. Na questão 1, temos 50 quadradinhos amarelos pintados, já na questão 2, temos apenas 25 quadradinhos amarelos pintados. Como pode isso?

---

---

---

---

---

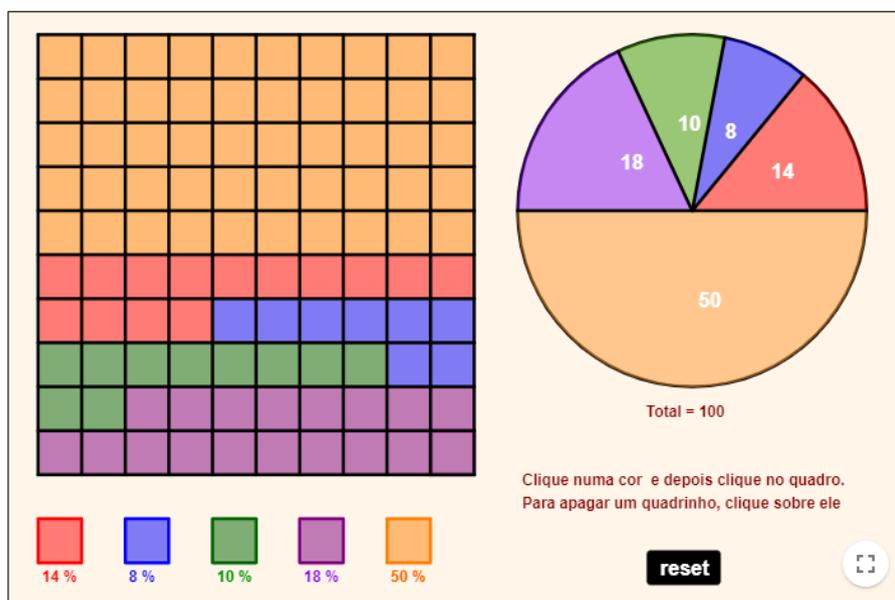
---

---

Fonte: Produção autoral;

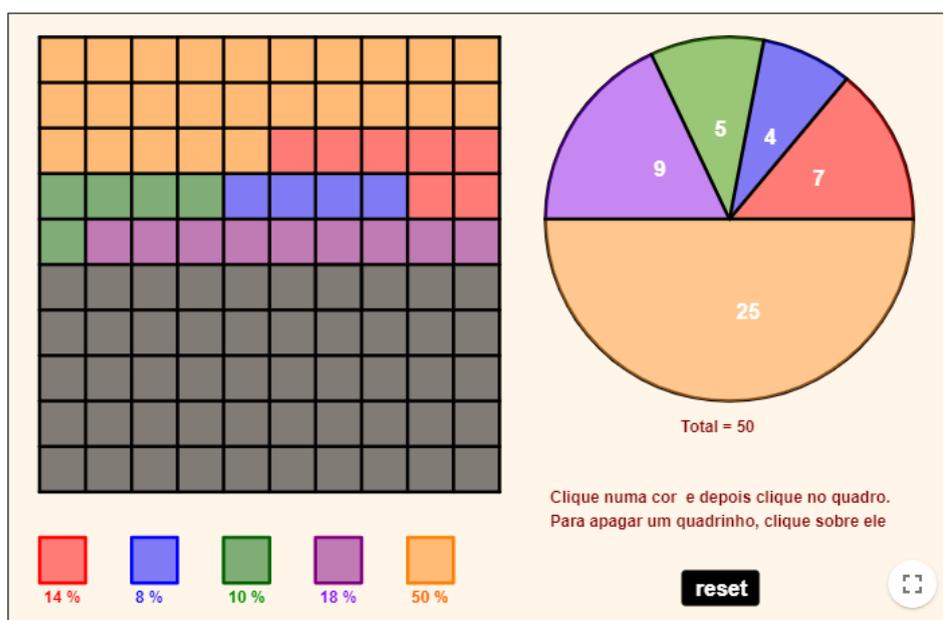
Com o intuito de proporcionar uma compreensão mais nítida ao leitor, os gráficos originados a partir da representação das quantidades dos quadradinhos das situações das Figuras 23 e 24 estão exemplificados nas Figuras 26 e 27, respectivamente.

Figura 26 - Print do GeoGebra com os dados da tabela da Figura 4



Fonte: Produção autoral;

Figura 27 - Print do GeoGebra com os dados da tabela da Figura 5



Fonte: Produção autoral;

Comparando as Figuras 26 e 27, podemos notar que a proporção dos gráficos é idêntica nas duas, entretanto a quantidade de quadradinhos de uma Figura para a outra dividiu pela metade. Por exemplo, na Figura 26 tínhamos 50 quadradinhos amarelos, já na figura 27 temos 25 amarelos. O mesmo aconteceu em todas as outras cores.

Como explicado, a turma 161 foi a primeira a iniciar a prática, no dia 04/07, já a turma 162 iniciou apenas no dia 06/07, devido a outras atividades do colégio. Assim, durante esse intervalo entre o começo da prática das turmas 161 e 162, pudemos ajustar as tarefas propostas nas Figuras 23 e 24. Durante a realização dessa etapa, tanto durante a prática no laboratório de informática com os comentários dos estudantes e depois, lendo as respostas dadas por eles na questão da Figura 25, percebemos que os estudantes, ao compararem os dois gráficos, inferiram que ambos eram idênticos devido à divisão pela metade das quantidades dos quadradinhos de cada cor. Essa percepção, embora correta, visava investigar os estudantes a uma compreensão da proporção que não fosse tão "evidente" quanto simplesmente dividir pela metade a quantidade de cada cor.

Lima (2016, p.360) destaca que “ao analisar um registro realizado pelo aluno, se tem a possibilidade de constatar os conhecimentos que ele traz, o que ainda precisa construir, as intervenções e mediações que se fazem necessárias.” Com isso, ajustamos as quantidades dos quadradinhos nas duas situações, de modo que a proporção se mantivesse, mas que não fosse tão “óbvio” como apenas dividir os números pela metade. Dessa forma, as questões com as novas quantidades, realizadas pelos estudantes da turma 162, ficaram conforme as Figuras 28 e 29.

Figura 28 - Situação 1 do material entregue aos estudantes da turma 162 na primeira etapa da prática  
**SITUAÇÃO 1:** Mariana encontrou um baú com 100 blocos coloridos, distribuídos em 5 cores, da seguinte maneira:

CORES DOS BLOCOS	QUANTIDADE
VERMELHO	44
AMARELO	8
AZUL	20
VERDE	12
ROXO	16

Figura 1 - Tabela referente à questão 1

Fonte: Produção autoral

Represente, no GeoGebra, a partir do link: <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>, a tabela acima.

Fonte: Produção autoral;

Figura 29 - Situação 2 do material entregue aos estudantes da turma 162 na primeira etapa da prática

**SITUAÇÃO 2:** Observe o gráfico e monte a situação representada no GeoGebra:

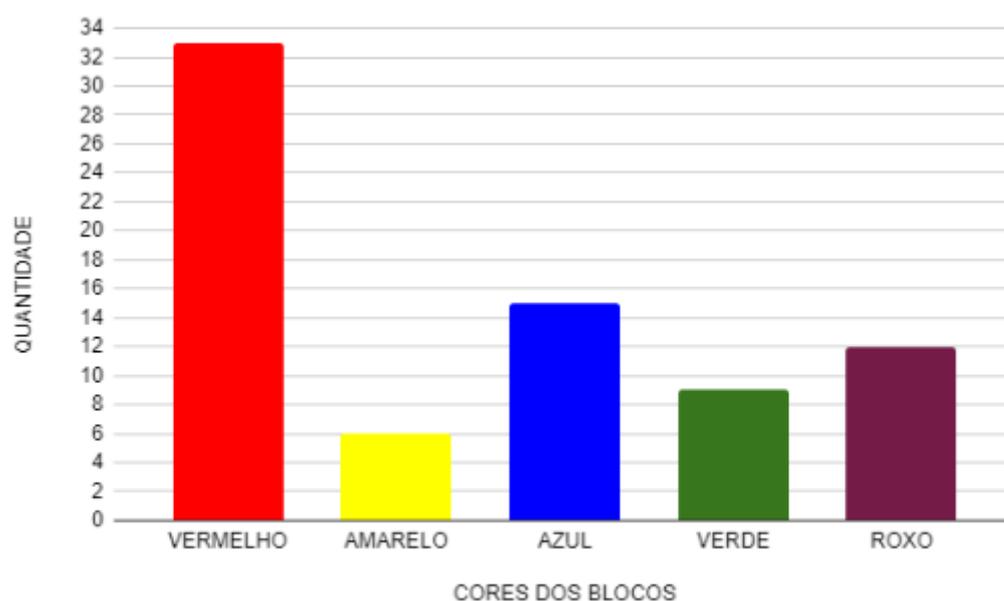


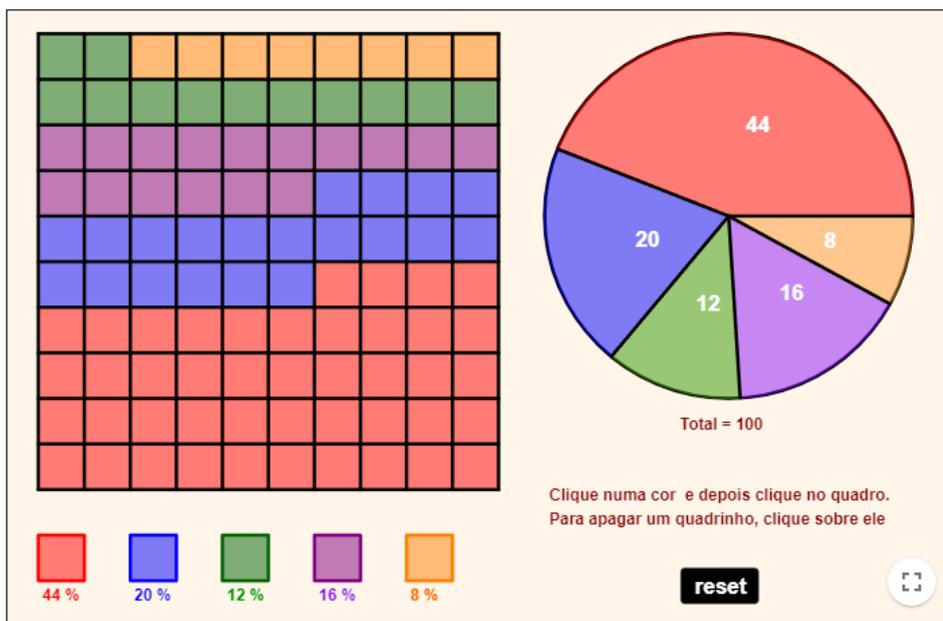
Figura 2 - Gráfico referente à questão 2  
Fonte: Produção autoral

Represente, no GeoGebra, o gráfico acima.

Fonte: Produção autoral;

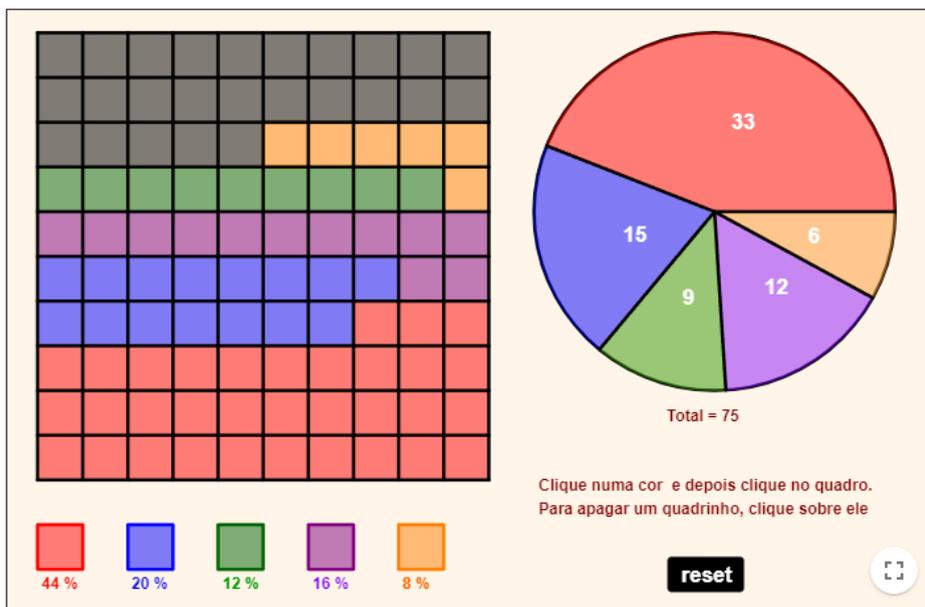
Agora, as cores ainda mantinham uma proporção, porém de maneira menos evidente. Por exemplo, os quadradinhos vermelhos foram de 44 na Figura 28 para 33 na Figura 29, já os quadradinhos amarelos foram de 8 para 6. As figuras 30 e 31 representam os gráficos originados a partir da representação das quantidades dos quadradinhos das situações das Figuras 28 e 29, respectivamente.

Figura 30 - Print do GeoGebra com os dados da tabela da Figura 9



Fonte: Produção autoral;

Figura 31 - Print do GeoGebra com os dados da tabela da Figura 10



Fonte: Produção autoral;

Assim como a turma 161, a turma 162 também, ao construir os gráficos de cada questão, foi solicitado que os estudantes analisassem a diferença entre os gráficos, qual a porcentagem de cada uma das cores, comparassem os dois gráficos, percebessem o que a porcentagem representa e assim por diante, como pode-se ver na Figura 32.

Figura 32 - Tarefa 1 do material entregue aos estudantes da turma 162 na primeira etapa da prática

**Tarefas:**

Ao construir os gráficos de cada questão, analisem cuidadosamente a diferença entre eles, identifiquem a porcentagem de cada uma das cores presentes em cada gráfico e comparem as quantidades dos dois gráficos e outras observações que vocês percebem!

Com isso, responda às seguintes questões, com as suas palavras:

1) Nos dois gráficos, a cor vermelha representa 44% do total do gráfico. No entanto, a quantidade de quadradinhos vermelhos pintados em cada um dos gráficos é diferente. Na questão 1, temos 44 quadrados vermelhos pintados, já na questão 2, temos 33 quadrados vermelhos pintados. O mesmo acontece na cor azul, que nos dois gráficos representa 20% do todo, mas em cada gráfico representa quantidades diferentes. Como pode isso?

---

---

---

---

---

---

---

Fonte: Produção autoral;

No contexto das situações abordadas para a turma 161, bem como para a turma 162, procuramos trazer diferentes tipos de gráficos e tabelas. As Figuras 23 e 28 apresentam os dados da questão em forma de tabela; já nas Figura 24 e 29, os dados são representados por meio de um gráfico de colunas. Além disso, no material didático do GeoGebra usado nessa etapa temos um gráfico de setores. Ponte *et al.* (2007, p.5) discorrem a respeito da importância do estudante “ler e interpretar representações simbólicas, pictóricas, tabelas e gráficos, e apresentar adequadamente informação em qualquer destas formas de representação”.

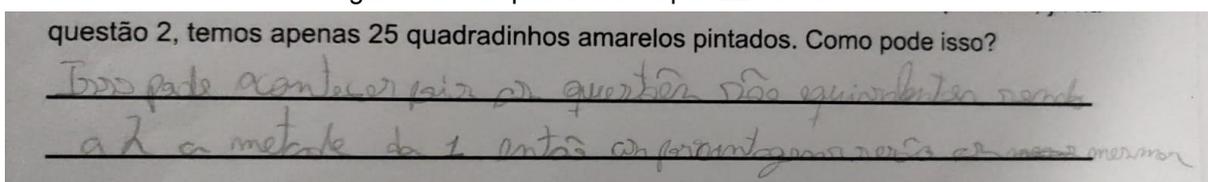
Assim, ao utilizar variados formatos de representação gráfica nas questões, tínhamos como objetivo proporcionar aos estudantes a oportunidade de desenvolver suas habilidades de leitura e interpretação de informações em diferentes contextos visuais. A diversidade de abordagens gráficas visa enriquecer o aprendizado, permitindo que os alunos se familiarizem com diversas formas de apresentação de dados, o que é crucial para a interpretação e análise de dados e de gráficos estatísticos.

Assim, visando fornecer uma visão mais precisa e nítida da análise dos dados, optamos por abordar a Tarefa 1 separadamente para cada uma das duas turmas nas quais realizamos a prática. Isso nos permitiu identificar as semelhanças e diferenças entre as turmas ao alterar as quantidades dos dados, contribuindo para uma compreensão mais aprofundada do processo.

#### 4.1.2.1 Turma 161

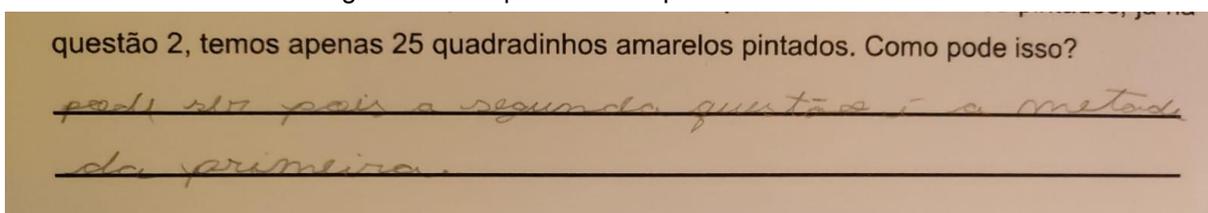
Conforme mencionado, durante a prática, ao analisarmos as respostas dos estudantes, observamos que alguns deles concluíram que os dois gráficos das situações dadas eram idênticos devido à divisão pela metade das quantidades dos quadradinhos de cada cor. Podemos identificar essa percepção nas respostas dadas por E2 e E37 representadas nas Figuras 33 e 34, respectivamente.

Figura 33 - Resposta escrita por E2 na Tarefa 1



Fonte: Acervo da autora;

Figura 34 - Resposta escrita por E37 na Tarefa 1



Fonte: Acervo da autora;

Nas Figuras 33 e 34, as estudantes concluíram que as cores da Situação 2 (Figura 24) eram a metade das cores da Situação 1 (Figura 23). E2 também concluiu que as questões são equivalentes, e que todas as cores obedeciam a essa proporção. Essa percepção de “dividir pela metade” também foi percebida por outros estudantes da turma. Entretanto, alguns estudantes analisaram somente os quadradinhos amarelos, que foram de 50 para 25 de um gráfico para o outro, mas que também concluíram que o número dividiu pela metade, como ilustrado nas Figuras 35 e 36.

Figura 35 - Resposta escrita por E13 na Tarefa 1

questão 2, temos apenas 25 quadradinhos amarelos pintados. Como pode isso?  
 Na questão um tinha 50 quadradinhos, na segunda tem  
 a metade da primeira, ou seja 25 quadradinhos.

Fonte: Acervo da autora;

Figura 36 - Resposta escrita por E15 na Tarefa 1

questão 2, temos apenas 25 quadradinhos amarelos pintados. Como pode isso?  
 Porque mesmo com a quantidade de quadradinhos diferentes  
 a porcentagem é a mesma (50%) formando a metade do  
 total.

Fonte: Acervo da autora;

Além disso, outra percepção, referente somente à cor amarela, foi que ela representa a maior quantidade nos dois gráficos (Figura 37).

Figura 37 - Resposta escrita por E16 na Tarefa 1

questão 2, temos apenas 25 quadradinhos amarelos pintados. Como pode isso?  
 Porque nós 2 gráficos o amarelo tem a maior  
 quantidade de

Fonte: Acervo da autora;

Quando refletimos sobre essas percepções das Figuras 35, 36 e 37, observamos que essas respostas referentes apenas a cor amarela pode ser devido a pergunta que foi feita no material impresso entregue à eles, a qual colocamos aqui novamente:

Figura 38 - Trecho da Tarefa 1 do material da turma 161 na primeira etapa

1) Nos dois gráficos, a cor amarela representa 50% do total do gráfico. No entanto, é importante ressaltar que a quantidade de quadradinhos amarelos pintados em cada um dos gráficos é diferente. Na questão 1, temos 50 quadradinhos amarelos pintados, já na questão 2, temos apenas 25 quadradinhos amarelos pintados. Como pode isso?

Fonte: Produção autoral;

Analisando a pergunta, percebemos que ela tende a direcionar os estudantes a responderem exclusivamente a respeito da cor amarela, uma vez que o exemplo dado na pergunta se refere somente a essa cor. Percebendo isso, essa também foi uma parte da questão que foi mudada para a turma 162, na qual colocamos os exemplos das cores vermelha e azul, como podemos observar na Figura 39.

Figura 39 - Trecho da Tarefa 1 do material da turma 162 na primeira etapa

1) Nos dois gráficos, a cor vermelha representa 44% do total do gráfico. No entanto, a quantidade de quadradinhos vermelhos pintados em cada um dos gráficos é diferente. Na questão 1, temos 44 quadrados vermelhos pintados, já na questão 2, temos 33 quadrados vermelhos pintados. O mesmo acontece na cor azul, que nos dois gráficos representa 20% do todo, mas em cada gráfico representa quantidades diferentes. Como pode isso?

Fonte: Produção autoral;

Os dados referentes a turma 162 e as diferenças obtidas ao mudar de questão serão analisados na próxima subseção.

Além dessas percepções, uma resposta que foi dada por vários estudantes foi que a porcentagem mudou apenas porque mudou a quantidade de quadradinhos do material, que cada gráfico tem uma quantidade de blocos diferente, como ilustrado nas Figuras 40 e 41.

Figura 40 - Resposta escrita por E8 na Tarefa 1

questão 2, temos apenas 25 quadradinhos amarelos pintados. Como pode isso?  
 A porcentagem vai ser a mesma  
 só muda a quantidade de blocos que  
 irá usar

Fonte: Acervo da autora;

Figura 41 - Resposta escrita por E18 na Tarefa 1

questão 2, temos apenas 25 quadradinhos amarelos pintados. Como pode isso?  
 Diminuindo o número do outro gráfico

Fonte: Acervo da autora;

Quando E18 (Figura 41) estava respondendo essa questão, eu estava perto dele no laboratório de informática, e então ele me disse praticamente a resposta que

ele colocou na questão “oh sora, acho que ficou igual porque todos os números diminuíram, né”. A partir dessa resposta, tivemos o seguinte diálogo:

**PP:** mas se o amarelo tivesse ido de 50 quadradinhos para 49, e o azul de 8 para 1, ficaria a mesma porcentagem nos dois gráficos também?

**E18:** daí acho que não, porque o azul diminuiu bem mais

**PP:** E tu consegue perceber alguma relação entre os números do material? O amarelo ter ido de 50 para 25, o azul ter ido de 8 para 4?

**E18:** todos foram metade.

**PP:** isso aí!

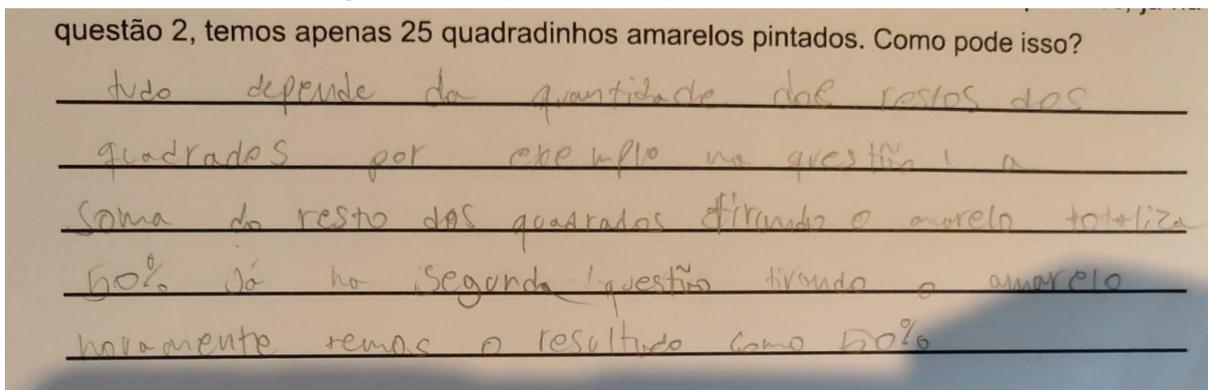
(Anotações do diário de campo da professora)

Nesse diálogo, há indícios que o estudante, mesmo que de outra forma, entendeu que os gráficos continuaram iguais porque todos os números diminuíram pela metade, e não somente diminuíram de um gráfico para o outro.

Pensando sobre a minha atuação como professora nesse diálogo, percebi que eu poderia não ter influenciado tanto a interpretação do estudante quando destaquei novamente o fato de “o amarelo ter ido de 50 para 25, o azul ter ido de 8 para 4”. Penso que poderia ter esperado a resposta que E18 teria dado quando perguntei “E tu consegue perceber alguma relação entre os números do material?”. Contudo, por força do hábito, meu impulso foi o de instantaneamente mencionar essa relação, fazendo com que o aluno chegasse na resposta mais rapidamente. Embora essa abordagem possa ter, de certa forma, limitado a profundidade do debate, é importante destacar que, como um dos objetivos específicos da presente pesquisa é explorar aspectos a serem repensados da prática, reconhecer, refletir e aprender com esses atos também é uma potencialidade.

Por fim, na Figura 42 abaixo, E38 destacou a respeito dos “restos dos quadradinhos”, ressaltando que as cores, tirando a amarela, representam 50% nos dois gráficos, pois, se somarmos essas outras cores, dá exatamente a quantidade de quadradinhos amarelos. Observo que E38 foi a única participante da prática a adotar essa estratégia nessa questão, entretanto, essa mesma estratégia usada por E38 foi muito usada pelos estudantes na Etapa 3 da atividade, que será abordada em sequência.

Figura 42 - Resposta escrita por E38 na Tarefa 1



Fonte: Acervo da autora;

Avaliando a minha prática docente, observo que essa estratégia nunca foi usada ou ensinada por mim. Sempre estive inclinada a pensar na metade apenas como o resultado de uma divisão por 2. Observando as falas dos estudantes, notei que muitos deles descobrem que um número representa a metade do todo ao somar os valores dos outros números e verem que a soma desses outros números totaliza o número que representa a metade. Observar essas estratégias dos estudantes tem enriquecido os meus pensamentos, estratégias para abordar alguns conceitos e formas de ver alguns resultados matemáticos.

#### 4.1.2.2 Turma 162

Conforme mencionado, a quantidade de quadradinhos de cada cor foi mudada para a turma 162. Assim, nesta subseção, analisamos as respostas dadas pelos estudantes e destacamos algumas semelhanças e diferenças que notamos entre as respostas dos alunos da turma 162 e da turma 161.

Nas Figuras 43 e 44, podemos observar que os estudantes usaram a palavra “proporção” e “equivalência” para explicar porque as porcentagens nos dois gráficos são iguais. Tais palavras foram usadas por mais estudantes dessa turma, mas essas duas ilustram as demais. Vale ressaltar que tais palavras só apareceram nas respostas de uma estudante da turma 161, enquanto que a maioria dos outros participantes explicaram que os gráficos seguiram iguais pela divisão dos números pela metade. Com isso, considere a importância de ter refletido sobre a minha prática e ter mudado o enunciado dessas questões, para que os estudantes pudessem refletir mais acerca do que fora proposto e assim enriquecer o debate.

Figura 43 - Resposta escrita por E29 na Tarefa 1

20% do todo, mas em cada gráfico representa quantidades diferentes.. Como pode isso?

Porque mesmo que os números sejam diferentes a equi-  
valência é a mesma

Fonte: Acervo da autora;

Figura 44 - Resposta escrita por E22 na Tarefa 1

20% do todo, mas em cada gráfico representa quantidades diferentes.. Como pode isso?

Independente da proporção a porcentagem  
fica igual

Fonte: Acervo da autora;

Agora, observando a resposta dada por E33, representada na Figura 45 abaixo, notamos que o estudante também destacou sobre a quantidade de quadradinhos de cada cor em relação ao total de blocos ser a mesma.

Figura 45 - Resposta escrita por E33 na Tarefa 1

20% do todo, mas em cada gráfico representa quantidades diferentes.. Como pode isso?

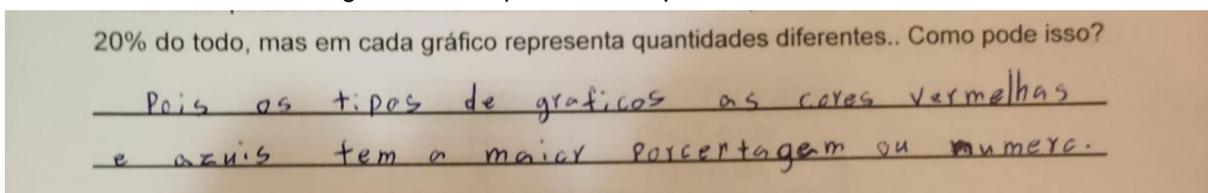
Isso pode acontecer pois a relação entre os quadradinho de uma  
certa cor em relação ao total de quadradinhos é a mesma nos  
dois gráficos.

Fonte: Acervo da autora;

Ao analisar a resposta de E33, notamos que o estudante abordou de maneira precisa a proporção de quadradinhos coloridos em relação ao número total de blocos presentes nos dois gráficos. Conforme discutido previamente, essa particularidade revela uma característica marcante dos gráficos de setores. Essa resposta também me fez refletir a respeito do gráfico de setores ser uma representação que transmite dados visualmente de uma maneira muito eficaz e precisa.

Por fim, ao analisarmos a Figura 46, podemos observar que E42 destacou a respeito das mudanças das cores vermelha e azul.

Figura 46 - Resposta escrita por E42 na Tarefa 1



Fonte: Acervo da autora;

Essa resposta se assemelhou a algumas respostas analisadas pela turma 161 (Figuras 35, 36 e 37), que responderam somente referente a cor amarela. Conforme mencionado na subseção 4.1.2.1, quando refletimos sobre essas percepções da turma 161, percebemos que essas respostas referentes apenas a cor amarela podem estar vinculadas à formulação da pergunta, que pode direcionar os estudantes a responderem exclusivamente a respeito da cor amarela. Quando notamos isso, mudamos essa questão para a turma 162, na qual optamos por colocar os exemplos das cores vermelha e azul. Entretanto, o mesmo cenário ocorreu na turma 162: E42 colocou considerações apenas sobre as cores vermelha e azul, justamente as cores que estavam presentes no enunciado da questão.

Essa situação nos levou a uma reflexão acerca da abordagem da questão, e de que maneira poderíamos reformulá-la de modo a não induzir os estudantes a observarem somente as cores explicitamente mencionadas no enunciado. Por mais que não tenha uma resposta certa para esse questionamento, consideramos que uma abordagem possível seria inicialmente escrever que a porcentagem de todas as cores permaneceram iguais nos dois gráficos, uma vez que, tanto na turma 161 quanto na turma 162, o enunciado já começa comparando uma das cores (Figuras 38 e 39). Com isso, pensamos em como poderia ser o novo enunciado da questão (Figura 47), no qual destacamos no texto a seguir o que foi alterado:

Figura 47 - Idéia de um novo enunciado para a Tarefa 1 do material entregue na primeira etapa

**1) Nós dois gráficos, todas as cores representam a mesma porcentagem. Por exemplo,** a cor vermelha representa 44% do total do gráfico. No entanto, a quantidade de quadradinhos vermelhos pintados em cada um dos gráficos é diferente. Na questão 1, temos 44 quadrados vermelhos pintados, já na questão 2, temos 33 quadrados vermelhos pintados. O mesmo acontece na cor azul, que nos dois gráficos representa 20% do todo, mas em cada gráfico representa quantidades diferentes. **Isso se repete em todas as outras cores.** Como pode isso?

Fonte: Produção autoral;

### 4.1.3 Tarefas 2 e 3

As Tarefas 2 e 3 do material didático tinham como objetivo que os estudantes refletissem se era possível montar o gráfico no material didático do GeoGebra de modo que todas as cores apresentassem a mesma porcentagem. Além disso, foram incentivados a questionar se existe apenas uma quantidade possível para alcançar essa igualdade de porcentagens, conforme ilustrado na Figura 48. É importante ressaltar que essas questões não foram mudadas de uma turma para a outra, permitindo assim uma análise conjunta das respostas dos estudantes das duas turmas.

Figura 48 - Tarefas 2 e 3 do material entregue aos estudantes das turmas 161 e 162 na primeira etapa da prática

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

---

---

---

---

---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

---

---

---

---

Fonte: Produção autoral;

A partir das respostas escritas pelos estudantes, observamos que a maioria chegou à conclusão que a porcentagem necessária para que todas as cores fossem igualmente representadas é de 20%. Entretanto, na Tarefa 3, tivemos diferentes percepções, as quais analisaremos nesta subseção.

A primeira percepção que tivemos, ilustrada pelas Figuras 49 e 50 foi a de que os estudantes perceberam que, para que todas as cores tenham a mesma porcentagem, os quadradinhos de cada cor devem ir de 1 a 20.

Figura 49 - Resposta escrita por E2 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Sim há 5 cores então dividimos 5 por 100 que dá 20 então cada cor terá 20 quadradinhos com 20% de cada

---



---



---



---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

Não no mínimo um quadradinho de cada e no máximo 20.

---



---

Fonte: Acervo da autora;

Na Figura 49, podemos perceber que E2 usou a estratégia de dividir 100, que é a quantidade máxima de quadradinhos, por 5, que é a quantidade de cores que o material didático possui. Dessa forma, E2 concluiu que o máximo de quadradinhos que pode ter de cada cor para que as porcentagens sejam iguais é de 20, e o mínimo de 1.

Agora, na figuras 50 abaixo, percebemos que os estudantes também observaram que de 1 a 20 quadradinhos de cada cor podemos formar porcentagens iguais nas cores. Os estudantes destacaram, inclusive, que não existe só uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem, mas que todas as cores tinham que ter a mesma quantidade, de no mínimo 1 quadradinho por cor e um máximo de 20, uma vez que o máximo de quadradinhos são 100.

Figura 50 - Resposta escrita por E30 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma percentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Sim, se todas tiverem a mesma quantidade de quadradinhos de 1 a 20.

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma percentagem? Justifique

Não, pois ~~qualquer~~ de 1 a 20 podemos formar ~~por~~ ~~percentagens~~ iguais.

Fonte: Acervo da autora;

Agora, na Figura 51 abaixo, podemos perceber que E42 destacou que basta que o número de quadradinhos de cada cor seja o mesmo para as percentagens serem as mesmas.

Figura 51 - Resposta escrita por E42 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma percentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Cada cor deveria ter 20 quadradinhos e teria 20 percento em cada que no total seria 100.

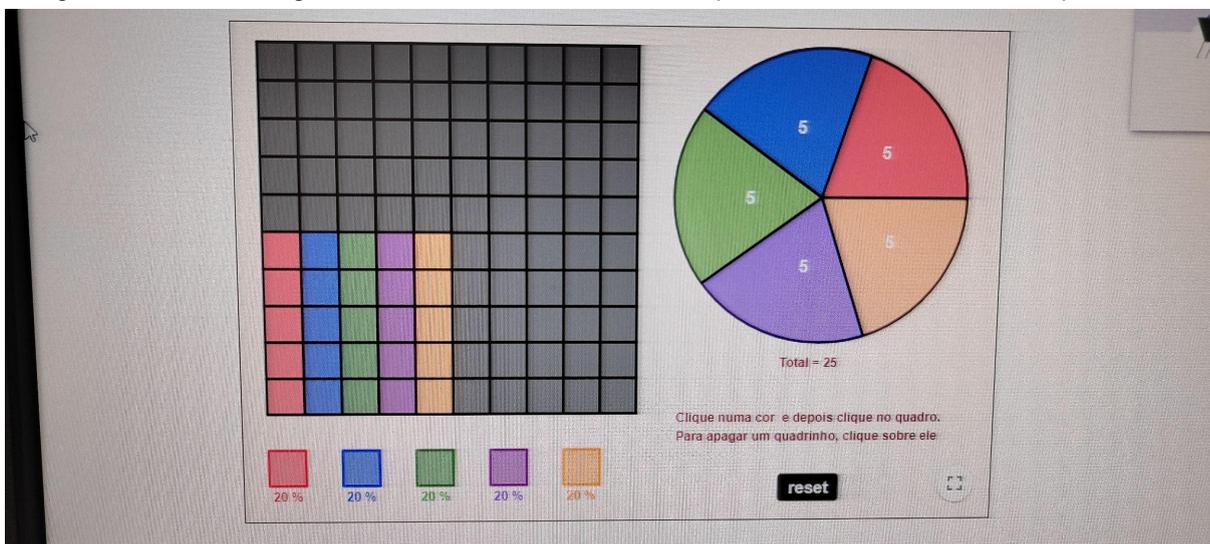
3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma percentagem? Justifique

Não pois qualquer número que as cores estiver igual continuará a mesma percentagem

Fonte: Acervo da autora;

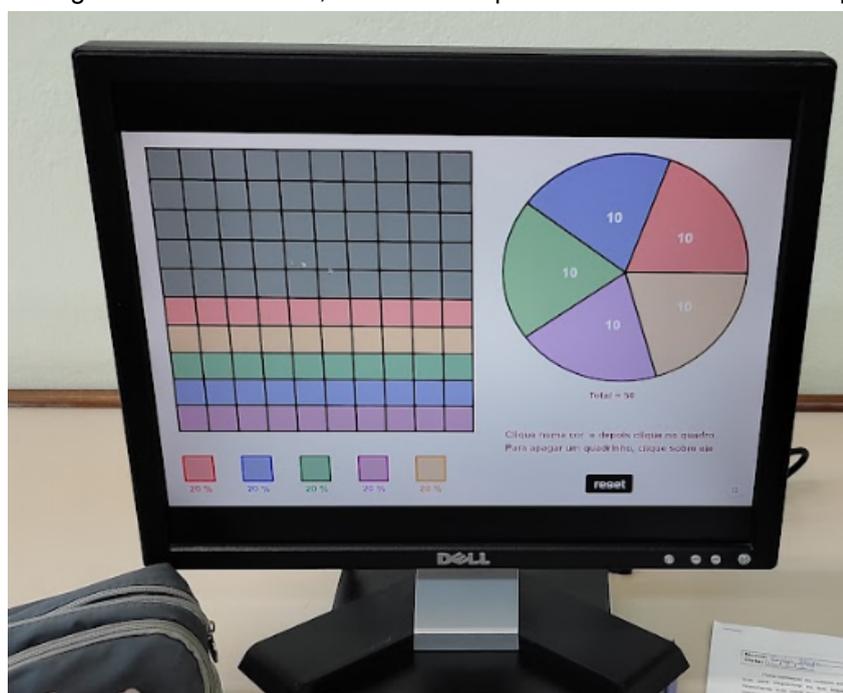
Para chegar nessa conclusão, E42 estava testando variadas quantidades das cores do material didático, como podemos ver nas Figuras 52 e 53.

Figura 52 - E42 interagindo com o material, deixando os quadradinhos com a mesma quantidade



Fonte: Acervo da autora;

Figura 53 - E42 interagindo com o material, deixando os quadradinhos com a mesma quantidade



Fonte: Acervo da autora;

Aguiar e Flôres (2014, p.14) destacam que uma vantagem do uso dos Objetos de Aprendizagem, como os materiais didáticos digitais, “é a possibilidade do aluno fazer inúmeras tentativas para construir hipóteses ou estratégias sobre

determinado tema, podendo obter feedback do computador que o auxilia na correção dessas estratégias”. Esse princípio vem ao encontro do que E42 estava tentando fazer para responder às perguntas do material impresso. E42 estava fazendo inúmeras tentativas com o material didático, aumentando e diminuindo os quadradinhos de cada cor, para ver quais eram as possibilidades das cores ficarem com a mesma porcentagem. Nesse contexto, podemos observar uma potencialidade desse material didático, que permite que os estudantes testem e construam hipóteses para responder às questões, e o fato do feedback ser automático pode auxiliar muito na chegada da resposta.

Já na Figura 54 abaixo, notamos que E41 também destaca que basta que as cores tenham a mesma quantidade de quadradinhos para elas terem a mesma porcentagem, e, na Tarefa 2, E41 destacou a respeito da proporção.

Figura 54 - Resposta escrita por E41 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

É só colocar a mesma proporção.

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

Não, pois se cada um tiver a mesma quantidade de a porcentagem será a mesma.

Fonte: Acervo da autora;

E29 (Figura 55), por sua vez, destaca que, se tivermos um quadradinho de cada cor ou se tivermos 20 quadradinhos de cada cor, a porcentagem das cores será a mesma.

Figura 55 - Resposta escrita por E29 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Sim 20 VER / 20 AMA / 20 AZU / 20 VEA / 20 ROX /

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

Não, 1 decada terá o mesmo resultado de 20 de cada

Fonte: Acervo da autora;

Para chegar a essa conclusão, que 1 quadradinho de cada cor terá o mesmo resultado de 20 de cada, observei, durante a prática, que E29 tinha primeiramente colocado 20 quadradinhos de cada cor no material didático e, em seguida, gradualmente foi tirando um quadradinho de cada cor, deixando todas as cores com 19 quadradinhos cada, 18, 17, até chegar em 1 quadradinho cada cor. Essa estratégia é muito parecida com a estratégia usada por E42 (Figuras 52 e 53). Contudo, E29 tirava um quadradinho de cada cor a cada “ciclo”, já E42 escolhia um número, por exemplo, 5 quadradinhos vermelhos, e assim deixava todas as cores com 5 quadradinhos, e assim observava se as porcentagens se mantinham iguais.

Borba, Silva e Gadanidis (2014, p.57) destacam que, com o uso de tecnologias digitais, “novos tipos de problemas e estratégias de resolução entraram em cena”. Para essa questão, já podemos observar diferentes estratégias empregadas pelos estudantes para responder à questão.

Agora, na resposta dada por E31 na Figura 56, o estudante também destaca que basta que todas as cores tenham a mesma quantidade para que a porcentagem seja a mesma.

Figura 56 - Resposta escrita por E31 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Sim, cada cor ficaria com 20% e 20 quadrados.

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

Não, Se cada cor tem a mesma quantidade a porcentagem seria a mesma.

Fonte: Acervo da autora;

Observando a resposta dada por E1 (Figura 57), a estudante, na Tarefa 2, deu o exemplo de 20 quadrinhos de cada cor, formando um total de 100 quadrinhos. Já na Tarefa 3, E1 destaca que não existe apenas uma quantidade possível para que as cores tenham a mesma porcentagem, e dá o exemplo que se todas as cores dividissem pela metade, teríamos 50 quadrinhos ao todo, sendo 10 de cada cor.

Figura 57 - Resposta escrita por E1 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Sim, é só colocar 20 quadradinhos de cada cor (20%) formando o total de 100 quadradinhos (100%)

---



---



---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

Não, se você fizer a metade, 10 quadradinhos (20%) formando o total de 50 quadradinhos

Fonte: Acervo da autora;

Agora, na Figura 58 abaixo, identificamos que E14 destacou que não existe somente uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem, mas que “é só abaixo de 20”. Com isso, podemos notar que E14 também reconheceu que o máximo de quadradinhos pintados para cada cor são 20. Além disso, E14, na Tarefa 2, comenta que, para obter porcentagens iguais, os números das cores têm que ser iguais também. E14 comenta que pintou 10 quadradinhos em cada cor e deu 20% para cada cor. Aqui, também podemos ver as tecnologias digitais entrando em cena, uma vez que E14 pôde ir alterando o material didático de forma a ficar com os números que ele escolheu, e as porcentagens foram mudando automaticamente. Assim, quando ele chegou nas quantidades iguais de quadradinhos para cada cor, que ele escolheu que fossem 10, E14 pôde notar que as porcentagens eram todas iguais também.

Figura 58 - Resposta escrita por E14 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

*o numero para ter porcentagem igual teriam  
ser igual em fis de 20 de 20% cada*

---



---



---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

*não mas é só abaixo de 20*

---



---

Fonte: Acervo da autora;

Agora, ao analisarmos as respostas dadas por E9 e E36 nas Figuras 59 e 60 abaixo, podemos notar que os estudantes concluíram que podemos ter variados totais. E9 destacou que podemos fazer vários gráficos com porcentagens iguais, uma vez que “temos variados totais, então temos variadas porcentagens”. De forma similar, E36 destacou que “Não! Porque não precisa preencher o gráfico” (sic). Essas percepções de E9 e E36 contrastam com outras percepções que tivemos dos estudantes que responderam que não é possível formar outros gráficos com porcentagens iguais além do gráfico com 20 quadradinhos de cada cor, como destacamos em seguida.

Figura 59 - Resposta escrita por E36 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

*Sim todas teriam que ter 20*

---



---



---



---



---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

*Não! Porque não poderia preencher o gráfico*

---



---

Fonte: Acervo da autora;

Figura 60 - Resposta escrita por E9 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

*sim, vinte de cada cor.*

---



---



---



---



---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

*não, pois não temer variável de cor então temer variável porcentagem.*

---



---

Fonte: Acervo da autora;

Agora, iremos analisar outra percepção que foi tida nas respostas das perguntas 2 e 3 do material impresso. Como podemos observar nas Figuras 61 e 62, os estudantes comentaram que só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem, uma vez que “100 blocos dividido por 5 cores dá 20 quadrados” (E3).

Com isso, observamos que, provavelmente, os estudantes pensaram que tinham que pintar todos os quadrados do material didático. Por mais que os estudantes não tenham visto outras possibilidades de porcentagem, eles puderam notar que, com 20 quadradinhos, todas as cores ficam com porcentagens iguais, que era um dos objetivos das tarefas.

Figura 61 - Resposta escrita por E3 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Sim, 20 quadrados.

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

Sim, porque 100 blocos dividido por 5 cores dá 20 quadrados.

Fonte: Acervo da autora;

Figura 62 - Resposta escrita por E38 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Sim basta apenas colocar 20 quadradinhos para cada cor.

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

Sim porque  $100 \div 5$  é igual a 20.

Fonte: Acervo da autora;

Além disso, seguindo o mesmo raciocínio, outra percepção tida pelos estudantes foi a de que só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem, como evidenciado pelo cálculo de que " $5 \times 20 = 100$ ". Aqui, podemos notar praticamente o mesmo raciocínio das Figuras 61 e 62, mas agora, ao invés de dividir 100 por 5, os alunos optaram pela operação de multiplicação, e então fizeram o cálculo de  $5 \times 20 = 100$ , como ilustrado nas Figuras 63 e 64.

Figura 63 - Resposta escrita por E26 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Sim 20%

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

20 porque  $5 \times 20 = 100$

Fonte: Acervo da autora;

Figura 64- Resposta escrita por E28 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais seriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

TODA AS CORES NO 20%

---



---



---



---



---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

NÃO POR QUE A ÚNICA VZ QUE ISSO É NO 20%  $5 \times 20 = 100$

Fonte: Acervo da autora;

Por fim, uma outra percepção foi a respeito das Tarefas 3 e 4, na qual E19 (Figura 65) comentou que só existe uma quantidade possível, “pois se fosse um número maior que 20 daria mais que o total, se fosse menor que 20 não daria o total”. Com isso, E19 se refere ao fato do material didático ser preenchido com 100 quadradinhos, e por isso, só com 20 quadradinhos de cada cor que isso ocorre. Além disso, na Figura 66, podemos notar que E10 também inferiu que só existe uma quantidade possível, pois “existem 100 quadradinhos e cada um vai 20”, se referindo ao fato de cada cor ter 20 quadradinhos.

Figura 65 - Resposta escrita por E19 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Se o total for 100 cada cor terá 20

---



---



---



---



---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

Sim, porque fosse um valor maior que 20 seria maior que o total. Se fosse menor que 20 não daria o total.

Fonte: Acervo da autora;

Figura 66 - Resposta escrita por E10 nas Tarefas 2 e 3

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

Sim 20 quadrados.

---



---



---



---



---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

Sim, pois existe 100 quadrados e cada um vale 20.

Fonte: Acervo da autora;

Assim, notamos que essas últimas percepções, embora escritas de outras formas, muito se assemelham às percepções ilustradas das Figuras 61 a 64, nas quais os estudantes pensaram que tinham que pintar todos os quadrados do material didático. Ainda que possivelmente os estudantes não tenham explorado outras alternativas para lidar com porcentagens, conseguiram identificar que, ao preencher 20 quadradinhos, todas as cores alcançaram distribuições percentuais idênticas, cumprindo assim um dos objetivos das atividades.

#### 4.1.4 Tarefa 4

Para encerrar a primeira etapa, foi solicitado que os estudantes compartilhassem observações e reflexões adicionais que eles tiveram, além de outras possibilidades que podem ser feitas utilizando o material didático, como é ilustrado na Figura 67.

Figura 67 - Tarefa 4 do material impresso entregue aos estudantes das duas turmas na primeira etapa

**4)** Utilize este espaço para compartilhar outras observações que você fez ao comparar os gráficos das questões acima, ao explorar o applet ou para comentar outras coisas que percebeu, além de possibilidades adicionais que podem ser realizadas a partir do applet.

---



---



---



---

Fonte: Produção autoral;

Um dos comentários mais destacados pelos estudantes foi o fato de poder fazer Pixel Art e desenhos no material, como ilustrado nas Figuras 68 e 69.

Figura 68 - Resposta escrita por E36 na Tarefa 4

4) Utilize este espaço para compartilhar outras observações que você fez ao comparar os gráficos das questões acima, ao explorar o applet ou para comentar outras coisas que percebeu, além de possibilidades adicionais que podem ser realizadas a partir do applet.

*Pixel art*

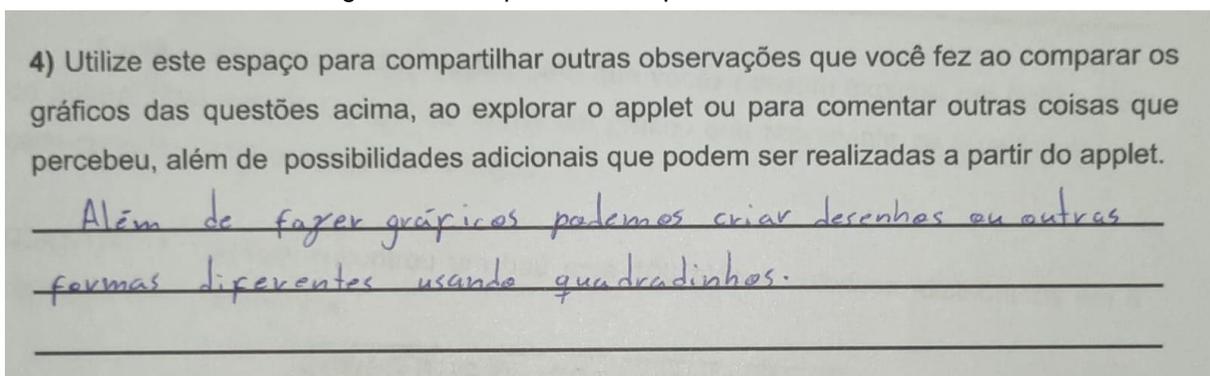
---



---

Fonte: Acervo da autora;

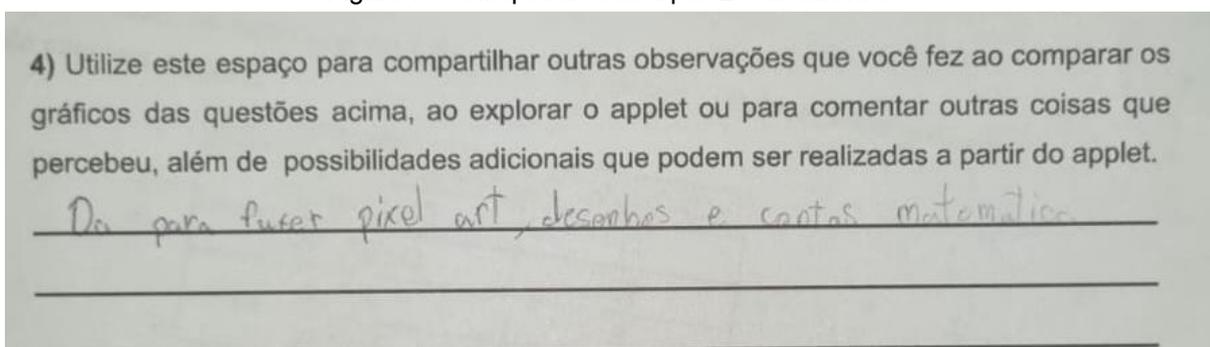
Figura 69 - Resposta escrita por E15 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

E6 (Figura 70) destaca também que, além do Pixel Art, é possível fazer contas matemáticas:

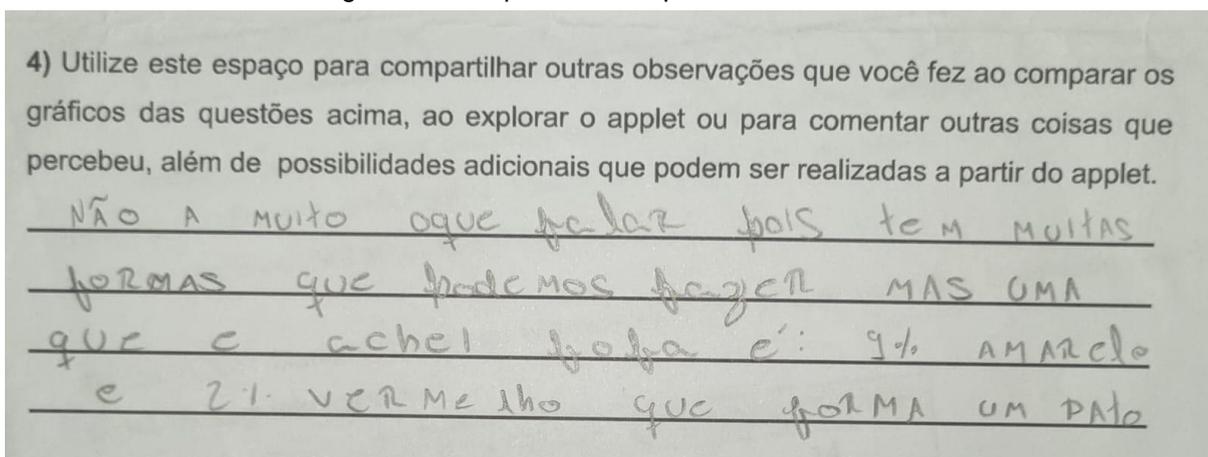
Figura 70 - Resposta escrita por E6 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

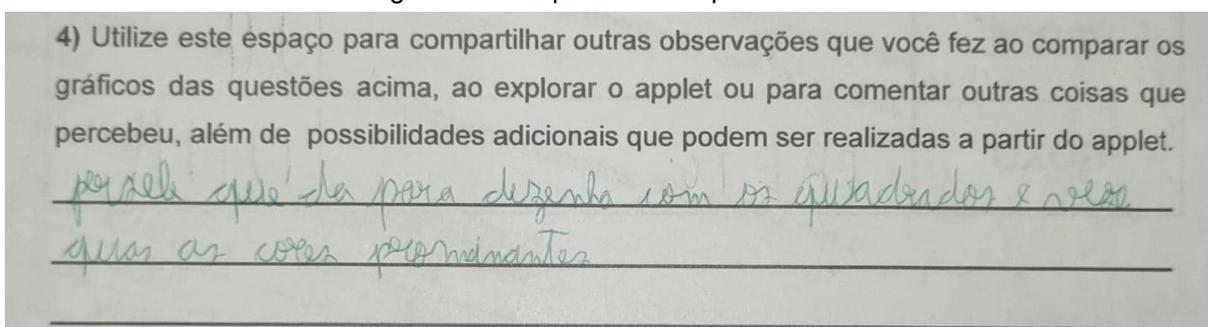
E12 (Figura 71) destaca que tem muitas formas que podemos fazer com o material, e inclusive ressalta um desenho que ela fez que ela achou “fofo”. Na resposta de E12, podemos notar que a estudante percebeu as porcentagens ao formar o desenho do pato, o que também destaca a potencialidade do material didático escolhido, uma vez que a estudante estava desenhando, algo que ela adora fazer, e simultaneamente, percebendo as porcentagens das cores que ela usou, que se alteram automaticamente com a ajuda das tecnologias digitais.

Figura 71 - Resposta escrita por E12 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

Figura 72 - Resposta escrita por E29 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

Na Figura 72, E29 também comenta a respeito de fazer desenhos com os quadrados e ver quais as cores que predominam. Dessa forma, também entra a importância da visualização, que “é um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matemáticos para que possamos pensar matematicamente” (Borba, Silva e Gadandis, 2014, p.57).

Agora, na Figura 73, E42 comenta que ela percebeu “que os gráficos são bem diferentes, pois um é circular parecendo uma pizza e o outro tem linhas retas”. Nessa questão, percebi que na verdade E42 estava comentando a respeito do segundo material didático selecionado, que utilizamos nas Tarefas 2 e 3.

Como mencionado, um dos nossos objetivos era apresentar diferentes tipos de gráficos aos estudantes, uma vez que interpretar representações em qualquer um dos tipos de gráficos e tabelas desempenha um papel essencial na sociedade (Ponte *et al.*, 2007).

Figura 73 - Resposta escrita por E42 na Tarefa 4

4) Utilize este espaço para compartilhar outras observações que você fez ao comparar os gráficos das questões acima, ao explorar o applet ou para comentar outras coisas que percebeu, além de possibilidades adicionais que podem ser realizadas a partir do applet.

que os gráficos são bem diferentes pois um é circular parecendo uma pizza e o outro tem linhas retas

Fonte: Acervo da autora;

Figura 74 - Resposta escrita por E23 na Tarefa 4

4) Utilize este espaço para compartilhar outras observações que você fez ao comparar os gráficos das questões acima, ao explorar o applet ou para comentar outras coisas que percebeu, além de possibilidades adicionais que podem ser realizadas a partir do applet.

Pode ter outros tipos de gráficos, foi percebido que podemos colocar várias coisas nos gráficos, que fazemos ou não fazemos.

Fonte: Acervo da autora;

Na Figura 74, notamos que E23 também destacou a respeito dos tipos de gráficos. Aqui, podemos perceber uma potencialidade do segundo material didático, uma vez que ele nos permite visualizar dois tipos de gráficos simultaneamente, e ver como cada um se comporta conforme alteramos as quantidades.

Agora, nas Figuras 75 e 76, identificamos que E30 e E32 destacam novamente o fato de ter “20 possibilidades de termos porcentagens iguais”, fato abordado nas Tarefas 2 e 3.

Figura 75 - Resposta escrita por E30 na Tarefa 4

4) Utilize este espaço para compartilhar outras observações que você fez ao comparar os gráficos das questões acima, ao explorar o applet ou para comentar outras coisas que percebeu, além de possibilidades adicionais que podem ser realizadas a partir do applet.

Que existem 20 possibilidades de termos porcentagens iguais

Fonte: Acervo da autora;

Figura 76 - Resposta escrita por E32 na Tarefa 4

4) Utilize este espaço para compartilhar outras observações que você fez ao comparar os gráficos das questões acima, ao explorar o applet ou para comentar outras coisas que percebeu, além de possibilidades adicionais que podem ser realizadas a partir do applet.

Que existem 20 possibilidades de ter porcentagens iguais.

Fonte: Acervo da autora;

Destacamos ainda que a possibilidade de podermos usar diferentes números e a porcentagem de cada cor ser a mesma também foi destacado por E13 (Figura 77).

Figura 77 - Resposta escrita por E13 na Tarefa 4

Eu percebi que mesmo usando diferentes números a porcentagem pode ser a mesma.

Fonte: Acervo da autora;

Além disso, nas Figuras 78 e 79, identificamos que os estudantes enfatizaram o fato de que quando colocamos ou tiramos um quadradinho, a porcentagem do gráfico de setores se altera, comentário muito escrito pelos estudantes na questão de explorar o gráfico.

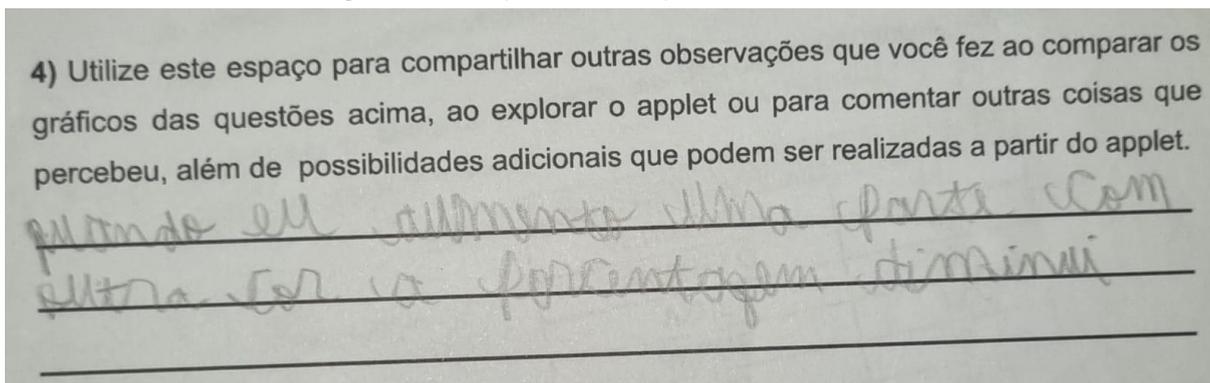
Figura 78 - Resposta escrita por E39 na Tarefa 4

4) Utilize este espaço para compartilhar outras observações que você fez ao comparar os gráficos das questões acima, ao explorar o applet ou para comentar outras coisas que percebeu, além de possibilidades adicionais que podem ser realizadas a partir do applet.

eu percebi que quando coloca ou tira algo na porcentagem muda no gráfico de pizza.

Fonte: Acervo da autora;

Figura 79 - Resposta escrita por E14 na Tarefa 4

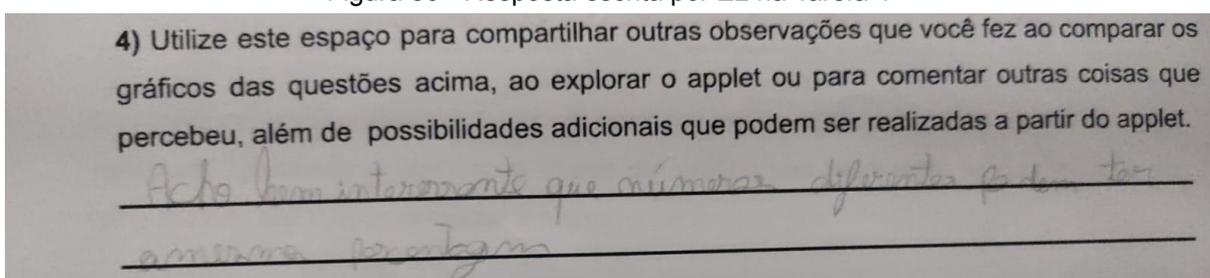


Fonte: Acervo da autora;

Observando a resposta dada por E2, ilustrada na Figura 80, a estudante ressalta que achou muito interessante que números diferentes podem ter a mesma porcentagem, se referindo à Tarefa 1, na qual ambas as situações apresentam números diferentes para cada quadradinho, mas as porcentagens nos dois gráficos seguem iguais para cada cor.

Nesse sentido, podemos notar uma potencialidade desse material didático, no qual os estudantes puderam fazer simulações para responder às questões propostas, “explorando recursos visuais do software, buscando estabelecer conexões entre representações e objetos matemáticos” (Borba; Silva; Gadani, 2014, p.53).

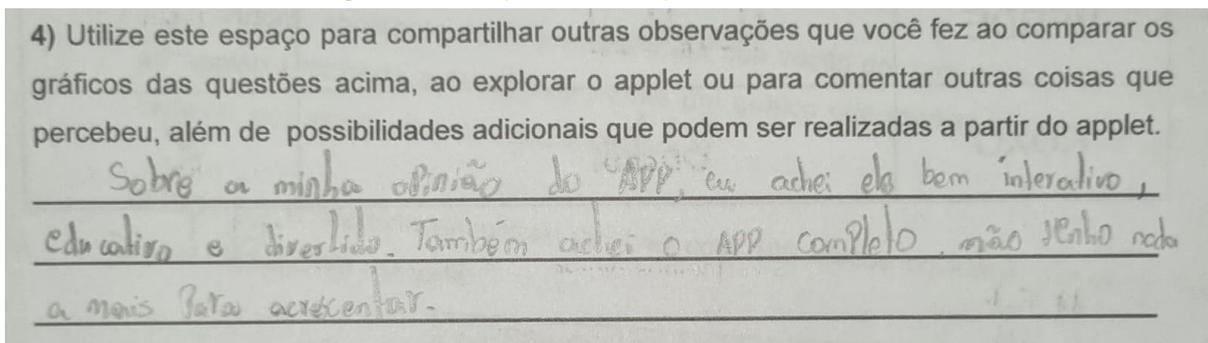
Figura 80 - Resposta escrita por E2 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

A partir de agora, iremos abordar as opiniões e os comentários feitos pelos estudantes sobre o que acharam do material didático. Para começar, trazemos os apontamentos feitos por E33, que destaca que achou o material bem interativo, educativo e divertido (Figura 81).

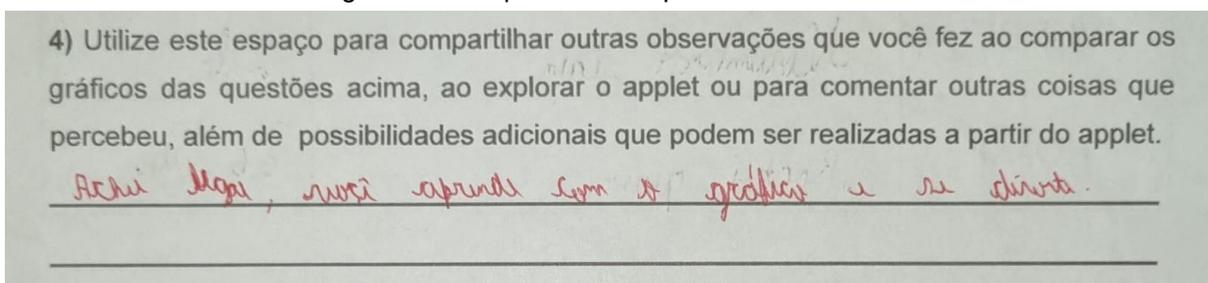
Figura 81 - Resposta escrita por E33 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

E44, na Figura 82, também destaca que achou o material “legal, você aprende com o gráfico e se diverte”.

Figura 82 - Resposta escrita por E44 na Tarefa 4

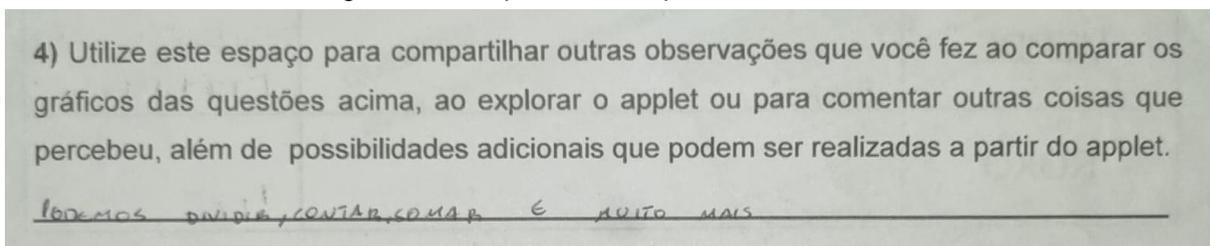


Fonte: Acervo da autora;

Esse foi um dos aspectos mais ressaltados no estudo feito a respeito dos Materiais Didáticos, que os materiais podem auxiliar a cativar e prender a atenção do estudante. Isso se deve ao caráter altamente interativo e visual que tais materiais podem oferecer (Fernandes, 2014).

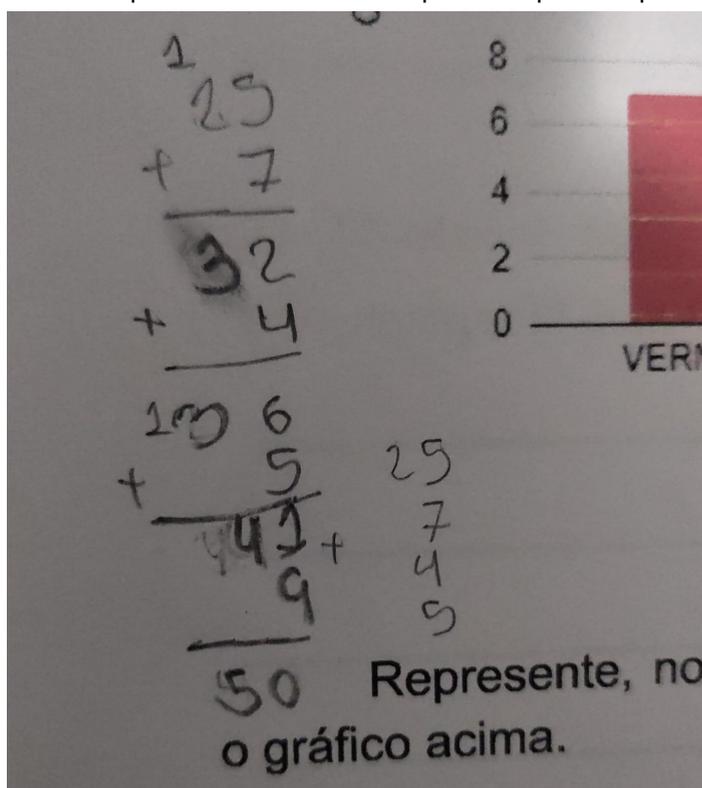
E34 (Figura 83) destaca que, com o material, “podemos dividir, contar, somar e muito mais”. Esse comentário tem relação ao fato de que os estudantes, na Tarefa 1, estavam somando as quantidades de cada cor para saber quantos quadradinhos pintados tínhamos ao todo, como ilustrado na Figura 84, e assim fazer as comparações entre as duas situações apresentadas, bem como fazer a divisão para descobrir que, no caso da turma 161, uma cor foi a metade da outra nas situações da Tarefa 1. Além disso, como dito, uma outra estratégia para descobrir que um número é a metade é somar as outras quantidades e observar que dá exatamente a quantidade que representa metade do todo.

Figura 83 - Resposta escrita por E34 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

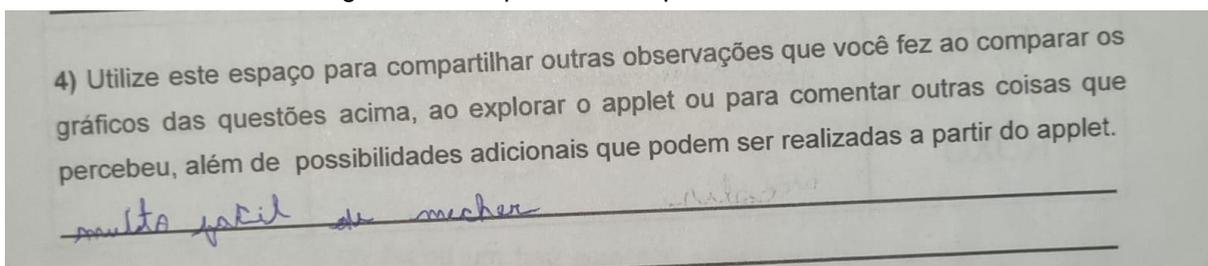
Figura 84 - E40 somando as quantidades de cada cor para ver quantos quadradinhos tem no total



Fonte: Acervo da autora;

E43 (Figura 85) destaca que o material didático é “muito fácil de mecher” (sic). Com isso, observamos uma potencialidade do material didático, que é muito intuitivo de mexer, o que permite que o estudante se concentre na interpretação e análise dos resultados, e não na mecânica computacional (Chance *et al.*, 2007).

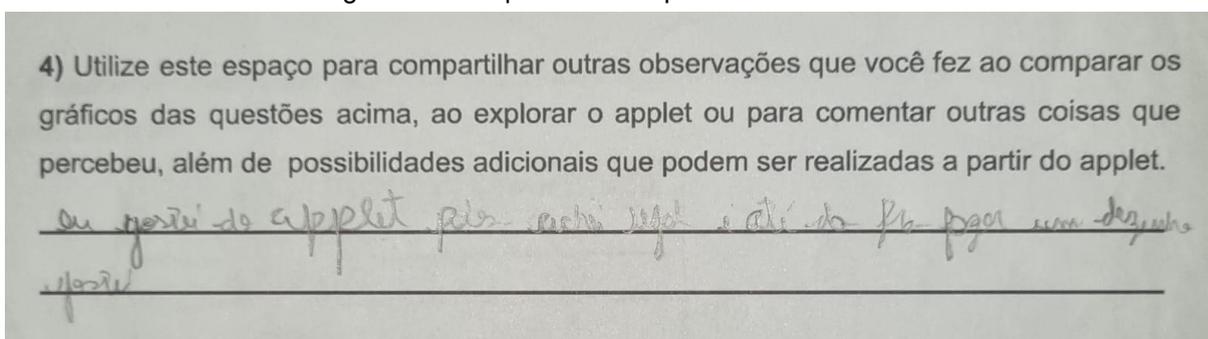
Figura 85 - Resposta escrita por E43 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

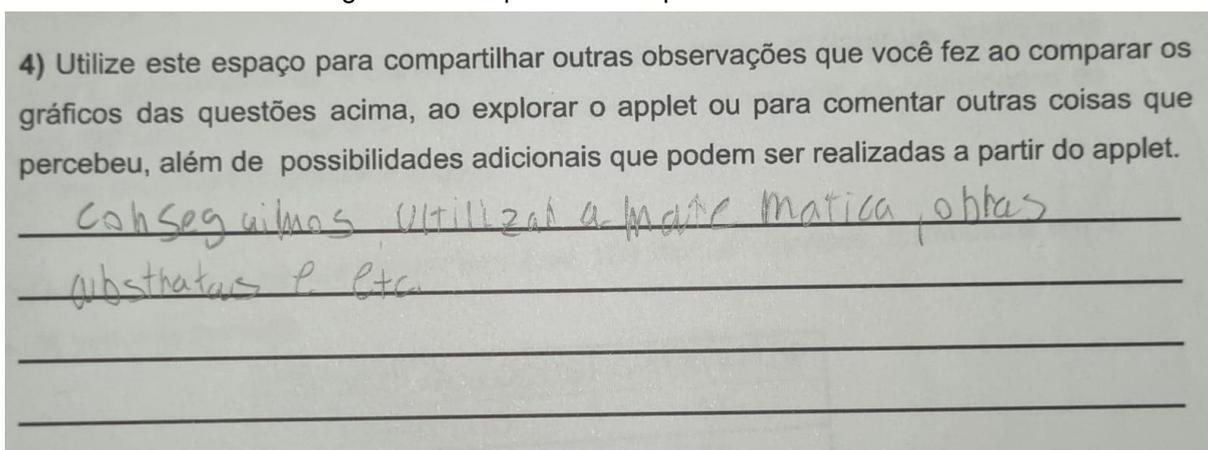
Por fim, na Figura 86, E11 destaca que gostou do material didático, que “até dá pra fazer um desenho” (sic). Já na Figura 87, observamos que E16 destaca a respeito dos desenhos também, se referindo a eles como “obras abstratas”.

Figura 86 - Resposta escrita por E11 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

Figura 87 - Resposta escrita por E16 na Tarefa 4



Fonte: Acervo da autora;

## 4.2 Segunda etapa

Terminadas as questões do material impresso, iniciamos a segunda etapa da prática, que consistia que os estudantes coletassem dados de assuntos que fossem do seu interesse. Para a criação dos gráficos a partir dos dados coletados, os alunos fizeram uso do material didático do GeoGebra acessível através do link: <https://www.geogebra.org/m/njdhpnc> (Figura 9). Esse recurso possibilitou a visualização e representação gráfica dos dados coletados.

A turma 161 iniciou essa etapa no dia 05/07/2023, já a turma 162 iniciou no dia 06/07/2023. Como destacado, fizemos algumas mudanças da turma 161 para a turma 162 ao perceber alguns aspectos da prática que poderiam ser repensados e mudados. Assim, durante a coleta dos dados da turma 161, percebi também que faltou algum lugar para eles anotarem os dados que estavam coletando, uma vez que alguns estudantes estavam anotando no caderno, no celular, no computador e assim por diante. Assim, refletindo sobre a prática, montamos uma tabela para os estudantes da turma 162 anotarem os seus dados, conforme ilustrado na Figura 88.

Figura 88 - Tabela entregue aos estudantes da turma 162 na segunda etapa da prática

Para essa segunda atividade, utilizaremos o material didático do GeoGebra, que está disponível no link <https://www.geogebra.org/m/njdhpnc> para fazermos os gráficos dos dados escolhidos por vocês.

Na tabela abaixo, preencham os dados do assunto que vocês escolheram fazer, conforme explicado em aula. Não esqueçam de escolher dados quantitativos e de no máximo 5 categorias.

COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO		
AMARELO		
AZUL		
VERDE		
ROXO		

Fonte: Produção autoral;

É importante destacar que esse segundo material didático (Figura 9), utilizado para que os alunos colocassem os dados coletados, disponibiliza apenas 5 cores, o que fez com que os estudantes subdividissem seus dados em no máximo 5 categorias. Nunes e Schwanck (2021, p.220) destacam que uma das características da estatística é “a existência de elementos subjetivos, como a possibilidade de escolha da organização e apresentação dos dados, sua interpretação, reflexão, análise e tomada de decisões”. Com isso, surgiram diferentes formas de organizar as categorias de modo a colocar os seus dados, como será abordado na próxima subseção.

Nessa tarefa, a maioria dos estudantes quis fazer individualmente, uma vez que cada um tinha um tema de preferência. Com isso, os estudantes começaram a coletar os dados do tema escolhido.

Os alunos que decidiram coletar dados da turma, como qual o ritmo musical favorito de cada um, ou qual sabor de pizza favorito, prontamente iniciaram a coleta, escrevendo as 5 opções escolhidas e passando de aluno por aluno para perguntar. O grupo que coletou dados a respeito dos esportes favoritos da turma já tinham separado 6 esportes, antes mesmo de se darem conta de que o material didático tinha só 5 categorias - o que também foi avisado no início da prática. As categorias foram divididas em seis esportes: Futebol, Vôlei, Basquete, Queimada, Patinação e Handebol, e então E2 me chamou para perguntar como ela poderia organizar esses dados:

**E2:** sora, aqui a gente tem 6 esportes, mas só cabem 5 aqui no gráfico  
[Li com atenção as informações que estavam escritas]

**PP:** Pois é, como será que podemos reorganizar então?

**E37:** acho que dá só para tirar algum que só teve um voto.

**PP:** é uma ideia.

(Anotações do diário de campo da professora)

Nesse contexto, podemos observar uma limitação do material didático, que tinha apenas 5 categorias para a classificação dos dados. Por outro lado, na Análise da Tarefa 3, iremos ressaltar algumas estratégias que surgiram para separar os dados em 5 categorias, o que pode também ser vista como uma potencialidade do material didático, uma vez que os estudantes tiveram que repensar a divisão dos dados.

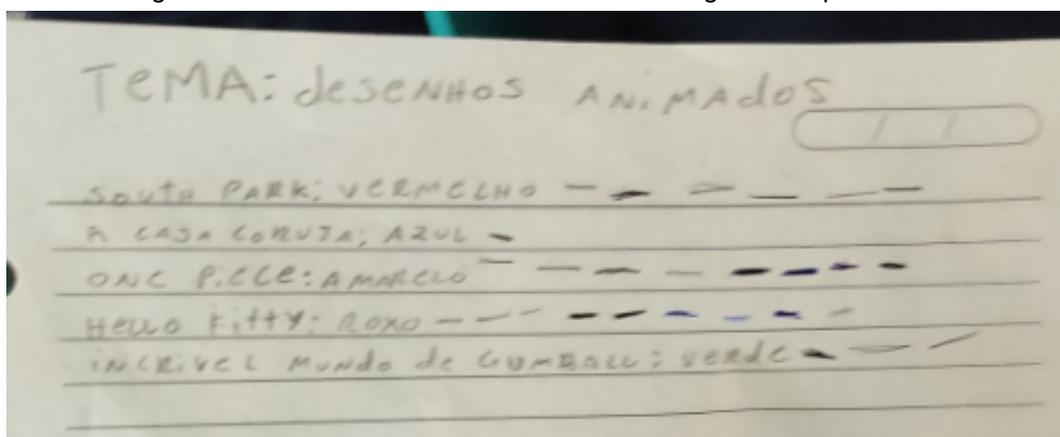
Entretanto, observamos que, no caso do grupo de E2 e E37, tal característica do material didático possa ter sido uma limitação, uma vez que as estudantes

apenas excluíram uma das categorias, o que acaba alterando o resultado dos dados coletados por elas.

Refletindo sobre a minha prática docente, reconheço que eu também poderia ter adotado uma abordagem diferente, e não dito apenas “é uma ideia”. Poderia ter explorado alternativas para a organização dos dados, como a inclusão da categoria “Outros”, ou até mesmo separar os dados de acordo com o tipo de esporte, como “esportes jogados com o pé”, “esportes jogados apenas com a mão”, entre outras possibilidades. De qualquer modo, é importante frisar que, mesmo ao adotar essas abordagens alternativas, a veracidade da coleta poderia ser comprometida, já que os dados não refletiriam fielmente o que foi originalmente compilado pelas estudantes. Nesse sentido, temos um desafio do material didático, uma vez que, por mais que possamos fazer inúmeras interações com ele, ele é “fechado”, como o fato de ter no máximo 5 categorias para os dados.

Os grupos coletaram dados de diversas formas: aqueles que optaram por realizar a pesquisa na turma passaram de colega em colega pedindo para votar em sua pesquisa. Esse processo é ilustrado pela Figura 89, na qual as estudantes estavam pesquisando o desenho favorito da turma. E12 e E39 são da turma 161, então podemos notar que as estudantes fizeram a pesquisa em uma folha de caderno, anotando a cor que cada desenho animado representaria no gráfico. Além disso, alguns estudantes da 161 fizeram a pesquisa no celular, no qual colocaram os nomes de todos os estudantes da turma e do lado o voto de cada um. Essa foto não será compartilhada aqui, a fim de não expor os estudantes, uma vez que a lista contém seus nomes identificáveis.

Figura 89 - Coleta de dados de E12 e E39 na segunda etapa



Fonte: Acervo da autora;

Já nas Figuras 90 e 91, os estudantes são da turma 162 e assim, puderam usar a tabela impressa para a turma, que foi feita depois de termos percebido que poderia ficar mais fácil para os estudantes se organizarem assim.

Figura 90 - Coleta de dados de E23 na segunda etapa

COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO	ca Chorro (lunna)	□□ 8
AMARELO	(*) Peixe	1
AZUL	Gato	□ 4
VERDE	cavalo	1
ROXO	Coelho	□ 3

Fonte: Acervo da autora;

Figura 91 - Coleta de dados de E30 na segunda etapa

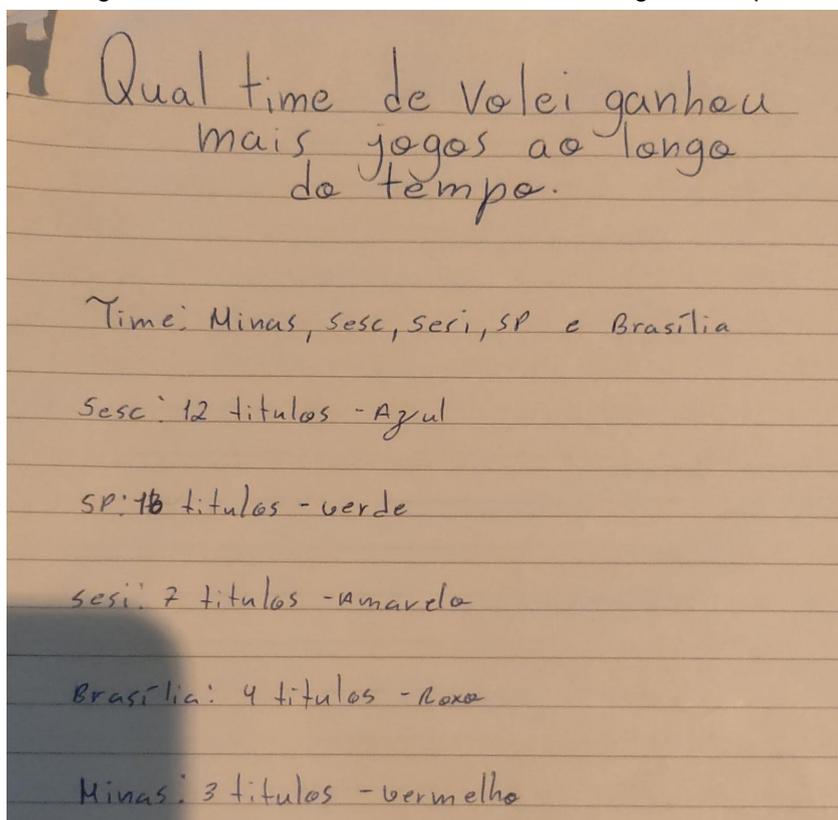
COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO	HAMBURGUER	□
AMARELO	PIZZA	┌
AZUL	SORVETE	
VERDE	NUGGETS	
ROXO	BATA TA FRITA	┌

Fonte: Acervo da autora;

Por fim, os estudantes que não optaram por fazer pesquisa na turma, coletaram dados em recursos online, como sites ou aplicativos como o Spotify e

Youtube. Na Figura 92, podemos observar que o tema tinha relação com os times de vôlei brasileiros que mais ganharam títulos. Para isso, as estudantes E8 e E15 fizeram uso de um site que contém informações sobre o vôlei brasileiro.

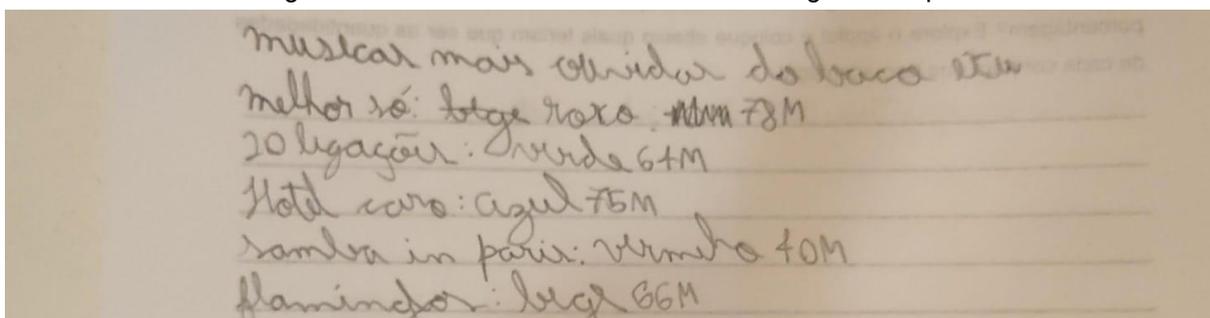
Figura 92 - Coleta de dados de E8 e E15 na segunda etapa



Fonte: Acervo da autora;

Já E1 e E4 escolheram fazer a respeito das músicas mais ouvidas do artista Baco Exu, onde analisaram a quantidade de visualizações das músicas no Spotify (Figura 93).

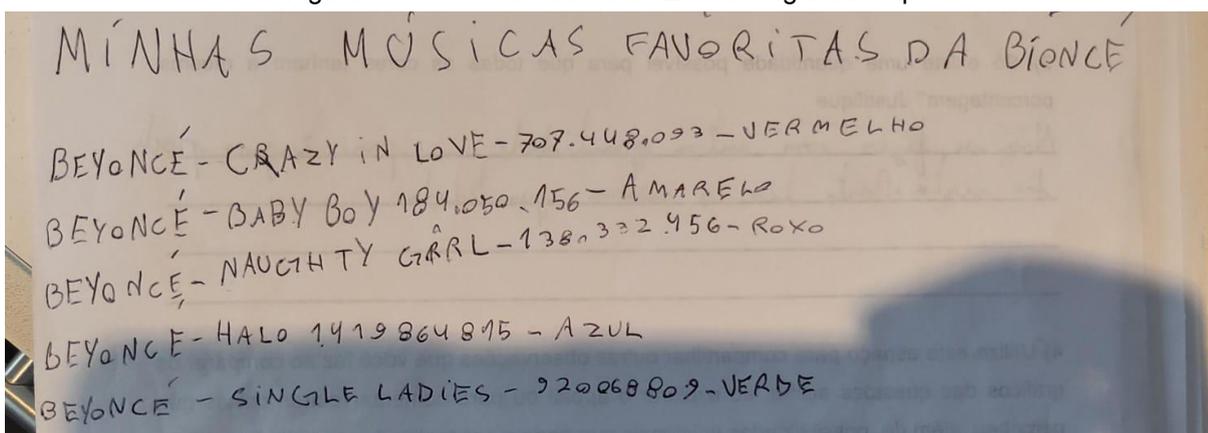
Figura 93 - Coleta de dados de E1 e E4 na segunda etapa



Fonte: Acervo da autora;

E13 tinha decidido que o seu tema seria sobre “as músicas mais ouvidas de Beyoncé”. Durante o processo de coleta de dados, a estudante me chamou perguntando como ela poderia ver o ranking das músicas mais ouvidas da cantora. Inicialmente, minha primeira sugestão foi pesquisar no Google. Entretanto, cada site apontava um ranking de músicas diferente. Diante disso, sugeri que E13 pesquisasse no Spotify, o que a aluna relatou não ter o aplicativo baixado. Com isso, sugeri de procurarmos no YouTube, procurando pelo canal oficial da Beyoncé. Contudo, embora todos os vídeos das músicas da artista estivessem disponíveis na plataforma, não conseguimos filtrar pelas mais ouvidas/reproduzidas. Nesse ponto, E13 me falou “sora, vou pegar as minhas músicas favoritas então”, sugestão com a qual eu concordei. Fomos pesquisando juntas a quantidade de visualizações de cada música escolhida por ela, como podemos observar na Figura 94.

Figura 94 - Coleta de dados de E13 na segunda etapa



Fonte: Acervo da autora;

Nesse sentido, é importante destacar que, ao fazermos uma prática na qual os alunos podem escolher temas do interesse deles, pode surgir algum tema que o professor não tenha conhecimento sobre o assunto, ou até mesmo não saiba como pode-se pesquisar os dados daquele assunto, sendo necessário pensar as discussões e as intervenções a serem propostas durante a prática mesmo. (Kapczynski, 2023). Esse aspecto, mesmo sendo um desafio, é também uma potencialidade dessa prática, ao permitir essa troca de conhecimento e ideias entre professores e estudantes.

Com isso, na subseção seguinte, iremos analisar mais detalhadamente essa coleta de dados, juntamente com as transcrições dos diálogos das apresentações dos estudantes.

### 4.3 Terceira Etapa

Por fim, na terceira etapa os estudantes apresentaram para a turma o tema escolhido por eles, as categorias dos dados coletados na Segunda Etapa e os gráficos elaborados. Além disso, os estudantes puderam explicar as estratégias empregadas para subdividir as categorias dos gráficos, entre outras reflexões. Conforme Castro e Filho (2015, p.873),

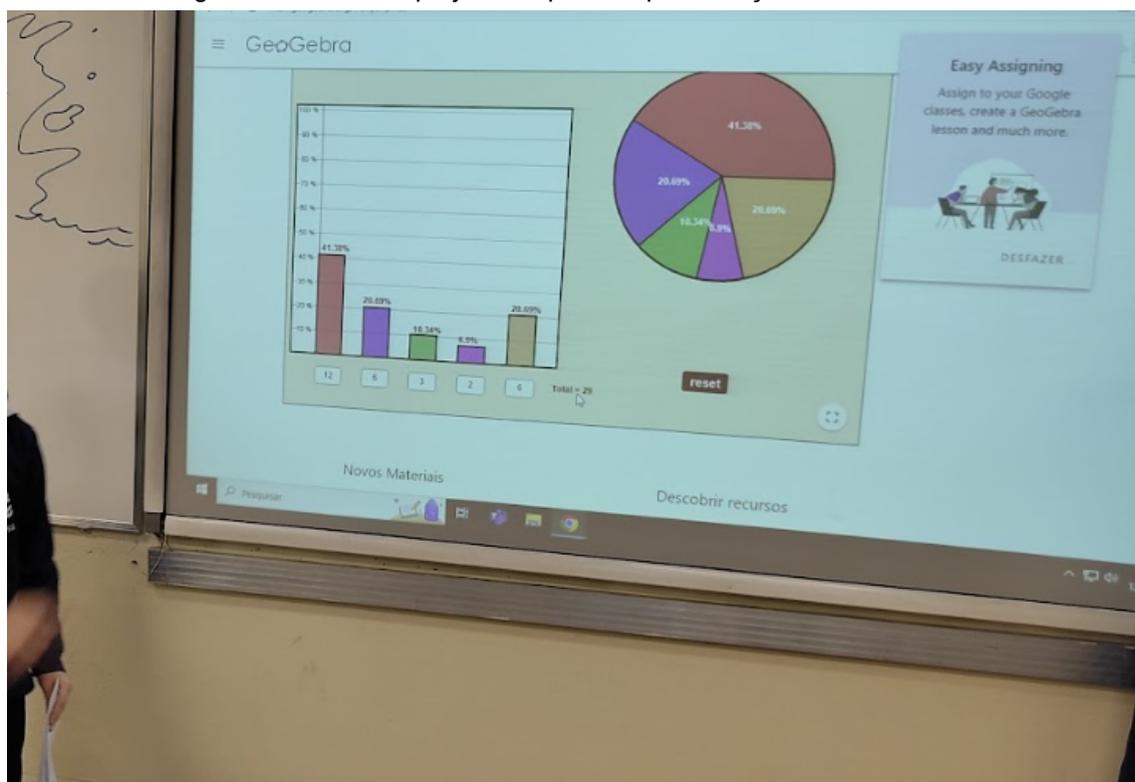
verificar como será a coleta de dados; organizar os dados coletados e representá-los na forma de tabelas e gráficos; e, por fim, interpretá-los, tirando conclusões, fazem parte das habilidades que precisam ser desenvolvidas e que requisitam não só o conhecimento matemático, mas também, o raciocínio lógico, a organização, o espírito investigativo e o senso crítico.

Nesse contexto, podemos perceber a importância da segunda e terceira etapas da prática, na qual os estudantes puderam fazer o que Castro e Filho (2015) destacaram: coletaram dados, organizaram os dados e os representaram em forma de tabela e gráficos e, por fim, puderam interpretar essas informações na apresentação final.

A turma 161 iniciou essa etapa no dia 11/07/2023 e finalizou no dia 12/07/2023, enquanto a turma 162 iniciou no dia 12/07/2023 e finalizou no dia 13/07/2023. É importante ressaltar que alguns estudantes da turma 161 não apresentaram os seus trabalhos, pois no último dia destinado à apresentação estava previsto um ciclone que atingiu o estado do Rio Grande do Sul, o que resultou na ausência de alguns estudantes da turma. Esses imprevistos são naturais do ambiente escolar e fogem do controle do professor. Além disso, como as apresentações foram logo antes do recesso escolar de inverno, e os estudantes teriam algumas outras atividades do colégio, não conseguimos recuperar esse último dia da apresentação.

Agora, vamos iniciar a análise das apresentações dos estudantes e das falas deles. É importante lembrar que, nessa etapa, eu gravei as apresentações finais com o uso da câmera do meu celular. Sendo assim, também traremos alguns diálogos e falas dos estudantes. Além disso, os gráficos construídos com o auxílio do material didático foram projetados na sala de aula, como podemos observar na Figura 95.

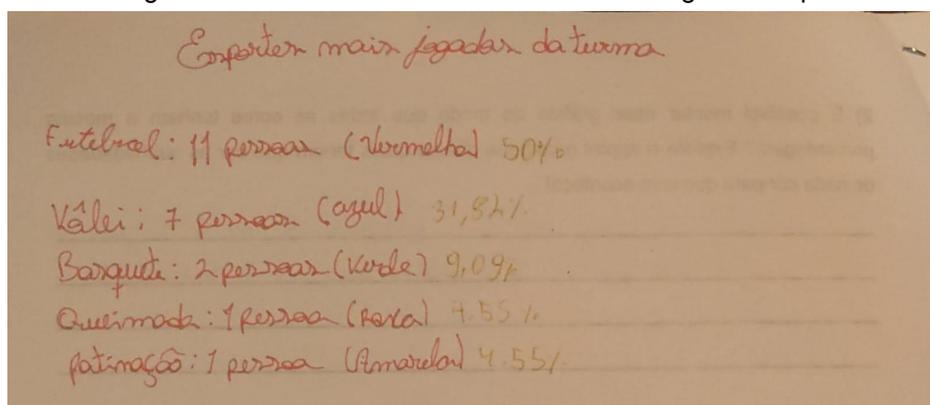
Figura 95 - Gráficos projetados para a apresentação dos estudantes



Fonte: Acervo da autora;

Para começar, vamos tratar a respeito da apresentação de E2 e E37, cujo tema escolhido foi “Esportes mais jogados pela turma”, do qual alguns diálogos e interpretações já foram analisados na subseção da Tarefa 2. Na Figura 96, podemos observar os resultados encontrados pelas estudantes:

Figura 96 - Coleta de dados de E2 e E37 na segunda etapa

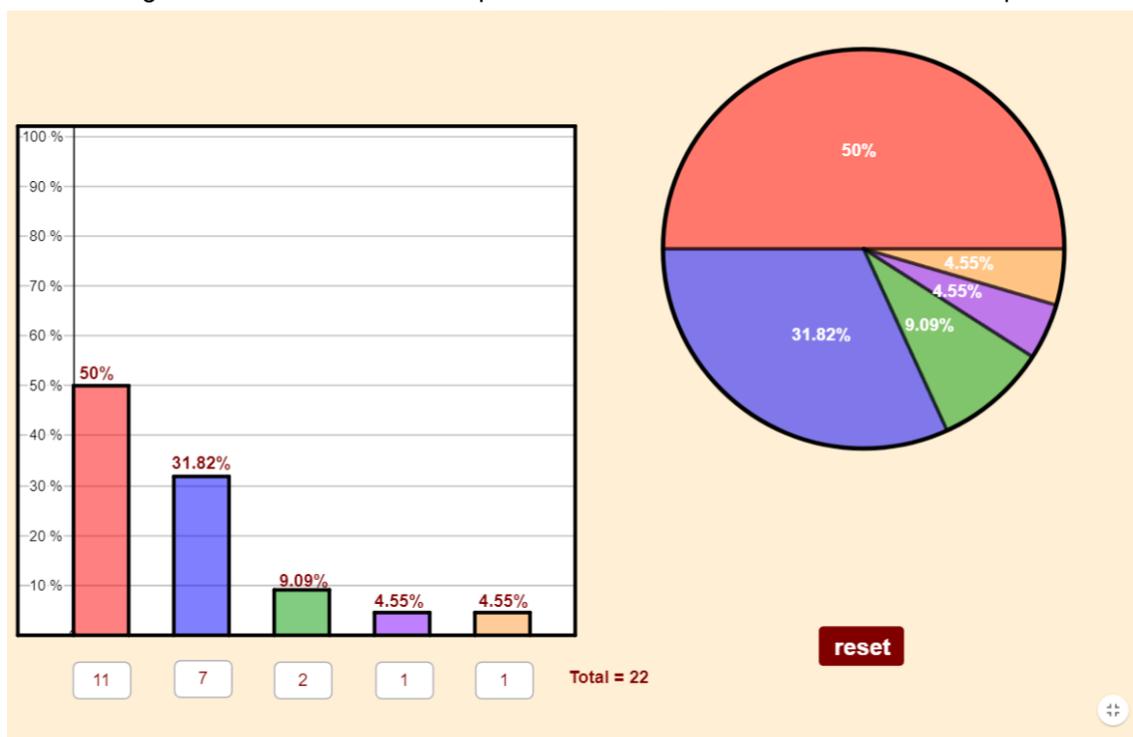


Fonte: Acervo da autora;

Na apresentação, E2 começa explicando o assunto escolhido por elas e explica qual esporte é representado por cada uma das cores: “O Vermelho é o Futebol e tem 11 pessoas. O Vôlei é o azul e tem 7 pessoas. Basquete é o verde,

tem duas pessoas, a queimada é a roxa, tem uma pessoa. A patinação é amarela e só tem uma pessoa também”. Visando fornecer uma visão mais clara do gráfico formado a partir desses dados, montamos o gráfico no GeoGebra para colocar aqui (Figura 97), uma vez que a imagem tirada no dia ficou tremida.

Figura 97 - Gráfico formado a partir dos dados de E2 e E37 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Com isso, pode-se observar que o Futebol, que é o vermelho, representa 50% do total. Assim, questionei as estudantes durante a apresentação:

**PP:** e gurias, porque tipo, o futebol representa 50%, é 50% do todo?  
**E2:** é, porque se tu somar  $7 + 2 + 1 + 1$  vai dar 11, que é 50%.  
 (Gravação de 11/07/2023)

Aqui, podemos observar que E2 usou a estratégia já mencionada nesta pesquisa, de somar as outras cores e ver que dá o mesmo valor da cor que representa a metade do gráfico. Conforme destacado por Fernandes (2014), a utilização de materiais didáticos no contexto educacional proporciona aos estudantes diversas possibilidades para abordar e solucionar as tarefas, o que, por sua vez, pode contribuir para promover uma compreensão mais profunda de conceitos matemáticos.

Em uma linha similar, na apresentação de E21 o tema escolhido foi “Qual país você prefere?”. Inicialmente, E21 fazia dupla com E27, entretanto ele não foi no dia da apresentação. Na Figura 98, pode-se observar os dados coletados.

Figura 98 - Coleta de dados de E27 e E21 na segunda etapa

COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO	Brasil	9
AMARELO	Italia	4
AZUL	Alemanha	1
VERDE	Espanha	3
ROXO	Argentina	1

Fonte: Acervo da autora;

Na apresentação, E21 explica os dados da pesquisa:

**E21:** os dados da pesquisa foram esses (apontando para o gráfico no projetor). O Brasil saiu com 50%.

(E21 fica em silêncio por um tempo, então eu prossigo)

**PP:** uhum, e as outras cores são o que?

**E21:** ah tá! Itália é o azul, Alemanha verde, Espanha é o roxo e Argentina amarelo.

**PP:** muito bem! E porque o vermelho representa 50%? (me referindo ao Brasil).

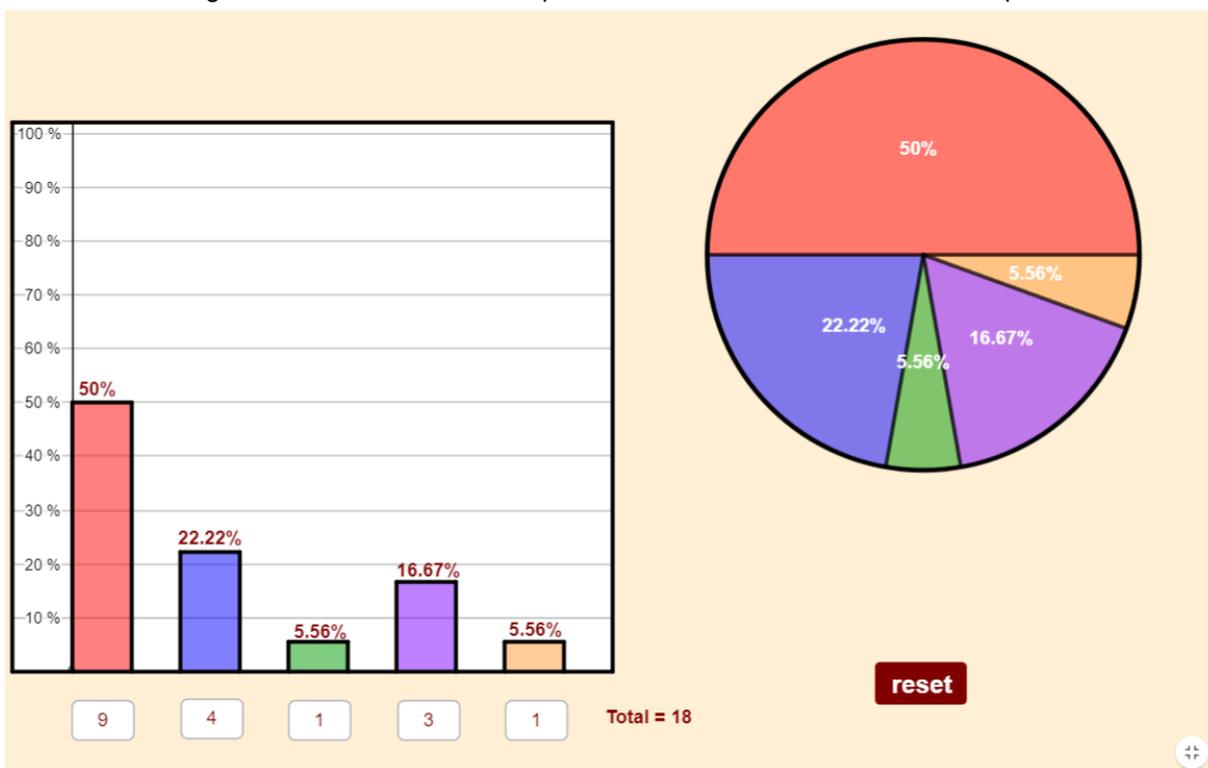
**E21:** porque a soma de 4, 1, 3 e 1 é 9. (aponta para o 9 representado pelo Brasil). E  $9 + 9$  é 18.

(Gravação de 13/07/2023)

Aqui, podemos observar novamente a estratégia de somar as outras cores e ver que dá o mesmo valor da cor que representa a metade do gráfico. Cabe destacar que é realmente uma estratégia muito usada pelos estudantes dessas turmas.

Por fim, com o objetivo de proporcionar uma compreensão mais nítida ao leitor, trazemos na Figura 99 o gráfico formado a partir dos dados da apresentação de E21:

Figura 99 - Gráfico formado a partir dos dados da E21 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Podemos perceber que, no gráfico formado no material didático (Figura 99), as cores de cada esporte são diferentes do que as representadas na tabela (Figura 98). Isso pode ter a ver com a ordem das cores na tabela impressa para a turma 162 e no material didático serem diferentes. Na tabela impressa, a ordem das cores é: Vermelho, Amarelo, Azul, Verde e Roxo. Já no material didático, as cores seguem a sequência: Vermelho, Azul, Verde, Roxo e Amarelo. Na hora de montar a tabela para a turma 162, não observamos que essa ordem das cores poderia mudar na hora da apresentação. Essa troca aconteceu em outras apresentações, entretanto, cabe ressaltar que esse fato não causou mudanças na análise dos dados e na apresentação dos estudantes.

Agora, vamos tratar a respeito da apresentação de E33. O estudante escolheu o tema “Esportes favorito da turma”. Na Figura 100, podemos observar os resultados encontrados pelo estudante:

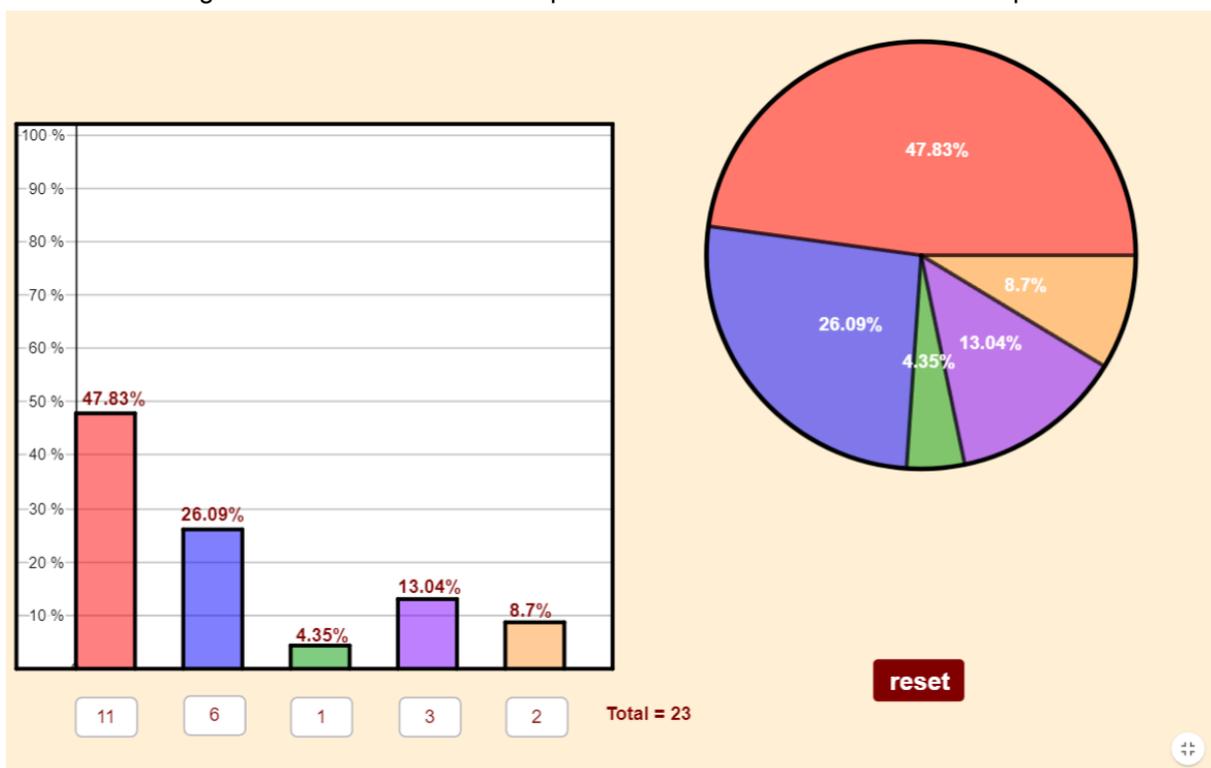
Figura 100 - Coleta de dados de E33 na segunda etapa

COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO	Futebol	11
AMARELO	vôlei	6
AZUL	Basquete	1
VERDE	Handball	3
ROXO	Bocha	2
		Total = 23

Fonte: Acervo da autora;

Além disso, com o objetivo de proporcionar uma compreensão mais nítida ao leitor, trazemos na Figura 101 o gráfico formado a partir dos dados do E33:

Figura 101 - Gráfico formado a partir dos dados de E33 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Com isso, na apresentação, E33 começa contando os votos de cada esporte:

**E33:** Eu entrevistei 23 pessoas da turma. 11 foi futebol, 6 foi vôlei, 1 foi basquete, 3 foi handebol e 2 foi bocha.

**PP:** e qual a cor de cada uma, E33?

**E33:** o bocha é o amarelo, o futebol é o vermelho, o roxo com 13% foi o handebol e o azul com 26% foi o vôlei.

**E44:** e o verde? é o basquete?

**E33:** isso

**E30:** ô E33, e se tu entrevistasse mais uma pessoa, e ela falasse futebol, ia ficar exatamente a metade?

[E33 fica um tempo pensando e responde que sim, e outros dois estudantes da turma também falam “sim”]

(Gravação de 12/07/2023)

Durante a apresentação de E33, um momento notável foi a participação de E30, que questiona E33 se ele “entrevistasse mais uma pessoa, e ela falasse futebol, ia ficar exatamente a metade?”. Esse questionamento evidencia o envolvimento de E30 na apresentação de E33 ao notar que caso outra pessoa também escolhesse o futebol como esporte favorito, o número total de votantes neste tópico atingiria 12 de um total de 24 participantes, uma vez que a quantidade de participantes eram 23 e iria passar para 24 com mais um voto.

Essa interação pode ser apontada como mais uma potencialidade da prática, uma vez que “o professor, ao permitir a reflexão e discussão dos resultados obtidos, incentivará a descoberta de potencialidades educativas ao nível da expressão e comunicação por parte dos alunos” (Fernandes, 2014, p.23).

Agora, vamos analisar a apresentação dos estudantes E26 e E28. Eles escolheram o tema “O estilo de música favorito da turma”. Os dados coletados por eles podem ser observados na Figura 102:

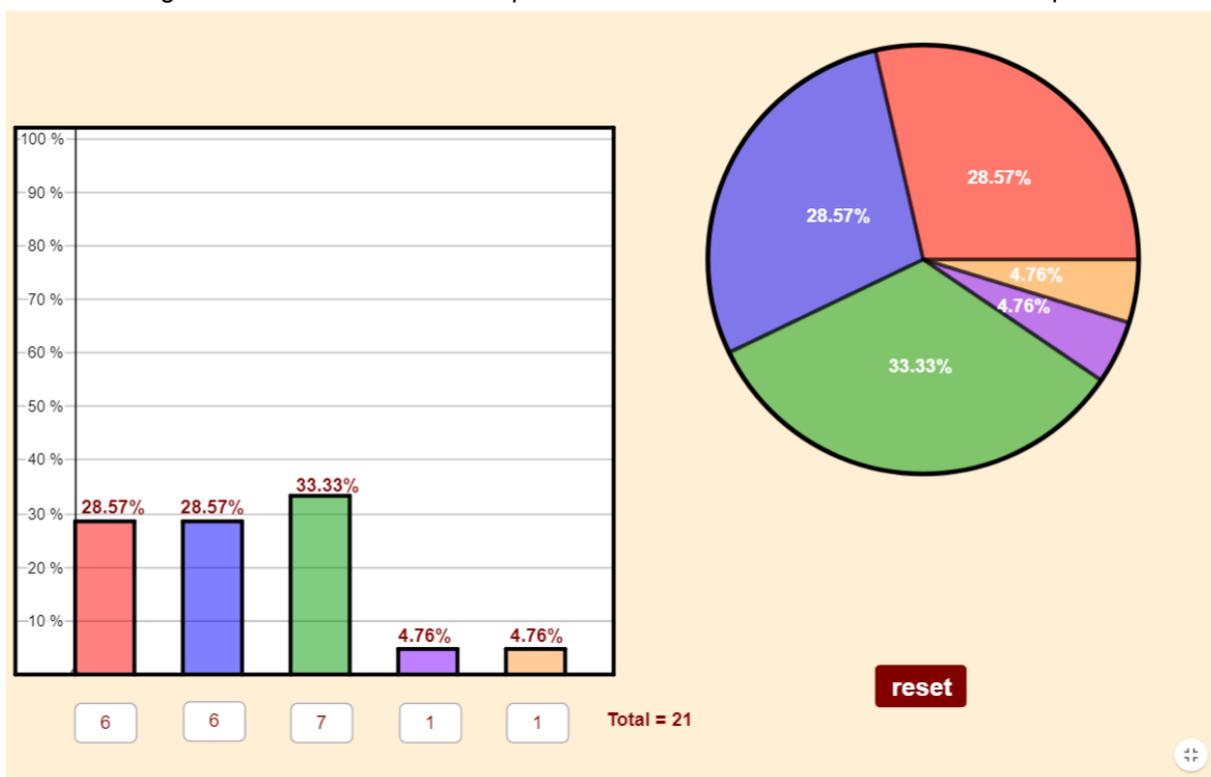
Figura 102 - Coleta de dados de E26 e E28 na segunda etapa

COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO	Rock	6
AMARELO	Pop	1
AZUL	FUNK	6
VERDE	Pop DE	7
ROXO	KPOP	1

Fonte: Acervo da autora;

Também, apresentamos, na Figura 103, o gráfico formado a partir desses dados:

Figura 103 - Gráfico formado a partir dos dados de E26 e E28 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Na apresentação, E26 e E28 explicam os dados da pesquisa:

**E26:** O vermelho é o rock, o amarelo é o pop, o azul é o funk, o verde é o pagode e o roxo é o kpop.

**E26:** daí a gente percebeu que se a gente coloca ou tira algum número, a porcentagem diminui ou pode aumentar. E dependendo da quantidade do total, ela pode ter a mesma porcentagem em menos blocos.(fazendo referência ao primeiro material didático)

**E28:** e o kpop e pop ficaram com a mesma quantidade com uma pessoa, e o rock e o funk tiveram 6 pessoas.

**E26:** e o vencedor foi o pagode!

(a turma começa a comemorar “aee, pagodee”).

**PP:** muito bem! eu votei no pagode também (risos). E vocês conseguem .... por exemplo, o verde é 33,33%, comparado a 100%, o que representa?

**E26:** é mais ou menos... ãã.. é dividido por 3.

**PP:** Isso aí! E o 7 representa então um terço de 21?

**E26:** É, porque  $7 \times 3$  é 21.

(Gravação de 13/07/2023)

Aqui, podemos observar que os estudantes ressaltam que quando adicionamos ou removemos algum número, a porcentagem pode diminuir ou aumentar, característica marcante do gráfico de setores. Esse fato demonstra uma compreensão por parte dos estudantes de como as porcentagens funcionam em relação ao todo no gráfico de setores. Essa compreensão ressalta o potencial tanto do material didático quanto das tecnologias digitais. Um exemplo ilustrativo é quando E26 percebeu que "se a gente coloca ou tira algum número, a porcentagem diminui ou pode aumentar". A percepção de E26 foi aprimorada através das tecnologias digitais, que oferecem um feedback instantâneo aos usuários (Borba, Silva e Gadanidis, 2014).

Além disso, há indícios que E26 compreendeu que 33,33% é um terço de 100%, assim como 7 é 1 terço de 21, e por isso o pagode representa um terço do gráfico.

Agora, iremos analisar a apresentação de E24, que escolheu o tema “Os animais em risco de extinção, quantos cada um existem”. Podemos observar os dados coletados deste assunto na Figura 104:

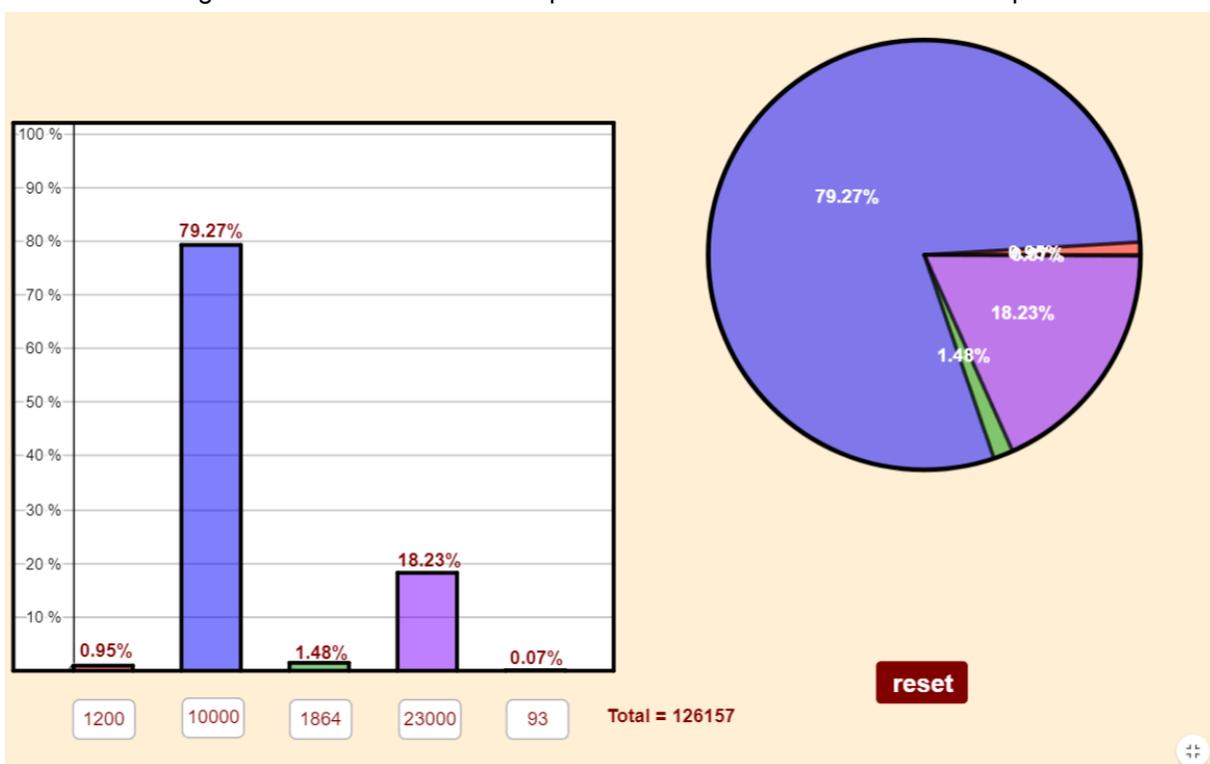
Figura 104 - Coleta de dados de E24 na segunda etapa

COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO	concha-pintada	93
AMARELO	lobo-guara	23 mil
AZUL	panda gigante	1864
VERDE	balia Fin	100 mil
ROXO	terra azul de leon	1,200

Fonte: Acervo da autora;

Também, apresentamos, na Figura 105, o gráfico formado a partir desses dados:

Figura 105 - Gráfico formado a partir dos dados de E24 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Na apresentação, E24 explica os dados da pesquisa:

**E24:** Arara azul é o vermelho. ãã.. a Baleia.... Baleia Fim é essa daqui (aponta no gráfico para a cor azul). O Panda Gigante é o verde e o Lobo Guará é o roxo e a onça pintada é...ãã... (E24 não acha a cor no gráfico, já que o amarelo nem aparece no gráfico)

**PP:** era pra ser o amarelo, né! Por que o amarelo nem tá aparecendo ali?

**E24:** Por causa que em relação com os outros animais que existem aos montes, ele não tem muito por ali.

**PP:** É, ele representa só 0,07% né. Isso é bem pouquinho, né.

**E24:** É verdade

**E30:** é pq os outros são muito e a onça pintada quase nada (Gravação de 13/07/2023)

Aqui, podemos observar uma interação de E30 na apresentação de E24, e que os dois estudantes percebem que a cor amarela nem aparece no gráfico de setores por ser um número muito pequeno em relação aos outros.

Em uma linha similar, E44 apresenta seu trabalho, cujo tema escolhido foi “as músicas mais ouvidas da banda Guns N' Roses”. Podemos observar os dados coletados deste assunto pelo estudante na Figura 106:

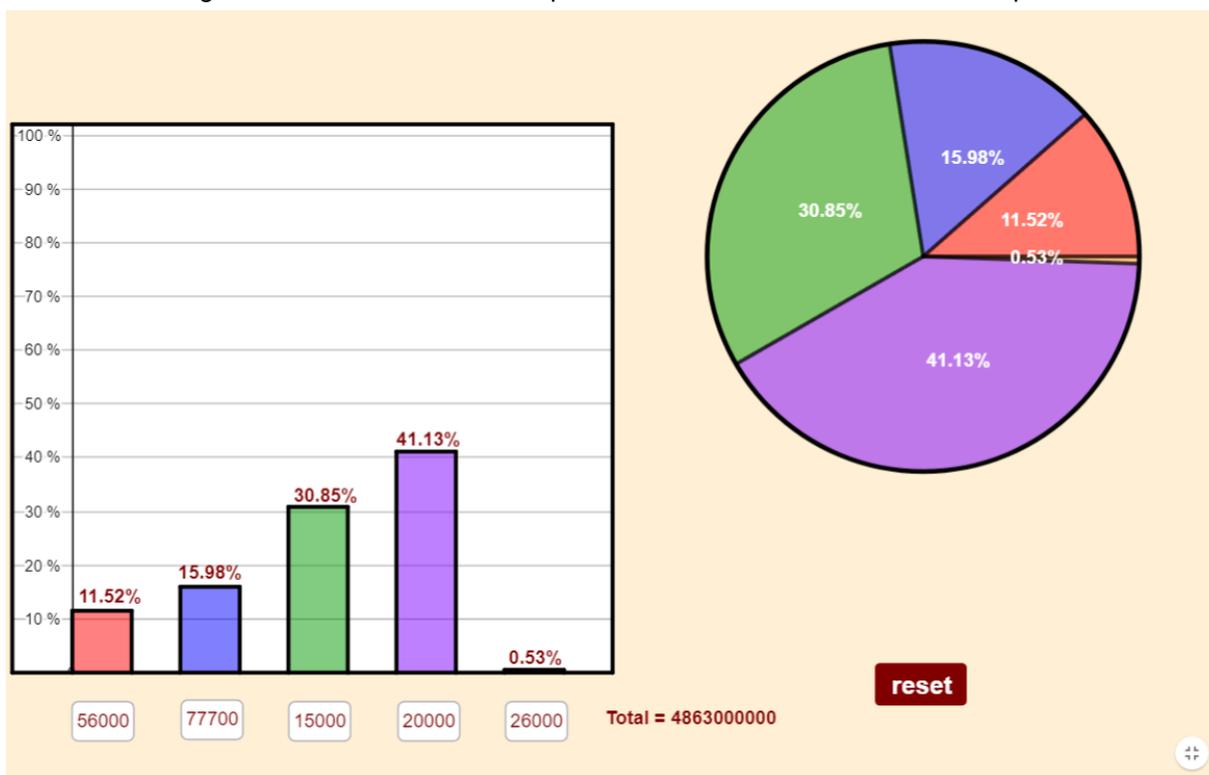
Figura 106 - Coleta de dados de E44 na segunda etapa

COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO	Welcome to the jungle	560 milhões
AMARELO	Paradise city	777 milhões
AZUL	Sweet child o' mine	1,5 b
VERDE	November rain	2 b
ROXO	Rocket queen	26 milhões

Fonte: Acervo da autora;

Também, apresentamos, na Figura 107, o gráfico formado a partir desses dados:

Figura 107 - Gráfico formado a partir dos dados de E44 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Na apresentação, E44 detalha os dados da pesquisa:

**E44:** a primeira é Welcome to the jungle, que é o vermelho com 560 milhões de visualizações. O azul é o Paradise City, que tem 777 milhões de visualizações. O verde é o Sweet child O' Mine que tem 1,5 bilhões de visualizações. O roxo é o November Rain com 2 bilhões de visualizações e o amarelo, que é o Rocket Queen, com 26 milhões.

**PP:** e porque ele representa tão pouquinho ali o de 26 milhões? apesar de ser bastante, né.

**E44:** Porque comparado a 2 bilhões, é pouco

**PP:** Aham, isso mesmo, mesmo que 26 milhões seja um número bem grande, comparado com 2 bilhões não é quase nada, né

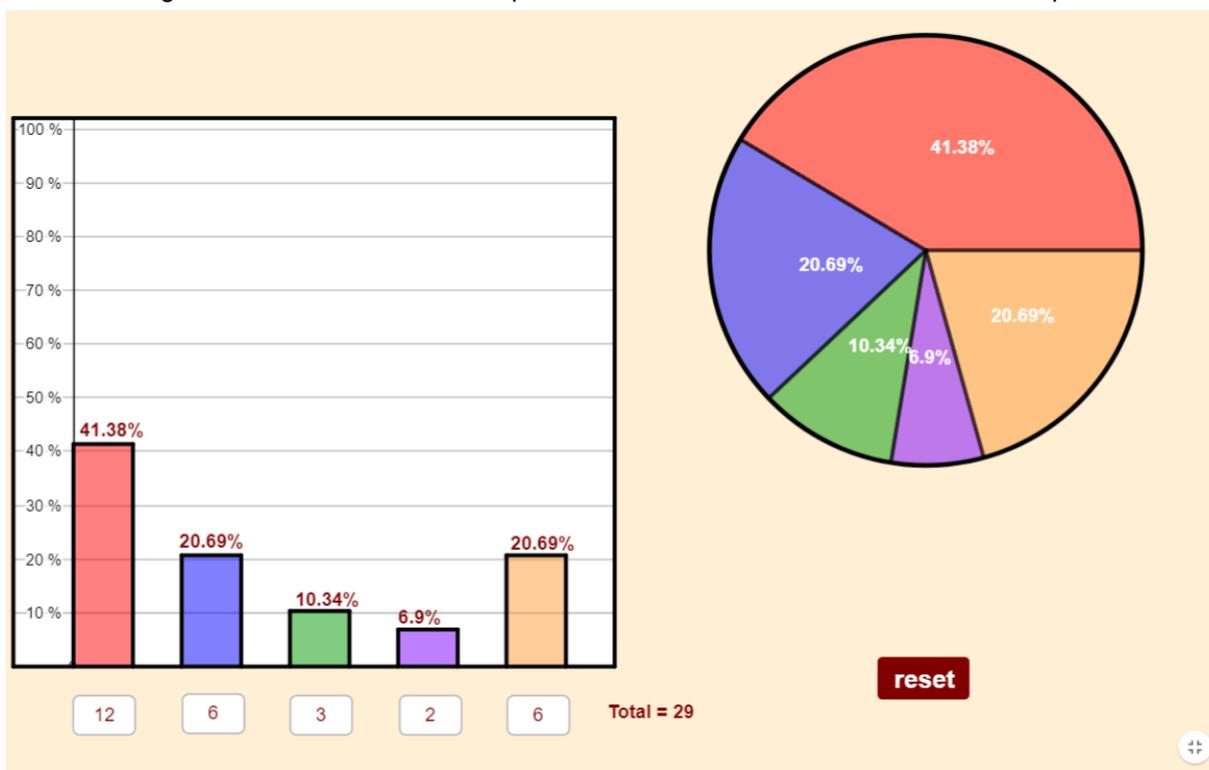
(E44 concorda com a cabeça)

(Gravação de 13/07/2023)

Aqui, podemos observar também que E44 percebeu que a quantidade de vezes que a música legendada pela cor amarela foi escutada é muito menor em relação ao todo, ou quando comparada com a cor roxa, que tem 2 bilhões, conforme mencionado pelo estudante.

Agora, vamos analisar o trabalho apresentado por E30 e E32: Eles escolheram o tema "Comida favorita da turma". Os dados coletados por eles podem ser observados no gráfico da Figura 108:

Figura 108 - Gráfico formado a partir dos dados de E30 e E32 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Na apresentação, E30 e E32 explicam os dados da pesquisa e relatam os números que estão destacados no gráfico da Figura 108. Como os alunos se perderam um pouco devido às cores trocadas entre a tabela de dados e o gráfico do material didático, conforme mencionado anteriormente, iremos apresentar direto a parte da apresentação em que eu intervenho:

**PP:** e vocês percebem por exemplo uma relação do azul, que é a pizza e tem 6 votos, com o verde, que é o sorvete tem 3?

**E30:** é a metade

**PP:** e a porcentagem também é a metade?

**E30:** é mais ou menos, né, porque aqui termina com 4 (apontando pro verde) e aqui com 9 (apontando pro azul).

**PP:** (risos) É verdade, bem observado, E30! É porque eu acho que eles arredondam, né?

**E30:** acho que sim.

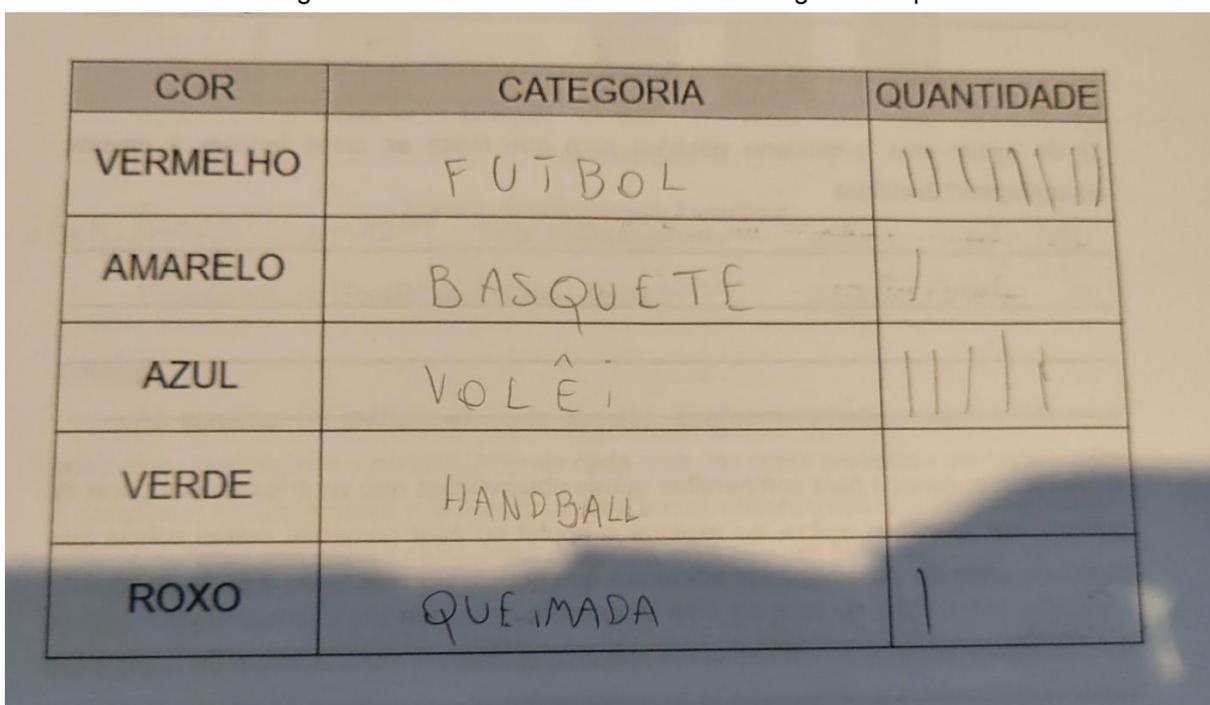
(Gravação de 13/07/2023)

Aqui, podemos notar que E30 observou que os números não são exatamente metade na porcentagem. Isso pode ser explicado pelo fato dos números terem sido arredondados, pelo material didático mostrar somente duas casas após a vírgula. Apesar de eu ter citado o fato do arredondamento, reconheço que eu poderia ter dado mais espaço e atenção para esse fato, podendo até ampliar uma conversa

com a turma inteira sobre os motivos de arredondar esses números no gráfico de setores. Isso poderia enriquecer a compreensão dos alunos sobre a representação gráfica e as nuances matemáticas envolvidas.

Agora, vamos observar o trabalho de E31, cujo tema escolhido foi “os esportes favoritos da turma”. Podemos observar os dados coletados deste assunto pelo estudante na Figura 109.

Figura 109 - Coleta de dados de E31 na segunda etapa



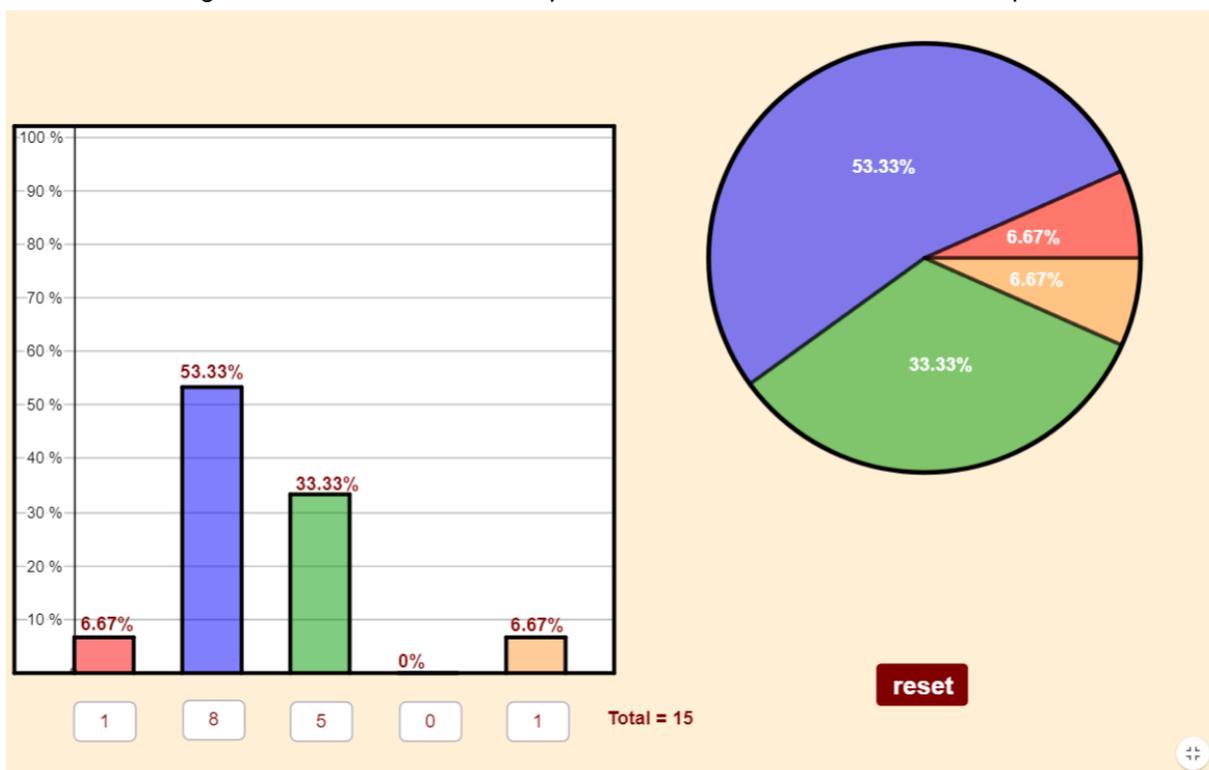
A handwritten table with three columns: COR, CATEGORIA, and QUANTIDADE. The rows represent different sports and their corresponding colors and counts.

COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO	FUTBOL	11
AMARELO	BASQUETE	1
AZUL	VOLÊI	11
VERDE	HANDBALL	
ROXO	QUEIMADA	1

Fonte: Acervo da autora;

Também, apresentamos, na Figura 110, o gráfico formado a partir desses dados:

Figura 110 - Gráfico formado a partir dos dados de E31 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Na apresentação, E31 detalha os dados da pesquisa:

**E31:** aqui foi queimada (apontando pro amarelo), aqui foi handebol (apontando pro roxo), aqui foi vôlei (apontando pro verde), aqui foi futebol (apontando pro azul) e aqui foi basquete.

**PP:** aham, e porque o azul é a maior parte ali? acho que é o primeiro que ocupa mais da metade do gráfico.

**E31:** Por causa que um monte de gente gosta de futebol.

**PP:** Mas um monte de gente tipo, se fosse 8 pessoas de 30, também seria mais da metade?

**E31:** Aham (e concorda com a cabeça)

**E30:** Não, né

**E31:** não sei, sora!

**E44 (ao fundo da sala):** como é que metade de 30 vai ser 8

**E30:** metade dá 15

**PP:** isso! Compara o 8 com o 15 ali, o que tu percebe? (falando com o E31 novamente sobre o gráfico formado)

**E22:** qual a metade de 15?

**E31:** metade de 15 é.....

**E33:** 7 e meio.

**E31:** é, 7,5, que é menor que 8.

**PP:** por isso então que o futebol representa mais da metade?

**E31:** é, tá mais pra metade

(Gravação de 13/07/2023)

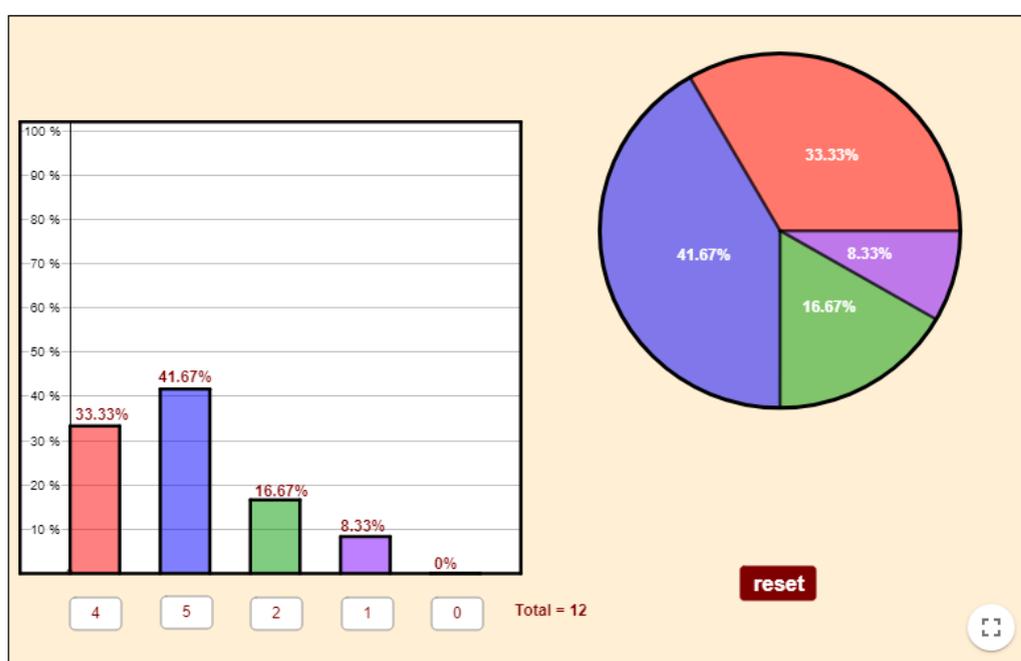
Aqui, podemos observar a interação de vários estudantes da turma para chegar no questionamento trazido. Quando E31 respondeu que sim, se fossem 8

pessoas de 30, também seria mais da metade, a turma começou a se agitar e a dizer que não, e responder coisas como “metade de 30 seria 15”. Assim, eu intervenho novamente, comparando o número 15 com o 8, no que E22 intervém, perguntando qual a metade de 15, no que E33 responde que é 7,5. Com isso, E31 destaca que 7,5 é menor que 8, então eu pergunto novamente se é por isso que o futebol representa mais da metade, no que E31 concorda.

Assim, essa apresentação proporcionou um debate a respeito da interpretação dos gráficos, cálculos de porcentagem e compreensão numérica, bem como momentos de correção, cooperação e aprendizado entre os participantes. Com isso, tem-se a importância dessas apresentações finais dos estudantes, onde eles puderam refletir e analisar os dados coletados pelos colegas, e assim perceber, juntos, informações que podemos tirar ao interpretar o gráfico. Além disso, tem-se a importância de que o estudante não apenas adquira a habilidade de organizar e representar uma coleção de dados, mas sim que ele também seja capaz de interpretar e comparar esses dados para chegar a conclusões significativas (Lopes, 2008, p.60), aspecto que essa prática proporcionou.

Agora, vamos observar o trabalho de E3, cujo tema escolhido foi “os maiores ganhadores da Liga dos Estados Unidos de Futebol”. Podemos observar os dados coletados a partir do gráfico formado pelo estudante na Figura 111.

Figura 111 - Gráfico formado a partir dos dados de E3 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Na apresentação, E3 detalha os dados da pesquisa:

**E3:** o azul, que é o maior ganhador, é o LA Galaxy. O vermelho é o DC United, o Verde são os com dois títulos, que são os San Jose Earthquakes, Sporting Kansas City, Houston Dynamo, Seattle Sounders e Columbus Crew. E os roxos que tem um título só são os Chicago Fire, Toronto FC, Real Salt Lake, Colorado Rapids, Portland Timbers, Atlanta United, New York City e Los Angeles FC.

**PP:** muito bem! e por que tu decidiu fazer as cores serem as quantidades de títulos, e não os nomes dos times?

**E3:** pra caber todos que ganharam algum título

**PP:** muito bem!

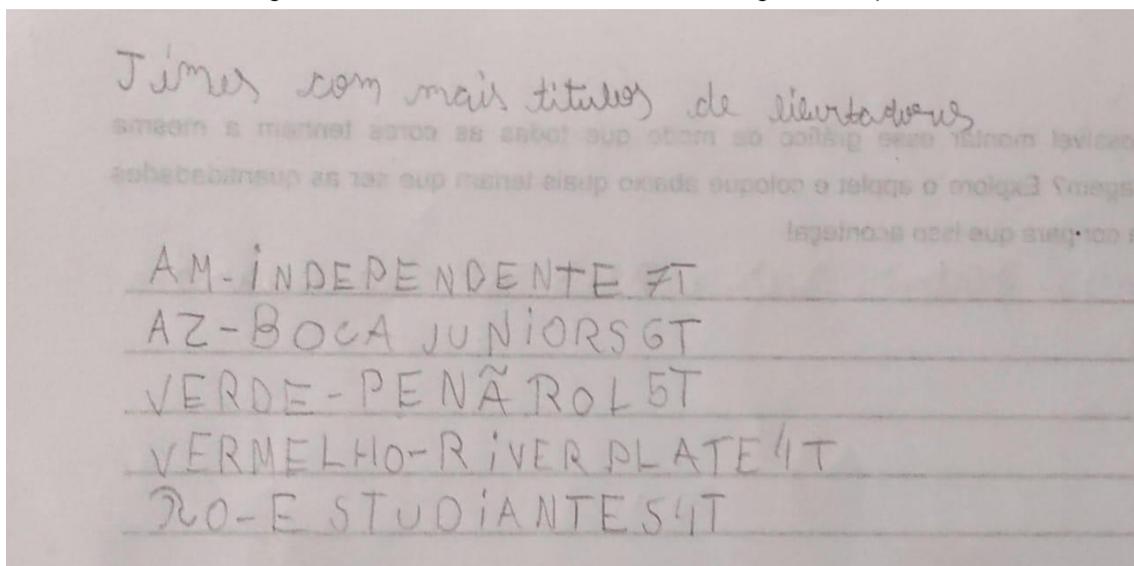
(Gravação de 11/07/2023)

Neste contexto, podemos observar que E3 usou uma estratégia diferente para incluir todos os times: ao invés de representar cada time por uma cor distinta - o que só englobaria 5 times- ele optou por utilizar a quantidade de títulos como a característica da cor. Por exemplo, o verde são os times que conquistaram 2 títulos. Achei muito interessante observar essa estratégia usada pelo estudante para englobar todos os times, e revela a criatividade do estudante na busca por uma solução de incluir todos os times. Botas e Moreira (2013) afirmam que o uso dos materiais didáticos pode ajudar a cultivar a criatividade.

Cabe destacar, entretanto, que o gráfico de setores não é a forma mais apropriada para retratar essa representação, uma vez que pode induzir à equivocada percepção de que o setor correspondente a quem conquistou 5 títulos representa 41,67% do gráfico, quando, na verdade, somente um time conquistou cinco títulos. Analisando isso, percebemos outros aspectos da prática que poderiam ser explorados, como uma etapa inicial para definirmos as variáveis qualitativas e quantitativas, além da indicação do uso de cada tipo de gráfico, com base na natureza da variável utilizada.

A última apresentação analisada será a de E18, que fez sobre os “Times com mais títulos da Libertadores”. Podemos observar os dados coletados deste assunto pelo estudante na Figura 112.

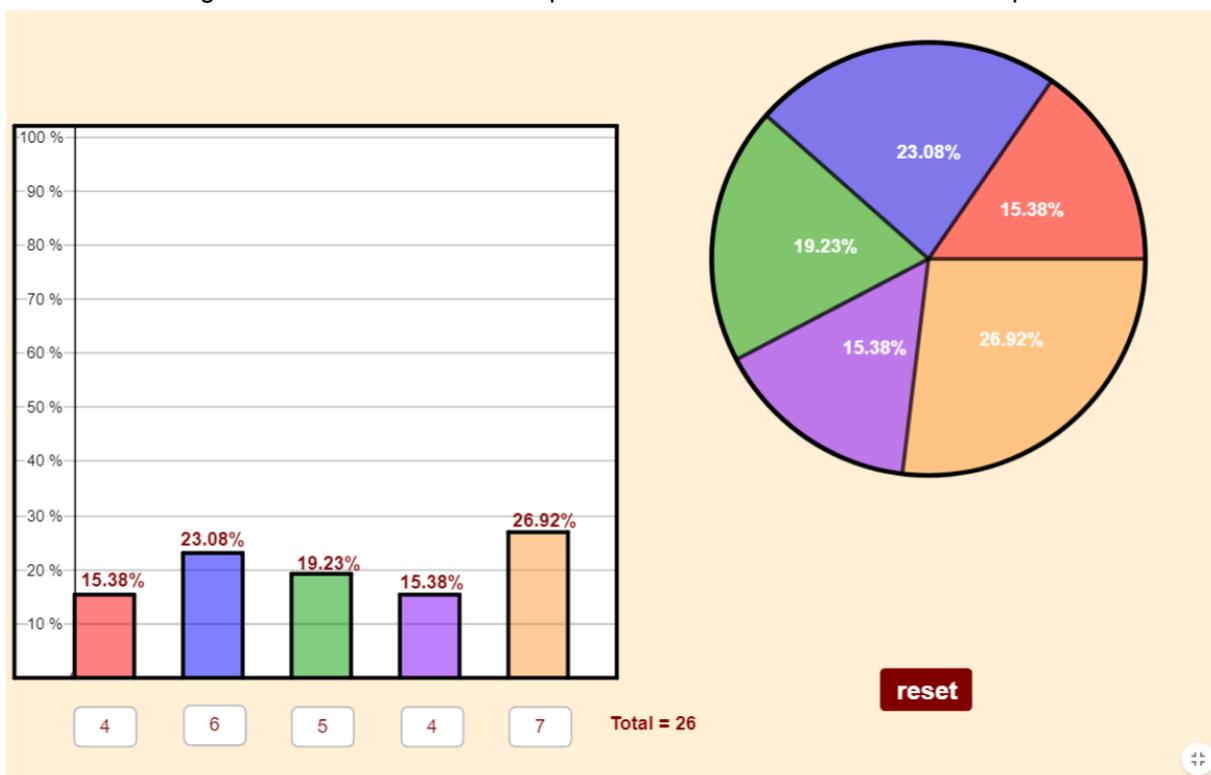
Figura 112 - Coleta de dados de E18 na segunda etapa



Fonte: Acervo da autora;

Também, apresentamos, na Figura 113, o gráfico formado a partir desses dados:

Figura 113 - Gráfico formado a partir dos dados de E18 na terceira etapa



Fonte: Acervo da autora;

Na apresentação, E18 detalha os dados da pesquisa:

**E18:** o que mais tem título é o amarelo, que é o Independiente. O azul é o Boca, tem 6 títulos, o verde é o Peñarol, o vermelho é o River Plate com 4 e o Roxo é o Estudiantes com 4 também.

**PP:** muito bem! e tu percebe alguma relação das porcentagem, tipo do vermelho e do roxo?

**E18:** Sim, são iguais as porcentagens.

**PP:** E porque elas são iguais?

**E18:** porque os números são iguais, os dois são 4.

(Gravação de 12/07/2023)

Nesse contexto, por mais básico que pareça perceber essas relações de igualdade, destaca-se a importância de reforçar esse entendimento nos estudantes. Isso permitirá que compreendam que quando uma categoria representa uma mesma porcentagem em comparação a outra categoria, ou exibe um tamanho de coluna idêntico, no caso de gráficos de colunas, devem reconhecer que as quantidades são equivalentes. Situações similares de quantidades iguais nas cores surgiram em mais três apresentações, os quais não serão explorados neste momento, uma vez que se assemelham bastante a essa situação discutida na apresentação de E18.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo principal identificar potencialidades de uma prática desenvolvida no 6º ano do Ensino Fundamental envolvendo o uso das Tecnologias Digitais, especialmente de materiais didáticos disponíveis no software GeoGebra, no que diz respeito à interpretação e análise de dados e de gráficos estatísticos. Nesse contexto, buscamos responder à seguinte pergunta diretriz: “Quais potencialidades de uma prática envolvendo a interpretação e análise de Dados e de Gráficos Estatísticos com o uso de materiais didáticos do GeoGebra?”.

O referencial teórico desta pesquisa se apoia em 3 pilares: “Tecnologias Digitais na Educação Matemática”, “Os Materiais Didáticos e o GeoGebra” e a “Educação Estatística”. Além disso, o referencial teórico engloba os trabalhos correlatos. Cabe destacar que ainda não há um número expressivo de pesquisas sobre o ensino de estatística na educação básica que façam uso de tecnologias digitais e/ou materiais didáticos. Entretanto, observa-se um crescimento notável da quantidade de pesquisas que exploram o potencial do software GeoGebra no ensino de Estatística na educação básica, como trazido em três dos quatro trabalhos correlatos da presente pesquisa. Nesse sentido, espera-se que esta pesquisa contribua para o panorama de pesquisas relacionadas a esse tema.

Para responder à pergunta diretriz da presente pesquisa, optou-se por empregar uma abordagem metodológica de pesquisa qualitativa. Através das análises das respostas do material impresso entregue aos estudantes na primeira etapa da prática, da coleta de dados realizada na segunda etapa, das apresentações dos estudantes ocorridas na terceira e última etapa da prática e nas anotações em diário de campo realizadas pela pesquisadora, procuramos indicativos para responder à pergunta diretriz, juntamente com o referencial teórico.

Como explicado, a prática foi dividida em três etapas. Na primeira etapa, os estudantes exploraram o primeiro material didático selecionado e, a partir disso, responderam algumas questões (Apêndices A e B). Na segunda etapa, os estudantes eram responsáveis por escolher temas de seu interesse e coletar dados a partir do tema escolhido. Por fim, na terceira etapa, os estudantes apresentaram os dados que haviam coletado, procedendo à análise do gráfico formado a partir dos dados coletados. Vale ressaltar que o gráfico foi formado utilizando o segundo material didático selecionado do GeoGebra.

A partir dos dados produzidos e analisados, buscamos identificar potencialidades da prática proposta. Uma primeira potencialidade identificada na prática desenvolvida foi relacionada ao primeiro material didático escolhido, no qual os estudantes, ao explorarem o material, perceberam que quando eles faziam alterações, como adicionar um quadradinho, mudar a cor do bloco, entre outras interações possíveis, o gráfico de setores mudava automaticamente, fato muito trazido pelos alunos. Esse feedback visual quase instantâneo é destacado por Borba, Silva e Gadaniadis como um diferencial das tecnologias digitais.

De forma relacionada a isso, outra potencialidade observada foi que, ao utilizar o primeiro material didático, os estudantes puderam testar e construir hipóteses para responder às questões do material impresso, criando diversas estratégias, como as estratégias mencionadas na análise dos dados para responder às Tarefas 2 e 3.

Outra potencialidade observada foi quando os estudantes fizeram desenhos e pixel art com o uso do material didático, permitindo que eles se envolvessem na exploração do material. Muitos deles, nas respostas, ressaltaram as porcentagens das cores que eles utilizaram para o desenho. Com isso, notamos que os estudantes se envolveram com o material didático, o que pode estar relacionado à sua forma interativa e visual. Os estudantes puderam fazer algo que muitos adoram, como desenhar, e, simultaneamente, puderam perceber as porcentagens das cores que eles usaram, um entendimento que foi facilitado pelo uso das tecnologias digitais, que ajustam automaticamente essas proporções.

Além disso, como observado por alguns estudantes, o material é muito intuitivo e fácil de mexer, o que possibilita que o aluno se concentre na interpretação e análise dos resultados, e não na mecânica computacional (Chance *et al.*, 2007).

Com relação ao segundo material didático escolhido para a prática, este se destaca por apresentar dois tipos de gráficos simultaneamente: o gráfico de colunas e o gráfico de setores. A partir disso, podemos observar como cada um desses gráficos se comporta conforme alteramos as quantidades. Um aspecto importante é que ambos os gráficos são alterados automaticamente conforme as quantidades escolhidas, o que pode ampliar ainda mais a compreensão das relações entre as variáveis.

Com relação à coleta de dados realizada pelos estudantes na segunda etapa, Mendonça e Lopes (2011, apud Castro e Filho, 2015, p.882) ressaltam que, com o

trabalho com situações práticas que exploram a coleta de dados reais, os estudantes podem compreender melhor a funcionalidade da tabela e dos gráficos, uma vez que eles passam a utilizar os dados em situações práticas. Além disso, é importante destacar a autonomia da segunda etapa da prática, na qual os estudantes que escolheram o tema e coletaram os dados.

Relacionada a isso, outra potencialidade que podemos observar no segundo material didático é possibilitar que os dados coletados pelos estudantes fossem transformados em gráficos, para que assim eles visualizassem os dados e pudessem refletir e analisar possíveis relações entre os números e as porcentagens, e assim por diante. Além disso, a BNCC (BRASIL, 2017, p.275) ressalta a relevância do trabalho da coleta de dados, uma vez que o “planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos alunos.”

No que se refere à etapa das apresentações, Ponte *et al.* (2014, p.5) destacam a importância dos alunos conseguirem explicar “as estratégias e procedimentos matemáticos que utilizam e os resultados a que chegam”. Nesse contexto, a terceira etapa buscou isso, que os estudantes comunicassem os dados que eles coletaram, e percebessem as relações entre as quantidades de cada cor.

Além disso, temos como potencialidade dessa prática a interação entre os estudantes durante a terceira etapa, na qual os alunos, quando apresentaram os seus dados, se envolveram em diversas discussões a respeito dos números e das relações entre quantidades, como “porque tal cor representa metade do gráfico”, como abordado na análise da terceira etapa. Com isso, essa troca de conhecimentos permite um crescimento coletivo.

Outra consideração a ser destacada diz respeito às minhas intervenções durante as primeiras etapas. Algumas abordagens minhas podem ter limitado a amplitude das discussões, como evidenciado no diálogo com E18 na Tarefa 1, no qual induzi o estudante a chegar na resposta. Também destaco algumas falas minhas ao tentar responder dúvidas dos estudantes. Por exemplo, quando fui questionada por E2 e E33, minha resposta se restringiu a um simples “é uma ideia” quando os estudantes pensaram em como subdividir os dados. Contudo, cabe destacar que um dos objetivos específicos desta pesquisa é refletir aspectos a serem repensados para uma futura proposta. Com isso, refletir sobre essas intervenções e direcionamentos meus e aprender com eles é essencial.

Por fim, um ponto a se destacar é relacionado ao segundo material didático, o qual apresenta apenas 5 categorias para a classificação dos dados, o que pode limitar a coleta dos dados. Considerando este aspecto do material didático, é importante ponderar, para práticas futuras, a possibilidade de usar outros softwares para conduzir essa prática, como planilhas eletrônicas, como o Excel.

Além disso, outro ponto que percebemos que é importante de se pensar para práticas futuras é a realização de assembleias ou debates ao final de cada uma das etapas. A proposta dessas assembleias e debates é possibilitar que os estudantes compartilhem e comuniquem seus pensamentos e reflexões, uma vez que nem sempre é possível expressar de forma completa aquilo que desejamos transmitir somente por meio de lápis e papel. Além disso, uma assembleia também teria como objetivo dialogar abertamente sobre suas experiências e aprendizados, permitindo melhorar a prática cada vez mais.

Também, um ponto a ser considerado para estudos futuros é uma etapa inicial para tratar a respeito dos diferentes tipos de gráficos e dos tipos de variáveis. Isso permitiria instigar os estudantes a refletirem sobre a melhor forma para representar os diferentes conjuntos de dados, refletir sobre “o que e quem eu estou analisando?” O professor pode buscar por outros materiais didáticos que abordem outros tipos de gráficos, ou outros recursos, como planilhas eletrônicas.

Portanto, as questões que a presente pesquisa traz não se encerram por aqui, uma vez que podemos explorar outros contextos, outro público, outros tipos de gráficos e dados, outros materiais didáticos, entre infinitas outras possibilidades.

Por fim, é possível concluir que os materiais didáticos podem potencializar o processo de aprendizagem dos alunos. Contudo, cabe destacar que a professora deverá estar ciente de que nenhum material sozinho é garantia de sucesso, sendo necessária uma reflexão a respeito do potencial do material, a fim de empregá-lo de maneira adequada. Assumir a responsabilidade de professor exige assumir uma postura ativa em relação ao nosso trabalho, e assim refletir constantemente acerca da nossa prática, sempre com responsabilidade, atenção e abertos para novas ideias e reflexões, estando assim dispostos a ensinar e, também, a aprender.

## REFERÊNCIAS

- AGUIAR, Eliane Vigneron Barreto; FLÔRES, Maria Lucia Pozzatti. Objetos de aprendizagem: conceitos básicos. **Objetos de aprendizagem: teoria e prática**. Porto Alegre: Evangraf, p. 12-28, 2014.
- AMARAL, Aruana do; FILHO, Júlio de Mesquita; NOGUEIRA, Raíra Elberhardt. O Uso do GeoGebra no Estudo da Função Quadrática. II Congresso Nacional de Formação dos Professores; XII Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Professores, 2014, Águas de Lindóia, SP. **Anais do II Congresso Nacional de Formação dos Professores e XII Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Professores**. Águas de Lindóia - SP.
- ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Carvalho; (orgs); **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020. 127p.
- ARRUDA, Thaline Cabral. **A Educação Estatística no ciclo da alfabetização: problematizando os gráficos**. 2017. TCC (Licenciatura em Pedagogia). Centro de Educação, Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2017.
- BARROS, Anderson Henrique Costa; MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira; LIMA, Aldinete Silvino de. Reflexões sobre letramento estatístico à luz da educação do campo e educação matemática crítica. In: MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira; CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima de. **Temas emergentes em letramento estatístico**. Recife: UFPE, p. 273-289, 2021.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORBA, Marcelo C.; PENTEADO, Miriam G. Pesquisas em informática e educação matemática. **Educação em Revista**, Belo Horizonte (MG), n. 36, p. 239–253, 2002.
- BORBA, Marcelo C.; PENTEADO, Miriam G. **Informática e Educação Matemática**. 6 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.
- BORBA, Marcelo de Carvalho.; SILVA, Ricardo Scucuglia R.; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.
- BORBA, Rute; GUIMARÃES, Gilda (orgs). **A Pesquisa em Educação Matemática: repercussões na sala de aula.**: Cortez Editora, São Paulo, 2009. 240p.

BOTAS, Dilaila; MOREIRA, Darlinda. A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática: Um estudo no 1º Ciclo. **Revista Portuguesa de Educação**, p. 253-286, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.

CARRIERI, André; VECCHI, Veia. **Registro fotográfico: muito mais do que documentar**. Tempo de Creche. Disponível em: <https://tempodecreche.com.br/registros-e-avaliacoes/registro-fotografico-muito-mais-do-que-documentar/>

CASTRO, Juscileide Braga De; FILHO, José Aires de Castro. Desenvolvimento do Pensamento Estatístico com Suporte Computacional. **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 17, n. 5, p. 870-896, 2015.

CHANCE, B; BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J.; MEDINA, E. The role of technology in improving student learning of statistics. **Technology Innovations in Statistics Education Journal**, v.1, n.1, 2007.

DALMOLIN, Rafael Ferreira; DONADEL, Ana Paula Do Prado; LESEUX, Andressa; KAMPHORST, Carmo Henrique; KAMPHORST, Eliane Miotto. Importância do uso do material didático e do software GeoGebra para o ensino e aprendizagem de funções. V Escola de Inverno de Educação Matemática; 3º Encontro Nacional Pibid Matemática, Universidade Federal de Santa Maria - RS. 2016. **Anais do 3º Encontro Nacional Pibid Matemática**. Santa Maria - RS, 2016.

FERNANDES, Andreia Magalhães. **A importância dos materiais didáticos no ensino da Matemática no 1º e 2º ciclos do Ensino Básico**. 2014. Tese de Doutorado. Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro (Portugal).

FERNANDES, Rúbia Juliana Gomes. **Articulação entre o Letramento Estatístico de Gal e a compreensão gráfica de Curcio para a formação de professores no âmbito da educação estatística**. 2020. Tese (Doutorado). Ponta Grossa. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2020.

FUJII, Noemi PN; SILVEIRA, Ismar F. Objetos de aprendizagem adaptativos para o ensino de estatística. WIE - XII Workshop de Informática na Escola. **Anais do XXVI Congresso da SBC**. p.247-255. Campo Grande, MS, 2006.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese de Doutorado (Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. 17. ed. Rio de Janeiro: Record, 2022. 111p.

KAPCZYNSKI, Emanuel Rodrigues. **Produção de Vídeos a partir de projetos de Modelagem: potencialidades e limitações de uma abordagem no Ensino Fundamental**. 2023. TCC (Licenciatura em Matemática). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2023.

KERKHOFF, Luiza Lehmen. **Construção do conhecimento matemático nos anos iniciais a partir de jogos e aplicativos digitais : um estudo com alunos do 5º ano**. 2021. TCC (Licenciatura em Matemática). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2021.

LACERDA, Eduardo Cavalli. **Uma sequência didática para o desenvolvimento do pensamento estatístico na compreensão e interpretação de gráficos a alunos da EJA**. 2019. TCC (Bacharelado em Estatística). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2021.

LAURINDO, Jéssica Carolini da Silva. **Estatística na educação básica: o estudo de conceitos através do software GeoGebra**. 2017. XXI EBRAPEM - Encontro Brasileiro de estudantes de pós-graduação em Educação Matemática. Pelotas, RS. 2017.

LEITE, Rafael Ferreira da Costa. **A utilização de Tecnologia para Estatística no Ensino Médio: uma proposta de aula com o suporte do Google Docs e do GeoGebra**. 2017. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática. PROFMAT). Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2017.

LIMA, Rosana de Fátima. Registrar pra quê? Pra quem?.IV Encontro de Educação Matemática nos anos iniciais e III Colóquio de práticas letradas, 2016, São Carlos, SP. **Anais do IV Encontro de Educação Matemática nos anos iniciais e III Colóquio de práticas letradas**. São Carlos-SP, Capítulo 33, p.355-363, 2016.

LOPES, Celi Espasandi. **O Ensino de Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores**. Caderno Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57 – 73, 2008.

LOPES, C. Tessitura possível entre letramento estatístico, pensamento crítico e insubordinação criativa. In: MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira; CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima de. **Temas emergentes em letramento estatístico**. Recife: UFPE, p. 60-87, 2021.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MALTEMPI, Marcus Vinícius. Educação Matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. **Acta Scientiae**, Canoas, v.10, n.1, p. 59-67,2008.

MANETTA, Marco Antônio. GEOGEBRA. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>>. Acesso em: 31 de maio de 2023.

NOGUEIRA, Maria Alice Passos; SANTOS, Alexsandra Da Rosa De Los; PORCIÚNCULA. O Letramento Estatístico para a formação de cidadãos críticos. In: V Congresso Nacional de Educação, 2018, Recife, PE. **Anais do V Congresso Nacional de Educação**. Recife-PE.

PEREIRA, Fernanda Angelo; MOTA, Maria das Mercês Coutinho; SCORTEGAGNA, Liamara. Avaliação de objetos de aprendizagem: uma ferramenta prática para o Ensino de Estatística. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 6, p. 192-208, 2020.

POLSKY, Analise. **Porque seu cérebro precisa de visualização de dados**. SAS Insights. Disponível em: [https://www.sas.com/pt\\_br/insights/articles/analytics/why-your-brain-needs-data-visualization.html](https://www.sas.com/pt_br/insights/articles/analytics/why-your-brain-needs-data-visualization.html).

PONTE, João Pedro; SERRAZINA, Maria de Lurdes; GUIMARÃES, Henrique; BREDÁ, Ana; GUIMARÃES, Fátima; SOUSA, Hélia; MENEZER, Luís; MARTINS, Maria Graça; OLIVEIRA, Paulo (2007). **Programa de Matemática do ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular, 2007.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, p. 39-56, 2006.

SANTOS, Carlos Alexandre Silva dos; MORAES, João Feliz Duarte de. Estatística com projetos: experiência no sétimo ano. **Anais do XV SESEMAT - Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 15, n. 1, p. 1-11, 2021.

SCHWANCK, Diogo Israel; NUNES, Luciana Neves. A uma proposta pedagógica para o desenvolvimento das competências estatísticas por meio de pesquisa na

comunidade. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 6, n. 1, p. 218-237, 2021.

SELVA, Ana Coêlho Vieira. Gráficos de barras na Educação Infantil e séries iniciais: propondo um modelo de intervenção pedagógica. In: BORBA, Rute; GUIMARÃES, Gilda. (Orgs.). **A Pesquisa em educação matemática: repercussões na sala de aula**. São Paulo: Cortez, 2009.

SOUZA, Isabel Maria Amorim de; SOUZA, Luciana Virgília Amorim de. O uso da tecnologia como facilitadora da aprendizagem do aluno na escola. **Revista Fórum Identidades**. Ano IV, v. 08, n. 08, 2010.

SERRA, Diego da Silva. **A contribuição da prova de matemática do ENEM para o ensino de probabilidade e estatística**. 2015. 192 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2015.

SOUZA, Ricardo Fernando de. **Recursos da tecnologia da informação e comunicação no ensino da estatística: o GeoGebra**. 2019. 114 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo. 2019.

**APÊNDICE A - Atividade 1: Atividade referente a primeira etapa da proposta, realizada com a turma 161**

**Nome:** \_\_\_\_\_  
**Turma:** \_\_\_\_\_ **Data:** \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Para começar as nossas atividades, utilizaremos o material didático do GeoGebra, que está disponível no link <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>. Nesse contexto, é importante que você explore o applet e compartilhe abaixo suas observações sobre o comportamento do gráfico quando você altera as cores dos quadradinhos, aumenta ou diminui alguma das cores, diminui o número de quadradinhos pintados e assim por diante.

Pode explorar à vontade e escrever, com as suas palavras, o que você percebe!

---



---



---



---



---

Agora, apresento duas questões para que vocês possam explorar um pouco mais do applet! Utilizando o Geogebra, monte um gráfico que represente as quantidades de cada cor nas situações propostas a seguir.

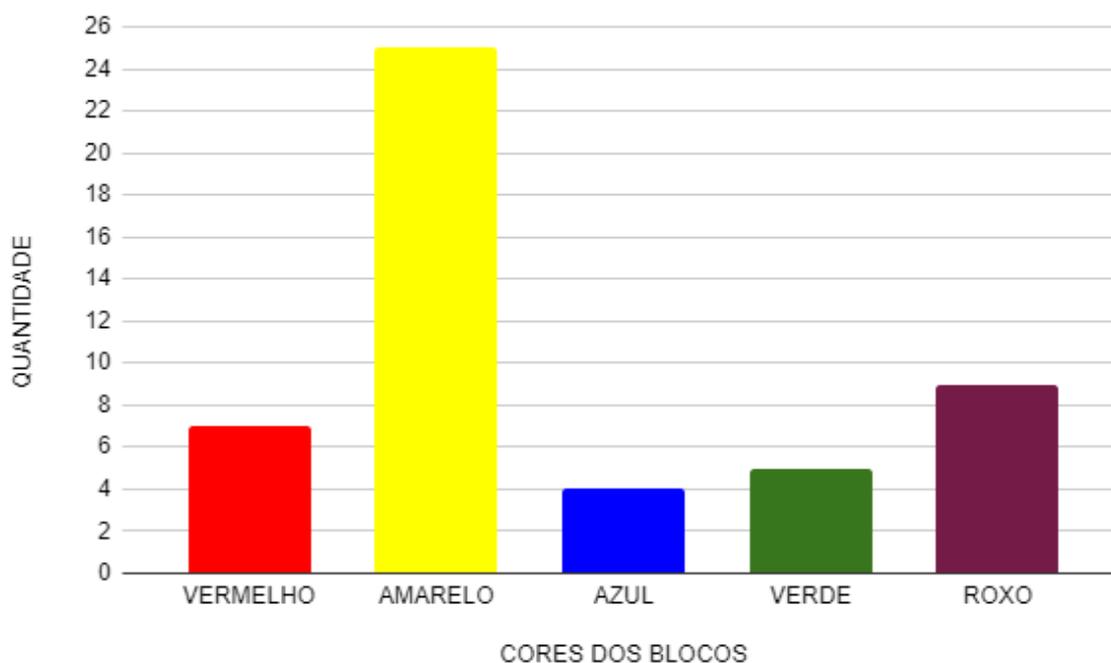
**SITUAÇÃO 1:** Mariana encontrou um baú com 100 blocos coloridos, distribuídos em 5 cores, da seguinte maneira:

CORES DOS BLOCOS	QUANTIDADE
VERMELHO	14
AMARELO	50
AZUL	8
VERDE	10
ROXO	18

Fonte: Produção autoral

Represente, no GeoGebra, a partir do link: <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>, a tabela acima.

**SITUAÇÃO 2:** Observe o gráfico e monte a situação representada no GeoGebra:



Fonte: Produção autoral

Represente, no GeoGebra, a partir do link: <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>, o gráfico acima.

### Tarefas:

Ao construir os gráficos de cada questão, analisem cuidadosamente a diferença entre eles, identifiquem a porcentagem de cada uma das cores presentes em cada gráfico e comparem as quantidades dos dois gráficos e outras observações que vocês percebem!

Com isso, responda às seguintes questões, com as suas palavras:

**1)** Nos dois gráficos, a cor amarela representa 50% do total do gráfico. No entanto, é importante ressaltar que a quantidade de quadradinhos amarelos pintados em cada um dos gráficos é diferente. Na questão 1, temos 50 quadradinhos amarelos pintados, já na questão 2, temos apenas 25 quadradinhos amarelos pintados. Como pode isso?

---



---

---

---

---

2) É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

---

---

---

---

---

3) Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

---

---

---

---

4) Utilize este espaço para compartilhar outras observações que você fez ao comparar os gráficos das questões acima, ao explorar o applet ou para comentar outras coisas que percebeu, além de possibilidades adicionais que podem ser realizadas a partir do applet.

---

---

---

**APÊNDICE B - Atividade 1: Atividade referente a primeira etapa da proposta, realizada com a turma 162**

**Nome:** \_\_\_\_\_  
**Turma:** \_\_\_\_ **Data:** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Para começar as nossas atividades, utilizaremos o material didático do GeoGebra, que está disponível no link <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>. Nesse contexto, é importante que você explore o applet e compartilhe abaixo suas observações sobre o comportamento do gráfico quando você altera as cores dos quadradinhos, aumenta ou diminui alguma das cores, diminui o número de quadradinhos pintados e assim por diante.

Pode explorar à vontade e escrever, com as suas palavras, o que você percebe!

---



---



---



---



---



---

Agora, apresento duas questões para que vocês possam explorar um pouco mais do applet! Utilizando o Geogebra, monte um gráfico que represente as quantidades de cada cor nas situações propostas a seguir.

**SITUAÇÃO 1:** Mariana encontrou um baú com 100 blocos coloridos, distribuídos em 5 cores, da seguinte maneira:

CORES DOS BLOCOS	QUANTIDADE
VERMELHO	44
AMARELO	8
AZUL	20
VERDE	12
ROXO	16

Figura 1 - Tabela referente à questão 1  
 Fonte: Produção autoral

Represente, no GeoGebra, a partir do link: <https://www.geogebra.org/m/fc8ewrmp>, a tabela acima.

**SITUAÇÃO 2:** Observe o gráfico e monte a situação representada no GeoGebra:

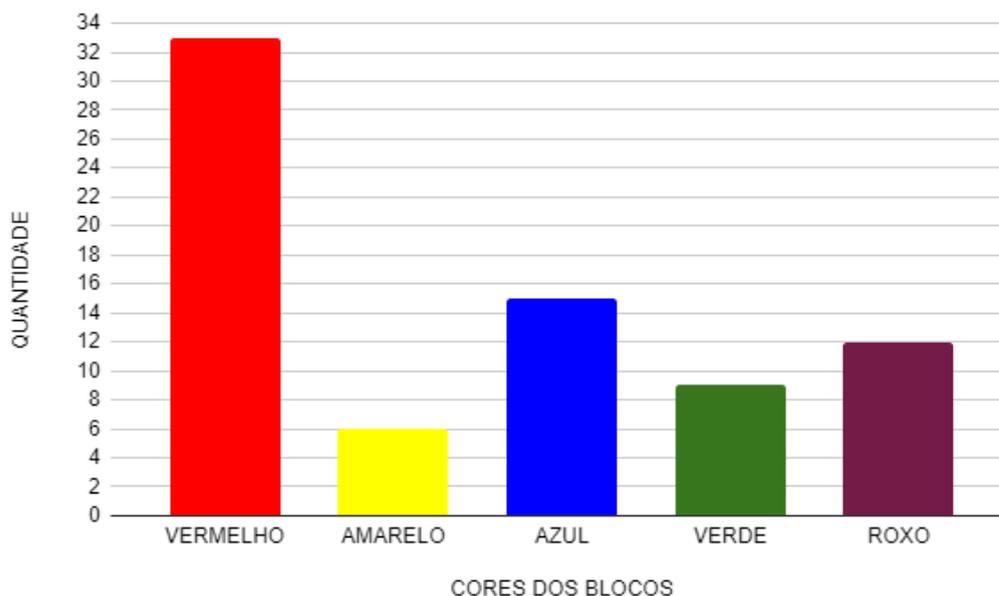


Figura 2 - Gráfico referente à questão 2  
Fonte: Produção autoral

Represente, no GeoGebra, o gráfico acima.

### Tarefas:

Ao construir os gráficos de cada questão, analisem cuidadosamente a diferença entre eles, identifiquem a porcentagem de cada uma das cores presentes em cada gráfico e comparem as quantidades dos dois gráficos e outras observações que vocês percebem!

Com isso, responda às seguintes questões, com as suas palavras:

1) Nos dois gráficos, a cor vermelha representa 44% do total do gráfico. No entanto, a quantidade de quadradinhos vermelhos pintados em cada um dos gráficos é diferente. Na questão 1, temos 44 quadrados vermelhos pintados, já na questão 2, temos 33 quadrados vermelhos pintados. O mesmo acontece na cor azul, que nos dois gráficos representa 20% do todo, mas em cada gráfico representa quantidades diferentes. Como pode isso?

---

---

---

---

---

**2)** É possível montar esse gráfico de modo que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Explore o applet e coloque abaixo quais teriam que ser as quantidades de cada cor para que isso aconteça!

---

---

---

---

---

**3)** Só existe uma quantidade possível para que todas as cores tenham a mesma porcentagem? Justifique

---

---

---

---

---

**4)** Utilize este espaço para compartilhar outras observações que você fez ao comparar os gráficos das questões acima, ao explorar o applet ou para comentar outras coisas que percebeu, além de possibilidades adicionais que podem ser realizadas a partir do applet.

**APÊNDICE C - Atividade 2: Atividade referente a segunda etapa da proposta, realizada com a turma 162**

**Nome:** \_\_\_\_\_  
**Turma:** \_\_\_\_\_ **Data:** \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Para essa segunda atividade, utilizaremos o material didático do GeoGebra, que está disponível no link <https://www.geogebra.org/m/njdhpnc> para fazermos os gráficos dos dados escolhidos por vocês.

Na tabela abaixo, preencham os dados do assunto que vocês escolheram fazer, conforme explicado em aula.

COR	CATEGORIA	QUANTIDADE
VERMELHO		
AMARELO		
AZUL		
VERDE		
ROXO		

## APÊNDICE D - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
 Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL  
 Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301  
 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br



### Termo de Consentimento Livre e Esclarecido Convite para participação em pesquisa

Prezado(a) Sr(a). \_\_\_\_\_,

O(A) aluno(a) \_\_\_\_\_, está sendo convidado(a) a participar voluntariamente da pesquisa *Potencialidades do software GeoGebra para a interpretação e análise de gráficos: um estudo feito com o 6º ano do Ensino Fundamental* que está sendo desenvolvida pela pesquisadora Júlia Bürgel Borsato, a qual é estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pela Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Débora da Silva Soares, a quem você poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (xx)xxxxxxxx ou e-mail xxxxxxxxxxxx@xxxx.

A pesquisa está sendo desenvolvida para compor a monografia do trabalho de conclusão de curso da pesquisadora, exigência parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática. O objetivo da pesquisa é investigar as potencialidades do uso do software GeoGebra para a compreensão e análises de dados e de gráficos estatísticos.

Para isto, solicitamos a especial colaboração do(a) aluno(a) na participação da pesquisa, a qual ocorrerá por meio de participação em horário de aula, em que seu trabalho, suas discussões com os colegas e suas produções serão analisadas, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. Estima-se que sejam investidas 5 horas e 50 minutos para a realização das aulas referentes às tarefas propostas, organizadas em 7 períodos de 50 minutos de duração que ocorrerão no turno regular das aulas do(a) aluno(a) na escola.

O uso das informações decorridas da participação dele(a) (produção escrita/atividades desenvolvidas no computador/gravação da apresentação) será feito apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas por um código alfanumérico (como, por exemplo, “o aluno A-12”). No caso de fotos e filmagens, elas também serão utilizadas exclusivamente em atividades acadêmicas, editadas para manter o



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
 Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL  
 Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301  
 e-mail: [matematica@mat.ufrgs.br](mailto:matematica@mat.ufrgs.br) Internet: [www.mat.ufrgs.br](http://www.mat.ufrgs.br)



anonimato. Todas as informações fornecidas pelo(a) aluno(a) serão armazenadas sob responsabilidade da pesquisadora por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Ao participar da pesquisa, o(a) aluno(a) poderá se sentir desconfortável ou ter alguma dificuldade em utilizar o software e resolver as questões, mas saiba que a pesquisadora estará acompanhando o desenvolvimento das atividades e poderá esclarecer dúvidas e orientar possíveis caminhos de resolução.

Já com relação aos benefícios da pesquisa, o(a) aluno(a) terá a oportunidade de explorar os dados e gráficos de uma maneira diferente ao fazer investigações utilizando o computador e o celular. Poderá conhecer e utilizar o software GeoGebra, explorar os materiais didáticos disponíveis no software e assim aprofundar conteúdos já vistos no colégio.

A participação do(a) aluno(a) não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Sua participação é muito importante e é voluntária. O(A) aluno(a) poderá recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma para ele(a) se essa for sua decisão. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por você assinado e do Termo de Assentimento assinado pelo(a) aluno(a).

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a pesquisadora, a qualquer momento pelo telefone (xx)xxxxxxx ou e-mail xxxxxxxxxxxx@xxxx. . Estou disponível para prestar informações adicionais.

Caso tenha dúvidas acerca de procedimentos éticos, você também poderá contatar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone +55 (51) 3308-3738 e e-mail [etica@propesq.ufrgs.br](mailto:etica@propesq.ufrgs.br)

Obrigada pela sua colaboração.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
 Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL  
 Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301  
 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br



Eu, \_\_\_\_\_, R.G. \_\_\_\_\_,  
 responsável pelo(a) aluno(a) \_\_\_\_\_, da turma  
 \_\_\_\_\_, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da  
 pesquisa intitulada *Potencialidades do software GeoGebra para a interpretação e análise de  
 gráficos: um estudo feito com o 6º ano do Ensino Fundamental*, desenvolvida pela  
 pesquisadora Júlia Bürgel Borsato.

Autorização do Uso de Imagem:

(  ) SIM, autorizo a divulgação de imagem do(a) aluno(a) \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_, com uso de efeitos para a não identificação da sua pessoa, em  
 atividades acadêmicas.

(  ) NÃO autorizo a divulgação de imagem do(a) aluno(a) \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.

Porto Alegre, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

Assinatura do(a) Responsável: \_\_\_\_\_

Assinatura da Pesquisadora: \_\_\_\_\_

Assinatura da Orientadora: \_\_\_\_\_

## APÊNDICE E - TERMO DE ASSENTIMENTO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
 Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL  
 Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301  
 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: WWW.mat.ufrgs.br



### Termo de Assentimento Convite para participação em pesquisa

Prezado(a) Aluno(a),

Você está sendo convidado(a) a participar voluntariamente da pesquisa *Potencialidades do software GeoGebra para a interpretação e análise de gráficos: um estudo feito com o 6º ano do Ensino Fundamental* que está sendo desenvolvida pela pesquisadora Júlia Bürgel Borsato, a qual é estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Essa pesquisa é orientada pela Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Débora da Silva Soares, a quem você poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (xx)xxxxxxxx ou e-mail xxxxxxxxxxxx@xxxx.

A pesquisa está sendo desenvolvida para compor a monografia do trabalho de conclusão de curso da pesquisadora, exigência parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática. O objetivo da pesquisa é investigar as potencialidades do uso do software GeoGebra para a compreensão e análises de dados e de gráficos estatísticos.

Para isto, solicitamos sua especial colaboração na participação da pesquisa, a qual ocorrerá por meio de participação em uma oficina, em que seu trabalho, suas discussões com os colegas (gravação em áudio) e suas produções serão analisadas, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. Estima-se que sejam investidas 5 horas e 50 minutos para a realização das aulas referentes às tarefas propostas, organizadas em 7 períodos de 50 minutos de duração que ocorrerão no turno regular das aulas do(a) aluno(a) na escola.

O uso das informações decorridas de sua participação (produção escrita/atividades desenvolvidas no computador/gravação em áudio) será feito apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas por um código alfanumérico (como, por exemplo, “o aluno A-12”). No caso de fotos e filmagens, elas também serão utilizadas exclusivamente em atividades acadêmicas, editadas para manter seu anonimato. Todas as informações fornecidas por você serão armazenadas sob responsabilidade da pesquisadora por pelo menos 5 anos após o término da investigação.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL  
Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301  
e-mail: [matematica@mat.ufrgs.br](mailto:matematica@mat.ufrgs.br) Internet: [www.mat.ufrgs.br](http://www.mat.ufrgs.br)



Ao participar da pesquisa, você não correrá riscos de saúde e caso venha a se sentir desconfortável ou tenha dificuldade em utilizar o software e resolver as questões, saiba que a pesquisadora estará acompanhando o desenvolvimento das atividades e poderá esclarecer suas dúvidas e orientar possíveis caminhos de resolução.

Já com relação aos benefícios da pesquisa, você terá a oportunidade de explorar os dados e gráficos de uma maneira diferente ao fazer investigações utilizando o computador e o celular. Poderá conhecer e utilizar o software GeoGebra, explorar os materiais didáticos disponíveis no software e assim aprofundar conteúdos já vistos no colégio.

Sua participação não envolve nenhum tipo de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Sua participação é muito importante e é voluntária. Você poderá recusar a participar da pesquisa a qualquer momento, não havendo prejuízo de nenhuma forma para você se essa for sua decisão. Sua colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por você assinado e do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado por um de seus responsáveis.

Caso necessite de qualquer esclarecimento, peço que entre em contato comigo, a pesquisadora, a qualquer momento, pelo telefone (xx)xxxxxxxx ou e-mail xxxxxxxxxxxx@xxxx. Estou disponível para prestar informações adicionais.

Caso tenha dúvidas acerca de procedimentos éticos, você também poderá contatar o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone +55 (51) 3308-3738 e e-mail [etica@propeq.ufrgs.br](mailto:etica@propeq.ufrgs.br).

Obrigado pela sua colaboração.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
 Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL  
 Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301  
 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br



Eu, \_\_\_\_\_, declaro por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada *Potencialidades do software GeoGebra para a interpretação e análise de gráficos: um estudo feito com o 6º ano do Ensino Fundamental*, desenvolvida pela pesquisadora Júlia Bürgel Borsato.

Autorização do Uso de Imagem:

- (  ) SIM, autorizo a divulgação de minha imagem, com uso de efeitos para a não identificação da minha pessoa, em atividades acadêmicas.
- (  ) NÃO autorizo a divulgação de minha imagem.

Porto Alegre, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

Assinatura do(a) Aluno(a): \_\_\_\_\_

Assinatura da Pesquisadora: \_\_\_\_\_

Assinatura da Orientadora: \_\_\_\_\_

## APÊNDICE F - CARTA DE ANUÊNCIA DA ESCOLA



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
 Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL  
 Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301  
 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: WWW.mat.ufrgs.br



### CARTA DE ANUÊNCIA DA ESCOLA

O(A) Diretor(a) da escola.....localizada na cidade de Porto Alegre declara estar ciente e de acordo com a participação dos estudante(s) e/ou professor(es) desta escola nos termos propostos no projeto de pesquisa intitulado “Potencialidades do software GeoGebra para a interpretação e análise de gráficos: um estudo feito com o 6º ano do Ensino Fundamental”, que tem como objetivo investigar as potencialidades do uso do software GeoGebra para a compreensão e análises de dados e de gráficos estatísticos.

Este projeto de pesquisa encontra-se sob responsabilidade da professora/pesquisadora Débora da Silva Soares, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e é desenvolvido pela acadêmica Júlia Bürgel Borsato vinculada ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

A presente autorização está condicionada ao cumprimento dos requisitos das resoluções 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional da Saúde, Ministério da saúde, comprometendo-se os pesquisadores a usar os dados pessoais dos sujeitos da pesquisa exclusivamente para fins científicos, mantendo o sigilo e garantindo a não utilização das informações em prejuízo dos sujeitos.

Porto Alegre, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

Nome do(a) Diretor(a):

Assinatura \_\_\_\_\_

Professor(a)/Pesquisador(a) responsável (UFRGS):

Assinatura \_\_\_\_\_

## APÊNDICE G - TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA UTILIZAÇÃO DE IMAGEM E SOM DE VOZ PARA FINS DE PESQUISA



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
 Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL  
 Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301  
 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br



### TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA UTILIZAÇÃO DE IMAGEM E SOM DE VOZ PARA FINS DE PESQUISA

Eu, \_\_\_\_\_, autorizo a utilização da minha imagem e som de voz, na qualidade de participante/entrevistado(a) no projeto de pesquisa intitulado “Potencialidades do software GeoGebra para a interpretação e análise de gráficos: um estudo feito com o 6º ano do Ensino Fundamental”, sob responsabilidade da pesquisadora Júlia Bürgel Borsato vinculada ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

Minha imagem e som de voz podem ser utilizados apenas para transcrição da entrevista e análise por parte da equipe de pesquisa. Tenho ciência de que não haverá divulgação da minha imagem nem som de voz por qualquer meio de comunicação, sejam elas televisão, rádio ou internet, exceto nas atividades vinculadas ao ensino e a pesquisa explicitadas anteriormente. Tenho ciência também de que a guarda e demais procedimentos de segurança com relação às imagens e sons de voz são de responsabilidade do(a) pesquisador(a) responsável.

Deste modo, declaro que autorizo, livre e espontaneamente, o uso para fins de pesquisa, nos termos acima descritos, da minha imagem e som de voz.

Este documento foi elaborado em duas vias, uma ficará com a pesquisadora responsável pela pesquisa e a outra com o(a) participante.

Porto Alegre, XX de ZZZZ de CCCC.

\_\_\_\_\_  
 Assinatura do (a) participante

\_\_\_\_\_  
 Nome e Assinatura da pesquisadora