

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**Éverton Fabrício Bin**

**CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA:  
DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA O  
DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES SUJEITAS A  
SOLICITAÇÕES NORMAIS**

Porto Alegre  
julho 2010

**ÉVERTON FABRIZIO BIN**

**CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA:  
DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA O  
DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES RETANGULARES  
SUJEITAS A SOLICITAÇÕES NORMAIS**

Trabalho de Diplomação a ser apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

**Orientador: Américo Campos Filho**

Porto Alegre

julho 2010

**ÉVERTON FABRIZIO BIN**

**CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA:  
DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE PARA O  
DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES RETANGULARES  
SUJEITAS A SOLICITAÇÕES NORMAIS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 15 de julho de 2010

Prof. Américo Campos Filho  
Dr. pela Escola Politécnica da USP  
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Roberto Domingo Rios**  
Dr. pela UFRGS

**Profa. Virgínia Maria Rosito d'Avila**  
Dra. pela UFRGS

Dedico este trabalho à minha mãe Maria Helena, ao meu pai Elias (*in memoriam*), ao meu irmão Fernando, e aos meus amigos que sempre foram, também, parte da minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, primeiramente, ao Prof. Américo Campos Filho, orientador deste trabalho, pela disposição e comprometimento em transmitir todo seu conhecimento sempre que solicitado e por sua atenção e paciência no processo de desenvolvimento deste trabalho que resultou, também, no desenvolvimento significativo do meu conhecimento.

Agradeço, também, ao Msc. Eng. Elvis Antônio Carpeggiani pela compreensão no decorrer do desenvolvimento deste trabalho, bem como pela amizade e inspiração direta ou indireta que contribuiu de maneira significativa e indispensável para que este trabalho pudesse ser concluído com êxito.

Agradeço ao Prof. Acir Mércio Loredo-Souza que, mesmo sem a participação direta neste trabalho, ensinou a mim e a todos os colegas que somos, de fato, capazes e que, portanto, me forneceu a principal ferramenta para desenvolver não só este trabalho, mas todos que ainda virão pela frente.

Agradeço à Prof. Carin Maria Schmitt pela dedicação dispensada para que não somente este, mas todos os outros trabalhos, pudessem se encaminhar a um resultado positivo.

Por fim, agradeço a todos os professores que por sua competência e comprometimento com o ensino me encaminharam no processo de aprendizado contínuo que possibilitou a realização do presente trabalho.

Aquilo que é comum ao maior número despertará sobre si  
os menores cuidados.

*Aristóteles*

## RESUMO

BIN, E. F. **Concreto de Alta Resistência:** desenvolvimento de software para o dimensionamento de seções retangulares sujeitas a solicitações normais. 2010. 89 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Este trabalho aborda o dimensionamento de seções retangulares em concreto armado submetidas a solicitações normais, ou seja, esforço normal e momento fletor, através do desenvolvimento de uma rotina de cálculo a ser processada pelo programa desenvolvido. A abordagem principal é a do dimensionamento de seções em concreto de alta resistência compreendido como aquele com resistência acima de 50 MPa, que é a faixa de resistência sobre a qual a NBR 6118 não é válida. Sendo assim, faz-se uso de referência normativa internacional que contempla concretos com quaisquer resistências à compressão, fazendo com que este programa desenvolvido também dimensione seções com concreto de resistências características à compressão mais usuais.

O primeiro capítulo aborda a introdução ao tema proposto, explicitando as motivações para o desenvolvimento deste trabalho. No segundo, encontra-se o método utilizado, bem como a sequência das etapas desenvolvidas. São apresentadas as limitações e a área de abrangência que o trabalho se propõe a cobrir.

No terceiro capítulo começam a ser apresentados os resultados frutos da pesquisa bibliográfica. Neste, são apresentadas as características gerais de consideração do concreto e do aço, dadas pela observância de referência normativa nacional e internacional.

O quarto capítulo trata das hipóteses básicas que devem ser consideradas no dimensionamento das seções. Tais hipóteses levam às principais diferenças no resultado final do dimensionamento das seções.

Dadas as hipóteses, no quinto capítulo são apresentadas as rotinas de cálculo e a forma como as mesmas são processadas pelo programa desenvolvido no decorrer do trabalho. Neste capítulo, ficam explicitadas as decisões tomadas pelo programa e as diferentes considerações em função da norma de referência para o processo de dimensionamento.

O sexto capítulo se reserva a aplicação do programa para diferentes casos com a finalidade de apresentar as conclusões finais para o encerramento do presente trabalho.

Palavras-chave: solicitações normais; concreto armado; concreto de alta resistência; dimensionamento.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: etapas de pesquisa .....	14
Figura 2: variação do coeficiente $\phi$ .....	21
Figura 3: diagramas parábola-retângulo e retangular simplificado .....	30
Figura 4: diagrama de tensão-deformação idealizado .....	31
Figura 5: diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva .....	31
Figura 6: distribuição de tensões .....	41
Figura 7: domínios de estado limite último de uma seção transversal .....	46
Figura 8: configuração dos domínios pelo ACI 318.....	51
Figura 9: janela de decisão sobre referência normativa .....	52
Figura 10: dados de entrada para o dimensionamento .....	52
Figura 11: equivalência entre esforços atuantes e resistentes .....	55
Figura 12: fluxograma para o dimensionamento de armaduras assimétricas .....	62
Figura 13: exemplo de dimensionamento de armadura assimétrica .....	62
Figura 14: fluxograma de dimensionamento de armaduras simétricas .....	69
Figura 15: exemplo de dimensionamento de armadura simétrica .....	70
Figura 16: resultado de validação do procedimento pelo ACI 318.....	77
Figura 17: resultado de validação do procedimento pelo ACI 318.....	78
Figura 18: gráfico da área de aço em função do $f_{ck}$ para diferentes solicitações pela NBR 6118.....	83
Figura 19: redução média do consumo de aço para cada solicitação avaliada e a média final destes valores para as hipóteses da NBR 6118.....	85
Figura 20: gráfico da área de aço em função do $f_{ck}$ para diferentes solicitações pela ACI 318.....	87
Figura 21: redução média do consumo de aço para cada solicitação avaliada e a média final destes valores para as hipóteses da ACI 318.....	88



## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: coeficientes de redução de resistência.....	20
Quadro 2: classificação de agressividade ambiental.....	24
Quadro 3: correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto.....	25
Quadro 4: correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal.....	26
Quadro 5: coeficiente equivalente $\gamma_{f1}$ $\gamma_{f3}$ .....	27
Quadro 6: coeficiente $\gamma_{f2}$ .....	27
Quadro 7: combinações últimas.....	29
Quadro 8: exigências mínimas para o concreto em função da classe de exposição.....	33
Quadro 9: categorias de exposição.....	34
Quadro 10: barras de aço padrão ASTM.....	35
Quadro 11: resumo dos diferentes parâmetros da NBR 6118 e do ACI 318.....	54

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: comparativo de dimensionamento de seções pelas hipóteses da NBR 6118 e do ACI 318, com momento fletor fixado em 150 kNm.....	80
Tabela 2: comparativo de dimensionamento com utilização de concretos de alta resistência pela NBR 6118, para momento fletor fixado em 150 kNm.....	82
Tabela 3: diferenças da área de aço calculada para $f_{ck}$ variando em 10 MPa para as hipóteses da NBR 6118.....	84
Tabela 4: comparativo de dimensionamento com utilização de concretos de alta resistência pelo ACI 318, para momento fletor fixado em 150 kNm.....	86

## **LISTA DE SIGLAS**

*ACI: American Concrete Institute*

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

ELS: Estado Limite de Serviço

ELU: Estado Limite Último

NBR: Norma Brasileira

UFRGS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>2 MÉTODO DE PESQUISA</b> .....	12
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA .....	12
2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO .....	12
<b>2.2.1 Objetivo Principal</b> .....	12
<b>2.2.2 Objetivos Secundários</b> .....	12
2.3 PRESSUPOSTOS .....	13
2.4 DELIMITAÇÕES .....	13
2.5 LIMITAÇÕES .....	13
2.6 DELINEAMENTO .....	14
<b>2.6.1 Pesquisa Bibliográfica</b> .....	15
<b>2.6.2 Análise e Compatibilização de Variáveis</b> .....	15
<b>2.6.3 Desenvolvimento de Rotina de Cálculo</b> .....	15
<b>2.6.4 Desenvolvimento do Software</b> .....	15
<b>2.6.5 Validação do Software</b> .....	16
<b>2.6.6 Comparação de Métodos</b> .....	16
<b>2.6.7 Análise e Conclusão Final</b> .....	16
<b>3 CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO E DO AÇO</b> .....	17
<b>4 CONSIDERAÇÕES E HIPÓTESES DE CÁLCULO</b> .....	23
4.1 NBR 6118:2003 .....	23
4.2 ACI 318-08 .....	32
<b>5 DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO</b> .....	44
5.1 SOLICITAÇÕES NORMAIS .....	44
5.2 ESTADO LIMITE ÚLTIMO .....	44
5.3 O PROGRAMA .....	51
5.4 O CASO DA FLEXÃO COMPOSTA NORMAL .....	54
<b>5.4.1 Armaduras Assimétricas</b> .....	56
<b>5.4.2 Armaduras Simétricas</b> .....	63
5.5 O CASO DA FLEXÃO SIMPLES .....	70
5.6 O CASO DA FLEXO-TRAÇÃO.....	74
5.7 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS.....	76
<b>6 RESULTADOS E ANÁLISES</b> .....	79
REFERÊNCIAS .....	89

## 1 INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico ocorre de maneira cada vez mais acelerada. Uma prova deste avanço é, por exemplo, a utilização de concretos com níveis de desempenho cada vez mais elevados em projetos de edifícios e outras estruturas. São os chamados concretos de alto desempenho (CAD) e, entre eles, os de alta resistência (CAR) que apresentam resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) superior a 50 MPa.

A otimização de espaços internos e as exigências arquitetônicas cada vez mais ousadas acabam por fazer necessária a utilização dessa tecnologia que há muitos anos já vem sendo utilizada no Brasil. Com o emprego de concreto de alto desempenho, permite-se a redução de seções de pilares, aumentando áreas úteis, a diminuição da área de aço necessária para a estrutura de concreto armado, além de proporcionar uma durabilidade muito maior à estrutura, superando facilmente as projetadas em concreto de resistência à compressão mais usual. A maior durabilidade, que é uma das características dos CAD, ocorre em função da menor relação água-cimento, resultando menor porosidade e, em consequência, maior dificuldade à penetração de substâncias ou agentes danosos ao funcionamento da estrutura. A baixa relação água-cimento também é a responsável pela obtenção de resistências mais elevadas.

São estas vantagens que, muitas vezes, se sobrepõem à desvantagem do elevado custo inicial (por volta de 40% mais alto que o concreto convencional), pois acabam por gerar economia no custo global da obra. No entanto, mesmo podendo apresentar numerosas vantagens técnicas e financeiras, a utilização desta tecnologia se torna limitada devido à inexistência de uma norma técnica nacional específica para o dimensionamento de estruturas em concreto de alta resistência, sendo que a norma vigente que trata de dimensionamento (NBR 6118:2003) não se aplica a concreto com resistência superior a 50 MPa.

Devido à ausência de referência normativa, engenheiros calculistas acabam por recorrer a normas internacionais que abordam este tema. A finalidade deste trabalho é a de analisar as abordagens normativas internacionais e, apresentar hipóteses de cálculo que se aplicam à utilização de concretos de resistência usual ou alta em seções submetidas ao esforço normal.

## **2 MÉTODO DE PESQUISA**

### **2.1 QUESTÃO DE PESQUISA**

Este trabalho visa responder à seguinte questão: quais os parâmetros a serem adotados no dimensionamento de seções submetidas a solicitações normais com o uso de concreto de alta resistência?

### **2.2 OBJETIVOS DO TRABALHO**

Os objetivos do trabalho estão classificados em principal e secundários e são apresentados nos próximos itens.

#### **2.2.1 Objetivo Principal**

O objetivo principal deste trabalho foi o de obter um procedimento padrão de cálculo e dimensionamento de seções submetidas a solicitações normais. Tal procedimento foi apresentado na forma de um software que tem como propósito o de não restringir a utilização do concreto a um determinado nível de resistência, incluindo, desta forma, concretos com resistência superior a 50 MPa, o que, atualmente, representa o limite superior de validade da NBR 6118.

#### **2.2.2 Objetivos Secundários**

A pesquisa apresenta como objetivos secundários os seguintes:

- a) obtenção de uma rotina automática de cálculo capaz de dimensionar não apenas seções de concreto de alta resistência, mas também abrangendo concreto com resistência usual;
- b) comparação e análise do desempenho econômico do dimensionamento, utilizando os diferentes parâmetros apresentados por cada referência normativa.

## 2.3 PRESSUPOSTOS

Os pressupostos adotados nesta pesquisa são os procedimentos de cálculo apresentados pelas referências normativas NBR 6118:2003 e ACI 318-08, não sendo, portanto, discutida a rigorosidade ou a simplificação destes métodos.

## 2.4 DELIMITAÇÕES

A ferramenta computacional que foi desenvolvida por meio desta pesquisa trata do dimensionamento de seções transversais retangulares de concreto armado com geometria retangular, cuja solicitação seja unicamente a solicitação normal.

## 2.5 LIMITAÇÕES

São limitações desta pesquisa:

- a) efeito dos esforços tangenciais atuando na seção transversal;
- b) consideração de apenas uma camada de armadura;
- c) a linguagem computacional utilizada para o desenvolvimento do software, que foi escolhida em função da sua menor complexidade e melhores resultados de interface, sendo assim, a própria linguagem se apresenta como uma limitação da pesquisa.

## 2.6 DELINEAMENTO

As etapas desenvolvidas para a realização do projeto de pesquisa foram as seguintes:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) análise e compatibilização de variáveis;
- c) desenvolvimento de rotina de cálculo;
- d) desenvolvimento do software;
- e) validação do software;
- f) comparação de métodos;
- g) análise final e conclusão.

A sequência de etapas desta pesquisa pode ser visualizada na figura 1.

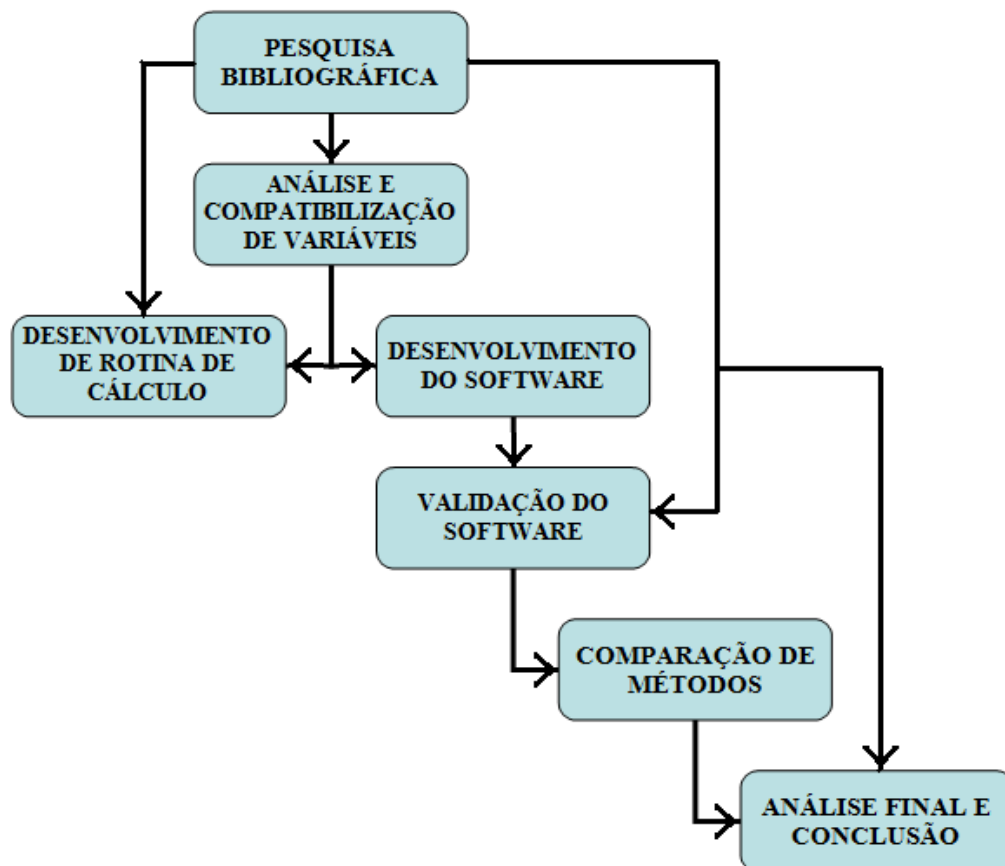


Figura 1: etapas de pesquisa



### **2.6.1 Pesquisa Bibliográfica**

A pesquisa bibliográfica refere-se ao estudo das normas utilizadas nesta pesquisa, para que fosse possível obter os parâmetros e as hipóteses abordadas pela mesma. Trata-se da etapa mais longa, pois se desenvolveu até o final do trabalho, sendo efetuada de forma mais intensa no início da pesquisa. Esta foi a etapa fundamental, pois forneceu a base para a aplicação dos procedimentos seguintes.

### **2.6.2 Análise e Compatibilização de Variáveis**

Na sequência desenvolveu-se a análise e compatibilização de variáveis. A análise foi feita para que se definissem os parâmetros tidos como variáveis. Estes parâmetros foram definidos pela entrada de dados do usuário ou fixados pelo próprio programa desenvolvido. Já a compatibilização destas variáveis ocorreu em função das diferenças entre as equações de dimensionamento, parâmetros e unidades adotadas por cada uma das referências normativas.

### **2.6.3 Desenvolvimento da Rotina de Cálculo**

Com as etapas anteriores, tornou-se possível o desenvolvimento da rotina de cálculo, que se trata da organização das informações obtidas nas etapas passadas de maneira a formar um esboço manual do processo de cálculo.

### **2.6.4 Desenvolvimento do Software**

De forma concomitante ao desenvolvimento da rotina manual de cálculo, realizou-se o desenvolvimento do software em si que é o objeto principal deste trabalho. A etapa é definida pela tradução da rotina de cálculo para a linguagem de programação adotada.

### **2.6.5 Validação do Software**

Com o término do desenvolvimento do software, partiu-se para a sua validação que foi feita através da execução de testes com casos reais de dimensionamento para que pudesse ser feita a análise da eficiência dos seus resultados.

### **2.6.6 Comparação de Métodos**

A etapa de comparação de métodos fez-se necessária para obtenção do objetivo secundário de gerar uma análise de eficiência, fazendo comparação entre os resultados obtidos com o dimensionamento feito através de cada uma das normas técnicas pesquisadas.

### **2.6.7 Análise Final e Conclusão**

Em sequência desenvolveu-se a última etapa a ser efetuada para a conclusão deste trabalho. Ocorreu de maneira a avaliar o software desenvolvido, organizar as comparações feitas através de sua execução e fazer as conclusões cabíveis ao fechamento do trabalho.

### 3 CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO E DO AÇO

O concreto é formado pela mistura de cimento, água e agregados. Chama-se de concreto armado à utilização de concreto combinado com barras de aço que, de modo geral, servem para compensar a baixa resistência do concreto quando solicitado à tração. Já o concreto em si responde às solicitações de compressão. Segundo Araújo (2003, p. 8):

A resistência do concreto endurecido depende de vários fatores, como o consumo de cimento e de água da mistura, o grau de adensamento, o tipo de agregado, etc. Quanto maior é o consumo de cimento e quanto menor é a relação água-cimento, maior é a resistência à compressão. A relação água-cimento determina a porosidade da pasta de cimento endurecida e, portanto, as propriedades mecânicas do concreto.

A NBR 6118 define elementos de concreto simples estrutural como sendo caracterizados por não possuírem armadura, ou, então, os que possuem armadura, porém em quantidade inferior ao mínimo exigido para o concreto armado. Além disso, elementos de concreto armado são caracterizados como aqueles que apresentam comportamento estrutural dependente da aderência entre o concreto e as barras de aço, sendo que sem a materialização desta aderência os alongamentos iniciais que ocorrem no aço não são aplicados.

Conforme apresenta Fusco (1995, p. 86), determina-se a resistência à compressão do concreto através da execução de ensaios padronizados de corpos de prova cilíndricos, sendo que para concreto de alta resistência devem ser utilizados corpos de prova com dimensões menores, pois há uma limitação da capacidade das prensas de ensaio. A resistência do concreto obtida nos ensaios padronizados refere-se à resistência característica à compressão aos 28 dias, como apresentado pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 22):

Quando não for indicada a idade, as resistências referem-se à idade de 28 dias. A estimativa da resistência à compressão média,  $f_{cmj}$ , correspondente a uma resistência  $f_{ckj}$ , especificada, deve ser feito conforme indicado na ABNT NBR 12655.

A evolução da resistência à compressão com a idade deve ser obtida através de ensaios especialmente executados para tal.

Araújo (2003, p. 3) salienta os fatores de natureza aleatória na determinação da resistência do concreto como, por exemplo, a falta de homogeneidade da mistura e os diferentes graus de compactação apresentados nos diferentes corpos de prova, gerando, assim, dispersão na apresentação dos diversos valores de resistência obtidos com o ensaio de determinado lote de corpos de prova. Sendo assim, recorre-se à Teoria das Probabilidades para que se torne possível uma análise racional dos resultados apresentados, admitindo-se que a função densidade de probabilidade das resistências apresente distribuição conforme uma curva normal de Gauss. No entanto, para fins de segurança na análise dos estados limites últimos, Fusco (1995, p. 85) destaca ainda a necessidade da consideração da resistência de cálculo à compressão, sendo esta determinada pela minoração da resistência característica. A resistência de cálculo é determinada de acordo com a equação 1:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão;

$\gamma_c$  = coeficiente estatístico de redução de resistência do concreto.

A NBR 6118 reforça a necessidade do controle da resistência à compressão do concreto observado aos 28 dias, de modo a confirmar o valor de  $f_{ck}$  adotado na fase de idealização e dimensionamento da estrutura. No caso da verificação ser feita em  $j$  dias, sendo  $j$  menor que 28 dias, o cálculo da resistência à compressão deve ser feito de acordo com a equação 2:

$$f_{cd} = \frac{f_{ckj}}{\gamma_c} = \frac{\beta_1 f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{equação 2})$$

Onde:

$f_{cd}$  = resistência à compressão de cálculo;

$f_{ckj}$  = resistência característica à compressão do concreto aos  $j$  dias;

$\gamma_c$  = coeficiente estatístico de redução de resistência do concreto;

$\beta_1$  = relação  $f_{ckj} / f_{ck}$ ;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias.

O coeficiente  $\beta_1$  pode ser determinado pela equação 3:

$$\beta_1 = e^{\{s[1-(28/t)^{1/2}]\}} \quad (\text{equação 3})$$

Onde:

$\beta_1$  = relação  $f_{ckj} / f_{ck}$ ;

$s = 0,38$  para concreto de cimento CIII e IV;

$s = 0,25$  para concreto de cimento CI e CII;

$s = 0,20$  para concreto de cimento CPV-ARI;

$t$  = idade efetiva do concreto em dias.

A resistência característica do aço também deve ser minorada, devido à possibilidade de variação na resistência observada na obra, assim como ocorre com o concreto. No entanto, como o aço apresenta menor dispersão nos valores de resistência característica devido ao processo de produção, os coeficientes de minoração de resistência são menores que os aplicados ao concreto. A resistência de cálculo do aço é dada pela equação 4.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{equação 4})$$

Onde:

$f_{yd}$  = resistência de cálculo à tração do aço;

$f_{yk}$  = resistência característica à tração do aço;

$\gamma_s$  = coeficiente estatístico de redução de resistência do aço.

No quadro 1 são apresentados os diferentes coeficientes  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$  de minoração da resistência a serem adotados para o concreto e para o aço de acordo com a natureza das combinações de cargas.

Combinações	Concreto	Aço
	$\gamma_c$	$\gamma_s$
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Quadro 1: coeficientes de redução de resistência  
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 64)

Ainda de acordo com a norma brasileira, nos casos em que estejam previstas condições desfavoráveis na execução dos elementos estruturais, tais como más condições de transporte do concreto, ocorrência de adensamento manual ou deficiência na concretagem em função de alta concentração de armadura, deve-se multiplicar o fator de minoração da resistência do concreto por 1,1.

O ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 405-407) caracteriza a resistência de cálculo à compressão do concreto como sendo a resistência nominal, calculada de acordo com os requisitos estipulados na própria Norma, sem fator de redução. No entanto, faz-se uso do fator de redução de resistência  $\phi$  que é sempre menor do que 1,0, que reduz o esforço resistente seccional. Os propósitos da aplicação do fator de redução da resistência são os seguintes:

- a) considerar a possibilidade da existência de peças com resistência mais baixa do que a nominal em função da variabilidade na resistência dos materiais e dimensões;

- b) considerar a ocorrência de imprecisões nas equações de projeto;
- c) exprimir o grau de ductilidade e a confiabilidade necessários à peça sujeita aos efeitos da carga considerada;
- d) exprimir a importância funcional da peça na estrutura.

Desta forma, diferentemente da norma brasileira, o ACI 318 não considera apenas a variabilidade da resistência à compressão do concreto em função do desvio padrão e o tipo de carga, mas considera também a importância da peça na estrutura como um todo. Sendo assim, o coeficiente de redução de resistência,  $\phi$ , é aplicado não ao concreto ou ao aço em separado, mas sim à resistência final da peça e é determinado da seguinte maneira:

- a) 0,90 para seções predominantemente tracionadas;
- b) para seções predominantemente comprimidas,
  - 0,75 para peças com armadura em espiral;
  - 0,65 para peças com outras armaduras que não em espiral.
- c) 0,85 para peças submetidas ao cisalhamento e à torção.

Nos casos em que a deformação da armadura tracionada estiver entre os limites das seções predominantemente comprimidas e tracionadas, o fator  $\phi$  pode ser aumentado linearmente até o valor de 0,9, conforme apresentado na figura 2.

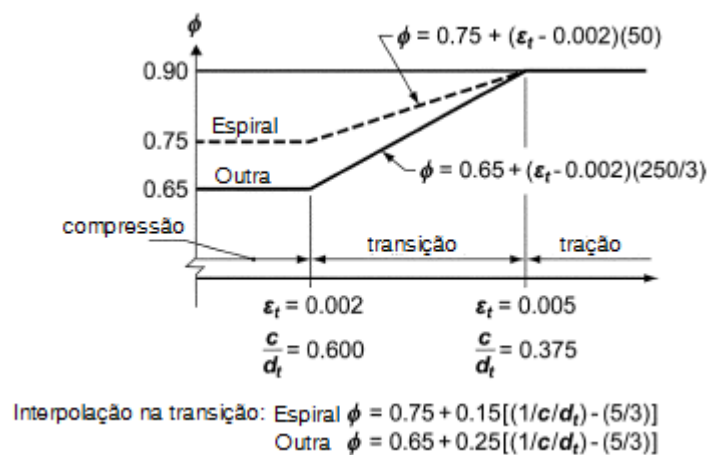


Figura 2: variação do coeficiente  $\phi$   
 (adaptado de AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 118)

Na figura 2 apresentada acima,  $c$  representa a profundidade da linha neutra no momento da determinação da resistência nominal e  $d_t$  é a distância entre a fibra de maior compressão e a barra de aço mais tracionada. Já  $\varepsilon_t$  representa o valor da deformação.

A resistência característica à compressão do concreto pode atingir valores muito elevados, no entanto, a NBR 6118 tem sua validade limitada, pois conforme estabelecido na própria Norma, sua utilização limita-se à aplicação de concretos pertencentes às classes de resistência do grupo I, sendo que este corresponde à resistência de até 50 MPa. Esta limitação não ocorre em algumas referências normativas internacionais como é o caso do ACI 318. Para este, considerando a utilização de concreto estrutural, a resistência característica à compressão não deve ser menor do que 17 MPa, não havendo limite superior a ser considerado.



## 4 CONSIDERAÇÕES E HIPÓTESES DE CÁLCULO

Hipóteses de cálculo podem ser definidas como sendo as proposições adotadas sobre o comportamento do concreto trabalhando em conjunto com o aço (concreto armado) sob o efeito de condições ambientais e de solicitações específicas. As proposições são obtidas através de ensaios de laboratório que reproduzem as considerações de Norma sobre as condições ambientais e as solicitações específicas. Seus resultados são apresentados de forma numérica em cada uma das referências normativas. São essas hipóteses que traduzem o comportamento das estruturas de concreto armado submetidas aos diferentes tipos de solicitação sob determinadas condições. Na sequência são apresentadas as hipóteses de cálculo e suas considerações apresentadas pela NBR 6118 e pelo ACI 318.

### 4.1 NBR 6118:2003

A NBR 6118 apresenta, no capítulo 6, diretrizes para a durabilidade das estruturas de concreto, de modo que estas estruturas apresentem segurança e estabilidade e conservem sua aptidão em serviço em todo o decorrer de sua vida útil, sob as condições ambientais previstas no período de concepção do projeto e desde que a estrutura seja utilizada da maneira como projetada. A vida útil da estrutura é definida como sendo o período de tempo no qual o concreto mantém suas características, considerando uso e manutenção, conforme prescrito por projetista e construtor. A Norma considera que a vida útil pode estar associada à estrutura como um todo ou, então, às suas partes, permitindo assim diferentes vidas úteis para diferentes partes da estrutura.

A Norma ainda considera os mecanismos de deterioração e envelhecimento da estrutura, apresentando como preponderantes no concreto a lixiviação, as expansões e as reações deletérias superficiais de certos agregados. Já para o aço, considera-se como mecanismo preponderante de deterioração a despassivação seja por carbonatação ou devido ao alto teor do íon cloro. Para a estrutura como um todo, os mecanismos considerados são todos aqueles

com origem nas ações mecânicas, sejam elas fluência, retração, relaxação, impactos, ações cíclicas ou movimentações de origem térmica.

O funcionamento da estrutura como um todo está relacionado ao meio externo ao qual ela se encontra exposta, sendo este o responsável pela determinação da espessura do cobrimento da armadura e, concomitantemente, da relação água-cimento permitida segundo a agressividade ambiental. A Norma classifica a agressividade ambiental como “[...] relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras [...]” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 16). Para tal, a classe de agressividade ambiental é classificada de acordo com as considerações apresentadas no quadro 2.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>1), 2)</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>1)</sup>	Grande
		Industrial <sup>1), 2)</sup>	
IV	Muito forte	Industrial <sup>1), 3)</sup>	Elevado
		Respingos de maré	

<sup>1)</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>2)</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

<sup>3)</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Quadro 2: classificação de agressividade ambiental  
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 16)

A durabilidade das estruturas está diretamente relacionada com as características do concreto, sejam elas a relação água-cimento ou a resistência à compressão, bem como ao cobrimento dado à armadura. A NBR 6118 apresenta que, para estabelecer os parâmetros mínimos a serem atendidos, devem ser realizados ensaios de desempenho da durabilidade da estrutura que comprovem seu funcionamento frente ao tipo e ao nível da agressividade prevista em projeto. Estes parâmetros mínimos são apresentados no quadro 3.

Concreto	Tipo	Classe de agressividade (tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40
NOTAS 1 O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655. 2 CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado. 3 CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.					

Quadro 3: correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 18)

Por cobrimento mínimo, entende-se como o valor mínimo a ser respeitado em toda a extensão da estrutura considerada para que a peça seja considerada aceita. Este deve ser garantido através da consideração, tanto em projeto como em execução, do cobrimento nominal apresentado no quadro 4. Pela Norma, é permissível o uso do cobrimento nominal apresentado, diminuído de cinco milímetros, porém, apenas nos casos em que houverem adequado controle de qualidade e limites rígidos de tolerância de variabilidade de medidas, sendo que o controle rigoroso deve estar explícito nos desenhos de projeto. Deve-se ressaltar que os valores de cobrimento correspondem à dimensão referente à superfície da armadura externa, sendo esta geralmente o estribo. Deve-se respeitar ainda algumas condições referentes ao cobrimento nominal, sendo que este deve ser maior ou igual que:

- a) o diâmetro da barra;
- b) o diâmetro do feixe de barras, sendo o diâmetro do feixe calculado conforme equação 5;
- c) a metade do diâmetro da bainha.

$$\varnothing_n = \varnothing(n)^{1/2} \quad (\text{equação 5})$$

Onde:

$\varnothing_n$  = diâmetro do feixe;

$\varnothing$  = diâmetro da barra que compõe o feixe;

$n$  = número de barras que compõe o feixe.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (tabela 6.1)			
		I	II	III	IV <sup>3)</sup>
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje <sup>2)</sup>	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto protendido <sup>1)</sup>	Todos	30	35	45	55

<sup>1)</sup> Cobrimento nominal da armadura passiva que envolve a bainha ou os fios, cabos e cordoalhas, sempre superior ao especificado para o elemento de concreto armado, devido aos riscos de corrosão fragilizante sob tensão.

<sup>2)</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas por 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal  $\geq 15$  mm.

<sup>3)</sup> Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobrimento nominal  $\geq 45$  mm.

Quadro 4: correspondência entre classe de agressividade e cobrimento nominal  
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 19)

Outra consideração importante é a referente aos coeficientes de majoração das cargas que produzem as solicitações às quais a seção está submetida. Trata-se dos valores de cálculo, sendo estes entendidos como os valores representativos das ações multiplicados pelos respectivos coeficientes de majoração  $\gamma_f$ . Para tal,  $\gamma_f$  encontra-se definido na equação 6.

$$\gamma_f = \gamma_{f1}\gamma_{f2}\gamma_{f3} \quad (\text{equação 6})$$

Onde:

$\gamma_f$ : coeficiente de majoração de cargas;

$\gamma_{f1}$ : coeficiente parcial que considera a variabilidade das ações;

$\gamma_{f2}$ : coeficiente parcial que considera a simultaneidade das ações;

$\gamma_{f3}$ : coeficiente parcial que considera possíveis erros na obtenção dos efeitos das ações.

Os valores de  $\gamma_{f1}$  e  $\gamma_{f3}$  são apresentados de forma conjunta no quadro 5, e os valores de  $\gamma_{f2}$  com suas respectivas considerações podem ser observados no quadro 6.

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 <sup>1)</sup>	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Onde:  
D é desfavorável, F é favorável, G representa as cargas variáveis em geral e T é a temperatura.  
<sup>1)</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Quadro 5: coeficiente equivalente  $\gamma_{f1} \gamma_{f3}$   
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 59)

Ações		$\gamma_2$		
		$\psi_0$	$\psi_1$ <sup>1)</sup>	$\psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>2)</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas <sup>3)</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

<sup>1)</sup> Para os valores de  $\psi_1$  relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23.  
<sup>2)</sup> Edifícios residenciais.  
<sup>3)</sup> Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

Quadro 6: coeficiente  $\gamma_{f2}$   
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 59)

Como as ações consideradas dividem-se basicamente em permanentes e variáveis e que ambas atuam diferentemente em termos de probabilidade, deve ser feita a combinação das ações. Isto se justifica pelo fato da baixa probabilidade de todas as cargas variáveis atuarem simultaneamente em seus valores de maior intensidade, sendo assim, estas cargas podem sofrer minorações através da consideração de suas combinações. Outro fator importante é o da determinação dos efeitos mais desfavoráveis ao funcionamento da estrutura, determinação esta permitida através da análise das combinações de ações. Em se tratando do

dimensionamento da estrutura através das premissas do estado limite último, existem três tipos de combinações últimas: as normais, as especiais ou de construção e as excepcionais.

As combinações últimas normais consideram a atuação das ações permanentes e de uma ação variável principal em seus valores característicos, e a atuação das demais ações variáveis, tidas como secundárias, em seus valores minorados. Para as combinações últimas especiais ou de construção são consideradas as ações permanentes e a ação especial, quando esta existir, em seus valores representativos e as demais cargas variáveis em seus valores reduzidos, considerando uma probabilidade não desprezível de que estas últimas ocorram de maneira simultânea. Por fim, no caso de combinações últimas excepcionais, a análise é feita de maneira similar às combinações últimas especiais ou de construção, substituindo a ação especial pela excepcional, compreendida como sendo aquela cujos efeitos são causados, por exemplo, por sismos, incêndio ou colapso progressivo. A apresentação detalhada dos diferentes tipos de combinações se encontra no quadro 7.

A análise da resistência de uma seção de concreto armado submetida ao esforço normal, considerando o estado limite último, parte de algumas **hipóteses de cálculo** a serem admitidas, como pode ser visto em Fusco (1981, p. 4-6):

- a) manutenção da seção plana: a seção transversal mantém a forma plana até que se atinja o estado limite último. Sendo assim, em cada ponto, as deformações normais são proporcionais à distância da linha neutra, sendo esta a linha imaginária que divide a zona comprimida da zona tracionada da seção;
- b) solidariedade dos materiais: considera-se que a aderência entre as barras de aço e o concreto promova o trabalho conjunto dos dois materiais, fazendo com que a deformação específica da armadura seja a mesma do concreto;
- c) encurtamentos últimos do concreto: o encurtamento específico do concreto na ruptura, indiferente de sua resistência, é de 3,5‰ na flexão pura, 2‰ na compressão axial e varia entre estes dois valores na compressão excêntrica;
- d) alongamentos últimos das armaduras: para seções de concreto armado, o alongamento último das armaduras tracionadas é limitado em 10‰;
- e) diagrama de tensões parábola-retângulo: admite-se que as tensões de compressão na seção transversal da peça no estado limite último assumam uma distribuição parábola-retângulo;
- f) diagrama retangular de tensões: pode-se admitir distribuição de tensões de compressão simplificada, através da substituição do diagrama parábola-retângulo por um diagrama retangular de tensões.

Combinações últimas (ELU)	Descrição	Cálculo das solicitações
Normais	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto armado <sup>1)</sup>	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{oj} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{oe} F_{eqk}$
	Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de concreto protendido	Deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores $P_{k\max}$ e $P_{k\min}$ para a força desfavorável e favorável, respectivamente, conforme definido na seção 9
	Perda do equilíbrio como corpo rígido	$S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} G_{nk} + \gamma_q Q_{nk} - \gamma_{qs} Q_{s,\min}$ , onde: $Q_{nk} = Q_{1k} + \sum \psi_{oj} Q_{jk}$
Especiais ou de construção <sup>2)</sup>	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{oj} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{oe} F_{eqk}$	
Excepcionais <sup>2)</sup>	$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + F_{q1exc} + \gamma_q \sum \psi_{oj} F_{qjk} + \gamma_{eq} \psi_{oe} F_{eqk}$	
<p>Onde:</p> <p><math>F_d</math> é o valor de cálculo das ações para combinação última;</p> <p><math>F_{gk}</math> representa as ações permanentes diretas;</p> <p><math>F_{egk}</math> representa as ações indiretas permanentes como a retração <math>F_{egk}</math> e variáveis como a temperatura <math>F_{eqk}</math>;</p> <p><math>F_{qk}</math> representa as ações variáveis diretas das quais <math>F_{q1k}</math> é escolhida principal;</p> <p><math>\gamma_g, \gamma_{eg}, \gamma_q, \gamma_{eq}</math> – ver tabela 11.1;</p> <p><math>\psi_{oj}, \psi_{oe}</math> - ver tabela 11.2;</p> <p><math>F_{sd}</math> representa as ações estabilizantes;</p> <p><math>F_{nd}</math> representa as ações não estabilizantes;</p> <p><math>G_{sk}</math> é o valor característico da ação permanente estabilizante;</p> <p><math>R_d</math> é o esforço resistente considerado como estabilizante, quando houver;</p> <p><math>G_{nk}</math> é o valor característico da ação permanente instabilizante;</p> <p><math>Q_{nk} = Q_{1k} + \sum_{j=2}^m \psi_{oj} Q_{jk}</math>;</p> <p><math>Q_{nk}</math> é o valor característico das ações variáveis instabilizantes;</p> <p><math>Q_{1k}</math> é o valor característico da ação variável instabilizante considerada como principal;</p> <p><math>\psi_{oj}</math> e <math>Q_{jk}</math> são as demais ações variáveis instabilizantes, consideradas com seu valor reduzido;</p> <p><math>Q_{s,\min}</math> é o valor característico mínimo da ação variável estabilizante que acompanha obrigatoriamente uma ação variável instabilizante.</p> <p><sup>1)</sup> No caso geral, devem ser consideradas inclusive combinações onde o efeito favorável das cargas permanentes seja reduzido pela consideração de <math>\gamma_g = 1,0</math>. No caso de estruturas usuais de edifícios essas combinações que consideram <math>\gamma_g</math> reduzido (1,0) não precisam ser consideradas.</p> <p><sup>2)</sup> Quando <math>F_{g1k}</math> ou <math>F_{g1exc}</math> atuarem em tempo muito pequeno ou tiverem probabilidade de ocorrência muito baixa <math>\psi_{oj}</math>, pode ser substituído por <math>\psi_{2j}</math>.</p>		

Quadro 7: combinações últimas  
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA, DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 61)

O diagrama de tensões parábola-retângulo referenciado nas hipóteses acima consiste de um segmento retangular de tensões a partir do ponto de deformação igual a 3,5‰ (fibra mais comprimida) até o ponto correspondente à deformação de 2‰. A partir deste ponto, as tensões de compressão assumem a forma parabólica (parábola do segundo grau) e decrescem até o valor nulo na linha neutra.

A tensão máxima admitida, apresentada na região de distribuição retangular de tensões, é tomada como sendo igual a 85% da resistência de cálculo à compressão do concreto, nos casos em que a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda mais comprimida (ou menos tracionada). Em caso contrário, a tensão máxima a ser admitida é a de 80% da resistência de cálculo à compressão do concreto.

O diagrama retangular é utilizado para fins de simplificação em substituição ao parábola-retângulo, sendo caracterizado por apresentar dimensão igual a 0,8 da profundidade  $x$  da linha neutra e, nesta região, apresenta tensão uniforme de acordo com as mesmas condições apresentadas para o diagrama parábola-retângulo. As figuras 3 e 4 ilustram as situações apresentadas.

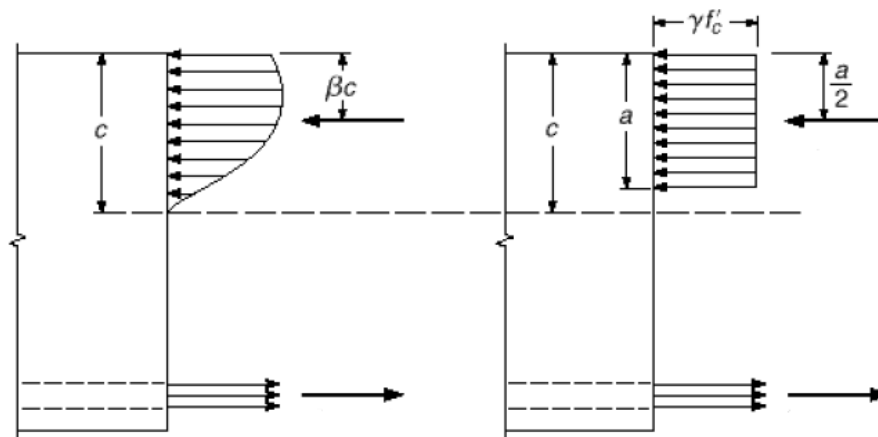


Figura 3: diagramas parábola-retângulo e retangular simplificado (NILSON et alli, 2004, p. 78)



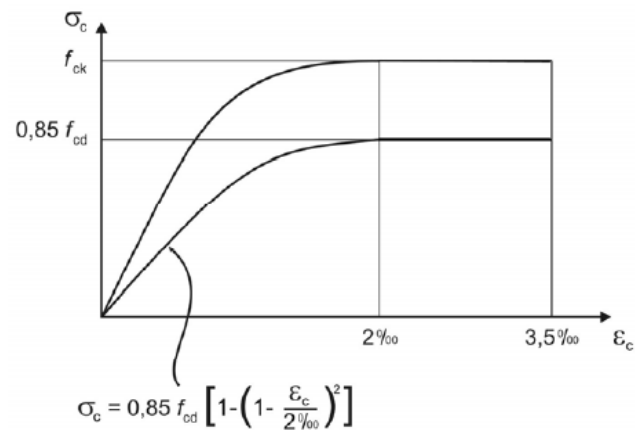


Figura 4: diagrama de tensão-deformação idealizado  
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 24)

Já o aço considerado pela norma brasileira para armadura passiva pode pertencer a uma das três categorias a seguir: CA-25, CA-50 e CA-60, sendo a parte numérica da nomenclatura correspondente ao valor característico da resistência de escoamento da respectiva classe. Admite-se que o módulo de elasticidade do aço seja tomado como sendo igual a 210 GPa. Para fins de cálculo através da consideração dos estados-limite último e de serviço permite-se a utilização do diagrama simplificado tanto para o aço que apresenta patamar de escoamento, quanto para o que não o apresenta. O diagrama tensão-deformação para o aço utilizado com função de armadura passiva pode ser observado na figura 5.

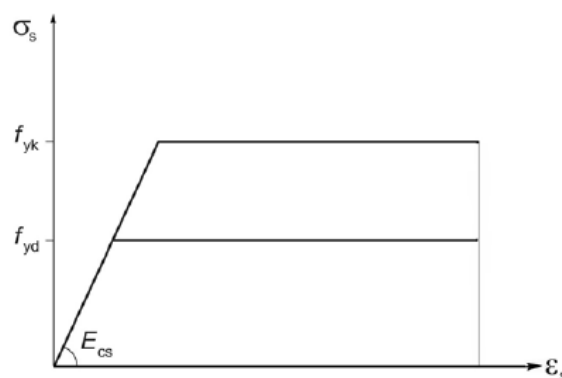


Figura 5: diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas  
(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 27)

## 4.2 ACI 318-08

A seguir são apresentadas as considerações e hipóteses referentes ao estudo do ACI 318 que permitirão, posteriormente, o dimensionamento das seções transversais, utilizando concretos com resistência característica usual ou acima de 50 MPa.

Diferentemente da Norma Brasileira, o ACI 318 aborda de maneira mais específica as diferentes classes de agressividade às quais a estrutura pode estar exposta, e utiliza-se desta classificação para apresentar uma relação água-cimento do concreto que seja adequada para prover a estrutura da durabilidade necessária. Destaca-se que é necessário que o projetista defina o concreto a ser utilizado, escolhendo uma resistência característica que seja condizente com a máxima relação água-cimento permitida para determinada classe de agressividade e, ainda, sem desobedecer a resistência mínima à compressão exigida de 17 MPa. A Norma apresenta quatro categorias de exposição que afetam os requisitos de funcionalidade do concreto armado, a fim de garantir a durabilidade da estrutura, sendo elas as seguintes categorias de exposição: *F*, *S*, *P* e *C*. As categorias são apresentadas no capítulo 4 da Norma Americana (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 55-57).

A categoria *F* trata do concreto utilizado na parte exterior da estrutura, em contato com o ambiente externo e exposto a umidade e ciclos de congelamento e descongelamento com ou sem utilização de produtos químicos de degelo. Esta classe se subdivide em outras quatro: *F0*, *F1*, *F2* e *F3*. A primeira trata do concreto que não está sujeito a ciclos de congelamento e descongelamento, já a segunda, *F1*, engloba o concreto exposto a este ciclo e que ocasionalmente estará exposto à umidade antes do processo de congelamento. *F2* é caracterizado da mesma maneira que *F1*, no entanto, a exposição à umidade não é tida como ocasional e, sim, como contínua. Nestas duas últimas subclasses apresentadas, a utilização de sal de degelo não está prevista. Por último, a categoria *F3* trata do concreto exposto ao ciclo de congelamento e descongelamento, havendo contato contínuo com umidade e com previsão da utilização de agentes químicos de degelo.

A categoria *S* se aplica ao concreto em contato com solo ou água que contém íons de sulfato solúveis nos mesmos. Esta categoria também se subdivide em quatro: *S0*, *S1*, *S2* e *S3*. A primeira se aplica ao ambiente em que a concentração de sulfato solúvel em contato com o

concreto é baixa e o ataque nocivo destes sulfatos não é uma preocupação. As três subcategorias em sequência tratam do concreto em contato direto com sulfatos solúveis no solo ou na água. O grau de severidade da exposição é que diferencia cada uma das três subcategorias.

Nos casos em que o concreto em contato com água deve ser analisado em termos de sua permeabilidade, trata-se da categoria *P*. Em suas subdivisões, *P0* engloba os casos em que não há uma exigência específica de permeabilidade, já *P1* trata dos casos em que o concreto necessita apresentar baixa permeabilidade frente a água, pois sua entrada pode reduzir a durabilidade ou afetar o desempenho estrutural da peça.

Os casos de concretos armado e protendido expostos a condições que requerem proteção adicional contra a corrosão da armadura estão incluídos na categoria *C*. *C0* trata de condições ambientais de exposição que não demandam proteção adicional ao início do processo de corrosão da armadura. *C1* e *C2* se aplicam aos casos em que as condições ambientais requerem proteção adicional à armadura, sendo que as duas subdivisões de diferenciam de acordo com o grau de exposição a fontes externas de umidade e cloretos.

Baseando-se nestas categorias, a Norma americana ainda prevê os requisitos mínimos de relação água-cimento e resistência à compressão do concreto, conforme apresentado no quadro 8. No quadro 9 são apresentadas as diferentes categorias e suas respectivas classes de maneira esquemática.

Classe	Máx. a/c	Mín. $f_c'$ [Mpa]
F0	N/A	17
F1	0,45	31
F2	0,45	31
F3	0,45	31
S0	N/A	17
S1	0,50	28
S2	0,45	31
S3	0,45	31
P0	N/A	17
P1	0,50	28
C0	N/A	17
C1	N/A	17
C2	0,40	35

Quadro 8: exigências mínimas para o concreto em função da classe de exposição (adaptado de AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 58)

<b>Categoria</b>	<b>Agressividade</b>	<b>Classe</b>	<b>Condição</b>	
<b>F</b> Congelamento e Descongelamento	Não aplicável	F0	Concreto não exposto ao ciclo de congelamento e descongelamento	
	Moderado	F1	Concreto exposto ao ciclo de congelamento e descongelamento e a ocasional umidade	
	Agressivo	F2	Concreto exposto ao ciclo de congelamento e descongelamento e em contato contínuo com a umidade	
	Muito agressivo	F3	Concreto exposto ao ciclo de congelamento e descongelamento, contato contínuo com umidade e com químicos de degelo	
<b>S</b> Sulfatos			<b>SO<sub>4</sub> solúvel em água no solo, % por peso</b>	<b>SO<sub>4</sub> dissolvido em água, ppm</b>
	Não aplicável	S0	SO <sub>4</sub> < 0,10	SO <sub>4</sub> < 150
	Moderado	S1	0,10 ≤ SO <sub>4</sub> < 0,20	150 ≤ SO <sub>4</sub> < 1.500
	Agressivo	S2	0,20 ≤ SO <sub>4</sub> ≤ 2,00	1.500 ≤ SO <sub>4</sub> ≤ 10.000
	Muito agressivo	S3	SO <sub>4</sub> > 2,00	SO <sub>4</sub> > 10.000
<b>P</b> Permeabilidade	Não aplicável	P0	Em contato com a água onde não é requerida a baixa permeabilidade	
	Requerida	P1	Em contato com a água onde é requerida a baixa permeabilidade	
<b>S</b> Proteção contra corrosão	Não aplicável	S0	Concreto seco ou protegido de umidade	
	Moderado	S1	Concreto exposto a umidade, mas não a fontes externas de cloretos	
	Agressivo	S2	Concreto exposto a umidade e a fontes externas de cloretos de químicos para degelo, sal, água salgada, água do mar ou vapor destas fontes	

Quadro 9: categorias de exposição  
(adaptado de AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 56)

O cobrimento de concreto, que apresenta a função de proteger a armadura contra o ambiente e outros agentes, é medido da superfície do concreto até a superfície da armadura mais externa, a qual se aplica o cobrimento. No caso em que esta cobertura de concreto é estabelecida para uma classe de peças estruturais, ela deve ser medida até a borda externa dos estribos, laços ou espirais se a armadura transversal cercar as barras principais. Se mais de uma camada de barras for utilizada, sem o uso de estribos ou laços, o cobrimento deve ser medido até a camada mais externa. Os cobrimentos mínimos exigidos pela norma americana são os seguintes:

- a) 7,5 cm para concreto moldado em solo ou permanentemente exposto a ele;
- b) para concreto exposto ao solo e a condições climáticas,
  - 5,0 cm quando utilizadas barras números 19 a 57;

- 4,0 cm quando utilizadas barras número 16 ou menores;
- c) para concreto não exposto a condições climáticas ou em contato com o chão,
  - em lajes e paredes, 4,0 cm (para barras número 43 a 57) ou 2,0 cm (para barras número 36 ou menores);
  - em vigas e pilares, 4,0 cm para armadura primária, estribos, laços e espirais;
  - em cascas e peças com chapa dobrada, 2,0 cm para barras número 19 ou superior, e 1,3 cm para barras número 16 ou menores.

Por superfície de concreto exposta ao solo e a condições climáticas, conforme o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 91-92), entende-se que o concreto se encontra diretamente exposto a diferentes percentuais de umidade, além das variações de temperatura. Lajes ou partes inferiores de elementos estruturais não são consideradas como sendo diretamente expostas, a menos que sujeitos a alternância de períodos molhados e secos, inclusive se causados pelo fenômeno de condensação ou por vazamento de uma superfície superior exposta, escoamento, ou efeitos similares. A Norma ainda permite a utilização de métodos alternativos de proteção da armadura, caso estes resultem em valores equivalentes à camada de concreto adicional estabelecida. Nestes casos, o cobrimento não deve ser menor que o exigido para armaduras não expostas ao ambiente. A correspondência entre a numeração das barras e os seus respectivos diâmetros pode ser observada no quadro 10.

Tamanho da barra, No.	Diâmetro nominal, mm	Área nominal, mm <sup>2</sup>	Massa nominal, kg/m
10	9,5	71	0,560
13	12,7	129	0,994
16	15,9	199	1,552
19	19,1	284	2,235
22	22,2	387	3,042
25	25,4	510	3,973
29	28,7	645	5,060
32	32,3	819	6,404
36	35,8	1006	7,907
43	43,0	1452	11,380
57	57,3	2581	20,240

Quadro 10: barras de aço padrão ASTM  
(adaptado de AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 439)

Para definir a resistência necessária que um determinado elemento estrutural deve fornecer, o ACI 318 utiliza a combinação de ações que atuam sobre este elemento. Assim como na norma brasileira, são atribuídos pesos a cada uma das diferentes ações, considerando o grau de incerteza sobre o valor da ação e, também, a probabilidade de todas as ações ocorrerem ou não de maneira simultânea. A resistência necessária deve ser ao menos igual ao efeito das ações compensadas por seus respectivos coeficientes.

O fator correspondente a cada carga e combinação é influenciado pelo grau de precisão com o qual cada um dos efeitos pode ser calculado e a variação que pode ser esperada da ação durante a vida útil da estrutura. O peso próprio, por ser mais precisamente determinado e apresentar menor variabilidade, é associado a um fator de carga mais baixo. Os fatores de carga são também adotados em função da variabilidade da análise estrutural que calcula os esforços aos quais a estrutura está submetida. A Norma Americana considera as seguintes ações:

- a) *D*: peso próprio da estrutura;
- b) *E*: ação devida a abalos sísmicos;
- c) *F*: peso e pressão de fluidos com densidade definida;
- c) *H*: peso e pressão devidos ao solo;
- d) *L*: cargas acidentais;
- e) *L<sub>r</sub>*: cargas acidentais em coberturas;
- f) *R*: carga gerada pela chuva;
- g) *S*: carga gerada pela neve;
- h) *T*: efeito cumulativo devido à temperatura, deformações, retração, ajustes diferenciais;
- i) *W*: carga gerada pela ação do vento.

A Norma fornece fatores de carga para combinações específicas de ações. Ao atribuir fatores às combinações de carga, faz-se alguma consideração frente à probabilidade de ocorrência simultânea. Por mais que grande parte das combinações seja abordada pela Norma, não se deve considerar que todos os possíveis casos estejam amparados. As combinações das ações

definidas acima, com seus respectivos fatores de carga, são apresentadas nas equações de 7 a 13, onde  $U$  representa a resistência nominal mínima necessária à peça.

$$U = 1,4(D + F) \quad (\text{equação 7})$$

$$U = 1,2(D + F + T) + 1,6(L + H) + 0,5(Lr \text{ ou } S \text{ ou } R) \quad (\text{equação 8})$$

$$U = 1,2D + 1,6(Lr \text{ ou } S \text{ ou } R) + (1,0L \text{ ou } 0,8W) \quad (\text{equação 9})$$

$$U = 1,2D + 1,6W + 1,0L + 0,5(Lr \text{ ou } S \text{ ou } R) \quad (\text{equação 10})$$

$$U = 1,2D + 1,0E + 1,0L + 0,2S \quad (\text{equação 11})$$

$$U = 0,9D + 1,6W + 1,6H \quad (\text{equação 12})$$

$$U = 0,9D + 1,0E + 1,6H \quad (\text{equação 13})$$

O fator de multiplicação da carga  $L$  nas equações 9, 10 e 11 pode ser reduzido a 0,5, exceto para estacionamentos, áreas projetadas com a finalidade de assembléias públicas e em qualquer área em que a carga  $L$  apresentar valor superior a  $4,8 \text{ KN/m}^2$ . Nos casos em que a carga devida à ação do vento não tiver sofrido redução por fator de direção, permite-se a

utilização do fator 1,3 ao invés de 1,6 para  $W$  nas equações 10 e 12. Nos casos em que  $E$  for considerado em nível de serviço, para as equações 11 e 13, deve-se substituir o coeficiente 1,0 por 1,4. Nas equações 12 e 13, nos casos em que a ação  $H$  neutraliza as ações  $W$  ou  $E$ , deve-se desconsiderar  $H$ , assumindo seu fator de carga como sendo igual a zero. Quando a pressão lateral do solo gerar resistência a outras ações aplicadas na estruturas, essa resistência não deve ser incluída em  $H$ , mas deve ser incluída na resistência de projeto. Caso a estrutura deva resistir a forças de impacto, estas devem ser adicionadas à ação  $L$ .

Estas combinações de cargas estão apresentadas no Capítulo 9 da Norma Americana, no entanto, não é considerada a combinação correspondente unicamente ao peso próprio  $W$  e à carga acidental  $L$ . Para este caso, faz-se uso do Apêndice C da Norma, como apresentado na equação 14.

$$U = 1,4D + 1,7L \quad (\text{equação 14})$$

Feitas as considerações correspondentes à Norma americana, a seguir são apresentadas as **hipóteses de cálculo** baseadas no estudo do ACI 318.

A resistência de uma peça, tomada como sendo o valor após redução por aplicação de fator de segurança, requer que duas condições sejam satisfeitas: equilíbrio estático e compatibilidade de deformações. O equilíbrio entre as forças de tração e compressão na seção transversal deve ser satisfeito. A compatibilidade de tensões e deformações é estabelecida através dos pressupostos apresentados a seguir.

Segundo o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 129-130) a tensão na armadura e no concreto deve ser considerada de maneira diretamente proporcional à distância da linha neutra, com exceção do caso de vigas-parede onde deve ser adotada uma distribuição não-linear de deformações.

O encurtamento máximo para a fibra mais comprimida do concreto deve ser tomado como sendo igual a 3‰. O encurtamento de ruptura do concreto, observado em ensaios, apresenta variação entre 3‰ e valores acima de 8‰ sob condições especiais. Entretanto, a deformação



na qual os momentos últimos são desenvolvidos está normalmente entre 3 a 4‰ para peças com dimensões e materiais usuais.

A tensão na armadura abaixo de  $f_y$  deve ser tomada como o módulo de elasticidade do aço,  $E_s$ , multiplicado pela sua deformação. Para deformações superiores àquela correspondente à  $f_y$ , a tensão na armadura deve ser considerada independente da deformação e como sendo igual a  $f_y$ . O aumento da resistência devido ao endurecimento plástico do aço é desconsiderado na avaliação da seção. Para calcular a resistência de uma seção, o esforço de tração ou de compressão desenvolvido na armadura é calculado, quando  $\varepsilon_s < \varepsilon_y$  (deformação de plastificação), como apresentado na equação 15:

$$A_s f_s = A_s E_s \varepsilon_s \quad (\text{equação 15})$$

Onde:

$A_s$  = área de aço;

$f_s$  = tensão de tração no aço;

$E_s$  = módulo de elasticidade do aço;

$\varepsilon_s$  = deformação correspondente à tensão aplicada.

No caso em que  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$ , deve-se seguir a equação 16:

$$A_s f_s = A_s f_y \quad (\text{equação 16})$$

Onde:

$A_s$  = área de aço;

$f_s$  = tensão de tração no aço;

$f_y$  = resistência característica a tração do aço.

O módulo de elasticidade do aço  $E_s$  deve ser tomado como sendo igual a 200 GPa.

A resistência à tração do concreto deve ser desprezada para cálculo no estado limite último. A resistência à tração na flexão do concreto é uma propriedade de maior variabilidade do que a sua resistência à compressão e tem valor por volta de 10 a 15% da resistência à compressão. Para peças com porcentagens usuais de armadura, a hipótese de desconsideração da resistência à tração do concreto condiz com os ensaios realizados. A resistência à tração do concreto é desprezada em situações últimas, no entanto, é importante nas verificações de serviço ligadas à fissuração e a deformações.

A relação entre a distribuição de tensões de compressão no concreto e sua deformação deve ser considerada como retangular, trapezoidal, parabólica ou qualquer outra forma que resulte em uma previsão da capacidade resistente em concordância com os resultados de ensaio. Essa hipótese abrange a distribuição inelástica de tensões do concreto sujeito a altas tensões. Assim que a tensão máxima de compressão é alcançada, a relação tensão-deformação do concreto deixa de ser linear e passa a apresentar forma curva (a tensão não é mais proporcional à deformação).

A forma geral da curva de tensão-deformação é basicamente função da resistência do concreto e consiste de uma curva crescente que parte do zero e chega ao seu máximo para uma deformação à compressão entre 1,5 e 2‰. Segue-se um trecho de tensão decrescente até atingir a máxima deformação (ruptura do concreto) entre 3 e 8‰. Como pressuposto de projeto, a máxima deformação do concreto é adotada como sendo igual a 3‰.

A real distribuição de tensão de compressão do concreto é complexa e, geralmente, não é conhecida de forma explícita. Os estudos mostram que as propriedades importantes da distribuição de tensão do concreto podem ser aproximadas utilizando qualquer uma das diferentes hipóteses com relação à sua forma. A Norma americana permite que qualquer distribuição de tensão particular possa ser adotada no projeto se os resultados da determinação da resistência máxima sejam mostrados em concordância com os resultados de testes de compressão. Muitas distribuições de tensão têm sido propostas, as três mais comuns são a parabólica, a trapezoidal e a retangular.

Para propósitos de dimensionamento, uma distribuição retangular equivalente de tensões de compressão pode substituir a distribuição de tensões mais exata. Esta distribuição de tensões

não representa a real distribuição na zona de compressão do estado limite último, mas promove, essencialmente, os mesmos resultados obtidos em testes. Nesta distribuição retangular equivalente, assim como estabelecido pela Norma brasileira, uma tensão uniforme de  $0,85f_c'$  deve ser tomada sobre a zona delimitada pelas bordas da seção transversal e por uma linha reta, paralela à linha neutra, localizada a uma distância  $a$  da fibra sujeita à maior tensão de compressão. O valor de  $a$  é calculado pela multiplicação de  $\beta_1$  e  $c$ . Diferentemente da Norma brasileira que estipula  $\beta_1$  como um valor fixo, para o ACI 318  $\beta_1$  é o fator que depende da resistência do concreto. O termo  $c$  representa a altura da zona comprimida, conforme figura 6.

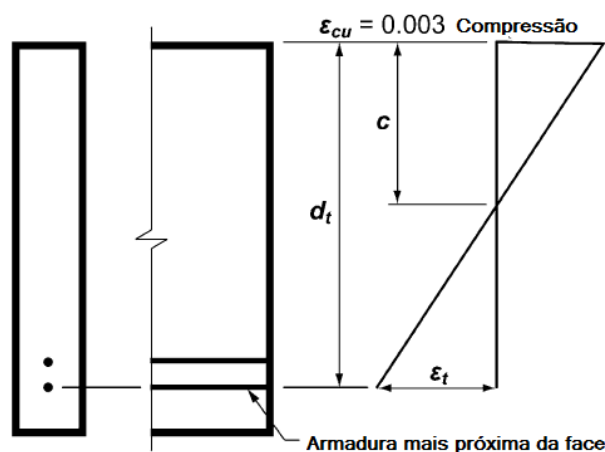


Figura 6: distribuição de tensões  
(adaptado de AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 131)

Para  $f_c'$  entre 17 e 28 MPa,  $\beta_1$  deve ser tomado como sendo igual a 0,85. Para resistência à compressão do concreto acima de 28 MPa,  $\beta_1$  deve ser reduzido linearmente à razão de 0,05 para cada 7 MPa de resistência excedida de 28 MPa, sendo que  $\beta_1$  não deve ser inferior a 0,65. Este limite inferior de  $\beta_1$  foi estabelecido em 1976 como complemento a norma de 1971, sendo este limite adotado para concretos de alta resistência acima de 55 MPa. Através de pesquisa feita com concretos de alta resistência, observou-se a validade da distribuição equivalente retangular de tensões para concretos com resistência acima de 55 MPa, adotando-se  $\beta_1$  igual a 0,65.

A condição de balanceamento de tensões ocorre em uma seção transversal quando a máxima deformação na fibra mais comprimida atinge o valor de 3‰ ao mesmo tempo que é atingida a

deformação  $f_y/E_s$  no aço submetido à tração. A taxa de armadura  $\rho_b$ , que satisfaz essas condições depende da forma da seção transversal e da localização da armadura.

De acordo com o ACI 318 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 2008, p. 133) a solicitação normal de projeto  $\phi P_n$  de peças comprimidas não pode ultrapassar o valor máximo  $\phi P_{n,Max}$  dado pelas equações 17 e 18, sendo que a primeira deve ser utilizada para peças não protendidas com armadura em forma espiral, já para outras disposições de armadura deve-se utilizar a equação 18.

$$\phi P_{n,máx} = 0,85\phi[0,85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (\text{equação 17})$$

$$\phi P_{n,máx} = 0,80\phi[0,85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (\text{equação 18})$$

Onde:

$P_{n,máx}$  = máxima solicitação normal de projeto;

$f'_c$  = resistência à compressão do concreto;

$A_g$  = área bruta da seção de concreto;

$A_{st}$  = área transversal de aço;

$f_y$  = resistência característica à tração do aço.

Peças sujeitas a cargas normais de compressão devem ser projetadas para o máximo momento que pode acompanhar esta carga axial. A força normal consignada  $P_u$  para dada excentricidade não deve exceder o disposto nas equações 17 e 18. O momento máximo consignado  $M_u$  deve ser majorado para consideração de efeitos de esbeltez.

Originalmente, eram especificadas excentricidades mínimas com o objetivo de reduzir a resistência à compressão de projeto de uma seção solicitada puramente à compressão e para considerar excentricidades acidentais que não estavam consideradas na análise da peça. Além disso, deve-se reconhecer que a resistência do concreto deve ser menor do que  $f'_c$  quando a

solicitação for composta por cargas muito elevadas. A principal finalidade da consideração da excentricidade mínima era a de limitar a resistência à compressão máxima de projeto de uma peça comprimida. Agora, este fator não é mais considerado, pois sua função já está contemplada através da limitação da resistência à compressão do concreto ao valor entre 80 e 85% da resistência nominal.

Anteriormente à aplicação das equações, devem ser feitas as considerações de compatibilidade entre tensões e deformações que geram os domínios relativos às hipóteses de dimensionamento estabelecidas pela Norma.

## 5 DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

### 5.1 SOLICITAÇÕES NORMAIS

Solicitações normais são aquelas aplicadas na seção transversal de um elemento que originam tensões normais a esta seção. Pilares são exemplo de peças submetidas a este esforço e, portanto, sendo assim dimensionados através de um único processo que resulta na armadura longitudinal necessária para a resistência da estrutura.

Para Fusco (1981, p. 2), “De acordo, com os princípios da resistência dos materiais, os esforços solicitantes são entes mecânicos referidos ao centro de gravidade da seção transversal.” e “[...] os esforços solicitantes atuantes são calculados tomando-se, como pólo de redução dos esforços, o centro de gravidade da seção geométrica da peça, sem consideração da armadura.”.

Quando houver a ação de um momento fletor na seção transversal, ocorre a chamada flexão simples. Caso haja combinação da ação deste momento fletor com uma força normal, seja ela de tração ou de compressão, ocorre a flexão composta. As solicitações de flexão ainda podem ser divididas em normais ou oblíquas. A primeira ocorre quando o plano de flexão da peça coincide com seu eixo de simetria. Caso a peça não possua eixo de simetria ou o plano de flexão não coincida com este, trata-se do segundo caso, a flexão oblíqua.

### 5.2 ESTADO LIMITE ÚLTIMO

O dimensionamento das estruturas de concreto armado é realizado através da análise de estados limites, sendo estes os estados limites último (ELU) e de serviço (ELS). O primeiro representa a capacidade máxima de suporte de uma peça e o segundo, por sua vez, representa o aspecto funcional da estrutura, seja ele a durabilidade, a aparência, o conforto, entre outros.

A este trabalho cabe a verificação do estado limite último de esgotamento da capacidade resistente, resultante das solicitações normais aplicadas.

Antigamente, o dimensionamento de peças em concreto armado era realizado levando-se em consideração o estado limite último de ruptura, caracterizado por Fusco (1981, p. 2) como sendo a ruptura da peça de concreto, sem considerar se houve escoamento prévio da armadura ou não. No entanto, ainda segundo Fusco (1981, p. 2), constatou-se “[...] a necessidade de limitação do alongamento da armadura tracionada das peças submetidas a solicitações normais.”, pois em caso de alongamento excessivo das barras tracionadas, o estado limite último é alcançado através da fissuração exagerada do concreto, mesmo que este não tenha alcançado a ruptura no seu banzo comprimido.

Aliando-se a isto o fato de que é muito difícil identificar experimentalmente o início do fenômeno físico de ruptura do concreto, a verificação do estado limite último é feita através de relações que associam a ruptura do concreto e, portanto, a sua capacidade de suporte, à deformação assumida pelo mesmo. Ou seja, “[...] o concreto atinge a ruptura quando o seu encurtamento alcança determinados valores experimentalmente justificados.” (FUSCO, 1981, p. 2).

Sendo assim, a análise do estado limite último se dá através da limitação do alongamento das barras tracionadas, além da limitação do encurtamento da zona de concreto comprimido. O estado limite último é atingido no momento em que a fibra mais comprimida do concreto assume o valor de encurtamento igual a  $\varepsilon_{cu}$ . Já para o aço, o valor de alongamento a partir do qual o estado limite último é alcançado é limitado ao valor de  $\varepsilon_{su}$ . Os valores limites de  $\varepsilon_{cu}$  e  $\varepsilon_{su}$  são os definidos nas hipóteses de cálculo referentes a cada uma das normas estudadas.

Desprezando-se a capacidade resistiva à tração do concreto, a deformação limite  $\varepsilon_{su}$  da armadura corresponde a uma abertura de fissuras de um milímetro a cada dez centímetros no caso da NBR 6118 que limita  $\varepsilon_{su}$  em 10‰, sendo que o ACI 318 não faz limitação à deformação do aço. Neste ponto de fissuração, a peça é considerada em ruptura, ou seja, sem capacidade resistente. Sendo o encurtamento do concreto menor que o valor estabelecido por  $\varepsilon_{cu}$  e sendo o alongamento da armadura menor que o valor estabelecido por  $\varepsilon_{su}$ , a peça não está em ruína e pode-se garantir a eficiência da estrutura dentro da análise do estado limite último.

A Norma Americana limita-se a forçar a ruptura a ocorrer com o escoamento do aço e, caso isso não ocorra, fatores de segurança apresentam-se mais elevados.

Ainda existe o caso em que a seção transversal da peça encontra-se plenamente comprimida, onde a deformação última do concreto passa a apresentar comportamento variável. A ruptura neste caso ocorre na faixa de encurtamento do concreto entre 2 e 3,5‰ pela Norma Brasileira, e se mantém em 3‰ pela Norma Americana. Na figura 7, é possível observar as possíveis configurações referentes aos estados limites últimos.

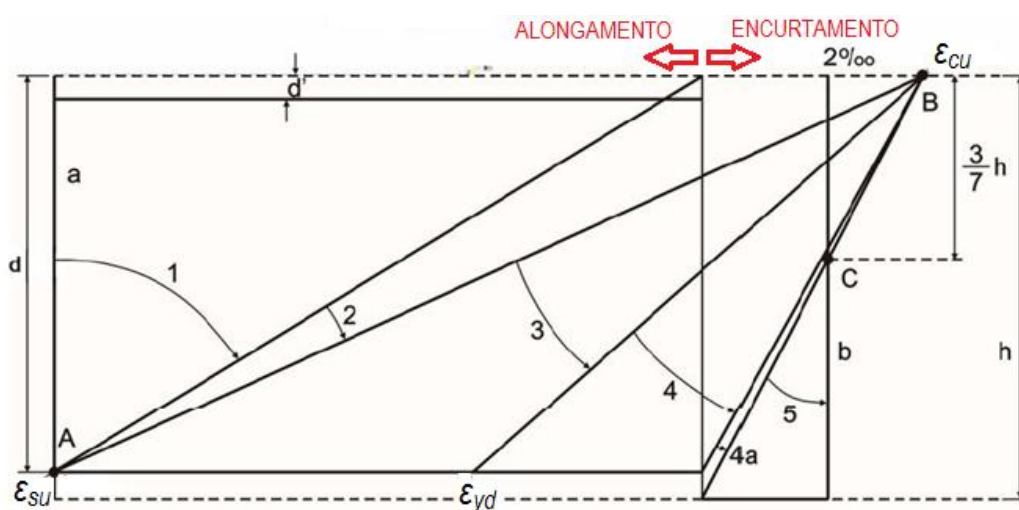


Figura 7: domínios de estado limite último de uma seção transversal (adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 108)

A figura 7 apresenta as possíveis configurações nas quais uma peça em concreto armado pode estar trabalhando quando sujeita a solicitações normais. Cada uma destas configurações apresenta características específicas, com diferentes combinações de esforços de compressão e tração, diferentes posições de linha neutra e diferentes deformações. Portanto, como pode ser observado, cada região corresponde a um **domínio** dentro do estado limite último.

A análise dos domínios do estado limite último se faz necessária para que se determine a posição da linha neutra para determinada configuração de carregamento agindo em uma seção específica. Com a posição da linha neutra determinada, faz-se uso das hipóteses de cálculo fornecidas pelas respectivas Normas e, então, aplicam-se as equações de equilíbrio.

O estado limite último no **domínio 1** é caracterizado pela deformação  $\epsilon_1 = \epsilon_{su}$ , onde  $\epsilon_1$  é a deformação na armadura mais tracionada. É limitado pela *reta a* que representa a tração



uniforme na seção e segue pela área de tração não uniforme com ausência de compressão. Como abordado no texto de Fusco (1981, p. 7), neste domínio a linha neutra se encontra externamente à seção transversal ( $x < 0$ ), sendo esta submetida aos casos de tração axial e tração excêntrica com pequena excentricidade. Admite-se que o concreto se encontra inteiramente fissurado e, portanto, sem capacidade resistiva. As relações de compatibilização entre deformações para o domínio 1 são apresentadas nas equações 19 e 20. Este primeiro domínio não possui equivalente para as considerações do ACI 318.

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{su} \frac{d - x}{d' - x} \quad (\text{equação 19})$$

$$\varepsilon_c = -\varepsilon_{su} \frac{x}{d - x} \quad (\text{equação 20})$$

Onde:

$\varepsilon_2$ : deformação na armadura menos tracionada;

$d$ : distância da face menos tracionada da estrutura ao eixo da armadura mais tracionada;

$x$ : posição da linha neutra;

$d'$ : distância da face menos tracionada da estrutura ao eixo da armadura menos tracionada;

$\varepsilon_c$ : deformação na face menos tracionada do concreto.

No **domínio 2**,  $\varepsilon_l$  ainda se apresenta no seu valor último,  $\varepsilon_{su}$ . No entanto, a linha neutra já se encontra dentro da seção transversal, ocasionando a formação de um banzo comprimido e outro tracionado, sendo que sua posição esta limitada entre zero e o valor de  $x_{23}$  apresentado na equação 21. As solicitações denominadas por tração excêntrica com grande excentricidade, flexão pura e compressão excêntrica com grande excentricidade fazem parte deste domínio. O concreto, mesmo comprimido, ainda não alcança a sua deformação última de ruptura. As equações 22 e 23 fornecem as relações de compatibilidade de deformações para este domínio.

Em vista a não limitação da deformação do aço pelo ACI 318, esta configuração de domínio também não possui equivalente.

$$x_{23} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{su} + \varepsilon_{cu}} d \quad (\text{equação 21})$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{su} \frac{x - d'}{d - x} \quad (\text{equação 22})$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{su} \frac{x}{d - x} \quad (\text{equação 23})$$

Onde:

$x_{23}$ : posição da linha neutra que faz divisão entre os domínios 2 e 3.

Em sequência, ocorre o **domínio 3**, caracterizado pelo fato de o concreto atingir sua deformação última, ou seja,  $\varepsilon_c$  assume o valor de  $\varepsilon_{cu}$ . A linha neutra permanece dentro da seção transversal e, portanto, permanece a caracterização do domínio anterior com a presença de banzos comprimido e tracionado. A diferenciação ocorre em função da coincidência entre ruptura do concreto e escoamento do aço, tornando este o domínio econômico de projeto, pois tanto o concreto quanto o aço estão sendo exigidos ao máximo de suas capacidades de suporte. Além disso, devido ao escoamento do aço, no domínio 3 não ocorre a ruína não-avisada do elemento estrutural, ou seja, anteriormente à ruína ocorre a fissuração. Casos de tração excêntrica com grande excentricidade, flexão pura e compressão excêntrica com grande excentricidade também fazem parte deste domínio. Estando a linha neutra restrita ao intervalo entre  $x_{23}$  e  $x_{lim}$ , com  $x_{lim}$  apresentado na equação 24, as equações 25 e 26 definem a compatibilidade de deformações deste domínio. Para a Norma americana, este seria o domínio equivalente de relação entre tensões e deformações para a maioria dos casos, podendo o aço apresentar qualquer deformação.

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\frac{f_{yd}}{E_s} + \varepsilon_{cu}} d \quad (\text{equação 24})$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{cu} \frac{d - x}{x} \quad (\text{equação 25})$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{cu} \frac{x - d'}{x} \quad (\text{equação 26})$$

Onde:

$x_{lim}$ : posição da linha neutra que faz divisão entre os domínios 3 e 4;

$\varepsilon_1$ : deformação na armadura tracionada.

Para o **domínio 4** as considerações feitas para o domínio 3 se fazem válidas. A diferença é que a armadura tracionada apresenta deformação inferior àquela relacionada ao início de escoamento do aço. Isto significa que a ruptura da estrutura se dá de maneira frágil, significando que a ruína ocorre de forma não-avisada: o concreto rompe sem que o aço tracionado proporcione a fissuração. Em função de o aço não estar sendo exigido ao seu máximo, a estrutura projetada neste domínio é considerada superarmada. As relações de compatibilidade de deformações são as mesmas apresentadas no domínio anterior exceto pela posição da linha neutra que se encontra entre o valor de  $x_{lim}$  e o valor de  $d$ .

Para Fusco (1981, p. 10), o **domínio 4a** “[...] é um simples domínio de transição conceitual, estando limitado por uma posição da linha neutra tangente à fibra extrema da seção [...]”. Neste domínio o concreto continua no seu limite de deformação última e ambas armaduras se apresentam comprimidas, visto que a linha neutra ainda corta a seção transversal, porém na

região de cobrimento da armadura menos comprimida. Definida, para o domínio 4a, a posição da linha neutra entre os valores de  $d$  e  $h$ , onde  $h$  é a altura da seção retangular, percebe-se que as tensões de compressão na armadura menos comprimida são desprezíveis. As relações de compatibilização de deformação estão apresentadas nas equações 25 e 26 expressas no domínio 3. Estes dois últimos domínios também ocorrem nas configurações do ACI 318, no entanto, são evitados por resultar em coeficientes que majoram bastante os esforços atuantes na seção, em função de uma possível ruptura não estar ocorrendo com o escoamento do aço.

Por fim, desenvolve-se o **domínio 5**, sendo apresentado como o oposto ao primeiro domínio. A linha neutra não se encontra mais dentro da seção transversal, sendo que sua posição  $x$  apresenta valores superiores ao de  $h$ . Neste domínio, a seção encontra-se totalmente comprimida, passando pelos casos de flexo-compressão e de compressão uniforme. Estes dois casos de solicitação se encontram em um ponto comum, o **ponto c** que pode ser observado na figura 7. O domínio se caracteriza pela variação da deformação de ruptura do concreto, que oscila entre o valor de  $\varepsilon_{cu}$  e 2‰. Assim, desenvolvem-se as equações de compatibilização de deformação relativas ao domínio 5 (ver equações 27, 28 e 29). Para o ACI 318, embora a compressão total da seção seja permitida, visto que a deformação máxima permitida continua em 3‰, as relações entre tensões e deformações continuam sendo as apresentadas para o domínio 3.

$$\varepsilon_c = 2\text{‰} \frac{x}{x - \mu h} \quad (\text{equação 27})$$

$$\varepsilon_1 = 2\text{‰} \frac{x - d}{x - \mu h} \quad (\text{equação 28})$$

$$\varepsilon_2 = 2\text{‰} \frac{x - d'}{x - \mu h} \quad (\text{equação 29})$$

Onde:

$\mu$ : equivale a 3/7 para as hipóteses da NBR 6118.

Na figura 8 podem ser observados as configurações características dos domínios pelas hipóteses de dimensionamento do ACI 318.

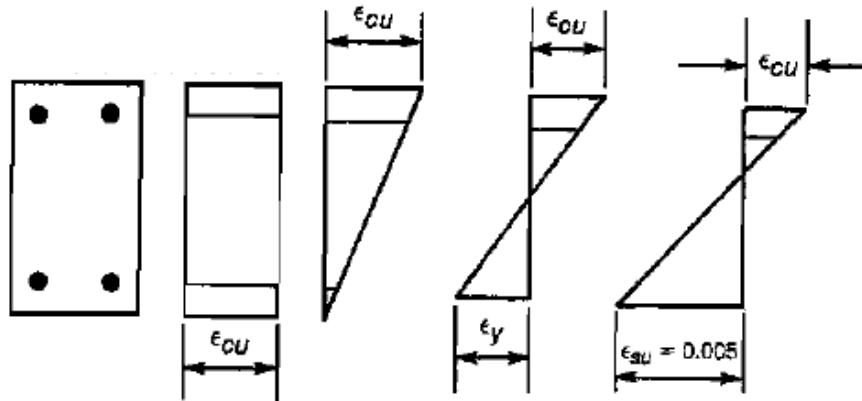


Figura 8: configuração dos domínios pelo ACI 318  
(adaptado de MACGREGOR; WIGHT 2005, p. 487).

Pode-se destacar que, em todas as configurações possíveis pelas hipóteses do ACI 318, o concreto encontra-se na sua deformação máxima de 3‰ e que, sempre que possível, o aço encontra-se em escoamento. Isto se deve ao fato de que procura-se fazer o dimensionamento de maneira a garantir o escoamento do aço para que, em caso de ruptura, esta ocorra de maneira avisada e não abrupta.

### 5.3 O PROGRAMA

Para o programa desenvolvido, primeiramente deve ser definida a Norma de referência para a execução do procedimento de cálculo. Desta forma, ao executar o programa, a primeira janela aberta solicita que o usuário forneça esta informação, conforme apresentado na figura 9.

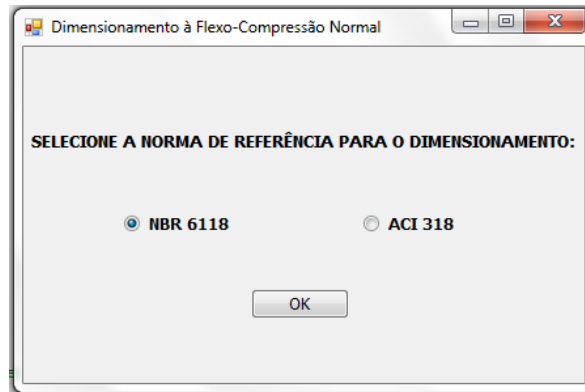


Figura 9: janela de decisão sobre referência normativa.

Decidida a referência normativa, o programa abre uma nova janela de interface com o usuário para entrada de dados específicos da seção a ser dimensionada. A figura 10 apresenta a interface para cada uma das opções apresentadas na primeira janela. Nela podem ser observados os dados de entrada cabíveis ao usuário.

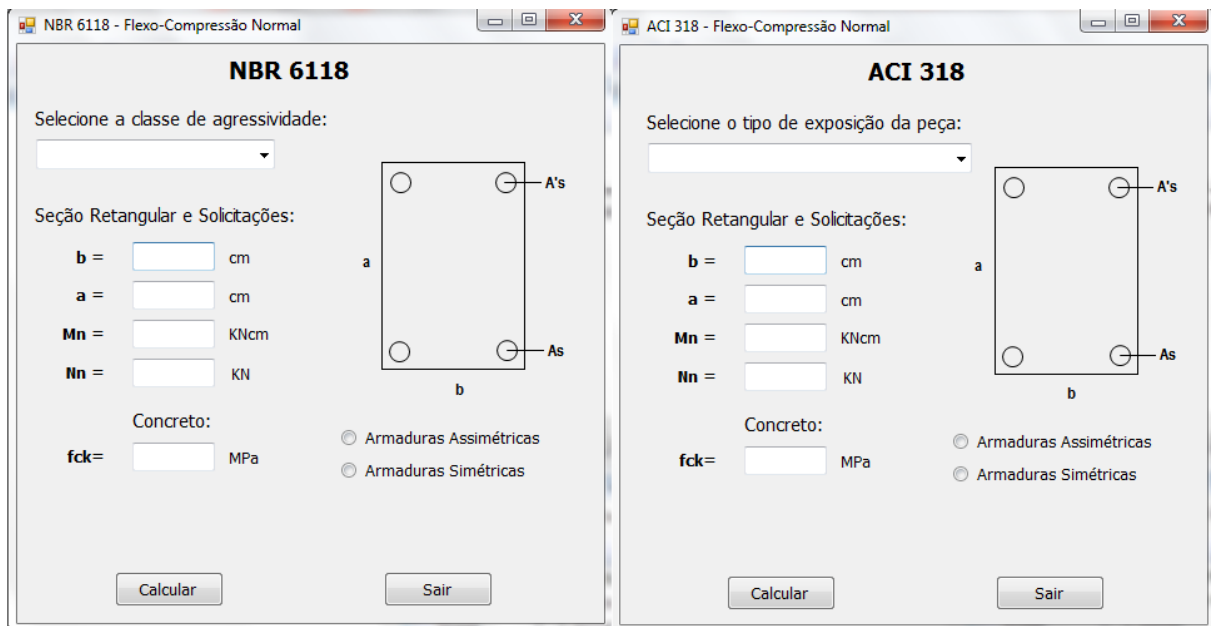


Figura 10: dados de entrada para o dimensionamento.

Para o processo segundo as hipóteses da NBR 6118, deve-se determinar inicialmente a classe de agressividade a qual a peça estará submetida e, além disso, definem-se a geometria da seção, a força normal de compressão atuando no centro de gravidade da seção retangular e o momento fletor. As solicitações a serem utilizadas como dado de entrada, devem ser as solicitações nominais. Após, define-se a resistência à compressão característica do concreto e,

além disso, é decidido se a armadura dimensionada será simétrica ou assimétrica. Caso nenhuma das opções de armadura seja assinalada, o programa calcula automaticamente para armação simétrica.

A diferença básica em termos de solicitações para o dimensionamento pelos critérios e hipóteses do ACI 318 é que as solicitações, embora sejam as mesmas em valor nominal, serão diferentes em valor de projeto, devido aos diferentes coeficientes de majoração. Além disso, para a Norma americana, não deve ser especificada a classe de agressividade ambiental, mas sim a exposição a qual a peça de concreto estará submetida. Com os dados de entrada completados pelo usuário, deve-se clicar no botão *Calcular* na parte inferior direita e a área de aço necessária para as condições determinadas será fornecida.

Com os dados de entrada, o programa processa determinados parâmetros que são válidos no desenvolvimento do cálculo em qualquer caso de abordagem cabível ao programa. Estes parâmetros são os seguintes:  $\gamma_c$ ,  $\gamma_s$ ,  $\varepsilon_{cu}$ ,  $\varepsilon_{su}$ ,  $E_s$  e  $\emptyset$ . Os dois primeiros se referem ao coeficiente de redução de resistência, respectivamente, do concreto e do aço. Já  $\varepsilon_{cu}$  representa a maior deformação de compressão permitida ao concreto e  $\varepsilon_{su}$  a maior deformação de tração permitida ao aço, dadas as hipóteses de dimensionamento no estado limite último.  $E_s$  se refere ao módulo de elasticidade do aço e  $\emptyset$  diz respeito ao coeficiente de redução de resistência da peça como um todo.

Além destes parâmetros, as equações de dimensionamento foram adaptadas com a inclusão do coeficiente  $\beta_1$  que representa a percentagem da profundidade da linha neutra que equivale à altura do diagrama retangular simplificado de tensões. Para a Norma nacional,  $\beta_1$  equivale a 0,80 em qualquer situação, porém, para a Norma americana,  $\beta_1$  varia conforme as hipóteses apresentadas anteriormente. Desta forma,  $\beta_1$  é representado pelos valores apresentados pelas equações 30 e 31, respectivamente para as Normas brasileira e americana.

$$\beta_1 = 0.80 \qquad \text{(equação 30)}$$

$$\beta_1 = \begin{cases} 0.85 \rightarrow f_{ck} \leq 28 \text{ MPa} \\ 0.85 - (f_{ck} - 28) \frac{0.05}{7} \rightarrow 28 \text{ MPa} < f_{ck} < 55 \text{ MPa} \\ 0.65 \rightarrow f_{ck} \geq 55 \text{ MPa} \end{cases} \quad (\text{equação 31})$$

O quadro 11 destaca as diferenças entre estes parâmetros em função de cada referência normativa adotada.

Parâmetros	NBR 6118	ACI 318
$\gamma_c$	1,40	1,00
$\gamma_s$	1,15	1,00
$\varepsilon_{cu}$	3,5‰	3‰
$\varepsilon_{su}$	10‰	-
$E_s$	210 GPa	200 GPa
$\phi$	1,00	variável
$\beta_1$	0,80	variável

Quadro 11: resumo dos diferentes parâmetros da NBR 6118 e do ACI 318.

O programa foi desenvolvido para o cálculo de diferentes casos de dimensionamento, sendo estes apresentados nas seções seguintes.

#### 5.4 O CASO DA FLEXÃO COMPOSTA NORMAL

A hipótese básica de compatibilização de deformações é expressa numericamente através da posição da linha neutra, ou seja, através de  $x$ . Com este valor definido na seção anterior, basta fazer o balanço de equilíbrio na seção solicitada e, então, o dimensionamento, expresso através da área de aço necessária para suportar determinada solicitação em uma dada seção, está concluído.

A equivalência entre esforços atuantes e resistentes deve ser satisfeita. Para tal, parte-se do princípio que na seção em questão está atuando um momento fletor qualquer  $M$  e uma força axial qualquer  $N$ . Por questão de simplificação de dimensionamento, as equações serão montadas em função de  $N$  e a excentricidade  $e_0$  que caracteriza a posição deste esforço



normal, visto que o momento gerado na seção ocorre em função de  $e_0$ , sendo este medido a partir do centro geométrico da peça. As ações e reações correspondentes a um caso mais genérico de solicitação podem ser observadas na figura 11.

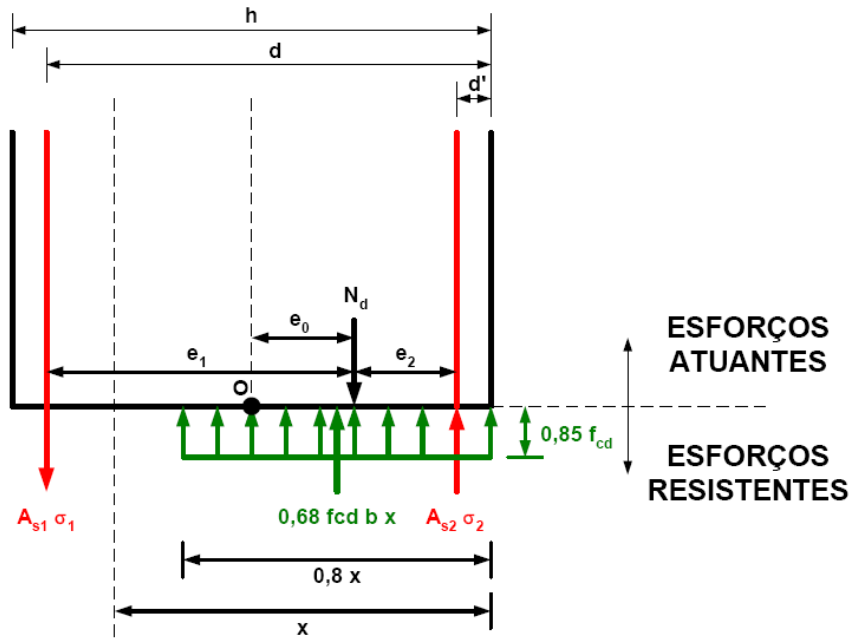


Figura 11: equivalência entre esforços atuantes e resistentes (CAMPOS FILHO, 2009, p. 7)

Caso o sistema apresentado na figura 11 fosse montado, haveria um número maior de incógnitas do que de equações, tornando o sistema indeterminado e, portanto, com infinitas soluções. No entanto, para que o dimensionamento leve a um resultado único, algumas incógnitas são arbitradas, levando assim a um sistema com solução única. Para tal, o dimensionamento é feito a partir da definição de grupos que compartilham de características similares. Primeiramente, decide-se se as armaduras serão simétricas ou assimétricas. No caso de armaduras assimétricas, faz-se o estudo de três grupos diferentes de solicitações. Para armaduras simétricas, a divisão é feita em quatro casos distintos.

Na sequência, são apresentados os procedimentos realizados pelo programa para o dimensionamento das seções tanto para armaduras assimétricas, quanto para armaduras simétricas.

### 5.4.1 Armaduras Assimétricas

Anteriormente à verificação dos diferentes tipos de casos de armaduras assimétricas, o programa realiza o cálculo das excentricidades  $e_0$ ,  $e_1$  e  $e_2$  (apresentadas anteriormente na figura 11). Tais excentricidades são calculadas pelas equações 32, 33 e 34, respectivamente.

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} \quad (\text{equação 32})$$

$$e_1 = \frac{d - d'}{2} + e_0 \quad (\text{equação 33})$$

$$e_2 = \frac{d - d'}{2} - e_0 \quad (\text{equação 34})$$

Onde:

$d'$ : refere-se ao cobrimento necessário somado a 1,00, considerando meio centímetro de estribo e meio centímetro correspondente a uma barra de 10 mm. O cobrimento foi obtido inicialmente com a entrada de dados do usuário, na classe de agressividade da Norma brasileira e na exposição da peça pela Norma americana;

$d$ : é a altura total  $a$  da seção retangular diminuída do valor de  $d'$ .

Posteriormente, com a opção armaduras assimétricas assinalada, o programa calcula as excentricidades limite que dividem os diferentes casos de análise. São considerados três casos: flexo-compressão com grande excentricidade, flexo-compressão com pequena excentricidade e compressão composta. Porém, são analisadas três excentricidades limite, pois é necessária, primeiramente, a verificação da necessidade teórica ou não de colocação de armadura na seção. Sendo assim, são calculadas as excentricidades limite  $e_2^0$ ,  $e_2^{GP}$  e  $e_2^{PC}$ , conforme equações de 35 a 37.

$$e_2^0 = \frac{N_d}{2 \times 0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b} - d' \quad (\text{equação 35})$$

$$e_2^{GP} = \frac{0.85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b x_{lim} \left( \frac{\beta_1}{2} x_{lim} - d' \right)}{N_d} \quad (\text{equação 36})$$

$$e_2^{PC} = \frac{0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b a (0.5a - d')}{N_d} \quad (\text{equação 37})$$

Onde:

$x_{lim}$ : esta especificado pela equação 24;

$e_2^0$ : representa o limite de verificação para necessidade ou não de armadura;

$e_2^{GP}$ : representa a excentricidade limite entre os casos de flexo-compressão com grande e pequena excentricidades;

$e_2^{PC}$ : representa a excentricidade limite entre os casos de flexo-compressão com pequena excentricidade e o caso de compressão composta.

Estes valores de excentricidades limite são comparados com o valor calculado da excentricidade  $e_2$ . Se  $e_2$  for menor que  $e_2^0$  existe a necessidade de colocação de armadura, e então serão analisadas as condições seguintes para saber em qual dos casos a situação se enquadra. Caso contrário, teoricamente não há necessidade de colocação de armadura e, sendo assim, o programa retorna a mensagem “Teoricamente, não é necessária armadura.”.

Havendo a necessidade de armar a seção, primeiramente o programa verifica se  $e_2$  é menor que  $e_2^{GP}$ . Em caso afirmativo, trata-se de um caso de flexo-compressão com grande excentricidade. Caso esta condição não seja satisfeita, verifica-se a segunda condição,

comparando  $e_2$  com  $e_2^{PC}$ . Se  $e_2$  for menor que a excentricidade limite  $e_2^{PC}$ , trata-se de um caso de flexo-compressão com pequena excentricidade e o dimensionamento será feito fazendo uso das equações relativas a este caso. Se esta última condição também não for atendida, assume-se que se trata de um caso de compressão composta e como tal a seção é dimensionada. A seguir, são explicitados os procedimentos em cada um dos casos.

No caso de **flexo-compressão com grande excentricidade**, sabe-se que  $A_{s1}$  é diferente de zero e que esta armadura encontra-se tracionada, correspondendo, portanto, aos domínios 2 e 3. Determina-se que  $A_{s1}$  é diferente de zero, pois o único meio de fazer o equilíbrio de esforços frente a este tipo de solicitação é através da existência de uma armadura tracionada. Para que o dimensionamento gere resultados otimizados, faz-se mais uma suposição: a armadura está escoando, ou seja,  $\varepsilon_s$  equivale a  $\varepsilon_{su}$  e, em consequência,  $f_y$  equivale a  $f_{yd}$ . Ainda restam duas possibilidades: deve-se utilizar armadura dupla ( $A_{s2}$  difere de zero) ou o problema encontra solução com a utilização de armadura simples ( $A_{s2}$  é igual a zero).

Para definir em qual dos casos a situação se enquadra, deve-se calcular o  $M_{dim}$  através da equação 38. Este valor é comparado com o valor resultante da multiplicação entre o esforço normal  $N_d$  e a excentricidade  $e_1$ . Caso esta multiplicação resulte menor que o valor de  $M_{dim}$ , trata-se de armadura simples, caso contrário, a equivalência de esforços atuantes e resistentes é encontrada com a utilização de armadura dupla.

$$M_{dim} = 0,85\beta_1 f_{cd} b x_{lim} \left( d - \frac{\beta_1 x_{lim}}{2} \right) \quad (\text{equação 38})$$

Tratando-se de um caso de armadura simples, o próximo passo a ser dado pelo programa é o cálculo da profundidade  $x$  da linha neutra. Para tal, o programa utiliza-se da equação de equilíbrio 39 e, através de procedimento desenvolvido, calcula a equação de segundo grau gerada e escolhe o valor de  $x$  coerente com a situação.

$$0,85 \frac{\beta_1^2 f_{ck}}{2 \gamma_c} b x^2 - 0,85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b d x + N_d e_1 = 0 \quad (\text{equação 39})$$

Conhecido o valor de  $x$ , calcula-se a área de aço tracionada necessária para equilíbrio do sistema de forças atuantes e resistentes. Para este cálculo, a equação 40 aparece explicitada em função de  $A_{s1}$  e, então, aplicada resulta na área de aço necessária, valor este que é retornado pelo programa, encerrando o dimensionamento para o caso de armadura simples.

$$A_{s1} = \frac{0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} bx}{\frac{f_{yk}}{\gamma_s}} \quad (\text{equação 40})$$

Em se tratando de um caso onde as condições de equilíbrio só podem ser alcançadas com utilização de armadura dupla, o procedimento realizado pelo programa é o apresentado agora. Primeiramente, a profundidade da linha neutra é tomada pelo valor de  $x_{lim}$  (equação 24). Após, é calculada a deformação  $\varepsilon_2$  na armadura  $A_{s2}$  e sua respectiva tensão  $\sigma_2$ , aplicando as relações tensão-deformação apresentadas anteriormente de acordo com o domínio a que se aplica. O programa calcula a deformação e compara com o valor de  $\varepsilon_{yd}$  para, então, definir a respectiva tensão associada. Com estes valores, torna-se possível o cálculo da armadura  $A_{s2}$  através da utilização da equação 41.

$$A_{s2} = \frac{N_d - M_{dlim}}{\sigma_2(d - d')} \quad (\text{equação 41})$$

Para finalizar o dimensionamento para o caso de armadura dupla solicitada à flexo-compressão com grande excentricidade, resta calcular a área de aço  $A_{s1}$ . Com  $A_{s2}$  já calculada, a equação 42 apresenta como única incógnita a área de aço que ainda necessita ser definida.

$$A_{s1} = \frac{0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} bx_{lim} + A_{s2}\sigma_2 - N_d}{\frac{f_{yk}}{\gamma_s}} \quad (\text{equação 42})$$

O programa retorna, então, os dois valores de  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  calculados e, assim, encerram-se os casos de flexo-compressão com grande excentricidade. A seguir, é apresentado o procedimento para o caso de flexo-compressão com pequena excentricidade.

Para resolver o equacionamento dentro do caso de **flexo-compressão com pequena excentricidade**, o programa calcula, inicialmente, a profundidade  $x$  da linha neutra através da equação 43. A consideração feita é que a armadura  $A_{s1}$ , neste caso, é igual a zero.

$$0.85 \frac{\beta_1^2 f_{ck}}{2 \gamma_c} b x^2 - 0.85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b d' x - N_d e_2 = 0 \quad (\text{equação 43})$$

Com a profundidade da linha neutra definida, as relações de tensão-deformação são utilizadas para o cálculo da deformação em  $A_{s2}$  e, assim, é estabelecida a tensão  $\sigma_2$ . As seções submetidas a flexo-compressão com pequena excentricidade podem se encontrar nos domínios 4, 4a ou 5, portanto, o programa verifica a qual domínio pertence o  $x$  calculado e faz uso das equações de compatibilidade do domínio em questão. Após, torna-se possível a definição da área de aço  $A_{s2}$  necessária em termos da equação 44.

$$A_{s2} = \frac{N_d - 0.85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b x}{\sigma_2} \quad (\text{equação 44})$$

O valor calculado de  $A_{s2}$  é retornado, finalizando o dimensionamento para a flexo-compressão com pequena excentricidade.

O último caso dentro das armaduras assimétricas a ser analisado é o caso da **compressão composta**. Para que o equilíbrio de esforços seja alcançado, e tendo em vista que a seção encontra-se totalmente comprimida, ocorre a necessidade de duas armaduras de compressão  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$ , sendo esta a diferenciação entre este e o caso anterior. Trata-se do caso em que a linha neutra se apresenta fora da seção no seu sentido positivo. Com a finalidade de gerar um resultado econômico de dimensionamento,  $x$  é arbitrado como possuindo valor de  $+\infty$ . Pelas relações de compatibilidade de deformação, o programa considera, então, que a deformação

em ambas as armaduras é igual ao limite de 2‰ (3‰ para o ACI 318). A partir de então, o sistema passa a apresentar solução única. Em vista que a seção se encontra totalmente comprimida, as relações de compatibilidade entre tensões e deformações correspondentes ao domínio 5 são utilizadas para determinação das tensões  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . Definidos estes valores, o programa calcula, através da equação 45, a área de aço  $A_{s1}$  e, através da equação 46, a área de aço  $A_{s2}$  que são necessárias ao equilíbrio de forças.

$$A_{s1} = \frac{N_d e_2 - 0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b a (0.5a - d')}{\sigma_1 (d - d')} \quad (\text{equação 45})$$

$$A_{s2} = \frac{N_d e_1 - 0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b a (d - 0.5a)}{\sigma_2 (d - d')} \quad (\text{equação 46})$$

O dimensionamento da seção solicitada à compressão composta é concluído e o programa retorna as duas áreas de aço calculadas.

Na figura 12 é apresentado, de maneira esquemática, o processo efetuado pelo programa para o dimensionamento das armaduras assimétricas das seções retangulares e na figura 13 um exemplo de dimensionamento de armaduras simétricas, fazendo uso do programa.

Para o procedimento para o ACI 318, as etapas apresentadas no fluxograma da figura 12 são aplicadas igualmente, respeitando as diferentes configurações dos domínios. No entanto, primeiramente, o programa verifica qual o caso de solicitação para o esforço atuante nominal e, então aplica as equações de equilíbrio para se estimar a posição da linha neutra. A partir de então, é analisada a relação  $x/d$  para definir o coeficiente  $\phi$  de majoração de esforços e, então, é feita nova verificação para adequar o dimensionamento ao tipo de solicitação, agora majorada pelo devido coeficiente.

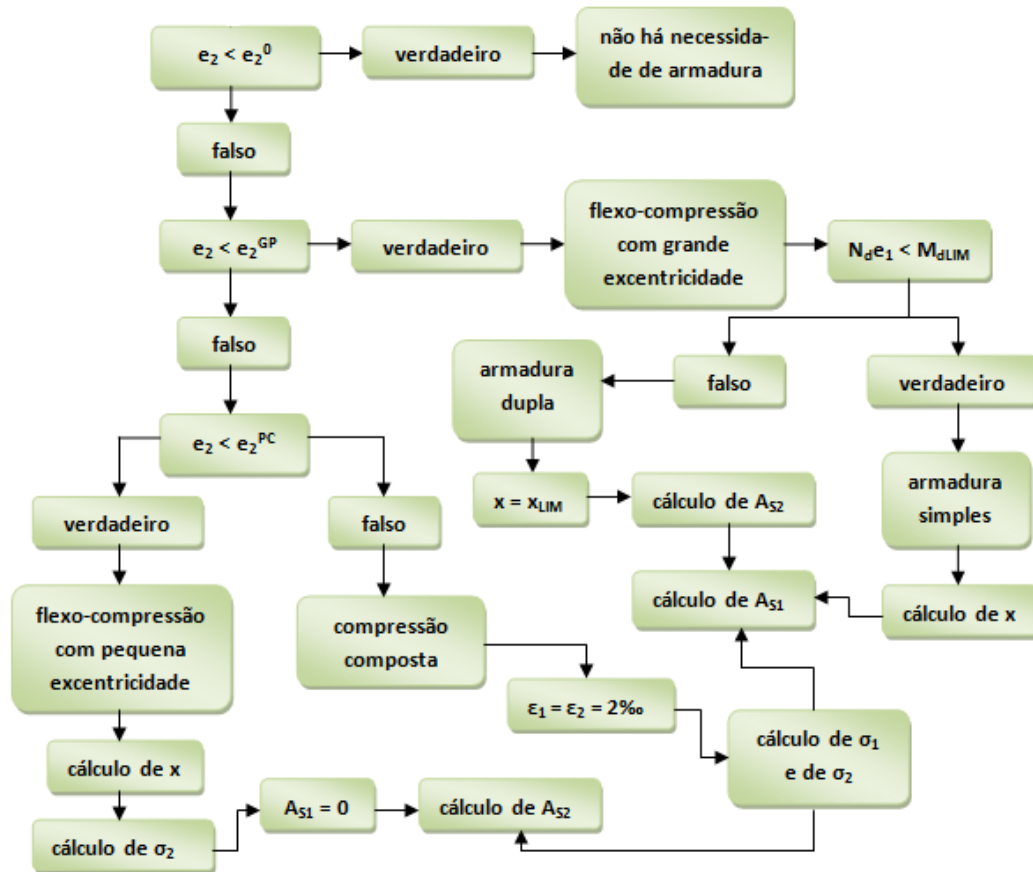


Figura 12: fluxograma para o dimensionamento de armaduras assimétricas.

NBR 6118 - Flexo-Compressão Normal

**NBR 6118**

Selecione a classe de agressividade:

Seção Retangular e Solicitações:

**b** =  cm  
**a** =  cm  
**Mn** =  KNcm  
**Nn** =  KN

Concreto:  
**fck** =  MPa

Armaduras Assimétricas  
 Armaduras Simétricas

**As** = **11,34** cm<sup>2</sup>      **A's** = **1,99** cm<sup>2</sup>

Figura 13: exemplo de dimensionamento de armadura assimétrica.



Em seguida, são apresentados os procedimentos para os diferentes casos de armadura simétrica, caso esta tenha sido a opção de dimensionamento escolhida pelo usuário.

### 5.4.2 Armaduras Simétricas

As soluções em armaduras simétricas apresentam inúmeras vantagens. Campos Filho (2009, p. 18) cita como vantagens principais o fato de que a utilização de armadura simétrica evita que, em obra, as posições sejam invertidas além de que para os casos de solicitações alternadas, a solução em armadura simétrica resulta no dimensionamento mais econômico.

A solução é caracterizada pelo fato de  $A_{s1}$  apresentar valor igual a  $A_{s2}$ . No entanto, as tensões  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  permanecem dependentes da profundidade  $x$  da linha neutra, impossibilitando a solução direta no dimensionamento. Desta forma, o programa se utiliza de processo iterativo para realizar o cálculo da área de aço  $A_s$  necessária. Para tal, as soluções são divididas em quatro casos específicos apresentados na sequência. No primeiro caso, o esforço normal atua fora da área compreendida entre as duas armaduras. Já no segundo, uma armadura se encontra tracionada enquanto a outra se apresenta comprimida. Para o terceiro caso, considera-se que ambas as armaduras se encontram comprimidas, no entanto, a deformação em cada uma ainda apresenta valores distintos. No último caso, além de ambas as armaduras estarem comprimidas, a seção encontra-se totalmente submetida à tensão de  $0,85f_{cd}$ , ou seja, as armaduras estão submetidas à deformação última no valor de 2‰ (ou 3‰ para o ACI 318).

Assim como para as soluções em armaduras assimétricas, inicialmente é feita a verificação se há ou não necessidade teórica de colocação de armadura. Caso esta necessidade seja verificada, os procedimentos para a determinação da área de aço necessária são apresentados a seguir.

Primeiramente, o programa calcula a excentricidade  $e_0$  conforme equação 32 apresentada no caso das armaduras assimétricas. Após, as condições apresentadas na equação 47 são analisadas.

$$e_0 \begin{cases} < \left( \frac{d - d'}{2} \right) \\ > \left( \frac{d - d'}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{equação 47})$$

Caso  $e_0$  satisfaça a primeira condição, o programa assume que se trata do primeiro caso e o dimensionamento é feito para tal. Caso  $e_0$  não satisfaça a primeira inequação, outras condições serão verificadas para se definir em qual caso a situação de dimensionamento se localiza.

Para o **caso1**, deve-se arbitrar um valor de  $x$  inicial para utilização na primeira iteração. O programa define este valor inicial através da resolução de duas equações do segundo grau, apresentadas nas equações 48 e 49. Uma delas apresentará soluções imaginárias, a outra resultará em valores reais. Estes valores retornados são analisados por procedimento específico para que se decida qual deles tem valor físico coerente para as condições específicas deste caso. Desta forma, o valor de  $x$  que é retornado após a resolução e análise das duas equações do segundo grau, é comparado com a faixa de validade de  $x$  para este primeiro caso, sendo ela  $0 < x < d$ . Uma média entre o valor retornado e o valor limite superior ou inferior é realizada e encontra-se, finalmente, o primeiro valor de  $x$  arbitrado para dar início ao processo iterativo.

$$A_{s1}\sigma_1 = \frac{0.85 \frac{\beta_1^2}{2} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b}{(d - d')} x^2 - \frac{0.85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b d'}{(d - d')} x + \frac{N_d |e_2|}{(d - d')} \quad (\text{equação 48})$$

$$A_{s2}\sigma_2 = \frac{0.85 \frac{\beta_1^2}{2} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b}{(d - d')} x^2 - \frac{0.85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b d}{(d - d')} x + \frac{N_d e_1}{(d - d')} \quad (\text{equação 49})$$

As equações de segundo grau resolvidas são aquelas tomadas pelos valores de  $A_{s1}\sigma_1$  e  $A_{s2}\sigma_2$  iguais a zero.

Com o valor de  $x$  inicial arbitrado conhecido, verifica-se o domínio no qual este valor está inserido. Assim, calculam-se as deformações e as respectivas tensões nas duas armaduras de acordo com as equações de compatibilidade do domínio em questão. Desta forma,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  deixam de ser incógnitas e, fazendo-se uso novamente das equações 48 e 49, desta vez explicitando  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$ , calculam-se as duas áreas de aço. Na sequência, um novo valor de  $x$  deve ser calculado para que seja feita nova iteração. Para tal, se faz uso da equação 50.

$$x_{calc} = \frac{N_d - A_s(\sigma_2 - \sigma_1)}{0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b} \quad (\text{equação 50})$$

Para a primeira iteração, a equação 50 é aplicada duas vezes, primeiramente substituindo  $A_s$  pela área de aço  $A_{s1}$  calculada anteriormente e, após, pela área de aço  $A_{s2}$ . O valor de  $x_{calc}$  que apresentar menor variação em relação ao  $x$  arbitrado inicialmente será o considerado para a nova iteração. Este valor de  $x_{calc}$  é somado ao valor de  $x$  inicial arbitrado e é feita, então, uma média simples entre os dois valores. O resultado desta média é o novo  $x$  arbitrado e o processo se repete para a nova iteração.

Ao final desta iteração, o programa verifica qual das áreas de aço obteve menor variação em relação à iteração anterior. Aquela que apresentar menor variação será a utilizada na equação 50 para que se calcule o próximo  $x$  arbitrado. O processo se repete enquanto o programa não verificar a convergência entre  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$ .

Quando a convergência for verificada, o programa retorna a área de aço  $A_s$  encontrada para solução do problema. O método iterativo é dos mínimos quadrados, no entanto, mesmo sendo um método simples de convergência, em todos os casos testados mostrou-se eficiente.

Se a situação de dimensionamento não for verificada como pertencente ao caso 1, a excentricidade  $e_2$  calculada pela equação 34, conforme apresentado para os procedimentos de armaduras assimétricas, é comparada com novas excentricidades limite. O cálculo das excentricidades limite, para o caso de armaduras simétricas, é processado pela aplicação das equações 51 e 52 apresentadas a seguir.

$$e_2^{2,3} = \frac{0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} bd \left( \frac{\beta_1}{2} d - d' \right)}{N_d} \quad (\text{equação 51})$$

$$e_2^{3,4} = \frac{d - d'}{2} \left[ 1 + \left( \frac{R_{cc}}{N_d} - 1 \right) \left( \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \right) \right] \quad (\text{equação 52})$$

Onde:

$e_2^{2,3}$ : excentricidade limite entre os casos 2 e 3;

$e_2^{3,4}$ : excentricidade limite entre os casos 3 e 4;

$R_{cc}$ : esforço resistente definido pela equação 53;

$\sigma_1$ : tensão na armadura  $A_{s1}$  calculada pela relação tensão-deformação referente ao domínio 5;

$\sigma_2$ : tensão na armadura  $A_{s2}$  calculada pela relação tensão-deformação referente ao domínio 5.

$$R_{cc} = 0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} ba \quad (\text{equação 53})$$

Sendo assim, primeiramente o programa verifica se  $e_2$  é menor que a excentricidade limite  $e_2^{2,3}$ . Se a esta verificação resultar verdadeira, trata-se de um dimensionamento no caso 2, caso contrário, uma nova verificação é feita, comparando a excentricidade  $e_2$  desta vez com  $e_2^{3,4}$ . Se  $e_2$  for menor que  $e_2^{3,4}$  o dimensionamento será efetuado dentro do caso 3 e, caso seja maior, trata-se de um dimensionamento pertencente ao caso 4. Para os casos 2 e 3, o procedimento é o mesmo apresentado para o caso 1, variando as equações de equilíbrio.

As equações de segunda ordem calculadas para determinação inicial da profundidade  $x$  da linha neutra, para os **casos 2 e 3**, são apresentadas nas equações 54 e 55.

$$A_{s1}\sigma_1 = \frac{0.85\frac{\beta_1^2 f_{ck}}{2 \gamma_c} b}{(d - d')} x^2 - \frac{0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b d'}{(d - d')} x - \frac{N_d e_2}{(d - d')} \quad (\text{equação 54})$$

$$A_{s2}\sigma_2 = \frac{0.85\frac{\beta_1^2 f_{ck}}{2 \gamma_c} b}{(d - d')} x^2 - \frac{0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b d}{(d - d')} x + \frac{N_d e_1}{(d - d')} \quad (\text{equação 55})$$

Analogamente ao primeiro caso, as duas equações de segundo grau são resolvidas tomando os termos à esquerda da igualdade como iguais a zero. Os resultados são analisados por procedimento específico e comparados com a faixa de validade do valor de  $x$  (entre  $0$  e  $d$  para o segundo caso e entre  $d$  e  $1,25a$  para o terceiro caso). Uma média simples é feita entre o valor de  $x$ , resultado das equações de segundo grau, e os limites inferior ou superior de validade do caso. Com este valor, são calculadas as deformações e tensões em cada uma das armaduras para então aplicar novamente as equações 54 e 55, desta vez, explicitando as áreas de aço e substituindo  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  pelos valores recém calculados pelas equações de compatibilidade entre tensões e deformações.

As áreas de aço  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  calculadas são utilizadas na equação 56 para obter o valor de  $x_{calc}$ . Aquele que resultar em menor variação em relação ao valor arbitrado anteriormente será utilizado para o cálculo do novo  $x$  arbitrado, que se faz através da média entre  $x_{calc}$  e o  $x$  arbitrado da primeira iteração. A equação de  $x_{calc}$  para o caso 2 é análoga ao caso 1, sendo esta apresentada na equação 50. Já para o caso 3,  $x_{calc}$  é apresentado na equação 56. Para a próxima iteração, as equações 50 e 56 são aplicadas uma única vez, substituindo  $A_s$  pelo valor de  $A_{s1}$  ou de  $A_{s2}$ , aquele que apresentar menor variação ao ser comparado à iteração anterior. Assim como no caso 1, o processo se repete até que o programa verifica a convergência entre as duas áreas de aço calculadas, retornando, então, o valor de  $A_s$ .

$$x_{calc} = \frac{N_d - A_s(\sigma_2 + \sigma_1)}{0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b} \quad (\text{equação 56})$$

Diferentemente dos casos anteriores, no **caso 4** o processo iterativo não se dá através da arbitragem de posições de linha neutra até alcançar-se a convergência. Inicialmente, o programa assume que a tensão  $\sigma_2$  é a máxima tensão  $f_{yd}$  e, então, pela utilização da equação 57, o valor de  $A_{s2}$  arbitrado é calculado.

$$A_{s2} = \frac{N_d e_1 - 0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b a (d - 0.5a)}{\sigma_2 (d - d')} \quad (\text{equação 57})$$

A partir de então,  $A_{s1}$  é tomado como sendo igual ao valor calculado de  $A_{s2}$  para então efetuar-se o cálculo de  $\sigma_1$  através da aplicação da equação 58.

$$\sigma_1 = \frac{N_d e_2 - 0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b a (0.5a - d')}{A_{s1} (d - d')} \quad (\text{equação 58})$$

Com a tensão  $\sigma_1$  definida, fazendo uso das relações de compatibilidade tensão-deformação, defini-se o valor da deformação  $\varepsilon_1$  a ser utilizada no cálculo da posição da linha neutra  $x$ . Este cálculo é processado pela utilização da equação 59 apresentada a seguir.

$$x = \frac{\mu a \varepsilon_1 - 2\%_0 d}{\varepsilon_1 - 2\%_0} \quad (\text{equação 59})$$

Utilizando-se do valor de  $x$  calculado, novamente faz-se uso das equações de tensão-deformação referentes ao domínio 5 para o cálculo da deformação  $\varepsilon_2$  e da respectiva tensão  $\sigma_2$ . Com o novo valor de  $\sigma_2$ , a equação 57 é aplicada novamente para o cálculo de  $A_{s2}$ . Se  $A_{s1}$  for

igual a  $A_{s2}$ , o processo é finalizado e a armadura encontra-se dimensionada. Caso contrário,  $A_{s1}$  é arbitrado novamente como sendo igual ao novo valor de  $A_{s2}$  e o processo se repete até que se encontre a igualdade entre as armaduras  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$ . O programa retorna, então, o valor de  $A_s$  calculado.

Na figura 14, observa-se o processo de dimensionamento executado pelo programa para o cálculo da área de aço necessária nos quatro casos apresentados e na figura 15 pode-se observar um exemplo de aplicação de dimensionamento de armadura simétrica.

Da mesma forma que para armaduras assimétricas, para o caso do ACI 318, utilizam-se as equações com a consideração dos esforços nominais para se obter a posição da linha neutra e, através dela, encontrar o coeficiente de majoração  $\phi$  da solicitação então o procedimento é reiniciado, agora com a consideração dos esforços majorados por  $\phi$ .



Figura 14: fluxograma para o dimensionamento de armaduras simétricas.

Figura 15: exemplo de dimensionamento de armadura simétrica.

## 5.5 O CASO DA FLEXÃO SIMPLES

A flexão simples é caracterizada pela ausência de força normal de compressão ou tração atuante na seção, ou seja, ocorre apenas a aplicação de um momento fletor. Embora o foco do trabalho seja considerar a atuação de esforço normal de compressão em função do bom comportamento do concreto frente a este tipo de esforço, o programa foi desenvolvido para resolver, também, este tipo de solicitação.

O dimensionamento à flexão simples é feito, usualmente, com a utilização de armaduras assimétricas. Sendo assim, primeiramente deve-se definir a utilização de armadura simples ou a necessidade de armadura dupla. Para tal, pelas hipóteses da NBR 6118, calcula-se o  $M_{dlim}$ , conforme equação 38 apresentada anteriormente. O programa então faz a comparação entre o momento atuante de projeto e o  $M_{dlim}$  calculado. Se o momento atuante for menor que o momento limite, o dimensionamento será processado através do cálculo de armadura simples e, caso contrário, o processo se dá pelo cálculo de armadura dupla.

No caso de **armadura simples**, uma equação do segundo grau deve ser resolvida para que se encontre a posição  $x$  da linha neutra. Trata-se da equação 60, que é resolvida por procedimento específico para resolução deste tipo de equação.



$$0.85 \frac{\beta_1^2 f_{ck}}{2 \gamma_c} bx^2 - 0.85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} bdx + M_d = 0 \quad (\text{equação 60})$$

Com a profundidade da linha neutra definida, calcula-se então a área de aço  $A_{s1}$  necessária através da aplicação da equação 61. A tensão no aço é tomada como sendo igual ao seu valor limite, ou seja, o dimensionamento é efetuado dentro dos domínios 2 e 3.

$$A_{s1} = \frac{0.85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} bx}{\frac{f_{yk}}{\gamma_s}} \quad (\text{equação 61})$$

Desta forma, o dimensionamento se encerra e o programa retorna a área de aço  $A_{s1}$  calculada. Caso a situação se caracterize pela necessidade de **armadura dupla**, o cálculo ocorre da seguinte maneira:  $x$  é arbitrado como sendo igual a  $x_{lim}$  e com este valor, são calculadas a deformação  $\varepsilon_2$  e a tensão  $\sigma_2$ , fazendo-se uso das equações de compatibilidade entre tensões e deformações. Então, a equação 62 é utilizada para o cálculo da área de aço  $A_{s2}$ .

$$A_{s2} = \frac{M_d - M_{dlim}}{\sigma_2 (d - d')} \quad (\text{equação 62})$$

Torna-se possível, então, o cálculo da área de aço  $A_{s1}$  para completar o processo de dimensionamento da armadura dupla. Para efetuar este cálculo, a equação 63 é processada pela rotina automática de cálculo, encerrando os casos de flexão simples.

$$A_{s1} = \frac{0.85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} bx_{lim} + A_{s2} \sigma_2}{\frac{f_{yk}}{\gamma_s}} \quad (\text{equação 63})$$

Na bibliografia estudada, o procedimento de cálculo para flexão simples é diferenciado para o caso do ACI 318. Isto se deve ao fato de que, neste caso, o dimensionamento é feito de maneira a garantir o escoamento do aço para que, em caso de ruptura, esta ocorra de maneira avisada, ou seja, com o escoamento do aço. Sendo assim, primeiramente, calcula-se a taxa máxima de aço que a seção pode conter através da equação 64:

$$\rho_{m\acute{a}x} = 0.85 \frac{f_{ck}}{f_{yk}} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 0.005} \quad (\text{equação 64})$$

Utiliza-se a deformação de 5‰ na equação para garantir o escoamento do aço e, portanto, o coeficiente 0,90 de majoração da solicitação. A partir de então, calcula-se o momento máximo de resistência que a seção pode fornecer utilizando-se a taxa máxima de armadura. Para tal, calcula-se inicialmente a altura efetiva da linha neutra pela equação 65 e, então, o momento máximo de resistência da seção pela equação 66:

$$\beta_1 x = \frac{A_{s1} f_{yk}}{0.85 f_{ck} b} \quad (\text{equação 65})$$

$$M_{m\acute{a}x} = A_{s1} f_{yk} \left( d - \frac{\beta_1}{2} x \right) \quad (\text{equação 66})$$

Se o momento atuante, ponderado pelo fator 0,9, for menor ou igual ao momento máximo de suporte da seção, o dimensionamento é feito para utilização de armadura simples e, caso contrário, o dimensionamento ocorre para utilização de armadura dupla.

Para o caso de **armadura simples**, arbitra-se o valor da altura efetiva da linha neutra e, para tal, calcula-se a área de aço necessária. O valor arbitrado da altura efetiva da linha neutra é aquele que corresponde ao limite para utilização do fator  $\phi$  como sendo igual a 0,9. Calcula-se novamente a altura efetiva da linha neutra pela equação 64, fazendo utilização da área de

aço calculada. O dimensionamento é finalizado quando área de aço e posição de linha neutra apresentarem convergência.

No caso de necessidade de **armadura dupla**, deve-se calcular a diferença entre o momento que atua na seção e o momento que a seção é capaz de resistir para sua taxa máxima de armadura de tração, sendo esta diferença chamada de  $M_1$ . Sendo assim, a diferença entre momento atuante e resistente é a parcela que deve ser resistida pela armadura de compressão. Assume-se, então, que a armadura de compressão também atinge sua tensão de escoamento e calcula-se a área de aço necessária através da equação 67:

$$A_{s2} = \frac{M_1}{f_{yk}(d - d')} \quad (\text{equação 67})$$

Somando-se a área de aço relativa a taxa máxima de aço com  $A_s'$  calcula-se a taxa equivalente total de armadura. Esta taxa equivalente total deve ser comparada com a taxa de armadura  $\rho_{cy}$  apresentada na equação 68. Caso a taxa equivalente seja maior que  $\rho_{cy}$  garante-se que ambas armaduras atingem suas tensões de escoamento e o dimensionamento se finaliza. Caso contrário, deve ser calculada a tensão na armadura comprimida.

$$\rho_{cy} = 0.85\beta_1 \frac{f_{ck} d'}{f_{yk} d} \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} + \frac{A_{s2}}{bd} \quad (\text{equação 68})$$

A tensão na armadura comprimida é calculada pela equação 69. A partir dela, calcula-se a relação entre a tensão de escoamento do aço e a tensão que ocorre na armadura e encontra-se a nova área de aço necessária através da aplicação da equação 70.

$$\sigma_2 = \varepsilon_{cu} E_s \frac{x - d'}{x} \quad (\text{equação 69})$$

$$A_{s2} = A_{s2} \frac{f_{yk}}{\sigma_2} \quad (\text{equação 70})$$

O dimensionamento é finalizado e o programa retorna as duas áreas de armadura, de tração e de compressão.

## 5.6 O CASO DA FLEXO-TRAÇÃO

Não existe a necessidade de utilização de concreto de alta resistência em seções que se encontram predominantemente tracionadas, pois o concreto apresenta pouca resistência frente a este tipo de esforço. No entanto, o programa engloba também este tipo de solicitação.

O programa reconhece que se trata de uma solicitação de tração quando o esforço nominal  $N_n$  definido pelo usuário for negativo. Desta forma, inicialmente faz-se a comparação entre  $e_0$  e  $(d-d')/2$ . Se  $e_0$  for maior, o dimensionamento será feito dentro do caso de flexo-tração com grande excentricidade e, em caso contrário, o dimensionamento se dá pelo processo de flexo-tração com pequena excentricidade.

No caso de **flexo-tração com grande excentricidade**, primeiramente faz-se a comparação entre o momento atuante  $M_d$  e o momento limite  $M_{dlim}$ . Se o momento atuante for menor, o dimensionamento é processado de maneira a calcular uma armadura simples para a peça. Em caso contrário, o programa dimensiona a armadura dupla que satisfaz o equilíbrio de esforços na seção transversal.

Para o caso de armadura simples,  $A_{s2}$  é igual a zero e, então, calcula-se a posição  $x$  da linha neutra através da equação 71.

$$0.85 \frac{\beta_1^2 f_{ck}}{2 \gamma_c} b x^2 - 0.85 \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b d x + N_d e_1 = 0 \quad (\text{equação 71})$$

É possível, a partir de então, determinar a área de aço  $A_{s1}$  necessária. O programa utiliza-se então da equação 72 para finalizar o dimensionamento da armadura simples.

$$A_{s1} = \frac{N_d + 0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} bx}{\frac{f_{yk}}{\gamma_s}} \quad (\text{equação 72})$$

O programa retorna, então, o valor de  $A_{s1}$  calculado.

No caso de haver necessidade de utilização de armadura dupla, o procedimento de cálculo se inicia arbitrando  $x$  como sendo igual a  $x_{lim}$ . Utilizando-se das equações de compatibilidade entre tensão e deformação para o caso de  $x_{lim}$ , e a deformação  $\varepsilon_2$  e a tensão  $\sigma_2$  são determinadas. Desta forma, a equação 73 é aplicada para o dimensionamento da armadura  $A_{s2}$ .

$$A_{s2} = \frac{N_d e_1 - M_{dlim}}{\sigma_2 (d - d')} \quad (\text{equação 73})$$

Com  $A_{s2}$  definida, a rotina de cálculo segue com a aplicação da equação 74 utilizada para o dimensionamento da armadura  $A_{s1}$ .

$$A_{s1} = \frac{N_d + 0.85\beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} bx_{lim} + A_{s2} \sigma_2}{\frac{f_{yk}}{\gamma_s}} \quad (\text{equação 74})$$

O dimensionamento da armadura dupla é finalizado através do retorno das duas áreas de aço calculadas.

Para o caso de **flexo-tração com pequena excentricidade**, a rotina de cálculo se dá, inicialmente, arbitrando  $x$  como igual a  $-\infty$ , ou seja, as deformações  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  valem ambas o

limite  $\varepsilon_{su}$ . As equações de compatibilidade tensão-deformação são então aplicadas para o cálculo das tensões  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . Como a seção encontra-se totalmente tracionada (domínio 1), o concreto não colabora com a resistência da peça, pois encontra-se já totalmente fissurado. O cálculo das áreas de aço necessárias para o equilíbrio da seção é feito então pela aplicação das equações 75 e 76.

$$A_{s1} = \frac{N_d e_2}{\sigma_1 (d - d')} \quad (\text{equação 75})$$

$$A_{s2} = \frac{N_d e_1}{\sigma_2 (d - d')} \quad (\text{equação 76})$$

O dimensionamento é finalizado com o retorno das duas áreas de aço  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  calculadas.

## 5.7 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

As análises serão feitas sobre os casos de flexão simples e flexão-compressão normal, que são os casos em que a resistência característica à compressão do concreto apresenta maior eficiência. Para tal, serão utilizados dois exemplos encontrados na bibliografia para validar os procedimentos de cálculo adotados para o ACI 318.

Primeiramente, no caso da flexo-compressão normal, a bibliografia sugere a utilização de diagramas (ábacos) que forneçam os resultados esperados de dimensionamento. Como este procedimento não pode ser automatizado, como já apresentado anteriormente, os domínios cabíveis às hipóteses da Norma americana foram estudados e adaptados ao procedimento de dimensionamento semelhante ao da Norma brasileira. Para comprovar sua validade, o exemplo utilizado por Nilson et alli (2004, p. 272-273) será apresentado.

Trata-se do dimensionamento da uma seção com  $b$  igual a 20 in. e  $a$  igual a 25 in., correspondendo, respectivamente, a aproximadamente 50 cm e 62 cm. As solicitações totais

são de  $N$  igual a 799 kips e  $M$  igual a 566 ft-kips, sendo estes valores já ponderados pelos coeficientes de parcela de carga permanente e acidental.  $N$  equivale a aproximadamente 3.554 KN e  $M$  a 76.750 kNcm. As resistências características do concreto e do aço são, respectivamente 4.000 psi e 60.000 psi que, convertidos, equivalem a 27 MPa e 414 MPa. O programa foi, então, adaptado para utilização do aço com a resistência utilizada no exemplo e as ponderações de cargas permanentes e acidentais foi retirada, visto que estas já haviam sido feitas anteriormente. A classe de exposição escolhida foi a de exposição permanente ao solo em função do exemplo apresentar valor de  $d'$  bastante elevado, sendo igual a 2,5 in. O resultado obtido pode ser observado na figura 16 apresentada na sequência.

ACI 318 - Flexo-Compressão Normal

**ACI 318**

Selecione o tipo de exposição da peça:  
Exposição permanente ao solo

Seção Retangular e Solicitações:

**b** = 50 cm  
**a** = 62 cm  
**Mn** = 76750 kNcm  
**Nn** = 3554 KN

Concreto:  
**fck** = 27 MPa

Armaduras Assimétricas  
 Armaduras Simétricas

**As** = 5,73 cm<sup>2</sup>      **A's** = 62,64 cm<sup>2</sup>

Calcular      Sair

Figura 16: resultado de validação do procedimento pelo ACI 318.

O resultado apresentado através do dimensionamento pelo método de ábacos da bibliografia gerou uma armadura total de 12 in.<sup>2</sup>. Pelo programa, a área necessária é de 68,37 cm<sup>2</sup>, equivalente a aproximadamente 11 in.<sup>2</sup>, uma diferença de pouco mais de 8%. Esta diferença é justificável pelos arredondamentos de conversão de unidades, pela consideração do valor de  $d'$  que se diferenciou do utilizado no exemplo e, principalmente, pela adaptação do método de utilização de diagramas gerais para o procedimento automático.

Para o caso da flexão simples, o exemplo utilizado por Nilson et alli (2004, p. 88) utiliza concreto e aço com as mesmas resistências apresentadas no exemplo anterior, porém seção com base de 10 in. e altura de 20 in., representando, respectivamente, 25cm e 50 cm. O momento atuante é de 1.300 in-kips, o equivalente a 14.690 kNcm. Na figura 17 pode ser observado o cálculo para este dimensionamento, resultando em uma área de aço total de 10,56 cm<sup>2</sup>, sendo este valor equivalente a aproximadamente 1,6 in.<sup>2</sup> em comparação com o resultado aproximado obtido pelo exemplo de 1,49 in<sup>2</sup>. Novamente, a diferença é aceitável, dadas as mesmas limitações do exemplo anterior aliadas ao fato de que os exemplos apresentados na bibliografia citada apresentam suas resoluções dadas pela utilização de métodos aproximados (diagramas de iteração).

ACI 318 - Flexo-Compressão Normal

**ACI 318**

Selecione o tipo de exposição da peça:  
Exposição permanente ao solo

Seção Retangular e Solicitações:

b = 25 cm  
a = 50 cm  
Mn = 14690 kNcm  
Nn = 0 kN

Concreto:  
fck = 27 MPa

Armaduras Assimétricas  
 Armaduras Simétricas

**As = 10,56 cm<sup>2</sup>**      **A's = 0,00 cm<sup>2</sup>**

Calcular      Sair

Figura 17: resultado de validação do procedimento pelo ACI 318.



## 6 RESULTADOS E ANÁLISES

Com a utilização do programa desenvolvido, será apresentada na sequência uma análise comparativa entre os resultados obtidos para o dimensionamento pela NBR 6118 e pelo ACI 318, além de uma análise comparativa entre a utilização de concretos de resistência usual e de alta resistência.

Para que os resultados analisados tenham validade, é necessário que as premissas de cada Norma sejam respeitadas. Para tal, deve-se fazer, inicialmente, a consideração da composição de cargas com seus respectivos coeficientes de ponderação. Para fazer esta consideração, foi feita a suposição de que os esforços atuantes na seção transversal (momento fletor e esforço normal) são ocasionados pela combinação de carga composta em 70% por carga permanente e 30% por carga acidental.

Desta maneira, a rotina de cálculo foi desenvolvida de modo que os esforços atuantes nominais sejam majorados pelo coeficiente de 1,40 no caso da Norma brasileira, e por 1,49 no caso da Norma americana. Estes coeficientes são justificáveis pelo fato de que, em uma combinação simples de carga permanente com carga acidental, para a Norma brasileira, ambas as cargas são majoradas pelo fator de 1,40 e, para a Norma americana, apenas a carga permanente é majorada por este mesmo fator, já a carga acidental deve ser multiplicada pelo fator de 1,70.

A primeira análise foi feita fixando o momento nominal atuante na seção em 150 kNm e, então, variando o esforço normal de compressão de 0 a 700 kN em intervalos de 25 kN. A seção padrão escolhida para a análise foi a de 25x50 cm. Os resultados foram analisados para diferentes resistências características à compressão do concreto, sendo este variável de 25 a 50 MPa, em função do limite de validade da NBR 6118. Os valores calculados pelo programa e as diferenças entre as duas referências normativas podem ser observadas na tabela 1 a seguir. Os valores em preto correspondem aos resultados obtidos pelo dimensionamento pela NBR 6118, já os valores em vermelho representam os resultados obtidos pelas hipóteses do ACI 318.

Tabela 1: comparativo de dimensionamento de seções pelas hipóteses da NBR 6118 e do ACI 318, com momento fletor fixado em 150 kNm.

fck [Mpa]	25		30		35		40		45		50		MÉDIA
N [kN]	cm2	%	cm2	%	cm2	%	cm2	%	cm2	%	cm2	%	%
0	12,82 12,74	0,62	12,35 12,38	0,24	12,05 12,14	0,75	11,85 11,98	1,10	11,70 11,85	1,28	11,58 11,76	1,55	0,92
25	11,44 11,71	2,36	11,38 11,62	2,11	11,31 11,54	2,03	11,25 11,47	1,96	11,19 11,40	1,88	11,13 11,34	1,89	2,04
50	11,05 11,31	2,35	10,99 11,22	2,09	10,92 11,13	1,92	10,85 11,05	1,84	10,79 10,99	1,85	10,73 10,93	1,86	1,99
75	10,66 10,91	2,35	10,59 10,81	2,08	10,53 10,72	1,80	10,46 10,64	1,72	10,39 10,57	1,73	10,33 10,51	1,76	1,91
100	10,27 10,52	2,43	10,20 10,42	2,16	10,13 10,32	1,88	10,06 10,23	1,69	10,00 10,16	1,60	9,93 10,09	1,61	1,89
125	9,89 10,13	2,43	9,82 10,02	2,04	9,74 9,92	1,85	9,67 9,83	1,65	9,60 9,75	1,56	9,53 9,68	1,57	1,85
150	9,50 9,75	2,63	9,43 9,63	2,12	9,36 9,52	1,71	9,28 9,42	1,51	9,21 9,34	1,41	9,14 9,26	1,31	1,78
175	9,12 9,37	2,74	9,04 9,24	2,21	8,97 9,12	1,67	8,89 9,02	1,46	8,82 8,93	1,25	8,75 8,85	1,14	1,75
200	8,74 9,01	3,09	8,66 8,86	2,31	8,59 8,73	1,63	8,51 8,62	1,29	8,43 8,52	1,07	8,35 8,44	1,08	1,74
225	8,36 8,64	3,35	8,28 8,48	2,42	8,20 8,34	1,71	8,12 8,22	1,23	8,04 8,12	1,00	7,96 8,03	0,88	1,76
250	7,99 8,29	3,75	7,91 8,11	2,53	7,82 7,95	1,66	7,74 7,82	1,03	7,66 7,72	0,78	7,58 7,62	0,53	1,72
275	7,66 7,95	3,79	7,53 7,75	2,92	7,45 7,57	1,61	7,36 7,44	1,09	7,28 7,32	0,55	7,19 7,22	0,42	1,73
300	7,37 7,62	3,39	7,17 7,39	3,07	7,08 7,20	1,69	6,99 7,05	0,86	6,90 6,92	0,29	6,81 6,82	0,15	1,58
325	7,10 7,30	2,82	6,84 7,04	2,92	6,71 6,84	1,94	6,61 6,67	0,91	6,52 6,53	0,15	6,43 6,42	0,16	1,48
350	6,85 7,00	2,19	6,54 6,71	2,60	6,35 6,48	2,05	6,25 6,30	0,80	6,15 6,15	0,00	6,05 6,03	0,33	1,33
375	6,61 6,70	1,36	6,26 6,38	1,92	6,01 6,13	2,00	5,88 5,93	0,85	5,78 5,77	0,17	5,68 5,64	0,70	1,17
400	6,40 6,42	0,31	6,00 6,07	1,17	5,72 5,79	1,22	5,52 5,57	0,91	5,41 5,40	0,18	5,31 5,25	1,13	0,82
425	6,20 6,16	0,65	5,75 5,76	0,17	5,43 5,46	0,55	5,19 5,22	0,58	5,06 5,03	0,59	4,94 4,87	1,42	0,66
450	6,02 5,91	1,83	5,52 5,47	0,91	5,16 5,13	0,58	4,89 4,87	0,41	4,70 4,67	0,64	4,58 4,50	1,75	1,02
475	5,86 5,68	3,07	5,30 5,19	2,08	4,90 4,82	1,63	4,60 4,54	1,30	4,37 4,31	1,37	4,23 4,13	2,36	1,97
500	5,72 5,46	4,55	5,10 4,92	3,53	4,66 4,52	3,00	4,33 4,21	2,77	4,07 3,96	2,70	3,88 3,76	3,09	3,27
525	5,60 5,26	6,07	4,92 4,67	5,08	4,43 4,23	4,51	4,06 3,89	4,19	3,78 3,62	4,23	3,55 3,41	3,94	4,67
550	5,49 5,07	7,65	4,74 4,43	6,54	4,21 3,95	6,18	3,81 3,58	6,04	3,50 3,29	6,00	3,25 3,06	5,85	6,37
575	5,41 4,90	9,43	4,59 4,20	8,50	4,01 3,68	8,23	3,57 3,28	8,12	3,23 2,97	8,05	2,95 2,71	8,14	8,41
600	5,34 4,75	11,05	4,45 3,99	10,34	3,81 3,42	10,24	3,34 2,99	10,48	2,96 2,65	10,47	2,67 2,38	10,86	10,57
625	5,38 4,61	14,31	4,33 3,79	12,47	3,64 3,18	12,64	3,12 2,71	13,14	2,71 2,34	13,65	2,39 2,05	14,23	13,41
650	5,53 4,49	18,81	4,22 3,60	14,69	3,47 2,94	15,27	2,91 2,44	16,15	2,47 2,05	17,00	2,13 1,73	18,78	16,78
675	5,69 4,46	21,62	4,12 3,43	16,75	3,32 2,72	18,07	2,71 2,18	19,56	2,24 1,76	21,43	1,87 1,42	24,06	20,25
700	5,85 4,52	22,74	4,05 3,27	19,26	3,29 2,51	23,71	2,53 1,93	23,72	2,02 1,48	26,73	1,62 1,12	30,86	24,50
													MÉDIA 3,94

Ao lado de cada uma das situações de dimensionamento, é apresentada a percentagem da diferença entre a área de aço calculada pelas duas Normas. Pode-se observar que o dimensionamento, mesmo que partindo de diferentes hipóteses básicas, acaba por resultar em valores semelhantes de área de aço.

Para a média, foram descartados os cinco últimos valores de área de aço de cada uma das colunas, pois quanto mais próxima de zero a área de aço necessário estiver, maior diferença percentual é observada, porém, em termos práticos, representam valores muito semelhantes e que, mesmo assim, acabam por descaracterizar a média geral. Conclui-se, portanto, que ambas as hipóteses de dimensionamento apresentam, para as situações observadas, comportamentos semelhantes.

Estes valores são justificáveis, pois ao mesmo tempo que o ACI 318 apresenta um limite de deformação menor à compressão do concreto, não há limite para a deformação do aço. Além disso, mesmo que as solicitações nominais sejam mais elevadas em função dos fatores de carga mais elevados, a Norma americana utiliza a resistência total do aço e do concreto, sem reduções. A redução é feita na resistência final da peça, sendo que se o aço tracionado estiver escoando, a redução é de apenas 10%. Sendo assim, algumas considerações que sejam mais favoráveis em alguma das Normas, acaba por ser compensada por outras que são mais rígidas, resultando em dimensionamentos semelhantes.

É de se esperar, no entanto, que nos casos em que a compressão for predominante frente ao momento fletor, ou seja, com excentricidades pequenas, o dimensionamento feito pelas hipóteses do ACI 318 resulte mais conservador, visto que nesses casos a resistência final da peça é reduzida em até 35%. Este fato é justificado em função do fato de que quando a compressão é predominante, não ocorre o escoamento do aço e, portanto, qualquer falha na estrutura ocorrerá de maneira não-avisada, além do que é o tipo de solicitação que ocorre principalmente em pilares, onde qualquer problema de origem estrutural compromete a estrutura como um todo e não apenas uma determinada região.

Para a análise do consumo de aço frente à variação do  $f_{ck}$  do concreto, foi considerada a mesma seção padrão com 25x50 cm. Mantendo o momento atuante fixo em 150 kNm e variando, novamente o esforço normal de compressão. Desta vez, foram considerados esforços axiais mais elevados em função de que o concreto de alta resistência é justificável

principalmente em pilares que apresentam altos esforços normais de compressão. Os esforços normais atuantes partem de 1500 até o valor de 5000 kN. Além da força normal de compressão, diferentes  $f_{ck}$  foram analisados, desde 20 até 100 MPa. Os resultados obtidos podem observados na tabela 2, considerando as hipóteses da NBR 6118.

Tabela 2: comparativo de dimensionamento com utilização de concretos de alta resistência pela NBR 6118, para momento fletor fixado em 150 kNm:

fck [Mpa]	20	30	40	50	60	70	80	90	100
<b>N [kN]</b>					<b>cm2</b>				
1500	18,88	10,80	3,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1600	20,39	12,15	4,63	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1700	21,92	13,55	5,76	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1800	23,47	15,00	6,99	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1900	25,03	16,48	8,30	0,84	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2000	26,61	17,98	9,67	1,94	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2100	28,21	19,51	11,09	3,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2200	29,82	21,06	12,55	4,43	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2300	31,43	22,63	14,04	5,78	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2400	33,06	24,21	15,55	7,18	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2500	34,07	25,81	17,09	8,62	0,53	0,00	0,00	0,00	0,00
2600	36,34	27,42	18,65	10,09	1,86	0,00	0,00	0,00	0,00
2700	37,99	29,04	20,22	11,60	3,25	0,00	0,00	0,00	0,00
2800	39,65	30,67	21,81	13,12	4,68	0,00	0,00	0,00	0,00
2900	41,20	32,31	23,41	14,67	6,15	0,00	0,00	0,00	0,00
3000	42,91	33,96	25,03	16,24	7,64	0,00	0,00	0,00	0,00
3100	44,52	35,61	26,65	17,82	9,16	0,75	0,00	0,00	0,00
3200	46,13	37,27	28,28	19,41	10,70	2,20	0,00	0,00	0,00
3300	47,74	38,94	29,93	21,02	12,26	3,69	0,00	0,00	0,00
3400	49,35	40,61	31,57	22,63	13,83	5,20	0,00	0,00	0,00
3500	50,96	42,24	33,23	24,26	15,41	6,73	0,00	0,00	0,00
3600	52,57	43,85	34,89	25,89	17,01	8,28	0,00	0,00	0,00
3700	54,18	45,46	36,56	27,53	18,62	9,84	1,24	0,00	0,00
3800	55,79	47,07	38,23	29,18	20,24	11,42	2,76	0,00	0,00
3900	57,40	48,68	39,90	30,84	21,87	13,01	4,30	0,00	0,00
4000	59,01	50,29	41,56	32,50	23,50	14,61	5,86	0,00	0,00
4100	60,62	51,90	43,17	34,17	25,14	16,22	7,43	0,00	0,00
4200	62,23	53,51	44,78	35,84	26,79	17,85	9,02	0,33	0,00
4300	63,84	55,12	46,39	37,51	28,45	19,47	10,61	1,88	0,00
4400	65,45	56,73	48,00	39,19	30,11	21,11	12,22	3,45	0,00
4500	67,06	58,34	49,61	40,87	31,77	22,75	13,83	5,02	0,00
4600	68,67	59,95	51,22	42,49	33,44	24,40	15,45	6,61	0,00
4700	70,28	61,56	52,83	44,10	35,12	26,06	17,08	8,21	0,00
4800	71,89	63,17	54,44	45,71	36,80	27,72	18,72	9,82	1,04
4900	73,50	64,78	56,05	47,32	38,48	29,38	20,36	11,44	2,62
5000	75,11	66,39	57,66	48,93	40,16	31,05	22,01	13,06	4,21

Os valores em vermelho iguais a zero representam a não necessidade teórica de colocação de armadura.

Observando os valores apresentados na tabela 2, pode-se perceber um comportamento praticamente linear da área de aço encontrada para uma mesma solicitação com diferentes resistências características à compressão do concreto. Fazendo a plotagem de algumas destas solicitações, pode-se perceber a linearidade no dimensionamento, conforme apresentado na figura 18.

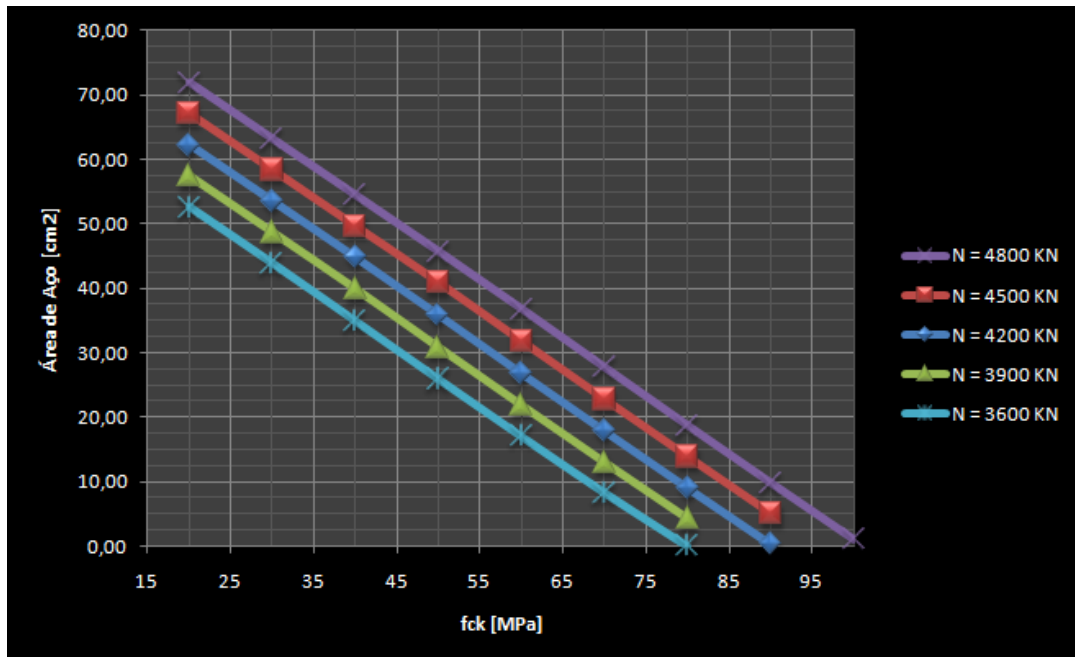


Figura 18: gráfico da área de aço em função do  $f_{ck}$  para diferentes solicitações pela NBR 6118.

Sendo  $A_s$  a área de aço calculada para uma determinada situação com  $f_{ck}$  e  $A_{s+1}$  a área de aço calculada para esta mesma situação, porém utilizando-se de um  $f_{ck+10}$ , a tabela 3 apresenta a diferença entre  $A_{s+1}$  e  $A_s$  para os casos analisados da tabela 2. Pode-se concluir que, para uma dada seção solicitada predominantemente à compressão, o aumento da resistência à compressão do concreto em 10 MPa resulta em uma redução por volta de 8 cm<sup>2</sup> da área de aço necessária, ou seja, neste caso, cada 1 MPa de resistência excedida, reduz a área de aço em 0,8 cm<sup>2</sup>.

Tabela 3: diferença entre a área de aço calculada para  $f_{ck}$  variando em 10 MPa, para as hipóteses da NBR 6118:

N [KN]	$\Delta A_s$								MÉDIA
1500	8,08	7,19	3,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,64
1600	8,24	7,52	4,63	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,88
1700	8,37	7,79	5,76	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,08
1800	8,47	8,01	6,99	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,82
1900	8,55	8,18	7,46	0,84	0,00	0,00	0,00	0,00	8,06
2000	8,63	8,31	7,73	1,94	0,00	0,00	0,00	0,00	8,22
2100	8,70	8,42	7,95	3,14	0,00	0,00	0,00	0,00	8,36
2200	8,76	8,51	8,12	4,43	0,00	0,00	0,00	0,00	8,46
2300	8,80	8,59	8,26	5,78	0,00	0,00	0,00	0,00	8,55
2400	8,85	8,66	8,37	7,18	0,00	0,00	0,00	0,00	8,63
2500	8,26	8,72	8,47	8,09	0,53	0,00	0,00	0,00	8,39
2600	8,92	8,77	8,56	8,23	1,86	0,00	0,00	0,00	8,62
2700	8,95	8,82	8,62	8,35	3,25	0,00	0,00	0,00	8,69
2800	8,98	8,86	8,69	8,44	4,68	0,00	0,00	0,00	8,74
2900	8,89	8,90	8,74	8,52	6,15	0,00	0,00	0,00	8,76
3000	8,95	8,93	8,79	8,60	7,64	0,00	0,00	0,00	8,58
3100	8,91	8,96	8,83	8,66	8,41	0,75	0,00	0,00	8,75
3200	8,86	8,99	8,87	8,71	8,50	2,20	0,00	0,00	8,79
3300	8,80	9,01	8,91	8,76	8,57	3,69	0,00	0,00	8,81
3400	8,74	9,04	8,94	8,80	8,63	5,20	0,00	0,00	8,83
3500	8,72	9,01	8,97	8,85	8,68	6,73	0,00	0,00	8,85
3600	8,72	8,96	9,00	8,88	8,73	8,28	0,00	0,00	8,76
3700	8,72	8,90	9,03	8,91	8,78	8,60	1,24	0,00	8,82
3800	8,72	8,84	9,05	8,94	8,82	8,66	2,76	0,00	8,84
3900	8,72	8,78	9,06	8,97	8,86	8,71	4,30	0,00	8,85
4000	8,72	8,73	9,06	9,00	8,89	8,75	5,86	0,00	8,86
4100	8,72	8,73	9,00	9,03	8,92	8,79	7,43	0,00	8,87
4200	8,72	8,73	8,94	9,05	8,94	8,83	8,69	0,33	8,84
4300	8,72	8,73	8,88	9,06	8,98	8,86	8,73	1,88	8,85
4400	8,72	8,73	8,81	9,08	9,00	8,89	8,77	3,45	8,86
4500	8,72	8,73	8,74	9,10	9,02	8,92	8,81	5,02	8,86
4600	8,72	8,73	8,73	9,05	9,04	8,95	8,84	6,61	8,87
4700	8,72	8,73	8,73	8,98	9,06	8,98	8,87	8,21	8,79
4800	8,72	8,73	8,73	8,91	9,08	9,00	8,90	8,78	8,86
4900	8,72	8,73	8,73	8,84	9,10	9,02	8,92	8,82	8,86
5000	8,72	8,73	8,73	8,77	9,11	9,04	8,95	8,85	8,86
									8,62

Desta forma, pode-se perceber que a utilização de concreto de alta resistência em obras que apresentem número significativo de peças comprimidas, como pilares que recebem cargas axiais elevadas, pode ser uma solução bastante econômica em termos de redução no consumo de aço. Nestes casos, o custo mais elevado do concreto em função do maior consumo de

cimento pode gerar economia nos gastos se comparado aos menores custos associados à utilização de quantidade menor de aço.

Na figura 19 pode ser observada a média de redução da área de aço consumida para uma mesma solicitação, bem como a média das médias que consiste no valor médio de redução de área de aço a cada aumento de 10 MPa, considerando os casos analisados.

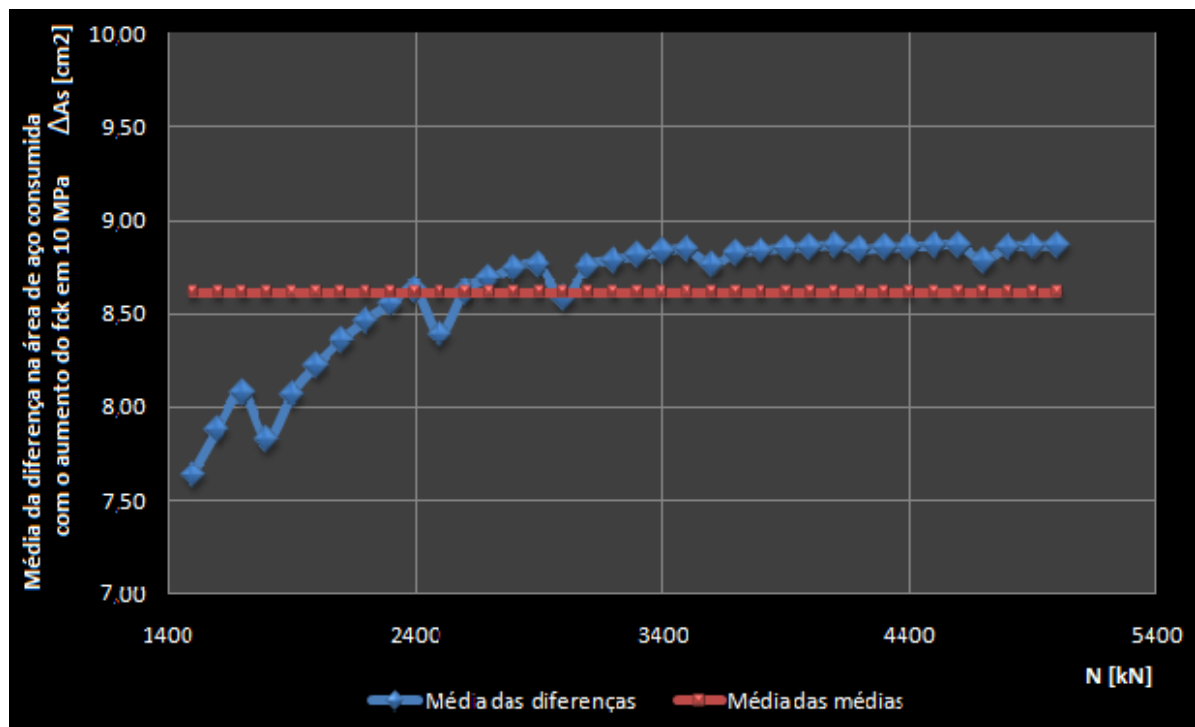


Figura 19: redução média do consumo de aço para cada solicitação avaliada e a média final destes valores para as hipóteses da NBR 6118.

Observando a figura 19, ainda pode-se perceber que existe uma tendência inicial do aumento na diferença do consumo de aço à medida que as solicitações normais de compressão aumentam. Sendo assim, pode-se esperar que quanto maior for a força axial de compressão, maior significância terá a utilização de concretos com  $f_{ck}$  mais elevados.

O mesmo estudo de utilização de concretos de alta resistência, considerando as hipóteses do ACI 318, pode ser observado na tabela 4.

Tabela 4: comparativo de dimensionamento com utilização de concretos de alta resistência pelo ACI 318, para momento fletor fixado em 150 kNm:

fck [Mpa]	20	30	40	50	60	70	80	90	100
N [kN]	cm2								
1500	20,64	11,00	2,80	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1600	22,39	12,48	3,83	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1700	24,17	14,05	5,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1800	25,99	15,69	6,35	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1900	27,84	17,38	7,78	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2000	29,70	19,12	9,29	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2100	31,59	20,89	10,87	1,42	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2200	33,50	22,70	12,51	2,87	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2300	35,42	24,53	14,20	4,38	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2400	37,35	26,39	15,92	5,96	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2500	39,29	28,27	17,67	7,58	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2600	41,25	30,16	19,46	9,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2700	43,00	32,07	21,27	10,95	0,85	0,00	0,00	0,00	0,00
2800	44,86	34,00	23,10	12,68	2,49	0,00	0,00	0,00	0,00
2900	46,73	35,93	24,95	14,43	4,17	0,00	0,00	0,00	0,00
3000	48,59	37,88	26,81	16,21	5,87	0,00	0,00	0,00	0,00
3100	50,45	39,83	28,69	18,01	7,60	0,00	0,00	0,00	0,00
3200	52,31	41,79	30,58	19,83	9,35	0,00	0,00	0,00	0,00
3300	54,18	43,55	32,48	21,66	11,12	0,72	0,00	0,00	0,00
3400	56,04	45,41	34,40	23,51	12,91	2,45	0,00	0,00	0,00
3500	57,90	47,28	36,32	25,36	14,72	4,20	0,00	0,00	0,00
3600	59,76	49,14	38,25	27,23	16,53	5,98	0,00	0,00	0,00
3700	61,63	51,00	40,18	29,11	18,36	7,76	0,00	0,00	0,00
3800	63,49	52,86	42,24	30,99	20,21	9,57	0,00	0,00	0,00
3900	65,35	54,73	44,10	32,89	22,06	11,38	0,83	0,00	0,00
4000	67,21	56,69	45,96	34,79	23,92	13,21	2,61	0,00	0,00
4100	69,08	58,45	47,83	36,70	25,79	15,04	4,41	0,00	0,00
4200	70,94	60,31	49,69	38,62	27,66	16,89	6,23	0,00	0,00
4300	72,80	62,18	51,55	40,54	29,55	18,75	8,05	0,00	0,00
4400	74,66	64,04	53,41	42,79	31,44	20,61	9,88	0,00	0,00
4500	76,53	65,90	55,28	44,65	33,33	22,48	11,73	1,07	0,00
4600	78,39	67,76	57,14	46,51	35,23	24,36	13,58	2,89	0,00
4700	80,25	69,63	59,00	48,38	37,14	26,25	15,44	4,73	0,00
4800	82,11	71,49	60,86	50,24	39,05	28,14	17,31	6,57	0,00
4900	83,98	73,35	62,73	52,10	40,96	30,03	19,18	8,41	0,00
5000	85,84	75,21	64,59	53,96	43,34	31,93	21,06	10,27	0,00

Observando os valores apresentados na tabela 4 e fazendo a comparação com os obtidos pela NBR 6118, pode-se perceber o mesmo comportamento praticamente linear da área de aço encontrada para uma mesma solicitação com diferentes resistências características à compressão do concreto. Da mesma forma que anteriormente esta linearidade pode ser vista na figura 20.



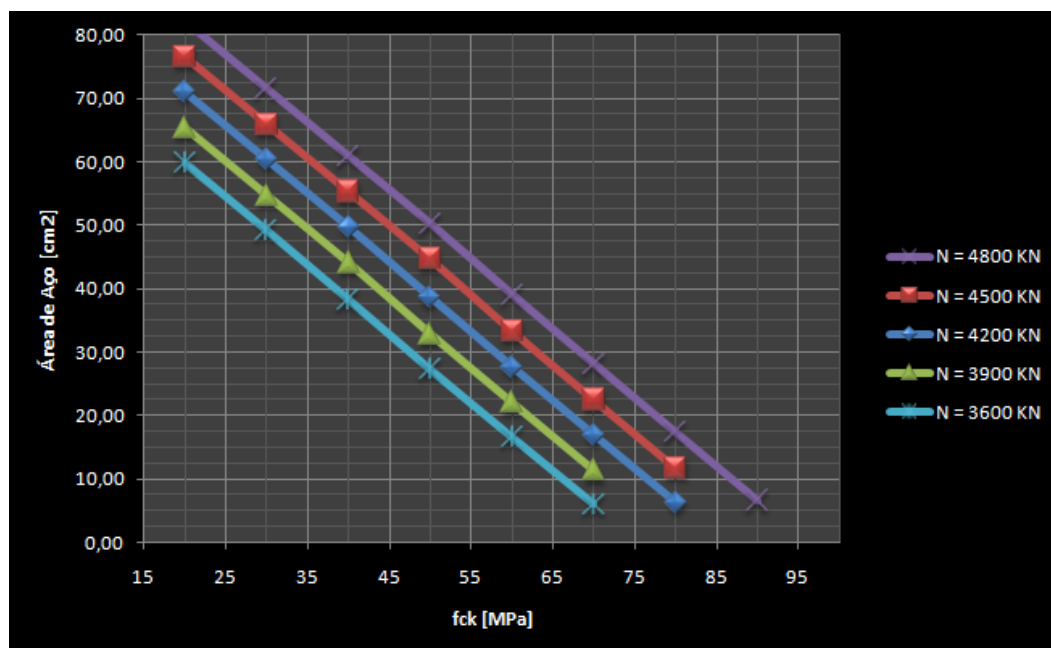


Figura 20: gráfico da área de aço em função do  $f_{ck}$  para diferentes solicitações pelo ACI 318.

Na figura 21, pode ser vista a média da variação no consumo de aço para uma mesma solicitação em função do aumento do  $f_{ck}$ . Novamente, percebe-se o mesmo comportamento entre o dimensionamento entre as hipóteses da NBR 6118 e do ACI 318, no entanto, a economia média de aço para o aumento em 10 MPa de resistência do concreto é um pouco mais elevada, apresentando valor de economia no consumo de aço em torno de  $10 \text{ cm}^2$  para cada 10 MPa a mais de resistência do concreto, ou seja,  $1 \text{ cm}^2$  a cada 1 MPa a mais na resistência.

Destaca-se novamente o fato de que quanto menores os esforços de compressão, menor a economia no consumo de aço, ou seja, valores menores do que a média são esperados. Em contrapartida, para esforços maiores de compressão, maior a significância do aumento da resistência característica à compressão do concreto e maior a economia esperada no consumo de aço.

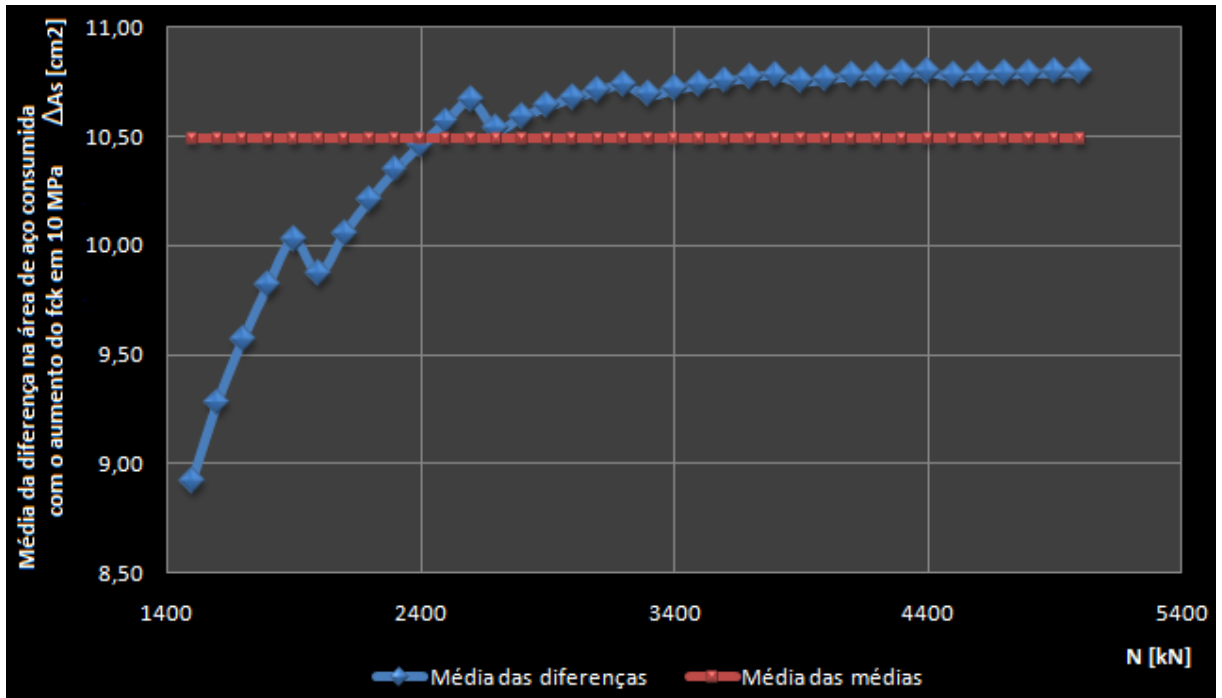


Figura 21: redução média do consumo de aço para cada solicitação avaliada e a média final estes valores para as hipóteses do ACI 318.

## REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills, MI/USA, 2008.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2003, v. 1.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118** – Projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

CAMPOS FILHO, A. **Dimensionamento de Seções Retangulares de Concreto Armado à Flexão Composta Normal**. Apostila da disciplina ENG01112 – UFRGS.

Disponível em <[http://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/eng01112/solicitacoes\\_normais.pdf](http://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/eng01112/solicitacoes_normais.pdf)>. Acesso em 20/05/2010.

\_\_\_\_\_. **Dimensionamento e Verificação de Seções Poligonais de Concreto Armado Submetidas à Flexão Composta Oblíqua**. Apostila da disciplina PEC00013 – UFRGS.

Disponível em <<http://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/topicos/secao.pdf>>. Acesso em 20/05/2010.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto**: solicitações normais. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

\_\_\_\_\_. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. 1. ed. São Paulo: Pini, 1995.

MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K. **Reinforced Concrete**: mechanics and design. 4. ed. New Jersey - USA: Pearson Prentice Hall, 2005.

NILSON, A. H.; DARWIN, D.; DOLAN, C. W. **Design of Concrete Structures**. 13. ed. The MacGraw-Hill Companies, 2004.