

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Lucas Almeida Gabineski

**PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA PROJETO DE
PILARES DE CONCRETO ARMADO
SEGUNDO A NBR 6118:2007**

Porto Alegre
junho 2010

LUCAS ALMEIDA GABINESKI

**PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA PROJETO DE
PILARES DE CONCRETO ARMADO
SEGUNDO A NBR 6118:2007**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

Orientador: Américo Campos Filho

Porto Alegre
junho 2010

LUCAS ALMEIDA GABINESKI

**PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA PROJETO DE
PILARES DE CONCRETO ARMADO
SEGUNDO A NBR 6118:2007**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, junho de 2010

Prof. Américo Campos Filho
Dr. pela Escola Politécnica da USP
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Profa. Virgínia Maria Rosito d'Ávila (UFRGS)
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Alexandre Rodrigues Pacheco (UFRGS)
Ph.D. pela Pennsylvania State University

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Dedico este trabalho a meu avô, Ero.
Sei que olha por mim, onde quer que esteja.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Américo Campos Filho pela valiosa orientação, pelo incentivo e por todo o conhecimento transmitido durante o período de graduação.

À Profa. Carin Maria Schmitt, pelo auxílio e constante acompanhamento nestes dois semestres de elaboração do trabalho.

Aos meus pais, Cibele e João Eduardo, ao meu irmão, Henrique, à minha avó, Jussara, e à minha madrinha, Vera Lúcia, pelo apoio, pelo incentivo e por todas as oportunidades que me concederam ao longo de minha vida.

À minha namorada, Clareana, pelo apoio, pela paciência e, principalmente, pelo carinho dispensados durante este importante período.

Aos professores da Escola de Engenharia, por ter tido a honra de me tornar aluno, e à Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pelo ensino de excelência.

Agradeço, por fim, a todos que de alguma forma colaboraram para a concretização deste trabalho.

Aqueles que sonham de dia se tornam conhecedores de muitas coisas que escapam aos que sonham apenas à noite.

Edgar Allan Poe

RESUMO

GABINESKI, L. A. **Programa computacional para projeto de pilares de concreto armado segundo a NBR 6118:2007**. 2010. 66 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Este trabalho teve como finalidade a elaboração de um programa computacional para o projeto de pilares de edifícios de estrutura em concreto armado, que abrange o dimensionamento de seções retangulares submetidas à flexo-compressão oblíqua e o posterior detalhamento das armaduras resultantes, tendo como base a NBR 6118:2007 – projeto de estruturas de concreto: procedimento –. O programa foi elaborado utilizando-se a linguagem de programação *Visual Basic*, o que possibilitou a criação de uma interface gráfica detalhada, prática e acessível. O programa determina, a partir dos dados de entrada fornecidos pelo usuário, os esforços resistentes, obtidos através da integração das tensões em relação à área comprimida de concreto e ao arranjo das barras da armadura; a área de aço necessária capaz de resistir, em conjunto com o concreto, aos esforços solicitantes; e o detalhamento do pilar, que abrange o arranjo da armadura longitudinal e dos estribos regulares e suplementares. A análise do pilar é feita considerando os efeitos locais de primeira e segunda ordens, sendo estes últimos verificados caso a situação assim o exija, conforme as recomendações da Norma. O programa efetua o projeto de pilares com índice de esbeltez igual ou inferior a 90 (situação usual em pilares de edifícios convencionais). Neste caso, o problema é analisado utilizando métodos aproximados de cálculo para obtenção dos esforços solicitantes de segunda ordem (método do pilar-padrão com curvatura aproximada e método do pilar-padrão com rigidez aproximada). É apresentado, ainda, um rigoroso sistema de análise de dados e acionamento de erros, visando aproximar o usuário da NBR 6118 em todas as etapas do projeto de um pilar de concreto armado.

Palavras-chave: pilares de concreto armado; flexão composta oblíqua; NBR 6118:2007.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: detalhes de pilares usuais de edifícios de concreto armado	16
Figura 2: etapas do trabalho de diplomação	22
Figura 3: seção de concreto armado submetida à flexão composta oblíqua	23
Figura 4: imperfeições geométricas locais em um pilar	30
Figura 5: diagrama tensão-deformação para o concreto	32
Figura 6: diagrama tensão-deformação para o aço	33
Figura 7: domínios de deformação	34
Figura 8: espaçamentos mínimos das barras longitudinais	46
Figura 9: proteção contra a flambagem das barras da armadura longitudinal	47
Figura 10: janela inicial do programa	53
Figura 11: mensagem de erro (classe de resistência do concreto menor que a mínima recomendada)	54
Figura 12: mensagem de erro (cobrimento do concreto menor que o mínimo recomendado)	55
Figura 13: mensagem de erro (área da seção transversal menor que a mínima recomendada)	55
Figura 14: mensagem de erro (dimensão menor que 12 cm)	55
Figura 15: mensagem de aviso (dimensão menor que 19 cm)	56
Figura 16: mensagem de erro (caso de pilar-parede)	56
Figura 17: mensagem de erro (índice de esbeltez maior que 90)	57
Figura 18: janela relativa à análise local	58
Figura 19: resultados da análise local do pilar	58
Figura 20: mensagem de erro (área de aço maior que o limite máximo recomendado) ..	61
Figura 21: mensagem de erro (espaçamento entre faces de barras menor que o mínimo recomendado)	61
Figura 22: menu de funções auxiliares	62
Figura 23: relatório de projeto gerado pelo programa	63

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: exigências da NBR 6118:2007 para a análise local de pilares de concreto armado	27
Quadro 2: relação entre a profundidade da linha neutra e as deformações extremas ϵ_{sup} e ϵ_{inf}	35
Quadro 3: derivadas de ϵ_{sup} e ϵ_{inf} em relação à profundidade da linha neutra	41
Quadro 4: diâmetros nominais de barras de aço para armaduras	45
Quadro 5: valores do coeficiente γ_n	49
Quadro 6: classes de agressividade ambiental	50
Quadro 7: correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10$ mm	50
Quadro 8: correspondência entre classe de agressividade ambiental e qualidade do concreto	51
Quadro 9: classes de resistência dos concretos	52

LISTA DE SÍMBOLOS

x_0 = profundidade da linha neutra (cm)

θ = inclinação da linha neutra

A_s = área de aço (cm²)

λ = índice de esbeltez do pilar

ℓ_e = comprimento equivalente do pilar (cm)

i = raio de giração da seção transversal do pilar (cm)

λ_1 = índice de esbeltez limite para pilares curtos

α_b = parâmetro para o cálculo do índice de esbeltez limite

e_1 = excentricidade de primeira ordem na direção considerada (cm)

h = dimensão da seção do pilar na direção considerada (cm)

$M_{1d,A}$ = momento de primeira ordem na extremidade A do pilar (kN.cm)

$M_{1d,B}$ = momento de primeira ordem na extremidade B do pilar (kN.cm)

$M_{d,tot}$ = momento total na direção considerada (kN.cm)

$1/r$ = curvatura na seção crítica do pilar

v = força normal adimensional

A_c = área da seção bruta de concreto (cm²)

f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto (kN/cm²)

κ = rigidez adimensional

$M_{1d,min}$ = momento mínimo na direção considerada (kN.cm)

θ_1 = parâmetro relacionado às imperfeições geométricas locais em um pilar

N_d = esforço normal solicitante de cálculo (kN)

Φ = parâmetro auxiliar no método do pilar-padrão com curvatura aproximada

x = coordenada cartesiana (cm)

y = coordenada cartesiana (cm)

ξ = coordenada no sistema auxiliar (ξ, η) (cm)

η = coordenada no sistema auxiliar (ξ, η) (cm)

MR_{xd} = momento resistente na direção x (kN.cm)

MR_{yd} = momento resistente na direção y (kN.cm)

MR_{ξ} = momento resistente na direção ξ (kN.cm)

MR_{η} = momento resistente na direção η (kN.cm)

σ_c = tensão no concreto (kN/cm²)

ε_c = deformação específica no concreto (‰)

f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto (kN/cm²)

γ_c = coeficiente de minoração da resistência do concreto

σ_s = tensão em uma barra de aço (kN/cm²)

ε_s = deformação específica em uma barra de aço (‰)

f_{yd} = resistência de cálculo de escoamento do aço (kN/cm²)

f_{yk} = resistência característica de escoamento do aço (kN/cm²)

γ_s = coeficiente de minoração da resistência do aço

E_s = módulo de elasticidade do aço (kN/cm²)

ε_{sup} = deformação específica na fibra superior da seção transversal (‰)

ε_{inf} = deformação específica na fibra inferior da seção transversal (‰)

d = altura útil da seção transversal (cm)

h = distância entre as fibras extremas superior e inferior da seção (cm)

$\varepsilon(\xi,\eta)$ = deformação específica em uma fibra qualquer da seção no sistema (ξ,η) (‰)

b = curvatura da seção para cálculo de $\varepsilon(\xi,\eta)$

c = deformação no centróide da seção para cálculo de $\varepsilon(\xi,\eta)$

η_{sup} = ordenada do ponto extremo superior da seção no sistema (ξ,η) (cm)

η_{inf} = ordenada do ponto extremo inferior da seção no sistema (ξ,η) (cm)

NR_d = esforço normal resistente de cálculo (kN)

MA_{xd} = momento atuante de cálculo na direção x (kN.cm)

MA_{yd} = momento atuante de cálculo na direção y (kN.cm)

NA_d = esforço normal atuante de cálculo (kN)

Δx_0 = variação da profundidade da linha neutra

$\Delta \theta$ = variação do ângulo entre a linha neutra e o eixo das abscissas

ΔA_s = variação da área total de armadura

$MR_{\xi 1}$ = momento resistente na direção ξ , na região de integração 1 (kN.cm)

$MR_{\eta 1}$ = momento resistente na direção η , na região de integração 1 (kN.cm)

NR_1 = esforço normal resistente na região de integração 1 (kN)

D_0 = parâmetro auxiliar no cálculo dos esforços resistentes

D_1 = parâmetro auxiliar no cálculo dos esforços resistentes

D_2 = parâmetro auxiliar no cálculo dos esforços resistentes

G_{01} = polinômio de integração

G_{02} = polinômio de integração

G_{03} = polinômio de integração

G_{10} = polinômio de integração

G_{11} = polinômio de integração

G_{12} = polinômio de integração

G_{00} = polinômio de integração

n_1 = número de segmentos de reta que definem a região de integração 1

$MR_{\xi 2}$ = momento resistente na direção ξ , na região de integração 2 (kN.cm)

$MR_{\eta 2}$ = momento resistente na direção η , na região de integração 2 (kN.cm)

NR_2 = esforço normal resistente na região de integração 2 (kN)

n_2 = número de segmentos de reta que definem a região de integração 2

$\Delta\xi$ = parâmetro para o cálculo dos polinômios de integração (cm)

$\Delta\eta$ = parâmetro para o cálculo dos polinômios de integração (cm)

Ψ_0 = parâmetro para o cálculo das derivadas parciais dos esforços resistentes

Ψ_1 = parâmetro para o cálculo das derivadas parciais dos esforços resistentes

Ψ_2 = parâmetro para o cálculo das derivadas parciais dos esforços resistentes

λ_a = parâmetro para o cálculo das derivadas parciais dos esforços resistentes

λ_b = parâmetro para o cálculo das derivadas parciais dos esforços resistentes

m = número de barras de aço na seção transversal

ρ_i = porcentagem relativa à i -ésima barra de armadura (%)

E_T = módulo de elasticidade longitudinal tangente do aço (kN/cm²)

ε_{yd} = deformação específica de escoamento do aço (‰)

ΔM_x = desequilíbrio entre os momentos atuante e resistente na direção x

ΔM_y = desequilíbrio entre os momentos atuante e resistente na direção y

ΔN = desequilíbrio entre os esforços normais atuante e resistente

[K] = matriz de derivadas parciais dos esforços resistentes

$A_{s,min}$ = área de aço mínima (cm²)

$A_{s,max}$ = área de aço máxima (cm²)

ϕ_l = diâmetro da barra da armadura longitudinal (mm)

ϕ_t = diâmetro do estribo da armadura transversal (mm)

s_{max} = espaçamento máximo entre estribos (cm)

ℓ_{oc} = comprimento de espera (cm)

ℓ_b = comprimento de ancoragem básico (cm)

α = coeficiente para cálculo do comprimento de espera

$A_{s,calc}$ = área de aço calculada para garantir a resistência do elemento estrutural (cm²)

$A_{s,ef}$ = área de aço efetivamente inserida na seção do pilar (cm²)

f_{bd} = resistência de aderência de cálculo na ancoragem de armaduras passivas (kN/cm²)

η_1 = coeficiente de conformação superficial

η_2 = coeficiente de conformação superficial

η_3 = coeficiente de conformação superficial

$f_{ctk,inf}$ = resistência característica inferior à tração do concreto (kN/cm²)

γ_n = coeficiente de majoração adicional dos esforços solicitantes

c_{\min} = cobrimento mínimo (cm)

c_{nom} = cobrimento nominal (cm)

Δc = tolerância de execução (cm)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 MÉTODO DE PESQUISA	19
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	19
2.2 OBJETIVO DO TRABALHO	19
2.3 PRESSUPOSTO	19
2.4 DELIMITAÇÃO	19
2.5 LIMITAÇÕES	20
2.6 DELINEAMENTO	20
3 PROJETO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO	23
3.1 ANÁLISE LOCAL DE SEGUNDA ORDEM	24
3.1.1 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada	28
3.1.2 Método do pilar-padrão com rigidez aproximada	29
3.2 DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO	31
3.3 DETALHAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO	44
4 PROJETO AUTOMÁTICO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO	53
4.1 ENTRADA DE DADOS	54
4.2 ANÁLISE LOCAL	57
4.3 DIMENSIONAMENTO	59
4.4 DETALHAMENTO	61
4.5 MENU DE FUNÇÕES AUXILIARES	62
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	64
REFERÊNCIAS	66

1 INTRODUÇÃO

As seções transversais dos pilares de edifícios com estrutura em concreto armado estão normalmente submetidas a duas solicitações: esforço normal de compressão e momento fletor. Quando apenas se verifica a aplicação de uma força normal, considera-se que o pilar está submetido a uma compressão centrada. Quando há a aplicação de um momento, e o plano de ação deste momento contém um eixo de simetria da seção transversal do pilar, tem-se um caso de flexo-compressão normal. A linha neutra, nesta situação, é perpendicular a este eixo de simetria e ao traço do plano de ação do momento fletor. Por outro lado, quando o plano de ação do momento fletor não coincide com um eixo de simetria da seção transversal, ou mesmo quando esta seção não possui simetria em relação a nenhum eixo, a flexão composta é dita oblíqua. Neste caso, a inclinação da linha neutra não é conhecida, a princípio, sendo necessário efetuar processos iterativos para obtenção da inclinação e da profundidade desta. A figura 1 apresenta detalhes de pilares usuais de edifícios de estrutura em concreto armado.

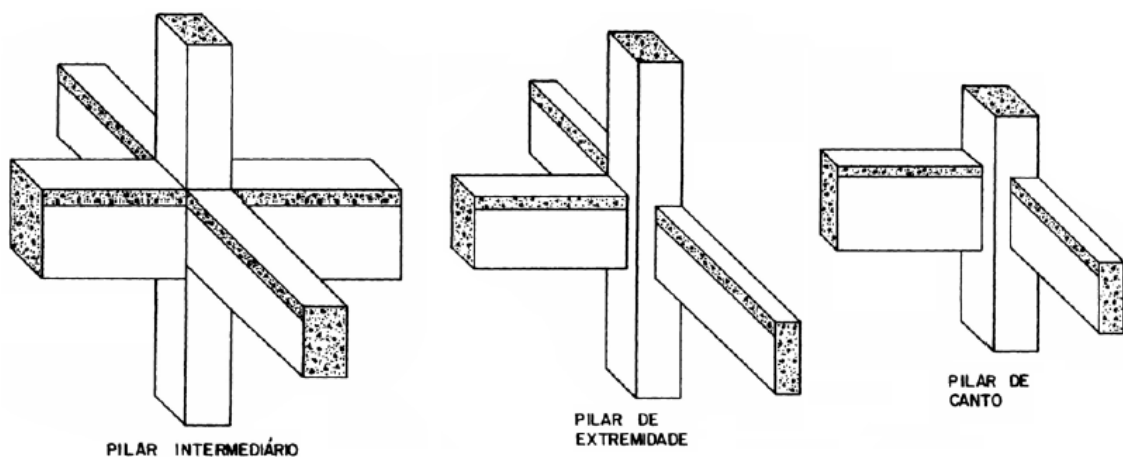


Figura 1: detalhes de pilares usuais de edifícios de concreto armado
(adaptada de FUSCO, 1981, p. 238)

A primeira situação corresponde a de um **pilar intermediário**, onde há a continuação das vigas nas duas direções principais da seção transversal. Como os momentos gerados por um lado da viga são compensados pela aplicação dos momentos do outro lado, resulta em um caso de compressão centrada. Na situação de **pilar de extremidade**, não há a continuação de

uma das vigas que chegam a este pilar. Nesta direção, aparece um momento fletor, que gera uma excentricidade na aplicação da força normal de compressão. Neste caso, tem-se uma flexo-compressão normal. A última situação apresentada na figura 1 corresponde a um **pilar de canto**, que recebe contribuição dos momentos das duas vigas que chegam a ele, isto é, deve-se considerar duas excentricidades na aplicação da carga normal, uma em cada direção da seção transversal. Tem-se, neste caso, uma situação de flexo-compressão oblíqua.

Embora estes três casos possam ocorrer, em teoria, no projeto de um edifício em concreto armado, é necessário levar em consideração que sempre existe a possibilidade de erros na execução do pilar, gerando desaprumos ou falta de retilineidade. Além disso, não é conhecido com exatidão o ponto de aplicação da carga normal de compressão. Por este motivo, a NBR 6118:2007 recomenda a utilização de excentricidades mínimas, que estarão incorporando nos cálculos as imperfeições geométricas que porventura possam existir no pilar. Conclui-se, a partir destas considerações, que a maioria dos pilares usuais de edifícios de estrutura em concreto armado estarão submetidos à flexo-compressão oblíqua, que é o caso mais geral de solicitações normais em elementos estruturais verticais.

O procedimento de dimensionamento de seções de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua é, porém, mais complexo que o caso de flexo-compressão normal, por exemplo. Este dimensionamento envolve a solução de um sistema não-linear de equações e a integração de funções sobre uma área irregular. Este procedimento, que seria muito trabalhoso para ser executado manualmente, pode ser efetuado, através de métodos numéricos apropriados e uma série de processos iterativos, com relativa facilidade por um computador.

A realização deste trabalho se justifica, portanto, pela necessidade de sistematização do processo de dimensionamento de seções de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua, de forma a permitir a elaboração de um programa computacional que determine e forneça todos os parâmetros necessários para se ter o projeto completo de um pilar de concreto armado, condizente com a NBR 6118:2007. Procurou-se, desta forma, apresentar um programa acadêmico diferenciado dos demais existentes – que se limitam apenas ao dimensionamento de seções submetidas à flexão composta – apresentando, ainda, uma sugestão de detalhamento das armaduras do pilar, tópico encontrado em programas comerciais de projeto de estruturas de concreto armado.

O capítulo 2 deste trabalho descreve o método de pesquisa desenvolvido para sua elaboração, indicando o objetivo, as limitações, as delimitações e o delineamento das etapas que compõem o trabalho de diplomação. No capítulo 3, é descrita a metodologia para o projeto de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta oblíqua, desde a análise local do pilar, com a consideração, se necessário, dos efeitos de segunda ordem, até o dimensionamento da seção e seu consequente detalhamento, visando conferir segurança ao elemento estrutural. No capítulo 4, são apresentadas as diferentes funções do programa para dimensionamento e detalhamento de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta oblíqua, como o sistema de entrada e saída de dados, o mecanismo de alerta no caso de existência de erros (incoerências entre dados de entrada e recomendações da NBR 6118), a geração de relatórios, entre outros. O capítulo 5 se destina a dar fechamento ao trabalho de diplomação, apresentando as considerações finais quanto à estruturação do programa e sua abrangência, analisando se sua utilização é válida.

2 MÉTODO DE PESQUISA

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa deste trabalho é: como sistematizar o dimensionamento de seções de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua e o posterior detalhamento das armaduras resultantes, visando a elaboração de um programa computacional?

2.2 OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um programa computacional para o projeto de pilares de concreto armado, utilizando a linguagem de programação *Visual Basic*.

2.3 PRESSUPOSTO

Como pressuposto da pesquisa, considerou-se válidas as recomendações da NBR 6118:2007 – projeto de estruturas de concreto: procedimento –, sendo o documento de referência utilizado para a análise local de primeira e segunda ordens e para o dimensionamento e detalhamento das seções de concreto armado.

2.4 DELIMITAÇÃO

A pesquisa ficou delimitada ao desenvolvimento de um programa computacional que faça a análise local, o dimensionamento e o detalhamento de pilares usuais de edifícios de estrutura em concreto armado.

2.5 LIMITAÇÕES

A seguir estão relacionadas as limitações relativas ao trabalho:

- a) a análise se restringe aos pilares com índice de esbeltez $\lambda \leq 90$;
- b) os pilares deverão ter seção transversal retangular, submetidas à flexo-compressão oblíqua;
- c) será utilizada uma única linguagem de programação, o *Visual Basic*.

2.6 DELINEAMENTO

O trabalho foi desenvolvido conforme as seguintes etapas:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) desenvolvimento do modelo de cálculo;
- c) sistematização do modelo de cálculo;
- d) desenvolvimento do *software*;
- e) verificação do *software*;
- f) considerações finais.

A **pesquisa bibliográfica** teve por finalidade desenvolver uma base teórica sólida para as demais etapas do trabalho de diplomação. A NBR 6118:2007 foi o principal documento para a elaboração da pesquisa, visto que o projeto de pilares seguirá suas prescrições, tanto no que se refere à análise local de pilares e efeitos de primeira e segunda ordens, quanto ao detalhamento e caracterização das armaduras resultantes. Foram consideradas também as normas NBR 8953:1992 – concreto para fins estruturais: classificação por grupos de resistência – e NBR 7480:1996 – barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado –, que complementam a NBR 6118. O procedimento de dimensionamento de seções poligonais de concreto armado submetidas à flexão composta oblíqua é tema de diversos trabalhos técnicos, que também foram considerados na pesquisa bibliográfica.

O **desenvolvimento do modelo de cálculo**, segunda etapa no delineamento da pesquisa, teve por finalidade desenvolver a teoria de dimensionamento de seções de concreto armado submetidas à flexão composta oblíqua. Neste momento, o modelo geral de cálculo foi aplicado especificamente ao domínio deste trabalho de diplomação: pilares de concreto armado de seção transversal retangular e com índice de esbeltez $\lambda \leq 90$.

A terceira etapa do trabalho foi a **sistematização do modelo de cálculo**. Nesta etapa, o modelo de cálculo foi analisado, com o intuito de se elaborar um processo automático que possibilite a resolução do problema por um computador. Em outras palavras, o resultado desta terceira etapa é um algoritmo que descreve, de forma sistemática e programável, o dimensionamento e o detalhamento do pilar analisado.

Na etapa de **desenvolvimento do software** foi feita a tradução do algoritmo elaborado na etapa anterior para a linguagem de programação *Visual Basic*. Nesse momento, foram criadas as interfaces gráficas, rotinas e sub-rotinas, que abrangem os cálculos e ações a serem realizados, sistemas de recebimento de dados de entrada, sistemas de apresentação dos resultados, etc. O produto final desta etapa é o programa computacional para projeto de pilares de concreto armado, completo no sentido de calcular e apresentar todos os dados necessários ao usuário.

A **verificação do software** foi realizada utilizando-se programas existentes de projeto de pilares, considerando um caso específico de geometria e solicitações.

Por fim, as **considerações finais** serviram de fechamento para o trabalho de diplomação. A figura 2 apresenta as etapas citadas acima, em forma de diagrama.

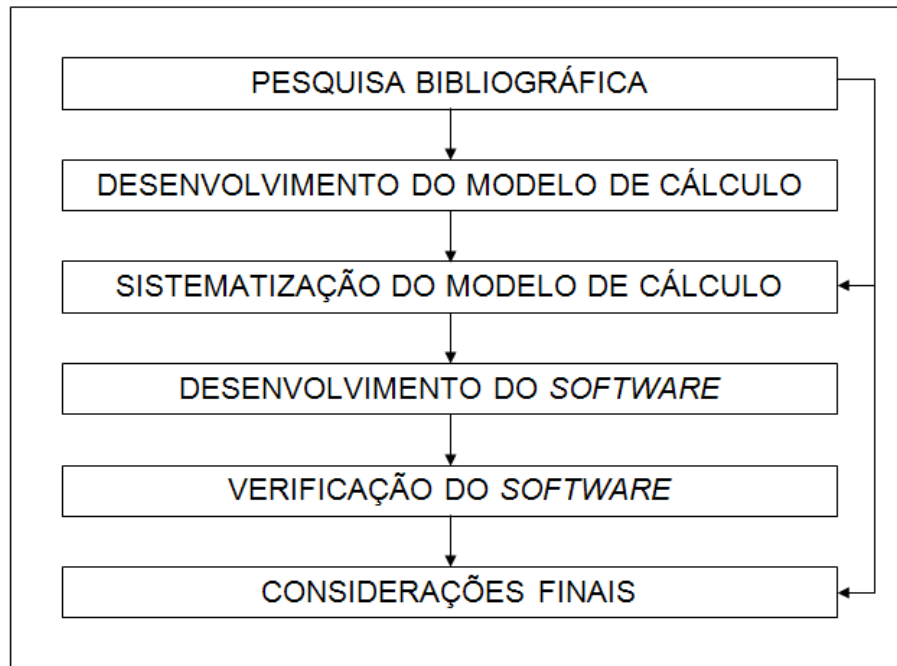


Figura 2: etapas do trabalho de diplomação

3 PROJETO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

Os pilares usuais de edifícios de estrutura em concreto armado estão submetidos a duas solicitações, que agem concomitantemente em suas seções transversais: esforço normal e momento fletor. Esta combinação de solicitações é chamada de flexão composta. Conforme Araújo (2003, p. 51), quando o plano de ação do momento fletor não coincide com um dos eixos de simetria da seção transversal, ou mesmo quando esta seção não possui simetria em relação a um eixo, a flexão composta é dita oblíqua.

A figura 3 apresenta uma seção transversal de concreto armado submetida a uma flexão composta, que pode ser considerada, alternativamente, como uma força normal aplicada na seção com uma determinada excentricidade. Na figura, é possível perceber que se trata de um caso de flexão composta oblíqua, pois o plano de ação do momento fletor corta obliquamente os eixos de simetria da seção.

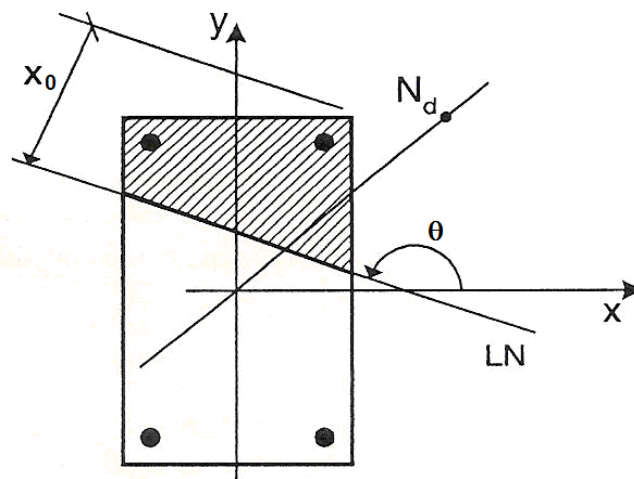


Figura 3: seção de concreto armado submetida à flexão composta oblíqua (adaptada de ARAÚJO, 2003, p. 51)

Na figura, dois parâmetros são identificados: a profundidade da linha neutra, denotada por x_0 , e a inclinação θ desta em relação ao eixo x . De acordo com Araújo (2003, p. 55), o problema de dimensionamento consiste exatamente em determinar estes parâmetros, em conjunto com a determinação da área total de aço A_s .

O projeto de pilares usuais de edifícios de estrutura em concreto armado compreende três etapas fundamentais:

- a) análise local de segunda ordem (análise do elemento isolado);
- b) dimensionamento da seção de concreto armado;
- c) detalhamento das armaduras do pilar.

Na **análise local**, é feita a determinação das ações a serem consideradas no projeto do pilar para que ele resista adequadamente aos efeitos locais de primeira e segunda ordens que porventura possam ocorrer ao longo da vida útil da estrutura. Estas ações devem considerar, além dos efeitos de primeira e segunda ordens, já citados, as imperfeições geométricas locais (desaprumo ou falta de retilineidade do eixo do pilar). Estes últimos são considerados quando se adota um momento mínimo aplicado no pilar, conforme recomendações da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 55). No **dimensionamento do pilar**, é feita a determinação da área total de armadura a ser inserida na seção transversal para que esta resista aos esforços solicitantes considerados, compostos, no caso, por uma força normal de compressão e um momento fletor cujo plano de ação corta a seção do pilar conforme um ângulo θ qualquer. Finalmente, o **detalhamento do pilar** tem por objetivo determinar o melhor arranjo para se distribuir a área da armadura na seção transversal de concreto, seguindo as recomendações da NBR 6118. Os itens a seguir descrevem cada uma das etapas de projeto de um pilar de concreto armado.

3.1 ANÁLISE LOCAL DE SEGUNDA ORDEM

Krantz e Campos Filho (2006, p. 4), sobre os efeitos locais de segunda ordem, assim afirmam:

Nos pilares comprimidos e esbeltos de concreto armado não é aplicável a teoria habitual de primeira ordem, na qual se despreza a deformação da estrutura ao calcular os esforços. Por efeito das deformações transversais que são inevitáveis, mesmo no caso de peças carregadas axialmente (devido à irregularidade de seu eixo e à incerteza no ponto de aplicação da carga), aparecem momentos de segunda ordem que diminuem a capacidade resistente da peça [...].

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 89), os efeitos de segunda ordem “[...] são aqueles que se somam aos obtidos numa análise de primeira ordem (em que o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial), quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada.”.

Quando os esforços solicitantes, obtidos em na análise de primeira ordem, provocam uma deformação do eixo da barra comprimida (pilar), esta barra passa a estar mais suscetível a acréscimos de deformações devido a estes mesmos esforços solicitantes. A Norma, então, recomenda que, para que estes acréscimos sejam considerados, deve-se somar aos esforços de primeira ordem uma parcela proveniente da análise local de segunda ordem.

Em outras palavras, considerando que os esforços solicitantes sejam constituídos por uma força normal de compressão, já com seu valor de cálculo, N_d , aplicada com uma excentricidade de primeira ordem e_1 , a análise de segunda ordem determinará uma parcela adicional de excentricidade, e_2 , que estará considerando os efeitos locais de segunda ordem. O momento total a ser considerado passará a ser, então, $M_{d,tot} = N_d (e_1 + e_2)$.

Porém, a NBR 6118 fixa um limite para o qual a análise de segunda ordem pode ser dispensada, pois os efeitos de segunda ordem, nestes casos, são pequenos, não afetando consideravelmente o equilíbrio da estrutura. A fórmula 1 define o parâmetro índice de esbelteza, λ , que é usado pela NBR 6118 para a verificação da necessidade de se considerar os efeitos de segunda ordem (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 95):

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i} \quad (\text{fórmula 1})$$

Onde:

ℓ_e : comprimento equivalente do pilar;

i : raio de giração da seção transversal do pilar.

A análise local de segunda ordem poderá ser dispensada quando o índice de esbeltez do pilar for inferior ao limite λ_1 , definido pelas fórmulas 2 e 3 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 95):

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad (\text{fórmula 2})$$

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (\text{fórmula 3})$$

Onde:

e_1 : excentricidade de primeira ordem;

h : dimensão da seção do pilar na direção considerada;

α_b : parâmetro que depende dos momentos de primeira ordem nos extremos do pilar.

O valor de α_b , para pilares bi-apoiados sem cargas transversais (situação usual de pilares que não participam dos sistemas de contraventamento de um edifício), pode ser obtido através da fórmula 4 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 95):

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_{1d,B}}{M_{1d,A}} \geq 0,40 \quad (\text{fórmula 4})$$

Onde:

$M_{1d,A}$: maior momento de primeira ordem (em valor absoluto) na extremidade do pilar;

$M_{1d,B}$: momento de primeira ordem na outra extremidade do pilar, com sinal positivo se tracionar a mesma face que $M_{1d,A}$, e negativo em caso contrário.

Portanto, conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 95), os esforços locais de segunda ordem podem ser desprezados em um pilar quando $\lambda \leq \lambda_1$. Para valores de λ acima de λ_1 , as deformações devido aos efeitos de segunda ordem devem ser obrigatoriamente consideradas, pois são importantes.

O cálculo destes efeitos ainda pode ser simplificado, dependendo do índice de esbeltez do pilar. Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 96), há a possibilidade de se utilizar métodos aproximados para a determinação dos esforços de segunda ordem, contanto que λ seja igual ou inferior a 90. Neste caso, as deformações devido à fluência podem ser desprezadas. Contudo, para $\lambda \geq 140$, métodos aproximados não são permitidos, sendo recomendado o método exato de análise, que leve em consideração as não-linearidades físicas e geométricas do elemento estrutural.

O quadro 1 apresenta, em resumo, as exigências da Norma para a análise local de segunda ordem de pilares de concreto armado.

λ	Consideração das deformações	PROCESSO DE CÁLCULO			Consideração da fluência
		Exato	Aproximado (diagramas M, N, 1/r)	Aproximado	
$\leq \lambda_1$	dispensável	-	-	-	-
≤ 90	obrigatória	dispensável	permitido	permitido	dispensável
≤ 140				não permitido	obrigatória
≤ 200		obrigatório	não permitido		
NÃO É PERMITIDO EMPREGAR $\lambda > 200$					

Quadro 1: exigências da NBR 6118 para a análise local de pilares de concreto armado (KRANTZ; CAMPOS FILHO, 2006, p. 4)

A NBR 6118 recomenda, quando for permitido, a utilização de dois métodos aproximados para o cálculo dos esforços de segunda ordem: método do pilar-padrão com curvatura aproximada e método do pilar-padrão com rigidez aproximada. Ambos os métodos podem ser empregados em pilares com $\lambda \leq 90$, seção transversal constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 96). Esses métodos são detalhados nos próximos itens.

3.1.1 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

No método do pilar-padrão com curvatura aproximada, a não-linearidade física é considerada através de uma aproximação da curvatura na seção crítica. A não-linearidade geométrica é considerada supondo-se que a deformada da barra que modela o pilar seja senoidal (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 96).

O momento total máximo no pilar, considerando os efeitos locais de primeira e segunda ordens, é dado pela fórmula 5 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 96):

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (\text{fórmula 5})$$

$1/r$ é a curvatura na seção crítica, aproximada pela fórmula 6 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 97):

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (\text{fórmula 6})$$

v , por sua vez, é a força normal adimensional, dada pela fórmula 7 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 97):

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (\text{fórmula 7})$$

O momento dado na fórmula 5, agindo conjuntamente com a força normal de cálculo, são os esforços a serem considerados no dimensionamento da seção do pilar.

3.1.2 Método do pilar-padrão com rigidez aproximada

No método aproximado do pilar-padrão com rigidez aproximada, a não-linearidade física é considerada através de uma aproximação da rigidez da barra que modela o pilar. A não-linearidade geométrica é considerada supondo-se que a deformada da barra seja senoidal (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 97).

O momento total máximo no pilar, considerando os efeitos locais de primeira e segunda ordens, é dado pela fórmula 8 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 97):

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa / v}} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases} \quad (\text{fórmula 8})$$

v é a força normal adimensional. κ é a rigidez adimensional, aproximada pela fórmula 9 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 97):

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h N_d} \right) v \quad (\text{fórmula 9})$$

Por sua vez, o momento mínimo a ser considerado, $M_{1d,min}$, a fim de se abranger as imperfeições geométricas locais devido ao desaprumo ou falta de retilidade do pilar, é dado pela fórmula 10 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 55):

$$M_{1d,min} = N_d(0,015 + 0,03h) \quad (\text{fórmula 10})$$

A figura 4 apresenta as imperfeições geométricas locais que podem ocorrer em um pilar de concreto armado.

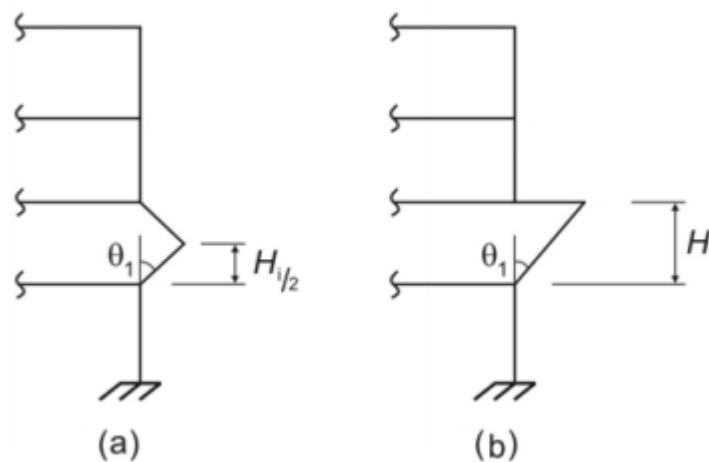


Figura 4: imperfeições geométricas locais em um pilar – (a) falta de retilidade do pilar (b) desaprumo do pilar (adaptada de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 55)

O momento dado na fórmula 8, agindo conjuntamente com a força normal de cálculo, são os esforços a serem considerados no dimensionamento da seção de concreto armado. Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 97), ao se optar por um cálculo iterativo para a obtenção de $M_{d,tot}$, duas ou três iterações são suficientes.

Alternativamente, o momento total pode ser calculado através das fórmulas 11 e 12 (KRANTZ; CAMPOS FILHO, 2006, p. 10):

$$\Phi = \frac{\lambda^2}{38400} + \frac{\alpha_b}{2} \frac{M_{1d,A}}{hN_d} - 0,1 \quad (\text{fórmula 11})$$

$$M_{d,tot} = hN_d \left(\Phi + \sqrt{\Phi^2 + 0,2\alpha_b \frac{M_{1d,A}}{hN_d}} \right) \quad (\text{fórmula 12})$$

Essas duas expressões foram obtidas resolvendo-se analiticamente as fórmulas 8 e 9.

3.2 DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

No projeto de pilares de concreto armado, é comum a utilização de um sistema de eixos cartesianos (x,y), com origem no baricentro da seção transversal do pilar. Este sistema de coordenadas é utilizado na etapa inicial de projeto, pois os esforços atuantes e a geometria da seção são definidos conforme este sistema. Porém, é mais conveniente, na etapa de dimensionamento, definir um novo sistema de eixos, o sistema (ξ,η), cujo eixo ξ é paralelo à linha neutra (formando um ângulo θ com o eixo x) e o eixo η é perpendicular ao primeiro e aponta para a fibra mais comprimida da seção transversal. A origem deste sistema de coordenadas é o baricentro da seção.

As coordenadas dos vértices da seção de concreto e as coordenadas das barras da armadura são transformadas do sistema (x,y) para o sistema (ξ,η) utilizando-se, para cada ponto, as fórmulas 13 e 14 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 14):

$$\xi = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (\text{fórmula 13})$$

$$\eta = -x \sin \theta + y \cos \theta \quad (\text{fórmula 14})$$

Por sua vez, os momentos resistentes são definidos primeiramente conforme o sistema de coordenadas (ξ, η) e depois são transformados para o sistema (x, y) , através das fórmulas 15 e 16. O esforço normal resistente é o mesmo para os dois sistemas de eixos (CAMPOS FILHO, 2000, p. 12). As fórmulas são como segue:

$$MR_{xd} = MR_{\xi} \cos \theta - MR_{\eta} \sin \theta \quad (\text{fórmula 15})$$

$$MR_{yd} = MR_{\xi} \sin \theta + MR_{\eta} \cos \theta \quad (\text{fórmula 16})$$

No dimensionamento de elementos estruturais em concreto armado, devem ser considerados os modelos constitutivos dos materiais empregados, tais como os diagramas tensão-deformação, resistências características e de cálculo, etc. A distribuição de tensões no concreto é obtida a partir do diagrama parábola-retângulo, apresentado na figura 5.

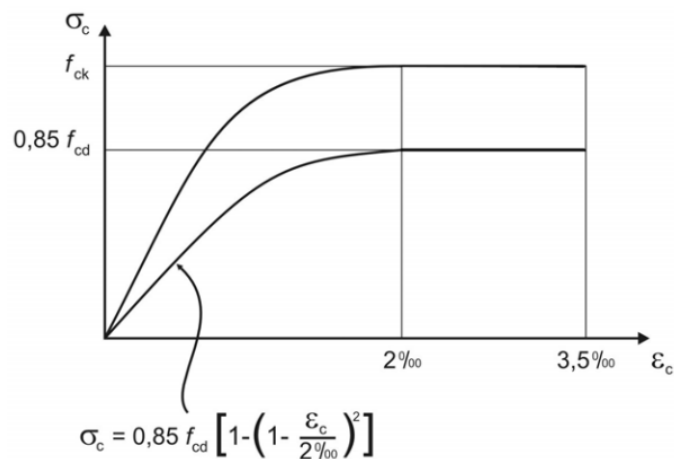


Figura 5: diagrama tensão-deformação para o concreto
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 24)

Na figura, σ_c e ϵ_c são, respectivamente, a tensão e a deformação específica em uma fibra de concreto. A resistência de cálculo do concreto, f_{cd} , é calculada utilizando-se a fórmula 17, a

partir da resistência característica à compressão, f_{ck} , e de um coeficiente de minoração γ_c (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 64):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{fórmula 17})$$

O coeficiente γ_c é, usualmente, tomado como sendo 1,4 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 64).

A tensão nas armaduras é obtida a partir do diagrama tensão-deformação do aço, apresentado na figura 6.

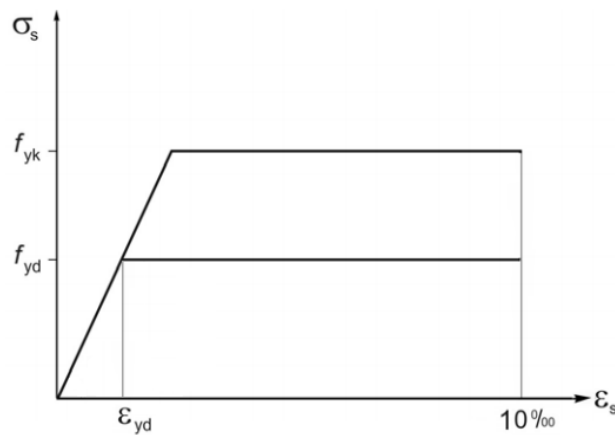


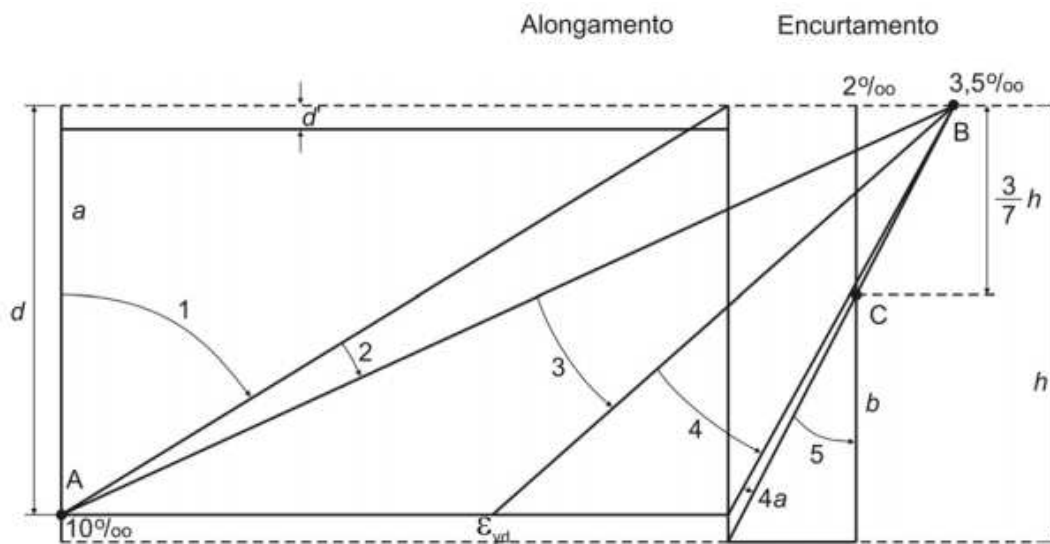
Figura 6: diagrama tensão-deformação para o aço (adaptada de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 27)

Na figura, σ_s e ϵ_s são, respectivamente, a tensão e a deformação específica em uma barra da armadura. A resistência de cálculo do aço, f_{yd} , é calculada utilizando-se a fórmula 18, a partir da resistência característica de escoamento, f_{yk} , e de um coeficiente de minoração γ_s , sendo, usualmente, tomado como sendo 1,15 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 64):

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{fórmula 18})$$

Ainda, o módulo de elasticidade do aço, E_s , pode ser definido como sendo 210 GPa (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 26).

O dimensionamento de pilares de concreto armado é realizado considerando que a seção atingiu o estado limite último, caracterizado pelos domínios de deformação apresentados na figura 7.



Ruptura convencional por deformação plástica excessiva:

- reta a: tração uniforme;
- domínio 1: tração não uniforme, sem compressão;
- domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c < 3,5\text{‰}$ e com o máximo alongamento permitido);

Ruptura convencional por encurtamento limite do concreto:

- domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$);
- domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$);
- domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- domínio 5: compressão não uniforme, sem tração;
- reta b: compressão uniforme.

Figura 7: domínios de deformação
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 108)

As deformações específicas extremas na seção de concreto armado, isto é, das fibras superior e inferior, denotadas por ε_{sup} e ε_{inf} , respectivamente, podem, então, ser determinadas para cada domínio descrito na figura anterior. O quadro 2 apresenta as fórmulas.

DOMÍNIOS	x_0	ε_{sup} (‰)	ε_{inf} (‰)
1 e 2	$-\infty < x_0 \leq 0,259 d$	$-10 x_0 / (d-x_0)$	10
3 e 4	$0,259 d < x_0 \leq d$	-3,5	$3,5 (d-x_0) / x_0$
4a	$d < x_0 \leq h$	-3,5	0
5	$h < x_0 < +\infty$	$-2 x_0 / (x_0-3/7h)$	$-2 (x_0-h) / (x_0-3/7h)$

Quadro 2: relação entre a profundidade da linha neutra e as deformações extremas ε_{sup} e ε_{inf} (adaptado de CAMPOS FILHO, 2000, p. 9)

A deformação específica em um ponto qualquer da seção, conforme o sistema de eixos (ξ, η) , é, portanto, dada pelas fórmulas 19, 20 e 21 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 9):

$$\varepsilon(\xi, \eta) = b\eta + c \quad (\text{fórmula 19})$$

$$b = \frac{\varepsilon_{\text{sup}} - \varepsilon_{\text{inf}}}{\eta_{\text{sup}} - \eta_{\text{inf}}} \quad (\text{fórmula 20})$$

$$c = \varepsilon_{\text{sup}} - b\eta_{\text{sup}} \quad (\text{fórmula 21})$$

Segundo o autor, η_{sup} e η_{inf} “[...] são as ordenadas dos pontos extremos superior e inferior da seção. Os pontos extremos, no caso da zona tracionada, correspondem a barras de armaduras.” (CAMPOS FILHO, 2000, p. 9).

De posse de todos esses dados, é possível proceder ao dimensionamento da seção do pilar, considerando que ela esteja submetida à flexão composta oblíqua. Segundo Campos Filho (2000, p. 2):

[...] a flexão composta oblíqua aparece frequentemente no cálculo de pilares. Este cálculo apresenta uma série de dificuldades, pois a direção da linha neutra não é perpendicular ao plano de sollicitação. Assim, além da profundidade da linha neutra, tem-se outra incógnita que é a sua direção.

O dimensionamento tem por finalidade obter os esforços resistentes de cálculo MR_{xd} , MR_{yd} e NR_d que possibilitem que o pilar resista adequadamente aos esforços atuantes MA_{xd} , MA_{yd} e NA_d (CAMPOS FILHO, 2000, p. 6). Ainda segundo o autor:

Definidas a geometria da seção de concreto armado (coordenadas dos vértices da poligonal fechada, coordenadas das barras e suas percentagens em relação à área total de armadura) e as resistências características do aço e do concreto (f_{yk} e f_{ck}) podem-se determinar os esforços resistentes da seção para um dado estado limite último de deformação da seção.

No problema de dimensionamento, é necessário encontrar a solução do sistema apresentado na fórmula 22. Este sistema envolve a obtenção de diversos parâmetros suplementares, tais como as derivadas parciais dos esforços resistentes de cálculo em relação às incógnitas do problema, isto é, a profundidade x_0 , a inclinação θ e a área total de armadura A_s (CAMPOS FILHO, 2000, p. 19).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial MR_{xd}}{\partial x_0} & \frac{\partial MR_{xd}}{\partial \theta} & \frac{\partial MR_{xd}}{\partial A_s} \\ \frac{\partial MR_{yd}}{\partial x_0} & \frac{\partial MR_{yd}}{\partial \theta} & \frac{\partial MR_{yd}}{\partial A_s} \\ \frac{\partial NR_d}{\partial x_0} & \frac{\partial NR_d}{\partial \theta} & \frac{\partial NR_d}{\partial A_s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta \theta \\ \Delta A_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} MA_{xd} - MR_{xd} \\ MA_{yd} - MR_{yd} \\ NA_d - NR_d \end{Bmatrix} \quad (\text{fórmula 22})$$

MA_{xd} , MA_{yd} e NA_d são os dados de projeto. MR_{xd} , MR_{yd} e NR_d são os esforços resistentes, obtidos primeiramente como MR_ξ e MR_η e depois transformados para o sistema (x,y), como mencionado anteriormente. Os esforços resistentes correspondentes ao concreto são calculados separadamente para as distintas regiões da seção transversal, considerando-se o diagrama parábola-retângulo, sendo os esforços finais a soma destas parcelas. A região 1 corresponde à área de concreto submetida a tensões variando parabolicamente e a região 2 corresponde à área de concreto submetida a tensões uniformes (CAMPOS FILHO, 2000, p. 13).

Os esforços resistentes para a região 1 são calculados utilizando-se as fórmulas 23, 24 e 25 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 14):

$$MR_{\xi_1} = 0,85 f_{cd} \sum_{i=1}^{n_1} (D_0 G_{01} + D_1 G_{02} + D_2 G_{03}) \quad (\text{fórmula 23})$$

$$MR_{\eta_1} = -0,85 f_{cd} \sum_{i=1}^{n_1} (D_0 G_{10} + D_1 G_{11} + D_2 G_{12}) \quad (\text{fórmula 24})$$

$$NR_1 = 0,85 f_{cd} \sum_{i=1}^{n_1} (D_0 G_{00} + D_1 G_{01} + D_2 G_{02}) \quad (\text{fórmula 25})$$

Os esforços resistentes para a região 2 são calculados utilizando-se as fórmulas 26, 27 e 28 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 14):

$$MR_{\xi_2} = -0,85 f_{cd} \sum_{i=1}^{n_2} G_{01} \quad (\text{fórmula 26})$$

$$MR_{\eta_2} = 0,85 f_{cd} \sum_{i=1}^{n_2} G_{10} \quad (\text{fórmula 27})$$

$$NR_2 = -0,85 f_{cd} \sum_{i=1}^{n_1} G_{00} \quad (\text{fórmula 29})$$

n_1 e n_2 são os números de segmentos de reta que compõem a poligonal fechada que descreve as regiões 1 e 2. D_0 , D_1 e D_2 dependem dos parâmetros b e c , mencionados anteriormente, e são dados nas fórmulas 30, 31 e 32 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 10):

$$D_0 = 1.000c + 250.000c^2 \quad (\text{fórmula 30})$$

$$D_1 = 1.000b + 500.000bc \quad (\text{fórmula 31})$$

$$D_2 = 250.000b^2 \quad (\text{fórmula 32})$$

G_{00} , G_{01} , G_{02} , G_{03} , G_{10} , G_{11} e G_{12} são polinômios originados da aplicação do Teorema de Green no plano, onde as integrais de superfície que definem as tensões no concreto são transformadas em integrais de linha ao longo do contorno que delimita a região em estudo. Como essas regiões, no caso de pilares de seção retangular, possuem contorno poligonal, as integrais podem ser substituídas por somatórios. Os polinômios são apresentados nas fórmulas 33 a 39 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 37):

$$G_{00} = \left(\xi_i + \frac{\Delta\xi}{2} \right) \Delta\eta \quad (\text{fórmula 33})$$

$$G_{01} = \left[\xi_i \left(\eta_i + \frac{\Delta\eta}{2} \right) + \Delta\xi \left(\frac{\eta_i}{2} + \frac{\Delta\eta}{3} \right) \right] \Delta\eta \quad (\text{fórmula 34})$$

$$G_{02} = \left\{ \xi_i \left[\eta_i (\eta_i + \Delta\eta) + \frac{\Delta\eta^2}{3} \right] + \Delta\xi \left[\eta_i \left(\frac{\eta_i}{2} + \frac{2\Delta\eta}{3} \right) + \frac{\Delta\eta^2}{4} \right] \right\} \Delta\eta \quad (\text{fórmula 35})$$

$$G_{03} = \left\{ \xi_i \left[\eta_i \left(\Delta\eta^2 + \eta_i \left(\frac{3\Delta\eta}{2} + \eta_i \right) \right) + \frac{\Delta\eta^3}{4} \right] + \Delta\xi \left[\eta_i \left(\frac{3\Delta\eta^2}{4} + \eta_i \left(\frac{\eta_i}{2} + \Delta\eta \right) \right) + \frac{\Delta\eta^3}{5} \right] \right\} \Delta\eta \quad (\text{fórmula 36})$$

$$G_{10} = \left[\xi_i \left(\xi_i + \Delta\xi \right) + \frac{\Delta\xi^2}{3} \right] \frac{\Delta\eta}{2} \quad (\text{fórmula 37})$$

$$G_{11} = \left\{ \xi_i \left[\xi_i \left(\eta_i + \frac{\Delta\eta}{2} \right) + \Delta\xi \left(\eta_i + \frac{2\Delta\eta}{3} \right) \right] + \Delta\xi^2 \left(\frac{\eta_i}{3} + \frac{\Delta\eta}{4} \right) \right\} \frac{\Delta\eta}{2} \quad (\text{fórmula 38})$$

$$G_{12} = \left\{ \xi_i \left[\xi_i \left(\eta_i (\eta_i + \Delta\eta) + \frac{\Delta\eta^2}{3} \right) + \Delta\xi \left(\eta_i \left(\eta_i + \frac{4\Delta\eta}{3} \right) + \frac{\Delta\eta^2}{2} \right) \right] + \Delta\xi^2 \left[\eta_i \left(\frac{\eta_i}{3} + \frac{\Delta\eta}{2} \right) + \frac{\Delta\eta^2}{5} \right] \right\} \frac{\Delta\eta}{2} \quad (\text{fórmula 39})$$

Ainda segundo o autor (2000, p. 37), $\Delta\xi$ e $\Delta\eta$ são dados pelas fórmulas 40 e 41:

$$\Delta\xi = \xi_{i+1} - \xi_i \quad (\text{fórmula 40})$$

$$\Delta\eta = \eta_{i+1} - \eta_i \quad (\text{fórmula 41})$$

Os elementos da matriz de derivadas parciais apresentada na fórmula 22 também devem ser calculados, para se proceder ao dimensionamento. As derivadas dos esforços resistentes em relação à profundidade da linha neutra são obtidas somando-se a contribuição do concreto e do aço, como mostrado nas fórmulas 42, 43 e 44 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 27):

$$\frac{\partial MR_\xi}{\partial x_0} = 0,85 f_{cd} \sum_{i=1}^{n_1} (\Psi_0 G_{01} + \Psi_1 G_{02} + \Psi_2 G_{03}) + \sum_{i=1}^m \rho_i A_s E_T \eta_i (\lambda_a \eta_i + \lambda_b) \quad (\text{fórmula 42})$$

$$\frac{\partial MR_\eta}{\partial x_0} = -0,85 f_{cd} \sum_{i=1}^{n_1} (\Psi_0 G_{10} + \Psi_1 G_{11} + \Psi_2 G_{12}) + \sum_{i=1}^m \rho_i A_s E_T \xi_i (\lambda_a \eta_i + \lambda_b) \quad (\text{fórmula 43})$$

$$\frac{\partial NR}{\partial x_0} = 0,85 f_{cd} \sum_{i=1}^{n_1} (\Psi_0 G_{00} + \Psi_1 G_{01} + \Psi_2 G_{02}) + \sum_{i=1}^m \rho_i A_s E_T (\lambda_a \eta_i + \lambda_b) \quad (\text{fórmula 44})$$

m é o número de barras da seção, ρ_i é a porcentagem de armadura relativa à i -ésima barra e A_s é a área total de armadura necessária para que a seção resista adequadamente aos esforços solicitantes.

E_T é o módulo de elasticidade longitudinal tangente do aço e, para barras, pode ser obtido pela fórmula 45 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 28):

$$E_T(\varepsilon_s) = \begin{cases} E_s & \text{para } |\varepsilon_s| < \varepsilon_{yd} \\ 0 & \text{para } |\varepsilon_s| \geq \varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (\text{fórmula 45})$$

Ainda segundo o autor (2000, p. 11), ε_{yd} é a deformação específica de escoamento de cálculo do aço, dada pela fórmula 46:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (\text{fórmula 46})$$

Ψ_0 , Ψ_1 e Ψ_2 são obtidos através das fórmulas 47, 48 e 49 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 27):

$$\Psi_0 = \lambda_b (1.000 + 500.000c) \quad (\text{fórmula 47})$$

$$\Psi_1 = \lambda_a (1.000 + 500.000c) + \lambda_b (500.000b) \quad (\text{fórmula 48})$$

$$\Psi_2 = \lambda_a (500.000b) \quad (\text{fórmula 49})$$

Por sua vez, λ_a e λ_b são obtidos através das fórmulas 50 e 51 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 27):

$$\lambda_a = \frac{1}{\eta_{\text{sup}} - \eta_{\text{inf}}} \left(\frac{\partial \varepsilon_{\text{sup}}}{\partial x_0} - \frac{\partial \varepsilon_{\text{inf}}}{\partial x_0} \right) \quad (\text{fórmula 50})$$

$$\lambda_b = \frac{\partial \varepsilon_{\text{sup}}}{\partial x_0} - \eta_{\text{sup}} \frac{\frac{\partial \varepsilon_{\text{sup}}}{\partial x_0} - \frac{\partial \varepsilon_{\text{inf}}}{\partial x_0}}{\eta_{\text{sup}} - \eta_{\text{inf}}} \quad (\text{fórmula 51})$$

As derivadas das deformações extremas da seção em relação à profundidade da linha neutra dependem do domínio no qual a seção se encontra e são apresentadas no quadro 3.

DOMÍNIOS	$\partial \varepsilon_{\text{sup}} / \partial x_0$ (‰)	$\partial \varepsilon_{\text{inf}} / \partial x_0$ (‰)
1 e 2	$-10 d / (d-x_0)^2$	0
3, 4 e 4a	0	$-3,5 d / x_0^2$
5	$6/7h / (x_0-3/7h)^2$	$8/7h / (x_0-3/7h)^2$

Quadro 3: derivadas de ε_{sup} e ε_{inf} em relação à profundidade da linha neutra (adaptado de CAMPOS FILHO, 2000, p. 24)

As derivadas dos esforços resistentes em relação à inclinação da linha neutra são obtidas através das fórmulas 52, 53 e 54 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 29):

$$\frac{\partial MR_{xd}}{\partial \theta} = -MR_{\xi} \sin \theta - MR_{\eta} \cos \theta \quad (\text{fórmula 52})$$

$$\frac{\partial MR_{yd}}{\partial \theta} = MR_{\xi} \cos \theta - MR_{\eta} \sin \theta \quad (\text{fórmula 53})$$

$$\frac{\partial NR_d}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{fórmula 54})$$

As derivadas dos esforços resistentes em relação à área total de armadura são obtidas através das fórmulas 55, 56 e 57 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 29):

$$\frac{\partial MR_{xd}}{\partial A_s} = \sum_{i=1}^m \rho_i \sigma_s(\varepsilon_i) y_i \quad (\text{fórmula 55})$$

$$\frac{\partial MR_{yd}}{\partial A_s} = \sum_{i=1}^m \rho_i \sigma_s(\varepsilon_i) x_i \quad (\text{fórmula 56})$$

$$\frac{\partial NR_d}{\partial A_s} = \sum_{i=1}^m \rho_i \sigma_s(\varepsilon_i) \quad (\text{fórmula 57})$$

σ_s é a tensão no aço, obtida no diagrama tensão-deformação deste material. Para barras, a tensão é dada pela fórmula 58 (CAMPOS FILHO, 2000, p. 11):

$$\sigma_s(\varepsilon) = \begin{cases} -f_{yd} & \text{para } -3,5\% \leq \varepsilon \leq -\varepsilon_{yd} \\ E_s \varepsilon & \text{para } -\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{yd} \\ f_{yd} & \text{para } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon \leq 10\% \end{cases} \quad (\text{fórmula 58})$$

O procedimento para o dimensionamento de seções de concreto armado submetidas à flexão composta oblíqua tem os seguintes passos (CAMPOS FILHO, 2000, p. 20):

- (1) arbitram-se valores para x_0 , θ e A_s ;
- (2) determinam-se os esforços resistentes e a matriz de derivadas parciais;
- (3) calcula-se o vetor de desequilíbrio, dado pela fórmula 59:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_x \\ \Delta M_y \\ \Delta N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} MA_{xd} - MR_{xd} \\ MA_{yd} - MR_{yd} \\ NA_d - NR_d \end{Bmatrix} \quad (\text{fórmula 59})$$

(4) verifica-se a convergência através da fórmula 60 (os valores dos esforços e da área de armadura são adequados se for alcançada uma tolerância mínima definida pelo projetista):

$$\left[\frac{\Delta M_x^2 + \Delta M_y^2 + \Delta N^2}{MA_{xd}^2 + MA_{yd}^2 + NA_d^2} \right]^{\frac{1}{2}} \leq \text{tolerância} \quad (\text{fórmula 60})$$

(5) caso a condição acima seja satisfeita, vai-se para o item (9). Caso contrário, segue-se para o item (6);

(6) resolve-se o sistema de equações apresentado na fórmula 61, na qual [K] é a matriz de derivadas parciais dos esforços resistentes:

$$\begin{Bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta \alpha \\ \Delta A_s \end{Bmatrix} = [K]^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta M_x \\ \Delta M_y \\ \Delta N \end{Bmatrix}_i \quad (\text{fórmula 61})$$

(7) determinam-se x_0 , θ e A_s a partir da fórmula 62:

$$\{u\}_{i+1} = \begin{Bmatrix} x_0 \\ \theta \\ A_s \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} x_0 \\ \theta \\ A_s \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta \theta \\ \Delta A_s \end{Bmatrix} \quad (\text{fórmula 62})$$

(8) retorna-se ao item (2);

(9) final do dimensionamento: valores de x , α e A_s conhecidos.

Para cada novo valor de x_0 , θ e A_s encontrados, uma nova iteração é efetuada, até que os esforços resistentes e esforços atuantes (solicitantes) estejam suficientemente próximos, isto é, a tolerância inicialmente estabelecida for respeitada.

3.3 DETALHAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

A etapa final do projeto de um pilar de concreto armado é o detalhamento das armaduras necessárias para garantir a segurança estrutural. Além disso, o detalhamento deve promover condições adequadas de execução, permitindo o lançamento do concreto e a introdução do vibrador, e impedindo a segregação dos agregados (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 130).

Segundo Fusco (1995, p. 365):

A seção transversal dos pilares, formada pelo concreto e pelas barras da armadura longitudinal, deve garantir a segurança em relação à resistência e à estabilidade da construção. Além disso, a armadura transversal dos pilares, formada por estribos, tem por funções principais impedir a flambagem das barras comprimidas de aço dentro do concreto e manter a posição das barras da armadura longitudinal durante a concretagem da peça.

Com o intuito de resistir adequadamente aos esforços solicitantes, são dispostas no pilar barras ao longo do seu comprimento, que constituem a armadura longitudinal. Segundo a NBR 7480 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1996, p. 2), estas barras são definidas como “[...] produtos de diâmetro nominal 5,0 ou superior, obtidos exclusivamente por laminação a quente [...]”. Ainda conforme a Norma, “De acordo com o valor característico da resistência de escoamento, as barras de aço são classificadas nas categorias CA-25 e CA-50 [...]”. O quadro 4 apresenta os diâmetros nominais, especificados pela NBR 7480, de barras de aço das armaduras para concreto armado.

Diâmetro nominal (mm)	Valores nominais	
	Área da seção (mm ²)	Perímetro (mm)
Barras		
-	4,5	7,5
-	9,1	10,7
-	11,3	11,9
-	13,9	13,2
-	16,6	14,5
5,0	19,6	17,5
-	23,8	17,3
-	28,3	18,8
6,3	31,2	19,8
-	32,2	20,1
-	38,5	22,0
8,0	50,3	25,1
-	70,9	29,8
10,0	78,5	31,4
12,5	122,7	39,3
16,0	201,1	50,3
20,0	314,2	62,8
22,0	380,1	69,1
25,0	490,9	78,5
32,0	804,2	100,5
40,0	1256,6	125,7

Quadro 4: diâmetros nominais de barras de aço para armaduras (adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1996, p. 6)

Deve existir pelo menos uma barra longitudinal em cada vértice da seção poligonal de um pilar de concreto armado. Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 136):

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, [...] deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

- a) 20 mm;
- b) diâmetro da barra [...];
- c) 1,2 vez o diâmetro máximo do agregado.

A figura 8 apresenta estas recomendações.

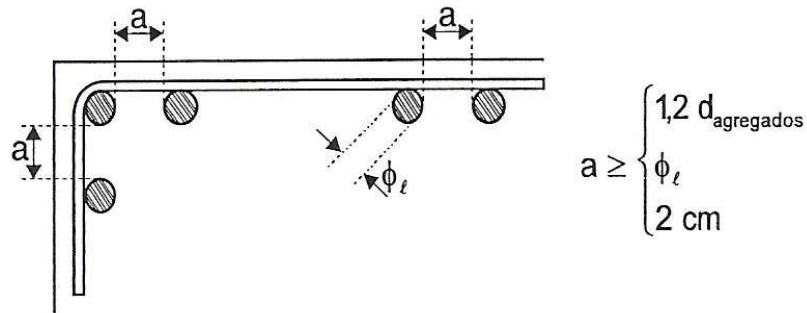


Figura 8: espaçamentos mínimos das barras longitudinais
(adaptada de FUSCO, 1995, p. 373)

Ainda segundo a Norma, “O espaçamento máximo entre eixos das barras [...] deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão da seção no trecho considerado, sem exceder 400 mm.”. As armaduras longitudinal máxima e mínima são, conforme a Norma, obtidas segundo as fórmulas 63 e 64 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 119):

$$A_{s,\min} = \frac{0,15N_d}{f_{yd}} \geq 0,004A_c \quad (\text{fórmula 63})$$

$$A_{s,\max} = 0,08A_c \quad (\text{fórmula 64})$$

A armadura transversal, composta por estribos regulares e suplementares, deve ser disposta ao longo de todo o comprimento do pilar, inclusive em regiões de cruzamento de vigas e lajes. O diâmetro mínimo destes estribos deve ser maior ou igual a 5 mm ou a ¼ do diâmetro da barra da armadura longitudinal (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 137).

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 137):

O espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar, para garantir o posicionamento [e] impedir a flambagem das barras longitudinais [...], deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

- a) 200 mm;

- b) menor dimensão da seção;
- c) $24\phi_t$ para CA-25, $12\phi_t$ para CA-50.

A Norma ainda recomenda que, considerando que as armaduras sejam constituídas pelo mesmo tipo de aço e que o espaçamento respeite o limite fixado pela fórmula 65, pode ser adotado $\phi_t < \phi_\ell/4$ (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 137):

$$s_{\max} = 90000 \left(\frac{\phi_t^2}{\phi_\ell} \right) \frac{1}{f_{yk}} \quad (\text{fórmula 65})$$

Sendo f_{yk} dado em MPa.

A NBR 6118 recomenda, para proteção das barras da armadura longitudinal, a utilização de estribos suplementares. Conforme a Norma (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 131):

Os estribos poligonais garantem contra a flambagem as barras longitudinais situadas em seus cantos e as por eles abrangidas, situadas no máximo à distância de $20\phi_t$ do canto, se nesse trecho de comprimento $20\phi_t$ não houver mais de duas barras, não contando a de canto. Quando houver mais de duas barras nesse trecho ou barra fora dele, deve haver estribos suplementares.

A figura 9 apresenta as recomendações quanto à proteção das barras da armadura longitudinal do pilar, utilizando-se estribos suplementares.

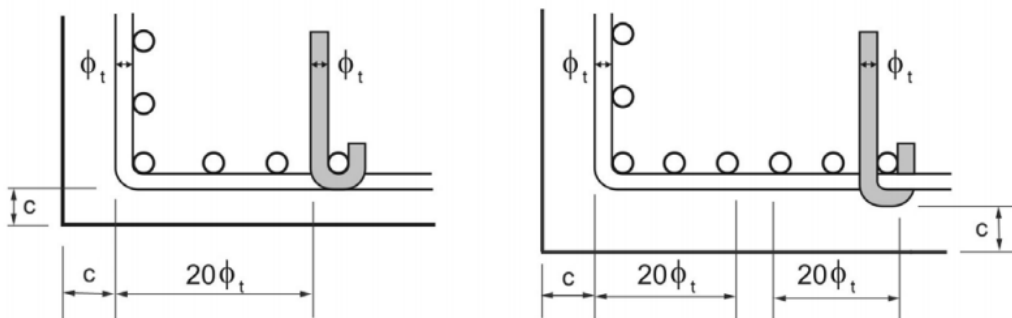


Figura 9: proteção contra a flambagem das barras da armadura longitudinal (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 131)

O comprimento de espera das barras da armadura longitudinal de um pilar é dado pela fórmula 66 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 35):

$$\ell_{0c} = \alpha \ell_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq \begin{cases} 0,6\ell_b \\ 15\phi_\ell \\ 200\text{ mm} \end{cases} \quad (\text{fórmula 66})$$

Segundo a Norma (2007, p. 35), α é tomado como igual a 1 para barras sem ganchos, que é o caso de pilares. ℓ_b é o comprimento de ancoragem básico, dado pela fórmula 67:

$$\ell_b = \frac{\phi_\ell f_{yd}}{4 f_{bd}} \quad (\text{fórmula 67})$$

f_{bd} é a resistência de aderência de cálculo na ancoragem de armaduras passivas e é obtida através da fórmula 68 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 32):

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (\text{fórmula 68})$$

Como o aço utilizado é o CA-50 (barras de alta aderência), η_1 é tomado como sendo igual a 2,25. η_2 é considerado como igual a 1, supondo-se que as barras estejam em boas condições de aderência. η_3 , por sua vez, é tomado como 1 (bitola inferior a 32 mm). Finalmente, $f_{ctk,inf}$ é obtido pela fórmula 69 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 22):

$$f_{ctk,inf} = 0,21 f_{ck}^{2/3} \quad (\text{fórmula 69})$$

Sendo f_{ck} dado em MPa.

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 66), “A seção transversal de pilares [...] não deve apresentar dimensão menor que 19 cm.”. Porém, a Norma permite dimensões entre 12 e 19 cm, contanto que as ações sejam multiplicadas por um coeficiente γ_n , dado no quadro 5.

b cm	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35

Onde:
 $\gamma_n = 1,95 - 0,05 b$;
 b é a menor dimensão da seção transversal do pilar.

NOTA O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nos pilares, quando de seu dimensionamento.

Quadro 5: valores do coeficiente γ_n
 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 66)

De qualquer forma, a área da seção transversal do pilar não deve ser inferior a 360 cm² (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 66).

Outro parâmetro importante, a ser considerado no detalhamento de uma seção transversal de pilar, é o cobrimento. Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 17), “[...] a durabilidade das estruturas é altamente dependente das características do concreto e da espessura e qualidade do concreto do cobrimento da armadura.”. Em outras palavras, as características do concreto a ser especificado e o cobrimento estão intimamente relacionados com a agressividade do ambiente, que pode limitar a durabilidade das construções. O quadro 6 apresenta as classes de agressividade ambiental, que determinarão, posteriormente, a classe do concreto a ser utilizado e o cobrimento mínimo necessário.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{1), 2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹⁾	Grande
		Industrial ^{1), 2)}	
IV	Muito forte	Industrial ^{1), 3)}	Elevado
		Respingos de maré	

¹⁾ Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

²⁾ Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

³⁾ Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Quadro 6: classes de agressividade ambiental
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 16)

Conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 18), “Para garantir o cobrimento mínimo (c_{\min}) o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δc).” Ainda segundo a Norma, $\Delta c \geq 10 \text{ mm}$ e $c_{\text{nom}} \geq \phi_t$. O quadro 7 apresenta a correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal, definido anteriormente.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV ³⁾
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ²⁾	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto protendido ¹⁾	Todos	30	35	45	55

¹⁾ Cobrimento nominal da armadura passiva que envolve a bainha ou os fios, cabos e cordoalhas, sempre superior ao especificado para o elemento de concreto armado, devido aos riscos de corrosão fragilizante sob tensão.

²⁾ Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas por 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal $\geq 15 \text{ mm}$.

³⁾ Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobrimento nominal $\geq 45 \text{ mm}$.

Quadro 7: correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10 \text{ mm}$ (adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 19)

O quadro 8 apresenta os requisitos mínimos relativos à resistência à compressão e à relação água/cimento do concreto.

Concreto	Tipo	Classe de agressividade			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40
NOTAS					
1 O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.					
2 CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.					
3 CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.					

Quadro 8: correspondência entre classe de agressividade ambiental e qualidade do concreto (adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 18)

Neste quadro, é possível verificar que o concreto é dividido em classes de resistência. Essas classes são definidas pela NBR 8953:1992 – concreto para fins estruturais: classificação por grupos de resistência –. De acordo com a Norma (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1992, p. 1), “Os concretos são classificados em grupos de resistência, grupo I e grupo II, conforme a resistência característica à compressão (f_{ck}) [...]”. Ainda, “Dentro dos grupos, os concretos normais [...] são designados pela letra C seguida do valor da resistência característica à compressão (f_{ck}), expressa em MPa [...]”. Cabe salientar que a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 22) “[...] se aplica a concretos compreendidos nas classes de resistência do grupo I, [...] ou seja, até C50.”. Ainda, “A classe C20, ou superior, se aplica a concreto com armadura passiva [...]”.

O quadro 9 apresenta as classes de resistência de concretos.

Grupo I de resistência	Resistência característica à compressão (MPa)
C10	10
C15	15
C20	20
C25	25
C30	30
C35	35
C40	40
C45	45
C50	50

Grupo II de resistência	Resistência característica à compressão (MPa)
C55	55
C60	60
C70	70
C80	80

Quadro 9: classes de resistência dos concretos (adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1992, p. 2)

4. PROJETO AUTOMÁTICO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

O objetivo deste capítulo é apresentar o programa computacional para projeto de pilares de concreto armado, descrevendo suas funções e principais características. A interface geral do programa foi dividida em quatro janelas, abrangendo a etapa inicial de fornecimento de dados e as três etapas do projeto de um pilar: análise local, dimensionamento e detalhamento. A figura 10 apresenta a janela inicial do programa.

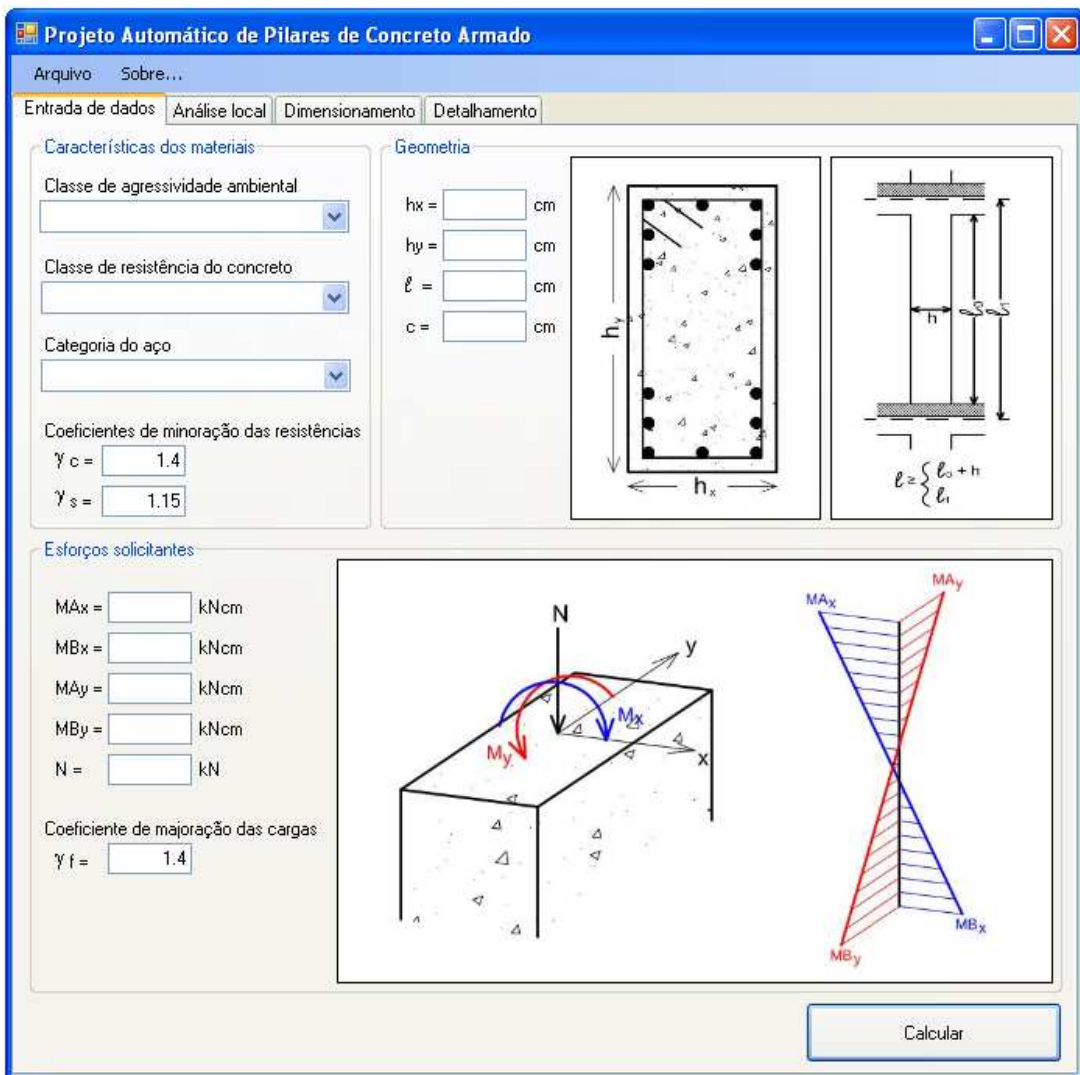


Figura 10: janela inicial do programa

A seguir serão descritas as referidas etapas do programa.

4.1 ENTRADA DE DADOS

Nesta janela, o usuário deverá informar ao programa os dados necessários para que o pilar possa ser calculado e detalhado. Além disso, é neste momento que o programa avaliará se esses dados estão corretos, isto é, se respeitam as recomendações da NBR 6118:2007, ou se o projeto é possível de ser realizado, não fugindo ao escopo do programa.

Uma primeira categoria de dados a serem fornecidos engloba as características do material concreto armado e do meio onde ele estará inserido. Deverão ser informadas a classe de agressividade ambiental, a classe de resistência do concreto, a categoria do aço e os coeficientes de minoração das resistências.

Foi dada ao usuário a liberdade de escolher os coeficientes γ_c e γ_s . Porém, ao ser inicializado, o programa já considera os valores padrões de 1,4 e 1,15, respectivamente. Assim, se diminui um pouco o tempo que é dispensado para a entrada de dados.

Neste momento, uma mensagem de erro pode ser acionada, dependendo da classe de agressividade ambiental considerada e da classe de resistência do concreto adotada no projeto. Por exemplo, para uma classe de agressividade forte (III) e uma classe de concreto C20, é imediatamente apresentada a mensagem da figura 11.

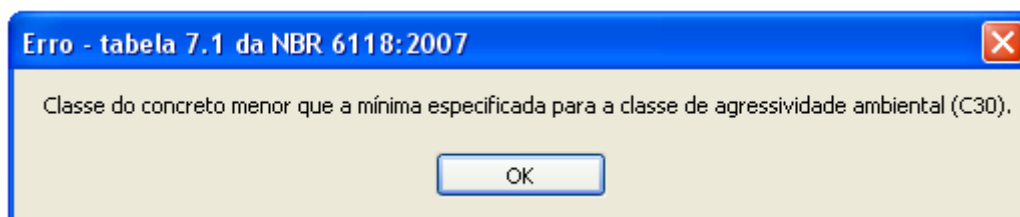


Figura 11: mensagem de erro (classe de resistência do concreto menor que a mínima recomendada)

A segunda categoria de dados de entrada se refere às características geométricas do pilar, tais como as dimensões da seção transversal, o comprimento equivalente e o cobrimento adotados. Do ponto de vista da NBR 6118:2007, este é o momento mais crítico, pois muitas das recomendações restritivas da Norma estão ligadas à geometria do pilar. Se o cobrimento do concreto, por exemplo, não for suficiente, é acionada a seguinte mensagem de erro, apresentada na figura 12.

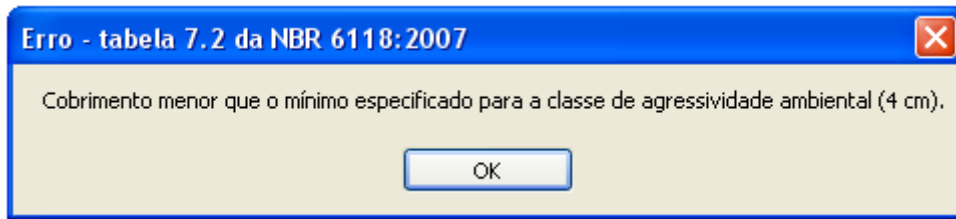


Figura 12: mensagem de erro (cobrimento do concreto menor que o mínimo recomendado)

As dimensões da seção transversal do pilar também são limitadas por diversas recomendações da Norma. A área da seção, por exemplo, não pode ser inferior a 360 cm^2 , e as suas dimensões devem ser necessariamente maiores que 12 cm. As figuras 13 e 14 apresentam essas situações.

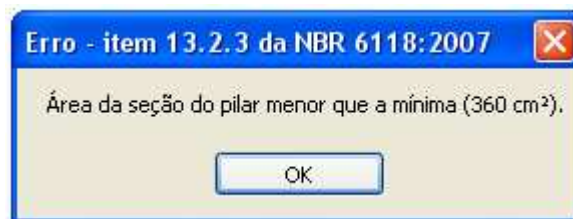


Figura 13: mensagem de erro (área da seção transversal menor que a mínima recomendada)

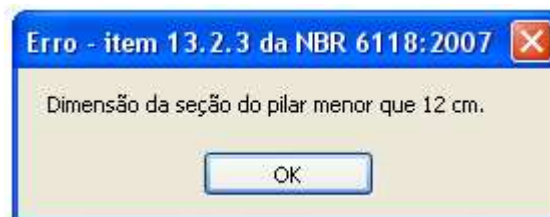


Figura 14: mensagem de erro (dimensão menor que 12 cm)

Dimensões da seção do pilar entre 12 cm e 19 cm ainda são toleradas pela Norma, não sendo considerado como um erro pelo programa. Nesta situação, contudo, as cargas deverão ser majoradas por um coeficiente adicional γ_n , que depende da menor dimensão, conforme visto no capítulo anterior. Quando, por exemplo, é escolhida uma dimensão igual a 15 cm, é acionada a mensagem de aviso apresentada na figura 15.

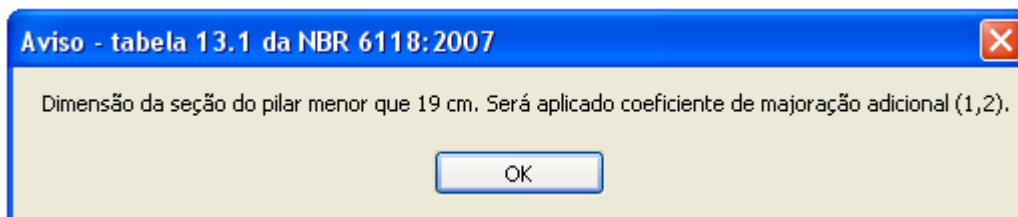


Figura 15: mensagem de aviso (dimensão menor que 19 cm)

No que se refere às características geométricas do pilar, a última verificação que o programa faz quanto às recomendações da Norma diz respeito à relação entre as dimensões da seção transversal do pilar. Se esta razão for maior que 5, o elemento estrutural é considerado um pilar-parede, que não é abrangido pelo programa, visto que seu detalhamento é diferenciado em relação aos pilares usuais. Importante mencionar que este não é um erro de incoerência com as recomendações da NBR 6118:2007, mas apenas foge ao escopo do programa. A figura 16 apresenta esta mensagem de erro.

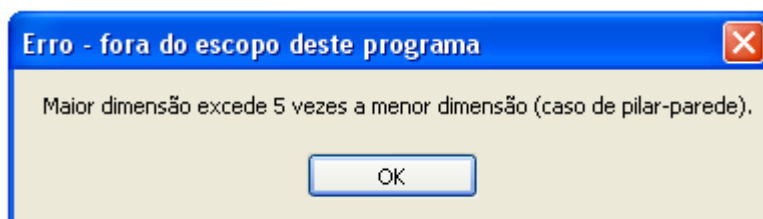


Figura 16: mensagem de erro (caso de pilar-parede)

A última categoria de dados de entrada se refere aos esforços solicitantes, abrangendo os momentos fletores característicos nas direções x e y, nas extremidades A e B do pilar, o esforço normal de compressão característico e o coeficiente de majoração das cargas, cujo valor padrão é adotado pelo programa como sendo de 1,4, mas que pode ser alterado livremente pelo usuário.

O momento fletor característico em uma direção foi considerado como sendo o momento que causa uma excentricidade nesta direção. Como descrito no capítulo anterior, o momento aplicado na extremidade A do pilar será positivo e o momento na extremidade B será também positivo se tracionar a mesma face que o momento em A, e negativo em caso contrário.

A última verificação que o programa faz é quanto à esbeltez do pilar, que é calculada logo que o usuário forneça todos os dados de projeto. Se o índice de esbeltez, em qualquer das duas

direções, for maior que 90 (pilar esbelto), o programa emite a mensagem de erro apresentada na figura 17.

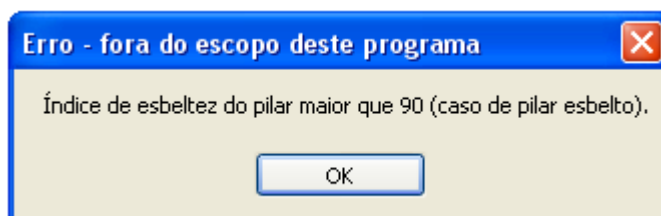


Figura 17: mensagem de erro (índice de esbeltez maior que 90)

Ao serem acionadas as mensagens de erro, tanto de incoerência com a Norma quanto de incoerência com o escopo do programa, este imediatamente interrompe o seu funcionamento, até que os dados necessários sejam alterados e o cálculo seja solicitado novamente. Procurou-se, com este mecanismo, aproximar ao máximo o usuário da NBR 6118:2007, principalmente quanto às recomendações para análise e projeto de pilares.

Após todos os campos terem sido preenchidos, ao se clicar em <CALCULAR>, o programa irá iniciar o projeto, efetuando a análise local do elemento, determinando as situações de cálculo, dimensionando e, por fim, detalhando o pilar.

4.2 ANÁLISE LOCAL

Nesta janela, são apresentados os resultados obtidos na análise local do pilar, calculados separadamente para as direções x e y. Nessa etapa, o índice de esbeltez é comparado com o limite recomendado pela NBR 6118:2007 e, deste resultado, o programa pode concluir se o pilar é curto ou moderadamente esbelto, isto é, se é necessário ou não considerar os efeitos de segunda ordem.

Se o pilar for considerado como moderadamente esbelto, os efeitos de segunda ordem serão calculados segundo os dois métodos aproximados propostos pela Norma: pilar-padrão com curvatura aproximada e pilar-padrão com rigidez aproximada. As figuras 18 e 19 apresentam, respectivamente, a janela referente à análise local e o modo como os resultados são fornecidos pelo programa.

Projeto Automático de Pilares de Concreto Armado

Arquivo Sobre...

Entrada de dados **Análise local** Dimensionamento Detalhamento

Análise local na direção x

Esforços solicitantes de cálculo:

Nd = kN

M1Axd = kNcm

M1Bxd = kNcm

Mxd min = kNcm

Esbeltez do pilar na direção x:

$\alpha \cdot b_x$ =

λ_x =

λ_{1x} =

Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

1/r =

M2xd = kNcm

Mxd tot = kNcm

Método do pilar-padrão com rigidez aproximada

κ =

Φ =

M2xd = kNcm

Mxd tot = kNcm

Análise local na direção y

Esforços solicitantes de cálculo:

Nd = kN

M1Ayd = kNcm

M1Byd = kNcm

Myd min = kNcm

Esbeltez do pilar na direção y:

$\alpha \cdot b_y$ =

λ_y =

λ_{1y} =

Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

1/r =

M2yd = kNcm

Myd tot = kNcm

Método do pilar-padrão com rigidez aproximada

κ =

Φ =

M2yd = kNcm

Myd tot = kNcm

Recalcular

Figura 18: janela relativa à análise local

Pilar moderadamente esbelto.
Indispensável a consideração dos efeitos de 2ª ordem

Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

1/r =

M2xd = kNcm

Mxd tot = kNcm

Método do pilar-padrão com rigidez aproximada

κ =

Φ =

M2xd = kNcm

Mxd tot = kNcm

Figura 19: resultados da análise local do pilar

Como pode ser observado na figura, o programa calcula e apresenta os efeitos de segunda ordem segundo os dois métodos aproximados e, como padrão, parte para o dimensionamento tomando como dados os resultados do método da curvatura aproximada. Neste ponto, o usuário tem a possibilidade de analisar as metodologias e optar por qual das duas usar no dimensionamento. Caso escolha o método da rigidez aproximada, basta selecioná-lo e clicar em <RECALCULAR>. Caso o pilar seja curto, não é necessário calcular os efeitos de segunda ordem e a interface apresentada na figura fica desabilitada.

4.3 DIMENSIONAMENTO

A próxima etapa é o dimensionamento da seção de concreto armado, utilizando como esforços atuantes os momentos solicitantes de cálculo (acrescidos dos momentos de segunda ordem, se for o caso) e a força normal solicitante de cálculo, provenientes da etapa anterior.

O programa efetua o dimensionamento para duas situações de cálculo distintas: para a seção de extremidade, onde se verifica apenas a presença dos momentos de primeira ordem, e para uma seção intermediária, onde se acresce, se necessário, os efeitos de segunda ordem. A fórmula 70 apresenta a situação de cálculo para a seção de extremidade e a fórmula 71, para uma seção intermediária.

$$\begin{cases} MA_{xd} = M_{1xd,A} \geq M_{1xd,\min} \\ MA_{yd} = M_{1yd,A} \geq M_{1yd,\min} \end{cases} \quad (\text{fórmula 70})$$

$$\begin{cases} MA_{xd} = \alpha_{bx} M_{1xd,A} + M_{2x} \\ MA_{yd} = \alpha_{by} M_{1yd,A} + M_{2y} \end{cases} \quad (\text{fórmula 71})$$

Sendo que:

$$\begin{cases} \alpha_{bx} M_{1xd,A} \geq M_{1xd,\min} \\ \alpha_{by} M_{1yd,A} \geq M_{1yd,\min} \end{cases} \quad (\text{fórmula 72})$$

O dimensionamento é efetuado calculando, para um dado arranjo da seção transversal, os esforços resistentes devido ao concreto e ao aço. A parte resistente do concreto é, ainda, dividida em duas parcelas: a parcela cuja tensão varia parabolicamente e a parcela de tensão constante (diagrama parábola-retângulo). Após isso, o programa compara estes valores com os esforços solicitantes. Se o erro estiver dentro do limite tolerável, chegou-se ao fim do dimensionamento. Caso contrário, calculam-se novamente os esforços resistentes adotando novos valores para a profundidade e inclinação da linha neutra e para a área de aço.

Esse processo é repetido até que a diferença entre esforços atuantes e resistentes respeite a tolerância pré-estabelecida, como mencionado no capítulo anterior. É utilizado para tal o método numérico de Newton-Raphson, que possui uma convergência quadrática, chegando à solução em poucas iterações. Porém, em alguns casos, dependendo dos valores inicialmente arbitrados para x_0 , α e A_s , o processo pode divergir. Nota-se, então, a importância do algoritmo computacional possuir mecanismos para identificar tais situações e reinicializar o procedimento iterativo a partir da fixação de novos valores iniciais.

Uma observação importante que deve ser feita é em relação ao fato de que a posição das barras de aço na seção transversal não é, neste caso, um dado de entrada. O programa determina automaticamente a posição da armadura para, em seguida, calcular a parcela resistente devida ao aço.

O programa, primeiramente, coloca uma barra em cada vértice da seção do pilar, respeitando o cobrimento e o diâmetro do estribo. Logo após, é calculada a distância entre eixos dessas barras, nas direções x e y . Se essa distância ultrapassar os limites máximos recomendados pela NBR 6118:2007, o programa coloca uma barra entre as duas. Esse processo é repetido até que todas as distâncias respeitem as exigências da Norma.

No fim do dimensionamento, o programa fornece a área de aço necessária. Se os esforços solicitantes forem tais que a armadura calculada seja muito grande, exigindo bitolas acima das disponíveis para o arranjo determinado automaticamente, são inseridas novas barras, entre as

existentes, diminuindo a área da seção de cada barra isoladamente. Após, o pilar é dimensionado novamente.

Neste momento, duas mensagens de erro podem ser acionadas. A primeira delas é executada quando a área de aço necessária for maior que a área máxima recomendada pela Norma. A figura 20 apresenta essa mensagem.

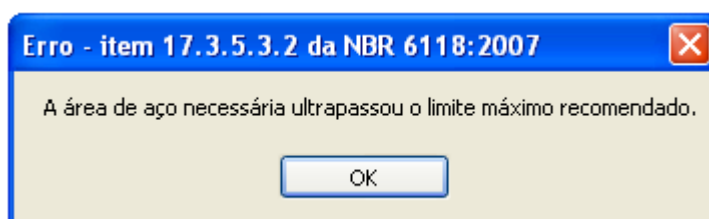


Figura 20: mensagem de erro (área de aço maior que o limite máximo recomendado)

A segunda mensagem de erro é acionada quando o espaçamento entre as faces das barras for menor que o limite fixado pela Norma. A figura 21 apresenta essa mensagem.

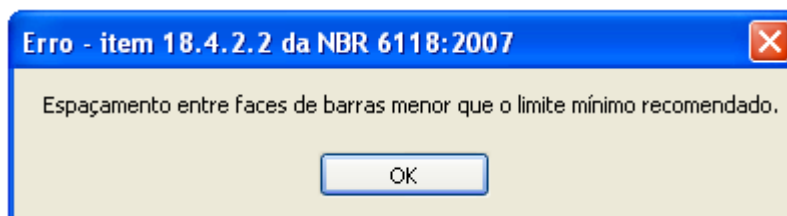


Figura 21: mensagem de erro (espaçamento entre faces de barras menor que o mínimo recomendado)

Nessas duas situações, o programa interrompe o dimensionamento. O usuário deverá fazer alterações nos dados fornecidos e solicitar o cálculo novamente.

4.4 DETALHAMENTO

Na janela de detalhamento, o programa apresenta um esquema gráfico com todas as armaduras necessárias, dentre elas as barras longitudinais e os estribos. São apresentadas as bitolas de cada armadura, comprimento das barras, esperas e espaçamento entre estribos, tanto regulares quanto suplementares, se existirem.

É apresentada uma alternativa de arranjo das armaduras dos pilares, que não necessariamente será a mais econômica, mas, garantidamente, atenderá aos requisitos de segurança estrutural, respeitando as recomendações da NBR 6118:2007.

4.5 MENU DE FUNÇÕES AUXILIARES

O programa possui, ainda, algumas funções auxiliares destinadas a facilitar a manipulação de dados pelo usuário. Essas funções estão contidas na barra de ferramentas localizada na parte superior da janela inicial. Esse menu é apresentado na figura 22.



Figura 22: menu de funções auxiliares

Ao se clicar em <SALVAR COMO...>, todos os dados preenchidos pelo usuário serão armazenados em um arquivo de texto, no diretório especificado pelo mesmo. No futuro, caso seja de seu interesse, o usuário poderá acessar novamente esses dados, clicando em <ABRIR...> e selecionando o arquivo correspondente. Essas funções também possibilitam o fornecimento de dados de uma maneira diferente, informando-os e/ou modificando-os diretamente no arquivo de texto. De uma maneira geral, se destinam a facilitar o procedimento de entrada de dados, diminuindo o tempo requerido para tal.

Por outro lado, o comando <GERAR RELATÓRIO> cria, em um arquivo de texto no diretório especificado pelo usuário, um registro de todo o projeto do pilar, contendo os dados de entrada, a análise local, o dimensionamento e o detalhamento. A figura 23 apresenta um exemplo de relatório gerado pelo programa.

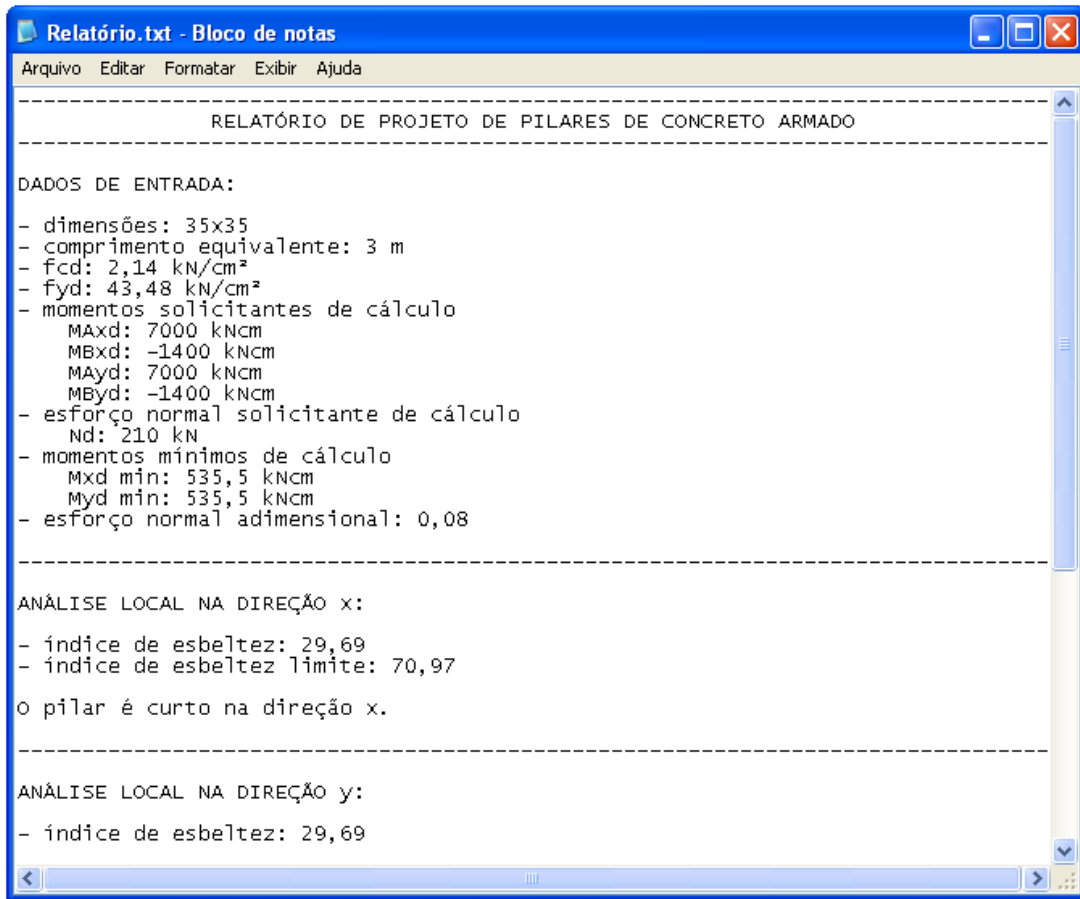


Figura 23: relatório de projeto gerado pelo programa

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste capítulo é proceder a uma análise final do programa para projeto de pilares de concreto armado, e do trabalho de diplomação como um todo, tecendo as considerações finais quanto à finalidade desses.

Objetivo do trabalho, que é sistematizar o projeto de pilares de concreto armado com o intuito de se obter um programa computacional que respeite as recomendações da NBR 6118:2007 em todas as suas etapas, foi alcançado. O programa desenvolvido é capaz de receber e armazenar o conjunto de dados de projeto do pilar, efetuar a análise local do mesmo, identificar e dimensionar a seção de concreto armado mais solicitada e apresentar uma alternativa de arranjo para as armaduras longitudinal e transversal. O mecanismo de análise de erros na entrada de dados, descrito no capítulo anterior, se ocupa de certificar-se de que os critérios da Norma estão sendo seguidos.

Contudo, essa sistematização se mostrou trabalhosa no que se refere ao processo numérico utilizado para o dimensionamento da seção de concreto armado submetida à flexo-compressão oblíqua. O método de Newton-Raphson chega rapidamente a uma solução em alguns casos, porém, em outras situações, o processo diverge. Isso ocorre porque o conjunto de valores inicialmente arbitrados x_0 , α e A_s não está próximo da solução real e a cada nova iteração o erro entre os esforços solicitantes e resistentes aumenta.

Foi constatado, no decorrer da elaboração do programa, que, nos casos de divergência do processo, a cada iteração o valor da profundidade da linha neutra diminuía, atingindo valores negativos, isto é, apresentando um caso de flexo-tração, o que não ocorre em pilares usuais de edifícios. A seção comprimida de concreto se tornava cada vez menor, passando para as barras de aço a capacidade resistente. Estas, a cada etapa, escoavam, configurando uma situação de resistência nula da seção do pilar.

Quando os esforços resistentes, ou suas derivadas parciais em relação à profundidade e inclinação da linha e à área de aço, se tornam nulos, a matriz jacobiana [K], descrita no capítulo 3, se torna não-inversível e o sistema linear utilizado para determinar o próximo

passo da iteração não pode ser obtido. O processo numérico pára e o programa não é capaz de fornecer resultado algum.

Por esse motivo, se notou a importância de se adotar critérios satisfatórios de análise de convergência para o método de Newton-Raphson, que seja capaz de interromper o processo iterativo no caso de ser constatada a divergência e adotar novos valores iniciais para x_0 , α e A_s , reiniciando o dimensionamento a partir de novo ponto. A adoção de um mecanismo eficiente não é uma tarefa simples e, em alguns casos, ainda não garante uma convergência.

Também foi possível constatar que a sistematização do detalhamento das armaduras do pilar não foi uma tarefa trivial. O programa determina uma alternativa de arranjo das barras longitudinais e dos estribos que garante a segurança estrutural e respeita as recomendações da Norma. Porém, não se verificou se esta solução é a mais interessante do ponto de vista econômico (determinação de uma bitola ótima) ou se é adequada para execução em obra (gerando, por exemplo, valores de espaçamento entre estribos ou de comprimentos de barras que sejam simples de montar em um canteiro de obras). Constata-se, de forma clara, que esta etapa ainda é muito dependente dos critérios e da experiência do projetista.

De uma forma geral, a partir dos resultados obtidos pelo programa, pode-se concluir que sua utilização para fins acadêmicos é válida, pois apresenta didaticamente a solução encontrada, tanto no que se refere à análise local do pilar quanto ao dimensionamento da seção de concreto armado submetida à flexo-compressão oblíqua e o posterior detalhamento desse pilar. A geração de relatórios, resumindo os principais parâmetros do projeto de pilares, também se mostra vantajosa, pois é uma ferramenta adicional a auxiliar o aluno de engenharia civil em seu aprendizado.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2003. v. 3.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8.953**: concreto para fins estruturais – classificação por grupos de resistência. Rio de Janeiro, 1992.

_____. **NBR 7.480**: barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado. Rio de Janeiro, 1996.

_____. **NBR 6.118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

CAMPOS FILHO, A. **Dimensionamento e verificação de seções poligonais de concreto armado submetidas à flexão composta oblíqua**. Porto Alegre: PPGEC/UFRGS, 2000. Caderno de Engenharia.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto**: solicitações normais. Rio de Janeiro: LTC, 1981.

_____. **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: PINI, 1995.

KRANTZ, E. E. C.; CAMPOS FILHO, A. Avaliação dos métodos simplificados, propostos pela NBR 6118:2003, para a determinação dos efeitos de segunda ordem em pilares esbeltos de concreto armado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 48., 2006, Rio de Janeiro. **Anais...** São Paulo: IBRACON, 2006. 1CD.