

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Caren Fulginiti da Silva

**O CUIDADO COM A VERDADE NA TAREFA DO
EXERCÍCIO PROFISSIONAL ÉTICO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

Porto Alegre

2010

Caren Fulginiti da Silva

**O CUIDADO COM A VERDADE NA TAREFA DO
EXERCÍCIO PROFISSIONAL ÉTICO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador:

Prof. Dr. Samuel Edmundo López Bello

Linha de Pesquisa: Universidade: Teoria e Prática

Porto Alegre

2010

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

S586c Silva, Caren Fulginiti da

O cuidado com a verdade na tarefa do exercício profissional ético do professor de matemática / Caren Fulginiti da Silva; orientador: Samuel Edmundo López Bello. Porto Alegre, 2010.

121 f. + Apêndices.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação, 2010, Porto Alegre, BR-RS.

1. Matemática. 2. Ensino. 3. Verdade. 4. Certeza. 5. Polifonia. 6. Interdiscurso. 7. Linguagem. 8. Ética. 9. Foucault, Michel. Wittgenstein, Ludwig. I. López Bello, Samuel Edmundo. II. Título.

CDU - 51:37

Caren Fulginiti da Silva

**O CUIDADO COM A VERDADE NA TAREFA DO
EXERCÍCIO PROFISSIONAL ÉTICO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Aprovada em 31 de Maio 2010.

Prof. Dr. Samuel Edmundo López Bello - Orientador

Profa. Dra. Luciana Gruppelli Loponte - UFRGS

Prof. Dr. Nilton Mullet Pereira - UFRGS

Prof. Dr. Vilmar Trevisan - UFRGS

*Dedico esta dissertação a todos que me ajudam
a seguir meu caminho,
obrigada aos amigos da terra e do céu,
pois nada se faz sozinho.*

AGRADECIMENTOS

Ao meu pai, Carlos Itaroty, pelo exemplo de honestidade e amor ao próximo, pela atenção e cuidado que me dedicas há algum tempo.

À minha mãe, Zairê, pelo zelo por minha vida, por sua dedicação na função de mãe, que cumpriste com mérito inquestionável e pelo exemplo de luta pela vida até o fim.

Aos meus amados irmãos Cinara, Cícero e Paulo, pela certeza de contar sempre com vocês e por não singrar a vida sozinha.

A Pierre Veiga, por ter trazido a alegria da infância de volta a minha vida.

À minha Tia Sirlei, por tua amizade, respeito e compreensão, e, também pela correção do Português.

Aos meus avôs, Nestor, Homero, e avós, Lorena e Ely, pelo amor incondicional que me devotaram, e pela alegria de ter compartilhado boa parte da minha existência com eles.

Aos meus ancestrais, Della Nina, Weissheimer, Fulginiti e Silva e tantas mais que integram minha *Árvore Genealógica* em que vim a existir. Espero que possa merecer a honra de pertencer a essas linhagens, desenvolvendo esse amor pela vida, para que a árvore seja considerada boa, pelo bom fruto que produz.

Aos Colégios que freqüentei, em especial, Colégio São Luiz e ao Colégio Tiradentes da Brigada Militar, pela bagagem adquirida.

Aos colegas de escola e de universidade: Gisele Spindler, João Ely, Paulo Griebler, Clarissa Capp, Jairo de Araújo, Fernanda Bassani; e aos amigos que a vida me deu: Henrique e Humberto Keske, Pedro Lairihoy, Anelise Bartholdy, Fabrício Riatto e Helena Dutra por terem me ensinado a arte da amizade e por torcerem por esta conquista. Em especial, à Helena (também minha cunhada) pela ajuda na reta final.

A todos os professores que passaram pela minha vida, pelos saberes acumulados, em especial a Eduardo Brietzke, Ada Döering, Carlos Herédia e

Regina Azambuja, pelo exemplo como professores e por me inspirarem ainda hoje.

Aos meus mais de mil ex-alunos, por terem contribuído com o processo de constituição da professora de matemática que sou.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul, que me recebeu em cinco graduações e em um mestrado - espero com meu trabalho, honrar seu nome.

Às Bibliotecas da UFRGS (FACED, BSCSH, PSICO, FBC, MAT) e seus funcionários, sem o que este trabalho, certamente, seria menos rico.

Ao PPGEdU e seus funcionários pela oportunidade. E a todos os professores que tive nessa casa.

Ao Prof. Dr. Samuel Edmundo López Bello, pela orientação deste trabalho e pelas oportunidades de aprendizado que me permitiu.

Aos Colegas do mestrado: Grace, Anderson, Cida, Suelen, Giovana, Mônica, Fernando, Patrícia P., Patrícia C., Cleuza, Dionara, Karliúsa e Karin, pelo apoio, pelo aprendizado compartilhado.

Em especial, a Grace Da Ré Aurich, por ter atendido meus pedidos de socorro durante esse processo e ter estado ao meu lado quando, praticamente, não me restavam forças e a Anderson Santos, pelas valiosas contribuições dadas a este trabalho.

À banca de qualificação do projeto desta dissertação, Profa. Dra. Luciana Loponte, Prof. Dr. Nilton Mullet e Profa. Dra. Lisete Bampi, pelas contribuições a este trabalho.

Ao Dalai Lama e Lama Samten, por seus ensinamentos que me ajudam a ser uma pessoa mais feliz.

A Gerson, meu psicólogo, que sabe o porquê.

A todos os homens e mulheres que contribuíram para que se formasse reto meu coração, a maior conquista de todo o caminhar.

Mas a escrita será tanto mais marcada por vida e pulsação quanto mais puder dar conta, honestamente, de um mínimo de sólidas referências de herança intelectual, referências que aparecerão no texto como parte constitutiva de uma experiência intransferível do pesquisador com as figuras (autores, obras) que lhe povoaram e povoam a trajetória acadêmica, profissional e pessoal, que lhe conferiram e conferem inclusive um modo de pertencimento a uma época, a um dado ambiente intelectual. (FISCHER, 2005, p. 124).

RESUMO

Esta dissertação de mestrado, que apresenta verdade, certeza, matemática e ética no exercício profissional do professor como temáticas, tem como objetivo de estudo tomar quatro diferentes perspectivas em Matemática (platonista, formalista, sócio-cultural e normativa) e sua relação com a tarefa do dizer verdadeiro no exercício profissional ético do professor de Matemática. A opção metodológica recai numa analítica de dois diálogos polifônicos, um sobre a verdade e outro sobre a certeza onde, interdiscursivamente, figuram as quatro perspectivas tomadas. A análise será desenvolvida usando como ferramentas regime de verdade, discurso e ética de si que serão tomadas em sentido foucaultiano e certeza, jogos de linguagem, gramática e formas de vida em sentido wittgensteiniano. A questão ética, abordada no penúltimo capítulo, faz a vinculação entre as formações discursivas que figuraram no trabalho e a possibilidade de uma docência em matemática que aposte na dimensão ética da sua constituição através do cuidado com a verdade.

Palavras-chave: **Matemática. Ensino. Verdade. Certeza. Polifonia. Interdiscurso. Linguagem. Ética. Foucault, Michel. Wittgenstein, Ludwig.**

ABSTRACT

This dissertation, which presents the truth, certainty, mathematics and ethics in the practice of the teacher as thematic study aims to take four different perspectives in Mathematics (Platonist, formalist, socio-cultural and normative) and its relationship with the task of veracious to say in the training of teachers of mathematics and ethics. The choice of analytical methodology lies in two dialogues polyphonic, one about truth and one about certainty where, interdiscursivity, appear the four perspectives taken. The analysis will be developed using tools like regime of truth, discourse ethics and of itself should be taken in the Foucaultian sense and certainty, language games, grammar, and life forms in order wittgensteinian. The ethical question, addressed in the penultimate chapter makes the link between the discursive formations that have figured in the work and the possibility of teaching in mathematics that draws on the ethical dimension of their formation through careful with the truth.

Keywords: Math. Mathematics Education. Truth. Certainty. Polyphony. Interdiscourse. Language. Ethics itself. Foucault, Michel. Wittgenstein, Ludwig.

SUMÁRIO

1 DAS CONSIDERAÇÕES INICIAIS AO PROBLEMA DE PESQUISA	11
1.1 SOBRE QUEM ESCREVE	11
1.2 O ENCONTRO COM AS DIVERSAS MATEMÁTICAS	17
1.3 DAS MATEMÁTICAS AO DISCURSO MATEMÁTICO	34
1.4 O ENCONTRO COM FOUCAULT E A CONSTITUIÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA	40
2 CAMINHOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS	45
2.1 O APORTE TEÓRICO: um olhar interdiscursivo para a discursividade	45
2.2 A COMPOSIÇÃO DO DIÁLOGO POLIFÔNICO	48
3 SOBRE A VERDADE	55
4 SOBRE A CERTEZA	65
5 UMA ANALÍTICA SOBRE A VERDADE E A CERTEZA	79
6 POR UMA ÉTICA NA DOCÊNCIA DE MATEMÁTICA	92
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	97
REFERÊNCIAS	103
APÊNDICES	122
APÊNDICE A - Noções sobre o quinto postulado e Geometrias não Euclidianas	122
APÊNDICE B - Bases numéricas - Para um entendimento básico	131

1 DAS CONSIDERAÇÕES INICIAIS AO PROBLEMA DE PESQUISA

1.1 SOBRE QUEM ESCREVE

Para apresentar a dissertação que tem como título "O cuidado com a verdade na tarefa do exercício profissional ético do professor de matemática", começarei relatando minha trajetória.

Nada é mais inconsistente do que um regime político indiferente à verdade; mas nada é mais perigoso do que um sistema político que pretende prescrever a verdade. [...] A tarefa do dizer verdadeiro é um trabalho interminável: respeitá-la em sua complexidade é uma obrigação que nenhum poder¹ pode economizar. Exceto para impor o silêncio da escravidão. (FOUCAULT, 2006a, p.251).

Quando decidi ingressar no curso de Matemática, surgiu um impasse: Licenciatura ou Bacharelado em Matemática Pura? Na época, os meus professores de cálculo do Curso de Economia² disseram que, se eu quisesse "aprender matemática de verdade", deveria fazer o bacharelado porque licenciatura em Matemática, segundo eles, era "perfumaria", ou seja, que eu aprenderia uma Matemática superficial.

Não é a toa que o licenciando freqüentemente é visto como o bacharelado que não deu certo. Não se trata, evidentemente, de reduzir a problemática da falta de identidade do professor (que é parte da própria relação das forças sociais com a educação) à questão da formação específica nos cursos de Licenciatura. Tal problemática não se atém a uma relação tão simples de causa e efeito. O que estamos dizendo é que a formação específica nas Licenciaturas em Matemática contribui para reforçar esse processo de desvalorização da profissão de professor. (FARIA, MOREIRA, FERREIRA, 1997, apud VILELA, 2007, p. 62).

¹ Entendo que esse poder tem manifestações na prática profissional do professor de matemática.

² Cursei Economia na UFRGS no ano de 1995.

Convencida por esse argumento, em 1996 ingressei no Bacharelado em Matemática Pura. O choque foi grande, enfim a matemática acadêmica se revelava para mim e ela era muito mais difícil do que eu havia imaginado. Exigia muitas horas de estudo e um rigor jamais, por mim, antes experimentado.

Nesse mesmo ano, percebi que tinha encontrado um trabalho que me realizava e, assim sendo abandonei as aulas particulares e comecei a me dedicar em termos profissionais, exclusivamente, à preparação de vestibulandos para a prova de matemática. À medida que fazia o bacharelado, meu trabalho, em casa, avançava. Em 1998, fui convidada para trabalhar num curso pré-vestibular por disciplina³ chamado Oficina de Redação, lá me tornei uma professora conhecida e comecei a consolidar meu nome no "mercado de cursinhos".

Em julho de 1999, inaugurei meu curso próprio, comecei a trabalhar como autônoma em uma sala alugada. Durante todo esse tempo, segui fazendo o curso de bacharelado. Em 2000, por problemas pessoais (doença da minha mãe) e acadêmicos (que adiante relatarei), terminei por abandonar o curso de bacharelado faltando apenas duas cadeiras para a formatura.

Aliado a isso, o fato de perceber que, realmente, queria ser professora de matemática, fez com que eu prestasse, em 2001, novo vestibular para Licenciatura em Matemática. Encontrei resistência em casa, havia uma angústia no ar por eu escolher ser professora de matemática e não pesquisadora em matemática, o que tinha um "status" maior. Minha família não via um futuro muito promissor nessa escolha.

Apesar de ter aproveitado quase todas os créditos das cadeiras de Matemática, faltavam ainda algumas cadeiras pedagógicas como ensino e aprendizagem em matemática, laboratório de ensino e aprendizagem em matemática, dadas pelo departamento de Matemática e outras pedagógicas

³ Nova modalidade de pré-vestibular onde o aluno escolhe as disciplinas que deseja cursar, bem como elege os professores com os quais deseja ter aulas.

dadas pela Faculdade de Educação. Sempre trabalhando muito no meu curso pré-vestibular, demorei a concluir o curso.

Em 2001, em função de problema grave de saúde, minha mãe faleceu e em 2002 tranquei dois semestres do curso para me recuperar da perda e colocar em dia projetos profissionais pendentes⁴.

Não é por acaso que cito a doença de minha mãe, esse acontecimento em minha vida se entrecruzou com minhas escolhas profissionais.

Do acadêmico de Bacharelado em Matemática, é exigido certo isolamento, uma solidão para mergulhar no mais profundo rigor do pensamento, para poder entender as idéias de muitos e grandes pensadores dessa ciência. Isso demandava uma imersão que ficava muito dificultada por um problema pessoal grave pelo qual eu passava. A situação tornava-se mais insustentável, ao tentar justificar minhas falhas acadêmicas em função do problema pessoal, ouvia que: "Para ser um bom matemático, às vezes, temos que esquecer que temos mãe."⁵

Um ano antes de minha mãe falecer, mudei para o curso de licenciatura. Nele encontrei muito mais tolerância, por parte dos professores, sobre a minha situação. Se por um lado, no curso de bacharelado o foco é o saber matemático, na licenciatura o foco passa a ser a pessoa.

Ao retomar meus estudos, encontrei-me em outra perspectiva que me alertou para as questões educacionais.

Eu nunca pensara ou discutira tais questões antes, mesmo já trabalhando em sala de aula há pelo menos seis anos. Até então, eu pensava, simplesmente, que mostrava aos meus alunos "a Verdade".

À medida que eles tinham que entendê-la - para dar conta da prova do vestibular - tentava, de maneira muito pragmática, toda a sorte de técnicas que

⁴ Neste ano desenvolvi o *site* www.caren.mat.br onde meu trabalho é divulgado, além de dar apoio aos meus alunos.

⁵ Conversa com um professor do Bacharelado em Matemática Pura, quando tentava justificar uma falta.

possibilitassem à compreensão dos conteúdos. Não havia por minha parte uma preocupação educacional, mas sim mercadológica: - Quanto mais eles aprendessem, mais alunos eu teria no ano seguinte. Desenvolvi um vasto material didático, colecionei mais de cinco mil questões de Matemática, provas de vestibulares de todo o país, "softwares" matemáticos, entre outros instrumentos de ensino.

Na licenciatura, convivendo com os novos colegas e professores, soube que o ensino não andava, de modo geral, nada bem nas escolas e eu nem sabia disso. Porque no Colégio Militar⁶, onde eu estudara; o ensino sempre "dava certo", eram raras as reprovações escolares, todos se ajudavam, estudávamos muito e juntos tínhamos o objetivo "de vencer" naquele lugar, afinal estávamos sendo disciplinados para isso e não só nós. Os professores, de certo modo, eram disciplinados também. Para nós, a prova de que tudo "dava certo" é que o colégio tinha um nível de aprovação bastante significativo de seus alunos no vestibular da UFRGS há anos. Enfim, esse era o grande objetivo de nossas vidas adolescentes.

Igualmente, no meu curso o meu trabalho também "dava certo", os alunos aprendiam matemática⁷ e eu comprovava isso através dos resultados deles nas provas de vestibular, nas provas que eu aplicava em sala de aula e principalmente em suas falas quando perguntavam suas dúvidas ou justificavam outro caminho para resolver as questões. Penso que aqueles meus alunos estavam motivados a estudar e a combinação com meu empenho terminava funcionando.

Assim sendo, como licencianda em matemática, soube de outra realidade: nas escolas de um modo geral era o contrário, o insucesso rondava. Todas essas informações, os contatos que tive com escolas, as leituras feitas para as cadeiras

⁶ Estudei no Colégio Tiradentes da Brigada Militar de 1989 até 1991, onde conclui o ensino médio.

⁷ Aprendiam (no sentido de manusear) que era necessário para alcançarem notas altas na prova de matemática dos vestibulares das universidades públicas e particulares do Estado do Rio Grande do Sul.

foram me flexibilizando e eu pude perceber, enfim, que havia muito mais a ser pensado do que simplesmente como ensinar matemática.

Numa experiência de estágio, numa escola da rede estadual, imaginei que conseguiria resultados similares aos do meu curso, porque de certa forma acreditava que podia fazer a diferença. Fiz muitos planos para as minhas futuras aulas, porém não contava com um cenário de muitas faltas por parte dos alunos. De uma aula para a próxima, numa mesma turma, não havia sequer um aluno comum. Dos 26 alunos na chamada, num dia, vinham 5 ou 6 e na aula seguinte, outros 5 ou 6, numa espécie de revezamento. Nada funcionou, praticamente não conseguia sair da primeira aula. Foi bem difícil para eu aceitar que, em quatro semanas, não conseguiria fazer a menor diferença.

Todavia, considero que fui uma "boa" licencianda, mas esse "boa" agora tinha outra conotação, ainda obtive notas altas⁸. Mais que isso, me abri para o novo. Permiti-me uma escuta e um olhar que as minhas antigas certezas jamais haviam permitido.

Em 2006, encaminhei-me, definitivamente, para minha primeira formatura ocorrida em janeiro de 2007. Inscrevi-me na seleção para o mestrado em Educação e não em Matemática Pura, o que era esperado por muitos colegas. E por quê? Porque percebi que contribuiria mais, desse modo, como alguém que trabalhasse com formação de professores de matemática do que como alguém confinada em uma sala acadêmica, publicando artigos matemáticos que, muito pouco ou quase nada, contribuiriam para melhorar problemas educacionais urgentes.

Enfim, percebi que muito mais que saber matemática, um professor tem que poder repensar sua prática, em função das circunstâncias que se apresentam.

⁸ Uma referência disso, foi que em 2005, convocada a fazer a prova do ENADE, obtive a maior nota do Rio Grande do Sul, entre todos os licenciandos de matemática em vias de conclusão de curso no estado.

Poder agir de forma ética no exercício da sua profissão, tentar aquele a mais que poderia fazer alguma diferença. Contribuir para isso, pensar quais as condições de emergência são necessárias para que essa mudança de olhar ocorra, foi o que me convenceu a procurar espaço no mestrado em educação. Eis a razão da minha escrita.

1.2 O ENCONTRO COM AS DIVERSAS MATEMÁTICAS

*Não me envergonho de mudar de idéia,
porque não me envergonho de pensar.⁹*

Enquanto aluna do sistema de ensino fundamental e médio, eu acreditava que matemática era, somente, aqueles exercícios enfadonhos que eu resolvia e acertava. E me considerava conhecedora de Matemática¹⁰.

Quando entrei no Bacharelado em Matemática Pura, sofri o tradicional impacto de ter contato, pela primeira vez, com a formalização da matemática acadêmica. Pela primeira vez, era desafiada a provar teoremas, corolários, conjecturas, baseados em axiomas e postulados.

A palavra axioma, ou postulado, significava, antigamente, uma verdade evidente ou reconhecida universalmente, uma verdade aceita sem provas. Dentro da matemática, o axioma funciona como o pilar em que as outras conclusões se assentam. (DAVIS e HERSH, 1995 p.207).

Lembro-me de que, num fugaz momento, cheguei a pensar no que aconteceria se os axiomas e postulados fossem falsos... mas não me atrevi, à época, a discutir com alguém minha dúvida.

Com o passar das cadeiras e contato com os professores, fui, cada vez mais, concebendo que aquelas idéias todas, todas aquelas figuras, todos os encaixes perfeitos com os quais tomava contato, para mim, eram mesmo muito perfeitos e deviam mesmo pertencer a uma realidade não humana. Acreditava, enfim, que a Matemática era uma dádiva belíssima que eu estava a "descobrir".

⁹ PASCAL, Blaise - filósofo, físico e matemático francês - 1623/1662

¹⁰ A partir de agora toda vez que usar Matemática com M (maiúsculo) estarei me referindo a produção de saberes relacionada com a prática do profissional matemático puro desenvolvida no espaço universitário, ao passo que quando usar matemática com m (minúsculo) estarei entendendo como prática e/ou saberes que aparecem em diversas outras práticas sociais.

Com alguma leitura filosófica, terminei por perceber que muitos dos pressupostos que eu acreditava, correspondiam a uma postura platônica em relação à Matemática, uma forma de ver a Matemática.

Nessa época, pretensiosamente, acreditava que me comunicava com algo sobre-humano e a cada teorema entendido, a cada aprovação surpreendia-me mais e mais com a beleza da Matemática e com a minha capacidade de compreendê-la.

A matemática na concepção platônica, evolui como uma imagem exata do universo. Não é então de admirar que a matemática funcione; é exatamente para isso que existe. O universo impôs a matemática à humanidade. O platonismo matemático é a noção de que a matemática existe independente dos seres humanos. Segundo este raciocínio o universo terá imposto à galáxia x-9 a mesma matemática que impôs aos homens terrestres. A matemática é universal. (DAVIS e HERSH, 1995 p. 75).

Convivendo com a profissão de pesquisador matemático e percebendo a aridez do terreno das publicações inéditas, tive dúvida se, realmente, queria essa vida para mim. Paralelo a isso, uma outra possibilidade me acenava. Cada vez mais me dava conta do "meu talento"¹¹ como professora de pré-vestibular e, juntando isso tudo, resolvi trocar o Bacharelado em Pura pela Licenciatura.

No entanto, essa passagem não se deu com facilidade, alguns professores lamentavam a minha saída do bacharelado por acreditarem no "meu talento" como pesquisadora e pensavam que isso seria desperdiçado como professora. Outros se ressentiam por acreditar que eu havia ido lá, no mundo deles, aprendido matemática para "prostituí-la"¹² num cursinho pré-vestibular. Em menor número,

¹¹ Em diferentes momentos, usei e usarei termos como: "meu talento", "meu sucesso", casualmente para mostrar como, de alguma maneira, essas expressões que traduzem ou revelam um certo ar petulante, eram fundantes na minha constituição como sujeito à época e que hoje de quando em vez ainda aparecem! Antes considero que essa petulância estava na superfície da minha subjetividade e era motor para a execução dos meus projetos pessoais.

¹² Apesar de agressivo, uso exatamente o termo a mim proferido.

vinham aqueles que acreditavam que eu havia fugido, ou seja, desistido de fazer Matemática Pura em busca de algo mais fácil, no caso ser apenas uma professora.

Trata-se assim, de descrever o campo em que as práticas discursivas se entrelaçam a práticas não discursivas, compondo um conjunto denso de temas, possibilidades de dizer e de agir. Conjunto que não é exterior aos sujeitos que agem e dizem, mas que constitui os lugares de autoridade e reconhecimento. (BIROLI, 2006, p. 125).

Chegando à Licenciatura, pela primeira vez, convivi com pessoas que estavam preocupadas em como a Matemática ao ser reorganizada para o contexto escolar, seria usada para a exclusão de alunos do sistema escolar; sobre a dificuldade em se fazer a transposição didática entre a matemática da academia e a da escola; além das questões sociais e políticas relacionadas com a cultura escolar. Mas de todas as novas idéias que tive contato, uma em particular me mobilizou primeiro e dizia respeito a essa Matemática...

Oportunamente, em uma aula de ensino-aprendizagem do meu curso de licenciatura, uma professora me lançou o desafio: "O número primo é primo independente da humanidade, ou a humanidade inventou que ele é primo?". Prontamente respondi que o número primo seria primo independente da humanidade, afinal gravitando ainda em idéias platônicas, aquela era a resposta que fazia todo o sentido.

Para Platão, a missão da filosofia era descobrir o conhecimento escondido atrás do véu da opinião, das aparências, da mudança e da ilusão do mundo temporal. Nesta tarefa a matemática ocupava um lugar central, pois o conhecimento matemático era o exemplo perfeito do conhecimento independente dos sentidos, conhecimento de verdades necessárias e eternas. (DAVIS e HERSH, 1995, p. 305).

Entretanto aquela pergunta não calou. Fiquei muito tempo pensando sobre aquilo. Por fim, tive a oportunidade de ler o livro¹³ "A Experiência Matemática" de Davis e Hersh concluindo que muito já havia sido pensado sobre isso e nele encontrei, entre outras, uma perspectiva que me disse: as aplicações da Matemática surgem por decreto da razão. Nós próprios, através do pensamento, concebemos uma variedade de padrões ou de estruturas matemáticas e ficamos tão deliciados com essa obra que forçamos, deliberadamente, vários aspectos físicos do universo a adaptarem-se-lhe tão bem quanto seja possível. A utilidade de um modelo matemático advém, precisamente, do seu sucesso em imitar ou prever o comportamento do universo.

Essa é a concepção formalista da Matemática, herdeira do racionalismo kantiano. Segundo Monteiro (2001), "o formalismo teve suas raízes em Kant" e "Hilbert, um dos seus maiores expoentes, caracterizou que o trabalho matemático deve consistir no estabelecimento de teorias formais consistentes, cada vez mais abrangentes até que se alcance a formalização completa da Matemática".

Para os formalistas não há nenhum objeto matemático. A Matemática consiste em axiomas e definições que acessamos pela razão, de onde se extraem teoremas e fórmulas. Para Davis e Hersh (1995, p. 302), "o matemático típico é tanto um platonista como um formalista - um platonista secreto que põe uma máscara de formalista quando é caso disso". Um matemático trafega, meio sem sentir, entre o idealismo platônico e o racionalismo kantiano; todavia podemos entender esse trânsito pensando que o discurso platônico dá condições de um assujeitamento¹⁴ ao discurso formalista: efetivamente, formalistas e platônicos divergem na questão existência/realidade, mas não divergem sobre os princípios

¹³ A leitura desse livro foi um ponto crucial na minha trajetória como matemática, porque me permitiu um olhar sobre a constituição da Matemática como ciência, questão nunca antes por mim levantada.

¹⁴ uma das possibilidades e constituição de subjetividades.

de raciocínio que devem ser permissíveis na prática matemática. Podemos pensar ainda que apesar de um formalista pensar que os axiomas não são pré-existentes, ainda assim acredita que não poderiam ser outros. A razão kantiana nos conduz sempre a exata mesma conclusão. Segundo Davis e Hersh (1995, p.309), "para Kant só existe uma matemática e suas verdades nos são impostas pelo modo como nossas mentes funcionam; isso explica porque elas são, supostamente, verdadeiras para todos, independente da experiência".

Com efeito, a matemática, particularmente, foi descrita - e isso parece ainda repercutir - como conhecimento científico exemplar e verdadeiro, por expressar uma essência comum a todas as coisas que constituem seu domínio e isso tem a implicação de que ela seria a mesma para todos.

A matemática [...] tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea que perdura até os nossos dias como manifestação cultural que se impôs, incontestada, às demais formas. Enquanto nenhuma religião se universalizou, nenhuma língua se universalizou, nem culinária nem medicina se universalizaram, a matemática se universalizou, deslocando todos os demais modos de quantificar, de medir, de ordenar, de inferir e servindo de base, se impondo, como o modo de pensamento lógico e racional que passou a identificar a própria espécie. (D'AMBRÓSIO, 1998b, p.10).

Nessa altura, percebi que mais descobertas estavam por vir... muito desse debate já havia sido travado e eu não parei de investigar. Entre outras várias correntes filosóficas, algumas me diziam pouco e outras um pouco mais. Terminei tropeçando naquelas de caráter sócio-histórico-cultural.

Essa outra perspectiva me mostrou que as ciências, de um modo geral, podiam ser pensadas como uma articulação de idéias condicionadas à cultura e a história, por exemplo, podemos pensar que os símbolos matemáticos - universais para platônicos - foram escolhidos ao longo da história, por acordos feitos entre os praticantes de Matemática ou aqueles que faziam uso de matemática. A profusão de símbolos, para um mesmo objeto matemático, não ocorreu, entre

outras razões, por uma questão tipográfica, pois uma variedade de símbolos para um mesmo objeto matemático tornaria os impressos matemáticos mais caros.

Os símbolos especiais que povoam a linguagem matemática escrita formam um acréscimo colorido e variado aos símbolos usados pelas línguas. Não há dúvida de que vigora entre os símbolos a lei da sobrevivência do mais apto; o monumental estudo dos símbolos matemáticos realizado por Cajori¹⁵ é também um cemitério de símbolos extintos. Um fato que desencorajou a criação livre de símbolos matemáticos foi a necessidade de se criar todo um novo conjunto tipográfico para a impressão do texto. (DAVIS e HERSH, 1995, p. 123).

Acabei convencida de que nem o idealismo platônico, nem a razão kantiana seriam fortes o bastante para estarem alheios às condições históricas e econômicas que, de alguma forma, se impõe em nossas vidas e que poderiam enfim se impor às ciências.

Para Wallner (1995) o conhecimento científico não se constrói a partir de um método de investigação que viria dar resposta às demandas do mundo natural ou social, mas se constrói a partir de acordos, tácitos ou não, entre os praticantes desse ou daquele ramo da ciência. (VEIGANETO, 1996, p. 127).

Aliado a isso, nas aulas de educação matemática e didática para a matemática ambas da Faculdade de Educação, tive contato com parte da obra do professor Ubiratan D'Ambrósio e com vários outros textos de caráter sócio-etno-cultural. Ao ouvir pela primeira vez o termo Etnomatemática e ao ler textos, como os do livro *Idéias Matemáticas de Povos Culturalmente Distintos*, organizado por Mariana Kawall Leal Ferreira, pude começar a pensar que não só a Matemática que eu havia aprendido na universidade era uma invenção humana, mas sim que muitas outras matemáticas poderiam ter sido inventadas.

¹⁵ Estudo publicado em: CAJORI, F. *History of Mathematical Notations*, Chicago, The Open Court Publishing Co. , 1928/1929

Uma vez que nossa "ciência", como entendida e questionada na atualidade, é o resultado de um longo processo de geração, de organização intelectual e social e de difusão a partir de relações intra e interculturais. Ao concordar que conhecimento científico é cultura de uma época, não só entende-se que ela seja uma criação eminentemente humana, mas que se elabora como resposta a necessidades historicamente determinadas segundo contextos espacial e temporalmente diferenciados. (LÓPEZ BELLO, 1999).

Para mim, foi muito surpreendente poder pensar que havia "a possibilidade de considerar, simultaneamente, matemáticas culturalmente diferentes e também [que] diferentes concepções de matemática e racionalidade poderiam coexistir" (BARTON, 1998, apud VILELA, 2008, p. 1). Enfim começava a compreender que: "Outras sociedades em outros contextos espaciais e temporais serão capazes de produzir outros ordenamentos que não necessariamente sigam o modo de pensar ocidental". (LÓPEZ BELLO, 1999).

Esse processo de convencimento foi bem doloroso, afinal, minhas velhas certezas acalentadas por tanto tempo e que me pareceram sempre fazer tanto sentido, estavam me abandonando. Vi-me em luto novamente. Minha matemática não havia morrido, mas ela não conseguia mais significar para mim a unicidade, a infalibilidade, a Verdade¹⁶.

Comecei a pensar que a matemática nunca havia sido realmente "universal", agora percebia que nem sequer "mundial". Assentada na sua pretensão de verdade absoluta, mesmo praticada por um grupo, numericamente, insignificante a Matemática se impôs ao mundo. É incrível, agora, eu conseguir me perguntar como nós, matemáticos, conseguimos convencer tanta gente e por tanto tempo de que realmente conhecíamos uma verdade inquestionável? E o pior de tudo foi perceber que eu também acreditei nisso cegamente e que só há pouco tempo me permiti novas leituras e pude vislumbrar outras possibilidades.

¹⁶ Uso letra maiúscula, porque me refiro à crença na verdade única.

Passei a aceitar que "... qualquer grupo sócio-culturalmente determinado é capaz de produzir seu próprio ordenamento a partir das suas categorias, princípios, modos de produção e subsistência que se traduz num modo específico e diferenciado de recortar e perceber o real." (LÓPEZ BELLO, 1999). Assim sendo, esse processo se refletiu na minha prática pedagógica, talvez porque como Fiorentini (1995) afirma: "A forma como vemos/entendemos a Matemática tem fortes implicações no modo como entendemos e praticamos o ensino da Matemática".

Em consonância com essas idéias, detive-me, um pouco mais, sobre a Etnomatemática. É importante observar que as discussões promovidas por ela encontram eco nos ditos tempos pós-modernos. Essas idéias não teriam lugar em outro tempo.

A discussão pós-moderna, ao evidenciar a questão da diferença, traz o que talvez seja uma de suas maiores contribuições para o pensamento contemporâneo. A pós-modernidade coloca a noção de diferença em seu centro de discussão, ressaltando as diferenças sociais, culturais, de raça, gênero e etnia, e a pluralidade de constituição e distribuição dos conhecimentos. (CLARETO, 2002, p. 30).

Os meus primeiros pensamentos em relação à etnomatemática davam-me conta do que poderíamos chamar de matemática não sistematizada, uma matemática informal que poderia ter sido produzida e utilizada por grupos escolarmente marginalizados¹⁷ (analfabetos, agricultores) ou grupos culturais específicos (indígenas, tribos africanas). Essa matemática seria uma maneira muito particular desses grupos realizarem as tarefas de classificar, ordenar, inferir e modelar. Mais adiante lendo D'Ambrósio e outros percebi que:

¹⁷ "às margens da sociedade"

A etnomatemática enquanto proposta procura entender, dentro do marco das artes e técnicas de explicar e conhecer, os processos de produção, organização, institucionalização e difusão do conhecimento. (LÓPEZ BELLO, 2000).

Dessa forma, a Etnomatemática passa a se preocupar menos em apresentar à academia as outras formas de matematizar existentes no planeta e passa a se preocupar em compreender de que maneira pode-se conhecer e explicar em cada contexto cultural.

A modo de esclarecimento, diferente do que seu nome possa sugerir, etnomatemática não deve ser entendida **unicamente** como uma matemática existente nos chamados "grupos étnicos" ou "etnias" (LÓPEZ BELLO, 1999, p. 14, grifo meu).

De certo modo, eu sempre senti a Matemática viva. A cada dia, novos resultados são publicados, porém, o que pude perceber vai muito além disso. Ela é viva no sentido de que pode ser constituída a qualquer momento, na emergência de um problema e que essa matemática não precisa - na medida em que dê conta do problema - da aprovação da matemática formal.¹⁸

Apesar de simpatizar com idéias platônicas, o fato de conseguir perceber a Matemática viva, de viver intensamente a Matemática, possibilitou-me essa abertura de perceber que se eu fazia Matemática, se ela fazia parte da minha vida, da minha história ela necessitava ser desse mundo, e não do mundo das idéias, ainda que eu, naquele momento, não tivesse "clareza" ou não verbalizasse

¹⁸ No meio matemático, um famoso exemplo disso, é a discussão sobre a forma como agricultores calculam a área de quadriláteros irregulares. Usam a fórmula: $A = \frac{(a+c)(b+d)}{4}$, onde a, b, c, e d são as medidas dos lados consecutivos do quadrilátero e chegam num resultado muito próximo da fórmula oficial aceita pela Matemática $A = \frac{Dd}{2} \sin\theta$, onde D e d são as medidas das diagonais e θ o ângulo ente elas. Pode-se encontrar referência ao uso da fórmula $A = \frac{(a+c)(b+d)}{4}$, nos trabalhos de Knijnik com agricultores "sem terra" e em livros de História da Matemática sobre como os Egípcios re-demarcavam as terras após as cheias do Rio Nilo.

isso. Sentia que essa Matemática estava no meu trabalho, no meu estudo, nos meus projetos, no que eu fazia.

Percebi, também, que poderia me preocupar menos com a verdade e mais em entender que caminhos são trilhados por um "conhecimento" até que ele passasse a funcionar (a ser usado) como verdade para (por) um grupo. E mais, que "a matemática só adquire validade e significação no interior de um grupo cultural." (FIORENTINI, 1995).

Ao analisar a produção e institucionalização do conhecimento, o professor abre a possibilidade de discutir e problematizar junto aos seus alunos situações que contemplem dimensões políticas, culturais, filosóficas constituindo um sentido de entendimento e reflexão sobre alguns processos de dominação, resistência e aceitação. (LÓPEZ BELLO, 2001).

Não demorei a notar como essas outras idéias, esses outros ditos permitiram-me pensar em mudanças na forma de conduzir minhas aulas. O que antes não passava de uma aula conteudista e frenética, deu lugar a uma aula que não abria mão dos conteúdos, mas acena sempre com a possibilidade do diverso, uma aula que acentuava que as definições e regras são escolhas de matemáticos e não algo divino imposto por alguma força externa a nós mesmos.

Sofri um grande dilema por pensar que o que ensinava em sala de aula não era tão "verdadeiro" quanto pensava antes. E troquei o lugar da certeza pelo da dúvida e das perguntas que antes eu respondia com "É assim, porque é assim!", passaram a dar lugar a um debate sobre as verdades não serem tão verdadeiras assim. Os meus alunos deviam entender que essa era a matemática que caía no vestibular e que apesar de inventada e talvez nem sequer verdadeira, ainda assim, era essa e não outra que eles deviam saber e saber, exatamente, da forma como eu a apresentava porque enfim, se eu estava preparando alunos para o vestibular, eles tinham que fazer aquilo que o vestibular solicitasse.

O mais interessante foi perceber que o desempenho¹⁹ dos meus alunos não só não caiu, como aumentou. Juntamente com esse "sucesso", veio também um reconhecimento que antes eu não recebia. Desde 2002, ano em que lancei meu *site*, recebo relatos da experiência dos meus alunos, e é interessante ver que muitos deles falam de uma matemática nunca vista, ou sobre um entendimento jamais imaginado possível. Destaco um desses depoimentos²⁰:

Caren

Aprender Matemática contigo foi também uma grande vitória para mim. Aprendi a pensar antes de pegar no lápis, aprendi a eliminar respostas e a ter tranquilidade numa prova tão temida pela maioria. Depois que saí da prova não tinha certeza do meu sucesso, mas sabia que tudo que apareceu tu falaste em algum momento em aula. Além das explicações na aula, plantões, testes, a confiança que teu curso passou pra mim foi essencial para acreditar que eu, apesar das minhas dificuldades, iria conseguir ultrapassar essa barreira do vestibular. Sei que na Matemática é importante fazer exercícios e hoje eu agradeço de coração aqueles temas infinitos que reclamávamos tanto, mas que trouxeram resultados positivos na hora que mais precisei. Tenho certeza que muitos alunos passarão pelas tuas mãos e agradecerão a tua maneira de fazer a Matemática ficar mais leve e mais fácil. Valeu Caren! Nunca esquecerei teu exemplo como pessoa e mestre! Beijos da ex- aluna (graças a Deus!!) Diesa Pinheiro - aprovada em medicina UFRGS em 2003.

A maioria dos depoimentos fala sobre a importância da minha passagem pela vida dos alunos e muito pouco sobre a importância da Matemática nas suas vidas. Para a maioria deles, a Matemática era só a ligação que existia entre mim e eles. O mais importante não era o contato com a Matemática em si, mas sim, a possibilidade de se perceber capaz de entender alguma coisa, e isso ultrapassava a Matemática. Desta maneira, consegui tomar a Matemática não apenas como uma ferramenta para se resolver problemas, também, como uma ferramenta para dar

¹⁹ Refiro-me à quantidade de acertos nas provas de matemática dos vestibulares do estado do Rio Grande do Sul.

²⁰ Outros, podem ser lidos em www.caren.mat.br/depoimentos.asp

condições de que os alunos se percebessem sujeitos capazes de pensar. Os alunos podiam se perceber partícipes de um certo jogo, na medida em que eles interagiam comigo ao falar de Matemática, constituíam a si mesmos na relação com um outro que neste caso era eu. Exatamente aí entra um dos papéis de um professor.

Por fim, acho importante dizer que apesar da minha caminhada, ainda hoje encontro uma beleza inenarrável na "minha Matemática". Essa minha matemática é, e sempre será, a Matemática Acadêmica que aprendi no Bacharelado em Matemática Pura. Considero que tudo o que foi inventado em Matemática Pura e o que ainda há de ser inventado, seguindo suas regras internas, é uma das mais belas obras que a nossa civilização pode conceber em conjunto. Sei, também, que essa matemática pode ser considerada ela mesma uma etnomatemática.

Em uma perspectiva etnomatemática, a matemática acadêmica é justamente uma entre outras matemáticas. A matemática produzida na academia é também 'etno' porque é também produzida em um contexto - a academia - com seus próprios valores, rituais e códigos especiais que também possuem as outras (etno)matemáticas. (BORBA, 1992b, apud KNIJNIK, 1996, p. 74).

Antes de me deparar com essas idéias, considerava irrelevante pensar sobre etnomatemáticas, porque afinal só a Matemática era verdadeira, outras matemáticas eram só frivolidades, não gastaria meu tempo com estudos etnomatemáticos. Esse modo de pensar, mais tarde geraria, em mim, um certo conflito. Hoje posso considerar que, em função do regime de verdade no qual me encontrava, esse pensamento fazia todo sentido. Agora, não há mais esse conflito, posso dizer que na minha matemática as "coisas" ²¹ são assim, mas também posso dizer que para outros grupos as "coisas" podem ser de outro modo.

²¹ Com "coisas" me refiro a tudo o que possa fazer parte do domínio daquela matemática.

A contribuição da Etnomatemática, na minha trajetória, foi permitir que eu refletisse sobre a produção do conhecimento científico e percebesse que são arbitrariedades que diferenciam o que é científico e o que é não-científico.

A dispersão do conflito se deu na medida em que passei a entender que a etnomatemática propõe pensar que cada matemática tem uma localização histórica, geográfica, cultural.

Passo a entender que a própria Matemática acadêmica se encaixa nesse perfil, porque ela, também, um dia foi "estrangeira", só mais tarde foi se constituindo da contribuição de várias "coisas matemáticas" feitas, localmente, que terminaram se acumulando, se generalizando e se impondo. Os objetos da Matemática têm essa origem local. E depois de aceites e incorporações cada objeto passa a ser considerado como matemática mesmo e não mais outra coisa.

Tomando práticas discursivas como em Foucault (1997, p.12):

"não são pura e simplesmente modos de fabricação de discursos. Eles tomam corpo no conjunto das técnicas, das instituições, dos esquemas de comportamento, dos tipos de transmissão e de difusão, nas formas pedagógicas que por sua vez, as impõe e as mantêm."

entendo que aqui essa noção foucaultiana, aparece, com grande potencial, porque hoje posso pensar que a Matemática se constitui como discurso matemático, discurso científico matemático, foi feito a partir de um conjunto de verdades vindas de outras formações discursivas e que, de alguma maneira, por uma questão de regime de verdade estabelecido no interior do discurso, se fez a seleção do que pode ou não ser considerado matemático. A idéia de regime de verdade aqui é regular, no sentido de controle, o que pode ser considerado matemática. Anteriormente, usei a palavra arbitrariedade e posso agora tomá-la como o saber necessário para a produção de poder. Para Foucault,

Regime de verdades são os tipos de discurso que grupos sociais acolhem e fazem funcionar como verdadeiros; os mecanismos e as instâncias que permitem distinguir os enunciados verdadeiros dos falsos. (REVEL, 2005, p. 86).

Ainda faltava algo, algo que ligasse essas noções com a Matemática. Era necessário encontrar um meio de atrelar a Matemática à linguagem, até porque Foucault me apresentava toda uma tradição a partir da linguagem com a idéia de discurso. Como trabalhar a Matemática numa perspectiva da linguagem?

No segundo ano do meu mestrado, a convite do meu orientador, passei a ler as idéias matemáticas de Wittgenstein. De acordo com Glock (1998, p.333), o segundo²² Wittgenstein aborda que "as proposições matemáticas não descrevem nem entidades abstratas, nem a realidade empírica", nem mesmo refletem o funcionamento da razão. Sua existência a priori se deve ao fato de ser normativa, apesar de sua suposta descrição do mundo. As proposições matemáticas são "regras gramaticais"²³, não descrevem entes abstratos, mas constituem normas, regras para o uso de tais entes. Essas regras podem diferenciar o uso correto do incorreto, mas não os determinam. Dessa forma, Wittgenstein posiciona suas idéias em um lugar distinto do pensamento hegemônico que diz que as proposições matemáticas se referem a algum tipo de realidade, como por exemplo: Platonismo, formalismo, intuicionismo²⁴, logicismo²⁵.

Para Wittgenstein, "é essencial à matemática que os signos sejam também empregados à paisana. É o uso fora da matemática, e, portanto o significado dos signos, que transforma o jogo de signos em matemática" (GOTTSCHALK, 2004). Este filósofo questiona toda a tentativa de fornecer à matemática fundamentos

²² Ao segundo Wittgenstein estão associadas às obras do filósofo posteriores ao *Tractatus Logico-Philosophicus*. O segundo Wittgenstein ou Wittgenstein das Investigações Filosóficas difere bastante do chamado primeiro Wittgenstein ou Wittgenstein do *Tractatus*. Há uma mudança em vários conceitos e o Wittgenstein que se alinha com meu trabalho é justamente o segundo.

²³ "São padrões para o uso correto de uma expressão, que 'determinam' o seu significado" (GLOCK, 1998, p. 193).

²⁴ Essa escola designava as construções mentais por "constructo" e dizia que a matemática é a atividade mental que consiste em efetuar um constructo após o outro. Não consideravam a matemática como uma coleção de teoremas, mas sim uma atividade mental.

²⁵ Escola filosófica que tenta reduzir a matemática à lógica. Acreditam que os entes abstratos existem independentemente da existência humana e que os conceitos matemáticos existem por si só, e cabe à humanidade descobri-los.

seguros. Em termos gerais, enquanto a metafísica tenta descobrir verdades necessárias sobre a estrutura da realidade, em seu modo de ver a estrutura aparente da realidade nada mais é que uma "sombra" de gramática.

Isso significa que partes da matemática precisam ter aplicação empírica direta e que aquelas que não as tenham necessitam estar ligadas às que têm. "Não há matemática pura sem alguma matemática aplicada" (GLOCK, p. 245, 1998).

Tomar a matemática como uma rede de normas - Matemática Normativa - sob uma perspectiva wittgensteiniana, pode ser comparado a algo como o que permite a um músico traduzir uma partitura musical em movimentos de seus dedos no piano. Por meio desse mecanismo surge a música. Analogamente, na matemática, aquele que tem conhecimento da regra, que traduz os enunciados matemáticos chega ao resultado esperado nesse jogo de linguagem.

Wittgenstein trouxe um outro sentido à pesquisa, porque a questão sócio-cultural apesar de abrir-me os olhos, não parecia ainda dar conta do que eu pretendo propor. Encontrei em Wittgenstein a possibilidade de relacionar a minha trajetória com o que ele denominou matemática normativa.

A partir da noção de discurso e verdade em Foucault, abre-se a perspectiva da centralidade na linguagem o que, de alguma maneira, me levou a Wittgenstein e sua forma de ver a Matemática.

Numa aula de cursinho, onde para as pessoas não há tempo a perder, muitas vezes me dissuadi de fazer aulas de inspiração construtivista, pois, de um modo geral elas demandam mais horas de trabalho em sala de aula. Por outro lado, percebia que desenvolver uma idéia matemática através do exercício do pensamento poderia ser bem mais produtivo do que investir tempo com material concreto. O importante é que, mesmo sendo um trabalho de exposição teórica, o relevante era trabalhar os sentidos e os usos que se dão aos objetos matemáticos em diferentes atividades.

De um modo geral, não passava a matéria como "regrinha". O que eu dizia tinha um sentido, eu levava a ter um sentido. Ligava os enunciados matemáticos aos seus usos. Além de tornar as "regras" claras, eu ensinava a gramática própria do jogo de linguagem que estava sendo utilizado. Não precisava de nenhum contexto cultural, nenhuma atividade manipulativa de fato.

- "É só isso? Mas era só isso? Ninguém nunca me disse isso!"

Essa era a reação comum logo após a apropriação de uma regra, seu sentido e seu uso. Funciona dessa maneira porque é isso e assim que se usa! Segundo Wittgenstein "Quando ensinamos a alguém a dar o seu primeiro passo, nós, com isso, o capacitamos a percorrer qualquer distância" (WITTGENSTEIN, 2005, p.166).

A matemática normativa perspectiva do segundo Wittgenstein, aliada aos conceitos de regimes de verdade e poder em Foucault numa perspectiva pós-estruturalista²⁶, torna-se, então, uma das minhas ferramentas. Como?

Sendo meu foco de investigação a questão do cuidado com a verdade na prática profissional do professor de matemática, para olhar essas verdades, escolhi quatro lentes, entre as muitas possíveis. São elas: o platonismo, o formalismo, o sócio-cultural e o normativo. Entre outros objetivos, investigar: Como uma percepção platônica, formalista, sócio-cultural e normativa de matemática funcionaria para pensar não só a questão do ensino, mas também questões de poder e de verdade? De que maneira a forma de dizer ou de pensar

²⁶ Apesar da dificuldade em definir este campo, pode-se dizer que, influenciados especialmente por dois filósofos alemães, quais sejam, Friedrich Nietzsche e Martin Heidegger, estudiosos como Gilles Deleuze, Michel Foucault, Jacques Derrida e Jean François Lyotard enfatizam uma peculiaridade filosófica com um movimento que começa na França, em meados de 1960. Tal movimento critica as pretensões cientificistas e totalizantes do estruturalismo, embora partilhe e amplie alguns de seus procedimentos. Dentre as suas problematizações, ressaltam-se uma crítica radical ao sujeito humanista, autônomo e consciente, um questionamento da crença na razão e no progresso da ciência, e uma recusa ao pensamento da representação da realidade que precede à linguagem (PETERS, 2000).

matemática mostra a sujeição a uma verdade e como isso pode influenciar as escolhas que o professor realiza na sua prática profissional?

Até agora temos nesta dissertação as possibilidades de ver a Matemática sobre o ponto de vista platônico, formalista, sócio-cultural e normativo, que foram as formas, por mim identificadas, de como se ver Matemática durante a minha formação e na minha atividade como professora de Matemática. E o que escrevi até aqui e o que virá, pode servir para ajudar a responder questões do tipo: Como usar isso para poder pensar as questões de ensino? Estas estariam atreladas às questões de poder e de verdade, como anunciadas por Foucault? De que maneira a forma de pensar ou dizer a Matemática mostra sujeição a certas verdades e como isso pode influenciar escolhas do professor? Essa dissertação caminha no sentido dessas e em busca de outras questões.

"A matemática apresenta-se como um deus mais sábio, mais milagroso e mais poderoso que as divindades tradicionais de outras tradições culturais." (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 114)

O que fazemos²⁷ [...] tem um certo caráter de permanência; e o ter-se produzido algo com um mínimo de interesse permanente, constitui já de si um feito que vai para além dos poderes da vasta maioria dos homens. (HARDY, 2007, p. 20).

1.3 DAS MATEMÁTICAS AO DISCURSO MATEMÁTICO

Numa ingênua definição de dicionário a Matemática pode ser conhecida como a ciência da quantidade e do espaço. A discussão sobre esses termos Matemática/matemáticas - é central em minha dissertação. Há muitos sentidos para essa palavra. É necessário que eu demonstre e deixe claro que diferentes pessoas usam o termo Matemática e mesmo que essa seja vista como criadora de modelos, como vinda de um lugar ideal, ou seja, vista como produto de relações sociais, tudo isso nada mais é do que um conjunto de possibilidades discursivas distintas em torno de alguma coisa que denominamos Matemática a partir de determinados regimes de verdade.

Podemos pensar, por exemplo, sob o ponto de vista institucional, onde vulgarmente tomamos por matemática a seleção feita pela academia e suas traduções "boas" ou "ruins" que encontramos, por exemplo, na escola. Há a matemática acadêmica - aquela que é ensinada nas universidades normalmente para matemáticos, físicos, engenheiros, entre outros - e a matemática escolar, que em parte pode ser tomada como uma interpretação da primeira para o ensino básico, mas que por outro lado, é também tocada pelo aspecto sócio-cultural, na

²⁷ Nós, matemáticos.

medida em que a preocupação, com o sentido que ela faz para um grupo, passe a ser importante.

Outro ponto de vista é analisar ao que a palavra matemática remete. De uma maneira vulgar, ouvimos matemática e associamos a contar e fazer contas. Há muito mais que isso, e poucos relacionam. Para ilustrar tomo, por exemplo, o texto inicial que apresenta a súmula de conteúdos de matemática do vestibular da UFRGS:

A prova de Matemática pretende identificar o aluno matematicamente alfabetizado, capaz de ler, compreender, interpretar e resolver situações-problema apresentadas na linguagem do cotidiano, na simbólica ou na linguagem dos gráficos, diagramas e tabelas. Privilegia, ao invés da memorização de definições, teoremas e fórmulas isoladas, a capacidade de o candidato usar o pensamento dedutivo e indutivo, o combinatório, o estimativo, o geométrico, o aritmético e o algébrico, entre outros, para resolver problemas e estabelecer conexões entre várias áreas dentro da própria Matemática. Enfatiza, pois, mais os conceitos e as idéias matemáticas do que os símbolos e os procedimentos de cálculo longos e formais. Apresenta, quando possível, questões que envolvam uma visão integrada da Matemática com outras áreas de conhecimento do candidato. As questões propostas abrangem conteúdos de Ensino Fundamental (1º Grau) e Ensino Médio (2º Grau) que possam servir de subsídio para os estudos posteriores do aluno nos diferentes cursos de graduação. (COPERSE - CV2009²⁸- grifo meu)

O que desejo demonstrar, é que, pensar em figuras geométricas, realizar estimativas, pensar em múltiplas combinações de alguma coisa - também deveriam figurar na resposta sobre o que é matemática.

Além disso, ainda podemos pensar, assim como D'Ambrósio (1996), que a Matemática tem sido conceituada como "a ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das inferências, e suas características que apontam para precisão, rigor, exatidão".

²⁸ Há mais de dez anos a UFRGS apresenta o mesmo texto. O manual do candidato do concurso de 2009 pode ser acessado em: <http://www.ufrgs.br/coperse/cv2009/manual/manual2009.htm>

Wittgenstein (2000b, p. 228), frente à questão "O que é a matemática?", respondeu: "Por que eu não deveria dizer que o que chamamos de matemática é uma família de atividades com uma família de propósitos?".

Segundo Miguel (2008, p. 395) a resposta à pergunta de Wittgenstein "nos autoriza a falar em matemáticas no plural bem como a ver cada uma dessas matemáticas não mais como um conjunto de resultados ou conhecimentos fixos e universais, mas como um conjunto de atividades ou práticas sociais [...]".

Autorizados por Wittgenstein, que segundo Miguel (2008) foi muito generoso em admitir a existência de muitas matemáticas, podemos afirmar que aquilo que as liga não é uma essência, mas relações de parentesco.

Usando termos de Wittgenstein, no mundo contemporâneo é possível fazer a matemática participar de muitos jogos de linguagem irreduzíveis, associados a diferentes formas de vida que mantêm entre si não mais do que semelhanças de família. Poderíamos, portanto, ver a matemática como: uma disciplina escolar; uma disciplina acadêmica; um campo de profissionalização e, portanto, uma área de atuação profissional; uma linguagem para outras ciências; uma ideologia; uma tecnologia simbólica; uma atividade lúdica; um conjunto de conhecimentos historicamente acumulados; um campo autônomo de investigação acadêmico-científica; um campo referencial sobre o qual se pode fazer incidir investigações acadêmico-científicas de naturezas diversas, como, por exemplo, quando a matemática se constitui em campo de investigação filosófica, histórica, sociológica, antropológica ou psicológica etc. Podemos ainda ver a matemática como um conjunto de práticas socioculturais singulares realizadas por diferentes comunidades de prática como comunidades indígenas, náuticas, comerciais, financeiras, de vendedores ambulantes, de astrônomos, de costureiras, de ceramistas, de artistas etc. É claro que não é apenas a matemática que poderia ser vista dessa forma multidimensional; de certo modo, e com algumas variações, o mesmo poderia ser dito em relação à educação em geral e à educação matemática em particular. (MIGUEL, 2008, p. 390-391).

É importante destacar que hoje, para mim, não cabe mais a discussão do que abrange ou não a matemática, ou se existem ou não outras matemáticas, se a matemática acadêmica é ela mesma uma etnomatemática, ou ainda se a matemática escolar tem que ensinar a acadêmica ou a acadêmica tem que

incorporar a escolar, tampouco se afinal a Matemática seria uma atividade humana ou não? Nada disso, é mais o meu objeto de interesse. O que quero agora é trabalhar em função dos jogos de verdade do sujeito em relação ao discurso matemático. Entender como esse discurso científico matemático se constitui a partir de verdades vindas de posições filosóficas distintas e de como, discursivamente, elas se constituem no espaço institucional da academia. A questão da academia é um fato a parte, é um outro olhar. Quero deixar claro que durante a minha trajetória escolar e acadêmica, antes do mestrado, não tinha ainda clareza dessas diferentes situações, estava simplesmente entre um curso de bacharelado e um curso de licenciatura, onde formas de se ver a matemática perpassaram. Essas formas de ver, essas verdades fincam determinadas posições discursivas dos sujeitos que vão trabalhar com essas verdades, mas quando falo em científico e não científico estou me reportando, basicamente, a arbitrariedade com a qual me defrontei na minha graduação. No decorrer do mestrado passo a perceber que já não é tão simples a questão da verdade e de que, como isso classifica, institucionalmente, as coisas, começo a perceber que existem formações discursivas em torno do que significaria essa matemática científica e que tenho ainda formas de olhar para isso dependendo do viés escolhido - normativo, platônico, formalista, sócio-cultural.

Esta forma de ver a matemática não está mais ligada à questão institucional (universidade, escola, grupo social). A questão institucional é um primeiro momento, mas, depois, passo a me preocupar com a questão da verdade e passo a me preocupar em como a questão da verdade de alguma maneira trata da constituição do sujeito, em especial do sujeito professor de matemática.

Então tomo a questão da matemática enquanto discurso. E enquanto discurso ela é vista a partir de determinados regimes de verdade que acusam o que podemos aceitar como sendo ou não de uma matemática. Situo a matemática no âmbito discursivo científico, assim como Foucault fez com relação ao discurso

médico, psicológico. E ainda da mesma forma como poderia situar o discurso pedagógico ou nutricional.

Focalizo na discussão de quais são os regimes de verdade e que de alguma maneira vem constituindo ou problematizando a maneira de se ver e se pensar o discurso matemático científico, já que ele está vinculado às questões disciplinares, assim como o discurso da medicina, ou o discurso da psicologia.

A palavra disciplina é aqui tomada na ordem do saber, no sentido de uma formação discursiva de controle da produção de novos discursos. Segundo Foucault, é importante ressaltar que “[...] uma disciplina não é a soma de tudo o que pode ser dito de verdadeiro sobre alguma coisa” e mais ainda “não é nem mesmo o conjunto de tudo o que pode ser aceito, a propósito de um mesmo dado em virtude de um princípio de coerência ou de sistematicidade.” (FOUCAULT, 2000, p. 31).

[...] uma disciplina se define por um domínio de objetos, um conjunto de métodos, um corpus de proposições consideradas verdadeiras, um jogo de regras e de definições, de técnicas e de instrumentos; tudo isso constitui uma espécie de sistema anônimo à disposição de quem quer ou pode servir-se dele [...] (FOUCAULT, p. 30, 2000).

O discurso matemático científico dá à questão matemática o âmbito disciplinar, e é dessa matemática que eu vou falar. Posso agora deixar um pouco de lado a etnomatemática, porque estou falando daquela matemática que faz sentido dentro do âmbito discursivo, daquilo que se conhece cientificamente como sendo a Matemática. O que quero problematizar é o próprio fazer matemático científico e que, de alguma maneira, assim como eu posso pensar platonicamente, posso pensar do modo formal ou posso pensar normativamente, e dentro de todas elas eu ainda estou no âmbito científico matemático.

Depois de suspender a questão institucional, quero falar da questão do discurso e como esses discursos posicionam sujeitos no sentido de assujeitados, como Foucault diria: presos numa identidade. Uma vez que o tornar-se professor

tem relação com as questões relativas às verdades que circulam nos âmbitos institucionais como universidade e escola e que de alguma maneira constitui esse sujeito através desses jogos de verdades. E, na medida em que, o professor tem um fazer institucional tanto na academia quanto na escola, o que ele precisaria saber é como essa matemática, como discurso científico, veio se constituindo através de determinadas verdades.

Tento mostrar que o problema relacionado ao ensino de matemática não é responsabilidade única dos indivíduos professores de matemática, mas passa por esses sujeitos já que o problema relativo ao ensino de matemática está nas verdades que circulam pelas instituições, dentro das quais, os sujeitos são atravessados por essas verdades.

O professor de matemática frequenta instituições, e ao fazer isso, ele é subjetivado ou assujeitado pelas verdades - as verdades dessas instituições. Ele torna-se sujeito de um determinado discurso matemático, e é isto que, de algum modo, constitui uma determinada ética, um modo de se conduzir. O que Foucault vai investigar na Antigüidade é esta relação do sujeito com a verdade, que se difere do modo ético surgido no Cristianismo e no qual, de algum modo ainda estamos ligados. Neste sentido, é importante pensar como alguns "discursos verdadeiros" se tornaram princípios de ação, princípios éticos ou práticas de si mesmo.

Então, entendo que é, só a partir do jogo com essas verdades, que ele (o sujeito professor de matemática) pode realizar seu jogo ético. Jogo esse que não se preocupa com o que devemos ou não fazer, mas sim, com o que fazemos ao falar sobre questões valorativas ou normativas.

1.4 O ENCONTRO COM FOUCAULT E A CONSTITUIÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

Oportunamente em uma cadeira do mestrado encantei-me com a questão do cuidado de si, a constituição do *ethos*²⁹ e, por fim, com a ética de si como prática para a liberdade. De certa maneira, percebi que minha trajetória pessoal tinha um pouco disso que estava estudando. Comecei, com esta leitura, a considerar que, talvez, mais importante do que pensar o conhecimento matemático, a preocupação com as formas de ensinar e as questões políticas dentro da educação, seria, realmente, focar minha atenção à minha constituição ética. No livro *Deleuze e Educação* de Silvio Gallo (2003, p. 31), há um trecho em que ele diz que Deleuze, inspirado em Nietzsche, quer inverter o Platonismo e traz uma citação de Foucault, (2005b, p. 232-233):

Converter o Platonismo (um trabalho sério) é fazê-lo inclinar-se com mais piedade para o real, para o mundo e para o tempo. Subverter o platonismo é torná-lo do alto (distância vertical da ironia) e apreendê-lo novamente em sua origem. Perverter o Platonismo é espreitá-lo até em seu mínimo detalhe, é descer (conforme a gravitação característica do humor) até esse cabelo, até essa sujeira debaixo da unha que não merecem de forma alguma a honra de uma idéia; é descobrir através disso o descentramento que ele operou para se recentrar em torno do Modelo do Idêntico e do Mesmo; é se descentrar em relação a ele para fazer agir (como em qualquer perversão) as superfícies próximas. A ironia eleva e subverte; o humor faz cair e perverte. Perverter Platão é deslocar-se da maldade dos sofistas, dos gestos rudes dos cínicos, dos argumentos dos estóicos, das quimeras esvoaçantes de Epicuro.

Penso agora: Deleuze foi inspirado em Nietzsche³⁰ e eu, não por acaso, inspirada por Foucault? Será que não estou tentando em minha pesquisa subverter o Platonismo que, em algum momento, passou a constituir minha

²⁹ “[...] a maneira de ser, a maneira de se conduzir. Modo de ser do sujeito, uma certa maneira de fazer [...] que se traduz pelos seus hábitos, pela calma com que responde aos acontecimentos. (FOUCAULT, 2006d. p.270)

³⁰ tanto Deleuze como Foucault são contaminados pelo pensamento nietzschiano, apesar de cada um deles ter produzido caminhos e interpretações diversas.

subjetividade como estudante de Matemática e depois como professora? Então, é possível que, nesse trabalho, eu esteja buscando essa tentativa, esse processo que vem se constituindo no meu eu-professora... Acredito que tenho buscado uma subversão a partir dos próprios discursos que vêm me constituindo e de dentro deles, como forma de resistência, buscar me dotar de partes desses discursos que possam se converter numa matriz de comportamentos éticos.

Em todo caso, o que gostaria de assinalar é que, de qualquer maneira, quando vemos hoje a significação, ou antes, a ausência quase total de significação e pensamento que conferimos a expressões - ainda que muito familiares e percorrendo incessantemente nosso discurso, como: retornar a si, liberar-se, ser si mesmo, ser autêntico, etc. Quando vemos a ausência de significação e pensamento em cada uma destas expressões hoje empregadas, parece-me não haver muito do que nos orgulhamos dos esforços que hoje fazemos para reconstruir uma ética do eu. E é possível que nestes tantos empenhos em reconstruir uma ética do eu, nesta série de esforços mais ou menos estanques, fixados em si mesmos, neste movimento que hoje nos leva, ao mesmo tempo, a nos referir incessantemente a esta ética sem, contudo jamais fornecer-lhe qualquer conteúdo, é possível suspeitar que haja uma certa impossibilidade de construir hoje uma ética do eu, quando talvez seja esta uma tarefa urgente, fundamental, politicamente indispensável, se for verdade que, afinal, não há outro ponto, primeiro e último, de resistência ao poder político senão na relação de si para consigo. (FOUCAULT, 2006f, p. 306).

Num segundo momento, conheci um pouco mais da obra de Foucault e vi nesse autor muito do embasamento teórico que precisaria, inicialmente, para constituir a mim mesma uma outra matemática. Um longo processo de re-significações havia sido feito, por mim, desde o platonismo até a etnomatemática, porém ao ler Foucault, tive a impressão de que havia mais a ser pensado. Percebo, hoje, que aliar o trabalho de Foucault no campo do saber, poder, verdade e ética ao trabalho do segundo Wittgenstein no campo dos jogos de linguagem, suas gramáticas, semelhanças de família e de matemática normativa pode ser a principal contribuição dessa dissertação.

Entender de que maneira poderia demonstrar que a matemática acadêmica (e suas variações filosóficas), a escolar, a etno-matemática e mesmo a normativa

são práticas discursivas que instituem ou podem instituir regimes de verdade. E por que isso? Porque, aparentemente, mesmo entre conhecedores de Foucault, há uma certa insistência em pensar a Matemática como "a grande narrativa da ciência moderna e, por extensão, da própria sociedade moderna." (CLARETO, 2002, p. 20). Considero que qualquer uma das matemáticas se estabelece como práticas discursivas distintas, ainda que ora componham, mas, também, se contradigam em vários aspectos.

Pouco importa para Foucault que as inevitáveis constantes se organizem, pelo menos aqui e ali, num sistema de verdades científicas [...] o ponto importante é que as ciências não poderiam ser uma racionalização dos objetos naturais, e sim, primeiramente supor uma genealogia, um dar à luz à prática ou ao discurso. (VEYNE, 1998, p. 270).

Percebo, enfim, que a teoria Foucaultiana do poder/saber deu-me o suporte teórico para desconstituir as matemáticas, entender seus regimes de verdades e reconstituí-las através de outra perspectiva. Penso que essa é a grande contribuição que posso dar, com a escrita desta minha dissertação. Oportunizar um outro olhar... que possa viabilizar uma certa flexibilidade na relação matemática *versus* professor de matemática. Um entendimento que aponte: "não nos encontramos no verdadeiro senão obedecendo às regras de uma "polícia" discursiva que devemos reativar em cada um dos nossos discursos". (FOUCAULT, 2006f, p. 35) e que "as práticas discursivas moldam nossas maneiras de constituir o mundo, compreendê-lo e falar sobre ele." (VEIGANETO, 1996, p. 51).

Outro ponto relevante que observo é a questão da verdade. Matemáticos, de um modo geral, acreditam que conhecem a verdade e que seu papel está, justamente, na propagação dessa tal verdade. Então já que, em minha opinião, a verdade é o foco do discurso matemático, penso que é tarefa importante desta dissertação reconstituir a questão da verdade. Quero focar na tarefa do dizer

verdadeiro e fundamentar que uma das formas de cumprir esta tarefa passa, justamente, pelo entendimento das diferentes possibilidades discursivas das matemáticas e compreendendo que todas elas se constituem, individualmente, como um regime de verdades. Proponho-me pensar que, caso os professores de matemática se interessassem em pelo menos compreender a lógica interna de algumas matemáticas diferentes da sua, isso lhes permitiria - como me permitiu e permite - um dizer mais verdadeiro, na medida em que não prescrevam a verdade, mas possibilitem verdades. Já que a verdade existe num recorte, num intervalo, ou até mesmo em um ponto, mas não em um conjunto.

Com isso, há a possibilidade de encorajamento para que os professores examinem seus modos de dizer e de ver a matemática e, ainda, que eles e seus alunos possam se dar conta de que sabem mais matemática do que as tradicionais avaliações permitem inferir. Tudo isso ainda possibilitaria uma afirmação cultural, na medida em que diferentes modos de pensar e de resolver problemas passam a ser aceitos.

Para Foucault, a genealogia, ao lidar com os efeitos de poder próprios de um discurso considerado como científico, ao combater esses efeitos, coloca em questão, sobre tudo a mecânica do poder. Trata-se em suas palavras, de questionar "quais são, em seus mecanismos, em seus efeitos, em suas relações, os diversos dispositivos de poder que se exercem a níveis diferentes da sociedade, em domínios e com extensões tão variadas", compondo o perceptível, o dizível e o visível. (BIROLI, 2006, p. 124).

Meu problema de pesquisa, enfim, foi se constituindo através desse olhar para a minha trajetória tanto acadêmica, quanto profissional, mas toma corpo na medida em que os meus modos de ver matemática encontram eco quando entro em contato com a teorização foucaultiana sobre verdade, poder, discurso e ética.

A centralidade na linguagem apontada, para mim, por Foucault, me levou a Wittgenstein e sua filosofia pragmática, e este autor além de me dar suporte

com seus jogos de linguagem, ainda termina denominando uma matemática, que eu já praticava, mas não sabia que já havia sido teorizada.

Apoiada nos jogos de linguagem e suas gramáticas, consigo efetuar a costura com a discursividade foucaultiana. Amplia-se o conceito de jogos de linguagem para o conceito de discurso. Ambos apontam, enfim, que compreendendo o jogo lingüístico que permeia os discursos matemáticos e pensar modos de desconstruí-los, me possibilita entender os regimes de verdade que acolhidos passam a determinar o que é, verdadeiramente, matemática. A ética entra nessa caminhada como possibilidade de resistência ou fuga.

E assim então se constitui o seguinte problema de pesquisa:

De que maneira olhar para as perspectivas platonista, formalista, sócio-cultural e normativa numa analítica discursiva em matemática, podem possibilitar a inscrição do professor de matemática numa nova posição de sujeito com possibilidades do exercício ético da tarefa do dizer verdadeiro?

Para apresentar o modo como realizei essa dissertação, inicialmente, apresento as ferramentas utilizadas para a construção de dois diálogos. Eles servirão como uma espécie de materialização de discursos circulantes relacionados com Matemática e os modos de dizer e ver a Matemática.

O primeiro diálogo versará sobre a verdade e o segundo, sobre a certeza. O diálogo sobre a verdade estará apoiado, fortemente, nas idéias de Foucault, Wittgenstein e Nietzsche. O diálogo sobre a certeza, nas idéias de Descartes, e novamente Wittgenstein e Nietzsche.

Após os diálogos, será desenvolvida uma analítica, onde as ferramentas utilizadas serão apresentadas na medida em que forem sendo necessárias.

2 CAMINHOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

2.1 O APORTE TEÓRICO: um olhar interdiscursivo para a discursividade

Num seminário de orientação com uma professora convidada³¹, surgiu a sugestão de escrever um diálogo entre dois personagens que representassem o meu momento platônica e o meu momento normativo de cunho pragmático, com a intenção de mostrar as diferentes idéias de cada um desses dois momentos meus e de tentar estabelecer esse diálogo como ilustrativo do embate teórico que sofri, idealismo frente a um pragmatismo.

Na medida em que só vejo aquilo que de alguma maneira eu digo e considerando que a linguagem não é mediadora do pensamento, passo a entender dizer e pensar a mesma coisa. Acredito que a maneira de dizer ou de pensar a matemática mostra uma sujeição a uma verdade. Apoiada num referencial pós-estruturalista, para pensar a questão das formações discursivas e na chamada virada lingüística, entendo que:

A linguagem desempenha um papel fundamental na instituição dos sentidos que damos às coisas do mundo. Nesta perspectiva, ela não faz a mediação entre o que vemos e o pensamento, ela constitui o próprio pensamento. Assim, os atos através dos quais explicamos algo [...] em [...] um discurso, tem efeitos de produzir a realidade descrita ou explicada... É a linguagem produzindo efeitos de verdade, instituindo algo como existente de tal ou qual forma. Assim se os enunciados representam as coisas do mundo, eles também as produzem. (BUJES, 2005, p. 186).

Encontrando-me numa perspectiva pós-estruturalista, com suporte foucaultiano, percebi, pensando sobre o futuro diálogo, que haveria uma certa contradição: Como poderia estar pós-estruturalista e usar uma ferramenta, como o diálogo, sabidamente, socrática/platônica o que poderia me levar a uma perspectiva dialética?

³¹ Agradeço a Prof^a Alexandrina Monteiro - PPGEDU-USF (Universidade São Francisco) pela sugestão do diálogo e outros encaminhamentos deste trabalho.

Diante desse pequeno dilema e por sugestão de outra professora³², fui buscar um referencial que possibilitaria a existência de um "diálogo" numa perspectiva pós-estruturalista. Seria ele a "polifonia", ou seja, colocar, no mínimo, quatro personagens que, num cenário dialógico, apresentariam a pluralidade de seus pensamentos relacionados à Matemática.

E por que no mínimo quatro personagens? Porque, segundo Deleuze³³, a polifonia é um conceito que está implicado no de multiplicidade e em várias passagens de seus escritos, essa só acontece a partir de no mínimo quatro elementos. Sabe-se que o duo é sempre dialético e o trio ainda pressupõe o neutro do dual. Isso está colocado, por exemplo, em o Anti-Édipo (DELEUZE, 1995), quando ele desconstrói as triangulações psicanalíticas no capítulo Psicanálise e familiarismo: a sagrada família. Seguem alguns fragmentos:

Existe assim uma triangulação que implica um interdito constituinte, e que condiciona a diferenciação das pessoas... (p. 73)

O Édipo, como estrutura, é a trindade familiar. [...] Sempre com dois pólos em razão inversa. [...] Trata-se simplesmente de um duplo impasse correlativo, de um movimento de pêndulo encarregado de fazer oscilar todo o inconsciente³⁴, remetendo-o, sem cessar, de um pólo para o outro. (p. 86)

Assim, no nível das combinações elementares, é preciso fazer intervir, pelo menos, dois homens e duas mulheres³⁵ para constituir a multiplicidade na qual se estabelecem comunicações transversais... (p. 72, grifo meu)

³² Agradeço a Prof^a Paola Zordan pela sugestão da polifonia.

³³ Busco suporte em Deleuze, porque até então não encontrei no referencial Foucaultiano nada relativo à necessidade de quatro versões para estabelecer a multiplicidade. E ainda porque considero que Deleuze encontra-se na mesma perspectiva teórica na qual me encontro.

³⁴ A palavra inconsciente foge aqui da perspectiva adotada por mim, ela aparece, porque, justamente nesse capítulo, Deleuze está fazendo a desconstrução das triangulações psicanalíticas e nesse referencial a palavra inconsciente faz todo o sentido.

³⁵ Novamente, dentro da mesma desconstrução, ele fala em dois homens e em duas mulheres para romper a tradicional possibilidade edípica: pai *versus* mãe e sugere então o que seriam dois pais e duas mães. Para mim, o que importa é que esse exemplo dá conta do que quero demonstrar que é a partir de quatro pessoas que se estabelece a multiplicidade que me interessa.

Na busca de algum referencial teórico que desse suporte a esse futuro diálogo, encontrei em Eni Orlandi e Eduardo Guimarães sua fundamentação. Eles escrevem sobre o conceito de interdiscurso e neles encontro condições de justificar minhas escolhas. O interdiscurso pode ser entendido como um "cruzamento de discursos diversos, de enunciados de discursos diferentes." (GUIMARÃES, 1989, p. 74).

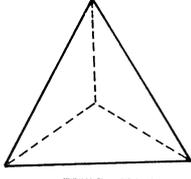
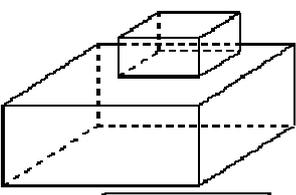
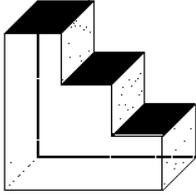
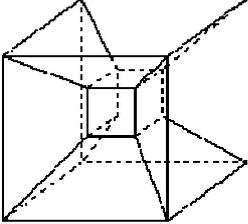
Faz parte das condições de existência de um enunciado que existam outros. Assim seu caráter é necessariamente relacional. Só há enunciado se houver mais de um. Ou seja, é impossível pensar a linguagem, o sentido, fora de uma relação. Nada se mostra a si mesmo na linguagem. Algo sozinho, nunca é linguagem. Algo só é linguagem, com outros elementos e nas suas relações com o sujeito [...] (GUIMARÃES, 1989, p. 74).

O que procuramos mostrar... é que essas diferentes posições de sujeito no texto correspondem a diversas formações discursivas. Isso se dá porque em um mesmo texto podemos encontrar enunciados de discursos diversos, que derivam de várias formações discursivas... Em suma, tomamos a polifonia como um dos lugares de se observar a relação entre as diferentes formações discursivas e a constituição do texto em sua unidade. (ORLANDI, 2006).

2.2 A COMPOSIÇÃO DO DIÁLOGO POLIFÔNICO

Para constituir o meu futuro diálogo polifônico, fui buscar inspiração em dois diálogos polifônicos (ou nem tanto) criados por dois autores matemáticos. Um deles é o do livro *Provas e Refutações* de Imre Lakatos, onde alunos e professor dialogam sobre a existência de poliedros não eulerianos³⁶. Esse diálogo é caracterizado pela presença de diversos personagens, porém, o que se estabelece entre eles é a necessidade do professor provocar, instigar nesses alunos idéias que venham a fazer nascerem figuras espaciais não convexas³⁷ que não respeitem a fórmula de Euler.

³⁶ A fórmula de Euler é dada pela expressão $A + 2 = V + F$, onde V , F e A são, respectivamente, o número de vértices, faces e arestas do poliedro. Euler descobriu-a em 1750 e fez extensas verificações da sua conjectura, para diversos tipos de sólidos, mas não apresentou nenhuma demonstração, dizendo o seguinte: *"Devo admitir em primeiro lugar que ainda não consegui uma demonstração rigorosa deste teorema... Como, em todo o caso, a sua verdade foi estabelecida em tantos casos, não pode haver dúvidas que é verdadeiro para qualquer sólido. Portanto a proposição parece satisfatoriamente demonstrada"*. Mais tarde, Euler acabou por apresentar uma demonstração. Para Euler, o teorema aplicar-se-ia a todos os poliedros. No entanto, vários matemáticos atacaram essa tese, contestando o fato de não ser dada uma definição inequívoca de poliedro. Este fato originou uma grande controvérsia à volta deste teorema, levando a sucessivas demonstrações e refutações da sua validade. Algumas refutações baseavam-se na descoberta de poliedros que não verificavam a teoria. Alguns destes poliedros não-eulerianos, também designados por "monstros", apresentam-se na figura seguinte.

Eulerianos		Não Eulerianos	
	$A = 6$ $V = 4$ $F = 4$ $A + 2 = V + F ?$ $6 + 2 = 4 + 4$ $8 = 8$ (Verdadeiro)		$A = 24$ $V = 16$ $F = 11$ $A + 2 = V + F ?$ $24 + 2 = 16 + 11$ $26 = 27$ (Falso)
	$A = 24$ $V = 16$ $F = 10$ $A + 2 = V + F ?$ $24 + 2 = 16 + 10$ $26 = 26$ (Verdadeiro)		$A = 32$ $V = 16$ $F = 20$ $A + 2 = V + F ?$ $32 + 2 = 16 + 20$ $34 = 36$ (Falso)

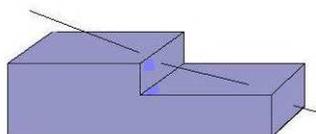
³⁷ Convexa é toda figura em que quaisquer dois pontos diferentes, unidos por um segmento de reta, tem, esse segmento de reta, inteiramente no seu interior. O primeiro desenho é convexo, os

Lakatos foi matemático e filósofo, traduziu a obra de Polya: "*How to solve it?*" e foi aluno de doutoramento de Popper na Inglaterra. Provas e refutações (tese de doutorado) é a obra prima de Lakatos. Em vez de apresentar símbolos e regras de combinação, ele apresentou seres humanos: - um professor e seus estudantes. Em vez de apresentar um sistema construído a partir dos primeiros princípios, apresentou um choque de visões, argumentos e contra-argumentos. Em vez de uma matemática esqueletizada e fossilizada, apresentou a matemática a desenvolver-se a partir de um problema e de uma conjectura, com uma teoria a tomar forma diante dos nossos olhos, no calor do debate e do desacordo, dando a dúvida lugar à certeza.

Lakatos defendeu que a matemática é falível e não indubitável; também ela se desenvolve pela crítica e correção de teorias que nunca estarão, totalmente, livres de ambigüidades ou da possibilidade de erro ou de engano. O que cabe afirmar aqui é que, independente da importância da obra de Lakatos, com esse trabalho ele teve um objetivo final e fundante que foi o de mostrar uma imagem filosófica, radicalmente, diferente da imagem dada pela lógica e pela matemática formalista. Queria mais do que isso, colocou as imagens lado a lado para que não existissem dúvidas sobre qual parecia estar mais próxima da realidade. Tentou, mas não levou a cabo, reconstruir a filosofia da matemática com uma epistemologia da falibilidade. Enfim, seu objetivo declarado foi o de mostrar a desadequação do formalismo, apresentando uma alternativa matemática viva.

Não questiono a validade desse trabalho que há décadas auxilia professores a fazer, em sala de aula, uma abordagem mais significativa do que a simples explanação do conteúdo. Nesse trabalho Lakatos demonstrou, com

outros são não convexos. Abaixo uma figura que mostra o tal segmento "escapando" dos limites da figura.



primor, que tipo de questionamentos um professor pode fazer para tornar os alunos partícipes do processo de descoberta/construção científica.

Um segundo diálogo foi o desenvolvido pela professora Arlete de Jesus Brito em sua tese de doutorado de 2007. Versa esse trabalho sobre um diálogo entre alunos e professora cujo objetivo é o de lhes apresentar geometrias não euclidianas, porém, em todo o texto, fica claro a tentativa de uma espécie de metanóia³⁸ dos alunos a essa nova perspectiva geométrica como poderemos ver nos seguintes fragmentos:

Cada um desses personagens [alunos] assumiu uma postura filosófica frente ao conhecimento... A visão de Diogo é partilhada pela professora. Durante todo o texto, ela tenta criar situações problematizadoras. Seu **intuito** é fazer com que os alunos percebam, reflitam e **superem** as concepções - tanto matemáticas como filosóficas, axiológicas - que possuem. (BRITO, 2007, p. 12-13) [grifo meu].

O estudo dessas geometrias pode proporcionar a **superação** do senso-comum do que seria geometria, possibilitando ao futuro professor tecer relações. (BRITO, 2007, p. 15) [grifo meu].

Considerarei os dois trabalhos muito relevantes, contudo vi que em ambos enfim seguia-se a lógica da Maiêutica³⁹ e terminavam optando por um fundamento

³⁸ Metanóia - palavra grega que significa mudança de opinião, quando somos persuadidos por alguém.

³⁹ A maiêutica socrática ocupa até hoje um lugar incontestável na reflexão filosófica sobre métodos de ensino, uma vez que responde, de uma perspectiva platônica e mesmo neoplatônica, ao paradoxo do conhecimento colocado pelos sofistas: como é possível conhecermos algo do qual não sabemos nada? Para combater o relativismo presente nos argumentos dos sofistas, Platão recorre a mitologias e entidades metafísicas, esboçando em um de seus diálogos de transição, **Mênnon**, pela primeira vez, a sua teoria da reminiscência, ou seja, a idéia de que a alma é imortal e que teria contemplado todas as verdades possíveis. Para ter acesso a estes conhecimentos verdadeiros, esquecidos pelo simples mortal, seria necessário um trabalho de rememoração: através de perguntas e respostas submetidas às leis da dialética, o discípulo poderia ser conduzido, sim, a uma realidade objetiva, absoluta e perene. Os significados precisos e exatos são investigados por ele através de conjecturas e refutações, sempre partindo das crenças iniciais de seus interlocutores para em seguida obrigá-los a reformulá-las, passo a passo, com o objetivo de irem aproximando-se de seus significados essenciais. Em **Mênnon**, para demonstrar a possibilidade efetiva do acesso a um verdadeiro conhecimento recorre a um diálogo entre Sócrates e um escravo de Mênnon, que nunca havia aprendido geometria antes, mas que, não obstante, vai sendo conduzido, paulatinamente, por Sócrates até deduzir "por si só" o teorema de Pitágoras. (GOTTSCHALK, 2007)

último, por um lugar de chegada. Ambos executavam em seus textos, exatamente, o processo inventado por Sócrates e quiseram, como aponte, levar todos os personagens a uma espécie de superação. Segundo Barton (1998, apud VILELA, 2008), "a suposição de conceber diferentes matemáticas pode ser associada a estudos em filosofia em geral [...], **cujos referenciais epistemológicos, procuram negar a busca de fundamentos últimos, negar a referência a um 'realismo metafísico'**". [grifo meu]

O que pretendi então? Simplesmente de promover um diálogo interdiscursivo em que diferentes práticas discursivas coexistissem, em que os personagens tentassem provocar um ao outro, mas não numa tentativa de metanóia ou convencimento.

Quatro, dentre muitas perspectivas possíveis em matemática, que permitissem novos ou outros jogos de linguagem. Não tive a intenção de criar desníveis entre as concepções filosóficas e nenhum personagem guardou um lugar de poder evidente, porque sei que sempre estamos submetidos a relações de poder e resistência, entre eles, como numa relação professor/aluno, que é o caso de ambos os exemplos de diálogo por mim mencionados. Por outro lado, houve sim, desníveis em termos de conhecimento matemático, já que isso é inevitável.

Constituí personagens que tivessem posições no grupo equiparáveis apesar de em alguns momentos, algum personagem caricaturar outro. Quis dar voz a todos e a cada um, para mostrar que, dentro da minha perspectiva teórica, não importa a qual grupo identitário pertença o personagem, mas, sim, que sua constituição ética possibilitasse uma fala verdadeira em si mesma⁴⁰ e uma escuta relativamente tolerante.

⁴⁰ Refiro-me a gramática de cada jogo de linguagem.

É a formação discursiva que determina o que pode e deve ser dito, a partir de uma posição dada numa conjuntura dada. Isso significa que as palavras, expressões, etc... recebem seu sentido da formação discursiva na qual são produzidas. Na formação discursiva é que se constitui o domínio de saber que funciona como um princípio de aceitabilidade discursiva para um conjunto de formulações (o que pode e deve ser dito) e, ao mesmo tempo, como princípio de exclusão do não-formulável. (ORLANDI, 1997, p. 108).

Na medida em que minha questão só dava conta da matemática acadêmica considerei que a questão não atenderia a minha principal idéia que era oportunizar aos professores o contato com outras possibilidades matemáticas.

De qualquer forma, para poder ilustrar essa questão, passo a dois diálogos de professores com os quais eu poderia demonstrar as muitas idéias que atravessaram a minha constituição como sujeito.

Essas personagens representam, cada uma, parte da minha trajetória. Tive uma grande dificuldade em aceitar a idéia de contar minha própria história. No entanto como me encontro num referencial pós-estruturalista, narrá-la, linearmente, seria um grande equívoco. Com a sugestão do diálogo, uma inspiração me animou e considerei que com suas reformulações e acréscimos, esse diálogo polifônico daria para representar a minha trajetória em diversas perspectivas matemáticas, preservando algumas das idéias mais caras do pós-estruturalismo.

Apoiada em Fischer (2005) considerei que "um retorno a nós mesmos através da escrita [... poderia e pode] tratar-se de um encontro muito particular com nossas ausências". Isso porque considerei que todas as minhas passagens por essas perspectivas foram superficiais e a oportunidade de rever minha própria história de formação e reescrever essa história me permitiria o encontro com os vazios conceituais que ainda poderia ter.

Outra razão é a própria constituição de mim mesma através dessa escrita, porque as personagens representam, cada uma a seu modo, um pouco de mim. Isso

ocorre, porque as perspectivas abordadas no diálogo, tem/tiveram um eco na minha formação. Os personagens apontam para possibilidades de ver a matemática - vários modos. Enfim, para contar um novo conteúdo é preciso uma nova forma e a maneira por mim escolhida foi a desse diálogo, onde considerei importante não nomear os falantes, pois, afinal, não são vozes "puras", isoladas. Todos se confundem ou se confundiram, pois, são uma só voz. Eu sou uma personagem inacabada "felizmente" - plagiando Foucault - e à espera da "invenção de si mesmo". (LOPONTE, 2003, p.79). Para que serve então a escrita de uma dissertação de mestrado senão para mostrar uma "experiência genuína" (FISCHER, 2005, P.127) senão para depois nos constituir como sujeitos de um discurso mais singular. Não há, ainda, como eu abandonar todos eles e me considerar apenas aquela que olha a Matemática de um outro modo. Comumente, vivo os conflitos trazidos por essas posições diferenciadas dentro do discurso matemático, pois não há como tomar um deles e delir os outros. Todos me constituem e por isso, não sou eu mesma uma só!

É evidente que a dissertação tem um papel social e caso consiga sair de alguma prateleira da biblioteca e ser lida por alguém, acredito que poderá também proporcionar-lhe novas idéias.

Qualquer dissertação ou tese feita num esquema que envolva uma pesquisa com professores, difere pouco de pesquisar a minha própria história, porque ambos são acontecimentos singulares e irrepetíveis. Portanto, assumo a responsabilidade e aceito que minha trajetória possa ser investigada e melhor escrita. Igualmente acredito que possa se tornar inspiração para outros pesquisadores na área de educação. Porque, enquanto reflito sobre a minha formação, posso produzir um campo discursivo sobre essa formação e contribuir, de alguma maneira com a teorização sobre a formação de professores de matemática.

Penso que a leitura e a escrita acadêmica precisariam, talvez, ter um pouco o caráter de experiência, de modo que nós, escreventes e leitores, pudéssemos nessa aventura fazer o exercício de pensar, estar simultaneamente dentro e fora de nós mesmos, de viver, efetivamente, experiências, no sentido de que as coisas que vivemos e produzimos nos abram ao que não somos nós mesmos, vivendo algo que é ao mesmo atividade e passividade - porque nos deixamos atravessar por outras idéias, por outras sensações, por acontecimentos, disponíveis ao que nisso tudo há de arte, de potência criativa. (FISCHER, 2005, p.127).

Em função de escrever essa polifonia, transitando nessas perspectivas matemáticas distintas, passo a conhecê-las melhor e isso me propicia deslocamentos e muitas outras reflexões. Acredito que entre essas reflexões esteja a de pensar sobre a tarefa do dizer verdadeiro proposta por Foucault na prática profissional do professor de matemática.

Enfim, um convite para outras possibilidades: Ir além dos discursos, além da questão poder, chegar à ética que é "a maneira pela qual o indivíduo deve se constituir a si mesmo como sujeito moral de suas próprias ações." (FOUCAULT, 1995, p. 263).

3 SOBRE A VERDADE...

- Outro dia estava pensando se o quadrado realmente existe?
- Por quê?
- Andei medindo objetos que pareciam um quadrado e percebi que nenhum o era realmente. As medidas dos lados não eram iguais e quando medi os ângulos com um transferidor, não dava bem 90° .
- Pois é, quem sabe não achaste ainda um quadrado?
- Eu penso que ele não vai encontrar um quadrado...
- Claro que vai!
- Para mim, só o que existe é a idéia de um quadrado e nunca um quadrado.
- Eu concordo contigo, até porque qualquer suposto quadrado que tome nas mãos seria em verdade um prisma quadrangular.
- Penso que nem isso poderia ser, pois mesmo um prisma haveria de ser obrigatoriamente sólido.
- É, fosse sólido penso que, aí sim, poderíamos chamar de prisma.
- Segundo o que estudei, há muito tempo, lembro-me de que havia um filósofo grego chamado Platão que concebia que as formas perfeitas só existiam num mundo ideal. Todas as vezes que tentássemos reproduzi-las, saíam imperfeitas.
- Toda a discussão até aqui se sustenta nas idéias da geometria euclidiana. Nessa geometria, especificamente na chamada geometria plana o quadrado só poderia ter duas dimensões do espaço tridimensional. Ora isso é uma realização impensável no nosso mundo concreto, porque qualquer objeto real obrigatoriamente tem três dimensões. Nesse caso, incidiríamos então, inevitavelmente, na possibilidade de pensar que desse modo os objetos que tomamos nas mãos pertenceriam à geometria espacial euclidiana. Porém, Euclides baseou "sua" geometria nas idéias de Platão, esse, por sua vez, concebeu as

figuras geométricas espaciais como sendo maciças, o que nos remete a um segundo problema, que seja: um objeto real só pode ser considerado um sólido geométrico platônico se for maciço. Piorando ainda mais a situação, poderíamos pensar que em concebendo toda a matéria constituída de átomos e que no átomo há mais espaços vazios do que cheios, ou seja, se o próprio átomo não é sólido, então nada materialmente existente, é maciço. O que torna a existência física das figuras euclidianas/platônicas impossível.

- Ah não! Tu outra vez com esse papo de mundo ideal! Esse mundo não existe!

- Para mim pode existir... é uma idéia que faz sentido.

- Faz sentido? Mesmo? Por quê?

- Porque um olhar superficial sobre a matemática pode dar a impressão de que essa resulta dos esforços individuais e independentes de muitos cientistas dispersos pelos continentes e em várias épocas. Contudo, o seu desenvolvimento sugere-nos, muito mais, a obra de uma única inteligência que se serve da variedade de individualidades humanas somente como instrumento para desenvolver, metódica e consistentemente, o seu raciocínio.⁴¹

- Segundo Descartes, essa inteligência seria Deus. Sua crença na existência de Deus o levou inclusive a tentar demonstrá-la. Sua demonstração sofreu muitas refutações e nunca foi aceita propriamente. Descartes, nesse ponto, contraria Platão que por sua vez nunca falou sobre a existência de uma inteligência sobre-humana. Para Platão havia apenas a existência do mundo ideal onde todos nós já estivemos, e as idéias seriam acessadas pelo processo de reminiscência.

⁴¹ Parte do discurso proferido por Igor Shafarevitch numa conferência onde recebeu um prêmio que lhe fora atribuído pela Academia de Ciências de Göttingen, na Alemanha. Igor Shafarevitch foi filiado à escola do novo neoplatonismo e um dos principais investigadores a nível mundial de geometria algébrica.

- Eu prefiro pensar que nada disso existia previamente, mas que sim, que cientistas de várias épocas foram acrescentando suas idéias.

- Acreditas, então, que tudo não passa de invenção humana?

- Entendo a matemática num todo como uma grande obra inacabada...

- Concordo contigo. Considero que tudo o que foi inventado em Matemática e o que ainda haverá de ser inventado, seguindo suas regras internas, é uma das mais belas obras que a nossa civilização pode conceber em conjunto.

- Mas como explicar que na história da matemática, existem muitos casos em que a descoberta feita por um cientista permanece incógnita até ser mais tarde reproduzida com precisão admirável por um outro? Na carta que escreveu na véspera do duelo que lhe foi fatal, Galois fez várias afirmações de grande importância acerca dos integrais de funções algébricas. Mais de vinte anos depois, Riemann que, seguramente, nada sabia acerca da carta de Galois, redescobriu e demonstrou as mesmas afirmações.

- Descoberta, que coisa irritante!

- Sim, descoberta! Insisto, para mim as coisas pré-existem.

- Deixem-me explicar o que penso! Galois e Riemann, simplesmente, tiveram a mesma idéia. Poderíamos pensar que apesar das idéias matemáticas não serem pré-existentes, ainda assim não poderiam ser outras. É o que acredito! Nosso pensamento nos conduz sempre a exata mesma conclusão.

- Segundo Wittgenstein, a matemática tem um caráter normativo, o que significa que há uma norma a ser seguida. Essa norma é estabelecida pelas formas de vida nas quais os sujeitos têm sua existência. Em se tomando por esse aspecto, é possível analisar esta "coincidência" da seguinte maneira. Na medida em que Galois e Riemann estavam vinculados a formas de vida semelhantes e que ambos dominavam as regras do jogo matemático de sua época é possível afirmar que chegaram ao mesmo resultado, da mesma forma que enxadristas diferentes poderiam efetuar a mesma jogada em oportunidades distintas.

- Só um pouquinho... queres dizer que só há uma Matemática?

- Sim, eu acredito nisso... Para mim, a matemática, particularmente, é um conhecimento científico exemplar e verdadeiro, por expressar uma essência comum a todas as coisas que constituem seu domínio e isso tem a implicação de que ela seria a mesma para todos.

- Não sei não... Será que Euclides acreditaria nas geometrias mais modernas?

- É engraçado pensar nisso. Euclides acreditar em Geometrias não euclidianas⁴²...

- Euclides era um platônico... Por um lado poderia pensar que se alguém tivesse a idéia é por que de alguma forma ela já pré-existisse...

- É... mas por outro lado poderia considerar uma loucura...

- Vamos pensar num exemplo concreto: A soma dos ângulos de um triângulo esférico vale mais que 180° , certo?

- Sim.

- Então: será que Euclides se convenceria disto?

- Penso que sobre isso se convenceria. Afinal a esfera era conhecida por ele. Não seria assim tão inaceitável. E isso não poria em xeque a geometria dele. Afinal este triângulo não estaria no plano.

- O importante de se argumentar aqui, é o seguinte: que apesar das aparentes diferenças que são observadas, as geometrias todas guardam entre si o que Wittgenstein cunhou como semelhanças de família. Aquele que joga o jogo da geometria euclidiana joga o jogo de qualquer geometria, porque a gramática desses jogos é a mesma.

- O que queres dizer com gramática?

⁴² Para entender melhor as variações entre as geometrias, criei no final da dissertação o Apêndice 9.1, onde descrevo de maneira simplificada as variações entre três geometrias distintas.

- Gramática seria um conjunto de regras ancoradas, não na metafísica; e sim, no uso da linguagem em um dado grupo social. Ela está baseada numa concepção de uma racionalidade criada a partir do uso que fazemos da linguagem. Poderíamos pensar, enfim, que gramática é o nome que se dá para a complexa rede de regras lingüísticas que determinam os modos de usar determinado objeto.

- Voltando ao Euclides... O que achas então que seria mais difícil para ele?

- Convencê-lo a se desfazer do postulado das retas paralelas que nunca se encontram.

- De fato, afinal foi isso que viabilizou o surgimento de várias outras geometrias.

- Para mim, neste ponto, é que teríamos problemas. Porque, afinal, no mundo ideal as retas paralelas se encontram ou não? Ou uma coisa ou outra...

- Agora não sei o que dizer... Não consigo pensar que duas coisas tão opostas possam coexistir.

- Quem sabe pensando como os formalistas... isso nos ajudaria?

- Formalistas?

- Os formalistas foram aqueles que pensavam que não havia nenhum objeto matemático. A Matemática consiste em axiomas e definições que acessamos pela razão, de onde se extraem teoremas e fórmulas.

- Então ou tomamos que as retas paralelas nunca se encontram, ou tomamos que elas se encontram. E daí, veríamos no que vai dar...

- Então poderíamos ter muitas matemáticas...

- Não é isso! Uma Matemática só, mas com muitas subdivisões.

- Só existe uma Matemática e suas verdades nos são impostas pelo modo como nossas mentes funcionam; isso explica porque elas são, supostamente, verdadeiras para todos, independente da experiência.

- Este é o pensamento de Kant, mas olhar esse pensamento por um viés wittgensteiniano nos levaria a pensar que nada é independente da experiência, na medida em que toda a experiência estaria ligada a formas de vida e, portanto, formas de vidas diferentes gerariam experiências diferentes. Enfim, cada uma cria um jogo diferente e, dessa forma, algo que se encontrasse no verdadeiro em um jogo, poderia não ser verdadeiro em outro.

- A matemática tem sido a forma de pensamento mais estável da nossa tradição, tomou forma lá nos gregos e perdura até os nossos dias como manifestação cultural que se impôs, incontestada, às demais formas, a matemática se universalizou...

- A aritmética, a geometria e as outras ciências dessa natureza, as quais não tratam senão de coisas muito simples e muito gerais, contém alguma coisa de certo e indubitável.

- Agora, será que o fato de uma coisa se universalizar, basta para torná-la verdadeira?

- Eu questionaria esse universalizar!

- Como assim?

- É muita pretensão pensarmos que o universo todo pensaria igual a nós...

- Isso é só uma figura de linguagem!

- Eu sei, mas eu tomaria mais cuidado com as palavras.

- É. Penso que devemos tomar cuidado com isso... afinal Joseph Goebbels, ministro da propaganda do partido nazista, disse certa vez que "Uma mentira contada mil vezes, torna-se uma verdade".

- Segundo Wittgenstein, é preciso tomar muito cuidado com essa questão de uso correto ou incorreto das regras. Insistiu, com razão, na idéia de que usar "x" corretamente não é o mesmo que usar "x" da forma que a maior parte das pessoas usa. Não há incoerência na idéia de que a maioria poderia cometer

erros lingüísticos, pois há uma diferença entre regularidades de comportamento lingüísticos e de normas lingüísticas.

- Mas e agora? Qual o critério que poderemos usar para saber se uma coisa é verdade ou não?

- Será que isso é preciso?

- Sim, claro que é preciso! Eu preciso!

- Nietzsche chamava isso de vontade de verdade.

- Sério? Ele pensou nisso? E que dizia?

- Dizia que a vontade de verdade é a crença na superioridade da verdade - e é nela que a ciência se funda. Não há ciência sem o postulado, sem a hipótese metafísica de que o verdadeiro é superior ao falso.

- E o que mais?

- Ele, também, dizia que alguns ainda têm esse impetuoso desejo de certeza, esse desejo de querer possuir alguma coisa absolutamente estável. Tudo isso ainda é prova da necessidade de apoio, de um suporte, em suma, de instinto de fraqueza que não cria, mas conserva todo o tipo de convicção.

- Epa! Estás me chamando de fraco?

- Não, eu não! A culpa é do Nietzsche.

- Para Wittgenstein, procurar algo é, certamente, uma expressão da expectativa. Em outras palavras: - o modo como se procura exprime aquilo que se espera encontrar. (IF 33) Em outras palavras, se alguém busca uma verdade, a forma como executa essa busca, implica que se encontrar resultado ele será exatamente o que se esperava encontrar.

- Falando sério, penso que deveríamos refletir mais... Será que, realmente, precisamos acreditar na verdade?

- Mas sempre pensamos assim. Somos conduzidos a buscar sempre a verdade.

- Pois é! Mas quem sabe haja outra forma de pensar a verdade?

- Alguma idéia?
- Sim, poderíamos pensar que coexistem verdades?
- Podemos, então, pensar que existem muitas verdades e que cada grupo define o que vai considerar verdadeiro?
- Sim, penso que é por aí.
- Mas e na matemática, será que isso acontece também?
- Sim, claro que sim! Por exemplo: David Bloor em seu texto "Poderá existir uma matemática alternativa?", escreve em sua conclusão: "variações no pensamento matemático são freqüentemente tornadas invisíveis. Foi já apontada uma das táticas usadas para atingir esse fim. É a atitude de fio da navalha ao insistir que um estilo de pensamento só merece ser considerado como matemático quando se aproxima do nosso."
- Além do que eu já ouvi falar sobre etnomatemática.
- Nunca ouvi falar disso. De que se trata?
- Entre outras coisas, diz que qualquer grupo sócio-culturalmente determinado é capaz de produzir seu próprio ordenamento a partir das suas categorias, princípios, modos de produção e de subsistência que se traduz num modo específico e diferenciado de recortar e perceber o real.
- Quer dizer que diferentes grupos podem constituir diferentes matemáticas?
- Os meus primeiros pensamentos em relação à etnomatemática davam conta do que poderíamos chamar de matemática não sistematizada, uma matemática informal que poderia ter sido produzida e utilizada por grupos como analfabetos ou grupos culturais específicos tipo indígenas. Essa matemática seria uma maneira muito particular desses grupos realizarem as tarefas de classificar, ordenar, inferir e modelar.
- Então estás dizendo que é o acordo humano que decide o que é verdadeiro e o que é falso?

- Sim, é por aí.

- Podemos pensar, assim como Wittgenstein o termo 'é verdadeiro' só possui um sentido ou um papel, porque os seres humanos fazem, discutem e verificam asserções; o conceito de verdade não existe independente do nosso comportamento lingüístico. Se, no entanto, essas asserções são ou não verdadeiras é algo que depende de como as coisas estão, pois é assim que utilizamos o termo 'verdade'.

- Então quer dizer que poderíamos ter um entendimento assim como o de Foucault, que aponte que "não nos encontramos no verdadeiro, senão obedecendo às regras de uma 'polícia' discursiva que devemos reativar em cada um dos nossos discursos".

- Sim e mais ainda... que as práticas discursivas moldam nossas maneiras de constituir o mundo, compreendê-lo e falar sobre ele.

- Será que conhecemos uma verdade inquestionável?

- Quem sabe podemos nos preocupar menos com a verdade e mais em entender que caminhos são trilhados por um conhecimento até que ele possa ser considerado verdade.

- Focar menos na verdade e mais na idéia de que é essa e não outra matemática que nossos alunos devem saber já que é esse o discurso tomado como verdadeiro.

- Concordo, afinal temos que ensinar a matemática como ela é.

- Aqui está estabelecida, justamente, a referência ao jogo que se deve jogar. Quando se diz, é essa matemática e não outra. Isso significa dizer: é esse jogo e não outro.

- Mas será que não poderíamos apenas mostrar outras possibilidades?

- Como assim?

- Acredito que os exemplos de outras formas de pensar matemática poderiam encorajar que se examinem seus modos de conceituar o conhecimento

matemático. E com isso revelar as relações de poder que terminam determinando o que pode ser ou não considerado válido.

- Afinal, se há possibilidade de outra matemática, por que não haveria a possibilidade de outras formas de solucionar problemas e questões?

- Pois é, imagina que ainda existem professores que dizem: "Só o meu jeito de resolver essa questão é certo".

- Mas aí é muita limitação!

- É, mas isso é mais comum do que imaginas...

- Nietzsche dizia: "Tudo é erro; inclusive a verdade." E mais ainda: "Dizer sim à vida é dizer sim à mentira".

- Pelo menos, por enquanto, entendo que poderíamos nos preocupar com a tarefa do dizer verdadeiro.

- E o que seria esse dizer verdadeiro?

- Não sei definir. Uma sugestão seria compreender que todas as matemáticas se constituem como verdades; e isso por si só já é um dizer mais verdadeiro, na medida em que não prescreve uma única verdade.

- Podemos parar por aqui?

- Queria acrescentar um último dito de Nietzsche...

- Diga!

- "O que é importante na crítica do conhecimento e da verdade é ressaltar o "antropomorfismo" que os caracteriza. O conhecimento é antropomórfico: não provém da "essências das coisas"... a verdade... não contém nenhum ponto que seja verdadeiro em si, real e válido universalmente, independente do homem."

4 SOBRE A CERTEZA...

- Sabe o que mais gosto na Matemática?
- O quê?
- Gosto da segurança que temos para poder responder qualquer questão.
- É. Realmente, em Matemática, há sempre uma única resposta certa e isso não é passível de discussão.

- Lá vem vocês outra vez. Acreditem tudo é passível de discussão, nada é tão certo que não haja outra possibilidade.

- Insisto. Em Matemática não há isso.
- Olhem só, vou começar com um exemplo simples...
- Sim, qual?
- Pense na equação $x + 1 = x$, ok?
- Sim
- Sim
- Resolvam...
- Eu achei $1 = 0$, cruzes!
- Porque tanto espanto?
- Ora, porque 1 não é igual a zero, tem algum problema com a equação.
- Essa é boa, se não achas uma resposta única e certa, então a culpa é da equação.

- Sim, tem algo errado com esta equação.
- Me deixem explicar. Não há nada errado com a equação, nela procuramos um número que somado ao número 1 não mude. E a resposta (que existe!) é dizer que não há nenhum número que faça isso.

- A resposta seria o conjunto vazio?
- Isso, ou ainda a resposta certa é dizer que essa equação não tem solução.
- Mas em Matemática temos que ter uma solução!

- Observe, se pensares assim, poderemos dizer que ela tem solução. E a solução é dizer que não tem solução.

- Que coisa mais bizarra!

- Há ainda uma outra equação muito interessante.

- Qual?

- Tentem resolver esta: $x + 1 = x + 1$

- Estás brincando?!

- Façam!

- Achei $0 = 0$. Achei esquisito, mas agora pelo menos faz sentido.

- E por que isso faria sentido?

- Porque afinal zero é igual a zero.

- Ok, mas qual é a resposta?

- Não é a resposta, são as respostas...

- Como assim "as"?

- Sim, dizemos, nesse tipo de equação, que o x pode ser igual a qualquer número.

- Seria dizer os Reais?

- Poderia ser. Pensem o que perguntamos com aquela equação é: Qual o número que somado com 1 é igual a ele mesmo somado com 1? Se o x for 2, ou π , 1000... tanto faz, porque para qualquer número essa equação se verifica.

- Mas não pode ser, temos que ter uma só resposta...

- Podemos ter uma só resposta, respondendo: Qualquer número.

- Isso tudo está enrolando meu pensamento.

- Pensamento não é novelo para ser enrolado...

- Sei lá, mas ainda assim se a gente der uma ajeitada, dá para dizer que afinal essas estranhas equações todas têm resposta e ela é única.

- Gracinha, ajeitou teu lado...

- E agora o que vais fazer...

- Calma, ainda tenho muita carta na manga.
- Manda outra então?
- Ok, vamos lá: quanto é $1 + 1$?
- Ah cara! Estás brincando com a gente, já passamos desse nível?
- Será mesmo? Vamos ver... arrisquem-se!
- 2.
- 2.
- 2.
- Cara, onde vocês fizeram faculdade, que pensamentozinho limitado...
- O meu, não ofende, todo mundo sabe que $1 + 1$ sempre dará 2.
- Nossa! Quanta certeza, até me espanta!!!!
- Qual é cara? É 2 e pronto.
- Não obrigatoriamente.
- Estás louco?
- Quer eu esteja acordado, quer eu esteja dormindo, $1 + 1$ formarão sempre 2 e não me parece possível que verdade tão patente possam ser suspeitas de alguma falsidade.
- Não, com certeza não.
- Onde queres chegar com esta pergunta então?
- Olha só, o sistema de numeração só faz sentido se a gente combinar algumas coisas...
- Tipo que se estamos na base 10, ou ainda numa base 7, por exemplo, nesse caso $1 + 1 = 2$.
- Porém se estivéssemos em base 2, neste caso $1 + 1 = 10$ (base 2)⁴³
- Gente! Agora me lembrei! Ele está falando de diferentes bases⁴⁴...
- Lembra? A gente estudou isso em Aritmética...

⁴³ Lê-se (um zero base dois).

⁴⁴ Mais sobre bases numéricas pode ser lido no Apêndice 9.2.

- Faz muito tempo... E nem me lembro direito disso... Só me lembro que achei aquilo tudo uma bobagem, porque afinal nunca precisei de outras bases.

- O problema não é esse, observa: vocês me disseram $1 + 1 = 2$ é sempre certo. Mas, vejam, isso não é verdade e eu acabei de demonstrar.

- Por favor! Podias me ajudar a lembrar essa história, estou um pouco enferrujado.

- Está bem, vamos à aula então...

- O sistema de numeração que usamos, e o qual usamos para fazer contas é chamado de sistema hindu-arábico posicional decimal. Traduzindo claro que o hindu-arábico fala da origem do sistema. O decimal fala que estamos em base 10. Estar em base 10 significa que temos 10 símbolos para escrever o número. Estes símbolos são 0, 1, 2, 3, 4, até o 9. O posicional significa que dependendo da posição que o algarismo ocupa no número interfere no verdadeiro valor dele.

- Certo, até ai estou acompanhando. Sabemos que se escrevemos 45, sabemos que este 4 não vale 4 e sim 40. Ou seja, a posição que o 4 ocupa faz com que ele valha 40 e não 4.

- Prosseguindo... a gente sabe que na base 10 (é importante sempre situar o que se está falando) toda vez que uma casa do número recebe um valor maior que 9 a gente passa, para cada 10, um 1 para a próxima casa, certo?

- Sim, tipo: $27 + 16 = 43$, na verdade a soma de 7 com 6 dá 13, fica o 3 e sobe 1 (vai 10). Esse 1 se junta com o 3 e vira 4.

- Certo, agora pensem, se eu estivesse em outra base, tipo 3, o que aconteceria é que os algarismos não poderiam passar de 2, poderíamos usar 0, 1, 2. Pois temos uma associação, já que, na base 10 usamos os algarismos do 0 até o 9, então na base 3 teremos que usar até o algarismo 2, se mantivéssemos os mesmos algarismos significantes.⁴⁵

⁴⁵ O quero dizer com isso, que há ainda a possibilidade de se optar por que tipo de escrita se fará. Por exemplo posso tomar na base 3 ao invés dos símbolos 0, 1, 2 os símbolos $\beta, \mathbb{H}, \mathbb{F}$

- Como seria uma conta nessa situação?
- Vamos a um exemplo então: $2 + 2$ igual a quanto em base 3?
- Alguém quer se arriscar?
- 4.
- Não! O algarismo 4 está proibido, só podemos usar 0, 1 ou 2. É como se nada mais existisse, além disso.
- Então, por favor, faça para nós!
- Vamos lá: $2 + 2 = 11$, porque $2 + 2$ seria 4, mas toda vez que fecho 3 tenho que mandar 1 para a casa próxima e manter na casa dita das unidades o resto, no caso o 1. Esse 11 (na base 3) representa a mesma quantidade que 4 (na base 10), podemos traduzir assim: tenho **um** 3 e **um** 1. Por exemplo: o número 22 (na base 3), equivaleria a quantidade 8 na base 10 pois estou dizendo que tenho **dois** 3 e **dois** uns.
- Entendi. O que queres nos mostrar então é que se escrevemos 22 (dois, dois), não poderemos ter certeza de que nos referimos à quantidade vinte e dois. Podemos ter certeza apenas que 22 (dois, dois) dependendo da base pode representar quantidades diferentes, pois sempre dependemos de saber a qual base estamos nos referindo.
- Isso mesmo, não há nada nos números, os números só fazem sentido dentro de um contexto.
- Aqui o que há são regras de sentido, afinal a escrita do número independe da quantidade material que manipulamos, mas depende sim da regra que estamos usando.

respectivamente, porque o importante é que essa escrita prescinde de três símbolos e que podem, inclusive, não serem números. Outro exemplo pertinente é que a base 16, que precisa de 16 símbolos, no meio acadêmico, eles correspondem aos dez símbolos da numeração decimal e outros 6 que são: A, B, C, D, E, F (que correspondem especificamente a 10, 11, 12, 13, 14, 15). Neste caso a quantidade 7A (base 16) é equivalente a $7 \times 16 + 10 = 122$ (base 10).

- Claro, como a maioria das pessoas só conhecem a base 10, automaticamente, quando vêem uma conta como, por exemplo, $2 + 2$ responderiam 4, porque 4 é a resposta esperada nesse contexto.

- Entendi onde queres chegar! Queres dizer que $2 + 2 = 4$ até pode ser correto, mas para estar nessa condição depende de termos certeza de estamos jogando o jogo da base 10.

- É isso mesmo!

- Por isso, irrita-me muito que digam $1 + 1$ é sempre igual a 2 ou $2 + 2$ sempre dará 4. Porque tudo tem que ser relativizado.

- Ok, faz mais um exemplo para vermos se pegamos o jeito.

- Vamos lá, na base 7, quanto é $6 + 6$?

- Cara que coisa estranha fazer isso, a gente está tão acostumado a pensar em 10, que chega a dar dor de cabeça.

- Pois é, estou tirando vocês da zona de conforto, pensa... pensa...

- Acho que tenho a resposta!

- Qual?

- 15.

- Isso mesmo, estás me dizendo que como $6 + 6$ representam a quantidade 12, para dizer 12 em base 7 é preciso dizer que tenho **um 7 e cinco 1**.

- Que exercício bacana para o pensamento. E, ao mesmo tempo, como nos sentimos meio inábeis.

- Pois é! Passando por isso é que a gente sente como deve ser difícil aprender o nosso sistema numérico. Imaginem que, ao entrarmos na escola, não temos idéia nenhuma sobre o funcionamento das contas, daí chega uma professora e começa a dizer: "- Passou de 10 vai um e fica o resto!"⁴⁶, é de deixar o cara louco, porque agora, por exemplo, mesmo já sabendo usar bem a

⁴⁶ até 19.

base 10, mesmo já conhecendo a regra do jogo; muda o cenário um pouquinho e eu já fico bem atrapalhado... $6 + 6 = 15$ em base 7...

- Então não podemos ter mais certeza de nada?

- Não é isso. Temos que perceber é que na escrita $6 + 6 = ?$ não há nada nela mesma, ela não significa nada solta assim. Ela passa a ter um sentido na medida em que se sabe a regra onde isso aparece.

- Do que, então, temos certeza?

- Podemos dizer assim: Se sabes em que jogo estás e conheces as regras desse jogo, podes ter certeza que encontrarás a resposta certa (se houver) dentro desse jogo. Mas não poderás dizer de maneira solta: "- É certo que...." e sim que, se estamos em determinada situação e as regras são essas então posso afirmar que nesse contexto a resposta é tal.

- Legal, isso, parece até Física Quântica.

- Porque dizes isso?

- Por que sabemos que a grandes velocidades, o espaço encolhe e o tempo dilata, então se estivermos numa velocidade perto da velocidade da luz; um minuto vale mais que um minuto e um metro vale menos que um metro.

- Isso mesmo! É bem por aí! Nada é certo e indubitável, tudo é relativo.

- Até mesmo a Matemática?

- Poxa, cara! Que teimosia! Tomas a Matemática como um deus, acima de tudo?

- Olha só, eu entendi o que tentaste fazer com a gente, mas na boa, esse papo de base não existe na vida real. Isso parece coisa de gente que não tem o que fazer...

- Os humanos têm 10 dedos nas mãos, e desde sempre usamos os dedos para contar, é por causa disso que nossa base é 10. Não tem porque se pensar em outra possibilidade.

- Essa outra possibilidade, por exemplo, seriam mãos com oito ou dois dedos?

- É isso mesmo, para quê? São 10 e pronto! O resto é besteira.

- Cara, desculpe discordar, mas apesar de termos 10 dedos nas mãos, na história da matemática, quando estudamos sistemas de numeração feitos por outros povos vimos que alguns, resolveram constituir a base 20.⁴⁷ Levando em conta que tinham 10 dedos nas mãos e outros 10 no pé. Então nem mesmo a certeza de se ter 10 dedos nas mãos garante a base 10.

- Como foram estúpidos! Usar o pé para contar.

- Como tu és intolerante! Para ti, o sistema deles só seria bom se fosse o que tu usas?

- Não, não é isso!

- É isso sim, estas me dizendo que só está certo quem concorda contigo!

- Ela está certa!

- Quanta limitação. Eu estou te mostrando, as coisas não são como são porque tinham que ser assim, as coisas são como são, porque antes de nós alguém decidiu assim.

- Então vou piorar ainda mais a situação...

- Como?

- Certa vez li um trabalho desenvolvido por uma professora chamada Mariana Ferreira.

- Aquela que estudou índios?

- Ela mesma! Estudou tribos do Parque Nacional do Xingu.

- Lá vem, mais coisas que não servem para nada...

- Tenho o direito de dar minha aula também, não acha? Ficamos aqui relembando bases numéricas e agora é a minha vez de transtornar vocês...

- Vamos ao desafio então, o que vais inventar?

⁴⁷ Segundo Ifrah (1997, p.86), um exemplo da adoção da base concerne à numeração asteca.

- Olhem só um problema proposto para os índios: "Ontem à noite peguei 10 peixes. Dei 3 para meu irmão. Quantos peixes tenho agora?"

- Garanto que a resposta não é 7, estou certo?

- Está! Alguém arrisca o número?

- Estás querendo adivinhação e não matemática!

- Vais ter que explicar isso, não faço idéia!

- Resposta então: 13.

- Como assim, somou ao invés de diminuir????

- Vamos à explicação dada pelo índio⁴⁸: "Tenho 13 peixes agora" afirmou. E explicou seu raciocínio: "Fiquei com 13 peixes porque quando eu dou alguma coisa para meu irmão, ele me paga de volta em dobro. Então, 3 mais 3 é igual a 6, 10 mais 6 é igual a 16, e 16 menos 3 é igual a 13."

- Cara que coisa incrível! Ele leva em consideração um comportamento social para efetuar o raciocínio.

- Ora, por que a surpresa? A gente também faz isso.

- Como assim?

- Para nós dar alguma coisa é perder, levamos isso em consideração quando fazemos a conta $10 - 3 = 7$.

- Fazemos isso porque tem que ser assim, dar implica perder!

- Gostei dessa história! Têm outras?

- Sim, lá vai: Ganhei 10 flechas de pescar peixe dos Kayabi⁴⁹. Perdi uma na pescaria e dei 3 para meu cunhado. Com quantas flechas fiquei?

- Agora vou me arriscar: 12. Acertei?

- Não, a resposta dada por outro índio⁵⁰ foi: 9

⁴⁸ resposta dada por Tarinu Juruna aluno da Escola de Diauarum entre 1981 e 1984.

⁴⁹ Outra tribo que habita o Parque Nacional do Xingu, e que efetua trocas com os Jurunas.

⁵⁰ resposta dada por Tarupi Juruna, aluno da mesma escola, na mesma época.

- E agora? O que ele fez, escreva os passos do raciocínio dele para tentarmos entender:

- Escrevendo...

$10 + 3 = 13$ $13 - 1 = 12$ $12 - 10 = 2$ $2 + 7 = 9$

- Parece um raciocínio absurdo!

- Nem pensar em entender isso, manda a explicação:

- A resposta dele: "Meu cunhado vai me pagar as 3 flechas de volta. Então se Kayabi deu 10, eu fico com 13. Como eu perdi uma na pescaria, tiro um de 13. Mas acontece que eu vou pagar Kayabi, dar 10 flechas para eles também, e então eu vou ficar com 2. Aí eu junto as 7 que eu já tenho em casa, e fico com 9 flechas".

- Ele leva em consideração uma informação que não estava no problema: as flechas que tinha em casa - isso não vale!

- Mas para eles vale!

- Não podes olhar para a solução dele através das tuas regras.

- Temos apenas que perceber que as contas deles seguem outras regras, veja que ele segue a regra deles, já que dobrou a devolução que receberá do cunhado - eis uma regra!

- Ora, mas porque ele não dobrou a devolução das flechas para os kayabi?

- Porque eles são de outra tribo, o esquema de dobrar só vale para membros de uma mesma tribo, eles são Jurunas e não Kayabi.

- É muita regra nova! Acho que teria muita dificuldade para acertar essas contas.

- Pois é eles também têm, para acertar as nossas. Para podermos acertar esse tipo de esquema aritmético temos que conhecer bem todas as regras, depois disso, penso que fica bem fácil.

- Desculpe, mas não concordo com isso. Penso que o sistema de numeração que usamos é o certo e qualquer outra possibilidade é perda de tempo. Nem sei por que estamos nisso ainda? Estou cansando desse papinho...

- Gente o que fazemos com ele?

- Com certeza cortar uns dedos dele não vai resolver a confusão. Nem abduzi-lo para uma tribo de índios.

- Mas, vejam bem, ele acredita nisso, ele pode acreditar nisso se quiser. Deixa!

- Eu sei disso, ele pode acreditar no que quiser, mas não pode dizer que tudo que se opõe ao que ele pensa é errado, ou deva ser desconsiderado.

- É difícil isso, não há como fazê-lo mudar de idéia. Muitas coisas se alinham para que se pense e se teime desse modo. Cada um tem uma história e suas crenças.

- Concordo! Mas depois de tudo o que falamos, ele não arredou o pé nem um milímetro...

- Calma, vê só. Ele pode pensar o que quiser, mas enquanto ele estava aqui, ouviu o que falamos, e isso não se perde. Tenho convicção de que alguma dúvida foi plantada, não é?

- Será?

- Estás desconfortável, não é?

- Não estou desconfortável. Por que eu deveria mudar de idéia? Não tenho dúvida, eu realmente acredito que a base devia ser 10 e pronto.

- Eu penso que tem uma razão para que seja a base 10, não sei se é porque estou tão familiarizado com ela, que acredito ter sido essa a escolha mais

acertada. Independente do que acreditamos, temos que concordar que essa foi uma maravilhosa invenção ou descoberta.

- O que sei é que a aquisição da numeração indo-arábica tem relação com o florescimento do mercantilismo europeu nos séculos XIV e XV.

- Pois é, lamentavelmente, o pensamento mediterrâneo se impregnou no planeta. A sua forma mais pura terminou por justificar que os europeus tratassem a natureza como celeiro inesgotável e a humanidade como seus servos.

- Nesse ponto tenho mesmo que concordar contigo.

- É mesmo! Mas acho válidas essas idéias que estamos trocando. E não acho ruim que tenhamos dúvida sobre alguma coisa. A dúvida não é ruim em si mesma, tanto que podemos a partir de uma dúvida chegar à conclusão que estávamos certos. A dúvida neste caso nos leva a reforçar nossa certeza. É salutar que exercitemos a dúvida.

- Mas para Descartes a dúvida é contrária a certeza, para ele se ponho em dúvida algo, se posso duvidar, é porque então não há certeza naquilo, ele até dizia que a dúvida tinha um lado positivo, que auxiliava o processo de construção do cogito.⁵¹

- O que é cogito?

- Cogito pode ser entendido como a evidência pela qual cada indivíduo reconhece a própria existência enquanto sujeito pensante.

- Lembro de ter lido em Descartes que "a ruína dos alicerces carrega necessariamente consigo todo o edifício"⁵².

- Calma, também não é assim, o exercício de problematizar certezas não leva tudo a *bancarotta*⁵³.

⁵¹ "... a operação da dúvida consiste em um movimento negativo de rejeição do conhecimento, mas ela também é, ao mesmo tempo, um movimento positivo de colocação do sujeito desse conhecimento, e como tal consistindo, simultaneamente, num processo constitutivo do cogito." (FORLIN, 2004, p.73)

⁵² (DESCARTES - Meditações - AT. IX, p.14)

- Sei lá?

- Forlin, um estudioso de Descartes diz que "a dúvida mais absoluta, foi chamada a serviço da certeza, que fará dela, a dúvida, a mais fiel prova de sua legitimidade".⁵⁴

- Mas se eu tenho certeza das minhas convicções, porque as colocaria em dúvida?

- De onde vem tua certeza? Sabes responder isso?

- Não sei te dizer ao certo. Muitas coisas construíram minhas certezas.

- Mas eu posso arriscar dizendo que é um "quadro de referências herdado que te faz distinguir o verdadeiro do falso".⁵⁵

- Penso que não devemos fazer terra arrasada, não precisamos nos desfazer de tudo o que acreditamos. Acho até que nunca conseguiríamos nos desfazer. O que passou em nossos pensamentos nunca mais desaparece. Podemos deixar em suspensão determinadas coisas, podemos mudar de opinião, mas eles não deixam de existir.

- Estava pensando sobre o que falaste antes, sobre a questão de herdarmos nossas convicções. Como poderemos saber se são válidas ou não as opiniões que recebemos ao longo da nossa vida.

- Penso não existir um critério para essa verificação. E nem sei se isso é preciso. Wittgenstein dizia que "se um homem da maior confiança me assegura que sabe que as coisas são desta ou daquela maneira, só isso não convence de que ele o sabe realmente. Apenas de que ele crê que sabe."⁵⁶

- Entendo, mas isso me assusta!

- Para Wittgenstein "os nossos jogos de linguagem só podem ser praticados sobre um pano de fundo de certezas relativamente permanentes".

⁵³ Do italiano: falimento.

⁵⁴ (FORLIN, 2004. p. 31)

⁵⁵ (WITTGENSTEIN, §94, 1969, p.41)

⁵⁶ (WITTGENSTEIN, §131, 1969. p.51)

- Podemos colocar nossas certezas em xeque, não aceitá-las simplesmente. Não nos acomodarmos no lugar daquele que aceita certo dito só porque quem o diz, aparentemente, está autorizado a dizer.

- Nietzsche fala muito sobre essa necessidade que temos de adquirir certezas e verdades - e sempre a critica - mas Ferraz, em seu livro Nove Variações sobre temas Nietzscheanos diz que se na perspectiva de Nietzsche, esse homem necessita crer em verdades inabaláveis, se precisa construir sólidos pontos de apoio para ancorar-se em solo seguro, para garantir sua vida, e, se isso tudo for realmente preciso, que então se analise as diversas formas de "despotismos" e se escolha aquela(s) que se deixam penetrar e arejar. É mais, que essa necessidade de controle não precisa traduzir-se na rigidez, associada à morte e à ditadura dos sentidos previamente dados.

- E essa verificação tem fim? Porque para mim, parece tudo tão difícil!

- Penso que não! E a dificuldade que sentes está justamente em compreender a falta de fundamento das nossas convicções.

5 UMA ANALÍTICA SOBRE A VERDADE E A CERTEZA

"Há algum tempo eu me apercebi que desde meus primeiros anos, recebera muitas falsas opiniões como verdadeiras, e de que aquilo de depois eu fundei em princípios tão mal assegurados não podia ser senão mui duvidoso e incerto; de modo que me era necessário dispor-me seriamente, uma vez em minha vida, a desfazer-me de todas as opiniões que eu recebera até então em minha crença e começar tudo novamente." (DESCARTES - Meditações - AT. IX, p.13)

Não se trata aqui de uma tradicional tentativa de conceber uma analítica da história da verdade e da certeza, mas uma analítica do presente histórico, uma ontologia de nós mesmos. Foucault destaca ainda o que seria uma escolha filosófica colocada para nós no presente: a opção por uma filosofia crítica que se apresenta como uma filosofia analítica da verdade geral ou optar por um trabalho filosófico crítico, que toma a forma de uma ontologia crítica do presente.

É preciso considerar a ontologia crítica de nós mesmos não certamente como uma teoria, doutrina, nem mesmo como um corpo permanente de saber que se acumula; é preciso concebê-la como uma atitude, um *êthos*, uma via filosófica em que a crítica do que somos é, simultaneamente, análise histórica dos limites que nos são colocados e a prova de sua ultrapassagem possível. (Foucault, 2005a, p. 351).

Segundo Seixas (2009, p.52), se a modernidade apontada por Kant, nesse ambiente de maturidade, se inaugurou com um trabalho de reflexão sobre os limites do conhecimento, o estabelecimento de uma crítica consiste em seguir trabalhando e refletindo sobre os limites com o propósito de mostrar sua historicidade, sua contingência com o objetivo de tornar viável algum tipo de transformação dos indivíduos. Torna-se importante assinalar que a concepção de *êthos* filosófico como uma "crítica permanente de nosso ser histórico", também se apresenta como uma crítica permanente de nós mesmos.

Para fazer agora uma analítica sobre a verdade e a certeza, considero necessário situar o Platonismo, o Formalismo e o Pragmatismo como formações discursiva de fato, pois, segundo Foucault (...), se eu puder definir uma certa regularidade "entre os objetos, os tipos de enunciação, os conceitos, as escolhas temáticas" diremos que se trata de uma formação discursiva. Ainda podemos dizer que enunciados são entes constitutivos do discurso, na medida em que formam conjunto de sequência de signos aos quais podemos atribuir modalidades particulares de existência. E o termo discurso poderá ser fixado na medida em que o conjunto de enunciados se apóie em um mesmo sistema de formação.

As diferentes concepções filosóficas não são nada de fortuito, nada de autônomo, mas crescem em relações de parentesco umas com as outras; que qualquer que seja a instantaneidade e arbitrariedade aparentes com que surgem na história do pensamento, não deixam por isso de pertencer a um sistema.

As concepções filosóficas são o desenvolvimento de possibilidades de um esquema, antecipado na linguagem.

Para maior clareza, transcrevo o trecho em que Foucault (1987, p.37) trata dessa questão: "De modo paradoxal, definir um conjunto de enunciados no que ele tem de individual consistiria em descrever a dispersão desses objetos, apreender todos os interstícios que os separam, medir as distâncias que reinam entre eles — em outras palavras, formular sua lei de repartição".

Tomo o discurso como "[...] um feixe complexo de relações que funcionam como regra: ele prescreve o que deve ser correlacionado em uma prática discursiva" (FOUCAULT, 1987 p.82). Prática esta que "se refira a tal ou qual objeto, para que empregue tal ou qual enunciação, para que utilize tal conceito, para que organize tal ou qual estratégia".

Se focarmos, por exemplo, no Platonismo podemos ver as regularidades em termos como ideal, verdadeiro, exato, existência única, descoberta, acreditar,

pré-existência, essência; já no formalismo, são recorrentes termos como: invenção, razão, raciocínio, unanimidade, cogito, ser racional.

Em termos de matemática, essas idéias podem possibilitar o que pode ser entendido como visão absolutista do saber matemático, elas subjazem às correntes mais importantes da matemática e persistem, ainda, entre os matemáticos contemporâneos, e não só, também persiste entre os professores de matemática. Essas formas de dizer e de ver a matemática têm perdurado em virtude da universalidade, perenidade e objetividade, corriqueiramente, associadas aos objetos matemáticos. Eles e as demonstrações matemáticas persistem desde épocas anteriores a Euclides e podem ser sempre repetidas e confirmadas, sobrevivem aos seus "criadores" e permanecem à disposição para serem entendidos e aplicados, mostrando sempre sua verdade.

Por outro lado, o mesmo acontece no pragmatismo no qual a matemática normativa se assenta, aqui aparecem recorrências em relação a termos como: norma, regra, jogo, linguagem, uso, sentido, formas de vida...

Aqui, por exemplo, a idéia de norma, isto é, de seguir uma regra, em Wittgenstein, é importante para se entender a sua concepção normativa das atividades matemáticas. Sobre isso, Glock (1998, p. 313) "explica que, apesar de sua aparência descritiva, o papel das matemáticas é normativo: nada que contrarie as regras pode ser considerado uma descrição inteligível da realidade". Diz, ainda, que essas regras estejam "profundamente enraizadas no que Wittgenstein chamou de formas de vida. As regras conduzem, de certa maneira, os modos de proceder, sem que seja preciso uma decisão consciente". Observar que essas regras não são únicas, não são fixas, nem definitivas nem eternas. O emprego de uma palavra, por exemplo, pode ser ou não limitado por uma regra. Agimos em conformidade com elas. "Uma regra se apresenta como um indicador de direção", diz Wittgenstein (1969, p. 21, §29). A força das regras nos mostra o caráter necessário da matemática. Não devemos conceber nossos modos de ver a

Matemática por força do hábito. Mesmo que situações contrárias as nossas formas de vida possam parecer inúteis.

Por forma de vida, Wittgenstein entende como práticas, costumes, hábitos relacionados com a linguagem, aquilo que tem que ser aceito, o que é dado que figura como pano de fundo para as nossas atividades.

Podemos exemplificar pensando que em algum momento da história de nossas culturas instituiu-se a contagem, que passou a ter um caráter gramatical, transcendendo assim o seu eventual uso empírico. O pastor da pré-história, que, acredita-se, fazia corresponder a cada ovelha de seu rebanho um dos gravetos que teria juntado para ter certeza de que nenhuma ovelha estaria faltando (conforme especulam os antropólogos para explicar a gênese do número na cultura ocidental), a partir de determinado momento passou a contar o seu rebanho. Nesse sentido, o procedimento de contagem não "emerge" de uma correspondência (e tampouco o conceito de unidade "emerge" a partir de interações em sala de aula). Essa "invenção", por assim dizer, da contagem, uma vez instaurada, passou a ser aplicada em diferentes contextos. É observando seus diversos empregos que o aluno vai percebendo semelhanças de família nessas aplicações do conceito de contar, e a partir de um determinado momento (não previsível) passou a aplicá-lo corretamente. Em outras palavras, é a partir de um treino (da contagem) que a criança torna-se capaz de aplicar esse conceito em situações empíricas, inclusive diferentes daquelas nas quais foi iniciado. Poderíamos imaginar que em uma outra cultura esse treino poderia ter se dado de forma diferente. Que uma criança ao juntar determinados agrupamentos o fizesse de outro modo (cf. WITTGENSTEIN, 1987, parte I, §38).

Como podemos ver no diálogo da certeza isso fica posto. A nossa forma de vida está vinculada a numeração de base 10, claro que poderia ser outra, mas não o é. Importante é perceber que apesar de nossa forma de vida não favorecer o uso de outras bases, ainda assim, podemos pensar nelas e usá-las, porque para

além da forma de vida está a linguagem que, através da norma com sua gramática própria, possibilita que se faça uso de determinado objeto matemático. Para Wittgenstein (IF⁵⁷ §188) "Não existe nenhum número fora de um sistema."

Alinhada à idéia de forma de vida, também estão os exemplos dados nos diálogos quanto à forma de fazer contas dos índios que vivem no Parque Indígena do Xingu, uma diversidade de estratégias de raciocínio matemático utilizadas por eles. Observa-se que para a solução de um problema aritmético, eles levam em conta todo um sistema de troca de bens, relações interpessoais e princípios de reciprocidade. Esse procedimento causa problemas para os índios quando operam com o nosso sistema em suas relações comerciais conosco. Segundo Ferreira (1993), "a forma como os brancos utilizam a aritmética nas trocas comerciais constitui uma agressão para os índios. O conceito de lucro, o desejo de tirar vantagem, a ganância e o egoísmo. Os índios passam então a desejar aprender matemática 'para que os brancos não nos enganem'".

Faço um importante registro, não quero aqui fazer nenhum juízo de valor com relação à nossa forma de calcular, nem em relação à deles, não quero que pareça, com esses comentários, que há algum tipo de idealização do "ser índio", num sentido de "bom selvagem", "pureza" ou de uma "bondade" na cultura indígena. Quero, simplesmente, desenhar diferentes formas de vida e que a matemática não está alheia a isso.

Em relação à questão das geometrias, podemos pensar assim como Gottschalk (2004) "axioma matemático não é evidente porque decorre de alguma ação espontânea sobre a "realidade", ou por ter sido apreendido através de alguma interação social, mas por ter uma função normativa". É condição de sentido para qualquer afirmação empírica sobre retas (desde que estejamos no

⁵⁷ IF: Investigações Filosóficas

universo euclidiano), é uma regra gramatical. Acreditar que tenha uma função descritiva é incorrer numa generalização indevida como, por exemplo, supor que sempre temos uma única reta paralela passando por um ponto fora de uma reta dada, independentemente do cenário em que essa proposição se enuncia. Como foi mencionado no diálogo sobre a verdade, o axioma das paralelas é evidente e necessário na geometria euclidiana. Nela atribuiu-se uma necessidade que não vigora em outras geometrias como na de Riemann ou na de Lobatchevsky. Dizemos que essas geometrias podem ser vistas tanto como jogos de linguagem numa perspectiva pragmática e, também, como formações discursivas, discursos científicos numa perspectiva foucaultiana.

Se tomarmos por foco, o que pode ser dito e quem pode dizê-lo, estabeleceremos essas diferentes geometrias como formações discursivas porque pertencem a um sistema, possuem um conjunto de regras, exercem relações de poder umas com as outras, produzem determinados tipos de saberes, e conduzem para determinadas práticas. Então fazer geometria euclidiana é, também, uma prática discursiva, situar-se na geometria euclidiana é posicionar-se como um certo tipo de sujeito matemático.

Há convergências entre o conceito foucaultiano de formação discursiva e a alguns conceitos pertinentes à filosofia da linguagem do segundo Wittgenstein. Segundo ele, jogo de linguagem chama-se "a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada." (WITTGENSTEIN, §7, p. 30, 1969).

Wittgenstein denomina jogos de linguagem ao conjunto indissociável, da linguagem e das atividades com as quais interagimos no mundo. [...] que são simplesmente semelhantes uns com outros, como os membros de uma família, constituindo o que denominou semelhanças de família." (CONDÉ, p. 217, 2004).

O que Wittgenstein procura mostrar é “[...] que existe uma ‘rede complicada de semelhanças, que se sobrepõem e se cruzam’ (IF §66); que não há uma essência comum, mas que ‘os ‘jogos’ formam uma família.’” (IF §67) (SPANIOL, p. 101, 1989).

Essas semelhanças sugerem que, embora as formas de vida interajam de modos diferentes com o mundo, é possível haver interações semelhantes em pontos significativos. [...] Na medida em que emergem da práxis social, a gramática e as interações dos jogos de linguagem constituem uma racionalidade da contingência. Essa concepção de razão contrapõe-se ao modelo de racionalidade moderna, que se pretendia assentado em fundamentos últimos e portador de uma validade universal. (CONDÉ, p. 221, 2004).

Por sua vez Foucault desloca

[...] a noção de discurso como simples conjunto de signos para um conceito de discurso como prática social, destacando a existência de regras que lhe conferem condições de possibilidade [...] gostaria de mostrar que o discurso não é uma estreita superfície de contato, ou de confronto, entre uma realidade e uma língua; [...] gostaria de mostrar, por meio de exemplos precisos, que, analisando os próprios discursos, vemos se desfazerem os laços aparentemente tão fortes entre as palavras e as coisas, e destacar-se um conjunto de regras, próprias da prática discursiva. [...] que formam sistematicamente os objetos de que falamos. Certamente os discursos são feitos de signos; mas o que fazem é mais que utilizar esses signos para designar coisas. É esse *mais* que os torna irredutíveis à língua e ao ato da fala. É esse ‘mais’ que é preciso fazer aparecer e que é preciso descrever. (FOUCAULT, 1987, p. 56).

O que Foucault chamou de conjunto de regras, Wittgenstein chamou de gramática da linguagem. Por gramática toma: “[...] um conjunto de regras ancoradas não na metafísica, mas na pragmática da linguagem em uma dada forma de vida. Isso permitirá a concepção de uma racionalidade criada a partir do uso que fazemos da linguagem.” (CONDÉ, p. 218, 2004).

A aritmética é um sistema de regras para a transformação de proposições empíricas que versam sobre quantidades e grandezas. As proposições da geometria não constituem descrições das propriedades do espaço, mas regras para a descrição das formas dos objetos empíricos e de suas relações espaciais. Uma prova matemática não é uma demonstração de verdades acerca da natureza dos números ou das formas geométricas, mas um caso de formação conceitual: ela determina uma nova regra para a transformação de proposições empíricas. (GLOCK, 1998, p. 33)

A gramática é própria da forma de vida que dá origem ao jogo, para ele as formas de vida estabelecem "seus próprios critérios de racionalidade" e podem "interagir racionalmente com outras. Formas de vida não são, necessariamente, impermeáveis umas com relação às outras." Elas, também, podem compartilhar semelhanças de família. "E tais semelhanças podem fornecer critérios para a compreensão recíproca dessas diferentes formas de vida." (CONDÉ, p. 220-221, 2004).

A característica mais importante da gramática está justamente na sua autonomia que "confere [a ela] o caráter de racionalidade que nos possibilita saber o que é correto ou não, criando assim critérios que nos permitam lidar com os nossos problemas." (CONDÉ, p. 97, 2004). Tal autonomia possui uma 'plasticidade' entendida aqui como uma capacidade de adaptação às mudanças e criando novas significações, sentidos, idéias, na medida em que surgem novas formas de vida.

Nessa perspectiva, a análise constitui um instrumento que nos permite obter uma visão panorâmica da gramática. A análise, assim, não envolve apenas a consideração do uso das expressões em um jogo de linguagem, mas também a consideração das possibilidades gramaticais do jogo em questão. Uma tal análise nos permite saber o que é racional, ou não, de acordo com a gramática. (CONDÉ, p. 220, 2004).

Wittgenstein, mais uma vez, ressalta que tomamos os princípios fundamentais como certos em função de sua aplicação ao curso de nossas práticas. "O que se mantém firme, não o é por que seja intrinsecamente óbvio ou convincente; antes sim, o que o rodeia e que lhe sustenta." (IF §416). Em sendo assim, os pontos de referência correspondem a convenções, cuja construção não pode prescindir das práticas. Por isso, a forma de agir tecida ao longo das variações de nossas práticas deve subsistir como fundamento dos jogos de linguagem, seja no sentido de que lhes confere critérios de correção, seja no sentido de que possibilita o reconhecimento da regularidade.

Num segundo momento, é preciso que se trate da questão da verdade. Ela é central em meu trabalho e, justamente, para ilustrar isso há um diálogo só sobre ela. Problematizar nossas noções de verdade é a mais importante contribuição dessa dissertação. Para teorizar um pouco mais sobre isso busco um apoio em Nietzsche (combatente incansável contra a vontade de verdade) e em Foucault que não fica a nos dizer verdades sobre as coisas, e sim, nos leva a compreender por que caminhos, de que maneiras, aquilo que se toma por verdade tornou-se, em algum momento, verdadeiro. Pensamento, esse, herdado de Nietzsche - essa revolucionária noção de que a filosofia deve ser, antes de tudo, uma atividade que nos leva a examinar as nossas relações com a verdade.

Uma análise Nietzscheana da ciência tem como temas principais: a oposição entre o universalismo e o perspectivismo do conhecimento⁵⁸, a "superação" da dicotomia essência - aparência, a crítica das noções⁵⁹ de sujeito e objeto... O ponto, porém, que se encontra na base de todas essas reflexões é a crítica na vontade de verdade que atua no conhecimento. Segundo Machado (1984, p. 84), "a vontade de verdade é a crença, que funda a ciência, de que nada é mais necessário do que o verdadeiro. Necessidade não de que algo seja verdadeiro, mas de que seja tido como verdadeiro". Enfim a questão não está na essência da verdade, mas na crença na verdade.

⁵⁸ O termo "perspectivismo" é usado para designar a teoria nietzscheana do conhecimento, geralmente compreendido como um relativismo epistemológico de tipo cético, segundo o qual as formas de apreensão do mundo variam conforme o ponto de vista.

⁵⁹ Segundo o idealismo, o sujeito predomina em relação ao objeto, isto é, a percepção da realidade é construída pelas nossas idéias, desse modo, os objetos seriam "construídos" de acordo com a capacidade de percepção do sujeito. Já para o realismo, por exemplo, as percepções que temos dos objetos correspondem de fato às características presentes nesses objetos, na realidade. Os objetos é que determinam o conhecimento.

Vontade de verdade é uma crença - crença na superioridade da verdade - e é nela que a ciência se funda. Não há ciência sem o postulado, sem a hipótese metafísica de que o verdadeiro é superior ao falso, de que a verdade tem mais valor que a aparência, a ilusão. Alguns ainda têm necessidade de metafísica; mas também esse impetuoso desejo de certeza que irrompe, hoje, nas massas sob a forma científico-positivista, esse desejo de querer possuir alguma coisa absolutamente estável... tudo isso é prova da necessidade de um apoio, de um suporte, em suma, do instinto de fraqueza que não cria, mas conserva as religiões, as metafísicas e todo tipo de convicção. (MACHADO, 1984, p. 89).

Segundo Machado (1984, p. 85) "a teoria nietzschiana da ciência seria uma genealogia da vontade de verdade que pretenderia determinar sua origem e seu valor". A crítica ao ideal de verdade, é a extensão da crítica aos moralismos dominantes de origem judaico-cristã. A tese central é que a ciência supõe o mesmo empobrecimento da vida.

O que faz a genealogia é considerar o saber - compreendido como materialidade, como prática, como acontecimento - como peça de um dispositivo político que, enquanto dispositivo, se articula com a estrutura econômica. Ou mais especificamente, a questão da genealogia tem sido a de como se formaram domínios de saber a partir de práticas políticas disciplinares. (MACHADO, 1981. p. 198)

O oposto disso seria afirmar que a vida é aparência, reivindicar a positividade do falso, e assim como Nietzsche diz "é se insurgir contra a possibilidade de um julgamento da vida a partir de um critério de verdade; é ressaltar como a vontade absoluta de saber é um ultraje à vida". (MACHADO, 1984, p.122)

O pensamento de Nietzsche se radicaliza em direção da aparência, da ilusão, da superfície. O homem supõe possuir verdades, mas o que faz é produzir metáforas que, de modo algum, corresponde ao real: são figurações. Segundo ele, quem não arrisca, para além da realidade, jamais encontrará a verdade.

Para ele, "o maior trabalho dos homens, até hoje, foi entrar em acordo acerca de muitas coisas e submeter-se a uma lei da concordância - não importando se tais coisas são verdadeiras ou falsas". (NIETZSCHE, 2001, §76)

Essas leis de concordância são determinadas pelas formas de vida. Passam a fazer parte das regras do jogo da ciência e da busca pela suposta verdade. Essas regras apóiam a disciplinarização dos saberes, que funciona como uma rede de mecanismos das quais ninguém escapa. Mas não há que se fazer nenhum juízo de valor, pois poder disciplinar não destrói o sujeito; ao contrário, ele o fabrica. Para Machado (1981, p.197) "o indivíduo não é o outro do poder, realidade exterior, que é por ele anulado; é um de seus mais importantes efeitos".

Claro que é necessário que existam regras, mas podemos identificá-las como possibilitantes de sentido. Por isso, Nietzsche afirma que a crítica real somente se efetiva com uma história da formação do pensamento. Tomado aqui, pensamento, no sentido que a base dos jogos de linguagem é ela mesma um protótipo, uma antecipação da nossa forma de pensar, já que afirma Wittgenstein no livro *Da Certeza* (NIETZSCHE, 1969, §475), "a linguagem não emergiu de qualquer tipo de pensamento".

É uma ingenuidade acreditar em uma única interpretação do mundo e que só essa seria legítima. Não há interpretação correta, em sentido único. A vida comporta uma infinidade de interpretações, todas elas absolutamente peculiares. A matemática, não obstante, poderia ser tomada, e porque não? Como uma

"uma multidão movente de metáforas, de metonímias, de antropomorfismos, em suma, um conjunto de relações humanas que foram poética e retoricamente erguidas, transpostas, adornadas, e que depois de um longo uso, parecem a um povo firmes, canônicas, obrigatórias." (FERRAZ, 2002, p.180-182)

O "a priori" consiste em algo pressuposto como verdade, mas que, necessariamente, não precisa ser verdadeiro. Mais precisamente, algo que não

pode ser questionado, pois é o fundamento sobre o qual se dá. "Portanto, que algo seja tomado por verdadeiro é o necessário, não que algo seja verdadeiro."

Para Nietzsche, o objetivo do conhecimento não é atingir a verdade, não tem, obrigatoriamente, afinidade com o mundo real. O motivo é que, simplesmente, não há nada a ser interpretado; não há nada o que ser conhecido. Nós é que damos valor ao mundo.

Afirmou Wittgenstein que o método correto da filosofia é o de reunir fatos acerca da linguagem e não buscar a verdade. Isso porque, apesar de não se ter interesse intrínseco nesses fatos, para elaborar alguma teoria científica a seu respeito, eles devem ser colecionados porque apontam para além de si mesmos. (PEARS, 1973. p. 112). Wittgenstein pouco escreveu sobre a verdade, usou sobremaneira o termo certeza, mas num sentido diferente de verdade. Na sua preocupação com jogos de linguagem, gramática e formas de vida ele dá condições para que se tenha certeza, condições de determinação de como se encontrar no certo e não propriamente no verdadeiro.

No meu entender, levar Wittgenstein, Foucault e Nietzsche a sério, implica, sobretudo, adotar uma nova concepção de linguagem, onde as categorias, embora existentes, não são estanques, impermeáveis; onde os conceitos, embora rigorosos, não são rígidos nem estáticos. Ao professor caberia tentar mudar sua própria postura diante da linguagem, para criar condições de possibilidade de dizer e ver aspectos que antes não percebia. Se for capaz de trabalhar dessa forma, o professor de matemática terá assumido uma outra postura: ensinar a ver aspectos que se mostram na linguagem e não tentar reduzir tudo a algo já conhecido e - pior ainda - já dado numa estrutura fixa, pré-existente.



"Um fato é realmente curioso⁶⁰:

Os algarismos tornaram-se de tal modo desencarnados que se acabou por esquecer o tempo em que tinham sido muito humanos, constituindo mesmo uma substância poética. A tal ponto que os deserdados da matemática fizeram dele o próprio objeto de sua frustração e desespero, ainda que o ponto de vista puramente material não leve a rejeitar seu uso, como tão belamente Antonie de Saint-Exupéry em seu pequeno príncipe:"

"As pessoas grandes adoram os números. Quando a gente lhes fala de um novo amigo, elas jamais se informam do essencial.

Não perguntam nunca: "Qual é o som da sua voz? Quais os brinquedos que prefere? Será que ele coleciona borboletas?

"Mas perguntam: "Qual é sua idade? Quantos irmãos tem ele? Quanto pesa? Quanto ganha seu pai?" Somente então é que elas julgam conhecê-lo.

Se dizemos às pessoas grandes: "Vi uma bela casa de tijolos cor-de-rosa, gerânios na janela, pombas no telhado..." elas não conseguem, de modo nenhum, fazer uma idéia da casa.

É preciso dizer-lhes: "Vi uma casa de seiscentos contos".

Então elas exclamam: "Que beleza!"

⁶⁰ Texto extraído do livro: História Universal dos Algarismos - Tomo 1 - Georges Ifrah 1997 - introdução. p. XV

6 POR UMA ÉTICA NA DOCÊNCIA DE MATEMÁTICA

“É preciso que vocês tenham aprendido os princípios de uma maneira tão constante que, quando seus [...] temores vierem a se revelar como cães que rosnam, o *logos* falará com a voz do mestre, que com um só grito, faz calar os cães.”⁶¹

O fragmento do Pequeno Príncipe de Antonie de Saint-Exupéry ilustra o uso corriqueiro e modesto que fazemos da Matemática. Nas nossas formas de vida, as questões materiais são importantes, e esse é um dos motivos pelos quais, apesar da frustração gerada, pelo contato com a matemática escolar, a maioria das pessoas, mesmo assim, não rejeitam seu uso cotidiano.

É importante destacar que a matemática escolar não ocupa um papel central na vida cotidiana não ligada a práticas sabidamente matemáticas (engenharias, física, química, arquitetura, entre outras). Porém, muitos professores de matemática acreditam na verdade, qual seja: Que ensinam uma matemática necessária para a vida comum. Um dos “muitos perigos” detectados por Foucault foi justamente o da sujeição à verdade e isso inclui a verdade de uma organização científica do conhecimento, ou mesmo verdades circulantes no meio escolar.

Para mim, o argumento de que a matemática escolar é necessária para a vida é falso. O que podemos dizer de verdadeiro é que em nossas formas de vida educar-se e freqüentar a escola fazem parte de alguns dos regimes de verdades aos quais nós, sujeitos, estamos expostos. Nesse cenário, a matemática escolar cumpre um papel, pois os jogos de poder e verdade deram a ela um lugar na escola. Este modelo escolar é uma herança que veio com suas regras, verdades e certezas e discutir a questão das regras, da verdade e da certeza que estão postas na escola, na matemática (seja esta acadêmica ou escolar), nos currículos

⁶¹ Alusão a Plutarco - Da tranqüilidade da alma, feita por Foucault (2006, p.269)

escolares, ou ainda como um saber se constitui pode ser uma das tarefas do exercício profissional do professor de matemática.

Fatalmente herdamos a escola, mas antes de qualquer coisa, este herdar deve ser do tipo que interpreta, filtra e transforma. Como afirma Derrida, "a melhor maneira de ser fiel a uma herança é ser-lhe infiel, isto é, não recebê-la à letra, como uma totalidade, mas antes surpreender suas falhas, captar seu 'momento dogmático'" (DERRIDA E ROUDINESCO, 2004, p. 11). E ainda que "receber e, no entanto, escolher, acolher" aquilo que nos mobilize.

A escola é um das mais caras instituições de nossa forma de vida, por isso, problematizá-la não significa destruí-la. Consiste em uma tentativa genuína de fazê-la viver, talvez viver de outra forma. Desconstruir e reconstituir é render homenagem ao objeto que se analisa, porque tal objeto é digno disso, é digno de transformações e críticas. Segundo Foucault (2006d, p. 280)

"É certamente nesse campo da obrigação de verdade que é possível se deslocar, de uma maneira ou de outra, algumas vezes contra os efeitos de dominação que podem estar ligados às estruturas de verdade ou às instituições encarregadas da verdade".

Se a matemática escolar não é necessária à vida cotidiana, para que serve então? Qual sua função, seu papel?

Considero que sua utilidade está em ser um cenário propício para a compreensão do funcionamento de um sistema disciplinar (no sentido do saber), para que se adquira a capacidade de domínio de determinadas regras, e dentre essas regras aquelas que nos conduzem a efetuar raciocínios válidos dentro da nossa forma de vida. Isso poderia ser entendido como o que chamamos de capacidade de pensar, porém se "o pensamento é em si uma ação, um ato perigoso" (Rajchman, 2010, p.2) poderíamos supor que se, efetivamente, a matemática escolar realizasse essa função, colocaríamos muitas verdades em perigo e poderíamos fazer da arte de pensar, uma arte de delimitar novos problemas. Já que "quanto mais o jogo é aberto, mais ele é atraente e

fascinante". (FOUCAULT, 2006d, p.286) e ainda, segundo Dreyfus e Rabinow, (1995, p. 223-224).

"Demonstrar os momentos dogmáticos da verdade, causando surpresa às formas de sujeição da subjetividade, compreender que eles estão submetidos às condições de visibilidade e enunciação de um discurso; considerar que são ativados pela possibilidade de invenção de diferentes formas do dizer verdadeiro. O mais importante, é que tal questionamento indica a possibilidade de ativar "ficções" no interior da verdade."

e também Foucault (2006a, p. 248) nos diz:

"Tentar fazer funcionar um tipo de saber e de análise, sobre o que é ensinado e aceito na universidade, de modo a modificar, não somente o pensamento dos outros, mas também o seu próprio."

Entender que regras de conduta ou determinados princípios são, simultaneamente, verdades e prescrições. Pô-los em suspenso para depois munir-se deles, conhecendo o jogo que está atrelado a qualquer esquema de conduta, pode ser entendido como um movimento de resistência na direção do cuidado de si e de ligar a ética ao jogo da verdade.

Segundo Foucault (2006d, p. 270-271) "O cuidado de si é ético em si mesmo; porém implica relações complexas com os outros, uma vez que esse *ethos* da liberdade é também uma maneira de cuidar dos outros". Alerta, também, que "não se deve fazer passar o cuidado com os outros na frente do cuidado de si; o cuidado de si vem eticamente em primeiro lugar, na medida em que a relação consigo mesmo é ontologicamente primária". "Porque aquele que cuida de si, a ponto de saber exatamente quais são seus deveres [para com os outros] descobrirá que mantém com eles a relação necessária" (FOUCAULT, 2006d, p. 273) de cuidado com os outros.

Em defesa das práticas pedagógicas Foucault (2006d, p. 284) nos diz:

"Não vejo onde está o mal na prática de alguém que, em um dado jogo de verdade, sabendo mais do que um outro, lhe diz o que é preciso fazer, ensinar-lhe, transmitir-lhe um saber, comunicar-lhe técnicas; o problema é de preferência saber como será possível evitar nessas práticas- nas quais o poder não pode deixar de ser exercido e não é ruim em si mesmo - os efeitos de dominação".

Como "nas relações humanas, há todo um conjunto de relações de poder que podem ser exercidas entre indivíduos, [...] numa relação pedagógica [...]" (FOUCAULT, 2006d, p. 266) podemos acreditar que há formas de liberdade para a conduta do professor, pois segundo ele (2006d, p. 277) "se há relações de poder em todo campo social, é porque há liberdade por todo lado".

E como se pode praticar a liberdade? Uma das formas é pelo exercício profissional ético, já que a ética é a prática refletida da liberdade, e ainda a liberdade é condição ontológica da ética. (FOUCAULT, 2006d, p. 267)

Então, o eu que cuida de si, que problematiza verdades, que submetido a relações de poder encontra um modo de se constituir a si mesmo como um sujeito ético e, portanto livre, "se põe a si mesmo, como uma tarefa a desempenhar" (VEYNE, 2010, p.3), Põe em ação "uma prática ascética [...] um exercício de si sobre si mesmo através do qual se procura se elaborar, se transformar e atingir um certo modo de ser". (FOUCAULT, 2006d, p. 265) e sustenta uma ética que nem a tradição nem a razão favorecem. Como artista de si mesmo, exerce uma autonomia da qual todo o resto, não pode, senão abster-se.

Se "a formação e o desenvolvimento de uma prática de si que tem como objetivo constituir a si mesmo como o artesão da beleza de sua própria vida" (FOUCAULT, 2006a, p. 244) e se "as relações que o pensamento mantém com a verdade são uma arte da existência" (idem), aquele que procurar governar seu próprio exercício profissional e "sua própria vida, transforma-os em obras de arte, dando a forma mais bela possível (aos olhos dos outros, de si mesmo e das gerações futuras, para quais se poderá servir de exemplo)" (idem).

A busca de uma ética-estética da existência, segundo Foucault (2006c, p.290) é um "esforço para afirmar a própria liberdade e para dar à sua própria vida" o status de obra de arte na qual seja possível "se reconhecer e ser reconhecido pelos outros e ainda onde a posteridade pudesse encontrar um exemplo" (idem). e nos diz ainda que gostaria que essa "fosse uma elaboração de

si por si mesmo, uma transformação estudiosa, uma modificação lenta e árdua através da preocupação constante com a verdade". (2006a, p.248)

Segundo Rajchman (2010, p.5), é o convite a uma liberdade prática que incita a esta transformação e o objetivo dessa transformação é a prática de dizer a verdade, que uma sociedade não pode nem regular, nem fazer calar, é a beleza de um traço de si mesmo e, uma atitude em relação ao que nos ocorre e um desafio a todo fenômeno de dominação. Possibilidade de dar um novo impulso, o mais vasto possível, à obra sempre inacabada de liberdade.

Para Foucault, como para Kant⁶², a liberdade não é uma possibilidade ética entre outras; é a possibilidade mesma da ética. "A ética é a forma deliberada que toma a liberdade". (KANT, 1959, p.13-14)

⁶² Apesar de Kant e Foucault divergirem em alguns aspectos relacionados à ética, num ponto eles convergem, justamente naquele que vincula obrigatoriamente ética à liberdade.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

"Aquilo que é regular, ordenado, factual, nunca basta para abranger toda a verdade: a vida extravasa sempre a borda de qualquer taça." (Boris Pasternak)⁶³

Antes de mais nada quero dizer que vejo na matemática um mundo infinitamente complexo e misterioso, explorá-lo é um vício de que espero nunca me curar.

Em termos analíticos, é possível dizer as várias formas de educação escolarizada mantêm, entre si, aquilo que Wittgenstein denominou "semelhanças de família". Há aí uma relação de identidade, que é tomada como uma aparente proximidade.

No âmbito da filosofia, associado ao que costuma ser denominado de virada-lingüística, pode ser identificado um movimento de desconstrução das idéias de universalidade e perenidade dos fundamentos do conhecimento. Agora a busca de tal fundamento para o conhecimento não foca mais nem no objeto e nem no sujeito, mas sim, nos jogos de linguagem. Glock (1998) diz que na "perspectiva filosófica de Wittgenstein, o pensamento não é visto como uma entidade mental ou abstrata, mas como um conjunto de proposições que são projetadas na realidade", desse modo, o que denominamos realidade é algo inseparável dos jogos de linguagem. Assim, as matemáticas, como parte dos repertórios gramaticais de diferentes comunidades de prática, indicariam as condições de sentido.

Compreender um número não é vê-lo, mas "concebê-lo" - sendo que esta concepção supõe a possibilidade da abstração, que não relação com a escrita, nem com a seriação. Para compreender um número, é preciso ultrapassar a aparência e a noção restrita à quantidade. O necessário, para compreender um número, que ele não é de maneira alguma o reconhecimento de uma coleção, mas, em presença

⁶³ Boris Pasternak (1890-1960), romancista e poeta russo.

dessa, as operações e seus usos que permitirão transformá-la em outra coleção é que possibilitará a concepção do número.

Embora as práticas pedagógicas correntes tenham abrandado a noção de realidade matemática em relação ao idealismo platônico, podemos pensar que a crítica de Wittgenstein continua pertinente, na medida em que essas concepções permanecem na atitude recorrente de procurar significados que se situam fora da linguagem matemática. Porque é só na aplicação das palavras que se mostra o uso que é feito do conceito e, por conseguinte, seu sentido, já que o traço básico de qualquer linguagem é existirem, nela, regras efetivas que um indivíduo, utilizando essa linguagem, possa seguir e saber que está seguindo.

Essa distinção é importante não só para tentar dissolver problemas filosóficos, mas também para evitar confusões comuns em práticas pedagógicas atuais. Em algumas delas, procura-se os significados dos objetos matemáticos em alguma realidade independente da própria linguagem matemática, o que nos remete a uma concepção essencialista da linguagem que vem desde as primeiras tentativas metafísicas dos filósofos para apreender o significado de determinados conceitos ao procurarem significados essenciais por trás da multiplicidade de seus usos em situações empíricas.

Desfazer esses nós na Matemática... Só poderemos falar de uma tentativa genuína de dissolução desses nós se apostarmos no entendimento das gramáticas próprias dos usos dos objetos matemáticos. Para se conhecer bem esta estrutura, antes de mais nada, existe a necessidade de treino. Uso aqui a palavra treino, não no sentido corriqueiro, como aqueles exercícios enfadonhos e repetitivos comuns aos livros didáticos de matemática, o treino ao qual me refiro é aquele que propicia apropriação de sentido e formas de uso, aquele tipo de exercício que conduz a pensar sobre as regras. Enfim, nesse jogo de linguagem, treino, domínio da técnica é condição de significação.

Quando se faz a conexão entre os conceitos de ensino de matemática e significado, estamos nos referindo a um processo de negociação dos significados matemáticos, mas apontando para o aspecto normativo das proposições matemáticas, que são como condições de sentido para outras proposições. Não é possível a apreensão dos significados em geral, as proposições matemáticas institucionalizadas é que dão sentido à atividade matemática, já que são certezas convencionais pertencentes a uma determinada comunidade. Estarmos "seguramente certos disso não significa apenas que cada único indivíduo está certo disso, mas que pertencemos a uma comunidade a qual está ligada conjuntamente pela ciência e pela educação." (WITTGENSTEIN, 1969, §298).

Estamos autorizados por Wittgenstein a entender que as certezas se dão dentro de determinados grupos (formas de vida), cabe aqui retomar, que o referencial etnomatemático pode ilustrar muito bem essa situação. Inspirada em Knijnik, penso que a inclusão da etnomatemática fica, também, justificada, porque os exemplos de matemáticas não ocidentais constituem-se em uma rica fonte para ilustração para mostrar que as certezas estão localizadas em diferentes grupos sociais que têm seus próprios jogos de linguagem. A etnomatemática pode contribuir como prática pedagógica? Na negociação entre a certeza e a dúvida, essa é uma dúvida que num sentido wittgensteiniano constitui a própria certeza de que existem outros referenciais.

Entender que a prática pedagógica é uma prática cultural nossa, que tem determinadas regras e sobre as quais funcionam determinadas certezas. Como lidar com essas certezas e essas verdades do discurso pedagógico na escola enquanto professor?

Posso entender que a ética pode ser uma saída, o que eu vou normatizar para mim mesmo, enquanto regra de conduta no fazer pedagógico. Uma dessas regras pode ser, justamente, problematizar de que modo, por exemplo, o

desenvolvimento curricular e as normas pedagógicas vão permear o meu exercício profissional.

Uma possível escolha ética pode ser, por exemplo, usar a etnomatemática como ilustração, mas não como uma Matemática mesma, mas sim como forma de entender que existem diferenças, que existem outras regras, que cada grupo social tem suas próprias regras. Não é necessário aprender como é que os índios fazem conta, ou tentar juntar as matemáticas. Não usar Matemática como gabarito para outras matemáticas e nem sequer estabelecer comparações. Usar, por exemplo, a etnomatemática para mostrar que as certezas e as verdades estão atreladas à maneira como os grupos estão organizados. Conhecer isso pode contribuir para as decisões de caráter ético que o professor vai tomar no seu exercício profissional com relação ao conhecimento.

Onde há poder, há produção de saber. Mas é importante acrescentar: onde há poder, há resistência. Se de um lado, estão saberes, tecnologias que podem ampliar os poderes na sociedade disciplinar em que vivemos - de outro lado, estão sujeitos que podem problematizar esse poder e constituir diversas formas de resistência. Uma possibilidade de resistência que esse trabalho se propôs a apresentar é que na medida em que ficamos atentos aos discursos circulantes relativos à matemática, à pedagogia, à educação poderemos desconstruí-los e reconstituí-los. Fazendo isso estaremos, permanentemente, constituindo a nós mesmos.

Acredito que, ao longo da minha trajetória profissional e mesmo pessoal, as várias formações discursivas que me interpelaram, colocaram-me em movimento e possibilitaram minha desconstrução e reconstituição diversas vezes.

Aprendi, e isso não foi fácil, a desconfiar das minhas certezas definitivas, duvidar daquilo que parecia inquestionável e, por fim, compreender que qualquer verdade ou certeza é provisória.

Como essa é a minha história, sei que minha atuação como professora vem se modificando. As diversas quedas, ao longo dessa caminhada, dos quais destaco, principalmente, a transição pelo Platonismo e pelas outras perspectivas por que passei. Constituíram-me, hoje, como uma professora de matemática que não vê mais a Matemática como infalível, verdadeira, universal: Percebo a Matemática, primeiramente, como sendo uma invenção humana, tendo uma constituição histórica, para mais tarde reformular tudo isso e ver a matemática acadêmica como uma formação discursiva que estabelece o enunciável se constituindo num regime de verdade.

Minha proposta agora é de buscar entendimentos no que se refere à existência de alguma forma para atenuar as investidas da sociedade disciplinar ou uma forma de resistência, pois "o grande desafio que ainda se enfrenta hoje, na perspectiva da genealogia realizada por Foucault, é produzir e reproduzir conhecimentos capazes de se insurgir contra a dominação que as próprias ciências do homem ajudaram a criar e a aperfeiçoar" (MACHADO, 1981, p. 35).

"Nem mesmo o próprio Foucault coloca a sua filosofia e seus diagnósticos como uma verdade pronta e estática. Uma pedagogia crítica de inspiração foucaultiana traz como um dos seus objetivos a reflexão, colocando o indivíduo numa situação de cuidado em não ser em demasia controlado - sendo esta talvez uma possível solução para essa questão - e para tanto, servindo como um contradomínio na ação pedagógica, onde a idéia de liberdade coloca os indivíduos para além dos estados de dominação. Cabe, no entanto, a cautela, pois o poder também possui sua positividade, que para ele está atrelada a um estado de visibilidade: será na própria relação que se definirá o lado produtivo ou não, de sua ação".⁶⁴ (GAMA, GAMA E PINHO, 2009, p.4)

Escrever essa polifonia - que foi uma escrita de mim, transitando nessas quatro perspectivas matemáticas distintas, passei a conhecê-las melhor e isso me propiciou deslocamentos e muitas outras reflexões. Acredito que entre essas reflexões esteja a de pensar sobre a tarefa do dizer verdadeiro proposta por Foucault na prática profissional do professor de matemática.

⁶⁴ em: <http://www.efdeportes.com/efd139/etica-e-cuidado-de-si-resistencia-em-foucault.htm>

O que estou sugerindo é que ao professor de matemática possa ser oportunizada, também, uma formação filosófica que, preferencialmente, inclua o exercício da escrita de si, e com isso, aponto caminhos para pensar a formação de professores de matemática. Mais ainda, poder entender a Matemática também no âmbito da linguagem através da matemática normativa, abrindo inúmeras possibilidades para que se repense a prática pedagógica em sala de aula, mas isso não pode estar separado do fato de que os professores de matemática antes de tudo tem que ser exímios jogadores do jogo matemático. Digo isso, porque, se pensássemos em jogo de xadrez, não há como alguém que não sabe jogar ensinar o jogo para outra pessoa. O mesmo se dá em Matemática, se algum professor não sabe bem o que ensina para os alunos a confusão será grande.

O primeiro exercício é se comprometer em estar sempre tentando, mais e mais aprender as regras do jogo. O segundo, que apesar disso, o professor possa relativizar seu conhecimento e não considerar que essa forma de vida seja a única possível e, indiscutivelmente, verdadeira. E por fim, que ambas as situações o sujeito professor seja ético consigo mesmo. Entendo ética como "a maneira pela qual o indivíduo deve se constituir a si mesmo como sujeito moral de suas próprias ações." (FOUCAULT, 1995, p. 263)

Segundo Loponte, "na trama da constituição dessa docência, a escrita pode se apresentar como uma ferramenta importante"⁶⁵. Essa escrita (assim como a minha) pode possibilitar pensar e problematizar uma docência que aposte na dimensão ética da sua constituição, inscrever-se na tarefa do dizer verdadeiro, onde o outro, o diferente tenha espaço. Onde passar a pensar diferentemente do que se pensava antes seja um exercício constante. Por que novas possibilidades só são percebidas como tais, se estamos abertos ao novo, atentos ao inusitado e insatisfeitos com o que temos.

⁶⁵ Loponte, L. Arte da docência, arte na docência: uma dimensão estética da formação docente. Projeto de pesquisa - arquivo digital - não publicado.

REFERÊNCIAS

ADINOLFI, Valéria T. S. **Discurso científico, poder e verdade**. In: RAGO, M. MARTINS, A.L. Dossiê Foucault, nº3, dez2006/mar2007.

ALBUQUERQUE Jr., Durval Muniz de; VEIGA-NETO, Alfredo; SOUZA FILHO, Alípio. (Orgs.) **Cartografias de Foucault**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

BAMPI, Lisete. **Efeitos de poder e verdade do discurso da educação matemática**. Educação e Realidade, Porto Alegre, v.24, n.1, Jan./jul. 1999.

BAMPI, Lisete. **Governo Etnomatemático: tecnologias do multiculturalismo**. 2003. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

BAMPI, Lisete. **Governo, Subjetivação e Resistência em Foucault**. Revista Educação e Realidade, v.27, n.1, p.127-150, jan/jul 2002.

BARKER, Stephen F. **Filosofia da Matemática**. Tradução de Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. 2ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

BARON, Margaret E. **Curso de história da matemática: origens e desenvolvimento do cálculo**. Tradução de José Raimundo Braga Coelho, Rul dof Maier e Maria José M. M. Mendes. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BARRENECHEA, Miguel Angel de; NETO, Olímpio José Pimenta (Orgs.) **Assim falou Nietzsche**. Rio de Janeiro: Sette Letras, 1999.

BARTON, Bill. Dando sentido à etnomatemática: etnomatemática fazendo sentido. Tradução de Maria Cecília de Castello Branco Fantinato. In: **Etnomatemática: papel, valor e significado**. RIBEIRO, José Pedro Machado; DOMITE, Maria Do Carmo Santos; FERREIRA, Rogério. (Orgs.) Porto Alegre: Zouk, 2004.

BICUDO, I. **Educação Matemática e Ensino de Matemática**. In: Temas e Debates, São Paulo, n.3, 1991, p. 31-42.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (org). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 2ªed rev. São Paulo. Cortez. 2005.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. **Filosofia da Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BIGNOTTO, Newton et al. **A crise da razão**. Adauto Novaes (Org.) São Paulo: Companhia das Letras, 1996.

BIROLI, Flávia. **História, discurso e poder em Michel Foucault**. In: Rago, Margareth; VEIGA NETO, Alfredo (orgs). **Figuras de Foucault**. São Paulo. Autêntica. 2006.

BORBA, Marcelo de Carvalho (org). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Coleção tendências em educação matemática. Belo Horizonte. Autêntica. 2004.

BRITO, Arlete de Jesus. **A geometria de Euclides a Lobatschewski**. Um estudo histórico-pedagógico. Natal. EDUFRN. 2007.

BRUM, José Thomaz. **Nietzsche: as artes do intelecto**. Porto Alegre: L&PM, 1986.

BUJES, M. I. E. Discursos, infância e escolarização: caminhos que se cruzam. In: SILVEIRA, R. M. H. **Cultura, Poder e Educação: um debate sobre estudos culturais em educação**. Ed. da ULBRA, 2005. p.185-196.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 9.ed. Lisboa: Sá da Costa Editora, 1989.

CASTRO, Edgardo. **Pensar a Foucault: interrogantes filosóficos de la arqueología del saber**. Buenos Aires: Biblos, 1995.

CASTRO, Edgardo. **Vocabulário de Foucault: um percurso pelos seus temas, conceitos e autores**. Tradução de Ingrid Müller Xavier; revisão técnica Alfredo Veiga-Neto e Walter Omar Kohan. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

CHAUVIRÉ, Christiane. **Wittgenstein**. Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1991.

CLARETO, Sônia Maria. **Educação Matemática e Contemporaneidade: Enfrentando Discursos Pós-Modernos**. Bolema, Rio Claro (SP), ano 15, nº 17, p.20-39, 2002.

COBB, P. **Perspectivas Experimental, Cognitivista e Antropológica em Educação Matemática**. Revista Zetetiké, Campinas, SP, v. 4, n. 6, p. 153-180, 1996.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **As Teias da Razão: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna**. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2004.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **Wittgenstein: linguagem e mundo**. São Paulo: Annablume, 1998.

COSTA, Marisa Vorraber. Pesquisa-ação, pesquisa participativa e política cultural da identidade. In: _____. (Org). **Caminhos Investigativos II: outros modos de pensar e fazer pesquisa em educação**. Rio de Janeiro: DP&A, p.93-118, 2002.

CRAMPE-CASNABET, Michèle. **KANT: uma revolução filosófica**. Tradução Lucy Magalhães. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1994.

D' AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 4.ed. Campinas, SP: Papirus, 1998a.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Perspectivas em Educação Matemática/SBEM, Campinas: Papirus, 12ª Edição, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1990.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**. 4ª ed. São Paulo: Ática, 1998b.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática e Educação. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José (Orgs.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, p. 39- 52, 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Educação e Pesquisa, v. 31, n.1, São Paulo, 2005.

DALL' AGNOL, Darlei. **Ética e linguagem: uma introdução ao *Tractatus* de Wittgenstein**. 3. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2005.

DAVIS, Philip; HERSH, Reuben. **A experiência matemática**. Tradução de Fernando Miguel Louro. Lisboa. Gradiva. 1995.

DAVIS, Philip J. ; HERSH, Reuben. **O Sonho de Descartes: o mundo de acordo com a matemática**. Tradução de Mário C. Moura. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1988.

DE CRESCENZO, Luciano. **História da filosofia grega: os pré-socráticos**. Tradução de Mario Fondelli. Rio de Janeiro: Rocco, 2005.

DELEUZE, Gilles. **Foucault**. Tradução Cláudia Sant'Anna Martins. São Paulo: Brasiliense, 1988.

DELEUZE, Gilles. **O anti-Édipo : capitalismo e esquizofrenia**. Lisboa: Assirio & Alvim, 1995.

DELEUZE, Gilles; GUATARRI, Félix. **O que é a filosofia?** Tradução Bento Prado JR. 2.ed. São Paulo. Editora 34. 1997.

DERRIDA, Jacques. **A Farmácia de Platão**. Tradução de Rogério da Costa. São Paulo: Iluminuras, 2005.

DERRIDA, Jacques; ROUDINESCO, Elisabeth. **De que amanhã... Diálogo**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2004.

DESCARTES, René. **Princípios da filosofia**: introdução e comentários de Isabel Marcelino. Tradução de Isabel Marcelino e Teresa Marcelino. Porto: Porto Editora, 1995.

DIAZ, Mario et al. **Escuela, Poder y Subjetivación**. Tradução de Noemí Sobregués y Jorge Larrosa. LARROSA, Jorge. (Org.). Madri: La Piqueta, sem ano.

DREYFUS, Hubert L.; RABINOW, Paul. **Michel Foucault**: uma trajetória filosófica para além do estruturalismo e da hermenêutica. Tradução de Vera Porto Carrero. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

DUARTE, André de Macedo. Foucault à luz de Heidegger: notas sobre o sujeito autônomo e o sujeito constituído. In.: RAGO, M; ORLANDI, L.B.L.; VEIGA-NETO, A. (Orgs). **Imagens de Foucault e Deleuze**: ressonâncias nietzschianas. Rio de Janeiro: DP&A, p.49-62, 2005.

ECO, Umberto. **Como se faz uma tese**. Tradução Gilson Cesar Cardoso de Souza. 19. ed. rev. São Paulo: Perspectiva, 2004.

EIZIRIK, M. F. **Michel Foucault**: um pensador do presente. Ijuí: Unijuí, 2005.

ERIBON, Didier. **Michel Foucault e seus contemporâneos**. Tradução de Lucy Magalhães. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1996.

EVES, Howard; NEWSOM, Carroll V. **An introduction to the foundations and fundamental concepts of mathematics**. Sem dados.

FELIX, Vanderlei Silva. **Educação matemática**: teoria e prática da avaliação. Passo Fundo: Clio Livros, 2001.

- FERRAZ, Maria Cristina Franco Ferraz. **Nove variações sobre temas Nietzscheanos**. Rio de Janeiro: Relume Dumará, 2002.
- FERREIRA, Mariana Kawall Leal. **Quando $1 + 1 \neq 2$: Práticas Matemáticas no Parque Indígena do Xingu**. In: Cadernos de Campo (Revista dos Alunos de Pós-Graduação em Antropologia da Universidade de São Paulo) Ano II, nº 3, 1993. Também disponível em: <http://www.dm.ufscar.br/hp/hp901/hp901006/hp901006.html>
- FEYERABEND, Paul. **Contra o método**. Tradução de Octanny S. Da Mota e Leonidas Hegenberg. 3 ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.
- FIORENTINI, D. **Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil**. Revista Zetetiké. Campinas/SP, Ano 3, n. 4, p. 1-37, 1995.
- FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas, SP: Mercado de Letras, p.217-248, 2003.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e Metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- FIORENTINI, Dario; GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Orgs.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- FISCHER, R. M. B. A análise do discurso: para além de palavras e coisas. In: **Educação & Realidade**. v. 20, n.2, p. 18-37, 1995.
- FISCHER, Rosa Maria Bueno. Escrita acadêmica: arte de assinar o que se lê. In: COSTA, Marisa Vorraber (Org). **Caminhos Investigativos III: riscos e possibilidades de pesquisar nas fronteiras**. Rio de Janeiro: DP&A, 117-140, 2005.
- FISCHER, R. M. B. Foucault e a análise do discurso em educação. In: **Cadernos de pesquisa**. n. 114, p. 197-223, 2001.
- FISCHER, R. M. B. Foucault e o desejável conhecimento do sujeito. In: **Educação & Realidade**. Porto Alegre: FAGED/UFRGS. v. 24, n. 1. p. 39-59, 1999.
- FISCHER, Rosa Maria Bueno. **Verdades em suspenso: Foucault e os perigos a enfrentar**. In: COSTA, M.V. (Org.). **Caminhos Investigativos II: Outros modos de pensar e fazer pesquisa em educação**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FONSECA, Márcio Alves. **Michel Foucault e a constituição do sujeito**. São Paulo: EDUC, 1995.

FONSECA, Márcio Alves da. **Michel Foucault e o Direito**. São Paulo: Max Limonad, 2002.

FORLIN, Enéias. **A teoria cartesiana da verdade**. São Paulo: Associação Editorial Humanitas; Ijuí: Unijuí, Fapesp, 2005.

FORLIN, Enéias. **O papel da dúvida metafísica no processo de constituição do cogito**. São Paulo: Associação Editorial da Universidade de São Paulo, 2004.

FOUCAULT, Michel. **A Arqueologia do Saber**. 7. ed. Tradução de Luiz Felipe Baeta Neves. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2007.

FOUCAULT, Michel. Aula de 25 de fevereiro de 1976. In: **Em defesa da sociedade**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

FOUCAULT, Michel. O cuidado com a verdade. In: Ditos e escritos V: **Ética, sexualidade, política**. MOTTA, Manoel Barros da (org). 2 ed. Tradução Elisa Monteiro e Inês Autran Dourado Barbosa. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006a.

FOUCAULT, Michel. A escrita de si. In: Ditos e escritos V: **Ética, sexualidade, política**. MOTTA, Manoel Barros da (org). 2 ed. Tradução Elisa Monteiro e Inês Autran Dourado Barbosa. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006b.

FOUCAULT, Michel. Uma estética da existência. In: Ditos e escritos V: **Ética, sexualidade, política**. MOTTA, Manoel Barros da (org). 2 ed. Tradução Elisa Monteiro e Inês Autran Dourado Barbosa. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006c.

FOUCAULT, Michel. A ética do cuidado de si como prática de liberdade. In: Ditos e escritos V: **Ética, sexualidade, política**. MOTTA, Manoel Barros da (org). 2 ed. Tradução Elisa Monteiro e Inês Autran Dourado Barbosa. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006d.

FOUCAULT, Michel. **Estratégia, Poder-saber**. Ditos e escritos IV. MOTTA, Manoel Barros da (org). 2.ed. Tradução de Vera Lúcia Avellar Ribeiro. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006e.

FOUCAULT, Michel. **A Hermenêutica do Sujeito**. Coleção Tópicos. Tradução Márcio Fonseca. São Paulo. Martins Fontes. 2006f.

FOUCAULT, Michel. **História da loucura na idade clássica**. Tradução de José Teixeira de Coelho Netto. São Paulo: Editora Perspectiva, 1972.

FOUCAULT, Michel. **História da sexualidade I: A vontade de saber**. Tradução de Maria Thereza da Costa Albuquerque e J.A. Guilhon Albuquerque. 15.ed. Rio de Janeiro: Graal, 2003a.

FOUCAULT, Michel. **História da sexualidade II: O Uso dos Prazeres**. Tradução de Maria Thereza da Costa Albuquerque. 10.ed. Rio de Janeiro: Graal, 2001.

FOUCAULT, Michel. **História da Sexualidade III: o cuidado de si**. Tradução de Maria Theresa da Costa Albuquerque. Rio de Janeiro: Graal, 1985.

FOUCAULT, Michel. **Isto não é um cachimbo**. Tradução Jorge Coli. 2. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1988.

FOUCAULT, M. **Microfísica do Poder**. Organização e tradução de Roberto Machado. Rio de Janeiro: Edições Graal, 2007.

FOUCAULT, Michel. **A ordem do discurso: aula inaugural no Collège de France, pronunciada em 2 de dezembro de 1970**. 14. ed. Tradução de Laura Fraga de Almeida Sampaio. São Paulo: Loyola, 1996.

FOUCAULT, Michel. **As palavras e as coisas: uma arqueologia das ciências humanas**. Tradução Salma T. Muchail. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1981.

FOUCAULT, Michel. O que são as luzes? In: Ditos e escritos II: **Arqueologia das Ciências e História dos Sistemas de Pensamento**. MOTTA, Manoel Barros da (org). 2 ed. Tradução Elisa Monteiro. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2005a.

FOUCAULT, Michel. O retorno da moral. In: Ditos e escritos V: **Ética, sexualidade, política**. MOTTA, Manoel Barros da (org). 2 ed. Tradução Elisa Monteiro e Inês Autran Dourado Barbosa. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006g.

FOUCAULT, Michel. O sujeito e o Poder. In: DREYFUS, Hubert L.; RABINOW, Paul. **Michel Foucault: uma trajetória filosófica para além do estruturalismo e da hermenêutica**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

FOUCAULT, Michel. *Theatrum Philosophicum*. In: Ditos e escritos II: **Arqueologia das Ciências e História dos Sistemas de Pensamento**. MOTTA, Manoel Barros da (org). 2 ed. Tradução Elisa Monteiro. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2005b.

FOUCAULT, Michel. *A vontade de saber*. In: FOUCAULT, Michel. **Resumo dos Cursos do Collège de France (1970 - 1982)**. Tradução de Andréa Daher. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997.

FOUCAULT, Michel. **A verdade e as formas jurídicas**. Tradução de Roberto Cabral de Melo Machado e Eduardo Jardim Morais. 3.ed. Rio de Janeiro: NAU, 2003b.

FOUCAULT, M. **Vigiar e Punir: nascimento da prisão**; tradução de Ligia M. Ponde Vassallo. Petrópolis. Vozes, 1984.

FREIRE, Paulo. **Educação como prática da liberdade**. 29.ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2006.

GALLO, Silvio. **Deleuze e a Educação**. Belo Horizonte. Autêntica. 2003.

GAMA, Gláucio; GAMA, Cláudio; PINHO, Luiz Celso. **Ética e cuidado de si: uma possibilidade de resistência em Foucault**. Revista Digital - Buenos Aires - Año 14 - Nº 139 - Diciembre de 2009. Disponível em: <http://www.efdeportes.com/efd139/etica-e-cuidado-de-si-resistencia-em-foucault.htm> Acesso em: 3 de jan. 2010.

GARDING, Lars. **Encontro com a Matemática**. Tradução de Célio W. Manzi Alvarenga e Maria Manuela V. Marques M. Alvarenga. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1981.

GLOCK, Hans-Johann. **Dicionário Wittgenstein**. Tradução de Helena Martins. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.

GOMBAY, André. **Descartes**. Tradução de Lia Levy. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GOTTSCHALK, Cristiane M. C. **Maiêutica socrática ou terapia wittgensteiniana?**. ANPED 2007 - GT17. 2007. Disponível em: www.ufpel.tche.br/gt17/GT173043.doc

GOTTSCHALK, Cristiane M. C. **Uma Reflexão sobre a Matemática nos PCN**. São Paulo: FEUSP, 2002. (Tese de doutorado.)

GOTTSCHALK, Cristiane M. C. **A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais**. In: Cad. Hist. Fil. Ci. Campinas, Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul.-dez. 2004.

GRAYLING, A. C. **Wittgenstein**. Tradução de Milton Camargo Mota. São Paulo: Loyola, 2002.

GUATTARI, Félix. **Caosmose**. Um novo paradigma estético. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

GUIMARÃES, Eduardo. Enunciação e história. In: GUIMARÃES, Eduardo (org.). **História e sentido na linguagem**. Campinas, Pontes, 1989.

GUIMARÃES, Eduardo. **Os limites do sentido**. Um estudo histórico e enunciativo da linguagem. Campinas, Pontes, 1995.

GUIRALDELLI, Paulo. **Virada Lingüística - Um Verbete**. 2007. Disponível em: <http://ghiraldelli.wordpress.com/?s=virada+ling%C3%BC%C3%ADstica> Acesso em: 3 de abr. 2008.

HABERMAS, Jürgen. **Técnica e ciência como "ideologia"**. Tradução de Artur Morão. Lisboa: Edições 70, 1997.

HABERMAS, Jürgen. **O discurso filosófico da modernidade**. Tradução de Ana Maria Bernardo et al. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1990.

HARDY, G. H. **Apologia de um matemático**. Tradução de Daniela Kato. Lisboa: Gradiva, 2007.

HERSH, Reuben. **What is Mathematics?** New York: Oxford University Press, 1997.

IFRAH, Georges. **História Universal dos Algarismos**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tomo I. Tradução Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

IFRAH, Georges. **Os números**: história de uma grande invenção. Tradução Stella M. De Freitas Senna. 9. ed. São paulo: Globo, 1998.

KANT, Immanuel . **Crítica da Razão Prática**. 4ª ed. São Paulo: Edições e Publicações Brasil Editores, 1959. p,13-14

KANT, Immanuel. **Immanuel Kant**: textos seletos. 3ª. ed. Petrópolis, RJ: Vozes 2005.

KARLSON, Paul. **A magia dos números**: a matemática ao alcance de todos. Tradução de Carlos Pfeifer, Eugênio Brito e Frederico Porta. Porto Alegre: Globo, 1961.

KLINE, Morris. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: Ibrasa, 1976.

KNIJNIK, G. **Educação matemática, exclusão social e política do conhecimento.** In: Bolema. Rio Claro, SP Vol. 14, n. 16, 2001.

KNIJNIK, Gelsa. **Exclusão e resistência: educação matemática e legitimidade cultural.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José. (Orgs.) **Etnomatemática: currículo e formação de professores.** Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004.

KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de. **A "experiência de si" em um processo avaliativo de estágio docente no campo da Educação Matemática.** In: Educação e Cultura Contemporânea. v. 2, n.4, jul./dez, p. 59-70, 2005.

KUHN, Thomas S. **A estrutura das revoluções científicas.** 3.ed. São Paulo: Perspectiva, 1995.

LAKATOS, Imre. **Matemáticas, ciencia y epistemología.** Versión española de Diego Ribes Nicolás. Madri: Alianza Editorial, 1987.

LAKATOS, Imre. **Provas e Refutações.** Tradução de Nathanael Caixeiro. Rio de Janeiro. Zahar Editores. 1978.

LARROSA, J.; SKLIAR, C. (Orgs). **Habitantes de Babel: políticas e poéticas da diferença.** Belo Horizonte: Autêntica. 2001.

LARROSA, Jorge. **A Libertação da Liberdade: Para Além do Sujeito.** In: _____ . **Nietzsche & a Educação.** Belo Horizonte: Autêntica, p. 81-126, 2002a.

LARROSA, Jorge. **Linguagem e educação de Babel.** Tradução de Cynthia Farina. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

LARROSA, Jorge. **Notas sobre a experiência e o saber da experiência.** Revista Brasileira de Educação. Campinas, n. 19, p.20-28, jan/fev/mar/abr. 2002b.

LARROSA, Jorge. **Tecnologias do eu e educação.** In: SILVA, T.T. (Org.). **O Sujeito da Educação: Estudos Foucaultianos.** Petrópolis, RJ: Vozes, 1994, p.35-86.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de matemática e outras histórias.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1987.

LINS, Rômulo Campos. **Matemática, monstros, significados e educação matemática**. In.: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Orgs). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, p.92-120, 2005.

LÓPEZ BELLO, Samuel Edmundo. **Diferenciação, relações de poder e etnomatemática**: historiografia, perspectivas e (res)significações. Horizontes, v.24, n.1, p.51-67, jan./jul. 2006.

LÓPEZ BELLO, Samuel Edmundo. **Discursividades e práticas analíticas**: (re)inventando estratégias investigativas em educação matemática. In: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. 15, 2010, Belo Horizonte. **Anais**. CD-ROM.

LÓPEZ BELLO, Samuel Edmundo. **Etnomatemática**: Dimensões sociais e Políticas na Pedagogia da Matemática. In: I Jornada Científica da UNIOESTE, 2001, Cascavel - PR. 1ª Jornada Científica da UNIOESTE, 2001.

LÓPEZ BELLO, Samuel Edmundo. Etnomatemática e sua Relação com a Formação de Professores. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José (Orgs.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, p. 377- 95, 2004.

LÓPEZ BELLO, Samuel Edmundo. **Etnomatemática**: entre o discurso Acadêmico e a produção social do Conhecimento. In: ICBEm1 - I Congresso Brasileiro de Etnomatemática, 2000, São Paulo. Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática - CBEm1. FE-USP : Dra. Maria do Carmo Domite, 2000. v. único. p. 95-103.

LÓPEZ BELLO, Samuel Edmundo. Etnomatemática no contexto guarani-kaiowá: reflexões para a educação matemática. In: FERREIRA, Mariana Kawall Leal (org). **Idéias matemáticas de povos culturalmente distintos**. São Paulo. Global. 2002.

LÓPEZ BELLO, Samuel Edmundo. **Etnomatemática**: um outro olhar, mais uma possibilidade. In: Congresso Brasileiro de Etnomatemática (4. : 2008 : Niterói). Anais, Niterói: UFF, 2008.

LÓPEZ BELLO, Samuel Edmundo. **O Lugar da Etnomatemática no contexto da Produção de Conhecimento para o século XXI**. Curso de Especialização em Educação Ambiental. FECLI/UNICENTRO, 1999. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/faced/educacaomatematica/publicacoes.html> Acesso em 10 out. 2008.

LOPONTE, Luciana Gruppelli. **Arte da docência, arte na docência: uma dimensão estética da formação docente**. Projeto de Pesquisa - arquivo digital - não publicado.

LOPONTE, Luciana Gruppelli. Docência artista: arte, gênero e ético-estética docente. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 43. p.35-55. jun. 2006.

LOPONTE, Luciana Gruppelli. Do Nietzsche trágico ao Foucault ético: sobre estética da existência e uma ética para docência. **Educação & Realidade**, Porto Alegre v. 28. n. 2 p.69-115.jul./dez. 2003.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua Materna**: análise de um impregnação mútua. 4 ed. São Paulo: Cortez, 1998.

MACHADO, Roberto. **Ciência e saber**: a trajetória da arqueologia de Foucault. 2. ed. Rio de Janeiro: Graal, 1981.

MACHADO, Roberto. **Foucault, a filosofia e a literatura**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2000.

MACHADO, Roberto Cabral de Melo. **Nietzsche e a verdade**. Rio de Janeiro: Rocco, 1984.

MARCONDES, Danilo. **Textos Básicos de filosofia: dos pré-socráticos a Wittgenstein**. 5.ed. rev. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2007.

MEDRANO G., Roberto J. **Pitágoras e seus versos dourados**: a vida e a filosofia de Pitágoras e os comentários aos versos dourados. São Paulo:Aduaneiras, 1993.

MEYER, Dagmar E. Estermann et al. **Caminhos investigativos III**: riscos e possibilidades de pesquisar nas fronteiras. COSTA, Marisa Vorraber; BUJES, Maria Isabel Edelweiss (Orgs.). Rio de Janeiro: DP&A.

MICOTTI, M.C.O. "O Ensino e as Propostas Pedagógicas". In: BICUDO, M.A.V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: EdUnesp, 1999.

MIGUEL, A. "A Constituição do Paradigma do Formalismo Pedagógico Clássico em Educação Matemática". *Revista Zetetiké*, Campinas, SP, Ano 3, n. 3, p. 7-39, 1995.

MIGUEL, Antônio; et al. **A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização**. In: *Revista Brasileira de Educação* n. 27. set/out/nov/dez 2004a.

- MIGUEL, Antônio. **Áreas e subáreas do conhecimento, vínculos epistemológicos: o GT de Educação Matemática da ANPEd**. In: Revista Brasileira de Educação v. 13 n. 38 maio/ago. 2008.
- MIGUEL, Antonio. **História, filosofia e sociologia da educação matemática na formação do professor: um programa de pesquisa**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v.31, n.1, p.137-152, jan/abr. 2005.
- MIGUEL, Antonio. **Pesquisa em Educação Matemática e mentalidade bélica**. Bolema, Rio Claro (SP), ano 19, nº 25, p.1-16, 2006.
- MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: .Propostas e desafios**. Coleção tendências em Educação Matemática. São Paulo: Autêntica. 2004b.
- MONK, Ray. **Wittgenstein: o dever do gênio**. Tradução Carlos Afonso Malferrari. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.
- MONTEIRO, A. e POMPEU JR., G. **A Matemática e os Temas Transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.
- MORENO, A.R. **Wittgenstein - Através das Imagens**. Campinas: Ed. Unicamp, 1995.
- MORENO, A.R. **Wittgenstein - Ensaio Introdutório**. Rio de Janeiro: Taurus Editora, 1986.
- NASCIMENTO, Evando (Org.) **Jacques Derrida: pensar a desconstrução**. Tradução Evando Nascimento et al. São Paulo: Estação Liberdade, 2005.
- NIETZSCHE, Friedrich. **Além do bem e do mal: prelúdio a uma filosofia do futuro**. Tradução Paulo César de Souza. São Paulo: Companhia de Bolso, 2005.
- NIETZSCHE, Friedrich. **Assim falou Zaratrusta**. São Paulo: Martin Claret, 2003a.
- NIETZSCHE, Friedrich. **Crepúsculo dos ídolos ou como filosofar a marteladas**. Tradução Carlos Antonio Braga. São Paulo: Escala, 2006.
- NIETZSCHE, Friedrich. **Ecce homo: como alguém se torna o que é**. Tradução Paulo César de Souza. 2. ed. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.
- NIETZSCHE, Friedrich. **A gaia ciência**. Tradução Paulo César de Souza. São Paulo: Companhia das Letras, 2001.

NIETZSCHE, Friedrich. **Genealogia da Moral**: uma polêmica. Tradução Paulo César de Souza. São Paulo: Companhia das Letras, 2004.

NIETZSCHE, Friedrich. **Humano, demasiado humano**: um livro para os espíritos livres. Tradução Paulo César de Souza. São Paulo: Companhia das Letras, 2003b.

NIETZSCHE, Friedrich. **Sabedoria para depois de amanhã**: seleção dos fragmentos póstumos por Heinz Friedrich. Tradução de Karina Jannini. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

NIETZSCHE, Friedrich. **Vontade de potência. Parte 2**. Tradução Mário D. Ferreira Santos. São Paulo: Escala, sem ano.

ONATE, Alberto Marcos. **O crepúsculo do sujeito em Nietzsche ou como abrir-se ao filosofar sem metafísica**. São Paulo: Discurso Editorial/Editora Unijuí, 2000.

ORLANDI, Eni P. **Análise de discurso**: princípios e procedimentos. 6.ed. Campinas, SP: Pontes, 2005.

ORLANDI, Eni Puccinelli. **Discurso e Leitura**. 7ª ed. São Paulo. Cortez. 2006.

ORLANDI, Eni Puccinelli. **As Formas do Silêncio. No movimento dos sentidos**. Campinas, Editora da Unicamp, 1995.

ORLANDI, Eni Puccinelli. **Leitura e Discurso Científico**. In: *Caderno Cedes*. Campinas, ano XVIII, nº 41. 1997.p. 25-34.

OTTE, Michael. **O formal, o social e o subjetivo**: uma introdução à filosofia e à didática da matemática. Tradução de Raul Fernando Neto. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1993.

PASCAL, Georges. **Descartes**. Tradução Maria Ermantina Galvão Gomes Pereira. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

PAVIANI, Jayme. **Filosofia e método em Platão**. Porto Alegre: Edipucrs, 2001.

PEARS, David. **As idéias de Wittgenstein**. Tradução de Octanny Silveira da Mota e Leonidas Hegenberg. São Paulo: Cultrix, Editora da Universidade de São Paulo, 1973.

PEREZ, Daniel Omar Perez (Org.) **Ensaio de Filosofia Moderna e contemporânea**: Maquiavel, Descartes, Kant, Nietzsche, Wittgenstein, Deleuze. Cascavel: Edunioeste, 2001.

- PETERS, Michael. **Pós-estruturalismo e filosofia da diferença. Uma introdução**. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.
- PIMENTA, Olímpio. **Razão e Conhecimento em Descartes e Nietzsche**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2000.
- PINTO, Paulo Roberto Margutti et al. (Orgs.) **Filosofia analítica, pragmatismo e ciência**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 1998.
- PIRES, Célia Maria Carolino. **"Diálogos" entre pesquisadores inseridos em grupos que investigam a formação de professores que ensinam matemática**. Horizontes, v.24, n.1, p.87-100, jan./jun. 2006.
- PLATÃO. **Alcebiades I e II**. Lisboa: Inquerito, (sem ano).
- PONTE, João Pedro da; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- RABINOW, P.; RABINOW, H. **Michel Foucault: uma trajetória filosófica (para além do estruturalismo e da hermenêutica)**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.
- RAGO, Margareth; ORLANDI, Luiz B. Lacerda; VEIGA-NETO, Alfredo. (Orgs.) **Imagens de Foucault e Deleuze: ressonâncias nietzschianas**. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2005.
- RAJCHMAN, John. **Foucault: a liberdade da filosofia**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1987.
- RAJCHMAN, John. **Foucault: a ética e a obra**. Disponível em: www.unb.br/fe/tef/filoesco/foucault Acesso em 12 jan. 2010.
- RAJCHMAN, John. **Eros e verdade - Lacan, Foucault e a questão da ética**. Tradução de Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1993.
- RANCIÈRE, Jacques. **O mestre ignorante: cinco lições sobre a emancipação intelectual**. Tradução de Lílian do Valle. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- RANGEL, Ana Cristina S. **Educação Matemática e a Construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.
- REVEL, Judith. **Foucault: Conceitos Essenciais**. Tradução de Maria do Rosário Gregolin. São Carlos. Clara Luz. 2005.

RIBEIRO, Eduardo Ely Mendes. **Individualismo e Verdade em Descartes: o processo de estruturação do sujeito moderno.** Porto Alegre: Edipucrs, 1995.

RIBEIRO, Renato Janine (Org.) **Recordar Foucault: os textos do colóquio Foucault.** São Paulo: Brasiliense, 1985.

RIPOLL, Jaime Bruck; RIPOLL, Cydara Cavedon; SILVEIRA, José Francisco Porto da. **Número racionais, reais e complexos.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006.

RODIS-LEWIS, Geneviève. **Descartes e o Racionalismo.** Tradução de Jorge de Oliveira Baptista. Porto: Rés-Editora, sem ano.

RUSSEL, Bertrand. **História da filosofia ocidental.** Vol. 3. Tradução Brenno Silveira. 3. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1977.

RUSSEL, Bertrand. **Introdução à Filosofia da Matemática.** Tradução de Giasone Rebuá. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1963.

SAINT-EXUPÉRY, Antoine de. **O Pequeno príncipe: com aquarelas do autor.** 48.ed. Rio de Janeiro: Agir, 2002. 96 p.

SANTOS, Boaventura de Souza. **Introdução a uma ciência pós-moderna.** 4.ed. Porto: Afrontamento, 1989.

SANTOS, Leonel Ribeiro dos. **Metáforas da Razão ou economia poética do pensar kantiano.** Sem dados.

SEIXAS, Rogério L. da R. **O trabalho crítico da ontologia histórica do presente e a relação entre poder e liberdade em Michel Foucault.** In: Prometeus Filosofia em Revista, Sergipe, Ano 2 - n. 4, Jul./Dez. 2009.

SHIBLES, Warren. **Wittgenstein, linguagem e filosofia.** Tradução de Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. São Paulo: Cultrix, Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

SILVA, T. T. **O Adeus às Metanarrativas Educacionais** In: SILVA, T. T. (org), **O Sujeito da Educação.** Petrópolis: Vozes, 1995, p. 247-58.

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Documentos de Identidade: uma introdução às teorias do currículo.** Belo Horizonte: Autêntica, 2000a.

SILVA, T. T. **Identidade e Diferença: a perspectiva dos estudos culturais.** Tomaz Tadeu da Silva (org.). Stuart Hall, Kathryn Woodward. Rio de Janeiro: Vozes, 6ª ed., 2006.

SILVA, Tomaz Tadeu Da. **Nunca fomos humanos, nos ratos do sujeito.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Teoria cultural e educação: um vocabulário crítico.** Belo Horizonte: Autêntica, 2000b.

SKLIAR, Carlos. (Org.) **Derrida e a Educação.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SORELL, Tom. **Descartes.** Tradução Luiz Paulo Rouanet. São Paulo: Edições Loyola, 2004.

SPANIOL, Werner. **Filosofia e método no Segundo Wittgenstein: uma luta contra o enfeitamento do nosso entendimento.** São Paulo: Loyola, 1989.

STRATHERN, Paul. **Nietzsche em 90 minutos.** Tradução Maria Helena Geordane. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1997.

UBERTI, Luciane. **Escola cidadã: dos perigos de sujeição à verdade.** Porto Alegre: UFRGS, 2007. 210f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

UBERTI, Luciane. **Estudos pós-estruturalistas: entre aporias e contra-sensos?** In: Educação e Realidade V.31 n.2. jul/dez 2006.

UPINSKY, Arnaud-Aaron. **A perversão matemática: o olho do poder.** Tradução de Antônio Ribeiro de Oliveira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

VARELA, Claudio (Org.) **História da filosofia.** São Paulo: Sapienza, 2005.

VEIGA-NETO, Alfredo et al. **Caminhos investigativos: novos olhares na pesquisa em educação.** COSTA, Marisa Vorraber (Org.). 2.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

VEIGA-NETO, Alfredo et al. **Caminhos investigativos II: outros modos de pensar e fazer pesquisa em educação.** COSTA, Marisa Vorraber (Org.). Rio de Janeiro: DP&A., 2003.

VEIGA-NETO, Alfredo. LOPES, Maura Corcini. **Identidade, cultura e semelhanças de família: as contribuições da virada lingüística.** In.: BIZARRO, Rosa (Org.). Eu e o Outro. Porto: Universidade do Porto, p.19-25, 2007a.

VEIGA-NETO, Alfredo. **Foucault & a Educação.** Belo Horizonte: Autêntica, 2ª ed. 2007b.

VEIGA-NETO, Alfredo. **A ordem das disciplinas**. Porto Alegre: UFRGS, 1996. 322f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1996.

VEYNE, Paul. **Como se escreve a história**. Tradução de Alda Baltar e Maria Auxiliadora Kneipp. 4. ed. Brasília: Editora Universidade de Brasília. 1998.

VEYNE, Paul. **O último Foucault e sua moral**. Disponível em: www.unb.br/fe/tef/filoesco/foucault Acesso em 12 jan. 2010.

VILELA, Denise. **Matemáticas nos usos e jogos de linguagem**: ampliando concepções na Educação Matemática. Campinas: UNICAMP, 2007. 247f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

VILELA, Denise Silva. **Reflexão Filosófica sobre uma teoria da etnomatemática**. In: III Congresso Brasileiro de Etnomatemática UFF. Niterói. 2008.

WALKERDINE, V. **Counting Girls Out: Girls and Mathematics (New Edition)**. Falmer Press, 1998.

WALKERDINE, V. Diferença, cognição e educação matemática In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José (Orgs.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, p. 109-23, 2004.

WALKERDINE, Valerie. **O raciocínio em tempos pós-modernos**. In: Educação e Realidade, Porto Alegre, v.20, n.2, Jul./dez. 1995.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Cultura e Valor**. Tradução de Jorge Mendes. Lisboa: Edições 70, 2000.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Da certeza**. Tradução de Maria Elisa Costa. Lisboa: Edições 70, 1969.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Gramática Filosófica**. Tradução de Luis Carlos Borges. São Paulo: Loyola, 2003.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. Tradução de Marcos G. Nontagnoli. Petrópolis: Vozes, 2008.

WITTGENSTEIN, L. **Observaciones sobre los Fundamentos de la Matemática**. Alianza Editorial, 1987.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Observações Filosóficas**. Tradução Adail Sobral e Maria Stela Gonçalves. São Paulo: Loyola, 2005.

ZILLES, Urbano. **Teoria do Conhecimento**. Porto Alegre: Edipucrs, 1995.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Noções sobre o quinto postulado e Geometrias não Euclidianas

O quinto postulado de Euclides

Desde os tempos de Euclides, muitos estudiosos perturbaram-se com o quinto postulado dos Elementos, que diz "Se uma linha reta cortar duas outras retas de modo que a soma dos dois ângulos internos de um mesmo lado seja menor do que dois retos, então essas duas retas, quando suficientemente prolongadas, cruzam-se do mesmo lado em que estão esses dois ângulos." Bem tarde, no século XVIII, o Axioma de Playfair, também chamado de postulado das paralelas, que era conhecido pelo princípio de que por um ponto situado fora de uma reta só se pode traçar uma paralela à reta dada, acabou por substituir o quinto postulado em uma versão da Geometria Euclidiana.

Mesmo que o objetivo seja a organização de fatos geométricos em um rigoroso sistema dedutivo seja apenas exibir, clara e elegantemente, as conexões lógicas dos princípios da disciplina, esse postulado parece fora de contexto, dada sua complicada formulação que requer uma sentença muito mais complexa que as necessárias para a dos demais postulados.

Se pensássemos como os gregos, organizando a Geometria em rigorosa forma dedutiva, demonstrando teoremas, que são dedutíveis dos postulados, gostaríamos de dispor de postulados obviamente claros e verdadeiros, já que a credibilidade dos teoremas não pode ser maior que a dos postulados associados. Sob este prisma de auto-evidência, o quinto postulado também difere dos demais, é intrincado e bem menos claramente verdadeiro.

Ao longo dos séculos inúmeros pensadores, comentadores de Euclides, gregos e árabes, insatisfeitos com o quinto postulado, tentaram sua eliminação, seu afastamento do sistema, buscando mostrar que ele era dependente dos

demais, que era um teorema dedutível dos quatro primeiros. Ou ainda, que poderia ser substituído por algum princípio mais simples, mais evidente e que passaria a ocupar seu lugar, permitindo deduzir, como teorema, o postulado antigo que perderia seu *status*. Tais tentativas não obtiveram êxito, pois as demonstrações encerravam um erro de natureza lógica ou admitiam algum princípio, em geral não explícito, tão complicado quanto o postulado a ser eliminado, porém, acabaram por revelar inúmeros princípios geométricos que, associados aos outros postulados permitiam demonstração dos conhecidos teoremas euclidianos e que eram capazes de substituir o quinto postulado de Euclides.

Próclo⁶⁶ (410 - 485), criticou esse postulado nos seguintes termos:

"Este postulado deve ser riscado da lista, pois é uma proposição com muitas dificuldades que Ptolomeu, em certo livro, se propôs resolver... A asserção de que duas linhas retas, por convergirem mais e mais à medida que forem sendo prolongadas, acabam por se encontrar, é plausível, mas não necessária. (...) É claro, portanto, que devemos procurar uma demonstração do presente teorema, e que este é estranho ao caráter especial dos postulados."

O próprio Euclides e muitos dos seus sucessores tentaram demonstrar esta proposição a partir de outros axiomas da geometria. Mas sempre em vão. Esta impossibilidade foi durante séculos o escândalo da geometria e o desespero dos geômetras.

A primeira tentativa de demonstração de que há conhecimento é de Ptolomeu de Alexandria (c. 90 - 168). Outro exemplo de uma tentativa frustrada de contornar o quinto postulado de Euclides é feita por John Wallis (1616 - 1703), matemático britânico antecessor de Isaac Newton (1643 - 1727). De fato, Wallis não fez mais do que propor um novo enunciado do quinto postulado de

⁶⁶ Deste ponto em diante, texto retirado do site:

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/euclides/postuladoeuclides.htm>

Euclides.

O padre jesuíta G. Saccheri (1667 - 1733) foi talvez o primeiro a ensaiar uma abordagem inteiramente nova. No seu último livro Euclides ab omni naevo vindicatus tentou utilizar a técnica de redução ao absurdo, admitindo a negação do postulado do paralelismo de Euclides com vista a obter algum absurdo ou contradição. Sem o saber Saccheri tinha descoberto a geometria não-euclidiana!

O trabalho de Saccheri permaneceu ignorado durante século e meio. Outros grandes matemáticos, como Karl Gauss (1777 - 1855), o príncipe dos matemáticos, redescobriram e desenvolveram a geometria em bases semelhantes às de Saccheri (negando o quinto postulado), sem nunca chegarem a uma contradição.

Gauss chega mesmo a escrever:

"Estou cada vez mais convencido de que a necessidade da nossa geometria (euclidiana) não pode ser demonstrada, pelo menos não pela razão humana, nem por culpa dela. Talvez, numa outra vida, consigamos obter a intuição sobre a natureza do espaço que, no presente, é inatingível."

Outros, mais ousados, não recuaram perante o estranho mundo novo que se abria a seus olhos. O jovem húngaro Janos Bolyai (1802 - 1860) admite a negação do postulado do paralelismo de Euclides como hipótese não absurda, isto é, como um novo postulado, a juntar aos postulados habituais da geometria absoluta. Pela mesma época, e trabalhando independentemente, o jovem russo Nicolai Lobachewski (1792 - 1856) publica em 1829 a sua versão da geometria não euclidiana à qual chama, primeiramente "imaginária" e depois "pangeometria". Atualmente, esta geometria é chamada Geometria Hiperbólica.

Foi necessário esperar até ao século XIX para que Karl Friedrich Gauss, Janos Bolyai, Bernard Diemann e Nicolai Ivanovich Lobachevski conseguissem demonstrar que se trata efetivamente de um axioma, necessário e independente

dos outros. Supuseram que o postulado de Euclides não era verdadeiro e substituíram-no por outros axiomas:

 Por um ponto exterior a uma reta, podemos traçar uma infinidade de paralelas a esta reta (geometria de Lobachevski);

 Por um ponto exterior a uma reta não podemos traçar nenhuma paralela a esta reta (geometria de Riemann).

Todos se deram então conta de que, substituindo o axioma das paralelas, era possível construir duas geometrias diferentes da geometria euclidiana, igualmente coerentes e que não conduziam a nenhuma contradição. Apesar de serem dificilmente concebíveis, essas duas novas geometrias foram pouco e pouco reconhecidas como alternativas legítimas. Chegou-se mesmo a demonstrar que, se qualquer das duas pudesse apresentar alguma contradição, a própria geometria euclidiana seria também contraditória. Desde então, encontramos perante três sistemas geométricos diferentes:

 A geometria euclidiana, por vezes também chamada parabólica;

 A geometria de Lobachevski, também chamada hiperbólica;

 A geometria do Riemann, também chamada elíptica ou esférica.

As duas últimas recebem o nome de geometrias não euclidianas. Essas novas geometrias permitiram às ciências exatas do século XX uma série de avanços, entre os quais a elaboração da Teoria da Relatividade de Einstein (1879 - 1955). O que permitiu provar que essas teorias, ao contrário do que muitos afirmavam, tinham realmente aplicações práticas.

De fato, conclui-se que o quinto postulado é o que distingue a Geometria não Euclidiana da Geometria Euclidiana⁶⁷.

⁶⁷ Acabam neste ponto as informações tomadas do site:

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/euclides/postuladoeuclides.htm>

Conseqüências da Geometria de Lobachevski

Nela é possível passar mais de uma paralela a uma reta dada por um ponto que esteja fora da reta; a soma dos ângulos de um triângulo é sempre menor do que dois retos; e a diferença, em relação a dois retos, fica determinada em proporção à área do triângulo; triângulos que limitam áreas diversas não podem, portanto, ser similares; a razão entre o comprimento de uma circunferência é sempre maior do que π ; a razão aumenta se aumenta a área limitada pela circunferência.

Conseqüências da Geometria de Riemann

Ainda no decorrer do século XIX, Riemann e também Helmholtz desenvolveram outro tipo de Geometria, igualmente denominada de "não-euclidiana", que nega o quinto postulado de Euclides e a possibilidade de alongar, arbitrariamente, um dado segmento que até um comprimento máximo. Por dois pontos dados é sempre possível traçar mais de uma reta, nessa geometria, assim como: a soma dos ângulos de um triângulo é sempre maior do que dois ângulos retos, sendo o excesso proporcional à área do triângulo; a razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro é invariavelmente inferior a π e decresce à medida que aumenta a área do círculo limitado pela circunferência.

Riemann desenvolveu essas concepções através da generalização e ampliação de "curvatura" - de modo a aplicá-la no espaço tridimensional e possibilitando falar da curvatura de regiões nesse espaço - já estudada por Gauss que, ao analisar superfícies e as equações que as descrevem, havia introduzido a noção de geodésica - linha de uma superfície que constitui a menor distância entre dois pontos dessa mesma superfície.

Sob esse prisma de volume, possibilitada pelas concepções de Riemann, a geometria euclidiana considera um espaço cujas regiões são todas de curvatura nula. A geometria de Lobachevski examina um espaço em que todas as regiões são

análogas do ponto de vista da curvatura, dotadas invariavelmente, de uma curvatura constante e negativa. A geometria Riemanniana considera um espaço cujas regiões têm, sempre, curvatura constante e positiva.

A questão da consistência

O desenvolvimento das Geometrias lobachevskiana e riemanniana surgiu como algo de significado intelectual revolucionário. Pensadores como Kant haviam afirmado que só existia uma verdadeira Geometria: a euclidiana. Essa idéia foi refutada, de modo claro, com o aparecimento dos novos tipos de Geometria? Se os matemáticos permitem o desenvolvimento de Geometria diferentes, cujas leis contraditam as da Geometria euclidiana, que sucede com a noção de verdade em Matemática? Será possível que as novas Geometrias também sejam igualmente verdadeiras? Ou sucede que os matemáticos deixam de buscar a verdade acerca do espaço?

Pessoas de mentalidade conservadora perturbaram-se, chocaram-se com o progresso das Geometrias Não-Euclidianas, sentiam como falso e inconsistente um sistema geométrico que contivesse postulados e teoremas acerca do espaço, pois acreditavam seriamente nos postulados de Euclides. Mesmo assim, ninguém descobriu, nem na de Lobachevski, nem na de Riemann, sequer um par de teoremas que contradissem um ao outro logicamente e, embora tentassem, jamais puderam mostrar que as Geometrias Não-Euclidianas violavam requisitos de consistência lógica formal. Todavia tais sistemas geométricos não se mostravam, positivamente, consistentes. Isso fez com que os matemáticos procurassem procedimentos lógicos mais rigorosos do que os utilizados por Euclides. Maior fator de peso nessa empreitada foi a consciência de que nos *Elementos* de Euclides existiam inúmeras deficiências de caráter lógico.

Inconsistência

Os adversários das Geometrias Não-Euclidianas alimentavam a esperança de provar sua inconsistência associada à estrutura lógica abstrata do sistema. Dizer que um sistema é inconsistente é que dizer que dos axiomas desse sistema podemos deduzir dois teoremas que se contradizem mutuamente em relação as suas formas lógicas. Por qual razão devemos cogitar a inconsistência de um sistema? Porque isso mostraria que nem todos os axiomas do sistema são verdadeiros e isso impossibilitaria sua interpretação de modo a torná-lo verdadeiro. Pode-se, ainda, tentar mostrar a consistência. Uma tarefa mais complicada.

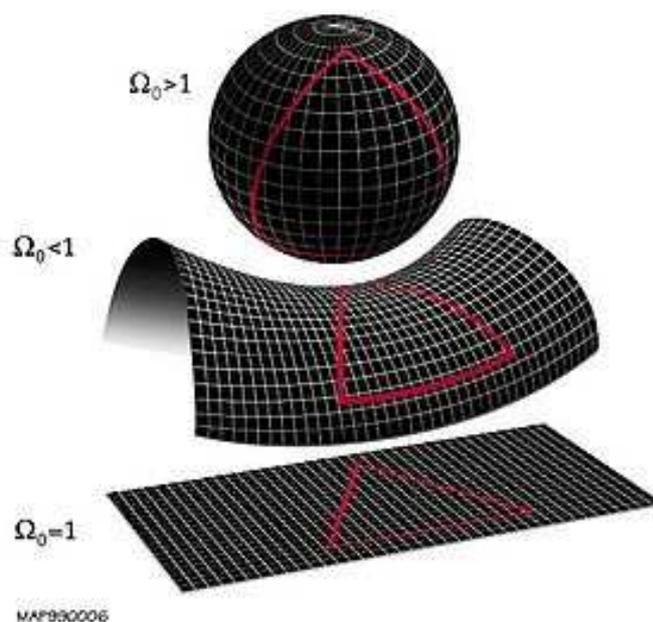
Para demonstrar a consistência de um sistema há duas maneiras. A primeira seria achar uma interpretação sob a qual todos os axiomas fossem, definitivamente verdadeiros, tarefa que exige conhecimento perfeitamente definido acerca da verdade dos enunciados interpretados. A segunda é estabelecer a consistência relativa - mostrar que um sistema é consistente contanto que outro sistema, menos suspeito, também o seja. Para isso mostra-se que se existe uma interpretação capaz de tornar verdadeiro este outro sistema, haverá também uma interpretação capaz de tornar verdadeiro o sistema em discussão.

No fim do século XIX, matemáticos, utilizando o segundo método, chegaram a importantes resultados relativos à consistência das Geometrias de Lobachevski e de Riemann e estabeleceram que deveriam ser consistentes caso a Geometria Euclidiana também o fosse.

"... As verdades da Geometria governam todas as coisas que for possível intuir espacialmente, sejam reais ou produtos da nossa imaginação. As fantásticas visões do delírio, as magníficas invenções da lenda e da poesia, onde os animais falam e as estrelas se imobilizam, onde os homens se transmutam em pedras e as árvores se tornam homens, onde as pessoas se salvam do afogamento

puxando-se a si próprias pelos cabelos - tudo fica, na medida em que for objeto de intuição, submetido aos axiomas da Geometria" ⁶⁸ (FREGE, p. 20, 1053).

A confusão dessa material surge em virtude da suposição de que sendo verdadeiros os postulados de uma Geometria, então os postulados da outra Geometria seriam falsos. As pessoas pensam que as duas não podem coexistir, que são incompatíveis, de maneira que não poderiam ambas ser corretas. As pessoas que assim pensam enganam-se e não compreendem, com nitidez, o fato de que os postulados de uma Geometria só chegam a ser verdadeiros ou falsos ao receberem uma específica interpretação; não percebem, de maneira clara, que um conjunto de postulados, não-interpretados, puros, nem é verdadeiro, nem falso.



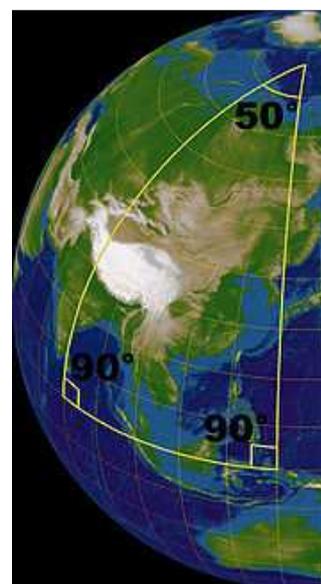
⁶⁸ FREGE, Gottlob. *The Foundations of Arithmetic*. Tradução de J. L. Austin. Oxford: Basil Blackwell & Mott, 1953.

Comparando as geometrias não-Euclidianas em termos leigos:

Uma maneira prática pela qual podemos distinguir entre essas três geometrias é a seguinte: pegue uma folha de papel e coloque-a sobre uma superfície plana. O papel irá cobrir a superfície suavemente. Tente agora com uma folha de papel do mesmo tamanho cobrir uma superfície esférica. Você agora verá que para cobri-la terá que permitir que vincos surjam no papel. Isso indica que próximo a qualquer ponto dado sobre a superfície da esfera (uma bola qualquer) a área do papel é maior do que a área que você está tentando cobrir. Quando você tenta cobrir a superfície de uma sela de cavalo com a mesma folha de papel verá que o inverso acontece: a área do papel passa a ser insuficiente para cobrir a superfície próxima a qualquer ponto sobre ele e o papel se rasga.

Outro modo seria pensar num "cubo especial", ou seja, pense num cubo oco e cujas faces sejam de material expansível, pense agora que fosse possível encher e esvaziá-lo de ar.

Começemos com o cubo padrão (o dado comum com o qual estamos acostumados). Desenhe nele um triângulo (a soma dos seus ângulos internos será de 180°) e uma circunferência (a razão entre o comprimento ($2\pi r$) dela e seu diâmetro ($2r$) será π). Agora imagine inflar o cubo, nesse caso o triângulo "dilata" e os ângulos internos terminam somando mais do que 180° (veja figura 1) e a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro ficaria menor que π .



Agora imagine esvaziar esse cubo, fazendo com que os centros das faces tendessem para o centro do cubo. Nesse caso aconteceria o inverso, os ângulos internos do triângulo somariam menos que 180° e a tal razão ficaria maior que π .

APÊNDICE B - Bases numéricas - Para um entendimento básico

Vocabulário:

Algarismo - Cada um dos símbolos utilizados para representar a escrita dos números. Exemplos:

- Hindu-arábicos: É a série dos seguintes símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- Romanos: Representados pelas letras I, V, X, L, C, D, M, que valem, respectivamente, 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000. Usa-se um traço acima do algarismo para multiplicá-lo por 1000.

Número - É a palavra ou símbolo que expressa uma quantidade, uma grandeza, uma intensidade, uma ordem ou uma equivalência.

Numeração - É o modo como empregamos um mínimo de símbolos e palavras na representação dos números.

Sistema de Numeração - É o conjunto de um mínimo de regras para indicarmos os números, ou seja, é um sistema de contagem.

Princípio Posicional - Todo algarismo colocado à esquerda de outro representa unidades de ordem superior à ordem desse outro.

No caso do Princípio da Posição Decimal - Todo algarismo colocado à esquerda de outro tem um valor 10 vezes maior do que teria se estivesse no lugar desse outro.

Ordens - São as unidades, dezenas, centenas, milhares, milhões, etc..., isto é, são as posições das "casas" que o algarismo ocupa no número.

Valor relativo ou posicional de um algarismo - Valor que o número possui em relação ao lugar que ele ocupa no numeral.

Valor Absoluto de um algarismo - É o valor que ele representa considerando-o isoladamente.

Base de um sistema de numeração - É o conjunto de nomes ou símbolos necessários para representarmos qualquer número.

As bases mais usadas são:

Base 2 - Chamamos de Sistema Binário e empregamos a contagem de 2 em 2, utilizando somente os algarismos: **0 e 1**.

Observação: Os computadores empregam o sistema binário, traduzindo o algarismo **1** pela passagem de corrente elétrica (circuito fechado - lâmpada acesa) e o algarismo **0** pela não passagem de corrente elétrica (circuito aberto - lâmpada apagada). A leitura dos números pelo computador é feita de acordo com as "aberturas" e/ou "fechamentos" à passagem de corrente elétrica nos circuitos.

Base 8 - Chamamos de Sistema Octal e empregamos a contagem de 8 em 8, utilizando somente os algarismos: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7**.

Base 16 - No sistema de base 16 (Hexadecimal), empregaremos a contagem de 16 em 16, utilizando apenas os símbolos: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F**.

Base 10 - O Sistema de Numeração Decimal tem as seguintes características: Usa somente os algarismos **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0** para escrever todos os números.

Observação: As Calculadoras Científicas trazem os Sistemas BINÁRIO, DECIMAL, OCTAL E HEXADECIMAL.

Entendo a base numérica decimal:

Como essa é a base com a qual estamos mais acostumados não será difícil entender como ela funciona e depois usá-la para compreender outras bases.

Tomemos o número 3524, para nós ele simboliza exatamente a quantidade dois 3524 e essa quantidade é calculada através do seguinte mecanismo:



ou ainda:

$$4 \times \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} + 2 \times \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} + 5 \times \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} + 3 \times \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

Então para calcular a quantidade temos:

$$\begin{aligned} 4 \times 10^0 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^3 &= \\ 4 \times 1 + 2 \times 10 + 5 \times 100 + 3 \times 1000 &= \\ 4 + 20 + 500 + 3000 &= \\ 3524_{\text{base } 10} \end{aligned}$$

O que acontece com esse sistema de numeração é que a posição que o algarismo ocupa no número potencializa seu valor. Então aquele algarismo que cair na chamada casa das unidades valerá exatamente o que seu símbolo representar, porém quem cair na casa das dezenas valerá 10 vezes mais do que estará dito pelo algarismo, depois 100 vezes, 1000 vezes e assim por diante. Quando usei o termo potencializa, ele se adequa mesmo, muito bem, pois é justamente potência o que acontece, já que 100 é 10 na segunda potência e 1000 é 10 na terceira potência.

O que acontece se pensamos em outra base, primeiro como já foi ilustrado, se for uma base 2 usaremos os símbolos 0 e 1. Se fosse uma base 3, usaríamos os símbolos 0, 1 e 2. Ou seja a escolha da base limita a quantidade de símbolos que poderemos usar.

Tomemos por exemplo o número 1111 na base 2 (lê-se: um, um, um, um, base 2)

Usando o mesmo esquema anterior que usamos para a base 10 podemos pensar que para calcular a quantidade representada por este número podemos calcular assim:

$$1 \times \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} + 1 \times \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} + 1 \times \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} + 1 \times \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

Então para calcular a quantidade temos:

$$\begin{aligned} 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 &= \\ 1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times 8 &= \\ 1 + 2 + 4 + 8 &= \\ 15_{\text{base } 10} \end{aligned}$$

Se fosse 1111 na base 5 (lê-se: um, um, um, um, base 5)

Usando o mesmo esquema anterior que usamos para a base 10 podemos pensar que para calcular a quantidade representada por este número podemos calcular assim:

$$1 \times \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} + 1 \times \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} + 1 \times \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} + 1 \times \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array}$$

Então para calcular a quantidade temos:

$$1 \times 5^0 + 1 \times 5^1 + 1 \times 5^2 + 1 \times 5^3 =$$

$$1 \times 1 + 1 \times 5 + 1 \times 25 + 1 \times 125 =$$

$$1 + 5 + 25 + 125 =$$

$$156_{\text{base } 10}$$

Quanto maior a base o mesmo número 1111, valerá mais e mais.

O esquema mais importante é entender que quando tivermos um número numa determinada base o que teremos que fazer é escrevê-lo na tabela de traz para frente, nos retângulos onde estão os algarismos "1" no exemplo e na caixa cinza troca-se o algarismo dependendo a base.