

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Instituto de Física

Condensação de Kaons em Estrelas de  
Nêutrons <sup>†</sup>

Alexandre Mesquita

*Tese realizada sob a orientação do Dr.  
César A. Z. Vasconcellos, apresentada ao  
Instituto de Física da UFRGS em preenchi-  
mento final dos requisitos para a obtenção  
do grau de Doutor em Física.*

*Porto Alegre, 2010*

---

<sup>†</sup>Trabalho parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq.



# Agradecimentos

Agradeço

- ao meu orientador, Dr. Cesar Zen Vasconcellos, pela orientação, amizade e inesgotável paciência.
- a Heitor e Anna por tudo que representam para mim.
- à toda minha família, em especial a minha mãe Lorena, Vô Jayme e Vó Alvarinda, responsáveis pelo que sou hoje.
- ao amigo e colega Moises Razeira, cuja ajuda foi imprescindível para o término desta tese.
- aos meus amigos Ricardo e Adriano pelo incentivo.
- ao Prof. Dr. Flavio Pereira por toda a ajuda.
- à Universidade de Caxias do Sul pelo apoio.
- ao povo Brasileiro por ter custeado o meu estudo.

## Resumo

Nesta tese descrevemos as propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares cuja matéria nuclear apresenta processo de transição de fase da matéria hadrônica pura para a matéria hadrônica com um condensado de anti-káons em estado de onda- $s$ . A matéria nuclear da estrela de nêutrons é considerada em equilíbrio  $\beta$  e apresenta energia térmica desprezível comparada aos autovalores de energia dos núcleons ( $\varepsilon_T = kT \ll \varepsilon_{nuclear}$ ), portanto, no tratamento formal a contribuição da temperatura será aproximada como zero. Para tal descrição utilizamos um modelo efetivo desenvolvido por Razeira e Vasconcellos, que chamamos Modelo RV, no qual são considerados acoplamentos de natureza não-linear envolvendo o octeto fundamental bariônico e os campos dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ ,  $\zeta$ ,  $\delta$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$ , e cuja formulação lagrangiana busca *exaurir o espaço de fase* dos campos mesônicos por meio de um tratamento perturbativo que apresente alto grau de consistência com o conceito de *naturalidade*, de modo a aprimorar as predições dos tratamentos teóricos mais convencionais. O Modelo RV incorpora a predição da existência de um novo estado ressonante mesônico no setor escalar-isovetorial leve, proposto por Vasconcellos e colaboradores, deduzido com base na conservação de simetria quiral, estado este representado pelo campo  $\varsigma$ .

No presente trabalho, para incorporarmos na formulação lagrangiana os termos de interação dos anti-káons com os núcleons, utilizamos uma versão do Modelo RV que leva em conta somente os campos dos núcleons, dos elétrons, dos múons, dos anti-káons, além dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ ,  $\delta$  e  $\zeta$ , compondo matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  e temperatura nula, afim de estudarmos apenas os efeitos da transição de fase para o condensado de anti-káons e os efeitos da subsequente presença dos anti-káons na equação de estado. A imposição da ausência do octeto bariônico está baseada em resultados da literatura, com reforço do próprio Modelo RV, que mostram que a presença dos híperons desloca o limiar de surgimento do condensado de anti-káons para valores de densidade muito acima da densidade central esperada de uma estrela de nêutrons realista.

Entre as predições do Modelo RV para o cenário supra citado estão o limiar de densidade bariônica para o aparecimento do condensado de anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$ , a largura da fase mista na transição de fase hádron-condensado de anti-káons, o comportamento da equação de estado da matéria nuclear. Estes resultados mostram que o Modelo RV *desloca* o limiar do nascimento dos anti-káons para valores maiores de densidade do que os usualmente obtidos na literatura, mas também evidenciam a sensível dependência dos anti-káons para a profundidade do potencial ótico dos káons  $U_K$  e para a intensidade do acoplamento do méson escalar-isovetorial delta com os káons. Realizamos um estudo de intensidades para a constante de acoplamento delta-káon,  $g_{\delta K}$ , extrapolando alguns valores além do usual, e com eles buscamos calcular as propriedades globais de uma estrela de nêutrons como massa máxima, raio, *redshift* gravitacional. Encontramos que para os valores de intensidade de acoplamento escolhidos por nós, os valores dos parâmetros acima referidos da estrela de nêutrons apresentam pouca ou nenhuma diferença entre si, nos possibilitando optar por um valor original para  $g_{\delta K}$ . A equação de estado da matéria nuclear evidencia efeitos antagônicos de suavização e enrijecimento conduzidos pelos anti-káons e pelos mésons escalares-isovetoriais  $\delta$  e  $\zeta$ , respectivamente.

Em um capítulo a parte utilizamos o Modelo RV para calcular o resfriamento da

estrela de nêutrons via emissividade de neutrinos produzidos pelo processo URCA relativístico, enfatizando a influência da fração de assimetria entre prótons e nêutrons neste processo; e enfatizando de forma equivalente o comportamento da emissividade de neutrinos dentro da fase mista entre a matéria hadrônica ordinária e a matéria com condensado de anti-káons.

Em suma, as seguintes propostas e resultados apresentados nesta tese contém elementos de originalidade:

- Desenvolvimento de um formalismo para a introdução dos anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  na matéria nuclear de uma estrela de nêutrons baseado numa extensão da formulação da teoria quântica de campos com acoplamento derivativo, chamada de Modelo RV. Nesta formulação os espaços de fase bariônico e mesônico contemplam respectivamente os campos  $N$ ,  $P$ ,  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ , e os mésons escalares-isovetoriais  $\delta$  e o novo estado ressonante no setor dos campos dos mésons leves  $\varsigma$ .
- Estudo da intensidade da constante de acoplamento entre o méson  $\delta$  e os kaons  $g_{\delta K}$ .
- Análise através dos resultados do Modelo RV do papel do condensado de anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  na emissividade de neutrinos na estrela de nêutrons via *Processo URCA Direto* (relativístico), com destaque para os efeitos neste sentido da transição de fase entre a matéria hadrônica ordinária e a matéria do condensado de anti-káons.
- Introdução de novas equações de estado correspondentes ao Modelo RV e a um modelo com *acoplamento ajustável* (versão preliminar apresentado no final deste capítulo).
- Os resultados obtidos neste trabalho apresentam uma expressiva modificação na descrição do condensado de antikáons, em especial quanto ao seu limiar de aparecimento e à largura da fase mista da transição de fase, quando estes valores são comparados aos resultados correspondentes obtidos por outros autores.

## Summary

In this thesis we describe the properties of neutron stars and pulsars whose nuclear matter presents transition of phase of the pure hadronic matter to a hadronic matter with the antikaons condensate in wave -  $s$  state. The nuclear matter of neutron star is in  $\beta$  equilibrium and presents thermal energy despicable compared to the eigenvalues of energy of the nucleons ( $\varepsilon_T = kT \ll \varepsilon_{nuclear}$ ). So, in formal treatment to contribution of the temperature will be brought near like zero. We use an effective model developed by Razeira and Vasconcellos, whom we call RV model, in which are considered couplings of non-linear nature with the basic barionic octet and the meson fields  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\zeta$ ,  $\delta$ ,  $\sigma^*$  and  $\phi$ , and whose lagrangean formulation looks *to exhaust the space of phase* of the meson fields through a perturbative treatment that presents high level of consistency with the concept of *naturalness*, in order to improve the predictions of more conventional theoretical treatments. The Model RV incorporates the predictions, based on the conservation of chiral symmetry, for a new resonant meson state in the scalar-isovectorial sector, this state represented by the symbol  $\zeta$ .

In the present work, to incorporate in the lagrangean formulation the terms of antikaons interaction with them nucleons, we use a version of the RV model what takes into account only the fields of nucleons, electrons, muons, antikaons, besides the meson fields  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  and  $\zeta$ , composing a nuclear matter in  $\beta$  equilibrium and null temperature, to study the pure effects of the transition of phase for the condensed of antikaons and the pure effects of the presence of the antikaons in the equation of state. The imposition of the absence of the barionic octet is based on results of the literature, with reinforcement of RV model himself, whom they show that the presence of the hiperons it moves the threshold of antikaons condensed for values of density very much above the central expected density of a realistic neutron star.

Between the RV model predictions for the scenery above quoted are the threshold of barionic density for the appearance of antikaons  $K^-$  and  $\bar{K}^0$  condensed, the width of the mixed phase in the hadron - condensed of antikaons phase transition, the behaviour of the equation of state of nuclear matter. Our results show that the RV model *moves* the threshold of antikaons for density values bigger of what them usually found in the literature; the results also show the sensitive dependence of the antikaons for the depth of kaons optical potential  $U_K$  and for the intensity of coupling of the scalar-isovectorial meson delta with the kaons. We carry out a magnitude study for the coupling constant of the delta-kaon coupling,  $g_{\delta K}$ , overstepping some values besides the usual one, and with them we calculate the global properties of a neutron star as maximum mass, radius, gravitational *redshift*. We find that for the intensity of  $g_{\delta K}$  values chosen by us the values of the global properties of neutron star above-mentioned presents little or no difference between them, making possible to us opting for an original value for  $g_{\delta K}$ . To equation of state of the nuclear matter shows antagonic effects of smoothing and stiffnes driven for antikaons and for the scalar-isovectorial mesons  $\delta$  and  $\zeta$ , respectively.

In the final chapter we use the RV model to calculate the cooling of a neutron star by neutrino emissivity produced by the Relativistic URCA process, emphasizing the influence of the fraction of asymmetry between protons and neutrons in this process; and emphasizing too the behaviour of neutrino emissivity inside the mixed phase between the ordinary hadronic matter and the antikaons condensed hadronic matter.

In summary, the following proposals and results presented in this thesis contains

elements of originality:

- Development of a formalism for the introduction of antikaons  $K^-$  and  $\bar{K}^0$  in the nuclear matter of a neutron star based on an extension of the formulation of the quantum theory of fields with derivative coupling called RV model. In this formulation the baryons and mesons phase space contemplate respectively the fields  $N$ ,  $P$ ,  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ , and the scalar-isovectorial meson  $\delta$  besides the new resonant state in sector of the fields of the light mesons  $\varsigma$ .
- Study of the intensity of the coupling constant between the  $\delta$  meson and the kaons,  $g_{\delta K}$ .
- Analysis, through the RV model, of the role of antikaons condensed  $K^-$  and  $\bar{K}^0$  in the neutrino emissivity in the neutron star by *Direct URCA Process* (relativistic), with distinction for the effects in the transition of phase between the ordinary hadronic matter and the matter with antikaons condensed.
- The introduction of new equations of state for the RV model and also for a model with adjustable couplings (a preliminary version may be found in the conclusions of the thesis).
- The results obtained in this work present one expressive modification in the description of antikaons condensed when these values are compared with the results for other authors, in special the threshold of antikaons appearance and the width of the mixed phase of the transition of phase.



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Colapso Gravitacional: o Nascimento das Estrelas Compactas . . . . .	2
1.1.1	Estrela Protoneutrônica e Estrela de Nêutrons . . . . .	5
1.2	Matéria Nuclear . . . . .	7
1.2.1	Condensado de Káons . . . . .	9
1.2.2	Naturalidade . . . . .	10
1.2.3	Energia de Simetria . . . . .	11
1.2.4	Novo Estado Ressonante no Setor Escalar-Isovetorial . . . . .	12
1.3	Proposta da Tese . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Matéria Nuclear Densa</b>	<b>17</b>
2.1	Matéria Nuclear no Limite de Saturação . . . . .	17
2.2	Modelo do Gás de Férmis . . . . .	24
2.2.1	Equilíbrio Químico . . . . .	25
2.2.2	Limites para a Equação de Estado da matéria nuclear . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Estrelas Compactas</b>	<b>33</b>
3.1	Introdução . . . . .	33
3.2	Possíveis Estágios Finais de uma Estrela . . . . .	33
3.2.1	Anãs Brancas . . . . .	34
3.2.2	Estrelas de Nêutrons . . . . .	37
3.2.3	Buracos Negros . . . . .	45
3.3	Propriedades de uma Estrelas de Nêutrons . . . . .	46
3.4	Gravidade e Equação de Estado das Estrelas Compactas . . . . .	47
3.4.1	Estrelas Compactas Não Relativísticas - Polítropos e Estrelas de Nêutrons Newtonianas . . . . .	48
3.4.2	Estrelas Compactas Relativísticas . . . . .	52
3.4.3	Campo Gravitacional Estelar . . . . .	54
3.4.4	Interior Estelar . . . . .	55
3.4.5	Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff . . . . .	57
3.4.6	Estrelas de Nêutrons com Densidade Uniforme . . . . .	58
3.5	Estrela de Nêutrons e o Modelo de Gás de Fermi Relativístico . . . . .	59
3.5.1	Equilíbrio Químico em Estrelas de Nêutrons . . . . .	61
3.5.2	Módulo de Compressão da Matéria Nuclear e Estrela de Nêutrons . . . . .	63
3.5.3	Massa Máxima de uma Estrela de Nêutrons . . . . .	63
3.5.4	Equação de Estado . . . . .	64

<b>4</b>	<b>Modelos Nucleares de Estrelas de Nêutrons</b>	<b>67</b>
4.1	Introdução . . . . .	67
4.2	Modelo $\sigma - \omega$ de Walecka . . . . .	68
4.2.1	Equações de Movimento . . . . .	70
4.2.2	Conservação da Corrente Bariônica . . . . .	70
4.2.3	Tensor Energia-Momentum . . . . .	71
4.2.4	Aproximação de Campo Médio . . . . .	72
4.2.5	Formulação Hamiltoniana . . . . .	74
4.2.6	Equação de Estado da Matéria Nuclear . . . . .	79
4.2.7	Modelo QHD-II: Inserção do Méson $\rho$ na Teoria . . . . .	81
4.2.8	Generalização para o Octeto Bariônico Fundamental . . . . .	85
4.3	Modelo Não-Linear de Boguta-Bodmer . . . . .	87
4.4	Modelos com Acoplamento Derivativo de Zimanyi Moszkowski (ZM) . . . . .	90
4.4.1	Lagrangiano do Modelo ZM . . . . .	90
4.4.2	Aproximação de Campo Médio . . . . .	92
4.4.3	Equação de Estado da Matéria Nuclear . . . . .	93
4.4.4	Constantes de Acoplamento . . . . .	94
4.4.5	Graus de Liberdade de Isospin . . . . .	97
4.4.6	Octeto Bariônico Fundamental . . . . .	98
4.4.7	Equação de Estado da Matéria Nuclear . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Naturalidade e Quebra de Simetria Quiral</b>	<b>107</b>
5.1	Naturalidade e Teoria Efetiva . . . . .	107
5.2	Estado Ressonante $\pi\pi$ Escalar-Isovetorial . . . . .	113
5.2.1	Modelo Invariante Quiral $\sigma$ Linear . . . . .	114
5.2.2	Estado Ressonante no Setor Escalar-Isoescalar Mesônico . . . . .	114
5.2.3	Simetria Quiral Global no Espaço de Isospin . . . . .	117
5.2.4	Estado Ressonante no Setor Escalar-Isovetorial Mesônico Leve . . . . .	118
5.2.5	Estimativa da Massa do Estado Ressonante $\varsigma$ . . . . .	122
<b>6</b>	<b>Novo Modelo Efetivo de Acoplamento Derivativo</b>	<b>123</b>
6.0.6	Formulação Lagrangiana Completa . . . . .	123
6.0.7	Equações de Movimento . . . . .	125
6.0.8	Teoria de Campo Médio . . . . .	126
6.0.9	Equação de Estado da Matéria Nuclear . . . . .	129
6.0.10	Constantes de Acoplamento . . . . .	129
6.1	Modelo Efetivo e Naturalidade . . . . .	136
6.1.1	Matéria Nuclear em Equilíbrio- $\beta$ Generalizado . . . . .	143
6.1.2	Resultados . . . . .	148
<b>7</b>	<b>Condensação de Káons e a Equação de Estado da Matéria Nuclear</b>	<b>153</b>
7.1	Káons . . . . .	153
7.2	Káons em Estrelas de Nêutrons e Pulsares . . . . .	155
7.3	Formulação Lagrangiana . . . . .	158
7.3.1	Equação de Estado . . . . .	161
7.4	Fase Híperon-Káon . . . . .	162

7.5	Matéria Nuclear em Equilíbrio $\beta$ com Anti-káons . . . . .	164
7.5.1	Massa Efetiva . . . . .	169
7.5.2	Equação de Estado das Fases H e K . . . . .	169
7.5.3	Potencial Ótico . . . . .	170
7.6	Constantes de Acoplamento Káon-Méson . . . . .	170
7.6.1	Acoplamento Káon-Méson Escalar-Isovetorial . . . . .	171
7.7	Transição de Fase . . . . .	172
7.8	Resultados . . . . .	174
<b>8</b>	<b>Resfriamento em Estrelas de Nêutrons - Processo URCA Direto</b>	<b>191</b>
8.1	Introdução . . . . .	191
8.2	Fração de Assimetria e Papel dos Anti-káons na Taxa de Resfriamento das Estrelas de Nêutrons . . . . .	193
8.3	Processo Urca e a Emissividade de Neutrinos . . . . .	195
8.3.1	Cinemática . . . . .	198
8.3.2	Emissividade de Neutrinos no Processo URCA . . . . .	199
8.4	Resultados . . . . .	201
<b>9</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>209</b>
9.1	Conclusões . . . . .	209
9.2	Perspectivas Futuras . . . . .	211
9.2.1	Inclusão do Octeto Bariônico . . . . .	211
9.2.2	Estudo de Parâmetros para o Acoplamento Kaon-Delta . . . . .	211
9.2.3	Mésons . . . . .	211
9.2.4	Quarks e Estrelas Estranhas . . . . .	212
9.2.5	Temperatura . . . . .	212
9.2.6	Rotação . . . . .	213
9.2.7	Vínculos teóricos, experimentais e observacionais da equação de estado da matéria nuclear . . . . .	213
9.2.8	Modelo de Acoplamento Ajustável . . . . .	216
<b>A</b>	<b>Notação e Unidades</b>	<b>221</b>
A.1	Constantes Físicas . . . . .	221
	<b>Bibliografia</b>	<b>223</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>223</b>



# Capítulo 1

## Introdução

A pesquisa sobre objetos estelares de altíssima densidade, como as estrelas de nêutrons e os pulsares, é fundamental para uma melhor compreensão da equação de estado da matéria nuclear, pois tais objetos se apresentam como excelentes laboratórios para modelos teóricos que buscam descrever o comportamento de sistemas físicos em condições extremas, não encontradas naturalmente na Terra. Este tipo de pesquisa também representa uma importante alternativa a projetos de aceleradores de partículas, como o Colisionador de Íons Pesados Relativísticos (*Relativistic Heavy Ion Collider, RHIC*) desenvolvido no Laboratório Nacional de Brookhaven [1, 2], nos Estados Unidos, bem como no Laboratório Europeu para a Física de Partículas (*European Laboratory for Particle Physics, CERN*) [3], o maior laboratório de física de partículas criado pelo homem.

Para os cientistas, o procedimento teórico no tratamento de objetos estelares de altíssima densidade consiste na identificação dos constituintes básicos, ou graus de liberdade, da matéria nuclear em condições extremas, ou seja, acima da densidade de saturação do núcleo atômico, e suas relações dinâmicas. Por exemplo, em uma escala de energia da ordem de grandeza da massa do nêutron e do próton, os graus de liberdade da matéria nuclear seriam os núcleons, interagindo por meio da troca de mésons leves ( $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ). Em outra escala de energia acima desta, poderíamos conceber a matéria nuclear como constituída de núcleons e híperons interagindo por meio da troca de mésons leves ( $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ) e mésons pesados com conteúdo estranho ( $\phi$ ,  $\sigma^*$ ). Em uma outra escala de energia, ainda maior, quarks de diferentes cores e sabores interagem através da troca de glúons [4, 5]. Pode-se, a partir da presença destes elementos e suas interações, construir matematicamente a relação entre a pressão e a densidade de energia do sistema, relação termodinâmica conhecida como *equação de estado* (EOS). A partir dela se obtém propriedades globais e intrínsecas das estrelas compactas, como raio, massa, temperatura de superfície, *redshift* gravitacional [6], grandezas estas passíveis de observação e medida.

L. Landau [7, 8], em 1932, - ano da descoberta do nêutron por J. Chadwick [9] - , utilizou um modelo de gás de Fermi de partícula independente para descrever um gás de muitos nêutrons contidos em um volume extenso e em equilíbrio termodinâmico, e considerou condições de contorno que simulassem efeitos de contenção gravitacional. Ao integrar as equações de Einstein da Relatividade Geral, Landau obteve configu-

rações estáveis, que vieram, por motivos óbvios, a ser chamadas de estrelas de nêutrons [7]. Hoje, existem vários modelos que apresentam características similares ao modelo original de Landau que incorporam conhecimentos obtidos por meio da fenomenologia da física nuclear, da física de partículas e da astrofísica. Os pulsares, por exemplo, só puderam ser identificados como estrelas de nêutrons fortemente magnetizadas (campo magnético da ordem  $\sim 10^{15}$  gauss) e em rotação, produzindo emissões eletromagnéticas em várias faixas de comprimento de onda, devido à existência prévia de tais modelos teóricos.

Atualmente, em uma imagem padrão, as estrelas de nêutrons estáveis são consideradas como objetos de altíssima densidade ( $\sim 10^{14}g/cm^3$ ), constituídas quase que na integralidade por nêutrons, sem que ocorram processos de fusão termonuclear no seu interior, frias na escala nuclear, com temperaturas da ordem  $T \leq 1MeV$  e resfriando (numa escala de milhões de anos) pela emissão de fótons. Seu raio é da ordem de  $\sim 10km$  e sua massa da ordem de  $\sim 1.44M_{\odot}$ , sendo  $M_{\odot}$  a massa do Sol. Supõe-se que sua origem ocorra a partir de uma estrela progenitora de grande massa, ligada a um evento astronômico espetacular e riquíssimo do ponto de vista de processos físicos chamado de explosão de supernova.

Entre o evento de explosão de supernova e a existência de uma estrela de nêutrons estável, existe uma fase intermediária importantíssima, também muito rica fisicamente, chamada de estrela protoneutrônica, onde a presença no denso caroço remanescente de elementos como neutrinos, káons e híperons, e fatores como energia de simetria (relação entre número de nêutrons e prótons presentes na matéria), temperatura e rotação, podem influenciar na estrutura final da estrela de nêutrons resultante, podendo indicar muitas configurações diferentes, como a existência da tão buscada transição de fase de matéria hadrônica para um plasma de quark-glúons (PQG) [10].

## 1.1 Colapso Gravitacional: o Nascimento das Estrelas Compactas

O Universo visível, segundo o conhecimento atual, é composto de 90% de H e 9% de He, em número de partículas<sup>1</sup>. Todos os demais elementos químicos formados nos núcleos das estrelas constituem aproximadamente 1% da matéria do Universo.

Estrelas formam-se a partir de uma gigantesca nuvem composta basicamente de hidrogênio. Devido à atração gravitacional, os seus constituintes colapsam em direção ao centro da nuvem, formando uma *protoestrela*. A contração causa aumento da agitação térmica dos átomos no núcleo da protoestrela, iniciando processos de fusão termonuclear e a transmutação do hidrogênio em hélio, liberando energia. A protoestrela transforma-se numa estrela, cujo tamanho, na maior parte de sua vida luminosa, é determinado pelo equilíbrio entre a pressão térmica interna, fruto da energia liberada em processos de fusão nuclear, que tende a fazê-la expandir, e a compressão gravitacional, que pressiona a estrela a colapsar sobre si mesma. O tempo de vida da estrela na sequência principal depende de quanta energia ela tem armazenada (sua massa) e

<sup>1</sup>O Modelo Padrão da cosmologia diz que o Universo é composto em cerca de 70% de energia escura, 25% de matéria escura fria, e menos que 5% de matéria ordinária [12].

a taxa com que ela gasta essa energia (luminosidade)[11]. Estrelas de grande massa permanecem na sequência principal por um curto período e as de baixas massas ficarão por um tempo bem maior devido à velocidade das reações de fusão, pois quanto maior a massa estelar mais rápida será a taxa de transmutação de hidrogênio em hélio. Quando o hidrogênio se extingue no núcleo, ou caroço, da estrela, estando este repleto de He, a estrela sai da sequência principal. Os átomos de hidrogênio continuam, porém, fundindo-se em He nas camadas externas, ou envelopes estelares [13].

Quando não houver mais átomos de hidrogênio para serem queimados no núcleo estelar, não haverá, momentaneamente, suficiente pressão térmica para sustentar a contração gravitacional. Se a massa inicial da estrela for maior do que  $0,45M_{\odot}$ , e até  $8M_{\odot}$ , o envelope estelar, mais quente e menos denso que o núcleo, expande lentamente. A estrela torna-se uma gigante vermelha. Por outro lado, o núcleo contrai adiabaticamente aumentando sua temperatura até atingir  $10^8 K$ , suficiente para a ignição da fusão de 3 átomos de *He* em carbono e um átomo de *C* e um de *He* em *O*, bem como de 4 átomos de *H* para formar *He* nos envelopes. Mas as estrelas nesta faixa de massa não atingem temperatura suficiente para queimar carbono e oxigênio no caroço. Portanto, após a ejeção do material do envelope para o meio estelar, o caroço remanescente, composto basicamente por *He*, *C* e *O*, é contraído novamente sob sua própria gravidade até o ponto em que a pressão gravitacional é equilibrada pela pressão do gás constituído pelos elétrons não relativísticos dos átomos.

Se a estabilidade for atingida, este é o primeiro exemplar da família dos objetos compactos, a *anã branca*. A nomenclatura *branca* é utilizada porque a alta temperatura de superfície da estrela ( $8000K$ ) a faz ter este aspecto. Uma anã branca possui raio de poucos milhares de quilômetros e uma densidade média da ordem de  $10^6$  vezes maior do que a da Terra. Após sua formação, a anã branca irradia fótons por  $10^{10}$  anos, resfriando e cristalizando até se tornar uma estrela não observável visualmente, chamada anã negra. Porém, é possível que o universo não tenha ainda tempo de vida suficiente para que este estágio final da anã branca tenha sido atingido. O Sol, por sua vez, atualmente com uma idade estimada em  $4.5 \times 10^9$  anos, tem como expectativa total de vida 12 bilhões de anos antes de colapsar para uma anã branca, segundo as teorias modernas.

Estrelas acima de  $8M_{\odot}$  evoluem em menos tempo do que as anãs brancas, pois as reações termonucleares transmutam mais rapidamente os elementos no seu interior. Contudo, no núcleo estelar as reações cessam somente após a formação do elemento ferro, pois a natureza da interação nuclear torna os elementos do grupo isotópico *Fe* os mais estáveis do ponto de vista energético [13]. Para fundi-los é necessário fornecer mais energia do que a quantidade obtida pela reação. Átomos mais massivos que o *Fe* tendem a se romper em átomos mais leves, liberando energia, como ocorre nas bombas atômicas ou no decaimento radiativo.

Portanto, quando o processo de fusão no núcleo chega à formação do *Fe*, a queima nuclear de *Si*, *O*, *C*, entre outros, continua apenas no envelope, permanecendo inerte no caroço estelar. Apresentando um raio de apenas alguns milhares de quilômetros, o caroço estelar não apresenta mais liberação de energia termonuclear capaz de resistir à compressão da gravidade. E nem mesmo a pressão dos elétrons não relativísticos suportará o peso de tão expressiva massa estelar. As camadas mais externas, onde ainda há queima de elementos, aquecem até expandir numa *super gigante vermelha*, de raio  $> 10^8$  km.

Enquanto o envelope aumenta seu volume, a gravidade esmaga o caroço de ferro a uma tal densidade que faz com que elétrons presentes nele se tornem relativísticos. Isto significa que a pressão que eles exercem aumenta mais lentamente, devido ao acréscimo de energia cinética manifestar-se mais no aumento da inércia do que na sua velocidade. Ao longo da compressão ocorre o *processo beta-inverso*, a absorção de elétrons por prótons formando nêutrons e neutrinos, produzindo um estado energeticamente mais favorável. Este estágio corresponde a *neutronização* do sistema, importante mecanismo para garantir mais tarde a neutralidade de carga da estrela compacta remanescente e seu equilíbrio hidrostático.

E, então, chegamos a um estágio posterior em que a queima nuclear no envelope estelar também cessa, e então o envelope contrai bruscamente em direção ao centro. As camadas do envelope mais próximas ao denso caroço o atingem com força e o deformam. O caroço retoma violentamente sua forma, golpeando o material do envelope em um processo de reação, formando uma onda de choque, que se propaga no sentido contrário ao colapso do restante do envelope, liberando neutrinos e fotodesintegrando núcleos atômicos pelo caminho [11, 13]. A onda de choque então produzida viaja na velocidade do som dentro da estrela, e demora um longo tempo, comparativamente ao tempo total da implosão do caroço, para atingir a borda estelar. A espessura desta onda é em geral da ordem de algumas vezes o livre percurso médio das partículas. É a onda de choque, porém, que fornece a energia cinética para a ejeção de quase todo o material da estrela, criando a chamada *explosão de supernova* [14], onde a estrela atinge até centenas de vezes o seu tamanho original.

A partir do comportamento das linhas espectrais e da curva de luz, classificamos as supernovas em Tipo I e Tipo II [15].

O mecanismo da tipo I está intimamente relacionado com a existência de um limite de massa para as anãs brancas chamado limite de Chandrasekhar,  $M_{Ch}$  [15]. Apesar de não ter sido ainda totalmente esclarecido, acredita-se que o mecanismo de explosão do Tipo I seja a detonação do combustível nuclear de uma anã branca como componente de um sistema binário, estando seu valor de massa um pouco abaixo do limite de Chandrasekhar. Neste processo a anã branca atrairá massa de sua companheira até atingir o limite de Chandrasekhar e então colapsará abruptamente, levando a um aquecimento e a uma compressão súbitas de sua matéria constituinte. Neste processo as fusões entre C, O e He ocorrem de forma detonativa [15] o que irá explodir a estrela a partir de seu centro. Ou seja, a fonte de energia para a explosão do Tipo I seria originária da própria fusão nuclear.

As supernovas do Tipo II apresentam a evolução das estrelas de  $8M_{\odot}$ , como descrito mais acima. A fonte de energia da explosão do Tipo II vem da energia gravitacional e de sua conversão, em parte, em energia cinética de ejeção através da onda de choque e não por meio de nova detonação em processos de fusão nuclear. Porém, o mecanismo de transporte da energia de ligação da estrela para sua região exterior pela onda de choque é ainda muito pouco compreendido. Se o mecanismo não for eficiente, a região interna do sistema não pode formar nenhum objeto compacto estável em seu centro, pois o estado de equilíbrio hidrostático não pode ser formado sem grande perda de energia gravitacional da estrela (Teorema do Virial). Na formação da onda de choque, um complexo jogo entre convecção e entropia se estabelece. Há uma descontinuidade na entropia das regiões do colapso devido a evolução da onda de choque. A onda de

choque aquece a matéria situada na região espacial que antecede o choque (condição de Hugniot-Rankine), gerando processos que consomem energia. Nessas condições parece ser inevitável que a onda de choque acabe dissipando grande parte de sua energia na sua própria origem, que corresponde ao choque do envelope com o caroço, devido a processos de fotodesintegração do  $^{56}\text{Fe}$



que é um processo endotérmico. Uma reação deste tipo consome uma energia de cerca de  $8.8\text{MeV}$ . Sem outro mecanismo de transferência de energia cinética para a região exterior do sistema, a onda de choque acabaria se dissolvendo pela queda contínua da matéria externa contra ela, e ao final, voltaria a "cair" para o centro estelar. Neste caso, não ocorreria explosão e a estrela tenderia a colapsar para um *buraco negro*.

O fato relevante, porém, é que os fenômenos de supernovas existem, e não são poucos. Isto implica em dizer que a não ocorrência da explosão no modelo de onda de choque não pode acontecer com muita facilidade. Assim sendo, uma melhor compreensão do mecanismo que relaciona a onda de choque à supernova carece ainda de entendimento [15].

A frequência de ocorrência de supernovas é da ordem de uma supernova por galáxia para cada 30 a 50 anos, segundo estudos estatísticos [15]. Desde o trabalho inicial de Zwicky e Baade [16], mais de 700 supernovas foram observadas. A mais recente, visível a olho nú, ocorreu em fevereiro de 1987 (SN1987A). Esta é a primeira supernova na qual foram observados neutrinos e é do tipo II [15].

A energia liberada por uma supernova é da ordem de  $10^{51}\text{erg/s}$ , sendo ejetada na escala de tempo de segundos. O máximo de luminosidade observada de SN1987-A chegou a  $10^{42}\text{erg/s}$ , sendo bom lembrar, para fins de comparação, que a luminosidade do Sol é da ordem de  $10^{33}\text{erg/s}$ .

Quanto ao caroço e o envelope residual estelares, à medida que o colapso do caroço se desenvolve, a densidade central aumenta. Os núcleos atômicos no interior da matéria começam a se "tocar" ( $\rho \simeq 10^{13}\text{g/cm}^3$ ), formando a matéria nuclear. Neste regime, a pressão da matéria não é dada apenas pela pressão do gás de elétrons degenerado. É necessário considerar neste caso a pressão causada pela interação forte que atua entre os núcleons (prótons e nêutrons), e, talvez, híperons, ou quarks para densidades estelares mais altas. Quando a densidade da matéria estelar atinge valores acima da densidade da matéria nuclear ( $\rho \simeq 10^{14}\text{g/cm}^3$ ), existe, em princípio um novo ponto de equilíbrio hidrostático na região de densidade nuclear.

### 1.1.1 Estrela Protoneutrônica e Estrela de Nêutrons

Nas estrelas que encerram sua fase luminosa por meio de uma explosão de supernova, geralmente do tipo II [16, 17, 18], o colapso gravitacional da matéria cessa quando a pressão máxima dos elétrons degenerados ultrarelativísticos e a pressão resultante da repulsão de curto alcance entre os núcleons são equivalentes. Quando isto ocorre, a matéria estelar forma um sistema (caroço) altamente compacto envolvido por um envelope remanescente. O envelope e o caroço contém aproximadamente a mesma massa, em torno de  $0.6 - 0.8M_{\odot}$  (este valor depende sutilmente da massa da estrela progenitora) [19]. Entre  $50 - 100\text{ms}$  após o colapso gravitacional o envelope quente

apresenta uma entropia por bárion da ordem de  $S \sim 4-5$  para densidades que obedecem a condição  $n < 0.02 fm^{-3}$ , e o caroço estelar apresenta uma entropia da ordem de  $S \sim 1$  para densidades que obedecem a condição  $n > 0.1 fm^{-3}$  [18, 19].

É importante destacar que para densidades acima de  $n = 6 \times 10^{-4} fm^{-3}$ , a seção de choque para a interação dos neutrinos com os núcleons é suficientemente grande para aprisionar os neutrinos no sistema (*trapped neutrinos*) por meio de colisões no interior do caroço por alguns segundos [20], garantindo um alto número leptônico ao caroço estelar nesta fase. Abaixo desta densidade, os neutrinos escapam livremente e seu potencial químico desaparece,  $\mu_{\nu_e} = 0$  [21]. A região de transição entre as densidade do envelope,  $n_{env}$  e a densidade do núcleo estelar,  $n_{nucl}$ , é chamada de esfera de neutrinos [22] e sua forma pode ter influência na estrutura do objeto compacto resultante <sup>2</sup>.

De 0.5 a 1 s após o colapso, a entropia por bárion é aproximadamente constante em toda a estrela,  $S \sim 2$ , exceto em algumas regiões mais externas [23, 24], onde é maior do que  $S \sim 10$ . Contudo, estas camadas externas têm pequena influência na estrutura global do objeto nesta época, e costumam ser desconsideradas. O conjunto caroço -envelope estará extremamente quente, com temperatura de dezenas de MeV's ( $\sim 10^{11} K$ ) e "inchado" com os neutrinos energéticos produzidos durante a neutronização. O caroço estelar terá então um raio de poucos quilômetros. Tal conjunto representa uma fase intermediária e rápida, mas muito importante, chamada *estrela protoneutrônica* (PNS).

Uma vez formada, a estrela protoneutrônica perde a maior parte de sua energia interna pela difusão dos neutrinos em um intervalo de tempo batizado de *época de Kelvin-Helmholtz* [25]. Este tempo leva em média uma dezena de segundos [26]. Durante a época de Kelvin-Helmholtz, o número leptônico decresce na PNS devido à perda por emissão de neutrinos e conseqüentemente a PNS evolui em torno de 10 a 30 segundos até se tornar "pobre" em neutrinos, mas ainda quente, configuração estável, esta chamada *estrela de nêutrons*, com entropia por bárion da ordem de  $S \sim 1 - 2$  [23, 24, 27, 28].

Observacionalmente, um tópico de intensa investigação que pode estar associado à estrelas de nêutrons são os corpos celestes chamados *pulsares*. Supõe-se que os pulsares são estrelas de nêutrons rotantes, cuja característica fundamental é a emissão de pulsos de radiação eletromagnética, principalmente na frequência do rádio, de grande periodicidade. Estas pulsações têm origem, segundo as teorias mais aceitas, na emissão de um feixe de radiação eletromagnética proveniente da combinação de um intenso campo magnético superficial, que pode atingir valores da ordem de  $\sim 10^{15}$  Gauss, com uma elevada velocidade angular <sup>3</sup>, gerando um forte campo elétrico, da ordem de  $\sim 10^{12}$  V/cm, próximo à sua superfície [29]. Partículas carregadas eletricamente são, então, aceleradas por efeito destes campos eletromagnéticos até atingirem energias ultrarelativísticas, desencadeando assim uma *avalanche* de pares elétron-pósitron e feixes de radiação eletromagnética.

<sup>2</sup>A seção de choque neutrino-núcleon inclui modificações devido a interações do tipo núcleon-núcleon e a correlações do tipo spin-spin. Por causa da alta complexidade do problema, o comportamento da seção de choque, e portanto, a localização e a forma da esfera de neutrinos, apresentam muitas incertezas.

<sup>3</sup>Para os pulsares conhecidos até o momento, os períodos destes pulsos variam dentro de um intervalo que vai de 1,4 ms até 11 s [29, 30, 31], sendo que o seu valor médio é de 0,7 s [13].

Retornando às consequências do colapso gravitacional na estrela, há um valor de massa máximo cuja pressão repulsiva dos nêutrons degenerados pode sustentar a estrutura da estrela, evitando assim seu colapso. Este valor é conhecido como limite de massa de Oppenheimer-Volkoff. Embora poucas estrelas de nêutrons sejam conhecidas, supõe-se que este valor de massa gire em torno de  $1.4M_{\odot}$ , próximo ao limite de Chandrasekhar para o núcleo de ferro degenerado. Se este valor for superado, a estrela progenitora continua sua implosão gravitacional para um *buraco negro*, objeto com densidade de massa altíssima, cujo campo gravitacional é tão intenso que nada lhe poderá escapar e, portanto, nenhuma informação pode ser extraída do seu interior, impossibilitando assim qualquer observação direta do que ocorre com a matéria em seu interior [13].

## 1.2 Matéria Nuclear

Tratam-se estrelas de nêutrons como porções macroscópicas de matéria nuclear assimétrica e infinita, uma concepção idealizada de sistemas de muitos bárions interagentes que contém cerca de  $10^{58}$  bárions. Supõe-se que as estrelas de nêutrons são compostas por núcleons (nêutrons e prótons) e, possivelmente, híperons e léptons, movendo-se em um condensado de mésons e fótons. Neste contexto podem ocorrer fenômenos como superfluidez, condensação de *káons* e *píons*, e uma transição de fase da matéria hadrônica para o plasma de quarks e glúons (PQG).

O procedimento teórico padrão teórico para se encontrar as propriedades macroscópicas da estrela de nêutrons é a obtenção da equação de estado da matéria nela contida. A equação de estado, ou EOS, é um tipo de equação paramétrica que relaciona a densidade de energia da estrela com sua pressão interna. Utilizando-se o jargão típico da área, uma equação de estado é dita mais (ou menos) *rígida* ou menos (ou mais) *suave*. Por exemplo, uma equação de estado,  $A$ , é mais rígida do que outra,  $B$ , se a pressão interna associada a  $A$ , para qualquer valor de densidade, for maior do que a pressão interna correspondente a  $B$ . Evidentemente, quando consideramos duas estrelas de nêutrons,  $A$  e  $B$ , cujas estruturas sejam descritas respectivamente pelas equações de estado  $A$  e  $B$ , a equação de estado da estrela  $A$  corresponde a uma maior pressão interna em comparação à pressão interna da estrela  $B$ , para qualquer valor de densidade. Dotada de uma maior pressão interna, a estrela  $A$  pode suportar uma maior compressão gravitacional do que a estrela  $B$  e portanto a primeira deve ter uma massa maior do que a segunda, uma vez que a intensidade da força gravitacional está diretamente associada à massa estelar. Utilizando-se novamente o jargão típico da área, dizemos que a estrela  $A$  pode *suportar* maior massa do que  $B$ . Medidas experimentais de grandezas estelares, como a massa e o raio, constituem fortes restrições às várias possibilidades de equações de estado existentes na literatura. Se a relação massa-raio for determinada de forma precisa o suficiente, pode-se determinar de maneira bi-unívoca a correspondente equação de estado para a matéria nuclear [6].

Na escolha do modelo teórico mais adequado para gerar a equação de estado da matéria nuclear, acredita-se que a *Cromodinâmica Quântica* (CDQ, Quantum Chromodynamics) seja, de fato, a teoria fundamental da interação forte. A CDQ é uma teoria

relativística de campos de calibre não-abeliana <sup>4</sup>. Considera-se nesta teoria que os hádrons (bárions e mésons) sejam compostos por quarks e anti-quarks que interagem entre si via troca de glúons. A CDQ apresenta uma estrutura formal relativamente simples a altas energias, devido ao fenômeno da liberdade assintótica. Neste regime, como os quarks são praticamente livres, métodos de tratamento teórico denominados de perturbativos, sobre os quais a ciência tem domínio, podem ser utilizados e predições sobre o comportamento de sistemas complexos, — como as estrelas compostas por um plasma de quark-glúons —, podem ser obtidas. Porém, a CDQ se mostra muito complexa, do ponto de vista formal, para explicar as propriedades nucleares, em escalas de energia mais baixas, relevantes para a compreensão do fenômeno de confinamento dos quarks, bem como para a compreensão da fase hadrônica em estrelas de nêutrons. A complexidade formal da CDQ se deve à presença de termos de acoplamento não-lineares entre os campos dos quarks e dos glúons em altas ordens, inviabilizando assim qualquer tratamento analítico.

A extrema complexidade formal da CDQ tem levado físicos nucleares teóricos e experimentais à busca de modelos alternativos. A escala da energia nuclear é da ordem de MeV, e tem nos núcleons os graus de liberdade mais importantes. Teorias que utilizem uma descrição das propriedades de volume do núcleo, parametrizando os efeitos dos quarks e glúons por meio de parâmetros efetivos, mostram-se um caminho promissor. A pioneira teoria não-relativística de Brueckner [34] se baseia em potenciais construídos a partir do espalhamento entre núcleons livres. No entanto, a grande diferença entre a interação forte no vácuo e a existente em sistemas de muitos corpos, como o núcleo, levou esta teoria a superestimar, em particular, a densidade de saturação da matéria nuclear em até 50% [35]. Em sistemas com densidades maiores do que aquelas encontradas no meio nuclear, e em especial em estrelas de nêutrons, tais deficiências se acentuam, comprometendo até mesmo princípios básicos no tratamento de sistemas de muitos corpos como o Princípio da Causalidade.

De modo a superar estas limitações formais Walecka [36] em 1974 apresentou uma teoria relativística de campos médios onde os núcleons interagem entre si trocando mésons escalares e vetoriais, sem considerar explicitamente a presença de quarks. Neste modelo, mésons escalares-isoescalares  $\sigma$  simulam a presença de componentes atrativas de longo alcance (dentro do domínio de  $\sim 10^{-15}m$ ) da força nuclear, enquanto mésons vetoriais-isoescalares  $\omega$  correspondem às componentes repulsivas de curto alcance da força nuclear. O tratamento é linearizado através da utilização da aproximação de campo médio, na qual os campos mesônicos são tratados como constantes no espaço-tempo (ou seja, leva-se em conta apenas seus valores clássicos).

Este modelo, conhecido como *modelo de Walecka* ou Hadrodinâmica Quântica (QHD - Quantum Hadrodynamics), possui duas constantes de acoplamento, as quais *não* são determinadas a partir do espalhamento entre os núcleons; seus valores são tais que a teoria reproduz a energia de ligação do núcleo atômico e sua densidade de saturação. A QHD corresponde a uma *teoria efetiva*, já que a influência do meio e dos graus de liberdade mais elementares do sistema de muitos corpos *está embutida* nas constantes de acoplamento. O formalismo da QHD é covariante e, portanto, causalidade é res-

<sup>4</sup>Em 1973, D.J. Gross, F. Wilczek [32] e H.D. Politzer [33] descobriram que teorias de calibre não-abelianas são *assintoticamente livres*, i.e. as constantes de acoplamento nestas teorias decrescem no limite de curto alcance da interação.

peitada. A *aproximação de campo médio* utilizada usualmente na teoria é tanto mais válida quanto maior a densidade de partículas do sistema, tornando-a apropriada para descrever a matéria em estrelas de nêutrons. Este modelo tem resultados apreciáveis na descrição das propriedades de núcleo finito, como distribuição de carga e interação spin-órbita [37].

No entanto, algumas propriedades nucleares são superestimadas por este modelo, como a incompressibilidade da matéria nuclear (560 MeV), enquanto outras são subestimadas, como a massa efetiva do núcleon no meio (55% da massa do núcleon livre). Para sanar estas deficiências, foram propostos modelos alternativos, conhecidos na literatura como *do tipo QHD*, mas que seguem a mesma filosofia do modelo original de Walecka. O modelo não-linear de Boguta-Bodmer [38], por exemplo, introduz na formulação lagrangiana da teoria termos de auto-acoplamento do méson escalar  $\sigma$  em segunda e terceira ordens. Zimanyi e Moskowski, por outro lado, sugeriram a troca do acoplamento mínimo de Yukawa entre o méson escalar e o núcleon utilizado por Walecka, por um acoplamento do tipo derivativo [39]. Finalmente, um modelo mais recente desenvolvido por A.R. Taurines, C.A.Z. Vasconcelos e colaboradores [4, 5] generaliza todos os formalismos do tipo QHD.

A equação de estado proveniente destes modelos é introduzida nas equações de equilíbrio hidrostático da estrela no contexto da teoria da Relatividade Geral, as assim chamadas equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) [40, 41]. Como resultado da integração destas equações encontra-se uma relação entre a massa da estrela e sua densidade central. É importante frisar que os modelos citados tratam apenas dos campos dos núcleons, além dos mésons. Foi a partir do formalismo desenvolvido por N.K. Glendenning [42, 43, 44, 45], que se estabeleceram as técnicas para a introdução de novas partículas. O autor descreveu a matéria existente nas estrelas protoneutrônicas e de nêutrons como composta também por *híperons* (bárions com estranheza não nula, mais massivos que os núcleons). Para isso, ele utilizou a versão não-linear da teoria de Walecka de modo a incluir, através do equilíbrio químico e da conservação das cargas bariônica e elétrica, o octeto bariônico fundamental ( $n$ ,  $p$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Xi^0$ ) e léptons ( $e^-$ ,  $\mu^-$ ). Através desta abordagem, Glendenning tornou possível a determinação das distribuições radiais de partículas nestas estrelas bem como valores para *redshift* gravitacional, número bariônico, proporção híperon/núcleon, entre outras propriedades. Seus resultados para massa máxima de uma sequência de estrelas de nêutrons estão em bom acordo com as massas de *pulsares* já medidas.

### 1.2.1 Condensado de Káons

Estudos, iniciados em 1986, por Kaplan e Nelson [46, 47], mostram que os káons,  $K$ , estão sujeitos à condensação de Bose-Einstein na matéria densa de forma mais favorável do que o condensado de píons, embora estes últimos sejam partículas mais leves. Recentemente, resultados experimentais sugerem que a interação bárion-káon,  $(BK^+, BK^0)$ , é repulsiva enquanto a interação bárion-anti-káon,  $(BK^-, B\bar{K}^0)$ , é atrativa [26, 48, 49, 50, 51], indicando que a possibilidade da formação do condensado de káons na matéria nuclear está restrita na verdade aos anti-káons. E estes estudos apontam que a presença de anti-káons na matéria nuclear torna a equação de estado mais

suave comparativamente ao caso em que estes estados não estão presentes <sup>5</sup>.

Como vimos acima, a suavização da equação de estado conduz a uma massa máxima menor para a estrela de nêutrons. Neste sentido, torna-se importante estudarmos os efeitos da presença de antikáons na matéria nuclear na geração de seqüências estáveis de estrelas compactas. Por fim, a escolha do tema da matéria estranha (os káons e antikáons tem na sua composição um quark ou antiquark estranho) é motivada por pesquisas [52, 53, 54] que mostram que estrelas estranhas são mais estáveis do que estrelas de nêutrons [55]. Mas um detalhe: há ainda muita divergência sobre a magnitude do acoplamento entre káons e mésons, tanto quanto para mésons e híperons, e portanto há incertezas e imprecisões na quantificação da contribuição dos káons, tanto quanto dos híperons, para a massa máxima da estrela de nêutrons. Por fim, lembramos que o sistema binário de Hulse-Taylor, talvez o melhor laboratório observacional encontrado até agora sobre as propriedades de uma estrela de nêutrons, estabelece um patamar mínimo para os acoplamentos acima referidos.

## 1.2.2 Naturalidade

Como mencionado, as constantes de acoplamento são utilizadas nos modelos efetivos com o intuito de parametrizar efeitos microscópicos dos quarks e glúons, não considerados em geral diretamente nos modelos. Em uma aproximação de campo médio, as constantes de acoplamento são algebricamente relacionadas com as propriedades de volume da matéria nuclear simétrica na densidade de saturação, como a massa efetiva do núcleon, a incompressibilidade da matéria nuclear, a energia de ligação por núcleon, entre outras.

Neste contexto, a busca por um procedimento formal que faça com que a física considerada de maneira implícita nas constantes de acoplamento seja explicitada, — sem que se aumente com isso a complexidade formal da teoria —, é absolutamente desejável, pois tornaria a teoria mais eficaz e suas predições mais transparentes.

Afortunadamente, existe um tratamento formal neste sentido, chamado de *naturalidade*, introduzido em 1979 por Steven Weinberg [56]. Na física de partículas, a condição de *naturalidade* implica em que os coeficientes dos operadores da ação efetiva de uma teoria que busca preservar simetrias fundamentais, devem obedecer a forma geral  $\mathcal{L}_i = \tilde{c}\Lambda^{4-d}$ , onde  $d$  representa a dimensão do correspondente operador, onde  $\Lambda$  denota a escala inferior de corte em energia, acima da qual a teoria perde validade, e  $\tilde{c}$  é um coeficiente da ordem da unidade.

A consistência formal desta concepção impõe que, ao expandir-se a densidade lagrangiana de um modelo efetivo, considerando-se as mais diferentes ordens dos termos de interação, deve-se supor que os coeficientes de expansão da teoria sejam *naturais*, i.e. que sejam iguais a unidade, ou, na prática, da ordem da unidade. Em poucas

---

<sup>5</sup>Uma das hipóteses mais aceitas sobre a condensação de  $K^-$  parte do pressuposto que este efeito se inicia com o processo de *decaimento*  $e^- \rightarrow K^- + \nu$ . Esta hipótese é fundamentada na suposição de que, no meio nuclear a altas densidades, como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons, pulsares e estrelas estranhas, o espaço de fase das partículas  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  sofre expressiva modificação tornando energeticamente possível que o processo acima mencionado ocorra. Por exemplo, ao se acoplarem a mésons de natureza escalar, é gerada uma massa efetiva para os káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  que poderia se tornar menor do que sua massa no caso livre, tornando o processo  $e^- \rightarrow K^- + \nu$  energeticamente possível.

palavras, a condição de naturalidade implica em que as constantes de acoplamento da teoria efetiva obedecem à condição  $g \rightarrow 1$ .

O primeiro passo do tratamento *natural* envolve definir qual é o grau de explicitação da dinâmica do problema que possibilite uma descrição mais elaborada e, ao mesmo tempo, não traga uma complexidade formal que torne o problema, do ponto de vista prático, insolúvel. Focando nossa análise em graus de liberdade efetivos de mésons e bárions, as escalas apropriadas para tal explicitação são os parâmetros quirais de baixa energia da CDQ, ou seja, a constante de decaimento fraco do pión,  $f_\pi = 93\text{MeV}$  ou, de modo equivalente, o *parâmetro quiral*  $\Lambda_\chi \sim 1\text{GeV} \leq 4\pi f_\pi$ .

Nesta contextualização torna-se possível somar-se os diferentes termos de uma expansão da formulação lagrangiana em uma forma *fechada*, obtendo-se uma expressão compacta que expressa o papel das contribuições dinâmicas do lagrangiano considerando-se as mais diferentes ordens de expansão. Este procedimento formal permite truncarmos as séries perturbativas de maneira consistente, em uma dada ordem desejada. Do ponto de vista matemático, há muitos esquemas de organização dos coeficiente que possibilitam uma soma compacta das séries perturbativas em uma formulação lagrangiana. Um deles consiste em aplicar ao modelo efetivo as concepções da chamada *análise dimensional naïve* proposta por Manohar e Georgi [57].

A *análise dimensional naïve*, quando aplicada à formulação de um modelo para a densidade lagrangiana que descreva propriedades de sistemas de muitos corpos, mais precisamente bárions e mésons, pode ser sintetizada na seguinte forma:

- As amplitudes dos campos mesônicos tornam-se adimensionais quando divididas pela constante do decaimento fraco do pión  $f_\pi$ .
- De modo a obter-se a dimensão correta em energia (energia<sup>4</sup>) da densidade lagrangiana, uma escala de normalização dada por  $f_\pi^2 \Lambda_\chi^2 \simeq f_\pi^2 M^2$ , com  $M$  representando a *massa nua do núcleon*, deve ser introduzida no formalismo.
- Finalmente, fatores de normalização, cada um deles na forma  $1/n!$  para cada contribuição de campo mesônico do tipo  $\phi^n$ , devem ser também introduzidos no formalismo.

Os valores esperados médios dos campos dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$  praticamente exaurem, na densidade de saturação, a parte mais relevante da interação efetiva  $NN$ , possibilitando a utilização destes valores médios divididos pela *massa nua* do núcleon,  $M$ , ou seja,  $\sigma/M$  e  $\omega/M$ , explicitamente, como parâmetros da expansão.

É importante ressaltar que, embora não exista uma prova geral da propriedade de *naturalidade*, uma vez que não sabemos como derivar o lagrangiano efetivo nuclear a partir da CDQ, estudos fenomenológicos indicam a validade da *naturalidade* e das regras de contagem de potências na forma *naïve*.

### 1.2.3 Energia de Simetria

Sabe-se que os núcleos atômicos estáveis apresentam uma *preferência* pelo mesmo número de prótons e nêutrons, e que ambas pode ser tratadas como partículas equivalentes com diferentes orientações no espaço de isospin. Conseqüentemente, há uma energia associada a tal condição, chamada de *Energia de Simetria*. Quanto mais simétrico

for o sistema, ou seja, quanto mais próximo estiver o sistema de igual número de prótons e nêutrons, mais um estado fundamental de energia de simetria ele representa. E quanto maior a diferença na quantidade de nêutrons e prótons, mais energeticamente excitado está o sistema. É claro que este aspecto da dinâmica nuclear apresenta-se como de relevância fundamental na descrição uma estrela de nêutrons que apresenta, por sua vez, abundância em nêutrons mais do que qualquer outro bárion, e uma grande assimetria de isospin, portanto. O tratamento mais comum da dependência da parte de isospin da interação nuclear na aproximação de campo médio é baseado na introdução de dois campos mesônicos efetivos,  $\rho$  (vetorial-isovetorial) e  $\delta$  (escalar-isovetorial), sendo esta última uma partícula virtual  $\delta$  ( $a_0(980)$ ); ambos *desaparecem*, porém, na matéria nuclear simétrica.

Na aproximação de campo médio padrão, a energia de simetria nuclear tem duas contribuições de sinal oposto: a contribuição do méson  $\rho$  é positiva, e a contribuição do méson delta é negativa [58]. Isto reflete o fato que, na *matéria de nêutrons pura*, o méson  $\rho$  fornece a repulsão e o méson  $\delta$  a atração. Disso resulta que previsões físicas relevantes da EOS da matéria da estrela de nêutrons exigem que os parâmetros de acoplamento envolvendo os mésons  $\delta$  e  $\rho$  com os núcleons devem ser vinculados de tal maneira que os valores empíricos da simetria nuclear sejam preservados.

Os campos  $\delta$  em particular conduzem a uma separação definitiva entre as massas efetivas dos prótons e dos nêutrons, e esta característica influencia as condições de estabilidade da estrela de nêutrons: a EOS torna-se sutilmente rígida e a massa máxima da estrela de nêutrons aumenta para fortes acoplamentos do méson  $\delta$ . Contudo, a constante de acoplamento do méson  $\delta$  com os núcleons não é muito bem determinada [59]. Um método para sua obtenção é ajustá-la ao potencial de troca de um bóson (one-boson-exchange) no espalhamento núcleon-núcleon.

### 1.2.4 Novo Estado Ressonante no Setor Escalar-Isovetorial

É importante ressaltar que os valores esperados dos campos dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$  praticamente exaurem, na densidade de saturação, a parte mais relevante da interação efetiva  $NN$ . Ainda assim, uma generalização desta formulação, mesmo restrita, particularmente, à região de densidades em que ocorre a saturação nuclear, deve considerar, em bom acordo com a condição de naturalidade, os campos  $\rho$  e  $\delta$ . Ademais, ao considerarmos um modelo para a matéria nuclear a mais altas densidades em presença do octeto bariônico fundamental, que descreva de maneira consistente a estrutura de estrelas de nêutrons e de pulsares, devemos incorporar adicionalmente os mésons  $\sigma^*$  e  $\phi$ .

Vasconcellos e colaboradores [60, 61] descobriram uma nova forma de realização da simetria quiral no setor de interação  $\pi NN$  que induz a presença de um novo estado ressonante  $\pi\pi$  de natureza escalar-isovetorial, ao qual os autores representam por  $\varsigma$ . O modelo proposto engloba e expande o escopo do modelo  $\sigma$  linear convencional. Este novo estado ressonante se comporta como um *membro da família do méson  $\sigma$* , portanto com valor de massa da ordem de  $600 \text{ MeV}$  *levantando a degenerescência de isospin deste ramo da família*. A possibilidade da existência dessa nova ressonância na matéria nuclear resultaria da composição quiral de dois píons, com números quânticos equivalentes aos do méson  $\delta$ , ou seja uma ressonância que corresponderia a uma

*componente escalar-isovetorial* no setor mesônico cujo valor de massa seria porém da ordem da massa do méson  $\sigma$ .

Embora nunca tenha sido experimentalmente observado, a motivação para a suposição da existência desse estado ressonante escalar-isovetorial leve está fundamentada em dois aspectos: a) um dilema associado à anomalia Nolen-Schiffer, cuja solução, ainda que em nível parcial, indicaria ou a existência de um estado ressonante, ou a amplificação da amplitude do próprio méson  $\delta$ , b) a inexistência de predições teóricas, baseadas em uma transformação quiral convencional, que demonstrem a viabilidade de um estado ressonante com tais características.

Portanto, a existência de tal méson ressonante contém elementos que se inserem no contexto do que se denominaria *suposição científica*. Christian de Duve, prêmio nobel de biologia, em sua obra *Poeira Vital*, ao se referir à temática da *suposição na ciência*, ensina: *a verdadeira questão é se há evidência inquestionável para fundamentar uma suposição científica*. E ao examinarmos os dilemas acima apresentados, nos parece inquestionável que há evidências que sustentam a suposição de sua existência.

### 1.3 Proposta da Tese

A proposta deste trabalho é utilizar uma *formulação lagrangiana com acoplamento derivativo* desenvolvida por Razeira e Vasconcellos [62] para estudar a combinação de efeitos das presenças do condensado de antikáons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  no estado fundamental (considerando o momento dos anti-káons como zero), e do condensado de mésons escalares-isovetoriais  $\delta$  e  $\zeta$  na equação de estado da matéria nuclear à temperatura zero com nêutrons e prótons, mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e os léptons elétron e múon. Além disso, nesta tese desejamos estudar as propriedades da transição de fase para a matéria hadrônica, que engloba todas as espécies acima listadas menos os condensados de antikáons, para a chamada *fase pura do condensado de antikáons*, com as referidas espécies mais os antikáons.

Na formulação lagrangiana supra-citada, que ao longo do trabalho chamaremos modelo RV (MRV), o espaço de fase dos campos mesônicos é *exaurido*, como afirmamos anteriormente, por meio de um tratamento perturbativo que apresenta expressivo grau de consistência com o conceito de *naturalidade*, e além dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ , esta formulação incorpora exatamente através deste conceito o setor escalar-isovetorial com o méson  $\delta$  e o estado ressonante leve  $\zeta$ . Apresentaremos ao longo desta tese o embasamento teórico do modelo RV que envolve um estudo de sua aplicação em um contexto de equilíbrio beta generalizado, incorporando, além das partículas mencionadas no parágrafo anterior, os híperons e os mésons estranhos  $\sigma^*$  e  $\phi$ .

Porém, embora reconhecendo a importância dos híperons, o mote principal desta tese é o estudo dos efeitos puros dos condensados dos estados de onda-*s* dos antikáons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  sobre a matéria nuclear, portanto, trabalharemos com a matéria hadrônica ordinária somente, ou seja, núcleons, elétrons, múons e os antikáons  $K^-$  e  $K^0$ , interagindo através da troca de mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\zeta$ .

Frente às incertezas da intensidade do acoplamento entre antikáons e mésons, e em especial, no setor escalar-isovetorial, também propomos um estudo de parâmetros de acoplamento da interação forte. Além da intensidade de acoplamento káon-delta usual,

baseada na contagem de quarks, testamos outras possibilidades de intensidades deste tipo de acoplamento.

A proposição deste trabalho se mostra importante no desenvolvimento de técnicas para levar-se em conta, na descrição de propriedades da matéria nuclear, vários vínculos novos, introduzidos pelas recentes análises de propriedades macroscópicas observadas de estrelas de nêutrons.

A tese está organizada da seguinte forma:

No capítulo 2, apresentamos o modelo teórico da matéria nuclear chamado *modelo do gás de Fermi*, a semente dos estudos [8] da dita matéria nuclear infinita, sistema que serve de aproximação para a abordagem de estrelas compactas.

No capítulo 3 é apresentado o formalismo Newtoniano e da Reatividade Geral para obtenção do equilíbrio hidrostático da matéria nuclear infinita e formação de estrelas compactas (anãs brancas e estrelas de nêutrons); enfatizamos nesta parte do texto uma análise de estrelas politrópicas de modo a facilitar a compreensão da existência de uma massa limite para objetos compactos, como mostrou pioneiramente Chandrasekhar [63]; posteriormente, discutimos a formulação teórica desenvolvida por J. R. Oppenheimer e G. W. Volkoff [41] (1939) com vistas à determinação de propriedades globais de estrelas de nêutrons, com base na Teoria da Relatividade Geral [64]; são apresentadas então as principais propriedades das estrelas de nêutrons. Encerramos este capítulo com uma breve descrição de uma estrela de nêutrons a partir de um modelo de gás de Fermi relativístico.

No capítulo 4 é discutido mais detalhadamente os aspectos formais associados aos principais modelos relativísticos para estrelas de nêutrons, começando pelo pioneiro modelo de Walecka (QHD I), que a partir de um lagrangiano com campos mesônicos e nucleônicos possibilita a obtenção de resultados para a massa efetiva do núcleon, a incompressibilidade da matéria nuclear e os potenciais escalar e vetorial; e, para uma melhor descrição da energia de simetria da matéria nuclear, introduz-se o méson vetorial-isovetorial  $\rho$  (modelo QHD II); apresentamos, na sequência, os modelos QHD alternativos de Boguta-Bodmer e Zimanyi-Moskowsky (ZM); por fim, abordamos o formalismo de Glendenning para a introdução do octeto bariônico fundamental, via equilíbrio químico.

No capítulo 5 é apresentada mais profundamente a idéia do conceito de *naturalidade* e o embasamento teórico à proposição da nova ressonância escalar-isovetorial leve  $\varsigma$  [60].

No capítulo 6 é apresentado o formalismo do modelo de Zimanyi-Moskowsky modificado desenvolvido por Razeira e Vasconcellos [62], que incorpora todo o octeto bariônico fundamental: nêutrons, prótons,  $\Lambda$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Xi^0$ , interagindo através dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega, \rho$ ,  $\delta$ ,  $\varsigma$ , mais os mésons estranhos  $\sigma^*$  e  $\phi$ , além do setor leptônico: elétrons, múons. Aplicamos este modelo ao cenário de uma estrela de nêutrons em equilíbrio- $\beta$  generalizado para a temperatura  $T = 0$ . São apresentados também alguns resultados de propriedades de estrelas de nêutrons.

No capítulo 7 são considerados os káons e o formalismo para a introdução de seu estado fundamental (de onda- $s$ ) ao modelo RV. É apresentado o argumento para a não utilização dos híperons nesta tese. Na sequência é desenvolvido o formalismo do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  para a temperatura  $T = 0$ , para descrever uma fase da matéria hadrônica: nêutrons, prótons, interagindo através dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega, \rho$ ,  $\delta$ ,  $\varsigma$ , além do setor leptônico: elétrons, múons; e para descrever uma fase

que chamaremos *fase pura do condensado de anti-káons* contendo além das partículas da fase hadrônica acima citadas os antikáons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  em estado de momentum linear  $k_K = 0$ . São colocados os critérios de Gibbs para a transição de uma fase para a outra. Realizamos um breve estudo sobre possibilidades para a intensidade da constante de acoplamento do méson  $\delta$  com os káons, a partir do qual determinamos o acoplamento que utilizamos para obter os resultados. Apresentamos os resultados do Modelo RV para a Equação de Estado (EOS) da estrela de nêutrons com o condensado de anti-káons, bem como resultados associados a outros aspectos da matéria nuclear como limiar de densidade bariônica para o surgimento do condensado de anti-káons, a massa efetiva do núcleon, a distribuição de carga elétrica em função da fração de volume  $\chi$  (parâmetro que regula a fase mista que surge na transição de fase da matéria nuclear sem o condensado de anti-káons para a matéria nuclear com o condensado de anti-káons); bem como aspectos globais da estrela de nêutrons, como a relação massa x raio estelar, o *redshift gravitacional*, a distribuição das populações de partículas em função do raio estelar, entre outros.

No capítulo 8 são apresentados os resultados do Modelo RV para a fração de assimetria entre prótons e nêutrons na matéria nuclear com a presença do condensado de anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$ , com ênfase na abrupta curva de simetrização das populações de prótons e nêutrons, provocada pela presença dos anti-káons. São também apresentados os resultados do Modelo RV para o resfriamento estelar via processo URCA relativístico, enfatizando a influência da fração de assimetria entre prótons e nêutrons na taxa de resfriamento e emissividade de neutrinos na estrela de nêutrons, e enfatizando também o comportamento da emissividade de neutrinos dentro da fase mista entre a matéria nuclear ordinária e a matéria com condensado de anti-káons.

No capítulo 9 são apresentadas as conclusões do trabalho e perspectivas para novos trabalhos a partir do que foi realizado.

No apêndice A, é apresentado o conjunto de unidades adotadas neste trabalho.



# Capítulo 2

## Matéria Nuclear Densa

Estrelas de nêutrons, como será mais detalhadamente abordado no próximo capítulo, são estados ligados altamente densos de muitos corpos (bárions, mésons e léptons), em equilíbrio hidrostático e cuja energia de ligação é devida, fundamentalmente, a um balanço delicado entre a força da gravidade, a força nuclear e a pressão quantum-mecânica de degenerescência. Neste sentido a força nuclear, por si só, não poderia produzir a ligação destes sistemas, embora seja a força de maior intensidade encontrada na natureza, exatamente devido ao seu caráter de curto alcance (da ordem de poucos *fermi*). A força gravitacional, embora de menor intensidade do que a força forte nuclear, tem longo alcance e é composta ademais somente por componentes atrativas, diferentemente da força forte nuclear que apresenta componentes atrativas (de mais longo alcance,  $\sim 1 - 2$  *fermi*) e repulsivas (de mais curto alcance,  $\leq 0,4$  *fermi*). Para fins de introdução ao tema, estudaremos inicialmente as propriedades de um sistema nuclear denso cuja pressão repulsiva, para contrabalançar a gravidade, será apenas a pressão quantum mecânica de degenerescência. Consideramos o formalismo do modelo de gás de Fermi relativístico.

### 2.1 Matéria Nuclear no Limite de Saturação

Dentre as propriedades de saturação da matéria nuclear a altas densidades destacam-se: a) a energia de ligação e a densidade de saturação que normalizam a equação de estado em um ponto do plano densidade-energia; b) o módulo de compressão  $K$  e a massa efetiva  $M^*$  do núcleon que garantem a correção da extrapolação dos tratamentos formais para as altas densidades na vizinhança da saturação; c) o coeficiente de energia de simetria de isospin que garante extrapolações para sistemas de isospin assimétricos (dos quais a matéria da estrela de nêutrons é um extremo). Na busca de um formalismo que congregue todas estas propriedades e sirva de base para uma teoria da matéria nuclear a altas densidades, apresentaremos a seguir o modelo de gás de Fermi simples da matéria nuclear densa. O estado fundamental do modelo de gás de Fermi é um estado degenerado consistindo de todos os níveis de momentum linear das partículas preenchidos até o momentum de Fermi.

### Fórmula Semi-Empírica de Massa, Modelo da Gota Líquida

Nossa descrição da matéria nuclear densa abordará inicialmente as propriedades da matéria nuclear simétrica na densidade de saturação, i.e. a densidade na qual a matéria poderia permanecer estática se não for perturbada [13]. Matéria uniforme infinita é uma idealização; contudo apresenta muitas propriedades relacionadas àquelas de núcleos finitos. A fórmula semi-empírica de massa desenvolvida por Weizsacker [65]

$$B(Z, A) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 Z^2 A^{-1/3} - a_4 (A - 2Z)^2 A^{-1} - \delta(Z, N). \quad (2.1)$$

demonstra a idéia fundamental do modelo que é a de caracterizar a energia de um núcleo por seu número de massa  $A$  e seu número de prótons  $Z$ . O raio nuclear é dado no modelo de gota líquida por  $R = r_0 A^{1/3}$ , onde  $r_0$  é uma constante.

### Energia de Ligação

Então, seguindo o desenvolvimento que conduz à fórmula de Weizsacker, a energia de ligação de um núcleo com  $Z$  prótons e  $N$  nêutrons é determinada por meio de

$$B(Z, N) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z(Z - 1) A^{-1/3} - a_A (Z - N)^2 A^{-1} - \delta(Z, N), \quad (2.2)$$

sendo os seguintes os parâmetros livres da fórmula (a serem determinados fenomenologicamente):  $a_V$ , termo de volume;  $a_S$ , termo de superfície;  $a_C$ , termo Coulombiano;  $a_A$ , termo de assimetria e  $\delta$ , termo de pareamento.

Utilizando-se a definição da energia de ligação nuclear,  $B(Z, N)$ , de um núcleo com massa  $M(Z, N)$

$$M(Z, N) = ZM_p + NM_n - B(Z, N), \quad (2.3)$$

onde  $M_p$  e  $M_n$  representam as massas dos prótons e dos nêutrons, podemos expressar a fórmula semi-empírica na forma

$$M(Z, N) = ZM_p + NM_n - a_V A + a_S A^{2/3} + a_C Z(Z - 1) A^{-1/3} + a_A (A - 2Z)^2 A^{-1} + \delta(Z, N). \quad (2.4)$$

O significado físico dos distintos termos desta expressão pode ser sintetizado no que segue. Os dois primeiros termos descrevem o fato de que a massa nuclear consiste, primordialmente, da soma das massas de seus constituintes, os prótons e os nêutrons. Evidentemente, os termos adicionais da fórmula semi-empírica devem caracterizar correções às predições teóricas dos termos precedentes, correções estas devidas aos efeitos da ligação nuclear.

A explicação da presença do terceiro termo da fórmula,  $a_V A$ , conhecido como *termo de volume*, é baseada na observação de que a densidade nuclear ( $\rho = A/V$ ), em uma primeira aproximação, é praticamente independente do número de massa,  $A$ . Isto indicaria que a densidade nuclear obedece à relação aproximada

$$\rho = \frac{A}{V} \sim \text{constante}, \quad (2.5)$$

que leva a  $V \sim A$ . Ao considerarmos, por simplicidade, um núcleo esférico de raio  $R$ , então seu volume seria dado por  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ . Combinando-se esta equação com a

anterior, que expressa o fato da densidade nuclear ser aproximadamente constante, obtém-se a relação a seguir para o raio nuclear em função do número de massa  $A$ :

$$\rho = \frac{A}{V} \sim A \left( \frac{4\pi R^3}{3} \right)^{-1} \sim \text{constante} \rightarrow R \sim r_0 A^{1/3}, \quad (2.6)$$

em que  $r_0$  é uma grandeza que independe de  $A$ . Neste contexto, o núcleo comportar-se-ia como um gás incompressível de partículas nucleares. O termo  $a_V$  caracteriza assim o fato de que, quanto maior o número de partículas no sistema, maior o número de interações (ligações) possíveis entre elas e, conseqüentemente, maior o valor da energia de ligação do sistema<sup>1</sup>. E uma vez que o número de partículas do sistema é aproximadamente proporcional ao volume nuclear, a contribuição deste termo é proporcional a  $A$ . Por outro lado, como visto anteriormente, quanto maior o valor absoluto da energia de ligação nuclear, menor a massa do sistema. Por esta razão, este termo aparece com o sinal negativo na fórmula semi-empírica.

A contribuição seguinte, dada pelo termo de superfície, indica que os núcleons situados na superfície do núcleo apresentam uma contribuição menos relevante para a energia de ligação nuclear, sendo esta redução parametrizada pelo *termo de superfície*  $a_S A^{2/3}$  (a área superficial nuclear  $S$  obedece a relação  $S \sim A^{2/3}$ ). Isto porque, um núcleon situado na superfície nuclear interage, na média, com uma quantidade menor de núcleons do que outro localizado na parte mais interna do núcleo.

Então segue-se o quinto termo, que caracteriza a presença da repulsão coulombiana entre os prótons nucleares, que também reduz a energia de ligação, ocasionando com isto a elevação da massa nuclear, contribuição esta parametrizada pelo *termo Coulombiano*<sup>2</sup>  $a_C Z(Z-1)A^{-1/3}$ .

A contribuição do termo seguinte indica um efeito puramente quantum mecânico: de que o sistema nuclear é tanto mais estável quanto mais próximo estiver da situação perfeitamente simétrica em termos do número de partículas, isto é,  $N = Z$ . Este termo, parametrizado na forma  $a_A (A - 2Z)^2 A^{-1}$ , é conhecido como *termo de assimetria*, e sua origem tem como base o Princípio de Exclusão de Pauli, que estabelece, como vimos anteriormente, que dois férmions não podem ocupar simultaneamente os mesmos estados quânticos de energia. Assim, segundo o Princípio de Pauli, à medida em que núcleons são adicionados a um sistema nuclear, estas partículas devem ocupar os estados de energia não ocupados por outras. Os distintos níveis de energia em um núcleo vão sendo assim ocupados progressivamente, à medida em que cresce o número de núcleons, dos estados nucleares caracterizados por valores mais baixos de energia àqueles com valores mais altos. Prótons e nêutrons, sendo tipos diferentes de partículas, ocupam distintos estados quânticos de energia, tal que se pode identificar distintas

<sup>1</sup>É importante ressaltar que, se cada núcleon interagisse com cada um dos demais núcleons do sistema, este termo deveria depender de  $A$  na forma  $A(A-1)$ , ou seja deveria ser proporcional ao número de pares de núcleons do sistema. Ao adotar-se a expressão para o termo de volume na forma  $a_V A$ , é feita a suposição, fenomenologicamente observada, de que a força nuclear apresenta caráter de *saturação*, o que implica que cada núcleon interage somente com seus mais próximos vizinhos. É também importante observar que o caráter de saturação independe do fato da força forte nuclear ser considerada uma força de curto alcance. Isto porque a região que define o volume de saturação nuclear tem dimensões menores do que aquele que corresponde à região que caracteriza o alcance da força nuclear.

<sup>2</sup>É importante notar, neste caso, que o *termo Coulombiano* é proporcional ao número de pares de prótons do sistema nuclear, ou seja,  $Z(Z-1)$ .

estruturas de níveis de energia, uma para os prótons,  $E_p$ , e outra para os nêutrons,  $E_n$ . No caso em que houver uma quantidade significativamente maior de nêutrons do que de prótons em um núcleo, alguns dos nêutrons ocuparão estados de energia mais altos do que os níveis de energia disponíveis aos prótons. Assim, se pudermos transformar alguns dos nêutrons em prótons, transferindo as partículas correspondentes do sistema de níveis  $E_n$  para a configuração de níveis  $E_p$ , a energia fundamental do sistema sofreria expressivo decréscimo. Esta é então a origem do *termo de assimetria*.

E por fim, o último termo,  $\delta$ , denominado de *termo de pareamento*, que caracteriza a observação empírica de que um sistema nuclear com um número par de prótons ou nêutrons é mais estável do que um sistema composto por quantidades ímpares destas partículas. Esta observação empírica parametriza os efeitos do acoplamento spin-órbita nuclear. Devido ao Princípio de Exclusão de Pauli, os estados orbitais de energia são minimizados no caso em que o número de prótons com *spin up* for igual ao número de prótons com *spin down*. O mesmo raciocínio é válido para os nêutrons. Por fim, é importante salientar que uma fórmula semi-empírica, pela sua própria concepção, onde predominam aspectos de natureza mais universal, descreve apenas comportamentos médios de determinadas grandezas nucleares. Neste sentido, seria de se esperar a ocorrência, e assim tem sido observado, de desvios sistemáticos importantes em suas previsões. Ainda assim, a fórmula semi-empírica de massa tem seu lugar assegurado no estudo de características globais da matéria nuclear pela sua simplicidade formal aliada ao fato de possibilitar avaliações preliminares de grandezas nucleares relevantes. Evidentemente, a determinação mais precisa destas grandezas torna necessária a adoção de modelos mais consistentes, tanto do ponto de vista formal quanto fenomenológico<sup>3</sup>.

A base teórica da formulação é o conhecido modelo da gota líquida do qual origina-se a maior parte dos termos e as estimativas dos valores dos coeficientes que a compõem. A fórmula de Weiszacker fornece uma boa aproximação para os valores das massas e da energia de ligação nucleares, além de outros efeitos, mas não explica, por exemplo, o aparecimento dos números mágicos e do desdobramento spin-órbita de energia, bem como outros aspectos, de natureza mais complexa, da estrutura nuclear.

Tanto o núcleo atômico quanto a matéria nuclear são sistemas saturáveis. Saturação significa que, quanto mais núcleons são adicionados ao núcleo depois de um determinado valor a densidade central tende a permanecer constante. Podemos escrever a energia de volume de um núcleo como a densidade de energia da matéria simétrica na densidade normal,  $\epsilon_0$ , vezes o volume nuclear. Isto poderia ser modificado devido ao fato empírico de que núcleos com números de nêutrons,  $N$ , próximos aos números de prótons,  $Z$ , são mais fortemente ligados do que seus vizinhos, uma vez que a repulsão coulombiana para  $Z$  crescente desloca o valor mínimo de energia. A condição da estabilidade beta em particular enfatiza a preferência pela simetria de isospin da força nuclear.

Finalmente, reunindo todas as contribuições citadas podemos escrever a massa total do núcleo aproximadamente como

$$M(Z, A) = A \left[ \frac{4}{3} \pi r_0^3 \epsilon_0 + a_{sim} \left( \frac{N - Z}{N + Z} \right)^2 \right] + 4 \pi r_0^2 A^{2/3} \epsilon_{superf} + \frac{3}{5} \frac{e^2 Z^2}{r_0 A^{1/3}} . \quad (2.7)$$

<sup>3</sup>Maiores detalhes sobre a fórmula semi-empírica de massa podem ser encontrados na Ref. [66]. Mas um conjunto importante de valores dos parâmetros da fórmula semi-empírica pode ser encontrado, por exemplo, na Ref. [67].

sendo,  $a_{sim}$  o coeficiente da energia de simetria.

A energia de ligação por núcleon,  $B/A$  é uma série de várias potências de  $1/A$  incluindo a potência zero. Porém, no limite de saturação, apenas o termo de volume (o termo constante em  $B/A$ ) sobrevive. Neste limite, a energia por núcleon da matéria nuclear simétrica e infinita e o coeficiente da energia de simetria assumem valores:

$$B/A = -16.3 \text{ MeV}, \quad a_{sim} = 32.5 \text{ MeV}. \quad (2.8)$$

O parâmetro  $r_0 = 1.16 \text{ fm}$  na relação entre o raio nuclear  $R = r_0 A^{1/3}$  e o número atômico do sistema é obtido por meio da análise do espalhamento elétron-núcleo ou do espalhamento nêutron-núcleo em termos das distribuições de densidade.

O valor de equilíbrio da densidade de núcleons está relacionado com  $r_0$  por

$$\rho_0 = [(4\pi/3)r_0^3]^{-1} = 0.153 \text{ fm}^{-3}. \quad (2.9)$$

Em termos de uma equação de estado  $\epsilon(\rho)$ , a energia de ligação por núcleon está vinculada aos valores de equilíbrio da densidade de energia de saturação  $\epsilon_0$  e a densidade bariônica  $\rho_0$  por

$$\frac{B}{A} = (\epsilon/\rho)_0 - M. \quad (2.10)$$

O subscrito 0 denota o cálculo na densidade de saturação da matéria nuclear e  $M = 938.93 \text{ MeV} = 4.76 \text{ fm}^{-1}$  é a média da massa dos prótons e nêutrons. Assim, encontramos para a densidade de energia na saturação:

$$\epsilon_0 = 141 \text{ MeV/fm}^3. \quad (2.11)$$

Um parâmetro importante no tratamento formal é o momentum de Fermi, comum para nêutrons e prótons na matéria nuclear simétrica saturada.

$$\rho_0 = 4 \int_0^{k_F} \frac{dk}{(2\pi)^3} = \frac{2k_F^3}{3\pi^2}, \quad (2.12)$$

onde 4 é a degenerescência de spin-isospin dos estados de momenta lineares do núcleon e sendo  $k_F = 1.31 \text{ fm}^{-1}$  [13].

A energia de ligação por núcleon e a densidade de núcleons na densidade de saturação servirão de vínculos para fixar duas constantes de acoplamento da teoria.

Ao pensarmos na matéria nuclear infinita, eletricamente neutra e, em uma primeira aproximação, composta apenas de nêutrons, ela terá consequentemente uma alta assimetria de isospin. Por outro lado, o curto alcance da força nuclear junto com a energia de Fermi dos bárions faz com que estes se estabilizem em configurações simétricas de isospin. Então, a condição de neutralidade de carga exige o preço de uma energia alta de isospin. Da equação (2.7) o coeficiente de energia de simetria está relacionado com a equação de estado por

$$a_{sim} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2(\epsilon/\rho)}{\partial t^2} \right)_{t=0}, \quad t \equiv (\rho_n - \rho_p)/\rho. \quad (2.13)$$

A densidade de energia e a densidade bariônica devem estar expressas em termos de  $k_n$  e  $k_p$ , os momenta de Fermi do nêutron e do próton, respectivamente.

## Módulo de Compressão

O módulo de compressão  $K$ , que define a curvatura da equação de estado  $\epsilon(\rho)/\rho$  na densidade de saturação, isto é, caracteriza a *resistência* do sistema nuclear a uma compressão externa de caráter uniforme, é outro importante fator no tratamento formal de sistemas nucleares. O valor de  $K$  será refletido no comportamento a altas densidades da equação de estado, mas não unicamente neste. A altas densidades, a equação de estado é geralmente caracterizada como rígida ou suave, termos que se referem ao fato dela aumentar (ou não) rapidamente com  $\rho$ . Quanto maior a curvatura (aumento mais rápido com  $\rho$ ) mais rígida é a equação de estado. Quanto menor a curvatura da EOS menos rígida é a equação de estado. O comportamento desta curvatura influenciará diretamente na massa máxima da estrela de nêutrons: maior rigidez em sua equação de estado significa que a estrela poderá suportar uma massa máxima maior.

Evidentemente, uma melhor compreensão da natureza da compressibilidade nuclear de uma estrela de nêutrons pressupõe o entendimento dos pontos de contacto entre os modelos que descrevem propriedades de núcleos finitos e o conceito de matéria nuclear. Isto porque, como veremos a seguir, o conceito de matéria nuclear é um conceito abstrato, construído a partir de uma situação limite imposta a modelos de núcleos finitos. Neste sentido, torna-se importante lembrar inicialmente que, desprezando-se efeitos de auto-interação, a energia coulombiana de um sistema de prótons e nêutrons confinados em um núcleo esférico, *incompressível*, de raio  $R$ , uniformemente carregado, é dada por

$$\frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{r_0 A^{1/3}}. \quad (2.14)$$

Ao se comparar esta expressão com o termo de volume que representa a contribuição preponderante dentre as correções devidas à energia de ligação apresentadas na fórmula semi-empírica de massa, o limite de estabilidade nuclear deve satisfazer a desigualdade [34, 67]

$$\frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{r_0 A^{4/3}} < 15,68 \text{ MeV}. \quad (2.15)$$

Utilizando-se o valor experimental  $r_0 = 1,07 \text{ fm}$ , obtemos, desta condição

$$\frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} < 25. \quad (2.16)$$

Este resultado foi o motivador da criação de um modelo que descreve um sistema hipotético, a assim denominada *matéria nuclear*, que corresponde a considerar-se o limite  $A \rightarrow \infty$  na fórmula semi-empírica de massa. Assim, matéria nuclear refere-se a um sistema hipotético que contempla uma quantidade infinita de núcleons — nêutrons e prótons — em que somente a interação nuclear está presente, sendo portanto a interação coulombiana *desligada* no limite  $A \rightarrow \infty$  (o termo coulombiano da fórmula semi-empírica de massa é nulo neste limite). Ademais, as massas dos nêutrons e dos prótons tornam-se, nestas condições, idênticas, de acordo com as predições da Eletrodinâmica Quântica em que a carga elétrica é o fator responsável pela diferença de massa destas partículas. E, como citamos anteriormente na introdução deste trabalho, as estrelas de nêutrons são representadas como compostas, fundamentalmente, por porções macroscópicas da *matéria nuclear assimétrica e infinita*, designação associada à essa

concepção idealizada de sistemas de muitos bárions interagentes. Apesar de aparentemente inusitado, o termo *infinito* se aplica, na prática, bastante bem a uma estrela de nêutrons, já que estes sistemas contém cerca de  $10^{58}$  bárions.

Utilizando-se o modelo da gota líquida, pode-se escrever, de maneira similar à fórmula semi-empírica de massa, uma formulação, também de caráter semi-empírico, para a compressibilidade de sistemas nucleares finitos na forma

$$K = K_v + K_s A^{-1/3} + K_c Z(Z - 1)A^{-4/3} + K_a (Z - N)^2, \quad (2.17)$$

onde o significado dos termos é similar ao caso da fórmula semi-empírica de massa, levando-se em conta, nesta expressão, que o termo de superfície,  $K_s A^{-1/3}$ , caracteriza a *resistência* do sistema nuclear finito à tensão superficial. No limite em que  $A \rightarrow \infty$ , a formulação semi-empírica de compressibilidade possibilita, similarmente ao que ocorre com a fórmula semi-empírica de massa, a descrição de propriedades globais estáticas da matéria nuclear. No caso em que consideramos, em uma primeira aproximação, a descrição de propriedades de um núcleo finito com densidade constante (*absolutamente incompressível*), a *resistência* deste núcleo à compressão externa seria *infinita*. O mesmo aconteceria no caso de adotarmos, como uma primeira aproximação na descrição de propriedades globais de estrelas de nêutrons, um sistema com densidade bariônica ou densidade de energia constante. Evidentemente, casos realísticos correspondem a sistemas nucleares com graus finitos de compressibilidade.

Os valores tradicionalmente aceitos para o módulo de compressão se concentram no domínio 200 – 300 MeV, embora recentes evidências fornecidas por uma grande quantidade de dados nucleares sugerem o valor de  $K = 234$  MeV como preferido [68]. O módulo de compressão se relaciona com a equação de estado na forma [34]:

$$K = \left[ k^2 \frac{d^2}{dk^2} \left( \frac{\epsilon}{\rho} \right) \right]_{k=k_F} = 9 \left[ \rho^2 \frac{d^2}{d\rho^2} \left( \frac{\epsilon}{\rho} \right) \right]_{\rho=\rho_0}. \quad (2.18)$$

### Massa Efetiva do Núcleon

Finalmente, o comportamento da massa efetiva do núcleon na matéria nuclear também representa uma grandeza física relevante. Ela desempenha, como o módulo de compressão, um papel fundamental no comportamento da equação de estado a altas densidades [69]. Isto se deve ao fato da equação de estado conter a soma  $[k^2 + M^*(k_F)]^{1/2}$  sobre os estados de momentum do núcleon que estão abaixo do momentum de Fermi  $k_F$  na densidade considerada (que não necessariamente precisa ser a densidade de saturação). A quantidade  $M^*(k_F)$  é a massa efetiva do núcleon no meio nuclear e depende do momentum de Fermi, ou equivalentemente da densidade de matéria nuclear. Por essa razão, a soma acima influenciará a suavidade da equação de estado e portanto, tal como  $K$ , terá uma conexão direta com a massa máxima que a equação de estado pode suportar contra a compressão da gravidade.

A massa efetiva do núcleon na densidade de saturação não é precisamente conhecida. Os valores da componente isoescalar mesônica de campo médio podem ser extraídos de uma análise não-relativística do espalhamento de nêutrons pelo núcleo de *Pb* e que se encontram no domínio [70]

$$M_S^*/M \approx 0.74 \quad a \quad 0.82. \quad (2.19)$$

Esta não é a massa efetiva (do núcleon) de Dirac ( $M_D^*$ ) que aparece na teoria de campos nuclear. Ela pode ser identificada como aproximadamente a massa efetiva (do núcleon) de Landau ( $M_L^*$ ), que se relaciona com a massa efetiva de Dirac da teoria de campos nuclear através de

$$M_S^* \approx M_L^* = \left( \frac{k}{\partial\epsilon(k)/\partial k} \right)_{k_F} = (M_D^{*2} + k_F^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.20)$$

onde

$$M_D^* \equiv M^*(k_F)$$

é a massa efetiva do núcleon.

Um notável fato é que, a despeito da forte interação entre os núcleons no vácuo, o núcleo se comporta na região de saturação (em boa aproximação) como se estivesse formado por núcleons quase independentes movendo-se no chamado *campo médio* de interações mesônicas. Isto se explica por um intrincado jogo entre o princípio de exclusão de Pauli, a interação repulsiva de curto alcance entre os núcleons e a moderada intensidade da parte atrativa desta interação [71].

## 2.2 Modelo do Gás de Férmis

Vamos expôr a seguir alguns dos princípios envolvidos em qualquer cálculo que diga respeito à estrutura de uma estrela compacta, seja ela estrela de nêutrons ou anã branca. Consideremos uma idealização em que as estrelas compactas fazem parte de uma sequência de formação conduzida por uma equação de estado 'simples'. Esta equação de estado descreve um gás de nêutrons, prótons e elétrons não interagentes cuja proporção para a densidade bariônica seja tal que o gás tenha sua mais baixa energia possível. Tal situação é chamada de equilíbrio beta. Os nêutrons não sofrem decaimento beta nem reação inversa (captura de um elétron por um próton). Portanto, a energia mínima está sujeita à condição de neutralidade de carga do gás.

Uma vez que nêutrons, prótons e elétrons são férmions (partículas de spin semi-inteiro), e obedecem ao princípio de exclusão de Pauli, existe no sistema apenas um férmion por estado quântico; temos então o chamado gás ideal de Fermi degenerado. Significa que todos os estados quânticos, até um nível de energia chamado nível de Fermi, são ocupados. Somando os estados de ocupação, que na ausência de interações são auto-estados de momentum linear, temos que

$$\frac{1}{L^3} \sum_{\mathbf{k}} \dots \rightarrow \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \dots = \frac{1}{2\pi^2} \int k^2 dk \dots, \quad (2.21)$$

onde  $k = |\mathbf{k}|$  é o número de onda. O momentum de uma partícula  $p$  e o número de onda são relacionados por:  $p = \hbar k$ . Como estipulamos  $\hbar = c = 1$ , nos referimos a  $k$  como momentum (ou momentum linear). Sua unidade é o inverso do comprimento. Para cálculos numéricos é vantajoso converter unidades de massa em termos do inverso do comprimento dividindo-a por  $\hbar c = 197.33 \text{ MeV/fm}$ .

A premissa da degenerescência dos férmions é válida para baixas temperaturas (muito menores do que a energia de Fermi,  $T \ll E_F = (k_F^2 + M^2)^{1/2}$ ). Para elétrons,  $E_F > M_e = 0.511 \text{ MeV} \sim 6 \times 10^9 \text{ K}$  (como referência, a temperatura de uma anã branca está entre  $10^6$  a  $10^7 \text{ K}$ ). Portanto, a energia dos elétrons e, conseqüentemente, dos núcleons, facilmente satisfaz a condição de degenerescência.

Neste modelo, cada tipo de férmion do sistema (n, p, e) contribui para a densidade de energia, pressão e densidade fermiônica, de acordo com:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \sqrt{k^2 + M^2} k^2 dk; \\ p &= \frac{1}{3} \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^2}} k^2 dk; \\ \rho &= \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 dk,\end{aligned}\tag{2.22}$$

onde  $\gamma$  representa a degenerescência de cada estado de momentum. A degenerescência é igual a 2 para cada tipo de partícula, correspondendo às duas projeções de spin  $\pm 1/2$ . O limite superior da integração é o momentum de Fermi,  $k_F$ . De acordo com o tratamento das unidades que adotamos,  $\varepsilon$  e  $p$  podem ser convenientemente computados em unidades  $1/fm^4$ . Ambas as grandezas podem então ser convertidas para  $\text{MeV}/fm^3$  multiplicando-as por  $\hbar c$  ou outras unidades de conversão usando fatores de conversão adequados.

Verifica-se que a pressão interna do sistema obedece a relação termodinâmica

$$p = \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{\varepsilon}{\rho} \right).\tag{2.23}$$

## 2.2.1 Equilíbrio Químico

A possibilidade de expressarmos os potenciais químicos de  $n$  substâncias em equilíbrio em termos dos potenciais químicos de  $j$  componentes independentes (ou cargas conservadas) não está restrita apenas a partículas livres. Em geral o problema é encontrar o mínimo da energia livre de Gibbs,  $\Phi$  ( $\mu_i = (\partial\Phi/\partial N_i)_{P,T}$ ), sujeita às condições subsidiárias que expressam a conservação das componentes independentes (cargas).

Neste contexto, reações químicas do tipo



podem ser expressas como uma combinação linear simbólica destas componentes [7] na forma:

$$\sum_i \nu_i A_i = 0.\tag{2.25}$$

Por exemplo, na reação não reversível  $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$ , para os coeficientes, temos  $\nu_n = -\nu_p = -\nu_e = -\nu_\nu = 1$ .

Ao considerarmos variações infinitesimais do potencial de Gibbs

$$G \equiv G(p, T, N_i)$$

com respeito ao número de partículas ( $N_i$ ), à temperatura  $T$  e à pressão  $p$ , constantes, temos:

$$dG = \sum_i \left( \frac{\partial G}{\partial N_i} \right)_{T,p,N_{j \neq i}} dN_i . \quad (2.26)$$

Na temperatura de equilíbrio, a energia de Gibbs obedece a condição:

$$\sum_j \left( \frac{\partial G}{\partial N_j} \right)_{T,p,N_{j \neq i}} \frac{dN_j}{dN_i} = 0 , \quad (2.27)$$

com a razão  $dN_j/dN_i$  determinada pelas correspondentes reações químicas. Concomitantemente, se um elemento  $i$  sofre uma variação  $\bar{\nu}_i$ , os elementos restantes sofrerão uma variação  $(\bar{\nu}_i/\nu_i)\nu_j$  para manter a estequiometria da reação. Como resultado, temos  $dN_j/dN_i = \nu_j/\nu_i$ , e podemos escrever as condições do equilíbrio químico como

$$\sum_i \nu_i \mu_i = 0 , \quad (2.28)$$

onde o potencial químico do elemento  $i$ ,  $\mu_i$ , é definido como

$$\mu_i \equiv \left( \frac{\partial G}{\partial N_i} \right)_{T,p,N_{j \neq i}} . \quad (2.29)$$

Desta maneira observamos que o potencial químico obedece à equação simbólica (2.25), com a substituição de  $A_i$  por  $\mu_i$ .

Em geral, se uma reação química respeita um número de leis de conservação, o número de potenciais químicos independentes é igual ao número dessas leis. Na sequência consideraremos duas leis de conservação: da carga elétrica e do número bariônico. Neste caso podemos expressar estas leis, para uma reação química, como

$$\sum_i^N \nu_i q_{ei} = 0 \quad e \quad \sum_i^N \nu_i q_{bi} = 0 , \quad (2.30)$$

onde  $q_{ei}$  e  $q_{bi}$  denotam as cargas elétrica e bariônica do elemento  $i$ , respectivamente. E como neste caso temos  $N$  variáveis e duas equações, estamos aptos a expressar apenas dois coeficientes  $\nu_i$  em termos dos restante  $N - 2$ , que serão independentes:

$$\nu_1 q_{e1} + \nu_2 q_{e2} = - \sum_{i \neq 1,2}^N \nu_i q_{ei} , \quad (2.31)$$

$$\nu_1 q_{b1} + \nu_2 q_{b2} = - \sum_{i \neq 1,2}^N \nu_i q_{bi} . \quad (2.32)$$

E, como um exemplo, consideramos como elemento 1 o nêutron e como elemento 2 o elétron. Temos então  $q_{b1} = -q_{e2} = 1$ ,  $q_{b2} = q_{e1} = 0$ , e as equações acima tornam-se

$$\nu_n q_n = - \sum_{i \neq n,e}^N \nu_i q_{bi} , \quad (2.33)$$

$$\nu_e q_e = - \sum_{i \neq n, e}^N \nu_i q_{ei} . \quad (2.34)$$

Ao trocarmos as eqs. (2.33), (2.34) na eq. (2.28), encontramos

$$\sum_{i \neq n, e}^N \nu_i \mu_i = \sum_{i \neq n, e}^N (\mu_n q_{bi}) \nu_i - \sum_{i \neq n, e}^N (\mu_e q_{ei}) \nu_i . \quad (2.35)$$

Desde que  $\nu_i$  seja independente, a igualdade destas equações será verificada apenas quando os coeficientes forem iguais. Desta expressão, resulta então

$$\mu_i = q_{bi} \mu_n - q_{ei} \mu_e . \quad (2.36)$$

Ao considerarmos a contribuição de cada tipo de férmion ( $\gamma = 2$ ), encontramos para a densidade de energia, pressão e densidade fermiônica, as expressões

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= \frac{1}{4\pi^2} \left[ \bar{\mu}_i k_{F,i} (\bar{\mu}_i^2 - \frac{1}{2} M_i^2) - \frac{1}{2} M_i^4 \ln \left| \frac{\bar{\mu}_i + k_{F,i}}{M_i} \right| \right]; \\ p_i &= \frac{1}{12\pi^2} \left[ \bar{\mu}_i k_{F,i} (\bar{\mu}_i^2 - \frac{5}{2} M_i^2) + \frac{3}{2} M_i^4 \ln \left| \frac{\bar{\mu}_i + k_{F,i}}{M_i} \right| \right]; \\ \rho_i &= \frac{k_{F,i}^3}{3\pi^2}; \quad i = n, p, e, \end{aligned} \quad (2.37)$$

onde

$$\bar{\mu}_i = \sqrt{k_{F,i}^2 + M_i^2} \quad (2.38)$$

é a energia de Fermi de cada partícula.

Minimizando a densidade de energia total dos férmions,  $\varepsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_e) = \varepsilon(\rho_n) + \varepsilon(\rho_p) + \varepsilon(\rho_e)$  a uma densidade bariônica fixa,  $\rho_B = \rho_p + \rho_n$ , e impondo a condição de neutralidade de carga,  $\rho_e = \rho_p$ , via o método de multiplicadores de Lagrange [72], encontramos uma nova função

$$F(\rho_n, \rho_p, \rho_n) \equiv \varepsilon(\rho_n, \rho_p, \rho_n) + \alpha(\rho - \rho_n - \rho_p) + \beta(\rho_e - \rho_p) . \quad (2.39)$$

Pelas variações arbitrárias das densidades das três partículas do sistema estabelecemos que

$$\frac{\partial F}{\partial \rho_n} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \rho_p} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \rho_e} = 0, \quad (2.40)$$

onde usamos  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho_n} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \rho_n} = \sqrt{k_n^2 + m_n^2}$  para encontrar uma relação dos potenciais químicos com multiplicadores de Lagrange

$$\alpha = \sqrt{k_n^2 + M_n^2} \equiv \mu_n, \quad (2.41)$$

$$\alpha + \beta = \sqrt{k_p^2 + M_p^2} \equiv \mu_p, \quad (2.42)$$

$$-\beta = \sqrt{k_e^2 + M_e^2} \equiv \mu_e . \quad (2.43)$$

Eliminando os multiplicadores de Lagrange destas equações obtemos a expressão para o equilíbrio químico

$$\mu_p = \mu_n - \mu_e. \quad (2.44)$$

E, como  $\mu_e$  é o potencial químico do elétron, esta grandeza corresponde à unidade de carga elétrica negativa, enquanto  $\mu_n$  à unidade de carga bariônica sem carga elétrica.

A expressão de equilíbrio químico (2.44) ocorrerá muitas vezes com termos mais gerais. Isto garante que os níveis de energia das partículas sejam preenchidos até que nenhuma energia possa ser extraída do gás por um nêutron que sofre decaimento beta ou por um próton em um decaimento beta inverso, por exemplo. Percebe-se que os potenciais químicos dos três tipos de partículas podem ser expressos em termos de dois multiplicadores de Lagrange associados com leis de conservação, mais precisamente a conservação da densidade bariônica e a conservação de carga elétrica. Ou seja, das três componentes do sistema apenas duas são independentes.

Há uma maneira alternativa de derivar a relação do potencial químico para  $m$  substâncias em termos de substâncias com componentes independentes. Ela consiste em escrever todas as expressões para as possíveis transformações do potencial químico na forma  $\nu_i A_i$ , onde os  $\nu_i$  são positivos ou negativos, mas não necessariamente inteiros (quarks) e os  $A_i$  são os símbolos químicos. Troca-se então os símbolos químicos pelos potenciais químicos. Se várias transformações químicas são possíveis, há uma equação para cada transformação e as relações resultantes entre os potenciais químicos permitem expressar o potencial químico de cada elemento em termos das componentes independentes apenas.

Ao buscar o mínimo da energia total do sistema nuclear a uma densidade fixa, sujeita à neutralidade de carga, notamos que o momentum de Fermi dos núcleons e a densidade bariônica  $\rho$  estão relacionados por

$$\frac{1}{3\pi^2}(k_n^3 + k_p^3) = \rho. \quad (2.45)$$

A condição para a neutralidade de carga pode ser escrita como

$$k_p = k_e. \quad (2.46)$$

Estas duas equações junto com (2.44) podem ser usadas para determinar  $k_n$ ,  $k_p$  e  $k_e$ , tal que a energia é minimizada com respeito às condições impostas.

Suponhamos  $k_p = 0$ ; então

$$k_n^2 = (M_p + M_e)^2 - M_n^2 < 0, \quad (2.47)$$

onde o valor da massa do elétrons é tomado como  $m_e = 0.511$  MeV. Não há nenhuma solução real correspondente a equação (2.47), e concluímos que  $k_p$  é sempre finito. Tentando então a possibilidade  $k_n = 0$  encontramos

$$k_p^2 = \left( \frac{M_p^2 + M_n^2 - M_e^2}{2M_n} \right)^2 - M_e^2 = 1.4269 \text{ MeV}^2. \quad (2.48)$$

A densidade bariônica para este valor é

$$\rho = \frac{k_p^3}{3\pi^2} = 7.4919 \times 10^{-9} \text{ fm}^{-3}$$

e a correspondente densidade de energia é dada por

$$\varepsilon \sim \rho M_p = 3.56 \times 10^{-8} \text{ fm}^{-4} = 1.25 \times 10^7 \text{ g/cm}^3.$$

Um gás de Fermi eletricamente neutro em equilíbrio é igual a uma mistura de prótons e elétrons sem nenhum nêutron. Para este limiar de nêutrons temos então  $k_p = (3\pi^2\rho)^{1/3}$ ,  $k_e = k_p$ ,  $k_n = 0$ , sendo que a densidade de energia e pressão podem ser calculadas por (2.37).

Acima do limiar dos nêutrons, podemos utilizar a equação para a densidade fixa dos bárions e escrever

$$k_n = (3\pi^2\rho - k_p^3)^{1/3}$$

junto com a condição de neutralidade de carga para obter uma equação dependente apenas em função de  $k_p$ :

$$(k_p^2 + M_e^2)^{1/2} + (k_p^2 + M_p^2)^{1/2} = ((3\pi^2\rho - k_p^3)^{2/3} + M_n^2)^{1/2}. \quad (2.49)$$

Esta equação pode ser resolvida numericamente para  $k_p$ , para qualquer valor de  $\rho$  e para o correspondente valor de  $k_n$ . A densidade de energia total e a pressão podem então ser calculadas.

É de algum interesse olhar para a equação acima no regime ultra-relativístico onde ignora-se a contribuição das massas. Obtém-se então

$$\rho_p \rightarrow \frac{1}{8}\rho,$$

que é, desconsiderando a existência de outros tipos de bárions, a densidade assintótica de bárions, e vale um oitavo da densidade bariônica.

### Simetria de Isospin na matéria nuclear

Uma importante propriedade da matéria nuclear, a preferência energética por um igual número de nêutrons e prótons é habitualmente referida como *preferência pela simetria de isospin*.

Neste caso o equilíbrio químico pode ser escrito como

$$n \rightleftharpoons p^+ + e^- + \bar{\nu}, \quad (2.50)$$

$$\mu_p = \mu_n - \mu_e. \quad (2.51)$$

## 2.2.2 Limites para a Equação de Estado da matéria nuclear

Derivamos a seguir os limites de alta e baixa densidades das expressões exatas do gás de Fermi (2.22). O limite de alta densidade  $k \gg m$  também pode ser chamado de limite relativístico se  $m$  não for ignorado ou limite ultrarelativístico se for. Os resultados são:

$$\varepsilon \approx \frac{1}{4\pi^2} [k_{F,i}^4 - \frac{1}{2} m_i^4 \ln \left( \frac{2k_{F,i}}{m_i} \right)], \quad (2.52)$$

$$p \approx \frac{1}{12\pi^2} [k_{F,i}^4 + \frac{3}{2} m_i^4 \ln \left( \frac{2k_{F,i}}{m_i} \right)]. \quad (2.53)$$

Os termos logarítmicos são desprezíveis se comparados a  $k^4$  no limite ultra-relativístico:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &\approx \frac{k_{F,i}^4}{4\pi^2} = 12(3\pi^2)^{1/3} \rho_i^{4/3}; \\ p_i &\approx \frac{k_{F,i}^4}{12\pi^2} = 4(3\pi^2)^{1/3} \rho_i^{4/3}; \end{aligned} \quad (2.54)$$

levando a

$$p_i = \frac{\varepsilon_i}{3}. \quad (2.55)$$

As fórmulas para a densidade de energia e pressão se apresentam como expressões exatas para a equação de estado dentro das limitações do modelo de gás de Fermi. E constituem também uma base pobre para cálculos numéricos no caso em que o momentum linear de uma partícula é muito pequeno comparado com sua massa. Neste caso devemos derivar limites não relativísticos das expressões exatas e usá-los para computar as contribuições para a densidade de energia e pressão.

A expansão a baixas densidades destas expressões pode ser feita considerando-se  $k_{F,i}/m_i \ll 1$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &\approx \frac{m_i^4}{\pi^2} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{k_{F,i}}{m_i} \right)^3 + \frac{1}{10} \left( \frac{k_{F,i}}{m_i} \right)^5 \right] = \rho_i m_i + \frac{3}{10 m_i} (3\pi^2)^{2/3} \rho_i^{5/3}; \\ p_i &\approx \frac{m_i^4}{3\pi^2} \left[ \frac{1}{5} \left( \frac{k_{F,i}}{m_i} \right)^5 \right] = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5 m_i} \rho_i^{5/3}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Então desprezamos a expansão acima para termos  $> k^5$  pois para muito baixas densidades, a aproximação envolve apenas os termos em ordem  $k^5$ . O índice  $i$  denota que estas são as contribuições de cada tipo de férmion para a equação de estado:

$$\begin{aligned} \frac{p_e}{p_p} &= \frac{m_p}{m_e} \gg 1; \\ \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_p} &= \frac{m_e}{m_p} \ll 1, \end{aligned} \quad (2.57)$$

e

$$\varepsilon_N = \rho_e m_N \nu; \quad (2.58)$$

nesta expressão  $\nu = (\rho_p + \rho_n)/\rho_e$  é o número médio de núcleons por elétron.

E claro que a terminologia *alta e baixa densidades* tem diferentes significados para elétrons e núcleons. Por exemplo, no domínio  $m_e < k_e = k_p < m_p$ , os elétrons são relativísticos. Isto tem de ser levado em conta quando se for calcular uma equação de estado sobre um amplo domínio de densidades para nêutrons, prótons e elétrons em equilíbrio.

Como vimos, matéria uniforme densa infinita é uma idealização. Esta idealização, contudo, tem muitas propriedades relacionadas com o núcleo finito e, portanto, se mostra como principal candidata para modelamento teórico das chamadas *Estrelas Compactas*, dentre as quais as Estrelas de Nêutrons, tema desta tese.



# Capítulo 3

## Estrelas Compactas

### 3.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos os três tipos conhecidos de objetos estelares compactos (a altas densidades de matéria) com uma breve descrição das principais características de cada um. Na sequência abordaremos mais detalhadamente os aspectos de uma estrelas de nêutrons sob o prisma do formalismo matemático da gravitação Newtoniana e da Relatividade Geral. Por fim, será construído um elo entre as propriedades macroscópicas das estrelas de nêutrons e as propriedades microscópicas da matéria nuclear densa infinita apresentada no capítulo anterior.

### 3.2 Possíveis Estágios Finais de uma Estrela

Em geral, na escala de densidade de massa de planetas e estrelas, a baixa intensidade dos seus campos gravitacionais faz com que estes campos sejam descritos de forma satisfatória pela Teoria Newtoniana da Gravitação. Assim astrofísicos podem usualmente desconsiderar a Teoria da Relatividade Geral [64]. Mas em alguns objetos estelares a gravidade se apresenta tão intensa, que a Relatividade Geral passa a ter um papel dominante.

Estrelas formam-se a partir de uma gigantesca nuvem composta basicamente de hidrogênio. Devido à atração gravitacional, os seus constituintes colapsam em direção ao centro da nuvem, formando uma *protoestrela*. A contração da protoestrela causa aumento da agitação térmica dos átomos no núcleo do sistema, iniciando então processos de fusão termonuclear, ou seja, a transmutação do hidrogênio em hélio, liberando energia. A protoestrela transforma-se numa estrela, cujo tamanho, na maior parte de sua vida luminosa, é determinado pelo equilíbrio entre a pressão térmica interna, fruto da energia liberada nos processos de fusão, que tende a fazê-la expandir, e a compressão gravitacional, que pressiona a estrela a colapsar sobre si mesma. O tempo de vida da estrela na sequência principal depende de quanta energia ela tem armazenada (sua massa) e a taxa com que ela gasta essa energia (luminosidade) [11]. Estrelas de altas massas ficarão na sequência principal por um curto período de tempo e as de baixas massas ficarão por um tempo bem maior, devido à velocidade das reações de fusão,

pois quanto maior a massa mais rápida será a taxa de transmutação de hidrogênio em hélio. Quando o hidrogênio se extingue no núcleo (ou caroço) da estrela, estando este repleto de He, a estrela sai da sequência principal. Os hidrogênios continuam fundindo em He nas camadas externas, ou envelopes [13].

Os três cenários possíveis para o fim da evolução luminosa de uma estrela são a formação ou de uma anã branca, ou de uma estrela de nêutrons, ou, por fim, de um buraco negro. A opção evolutiva por um desses cenários depende da massa da estrela progenitora na sequência principal.

### 3.2.1 Anãs Brancas

Quando não houver mais hidrogênio para queimar no núcleo estelar, não há, momentaneamente, mais pressão térmica suficiente para suportar o equilíbrio mais intenso do sistema. Se a massa inicial da estrela for maior do que  $0,45M_{\odot}$ , e até  $8M_{\odot}$ , o envelope, mais quente e menos denso que o núcleo, expande lentamente. A estrela torna-se uma gigante vermelha. Por outro lado, o núcleo contrai adiabaticamente aumentando sua temperatura até atingir  $T \sim 10^8 K$ , suficiente para a ignição da fusão de 3 átomos de He em carbono e um átomo de C e um de He em O. E, ademais, para a ignição de 4 átomos de H para formar He nos envelopes. Mas as estrelas nesta faixa de massa não atingem temperaturas suficientes para queimar carbono e oxigênio no caroço. Portanto, após a ejeção do material do envelope para o meio estelar, o caroço remanescente, composto basicamente por He, C e O, é contraído novamente sob sua própria gravidade até o ponto em que a pressão gravitacional é equilibrada pela pressão do gás constituído pelos elétrons não relativísticos dos átomos. Se a estabilidade for atingida, este é o primeiro exemplar da família dos objetos compactos, a *Anã Branca*.

O estudo sobre anãs brancas iniciou-se em 1850 com a descoberta da estrela secundária de Sirius, chamada Sirius B [73]. Observou-se ser esta uma estrela 10000 vezes menos luminosa do que Sirius A, mas com uma massa de 0.98 massas solares. Sua temperatura, sendo da ordem de 10000 K, indicava que seu raio deveria ser extremamente pequeno. Como objetos com essa temperatura externa são brancos, esse tipo de estrela passou a ser chamado de *anã branca*. Anãs brancas tem massas comparáveis à do Sol, mas de tamanho pouco maior que o da Terra.

Em estrelas "normais", um aumento de massa levaria ao aumento de seu tamanho, aumentando seu diâmetro. Quanto às anãs brancas, todavia, as de massa maior tem raios menores. Portanto, há um limite superior para a massa de uma anã branca, para o qual o seu raio tende a zero. Este limite é chamado de *limite de Chandrasekhar*. Logo constatou-se que o material no interior de uma anã branca era muito denso para se comportar como um gás ideal; então, a matéria no seu interior passou a ser concebida como formando um gás de elétrons e núcleons degenerados.

Em um gás degenerado, um aumento na densidade aumenta de maneira mais expressiva a pressão gravitacional do que a pressão interna do gás. Por conseguinte, um acréscimo de massa a uma anã branca, originalmente em equilíbrio hidrodinâmico, faz com que a pressão gravitacional prevaleça sobre a pressão interna, levando a uma contração da estrela.

O limite de Chandrasekhar é da ordem de  $1.4M_{\odot}$  (o Sol, portanto, certamente se

tornará uma anã branca ao final de sua existência). Além deste limite, ou a estrela perde massa durante os estágios de gigante assintótica e nebulosa planetária e termina com uma massa menor do que de  $1.4M_{\odot}$ , ou a pressão dos seus elétrons degenerados não será suficiente para contrabalançar a pressão gravitacional. Em outras palavras, não existe equilíbrio possível para uma estrela com massa maior do que este limite no contexto de uma anã branca. Uma estrela dessas se tornará ou uma estrela de nêutrons ou um buraco negro.

Anãs brancas são bastante comuns, sendo encontradas em sistemas binários e em aglomerados de estrelas. Como são remanescentes de gerações de estrelas formadas no passado, seu número cresce à medida em que passa o tempo. Entretanto, por se constituírem em resíduos da região central de uma estrela, a anã branca é inicialmente um objeto bastante quente. Em consequência, uma anã branca irradia luz pela conversão de seu manancial de energia interna em radiação térmica. A inexistência de um processo de reposição de energia implica em lento resfriamento, e consequente perda de luminosidade. E quando estes objetos ficam pouco luminosos, é muito difícil detectar anãs brancas, exceto as mais próximas à Terra.

Emissão de luz não é a única forma de resfriamento de uma anã branca. Outro processo de resfriamento é a emissão de neutrinos. Se a temperatura estelar é da ordem de centenas de  $keV$ , raios gama podem passar próximos a elétrons e produzir pares de neutrinos. Estas partículas, cujas massas são nulas ou muito pequenas, interagem muito pouco com a matéria e escapam livremente da estrela, carregando energia consigo.

Por outro lado, à medida em que a anã branca se resfria, os íons em seu interior podem formar uma estrutura ordenada, liberando energia. Isso ocorre quando a temperatura em queda atinge um determinado valor crítico. A este processo denominamos de cristalização, e sua energia liberada aumenta o tempo de resfriamento de uma anã branca em torno de 30 %. Após cerca de 1 bilhão de anos, a luminosidade da anã branca se reduz a um valor da ordem de 0.001% do valor solar. Quando finalmente irradia toda a sua energia interna, a anã branca torna-se um objeto sólido, cristalizado e frio.

As massas e os raios das anãs brancas variam de maneira expressiva. Valores característicos destas grandezas são:  $M \sim M_{\odot} = 1,989 \times 10^{30} kg$  e  $R \sim 10^{-2} R_{\odot}$  com  $R_{\odot} = 6,96 \times 10^5 km$ . A matéria dentro de anãs brancas é composta de elétrons e núcleos como  ${}^4He$ ,  ${}^{12}C$  e  ${}^{16}O$ . A fração relativa dos núcleos depende da densidade da anã branca. Sírios B foi a primeira estrela identificada como anã branca, que é companheira de uma estrela da seqüência principal, Sírios A. A massa e o raio de Sírios B são dados respectivamente por  $M \simeq 1,03M_{\odot}$  e  $R \simeq 10^{-2}R_{\odot}$ . A densidade de massa da estrela é dada por

$$\epsilon = \frac{M}{V} = 1,41 \times 10^6 \frac{g}{cm^{-3}}.$$

A correspondente densidade de elétrons é igual à densidade de prótons por causa da neutralidade de carga elétrica:

$$\rho_e = \rho_p = \left( \frac{\epsilon}{2m_p} \right) = 0,42 \times 10^{30} cm^{-3},$$

onde o fator de  $1/2$  surge da hipótese de nêutrons e prótons aparecerem com a mesma densidade. Comparando-se a massa do núcleon à do elétron, que é um fator de  $\sim 2000$ ,

conclui-se que a densidade de massa é predominantemente determinado pela densidade dos núcleons.

Mesmo assim, a densidade de elétrons é tão alta que a distância média entre elétrons é menor do que o raio de Bohr [74] no núcleo de oxigênio

$$a = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{-\frac{1}{3}} \simeq 0,83 \times 10^{-10} \text{cm} < \frac{a_B}{8} = 6,6 \times 10^{-10} \text{cm}.$$

Isto implica que a maioria dos elétrons em uma anã branca não é ligado aos núcleos. Os núcleos formam a estrutura cristalina para minimizar a repulsão de Coulomb, e os elétrons formam uma espécie de nuvem eletrônica, semelhante aos elétrons livres nos metais. Podem, portanto, ser tratados como constituintes de um gás de férmions, com a energia de Fermi muito maior do que a temperatura típica de uma anã branca:

$$E_F^e = \frac{\hbar^2}{2m_e} (3\pi^2 \rho_e)^{\frac{2}{3}} \simeq 200 \text{keV} \gg T \sim 10^{6-7} \text{K} \simeq (0,1 - 1) \text{keV}.$$

A energia gravitacional Newtoniana, para uma densidade de massa uniforme, é dada por

$$E_G(R) = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}.$$

Por outro lado, a energia total de matéria composta de núcleos e elétrons sujeitos à interação eletromagnética é

$$E_{\text{matt}} = \sum_i m_i N_i + \frac{3}{5} N_e E_F^e + \dots,$$

onde  $i$  indica as diferentes espécies possíveis na anã branca, tais como núcleos e elétrons;  $m_i$ ,  $N_i$  são os números de ocupação de cada espécie. O segundo termo na equação é a energia dos elétrons degenerados. A contribuição principal para o terceiro termo, desprezado na equação, é a energia de Coulomb dos núcleos caracterizando a energia da formação de uma estrutura de rede cristalina.

A energia  $E_{\text{mat}}(R)$  para  $R$  fixo é dominada pela massa dos núcleos, ou seja, o primeiro termo na última equação, enquanto a pressão da matéria é dominada pelo termo dos elétrons degenerados  $P_{\text{mat}} = -\frac{\partial E_{\text{mat}}}{\partial V}$  ou seja, a segunda contribuição. Então, a massa da anã branca é determinada pelos bárions enquanto o critério de estabilidade é controlado pelos elétrons. Este fato foi reconhecido primeiro por Fowler (1926), logo após o desenvolvimento da estatística de Fermi-Dirac em 1926. Desconsiderando a energia de ligação dos núcleons, a diferença de massa próton-nêutron e as correções Coulombianas,  $E_{\text{mat}}$  resulta em

$$E_{\text{mat}}(R) \simeq 2N_e m_p + 1,1 \frac{\hbar^2}{m_e} \frac{N_e^{\frac{5}{3}}}{R^2},$$

onde  $m_p$  é a massa do próton. Utilizou-se na derivação desta expressão a neutralidade de carga e a simetria de isospin  $N_n = N_p (= N_e)$ .

Como a energia dos elétrons cresce proporcionalmente a  $R^{-2}$  para  $R$  pequeno e a energia gravitacional decresce na forma  $\propto -R^{-1}$  para  $R$  grande, sempre existe, então,

um mínimo da energia total,  $E_{tot} = E_{matt} + E_G$ , como função de  $R$  para  $N_e$  fixo. O mínimo de energia é determinado pelo balanço de pressão

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial R} = -1,1 \frac{2\hbar^2 N_e^{\frac{5}{3}}}{m_e R^3} + \frac{3GM^2}{5R^2} = 0.$$

Isto imediatamente fornece a relação massa-raio estelar

$$M^{\frac{1}{3}}R = 1,2 \frac{\hbar^2}{Gm_e m_p^{\frac{5}{3}}} \simeq 0,8 \times 10^{20} g^{\frac{1}{3}} cm,$$

onde  $N_e$  foi eliminado desta expressão utilizando-se  $N_e \simeq \frac{M}{2m_p}$ . Pode-se dizer que as propriedades macroscópicas da anã branca são dadas por constantes universais da natureza e uma grandeza microscópica, a massa do próton. Para  $M = M_{\odot} \simeq 2 \times 10^{33} g$  resulta então  $R \simeq 0,6 \times 10^4 km \sim 10^{-2} R_{\odot}$ , valor este consistente com a observação.

### 3.2.2 Estrelas de Nêutrons

Estrelas de nêutrons são mantidas coesas pela gravidade e não pelas forças nucleares. A força nuclear é a força forte, mas seu domínio é de curto alcance. Em 1932 J. Chadwick [9] descobriu o nêutron e no mesmo ano o físico russo L. D. Landau [8] realizou predições teóricas sobre a existência de um sistema similar a um núcleo atômico de tamanho gigantesco (cujas dimensões fossem comparáveis ao Sol) composto principalmente por nêutrons.

É possível estabelecer-se, utilizando considerações da Mecânica Estatística, que estas estrelas possuem uma massa máxima e um número crítico de bárions. Para uma análise preliminar, tomando o modelo do gás de Fermi livre para caracterizar o movimento cinético interno das partículas da estrela, e a formulação de Newton para caracterizar a contração gravitacional, constata-se que a adição de bárions ao sistema faz com que ocorra aumento da contração gravitacional e, simultaneamente, acréscimo na energia e na pressão interna do gás<sup>1</sup>. Esta pressão interna pode contrabalançar a pressão gravitacional evitando o colapso da estrela. Entretanto, como estas quantidades não crescem na mesma ordem de grandeza no que diz respeito ao número de bárions por unidade de volume (densidade bariônica)<sup>2</sup>, este equilíbrio pode cessar e a gravidade produzir o colapso da estrela. O número crítico de bárions,  $A$ , em uma estrela, é atingido quando, ao acréscimo de um único bárion ao sistema de muitos corpos, ocorre um acréscimo correspondente em sua energia gravitacional tal que seu valor absoluto seja maior do que o ganho correspondente na energia estatística da distribuição (energia cinética). Neste caso, cessando o equilíbrio entre a pressão gravitacional exterior e a pressão cinética interior, a estrela pode então colapsar. O número crítico de bárions é denominado de máximo e é da ordem de  $10^{58}$  [7, 8, 13, 75, 76].

Em 1934, W. Baade e F. Zwicky [16] conceberam as noções básicas sobre a formação de estrelas de nêutrons em suas investigações sobre evolução estelar e explosões de supernovas.

<sup>1</sup>Devido à sua energia de movimento, as partículas originam uma pressão cinética interna do gás.

<sup>2</sup> $p_{int} \sim \rho^{4/3}$  e  $p_{grav} \sim \rho^{n+1}$ , onde  $n + 1 \neq 4/3$ .

Em 1939, de maneira independente, R.C. Tolman [40] e J.R. Oppenheimer e G.M. Volkoff [41], empregando a Teoria Geral da Relatividade, consideraram estes objetos como sendo descritos por um modelo de gás de Fermi constituído por nêutrons gravitacionalmente ligados, ou seja, confinados em uma esfera mas cujas distâncias típicas de separação corresponderiam à região onde predomina a repulsão nuclear. Estes autores estimaram assim o raio e a massa gravitacional máxima estelar como sendo aproximadamente igual a 10 Km e  $\frac{3}{4} M_{\odot}$ , respectivamente, e a densidade central como  $\sim 6 \times 10^{15} g cm^{-3}$ . Para comparação, a densidade da matéria nuclear no interior de núcleos pesados como o  $^{208}_{82}Pb$  é da ordem de  $\sim 0.17$  núcleons  $fm^{-3}$ , isto é  $\sim 10^{14} g cm^{-3}$ , ou seja, uma ordem de grandeza menor.

Pode-se facilmente estimar a energia de ligação por núcleon devido à gravidade para estrelas de nêutrons canônicas (politrópicas), e encontrar uma energia gravitacional de  $\sim 160$  MeV/A. A energia de ligação da matéria nuclear na densidade de saturação é  $\sim 16$  MeV/A. De fato a energia exigida para comprimir a matéria nuclear à densidade encontrada no centro da mais massiva das estrelas de nêutrons é de 200 – 300 MeV por núcleon. A energia de compressão reduz a energia de ligação da rede de uma estrela de nêutrons para valores próximos do limite de massa, em torno de 100 MeV por núcleon quando comparada com a energia dos núcleons dispersos. Então, a força nuclear contribui "negativamente" para a ligação da estrela de nêutrons. A equação de estado está relacionada à estrutura e à constituição da estrela.

Sob o ponto de vista teórico, houve grandes avanços na descrição de objetos astrofísicos altamente densos. Em particular, logo após a "descoberta" da liberdade assintótica da CDQ [32, 33, 77, 78], surgiu a questão da possibilidade de existência de uma transição de fase entre a matéria nuclear e a de quarks e glúons no núcleo de uma estrela de nêutrons altamente denso. E. Witten [79] sugeriu a possibilidade da existência de uma estrela composta de matéria estranha como versão modificada de uma estrela de quarks e de matéria bariônica estável contendo graus de liberdade de estranheza. Até agora não existe nenhuma evidência convincente para a existência de estrelas de quarks; porém, observações e análises futuras devem decidir esta questão.

Dentro do estudo das estrelas de nêutrons se destacam os dois sistemas que apresentaremos a seguir.

### Estrela Protoneutrônica

Estrelas acima de  $8M_{\odot}$  evoluem em menos tempo, pois as reações termonucleares transmutam mais rapidamente os elementos no seu interior. Contudo, no núcleo estelar, as reações cessam somente após a formação do elemento ferro, pois a natureza da interação nuclear torna os elementos do grupo isotópico *Fe* os mais estáveis energeticamente. Para fundi-los é necessário fornecer mais energia do que a quantidade obtida pela reação. Átomos mais massivos que o *Fe* tendem a se romper em átomos mais leves, liberando energia, como ocorre em bombas atômicas ou no decaimento radiativo nuclear.

Portanto, quando o processo de fusão no núcleo estelar chega à formação do *Fe*, a queima nuclear de *Si*, *O*, *C*, entre outros, continua apenas no envelope, permanecendo inerte no caroço. Apresentando um raio de apenas alguns milhares de quilômetros, o

caroço estelar não apresenta então mais liberação de energia termonuclear capaz de resistir à compressão da gravidade. E nem mesmo a pressão dos elétrons não relativísticos suportará o peso de tão expressiva massa estelar. As camadas mais externas, onde ainda há queima, aquecem até expandir numa *super gigante vermelha*, de raio  $> 10^8$  km.

Enquanto o envelope aumenta seu volume, a gravidade esmaga o caroço de ferro a uma tal densidade que faz com que elétrons presentes nele tornem-se relativísticos. Isto significa que a pressão que eles exercem aumenta mais lentamente, devido ao acréscimo de energia cinética manifestar-se mais no aumento da inércia dos elétrons do que na sua velocidade. Ao longo da compressão do caroço ocorre então o *processo beta-inverso*, ou seja, a absorção de elétrons por prótons formando nêutrons e neutrinos, produzindo um estado energeticamente mais favorável. É a *neutronização* do sistema, importante mecanismo para garantir mais tarde a neutralidade de carga da estrela compacta remanescente e seu equilíbrio hidrostático.

A queima nuclear no envelope também cessa. Ele contrai bruscamente em direção ao centro da estrela. As camadas do envelope mais próximas ao denso caroço o atingem com força e o deformam. O caroço, ainda em colapso, retoma violentamente sua forma, golpeando o material do envelope de volta, formando uma onda de choque, que se propaga no sentido contrário ao colapso do restante do envelope, liberando neutrinos e fotodesintegrando núcleos atômicos pelo caminho, podendo levar até o ferro do caroço para o meio interestelar [11, 13]. A onda viaja na velocidade do som dentro da estrela, e demora um longo tempo para atingir a borda desta, comparado ao tempo total da implosão do caroço. A espessura desta onda é em geral da ordem de algumas vezes o livre percurso médio das partículas. É ela que fornece a energia cinética para a ejeção de quase todo o material da estrela, criando a chamada *explosão de supernova* [14], onde a estrela atinge até centenas de vezes o seu tamanho. Um cálculo elementar revela que a energia liberada [16] é da ordem de  $\sim 10^{53}$  ergs. Porém, apenas uma pequena parte desta energia, não mais do que 1/100, é seguramente convertida em energia cinética de ejeção [80]. A parte do volume da estrela progenitora que explodiu como supernova expande-se a grande velocidade (10000 km/s) tornando-se gás interestelar. Esta matéria remanescente é visível para todos os comprimentos de onda entre rádio e raios-X, mostrando a riqueza dos processos físicos que acontecem na ejeção e entre a ejeção e o meio interestelar, incluindo aglomerados moleculares.

A partir do comportamento das linhas espectrais e da curva de luz, classifica-se as supernovas em Tipo I e Tipo II [15]. O mecanismo da tipo I está intimamente relacionado com a existência de um limite de massa para as anãs brancas chamado, como vimos, limite de Chandrasekhar,  $M_{Ch}$ . Apesar de não ter sido ainda totalmente esclarecido, acredita-se que o mecanismo de explosão da Tipo I seja a detonação de combustível nuclear de uma anã branca como componente de um sistema binário, estando sua massa um pouco abaixo da massa do limite de Chandrasekhar. A anã branca atrairá massa de sua companheira até atingir o limite de Chandrasekhar e então colapsará abruptamente, levando a um aquecimento e compressão súbitas de sua matéria. As fusões entre C, O e He ocorrem de forma detonativa [15] o que irá explodir a estrela a partir de seu centro. Ou seja, a fonte de energia para a explosão Tipo I seria originária da própria fusão nuclear. Este mecanismo se mostra bastante aceito e consistente com o fato das supernovas do Tipo I terem uma curva de luz bastante

universal (sempre associada com a massa de Chandrasekhar). A universalidade da curva de luz de uma supernova do Tipo I pode ser usada para estimar a sua magnitude absoluta e, portanto, a sua distância à Terra. Baseado neste fato, astrônomos estão medindo a expansão do universo utilizando as supernovas mais distantes. As supernovas do Tipo II apresentam a evolução das estrelas de  $8M_{\odot}$ , como descrito mais acima. A fonte de energia da explosão do Tipo II vem da energia gravitacional e de sua conversão, em parte, na energia cinética de ejeção através da onda de choque, e não de nova detonação da fusão nuclear. Para as estrelas que encerram sua fase luminosa através de uma explosão de supernova do tipo II [16, 17, 18], se o colapso gravitacional da matéria cessar quando ela atingir a pressão máxima que ambos, elétrons degenerados ultrarelativísticos e repulsão de curto alcance entre núcleons, podem fornecer, esta matéria resultará em um conjunto em rotação formado por um caroço altamente compacto envolvido por um envelope remanescente. O envelope e o caroço contém aproximadamente a mesma massa, em torno de  $0.6 - 0.8 M_{\odot}$  (este valor depende sutilmente da massa da estrela progenitora) [19]. Entre  $50 - 100 ms$  após o colapso gravitacional o envelope quente apresenta uma entropia por bárion de  $s \sim 4 - 5$  para densidades de  $n < 0.02 fm^{-3}$ , e o caroço uma entropia de  $s \sim 1$  para densidades de  $n > 0.1 fm^{-3}$  [18, 19].

É importante destacar que para densidades acima de  $n = 6 \times 10^{-4} fm^{-3}$ , a seção de choque para a interação dos neutrinos e núcleons é suficientemente grande para aprisionar os neutrinos (*trapped neutrinos*) por colisões dentro do caroço por alguns segundos [20], garantindo um alto número leptônico ao caroço nesta fase. Abaixo desta densidade, eles escapam livremente e seu potencial químico desaparece,  $\mu_{\nu_e} = 0$  [21]. A região de transição entre as densidade do envelope,  $n_{env}$  e a densidade do núcleo,  $n_{nucl}$ , é chamada de esfera de neutrinos e sua forma pode ter influência na estrutura do objeto compacto resultante [22]<sup>3</sup>.

De 0.5 a 1s após o colapso, a entropia por bárion é aproximadamente constante em toda a estrela,  $s \sim 2$ , exceto em algumas regiões mais externas [23, 24], onde é maior do que  $s \sim 10$ . Contudo, estas camadas externas tem pequena influência na estrutura global do objeto nesta época, e costumam ser desconsideradas. O conjunto caroço-envelope estará extremamente quente, com temperatura de dezenas de MeVs ( $\sim 10^{11} K$ ) e inchado com os neutrinos energéticos produzidos durante a neutronização. O caroço terá um raio de poucos quilômetros. Tal conjunto representa uma fase intermediária e rápida, mas muito importante, chamada *Estrela Protoneutrônica* (PNS).

Uma vez formada, a estrela protoneutrônica perde a maior parte de sua energia interna pela difusão dos neutrinos num intervalo de tempo batizado de *época de Kelvin-Helmholtz* [25]. Este tempo leva em média uma dezena de segundos [81]. Durante a época Kelvin-Helmholtz, o número leptônico decresce na PNS devido à perda por neutrinos e, conseqüentemente, a PNS evolui em torno de 10 a 30 segundos até se tornar uma estrela pobre em neutrinos, mas ainda quente, atingindo então uma configuração estável chamada *estrela de nêutrons*, com entropia por bárion de  $s \sim 1 - 2$ , dependendo do modelo [23, 24, 27, 28].

Após vários minutos esta estrela de nêutrons quente resfria até se tornar uma fria

<sup>3</sup>A seção de choque neutrino-núcleon inclui modificações devido a interações núcleon-núcleon e correlações spin-spin. Por causa da alta complexidade do problema, o comportamento da seção de choque, e portanto, da localização e forma da esfera de neutrinos, é muito incerta.

estrela de nêutrons, com temperaturas da ordem de  $T < 1\text{MeV}$  [24], com densidade média  $10^{14}$  vezes maior que a da Terra, composta por nêutrons, prótons, mésons, léptons e fótons. A estrela de nêutrons continua a resfriar lentamente via emissão de fótons até sua radiação térmica ser muito fraca para ser observada. Estima-se que isso acontecerá em  $10^7$  anos [82, 83]. Como a temperatura de  $1\text{MeV}$  para fins de uma descrição estatística da energia das partículas na estrela foge pouco da distribuição de Fermi-Dirac para temperatura nula, os tratamentos teóricos para sua descrição costumam considerar a temperatura em zero absoluto.

Mas para as estrelas protoneutrônicas a temperatura é muito importante. Trabalhos prévios indicam que os efeitos dos neutrinos aprisionados dominam na conformação da temperatura da composição interna e na determinação do comportamento da equação de estado (EOS) [81]. Por exemplo, pode ser mostrado que o uso de diferentes perfis de temperatura no envelope estelar tanto quanto diferentes formas da esfera de neutrinos mudam as propriedades da estrela protoneutrônica e, conseqüentemente, da estrela de nêutrons, ainda quente, em 20% [18].

As propriedades de uma PNS que contém apenas matéria nuclear ordinária foram investigadas por muitos autores [18, 81, 84, 85, 86, 87, 88, 89]. Devido às incertezas na composição da matéria no interior de uma estrela de nêutrons, os efeitos de alguns estados exóticos podem se fazer presentes. Cálculos relativísticos indicam fortemente a possibilidade de um fenômeno capaz de influenciar na composição da futura estrela de nêutrons: alguns dos núcleons e elétrons de alta energia podem encontrar um estado de baixa energia após os últimos neutrinos serem perdidos. É a hiperonização, processo análogo a neutronização, em que a pressão dos nêutrons e prótons é diminuída por sua conversão para híperons [42]. Além da ocorrência de híperons, outros estudos mostram a possível presença de matéria com quarks [90], uma transição de fase hadron-quark [91], bem como o mote do presente trabalho que é a presença de um condensado de káons [92].

## Pulsares

Os chamados pulsares são objetos astrofísicos que possuem a propriedade de emitirem pulsos de radiação com grande regularidade (“Pulsating Radio Sources”). Os pulsares se mostram dos mais promissores laboratórios para testes de teorias sobre estrelas de nêutrons. Supõe-se que se tratam de estrelas de nêutrons com alta rotação, fortes campos magnéticos e notável regularidade de emissão, fazendo-se a ressalva que o nome ‘estrelas de nêutrons’ é reservado para objetos teóricos independentes da sua observação como pulsares ou estrelas muito compactas não observadas por sua radiação mas sim por outros meios. Os pulsares são fontes de rádio que pulsam em frequências regulares de poucas décimas de Hz até 30 Hz. Sua atividade magnética também está relacionada com a energia interna da estrela. Presume-se que um pulsar fique ativo por  $\sim 10^8$  anos ou mais, quando seu campo magnético fica muito fraco para gerar uma emissão detectável.

Em 1964, L. Woltjer [93] estimou, considerando a conservação de fluxo magnético <sup>4</sup>

<sup>4</sup>A detecção de campo magnético estelar está vinculada à medida dos desdobramentos das linhas espectrais devido ao efeito Zeeman [13]. As estrelas possuem intensidades de campo magnético que variam desde alguns poucos Gauss a milhares de Gauss. Em anãs brancas, por exemplo, a intensidade

de uma estrela que contrae-se de uma gigante vermelha para uma estrela de nêutrons, que o campo magnético resultante seja da ordem de  $\sim 10^{12}$  Gauss. Campos magnéticos desta ordem levaram F. Pacini [94, 95], em 1967, a propor que a energia necessária para a expansão acelerada da nebulosa do Caranguejo era fornecida por uma estrela de nêutrons altamente magnetizada, em rotação.

J. B. Burnel noticiou a primeira indicação de uma fonte de rádio persistente, situada no espaço estelar, com um período de precisamente 1,33731109 segundos, trinta e quatro anos depois de W. Baade e F. Zwicky terem proposto que a energia necessária para a explosão de uma supernova viria da energia de ligação de uma estrela de nêutrons. Então, em 1968, A. Hewish, J. B. Burnel, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, e R. A. Collins [96] publicaram sua detecção de uma pequena fonte de rádio situada fora do sistema Solar, presumivelmente uma estrela condensada, uma anã branca ou uma estrela de nêutrons. O primeiro Pulsar tinha sido descoberto. Pouco tempo depois, em 1969, J. E. Gunn [97] e J. P. Ostriker e J. E. Gunn novamente [98, 99] deram forte suporte para esta interpretação. Muitos outros autores contribuíram com idéias para este assunto: M. A. Ruderman [100], D. Pines e J. Shaham [101, 102], M. A. Alpar [103] entre outros.

O primeiro sistema binário de rádio pulsares foi observado por R. A. Hulse e J. H. Taylor [104] no Observatório de Arecibo localizado em Porto Rico, cuja identificação representou um teste crucial para a Teoria da Relatividade Geral. Este pulsar, o PSR 1913+16<sup>5</sup> possui um companheiro *invisível*. O seu período orbital é de  $\sim 8$  horas. O avanço do seu periastro é de  $4,2^\circ$  por ano, que pode ser comparado com o de Mercúrio que é de  $43''$  por século. Até aqui, este sistema é a única evidência de emissão de radiação gravitacional cujo efeito é o de amortecer o movimento orbital do pulsar. Esta descoberta valeu o prêmio Nobel de Física para R. A. Hulse e J. H. Taylor no ano de 1993 por abrir novas possibilidades no estudo da gravitação. Sem dúvida, seus resultados representam um dos maiores triunfos da Teoria da Relatividade Geral até o momento.

A elevada velocidade angular de rotação dos pulsares combinada com o seu intenso campo magnético fazem com que um também intenso campo elétrico, da ordem de  $\sim 10^{12}$  V/cm, seja originado próximo à sua superfície [29]. Partículas carregadas eletricamente são, então, aceleradas por efeito destes intensos campos eletromagnéticos até atingirem energias ultrarelativísticas, desencadeando neste momento uma *avalanche* de pares elétron-pósitron e feixes de radiação eletromagnética. A dinâmica do campo magnético dos pulsares e o mecanismo responsável pela emissão do feixe de radiação eletromagnética são, ainda, um tópico de intensa investigação. Apesar disto, as predições de um modelo de pulsar em que o feixe de radiação emana dos pólos magnéticos para o exterior, com a direção de emissão de radiação paralela ao eixo magnético do pulsar, são corroboradas pelas propriedades observadas [105].

Um modelo de pulsar muito difundido na literatura é o modelo do *farol*. Partindo do pressuposto de que os pulsares são estrelas de nêutrons altamente magnetizadas rotando rapidamente, segundo o modelo, um feixe de radiação eletromagnética é emitido ao longo do seu eixo magnético, como nos mostra a figura (3.1), constituindo assim um cone, conhecido como *cone de emissão de luz*, com origem no pólo magnético do pulsar.

de tais campos chega a  $10^8$  Gauss.

<sup>5</sup>A abreviatura PSR vem de *pulsating source of radio*; 1921+21 representam coordenadas celestes.

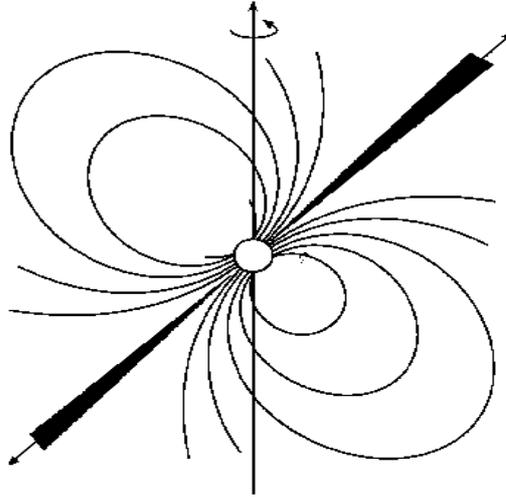


Figura 3.1: Representação ilustrativa do modelo de farol para os pulsares. Onde é mostrado as linhas de campo magnético, o eixo de rotação, na vertical, e o feixe de radiação em negro.

Este cone de emissão de luz possui uma largura angular de aproximadamente  $\sim 10^\circ$  [13]. Ainda segundo o modelo, existindo uma separação angular entre o eixo de rotação da estrela e o seu eixo magnético, o comportamento da emissividade da estrela será análogo ao de um farol. E quando o pulsar "iluminar", com o seu cone de emissão de luz, a Terra, se observará uma fonte de radiação eletromagnética pulsada. As frequências que aparecem nestes pulsos podem estar na faixa de rádio, do ótico, dos raios-X e dos raios- $\gamma$ . O pulsar do Caranguejo, por exemplo, emite radiação em uma grande faixa de frequências do espectro eletromagnético, estendendo-se desde a frequência do rádio até a do ótico e da frequência dos raios-X até a dos raios- $\gamma$ . No entanto, a maioria dos pulsares emite na faixa de frequências do rádio, como já foi dito. Apesar do período de pulsação de um pulsar ser muito estável, este período de rotação não é constante no tempo, pois os pulsares perdem energia ou por radiação do tipo dipolo magnético (radiação eletromagnética de frequência igual à da rotação da estrela), ou pelo "vento" de partículas eletricamente carregadas, resultando, assim, em uma gradual diminuição da energia rotacional da estrela e amentando, conseqüentemente, o seu período de rotação.

Medindo-se o período do pulsar,  $P$  e a sua variação temporal,  $\dot{P}$ , pode-se determinar a chamada idade característica ou idade dipolar do pulsar<sup>6</sup>,  $\tau_c$ , por meio de

$$\tau_c = \frac{P}{2\dot{P}}; \quad (3.1)$$

<sup>6</sup>A idade característica de um pulsar representa um limite superior para a sua *idade verdadeira*, pois é feita a suposição, para sua determinação, que o pulsar *nasce* com *frequência rotacional infinita* e que a perda de energia do pulsar é devida exclusivamente à emissão de radiação do tipo dipolo magnético (não se incluindo portanto nesta determinação na idade do pulsar a emissão de partículas).

e da mesma forma podemos determinar a intensidade do campo magnético superficial do pulsar por meio de

$$B = 3,2 \times 10^{19} (P \dot{P})^{1/2}, \quad (3.2)$$

supondo-se, apenas, radiação do tipo de um dipolo magnético (ver, por exemplo, as referências [13, 29]).

Pode-se distinguir duas populações de pulsares [13], os “normais” com períodos rotacionais típicos de  $P \sim 1$  s, e os pulsares de milissegundo, com períodos menores do que  $P < 20$  ms. Um detalhamento das características destas duas populações pode ser visto na tabela (3.1).

Tabela 3.1: Características observacionais dos pulsares conhecidos, onde  $P$  representa o período rotacional,  $\dot{P}$  é a variação do período,  $\tau_c$  denota a idade característica e  $B$  o campo magnético superficial.

População	$P$ (s)	$\dot{P}$ (s/s)	$\tau_c$ Anos	$B$ Gauss
Pulsar “Normal”	$\sim 1$	$\sim 10^{-15}$	$\sim 10^6 - 10^7$	$\sim 10^{12} - 10^{13}$

Os pulsares normais são formados no processo de explosão de uma supernova do tipo II. Os pulsares de milissegundo adquirem, provavelmente, seus curtos períodos rotacionais em um processo onde um *pulsar velho* encontra uma *estrela companheira* e neste processo uma parte da massa e do momentum angular da companheira são transferidos para o pulsar. O pulsar então sofre uma aceleração angular (*spin-up acceleration*) diminuindo assim o seu período rotacional. Os pulsares são observados geralmente isolados, mas há casos em que constituem sistemas binários com outros corpos, anãs brancas, estrelas de nêutrons e estrelas com alta e baixa massa. Dependendo da natureza destes sistemas binários, eles recebem diferentes nomes, como por exemplo: sistemas binários de raios-X, binários de raios- $\gamma$  e binários repetidores de raios- $\gamma$  *suave*.

Após a descoberta do primeiro pulsar por J. B. Burnell e A. Hewish, dois outros pulsares foram identificados, o pulsar do Caranguejo descoberto por D. H. Staelin e E. C. Reifenstein [106] em 1968 e, no mesmo ano, o pulsar de Vela descoberto por M. I. Large, A. F. Vaughan e B. Y. Mills [107]. Ambos foram identificados no interior de remanescentes de supernovas, respectivamente, a nebulosa do Caranguejo e a de Vela. Ambos tinham um período de rotação muito menor do que o primeiro pulsar observado. Os períodos correspondentes, de  $33ms$  e  $89ms$ , foram decisivos para identificar os pulsares como estrelas de nêutrons ao invés de anãs brancas.

Em 1982 o primeiro pulsar de milissegundos, PSR 1937+21, foi observado por D. C. Backer, S. R. Kulkarni, C. Heiles, M. N. Davis e W. M. Goss [108]. Este pulsar possui um período de  $1,56ms$ . Em 2005 ocorreu a confirmação da observação do pulsar com o menor período de rotação conhecido,  $1,40ms$  ( $716Hz$ ), localizado no

aglomerado denominado Terzan 5 e denominado PSR J1748-2446ad pela equipe de J. W. T. Hessels [30, 109]; este pulsar possui uma estrela companheira que orbita em seu entorno a cada 26 horas e que passa sistematicamente à frente do pulsar, eclipsando-o por aproximadamente  $\sim 40\%$  do tempo orbital. Até os dias de hoje estão contabilizados 33 pulsares de milisegundos detectados no aglomerado Terzan 5, localizado a aproximadamente  $\sim 28.000$  anos-luz da Terra, na constelação de Sagitário.

As estrelas de nêutrons nascem como vimos do colapso de estrelas com massas de aproximadamente  $8M_{\odot}$ . No entanto, torna-se difícil associar o local de nascimento dos pulsares pois os mesmos são observados se deslocando com grandes velocidades, tipicamente  $\sim 450\text{Km/s}$  podendo chegar a  $1200\text{km/s}$ , em relação ao seu lugar de nascimento. Conseqüentemente, pulsares velhos estão muito afastados do seu lugar de nascimento. A causa desta grande velocidade é desconhecida até o momento. Outra questão é que os remanescentes de supernovas velhos desaparecem, em uma escala de tempo da ordem de  $10^4$  a  $10^5$  anos. Isto dificulta o estabelecimento de uma conexão precisa entre os pulsares e as supernovas.

### 3.2.3 Buracos Negros

O próximo estágio do colapso gravitacional é a criação de um buraco negro, objeto cujo campo gravitacional é tão intenso que nem a luz consegue escapar à sua atração.

A formação de buracos negros pode ocorrer sob várias circunstâncias. Se a explosão de supernova falhar totalmente, um rápido colapso criará um buraco negro com massa aproximadamente igual à de sua progenitora,  $8M_{\odot}$  até  $50M_{\odot}$ . Ou também se a massa da estrela protoneutrônica estiver próxima do limite de massa de Oppenheimer-Volkoff. Neste caso, um buraco negro de baixa massa ( $\sim 1.5M_{\odot}$ ) será criado. Buracos negros surgem também por colapso de uma estrela de nêutrons em um sistema binário, uma vez que ela pode lentamente retirar matéria de uma companheira menos densa. A superfície da estrela de nêutrons será aquecida pelo recebimento da matéria adicional até a taxa de recebimento da matéria ser tal que a pressão de radiação da superfície quente não consiga mais contrabalançar a força gravitacional. O colapso de uma estrela de nêutrons para um buraco negro foi primeiramente discutido por Oppenheimer e Snyder [110].

Há atualmente duas classes de buracos negros de intensa atividade observacional: os de poucas massas solares, que em alguns casos retiram matéria de uma estrela companheira de baixa massa, constituindo binários de raios-X (LMXB) e os extremamente massivos, de  $10^7$  a  $10^{10}M_{\odot}$ , atuando em núcleos galácticos ativos (AGN). Em ambos os casos supõe-se que a radiação detectada seja produzida pela matéria retirada das estrelas companheiras pelo buraco negro que "mergulha" na direção deste (matéria acrecente). O aquecimento da matéria graças à fricção e à compressão enquanto espirala na direção do buraco negro produz radiação, que no caso das AGN vai dos raios-X ao infravermelho e possivelmente incluem radiação gravitacional, as quais até o presente momento nunca foram detectadas. Os buracos negros mais leves nos sistemas binários emitem radiação numa escala menor.

### 3.3 Propriedades de uma Estrelas de Nêutrons

O raio típico de uma estrela de nêutrons é aproximadamente de  $10km$ , e a massa gravitacional é comparável à do sol,  $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{30}kg$ . A partir das medições de rádio-pulsares em sistemas binários pode-se deduzir que suas massas se encontram no intervalo entre  $1 - 2M_{\odot}$  (veja 3.2). A temperatura da superfície das estrelas é menor

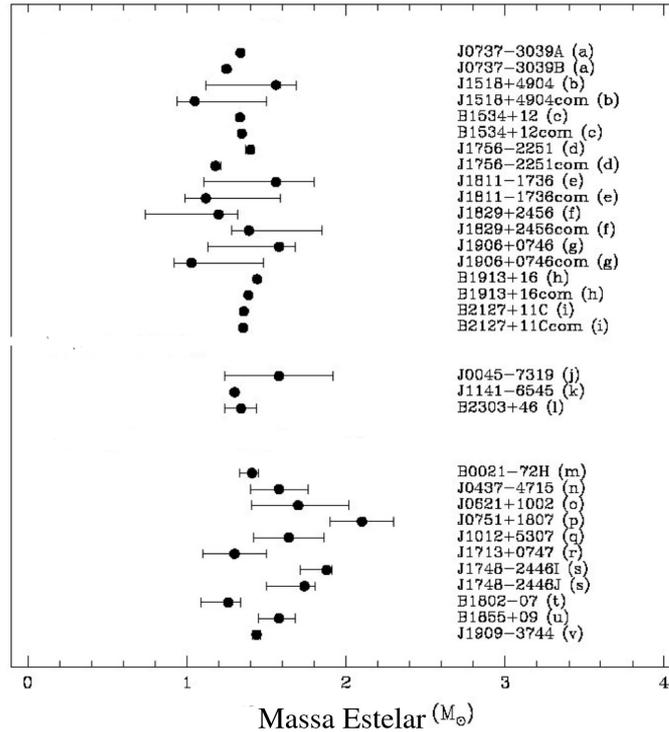


Figura 3.2: Massas de estrelas de nêutrons de rádio pulsares em sistemas binários (estrelas duplas de nêutrons, estrela de nêutron anã branca, estrelas de nêutrons) [111].

que  $10^9 K$  um ano após a sua formação. No estado inicial o processo de resfriamento é determinado através da emissão de neutrinos, enquanto nos estágios posteriores o resfriamento é devido à emissão de fótons a partir da superfície da estrela [112]. Não se pode excluir, contudo, processos exóticos de resfriamento oriundos da condensação de píons e káons ou a formação de um núcleo de quarks.

Para pulsares, as frequências determinadas se encontram na faixa entre milisegundos até segundos. O campo magnético é tipicamente da ordem de  $10^{12} Gauss$  para pulsares comuns com período de rotação  $\tau \sim 1s$  e  $\frac{d\tau}{dt} \sim 10^{-15}$ . Porém, existem pulsares com maior (menor)  $\frac{d\tau}{dt}$  e maior (menor) campo magnético ( $10^{15} Gauss \rightarrow 10^9 Gauss$ ). Um abrupto aumento de rotação seguido por um relaxamento da rotação normal foi observado e é chamado de *glitch*. Uma explicação convincente para tal fenômeno ainda está em aberto. Conjectura-se que o fenômeno de *glitch* é correlacionado com a estrutura interna da estrela de nêutrons.

A casca externa de uma estrela de nêutrons é sólida e é composta de núcleos pesados que formam uma rede coulombiana num mar de elétrons degenerados. Em direção ao

interior estelar, com aumento de densidade, os núcleos se dissociam constituindo um líquido, ou seja, se tornando um sistema de fermi degenerado de nêutrons superfluídos e uma fração pequena de prótons e elétrons. Quando a densidade bariônica se torna um múltiplo da densidade nuclear comum,  $2,8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ , espera-se o surgimento de componentes exóticas como por exemplo híperons, condensação de Bose-Einstein de píons ou káons, ou matéria desconfiada de quarks. Caso a matéria de quarks estranhos corresponda ao estado fundamental da CDQ, então estrelas de quarks possivelmente existam, com quarks desconfiados até a superfície da estrela.

Devido ao fato do raio estelar ser pequeno ( $\sim 10 \text{ km}$ ), a densidade média de massa é consideravelmente elevada.

$$\epsilon \sim \left( \frac{M}{V} \right)_{\odot} \times 10^{14-15} \sim 10^{14-15} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Supondo-se que a estrela é meramente composta de nêutrons, a densidade é dada por

$$\rho_n = \frac{\epsilon}{m_n} = 10^{38-39} \frac{1}{\text{cm}^3} = (0,1 - 1) \frac{1}{\text{fm}^3}.$$

Para fins de comparação, a densidade de matéria nuclear no centro dos núcleos dos elementos mais pesados é  $\rho_{mn} = 0,17 \text{ fm}^{-3}$ . Já numa estrela de nêutrons a densidade é alta o suficiente para dissolver os núcleos em seus constituintes, os núcleons. Desta forma entende-se a estrela de nêutrons como um núcleo gigante rico em nêutrons. A energia de Fermi dos nêutrons para o intervalo de densidades indicado acima é

$$E_F^n = \frac{\hbar^2}{2m_n} (3\pi^2 \rho_n)^{\frac{2}{3}} \sim (50 - 200) \text{ MeV},$$

que é muito maior que a temperatura interna  $T < 10^9 \text{ K} \sim 0,1 \text{ MeV}$ . Por isto o sistema de nêutrons em questão pode ser descrito de forma aproximada como um fluido de nêutrons degenerados. A relação entre massa e raio da estrela de nêutrons, seguindo o mesmo procedimento que usamos no caso das anãs brancas, é

$$M^{1/3} R = 3,7 \frac{\hbar^2}{G m_p^{8/3}} \simeq 10^{17} \text{ g}^{1/3} \text{ cm}.$$

Tal como no caso das anãs brancas, há um valor de massa máximo onde os nêutrons e elétrons relativísticos e suas interações repulsivas podem sustentar a estrutura da estrela de nêutrons contra o colapso gravitacional. Se for superado este valor de massa, conhecido como limite de massa de Oppenheimer-Volkoff, a estrela continua sua implosão gravitacional (supõe-se que este valor de massa, para estrelas de nêutrons, esteja na faixa de  $1.4 M_{\odot}$ ) até que um buraco negro seja criado.

### 3.4 Gravidade e Equação de Estado das Estrelas Compactas

Os objetos compactos, anãs brancas e estrelas de nêutrons, existem como resultado de um balanço entre a pressão  $P$  interna do gás degenerado de férmions (elétrons ou nêutrons) e a pressão oriunda da gravitação. Nessa seção serão discutidos o papel da gravidade em combinação com a equação de estado da interação forte para férmions degenerados livres para os casos não relativístico e relativístico.

### 3.4.1 Estrelas Compactas Não Relativísticas - Polítropos e Estrelas de Nêutrons Newtonianas

A maioria das estrelas são adequadamente descritas pela física Newtoniana, sem levar em conta a Relatividade Geral. Porém, tais estrelas Newtonianas servem de caso limite para a compreensão de objetos estelares para os quais a Relatividade Geral é imprescindível para sua adequada compreensão [113].

Na astrofísica Newtoniana a energia interna e a pressão estelar são muito menores do que a densidade de massa, ou seja

$$\varepsilon \ll m_N n; \quad p \ll m_N n, \quad (3.3)$$

tal que a densidade total é dominada pela densidade de massa,

$$\rho \simeq m_N n. \quad (3.4)$$

Neste caso,

$$p \ll \rho; \quad \frac{4}{3}\pi r^3 p \ll M. \quad (3.5)$$

Acrescente-se que o potencial gravitacional destes sistemas é reduzido tal que

$$\frac{2GM}{r} \ll 1. \quad (3.6)$$

A equação fundamental

$$g^{\mu\nu} U_\mu U_\nu = -1,$$

é simplificada então para

$$-r^2 p'(r) = GM(r)\rho(r), \quad (3.7)$$

com  $M(r)$  definido por

$$M(r) \equiv \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr'. \quad (3.8)$$

Combinando (3.7) e (3.8) em uma única equação diferencial de segunda ordem obtém-se

$$\frac{d}{dr} \frac{r^2}{\rho(r)} \frac{dp(r)}{dr} = -4\pi G r^2 \rho(r). \quad (3.9)$$

Afim de considerar  $\rho(0)$  finito é necessário que  $p'(0)$  se anule. Dessa forma, dada uma equação de estado  $p = p(\rho)$  (com  $dp/d\rho \neq 0$ ), podemos obter  $\rho(r)$  resolvendo a equação (3.9) com as condições iniciais:  $\rho(0)$  tendo qualquer valor inicial e

$$\rho'(0) = 0.$$

É frequente o caso em que a densidade de energia interna da estrela é proporcional à pressão (estrela politrópica)

$$\varepsilon \equiv \rho - m_N n = (\gamma - 1)^{-1} p, \quad (3.10)$$

onde  $\gamma$  é chamado de índice politrópico.

A condição de entropia uniforme por núcleon é dada por

$$0 = \frac{d}{dr} \left( \frac{\rho}{n} \right) + p \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{n} \right) = \frac{d}{dr} \left( \frac{\varepsilon}{n} \right) + p \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{\gamma - 1} \left[ \gamma p \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{n} \right) + \left( \frac{1}{n} \right) \frac{dp}{dr} \right], \quad (3.11)$$

e portanto

$$p \propto n^\gamma,$$

ou, desde que  $\rho \simeq m_N n$ ,

$$p = K \rho^\gamma. \quad (3.12)$$

A constante de proporcionalidade  $K$  depende da entropia por núcleon e da composição química, mas não de  $r$  ou  $\rho(0)$ . Qualquer estrela cuja equação de estado tem a forma (3.12) é chamada de estrela politrópica ou Newtoniana.

A equação fundamental (3.9), através de transformações das coordenadas  $r$ ,  $\rho$  para novas variáveis independentes  $\xi$ ,  $\theta$  torna-se uma equação universal para politropos parametrizados pelo índice politrópico  $\gamma$ :

$$r = \left( \frac{K\gamma}{4\pi G(\gamma - 1)} \right)^{1/2} \rho(0)^{(\gamma-2)/2} \xi, \quad (3.13)$$

onde

$$\rho = \rho(0) \theta^{1/(\gamma-1)}; \quad p = K \rho(0)^\gamma \theta^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (3.14)$$

A equação (3.9) assume então a forma

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} + \theta^{1/(\gamma-1)} = 0, \quad (3.15)$$

sujeita às condições de contorno

$$\theta(0) = 1 \quad \theta'(0) = 0. \quad (3.16)$$

A solução  $\theta(\xi)$  definida por (3.15) e (3.16) é conhecida como função de Lane-Emden [114] de índice  $(\gamma - 1)^{-1}$ .

O primeiro zero de  $\theta(\xi)$ , representado por  $\xi_1$ , corresponde ao raio da estrela, pois é neste ponto que a pressão torna-se nula.

Para  $\xi$  próximo de zero, (3.15) gera

$$\theta(\xi) = 1 - \frac{\xi^2}{6} + \frac{\xi^4}{120(\gamma - 1)} - \dots \quad (3.17)$$

Também pode ser mostrado que para  $\gamma > 6/5$ ,  $\theta(\xi)$  desaparece para qualquer valor de  $\xi_1$  finito.

O raio da estrela é obtido através da expressão (3.13) na forma

$$R = \left( \frac{K\gamma}{4\pi G(\gamma - 1)} \right)^{1/2} \rho(0)^{(\gamma-2)/2} \xi_1. \quad (3.18)$$

Podemos usar as soluções das equações acima para calcular a massa da estrela:

$$\begin{aligned} M &\equiv \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr = 4\pi \rho(0)^{(3\gamma-4)/2} \left( \frac{K\gamma}{4\pi G(\gamma-1)} \right)^{3/2} \int_0^{\varepsilon_1} \varepsilon^2 \theta^{1/(\gamma-1)}(\varepsilon) d\varepsilon \\ &= 4\pi \rho(0)^{(3\gamma-4)/2} \left( \frac{K\gamma}{4\pi G(\gamma-1)} \right)^{3/2} \varepsilon_1^2 |\theta'(\varepsilon_1)|. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Eliminando  $\rho(0)$  nas equações (3.18) e (3.19), obtemos a relação entre M e R:

$$M = 4\pi R^{(3\gamma-4)/(\gamma-2)} \left( \frac{K\gamma}{4\pi G(\gamma-1)} \right)^{-1/(\gamma-2)} \varepsilon_1^{-(3\gamma-4)/(\gamma-2)} \varepsilon_1^2 |\theta'(\varepsilon_1)|. \quad (3.20)$$

Para estrelas Newtonianas,  $M$  é obtida pela massa total de repouso  $Nm_N$ , portanto o número de núcleons da estrela é aproximadamente

$$N \sim \frac{M}{m_N}. \quad (3.21)$$

Desejamos agora conhecer a energia interna estelar  $E \equiv M - Nm_N$ . Para estrelas *Newtonianas ordinárias* a energia interna pode ser escrita na forma

$$E = T + U, \quad (3.22)$$

onde  $T$  é a energia térmica e  $U$  a energia potencial gravitacional da estrela

$$T \equiv \int_0^R \left\langle 1 - \left[ 1 - \frac{2GM(r)}{r} \right]^{-1/2} \right\rangle \varepsilon(r) dr, \quad (3.23)$$

$$U \equiv \int_0^R \left\langle 1 - \left[ 1 - \frac{2GM(r)}{r} \right]^{-1/2} \right\rangle \rho(r) dr. \quad (3.24)$$

Expandindo as raízes quadradas obtem-se

$$T = \int_0^R 4\pi r^2 \left\langle 1 + \frac{GM(r)}{r} + \dots \right\rangle \varepsilon(r) dr, \quad (3.25)$$

e

$$U = - \int_0^R 4\pi r^2 \left\langle \frac{GM(r)}{r} + \frac{3G^2 M(r)}{2r^2} + \dots \right\rangle \rho(r) dr. \quad (3.26)$$

Os primeiros termos das expansões de T e U correspondem aos valores convencionais para as energias térmica e gravitacional da estrela

$$T = \int_0^R 4\pi r^2 \varepsilon(r) dr, \quad (3.27)$$

$$U = - \int_0^R 4\pi r GM(r) \rho(r) dr. \quad (3.28)$$

Para polítopos, T e U assumem formas simples

$$T = \frac{1}{(5\gamma - 6)} \frac{GM^2}{R}, \quad (3.29)$$

$$U = -\frac{3(\gamma - 1)}{(5\gamma - 6)} \frac{GM^2}{R}, \quad (3.30)$$

tal que a energia interna total é

$$E = -\frac{(3\gamma - 4)}{(5\gamma - 6)} \frac{GM^2}{R}. \quad (3.31)$$

### Equilíbrio e Estabilidade de Estrelas Newtonianas

As equações (3.19) e (3.21) mostram que o número de núcleons  $N$  em uma estrela politrópica comporta-se como  $\rho(0)^{(3\gamma-4)/2}$ ; da mesma forma que (3.18), (3.19) e (3.31) mostram que a energia interna  $E$  se comporta como  $\rho(0)^{(5\gamma-6)/2}$ . Dessa forma as grandezas  $\partial N/\partial\rho(0)$  e  $\partial E/\partial\rho(0)$  nunca podem desaparecer simultaneamente. Quem garante isto é o chamado Teorema I da estabilidade estelar: uma estrela consistindo de um fluido perfeito com composição química e entropia por núcleon constantes, pode apenas passar da condição de estabilidade para a de instabilidade com respeito a algum modo radial normal de vibração <sup>7</sup> quando possuir um valor de densidade central  $\rho(0)$  no qual a energia de equilíbrio  $E$  e o número de núcleons  $N$  são estacionários [113], ou seja:

$$\frac{\partial E(\rho(0); s, \dots)}{\partial\rho(0)} = 0;$$

$$\frac{\partial N(\rho(0); s, \dots)}{\partial\rho(0)} = 0.$$

Uma vez que o tratamento adotado corresponde a um fluido perfeito, forças dissipativas estão ausentes, tal que as equações dinâmicas são invariantes frente a condição de reversão temporal, apresentando o quadrado da frequência  $\omega_n^2$  dos vários modos normais como funções contínuas de  $\rho(0)$ . Quando os valores de  $\omega_n$  obedecem a condição  $\omega_n^2 > 0$ , há dois modos de oscilação estáveis. Já, para aqueles valores de  $\omega_n$  que obedecem a condição  $\omega_n^2 < 0$ , há um modo exponencialmente amortecido e outro modo que cresce também de maneira exponencial, na forma  $\exp(-|\omega_n|t)$  e  $\exp(+|\omega_n|t)$ , respectivamente. Dessa forma, a transição da condição de estabilidade para a de instabilidade pode apenas ocorrer para valores de  $\rho(0)$  para os quais  $\omega_n^2$  desaparece.

Consideremos algum valor de  $\rho(0)$  para o qual uma particular frequência  $\omega_n$  é próxima de zero. Tem-se então um longo tempo para a oscilação crescer e mudar a configuração de equilíbrio em uma função da forma  $\rho(r) + \delta\rho(r)$ . Se isto ocorrer lentamente,  $\rho(r) + \delta\rho(r)$  deve também ser essencialmente uma configuração de equilíbrio. Na ausência de reações nucleares, a nova configuração deverá ter a mesma composição química

<sup>7</sup>Um modo de oscilação no qual a perturbação de densidade  $\delta\rho$  é função de  $r$  e  $t$  apenas, ou seja, que as reações nucleares, viscosidade, condução de calor e transferência de energia por radiação não desempenham papel relevante.

uniforme da anterior. Na ausência de mecanismos como viscosidade, condução de calor ou transferência de energia por radiação, a nova configuração deverá ter a mesma entropia por núcleon da anterior. Além do mais, a conservação de energia e do número de núcleons dizem que a nova configuração também terá a mesma energia  $E$  e o mesmo número bariônico  $N$  do caso anterior. Contudo,  $\delta\rho(0)$  não pode desaparecer pois uma configuração de equilíbrio é especificada (para uma entropia por núcleo e composição química uniformes) pelo valor de  $\rho(0)$ ; se  $\delta\rho(0)$  for nulo, então  $\delta\rho(r)$  pode ser nulo para todos os valores de  $r$ , e conseqüentemente um modo normal radial pode estar ausente. Assim, em um ponto de transição da condição de estabilidade para a de instabilidade há configurações de equilíbrio de vizinhança com diferentes valores de  $\rho(0)$  com a mesma entropia por núcleon e composição química, além dos mesmo  $E$  e  $N$ . Este teorema é particularmente valioso porque permite usar argumentos qualitativos para mostrar precisamente onde a transição da condição de estabilidade para a de instabilidade ocorre.

Mas qual seria afinal o valor de  $\gamma$  para nos informar se um polítropo é estável ou instável? Para responder a esta questão recorreremos ao teorema 2 da estabilidade estelar que estabelece o que segue. Uma particular configuração, com entropia por núcleon e composição química uniformes, satisfará as equações

$$M(r) \equiv \int_0^R 4\pi r'^2 \rho(r') dr', \quad (3.32)$$

e

$$-r^2 p'(r) = GM(r)\rho(r) \left[ 1 + \frac{p(r)}{\rho(r)} \right] \left[ 1 + \frac{4\pi r^3 p(r)}{M(r)} \right] \left[ 1 - \frac{2GM(r)}{r} \right]^{-1}, \quad (3.33)$$

para o equilíbrio se, e apenas se, a quantidade  $M$  for estacionária com respeito a todas as variações de  $\rho(r)$  que deixam inalterável a quantidade

$$N \equiv \int 4\pi r^2 n(r) \left[ 1 - \frac{2GM(r)}{r} \right]^{-1/2} dr, \quad (3.34)$$

e que também mantém a entropia por núcleon e a composição química uniformes e inalteráveis<sup>8</sup>. O equilíbrio é estável com respeito a oscilação radial se e apenas se  $M$ , ou de forma equivalente  $E$ , corresponde a um mínimo com respeito a todas estas variações.

### 3.4.2 Estrelas Compactas Relativísticas

A Teoria da Relatividade Geral, a teoria de Einstein para a gravitação e para o espaço-tempo, é uma das mais belas e elegantes teorias físicas. Ela é a base para nossa compreensão de estrelas compactas [13]. Objetos densos, como estrelas de nêutrons, poderiam existir no contexto da teoria Newtoniana, mas ele seriam muito diferentes. Chandrasekhar descobriu (em conexão com anãs brancas) que todas as estrelas degeneradas tem uma massa máxima possível. Na teoria de Newton tal massa máxima é

<sup>8</sup>Com a entropia por núcleon e a composição química fixas, a equação de estado estelar fornece  $p(r)$  e  $n(r)$  como funções de  $\rho(r)$ .

atingida assintoticamente quando todos os férmions cuja pressão suporta a estrela são ultra-relativísticos; conseqüentemente estrelas constituídas por quarks pesados poderiam existir. Estas estrelas não são preditas pela teoria de Einstein.

No formalismo da Relatividade Geral, algumas grandezas devem ter caráter covariante, ou seja, manterem-se invariantes frente a qualquer mudança de sistema de coordenadas (ou observador). Uma destas grandezas é o *intervalo invariante*

$$d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (3.35)$$

onde  $g_{\mu\nu}$  é definido em termos dos produtos das derivadas parciais das transformações de coordenadas.

Dependendo da natureza do sistema de coordenadas, retilíneo, oblíquo, curvilíneo, ou na presença de um campo gravitacional, se  $d\tau^2$  envolver produtos bilineares em função de  $dx^\mu$ , as componentes de  $g_{\mu\nu}$  serão funções de posição e tempo, compondo um tensor simétrico chamado *tensor métrico*. No sistema retilíneo de representação da Teoria da Relatividade Especial, o tensor métrico  $g_{\mu\nu}$  é igual ao tensor de Minkowski  $\eta_{\mu\nu}$ , constante e diagonal. Usualmente se atribui a sistemas de referência nos quais o tensor métrico tem a forma de Minkowski como sistemas de Lorentz.

Na Relatividade Geral, as propriedades gravitacionais de um fluido perfeito (bem como de qualquer tipo de matéria) estão associadas com a medida da curvatura do espaço-tempo. Esta medida é obtida através da ordem das diferenciações covariante e contravariante de grandezas vetoriais e escalares no espaço-tempo. No caso das grandezas escalares a ordem das diferenciações não altera o resultado, mas no caso dos vetores esta ordem em geral produz resultados diferentes, que estão associados a uma grandeza tensorial  $R_{\lambda\mu\nu\kappa}$  chamada de tensor de curvatura Riemann-Christoffel:

$$R_{\lambda\mu\nu\kappa} \equiv \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\lambda}{\partial x^\kappa} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\lambda}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\mu\nu}^\eta \Gamma_{\kappa\eta}^\lambda - \Gamma_{\mu\kappa}^\eta \Gamma_{\nu\eta}^\lambda, \quad (3.36)$$

onde  $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$  é a chamada *conexão de afinidade* ou *conexão afim*.

Dois importantes objetos matemáticos da teoria são obtidos a partir do tensor de Riemann-Christoffel, o tensor de Ricci:

$$R_{\mu\kappa} = g^{\lambda\nu} R_{\lambda\mu\nu\kappa}; \quad (3.37)$$

e a curvatura escalar

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}. \quad (3.38)$$

As equações de Einstein relacionam a curvatura do espaço-tempo com massa e/ou a energia do sistema.

$$G^{\mu\nu} = kT^{\mu\nu}, \quad (3.39)$$

onde

$$G^{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R, \quad (3.40)$$

é chamado de tensor de Einstein; nesta expressão  $T^{\mu\nu}$  é o já citado tensor de energia-momento e  $k$  uma constante de proporcionalidade.

O Tensor de Einstein é construído a partir do tensor de curvatura de Riemann e possui uma divergência covariante nula, simétrica e de segunda ordem, pois Einstein,

ao criar a Relatividade Geral, buscou para descrever a curvatura do espaço-tempo um tensor que fosse uma combinação de termos lineares na derivada segunda ou quadráticos em derivada primeira (em analogia com a equação de Poisson para o potencial gravitacional na Teoria de Newton). Para a expressão da conservação de energia e momentum, é importante que a divergência desta grandeza desapareça. O tensor de energia-momentum é de segunda ordem.

Um fluido perfeito é um meio no qual a pressão é isotrópica no sistema de coordenadas de repouso de cada elemento do fluido. Fenômenos como tensão de cisalhamento e transporte de calor estão ausentes. Se em um certo momento a velocidade do fluido é  $\mathbf{v}$ , um observador com esta velocidade observará o fluido na sua vizinhança como isotrópico com uma densidade de energia  $\varepsilon$  e pressão  $p$ . Neste sistema de coordenadas local o tensor energia-momentum é descrito por [13, 113]:

$$T^{\mu\nu} = pg^{\mu\nu} + (p + \varepsilon)u^\mu u^\nu, \quad (3.41)$$

onde  $g^{\mu\nu}$  é o tensor métrico,  $p$  a pressão,  $\varepsilon$  a densidade de energia e  $u^\mu \equiv dx^\mu/d\tau$  o quadrivetor velocidade de um elemento do fluido.

Na descrição de estrelas compactas, buscam-se soluções para as equações de campo de Einstein em regiões estáticas e isotrópicas do espaço-tempo encontradas nas regiões interior e exterior de estrelas estáticas tratadas como fluidos perfeitos. Nestas regiões as componentes do tensor métrico  $g_{\mu\nu}$  são independentes do tempo ( $x^0 \equiv t$ ) e  $g^{0m} = 0$ . Optando por coordenadas espaciais esféricas  $x^1 = r$ ,  $x^2 = \theta$  e  $x^3 = \phi$  obtém-se para o formalismo um intervalo espaço-tempo invariante esfericamente simétrico e estático, a métrica de Schwarzschild

$$d\tau^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = e^{2\nu(r)}dt^2 - e^{2\lambda(r)}dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\text{sen}^2\theta d\phi^2, \quad (3.42)$$

onde  $\lambda$  e  $\nu$  são funções apenas de  $r$  e

$$\begin{aligned} g_{00} &= e^{2\nu(r)}, \quad g_{11} = -e^{2\lambda(r)}, \quad g_{22} = -r^2, \\ g_{33} &= -r^2\text{sen}^2\theta \quad g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = 0 \quad (\mu \neq \nu). \end{aligned} \quad (3.43)$$

### 3.4.3 Campo Gravitacional Estelar

Na região externa da estrela (campo gravitacional fora da estrela) as componentes do tensor de Einstein devem ser satisfeitas pela métrica do espaço vazio, fora da concentração de energia e matéria, ou seja

$$G_{\mu\nu} = 0, \quad (3.44)$$

ou, equivalentemente,

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R. \quad (3.45)$$

No espaço vazio, isotrópico e homogêneo as equações de Einstein equivalem ao desaparecimento do tensor de Ricci ou da curvatura escalar,  $R = 0$  e  $R^{\mu\nu} = 0$ .

A solução de Schwarzschild [115] válida para a região exterior à estrela é

$$g_{00}(r) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right); \quad (3.46)$$

$$g_{11}(r) = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1};$$

$$g_{22}(r) = -r^2, \quad g_{33}(r, \theta) = -r^2 \operatorname{sen}^2 \theta. \quad (3.47)$$

A métrica de Schwarzschild é singular no raio de Schwarzschild,  $r = r_S \equiv 2M$ . Isto não significa que o espaço-tempo seja singular neste raio, apenas que esta métrica particular o é. Mas como ela opera apenas fora da estrela,  $r_S$  não tem significado especial se for menor do que o raio da estrela (fora da estrela falaríamos de um buraco negro).

### 3.4.4 Interior Estelar

Considerando agora o interior da estrela, as equações de Einstein para esta região são:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = G_{\mu\nu}. \quad (3.48)$$

Devido à presença de matéria, o tensor energia-momentum,  $T^{\mu\nu}$ , toma a forma:

$$G^{\mu\nu} = -8\pi T^{\mu\nu}, \quad (3.49)$$

onde escolhemos  $k = -8\pi G$  para manter a concordância com o limite Newtoniano.

Considerando uma estrela esfericamente estática, o quadrivetor de qualquer elemento do fluido perfeito é nulo:

$$u^m = 0, \quad (m = 1, 2, 3), \quad u^0 = 1/\sqrt{g_{00}}, \quad (3.50)$$

o que implica em

$$u_\mu u^\mu = 1, \quad (3.51)$$

e

$$T_0^0 = \varepsilon, \quad T_m^m = -p. \quad (3.52)$$

Componentes do tensor de Einstein:

$$G_0^0 = e^{-2\lambda} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{2\lambda'}{r} \right) - \frac{1}{r^2} = -8\pi\varepsilon(r); \quad (3.53)$$

$$G_1^1 = e^{-2\lambda} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{2\nu'}{r} \right) - \frac{1}{r^2} = 8\pi p(r); \quad (3.54)$$

$$G_2^2 = e^{-2\lambda} \left( \nu'' + \nu'^2 - \lambda'\nu' + \frac{\nu' - \lambda'}{r} \right) = 8\pi p(r); \quad (3.55)$$

$$G_3^3 = G_2^2 = 8\pi p(r), \quad (3.56)$$

onde  $\nu$  e  $\lambda$  são funções de  $r$ .

A integração da equação (3.53) leva a

$$e^{-2\lambda(r)} = 1 - \frac{8\pi}{r} \int_0^r \varepsilon(r)r^2 dr. \quad (3.57)$$

Define-se a massa contida num volume de raio  $r$  como:

$$M(r) \equiv 4\pi \int_0^r \varepsilon(r)r^2 dr. \quad (3.58)$$

Esta expressão para a massa tem precisamente a mesma forma obtida em um tratamento não relativístico cuja distribuição de massa é dada por  $\varepsilon(r)$ . Uma vez que sabemos ser o espaço-tempo curvado pela presença da massa, será esta mesma massa, por sua vez, movida e arranjada pela espaço-tempo? A resposta é exatamente que  $M(r)$  não é para ser computada como a massa total de uma distribuição arbitrária  $\varepsilon(r)$ . Não há distribuições arbitrárias na gravidade, e  $\varepsilon(r)$  é precisamente prescrito pelas equações de Einstein. De tal forma,  $M(r)$  compreende a massa da estrela e a seu campo gravitacional. Devido à interação mútua da massa-energia e do espaço-tempo, não há nenhum significado para a questão: *o que é a massa da estrela isolada de um campo de energia?* Por isso cita-se  $M(r)$  como a massa gravitacional ou massa-energia da estrela, o único tipo de massa que entra na teoria da relatividade geral.

Entretanto, faz sentido nos referirmos à massa da totalidade dos núcleons da estrela se eles forem dispersados para o infinito. Essa massa é referida como massa bariônica. A diferença entre a massa gravitacional e a massa bariônica é negativa, da ordem de 100 MeV por núcleon. Esta é a energia de ligação gravitacional da estrela, em estrelas próximas do limite de massa quando comparada aos 10 MeV de energia de ligação da força forte no núcleo.

Fazemos com que  $r = R$  denote o raio da estrela, ou seja, a coordenada radial exterior na qual a pressão desaparece.

Encontramos a componente do tensor métrico  $g_{11}$  para a região interior da estrela

$$g_{11} = -e^{2\lambda(r)} = - \left( 1 - \frac{2M(r)}{r} \right)^{-1}, \quad (3.59)$$

e a partir dos resultados acima concluímos que a região estelar interior tem a mesma forma do exterior da estrela, embora ela inclua a massa  $M(r)$ , e não a massa total.

Das componentes de Einstein, podemos expressar  $\lambda'$ ,  $\nu'$ ,  $\nu''$  e  $\nu'^2$  em termos de  $p$ ,  $p'$ ,  $\varepsilon$  e  $e^{2\lambda}$ . Após uma série de cálculos encontra-se

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{[p(r) + \varepsilon(r)] [M(r) + 4\pi r^3 p(r)]}{r(r - 2M(r))}, \quad (3.60)$$

ou

$$4\pi r^2 dp = - \frac{M(r)dM(r)}{r^2} \left( 1 + \frac{p(r)}{\varepsilon(r)} \right) \left( 1 + \frac{4\pi r^3 p(r)}{M(r)} \right) \left( 1 - \frac{2M(r)}{r} \right)^{-1}, \quad (3.61)$$

e

$$dM(r) = 4\pi r^2 \varepsilon(r) dr. \quad (3.62)$$

### 3.4.5 Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff

As equações (3.58) e (3.60) representam a redução das equações de Einstein para o interior de uma estrela relativística, esférica e estática. São conhecidas como equações de *Tolman-Oppenheimer-Volkoff* (TOV) e correspondem a configurações estelares que estão em equilíbrio hidrostático [116, 117]. O lado esquerdo desta expressão mostra a pressão interna exercida sobre uma casca esférica de raio  $r$ , espessura  $dr$  e massa  $dM(r)$ . O primeiro termo do lado direito representa a atração que a massa gravitacional contida em  $r$  exerce sobre a casca. Os demais termos (entre parênteses) são correções relativísticas exatas à teoria Newtoniana, originárias da Relatividade Geral. Estas correções são todas positivas; isto garante que o gradiente da pressão é sempre negativo, ou seja, tanto maior a pressão quanto mais nos aproximarmos do centro da estrela. Para estrelas como o Sol, por exemplo, estes termos são desprezíveis, pois  $p \ll \varepsilon$  e, portanto,  $p/\varepsilon \ll M(r)/(4\pi r^3 \varepsilon/3)$ , ou,  $4\pi r^3 \ll M(r)$ .

As equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff devem ser integradas desde a origem, onde  $M(0) = 0$  e  $\varepsilon(0) \equiv \varepsilon_c$ , até que se atinja um raio  $R$ , em que a pressão é nula, o que define a superfície da estrela. Não sendo possível suportar qualquer massa, define-se este ponto como o raio da estrela e  $M(R)$  como a massa gravitacional que se mede nas observações. Para cada equação de estado ( $\varepsilon = \varepsilon(p)$ ) introduzida nestas equações, obtém-se uma relação única entre a massa da estrela e sua densidade central.

Foi citado que as equações TOV correspondem a configurações de equilíbrio hidrostático. É bom, porém, destacar que equilíbrio estelar não garante estabilidade estelar. Configurações de equilíbrio dizem respeito ou a um máximo ou a um mínimo de energia. Em geral, a determinação da estabilidade estelar é difícil de ser compreendida, mas foi estabelecido convincentemente [113] que, ao longo de configurações contínuas de equilíbrio correspondendo a uma equação de estado que satisfaz a condição de estabilidade microscópica da matéria (princípio de Le Chatelier  $dp/d\rho \geq 0$ ), há duas regiões de existência de estrelas compactas onde as configurações são estáveis, as regiões de anãs brancas e de estrelas de nêutrons. Entre ambas as regiões há uma região instável. Estrelas nesta região instável estão sujeitas a modos vibracionais que, ou causarão sua dissociação, ou seu colapso para uma estrela de nêutrons. Para densidades abaixo da região onde predominam as anãs brancas há longas regiões de instabilidade para objetos frios, alternadas com pequenas regiões estáveis associadas a anãs marrons e planetas.

A energia de ligação para uma estrela de nêutrons é definida pela diferença da massa total e a massa total dos núcleos livres

$$-B = M - m_N A,$$

onde  $m_N$  é a massa dos núcleons e  $A$  é o número total de bárions da estrela.

$$A = \int j^0(r) \sqrt{-g} dr d\theta d\phi = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) \left(1 - \frac{2GM(r)}{r}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

As relações  $\sqrt{-g} = e^{(a(r)+b(r))/2} r^2 \sin\theta$ ,  $j^\mu(r) = u^\mu \rho(r)$  e  $u^\mu = (e^{-a(r)/2}, 0, 0, 0)$  correspondem à métrica de Schwarzschild.

A diferença entre uma estrela Newtoniana e uma estrela relativística claramente se manifesta pelos três fatores na equação de Oppenheimer-Tolmann. Mais especificamente, o fator  $(1 - 2GM(r)/r)^{-1}$ , é relacionado com uma troca na métrica. Supondo-se que o limite  $\epsilon \rightarrow 0$  é regular, neste caso  $1 - 2GM(r)/r|_{r \rightarrow 0} > 0$ . Então, a equação para a variação da pressão mostra que com  $r$  crescente (ou seja a partir do centro para fora) a pressão decresce de forma monótona. No caso em que  $2GM(r)/r$  se aproxima da unidade, o gradiente de pressão cresce violentamente e  $P$  aproxima-se do valor zero e desaparece para  $r = R$ , o que define a superfície da estrela. Portanto,  $1 - 2GM(r)/r$  é sempre positivo no interior da estrela.

O *redshift* (avermelhamento gravitacional) de um fóton emitido da superfície de uma estrela de nêutrons é dado por

$$z = \frac{\nu_e}{\nu_0} - 1 = \left( \frac{g_{00}(\infty)}{g_{00}(R)} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 = (1 - 2GM(R)/R)^{-\frac{1}{2}}.$$

Ao inserirmos na expressão acima valores típicos para a massa e para o raio de uma estrela de nêutrons ( $M \sim M_\odot$  e  $R \sim 10km$ ) obtemos em  $z \sim 0,2$ , ou seja o efeito da relatividade geral não é mais desprezível para estrelas de nêutrons. O limite superior é  $z \sim 2$  o que será demonstrado a seguir. Mesmo que a métrica varie substancialmente ao longo da distância macroscópica a partir do centro até a superfície da estrela, a sua variação na escala microscópica é desprezível. Por esta razão é possível calcular a equação de estado  $P(r) = P(\epsilon(r))$  num referencial de Lorentz local.

A existência de uma pressão como "proporcionalidade" para o gradiente de pressão é uma das fontes para o limite de massa, o que tem origem na natureza relativística da estrela. Em um sistema Newtoniano a pressão contrabalança o sistema contra o colapso gravitacional. Porém, em uma estrela relativística a pressão pode desestabilizar a estrela. De fato, com o crescimento de massa, a gravidade comprime a matéria e  $P$  cresce. Um crescimento em  $P$  implica em um crescimento do gradiente da pressão, que por sua vez diminui o tamanho da estrela. Ultrapassado um certo limite a estrela se torna instável e após o colapso gravitacional origina um buraco negro. Uma condição necessária para a estabilidade em estrelas compactas pode ser demonstrado como segue

$$\frac{dM}{d\epsilon_{cent}} > 0.$$

A massa de uma estrela estável deveria crescer com crescimento da densidade central de energia. Isto é uma condição necessária porém não suficiente para a estabilidade estelar. Portanto, saber se a estrela é estável ou não requer um estudo dos modos vibracionais de uma estrela.

### 3.4.6 Estrelas de Nêutrons com Densidade Uniforme

Supondo por simplicidade a existência de uma estrela de nêutrons com densidade de energia constante  $\epsilon(r) = \epsilon_{cent}$ , então a equação de Oppenheimer-Volkoff têm uma solução analítica. A hipótese de uma densidade uniforme (um fluido incompressível) não é realístico, porque a velocidade de som contradiz o Princípio de Causalidade,

$c_s = \frac{dP}{dr} = \infty$ . Mesmo assim, esta hipótese permite tirar conclusões sobre a estrutura geral de uma estrela compacta e permite determinar limites superiores para  $2GM/r$  de forma analítica.

Para uma densidade uniforme, a massa  $M(r)$  estelar é

$$M(r) = \frac{4\pi}{3} \epsilon_{cent} r^3,$$

o que permite reescrever o gradiente de pressão de forma

$$-\frac{dP}{(P + \epsilon_{cent})(3P + \epsilon_{cent})} = \frac{4\pi G}{3} \frac{r dr}{1 - 8\pi G \epsilon_{cent} r^2/3},$$

o que tem como solução

$$\frac{P(r)}{\epsilon_{cent}} = \frac{\sqrt{1 - 2G(M/R)(r/R)^2} - \sqrt{1 - 2GM/R}}{3\sqrt{1 - 2GM/R} - \sqrt{1 - 2G(M/R)(r/R)^2}}.$$

O numerador desta expressão é sempre positivo, porém o denominador pode trocar o sinal para um dado valor de  $r$ . Supondo que  $P(r)$  não é singular e é positivo para qualquer valor de  $r$  no interior estelar, uma tal singularidade pode ser escondida apenas quando para  $r = 0$  vale que o denominador é positivo

$$3\sqrt{1 - 2GM/R} - 1 > 0 \rightarrow \frac{2GM}{R} < \frac{8}{9}.$$

Este limite superior mantém validade mesmo para estrelas com densidade de energia não uniforme, desde que os seguintes critérios sejam obedecidos

1.  $\epsilon(r > R) = 0$ ;
2.  $M$  é fixo;
3.  $2GM(r)/r < 1$ ; e
4.  $d\epsilon(r)/dr \leq 0$ .

O limite superior acima estabelecido implica também que o desvio para o vermelho da luz emitida da superfície de uma estrela de nêutrons satisfaz  $z < 2$ .

### 3.5 Estrela de Nêutrons e o Modelo de Gás de Fermi Relativístico

Após os primeiros minutos do seu nascimento, uma estrela de nêutrons é muito fria do ponto de vista da escala nuclear. Neste contexto, ao considerarmos o modelo de gás ideal, a estrela de nêutrons é suportada, contra o colapso gravitacional, apenas pela pressão de Fermi dos nêutrons degenerados, tal como as anãs brancas são suportadas, contra a pressão gravitacional, apenas pela pressão dos elétrons degenerados. Portanto,

para estrelas de nêutrons realísticas, a força nuclear é decisiva para estabelecer o limite de massa e quão grande ela pode ser.

Para determinar a massa máxima estelar é preciso antes determinar o perfil de energia da estrela. Por exemplo, este pode ser uma função da distância a partir do centro da estrela, informação esta subjacente ao comportamento de uma determinada equação de estado. Quanto mais rígida for a equação de estado (aumento da pressão como uma função da densidade) maior é o limite de massa correspondente. Uma equação de estado de alta densidade, que está no seu limite causal, suportará uma maior massa limite do que uma equação de estado suave.

Como exemplo, a equação de estado sugerida por Bethe-Baym-Pethick-Sutherland-Siemens [118], frequentemente chamada de equação de estado BPS, descreve a matéria fria no seu estado fundamental absoluto de matéria hadrônica neutra. Aplicando esta equação de estado para um domínio de baixa densidade e variando-a continuamente com respeito à densidade e pressão, podemos atingir o seu limite causal, onde a densidade de energia e pressão podem ser expressos por

$$\varepsilon(\rho) = \frac{1}{2} \left[ \varepsilon_f - p_f + (\varepsilon_f + p_f) \left( \frac{\rho}{\rho_f} \right)^2 \right], \quad (3.63)$$

e

$$p(\rho) = \varepsilon(\rho) - \varepsilon_f + p_f, \quad (3.64)$$

onde o índice  $f$  representa exatamente os valores das grandezas no limite causal. Ambas as equações obedecem a relação termodinâmica na forma  $p = \rho^2 \partial(\varepsilon/\rho)/\partial\rho$ . É óbvio que no limite causal  $dp/d\varepsilon = 1$ , e isto é igual para  $(\varepsilon_f, p_f)$  em  $\rho_f$ .

Podemos reescrever a equação (3.64) como:

$$p = \varepsilon - a \quad a \equiv \varepsilon_f - p_f. \quad (3.65)$$

Analisando as equações TOV (3.60) e (3.62) percebe-se que elas podem ser reescritas seguindo a troca de variáveis adotada na forma

$$\bar{p} = p/a, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon/a, \quad \bar{r} = \sqrt{ar}, \quad \bar{M} = \sqrt{a}M. \quad (3.66)$$

Uma vez que as equações TOV forem resolvidas para um particular valor de  $a$  para valores fixos de massa e raio estelar, os correspondentes valores limites para qualquer outro valor de  $a$  obedecem a condição

$$R(a') = \sqrt{a/a'}R(a), \quad M(a') = \sqrt{a/a'}M(a). \quad (3.67)$$

Ao procedermos à integração numérica das equações TOV usando como densidade limite  $\rho_f = 0.2715 \text{ fm}^{-3}$ , que corresponde a  $\varepsilon_f = 4.636 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3 = 3.442 \times 10^{-4} \text{ km}^{-2}$  e  $p = 5.041 \times 10^{-6} \text{ km}^{-2}$  encontramos, no limite causal:

$$M = 3.14M_\odot \quad \text{e} \quad R = 13.4 \text{ km}. \quad (3.68)$$

Está claro, pelos resultados obtidos, que a densidade de energia se sobressai à densidade de saturação por duas ordens de magnitude de pressão. Porém, se escolhermos

a densidade de saturação no limite causal poderemos obter  $4.3M_{\odot}$  para o limite superior teórico da massa de uma estrela de nêutrons, levando à conclusão que estrelas de nêutrons não podem possuir massa superior a este valor e, provavelmente, nem podem exceder a primeira estimativa de  $3.14M_{\odot}$ , pois frente a adição de qualquer outro vínculo na forma de uma equação de estado realística este valor pode apenas tornar-se menor.

Portanto, concluímos que qualquer objeto compacto de massa maior que  $3M_{\odot}$  não pode ser uma estrela de nêutrons a menos que ela esteja rotando muito próximo da frequência de Kepler (frequência na qual a força centrífuga é balanceada pela força gravitacional no equador).

### 3.5.1 Equilíbrio Químico em Estrelas de Nêutrons

Para entendermos a natureza do equilíbrio químico na estrela de nêutrons é útil notar que muitas reações diferentes podem ocorrer em uma escala de tempo muito longa comparada com o tempo de vida da estrela.

Não é necessário o conhecimento de um caminho evolutivo particular que a estrela pode seguir para atingir seu estado de equilíbrio. Como vimos no capítulo anterior, necessita-se identificar apenas os componentes ou atributos  $A_i$  que são conservados na escala de tempo maior do que o tempo de vida da estrela (ou a época durante a qual eles são observados) e outros atributos que tem escala de tempo menor. Quaisquer componentes que não são conservadas nessa escala de tempo são nulas. Pode-se então obter relações entre potenciais químicos. Há tantos potenciais químicos independentes quanto há componentes que são absolutamente conservadas, ou conservadas em um tempo longo comparado ao tempo de vida da estrela. Todos os outros podem ser escritos em termos destas componentes (multiplicadores de Lagrange).

A escala de tempo da interação eletrofraca é pequena comparada com a escala do tempo de vida da estrela. Por exemplo, o número quântico estranheza, embora conservado na escala da interação forte, não é conservado na escala de vida da estrela. Há portanto apenas duas grandezas conservadas com seus correspondentes potenciais químicos: carga bariônica e carga elétrica. Os potenciais químicos dos outros constituintes podem ser escritos em termos dessas duas grandezas. É bom lembrar que no estado fundamental da estrela, após seu resfriamento por difusão de fótons e neutrinos, devemos estabelecer o potencial químico dos neutrinos perdidos como zero.

Mesmo não sendo necessário traçar ou enumerar todas as reações pelas quais os constituintes se transformam, é necessário conhecer um número suficiente delas para estabelecer as relações entre os potenciais químicos.

#### Reações Químicas

Quando a temperatura da estrela protoneutrônica cai numa curta escala de tempo para menos de 1 MeV, o momentum de Fermi dos núcleons é alto e os férmions não estão ainda degenerados, tal que reações fortes como



são possíveis. O káon está livre para decair, a menos que ele seja levado, por uma transição de fase, para um estado condensado.

Dependendo da combinação de prótons e nêutrons que estão envolvidos na reação acima, todos os três estados de carga podem ser formados. Alguns de seus decaimentos são

$$K^0 \longrightarrow 2\gamma , \quad (3.70)$$

$$K^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu} , \quad (3.71)$$

$$\mu^- + K^+ \longrightarrow \mu^- + \mu^+ + \nu \longrightarrow 2\gamma + \nu . \quad (3.72)$$

Dados os canais de decaimento do káon (3.72) nos quais todos os produtos do decaimento saem da estrela por difusão, os potenciais químicos do káon são

$$\mu_{K^0} = 0 , \quad (3.73)$$

$$\mu_{K^-} = \mu_e , \quad (3.74)$$

e

$$\mu_{K^+} = -\mu_e . \quad (3.75)$$

O equilíbrio com respeito a (3.69), acoplado com o decaimento do  $K^0$  em raios gama, produz

$$\mu_\Lambda = \mu_n . \quad (3.76)$$

Os potenciais químicos dos outros híperons podem ser inferidos de maneira similar. Por exemplo, uma forma particular de decaimento associado a  $\Sigma^+$  é  $n+n \leftrightarrow n+\Sigma^+ + K^-$  da qual deduzimos que

$$\mu_{\Sigma^+} = \mu_n - \mu_e = \mu_p . \quad (3.77)$$

Se um tipo de partícula se torna populoso apenas quando seu potencial químico excede o estado de mais baixa energia no meio, vemos que a única possibilidade para que uma população desse tipo de partícula se forme é que seu  $\mu$  exceda sua massa efetiva no meio. No caso do káon,  $K^-$  uma estimativa em primeira ordem deste valor é sua massa no vácuo, 494 MeV. O potencial químico do elétron nunca atinge este valor, pois os três estados de carga dos píons tem os mesmos potenciais químicos, respectivamente, aos do káon. Pode-se mostrar isto escrevendo seus modos de decaimento ou usando a expressão geral (3.77). Como a densidade da estrela de nêutrons é maior do que a densidade nuclear,  $\mu_e = \mu_n - \mu_p$  aumenta. Se  $\mu_e$  atinge o valor da massa efetiva do pión, píons negativos irão condensar (sendo bósons, eles podem, diferentemente dos elétrons, ocupar todos o mesmo estado de energia). Dessa forma, o potencial químico irá saturar na massa efetiva do pión. Depois disso, as populações leptônicas congelarão e a população  $\pi^-$  manterá a neutralidade de carga a altas densidades. Uma característica posterior do domínio de alta densidade é que híperons tornam-se populosos. Neste contexto torna-se energeticamente mais favorável para a condição de neutralidade de carga ser atingida por bárions em vez de píons ou léptons.

Os potenciais químicos das partículas crescem com o aumento da densidade estelar. Por essa razão, outros limiares são atingidos, e espécies adicionais de partículas tornam-se populosas. No modelo de gás de Fermi os limiares são simplesmente as massas das partículas. Por exemplo, o híperon  $\Lambda$ , cujo potencial químico é dado por (3.76), estará

em equilíbrio numa estrela quando o potencial químico do nêutron atingir o valor da massa do lambda ( $m_\Lambda = 1115$  MeV) e será um dos seus constituintes quando  $\mu_n > m_\Lambda$ .

Tais processos continuam até que a estrela tenha atingido seu estado fundamental, no qual a população bariônica esta distribuída entre as várias espécies considerando-se para análise o critério de energia mínima para um dado número de bárions. Quando todos os fótons e neutrinos escaparem da estrela a temperatura estará tão baixa e a degenerescência do mar de Fermi bariônico tão completa que reações posteriores não serão possíveis.

A única influência exercida pelas interações fracas é permitir reações que resfriem a estrela. Estas reações causam uma estranheza negativa, isto é, violam a conservação de estranheza da interação forte. As populações bariônicas são determinadas por sua massa, carga, projeção de isospin, e as interações fortes dependentes apenas dos vínculos impostos pela conservação bariônica e de neutralidade de carga da estrela.

### 3.5.2 Módulo de Compressão da Matéria Nuclear e Estrela de Nêutrons

Como uma propriedade fundamental da equação de estado (EOS) para a matéria nuclear simétrica, o módulo de compressão tem um papel crucial em uma larga classe de fenômenos nucleares, tais como: estrutura do núcleo em colisões núcleon-núcleon de alta energia ou em estrelas de nêutrons e explosões de supernova. A partir de sua definição, que corresponde à derivada segunda da energia por núcleon da matéria nuclear com respeito à densidade bariônica no ponto de saturação (onde a pressão desaparece no equilíbrio), temos

$$K = \left[ k^2 \frac{d^2(\varepsilon/\rho)}{dk^2} \right]_{k=k_0} = \left[ k^2 \left( \frac{p}{\rho} \frac{d^2\rho}{dk^2} + \left( \frac{d\rho}{dk} \right)^2 \left( \frac{-2p}{\rho^3} + \frac{1}{\rho} \frac{d\mu}{d\rho} \right) \right) \right]_{k=k_0} ; \quad (3.78)$$

conclui-se desta definição que a dinâmica das pequenas flutuações da densidade em torno do ponto de equilíbrio tornam-se somente controladas pelo módulo de compressão. A literatura contém trabalhos que visam determinar o módulo de compressão da matéria nuclear [37, 119, 120, 121]. Tipicamente, os valores do módulo de compressão encontrados variam em torno de  $K = (210 - 220)$  MeV em uma formulação não-relativística e  $K = (220 - 300)$  MeV em formulações relativísticas. Não há, contudo, muitas evidências a respeito do papel do módulo de compressão na estrutura e na dinâmica das estrelas de nêutrons. Presentemente, acredita-se que estes valores estejam entre 220 e 250 MeV.

### 3.5.3 Massa Máxima de uma Estrela de Nêutrons

A massa máxima de uma estrela de nêutrons  $M_{max}$  depende como vimos da equação de estado da estrela. Considerando-se por simplicidade um gás de nêutrons, prótons e elétrons degenerados, não interagentes e em equilíbrio químico, as equações TOV resultam em um limite  $M_{max} = 0,7M_\odot$ , que é menor do que as massas de estrelas de nêutrons observadas. Quando são levados em conta os efeitos da força nuclear na equação de estado, especialmente a força repulsiva de curto alcance, estrelas de nêutrons

com massas maiores são estabilizadas contra a atração gravitacional e portanto  $M_{max}$  pode assumir valores de algumas massas solares. A suavidade (rigidez) da equação de estado, que é definida pela combinação de pequenas (grandes) pressões  $P$  para uma dada densidade de energia  $\epsilon$ , resulta em menores (maiores) valores de  $M$  para um dado raio  $R$  e portanto uma menor (maior)  $M_{max}$ .

Quando a densidade central de uma estrela de nêutrons é expressiva o suficiente, um núcleo de quarks pode se formar. Desde que a pressão diminua de forma monótona a partir do centro para fora da estrela sem discontinuidade, pode haver uma discontinuidade pronunciada na densidade bariônica quando adotada uma condição de equilíbrio de fase para uma componente única. Assim, a camada exterior de matéria de nêutrons está *flutuando* acima do núcleo da matéria de quarks, semelhantemente à coexistência de duas fases que não se misturam. Quando são consideradas condições de equilíbrio de muitas componentes com os seus respectivos potenciais químicos, existe a chance de ser realizada uma transição de fase, suave, de quarks para uma fase mista de quarks e hádrons e uma fase de hádrons apenas. Nestes casos, com um núcleo de quarks, ou outras fases exóticas com condensação de píons ou káons, a equação de estado se torna suave em comparação à matéria ordinária, de nêutrons.

### 3.5.4 Equação de Estado

Apresentamos, na figura (3.3), o comportamento da EOS produzida pelo Modelo de Gás de Fermi relativístico por meio da integração das equações de equilíbrio hidrostático (TOV) [40, 41], bem como são apresentados valores para a massa<sup>9</sup>, o raio e a densidade central da estrela de nêutrons. Os valores limites para essas grandezas são, respectivamente, raio máximo =  $9,3 \text{ km}$ , massa máxima =  $0,7 M_{\odot}$ , densidade central =  $15,600 \text{ g cm}^{-3}$ . Valores para a massa bariônica e para a energia de ligação gravitacional são mostrados na figura (3.4). A massa limite predita por este modelo,  $0,7 M_{\odot}$ , é excessivamente baixa, quando comparada com a massa observada do pulsar Hulse-Taylor,  $\sim 1,44 M_{\odot}$ . Neste ponto da descrição do modelo do gás de Fermi ideal relativístico, torna-se importante lembrar o que afirmamos no capítulo anterior, ou seja, que a força nuclear não poderia produzir a ligação de estrelas de nêutrons, embora seja a força de maior intensidade encontrada na natureza, exatamente devido ao seu caráter de curto alcance (da ordem de poucos *fermi*). Por outro lado, embora a força gravitacional tenha menor intensidade do que a força forte nuclear, ela tem longo alcance e caráter puramente atrativo, diferentemente da força forte nuclear que apresenta componentes atrativas (de mais longo alcance,  $\sim [1, 2] \text{ fermi}$ ) e repulsivas (de mais curto alcance,  $\leq 0,4 \text{ fermi}$ ). Ademais, a força nuclear, por si só, é insuficiente para *sustentar* a pressão gravitacional em estrelas de nêutrons, que correspondem a estados ligados de muitos corpos (bárions, mésons e léptons), em equilíbrio hidrostático e cuja energia de ligação é devida, fundamentalmente, a um balanço delicado entre a força da gravidade, a força nuclear e a pressão quantum-mecânica de degenerescência.

<sup>9</sup>A energia de ligação gravitacional da estrela de nêutrons é dada pela expressão

$$E_B = (M - M_A)c^2,$$

onde  $A$  representa o número bariônico total; nesta expressão, usamos como aproximação  $M_A = AM_n$ , em que  $M_n$  denota a massa do nêutron livre ( $940 \text{ MeV}$ ).

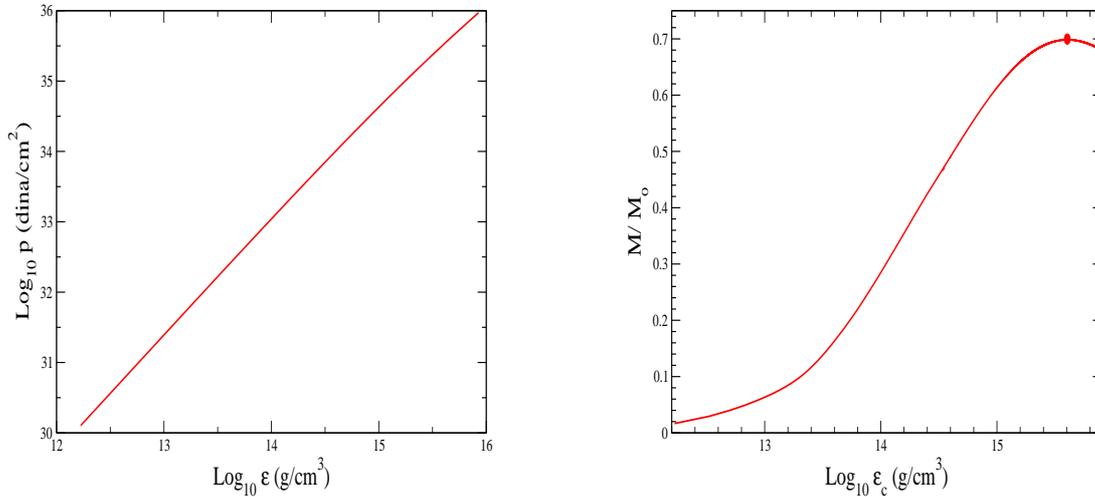


Figura 3.3: Comportamento da matéria nuclear em *equilíbrio beta* no modelo do gás de Fermi relativístico ideal. O painel da esquerda apresenta, em escala logaritmica, o comportamento da equação de estado enquanto o painel da direita mostra o resultado da integração das equações TOV. O ponto assinalado na figura indica o valor da massa gravitacional máxima,  $0,7 M_{\odot}$ , com o valor correspondente à densidade de energia central,  $\text{Log}_{10} \varepsilon_c = 15,600 \text{ g cm}^{-3}$ .

O modelo do gás de Fermi relativístico ideal contempla a presença de nêutrons, prótons e elétrons, sem a presença da interação nuclear, não se mostrando portanto adequado, do ponto de vista da fenomenologia, na medida em que a pressão da matéria que *equilibra* a pressão gravitacional é devida, neste modelo simplificado, unicamente aos efeitos de degenerescência de natureza quantum mecânica. Uma pressão desta natureza apenas não se mostra suficiente para gerar, por meio das equações TOV de equilíbrio hidrostático, um valor de massa estelar condizente com a fenomenologia. É ainda importante ressaltar que, de acordo com as predições das equações TOV de equilíbrio hidrostático, a pressão interna do gás é também, diferentemente do caso clássico, fonte de gravidade. Torna-se então necessário levar em conta a interação nuclear, e mais apropriadamente, as componentes repulsivas da força forte, que são predominantes às densidades esperadas na região interior das estrelas de nêutrons. No próximo capítulo veremos como superar estes aspectos, reportando-nos à discussão de modelos nucleares para sistemas relativísticos de muitos corpos, em especial aos chamados *Modelos da Hadrodinâmica Quântica*.

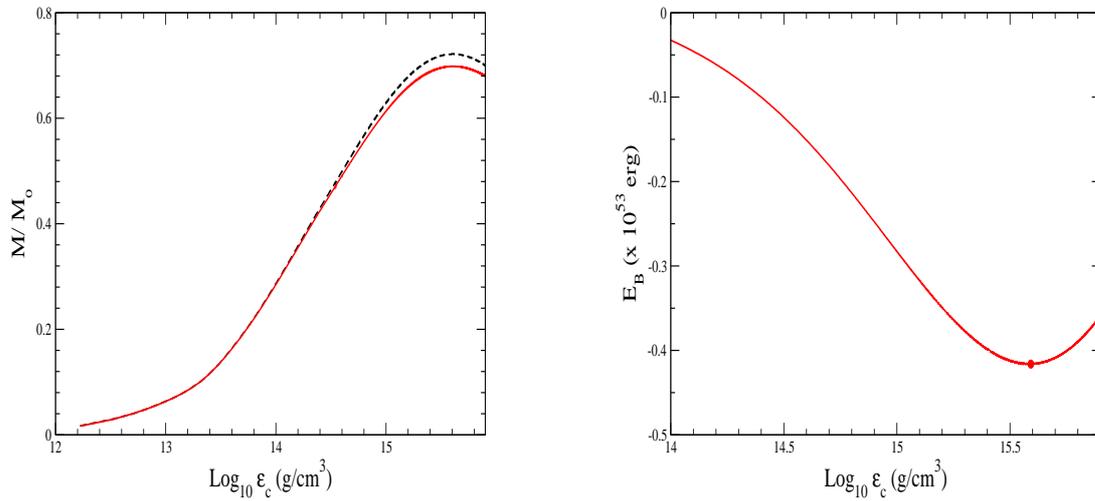


Figura 3.4: Comportamento da matéria nuclear em *equilíbrio beta* no modelo do gás de Fermi relativístico ideal. O painel da esquerda representa o comportamento da massa gravitacional,  $M$  (linha cheia) e da massa bariônica,  $M_A$  (linha tracejada) em função da densidade de energia central. O painel da direita mostra o comportamento da energia de ligação gravitacional. O ponto assinalado na figura indica o valor da densidade de energia central para a estrela de máxima massa gravitacional,  $0,7 M_{\odot}$  e o correspondente valor da energia de ligação gravitacional,  $E_B = -0,41 \times 10^{53} \text{ erg}$ .

# Capítulo 4

## Modelos Nucleares de Estrelas de Nêutrons

### 4.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada uma síntese dos principais modelos relativísticos de estrelas de nêutrons: modelos convencionais da hadrodinâmica quântica (QHD) e não convencionais como o de Zimanyi-Moszkowski (ZM). Neste capítulo ainda são discutidos os mais relevantes aspectos formais associados a estes modelos e, em especial, são deduzidas as expressões correspondentes para a equação de estado da matéria nuclear.

Como se constatou nos capítulos anteriores, o procedimento padrão para se encontrar as propriedades macroscópicas da Estrela de Nêutrons é a obtenção da equação de estado da matéria nela contida. Medidas observacionais de grandezas estelares, como a massa e o raio, constituem fortes restrições às várias possibilidades de equação de estado existentes na literatura, portanto, representam uma forma de selecionar os modelos teóricos para tal tratamento.

Na escolha do modelo teórico mais adequado para gerar a equação de estado, acredita-se que a *Cromodinâmica Quântica* (CDQ, Quantum Chromodynamics) seja, de fato, a teoria fundamental da interação forte. É uma teoria relativística de campos de calibre não-abeliana que considera os hádrons (bárions e mésons) sendo compostos por quarks e anti-quarks que interagem entre si via troca de glúons.

A CDQ representa uma estrutura formal relativamente simples a altas energias, devido ao fenômeno da liberdade assintótica. Neste regime, como os quarks são praticamente livres, métodos de tratamento teórico denominados de perturbativos, podem ser utilizados e predições sobre o comportamento de sistemas complexos, como as estrelas compostas por plasma de quark-glúons, podem ser obtidas.

Porém, a CDQ se mostra muito complexa, do ponto de vista formal, para explicar as propriedades nucleares, em escalas de energia mais baixas, relevantes para a compreensão do fenômeno do confinamento dos quarks, bem como para a compreensão da fase hadrônica em estrelas de nêutrons. A complexidade formal da CDQ se deve à presença de termos de acoplamento não lineares entre os campos dos quarks e dos

glúons em altas ordens, inviabilizando assim tratamentos analíticos.

A extrema complexidade formal da CDQ tem levado físicos nucleares teóricos e experimentais à busca de modelos alternativos para descrever sistemas nucleares.

A escala de energia nuclear em questão é da ordem de MeV, e tem nos núcleons os graus de liberdade mais importantes. Teorias que utilizem uma descrição das propriedades globais estáticas de sistemas de muitos corpos nucleares, parametrizando os efeitos dos quarks e glúons através destas propriedades, mostram-se um caminho promissor.

Dentre tais teorias, também chamadas de *teorias efetivas*, já que a influência do meio e dos graus de liberdade mais elementares *está embutida* nas constantes de acoplamento, são de interesse do presente trabalho os modelos de Walecka  $\sigma - \omega$ , de Boguta-Bodmer, de Acoplamento Derivativo (ZM), e o modelo com Acoplamento Ajustável.

Este modelos apresentam uma estrutura relativística de campo médio onde os núcleons interagem entre si trocando mésons escalares, vetoriais, isoescalares e isovetoriais, sem considerar explicitamente a presença de quarks, simulando assim componentes atrativas de longo alcance (dentro do domínio de  $\sim 10^{-15}m$ ), e componentes repulsivas de curto alcance da força nuclear. O tratamento é linearizado através da utilização da aproximação de campo médio, na qual os campos mesônicos são tratados como constantes, ou seja, leva-se em conta apenas seus valores clássicos.

## 4.2 Modelo $\sigma - \omega$ de Walecka

Uma teoria covariante de Lorentz da matéria nuclear envolvendo hádrons foi proposta por Walecka na metade dos anos setenta [36, 37, 122]. Esta teoria descreve a interação entre núcleons na matéria através de dois campos mesônicos, o escalar  $\sigma$  e o vetorial  $\omega$ . É comum referir-se a esta teoria como a teoria de campos nuclear ( $\sigma - \omega$ ). Ela não é uma teoria fundamental, visto que não é formulada em termos de campos fundamentais (bárions e mésons não são partículas fundamentais, e sim compostas de quarks cujas interações são mediadas pela troca de glúons). Esta teoria de campos nucleares é especialmente conveniente para descrever propriedades globais estáticas da matéria nuclear: estes campos e acoplamentos descrevem, da forma mais simples possível, os comportamentos médios da interação nuclear. As componentes mais expressivas da amplitude de espalhamento núcleon-núcleon, observadas em uma análise invariante de Lorentz, são devidas às contribuições de mésons escalares e vetoriais neutros. No limite estático em que se considera fontes bariônicas *infinitamente pesadas*, estes acoplamentos dão origem à interação núcleon-núcleon efetiva de Yukawa [37]:

$$V(r) = \frac{g_v^2}{4\pi} \frac{e^{-m_v r}}{r} - \frac{g_s^2}{4\pi} \frac{e^{-m_s r}}{r}. \quad (4.1)$$

Escolhas apropriadas das constantes de acoplamento,  $g_s$  e  $g_v$ , e das massas,  $m_s$  e  $m_v$ , associadas respectivamente aos mésons escalar e vetorial, possibilitam a descrição, ao menos de modo qualitativo, de algumas das principais características da interação núcleon-núcleon. A teoria também é automaticamente causal, e suas constantes de acoplamento podem ser algebricamente relacionadas às propriedades de volume da

Partícula	Campo	Natureza	Massa (MeV)
Sigma	$\sigma$	escalar/isoescalar	520
Ômega	$\omega$	vetorial/isoescalar	783
Rô	$\varrho$	vetorial/isovetorial	770
Núcleons	$\psi$	espinorial	939

Tabela 4.1: Partículas presentes no modelo de Walecka.

matéria nuclear. Dessa forma a teoria pode ser firmemente ancorada no conhecimento que temos sobre: (1) causalidade, (2) estabilidade microscópica (princípio de Le Chatelier,  $dp/d\rho \geq 0$ ), (3) propriedades de saturação da matéria nuclear, e (4) liberdade assintótica dos quarks a altas densidades.

O modelo é denominado de Hadrodinâmica Quântica I (QHD-I) e é baseado nos campos das seguintes partículas: núcleons, méson escalar  $\sigma$  e méson vetorial  $\omega$ . O lagrangiano da teoria deve ser um escalar de Lorentz, mas ele sozinho não define a forma da interação entre os campos dos núcleons e dos mésons. Esta tarefa é confiada ao acoplamento de Yukawa porque, no limite estático, a troca de um bóson desses mésons conduz ao potencial de Yukawa.

Para o lagrangiano ser um escalar de Lorentz é necessário que o méson escalar seja acoplado à densidade escalar bariônica  $\bar{\psi}\psi$  e o méson vetorial à corrente quadrivetorial bariônica  $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  por meio de contração quadrivetorial. O lagrangiano de interação no Modelo de Walecka então tem a forma

$$\mathcal{L}_{int} = g_\sigma \sigma(x) \bar{\psi}(x) \psi(x) - g_\omega \bar{\psi}(x) \omega_\mu \gamma^\mu \psi(x), \quad (4.2)$$

onde  $x \equiv x^\mu \equiv (t, x, y, z)$ . A escolha de sinais de ambos os termos é arbitrária e feita de forma que os valores médios dos campos sejam números positivos. Adicionando o lagrangiano livre das partículas

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{livre} &= \bar{\psi}(x) [i\gamma_\mu \partial^\mu - M] \psi(x) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma(x) \partial^\mu \sigma(x) - m_\sigma^2 \sigma^2(x)) \\ &\quad - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu}(x) \omega^{\mu\nu}(x) + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu(x) \omega^\mu(x), \end{aligned} \quad (4.3)$$

ao lagrangiano de interação, obtemos o lagrangiano total no Modelo de Walecka:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ &\quad + \bar{\psi} i\gamma_\mu \partial^\mu \psi - \bar{\psi} M \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \omega^\mu \psi + g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi, \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde  $\psi(x)$  representa o campo dos núcleons de massa  $M$ ,  $\sigma(x)$  denota o campo do méson escalar-isoescalar de massa  $m_\sigma$ ,  $\omega^\mu(x)$  o campo do méson vetorial-isoescalar de massa  $m_\omega$  e  $F^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu$  o tensor totalmente anti-simétrico, que descreve a energia cinética do méson  $\omega^\mu$ .

### 4.2.1 Equações de Movimento

As equações de movimento dos campos acima considerados são derivadas do princípio de mínima ação (Princípio de Hamilton)

$$\delta \int \mathcal{L} dt = \delta \int \mathcal{L} \left( q, \frac{\partial q}{\partial x_\mu}; t \right) d^4x = 0, \quad (4.5)$$

onde  $q$  representa uma variável de campo,  $\mathcal{L}$  a densidade lagrangiana para o campo  $q(\mathbf{x}, t)$ , e  $t$  e  $\mathbf{x}$  definem variáveis de integração em hiper-superfícies associadas ao hiper-volume  $V$ . O campo  $q(\mathbf{x}, t)$  é a quantidade variada no Princípio de Hamilton de acordo com  $q(\mathbf{x}, t) \rightarrow q(\mathbf{x}, t) + \varepsilon(\mathbf{x}, t)$  considerando-se condições de contorno físicas apropriadas para  $\varepsilon$ .

As equações de Euler-Lagrange, obtidas a partir da aplicação deste princípio à densidade lagrangiana, são expressas na forma<sup>1</sup>

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial q_i / \partial x^\mu)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0, \quad (4.6)$$

onde as variáveis  $q_i$  representam *coordenadas generalizadas (coordenadas funcionais)* da teoria de campos e, quando considerada a densidade lagrangiana (4.4), correspondem, respectivamente, a

$$q_i = (\omega_\mu; \sigma; \bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0).$$

Aplicando a este lagrangiano as equações de Euler-Lagrange encontramos as seguintes equações para os campos  $\sigma, \omega$  e  $\psi$ :

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma(x) = g_\sigma \bar{\psi}(x) \psi(x), \quad (4.7)$$

que representa uma equação do tipo de Klein-Gordon para o campo do méson escalar  $\sigma$  com uma fonte escalar de Lorentz, a densidade escalar bariônica  $\bar{\psi}\psi$ ;

$$\partial_\alpha F^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega^\nu = g_\omega \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x), \quad (4.8)$$

que denota uma equação na forma da equação de Proca massiva (que é a forma relativística da equação de Maxwell porém com *fótons massivos*), para o campo vetorial  $\omega^\nu$ , contendo uma fonte vetorial de Lorentz representada pela corrente bariônica conservada  $B^\nu = \bar{\psi} \gamma^\nu \psi$ ;

$$[i\gamma_\mu (\partial^\mu + ig_\omega \omega^\mu(x)) - (M - g_\sigma \sigma(x))] \psi(x) = 0, \quad (4.9)$$

que representa uma equação (modificada) de Dirac para o campo bariônico  $\psi$  com *acoplamento mínimo* escalar-vetorial.

### 4.2.2 Conservação da Corrente Bariônica

A corrente quadrivetorial bariônica, definida como

$$B^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad (4.10)$$

<sup>1</sup>Estas equações são covariantes se  $\mathcal{L}$  for uma densidade escalar de Lorentz.

é conservada no modelo QHD-I e, como veremos, nos outros modelos do tipo QHD.

A equação do campo  $\bar{\psi}$  pode ser obtida diretamente da eq. (4.9) ou por meio da aplicação das equações de Euler-Lagrange à densidade lagrangiana do modelo, considerando-se que o operador  $\partial_\mu$  atue à esquerda dos campos dos núcleons e ainda a seguinte identidade  $q = \psi$ :

$$\bar{\psi}(i\gamma^\mu \overleftarrow{\partial}_\mu + Mm^* + g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu) = 0. \quad (4.11)$$

A conservação de corrente quadrivetorial bariônica pode ser então estabelecida:

$$\partial_\mu B^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu[\overrightarrow{\partial}_\mu + \overleftarrow{\partial}_\mu]\psi = 0. \quad (4.12)$$

Combinando-se esta lei de conservação com a equação (4.9) e o caráter de antissimetria do tensor  $F_{\mu\nu}$ , obtemos

$$\partial_\mu \omega^\mu = 0, \quad (4.13)$$

que representa a lei de conservação do campo associado ao méson vetorial e pode ser identificada com o *calibre* de Lorentz.

### 4.2.3 Tensor Energia-Momentum

Na mecânica de sistemas contínuos, o tensor energia-momentum é definido na forma

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \frac{\partial q_i}{\partial x^\nu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial q_i/\partial x_\mu)}, \quad (4.14)$$

onde  $g_{\mu\nu}$  representa o tensor métrico e índices repetidos indicam somas com respeito às coordenadas generalizadas. As equações de Euler-Lagrange asseguram que o tensor  $T_{\mu\nu}$  é conservado, satisfazendo portanto

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} T_{\mu\nu} \equiv \partial^\mu T_{\mu\nu} = 0; \quad (4.15)$$

resulta então, desta expressão, que o quadrivetor  $P_\nu = \int d^3x T_{0\nu}$  é uma constante de movimento. Considerando-se um fluido ideal uniforme, o tensor energia-momentum *observado* deve ter a forma

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\varepsilon + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (4.16)$$

onde  $\varepsilon$  é a densidade de energia do sistema,  $p$  a pressão e  $u$  é o quadrivetor velocidade do fluido, que apresenta as seguintes propriedades  $u_\mu^2 = 1$  e (em repouso)  $u_\mu = (1, \mathbf{0})$ .

A abordagem que adotaremos neste trabalho, que considera um modelo cuja *aparência* é a de um *fluido ideal*, será justificada pela simplificação formal que a *aproximação de campo médio* possibilita, como veremos a seguir. Neste caso, o tensor energia-momentum é semelhante ao de um gás de Fermi ideal, embora com as massas e os momentos lineares dos núcleons rescalonados. Adicionalmente, nesta aproximação ocorrem apenas termos diagonais na formulação lagrangiana, o que é um indicador da ausência de efeitos dissipativos como *cisalhamento* ou *viscosidade* e de *compressão viscosa*.

Podemos então proceder à identificação

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle, \quad (4.17)$$

para a densidade de energia e

$$p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle, \quad (4.18)$$

para a pressão interna do sistema.

#### 4.2.4 Aproximação de Campo Médio

As três equações diferenciais não-lineares acopladas (4.7), (4.8) e (4.9) são claramente não lineares. Portanto, suas soluções tornam-se viáveis apenas por meio da adoção de procedimentos numéricos [13, 37, 76, 122, 123]. As constantes de acoplamento  $g_\sigma$  e  $g_\omega$ , são determinadas de modo que os modelos efetivos descrevam propriedades globais estáticas de sistemas nucleares à densidade de saturação. Neste procedimento, estas constantes adquirem valores maiores do que a unidade, indicando que métodos perturbativos não são aplicáveis, *a priori*, aos formalismos em foco.

A aproximação de campo médio, por sua vez, quando aplicada a formalismos lagrangianos efetivos que descrevem sistemas nucleares de muitos corpos, torna-se tanto mais válida à medida em que cresce a densidade do sistema. Considerando-se um sistema uniforme de  $B$  bárions em uma caixa de volume  $V$ , à medida em que a densidade bariônica cresce, também cresce de maneira proporcional a intensidade das fontes dos mésons escalares e vetoriais, caracterizada pela contribuição da densidade escalar bariônica e pela corrente quadrivetorial bariônica, cujas expressões aparecem no lado direito das equações (4.7) e (4.8). E, à medida em que as amplitudes dos termos de fonte tornam-se muito expressivos comparativamente às variações temporais e espaciais dos campos dos mésons, devido à ocorrência de densidades altas como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, atingimos o domínio de validade da aproximação de campo médio.

Para um sistema estático e uniforme as quantidades  $\sigma$  e  $\omega_0$  tornam-se então, a altas densidades, grandezas constantes no espaço de configuração–tempo e, portanto, independentes de  $x_\mu$ . Invariância rotacional implica que o valor esperado do operador de campo do méson isoescalar vetorial, por sua vez,  $\langle \boldsymbol{\omega}(x) \rangle$ , desaparece. Os valores constantes deste méson constituem então, no jargão típico da área, o que denominamos de *condensados mesônicos*.

A aproximação de campo médio permite a incorporação, nas massas e nas energias dos núcleons, das propriedades dinâmicas do sistema de muitos corpos, de um modo tal que os graus de liberdade responsáveis por parte expressiva desses efeitos dinâmicos possam ser tratados como constantes, quando consideramos o espaço de configuração–tempo, embora não sejam constantes no espaço recíproco de energia e momentum linear. Isto faz com que as equações dinâmicas do modelo apresentem uma estrutura similar à do modelo do gás de Fermi ideal, embora o tratamento no caso idealizado seja fundamentalmente distinto do caso que consideramos, na medida em que nesse, diferentemente daquele, a interação forte se faz presente. A aproximação de campo médio pode ser sintetizada na seguinte forma. Quando a densidade bariônica da matéria nuclear aumenta ao ponto de atingir densidades da ordem de grandeza daquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, o número de quanta trocados entre os núcleons cresce de maneira tal que as flutuações quânticas dos campos mesônicos podem ser desprezadas: essas partículas comportam-se então como se fossem campos

clássicos. Os núcleons, por sua vez, propagam-se como se fossem partículas independentes, embora interagindo por meio de um campo médio comum a todos os núcleons. Com isto, o problema de muitos corpos reduz-se a um problema de um corpo sob a influência de um potencial efetivo. No modelo utilizado, os observáveis são os núcleons, enquanto os mésons são partículas virtuais, e isso implica na inexistência de correntes mesônicas. Por isso, os campos dos mésons não são quantizados, sendo então substituídos como vimos por campos médios, que não dependem dos graus de liberdade do espaço-tempo, mas são dependentes da densidade bariônica.

Ao considerarmos matéria nuclear estática uniforme no seu estado fundamental, trocamos os campos dos mésons por seus valores médios neste estado,  $\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle$ , e  $\omega_\mu \rightarrow \langle \omega_{mu} \rangle$ . Estes valores são computados nas equações acima com as fontes de corrente dos núcleons calculadas no estado fundamental da matéria nuclear. Na matéria estática e uniforme as fontes de corrente  $\bar{\psi}\psi$  e  $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  são independentes de  $x_\mu$ . Como consequência, as equações de Euler-Lagrange ficam reduzidas a uma forma simples:

$$m_\sigma^2 \langle \sigma \rangle = g_\sigma \langle \bar{\psi}\psi \rangle; \quad (4.19)$$

$$m_\omega^2 \langle \omega^\mu \rangle = g_\omega \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\psi \rangle; \quad (4.20)$$

$$[i\gamma_\mu(\partial^\mu + ig_\omega \langle \omega^\mu \rangle) - (M - g_\sigma \langle \sigma \rangle)] \psi = 0. \quad (4.21)$$

Podemos escrever então a equação de Dirac na forma:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M^*) \psi(\mathbf{k}, \lambda) = [\epsilon(k) - g_\omega \omega_0] \psi(\mathbf{k}, \lambda), \quad (4.22)$$

onde  $\boldsymbol{\alpha}$  e  $\beta$  representam as matrizes spin de Pauli. Desta expressão, vemos que o campo *condensado* vetorial  $\omega_0$  *desloca* a energia (ou frequência) das soluções enquanto que o campo condensado escalar  $\sigma_0$  desloca a massa dos núcleons ( $M^* = M - g_\sigma \sigma_0$ ), obtendo-se então a equação de autovalores

$$\epsilon(k) \equiv \epsilon^{(\pm)}(k) = g_\omega \omega_0 \pm \sqrt{k^2 + M^{*2}} \equiv g_\omega \omega_0 \pm E^*(k). \quad (4.23)$$

Os espinores correspondentes são:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M^*) U(\mathbf{k}, \lambda) = [\epsilon^{(+)}(k) - g_\omega \omega_0] U(\mathbf{k}, \lambda) = E^*(k) U(\mathbf{k}, \lambda); \quad (4.24)$$

e

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} - \beta M^*) V(\mathbf{k}, \lambda) = -[\epsilon^{(-)}(k) - g_\omega \omega_0] V(\mathbf{k}, \lambda) = E^*(k) V(\mathbf{k}, \lambda). \quad (4.25)$$

Destas equações resulta, ao multiplicarmos à esquerda por  $\beta$  e pelo espinor adjunto  $\bar{\psi}$ , e após multiplicarmos as equações adjuntas correspondentes à direita por  $\beta$  e pelo espinor  $\psi$  e adicionarmos então as equações resultantes<sup>2</sup>:

$$M^* U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda) = E^*(k) \bar{U}(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda); \quad (4.26)$$

e

$$M^* V^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) V(\mathbf{k}, \lambda) = -E^*(k) \bar{V}(\mathbf{k}, \lambda) V(\mathbf{k}, \lambda). \quad (4.27)$$

<sup>2</sup>Os espinores são normalizados na forma  $U^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) U(\mathbf{k}, \lambda') = V^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) V(\mathbf{k}, \lambda') = \delta_{\lambda\lambda'}$ , seguindo a convenção de Bjorken e Drell [124]

A solução geral da equação linear (modificada) de Dirac é dada pela expressão:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left[ A_{\mathbf{k}\lambda} U(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon^{(+)}(k)t} + B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger V(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon^{(-)}(k)t} \right]. \quad (4.28)$$

Na aproximação de campo médio, a densidade lagrangiana tem a forma:

$$\mathcal{L}_{MFT} = \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - M^*) \psi - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2. \quad (4.29)$$

Assim, a única variável de campo que resta nas equações é  $\psi$ . O tensor energia-momentum adquire então a forma:

$$\begin{aligned} (T_{\mu\nu})_{MFT} &= -g_{\mu\nu} \mathcal{L}_{MFT} + \frac{\partial \psi}{\partial x^\nu} \frac{\partial \mathcal{L}_{MFT}}{\partial (\partial \psi / \partial x_\mu)}, \\ &= i\bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \psi - \left( \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 \right) g_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Por meio da combinação desta expressão com (4.17) e (4.18), a densidade de energia e a pressão interna do sistema podem ser expressas, respectivamente, na forma

$$\varepsilon = \psi^\dagger [-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + \beta M^* + g_\omega \omega_0] \psi - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2, \quad (4.31)$$

e

$$p = \frac{1}{3} \psi^\dagger (-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla) \psi + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2; \quad (4.32)$$

estas equações caracterizam no modelo a equação de estado para a matéria nuclear.

### 4.2.5 Formulação Hamiltoniana

Em analogia com a mecânica clássica, o momentum conjugado a  $\psi$  é definido como:

$$\Pi_\psi \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \psi / \partial t)}. \quad (4.33)$$

Utilizando-se o lagrangiano (4.139) obtemos:

$$\Pi = i\psi^\dagger(\mathbf{x}). \quad (4.34)$$

Definindo-se o momentum canônico  $\Pi$ , consideramos um sistema quantum-mecânico substituindo-se as variáveis dinâmicas  $\psi(\mathbf{x}, t)$  e  $\Pi(\mathbf{x}, t)$  em cada ponto do espaço-tempo por operadores Hermitianos que satisfazem as relações de anticomutação

$$\{\psi_\alpha(\mathbf{x}), \Pi_\psi(\mathbf{x}')_\beta\} = i\delta_{\alpha\beta} \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (4.35)$$

e

$$\{\hat{\psi}_\alpha(\mathbf{x}), \hat{\psi}_\beta^\dagger(\mathbf{x}')\} = \delta_{\alpha\beta} \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (4.36)$$

Obtemos ademais relações similares a estas para as amplitudes de *modo normal* ao utilizarmos a equação geral de partícula livre e sua conjugada<sup>3</sup>:

$$\{A_{\mathbf{k}\lambda}, A_{\mathbf{k}'\lambda'}^\dagger\} = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}\delta_{\lambda\lambda'} = \{B_{\mathbf{k}\lambda}, B_{\mathbf{k}'\lambda'}^\dagger\}, \quad (4.37)$$

e

$$\{A_{\mathbf{k}\lambda}, B_{\mathbf{k}'\lambda'}\} = 0 = \{A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger, B_{\mathbf{k}'\lambda'}^\dagger\}. \quad (4.38)$$

As propriedades dessas relações de anticomutação nos permitem transpor a formulação para o ambiente da segunda quantização interpretando estas amplitudes como operadores característicos de *criação* e de *aniquilação* de partículas. Podemos calcular o Hamiltoniano do sistema por meio do tensor de energia-momentum já que podemos defini-lo como:

$$\hat{H} = \int_V d^3x \langle T_{00} \rangle = \int_V d^3x \varepsilon. \quad (4.39)$$

Utilizando-se a condição de normalização e ortogonalidade dos espinores, e a identidade

$$\frac{1}{V} \int_V d^3x e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x}} = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \quad (4.40)$$

e substituindo a densidade de energia  $\varepsilon$  na expressão do Hamiltoniano do sistema, obtemos:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{k^2 + M^{*2}} \left( A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} - B_{\mathbf{k}\lambda} B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger \right) + g_\omega \omega_0 \hat{B} - \frac{1}{2} V (m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma^2). \quad (4.41)$$

No cálculo do número bariônico do sistema devemos levar em conta algumas considerações adicionais. Um aspecto importante é que as medidas de quantidades físicas de sistemas nucleares são realizadas em relação ao vácuo. Isto significa dizer que o número bariônico medido deve ser identificado com a diferença entre a densidade de probabilidade associada às soluções das equações dinâmicas dos bárions no estado de muitos corpos interagentes considerado e o seu valor esperado no estado de vácuo. Isto deve ser feito para que sejam levados em conta, no tratamento formal, de maneira consistente, os estados de energia negativa completamente preenchidos do *mar de Dirac*. Assim, podemos escrever para o número bariônico:

$$\hat{B} = \int_V d^3x \hat{\psi}^\dagger \hat{\psi} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left( A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} + B_{\mathbf{k}\lambda} B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger \right) \equiv \int_V d^3x [\hat{\psi}^\dagger \hat{\psi} - \langle 0 | \hat{\psi}^\dagger \hat{\psi} | 0 \rangle], \quad (4.42)$$

onde  $|0\rangle$  representa o estado de vácuo não interagente<sup>4</sup>. Combinando-se as expressões (4.37), (4.38) e (4.42) obtemos

$$\hat{B} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left( A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} - B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}\lambda} \right), \quad (4.43)$$

<sup>3</sup>É importante notar que isto significa que estamos considerando que os campos  $\hat{\psi}$  podem ser tratados, nesta formulação, como campos *livres*.

<sup>4</sup>Ao considerarmos o vácuo não interagente, não levamos em conta, neste trabalho, efeitos de polarização do vácuo.

ou seja, esta equação mostra que  $\hat{B}$  representa a diferença entre o número de ocupação dos bárions e o número de ocupação dos antibárions no sistema.

Este argumento implica em que devemos utilizar o mesmo procedimento para o cálculo da energia do sistema, subtraindo-se então seu valor esperado do vácuo, subtração esta que deve ser realizada à densidade bariônica igual a zero. Desta forma, o Hamiltoniano efetivo do sistema tem a forma:

$$\hat{H} - \langle 0 | \hat{H} | 0 \rangle = \hat{H}_{MFT} + \delta \hat{H}, \quad (4.44)$$

onde

$$\hat{H}_{MFT} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \sqrt{k^2 + M^{*2}} \left( A_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger A_{\mathbf{k}\lambda} + B_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger B_{\mathbf{k}\lambda} \right) + g_\omega \omega_0 \hat{B} - \frac{1}{2} V \left( m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\sigma^2 \sigma^2 \right), \quad (4.45)$$

$$\delta H = - \sum_{\vec{k}\lambda} \left( \sqrt{k^2 + M^{*2}} - \sqrt{k^2 + M^2} \right). \quad (4.46)$$

O termo  $\delta \hat{H}$  representa a contribuição para a energia dos estados preenchidos de energia negativa e  $\hat{H}_{MFT}$  representa o Hamiltoniano do modelo na teoria de campo médio. E no caso em que o Hamiltoniano é diagonal, o problema pode ser resolvido exatamente. Do ponto de vista físico,  $\hat{H}_{MFT}$  pode ser interpretado como descrevendo a dinâmica de propagação dos bárions e antibárions em um meio condensado e uniforme de mésons escalares e vetoriais  $\sigma$  e  $\omega$ . Ao contrário do campo  $\omega_0$ , que pode ser expresso como vimos em termos da densidade bariônica conservada, o campo escalar constante  $\sigma_0$  deve ser calculado auto-consistentemente, pelo fato de ser uma quantidade dinâmica. Existem duas maneiras de determiná-lo; ou usando a equação já comentada

$$g_\sigma \sigma_0 = \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \rho_s(\sigma), \quad (4.47)$$

ou utilizando o argumento termodinâmico de que um sistema fechado com número fixo de partículas e volume constante, à temperatura zero, minimizará sua energia:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} E(B, V; \sigma) = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{\varepsilon(\rho_B; \sigma)}{\rho_B} \right] = 0. \quad (4.48)$$

Da equação (4.21): o campo dos núcleons representa um auto-estado de momentum linear, pois não há dependência espaço-temporal nos operadores que agem sobre ele. Podemos então escrever  $\psi(x) = \psi(k) e^{-ik \cdot x}$  e obter:

$$[\gamma_\mu (k^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (M - g_\sigma \sigma)] \psi = 0. \quad (4.49)$$

A quantidade no interior dos colchetes é uma matriz e  $\psi$  representa um espinor de oito componentes. Introduzindo as definições:

$$P_\mu \equiv k_\mu - g_\omega \omega_\mu; \quad (4.50)$$

$$M^* \equiv M - g_\sigma \sigma, \quad (4.51)$$

onde  $M^*$  é a chamada massa efetiva do núcleon<sup>5</sup>, observa-se que o campo escalar atua de forma a reduzir a *nua* do núcleon.

Usando as definições acima, a equação de Dirac para o espinor pode ser reescrita na forma

$$(\gamma_\mu P^\mu - M^*)\psi(P) = 0. \quad (4.52)$$

Procedemos então à racionalização do operador de Dirac, multiplicando esta expressão à esquerda por  $(\gamma_\mu P^\mu + M^*)$  e usando as propriedades algébricas das matrizes  $\gamma^\mu$  [124].

Obtemos assim

$$(P_\mu P^\mu - M^{*2})\psi(P) = 0, \quad (4.53)$$

Desta expressão resulta que

$$P_0 = \sqrt{\mathbf{P}^2 + M^{*2}}. \quad (4.54)$$

Os correspondentes auto-valores de energia com momentum  $\mathbf{k}$  para partículas e anti-partículas são dados por

$$\begin{aligned} e(\mathbf{k}) &\equiv k_0(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) + g_\omega \omega_0; \\ \bar{e}(\mathbf{k}) &= E(\mathbf{k}) - g_\omega \omega_0, \end{aligned} \quad (4.55)$$

onde

$$E(\mathbf{k}) \equiv P_0(\mathbf{k}) = \sqrt{(\mathbf{k} - g_\omega \boldsymbol{\omega})^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2}. \quad (4.56)$$

Definimos um potencial escalar (S) e um potencial vetorial (V) de Lorentz; o primeiro determina o desvio que a massa do núcleon sofre devido à presença do *condensado* de mésons escalares  $\sigma$ ,

$$S = M^* - M. \quad (4.57)$$

O segundo,  $V$ , se refere ao desvio na energia de Fermi devido à presença do *condensado* de mésons vetoriais  $\omega$ :

$$V = k_0(\mathbf{k}) - \sqrt{(\mathbf{k} - g_\omega \boldsymbol{\omega})^2 + M^{*2}}. \quad (4.58)$$

De (4.51) e (4.55) resulta

$$S = -g_\sigma \sigma, \quad (4.59)$$

$$V = g_\omega \omega. \quad (4.60)$$

---

<sup>5</sup>Definimos a massa efetiva do núcleon como a massa de um núcleon livre *revestida* pelas componentes escalares da interação forte que, por sua vez, refletem a presença do sistema de muitos corpos na matéria nuclear.

O valor esperado de um operador  $\Gamma$  pode ser expresso, de maneira geral, como

$$\langle \bar{\psi} \Gamma \psi \rangle = \sum_{\kappa} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} (\bar{\psi} \Gamma \psi)_{\mathbf{k}\kappa} \Theta[\mu - e(\mathbf{k})]; \quad (4.61)$$

$\Theta(x)$ : função de Heavside, igual a 1 para  $x \geq 0$  e a 0 nos demais intervalos.

Supomos então que  $\Gamma$  representa o hamiltoniano de Dirac

$$\Gamma \equiv H_D = \gamma_0[\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} + g_\omega \boldsymbol{\gamma}_\mu \omega^\mu + M^*]. \quad (4.62)$$

Como  $\psi$  é auto-estado deste operador, então

$$(\psi^\dagger H_D \psi)_{\mathbf{k}\kappa} = (\psi^\dagger \gamma_0[\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} + g_\omega \boldsymbol{\gamma}_\mu \omega^\mu + M^*] \psi)_{\mathbf{k}\kappa} = E(\mathbf{k}) + g_\omega \omega_0, \quad (4.63)$$

onde foi utilizada a condição de normalização

$$(\psi^\dagger \psi)_{\mathbf{k}\kappa} = 1. \quad (4.64)$$

A derivada da equação (4.63) em relação a uma grandeza  $\xi$  qualquer pode ser expressa na forma

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\psi^\dagger H_D \psi)_{\mathbf{k}\kappa} = (\psi^\dagger \frac{\partial H_D}{\partial \xi} \psi)_{\mathbf{k}\kappa} + k_0(\mathbf{k}) \frac{\partial}{\partial \xi} (\psi^\dagger \psi)_{\mathbf{k}\kappa}. \quad (4.65)$$

Uma vez que  $(\psi^\dagger \psi)_{\mathbf{k}\kappa}$  é constante, o último termo desta expressão se anula.

Resulta daí uma expressão para a densidade bariônica, fonte do campo  $\omega_0$  em (4.20):

$$\rho_B = \langle \psi^\dagger \psi \rangle = 4 \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \Theta[\mu - e(\mathbf{k})], \quad (4.66)$$

onde 4 é a degenerescência de spin e isospin dos núcleons no caso de matéria nuclear.

A derivada de (4.65) em relação a  $k^i$  é

$$(\bar{\psi} \gamma^i \psi)_{\mathbf{k}\kappa} = \frac{\partial}{\partial k^i} E(\mathbf{k}). \quad (4.67)$$

Desta expressão resulta que a corrente vetorial bariônica é conservada:

$$\langle \bar{\psi} \gamma^i \psi \rangle = 4 \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left( \frac{\partial}{\partial k^i} E(\mathbf{k}) \right) \Theta[\mu - e(\mathbf{k})], \quad (4.68)$$

$$= 4 \int \frac{dk^j dk^k}{(2\pi)^3} \int dE(k^j, k^k) = 0. \quad (4.69)$$

O valor de  $\mu$  é o mesmo em toda a superfície de Fermi; então o valor da integral acima é dado pela diferença entre dois números iguais, anulando-se portanto. Em consequência deste resultado vemos que, da equação (4.20), as componentes espaciais ( $\omega^i$ ) do campo  $\omega$  também se anulam. As equações (4.55) e (4.56) ficam então:

$$e(\mathbf{k}) = g_\omega \omega_0 + E(k); \quad (4.70)$$

$$E(\mathbf{k}) = \sqrt{k^2 + (M - g_\sigma \sigma)^2}. \quad (4.71)$$

A expressão para a densidade escalar  $\rho_s$ , fonte do méson escalar  $\sigma$ , é obtida ao derivarmos (4.63) em relação a  $M$ :

$$(\bar{\psi}\psi)_{\mathbf{k}\kappa} = \frac{\partial E(k)}{\partial M}. \quad (4.72)$$

Substituindo esta expressão em (4.61) :

$$\rho_s \equiv \langle \bar{\psi}\psi \rangle = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 dk \frac{M - g_\sigma \sigma}{\sqrt{k^2 + (M - g_\sigma \sigma)^2}}. \quad (4.73)$$

Equações ainda a serem consideradas em nosso formalismo:

$$g_\sigma \sigma = \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 dk \frac{M - g_\sigma \sigma}{\sqrt{k^2 + (M - g_\sigma \sigma)^2}} \quad (4.74)$$

e

$$g_\omega \omega_0 = \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho. \quad (4.75)$$

Destas expressões e de (4.70) vemos que à medida em que a densidade bariônica cresce, a componente temporal do méson vetorial aumenta o auto-valor de energia num estado  $k$ , enquanto o méson escalar diminui este mesmo auto-valor através da redução da massa efetiva. Em consequência, na densidade de saturação,  $\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$ , aparecerá um mínimo na energia de ligação por núcleon cujo valor é  $-16.0 \text{ MeV}$ . As constantes  $(g_\sigma/m_\sigma)^2$  e  $(g_\omega/m_\omega)^2$ , parâmetros da teoria, são determinadas de modo a reproduzir estes valores.

## 4.2.6 Equação de Estado da Matéria Nuclear

O estado fundamental do Hamiltoniano anteriormente considerado é caracterizado por estados quânticos para os quais todos os níveis da *esfera de Fermi* são completamente preenchidos, ou seja, as partículas do sistema têm vetores de onda que obedecem à condição  $\mathbf{k} \leq \mathbf{k}_F$  ( $k_F$  é o vetor de onda na superfície de Fermi) e com degenerescência de spin-isospin representada por  $\gamma$ . Para matéria nuclear uniforme e simétrica,  $\gamma = 4$  e para matéria de nêutrons,  $\gamma = 2$ .

A densidade bariônica pode ser escrita na forma:

$$\rho_B = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3. \quad (4.76)$$

Utilizando-se a identidade [122]:

$$U^\dagger \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} U = U^\dagger (\sqrt{k^2 + M^{*2}} - \beta M^*) U = \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} = \frac{k^2}{E^*(k)}, \quad (4.77)$$

podemos escrever as equações para a densidade de energia  $\varepsilon$  e para a pressão  $p$ :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \sqrt{k^2 + M^{*2}}, \quad (4.78)$$

$$p = \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}}. \quad (4.79)$$

Percebe-se que as equações (4.78) e (4.79) descrevem um gás de Fermi relativístico de núcleons *pseudo-livres*, pois a interação nuclear modifica as suas massas e auto-energias, isto é,  $M \rightarrow M^*$  e  $E \rightarrow E^*$ . É importante notar ademais que a densidade escalar difere da densidade bariônica pelo fator  $M^*/E^*(k)$  (ver expressão (4.77)) que representa o efeito relativístico da contração de Lorentz. As integrais acima representam a *soma contínua* de todos os estados ocupados de momentum linear dos núcleons, de acordo com o princípio de exclusão de Pauli.

Eliminando  $\rho$  de  $\varepsilon(\rho)$  e de  $p(\rho)$ , obtemos a equação de estado na forma paramétrica  $p = p(\varepsilon)$ . A teoria apresenta consistência termodinâmica, pois a seguinte condição é satisfeita:  $p = \rho^2 \partial(\varepsilon/\rho)/\partial\rho$ . Esta condição equivale ao Primeiro Princípio da Termodinâmica.

Na determinação dos parâmetros  $(g_\sigma/m_\sigma)^2$  e  $(g_\omega/m_\omega)^2$  será útil a expressão para o potencial químico em  $\rho_0$ . Da primeira lei da termodinâmica:

$$dE = TdS - pdV + \mu dN, \quad (4.80)$$

ou, derivando esta expressão em relação ao volume e fazendo a temperatura igual a zero, o potencial químico das partículas fica dado por

$$\mu = \frac{\varepsilon + p}{\rho}. \quad (4.81)$$

Na densidade de saturação da matéria nuclear, a energia por núcleon ( $B/A \equiv \varepsilon/\rho - M$ ) atinge seu mínimo valor possível,  $B/A = -16.0 \text{ MeV}$ , fazendo com que a pressão se anule neste ponto (teorema de Hugenholtz-van Hove [125]). Definindo o potencial químico em  $\rho_0$  como  $\mu_0$ , temos

$$\mu_0 = \varepsilon_0/\rho_0 = B/A + M. \quad (4.82)$$

Combinando a equação acima com  $\mu = e(k_F)$ , encontramos:

$$g_\omega \omega_0 + \sqrt{k_{F0}^2 + M^{*2}} = B/A + M. \quad (4.83)$$

Usando a equação para o campo  $\omega_0$ :

$$\left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 = (B/A + M - \sqrt{k_{F0}^2 + M^{*2}})/\rho_0. \quad (4.84)$$

$M^*$  na expressão acima é obtido resolvendo-se a equação auto-consistente:

$$M^* = M - \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 dk \frac{(M - g_\sigma \sigma)}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}}. \quad (4.85)$$

A terceira equação a ser considerada caracteriza pressão nula no ponto de saturação. De (4.79):

$$-\frac{1}{2} \left( \frac{m_\sigma}{g_\sigma} \right)^2 (M - M^*)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_0^2 + \frac{1}{3} \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} = 0. \quad (4.86)$$

As equações (4.84),(4.85) e (4.86) são funções de três variáveis:  $M^*, (g_\sigma/m_\sigma)^2$  e  $(g_\omega/m_\omega)^2$ . Os valores encontrados <sup>6</sup> para estas variáveis são:

$$(g_\sigma/m_\sigma)^2 = 15.72 fm^2; \quad (4.87)$$

$$(g_\omega/m_\omega)^2 = 12.02 fm^2; \quad (4.88)$$

$$M^*/M = 0.54; \quad (4.89)$$

$$K = 550 MeV. \quad (4.90)$$

Este modelo é muito bem sucedido em descrever aspectos importantes da interação nuclear, como por exemplo seu caráter de saturação. Entretanto, as predições do modelo não contemplam, de maneira apropriada, pelo menos duas grandezas muito importantes na determinação de propriedades de sistemas nucleares de muitos corpos, a massa efetiva dos núcleons e a incompressibilidade da matéria nuclear, uma vez que:

- o modelo prediz, à densidade nuclear de saturação, o valor  $M^* = 470 MeV$  para a massa efetiva do núcleon, que não se insere no intervalo de valores para esta grandeza obtidos experimentalmente,  $564 MeV \leq M^* \leq 658 MeV$ ;
- o modelo prediz, para a incompressibilidade da matéria nuclear, à densidade de saturação,  $K = 550 MeV$ , que também está fora do intervalo correspondente de valores experimentais,  $200 MeV \leq K \leq 300 MeV$ .

Para corrigir estas deficiências apresentamos a seguir modelos alternativos ao modelo QHD-I.

#### 4.2.7 Modelo QHD-II: Inserção do Méson $\rho$ na Teoria

Sabe-se que os núcleos atômicos estáveis apresentam uma *preferência* pelo mesmo número de prótons e nêutrons em que, ao desconsiderar a interação de Coulomb, ambas as partículas pode ser tratados como partículas equivalentes com diferentes orientações no espaço de isospin. Consequentemente, há uma energia associada a tal condição, chamada de *Energia de Simetria*. Quanto mais simétrico for o sistema, ou seja, quanto mais próximo for do estado que contempla o mesmo número de prótons e nêutrons, mais um estado fundamental de energia de simetria ele representa. E, de maneira complementar, quanto maior for a diferença na quantidade de nêutrons e prótons, mais energeticamente excitado está o sistema. É claro que este aspecto apresenta relevância fundamental na descrição uma estrela de nêutrons, que contempla em sua composição uma abundância em nêutrons muito expressiva.

A seguir, consideramos a introdução, no formalismo, do campo mesônico isovetorial  $\rho^\mu$ , que representa o *triplete mesônico* carregado  $\rho^0, \rho^\pm$ , os quais apresentam idênticos valores de spin e de paridade do méson  $\omega$ . O campo  $\rho^\mu$  é responsável neste tratamento para introdução de assimetrias de isospin. Desta forma, o triplete de mésons  $\rho^\mu$  pode ser representado por campos vetoriais de Lorentz, na forma

$$\rho^\mu \equiv (\rho^1, \rho^2, \rho^3). \quad (4.91)$$

<sup>6</sup>Os valores de  $(g_\sigma/m_\sigma)^2 = 11.79$  e  $(g_\omega/m_\omega)^2 = 8.65$  encontrados em [37] são referentes a  $B/A = -15.75 MeV$  e  $\rho_0 = 0.193 fm^{-3}$ .

O passo seguinte no tratamento teórico corresponde à introdução da densidade lagrangiana que descreve a propagação *livre* do campo  $\boldsymbol{\varrho}^\mu$ , e que corresponde a uma formulação do tipo de Proca [122]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\boldsymbol{\varrho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\boldsymbol{\varrho}_\mu \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu, \quad (4.92)$$

onde  $\boldsymbol{\varrho}_{\mu\nu} = \partial_\mu\boldsymbol{\varrho}_\nu - \partial_\nu\boldsymbol{\varrho}_\mu$ . As correspondentes equações de Euler-Lagrange para  $\boldsymbol{\varrho}^\mu$  são

$$\partial_\mu\boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu} + m_\rho^2\boldsymbol{\varrho}^\nu = 0. \quad (4.93)$$

Essa densidade lagrangiana apresenta idêntica invariância de fase àquela obedecida por campos escalares complexos construídos com duas das três componentes dos campos acima citados, por exemplo, as componentes 1 e 2:

$$\varrho_\pm^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varrho_1^\mu \pm i\varrho_2^\mu). \quad (4.94)$$

E de maneira equivalente, essa densidade lagrangiana é invariante frente a uma rotação em torno do eixo de quantização do espaço de isospin, ou seja, o eixo 3. Essa densidade lagrangiana é ainda *manifestamente invariante*, no espaço de isospin, frente à transformação que conjuga as três componentes do campo enfocado:

$$\boldsymbol{\varrho}_\mu \rightarrow \boldsymbol{\varrho}_\mu + \boldsymbol{\Lambda} \times \boldsymbol{\varrho}_\mu, \quad (4.95)$$

onde  $\boldsymbol{\Lambda}$  é um vetor de componentes infinitesimais que parametriza a rotação isoespino-rial.

A partir da expressão geral para a corrente de Noether

$$J_j^\mu \equiv \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)}F_i^j, \quad (4.96)$$

onde  $F_i^j$  representa uma transformação interna, infinitesimal e contínua do campo  $\phi_i$ , obtemos a corrente quadrivetorial de Lorentz associada à invariância (4.95)

$$\mathbf{I}^\nu = \boldsymbol{\varrho}_\mu \times \boldsymbol{\varrho}^{\nu\mu}. \quad (4.97)$$

O lagrangiano de Dirac para prótons e nêutrons livres é dado por

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\psi}_p(i\gamma_\mu\partial^\mu - M)\psi_p + \bar{\psi}_n(i\gamma_\mu\partial^\mu - M)\psi_n, \\ &= \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - M)\psi, \end{aligned} \quad (4.98)$$

onde  $\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix}$ , é invariante frente a uma transformação contínua do grupo de simetria SU(2) representada por

$$\psi \rightarrow e^{-i\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\Lambda}/2}\psi, \quad (4.99)$$

onde  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  são as matrizes de isospin de Pauli e  $\boldsymbol{\Lambda}$  é novamente um vetor infinitesimal no espaço de isospin. A invariância local da simetria SU(2) implica em uma

corrente vetorial-isovetorial bariônica que é conservada no espaço de isospin, quando consideramos rotações em torno do eixo 3 de quantização:

$$\mathbf{I}^\mu = \frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi. \quad (4.100)$$

A corrente quadrivetorial  $\mathbf{I}$  conjuga contribuições bariônicas e mesônicas

$$\mathbf{I}^\nu = \frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma^\nu \boldsymbol{\tau} \psi + \boldsymbol{\varrho}_\mu \times \boldsymbol{\varrho}^{\nu\mu} + 2g_\rho (\boldsymbol{\varrho}^\nu \times \boldsymbol{\varrho}^\mu) \times \boldsymbol{\varrho}_\mu. \quad (4.101)$$

A imposição de invariância frente à transformação  $SU(2)$  impõe que, ao considerarmos, na formulação de Dirac, a presença do campo  $\varrho$ , a lagrangiana de interação é dada por

$$\mathcal{L}_\varrho = -g_\rho \boldsymbol{\varrho}_\nu \cdot \mathbf{I}^\nu, \quad (4.102)$$

modificação esta que implica no acréscimo do termo  $-(g_\rho/2)\gamma_\nu \boldsymbol{\varrho}^\nu \cdot \boldsymbol{\tau} \psi$  à equação de Dirac e de uma equação de campo para o méson  $\varrho$  na forma

$$\partial_\mu \boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu}(x) + m_\rho^2 \boldsymbol{\varrho}^\nu(x) = g_\rho \mathbf{I}^\nu(x). \quad (4.103)$$

Em suma, a imposição da simetria  $SU(2)$  implica na introdução no formalismo de um termo de acoplamento entre a densidade de corrente vetorial-isovetorial bariônica e o campo vetorial-isovetorial  $\varrho$ , dado por  $-(g_\rho/2)\gamma_\nu \boldsymbol{\varrho}^\nu \cdot \boldsymbol{\tau} \psi$ , que altera os auto-valores da equação de uma maneira análoga à modificação introduzida pela presença do méson vetorial-isoescalar omega ( $\omega$ ).

A presença de termos de *auto-acoplamento* dos campos  $\varrho$  no formalismo é resultante da natureza da álgebra não-comutativa dos operadores de isospin e traz uma complexidade adicional quando da busca de soluções analíticas às equações dinâmicas, devido ao seu caráter não-linear. Afortunadamente, de maneira similar às abordagens das seções anteriores, o presente tratamento teórico da matéria nuclear permite, no regime de densidades elevadas, a adoção de aproximações, enumeradas a seguir, que apresentam elevado grau de validade e, ao mesmo tempo, expressiva simplificação formal. Dentre estas aproximações, destacamos as seguintes. Consideramos que a matéria nuclear é uniforme e isotrópica. Supomos ademais que a matéria nuclear pode ser representada por um estado estacionário, ou seja, um estado físico em que os números quânticos dos bárions não são modificados, de forma que possíveis alterações nos números quânticos de isospin dos núcleons, devidos à interações dessas partículas com os mésons  $\varrho^{+-}$ , se compensam e podem ser portanto descartadas; os efeitos de isospin são contemplados no formalismo pela presença do campo  $\varrho_3^\mu$ , que corresponde ao méson neutro  $\varrho_0$ . Ademais, na medida em que cresce a densidade da matéria nuclear, decrescem as flutuações quânticas envolvendo os campos mesônicos, de modo que o comportamento dinâmico dos mésons  $\varrho$  pode ser representado por meio de campos médios:  $\varrho: \varrho_3^\mu(x) \rightarrow \langle \varrho_3^\mu \rangle$  resultando daí:

$$g_\rho \varrho_3^0 = \frac{1}{2} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \langle \bar{\psi} \gamma^0 \tau_3 \psi \rangle = \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \frac{1}{2} (\rho_p - \rho_n), \quad (4.104)$$

$$g_\rho \varrho_3^k = \frac{1}{2} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 \langle \bar{\psi} \gamma^k \tau_3 \psi \rangle = 0. \quad (4.105)$$

A equação dinâmica para os bárions assume, na aproximação de campo médio, de maneira similar ao caso anterior, quando consideramos a interação nuclear mediada pelos mésons  $\sigma$  e  $\omega$ , uma forma semelhante a de um *gás de férmions pseudo-livres*

$$\gamma_0 \left( \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} + g_\omega \gamma_0 \omega_0 + \frac{1}{2} g_\rho \gamma_0 \tau_3 \varrho_{03} + M^* \right) \psi(k) = k_0(k) \psi(k), \quad (4.106)$$

com os autovalores da equação dados por

$$e_{I_3}(k) \equiv k_0(k) = g_\omega \omega_0 + g_\rho \varrho_{03} I_3 + \sqrt{k^2 + M^{*2}}, \quad (4.107)$$

onde  $\frac{1}{2} \tau_3 \psi \equiv I_3 \psi$  ( $I_3 = +1/2$  para o próton e  $-1/2$  para o nêutron). O méson  $\varrho$ , em contraste aos casos anteriores, altera a degenerescência de isospin dos bárions, deslocando-a para um valor superior ou inferior de acordo com o sinal do termo  $g_\rho \varrho_{03} I_3$ , para uma dada espécie bariônica. O sinal deste termo, por sua vez, é determinado pelas equações de Euler-Lagrange.

Os procedimentos adotados na seção anterior conduzem a uma equação de estado da matéria nuclear com a forma:

$$\varepsilon = +\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \varrho_{03}^2 \quad (4.108)$$

$$+ \frac{1}{\pi^2} \left[ \int_0^{k_{F,p}} k^2 dk \sqrt{k^2 + (M - g_\sigma \sigma)^2} + \int_0^{k_{F,n}} k^2 dk \sqrt{k^2 + (M - g_\sigma \sigma)^2} \right];$$

$$p = -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \varrho_{03}^2$$

$$+ \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \left[ \int_0^{k_{F,p}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + (M - g_\sigma \sigma)^2}} + \int_0^{k_{F,n}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + (M - g_\sigma \sigma)^2}} \right]. \quad (4.109)$$

com as constantes  $(g_\sigma/m_\sigma)^2$  e  $(g_\omega/m_\omega)^2$  já determinadas anteriormente para a matéria nuclear simétrica.

A determinação de  $(g_\rho/m_\rho)^2$  é realizada por meio de sua relação com o coeficiente de assimetria

$$a_{asim} \equiv \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 (\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right]_{t=0}, \quad (4.110)$$

onde,  $t = (\rho_n - \rho_p)/\rho$ ; chegamos então a:

$$a_{asim} = \frac{k_F^3}{12\pi^2} \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 + \frac{k_F^2}{6\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}. \quad (4.111)$$

O valor experimental de  $a_{asim} = 32.5 \text{ MeV}$ , leva a:

$$\left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 = 3.52 \text{ fm}^2. \quad (4.112)$$

Bárion	Massa(MeV)	Y	J	I	$I_3$	S	Q
N	939	+1	1/2	1/2	+1/2	0	+1
					-1/2	0	0
$\Lambda$	1116	0	1/2	0	0	-1	0
$\Sigma$	1193	0	1/2	1	+1	-1	+1
					0	-1	0
					-1	-1	-1
$\Delta$	1232	+1	3/2	3/2	+3/2	-1	+2
					+1/2	-1	+1
					-1/2	-1	0
					+3/2	-1	-1
$\Xi$	1318	-1	1/2	1/2	+1/2	-1	0
					-1/2	-1	-1
$\Omega$	1672	-2	3/2	0	0	-1	-1

Tabela 4.2: Bárions de mais baixa massa. Y = hipercarga; J = spin; I = isospin;  $I_3$  = terceira componente de isospin; S = estranheza; Q = carga elétrica. Notar que  $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$  (relação de Gell-Mann-Nishijima).

#### 4.2.8 Generalização para o Octeto Bariônico Fundamental

Está claro na relação entre a densidade bariônica e o momentum de Fermi ou energia de Fermi que, quando a densidade aumenta, a energia de Fermi aumentará e excederá a massa de bárions pesados. Este enunciado é baseado em considerações que pressupõem de um gás livre de Fermi, mas ele também é válido para qualquer sistema interagente, possibilitando simplesmente nos referirmos à auto-energia dos bárions no meio. Quando a energia de Fermi dos estados ocupados pelos bárions cresce acima do valor dos auto-estados de outras espécies bariônicas, a energia e a pressão do sistema se reduzirão pela conversão de alguns bárions em outras espécies. O jargão típico deste campo de estudo refere-se então à *abertura de novos mares de Fermi*. Isso faz com que a energia e a pressão do sistema diminuam de intensidade, pela conversão dos bárions originais em outras espécies (novamente no jargão típico, ocorre então *escoamento de férmions para outros mares*, não preenchidos), e cujo estado resultante se constitui então em um estado físico preferencial. A generalização da teoria relativística de campo médio para incluir bárions de alta massa foi primeiro implementada por Garpman, Glendenning e Karant [126].

As espécies mais importantes a serem consideradas são os membros restantes do octeto bariônico, os híperons  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$  e a ressonância  $\Omega$ ; suas propriedades fundamentais são mostradas na tabela 4.2. Devido à neutralidade de carga das estrelas e a interação com o méson  $\rho$ , devemos distinguir os vários estados de isospin e carga. Faremos isto fixando o índice  $B$  para o momentum de Fermi, a projeção de isospin, as massas, etc. Assim, o caso dos núcleons com diferentes projeções de isospin representa um caso especial e pode ser prontamente generalizado.

Uma conveniente generalização da densidade lagrangiana do modelo QHD-II é

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B [i\gamma_\mu \partial^\mu - (M_B - g_{\sigma B}\sigma) - g_{\omega B}\gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2}g_{\rho B}\gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu] \psi_B \\
 & + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\
 & - \frac{1}{4}\boldsymbol{\varrho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \boldsymbol{\varrho}_\mu \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu,
 \end{aligned} \tag{4.113}$$

onde  $\psi_B$  é o spinor para a espécie bariônica  $B$ . Apenas núcleons estão presentes na matéria hadrônica próxima da densidade de saturação, e suas constantes de acoplamento para os campos de mésons podem ser relacionadas às propriedades da matéria nuclear. Contudo, híperons podem popular a matéria apenas a altas densidades; eles não afetam as propriedades do estado fundamental do sistema de muitos corpos considerado.

Na aproximação de campo-médio, as equações de Dirac na matéria uniforme para cada espécie  $B$  são

$$\left[ \gamma_\mu (k_B^\mu - g_{\omega B}\omega^\mu - \frac{1}{2}g_{\rho B}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu) - (M_B - g_{\sigma B}\sigma) \right] \psi_B(k) = 0, \tag{4.114}$$

onde os campos médios dos mésons são o méson escalar  $\sigma$ , o méson vetorial  $\omega$  e o méson isovetorial  $\rho$ . Os auto-valores das partículas e anti-partículas podem ser encontrados por meio de

$$e_B(k) = g_{\omega B}\omega_0 + g_{\rho B}\varrho_{03}I_{3B} + \sqrt{k_B^2 + (M_B - g_{\sigma B}\sigma)^2}$$

onde  $I_{3B}$  é a terceira componente de isospin do bárion  $B$ . Explicitamente usamos o fato de que apenas a terceira componente de isospin do campo  $\rho$  sobrevive na aproximação de campo médio e que a parte da tri-corrente dos campos  $\omega$  e  $\rho$  desaparece num estado fundamental estático da matéria. As equações de campos mesônicos na matéria estática e uniforme são

$$e_B(k) = g_{\omega B}\omega_0 + g_{\rho B}\varrho_{03}I_{3B} + \sqrt{k_B^2 + (M_B - g_{\sigma B}\sigma)^2}, \tag{4.115}$$

e

$$\omega_0 = \sum_B \frac{g_{\omega B}}{m_\omega^2} \rho_B, \tag{4.116}$$

$$\varrho_{03} = \sum_B \frac{g_{\rho B}}{m_\rho^2} I_{3B} \rho_B, \tag{4.117}$$

$$m_\sigma^2 \sigma = \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} g_{\sigma B} \int_0^{k_{F,B}} \frac{M_B - g_{\sigma B}\sigma}{\sqrt{k^2 + (M_B - g_{\sigma B}\sigma)^2}} k^2 dk. \tag{4.118}$$

A densidade de energia e pressão do sistema são encontradas na maneira usual:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= +\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\varrho^2\varrho_{03}^2 \\ &+ \sum_B \frac{2J_B + 1}{\pi^2} \int_0^{k_{F,B}} k^2 dk \sqrt{k^2 + (M_B - g_{\sigma B}\sigma)^2}; \end{aligned} \quad (4.119)$$

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\varrho^2\varrho_{03}^2 \\ &+ \frac{1}{3} \sum_B \frac{2J_B + 1}{\pi^2} \int_0^{k_{F,B}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + (M_B - g_{\sigma B}\sigma)^2}}. \end{aligned} \quad (4.120)$$

Estas quantidades são funções da densidade bariônica  $\rho$  através da dependência do momentum de fermi e são frequentemente referidas como a equação de estado da matéria nuclear, como vimos anteriormente.

### 4.3 Modelo Não-Linear de Boguta-Bodmer

Em 1977, J. Boguta e A. R. Bodmer desenvolveram um modelo (o qual, nesta tese, denominaremos de não-linear) [38] com o intuito de descrever de maneira mais apropriada as grandezas supra mencionadas, introduzindo na densidade lagrangiana do modelo QHD-II (4.114) um termo de auto-interação entre os mésons escalares-isoescalares.

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} b M (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4, \quad (4.121)$$

onde  $b$  e  $c$  são constantes<sup>7</sup> ajustadas para reproduzirem, de maneira independente, a massa efetiva do núcleon e a incompressibilidade da matéria nuclear em equilíbrio.

Estudaremos agora populações de bárions e léptons numa estrela de nêutrons usando o modelo de Boguta-Bodmer (BB) com graus de liberdade de híperons [42, 43] como uma generalização da teoria de  $\sigma$ ,  $\omega$ , de  $\varrho$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_B \bar{\psi}_B [(i\gamma_\mu(\partial^\mu - g_\omega B \omega^\mu) - (M_B - g_{\sigma B}\sigma)]\psi_B \\ &\quad - \sum_B \bar{\psi}_B [\frac{1}{2}g_{\varrho B}\tau \cdot \varrho^\mu]\psi_B + \frac{bM}{3}\sigma^3 + \frac{c}{4}\sigma^4 \\ &\quad + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \\ &\quad - \frac{1}{4}\varrho_{\mu\nu}\cdot\varrho^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\varrho^2\varrho_\mu\cdot\varrho^\mu + \sum_l \bar{\psi}_l [i\gamma_\mu\partial^\mu - M_l]\psi_l. \end{aligned} \quad (4.122)$$

Esta densidade lagrangiana contempla um sistema de oito bárions ( $B = p, n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^-, \Xi^0$ ) acoplados a três mésons ( $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ ) e duas espécies de léptons livres ( $l = e^-, \mu^-$ ). As constantes de acoplamento escalar e vetorial na teoria,

<sup>7</sup>A massa do núcleon,  $M$ , foi introduzida na definição acima do potencial  $U(\sigma)$  de forma que as constantes  $b$  e  $c$  sejam adimensionais.

$g_{(\sigma,\omega)}$ , e os coeficientes  $b$  e  $c$  são determinados para reproduzir, na densidade de saturação,  $\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$ , a energia de ligação da matéria nuclear,  $B = -16 \text{ MeV}$ , o módulo de compressão da matéria nuclear,  $K = 250 \text{ MeV}$ , e a massa efetiva do núcleon,  $M^*/M = 0.75$ . De fato, os valores destas duas últimas quantidades não estão bem estabelecidos, e nós temos usado os valores frequentes na literatura do modelo BB. Para descrever o coeficiente de energia de simetria,  $a_4 = 32.5 \text{ MeV}$ , determinamos a constante de acoplamento isovetorial  $g_\rho$ . Encontramos

$$\begin{aligned} \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 &= 9.86 \text{ fm}^2, & \left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 &= 5.85 \text{ fm}^2; \\ \left(\frac{g_\rho}{m_\rho}\right)^2 &= 4.80 \text{ fm}^2, & b &= 0.00103, & c &= 0.0100. \end{aligned} \quad (4.123)$$

Em comparação com os resultados obtidos em [43], lembramos que o autor fitou as constantes de acoplamento da teoria com  $B = -15.95 \text{ MeV}$ ,  $\rho_0 = 0.145 \text{ fm}^{-3}$ ,  $K = 285 \text{ MeV}$ ,  $M^*/M = 0.77$ , e  $a_4 = 36.8 \text{ MeV}$ .

Usando as equações de Euler-Lagrange, a equação de Dirac para a matéria uniforme, na representação de momentum linear, é

$$\left[ \gamma_\mu (k^\mu - g_{\omega B} \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B} \tau \dot{\rho}^\mu) - M_B^* \sigma \right] \psi_B(k) = 0, \quad (4.124)$$

onde  $M_B^*(\sigma) \equiv M_B - g_{\sigma B} \sigma$  é a massa efetiva das espécies bariônicas  $B$ . Além do mais, aplicando a aproximação de campo médio, as equações dos campos mesônicos  $\omega_0$ ,  $\rho_{03}$ , e  $\sigma$  para matéria uniforme e estática se tornam

$$g_\omega \omega_0 = \left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 \sum_B \xi_{\omega,B} \rho_B, \quad (4.125)$$

$$g_\rho \rho_{03} = \left(\frac{g_\rho}{m_\rho}\right)^2 \sum_B \xi_{\rho,B} I_{3B} \rho_B, \quad (4.126)$$

$$g_\sigma \sigma = \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 \langle -bM(g_\sigma \sigma)^2 - c(g_\sigma \sigma)^3 + \sum_B \frac{\xi_{\sigma B}}{2\pi^2} \int_0^{k_{F,B}} \frac{M_B^*(\sigma)}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} k^2 dk \rangle, \quad (4.127)$$

onde definimos a razão entre as constantes de acoplamento méson-híperon e méson-núcleon como

$$\xi_{(\sigma,\omega,\rho),B} \equiv \frac{g_{(\sigma,\omega,\rho),B}}{g_{(\sigma,\omega,\rho)}}. \quad (4.128)$$

Nestas equações, os termos de fontes dos bárions foram substituídos por seus valores no estado fundamental do sistema.

As equações correspondentes para o número bariônico e para a conservação de carga elétrica são

$$\rho = \sum_B \frac{k_{F,B}^3}{3\pi^2} \quad (4.129)$$

e

$$\sum_B q_{e,B} \frac{k_{F,B}^3}{3\pi^2} - \sum_l \frac{k_{F,l}^3}{3\pi^2} = 0 . \quad (4.130)$$

O potencial químico bariônico,  $\mu_B(k)$ , corresponde aos autovalores da equação de Dirac (4.124):

$$\mu_B(k) = g_{\omega B} \omega_0 + g_{\rho B} \rho_{03} I_{3B} + \sqrt{k_{F,B}^2 + M_B^*(\sigma)^2} . \quad (4.131)$$

Nessa expressão,  $I_{3B}$  é a projeção de isospin dos estados de carga bariônicos  $B$ , e  $k_{F,B}$  é o momentum de Fermi das espécies  $B$ .

A equação de estado é obtida do valor esperado do estado fundamental das componente de espaço-tempo da diagonal do tensor de energia-momentum. A densidade de energia e pressão do sistema são dados, no modelo BB, por

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{bM}{3} (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{c}{4} (g_\sigma \sigma)^4 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 \\ & + \sum_B \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{F,B}} \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} k^2 dk \\ & + \sum_l \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{F,l}} \sqrt{k^2 + m_l^2} k^2 dk , \end{aligned} \quad (4.132)$$

$$\begin{aligned} p = & -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 - \frac{bM}{3} (g_\sigma \sigma)^3 - \frac{c}{4} (g_\sigma \sigma)^4 \\ & + \frac{1}{3} \sum_B \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{F,B}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} \\ & + \frac{1}{3} \sum_l \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_{F,l}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + m_l^2}} . \end{aligned} \quad (4.133)$$

Este modelo apresenta um sucesso expressivo na descrição de propriedades globais estáticas da matéria nuclear. O modelo apresenta, entretanto, também algumas características que devem ser aprimoradas. Em particular, o modelo leva às seguintes predições que não apresentam concordância com as concepções predominantes no estudo da matéria nuclear:

- a ocorrência de valores negativos para o parâmetro  $c$  e em conseqüência a existência de *cúspides* na densidade de energia, ou seja, a possibilidade de ocorrência de dois valores distintos de massa efetiva do núcleon para uma mesma densidade bariônica;
- independência, do ponto de vista formal, da incompressibilidade da matéria nuclear e da massa efetiva do núcleon, grandezas estas que comprovadamente são correlacionadas no meio nuclear;

- a constante  $c$  adquire valores negativos para vários domínios de valores de  $M^*$  e  $K$ , permitindo a densidade de energia apresentar, para valores altos do campo médio do méson escalar  $\sigma$ , comportamento contraditório com qualquer evidência experimental obtida até o presente momento [127].

Há um outro aspecto crítico importante que deve ser assinalado quando consideramos os modelos QHD-I e BB: à densidades e temperaturas altas, ambos os modelos predizem que a massa efetiva do núcleon sofre expressivos decréscimos devido à presença do sistema de muitos corpos nucleares, podendo assumir até mesmo valores negativos.

## 4.4 Modelos com Acoplamento Derivativo de Zimanyi Moszkowski (ZM)

A expressiva variação na massa efetiva dos núcleons no modelo BB traz sérias implicações na produção de novas partículas tanto em colisões de íons pesados [39] quanto em propriedades da matéria nuclear fria de estrelas de nêutrons. Para solucionar este problema, em 1990 J. Zimanyi e S. A. Moszkowski [39] propuseram um modelo, denominado de modelo ZM, que apresenta como característica fundamental a presença de um *acoplamento derivativo* envolvendo os núcleons e os mésons escalares-isoescalares.

### 4.4.1 Lagrangiano do Modelo ZM

No modelo ZM, o acoplamento entre os campos dos mésons escalares-isoescalares,  $\sigma(x)$ , e o dos campos dos núcleons,  $\psi(x)$ , é dado pelas densidades lagrangianas de interação:

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{g_\sigma \sigma}{M} \bar{\psi} \gamma_\mu i \partial^\mu \psi, \quad (4.134)$$

e

$$\mathcal{L}_{\sigma\omega} = -\frac{g_\sigma \sigma}{M} g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu. \quad (4.135)$$

A densidade lagrangiana completa proposta por J. Zimanyi e S. A. Moszkowski é então:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ & + \left(1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M}\right) (\bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu) - \bar{\psi} M \psi. \end{aligned} \quad (4.136)$$

Este Lagrangiano, com um acoplamento derivativo, é invariante de Lorentz, uma vez que o termo  $\gamma_\mu \partial^\mu$  corresponde a um escalar de Lorentz. Este modelo não é, entretanto, renormalizável [4]. Os campos dos bárions podem ser rescalonados na forma [39]

$$\psi \rightarrow (1 + g_\sigma \sigma / M)^{-\frac{1}{2}} \psi, \quad (4.137)$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} (1 + g_\sigma \sigma / M)^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.138)$$

procedimento este que possibilita obter-se uma forma mais simples, embora equivalente, para a formulação lagrangiana do modelo ZM:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \\ & + \bar{\psi}i\gamma_\mu\partial^\mu\psi - \bar{\psi}Mm^*\psi - g_\omega\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\omega^\mu, \end{aligned} \quad (4.139)$$

onde

$$m^* \equiv \left(1 + \frac{g_\sigma\sigma}{M}\right)^{-1}. \quad (4.140)$$

Expandindo o *lagrangiano rescalonado* (4.139) em uma série de potências em termos do *parâmetro*  $\sigma$  obtemos, em primeira ordem de aproximação, o lagrangiano do modelo QHD-I [36], onde

$$m^* = 1 - \frac{g_\sigma\sigma}{M}, \quad (4.141)$$

que anula-se quando  $\sigma = M/g_\sigma$ .

O lagrangiano rescalonado, que é equivalente como vimos ao lagrangiano derivativo do modelo ZM, contempla acoplamentos entre os núcleons e os mésons escalares de ordens mais altas, em termos do *parâmetro*  $\sigma$ , do que o modelo QHD-I,

$$\mathcal{L}_{int} = g_\sigma\sigma\bar{\psi}\psi - \frac{(g_\sigma\sigma)^2}{M}\bar{\psi}\psi + \frac{(g_\sigma\sigma)^3}{M^2}\bar{\psi}\psi\dots \quad (4.142)$$

Consideremos a seguir o efeito de cada um destes *termos de muitos corpos* no formalismo. O primeiro, um termo de acoplamento do tipo de Yukawa, representa uma componente atrativa na interação entre os núcleons; o efeito do termo subsequente, de segunda ordem em sua dependência no *parâmetro*  $\sigma$ , é oposto ao do primeiro, representando assim uma componente repulsiva da interação nuclear; o termo de terceira ordem, resulta novamente em uma componente atrativa e assim sucessivamente. Recentemente S. Shu e J. Li [128] analisaram a influência de cada uma destas componentes no comportamento da massa efetiva dos núcleons na matéria nuclear à temperatura finita, concluindo que a transição de fase que ocorre no modelo QHD-I à alta temperatura ( $\sim 200 MeV$ ) é suprimida no modelo ZM.

Aplicando-se as equações de Euler-Lagrange à densidade lagrangiana (4.139) obtemos as seguintes equações de campo:

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m_\sigma^2)\sigma = g_\sigma m^* \bar{\psi}\psi; \quad (4.143)$$

$$\partial_\alpha F^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega^\nu = g_\omega\bar{\psi}\gamma^\nu\psi; \quad (4.144)$$

$$(i\gamma_\mu\partial^\mu - Mm^* - g_\omega\gamma_\mu\omega^\mu)\psi = 0. \quad (4.145)$$

Utilizando-se as expressões que definem o Tensor Energia-Momentum (4.14) e a densidade lagrangiana (4.139), obtemos, no modelo ZM:

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{ZM} = & \frac{1}{2}[-\partial_\lambda\sigma\partial^\lambda\sigma + m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}F_{\lambda\eta}F^{\lambda\eta} - m_\omega^2\omega_\lambda\omega^\lambda]g_{\mu\nu} \\ & + i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi + \partial_\mu\sigma\partial_\nu\sigma + \partial_\nu\omega^\lambda F_{\lambda\mu}. \end{aligned} \quad (4.146)$$

### 4.4.2 Aproximação de Campo Médio

As equações para os campos mesônicos (4.143) e (4.144) podem ser resolvidas através da aproximação de campo médio, obtendo-se:

$$g_\sigma \sigma_0 = \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \equiv \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \rho_s; \quad (4.147)$$

e

$$g_\omega \omega_0 = \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \langle \psi^\dagger \psi \rangle \equiv \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_B. \quad (4.148)$$

Os campos clássicos  $\sigma_0$  e  $\omega_0$ , condensados e constantes (no espaço de configuração) são, como vimos, diretamente relacionados com as fontes bariônicas e são grandezas dependentes da densidade do sistema. Podemos determinar as propriedades sobre  $\omega_0$  por meio da solução das equações de movimento relacionando esta grandeza com a corrente bariônica. O méson escalar está relacionado por sua vez à densidade escalar de Lorentz  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$  que é como vimos uma quantidade dinâmica. Esta quantidade pode ser determinada, também como vimos, por meio da solução das equações de campo dos bárions.

Uma condição que deve ser satisfeita para a consistência do modelo é a conservação do número bariônico, definido anteriormente como:

$$B \equiv \int_V d^3x B^0 = \int_V d^3x \bar{\psi} \gamma^0 \psi = \int_V d^3x \psi^\dagger \psi. \quad (4.149)$$

Substituindo-se as expressões de  $\sigma$  e  $\omega_0$  na equação (modificada) de Dirac (4.145), obtemos a equação linear:

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - Mm^*)\psi = 0, \quad (4.150)$$

que pode ser resolvida diretamente. De uma forma similar ao tratamento no caso de partículas livres, buscamos soluções do tipo estado estacionário para esta equação, na forma:

$$\psi = \psi(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon(k)t}, \quad (4.151)$$

onde  $\psi(\mathbf{k}, \lambda)$  representa o *spinor* de Dirac com quatro componentes e  $\lambda$  denota as componentes de polarização dos spins com relação à direção de movimento da partícula.

Definimos a massa efetiva do núcleon como

$$M^* = Mm^* = \frac{M}{1 + \frac{g_\sigma \sigma_0}{M}}. \quad (4.152)$$

Assim, o efeito da presença do campo *condensado* escalar  $\sigma$  é o de *deslocar* a massa de repouso do núcleon, ou seja, seu efeito se manifesta como uma espécie de *empuxo nuclear*.

### 4.4.3 Equação de Estado da Matéria Nuclear

A densidade de energia e densidade de pressão no modelo ZM assumem a forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_B^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*4} \rho_s^2 \\ &+ \frac{\gamma}{16\pi^2} \left[ k_F E_F^* (2k_F^2 + M^{*2}) + M^{*4} \ln \left| \frac{M^*}{E_F^* + k_F} \right| \right], \end{aligned} \quad (4.153)$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho_B^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*4} \rho_s^2 \\ &+ \frac{\gamma}{48\pi^2} \left[ k_F E_F^* (2k_F^2 - 3M^{*2}) + 3M^{*4} \ln \left| \frac{E_F^* + k_F}{M^*} \right| \right]. \end{aligned} \quad (4.154)$$

Tal como nos outros modelos QHD abordados, esta é a equação de estado da matéria nuclear que obedece a forma paramétrica  $\varepsilon = \varepsilon(\rho_B)$  e  $p = p(\rho_B)$ , sendo que  $k_F$  e  $\rho$  são também expressos em função de  $\rho_B$ .

Um aspecto importante da teoria é que as constantes de acoplamento aparecem sempre em razões com as massas dos mésons. Este aspecto se verificará para todos os modelos tratados nesta tese, de modo que, no formalismo, basta determinar o valor destas razões, não sendo necessário o conhecimento explícito das massas e das respectivas constantes de acoplamento dos mésons de maneira independente. Este aspecto da teoria será relevante no próximo capítulo, quando introduziremos um novo grau de liberdade para a matéria nuclear [129, 130, 131]. E para a determinação destas razões torna-se necessário, como vimos, conhecer o comportamento da equação de estado, descrita na forma paramétrica pelas expressões (4.154), como será visto a seguir.

Minimizando a densidade de energia, equação (4.154), em relação a  $\sigma$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \sigma} \varepsilon(m^*(\sigma), k_F) \right]_{k_F} = 0, \quad (4.155)$$

obtemos a relação auto-consistente:

$$g_\sigma \sigma_0 = \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}}. \quad (4.156)$$

A integral desta equação pode ser calculada analiticamente, originando uma equação auto-consistente transcendental, do tipo

$$g_\sigma \sigma_0 = \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*2} \frac{\gamma}{4\pi^2} \left( M^* k_F E_F^* + M^{*3} \ln \left| \frac{M^*}{k_F + E_F^*} \right| \right), \quad (4.157)$$

para o condensado do meson escalar-isoescalar em função da variável independente  $k_F$ , sendo

$$E_F^* \equiv \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}. \quad (4.158)$$

A massa efetiva do núcleon pode ser escrita, ao combinarmos as equações (4.152) e (4.157), na forma:

$$M^* = \frac{M}{1 + \left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 m^{*3} \frac{\gamma}{4\pi^2} \left[ k_F E_F^* + M^{*2} \ln \left( \frac{M^*}{k_F + E_F^*} \right) \right]}. \quad (4.159)$$

A equação da pressão interna do sistema, por outro lado, é dada por:

$$p = \rho_B^2 \frac{\partial}{\partial \rho_B} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right); \quad (4.160)$$

note-se que, ao procedermos à substituição  $\rho_B = B/V$ , a equação (4.160) caracteriza a primeira lei da termodinâmica,  $p dV = -dE$ , ou seja, esta expressão confere ao modelo consistência termodinâmica.

Ainda em continuação à introdução de elementos conceituais relevantes do formalismo, nos referimos ao potencial químico (energia de Fermi) dos bárions, que é identificado como a sua *auto-energia* [42], e é dado por

$$\mu_B = g_\omega \omega_0 + \sqrt{k_{FB}^2 + M_B^{*2}}. \quad (4.161)$$

#### 4.4.4 Constantes de Acoplamento

Determinamos nesta seção as constantes de acoplamento do modelo, utilizando as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear simétrica ( $\gamma = 4$ ).

A energia de ligação da matéria nuclear é dada por [39]

$$\left( \frac{E - BM}{B} \right)_{\rho_B = \rho_0} = \left( \frac{\varepsilon}{\rho_0} - M \right)_{\rho_B = \rho_0} = -16,0 \text{ MeV}, \quad (4.162)$$

onde

$$\rho_0 = 0,16 \text{ fm}^{-3}, \quad (4.163)$$

é a densidade bariônica de saturação, que corresponde ao valor do momentum de Fermi  $k_0 = 1,333 \text{ fm}^{-1}$ ; é importante ressaltar que, para esta densidade, que corresponde também ao mínimo da energia de ligação nuclear, a pressão interna do sistema é nula,  $p(k_0) = 0$ .

Combinando as equações (4.154) com as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear (2.8), obtém-se

$$\left( \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 = 7,496 \text{ fm}^2; \quad \left( \frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 = 2,617 \text{ fm}^2; \quad (4.164)$$

para estes valores das razões entre as constantes de acoplamento e as massas dos mésons escalar e vetorial, a matéria de nêutrons ( $\gamma = 2$ ) apresenta um mínimo na energia de ligação para o qual não há nenhuma evidência experimental [42]

$$\frac{E - BM}{B} = -3,5 \text{ MeV}, \quad (4.165)$$

mínimo este próximo à densidade bariônica  $\rho_B \sim 0,6 \rho_0$ . Obtemos ainda, na densidade de saturação, valores para o módulo de incompressibilidade da matéria nuclear

$$K = 225,0 \text{ MeV} \quad (4.166)$$

e para a massa efetiva do núcleon

$$M^* = 0,85 M = 798,2 \text{ MeV}. \quad (4.167)$$

Obtemos ademais valores para os potenciais escalar e vetorial de Lorentz, respectivamente, para a matéria nuclear simétrica, na densidade de saturação

$$S \equiv -m^* g_\sigma \sigma_0 = -140,85 \text{ MeV} , \quad (4.168)$$

e

$$V \equiv g_\omega \omega_0 = 82,63 \text{ MeV} . \quad (4.169)$$

O coeficiente da energia de simetria, por sua vez, está relacionado com a densidade de energia na forma [13]:

$$a_4 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2(\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right)_{t=0} \quad (4.170)$$

onde  $t \equiv (\rho_n - \rho_p)/\rho$ . Combinando-se as equações (4.78) e (4.170) obtemos

$$a_4 = \frac{k_0^2}{6\sqrt{k_0^2 + M^{*2}}} ; \quad (4.171)$$

e utilizando-se os resultados anteriores para a massa efetiva do núcleon,  $M^* = 798,2 \text{ MeV}$ , bem como para o momentum de Fermi  $k_0 = 1,333 \text{ fm}^{-1}$ , da expressão acima temos

$$a_4 = 13,7 \text{ MeV} , \quad (4.172)$$

valor este que não está em bom acordo com os correspondentes resultados experimentais para esta grandeza [42]; os resultados mais recentes para o coeficiente de simetria da matéria nuclear indicam que  $a_4 \sim 30 \text{ MeV}$ . Na seção seguinte veremos como este problema pode ser superado.

Os resultados obtidos no modelo ZM, ao serem comparados com os resultados correspondentes ao modelo QHD-I, demonstram a importância dos efeitos não-lineares associados ao acoplamento derivativo do campo  $\sigma$  ao campo dos núcleons. A figura (4.1) mostra algumas previsões do modelo ZM. Pode-se notar que existe um estado fracamente ligado para a matéria de nêutrons no modelo ZM, enquanto no modelo QHD-I a curva para a energia de ligação por núcleon para a matéria de nêutrons tem apenas valores positivos [36]. Outro aspecto importante do modelo é a presença de uma transição de fase do tipo líquido-gás, para a matéria nuclear *fria*. Esta transição de fase é devida à presença de uma *pressão negativa*<sup>8</sup> como mostra a figura. O modelo QHD-I apresenta esta mesma transição de fase. Veremos, na próxima seção, que esta transição de fase desaparece quando o méson  $\rho$  é incluído no formalismo.

<sup>8</sup>Embora o termo *pressão negativa* faça pouco sentido em situações idealizadas, tal denominação pode ser muito útil em outros contextos. Em geral, o termo *pressão negativa* é utilizado quando dois sistemas, por exemplo, dois fluidos, estejam submetidos a diferentes pressões, mas separados por um envólucro, ou uma membrana ou algo similar. O termo descreve, nesta situação, a diferença de pressões entre os dois sistemas e busca antever as conseqüências, em termos da pressão resultante, quando ocorre a remoção do elemento de separação entre os sistemas em foco. Na física teórica, o termo *pressão* pode se referir, em princípio, a uma designação abstrata que emerge, no tratamento formal de um sistema particular de muitos corpos, quando uma equação dinâmica se assemelha à equação de um gás, ideal ou não, e então se possa *identificar*, por grau de semelhança, tal correspondência. Este procedimento possibilita lidar com processos físicos de alta complexidade formal, utilizando nossa compreensão intuitiva de sistemas e processos que ocorrem em situações mais usuais. E em tais casos, o termo matemático correspondente, que é identificado, na equação em foco, como uma *pressão*, pode assumir valores negativos.

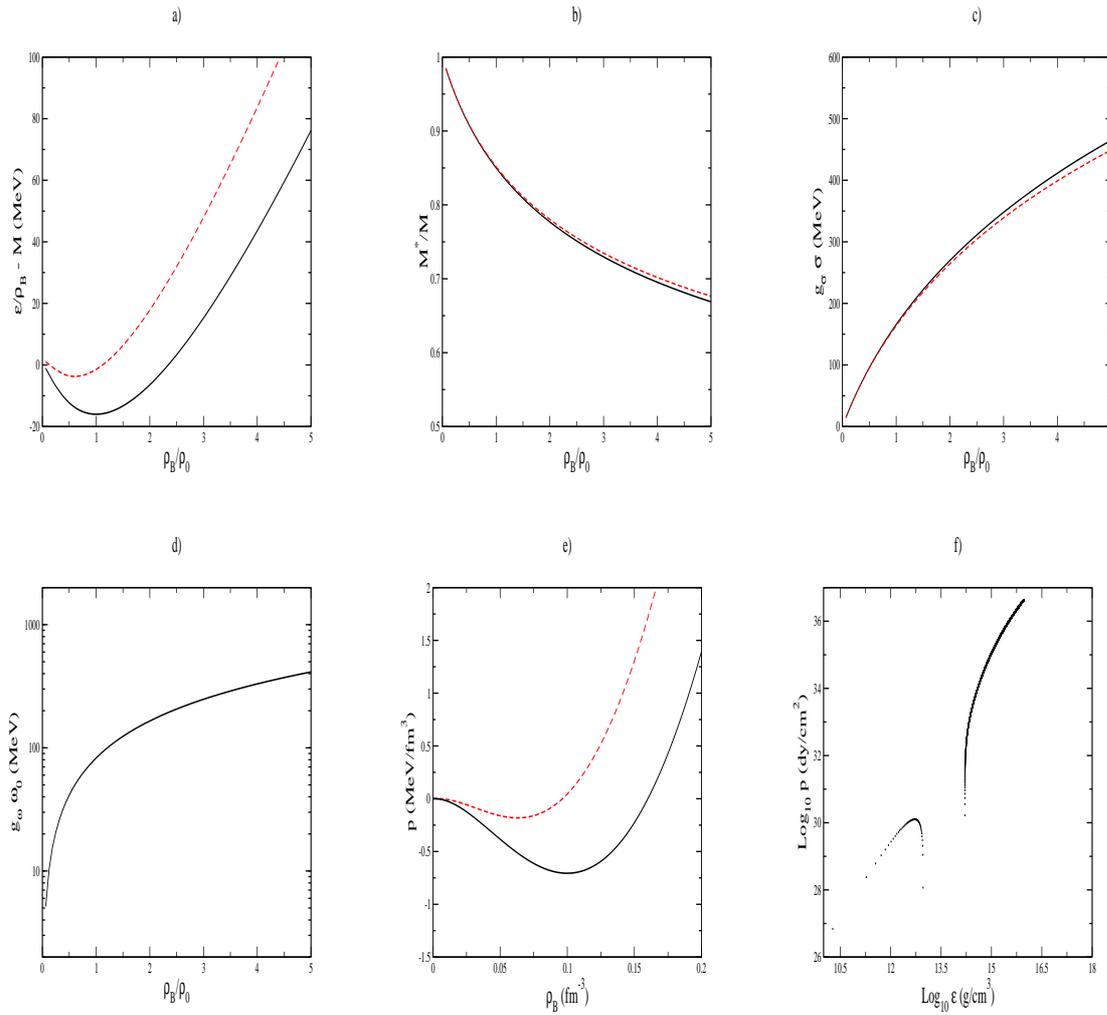


Figura 4.1: Predições do modelo ZM, segundo os parâmetros (4.164), para o comportamento da energia de saturação (a), da massa efetiva do núcleon (b), do condensado escalar (c), do condensado vetorial (note a escala logarítmica) (d), da pressão (e) e da equação de estado (f) para a matéria nuclear simétrica e para matéria de nêutrons. Linhas cheias representam os resultados para a matéria nuclear simétrica e as tracejadas para a matéria de nêutrons.

### 4.4.5 Graus de Liberdade de Isospin

Na seção anterior discutimos resultados de propriedades globais estáticas da matéria nuclear originadas pelos modelos ZM e vimos que as predições deste modelo para a incompressibilidade da matéria nuclear, no ponto de saturação, estão próximas ao limite inferior experimental, enquanto que as predições desta formulação, para a energia de simetria, correspondem a um fator que é cerca de duas vezes menor do que aquele que é *determinado* empiricamente. E, em vista do fato de que o modelo ZM explora apenas o setor isoescalar de acoplamento entre os núcleons e os mésons, a inclusão de graus de liberdade mesônicos isovetoriais ao formalismo possibilita a superação destas limitações, como veremos a seguir. Deve-se levar em conta ademais, que a extrapolação de uma formulação da equação de estado da matéria nuclear simétrica para outra formulação que possibilite a descrição, de maneira consistente, de matéria nuclear com expressiva *assimetria de isospin*, como a encontrada em estrelas de nêutrons e pulsares, torna necessário que o coeficiente da energia de simetria seja determinado de uma maneira que apresente alto grau de coerência com os correspondentes dados experimentais [42, 76].

Pelo formalismo desenvolvido na seção QHD-II, o valor esperado do lagrangiano deve levar em consideração os termos que caracterizam a propagação livre dos campos mesônicos  $\sigma, \omega, \rho$  na forma

$$\langle \mathcal{L} \rangle = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2. \quad (4.173)$$

As densidades bariônicas de prótons ( $\rho_p$ ) e nêutrons ( $\rho_n$ ), por sua vez, são dadas em termos dos momenta de Fermi:

$$\rho_p = 2 \int_0^{k_{F,p}} \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} = \frac{k_{F,p}^3}{3\pi^2}; \quad \rho_n = \frac{k_{F,n}^3}{3\pi^2}. \quad (4.174)$$

A densidade total bariônica é a soma da densidade de prótons e nêutrons  $\rho = \rho_p + \rho_n$ .

A densidade de energia e a pressão do sistema podem ser expressas na forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \left[ \int_0^{k_{F,p}} k^2 dk \sqrt{k^2 + M^{*2}} + \int_0^{k_{F,n}} k^2 dk \sqrt{k^2 + M^{*2}} \right]; \end{aligned} \quad (4.175)$$

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 \\ &+ \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \left[ \int_0^{k_{F,p}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} + \int_0^{k_{F,n}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} \right], \end{aligned} \quad (4.176)$$

onde as constantes  $(g_\sigma/m_\sigma)^2$  e  $(g_\omega/m_\omega)^2$  correspondem aos valores anteriormente determinados para matéria nuclear simétrica. Estas equações, uma vez que são funções da densidade bariônica, podem ser expressas na forma paramétrica  $p = p(\varepsilon(\rho_B))$  caracterizando assim a equação de estado da matéria no modelo QHD-II.

A razão ao quadrado entre a constante de acoplamento e a massa do méson  $\rho$ ,  $(g_\rho/m_\rho)^2$ , pode ser determinada, como vimos anteriormente, por meio da definição do coeficiente de assimetria

$$a_4 \equiv \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2(\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right]_{t=0}, \quad (4.177)$$

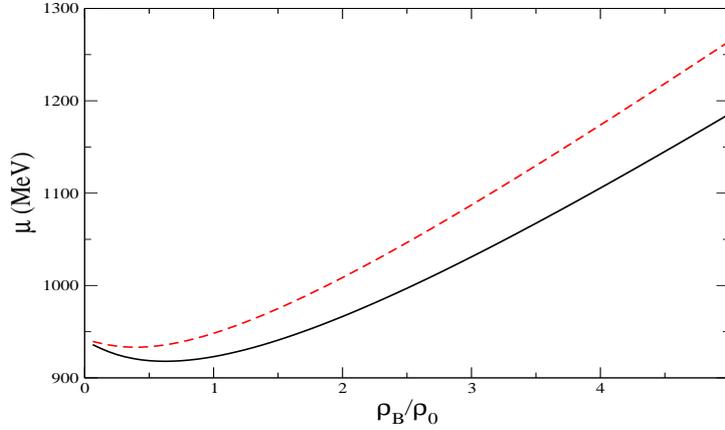


Figura 4.2: A figura mostra o comportamento do potencial químico bariônico no modelo QHD-II com a presença do méson  $\varrho$ . As linhas cheia e tracejada correspondem, respectivamente, aos resultados obtidos no modelo para a matéria nuclear simétrica e assimétrica (estrela de nêutrons).

onde,  $t = (\rho_n - \rho_p)/\rho$  é a assimetria de isospin entre o nêutron e o próton. A expressão analítica para o coeficiente de assimetria (4.177) é

$$a_4 = \frac{k_F^3}{12\pi^2} \left( \frac{g_\varrho}{m_\varrho} \right)^2 + \frac{k_F^2}{6\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}}; \quad (4.178)$$

o valor *empírico* para  $a_4 = 33,0 \text{ MeV}$  leva então a:

$$\left( \frac{g_\varrho}{m_\varrho} \right)^2 = 4,888 \text{ fm}^2. \quad (4.179)$$

#### 4.4.6 Octeto Bariônico Fundamental

O lagrangiano (4.139) pode ser então generalizada para incluir os campos do octeto bariônico fundamental e os léptons

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}\mathbf{e}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{e}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\varrho^2\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}^\mu \\ & + \sum_B \left[ \bar{\psi}_B \gamma_\mu i \partial^\mu \psi_B - g_{\omega B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \omega^\mu \psi_B - \frac{1}{2}g_{\varrho B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{e}^\mu \psi_B - \bar{\psi}_B M_B^* \psi_B \right] \\ & + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \end{aligned} \quad (4.180)$$

onde

$$M_B^* \equiv M_B \left( 1 + \frac{g_{\sigma B} \sigma}{M_B} \right)^{-1} \equiv M_B m^*, \quad (4.181)$$

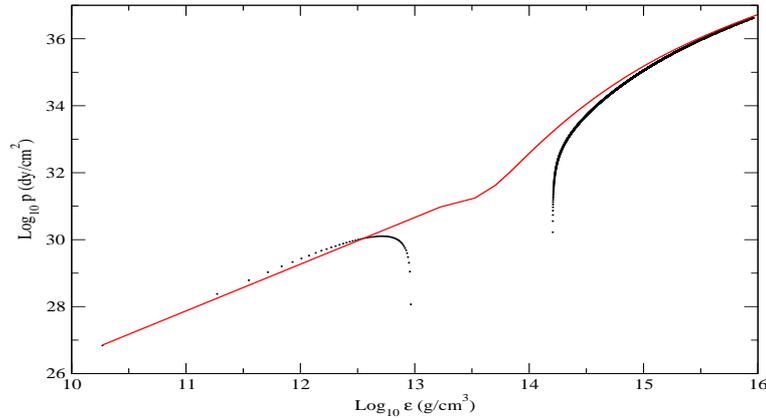


Figura 4.3: A figura mostra o comportamento da equação de estado para a matéria de nêutrons no modelo QHD-II com a presença do méson  $\rho$ . A linha cheia representa os resultados correspondentes à constante de acoplamento  $g_\rho \neq 0$ , enquanto que a linha tracejada caracteriza o resultado em que  $g_\rho = 0$ .

representa a massa efetiva do bárion  $B$ , sendo  $B = (p, n, \Lambda, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0)$ . Os prótons e nêutrons, como várias vezes mencionado, são chamados de núcleons. As demais partículas do octeto bariônico fundamental são chamadas de *híperons*<sup>9</sup>.

O fator  $\chi$  expressa a razão entre a intensidade do acoplamento dos híperons e a intensidade do acoplamento dos núcleons com os mésons padrão dos modelos da matéria nuclear supra citados,  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ , ou seja,  $\chi_{(\sigma,\omega,\rho)} = g_{(\sigma,\omega,\rho),h}/g_{(\sigma,\omega,\rho),n}$ . Entretanto, como os híperons não se encontram nos núcleos em seu estado fundamental, fica difícil saber em que proporção eles são menos acoplados aos mésons que os núcleons. A decisão de assumir que os híperons acoplam-se aos mésons citados com a mesma intensidade dos núcleons chama-se *acoplamento universal*,  $\chi_{(\sigma,\omega,\rho)} = 1$ . Moszkowski, por outro lado, sugeriu a proporção  $\chi_{(\sigma,\omega,\rho)} = \sqrt{2/3}$  [132] baseada no conteúdo de quarks em núcleons e híperons. O efeito relevante nos modelos supra citados da redução do acoplamento méson-híperon de 1 para  $\sqrt{2/3}$  é o de reduzir a população das partículas favorecidas pelo isospin no interior da estrela de nêutrons [4].

#### 4.4.7 Equação de Estado da Matéria Nuclear

A determinação da equação de estado do presente modelo nuclear pode ser realizada de modo similar àquele adotado nas seções anteriores. Desta forma, obtém-se as

<sup>9</sup>Híperons têm spin semi-inteiro; obedecem portanto a estatística de Fermi-Dirac e pertencem assim à classe dos férmions. Os híperons interagem por meio da força forte e pertencem portanto às categorias dos hádrons e dos bárions. Em sua composição interna, os híperons contêm três quarks, sendo ao menos um deles um *quark estranho*. Híperons podem decair por meio da interação fraca, que não conserva paridade, com tempos típicos de decaimento  $10^{-10}s, 10^{-11}s$ . São os seguintes os tipos de híperons correspondentes ao octeto bariônico fundamental:  $\Lambda, \Sigma^0, \Sigma^\pm, \Xi^0, \Xi^-$ .

seguintes expressões para a densidade de energia

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}} k^2 dk \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}} k^2 dk \sqrt{k^2 + m_l^2}; \end{aligned} \quad (4.182)$$

e para a pressão do sistema

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} \\ &+ \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + m_l^2}}. \end{aligned} \quad (4.183)$$

Para a determinação da estrutura interna das estrelas de nêutrons, são considerados distintos modelos para descrever as diferentes regiões estelares caracterizadas por variados valores de densidade, ou faixas de densidade. Cada uma destas regiões é descrita por um modelo específico de equação de estado, na forma listada na tabela 4.3.

Tabela 4.3: Equações de estado para cada faixa de densidades consideradas neste trabalho [13].

Região	Densidade ( $g\text{ cm}^{-3}$ )	Tipo de matéria	Referência
I	$2 \times 10^3 < \rho < 1 \times 10^{11}$	cristalina; metais leves, gás de elétrons	Harrison e Wheeler
II	$1 \times 10^{11} < \rho < 2 \times 10^{13}$	cristalina; metais pesados,	Negele e Vautherin
III	$2 \times 10^{13} < \rho < 3 \times 10^{14}$	núcleons relativísticos e léptons; gás de elétrons relativísticos	Este trabalho
IV	$3 \times 10^{14} < \rho < 5 \times 10^{15}$	núcleons, híperons e léptons relativísticos	Este trabalho

A determinação da equação de estado nuclear é realizada por meio da resolução numérica de um sistema de equações integro-diferenciais não-lineares acopladas. O método utilizado nesta tese para resolução destas equações é o chamado *método modificado de Newton*. Na resolução destas equações consideramos a *condição de aparecimento das espécies de bárions*

$$\mu_n - q_B \mu_e \geq g_{\omega B} m_B^* \omega_0 + g_{\rho B} m_B^* \rho_{03} I_{3B} + M_B - g_{\sigma B} m_B^* \sigma_0. \quad (4.184)$$

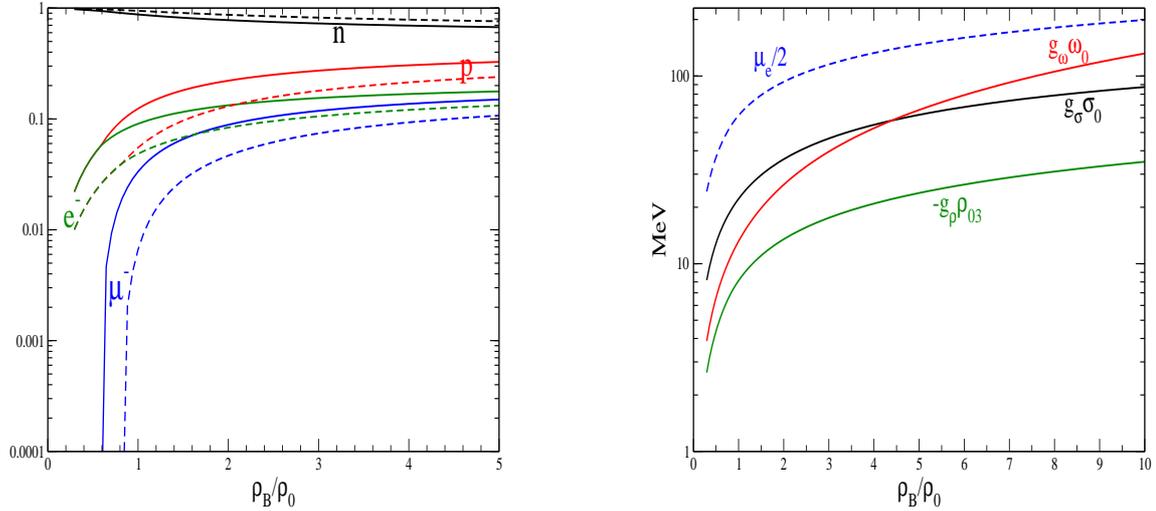


Figura 4.4: A figura mostra resultados do modelo ZM, para matéria nuclear em equilíbrio beta. No painel da esquerda são apresentados resultados para a população relativa das espécies de partículas enquanto que no painel da esquerda é apresentado o comportamento dos *condensados* mesônicos e leptônicos.

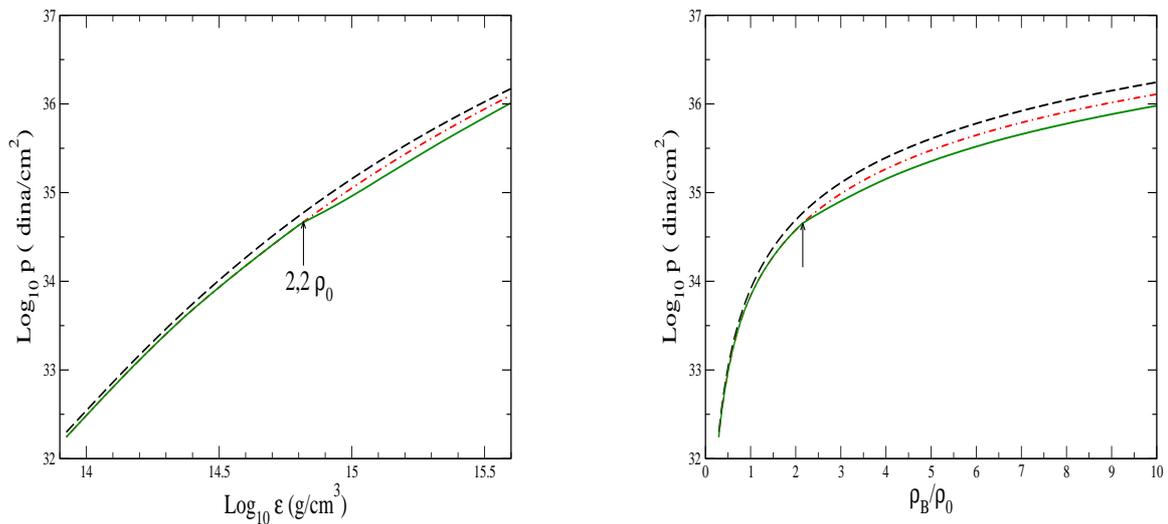


Figura 4.5: A figura mostra resultados do modelo ZM. No painel da esquerda é mostrado o comportamento da equação de estado enquanto que no painel da direita é apresentado o comportamento da pressão interna da matéria nuclear. Nestas figuras, as linhas tracejadas correspondem a matéria de nêutrons, as linhas ponto-tracejadas a nêutrons, prótons, elétrons e múons, em equilíbrio beta e as linhas cheias a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. As setas indicam nos gráficos o ponto onde aparece o primeiro híperon,  $\Sigma^-$ , e a respectiva densidade bariônica.

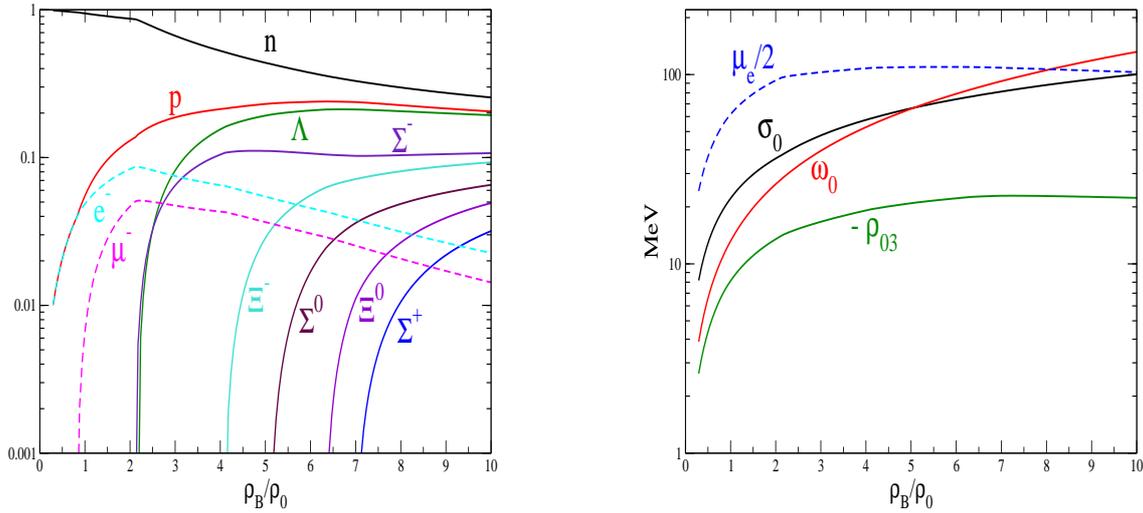


Figura 4.6: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria em equilíbrio beta generalizado com *acoplamento universal*. O painel da esquerda mostra a população relativa para as espécies de partículas enquanto que o painel da direita mostra o comportamento dos *condensados* de mésons.

Matéria	$\text{Log}_{10} \varepsilon_c$ ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	M ( $M_\odot$ )	R (km)	$\rho_B/\rho_0$	z	$N_B$ ( $\times 10^{58}$ )	$M_N^*/M_N$	K (MeV)
n	15,393	1,90	10,82	6,53	0,44	0,26	0,85	225
N, $e^-$ , $\mu^-$	15,501	1,67	9,81	8,31	0,42	0,23	0,85	225
N, $\Lambda$ , $\Sigma$ , $\Xi$ ; $e^-$ , $\mu^-$	15,532	1,47	9,47	9,15	0,36	0,20	0,85	225

Tabela 4.4: A tabela mostra resultados do modelo ZM para a estrela com maior massa gravitacional dentre as demais da *família* de estrelas de nêutrons considerada neste trabalho. Estão indicado na figura, também, a massa efetiva e a compressibilidade da matéria nuclear simétrica, onde  $N \equiv n, p$ .

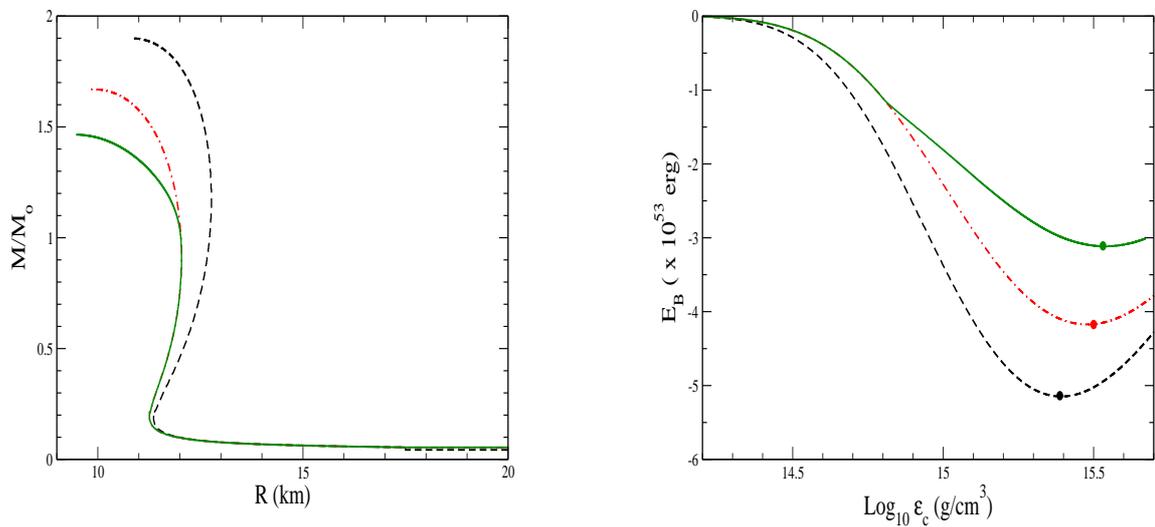


Figura 4.7: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado com *acoplamento universal*. O painel da esquerda mostra a relação entre a massa e o raio estelar enquanto que o painel da direita mostra o comportamento da energia de ligação gravitacional. Nas figuras, as linhas tracejadas correspondem a matéria de nêutrons, as linhas ponto-tracejadas a matéria nuclear em equilíbrio beta e as linhas cheias a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. Os pontos, no gráfico, indicam o valor da densidade de energia central,  $\epsilon_c$ , para a estrela de nêutrons de massa máxima.

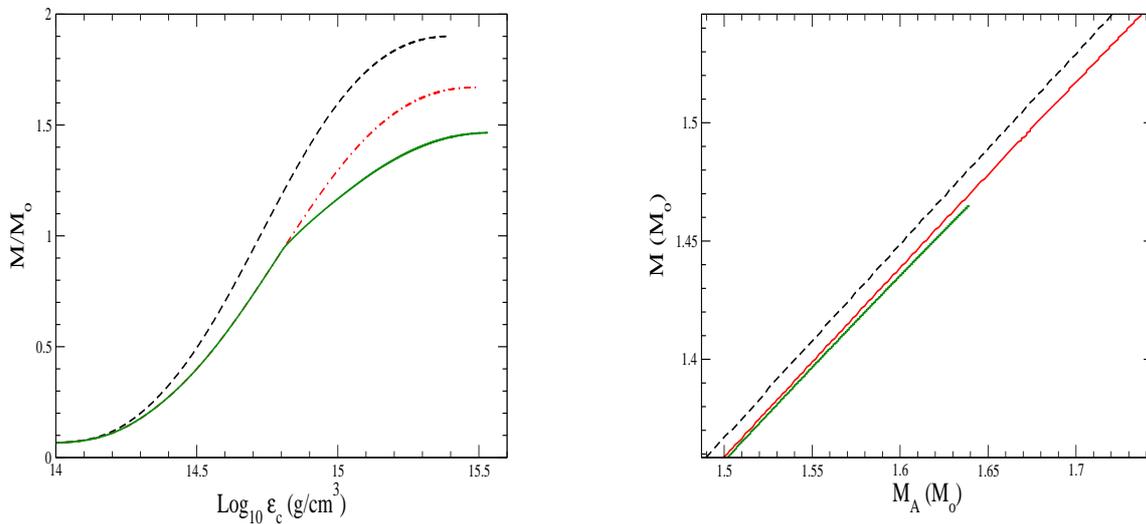


Figura 4.8: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado com *acoplamento universal*. O painel da esquerda mostra os resultados da integração das equações TOV enquanto que o painel da esquerda mostra o comportamento da massa estelar gravitacional máxima em função da massa estelar bariônica,  $M_A$ . Na figura, as linhas tracejadas correspondem a matéria de nêutrons, as linhas ponto-tracejadas a matéria nuclear em equilíbrio beta e as linhas cheias a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado.

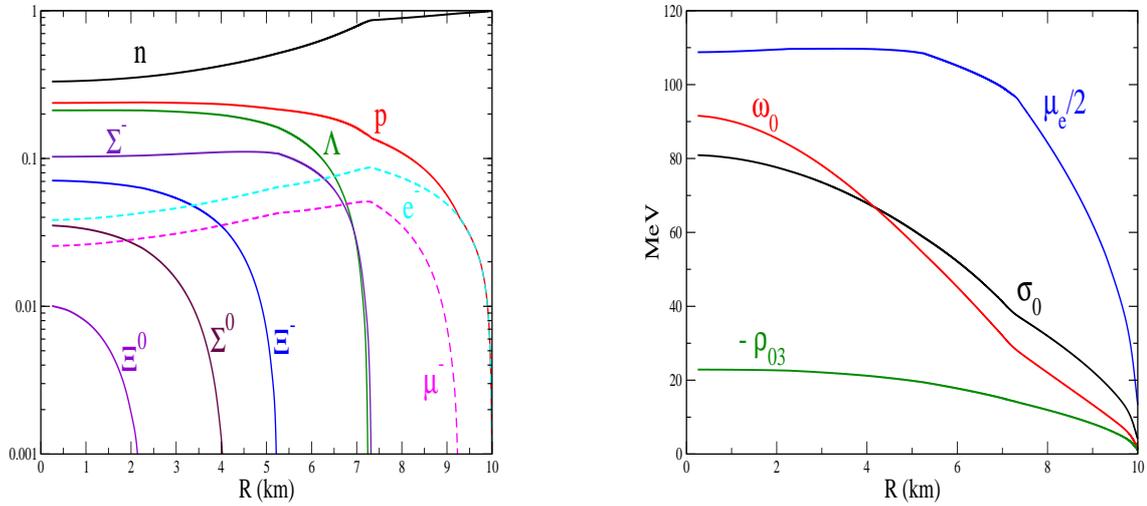


Figura 4.9: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado com *acoplamento universal*. O painel da esquerda mostra a população relativa das espécies em função do raio estelar, para uma estrela de nêutrons de massa gravitacional  $1,44 M_\odot$  e raio estelar  $\sim 10,0 \text{ km}$ , enquanto que o painel da direita mostra o comportamento do *condensado* de mésons.

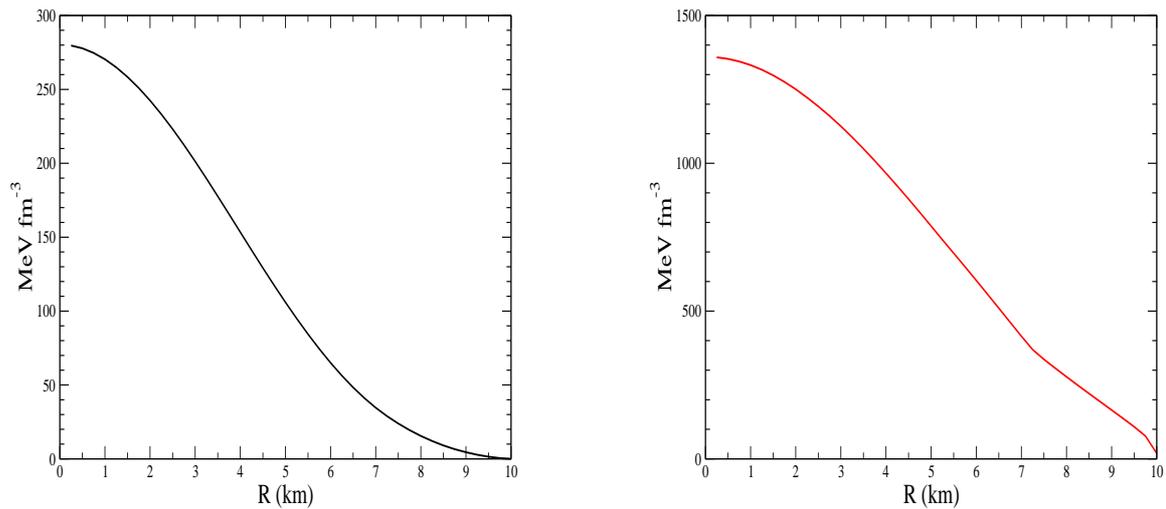


Figura 4.10: A figura mostra resultados do modelo ZM para matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado com *acoplamento universal*. O painel da esquerda mostra o comportamento da pressão em função do raio estelar, para uma estrela de nêutrons de massa gravitacional  $1,44 M_\odot$  e raio estelar  $\sim 10,0 \text{ km}$ , enquanto que o painel da direita mostra o comportamento da densidade de energia.



# Capítulo 5

## Naturalidade e Quebra de Simetria Quiral

Neste capítulo apresentamos o desenvolvimento feito por Razeira e Vasconcellos [60, 61, 62, 133] com base na conservação de simetria quiral, para a incorporação do méson  $\delta$  no formalismo QHD, e predições para a existência de um estado ressonante mesônico no setor isovetorial-escalar leve representado pelo campo  $\varsigma$ . Baseado no conceito de *naturalidade*, foi desenvolvido um modelo efetivo para a matéria nuclear que contempla acoplamentos entres os campos dos núcleons e dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\varsigma$ .

A seguir descrevemos os fundamentos da *naturalidade* e consideramos os elementos conceituais que serviram de guia neste processo de construção formal.

### 5.1 Naturalidade e Teoria Efetiva

Na CDQ [134], a intensidade da interação forte entre os quarks e os glúons depende das distâncias que separam os quarks interagentes: pouco intensa para pequenas distâncias de separação e extremamente intensa para grandes distâncias de separação. E entre estas, coexiste uma região caracterizada por *distâncias críticas*, cuja ordem de grandeza é equivalente às dimensões características dos hádrons. A ordem de grandeza da região de *distâncias críticas* pode ser dimensionada ao considerarmos o valor do parâmetro de escala da CDQ,  $\Lambda = 200\text{MeV}$  ou, em *unidades naturais*  $\Lambda \sim 1\text{fm}^{-1}$ , e compararmos esta grandeza com o valor característico do raio de um hádron,  $R$ , que corresponde *exatamente* a  $1\text{fm}$ . Na física de hádrons a baixas energias, podemos expressar o momentum linear transferido,  $Q$ , devido à troca de glúons entre os quarks constituintes dos bárions, na forma  $Q \simeq 1/R$ . No caso em que  $R \simeq 1\text{fm}$ , então o momentum linear transferido na interação forte é da mesma ordem de grandeza de  $\Lambda$ , indicando assim que a física dos quarks, enquanto partículas constituintes dos hádrons, deve ser permeada por efeitos não perturbativos<sup>1</sup>[135]. Ainda assim, cálculos pertur-

---

<sup>1</sup>*Teorias de perturbação* representam, em sua essência, tratamentos aproximados para problemas quantum mecânicos que, por apresentarem alto grau de complexidade formal, praticamente inviabilizam, por meio de formulações convencionais, a obtenção de soluções consistentes. A teoria de perturbação representa assim uma forma *alternativa* de tratamento de sistemas físicos complexos, e sua realização depende da *transformação* ou da *substituição* da formulação original, de modo que a descrição resultante apresenta alguns elementos de similaridade com o problema original mas ao

bativos em altas ordens da constante de acoplamento da CDQ têm sido realizados, com apreciável sucesso, na descrição das propriedades de sistemas físicos complexos como, por exemplo, em reações de aniquilação  $e^+ e^-$  [136], em processos de decaimento de estados  $q\bar{q}$  (denominados de *quarkonia* [137]), em processos Drell-Yan [138], e na produção de hádrons em processos  $e^+ e^-$ . Estes resultados dependem, entretanto, de maneira crucial, dos diferentes *esquemas* de renormalização adotados nos cálculos. Este último aspecto representa uma importante limitação conceitual da CDQ, dificultando o estabelecimento e a interpretação, de uma forma consistente e, portanto, sem ambiguidades, das previsões físicas baseadas em cálculos perturbativos.

Adicionalmente a estas considerações, a CDQ apresenta expressiva complexidade formal devido à presença, no Lagrangiano da teoria, de termos de acoplamento altamente não-lineares. Estes aspectos têm motivado o desenvolvimento de modelos fenomenológicos, que incorporam propriedades fundamentais da CDQ, na descrição das propriedades internas dos hádrons e de sistemas hadrônicos a altas densidades.

No que diz respeito à Física Nuclear em particular, quando consideramos valores de energia baixos e médios, os quais caracterizam a maior parte dos fenômenos nucleares observados, os *hádrons* representam eficientes e convenientes graus de liberdade de núcleos e da matéria nuclear a altas densidades. Por exemplo, modelos que simulam propriedades da interação forte entre dois núcleons, ou seja, processos  $NN$  envolvendo a troca de mésons. Estes modelos descrevem de maneira acurada algumas propriedades de sistemas de poucos núcleons ligados (como o deutério), suas energias de ligação, a magnitude dos desdobramentos *spin-órbita* de seus estados nucleares ou ainda algumas de suas propriedades magnéticas. Um outro exemplo interessante refere-se aos modelos relativísticos da Hadrodinâmica Quântica, descritos no capítulo anterior, e que representam teorias efetivas que descrevem propriedades globais estáticas de núcleos finitos e da matéria nuclear com aplicações importantes às estrelas de nêutrons.

mesmo tempo menor grau de complexidade formal. A idéia básica consiste na substituição do problema original, em geral fortemente interagente, por um sistema mais simples, não-interagente; após, gradualmente, ocorre a incorporação das forças relevantes ao sistema por meio de um mecanismo que simula o acionamento e a intensificação da interação, mecanismo este representado por um hamiltoniano ou Lagrangiano de perturbação e, portanto, de fraca intensidade. E em sendo pouco expressiva a intensidade desta interação, é possível gerar soluções de primeira ordem para um dado problema físico, soluções estas que descrevam auto-estados e soluções de energia do sistema simplificado. Posteriormente, a interação perturbativa é progressivamente intensificada, de modo que soluções mais adequadas para o problema original sejam continuamente geradas a partir das soluções que descrevem o sistema simplificado. Na CDQ a baixas energias, a interação entre os quarks e os glúons não poderia ser tratada de maneira perturbativa, porque as constantes de acoplamento, que caracterizam os parâmetros de expansão da teoria, são da ordem da unidade o que implica portanto em não-convergência das soluções perturbativas. Formulações perturbativas da CDQ são porém possíveis no regime de *liberdade assintótica* que corresponde à região de altas energias ou equivalentemente de altas densidades, como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, onde a constante de acoplamento da CDQ,  $\alpha_s$ , obedece a condição  $\alpha_s \rightarrow 0$ . Em geral, podemos expressar a constante de acoplamento  $\alpha_s(Q^2)$  da CDQ, para valores de momentum transferido que obedecem a condição  $Q^2 \gg \Lambda^2$ , como

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)},$$

onde  $N_f$  representa o número de sabores considerados. Se  $R \sim 0,5fm$ ,  $Q \sim 0,4GeV$  e  $N_f = 3$ , então  $\alpha_s \sim 1$  o que demonstra os *riscos* da adoção de cálculos perturbativos de propriedades hadrônicas nesta região. Por outro lado, a expressão acima mostra que à medida em que  $Q^2 \rightarrow \infty$ ,  $\alpha_s \rightarrow 0$ .

Consideramos a seguir aspectos conceituais com vistas à formulação de uma teoria efetiva para a matéria nuclear. Os conceitos aqui apresentados referem-se, exclusivamente, a sistemas nucleares relativísticos de muitos corpos, embora alguns dos conceitos apresentados tenham validade em outros campos da física.

O primeiro elemento conceitual é representado pelo expressivo grau de consistência formal da teoria quântica de campos. Este aspecto fica particularmente evidenciado na medida em que essa formulação incorpora, de maneira consistente com as simetrias fundamentais e as correspondentes leis de conservação, propriedades físicas relevantes de sistemas nucleares relativísticos de muitos corpos, como naturalidade, analiticidade, unitariedade, causalidade, entre outras.

O segundo elemento conceitual diz respeito a um tipo de procedimento padronizado, que é comumente adotado no tratamento dos diferentes termos que compõem a teoria quântica de campos, e que consiste em classificar cada um desses termos, por meio de critérios específicos, e cujo objetivo primordial é o de possibilitar a expansão, em uma forma *controlada*, da densidade Lagrangiana da teoria em termos de parâmetros dinâmicos. E no caso específico do estudo da matéria nuclear, os valores esperados destes parâmetros dinâmicos contemplam escalas características da Cromodinâmica Quântica [134].

Ao restringirmos o escopo do problema a um determinado domínio da interação forte, os fenômenos físicos relevantes descritos pela teoria são em geral dominados pela presença de graus específicos de liberdade de longo-alcance, os quais correspondem, no caso do núcleo e da matéria nuclear, aos graus físicos de mésons menos massivos, enquanto que a dinâmica de curto-alcance, que corresponde aos graus de liberdade de mésons mais massivos, é explicitamente desconsiderada, sendo seus efeitos implicitamente absorvidos pelos parâmetros de acoplamento da teoria.

Estes argumentos indicam que a teoria efetiva contempla, em princípio, uma quantidade infinita de termos de interação. Existem porém fortes evidências, oriundas de estudos sobre a matéria nuclear a densidades características de saturação,  $\rho \sim \rho_0 = 0.16 fm^{-3}$ , que ao manter-se apenas termos de auto-acoplamento de ordens cúbica e quártica de mésons escalares-isoescalares  $\sigma$ , de modo a simular a presença de forças nucleares de muitos corpos [123], uma descrição apropriada de propriedades globais estáticas da matéria nuclear pode ser obtida com grau elevado de convergência formal [139]. Ainda assim, deve-se considerar que uma extensão de modelos deste tipo que possibilitem uma expansão *controlada* do Lagrangiano da teoria de modo a descrever-se propriedades da matéria nuclear a mais altas densidades ( $\rho \geq 5\rho_0$ ) é desejável. Estes aspectos impõem um ordenamento dos coeficientes de expansão da teoria.

A busca por um procedimento formal que faça com que *a física considerada de maneira implícita nos parâmetros da teoria seja explicitada*, tornando assim a teoria mais eficaz e suas predições mais transparentes, torna-se absolutamente desejável. Neste caso, razões de consistência formal impõem que, ao expandirmos a densidade Lagrangiana de um modelo efetivo considerando-se as mais diferentes ordens dos termos de interação, devemos supor que os coeficientes de expansão da teoria sejam *naturais*<sup>2</sup>,

<sup>2</sup>O conceito de *naturalidade* foi introduzido em 1979 por Steven Weinberg [56]. Na física de partículas, a imposição da condição de *naturalidade* implica em que os coeficientes dos termos operatoriais da ação efetiva de uma teoria que busca preservar simetrias fundamentais, devem ser *naturais*. Um coeficiente natural obedece a forma geral  $\mathcal{L}_i = \tilde{c}\Lambda^{4-d}$ , onde  $d$  representa a dimensão do correspondente

i.e. que sejam iguais a ou, na prática, da ordem da unidade. Em suma, a condição de naturalidade implica em extrair dos parâmetros da teoria aspectos físicos considerados de maneira implícita, fazendo com que a presença destes parâmetros se torne irrelevante, por isso iguais à unidade. Ocorre porém que este procedimento exige a consideração explícita da dinâmica subjacente, um procedimento que, na maioria das vezes, é extremamente complexo do ponto de vista formal. E portanto, na prática, a condição de naturalidade não é absolutamente e sim aproximadamente obedecida. E em sendo os parâmetros de expansão da teoria iguais (ou próximos) à unidade, é possível então somar-se os diferentes termos da expansão supra mencionada em uma forma *fechada*, obtendo-se assim uma formulação compacta que expressa, de maneira consistente e *palpável*, o papel das contribuições dinâmicas do Lagrangiano considerando-se as mais diferentes ordens de expansão.

O primeiro passo na busca de tal modelo envolve a seguinte questão: qual é o grau de explicitação da dinâmica do problema que possibilite uma descrição física mais elaborada sem que este procedimento acarrete em uma tal complexidade formal que torne o problema, do ponto de vista prático, não-solúvel. Evidentemente, como estamos operando com uma teoria efetiva, não existe, em princípio, um procedimento formal único e preciso para este problema.

Uma outra questão que se impõe é: como atribuir escalas de dimensão apropriadas para cada contribuição da densidade Lagrangiana de forma a manter-se as várias constantes de acoplamento da teoria adimensionais e *naturais*? Neste processo torna-se necessário identificarmos parâmetros de expansão apropriados que possibilitem a convergência das séries perturbativas consideradas. Novamente, devido à natureza da teoria efetiva, não existe em princípio uma formulação única e precisa para esta segunda questão.

Ademais, há outros aspectos a serem considerados. Por exemplo, há diferentes esquemas de *organização dos coeficientes da teoria*. E, ao focarmos nossa análise na presença de graus de liberdade de quarks, escalas fundamentais na CDQ são o parâmetro invariante de renormalização,  $\Lambda_{CDQ} \sim 200 MeV$ , ou o número de cores dos quarks,  $N_c$ , remanescente do grupo de simetrias  $SU(3)$  da CDQ.

Ao focarmos nossa análise em graus de liberdade efetivos de mésons e bárions, cuja realização ocorre equivalentemente no limite  $N_c \rightarrow \infty$  como resultado da quebra da simetria quiral, escalas apropriadas são os parâmetros quirais de baixa energia da CDQ, a constante de decaimento fraco do pión,  $f_\pi = 93 MeV$  ou, de modo equivalente, o *parâmetro quiral*  $\Lambda_\chi \sim 1 GeV \leq 4\pi f_\pi$ .

### Análise Dimensional Naïve

Do ponto de vista matemático, há muitos esquemas de organização destes coeficiente que possibilitam uma soma compacta das séries perturbativas. No estudo a seguir estabelecemos as idéias que concebem a noção de naturalidade em teorias efetivas tendo como base as concepções da denominada *análise dimensional naïve* proposta por Manohar e Georgi [57]. E, no tratamento da matéria nuclear, buscamos estabelecer uma escala específica e proceder a escolha dos parâmetros de expansão da teoria

---

operador,  $\Lambda$  denota a escala inferior de corte em energia, acima da qual a teoria perde validade, e  $\tilde{c}$  é um coeficiente da ordem da unidade.

efetiva. Devemos notar que os valores médios esperados dos campos dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$  praticamente exaurem, na densidade de saturação, a parte mais relevante da interação efetiva  $NN$ , possibilitando a utilização destes valores médios divididos pela massa nua do núcleon,  $M, \sigma/M$  e  $\omega/M$ , explicitamente, como parâmetros de expansão da formulação efetiva.

A *análise dimensional naïve*, quando aplicada à formulação de um modelo para a densidade Lagrangiana que descreva propriedades de sistemas de muitos corpos, mais precisamente bárions e mésons, pode ser sintetizada na seguinte forma:

- As amplitudes dos campos mesônicos tornam-se adimensionais quando divididas pela constante do decaimento fraco do pión  $f_\pi$ .
- De modo a obter-se a dimensão correta em energia (energia<sup>4</sup>) da densidade Lagrangiana, uma escala de normalização dada por  $f_\pi^2 \Lambda_\chi^2 \simeq f_\pi^2 M^2$ , com  $M$  representando a *massa nua do núcleon*, deve ser introduzida no formalismo.
- Finalmente, fatores de normalização, cada um deles na forma  $1/n!$  para cada contribuição de campo mesônico do tipo  $\phi^n$ , devem ser também introduzidos no formalismo.

Ao considerarmos estas suposições, o Lagrangiano da teoria efetiva QHD-I, por exemplo, pode ser escrito na forma geral [60, 133]

$$\begin{aligned} L_{eff} &= \sum_{i,k} \frac{c_{i,k}}{i!k!} \left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right)^i \left(\frac{\omega}{f_\pi}\right)^k \left(\frac{\partial \text{or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda_\chi^2 \\ &\rightarrow \sum_{i,k} \frac{\tilde{c}_{i,k}}{i!k!} \left(\frac{g_\sigma \sigma}{M}\right)^i \left(\frac{g_\omega \omega}{M}\right)^k \left(\frac{\partial \text{or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda_\chi^2, \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde, na segunda equação, utilizamos, para eliminar o fator  $f_\pi$  desta expressão:

- a relação de Goldberger-Treiman [140]

$$g_\sigma f_\pi \sim M; \quad (5.2)$$

- a relação de Kawarabayashi-Suzuki-Riazuddin-Fayyazuddin [141]

$$m_\omega^{*2} = 2g^2 f_\pi^{*2} \quad (5.3)$$

com  $g$  representando uma constante de acoplamento especial (*hidden-gauge coupling constant*) e  $f_\pi^* \sim f_\pi$ , a constante de decaimento fraco do pión na matéria nuclear e tal que

$$m_\omega^{*2} = \frac{8}{9} g_\omega^2 f_\pi^{*2}, \quad (5.4)$$

sendo  $g/2 = g_\omega/3$  [142];

- e finalmente

$$|m_\omega^*|_{\rho_0} = |m_\omega - M + M^*|_{\rho_0} \sim M/2, \quad (5.5)$$

onde  $\rho_0$  representa a densidade de saturação nuclear.

Consideramos então, como *protótipo* de teoria efetiva, o modelo da Hadrodinâmica Quântica QHD-I [60]

$$L_{eff} = \sum_{i,k} \frac{c_{i,k}}{i!k!} \left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right)^i \left(\frac{\omega}{f_\pi}\right)^k \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda^2, \quad (5.6)$$

onde  $\psi$  representa os campos bariônicos,  $\Gamma$  denota matrizes de Dirac, e  $\sigma$  e  $\omega$  os campos dos mésons escalares-isoescalares e vetoriais-isoescalares, respectivamente.

Apresentamos então, com base nesta teoria efetiva, alguns exemplos de escolha dos coeficientes de expansão que correspondem a determinados *esquemas de organização* das séries perturbativas. Deste modelo resulta, por exemplo, no caso em que a escolha dos coeficientes de expansão da teoria é  $c_{i,k} = (i+1)(k+1)$ [60]

$$\begin{aligned} L_{eff}(c_{i,k} = (i+1)(k+1)) & \quad (5.7) \\ \hookrightarrow \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell \left(1 + \frac{\sigma}{f_\pi}\right) \exp\left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right) \left(1 + \frac{\omega}{f_\pi}\right) \exp\left(\frac{\omega}{f_\pi}\right) \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) f_\pi^2 \Lambda^2. \end{aligned}$$

Procedendo por outro lado à escolha  $c_{i,k} = i!k!$ , temos[60, 133]

$$\begin{aligned} L_{eff}(c_{i,k} = i!k!) & \quad (5.8) \\ \hookrightarrow \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell \frac{1}{(1 - (\sigma/f_\pi))} \frac{1}{(1 - (\omega/f_\pi))} \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) f_\pi^2 \Lambda^2. \end{aligned}$$

Finalmente, com a escolha destes coeficientes na forma natural, i.e.  $c_{i,k} = 1$ , obtemos[133, 60]

$$\begin{aligned} L_{eff}(c_{i,k} = 1) & = \sum_{i,k} \frac{1}{i!k!} \left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right)^i \left(\frac{\omega}{f_\pi}\right)^k \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda^2 \quad (5.9) \\ \hookrightarrow \left(\frac{\bar{\psi}\Gamma\psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell \exp\left(\frac{\sigma}{f_\pi}\right) \exp\left(\frac{\omega}{f_\pi}\right) \left(\frac{\partial \text{ or } m_\pi}{M}\right) f_\pi^2 \Lambda^2. \end{aligned}$$

Esta última expressão corresponde ao limite *natural* da teoria efetiva QHD-I, originando acoplamentos de natureza exponencial. Deve-se notar, ao restringirmos a discussão a esta formulação, que somente neste limite a densidade Lagrangiana correspondente pode ser considerada, no sentido estrito do termo, como sendo natural.

A condição de *naturalidade* aplicada à formulação teórica em foco pode ser então sintetizada na forma que segue.

- Em sendo válida a suposição de *naturalidade*, à medida em que a escala dimensional característica da teoria é identificada e extraída da formulação por meio da aplicação da *análise dimensional naïve*, os demais coeficientes remanescentes da teoria são adimensionais e devem ser da ordem da unidade. Neste contexto, a formulação Lagrangiana pode ser expandida em uma série perturbativa a qual pode ser *truncada* de maneira *controlada*. É importante ressaltar que, embora não exista uma prova geral da propriedade de *naturalidade*, uma vez que não sabemos como derivar o Lagrangiano efetivo nuclear a partir da CDQ, estudos

fenomenológicos indicam a validade da *naturalidade* e das regras de contagem de potências na forma *naïve*. Os coeficientes da expressão acima (constantes de expansão  $\tilde{c}_{i,k}$ , de natureza global), após a extração dos fatores dimensionais e dos fatores de contagem (normalização), são então da ordem de  $\mathcal{O}(1)$  no limite *natural*, levando a acoplamentos do tipo exponencial

$$L_{eff}(c_{i,k} = 1) \longrightarrow \exp\left(\frac{g_\sigma \sigma}{M}\right) \exp\left(\frac{g_\omega \omega}{M}\right) \left(\frac{\partial \text{or } m_\pi}{M}\right) \left(\frac{\bar{\psi} \Gamma \psi}{f_\pi^2 M}\right)^\ell f_\pi^2 \Lambda^2. \quad (5.10)$$

É importante ressaltar que os valores esperados dos campos dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$  praticamente exaurem, na densidade de saturação, a parte mais relevante da interação efetiva  $NN$ . Ainda assim, uma generalização desta formulação, mesmo que esteja restrita, particularmente, à região de densidades em que ocorre a saturação nuclear, deve considerar, em bom acordo com a condição de naturalidade, os campos  $\varrho$  e  $\delta$ . Ademais, ao considerarmos um modelo para a matéria nuclear a mais altas densidades em presença do octeto bariônico fundamental, que descreva de maneira consistente a estrutura de estrelas de nêutrons e de pulsares, devemos incorporar adicionalmente os mésons  $\sigma^*$  e  $\phi$ .

## 5.2 Estado Ressonante $\pi\pi$ Escalar-Isovetorial

Apresentamos o resultado de um estudo recentemente realizado por Vasconcellos et al. [62] em que foi descoberta uma nova forma de realização da simetria quiral no setor de interação  $\pi NN$  que induz a presença de um novo estado ressonante  $\pi\pi$  de natureza escalar-isovetorial. O modelo proposto engloba e expande o escopo do modelo  $\sigma - \omega$  convencional. Este novo estado ressonante se comporta por sua vez como um *membro da família do méson  $\sigma$* , portanto com valor de massa da ordem de  $600 \text{ MeV}$  *levantando a degenerescência de isospin deste ramo da família*. A partir desta descoberta, discutimos a possibilidade da existência dessa nova ressonância na matéria nuclear que resultaria da composição quiral de dois píons, com números quânticos equivalentes aos do méson  $\delta$ , ou seja uma ressonância que corresponderia a uma *componente escalar-isovetorial* no setor mesônico cujo valor de massa seria porém da ordem da massa do méson  $\sigma$ .

A motivação para esta descoberta está fundamentada em três aspectos. O primeiro diz respeito ao fato de que a possível existência de um estado ressonante no setor mesônico leve escalar-isovetorial representa um dos mais interessantes tópicos da CDQ [143, 144]. Predições baseadas na CDQ indicam a possível existência de um campo mesônico escalar-isovetorial que corresponde a um novo membro da família do méson  $\sigma$  de maneira similar à degenerescência de massa dos mésons  $\omega$  e  $\rho$ . O segundo diz respeito a um dilema associado à anomalia Nolen-Schiffer [145][146], cuja solução, ainda que em nível parcial, indicaria ou a existência de um estado ressonante leve (da ordem da massa do méson  $\sigma$ ), de natureza escalar-isovetorial, ou a amplificação da amplitude do próprio méson  $\delta$ . O terceiro aspecto foi o expressivo grau de similaridade da concepção deste méson escalar-isovetorial com a idéia que levou à concepção do méson escalar-isoescalar  $\sigma$  [62].

### 5.2.1 Modelo Invariante Quiral $\sigma$ Linear

O modelo *invariante quiral*  $\sigma$  linear, conhecido na literatura desde 1987 [59], foi originalmente concebido por R. Machleidt, K. Holinde e C. Elster, como um estado ressonante resultante de correlações de médio e longo alcance entre dois píons virtuais no canal escalar-isoescalar, sendo considerado durante muito tempo um *méson fictício*. A realização física do *méson*  $\sigma$  abriu novas perspectivas no estudo da estrutura nuclear, na medida em que possibilitou a descrição, entre outras, das propriedades de saturação da força nuclear.

Foi proposta por Vasconcellos e colaboradores uma abordagem alternativa para a conservação da simetria quiral na interação forte [60, 62, 133, 147, 148]. Esta abordagem, diferentemente das formulações convencionais, prevê a possibilidade da existência de uma ressonância pión-pión, no canal escalar-isovetorial, com massa de repouso da ordem de  $600\text{MeV}$ , contemplando assim uma possível resolução do dilema associado à anomalia Nolen-Schiffer. O novo grau de liberdade escalar-isovetorial possui os mesmos números quânticos do méson  $\delta$ . Como não é conhecida a intensidade absoluta da interação deste estado coerente com os núcleons, e portanto o correspondente valor da constante de acoplamento associada a esta interação, Razeira [62] utilizou um estudo da anomalia Nolen-Schiffer para determiná-la, desenvolvendo um modelo para a matéria nuclear, que busca exaurir o espaço de fase de quebra de simetria de isospin, de maneira consistente com as concepções da condição de naturalidade.

### 5.2.2 Estado Ressonante no Setor Escalar-Isoescalar Mesônico

Apresentamos inicialmente a formulação original que concebeu o méson  $\sigma$ , tendo como base a imposição de invariância quiral da interação forte.

#### Simetria Quiral Global na Transformação $U(1)$

Uma transformação quiral global infinitesimal do campo  $\psi(x)$  de um férmion é definida na forma

$$\psi'(x) = \left(1 - i\epsilon_\alpha \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2}\right) \psi(x), \quad (5.11)$$

onde as grandezas (*ângulos*)  $\epsilon_\alpha$  são independentes das coordenadas do espaço de configuração,  $x$ , e  $\alpha = 1, 2, 3$ . No caso em que houvesse uma dependência em  $x$  destas grandezas a transformação teria natureza local.

No caso em que a transformação quiral global não é infinitesimal, podemos escrever

$$\psi'(x) = \exp\left(-i\gamma_5 \theta_\alpha \frac{\tau^\alpha}{2}\right) \psi(x) = \exp\left(-i\gamma_5 \boldsymbol{\theta} \cdot \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}\right) \psi(x), \quad (5.12)$$

onde o *ângulo*  $\boldsymbol{\theta}$  tem três componentes no espaço de isospin.

De modo a reduzir a álgebra do problema ao mínimo, é comum nesta etapa de cálculo ignorar-se a presença de isospin, considerando-se a transformação quiral  $U(1)_A$  (que não representa, no mundo real, uma *boa* simetria de uma teoria quantizada, devido à assim chamada anomalia quiral a ela associada), considerando-se então

$$\psi' = \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) \psi(x), \quad (5.13)$$

e

$$\bar{\psi}' = \bar{\psi}(x) \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right). \quad (5.14)$$

Mostramos, como exemplo, a transformação quiral global  $U(1)$  aplicada ao Lagrangiano de Dirac de uma sacola no modelo MIT [149]

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} [\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - (\partial_\mu\bar{\psi}(x))\gamma^\mu\psi(x)]\theta_V(x) - \frac{1}{2}\bar{\psi}(x)\psi(x)\Delta_s(x). \quad (5.15)$$

O termo  $\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x)$  desta equação, sob transformação quiral, pode ser escrito como

$$\bar{\psi}'(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi'(x) = \bar{\psi}(x) \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) \gamma^\mu \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) \partial_\mu\psi(x). \quad (5.16)$$

Deve-se notar, por outro lado, que

$$\exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) = 1 - \gamma_5 \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2!} \left(\frac{\theta}{2}\right)^2 + i\gamma_5 \frac{1}{3!} \left(\frac{\theta}{2}\right)^3 - \dots = \cos\frac{\theta}{2} - i\gamma_5 \text{sen}\frac{\theta}{2}, \quad (5.17)$$

e que

$$\gamma^\mu \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) = \gamma^\mu \left(\cos\frac{\theta}{2} - i\gamma_5 \text{sen}\frac{\theta}{2}\right) = \left(\cos\frac{\theta}{2} + i\gamma_5 \text{sen}\frac{\theta}{2}\right) \gamma^\mu = \exp\left(i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) \gamma^\mu. \quad (5.18)$$

Destas expressões resulta então

$$\exp\left(i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) \gamma^\mu \exp\left(-i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) = \gamma^\mu, \quad (5.19)$$

de forma que

$$\bar{\psi}'(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi'(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x). \quad (5.20)$$

Portanto, este termo da densidade Lagrangiana do modelo de sacolas do MIT é invariante frente à transformação quiral.

O termo seguinte  $\bar{\psi}(x)\psi(x)\Delta_s(x)$  não é, porém, invariante frente à transformação quiral, pois, ao aplicá-la a este termo, obtemos

$$\bar{\psi}'(x)\psi'(x)\Delta_s(x) = \bar{\psi}(x) \exp\left(i\gamma_5 \frac{\theta}{2}\right) \psi(x)\Delta_s(x). \quad (5.21)$$

Neste ponto do formalismo, o procedimento teórico usual de modo a manter-se a invariância da simetria quiral é a de modificar este termo da densidade Lagrangiana, introduzindo-se a presença de um campo pseudoescalar *subsidiário*, representado por  $\phi$ , tal que a densidade Lagrangiana resultante descreva agora a interação entre os campos dos férmions com este campo subsidiário que contém, como se verá, distintas componentes:

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{2}\bar{\psi}(x) \exp\left(\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi\right) \psi(x)\Delta_s(x). \quad (5.22)$$

É por meio da introdução deste campo subsidiário que a teoria contempla a presença do méson escalar-isoescalar  $\sigma$ , como veremos. Nesta expressão,  $f_\pi$  representa uma

constante, com dimensões idênticas ao do campo subsidiário  $\phi$  (na realidade,  $f_\pi$  é a constante de decaimento fraco do méson  $\pi$ ).

Aplicamos a transformação quiral à nova densidade Lagrangiana introduzida, supondo que, frente a esta transformação, o campo subsidiário  $\phi$  se transforma como  $\phi \rightarrow \phi'$ . Obtemos então

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_{int} &= -\frac{1}{2}\bar{\psi}'(x) \exp\left(\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi'\right) \psi'(x)\Delta_s(x) \\ &= -\frac{1}{2}\bar{\psi}(x) \exp\left(-i\gamma_5\frac{\theta}{2} + \frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi' - i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right) \psi(x)\Delta_s(x).\end{aligned}\quad (5.23)$$

A condição para que o Lagrangiano considerado permaneça invariante é dada por

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_{int} &= -\frac{1}{2}\bar{\psi}(x) \exp\left(-i\gamma_5\frac{\theta}{2} + \frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi' - i\gamma_5\frac{\theta}{2}\right) \psi(x)\Delta_s(x) \\ &\rightarrow -\frac{1}{2}\bar{\psi}(x) \exp\left(\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi\right) \psi(x)\Delta_s(x).\end{aligned}\quad (5.24)$$

Ou seja, esta condição leva a

$$\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi = -i\gamma_5\frac{\theta}{2} + \frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi' - i\gamma_5\frac{\theta}{2},\quad (5.25)$$

ou ainda a

$$\phi' = \phi + f_\pi\theta.\quad (5.26)$$

Com esta condição, a densidade Lagrangiana interagente introduzida é invariante frente à simetria quiral. Nesta expressão,  $\theta/f_\pi$  é comumente denominado de *ângulo quiral*.

Apesar de invariante frente à transformação quiral, a densidade Lagrangiana introduzida apresentava, à época de sua dedução, um problema adicional, que se refletia na dificuldade prática de realização de cálculos numéricos: seu caráter estritamente não-linear. Modernamente, com o desenvolvimento de computadores e de algoritmos computacionais sofisticados, este aspecto não representaria um empecilho tão grave à realização de cálculos numéricos. Tanto isto é verdade que há modelos de natureza quiral cuja realização é basicamente não-linear. Ainda assim, de modo a superar este aspecto, à época indesejável, buscou-se a linearização desta densidade Lagrangiana, através da introdução de novos campos associados ao campo original subsidiário  $\phi$ . Mostramos a seguir as principais etapas deste procedimento.

Uma vez que

$$\exp\left(\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\phi\right) = \cos\left(\frac{\theta}{f_\pi}\right) + i\gamma_5\text{sen}\left(\frac{\theta}{f_\pi}\right),\quad (5.27)$$

é possível obter-se uma forma linear da densidade Lagrangiana considerada, definindo-se um campo escalar ( $\sigma$ )

$$\sigma \equiv f_\pi\cos\left(\frac{\theta}{f_\pi}\right),\quad (5.28)$$

e um campo pseudoescalar ( $\pi$ )

$$\pi \equiv f_\pi\text{sen}\left(\frac{\theta}{f_\pi}\right).\quad (5.29)$$

Desta forma obtemos, para a densidade Lagrangiana,

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{2f_\pi} \bar{\psi}(x) (\sigma + i\gamma_5 \pi) \psi(x) \Delta_S(x), \quad (5.30)$$

sendo os campos  $\sigma$  e  $\pi$  sujeitos à condição

$$\sigma^2 + \pi^2 = f_\pi^2. \quad (5.31)$$

Esta condição define o chamado *círculo quiral* e caracteriza o fato de que a transformação quiral representa, por meio da *realização* dos mésons  $\sigma$  e  $\pi$ , uma rotação em torno de um círculo de raio  $f_\pi$  considerando-se o plano subtendido por  $(\sigma - \pi)$ . Neste contexto, estes campos não são independentes, sendo vinculados pela condição acima exposta.

Embora existam muitas dúvidas sobre a realização do méson  $\sigma$ , discutão esta que está fora do escopo desta tese, é interessante observar-se que, pelas razões acima expostas, acredita-se que o méson  $\sigma$  representaria a combinação da troca de dois mésons  $\pi$  pseudoescalares-isovetoriais. Neste modelo, a interação entre os férmions bariônicos seria então mediada por um méson pseudoescalar-isovetorial,  $\pi$ , e um méson escalar-isoescalar,  $\sigma$ . A seguir apresentaremos uma extensão deste formalismo para o espaço de isospin.

### 5.2.3 Simetria Quiral Global no Espaço de Isospin

A extensão da transformação quiral ao espaço de isospin implica em definirmos a transformação quiral global na forma

$$\psi'(x) = \left( 1 - i\epsilon_\alpha \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} \right) \psi(x), \quad (5.32)$$

como vimos anteriormente. Se a transformação quiral não for infinitesimal, podemos escrever

$$\psi'(x) = \exp \left( -i\gamma_5 \frac{\boldsymbol{\theta}}{2} \cdot \boldsymbol{\tau} \right) \psi(x). \quad (5.33)$$

Neste caso podemos generalizar o tratamento anterior, linearizando-se a densidade Lagrangiana correspondente na forma

$$\bar{\psi}(x) \exp \left( \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi} \right) = \frac{1}{f_\pi} \bar{\psi}(x) (\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}) \psi(x). \quad (5.34)$$

O campo escalar-isoescalar  $\sigma$  é definido de forma similar ao caso anterior

$$\sigma \equiv f_\pi \cos \left( \frac{\theta}{f_\pi} \right), \quad (5.35)$$

enquanto que o campo pseudoescalar-isovetorial  $\boldsymbol{\pi}$  é definido na forma

$$\boldsymbol{\pi} \equiv f_\pi \hat{\phi} \operatorname{sen} \left( \frac{\theta}{f_\pi} \right), \quad (5.36)$$

onde  $\hat{\phi}$  é um vetor unitário no espaço de isospin que especifica a orientação de  $\phi$ . Similarmente ao caso anterior,

$$\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 = f_\pi^2, \quad (5.37)$$

define a esfera quiral. Embora os campos mesônicos introduzidos sejam vinculados pela condição acima, há tratamentos formais que consideram estes campos como linearmente independentes (modelos sigma lineares).

Na obtenção das expressões (5.35) e (5.36), é importante notar que, no caso de uma simetria quiral global no espaço de isospin,

$$\begin{aligned} \exp\left(\frac{i}{f_\pi}\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\phi}\right) &= 1 + \left(i\gamma_5\frac{\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\phi}}{f_\pi}\right) - \frac{1}{2!}\left(i\gamma_5\frac{\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\phi}}{f_\pi}\right)^2 - \frac{1}{3!}\left(i\gamma_5\frac{\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\phi}}{f_\pi}\right)^3 + \dots \\ &= 1 + i\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\hat{\phi}\left(\frac{\phi}{f_\pi}\right) - \frac{1}{2!}\left(\boldsymbol{\tau}\cdot\hat{\phi}\right)^2\left(\frac{\phi}{f_\pi}\right)^2 - \frac{1}{3!}\left(\boldsymbol{\tau}\cdot\hat{\phi}\right)^3\left(\frac{\phi}{f_\pi}\right)^3 + \dots \\ &= \cos\frac{\theta}{2} - i\gamma_5\text{sen}\frac{\theta}{2}. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Na obtenção das expressões acima usamos as identidades

$$(i\gamma_5)^m = 1 \quad , \quad \left(\boldsymbol{\tau}\cdot\hat{\phi}\right)^m = 1, \quad (5.39)$$

com  $m = \text{par e}$

$$(i\gamma_5)^m = (i\gamma_5) \quad , \quad \left(\boldsymbol{\tau}\cdot\hat{\phi}\right)^m = \left(\boldsymbol{\tau}\cdot\hat{\phi}\right), \quad (5.40)$$

para  $m = \text{impar}$ . Ademais, nestas expressões, usamos  $\boldsymbol{\phi} = \hat{\phi}\phi$ .

### 5.2.4 Estado Ressonante no Setor Escalar-Isovetorial Mesônico Leve

No tratamento considerado na seção anterior, o méson  $\sigma$  representaria a combinação da troca de dois mésons  $\boldsymbol{\pi}$  isovetoriais-pseudoescalares, podendo *decair* como

$$\begin{aligned} \sigma &\rightarrow \pi^0 + \pi^0; \\ &\rightarrow \pi^- + \pi^+. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Evidentemente, razões de simetria levam à questão: não seria possível a existência de um estado ressonante de natureza escalar-isovetorial leve que representaria um *parceiro quiral* do méson isovetorial-pseudoescalar  $\boldsymbol{\pi}$ , cuja realização está associada aos estados ressonantes  $\pi^0\pi^+$  ou  $\pi^0\pi^-$ ? Isto levaria à questão adicional: sua existência seria plausível com a conservação de simetria quiral? A existência de tal estado ressonante representa, como discutimos no início deste capítulo, um dos mais interessantes tópicos de estudo no campo da CDQ, tendo como base a concepção de quebra espontânea de simetria quiral. As predições teóricas da CDQ, fundamentadas nessa concepção, indicam a existência de um estado ressonante, de natureza escalar-isovetorial[143, 144], estado este que apresentaria degenerescência em massa correspondentemente ao setor que contempla o méson  $\sigma$ , de uma forma similar à degenerescência em massa apresentada pelos mésons  $\omega$  e  $\varrho$ . A existência deste méson estaria associada, segundo as

predições, ao bóson de Higgs, cuja verificação experimental por sua vez tem se mostrado muito elusiva<sup>3</sup>.

Consideraremos a seguir este estado ressonante como equivalente à presença de um méson real de natureza escalar-isovetorial. Enfatiza-se que a intenção deste tratamento formal é desenvolver um modelo efetivo para a matéria nuclear que, por meio de uma formulação Lagrangiana da interação forte, busca *exaurir o espaço de fase* dos campos mesônicos e que apresente assim alto grau de consistência com o conceito de *naturalidade*. Evidentemente, a presença deste méson também contribui para este propósito de exaurir esse espaço de fase, especialmente no que se refere ao setor mesônico mais leve e à quebra de simetria de isospin.

Propõe-se uma nova formulação para o Lagrangiano de interação entre os bárions, expressão esta que contém, diferentemente do caso anterior, dois campos subsidiários, representados por  $\chi$  e  $\phi$ :

$$\bar{\psi}(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}) - (\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi})(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi})) \right] \psi(x). \quad (5.42)$$

Esse Lagrangiano de interação se transforma, frente à transformação quiral, como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{int} &= \bar{\psi}'(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi'^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}') - (\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}')) \right] \psi'(x) \\ &= \bar{\psi}(x) \exp \left[ -i\gamma_5 \frac{\boldsymbol{\theta}}{2} \cdot \boldsymbol{\tau} + \left( \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi'^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}') - (\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}')) \right) - i\gamma_5 \frac{\boldsymbol{\theta}}{2} \cdot \boldsymbol{\tau} \right] \psi(x). \end{aligned} \quad (5.43)$$

Esta formulação permanece invariante frente à transformação quiral, se

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{int} &= \bar{\psi}'(x) \exp \left[ \left( \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi'^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}') - (\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}')) \right) \right] \psi'(x) \rightarrow \\ \mathcal{L}_{int} &= \bar{\psi}(x) \exp \left[ -i\gamma_5 \boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\tau} + \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}) - (\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi})(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi})) \right] \psi(x), \end{aligned} \quad (5.44)$$

o que leva à condição

$$\left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}) - (\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi})(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi})) \right] = \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi'^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}') - (\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}')) \right] - i\gamma_5 \boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\tau}.$$

Podemos reescrever esta expressão na forma

$$\chi^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}) - (\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi})(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}) = \chi'^2(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}') - (\boldsymbol{\phi}' \cdot \boldsymbol{\chi}')(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}') - f_\pi \boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\tau}.$$

É interessante notar que, sendo as condições abaixo satisfeitas

$$\chi^2 \rightarrow 1, \quad \boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi} = 0, \quad (5.45)$$

esta expressão se reduz à forma usual da transformação quiral global no espaço de isospin,  $\phi = \phi' - f_\pi \theta$ .

<sup>3</sup>O bóson de Higgs é uma partícula elementar escalar maciça hipotética cujas predições são fundamentais para validar o chamado *modelo padrão* das partículas elementares. É a única partícula do modelo padrão ainda não observada. Sua existência por outro lado representaria *a chave* para explicar a origem da massa das demais partículas elementares.

Escrevemos o Lagrangiano de interação na forma

$$\mathcal{L}_{int} = \bar{\psi}(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 \chi^2 (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}) \right] \exp \left[ -\frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi}) (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi}) \right] \psi(x). \quad (5.46)$$

O primeiro termo exponencial desta expressão pode ser expandido como

$$\begin{aligned} \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\chi^2 (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi})) \right] &= 1 + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2!} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right)^2 - \frac{1}{3!} i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right)^3 + \dots \\ &= \cos \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right) + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\phi}} \operatorname{sen} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right). \end{aligned} \quad (5.47)$$

O segundo termo exponencial da expressão do Lagrangiano de interação se reduz a

$$\begin{aligned} \exp \left[ -\frac{i}{f_\pi} \gamma_5 ((\boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi}) (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\chi})) \right] &= 1 + i\gamma_5 (\boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}}) (\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}}) \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2!} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right)^2 - \frac{1}{3!} i\gamma_5 (\boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}}) (\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}}) \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right)^3 + \dots \\ &= \cos \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right) + i\gamma_5 (\boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}}) (\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}}) \operatorname{sen} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right), \end{aligned} \quad (5.48)$$

onde  $\boldsymbol{\chi} = \hat{\boldsymbol{\chi}}\chi$  e  $\boldsymbol{\phi} = \hat{\boldsymbol{\phi}}\phi$ . Definimos os campos mesônicos

$$\bar{\sigma} \equiv f_\pi^{1/2} \cos \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right); \quad \boldsymbol{\pi}_a \equiv f_\pi^{1/2} \hat{\boldsymbol{\phi}} \operatorname{sen} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right); \quad \boldsymbol{\pi}_b \equiv f_\pi^{1/2} \hat{\boldsymbol{\chi}} \operatorname{sen} \left( \frac{\chi^2 \phi}{f_\pi} \right). \quad (5.49)$$

Combinando estas expressões, juntamente com a identidade vetorial

$$(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{\tau}) (\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{\tau}) = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} + i \boldsymbol{\tau} \cdot (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}), \quad (5.50)$$

e, fazendo as seguintes identificações

$$\begin{aligned} \sigma &= \bar{\sigma}^2 - \boldsymbol{\pi}_a \cdot \boldsymbol{\pi}_b, \\ \boldsymbol{\pi} &= \bar{\sigma} \boldsymbol{\pi}_b + \bar{\sigma} \boldsymbol{\pi}_a, \\ \boldsymbol{\varsigma} &= -\boldsymbol{\pi}_a \times \boldsymbol{\pi}_b = \boldsymbol{\pi}_b \times \boldsymbol{\pi}_a. \end{aligned} \quad (5.51)$$

obtemos o Lagrangiano de interação, em uma forma não linear e invariante quiral no espaço de isospin, representado na forma

$$\bar{\psi}(x) \exp \left[ \frac{i}{f_\pi} \gamma_5 (\boldsymbol{\chi} \times \boldsymbol{\tau}) \cdot (\boldsymbol{\chi} \times \boldsymbol{\phi}) \right] \psi(x) = \frac{1}{f_\pi} \bar{\psi}(x) (\sigma + i\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} + i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma}) \psi(x). \quad (5.52)$$

Este resultado demonstra a *viabilidade quiral* da existência de um méson escalar-isovetorial leve, com massa da ordem da massa do méson sigma. Na realidade, estes resultados demonstrariam a possibilidade adicional da existência de dois mésons escalares-isoescalares. Evocando razões de consistência, estima-se que o campo

do méson escalar-isoescalar  $f_0(600)$  encontrado na literatura [150] corresponde a uma composição entre os campos dos estados  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$ ,  $\boldsymbol{\pi}_a$  e  $\boldsymbol{\pi}_b$ . Um aspecto interessante a ser ressaltado é que podemos escrever as expressões que definem os campos mesônicos  $\sigma$ ,  $\boldsymbol{\pi}$  e  $\boldsymbol{\varsigma}$  na forma

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_a \sigma_b - \boldsymbol{\pi}_a \cdot \boldsymbol{\pi}_b = f_\pi \left( \cos\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) - \hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right); \\ \boldsymbol{\pi} &= \sigma_a \boldsymbol{\pi}_b + \sigma_b \boldsymbol{\pi}_a = f_\pi \left( \hat{\boldsymbol{\chi}} \cos\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) + \hat{\boldsymbol{\phi}} \cos\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \right); \\ \boldsymbol{\varsigma} &= -\boldsymbol{\pi}_a \times \boldsymbol{\pi}_b = \boldsymbol{\pi}_b \times \boldsymbol{\pi}_a = f_\pi \hat{\boldsymbol{\chi}} \times \hat{\boldsymbol{\phi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right).\end{aligned}\quad (5.53)$$

E em sendo as condições abaixo satisfeitas

$$\chi^2 \rightarrow 1 ; \boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi} = 0 ; \phi_\chi = \boldsymbol{\phi} \cdot \boldsymbol{\chi} = 0, \quad (5.54)$$

esta expressão se reduz à forma usual da transformação quiral global no espaço de isospin:

$$\sigma = f_\pi \cos\left(\frac{\phi}{f_\pi}\right) ; \boldsymbol{\pi} = \hat{\boldsymbol{\phi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{f_\pi}\right) ; \boldsymbol{\varsigma} = 0. \quad (5.55)$$

Da expressão (5.53), obtemos

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= f_\pi^2 \left( \cos^2\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos^2\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) - 2\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right. \\ &\quad \left. \times \cos\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}^2\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right); \quad (5.56)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\pi}^2 &= f_\pi^2 \left( \cos^2\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}^2\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) + 2\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \hat{\boldsymbol{\chi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right. \\ &\quad \left. \times \cos\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\chi^2 \phi}{f_\pi}\right) \cos^2\left(\frac{\chi^2 \phi_\chi}{f_\pi}\right) \right).\end{aligned}\quad (5.57)$$

$$(5.58)$$

Destas expressões resulta que, similarmente ao caso anterior:

$$\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 = f_\pi^2. \quad (5.59)$$

Esta condição, como vimos, que define o chamado *círculo quiral*, caracteriza o fato de que a transformação quiral representa, por meio da *realização* dos mésons  $\sigma$  e  $\boldsymbol{\pi}$ , uma rotação em torno de um círculo de raio  $f_\pi$  considerando-se o plano subentendido por  $(\sigma - \boldsymbol{\pi})$ . Neste contexto, como afirmamos anteriormente, estes campos não são independentes, sendo vinculados pela condição acima exposta. Por outro lado, o novo campo escalar-isovetorial introduzido nesta formulação,  $\boldsymbol{\varsigma}$ , é ortogonal ao plano  $(\sigma - \boldsymbol{\pi})$ . Portanto, à medida em que os campos  $\sigma$  e  $\boldsymbol{\pi}$  rotam em torno do círculo caracterizado pela condição  $\sigma^2 + \boldsymbol{\pi}^2 = f_\pi^2$ , realizando assim a simetria quiral, a amplitude do *novo campo mesônico* permanece invariante.

### 5.2.5 Estimativa da Massa do Estado Ressonante $\varsigma$

A massa do pión, no limite em que a simetria quiral é exatamente satisfeita, é nula. O valor de sua massa física representa uma medida característica da quebra de simetria quiral. O mesmo argumento pode ser utilizado para a massa do quark constituinte do setor não-estranho

$$\hat{m} = \frac{(m_u + m_d)}{2} = 337,5MeV, \quad (5.60)$$

em que  $m_u = 335,5MeV$  ;  $m_d = 339,5MeV$ .

A massa do quark constituinte  $\hat{m}$  pode ser decomposta por sua vez em uma parte dinâmica,  $m_{din}$ , associada com a interação forte combinada com a simetria quiral e uma parte, menos relevante, denominada de *massa de corrente*,  $m_{corr}$ , associada à quebra de simetria quiral no setor eletrofraco, tal que

$$\hat{m} = m_{din} + m_{corr}. \quad (5.61)$$

A massa dinâmica do quark constituinte pode ser equivalentemente estimada por meio das relações [151]:

- $m_{din} \sim \frac{M}{3} = 313MeV$ , onde  $M$  representa a massa do núcleon;
- $m_{din} \sim \frac{\hbar c}{r_\pi^q} = 313MeV$ , onde  $r_\pi^q = 0,63fm$  é o raio de carga do pión no limite quiral;
- $m_{din} = [\alpha_s(\Lambda) \frac{4\pi}{3} \langle -\bar{q}q \rangle]^{\frac{1}{3}} \sim 313MeV$ , usando a QCD na *região do infravermelho*,  $\alpha_s = 0,5$ , para  $\Lambda = 1GeV$  e ainda o valor  $\langle -\bar{q}q \rangle \sim (245MeV)^3$  para o condensado de quarks.

O valor da massa de corrente presentemente adotado pelo *Particle Data Group* [150] é dado por

$$m_{corr} = \frac{(f_\pi m_\pi)^2}{2 \langle -\bar{q}q \rangle} \sim 5,5MeV. \quad (5.62)$$

Estabelecemos a seguir uma estimativa para a massa do méson  $\varsigma$ . Neste sentido, lembramos inicialmente que uma estimativa da massa do méson  $\sigma$  é dada, no contexto da quebra espontânea de simetria quiral, por [143]

$$m_\sigma = 2 \times m_{din} \sim 616MeV. \quad (5.63)$$

Posteriormente, partimos do pressuposto que a constituição do méson  $\varsigma$ , do tipo  $\bar{q}q$ , contempla estados de quarks que podem ser decompostos, como vimos, em uma parte caracterizada por uma massa dinâmica,  $m_{din}$ , e outra por uma massa de corrente,  $m_{corr}$ . Obtemos assim, a partir dos resultados anteriores para  $m_{din}$  e  $m_{corr}$ :

$$\varsigma = 2 \times \hat{m} = 2 \times (m_{din} + m_{corr}) = 637MeV ; m_{din} = 313MeV ; m_{corr} = 5,5MeV. \quad (5.64)$$

Estimulados pelos resultados abordados neste capítulo, enfatizamos que a proposta da presente tese é a análise desta efeitos da ressonância escalar-isovetorial leve sobre um condensado de kaons na matéria nuclear de uma estrela de nêutrons. Para incorporá-la ao formalismo QHD apresentamos no próximo capítulo um modelo efetivo que incorpora os preceitos da *naturalidade*.

# Capítulo 6

## Novo Modelo Efetivo de Acoplamento Derivativo

Adotamos a seguir um formalismo relativístico da teoria de campos desenvolvido por Razeira e Vasconcellos [152] para descrever a fase hadrônica. Os constituintes da fase hadrônica são espécies que compõem o octeto bariônico fundamental, elétrons e múons.

### 6.0.6 Formulação Lagrangiana Completa

O modelo de acoplamento derivativo proposto por Razeira e Vasconcellos descreve os constituintes do octeto bariônico: nucleons  $p$  e  $n$ , e os híperons  $\Lambda$ ,  $\Sigma$  e  $\Xi$ , interagindo entre si através da troca de sete mésons:  $\sigma, \sigma^*, \omega, \rho, \delta, \phi$  e  $\varsigma$ . Consideramos neste trabalho a interação méson-báron por meio de um lagrangiano de interação do tipo de Yukawa. No caso dos mésons  $\sigma$  e  $\varsigma$ , por exemplo, temos

$$\mathcal{L}_{N\sigma} = \frac{g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi}{1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M_N} + \frac{1/2 g_\delta \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_N} + \frac{1/2 g_\varsigma \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma}}{M_N}} , \quad (6.1)$$

e

$$\mathcal{L}_{B\varsigma} = \frac{\frac{1}{2} g_{\delta B} \bar{\psi}_B \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} \psi_B}{1 + \frac{g_{\sigma B} \sigma}{M_B} + \frac{1/2 g_{\delta B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} + \frac{1/2 g_{\varsigma B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma}}{M_B}} . \quad (6.2)$$

Assim, a densidade lagrangiana de interação completa do modelo é definida como:

$$\mathcal{L}_{int} = \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B^*} \sigma^* + g_{\sigma_B} \sigma + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right) \bar{\psi}_B \Gamma \psi_B , \quad (6.3)$$

onde os operadores  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  representam as matrizes de isospin de Pauli. Nesta expressão, o escalar de Lorentz  $\Gamma$  contempla os seguintes termos

$$\Gamma = i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\phi_B} \gamma_\mu \phi^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho_B} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu - g_{\omega_B} \gamma_\mu \omega^\mu . \quad (6.4)$$

As propriedades dos campos considerados nessa formulação são apresentadas por sua vez na tabela (6.1).

Tabela 6.1: Propriedades fundamentais dos campos considerados na formulação lagrangiana (6.3).

Campos		Partículas	Constantes de acoplamento	Massa (MeV)
$\psi_B$	Bárions	N, $\Lambda$ , $\Sigma$ , $\Xi$		939, 1116, 1193, 1318
$\psi_l$	Léptons	$e^-$ , $\mu^-$		0,5, 106
$\sigma$	Méson Escalar-Isoescalar	$\sigma$	$g_{\sigma_B}$	550
$\varsigma$	Méson Escalar-Isovetorial	$\varsigma$	$g_{\varsigma_B}$	600
$\delta$	Méson Escalar-Isovetorial	$a_0$	$g_{\delta_B}$	980
$\omega_\mu$	Méson Vetorial-Isoescalar	$\omega$	$g_{\omega_B}$	782
$\rho_\mu$	Méson Vetorial-Isovetorial	$\rho$	$g_{\rho_B}$	770
$\sigma^*$	Meson Escalar-Isoescalar	$f_0$	$g_{\sigma^*_B}$	975
$\phi_\mu$	Meson Vetorial-Isoescalar	$\phi$	$g_{\phi_B}$	1020

A densidade lagrangiana relativística completa do modelo é dada por<sup>1</sup>

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \sum_B \Lambda_B (\bar{\psi}_B i \gamma_\mu \partial^\mu \psi_B - g_{\phi_B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \phi^\mu - \frac{g_{\rho_B}}{2} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \psi_B - g_{\omega_B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \omega^\mu) - \bar{\psi}_B M_B \psi_B \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2}) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\varsigma} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} - m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma}^2) \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\delta} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\delta} - m_\delta^2 \boldsymbol{\delta}^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \phi_{\mu\nu} \phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu \\
 & - \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + \sum_l \bar{\psi}_l (i \gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \tag{6.5}
 \end{aligned}$$

onde os índices  $B$  e  $l$  representam respectivamente as diferentes espécies bariônicas e leptônicas (elétrons e múons livres). Na expressão acima definimos

$$\Lambda_B = \sum_B \left[ \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B^*} \sigma^* + g_{\sigma_B} \sigma + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right) \right]. \tag{6.6}$$

É importante salientar que os mésons isoescalares são relacionados com a álgebra da teoria de grupos  $U(1)$ , enquanto os mésons isovetoriais são relacionados com a álgebra não comutativa da teoria de grupos  $SU(2)$ ; este aspecto é o responsável pela presença adicional de termos de auto-acoplamento dos mésons  $\rho$  na expressão acima da densidade lagrangiana (6.5), termos estes que caracterizam interações de muitos corpos.

Introduz-se a seguir uma mudança de escala dos campos dos bárions, na forma

$$\psi_B \rightarrow \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B^*} \sigma^* + g_{\sigma_B} \sigma + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right)^{-1/2} \psi_B. \tag{6.7}$$

<sup>1</sup>Uma densidade lagrangiana alternativa para a descrição da matéria nuclear, contendo, de maneira similar ao formalismo utilizado nesta tese, um grau de liberdade de natureza escalar-isovetorial no *setor leve* dos mésons, é proposta na referência [153].

Com esta mudança de escala, obtém-se a expressão

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2}) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \boldsymbol{\varsigma} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} - m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma}^2) \\
 & + \frac{1}{2}(\partial_\mu \boldsymbol{\delta} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\delta} - m_\delta^2 \boldsymbol{\delta}^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \phi_{\mu\nu} \phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu \\
 & - \frac{1}{4} \boldsymbol{\varrho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\varrho^2 \boldsymbol{\varrho}_\mu \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu + \sum_B [\bar{\psi}_B i \gamma_\mu \partial^\mu \psi_B - \bar{\psi}_B M_B m_B^* \psi_B - g_{\phi B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \phi^\mu \\
 & - \frac{1}{2} g_{\varrho B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \psi_B - g_{\omega B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \omega^\mu] + \sum_l \bar{\psi}_l (i \gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \tag{6.8}
 \end{aligned}$$

onde

$$m_B^* \equiv \left( 1 + \frac{g_{\sigma B} \sigma + g_{\sigma^* B} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\boldsymbol{\varsigma} B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\boldsymbol{\delta} B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right)^{-1}. \tag{6.9}$$

Esta densidade lagrangiana resultante é fisicamente equivalente à formulação original 6.5. A introdução desta modificação implica, porém, em um reordenamento dos termos de interação da densidade lagrangiana que possibilita, por um lado, uma comparação mais direta com os modelos mais conhecidos da QHD e, de outro, a utilização de metodologias convencionais da teoria de campos na solução do problema de muitos corpos em foco.

### 6.0.7 Equações de Movimento

Aplicando o princípio da mínima ação à densidade lagrangiana (6.8) obtemos as equações de movimento para os campos dos mésons, dos bárions e dos léptons. Estas equações são sintetizadas a seguir:

- mésons escalares-isovetoriais:

$$\partial_\mu \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} + m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma} = \frac{1}{2} \sum_B g_{\boldsymbol{\varsigma} B} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \boldsymbol{\tau} \psi_B; \tag{6.10}$$

e

$$\partial_\mu \partial^\mu \boldsymbol{\delta} + m_\delta^2 \boldsymbol{\delta} = \frac{1}{2} \sum_B g_{\boldsymbol{\delta} B} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \boldsymbol{\tau} \psi_B, \tag{6.11}$$

onde cada uma das três componentes dos campos dos mésons escalares-isovetoriais obedece a uma equação do tipo de Klein-Gordon com um termo de fonte escalar-isovetorial de Lorentz,  $\bar{\psi}_B \boldsymbol{\tau}_i \psi_B$ ;

- mésons escalares-isoescalares:

$$\partial_\mu \partial^\mu \sigma + m_\sigma^2 \sigma = \sum_B g_{\sigma B} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \psi_B; \tag{6.12}$$

e

$$\partial_\mu \partial^\mu \sigma^* + m_{\sigma^*}^2 \sigma^* = \sum_{B \neq n, p} g_{\sigma^* B} m_B^{*2} \bar{\psi}_B \psi_B, \tag{6.13}$$

onde cada uma das equações dos campos escalares-isoescalares são do tipo Klein-Gordon com uma fonte escalar de Lorentz, a densidade escalar bariônica  $\bar{\psi}_B \psi_B$  (note-se que o méson *estranho*  $\sigma^*$  acopla-se apenas ao campo dos híperons);

- mésons vetoriais-isoescalares:

$$\partial_\nu \omega^{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega^\mu = \sum_B g_{\omega_B} \bar{\psi}_B \gamma^\mu \psi_B; \quad (6.14)$$

e

$$\partial_\nu \phi^{\nu\mu} + m_\phi^2 \phi^\mu = \sum_{B \neq n,p} g_{\phi_B} \bar{\psi}_B \gamma^\mu \psi_B, \quad (6.15)$$

que representam equações do tipo Proca massivas (forma relativística da equação de Maxwell com *fótons massivos*) com uma fonte vetorial de Lorentz, a corrente bariônica conservada  $B^\mu = \bar{\psi}_B \gamma^\mu \psi_B$  (note-se novamente que o campo do méson *estranho*  $\phi^\mu$  acopla-se apenas aos campos dos híperons);

- méson vetorial-isovetorial:

$$\partial_\nu \varrho^{\nu\mu} + m_\varrho^2 \varrho^\mu = \frac{1}{2} \sum_B g_{\varrho_B} \bar{\psi}_B \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi_B, \quad (6.16)$$

que representa, para cada uma das três componentes do campo  $\varrho_i^\mu$ , uma equação do tipo Proca massiva com uma fonte vetorial-isovetorial de Lorentz,  $\bar{\psi}_B \gamma^\mu \tau_i \psi_B$ ;

- bárions (núcleons e híperons):

$$\gamma_\mu \partial^\mu \psi_B - g_{\omega_B} \gamma_\mu \omega^\mu \psi_B - \frac{1}{2} g_{\varrho_B} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \psi_B - M_B^* \psi_B = 0, \quad (6.17)$$

que representa uma equação de Dirac, modificada, com uma massa efetiva bariônica  $M_B^* \equiv M_B m_B^*$ ;

- léptons (elétrons e múons):

$$\gamma_\mu \partial^\mu \psi_l - m_l \psi_l = 0, \quad (6.18)$$

que representa uma equação de Dirac, com uma massa leptônica  $m_l$ .

### 6.0.8 Teoria de Campo Médio

As equações de campo acima apresentadas são não-lineares e suas soluções tornam-se viáveis, devido à complexidade do formalismo, apenas por meio de procedimentos numéricos [13, 37, 76, 122, 123]. As constantes de acoplamento por sua vez, como vimos anteriormente, são determinadas de modo que os modelos efetivos descrevam propriedades globais estáticas de sistemas nucleares à densidade de saturação. Neste procedimento, estas constantes adquirem valores maiores que a unidade, indicando que métodos perturbativos não são aplicáveis, *a priori*, a estas formulações.

Afortunadamente, como vimos anteriormente, a validade da aproximação de campo médio, quando aplicada a formalismos lagrangianos efetivos que descrevem sistemas

nucleares de muitos corpos, torna-se mais expressiva à medida em que cresce a densidade do sistema. Considerando-se um sistema uniforme de  $B$  bárions em uma caixa de volume  $V$ , à medida em que a densidade bariônica cresce, também cresce de maneira proporcional a intensidade das fontes dos mésons escalares-isoscalares, escalares-isovetoriais, vetoriais-isoscalares e vetoriais-isovetoriais. A altas densidades, como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e pulsares, à medida em que as amplitudes dos termos de fonte tornam-se muito expressivas, comparativamente às suas flutuações temporais, bem como às flutuações temporais dos campos dos mésons, atingimos o domínio de validade da aproximação de campo médio, sintetizada nas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 \varsigma &\rightarrow \langle \varsigma \rangle \equiv \delta_{i3} \varsigma_3; & \sigma &\rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0; \\
 \delta &\rightarrow \langle \delta \rangle \equiv \delta_{i3} \delta_3; & \sigma^* &\rightarrow \langle \sigma^* \rangle \equiv \sigma_0^*; \\
 \omega_\mu &\rightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0; & \varrho_\mu &\rightarrow \langle \varrho_\mu \rangle \equiv \delta_{i3} \delta_{\mu 0} \varrho_{03}; \\
 \phi_\mu &\rightarrow \langle \phi_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \phi_0; & &
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

combinando estas expressões com as equações (6.11), (6.12), (6.14) e (6.16), obtemos:

$$\begin{aligned}
 m_\varsigma^2 \varsigma_3 &= \sum_B g_{\varsigma_B} m_B^{*2} \langle \bar{\psi}_B \tau_3 \psi_B \rangle; & m_\sigma^2 \sigma_0 &= \sum_B g_{\sigma_B} m_B^{*2} \langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle; \\
 m_\delta^2 \delta_3 &= \sum_B g_{\delta_B} m_B^{*2} \langle \bar{\psi}_B \tau_3 \psi_B \rangle; & m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^* &= \sum_B g_{\sigma_B^*} m_B^{*2} \langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle; \\
 m_\omega^2 \omega_0 &= \sum_B g_{\omega_B} \langle \psi_B^\dagger \psi_B \rangle; & m_{\varrho}^2 \varrho_{03} &= \sum_B g_{\varrho_B} \langle \psi_B^\dagger \tau_3 \psi_B \rangle; \\
 m_\phi^2 \phi_0 &= \sum_B g_{\phi_B} \langle \psi_B^\dagger \psi_B \rangle. & &
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

As equações (6.20) podem ser expressas em termos da densidade escalar,

$$\langle \bar{\psi}_B \psi_B \rangle = \rho_{sB} = \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{FB}} \frac{M_B^*}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} k^2 dk; \tag{6.21}$$

e da densidade bariônica,

$$\langle \psi_B^\dagger \psi_B \rangle = \rho_B = \frac{2J_B + 1}{6\pi^2} k_{FB}^3, \tag{6.22}$$

onde  $J_B$  representa o número quântico de spin dos bárions, na forma:

$$\begin{aligned}
 m_\varsigma^2 \varsigma_3 &= \sum_B g_{\varsigma_B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB}; & m_\sigma^2 \sigma_0 &= \sum_B g_{\sigma_B} m_B^{*2} \rho_{sB}; \\
 m_\delta^2 \delta_3 &= \sum_B g_{\delta_B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB}; & m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^* &= \sum_B g_{\sigma_B^*} m_B^{*2} \rho_{sB}; \\
 m_\omega^2 \omega_0 &= \sum_B g_{\omega_B} \rho_B; & m_{\varrho}^2 \varrho_{03} &= \sum_B g_{\varrho_B} I_{3B} \rho_B; \\
 m_\phi^2 \phi_0 &= \sum_B g_{\phi_B} \rho_B. & &
 \end{aligned} \tag{6.23}$$

Note-se que as expressões para os condensados dos mésons  $\varsigma$ ,  $\varrho$  e  $\delta$  dependem do grau de assimetria de isospin dos bárions<sup>2</sup> (devido à terceira componente bariônica de isospin,

<sup>2</sup>Lembramos que  $(1/2) \tau_3 |p\rangle = (1/2) |p\rangle$  e  $(1/2) \tau_3 |n\rangle = -(1/2) |n\rangle$ .

$I_{3B}$ ).

A equação de Dirac modificada, que descreve o comportamento de bárions *pseudo-livres*, é dada por

$$i\gamma_\mu \partial^\mu \psi_B - g_{\omega_B} \gamma^0 \omega_0 \psi_B - g_{\phi_B} \gamma^0 \phi_0 \psi_B - \frac{1}{2} g_{\rho_B} \gamma^0 \tau_3 \varrho_{03} \psi_B - M_B^* \psi_B = 0, \quad (6.24)$$

onde

$$M_B^* = M_B \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma_0 + g_{\sigma^*_B} \sigma_0^* + I_{3B} g_{\varsigma_B} \varsigma_3 + I_{3B} g_{\delta_B} \delta_3}{M_B} \right)^{-1}, \quad (6.25)$$

representa a massa efetiva das diferentes espécies de bárions.

A condição de invariância translacional no espaço-tempo da matéria nuclear, aplicada às equações dinâmicas, possibilita que as soluções de partícula única da equação (6.24) possam ser escritas na forma de uma onda plana

$$\psi_B = \psi_B(\mathbf{k}, \lambda) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\epsilon(k)t}, \quad (6.26)$$

onde  $\psi_B(\mathbf{k}, \lambda)$  representa o *espinor* de Dirac com quatro componentes. A correspondente expressão do *complexo conjugado* da função de onda (6.26) (*função adjunta*) é representada por

$$\psi_B^\dagger = \psi_B^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + i\epsilon(k)t}, \quad (6.27)$$

onde  $\lambda$  representa as componentes de polarização de isospin dos bárions.

Combinando as expressões (6.26) e (6.27) com (6.24), obtemos, para  $\psi_B(\mathbf{k}, \lambda)$ , a equação de movimento:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M_B^*) \psi_B(\mathbf{k}, \lambda) = [\epsilon(k) - g_{\omega_B} \omega_0 - g_{\phi_B} \phi_0 - g_{\rho_B} I_{3B} \varrho_{03}] \psi_B(\mathbf{k}, \lambda); \quad (6.28)$$

uma equação equivalente a essa é obtida para  $\psi_B^\dagger(\mathbf{k}, \lambda)$ .

Ao considerarmos o valor esperado da expressão acima e ao substituirmos, no lado esquerdo da equação (6.28), a matriz operatorial  $(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M_B^*)$  pelos correspondentes autovalores  $\pm \sqrt{k^2 + M_B^{*2}}$ , obtemos a relação de dispersão

$$\begin{aligned} \epsilon_B(k) &\equiv \epsilon_B^{(\pm)}(k) = g_{\omega_B} \omega_0 + g_{\phi_B} \phi_0 + g_{\rho_B} I_{3B} \varrho_{03} \pm \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} \\ &\equiv g_{\omega_B} \omega_0 + g_{\phi_B} \phi_0 + g_{\rho_B} I_{3B} \varrho_{03} \pm E_B^*(k), \end{aligned} \quad (6.29)$$

que caracteriza o potencial químico dos bárions. Nesta expressão, os mésons  $\omega$ ,  $\phi$  e  $\rho$  contribuem para a modificação da energia dos bárions enquanto que os mésons  $\sigma$ ,  $\sigma^*$ ,  $\varsigma$  e  $\delta$  contribuem para a modificação de sua massa de repouso, como pode ser observado na expressão (6.25):

$$M_B^* = M_B \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma_0 + g_{\sigma^*_B} \sigma_0^* + I_{3B} g_{\varsigma_B} \varsigma_3 + I_{3B} g_{\delta_B} \delta_3}{M_B} \right)^{-1}.$$

### 6.0.9 Equação de Estado da Matéria Nuclear

A densidade lagrangiana completa do modelo, na aproximação de campo médio, pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\varrho_{03}^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\varsigma_3^2 + \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 \\
 &+ \sum_B \left[ \bar{\psi}_B (i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\omega B} \gamma^0 \omega_0 - \frac{1}{2}g_{\rho B} \gamma^0 \tau_3 \varrho_{03} - M_B^*) \psi_B \right] \\
 &+ \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l.
 \end{aligned} \tag{6.30}$$

A equação de estado correspondente pode ser sintetizada na forma

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\varrho_{03}^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\varsigma_3^2 + \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 \\
 &+ \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}} k^2 dk \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}} k^2 dk \sqrt{k^2 + m_l^2};
 \end{aligned} \tag{6.31}$$

$$\begin{aligned}
 p &= -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 - \frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\varrho_{03}^2 - \frac{1}{2}m_\zeta^2\varsigma_3^2 - \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 \\
 &+ \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} + \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + m_l^2}}.
 \end{aligned} \tag{6.32}$$

A equação (6.32) mostra em particular que os mésons  $\sigma$ ,  $\sigma^*$ ,  $\zeta$  e  $\delta$  contribuem, por meio dos termos  $\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2$ ,  $\frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2}$ ,  $\frac{1}{2}m_\zeta^2\varsigma_3^2$ ,  $\frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2$ , para a diminuição da intensidade da pressão interna da matéria nuclear, na medida em que os termos acima descritos contribuem com sinal negativo para a referida expressão. No entanto, estes mésons contribuem também para a modificação na massa efetiva dos bárions, como vimos na expressão (6.25). Além disso, a introdução paulatina de mésons ao sistema implica em alterações nos valores das constantes de acoplamento dos mésons precedentes, na medida em que as escolhas destes parâmetros implicam na reprodução, por parte do modelo, de propriedades observáveis da matéria nuclear. Neste sentido, apenas como exemplificação, a inclusão dos mésons  $\zeta$  e  $\delta$  ao sistema, cujos termos *cinéticos* acima descritos aparecem com sinal negativo na equação (6.32), tem implicações nos valores das constantes de acoplamento associadas aos demais mésons, alguns deles contribuindo com seus termos cinéticos com sinal positivo para o valor da pressão do sistema. Estes aspectos conferem maior grau de complexidade à análise da intensificação ou não da pressão devido à presença destes mésons.

### 6.0.10 Constantes de Acoplamento

#### Constantes de acoplamento: interação $NN$

As constantes de acoplamento do modelo são determinadas, como vimos no capítulo 2, utilizando-se as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear simétrica ( $\gamma = 4$ ).

Relembramos a seguir os passos adotados para determinação das constantes de acoplamento dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$  e posteriormente apresentamos a determinação das constantes de acoplamento correspondentes aos demais mésons considerados nesta tese.

A energia de ligação da matéria nuclear simétrica é dada por [154]

$$\left(\frac{E - BM}{B}\right)_{\rho_B=\rho_0} = \left(\frac{\varepsilon}{\rho_0} - M\right)_{\rho_B=\rho_0} = -16,0 \text{ MeV}, \quad (6.33)$$

onde

$$\rho_0 = 0,17 \text{ fm}^{-3}, \quad (6.34)$$

representa a densidade bariônica de saturação, que corresponde ao valor do momentum de Fermi  $k_0 = 1,36 \text{ fm}^{-1}$ ; é importante ressaltarmos novamente que, para esta densidade, que corresponde também ao mínimo da energia de ligação nuclear, a pressão interna do sistema é nula,  $p(k_0) = 0$ .

Combinando-se a equação de estado do modelo com as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear simétrica, obtém-se

$$\left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 = 7,118 \text{ fm}^2; \quad \left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 = 2,432 \text{ fm}^2. \quad (6.35)$$

Obtém-se ainda, na densidade de saturação, valores para o módulo de compressibilidade da matéria nuclear

$$K = 225,0 \text{ MeV} \quad (6.36)$$

e para a massa efetiva do núcleon

$$M^* = 0,85 M = 798,2 \text{ MeV}. \quad (6.37)$$

Os valores dos potenciais escalar e vetorial de Lorentz, respectivamente, para a matéria nuclear simétrica, na densidade de saturação são

$$S \equiv -m^* g_\sigma \sigma_0 = -142 \text{ MeV}, \quad (6.38)$$

e

$$V \equiv g_\omega \omega_0 = 82 \text{ MeV}. \quad (6.39)$$

Os mésons isovetoriais do sistema (escalar-isovetorial  $\delta$ , escalar-isovetorial  $\zeta$ , vetorial-isovetorial  $\varrho$ ) acoplam-se aos bárions por meio de correntes isovetoriais as quais resultam, na aproximação de campo médio, em termos de fonte nas equações de movimento que dependem da assimetria em isospin da matéria nuclear. *Assim, estes mésons não contribuem para as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear simétrica.*

Estrelas de nêutrons e pulsares apresentam altas taxas de assimetria em isospin. A quebra desta simetria na matéria nuclear está por sua vez relacionada à presença de mésons de natureza isovetorial. A razão ao quadrado entre a constante de acoplamento e a massa do méson  $\varrho$ ,  $(g_\varrho/m_\varrho)^2$ , pode ser determinada, como vimos no capítulo 2, por meio da definição do coeficiente de assimetria da matéria nuclear

$$a_4 \equiv \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2(\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right]_{t=0} = 33,2 \text{ MeV}, \quad (6.40)$$

onde,  $t = (\rho_n - \rho_p)/\rho$  representa a assimetria de isospin entre os nêutrons e os prótons.

As constantes de acoplamento dos demais mésons isovetoriais são determinadas do seguinte modo:

$$\left(\frac{g_\delta}{m_\delta}\right)^2 = 2,5 fm^2, \quad (6.41)$$

que foi fixada utilizando-se dados consistentes com o comportamento das seções de choque de espalhamento núcleon-núcleon,  $NN$  [58, 155, 156, 157, 158]. A razão

$$(g_\zeta/m_\zeta)^2 = 2,3 fm^2, \quad (6.42)$$

por sua vez, foi fixada por Razeira [62] através do estudo da anomalia Nolen-Schiffer [159, 160]. Finalmente, a razão  $(g_\varrho/m_\varrho)^2$  foi fixada por meio da determinação da energia de simetria [13, 76] da matéria nuclear. É importante ressaltar que, apesar das razões  $(g_\delta/m_\delta)^2$  e  $(g_\zeta/m_\zeta)^2$  serem aproximadamente iguais, as constantes de acoplamento diferem expressivamente, pois para  $m_\delta = 980 MeV$  e  $m_\zeta \sim 600 MeV$ , as respectivas constantes de acoplamento resultam em  $g_\delta = 7,853$  e  $g_\zeta = 4,611$ , o que representa uma diferença percentual de  $\sim 70\%$  nas intensidades dos acoplamentos dos campos desses mésons com os campos dos núcleons. Esta poderia ser uma explicação para o fato da *assinatura* experimental do méson  $\zeta$  não ter sido ainda identificada em processos de espalhamento  $NN$ .

A energia de simetria, na densidade de saturação da matéria nuclear [13, 76], é definida como

$$E_{sim} = \frac{1}{2} \rho_B \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} \right)_{\rho_3=0}, \quad (6.43)$$

onde  $\rho_3 = \rho_p - \rho_n$ .

Substituindo-se a equação (6.31) na expressão (6.43) obtemos, para a energia de simetria,

$$\begin{aligned} E_{sim}(\rho_0) &= \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} \left( \frac{g_\varrho}{m_\varrho} \right)^2 \rho_0 \\ &- \frac{1}{8} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 m^{*4} \frac{M^{*2} \rho_0}{(k_F^2 + M^{*2}) [1 + (g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2 m^{*4} I(k_F, M^*)]}, \end{aligned} \quad (6.44)$$

onde

$$I(k_F, M^*) \equiv \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + M^{*2})^{3/2}} k^2 dk, \quad (6.45)$$

e

$$\left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 = \left( \frac{g_\delta}{m_\delta} \right)^2 + \left( \frac{g_\zeta}{m_\zeta} \right)^2. \quad (6.46)$$

Nesta dedução apenas os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$  e  $\zeta$  foram levados em conta no formalismo. A generalização da expressão com a inclusão do méson  $\delta$ , pode ser obtida por meio da substituição  $(g_\zeta/m_\zeta)^2 \rightarrow (g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2$ . O resultado da equação (6.46) mostra mais uma vez o efeito da presença do méson  $\zeta$  ao formalismo originando uma espécie de amplificação do méson  $\delta$ , como visto anteriormente. Como consequência, a contribuição dos mésons  $\zeta$  e  $\delta$  pode ser substituída por um méson efetivo  $\delta^*$ .

Tabela 6.2: Constantes nucleares, fixadas de modo que o modelo RV reproduza as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear, a energia de ligação nuclear por núcleon,  $-16,0 \text{ MeV}$ , e a energia de simetria,  $33,2 \text{ MeV}$ , na densidade bariônica de saturação,  $0,17 \text{ fm}^{-3}$  (cada linha representa um conjunto de constantes).

$(g_\sigma/m_\sigma)^2$ $\text{fm}^2$	$(g_\omega/m_\omega)^2$ $\text{fm}^2$	$(g_\rho/m_\rho)^2$ $\text{fm}^2$	$(g_\varsigma/m_\varsigma)^2$ $\text{fm}^2$	$(g_\delta/m_\delta)^2$ $\text{fm}^2$
7,118	2,432	4,514	0,000	0,000
7,118	2,432	5,527	2,300	0,000
7,118	2,432	5,601	0,000	2,500
7,118	2,432	6,505	2,300	2,500

Integrando-se a equação (6.45) chega-se a

$$I = \frac{3}{4\pi^2} \left[ \frac{k_F^3}{3\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{k_F M^{*2}}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + M^{*2} \ln \left( \frac{M^*}{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} \right) \right]. \quad (6.47)$$

E, ao combinar-se esta equação com a definição da densidade escalar

$$\begin{aligned} \rho_s &= \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} k^2 dk, \\ &= \frac{1}{\pi^2} \left[ k_F M^* \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} + M^{*3} \ln \left( \frac{M^*}{k_F + \sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} \right) \right], \end{aligned} \quad (6.48)$$

obtem-se

$$I(k_F, M^*) = \frac{3}{4} \left( \frac{\rho_s}{M^*} - \frac{\rho_0}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} \right); \quad (6.49)$$

onde  $\rho_0 = 2k_F^3/3\pi^2$ . Na combinação da expressão (6.49) com a equação (6.44), chega-se a uma importante relação entre a energia de simetria e a densidade escalar da matéria nuclear.

O parâmetro de simetria  $a_4$  é definido, utilizando-se a expressão (6.44) na forma

$$a_4 = E_{sim}(\rho_0). \quad (6.50)$$

Esta relação possibilita a fixação da razão  $(g_\rho/m_\rho)^2$ , como pode ser visto da expressão (6.44). O valor de  $(g_\rho/m_\rho)^2$  que reproduz o valor empírico da energia de simetria,  $a_4 = 33,2 \text{ MeV}$ , fixando-se  $(g_\varsigma/m_\varsigma)^2 = 2,3 \text{ fm}^2$  e  $(g_\delta/m_\delta)^2 = 2,5 \text{ fm}^2$ , é apresentado na tabela 6.2. É importante ressaltar que, quando incluído o méson  $\varsigma$  ao formalismo, a intensidade da constante  $(g_\rho/m_\rho)^2$  aumenta em  $\sim 22\%$ ; por outro lado, quando o méson  $\delta$  é considerado no tratamento teórico, a intensidade da referida constante aumenta em  $\sim 24\%$  e quando ambos os mésons são incluídos, o aumento correspondente na constante supra mencionada é de  $\sim 44\%$ . Estes resultados podem ser melhor compreendidos quando examina-se a composição da expressão (6.44) para a energia de simetria em que as razões  $(g_\rho/m_\rho)^2$  e  $(g_\delta^*/m_{\delta^*})^2$  aparecem com sinais contrários. Assim, para

que a igualdade da equação (6.50) seja satisfeita à medida em que os mésons  $\zeta$  e  $\delta$  são incluídos no formalismo, o valor da fração  $(g_\rho/m_\delta)^2$  deve se alterar de modo a compensar a inclusão dos demais termos.

É importante notar que os valores da razão  $(k_F/M^*)$  mostram-se menores do que a unidade, a baixas densidades. Por exemplo, na densidade de saturação da matéria nuclear, que corresponde a  $\rho_0 = 0,17 fm^{-3}$  e  $k_F = 1,36 fm^{-1}$ , a massa efetiva do núcleon é  $M^* = 4,04 fm^{-1}$  e  $k_F/M^* = 0,337$ . É possível, portanto, reescrever a integral (6.45) como uma expansão em série de potências em função de  $(k_F/M^*)$ , e assim evidenciar o papel dos mésons escalares-isovetoriais, responsáveis pela quebra de simetria de isospin na matéria nuclear, na composição da energia de simetria  $E(\rho_0)$ :

$$\frac{1}{2\pi^2} \int_0^{k_F} \left[ M^{*2} \left( \frac{k^2}{M^{*2}} + 1 \right) \right]^{-\frac{3}{2}} k^4 dk = \frac{1}{2\pi^2 M^{*3}} \int_0^{k_F} \left[ \left( \frac{k}{M^*} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{3}{2}} k^4 dk. \quad (6.51)$$

A expansão em série de potências do integrando da expressão acima

$$\left[ \left( \frac{k}{M^*} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{3}{2}} = 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{k}{M^*} \right)^2 + \frac{15}{8} \left( \frac{k}{M^*} \right)^4 - \frac{35}{16} \left( \frac{k}{M^*} \right)^6 + \mathcal{O} \left[ \left( \frac{k}{M^*} \right)^8 \right], \quad (6.52)$$

combinada com a integral (6.51), resulta na expressão

$$\begin{aligned} I &\approx \frac{1}{2\pi^2 M^{*3}} \int_0^{k_F} k^4 \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{k}{M^*} \right)^2 + \frac{15}{8} \left( \frac{k}{M^*} \right)^4 - \frac{35}{16} \left( \frac{k}{M^*} \right)^6 + \dots \right] dk \\ &\approx \frac{1}{2\pi^2 M^{*3}} \left[ \frac{1}{5} k_F^5 - \frac{3}{14} \frac{k_F^7}{M^{*2}} + \frac{15}{72} \frac{k_F^9}{M^{*4}} - \frac{35}{176} \frac{k_F^{11}}{M^{*6}} + \dots \right]. \end{aligned} \quad (6.53)$$

Pode-se ordenar os termos da expressão (6.53) na seguinte forma

$$I = \frac{3}{4} \frac{\rho_0}{M^*} \left[ \frac{1}{5} \left( \frac{k_F}{M^*} \right)^2 - \frac{3}{7} \left( \frac{k_F}{M^*} \right)^4 + \frac{5}{36} \left( \frac{k_F}{M^*} \right)^6 - \frac{35}{88} \left( \frac{k_F}{M^*} \right)^8 + \dots \right], \quad (6.54)$$

onde novamente  $\rho_0 = 2k_F^3/3\pi^2$ .

Assim, próximo à densidade de saturação da matéria nuclear, pode-se utilizar a seguinte expressão para a energia de simetria

$$\lim_{\rho \rightarrow \rho_0} E_{sim}(\rho) = \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 - m^{*4} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \left( \frac{M^{*2}}{k_F^2 + M^{*2}} \right) \right] \rho_0, \quad (6.55)$$

evidenciando deste modo o efeito dos mésons escalares-isovetoriais,  $\delta$  e  $\zeta$ , na composição dessa importante propriedade da matéria nuclear assimétrica. Na expressão (6.55), o sinal do segundo termo no interior do colchete é negativo enquanto os demais termos têm sinais positivos. Concluí-se que, à medida em que os mésons  $\zeta$  e  $\delta$  são incluídos no formalismo, sua presença contribui para a diminuição do valor global da energia de simetria. Deste modo, para manter inalterado o valor original da energia de simetria, torna-se necessário, simultaneamente, que a razão  $g_\rho/m_\rho$  seja incrementada. Ademais, no limite  $(g_{\delta^*}/m_{\delta^*}) \rightarrow 0$ , a equação (6.55) reproduz, como esperado, os resultados da expressão (4.178), demonstrando assim a consistência formal do modelo.

### Constantes de acoplamento: interação $NH$

Colisões de íons pesados evidenciam que, em certas condições, ocorre o surgimento de novos bárions, mais massivos do que os núcleons, chamados de híperons. Em um nível mais fundamental, não abordado pelos modelos da QHD, o surgimento desses bárions deve-se ao aparecimento de um novo quark chamado *estranho*, que não aparece na composição dos núcleons.

Quando consideramos a descrição de propriedades do estado fundamental da matéria nuclear, para densidades próximas da densidade de saturação, as constantes de acoplamento dos híperons não são relevantes, na medida em que a densidade dominante é muito baixa para a produção destes bárions.

Informações a respeito das constantes de acoplamento dos híperons podem ser obtidas por meio do estudo da interação núcleon-híperon,  $NH$ , utilizando-se por exemplo o espectro de energia de hipernúcleos [161]. A intensidade do acoplamento dos mésons escalares com os híperons pode ser obtida por meio da determinação da *profundidade* do potencial de interação dos híperons com os núcleons na matéria nuclear saturada,

$$U_H^N(\rho_0) = -m_H^* g_{\sigma H} \sigma_0 + g_{\omega H} \omega_0, \quad (6.56)$$

onde  $H = \Lambda, \Sigma, \Xi$  e

$$g_{\sigma N} \sigma_0 = \left( \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma} \right)^2 m_N^{*2} \rho_s, \quad (6.57)$$

$$g_{\omega N} \omega_0 = \left( \frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0. \quad (6.58)$$

Ao combinar-se estas expressões obtém-se:

$$U_H^N(\rho_0) = -m_H^* \chi_{\sigma H} \left( \frac{g_{\sigma N}}{m_\sigma} \right)^2 m_N^{*2} \rho_s + \chi_{\omega H} \left( \frac{g_{\omega N}}{m_\omega} \right)^2 \rho_0, \quad (6.59)$$

onde

$$\chi_{\sigma H} \equiv \frac{g_{\sigma H}}{g_{\sigma N}}, \quad \chi_{\omega H} \equiv \frac{g_{\omega H}}{g_{\omega N}}. \quad (6.60)$$

A seguir alguns possíveis domínios de valores para potenciais de hipernúcleos.

- A intensidade do potencial de interação  $N\Lambda$ , obtido por meio da análise dos níveis de energia de hipernúcleos- $\Lambda$ , na matéria nuclear [162], é igual a  $-U_\Lambda^N(\rho_0) = (27 - 28) \text{ MeV}$ .
- Dados experimentais dos hipernúcleos- $\Sigma$  são escassos e ambíguos devido ao decaimento forte  $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$  [163]. No entanto, experimentos recentes [164, 165] indicam um potencial repulsivo no interior do núcleo,  $U_\Sigma^N(\rho_0) = (20 - 30) \text{ MeV}$ .
- Em experimentos com feixes de *kaons* de carga elétrica negativa,  $K^-$ , somente alguns eventos são atribuídos à formação de hipernúcleos- $\Xi$  [163]. Análises dos dados obtidos do espectro de hipernúcleos- $\Xi$  indicam uma profundidade para o potencial nuclear da ordem de  $-U_\Xi^N(\rho_0) = 18 \text{ MeV}$ .

As constantes de acoplamento  $\omega H$  por sua vez são determinadas por meio da simetria  $SU(3)$  [162]:

$$\chi_{\omega_\Lambda} = \chi_{\omega_\Sigma} = \frac{2}{3}, \quad \chi_{\omega_\Xi} = \frac{1}{3}, \quad (6.61)$$

$$\chi_{\varrho_\Sigma} \equiv \frac{g_{\varrho_\Sigma}}{g_\varrho} = 2, \quad \chi_{\varrho_\Xi} \equiv \frac{g_{\varrho_\Xi}}{g_\varrho} = 1, \quad \chi_{\varrho_\Lambda} \equiv \frac{g_{\varrho_\Lambda}}{g_\varrho} = 0. \quad (6.62)$$

Os dados experimentais da interação  $HH$  por sua vez são escassos [161]. Por este motivo as constantes de acoplamento  $\phi H$  e  $\sigma^* H$  são também determinadas por meio da simetria  $SU(3)$  [157, 162]:

$$\chi_{\phi_\Sigma} = \chi_{\phi_\Lambda} = \frac{2\sqrt{2}}{6}; \quad \chi_{\phi_\Xi} = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \quad \chi_{\sigma^*_\Sigma} = \chi_{\sigma^*_\Lambda} = \frac{2\sqrt{2}}{6}; \quad \chi_{\sigma^*_\Xi} = \frac{2\sqrt{2}}{3}. \quad (6.63)$$

É importante lembrar que os campos dos *mésons estranhos* não se acoplam aos campos dos núcleons. As constantes de acoplamento associadas aos campos dos híperons e dos mésons escalares-isovetoriais são dadas por:

$$\chi_{\delta_\Sigma} \equiv \frac{g_{\delta_\Sigma}}{g_\delta} = 2, \quad \chi_{\delta_\Xi} \equiv \frac{g_{\delta_\Xi}}{g_\delta} = 1, \quad \chi_{\delta_\Lambda} \equiv \frac{g_{\delta_\Lambda}}{g_\delta} = 0, \quad (6.64)$$

e

$$\chi_{\varsigma_\Sigma} \equiv \frac{g_{\varsigma_\Sigma}}{g_\varsigma} = 2, \quad \chi_{\varsigma_\Xi} \equiv \frac{g_{\varsigma_\Xi}}{g_\varsigma} = 1, \quad \chi_{\varsigma_\Lambda} \equiv \frac{g_{\varsigma_\Lambda}}{g_\varsigma} = 0. \quad (6.65)$$

Para uma melhor compreensão destes resultados apresentamos inicialmente uma síntese das relações que determinam as constantes de acoplamento por meio da simetria  $SU(6)$ . Uma vez fixados os valores de  $g_{\sigma N}$ ,  $g_{\omega N}$  e  $g_{\varrho N}$ , as relações entre estes parâmetros e as demais constantes de acoplamento são as seguintes:

- para os acoplamentos entre os campos dos núcleons e dos híperons com os campos dos mésons escalares-isoescalares

$$\frac{1}{3} g_{\sigma N} = \frac{1}{2} g_{\sigma_\Lambda} = \frac{1}{2} g_{\sigma_\Sigma} = g_{\sigma_\Xi}; \quad (6.66)$$

- para os acoplamentos entre os campos dos núcleons e dos híperons com os campos dos mésons vetoriais-isoescalares e vetoriais-isovetoriais

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} g_{\omega N} &= \frac{1}{2} g_{\omega_\Lambda} = \frac{1}{2} g_{\omega_\Sigma} = g_{\omega_\Xi}; \\ g_{\varrho N} &= \frac{1}{2} g_{\varrho_\Sigma} = g_{\varrho_\Xi}; \quad g_{\varrho_\Lambda} = 0. \end{aligned} \quad (6.67)$$

- para os acoplamentos entre os campos dos híperons com os campos dos mésons estranhos  $\phi$

$$2g_{\phi_\Lambda} = 2g_{\phi_\Sigma} = g_{\phi_\Xi} = \frac{2\sqrt{2}}{3} g_{\omega N}, \quad g_{\phi N} = 0; \quad (6.68)$$

- para os acoplamentos entre os campos dos híperons com os campos dos mésons estranhos  $\sigma^*$

$$2g_{\sigma^*_\Lambda} = 2g_{\sigma^*_\Sigma} = g_{\sigma^*_\Xi} = \frac{2\sqrt{2}}{3} g_{\sigma N}, \quad g_{\sigma^*_N} = 0; \quad (6.69)$$

enfatizamos novamente que os campos dos mésons  $\sigma^*$  e  $\phi$  não se acoplam com os campos dos núcleons,  $\psi_N$ .

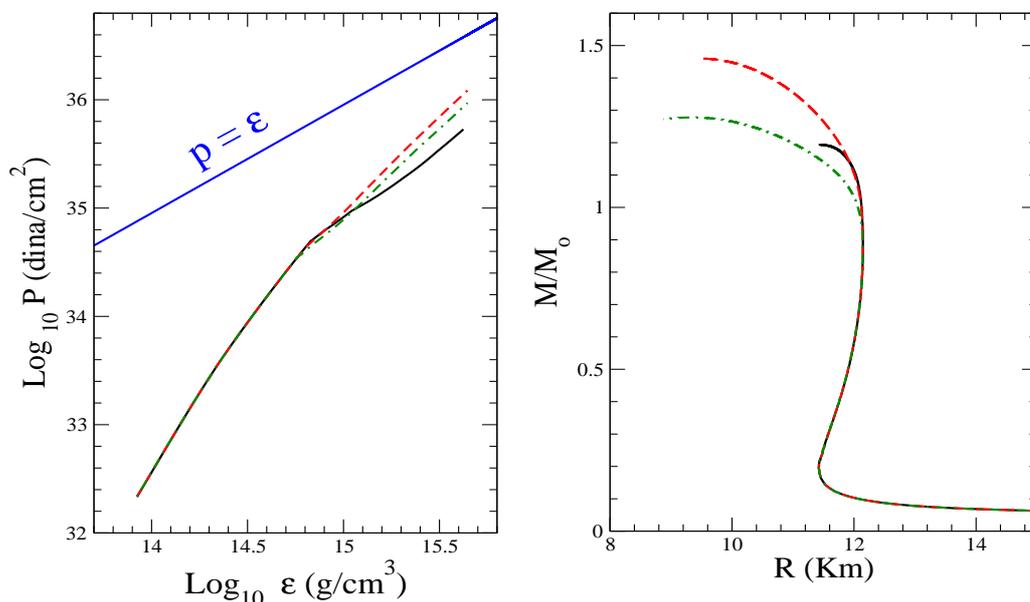


Figura 6.1: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel da esquerda mostra a equação de estado nuclear. O painel da direita a relação massa-raio. Os resultados incluem os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  apenas. As linhas cheias representam os resultados com o esquema  $SU(6)$  para as constantes de acoplamento dos híperons; as linhas tracejadas, os resultados com esquema de acoplamento universal, isto é,  $\chi_\sigma = \chi_\omega = \chi_\rho = 1$ ; e as ponto-tracejadas com o esquema,  $\chi_\sigma = \chi_\omega = \chi_\rho = \sqrt{2/3}$  [5].

## 6.1 Modelo Efetivo e Naturalidade

Nesta seção analisa-se o modelo nuclear descrito pela densidade lagrangiana (6.8) em relação ao critério de *naturalidade*. Em uma teoria efetiva *natural*, o lagrangiano de interação pode ser expandido em uma série de potências, cujos coeficientes de expansão, depois de suprimidas as escalas de dimensionalidade e os fatores de contagem, são da ordem da unidade. Este procedimento permite truncar as séries perturbativas, de maneira consistente, em uma dada ordem desejada.

Os ingredientes fundamentais em uma análise da densidade lagrangiana no que se refere à condição de *naturalidade* são as constantes de acoplamento da teoria. No tratamento utilizado nesta tese, por meio do Modelo RV, fixou-se o valor das constantes de acoplamento correspondentes aos graus de liberdade dos mésons ( $m$ ) e dos núcleons ( $N$ ),  $g_{mN}$ , de modo que o formalismo reproduza as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear, na densidade de saturação,  $0,17 \text{ fm}^{-3}$ , energia de ligação por núcleon,  $-16 \text{ MeV}$ , e a energia de simetria,  $33,2 \text{ MeV}$  da matéria nuclear. Para densidades mais altas, as constantes de acoplamento correspondentes aos graus de liberdade dos mésons e dos híperons ( $H$ ),  $g_{mH}$ , foram fixadas de tal forma que os parâmetros  $g_{mH}$  são expressos em função das constantes  $g_{mN}$ , cujos valores determinados na densidade de saturação, permanecem fixados para densidades mais altas da matéria nuclear.

Neste sentido, as constantes de acoplamento correspondentes aos graus de liberdades dos núcleons ocupam papel fundamental para o exame da naturalidade. Por este motivo, a análise sobre os aspectos da *naturalidade* será concentrada no setor dos núcleons do Modelo RV, e, em vista que se investiga nesta tese aspectos relacionados com a quebra de simetria de isospin, aspectos estes essenciais para a configuração da massa máxima de uma estrela de nêutrons, no setor escalar-isovetorial dos campos mesônicos, que contempla, em particular, a presença do campo ressonante escalar-isovetorial  $\varsigma$ .

A constante de acoplamento  $\varsigma N$  foi determinada pela combinação deste parâmetro com a correspondente constante de acoplamento  $\delta N$ , por meio da substituição  $g_\delta, g_\varsigma \rightarrow g_{\delta^*}$  e dos campos  $\delta, \varsigma \rightarrow \delta^*$ , no estudo da anomalia Nolen-Schiffer [62]. Posteriormente inseriu-se  $g_{\delta^*}$  e  $m_{\delta^*}$  na expressão da energia de simetria

$$E_{sim}(\rho) \simeq \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{g_\varrho}{m_\varrho} \right)^2 - m^{*4} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \frac{M^{*2}}{k_F^2 + M^{*2}} \right] \rho_0, \quad (6.70)$$

sendo que (ver expressão (6.9))

$$m^* \equiv \left( 1 + \frac{g_{\sigma_N} \sigma + g_{\sigma_N^*} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\varsigma_N} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_N} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_N} \right)^{-1},$$

a constante de acoplamento  $g_{\varrho N}$  pode ser também fixada; para isso consideramos o valor  $E_{sim}(0, 17 fm^{-3}) = 33,2 MeV$ . Assim, um aspecto importante da análise do critério de *naturalidade* aplicado ao modelo RV é o estudo das implicações da presença do estado ressonante  $\varsigma$ , devido ao seu caracter escalar-isovetorial, no setor do lagrangiano de interação que envolve os campos dos núcleons e do méson  $\varrho$ . Isto porque, devido à sua natureza isovetorial, os campos  $\delta, \varsigma$ , — ou, equivalentemente, o campo  $\delta^*$  —, e o campo  $\varrho$ , desempenham um papel de competição na configuração da estrutura formal da energia de simetria da matéria nuclear ( expressão (6.44)).

O lagrangiano de interação da QHD, por sua vez, ao se considerar os campos dos núcleons e dos mésons  $\sigma, \omega$  e  $\varrho$ , pode ser escrito de maneira geral:

$$\mathcal{L} \sim g \frac{1}{m! n! p!} \left( \frac{\bar{\psi} \Gamma(\tau/2) \psi}{f_\pi^2 \Lambda} \right)^l \left( \frac{\sigma}{f_\pi} \right)^m \left( \frac{\omega}{f_\pi} \right)^n \left( \frac{\varrho}{f_\pi} \right)^p (f_\pi \Lambda)^2; \quad (6.71)$$

onde  $\Lambda \sim 1 GeV$  representa o *fator de escala de grande massa (large-mass scale)* da QCD, que indica, aproximadamente, a região de transição entre dois conjuntos de graus de liberdade: quarks e glúons *versus* núcleons e píons. Se a condição de naturalidade da teoria efetiva é satisfeita, então:

$$g \sim 1. \quad (6.72)$$

Investigações envolvendo modelos nucleares parecem sugerir que os coeficientes em teorias efetivas de muitos corpos são naturais [166, 167, 168, 169, 170].

A verificação da condição de *naturalidade* aplicada ao Modelo RV tem como pressuposto a comparação de cada termo de interação do lagrangiano com o termo equivalente determinado pela prescrição da expressão (6.71). A análise no setor escalar, por exemplo, pode ser realizada por meio de uma expansão em série de potências do termo

$\bar{\psi} M m^* \psi$ . No entanto, este procedimento leva a uma série infinita na qual os fatores que multiplicam cada termo da expansão são maiores do que a unidade (ver por exemplo a expressão (4.142)); e não é possível, neste contexto, truncar a série, uma vez que cada fator da expansão é mais relevante que o fator precedente. Sob esta condição, a análise da condição de naturalidade da teoria envolveria um número infinito de termos, tornando-a inexecutável. Para contornar este problema, procede-se ao *reescalonamento* dos campos dos mésons escalares de Lorentz, originando uma forma funcional mais adequada a uma expansão em série, cujos coeficientes adquirem valores menores do que a unidade. Assim, pode-se truncar a série em uma ordem desejada e verificar a condição de *naturalidade* considerando um número finito de termos.

O lagrangiano<sup>3</sup> (6.8) pode ser escrito, considerando-se apenas o setor dos núcleons, na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \delta^* \cdot \partial^\mu \delta^* - m_{\delta^*}^2 \delta^{*2}) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ & - \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - \bar{\psi} M \psi + g_\sigma \bar{\psi} m^* \sigma \psi + \frac{1}{2} g_{\delta^*} \bar{\psi} m^* \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^* \psi \\ & - \frac{1}{2} g_\rho \bar{\psi} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu, \end{aligned} \quad (6.73)$$

sendo que

$$\bar{\psi} \left( M - m^* g_\sigma \sigma - \frac{1}{2} m^* g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^* \right) \psi \rightarrow \bar{\psi} M m^* \psi. \quad (6.74)$$

Os termos de interação da densidade lagrangiana (6.73) associados aos campos dos núcleons e dos mésons escalares, procedendo à substituição dos campos  $\delta$  e  $\varsigma$  por  $\delta^*$ , podem ser escritos na forma

$$\mathcal{L}_{N\sigma} = \frac{\bar{\psi} g_\sigma \sigma \psi}{1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}}; \quad (6.75)$$

e

$$\mathcal{L}_{N\delta^*} = \frac{\bar{\psi} g_{\delta^*} \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^* \psi}{1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}}. \quad (6.76)$$

Evidentemente devemos lembrar que os termos acima contém formas operatoriais. Parte-se do pressuposto, portanto, que os termos nos denominadores das expressões acima correspondem a formas operatoriais inversas existentes.

Introduz-se então as seguintes definições<sup>4</sup>

$$\varphi \equiv \frac{\sigma}{1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}}; \quad (6.77)$$

e

$$\boldsymbol{\delta}^{*'} \equiv \frac{\boldsymbol{\delta}^*}{1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}}. \quad (6.78)$$

<sup>3</sup>Note-se a omissão dos subíndices  $N$  no campo dos núcleons, assim como o somatório em  $N$ , ficando os mesmos subentendidos.

<sup>4</sup>A partir de argumentos de simplicidade na notação, e concentrando a atenção aos aspectos essenciais do tratamento desenvolvido nesta seção, usou-se  $\frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \rightarrow \boldsymbol{\tau}$ .

Utilizando as definições acima e partindo do pressuposto da existência, no domínio de validade do modelo, das formas operatoriais que envolvem os campos dos mésons  $\sigma$  e  $\delta^*$ , bem como das correspondentes formas operatoriais inversas, pode-se escrever as expressões acima em uma forma apropriada para uma expansão em série de potência:

$$\sigma = \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right); \quad (6.79)$$

e

$$\boldsymbol{\delta}^* = \boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right). \quad (6.80)$$

Combinando as equações (6.79) e (6.80) de maneira iterativa e autoconsistente obtém-se:

$$\sigma = \varphi \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) + \frac{g_{\delta^*}}{M} \boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right], \quad (6.81)$$

e

$$\boldsymbol{\delta}^* = \boldsymbol{\delta}^{*'} \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) + \frac{g_{\delta^*}}{M} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right]. \quad (6.82)$$

Aplicando às equações acima processos iterativos, e obtendo em decorrência, por exemplo, para o campo  $\sigma$ ,

$$\begin{aligned} \sigma = & \varphi \left\{ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right. \right. \right. \\ & + \frac{g_{\delta^*}}{M} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \left. \right. \left. + \frac{g_{\delta^*}}{M} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right] \right. \\ & + \left. \left. \frac{g_{\delta^*}}{M} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right] \right] \\ & + \frac{g_{\delta^*}}{M} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right. \right. \\ & + \frac{g_{\delta^*}}{M} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \left. \right. \left. + \frac{g_{\delta^*}}{M} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left[ 1 + \frac{g_\sigma}{M} \varphi \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right] \right. \\ & + \left. \left. \frac{g_{\delta^*}}{M} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left( 1 + \frac{g_\sigma \sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M} \right) \right] \right] \left. \right\}. \quad (6.83) \end{aligned}$$

A seguir, reorganizamos os termos da equação acima, obtendo

$$\begin{aligned}
 \sigma = & \varphi + \frac{g_\sigma}{M}\varphi^2 + \frac{g_\sigma^2}{M^2}\varphi^3 + \frac{g_\sigma^3}{M^3}\varphi^4 \left(1 + \frac{g_\sigma\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}\right) \\
 & + \frac{g_\sigma^2}{M^2}\varphi^3 \frac{g_\delta}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left(1 + \frac{g_\sigma\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}\right) + \frac{g_\sigma}{M}\varphi^2 \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \\
 & + \frac{g_\sigma^2}{M^2}\varphi^3 \frac{g_\delta}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \left(1 + \frac{g_\sigma\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}\right) + \frac{g_\sigma}{M}\varphi^2 \frac{g_{\delta^*}^2}{M^2}(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^2 \left(1 + \frac{g_\sigma\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}\right) \\
 & + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}\varphi + \frac{g_\sigma}{M}\varphi^2 \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} \frac{g_\sigma^2}{M^2}\varphi^3 \left(1 + \frac{g_\sigma\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}\right) \\
 & + \frac{g_{\delta^*}^2}{M^2}(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^2 \frac{g_\sigma}{M}\varphi^2 \left(1 + \frac{g_\sigma\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}\right) + \frac{g_{\delta^*}}{M}(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^2 \frac{g_\sigma}{M}\varphi \\
 & + \frac{g_{\delta^*}^2}{M^2}(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^2 \frac{g_\sigma}{M}\varphi \left(1 + \frac{g_\sigma\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}\right) + \frac{g_{\delta^*}^3}{M^3}(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'})^3\varphi \left(1 + \frac{g_\sigma\sigma}{M} + \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^*}{M}\right).
 \end{aligned} \tag{6.84}$$

Os valores esperados das razões  $\frac{g_\sigma\sigma}{M}$  e  $\frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M}$  obedecem a condição

$$\left\langle \frac{g_\sigma\sigma}{M} \right\rangle \ll 1 \quad \text{e} \quad \left\langle \frac{g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}}{M} \right\rangle \ll 1, \tag{6.85}$$

de tal forma que pode-se truncar a série dada pela expressão (6.84) em uma ordem desejada. Por exemplo, na aproximação de campo médio, para densidades bariônicas próximas a  $0,17 \text{ fm}^{-3}$ , destas expressões tem-se que  $\sigma_0 \sim 20 \text{ MeV}$  e  $\delta_3^* \sim 5 \text{ MeV}$ , tal que  $\langle g_\sigma\sigma/M \rangle \sim 0,15$  e  $\langle g_{\delta^*}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} / M \rangle \sim 0,05$ . Pode-se então truncar a série no termo de segunda ordem no fator de expansão da expressão (6.84) para o campo  $\sigma$ :

$$\begin{aligned}
 \sigma & = \varphi + \frac{g_\sigma}{M}\varphi^2 + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'}\varphi + \mathcal{O}\left(\frac{g}{M}\right)^2 \\
 & = \varphi \left(1 + \frac{g_\sigma}{M}\varphi + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \dots\right);
 \end{aligned} \tag{6.86}$$

e, de maneira análoga, obtem-se, para o campo  $\delta^*$

$$\begin{aligned}
 \delta^* & = \delta^{*'} + \frac{g_{\delta^*}}{M}\delta^{*'}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \frac{g_\sigma}{M}\varphi\delta^{*'} + \mathcal{O}\left(\frac{g}{M}\right)^2 \\
 & = \delta^{*'} \left(1 + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \frac{g_\sigma}{M}\varphi + \dots\right).
 \end{aligned} \tag{6.87}$$

Combinando estas expressões, tem-se

$$\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 = \frac{1}{2}m_\sigma^2\varphi^2 \left(1 + \frac{g_\sigma}{M}\varphi + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \dots\right)^2, \tag{6.88}$$

e

$$\frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\delta^{*2} = \frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\delta^{*2} \left(1 + \frac{g_{\delta^*}}{M}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*'} + \frac{g_\sigma}{M}\varphi + \dots\right)^2, \tag{6.89}$$

cujas formas correspondem àquelas sugeridas por B.D. Serot e J.D. Walecka [123] para a densidade lagrangiana da matéria nuclear no modelo QHD. Assim, mantendo-se apenas termos até a ordem  $\mathcal{O}(g/M)^2$  nestas expressões, obtém-se

$$S_\varphi = m_\sigma^2 \varphi^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{g_\sigma \varphi}{M} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*/2}}{M} + \dots \right), \quad (6.90)$$

e

$$S_{\delta^{*/2}} = m_{\delta^{*/2}}^2 \boldsymbol{\delta}^{*/2} \left( \frac{1}{2} + \frac{g_{\delta^*} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*/2}}{M} + \frac{g_\sigma \varphi}{M} + \dots \right). \quad (6.91)$$

Vê-se que as equações que descrevem os *potenciais generalizados*  $S_\varphi$  e  $S_{\delta^{*/2}}$  apresentam contribuições de termos de auto-interação entre os campos dos mésons bem como termos que envolvem interações entre os distintos campos mesônicos considerados na formulação.

A densidade lagrangiana (6.73), procedendo às substituições

$$\sigma \rightarrow \varphi \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\delta}^* \rightarrow \boldsymbol{\delta}^{*/2},$$

pode ser expandida em uma série de potências, cujos coeficientes de expansão, depois de suprimidas as escalas de dimensionalidade e os fatores de contagem, devem ser, de acordo com o critério de *naturalidade*, da ordem da unidade<sup>5</sup>:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - m_\varphi^2 \varphi^2) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \boldsymbol{\delta}^{*/2} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\delta}^{*/2} - m_{\delta^{*/2}}^2 \boldsymbol{\delta}^{*/2}) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ & - \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - \bar{\psi} M \psi + \kappa_{10} \frac{\Lambda}{1! f_\pi} \bar{\psi} \varphi \psi + \eta_{10} \frac{\Lambda}{1! f_\pi} \bar{\psi} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*/2} \psi \\ & + \kappa_{30} \frac{\Lambda^2}{3! f_\pi} \varphi^3 + \kappa_{21} \frac{\Lambda^2}{2! f_\pi} \varphi^2 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*/2} + \eta_{30} \frac{\Lambda^2}{3! f_\pi} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*/2} + \eta_{21} \frac{\Lambda^2}{2! f_\pi} (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}^{*/2}) \boldsymbol{\delta}^{*/2} \\ & + \theta_{10} \frac{\Lambda}{1! f_\pi} \bar{\psi} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \psi + \epsilon_{10} \frac{\Lambda}{1! f_\pi} \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \omega^\mu + \mathcal{O}\left(\frac{g}{M}\right)^2, \end{aligned} \quad (6.92)$$

onde

$$\begin{aligned} \kappa_{10} &= \frac{g_\sigma f_\pi}{\Lambda}, & \kappa_{21} &= \frac{2g_{\delta^*} m_\sigma^2 f_\pi}{M \Lambda^2}, & \kappa_{30} &= \frac{6g_\sigma m_\sigma^2 f_\pi}{M \Lambda^2}, \\ \eta_{10} &= \frac{g_{\delta^*} f_\pi}{\Lambda}, & \eta_{21} &= \frac{2g_\sigma m_{\delta^*}^2 f_\pi}{M \Lambda^2}, & \eta_{30} &= \frac{6g_{\delta^*} m_{\delta^*}^2 f_\pi}{M \Lambda^2}, \\ \theta_{10} &= -\frac{g_\rho f_\pi}{\Lambda}, & \epsilon_{10} &= -\frac{g_\omega f_\pi}{\Lambda}. \end{aligned} \quad (6.93)$$

Analizou-se então se o critério de naturalidade se aplica aos coeficientes dos termos de interação da densidade lagrangiana (6.92). Por exemplo, o termo do potencial de interação que contém o campo  $\varphi$ , que corresponde ao *potencial generalizado* definido na expressão (6.77). De acordo com o critério de naturalidade, da expressão (6.71), no caso em que  $l = m = p = 0$  e  $n = 3$ , resulta

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\varphi^3} &= \kappa_{30} \frac{1}{3!0!0!} \left( \frac{\varphi}{f_\pi} \right)^3 (f_\pi \Lambda)^2 = \kappa_{30} \frac{\Lambda^2}{6 f_\pi} \varphi^3 \\ &= \kappa_{30} \varphi^3 1792, 11 \text{ MeV}, \end{aligned} \quad (6.94)$$

<sup>5</sup>Lembra-se novamente que  $\frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \rightarrow \boldsymbol{\tau}$ .

Tabela 6.3: Coeficientes do lagrangiano do modelo RV. A primeira coluna indica os mésons presentes na matéria nuclear. Na última linha *ind.* significa indeterminado. Quando  $(g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2 = 2,5fm^2$ , dos mésons escalares-isovetoriais, apenas o méson  $\delta(980 MeV)$  foi incluído no formalismo; quando  $(g_{\delta^*}/m_{\delta^*})^2 = 2,3fm^2$ , apenas a ressonância  $\varsigma(600 MeV)$  é incluída no formalismo.

Mésons	$\kappa_{10}$	$\kappa_{21}$	$\kappa_{30}$	$\eta_{10}$	$\eta_{21}$	$\eta_{30}$	$\theta_{10}$	$\epsilon_{10}$
$\sigma, \omega, \varrho$	0,692	–	1,335	–	–	–	-0,771	-0,575
$\sigma, \omega, \varrho, \varsigma$	0,692	0,828	1,335	0,429	0,530	0,985	-0,853	-0,575
$\sigma, \omega, \varrho, \delta$	0,692	1,410	1,335	0,730	1,413	4,477	-0,859	-0,575
$\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$	0,692	ind.	1,335	ind.	ind.	ind.	-0,926	-0,575

em que  $f_\pi \simeq 93 MeV$ . A condição de *naturalidade* implica em que  $\kappa_{30} \sim 1$ . Comparando-se agora a expressão (6.94) com o termo equivalente do potencial generalizado, equação (6.90), obtém-se o termo de ordem  $\varphi^3$  no lagrangiano (6.92), sendo o coeficiente  $\kappa_{30}$  dado pela expressão (6.93). Usando os dados apresentados na tabela (6.2), obtém-se

$$\kappa_{30} = \frac{m_\sigma^2 g_\sigma}{M} \frac{6 f_\pi}{\Lambda^2} = \frac{550^2 \times 7,436}{940} \frac{6 \times 93}{1000^2} = 1,335, \quad (6.95)$$

resultado que mostra que o coeficiente  $\kappa_{30}$  é *natural*, na medida em que  $\kappa_{30} \sim 1$ . Assim, de maneira análoga obtém-se os coeficientes correspondentes aos demais termos de interação do modelo usado nesta tese, que podem ser vistos na tabela (6.3). Os resultados obtidos para os demais coeficientes indicam que o modelo desenvolvido obedece ao critério de naturalidade. Estes resultados estão em muito bom acordo com as expectativas na medida em que análises semelhantes realizadas por outros autores indicam que modelos do tipo QHD, que apresentam expressivo grau de similaridade com o modelo desenvolvido nesta tese, estão em bom acordo com o critério de naturalidade.

O modelo apresentado confirma, embora de forma ainda não conclusiva, a íntima conexão entre o critério de naturalidade e a ampliação do escopo de modelos efetivos por meio da exaustão do espaço de fase dos campos dos mésons. Este aspecto, importante na análise do critério de naturalidade em teorias efetivas, é confirmado, por exemplo, pelos resultados apresentados na tabela (6.3), que indicam que o grau de naturalidade dos coeficientes dos termos de interação se amplia à medida em que outros campos mesônicos são incluídos no formalismo, com exceção do coeficiente  $\eta_{30}$ . É importante ressaltar que o grau de naturalidade do coeficiente correspondente ao termo de interação  $\theta_{10}$  se amplia à medida em que mais mésons escalares-isovetoriais são considerados no formalismo: o seu valor, no caso em que consideramos o espaço de fase  $\sigma, \omega, \varrho$ , é igual a  $\theta_{10} = -0,771$ , enquanto que, para o espaço de fase  $\sigma, \omega, \varrho, \delta$ , o valor correspondente é  $\theta_{10} = -0,859$ , e finalmente, quando considerado o espaço de fase  $\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$ , o valor destes coeficiente é  $\theta_{10} = -0,926$ . Assim, os resultados da tabela (6.3) indicam que o Modelo RV, com exceção do coeficiente  $\eta_{30}$ , obedece ao critério de *naturalidade* nos demais coeficientes, *pelo menos até a ordem de expansão considerada*. É possível observar também que a introdução de graus de liberdade escalares-isovetoriais como

que *naturaliza* o modelo, pois o coeficiente  $\theta_{10}$  do termo de interação associado ao méson  $\varrho$  tende progressivamente à *unidade* à medida em que o espaço de fase dos campos mesônicos é ampliado.

O caso do coeficiente  $\eta_{30}$  por sua vez necessita uma análise muito particular. Isto porque, embora os campos  $\delta$ ,  $\varsigma$ , ou, equivalentemente, o campo  $\delta^*$ , e o campo  $\varrho$ , desempenhem um papel de competição na configuração da estrutura formal da energia de simetria da matéria nuclear, como viu-se anteriormente na expressão (6.44), há outro aspecto importante desta equação que lhes confere elementos adicionais de complexidade. E este aspecto pode ser melhor elucidado ao examinar-se as equações abaixo:

$$E_{sim}(\rho) \simeq \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{g_\varrho}{m_\varrho} \right)^2 - m^{*4} \left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \frac{M^{*2}}{k_F^2 + M^{*2}} \right] \rho_0 ,$$

sendo que

$$m^* \equiv \left( 1 + \frac{g_{\sigma_N} \sigma + g_{\sigma_N^*} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\varsigma_N} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_N} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_N} \right)^{-1} .$$

Ou seja, a presença da *componente de massa efetiva*  $m^*$  no segundo termo da expressão da energia de simetria acima, que depende das contribuições dos demais mésons de natureza escalar, e que se acoplam ao potencial escalar de Lorentz da teoria, produz um efeito de *modulação* do coeficiente  $g_{\delta^*}$  e da massa do méson  $\delta^*$ ,  $m_{\delta^*}$  contribuindo assim para alterar o grau de competitividade entre os coeficientes supra mencionados,  $g_\varrho$  e  $g_{\delta^*}$ . Neste sentido, a avaliação do grau de naturalidade do termo  $\eta_{30}$  exige uma análise mais criteriosa, com vistas a determinar, de forma mais acurada, o grau de competitividade dos coeficientes acima mencionados. Esta análise, porém, está fora do escopo desta tese.

## Energia de Simetria

$$E_{sim}(\rho) \cong \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{\sqrt{k_F^2 + M^{*2}}} + \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{g_\varrho}{m_\varrho} \right)^2 - C_\alpha^2 \left( \frac{g - \delta^*}{m_{\delta^*}} \right)^2 \left( \frac{M^*}{k_F^2 + M^{*2}} \right)^2 \right] \rho_0 , \quad (6.96)$$

sendo que ao considerarmos os limites  $\lim_{\alpha \rightarrow 1} C_{\alpha N} \rightarrow -m_\alpha^{*2}$  e  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} C_{\alpha N} \rightarrow -1$ , resulta

$$E_{sim}(\rho_0) = a_4 \quad a_4 = 33, 2MeV .$$

### 6.1.1 Matéria Nuclear em Equilíbrio- $\beta$ Generalizado

Razeira et al. [62, 61] analisaram, através do Modelo RV, os efeitos da ressonância escalar-isovetorial na matéria nuclear densa com a presença do octeto bariônico e os mésons isoescalar, escalar, vetorial-isoescalar, escalar-isovetorial e vetorial-isovetorial em equilíbrio  $\beta$ . A seguir apresenta-se o desenvolvimento adotado e alguns resultados.

A determinação das constantes de acoplamento  $NN$ , por meio das propriedades de equilíbrio da matéria nuclear possibilita a extrapolação da equação de estado para

o regime de altas densidades bariônicas da matéria nuclear [42],  $\sim 6\rho_0$ . Para densidades da ordem de  $\sim 2\rho_0$  pode ocorrer, como mencionado, o aparecimento de híperons na matéria nuclear. Prescrições para determinação das constantes de acoplamento  $NH$  e  $HH$ , como aquelas realizadas na seção anterior, tornam-se então absolutamente necessárias. No entanto, a determinação apenas das constantes de acoplamento não se mostra suficiente para descrever o comportamento das partículas supracitadas na matéria nuclear. Neste sentido, outros aspectos igualmente relevantes devem ser levados em consideração: a conservação de número bariônico e a neutralidade de carga, uma vez que:

- número bariônico é conservado na interação forte [42], estabelecendo um vínculo entre as diferentes espécies bariônicas do sistema.
- a neutralidade de carga elétrica do sistema, para densidades menores do que  $2\rho_0$ , é mantida com a ajuda dos elétrons livres<sup>6</sup>; quando o potencial químico dos elétrons for da ordem de  $\sim 100\text{ MeV}$ , esta condição implica no possível aparecimento de múons livres na matéria nuclear, os quais devem estar em equilíbrio químico com os elétrons do sistema, devido à conservação de número leptônico; para densidades maiores do que  $2\rho_0$ , o aparecimento de híperons no sistema torna-se energeticamente favorável; híperons carregados são então criados de forma que sejam mantidas no sistema as condições de neutralidade de carga elétrica e de conservação de número bariônico.

O cálculo da equação de estado nuclear requer o conhecimento dos momenta de Fermi  $k_{F_n}$ ,  $k_{F_p}$ ,  $k_{F_\Lambda}$ ,  $k_{F_{\Sigma^+}}$ ,  $k_{F_{\Sigma^-}}$ ,  $k_{F_{\Sigma^0}}$ ,  $k_{F_{\Xi^-}}$ ,  $k_{F_{\Xi^0}}$ ,  $k_{F_e}$ ,  $k_{F_\mu}$  das diferentes espécies de partículas e dos *condensados*  $\sigma_0$ ,  $\sigma_0^*$ ,  $\varsigma_3$  e  $\delta_3$ , os quais são determinados por meio da solução do sistema de equações não-lineares acopladas, obtidas a partir da minimização da energia total do sistema:

$$\begin{aligned}
 m_\sigma^2 \sigma_0 - \sum_B g_{\sigma_B} m_B^{*2} \rho_{sB} &= 0 ; \quad m_\omega^2 \omega_0 - \sum_B g_{\omega_B} \rho_B = 0 ; \\
 m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^* - \sum_B g_{\sigma_B^*} m_B^{*2} \rho_{sB} &= 0 ; \quad m_\rho^2 \rho_0 - \sum_B g_{\rho_B} I_{3B} \rho_B = 0 ; \\
 m_\varsigma^2 \varsigma_3 - \sum_B g_{\varsigma_B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB} &= 0 ; \quad m_\delta^2 \delta_3 - \sum_B g_{\delta_B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB} = 0 ; \\
 m_\phi^2 \phi_0 &= \sum_B g_{\phi_B} \rho_B .
 \end{aligned} \tag{6.97}$$

A solução da equação de estado do sistema tem como pressuposto a condição

$$\rho_p + \rho_n + \rho_\Lambda + \rho_{\Sigma^0} + \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Sigma^+} + \rho_{\Xi^-} + \rho_{\Xi^0} - \rho_B = 0 ; \tag{6.98}$$

para a densidade bariônica do sistema, bem como a imposição de neutralidade de carga

$$\rho_p - \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Sigma^+} - \rho_{\Xi^-} - \rho_e - \rho_\mu = 0 . \tag{6.99}$$

<sup>6</sup>Os léptons na matéria nuclear estão sujeitos apenas à condição de equilíbrio químico e neutralidade de carga elétrica.

Da condição de equilíbrio químico

$$\mu_B = n_B \mu_n - q_B \mu_e,$$

pode-se obter, da equação (6.29), em vista de que  $\mu_B(k) = \epsilon_B(k)$ , no caso em que  $n_B = 1$ , a condição limiar de aparecimento de bárions, dada pela expressão

$$\mu_n - q_B \mu_e \geq g_{\omega_B} \omega_0 + g_{\phi_B} \phi_0 + g_{\rho_B} I_{3B} \rho_{03}(k) + M_B^*. \quad (6.100)$$

Logo, a condição de equilíbrio- $\beta$  generalizado (equilíbrio químico generalizado) fica:

$$\begin{aligned} \mu_p - \mu_n + \mu_e &= 0 ; ; \mu_{\Sigma^+} - \mu_n + \mu_e = 0 ; \\ \mu_{\Sigma^-} - \mu_n - \mu_e &= 0 ; \mu_{\Xi^-} - \mu_n - \mu_e = 0 ; \\ \mu_{\Lambda} - \mu_n &= 0 ; \mu_{\Sigma^0} - \mu_n = 0 ; \\ \mu_{\Xi^0} - \mu_n &= 0 ; \mu_e - \mu_\mu = 0 . \end{aligned} \quad (6.101)$$

Na equação (6.100), o termo correspondente ao méson  $\rho$  determina se o aparecimento de uma dada espécie é favorecido ou não é favorecido no que se refere, particularmente, à dependência de isospin. Assim, uma dada espécie, cuja terceira componente de isospin não altera o sinal do termo  $g_{\rho_B} I_{3B} \rho_{03}(k)$ , é dita *favorecida em isospin*, como é o caso, por exemplo, do próton, enquanto que uma espécie, cujo valor de  $I_{3B}$  altera o sinal do termo referente ao méson  $\rho$ , é dita *não favorecida em isospin*. Evidentemente, de maneira geral, o limiar para o aparecimento de uma dada espécie depende, além do aspecto acima mencionado, também do valor da massa de repouso da espécie bem como dos valores das constantes de acoplamento associadas aos demais campos mesônicos do sistema.

### Estado Ressonante $\zeta$ na Matéria Nuclear

Os potenciais nucleares associados aos mésons  $\delta$  e  $\zeta$  podem ser escritos, na aproximação de campo médio, na forma:

$$\begin{aligned} g_\delta \delta_3 &= \left( \frac{g_\delta}{m_\delta} \right)^2 \left( \frac{1}{2} m_p^* \rho_{sp} - \frac{1}{2} m_n^* \rho_{sn} \right), \\ g_\zeta \zeta_3 &= \left( \frac{g_\zeta}{m_\zeta} \right)^2 \left( \frac{1}{2} m_p^* \rho_{sp} - \frac{1}{2} m_n^* \rho_{sn} \right). \end{aligned} \quad (6.102)$$

Substituindo-se a expressão acima no termo  $\frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 + \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2$ , presente na equação de estado dos híperons, e introduzindo as definições

$$\frac{1}{2} m_{\delta^*}^2 \delta_3^{*2} \equiv \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 + \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^2, \quad (6.103)$$

e

$$\left( \frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}} \right)^2 \equiv \left( \frac{g_\delta}{m_\delta} \right)^2 + \left( \frac{g_\zeta}{m_\zeta} \right)^2, \quad (6.104)$$

obtém-se

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2 &= \frac{1}{2}\left(\frac{g_\delta}{m_\delta}\right)^2 \left[ \frac{1}{2}m_p^*\rho_{sp} - \frac{1}{2}m_n^*\rho_{sn} + \chi_{\delta_\Sigma}(m_{\Sigma^+}^*\rho_{s\Sigma^+} - m_{\Sigma^-}^*\rho_{s\Sigma^-}) \right. \\
 &+ \chi_{\delta_\Xi} \left( \frac{1}{2}m_{\Xi^+}^*\rho_{s\Xi^+} - \frac{1}{2}m_{\Xi^-}^*\rho_{s\Xi^-} \right) \left. \right]^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{g_\zeta}{m_\zeta}\right)^2 \left[ \frac{1}{2}m_p^*\rho_{sp} - \frac{1}{2}m_n^*\rho_{sn} \right. \\
 &+ \chi_{\zeta_\Sigma}(m_{\Sigma^+}^*\rho_{s\Sigma^+} - m_{\Sigma^-}^*\rho_{s\Sigma^-}) + \chi_{\zeta_\Xi} \left( \frac{1}{2}m_{\Xi^+}^*\rho_{s\Xi^+} - \frac{1}{2}m_{\Xi^-}^*\rho_{s\Xi^-} \right) \left. \right]^2, \quad (6.105)
 \end{aligned}$$

ou ainda

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2 &= \frac{1}{2}\left(\frac{g_{\delta^*}}{m_{\delta^*}}\right)^2 \left[ \frac{1}{2}m_p^*\rho_{sp} - \frac{1}{2}m_n^*\rho_{sn} + \chi_{\delta_\Sigma^*}(m_{\Sigma^+}^*\rho_{s\Sigma^+} - m_{\Sigma^-}^*\rho_{s\Sigma^-}) \right. \\
 &+ \chi_{\delta_\Xi^*} \left( \frac{1}{2}m_{\Xi^+}^*\rho_{s\Xi^+} - \frac{1}{2}m_{\Xi^-}^*\rho_{s\Xi^-} \right) \left. \right]^2 \equiv \frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\delta_3^{*2}, \quad (6.106)
 \end{aligned}$$

onde  $\chi_{\delta_\Sigma} = \chi_{\zeta_\Sigma} = \chi_{\delta_\Sigma^*}$  e  $\chi_{\delta_\Xi} = \chi_{\zeta_\Xi} = \chi_{\delta_\Xi^*}$ .

Os resultados obtidos anteriormente, indicam que é possível escrever um lagrangiano equivalente ao lagrangiano (7.10) por meio das seguintes substituições

$$\begin{aligned}
 \delta &\longrightarrow \delta^*; \\
 m_\delta &\longrightarrow m_{\delta^*}; \\
 g_{\delta_B} &\longrightarrow g_{\delta_B^*}. \quad (6.107)
 \end{aligned}$$

A formulação langrangeana correspondente pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{eft} &= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\varrho_{03}^2 + \frac{1}{2}m_{\delta^*}^2\delta_3^{*2} \\
 &+ \sum_B \left[ \bar{\psi}_B(i\gamma_\mu\partial^\mu - g_{\omega_B}\gamma^0\omega_0 - \frac{1}{2}g_{\varrho_B}\gamma^0\tau_3\varrho_{03} - M_B^*)\psi_B \right] \\
 &+ \sum_l \bar{\psi}_l(i\gamma_\mu\partial^\mu - m_l)\psi_l, \quad (6.108)
 \end{aligned}$$

onde a massa efetiva dos bárions é então expressa, em termos do méson efetivo  $\delta^*$ , na forma

$$M_B^* \equiv m_B^*M_B = \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B}\sigma_0 + g_{\sigma_B^*}\sigma_0^* + \frac{1}{2}g_{\delta_B^*}I_{3B}\delta_3^*}{M_B} \right)^{-1} M_B. \quad (6.109)$$

A altas densidades as frações  $\frac{g_{\sigma_B}\sigma_0}{M_B}$ ,  $\frac{g_{\sigma_B^*}\sigma_0^*}{M_B}$ ,  $\frac{g_{\delta_B^*}\delta_3^*}{M_B}$  obedecem as condições

$$\frac{g_{\sigma_B}\sigma_0}{M_B} \ll 1; \quad \frac{g_{\sigma_B^*}\sigma_0^*}{M_B} \ll 1; \quad \frac{g_{\delta_B^*}\delta_3^*}{M_B} \ll 1. \quad (6.110)$$

A equação (6.109) pode ser então expandida, em primeira aproximação, em uma série de Taylor:

$$M_B^* \sim M_B - 2g_\sigma\sigma_0 - 2g_{\sigma^*}\sigma_0^* - g_{\delta^*}I_{3B}\delta_3^*. \quad (6.111)$$

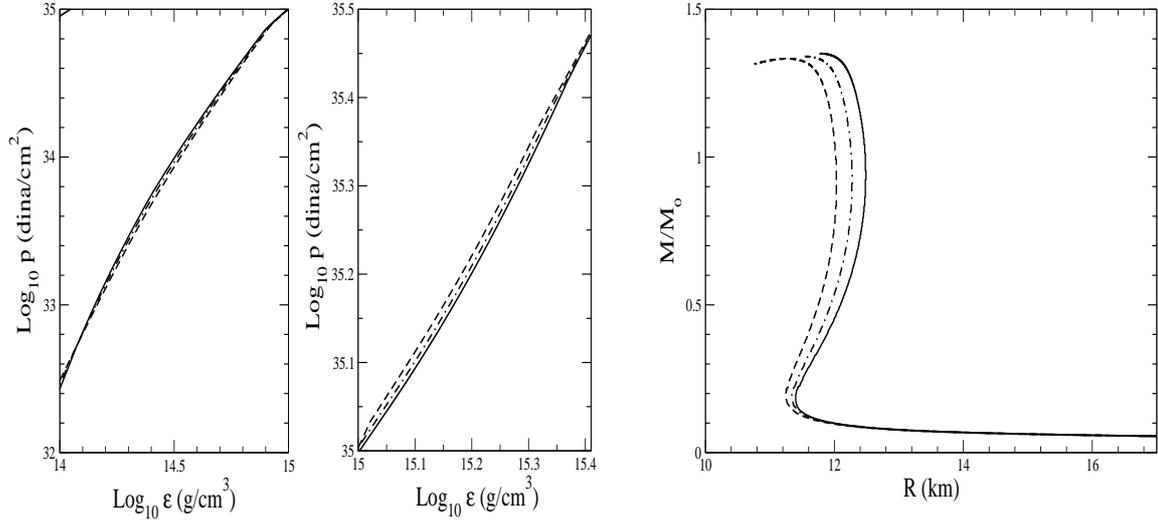


Figura 6.2: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. Os painéis à esquerda mostram o comportamento da equação de estado da matéria nuclear. O painel à direita mostra o comportamento da relação massa-raio para a família de estrelas de nêutrons correspondente à integração das equações TOV utilizando-se as equações de estado da matéria nuclear apresentadas nos painéis à esquerda. As linhas cheias representam os resultados com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta^*$ ; as ponto-tracejadas, os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  e as tracejadas, os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ .

As massas efetivas dos nêutrons e dos prótons, bem como dos híperons  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^0$  e  $\Xi^-$  podem ser escritas então, respectivamente, na forma

$$\begin{aligned}
 M_n^* &\sim M_n - 2g_\sigma\sigma_0 + g_{\delta^*}\delta_3^*; & (6.112) \\
 M_p^* &\sim M_p - 2g_\sigma\sigma_0 - g_{\delta^*}\delta_3^*; \\
 M_{\Lambda^0}^* &\sim M_{\Lambda^0} - 2g_{\sigma_\Lambda}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Lambda}^*\sigma_0^*; \\
 M_{\Sigma^+}^* &\sim M_{\Sigma^+} - 2g_{\sigma_\Sigma}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Sigma}^*\sigma_0^* - 2g_{\delta_\Sigma^*}\delta_3^*; \\
 M_{\Sigma^0}^* &\sim M_{\Sigma^0} - 2g_{\sigma_\Sigma}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Sigma}^*\sigma_0^*; \\
 M_{\Sigma^-}^* &\sim M_{\Sigma^-} - 2g_{\sigma_\Sigma}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Sigma}^*\sigma_0^* + 2g_{\delta_\Sigma^*}\delta_3^*; \\
 M_{\Xi^0}^* &\sim M_{\Xi^0} - 2g_{\sigma_\Xi}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Xi}^*\sigma_0^* - g_{\delta_\Xi^*}\delta_3^*; \\
 M_{\Xi^-}^* &\sim M_{\Xi^-} - 2g_{\sigma_\Xi}\sigma_0 - 2g_{\sigma_\Xi}^*\sigma_0^* + g_{\delta_\Xi^*}\delta_3^*.
 \end{aligned}$$

Destas equações resulta então, para o desdobramento das massas efetivas dos nêutrons, dos prótons e dos híperons  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^0$  e  $\Xi^-$ :

$$\begin{aligned}
 \Delta_{np}^* &\sim (M_n - M_p) + 2g_{\delta^*}\delta_3^*; \\
 \Delta_{\Sigma^0\Sigma^+}^* &\sim (M_{\Sigma^0} - M_{\Sigma^+}) + 2g_{\delta_\Sigma^*}\delta_3^*; \\
 \Delta_{\Sigma^0\Sigma^-}^* &\sim (M_{\Sigma^0} - M_{\Sigma^-}) - 2g_{\delta_\Sigma^*}\delta_3^*; \\
 \Delta_{\Xi^0\Xi^-}^* &\sim (M_{\Xi^0} - M_{\Xi^-}) - 2g_{\delta_\Xi^*}\delta_3^*. & (6.113)
 \end{aligned}$$

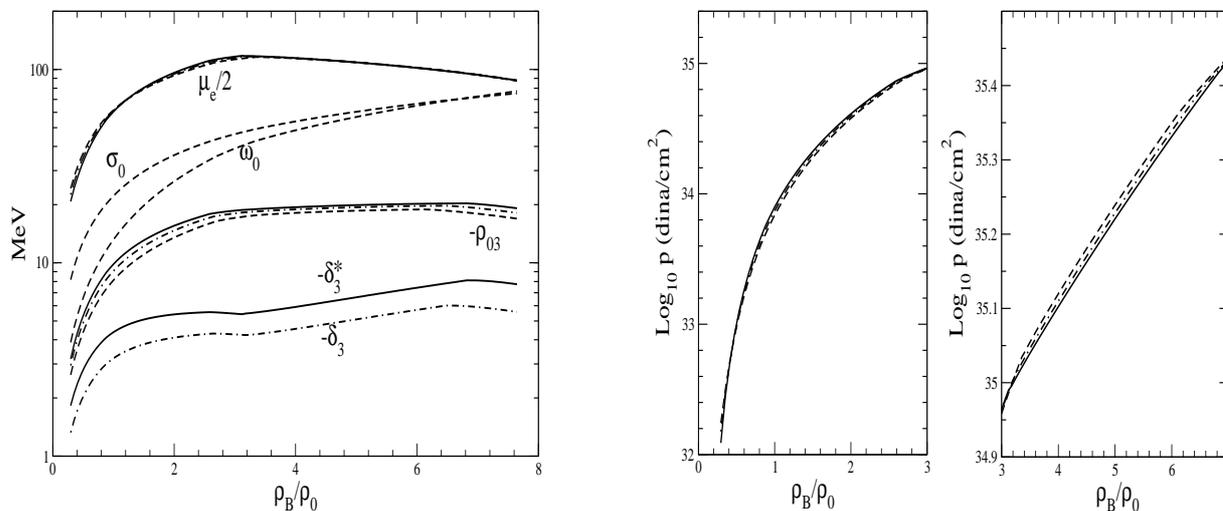


Figura 6.3: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel à esquerda apresenta o comportamento dos *condensados* dos mésons e do potencial químico dos elétrons em função da densidade bariônica. Os painéis à direita apresentam o comportamento da pressão nuclear em função da densidade bariônica. As linhas seguem a mesma representação da figura anterior.

Estes resultados indicam que a presença no formalismo dos mésons  $\zeta$  e  $\delta$ , — ou equivalentemente do méson  $\delta^*$  —, acentua o desdobramento das massas efetivas dos nêutrons, dos prótons e dos híperons  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^0$  e  $\Xi^-$ , contribuindo para o acréscimo das massas efetivas dos nêutrons e dos híperons  $\Sigma^-$  e  $\Xi^-$ , bem como para a diminuição das massas efetivas dos prótons e dos híperons  $\Sigma^+$  e  $\Xi^-$ . A inclusão no formalismo dos mésons  $\sigma$  e  $\sigma^*$ , acentua, de forma similar ao caso anterior, o desdobramento das massas efetivas dos nêutrons, dos prótons e dos híperons  $\Sigma$  e  $\Xi$ ; no que diz respeito, porém, às massas efetivas de cada uma destas partículas, estes mésons contribuem sistematicamente para sua redução.

## 6.1.2 Resultados

Os resultados indicam que a adoção do esquema  $SU(6)$  na determinação das constantes de acoplamento do sistema *suavis*a apreciavelmente a equação de estado da matéria nuclear. Este resultado pode ser explicado a partir da análise da estrutura da equação (6.100), em vista de que tal escolha de esquema de acoplamento leva a valores dos parâmetros da teoria que são expressivamente menores do que os valores correspondentes associados a outros esquemas de acoplamento. Este aspecto faz com que o limiar para o aparecimento das espécies, mesmo para aquelas mais massivas, ocorra, no caso do Modelo RV, a densidades expressivamente mais baixas do que nos casos anteriores. Conseqüentemente, a pressão de densidade correspondente é também mais baixa. E como também vimos anteriormente, uma equação de estado,  $A$ , é mais

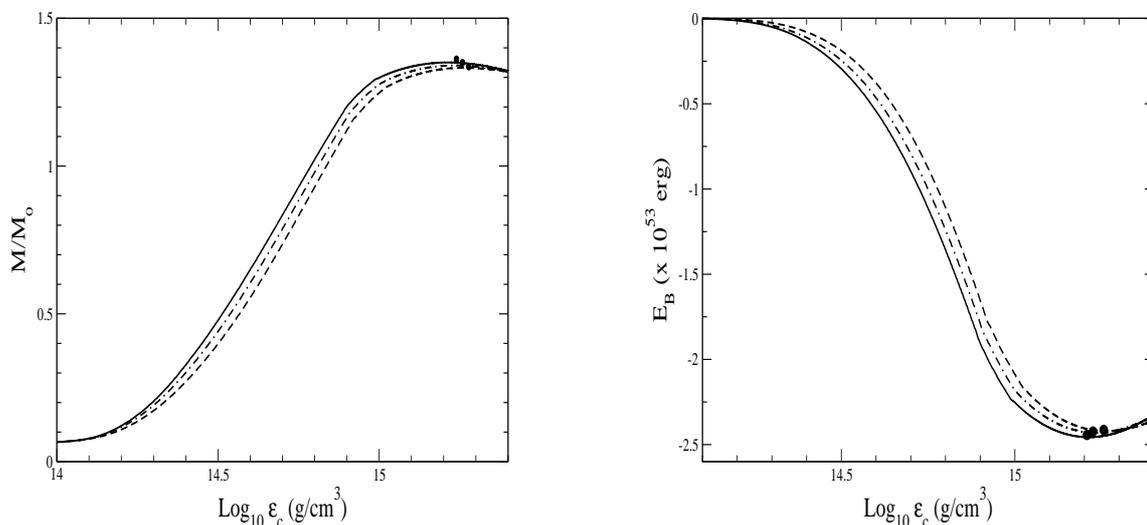


Figura 6.4: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel da esquerda mostra o comportamento da massa estelar em função da densidade de energia central da estrela,  $\epsilon_c$ . O painel da direita mostra o comportamento da energia de ligação gravitacional em função da densidade de energia central. Os pontos em destaque indicam as posições, nos gráficos, que correspondem à estrela de massa máxima da família de estrelas de nêutrons do modelo. As linhas seguem a mesma representação da figura (6.2).

rígida do que outra,  $B$ , se a pressão interna associada a  $A$ , para qualquer valor de densidade, for maior do que a pressão interna correspondente a  $B$ . Dotada de uma maior pressão interna, a estrela  $A$  pode suportar uma maior compressão gravitacional do que a estrela  $B$  e portanto a primeira deve ter uma massa maior do que a segunda, uma vez que a intensidade da força gravitacional está diretamente associada à massa estelar. Utilizando-se o jargão típico da área, dizemos que a estrela  $A$  pode *suportar* maior massa do que  $B$  e que a equação de estado da estrela  $A$  é mais *rígida* enquanto que a equação de estado da estrela  $B$  é mais *suave* (ou *menos rígida*).

As previsões teóricas referentes ao Modelo RV levam, conseqüentemente, a menores valores da massa máxima das estrelas de nêutrons no primeiro caso em comparação aos demais. Evidentemente, estes resultados estão associados aos esquemas de acoplamento escolhidos bem como à estrutura formal do modelo. Isto significa dizer que pode existir uma equação de estado mais rígida do que aquela associada ao Modelo RV, mesmo que seja adotado nos cálculos de propriedades da matéria nuclear o esquema de acoplamentos  $SU(6)$ .

Os efeitos dos mésons  $\delta$  e  $\delta^*$  ocasionam acréscimo nos valores da massa máxima e do raio das estrelas de nêutrons, como pode ser comprovado na tabela (6.5). É importante salientar a modificação no comportamento do condensado do méson  $\delta$ , devido à inclusão do méson  $\zeta$ , cujo efeito de amplificação anteriormente mencionado, quando se procede à substituição  $\delta \rightarrow \delta^*$ , torna-se expressivo.

Tabela 6.4: Resultados do Modelo RV, sem os híperons, para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . A primeira coluna indica os mésons que foram considerados na interação nuclear. As grandezas físicas, nas demais colunas são as seguintes:  $\varepsilon_c$  representa a densidade de energia central da estrela,  $M$  a massa estelar máxima,  $R$  o raio estelar,  $\rho_B$  a densidade bariônica (determinada no centro estelar),  $z$  o avermelhamento gravitacional,  $N_B$  o número bariônico total.

Mésons	$\text{Log}_{10} \varepsilon_c$ ( $g/cm^3$ )	M ( $M_\odot$ )	R (Km)	$\frac{\rho_B}{\rho_0}$	$z$	$N_B$ ( $\times 10^{58}$ )
$\sigma, \omega, \varrho$	15,501	1,67	9,81	8,31	0,42	0,23
$\sigma, \omega, \varrho, \varsigma$	15,465	1,68	10,03	7,78	0,41	0,23
$\sigma, \omega, \varrho, \delta$	15,467	1,68	10,05	7,80	0,41	0,23
$\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$	15,459	1,69	10,17	7,68	0,40	0,23

Os resultados mostram em particular que os mésons  $\sigma$  e  $\delta$  contribuem, por meio dos termos  $\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2, \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3$  para a diminuição da intensidade da pressão interna da matéria nuclear, na medida em que os termos acima descritos contribuem com sinal negativo para a referida expressão. No entanto, estes mésons contribuem também para a modificação na massa efetiva dos bárions, como visto na expressão (6.113). Além disso, a introdução paulatina de mésons ao sistema implica em alterações nos valores das constantes de acoplamento dos mésons precedentes, na medida em que as escolhas destes parâmetros implicam na reprodução, por parte do modelo, de propriedades observáveis da matéria nuclear. Estes aspectos conferem maior grau de complexidade à análise da intensificação ou não da pressão devido à presença destes mésons.

Tabela 6.5: Resultados do modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. As grandezas representadas seguem o mesmo padrão apresentado na tabela (6.4).

Mésons	$\text{Log}_{10} \varepsilon_c$ ( $g/cm^3$ )	M ( $M_\odot$ )	R (km)	$\frac{\rho_B}{\rho_0}$	$z$	$N_B$ ( $\times 10^{58}$ )
$\sigma, \omega, \varrho$	15,259	1,33	11,28	5,47	0,24	0,17
$\sigma, \omega, \varrho, \delta$	15,233	1,34	11,54	5,18	0,23	0,18
$\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$	15,210	1,35	11,77	4,93	0,23	0,18
$\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi$	15,283	1,34	11,14	5,74	0,25	0,18
$\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi, \delta$	15,254	1,35	11,42	5,40	0,24	0,18
$\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi, \delta^*$	15,227	1,36	11,66	5,11	0,24	0,18

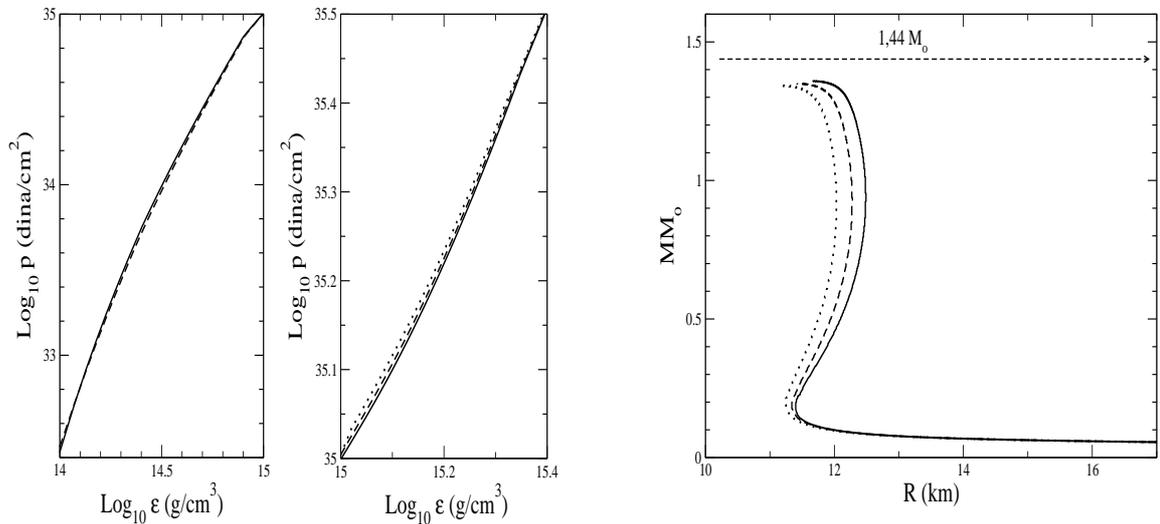


Figura 6.5: Resultados do modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. O painel da esquerda apresenta a equação de estado nuclear. O painel da direita apresenta a relação massa-raio para a família de estrelas de nêutrons. A linha horizontal representa na figura o valor da massa do pulsar Hulse-Taylor. As linhas cheias representam resultados com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta^*$ , as tracejadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta$  e as pontilhadas com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\sigma^*$  e  $\phi$ .

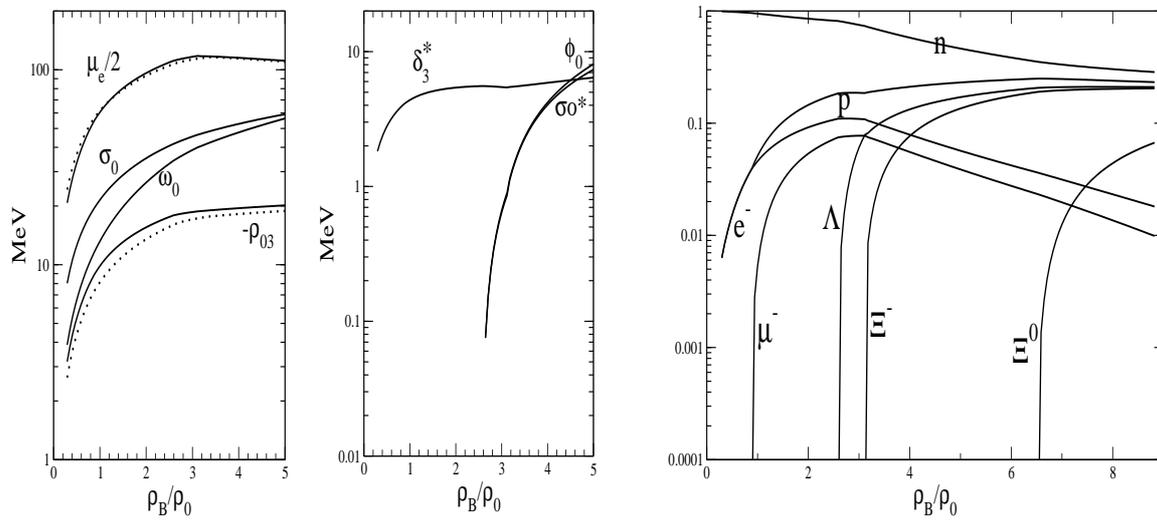


Figura 6.6: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio beta generalizado. Os painéis da esquerda apresentam o comportamento dos condensados dos mésons *estranhos*  $\sigma^*$  e  $\phi$  e do *méson efetivo*  $\delta^*$ . O painel da direita apresenta o comportamento das populações relativas das espécies em função da densidade bariônica. As representação das linhas seguem a da figura (6.5).

## Capítulo 7

# Condensação de Káons e a Equação de Estado da Matéria Nuclear

No presente capítulo estudamos os efeitos da condensação de káons na equação de estado da matéria nuclear. Com este objetivo, apresentamos o formalismo relativístico para inclusão dos káons ao Modelo RV, cuja densidade lagrangiana de interação inclui a presença do méson escalar-isovetorial  $\zeta$ , obedecendo assim aos pressupostos anteriormente estabelecidos do critério de *naturalidade*. A inclusão em particular dos káons ao formalismo possibilitará estudarmos os efeitos da presença de um condensado de káons em estrelas de nêutrons e em pulsares.

### 7.1 Káons

Nesta seção apresentamos uma breve exposição de algumas das propriedades dos káons. O bóson de spin zero conhecido como káon é também denominado de méson K, sendo que sua composição contempla a presença de um quark e de um anti-quark do tipo estranho. Káons são por esta razão denominados também *mésons estranhos*, denominação esta que caracteriza o fato, não usual, que estas partículas são produzidas em processos que envolvem a interação forte mas somente decaem por meio de processos que envolvem a interação fraca.

A denominação méson K contempla na realidade um grupo de quatro mésons,  $K^+ = u\bar{s}$ ,  $K^0 = d\bar{s}$ ,  $\bar{K}^0 = \bar{d}s$ ,  $K^- = \bar{u}s$ , diferenciados dos demais mésons do setor quark-anti-quark leve,  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ , usualmente considerados na interação nuclear, pelo fato que os káons carregam o número quântico denominado de *estranheza* associado aos quarks e anti-quarks estranhos. A massa do quark constituinte  $s$  tem o valor aproximado de  $450 \text{ MeV}/c^2$ . As massas dos quarks constituintes  $u$  e  $d$ , por sua vez, são aproximadamente iguais a  $300 \text{ MeV}/c^2$ . No decaimento de um káon, o quark  $s$  decai em um quark mais leve, processo este que somente pode ocorrer por meio da interação fraca. Káons e outras partículas estranhas podem assim ser produzidos por meio de reações que envolvem a interação forte; da mesma forma, quantidades iguais de quarks  $s$  e anti-quarks  $\bar{s}$  podem ser produzidas na matéria nuclear densa. Nestes processos ao menos duas partículas estranhas devem ser produzidas simultaneamente. O número

quântico estranheza  $S$  indica o número de quarks,  $s$ , menos o número de anti-quarks,  $\bar{s}$ , produzidos em processos que envolvem a interação forte. No caso em que estranheza é conservada nestes processos, então  $S = 0$ . Entretanto, em não havendo conservação de estranheza,  $S \neq 0$ .

Tabela 7.1: Propriedades fundamentais dos dubletos de quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$ .

	$B$	$J$	$I$	$I_3$	$S$	$Q/e$
$u$	1/3	1/2	1/2	1/2	0	2/3
$d$	1/3	1/2	1/2	-1/2	0	-1/3
$s$	1/3	1/2	0	0	-1	-1/3
$\bar{u}$	-1/3	1/2	1/2	-1/2	0	-2/3
$\bar{d}$	-1/3	1/2	1/2	1/2	0	1/3
$\bar{s}$	-1/3	1/2	0	0	1	1/3

Na matéria nuclear, ao considerarmos as densidades típicas que caracterizam sistemas nucleares ligados, káons inexitem. A densidades extremas, como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons e em pulsares, a presença de káons revela novas e importantes facetas na interação destas partículas com o meio de muitos corpos. Uma vez produzidos, os quarks estranhos que compõem os káons, apresentam uma probabilidade relativamente baixa de sofrerem aniquilação em colisões com quarks anti-estranhos, de modo que estas partículas podem existir por tempos apreciáveis no interior dos hádrons. Isto se deve ao fato de que a amplitude da seção de choque de aniquilação entre quarks e anti-quarks estranhos é relativamente pequena quando comparada com as amplitudes de outros processos competitivos envolvendo quarks [171]. As partículas constituídas por quarks estranhos interagem por sua vez, efetivamente, somente por meio da interação fraca com o meio nuclear de muitos corpos em seu entorno. Este fato confere às partículas estranhas um papel diferenciado das demais quando consideramos estrelas compactas na presença de matéria estranha. A presença destas partículas no meio de muitos corpos pode ser decisiva, como veremos, na conformação da equação de estado da matéria nuclear em condições extremas de pressão, densidade e temperatura, influenciando de maneira expressiva em características fundamentais de estrelas compactas como, por exemplo, nas propriedades de compressibilidade, na relação massa-raio e no momento de inércia de estrelas de nêutrons e de pulsares.

As propriedades básicas dos káons são as seguintes [150]:

- O káon com carga elétrica de sinal positivo,  $K^+$ , tem massa igual a  $493,667 MeV/c^2$  e tempo de vida médio de  $1,2384 \pm 0.0024 \times 10^{-8}$  segundos.
- O káon negativamente carregado,  $K^-$ , pela invariância CPT, tem massa e tempo médio de vida iguais ao do káon  $K^+$ . A diferença experimental de massa entre ambas as partículas é igual a  $0,032 \pm 0,09 MeV/c^2$ , e a diferença no tempo médio de vida de ambos é igual a  $0,11 \pm 0,09 \times 10^{-8}$  segundos.
- O  $K^0$  tem massa igual a  $497,648 \pm 0,022 MeV/c^2$  e raio quadrático médio de carga dado por  $-0,076 \pm 0,018 fm^2$ .

- Os méson  $K^0$  e sua anti-partícula, representada pelo símbolo  $\bar{K}^0$ , têm idênticos valores de massa.

## 7.2 Káons em Estrelas de Nêutrons e Pulsares

O comportamento da matéria hadrônica a densidade bariônicas muito altas tem se constituído em um fascinante tema de pesquisa há algum tempo. No início dos anos 1970, Migdal, Sawyer e Scalapino [172, 173, 174] sugeriram que a matéria nuclear poderia apresentar condensação de píons para densidades próximas do ponto de saturação da matéria nuclear. Em 1986, a possibilidade de condensação de káons na matéria nuclear, para valores de densidade expressivamente maiores do que a densidade de saturação nuclear, foi investigada pela primeira vez por Kaplan e Nelson [46]. Desde então, as distintas linhas de pesquisa que envolvem a condensação de káons e os efeitos subjacentes na conformação da equação de estado da matéria nuclear contemplam dois eixos principais: estudos que abordam a presença de káons em colisões de íons relativísticos pesados [47, 175] e em estrelas compactas [13], tema este primordial nesta tese de doutorado. Um dos aspectos que mais se sobressai nestes estudos é a possibilidade e as consequências da condensação de anti-káons  $K^-$  no núcleo de estrelas de nêutrons cujas predições tem sido baseadas em modelos que contemplam invariância quiral [176, 177, 178], usando dados de espalhamento káon-núcleon [49, 179, 180], ou dados associados à absorção de káons  $K^-$  por átomos, formando *átomos kaônicos* [181], ou ainda predições envolvendo a condensação de káons em modelos do tipo QHD [156, 182, 183, 184].

### Condensação de Káons $K^+$ na Matéria Nuclear

Estudos teóricos baseados em modelos que contemplam a invariância quiral, em modelos do tipo QHD [156, 179, 180, 183] e também em modelos do tipo Nambu-Jonas-Lasinio [185], indicam a geração de um potencial ótico repulsivo para os káons  $K^+$  no meio nuclear. Estes resultados revelam que a condensação de káon  $K^+$  em uma estrela de nêutrons não seria energeticamente possível. Eis a fundamentação básica para a não consideração, por parte dos estudos mais recentes, da possibilidade da condensação de káons do tipo  $K^+$  na matéria nuclear. Concentramo-nos portanto neste estudo à condensação de anti-káons do tipo  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  em estrelas de nêutrons e pulsares.

### Condensação de Anti-káons $K^-$ e $\bar{K}^0$ na Matéria Nuclear

Por outro lado, a interação bárion-anti-káon ( $BK^-, B\bar{K}^0$ ) gera um potencial ótico atrativo [48, 49, 50, 51, 81, 184], podendo levar a uma condensação estável destas partículas no interior de uma estrela compacta.

Uma das hipóteses mais aceitas sobre a condensação de  $K^-$  na matéria nuclear parte do pressuposto que este efeito se inicia com o processo de *decaimento*  $e^- \rightarrow K^- + \nu$ . Esta hipótese é fundamentada na suposição de que no meio nuclear a altas densidades, como aquelas encontradas em estrelas de nêutrons, pulsares e estrelas estranhas, o espaço de fase da partícula  $K^-$  sofre expressiva modificação devido a interações com mésons

cujos campos correspondem a um escalar de Lorentz, tornando energeticamente possível que o processo acima mencionado ocorra. Em suma, o méson  $K^-$ , cuja *massa nua* é representada por  $M_{K^-}$ , ao se acoplar a outros mésons de natureza escalar, representados genericamente pelo campo  $\phi_s$ , na forma

$$M_{K^-}^* = M_{K^-} - g_{K^-s}\phi_s, \quad (7.1)$$

adquire uma massa efetiva  $M_{K^-}^*$  que poderia ser menor do que sua *massa nua*  $M_{K^-}$ , tornando o processo  $e^- \rightarrow K^- + \nu$  energeticamente possível.

A formação de um condensado de mésons  $\bar{K}^0$  no estado fundamental em estrelas de nêutrons foi investigada na aproximação relativística de campo médio, onde as interações entre os bárions e anti-káons são geradas pela troca dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ . Encontrou-se que o campo do méson  $\rho$  é repulsivo para o méson  $K^-$  e é atrativo para o méson  $\bar{K}^0$ , que compõe por sua vez um isodoubleto com o méson  $K^-$  [186]. Consequentemente, a energia no meio ( $\omega_{\bar{K}^0}$ ) do  $\bar{K}^0$  é reduzida quando comparada com a do  $K^-$ , dessa forma tornando também a condensação do  $\bar{K}^0$  favorável na matéria de uma estrela de nêutrons. A densidade crítica para a condensação do méson  $\bar{K}^0$  em um estado de onda-s neutro é governada pela condição  $\omega_{\bar{K}^0} = 0$ . As densidades críticas para a condensação de  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  dependem sensivelmente da escolha da profundidade do potencial ótico do anti-káon e mais fortemente na equação de estado nuclear. A densidade limiar do condensado  $\bar{K}^0$  sempre repousa acima do limiar correspondente ao condensado de  $K^-$ .

### Limiar Para o Condensado de Anti-káons

Aplicando o formalismo de quebra de simetria quiral para colisões de íons relativísticos, Kaplan e Nelson [47] estimaram um domínio de densidades para o limiar de nascimento do condensado em  $3.8_{-0.9}^{+1.6}\rho_0$ . Seus resultados indicam que mesmo que modelos do tipo QHD se mostrem expressivamente sensíveis a escolhas de parâmetros, como por exemplo a profundidade do potencial ótico dos anti-káons,  $U_K$ , na matéria bariônica e de valores para as constantes de acoplamento káon-méson, tem se verificado que estes modelos apresentam concordância com o domínio de densidade supra citado para valores de potencial ótico dos anti-káons compreendidos entre  $-80 MeV$  a  $-140 MeV$ .

O principal efeito da condensação de  $K^-$  em uma estrela de nêutrons é o da substituição dos elétrons pelos káons na manutenção da neutralidade de carga do sistema, suavizando assim a equação de estado da matéria nuclear. Na medida em que káons são bósons, ocorre uma diminuição da pressão interna na estrela pois as componentes de pressão quantum-mecânica de degenerescência, devidas ao princípio de exclusão de Pauli, associadas originalmente aos elétrons, devido a seu caráter *fermiônico*, desaparecem gradativamente. E devido ainda à natureza bosônica dos káons, estas partículas apresentam a tendência de se condensarem, preferencialmente, no estado de mais baixa energia que corresponde ao estado com momentum angular zero, ou seja, o assim denominado estado de *onda-s*. Predominam, portanto, neste caso, interações káon-méson de *onda-s*. A pressão interna do sistema, devida aos káons, seria então nula caso não houvesse a interação destas partículas com os campos dos mésons. Esta pressão, de caráter manifestamente residual, persiste porém. A correspondente

suavização da equação de estado da matéria nuclear determina que as massas limiares das estrelas de nêutrons serão portanto reduzidas na presença do condensado de  $K^-$  [156, 177, 182, 183, 184] em comparação ao caso em estas partículas não estão presentes no sistema.

### Estrelas de Quarks e Estrelas Estranhas

As pesquisas tem apontado, por outro lado, para a fascinante possibilidade de que a condensação de káons na matéria nuclear altamente densa poderia abrir uma nova *rota de evolução dinâmica* no espaço de fase do sistema de muitos corpos, levando à formação ou de matéria estável de quarks, *up*, *down*, e *strange*, ou de matéria estranha [187, 188, 189, 190, 191]. Não consideramos neste trabalho que a matéria estranha deve ser estável à pressão zero, como proposto por Witten [79]. Porém, conjectura-se [192] que o fato do condensado de káons poder constituir um *estado energeticamente favorável estável* implicaria em que a *condição existencial* para a formação de tais estados, baseada em múltiplas interações fracas simultâneas para que se estabeleça um valor crítico de estranheza, não estaria mais presente.

Isto fortemente sugere que quando a razão de estranheza por bárion, devido à presença do condensado de káons, atinge o valor da unidade, então a matéria estranha, que se torna estável para uma dada densidade correspondente se realizará sem a necessidade de que qualquer barreira de energia seja suplantada.

Ainda no terreno das conjecturas, a condensação de anti-káons poderia ser, portanto, a *rota evolutiva* tomada pela matéria nuclear para a formação de um estado constituído por três sabores de quarks [192].

### Estrelas Protoneutrônicas, Híperons e Neutrinos Aprisionados

A condensação de anti-káons e a produção de káons em estrelas protoneutrônicas têm sido sistematicamente investigada sendo considerandas nestes estudos a presença de neutrinos aprisionados e híperons [81, 177, 193, 194, 195]. Os resultados indicam que a presença de neutrinos aprisionados altera expressivamente o limiar de densidade crítica para a produção de káons e para a formação de condensado de anti-káons. Em particular estes estudos sugerem que a presença dos neutrinos poderia sustar a formação de um condensado de anti-káons. A equação de estado da matéria nuclear contendo káons, anti-káons e neutrinos é mais rígida, de acordo com estes resultados, em comparação ao caso em que neutrinos aprisionados não são considerados. Como resultado, as correspondentes massas estelares são mais expressivas no primeiro caso em comparação ao segundo caso.

Também de acordo com estes resultados, a presença dos híperons inibe a formação do condensado de anti-káons. Os híperons *suavisam* a equação de estado da matéria nuclear tornando as correspondentes massas estelares menores do que no caso em que estas partículas inexistem [186].

### Condensação de Anti-káons de Primeira e Segunda Ordem

Na maioria dos estudos realizados encontrou-se que a transição para a fase na qual os anti-káons condensam seria de segunda ordem para valores de potencial ótico dos káons

da ordem de  $-100\text{MeV}$  [194]. Apenas para valores de  $U_K$  acima de  $100\text{MeV}$  a transição de fase tornar-se-ia de primeira ordem [194]. Porém, mesmo quando a transição de fase é de primeira ordem, não será sempre possível satisfazer, simultaneamente, o critério de Gibbs para os equilíbrios mecânico, químico e térmico, tal que a construção de Maxwell, que satisfaz apenas equilíbrio térmico e mecânico, foi algumas vezes empregada para determinar a relação entre a pressão e a densidade na matéria nuclear [194].

Glendenning e Shaffner-Bielich [184] modificaram a densidade lagrangiana de um modelo efetivo do tipo Boguta-Bodmer de tal forma que a aplicação do critério de Gibbs para equilíbrio mecânico, térmico e químico para uma transição de fase de primeira ordem seja sempre possível. A fase mista do sistema, que corresponderia a uma fase de coexistência entre as fases *normal* e aquela que contém condensado de káons, produz uma diferença qualitativa para a estrutura da estrela de nêutrons, uma vez que a equação de estado é suavizada em uma ampla região de densidade, mais extensa do que no caso em que não há fase mista. Como vimos, isto tem implicações na relação massa-raio, na massa máxima, nos efeitos de superfluidez, nas propriedades de transporte, dentre outras propriedades da estrela de nêutrons. A região da fase mista, ocupando uma grande fração da estrela, é permeada por *gotas microscópicas* (não necessariamente esféricas) imersas na fase hadrônica. As cargas elétricas das gotas, por sua vez, têm sinal oposto ao da fase hadrônica [50].

### 7.3 Formulação Lagrangiana

A interação entre káons e anti-káons com os bárions é tratada de forma similar ao formalismo RV que descreve a interação entre os bárions e os mésons convencionais. Neste contexto introduzimos a formulação lagrangiana

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} &= \left( 1 - \frac{ig_{\sigma K}\sigma + ig_{\delta K}\boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2}g_{\varsigma B}\boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\varsigma}}{M_K} \right) \Gamma_{K\mu}^* \bar{\psi}_K \\ &\times \left( 1 + \frac{ig_{\sigma K}\sigma + ig_{\delta K}\boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2}g_{\varsigma B}\boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\varsigma}}{M_K} \right) \Gamma_K^\mu \psi_K - \bar{\psi}_K M_K^2 \psi_K, \end{aligned} \quad (7.2)$$

onde o índice  $K$  representa as diferentes espécies de káons e anti-káons; o dubleto de isospin dos káons é representado por  $K = (K^+, K^0)$  e o dubleto de anti-káons por  $\bar{K} = (K^-, \bar{K}^0)$ . Os operadores  $\boldsymbol{\tau}_K$  representam as matrizes de isospin de Pauli para káons e anti-káons. Nesta expressão, o escalar de Lorentz  $\Gamma$  contempla os seguintes termos

$$\Gamma_K^\mu = \partial^\mu + ig_{\omega K}\omega^\mu + ig_{\rho K}\boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu / 2. \quad (7.3)$$

Seguindo os mesmos princípios formais aplicados no capítulo anterior, a densidade

lagrangiana relativística completa do modelo fica, portanto:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \sum_B \Lambda_B (\bar{\psi}_B i\gamma_\mu \partial^\mu \psi_B - g_{\phi_B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \phi^\mu - \frac{g_{\rho_B}}{2} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \psi_B - g_{\omega_B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B \omega^\mu - \bar{\psi}_B M_B \psi_B) \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2}) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\varsigma} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} - m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma}^2) \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\delta} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\delta} - m_\delta^2 \boldsymbol{\delta}^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \phi_{\mu\nu} \phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu \\
 & - \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + \sum_K (\Lambda_K^* \Gamma_{K\mu}^* \bar{\psi}_K \Lambda_K \Gamma_K^\mu \psi_K - \bar{\psi} M_K^2 \psi_K) \\
 & + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \tag{7.4}
 \end{aligned}$$

onde os índices  $B$  e  $l$ , da mesma forma que no caso anterior, representam as diferentes espécies bariônicas e leptônicas (elétrons e múons livres).

Na expressão acima, definimos:

$$\Lambda_B = \left[ \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau}_B \cdot \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau}_B \cdot \boldsymbol{\varsigma}}{M_B} \right) \right], \tag{7.5}$$

e

$$\Lambda_K = \left[ \left( 1 + \frac{g_{\sigma_K} \sigma + \frac{1}{2} g_{\delta_K} \boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\varsigma}}{M_K} \right) \right]. \tag{7.6}$$

De maneira similar ao caso dos bárions no capítulo anterior, onde introduzimos uma mudança de escala nos campos dos bárions

$$\psi_B \rightarrow \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau}_B \cdot \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau}_B \cdot \boldsymbol{\varsigma}}{M_B} \right)^{-1/2} \psi_B, \tag{7.7}$$

introduzimos agora uma mudança de escala nos campos dos káons, na forma

$$\psi_K \rightarrow \left( 1 + \frac{g_{\sigma_K} \sigma + \frac{1}{2} g_{\delta_K} \boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\varsigma}}{M_K} \right)^{-1/2} \psi_K. \tag{7.8}$$

Usando a aproximação de campo médio, a densidade lagrangiana completa do modelo pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \frac{1}{2} m_\varsigma^2 \varsigma_3^2 + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 \\
 & + \sum_B \left[ \bar{\psi}_B (i\gamma_\mu \partial^\mu - g_{\omega_B} \gamma^0 \omega_0 - \frac{1}{2} g_{\rho_B} \gamma^0 \tau_3 \rho_{03} - M_B^*) \psi_B \right] \\
 & + \sum_K \left[ \partial_\mu \bar{\psi}_K \partial^\mu \psi_K + (g_{\omega_K}^2 \omega_0^2 + g_{\rho_K}^2 \rho_{03}^2 - M_K^{*2}) \bar{\psi}_K \psi_K \right] \tag{7.9}
 \end{aligned}$$

$$+ \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \tag{7.10}$$

onde as massas efetivas dos káons e anti-káons podem ser escritas na forma

$$M_K^* = M_K \left( 1 + \frac{g_{\sigma_K} \sigma + \frac{1}{2} g_{\delta_K} \boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\delta} + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\varsigma}}{M_K} \right)^{-1}. \tag{7.11}$$

Em primeira ordem, esta expressão pode ser escrita como

$$M_K^* = M_K - g_{\sigma K} \sigma_0 - I_{3K} g_{\delta K} \delta_3 - I_{3K} g_{\varsigma K} \varsigma_3 . \quad (7.12)$$

Desta expressão resulta, então, para as massas dos dubletos de káons ( $K^+$ ,  $K^0$ ):

$$M_{K^+}^* = M_{K^+} - g_{\sigma K} \sigma_0 - \frac{1}{2} g_{\delta K} \delta_3 - \frac{1}{2} g_{\varsigma K} \varsigma_3 ; \quad (7.13)$$

$$M_{K^0}^* = M_{K^0} - g_{\sigma K} \sigma_0 + \frac{1}{2} g_{\delta K} \delta_3 + \frac{1}{2} g_{\varsigma K} \varsigma_3 ; \quad (7.14)$$

e para as massas dos dubletos de anti-káons ( $K^-$ ,  $\bar{K}^0$ ) resulta:

$$M_{K^-}^* = M_{K^-} - g_{\sigma K} \sigma_0 + \frac{1}{2} g_{\delta K} \delta_3 + \frac{1}{2} g_{\varsigma K} \varsigma_3 ; \quad (7.15)$$

$$M_{\bar{K}^0}^* = M_{\bar{K}^0} - g_{\sigma K} \sigma_0 - \frac{1}{2} g_{\delta K} \delta_3 - \frac{1}{2} g_{\varsigma K} \varsigma_3 . \quad (7.16)$$

Os correspondentes desdobramentos em isospin das massas dos dubletos de káons e anti-káons são:

$$\Delta_{K^0 K^+} = M_{K^0}^* - M_{K^+}^* = (M_{K^0} - M_{K^+}) + g_{\delta K} \delta_3 + g_{\varsigma K} \varsigma_3 ; \quad (7.17)$$

$$\Delta_{K^- \bar{K}^0} = M_{K^-}^* - M_{\bar{K}^0}^* = (M_{K^-} - M_{\bar{K}^0}) + g_{\delta K} \delta_3 + g_{\varsigma K} \varsigma_3 . \quad (7.18)$$

Estes resultados indicam que a presença dos mésons  $\varsigma_3$  e  $\delta_3$  no formalismo acentua o desdobramento das massas dos káons e dos anti-káons, contribuindo para o acréscimo da massa efetiva dos káons neutros e anti-káons negativos e para a diminuição da massa efetiva dos káons positivos e anti-káons neutros.

As energias no meio nuclear de muitos corpos dos dubletos de anti-káons são dadas por

$$\varepsilon_{K^-} = \sqrt{\vec{p}^2 + M_{K^-}^{*2}} - g_{\omega K} \omega_0 - \frac{1}{2} g_{\varrho K} \varrho_{03} ; \quad (7.19)$$

$$\varepsilon_{\bar{K}^0} = \sqrt{\vec{p}^2 + M_{\bar{K}^0}^{*2}} - g_{\omega K} \omega_0 + \frac{1}{2} g_{\varrho K} \varrho_{03} . \quad (7.20)$$

As equações dos mésons na presença dos condensados de anti-káons são dadas por

$$m_{\varsigma}^2 \varsigma_3 = \sum_B g_{\varsigma B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB} + \sum_{\bar{K}} g_{\varsigma \bar{K}} m_{\bar{K}}^{*2} I_{3\bar{K}} \rho_{s\bar{K}} ; \quad (7.21)$$

$$m_{\sigma}^2 \sigma_0 = \sum_B g_{\sigma B} m_B^{*2} \rho_{sB} + \sum_{\bar{K}} g_{\sigma \bar{K}} m_{\bar{K}}^{*2} \rho_{s\bar{K}} ; \quad (7.22)$$

$$m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^* = \sum_B g_{\sigma^* B} m_B^{*2} \rho_{sB} + \sum_{\bar{K}} g_{\sigma^* \bar{K}} m_{\bar{K}}^{*2} \rho_{s\bar{K}} ; \quad (7.23)$$

$$m_{\omega}^2 \omega_0 = \sum_B g_{\omega B} \rho_B - \sum_{\bar{K}} g_{\omega \bar{K}} \rho_{\bar{K}} ; \quad (7.24)$$

$$m_\delta^2 \delta_3 = \sum_B g_{\delta B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB} + \sum_{\bar{K}} g_{\delta \bar{K}} m_{\bar{K}}^{*2} I_{3\bar{K}} \rho_{s\bar{K}} ; \quad (7.25)$$

$$m_\phi^2 \phi_0 = \sum_B g_{\phi B} \rho_B + \sum_{\bar{K}} g_{\phi \bar{K}} \rho_{\bar{K}} ; \quad (7.26)$$

$$m_\rho^2 \rho_{03} = \sum_B g_{\rho B} I_{3B} \rho_B + \sum_{\bar{K}} g_{\rho \bar{K}} I_{3\bar{K}} \rho_{\bar{K}} . \quad (7.27)$$

onde

$$m_B^* \equiv \left( 1 + \frac{g_{\sigma B} \sigma + g_{\sigma^* B} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\varsigma B} \boldsymbol{\tau}_B \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta B} \boldsymbol{\tau}_B \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_B} \right)^{-1} , \quad (7.28)$$

e

$$m_K^* \equiv \left( 1 + \frac{g_{\sigma K} \sigma + g_{\sigma^* K} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\varsigma K} \boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta K} \boldsymbol{\tau}_K \cdot \boldsymbol{\delta}}{M_K} \right)^{-1} . \quad (7.29)$$

Nas equações (7.21) - (7.27), as densidades  $\rho_{sB}$  e  $\rho_B$  são dadas por

$$\rho_{sB} = \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{FB}} \frac{M_B^*}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} k^2 dk ; \quad (7.30)$$

$$\rho_B = \frac{2J_B + 1}{6\pi^2} k_{FB}^3 , \quad (7.31)$$

onde  $J_B$  representa o número quântico de spin dos bárions.

Consideramos neste formalismo, como vimos anteriormente, que os anti-káons ocupam o estado de mais baixa energia, o que corresponde ao caso, como vimos anteriormente, em que os seus momenta lineares são iguais a zero (estado  $s$  de condensação).

### 7.3.1 Equação de Estado

A densidade de energia total do sistema  $\varepsilon = \varepsilon_B + \varepsilon_l + \varepsilon_{\bar{K}}$ , contém contribuições dos bárions, dos léptons e anti-káons. A contribuição correspondente aos anti-káons é [195]

$$\varepsilon_{\bar{K}} = M_K^* (\rho_{K^-} + \rho_{\bar{K}^0}) . \quad (7.32)$$

Conseqüentemente, a equação de estado do sistema tem a forma

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^{*2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \frac{1}{2} m_\varsigma^2 \varsigma_3^2 + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}} k^2 dk \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}} k^2 dk \sqrt{k^2 + m_l^2} \\ &+ M_K^* (\rho_{K^-} + \rho_{\bar{K}^0}) ; \end{aligned} \quad (7.33)$$

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - \frac{1}{2} m_{\sigma^*}^2 \sigma_0^{*2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 - \frac{1}{2} m_\varsigma^2 \varsigma_3^2 - \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 \\ &+ \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} + \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + m_l^2}} . \end{aligned} \quad (7.34)$$

A presença dos anti-káons em um estado de onda- $s$  de um condensado de Bose-Einstein não contribui diretamente para a pressão interna do sistema, mas contribui, de maneira indireta, por meio dos campos dos mésons, gerando assim uma componente residual de pressão.

## 7.4 Fase Híperon-Káon

Estudos recentes [196, 197, 198, 199] indicam que uma fração substancial da matéria de estrelas de nêutrons consiste de híperons. A existência de estados fortemente ligados de híperons pode originar uma transição de fase de primeira ordem da matéria nuclear com núcleons para matéria nuclear com núcleons e híperons, o que pode produzir modificações expressivas da relação massa-raio de uma estrela de nêutrons. Medições da massa e do raio de uma estrela de nêutrons, portanto, podem estabelecer vínculos importantes na configuração da equação de estado da matéria nuclear.

A presença de híperons na estrela, é portanto uma idéia coerente, pois as estrelas de nêutrons representam um cenário energeticamente favorável à presença destas partículas, devido ao efeito combinado do princípio de exclusão de Pauli e da ação da força nuclear fraca, que permite a conversão de alguns núcleons do meio em híperons [13]. Por outro lado, desconsiderar a presença de híperons pode conduzir a alguns problemas como: a) estimativas mais pobres sobre o resfriamento de estrelas de nêutrons, uma vez que as temperaturas de superfície de estrela de nêutrons podem ser mensuradas; b) estimativas mais pobres sobre a condutividade elétrica, que não pode ser diretamente medida, embora resistências ôhmicas influenciam o decaimento ou persistência do campo magnético dos pulsares e também a localização de sua fonte na estrela; c) superestimativas da massa máxima possível da estrela de nêutrons, que tem vínculo com o acoplamento entre híperons e mésons. Como discutido no capítulo anterior, há ainda muita divergência sobre a magnitude de acoplamento entre os híperons e os mésons e, portanto, há incertezas do efeito preciso dos híperons na massa máxima estelar. Desta forma, os possíveis impactos de uma interação atrativa de intensidade expressiva entre os híperons na matéria nuclear e, em especial, na conformação de propriedades globais de estrelas de nêutrons, necessitam ser investigados.

Contudo, mesmo reconhecendo que estudos que objetivem uma descrição mais completa das propriedades globais de uma estrela de nêutrons necessitam levar em conta a presença dos híperons, isto não será feito na maior parte do presente trabalho. Faz-se isto na medida em que estudos recentes sobre propriedades de estrelas de nêutrons indicam que os graus de liberdade de káons e de híperons apresentam-se como competitivos na suavização da equação de estado nuclear. Neste contexto, o objetivo principal nesta tese é o de investigar os efeitos de um condensado puro de anti-káons na equação de estado da matéria nuclear com núcleons, elétrons e múons.

Argumenta-se também que há fortes evidências nos estudos que incorporaram híperons e condensados de  $K^-$  à matéria em estrelas de nêutrons que a presença dos híperons desloca o limiar de nascimento dos anti-káons para valores de densidade bariônica muito alta [156, 183], acima do que se supõe existir em uma estrela de nêutrons [13, 200], especialmente se o híperon  $\Sigma^-$  aparecer primeiro que o  $K^-$ . Isso acontece porque os híperons com carga negativa assumem o papel dos elétrons para neutralização

global de carga elétrica na matéria nuclear. Conseqüentemente, o valor do potencial químico do elétron é reduzido, deslocando o limiar de surgimento dos anti-káons  $K^-$  para valores mais altos em densidade bariônica.

Porém, ressalta-se que os acoplamentos do híperon  $\Sigma^-$  não são bem determinados como os acoplamento do híperon  $\Lambda$ , e mesmo no caso deste, os dados ainda são restritos às densidades nuclear e subnuclear, onde pequenas variações nas constantes de acoplamento podem conduzir a uma situação onde a densidade limiar para o aparecimento do híperon  $\Sigma^-$  é maior do que para os anti-káons. Esta incerteza permanece não resolvida [194]. Ainda assim, realizamos uma investigação nesta tese, que corrobora estas observações e a descreveremos a seguir.

O deslocamento do limiar dos  $K^-$  para altas densidades é uma questão evidenciada na figura (7.1), obtido através do Modelo RV, utilizando acoplamentos do tipo SU(6) para os híperons. Os resultados mostram as populações de híperons deslocando o limiar do  $K^-$  para uma valor superior a  $8\rho_0$ .

Um modelamento completo das propriedades da estrela de nêutrons incluindo híperons, condensado de anti-káons e transição hadron-quark é um projeto de extensão do presente trabalho.

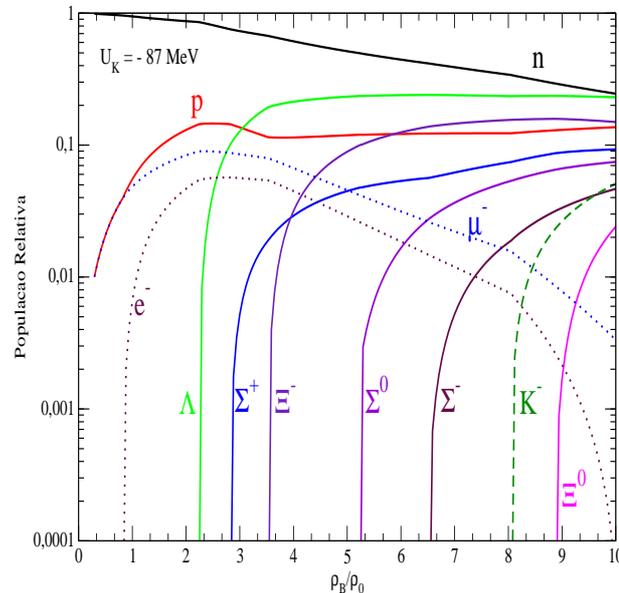


Figura 7.1: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com a presença do octeto bariônico e do condensado de anti-káons negativos. Os dados da figura corroboram os resultados esperados por vários autores, ou seja, que a presença dos híperons desloca o limiar de densidade para o aparecimento de anti-káons para valores muito altos de densidade bariônica, muito possivelmente acima das densidades máximas esperadas nas estrelas de nêutrons.

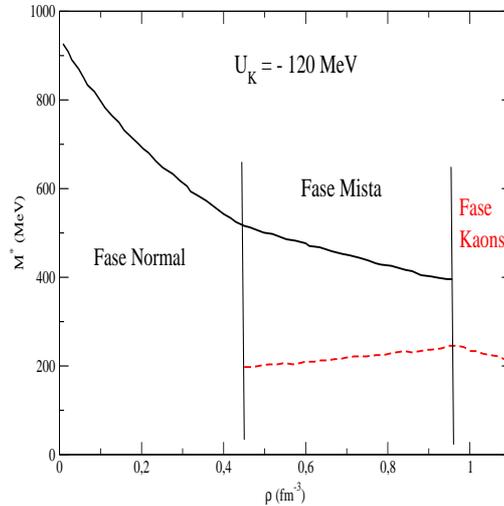


Figura 7.2: Resultados do Modelo BB [184] para a massa efetiva do nêutron para matéria nuclear em equilíbrio beta, destacando a presença da fase mista, em que a massa efetiva assume dois valores devido à presença do condensado de anti-káons atuar apenas sobre os núcleons dentro das "gotas" que delimitam a presença do condensado de anti-káons na matéria nuclear. Para densidades acima da fase mista a massa efetiva de todos os núcleons é afetada pelo condensado de  $K^-$ .

## 7.5 Matéria Nuclear em Equilíbrio $\beta$ com Anti-káons

Investigamos a seguir as propriedades da matéria nuclear das estrelas de nêutrons, considerando a matéria nuclear em uma fase inicial constituída de nêutrons, prótons, elétrons e múons em equilíbrio químico e neutralidade de carga elétrica. Esta fase, a qual chamaremos *fase hadrônica*, é então seguida por uma transição de fase em primeira ordem, para uma fase com neutralidade de carga, constituída de nêutrons, prótons, elétrons e múons e anti-káons negativos e anti-káons neutros, a qual chamaremos *fase pura do condensado de anti-káons*. A passagem de uma fase para outra ocorre em uma transição de fase de primeira ordem, seguindo os critérios de Gibbs, que pode ou não apresentar uma *fase mista*, onde a fase hadrônica e a fase pura de anti-káons coexistem. Nas duas fases, os hádrons interagem entre si e com os anti-káons através da troca dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\zeta$ . Este cenário caracteriza um dos tipos de composição da matéria nuclear mais aceitos para a estrutura interna de estrelas de nêutrons [13, 76].

O cálculo da correspondente equação de estado nuclear envolve a determinação para cada valor de densidade bariônica  $\rho_B$ , dos momenta de Fermi  $k_{F_n}$ ,  $k_{F_p}$ ,  $k_{F_e}$ ,  $k_{F_\mu}$  das partículas nas fases hadrônica e do condensados de anti-káons, da densidade escalar de anti-káons  $\rho_K$ , e dos condensados  $\sigma_0$ ,  $\zeta_3$  e  $\delta_3$ , também nas duas fases supracitadas. Este conjunto de incógnitas e de equações independentes é sintetizado a seguir.

Apresentamos também algumas previsões do trabalho de Glendenning e Schaffner-Bielich, que utilizaram o modelo não-linear de Boguta e Bodmer (BB) para a inclusão

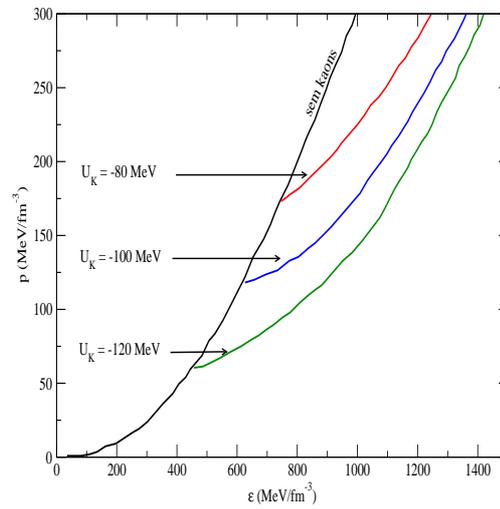


Figura 7.3: Resultados do Modelo BB [184] para a equação de estado da matéria nuclear com  $K^-$  em equilíbrio beta, variando com a profundidade do potencial óptico.

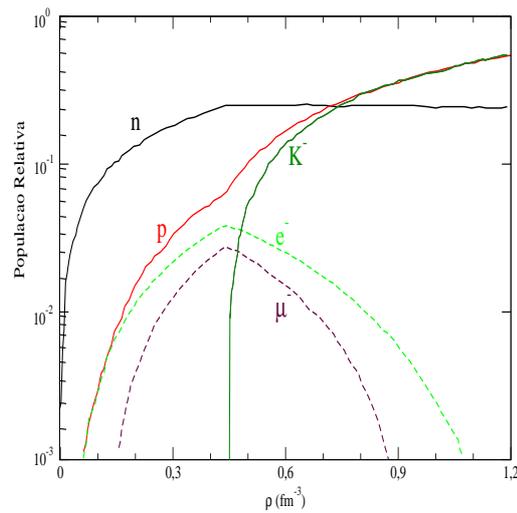


Figura 7.4: Resultados do Modelo BB [184] para a população das espécies de partículas da estrela de nêutrons, com destaque para o limiar do surgimento dos anti-káons  $K^-$  em  $\sim 3\rho_0$ , em função da densidade bariônica para matéria em equilíbrio beta.

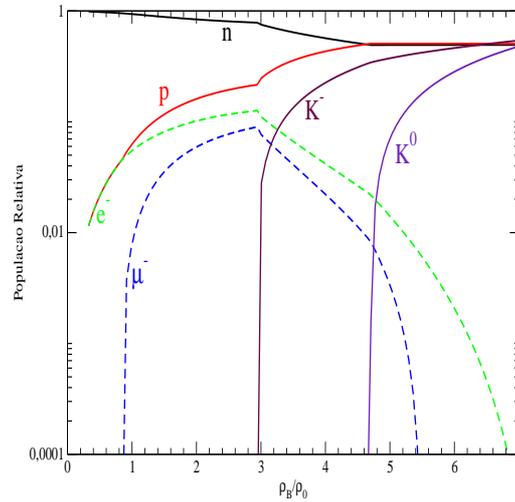


Figura 7.5: Resultados do Modelo BB para a população de partículas em função da densidade bariônica. Ao contrário do trabalho de Glendenning e Schaffner-Bielich [184], aqui incluímos o antikáon neutro,  $\bar{K}^0$ .

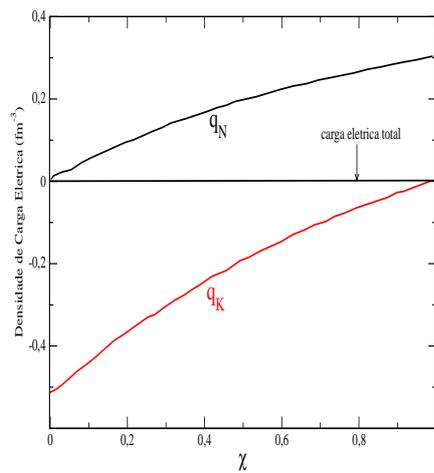


Figura 7.6: Resultado do Modelo BB [184] para a distribuição de carga elétrica dentro da fase mista de uma estrela de nêutrons com um condensado de anti-káons para matéria nuclear em equilíbrio beta, em função da fração de volume  $\chi$ .

do condensado de antikáons na matéria nuclear de uma estrela de nêutrons [184] (ver figuras (7.2), (7.3), (7.4) e (7.6)) para fins de comparação com nossos resultados usando o Modelo RV.

### Fase H e Fase K

Utilizaremos, a partir de agora, índices H e K para representar, de forma simplificada, a diferença entre as partículas nas fases hadrônica e do condensados de anti-káons respectivamente. Na transição de fase, devido principalmente à condição global de conservação de carga, e não à local, a fase do condensado de anti-káons surge em pequenas regiões eletricamente carregadas com carga negativa, formando gotas em diversas formas, *bolhas*, *cápsulas*, *tubos*, etc, obedecendo aos critérios termodinâmicos de Gibbs, como se verá mais adiante. Com isso se enfatiza que embora existam partículas de mesma espécie nas duas fases, elas não necessariamente tem idênticas propriedades, como o momentum de Fermi. Ou seja, salvo a igualdade de potencial químico entre os nêutrons dentro das gotas e os nêutrons fora das mesmas, e os elétrons dentro das gotas e os elétrons fora delas, exigidas pela conservação de número bariônico e de carga elétrica, as demais partículas que compõem a matéria nuclear em estudo não apresentam vínculo direto, como a igualdade de seus potenciais químicos, por exemplo.

As equações que relacionam as fontes e as correspondentes amplitudes dos condensados dos campos mesônicos, apresentadas no capítulo anterior, se reduzem, na fase H, a:

$$\begin{aligned}
 m_\zeta^2 \zeta_3^H &= \sum_B g_{\zeta n} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB}^H; \\
 m_\sigma^2 \sigma_0^H &= \sum_B g_{\sigma B} m_B^{*2} \rho_{sB}^H; \\
 m_\omega^2 \omega_0^H &= \sum_B g_{\omega B} \rho_B^H; \\
 m_\delta^2 \delta_3^H &= \sum_B g_{\delta B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB}^H; \\
 m_\rho^2 \rho_{03}^H &= \sum_B g_{\rho B} I_{3B} \rho_B^H; \tag{7.35}
 \end{aligned}$$

e na fase K estas equações se reduzem a:

$$\begin{aligned}
 m_\zeta^2 \zeta_3^K &= \sum_B g_{\zeta B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB}^K + \sum_{\bar{K}} g_{\zeta \bar{K}} m_{\bar{K}}^{*2} I_{3\bar{K}} \rho_{s\bar{K}}; \\
 m_\sigma^2 \sigma_0^K &= \sum_B g_{\sigma B} m_B^{*2} \rho_{sB}^K + \sum_{\bar{K}} g_{\sigma \bar{K}} m_{\bar{K}}^{*2} \rho_{s\bar{K}}; \\
 m_\omega^2 \omega_0^K &= \sum_B g_{\omega B} \rho_B^K - \sum_{\bar{K}} g_{\omega \bar{K}} \rho_{\bar{K}}; \\
 m_\delta^2 \delta_3^K &= \sum_B g_{\delta B} m_B^{*2} I_{3B} \rho_{sB}^K + \sum_{\bar{K}} g_{\delta \bar{K}} m_{\bar{K}}^{*2} I_{3\bar{K}} \rho_{s\bar{K}};
 \end{aligned}$$

$$m_{\varrho}^2 \varrho_{03}^K = \sum_B g_{\varrho B} I_{3B} \rho_B^K + \sum_{\bar{K}} g_{\varrho \bar{K}} I_{3\bar{K}} \rho_{\bar{K}}, \quad (7.36)$$

onde

$$m_B^* = \left( 1 + \frac{g_{\sigma B} \sigma_0 + g_{\varsigma B} \varsigma_3 + g_{\delta B} \delta_3}{M_B} \right)^{-1}, \quad (7.37)$$

e

$$m_K^* = \left( 1 + \frac{g_{\sigma K} \sigma_0 + g_{\varsigma K} \varsigma_3 + g_{\delta K} \delta_3}{M_K} \right)^{-1}. \quad (7.38)$$

As equações (7.35) e (7.39), tanto para a fase H quanto para a fase K, representam as condições termodinâmicas [13] de minimização da energia total:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \sigma_0} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) &= 0; & \frac{\partial}{\partial \omega_0} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) &= 0; & \frac{\partial}{\partial \varsigma_3} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial \varrho_{03}} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) &= 0; & \frac{\partial}{\partial \delta_3} \left( \frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (7.39)$$

Este resultado demonstra, mais uma vez, a consistência termodinâmica do modelo empregado. A equação que descreve a densidade bariônica total,  $\rho_B$ , é dada na fase H por

$$\rho_p^H + \rho_n^H - \rho_B^H = 0. \quad (7.40)$$

e na fase K por

$$\rho_p^K + \rho_n^K - \rho_B^K = 0. \quad (7.41)$$

A condição de neutralidade de carga elétrica é caracterizada na fase H pela forma:

$$\rho_p^H - \rho_e^H - \rho_{\mu}^H = 0, \quad (7.42)$$

e na fase K por

$$\rho_p^K - \rho_e^K - \rho_{\mu}^K - \rho_{K^-} = 0. \quad (7.43)$$

Finalmente, a condição de equilíbrio- $\beta$  (equilíbrio químico, que representa a conservação de cargas bariônicas e elétricas) é dada, para a fase H, pelas equações:

$$\mu_p^H - \mu_n^H + \mu_e^H = 0; \quad \mu_e^H - \mu_{\mu}^H = 0, \quad (7.44)$$

e para a fase K pelas equações:

$$\begin{aligned} \mu_p^K - \mu_n^K + \mu_e^K &= 0; & \mu_e^K - \mu_{\mu}^K &= 0; \\ \mu_{K^-} - \mu_e^K &= 0; & \mu_{K^0} &= 0. \end{aligned} \quad (7.45)$$

E no caso de ocorrer na transição uma fase mista, ou seja, um cenário em que as fases H e K coexistem para os mesmos valores de densidade bariônica, então é necessária obediência ao vínculo:

$$\mu_n^H - \mu_n^K = 0; \quad \mu_e^H - \mu_e^K = 0, \quad (7.46)$$

para, como citado anteriormente, garantir a conservação da carga bariônica e da carga elétrica no sistema que envolve simultaneamente as fases H e K.

As expressões (7.35),(7.39)-(7.46) formam um sistema de equações não-lineares acopladas, cuja solução somente pode ser obtida por métodos numéricos. Utilizamos, para sua resolução, o método numérico de Newton-Raphson [201].

### 7.5.1 Massa Efetiva

As massas efetivas dos núcleons e dos anti-káons, tanto na fase H quanto na fase K, podem ser escritas, como vimos, na forma

$$M_B^* = M_B m_B^* = M_B \left( 1 + \frac{g_{\sigma B} \sigma_0 + g_{\zeta B} \zeta_3 + g_{\delta B} \delta_3}{M_B} \right)^{-1}, \quad (7.47)$$

e

$$M_K^* = M_K m_K^* = M_K \left( 1 + \frac{g_{\sigma K} \sigma_0 + g_{\zeta K} \zeta_3 + g_{\delta K} \delta_3}{M_K} \right)^{-1}. \quad (7.48)$$

### 7.5.2 Equação de Estado das Fases H e K

As expressões para a densidade de energia e para a densidade de pressão utilizadas neste trabalho têm para a fase hadrônica a forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon^H &= \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{H2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^{H2} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^{H2} + \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^{H2} + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^{H2} \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}^H} k^2 dk \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}^H} k^2 dk \sqrt{k^2 + m_l^2}; \end{aligned} \quad (7.49)$$

$$\begin{aligned} p^H &= -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{H2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^{H2} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^{H2} - \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^{H2} - \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^{H2} \\ &+ \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}^H} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} + \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}^H} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + m_l^2}}. \end{aligned} \quad (7.50)$$

Para a fase do condensado de anti-káons as expressões para a densidade de energia e pressão do sistema podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon^K &= \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{K2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^{K2} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^{K2} + \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^{K2} + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^{K2} \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}^K} k^2 dk \sqrt{k^2 + M_B^{*2}} + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}^K} k^2 dk \sqrt{k^2 + m_l^2} \\ &+ M_K^* (\rho_{K^-} + \rho_{\bar{K}^0}); \end{aligned} \quad (7.51)$$

$$\begin{aligned} p^K &= -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{K2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^{K2} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^{K2} - \frac{1}{2} m_\zeta^2 \zeta_3^{K2} - \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^{K2} \\ &+ \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_{F,B}^K} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} + \frac{1}{3} \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int_0^{k_{F,l}^K} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + m_l^2}}. \end{aligned} \quad (7.52)$$

### 7.5.3 Potencial Ótico

A determinação dos valores adequados para a profundidade de potencial ótico para os káons na matéria nuclear é um importante e ainda impreciso aspecto de nossa abordagem formal. Abordagens ainda que diferentes [202, 203, 204] têm conduzido similarmente a um insatisfatório espectro de possibilidades para o valor da profundidade do potencial ótico na matéria nuclear para os káons.

A parte real do potencial ótico na densidade de saturação foi calculada em vários cenários, como o modelo de canal acoplado [205, 206] e em cálculos auto-consistentes [202, 203, 204]. Estes cálculos apontam para um domínio de valores de  $U_{\bar{K}}$ , em  $\rho_0$ , entre  $-40 \text{ MeV}$  e  $-120 \text{ MeV}$ . Por outro lado, uma análise quiral combinada entre os dados de *átomos kaônicos*<sup>1</sup> e dados do espalhamento  $K^-p$  conduzem para um potencial atrativo  $U_{\bar{K}} = -55 \text{ MeV}$  [207]. Também uma análise dos dados de átomos kaônicos em um modelo híbrido [208] produziram  $U_{\bar{K}}(\rho_0) = -180 \pm 20 \text{ MeV}$ . Modelos quiral sugerem que a magnitude do potencial ótico é no máximo  $120 \text{ MeV}$  [183]. Glendenning e Schaffner-Bielich apresentaram seus resultados [184] com valores do potencial ótico em acordo com a aproximação linear, entre  $-80 \text{ MeV}$  e  $-140 \text{ MeV}$ .

Supõe-se que os diferentes tratamentos para a ressonância  $\Delta(1405)$ , considerada um estado ligado  $\bar{K}N$  instável abaixo do limiar  $K^-p$  podem ser os responsáveis pelo grande espectro de valores de profundidade do potencial ótico dos anti-káons nas várias abordagens teóricas [51].

Neste trabalho, seguindo a abordagem de Glendenning e Schaffner-Bielich [184] trabalhamos com três valores para a profundidade do potencial ótico de  $K^-$ :  $U_K = -87, -100$  e  $-120 \text{ MeV}$ .

## 7.6 Constantes de Acoplamento Káon-Méson

Afim de investigarmos os efeitos de um condensado de anti-káons na equação de estado, as constantes de acoplamento káon-méson devem ser determinadas. Quantidades empiricamente conhecidas podem ser úteis para isto, mas deve-se ter em mente que experimentos de laboratório fornecem apenas informação sobre interações no espaço livre ou na matéria nuclear aproximadamente simétrica em isospin [194]. Contudo, a densa matéria no interior das estrelas de nêutrons tem uma composição diferente e ostenta um amplo domínio de densidades (até  $\sim 8\rho_0$ ). Por essa razão, os acoplamentos káon-méson determinados por experimentos podem não ser apropriados para descrever a interação káon-núcleon na matéria de uma estrela de nêutrons. Em consequência as escolhas particulares das constantes de acoplamento devem ser observadas como

<sup>1</sup>Um átomo kaônico é formado quando anti-kaons  $K^-$ , por exemplo produzidos em processos de espalhamento e decaimento, entram em um determinado meio (um alvo) e perdem sua energia cinética através da ionização e excitação de átomos e moléculas do meio, sendo eventualmente capturados pelos mesmos, substituindo um elétron em um orbital excitado. Via diferentes processos (desexcitação Coulombiana, transições eletromagnéticas) o átomo kaônico rumo para estados mais baixos de energia. Os hidrogênios kaônicos e os deutérios kaônicos apresentam séries de transição do  $K^-$  de profundo interesse experimental, uma vez que estas séries são severamente afetadas pela interação forte (o deslocamento da energia devido a presença da interação forte está no nível de centenas de  $eV$ ) [209].

parâmetros com certo grau de incerteza.

As constantes de acoplamento vetoriais são comumente derivadas [210] das regras de contagem de quarks e regras de contagem de isospin na forma

$$g_{\omega K} = \frac{1}{3}g_{\omega N} \quad e \quad g_{\rho K} = g_{\rho N} . \quad (7.53)$$

A constante de acoplamento escalar é obtida da parte real do potencial ótico do  $K^-$  na densidade de saturação da matéria nuclear

$$U_{\bar{K}}(\rho_0) = -g_{\omega K}\omega_0 - g_{\sigma K}\sigma . \quad (7.54)$$

### 7.6.1 Acoplamento Káon-Méson Escalar-Isovetorial

Para o acoplamento dos (anti)káons com o méson escalar-isovetorial  $\delta$  usa-se a regra de simples contagem de quarks [210]. Assim:

$$g_{\delta K} = g_{\delta N} . \quad (7.55)$$

Porém, como colocado na seção anterior, há muitas incertezas sobre o grau de validade das considerações e aproximações utilizadas para a determinação das constantes de acoplamento. Uma vez que um dos motes deste trabalho é a análise dos efeitos dos mésons escalares-isovetoriais  $\delta$  e  $\zeta$  na equação de estado da matéria nuclear densa contendo um condensado de anti-káons no estado de onda- $s$ , optamos por realizar um estudo de parâmetros de acoplamento, ainda que preliminar, envolvendo a interação do méson  $\delta$  com os anti-káons, sugerindo três valores de constante de acoplamento em função da constante de acoplamento do méson  $\delta$  com os núcleons,

$$g_{\delta K} = g_{\delta N}; \quad g_{\delta K} = \frac{2}{3}g_{\delta N}; \quad g_{\delta K} = \frac{1}{2}g_{\delta N}. \quad (7.56)$$

A justificativa para a escolha destes valores é analisar se a relação entre o acoplamento delta-anti-káons é de total equivalência ou mais fraco que o acoplamento delta-núcleons. A partir da aplicação do formalismo RV para a matéria nuclear à temperatura  $T = 0$  com prótons, nêutrons, elétrons, múons, um condensado de anti-káons, mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ , e mésons escalares-isovetorias  $\delta$  e  $\zeta$ , procuramos estimar qual valor de intensidade de acoplamento delta-anti-káon que melhor reproduz os valores comumente aceitos para parâmetros de estrelas de nêutrons, como a relação Massa-Raio ou o *redshift* gravitacional.

Reproduzimos nas tabelas (7.2) e (7.3) os resultados obtidos no modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  contendo núcleons, elétrons, múons, anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$ , mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  para as intensidades de acoplamento  $g_{\delta K}$  com profundidade de potencial ótico dos káons variando de  $U_K = -87MeV$ ,  $-100MeV$  a  $-120MeV$ . Percebe-se claramente nos dados apresentados que há pequena diferença entre os valores produzidos pelas três intensidades de acoplamento; não há variação maior do que 3%, ao valor que pode ser atribuído a pequenas flutuações numéricas no método computacional utilizado. Optamos, portanto, para a obtenção dos demais resultados apresentados nesta tese, pela utilização do acoplamento  $g_{\delta K} = \frac{1}{2}g_{\delta N}$  por mero argumento de originalidade frente às escolhas utilizadas na literatura.

Tabela 7.2: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  contendo núcleons, elétrons, múons, anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$ , mésons  $\sigma, \omega, \rho$  e  $\delta$  para as intensidade de acoplamento  $g_{\delta K}$  com a profundidade do potencial ótico dos káons variando de  $U_K = -87\text{MeV}, -100\text{MeV}$  a  $-120\text{MeV}$ . As grandezas físicas nas demais colunas são:  $R$  o raio estelar,  $M$  a massa estelar máxima,  $\rho_c$  a densidade bariônica central (determinada no centro estelar),  $\epsilon_c$  a densidade de energia central da estrela,  $z$  o *redshift* gravitacional,  $E_b$  a energia de ligação da estrela. O valor da massa máxima gravitacional corresponde à estrela mais massiva da família estelar que ainda está em equilíbrio hidrostático e os dados estão correlacionados com esta estrela.

$U_K$ (MeV)	$g_{\delta K}$	R (km)	$M$ ( $M_\odot$ )	$\rho_c$ ( $fm^{-3}$ )	$\log_{10}\epsilon_c$ ( $g/cm^3$ )	$z$	$E_b$ ( $\times 10^{53} \text{ergs}$ )
-87	$\frac{1}{2}g_{\delta N}$	10,82	1,63	1,13	15,37	0,34	-0,22
	$\frac{2}{3}g_{\delta N}$	10,97	1,62	1,12	15,26	0,33	-0,21
	$g_{\delta N}$	11,00	1,62	1,13	15,26	0,33	-0,21
-100	$\frac{1}{2}g_{\delta N}$	11,13	1,59	0,85	15,23	0,32	-0,20
	$\frac{2}{3}g_{\delta N}$	11,13	1,59	0,85	15,23	0,32	-0,20
	$g_{\delta N}$	11,15	1,59	0,84	15,22	0,31	-0,20
-120	$\frac{1}{2}g_{\delta N}$	11,28	1,56	0,79	15,19	0,30	-0,19
	$\frac{2}{3}g_{\delta N}$	11,34	1,55	0,77	15,17	0,29	-0,19
	$g_{\delta N}$	11,33	1,55	0,78	15,18	0,29	-0,19

## 7.7 Transição de Fase

Apresentamos nesta parte da tese, apenas como um exemplo, o tratamento que adotaremos ao considerarmos as transições de fase acima listadas. O exemplo que consideraremos é o da transição de fase *matéria hadrônica pura*  $\rightarrow$  *condensado de anti-káons*. Na região interna das estrelas de nêutrons, podem ocorrer processos como  $N \rightleftharpoons N + \bar{K}, e^- \rightleftharpoons K^- + \nu_e$ . Destas equações, impondo a condição de equilíbrio químico, obtemos a condição de condensação de anti-káons

$$\mu_n - \mu_p = \mu_{K^-} = \mu_e ; \quad \mu_{\bar{K}^0} = 0 , \quad (7.57)$$

onde  $\mu_i$  representa o potencial químico das partículas  $i = n, p, e, K^-, \bar{K}^0$ . A condição de neutralidade de carga elétrica na fase dos hádrons é

$$Q_H = \sum_H q_H n_H^H - n_e^H - n_\mu^H = 0 ; \quad (7.58)$$

e na fase do condensado de anti-káons é

$$Q_K = \sum_H q_H n_H^K - n_{K^-}^K - n_e^K - n_\mu^K = 0 . \quad (7.59)$$

Consideramos uma transição de fase de primeira ordem da *matéria hadrônica para o condensado de anti-káons*, na qual a fase mista é determinada pela condição de Gibbs

Tabela 7.3: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  contendo núcleons, elétrons, múons, anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$ , mésons  $\sigma, \omega, \rho, \delta$  e  $\varsigma$  para as intensidades de acoplamento  $g_{\delta K}$  com a profundidade do potencial ótico dos káons variando de  $U_K = -87MeV, -100MeV$  a  $-120MeV$ . As grandezas físicas, nas demais colunas são:  $R$  o raio estelar,  $M$  a massa estelar máxima,  $\rho_c$  a densidade bariônica central (determinada no centro estelar),  $\epsilon_c$  a densidade de energia central da estrela,  $z$  o *redshift* gravitacional,  $E_b$  a energia de ligação da estrela. O valor da massa máxima gravitacional corresponde à estrela mais massiva da família estelar que ainda está em equilíbrio hidrostático e os dados estão correlacionados com esta estrela.

$U_K$ (MeV)	$g_{\delta K}$	R (km)	$M$ ( $M_\odot$ )	$\rho_c$ ( $fm^{-3}$ )	$\log_{10}\epsilon_c$ ( $g/cm^3$ )	$z$	$E_b$ ( $\times 10^{53}ergs$ )
-87	$\frac{1}{2}g_{\delta N}$	10,75	1,64	1,27	15,44	0,35	-0,22
	$\frac{2}{3}g_{\delta N}$	11,12	1,63	1,26	15,27	0,33	-0,21
	$g_{\delta N}$	11,08	1,63	1,27	15,26	0,33	-0,21
-100	$\frac{1}{2}g_{\delta N}$	11,19	1,62	0,86	15,24	0,32	-0,21
	$\frac{2}{3}g_{\delta N}$	11,24	1,61	0,85	15,23	0,32	-0,21
	$g_{\delta N}$	11,26	1,61	0,84	15,22	0,31	-0,21
-120	$\frac{1}{2}g_{\delta N}$	11,43	1,57	0,78	15,18	0,29	-0,19
	$\frac{2}{3}g_{\delta N}$	11,43	1,57	0,78	15,18	0,29	-0,19
	$g_{\delta N}$	11,46	1,57	0,77	15,17	0,29	-0,19

e pela conservação, em nível global, de cargas bariônica e elétrica. Isto porque, nesta situação, as cargas bariônica e elétrica,  $\mu_n$  e  $\mu_e$ , são conservadas. Aplicamos então as condições de transição de fase de Gibbs para a pressão e para o potencial químico para a transição da matéria hadrônica pura para a fase em que os hádrons estão embebidos no condensado de anti-káons:

$$P_H = P_K ; \quad (7.60)$$

$$\mu_H = \mu_K , \quad (7.61)$$

onde  $\mu_H$  e  $\mu_{\bar{K}}$  representam, respectivamente os potenciais químicos do bárion  $B$ , na fase puramente hadrônica, e do anti-káon  $\bar{K}$ , na fase do condensado de anti-káons. As condições de neutralidade global de carga elétrica e de conservação de número bariônico são dadas pelas relações:

$$(1 - \chi)Q_H + \chi Q_K = 0 \quad (7.62)$$

$$n_B = (1 - \chi)n_H + \chi n_K , \quad (7.63)$$

onde  $\chi$  denota a fração volumétrica do condensado  $K^-$  na fase mista. A densidade de energia total por sua vez é expressa por

$$\varepsilon = (1 - \chi)\varepsilon_H + \chi\varepsilon_K . \quad (7.64)$$

Estas equações indicam que a matéria nuclear sai da fase pura constituída por hádrons (H) para uma fase mista em que H e K convivem, fase esta regulada pela fração volumétrica  $\chi$ , cujo valor varia de 0 (início da fase mista) até 1 (final da fase

mista). Por fim, ao término da fase mista a matéria nuclear entra na fase puramente K.

## 7.8 Resultados

As figuras (7.7) e (7.8) indicam a esperada suavização da equação de estado quanto ao aparecimento dos anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$ . Igualmente indicam que o aumento da profundidade do potencial ótico reduz o limiar de aparecimento dos anti-káons em função da densidade bariônica. No painel da esquerda da figura (7.7) é mostrado o comportamento da equação de estado para uma matéria contendo os resultados correspondentes para os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\varrho$ , mas sem o comportamento da presença dos mésons escalares-isovetoriais. No painel da direita são apresentadas matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\varrho$  e o méson escalar-isovetorial  $\delta$ .

Na figura (7.8) o painel da esquerda mostra o comportamento da equação de estado para a matéria nuclear contendo os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\varrho$ ,  $\delta$ , mais o méson escalar-isovetorial  $\varsigma$ . Pode-se perceber, principalmente com relação aos limiares de aparecimento dos anti-káons, que a equação de estado ao mesmo tempo que fica enrijecida com a presença dos mésons escalares-isovetoriais é suavizada pelo surgimento dos anti-káons, exaltando mais uma vez a competição antagônica na influência das propriedades globais da estrela de nêutrons entre o condensado de mésons escalares-isovetoriais e o condensado de anti-káons. O painel da direita mostra o comportamento da EOS em função da presença ou ausência dos mésons escalares-isovetoriais para  $U_K = -87\text{MeV}$ . A linha cheia representa resultados quando da presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\varrho$ ; a tracejada dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$  e  $\delta$ ; a ponto-tracejada dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ ,  $\delta$  e  $\varsigma$ . Neste painel há um ponto muito interessante a ser colocado, o favorecimento de isospin (ver equações (4.184) e (6.100)) provocado pelos mésons escalares-isovetoriais. Quando surgem os anti-káons  $K^-$ , que possuem isospin  $I = -1/2$ , percebe-se de maneira sutil, mas presente, que tanto o méson  $\delta$  quanto o méson  $\varsigma$  (considerado na figura por meio do méson  $\delta^*$ , indicando que estão presentes  $\delta$  e  $\varsigma$  simultaneamente, ver equação (6.46)) enrijecem a equação de estado. Porém, com o surgimento do anti-káon neutro  $\bar{K}^0$ , que possui isospin  $I = 1/2$  os mésons escalares-isovetoriais passam a contribuir para suavizar a equação de estado, reduzindo a densidade de pressão do sistema.

A figura (7.9) mostra, no painel da esquerda, o comportamento da massa efetiva do núcleon em função da densidade bariônica relativa, destacando-se a presença da fase mista entre a matéria hadrônica e a matéria com o condensado de anti-káons. Podemos observar que, qualitativamente, os nossos resultados apresentam expressiva concordância com os resultados correspondentes obtidos por Glendenning-Schaffner-Bielich (ver figura (7.2)), indicando que na fase mista o núcleon apresenta dois valores de massa efetiva possíveis. Isso acontece porque, na transição de fase em primeira ordem, o condensado de anti-káons surge em regiões localizadas e diminutas, já mencionadas anteriormente e às quais chamamos de *gotas*, da matéria nuclear e passa a influenciar os núcleons, localizados nessas regiões, em sua energia efetiva e na sua massa efetiva, uma vez que os anti-káons são fontes de mésons apenas nestas *gotas*. Os núcleons nas regiões externas às gotas, por sua vez, não sofrem influência dos anti-káons em sua massa efetiva. Um aspecto a salientar quando se compara os nossos resultados para a fase mista

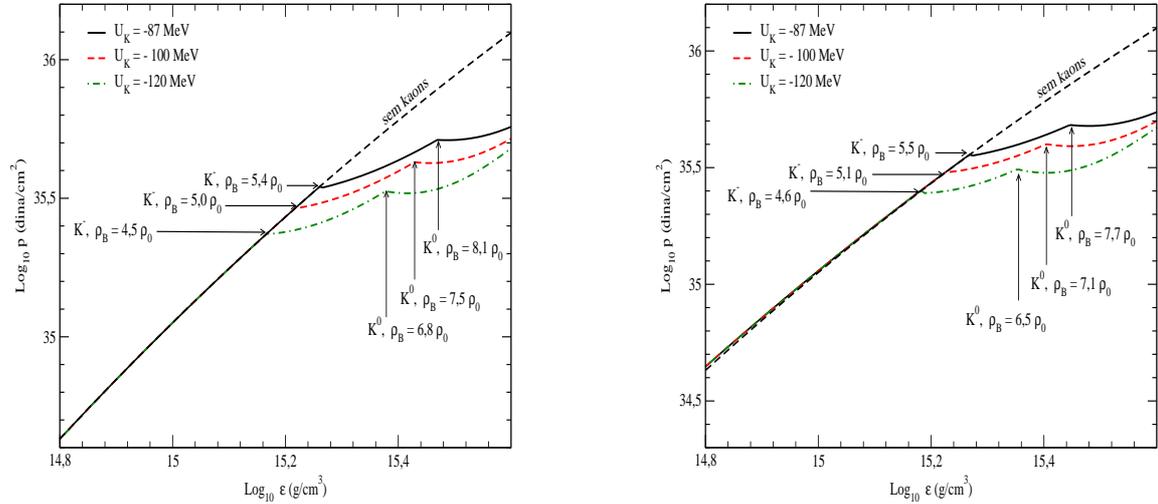


Figura 7.7: Resultados do Modelo RV para a equação de estado da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com a presença do condensado de anti-káons, destacando-se nos resultados a modificação dos limiares para o aparecimento das partículas  $K^-$  e  $K^0$  considerando-se os valores dos potenciais óticos  $U_K = -87, -100$  e  $-120 MeV$ . O painel da esquerda mostra o resultado para a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ . O painel da direita mostra o resultado para a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$ .

com outros resultados da literatura, como os de Glendenning e Schaffner-Bielich, é a redução em sua largura dos nossos resultados para os demais. Enquanto Glendenning e Schaffner-Bielich encontraram uma fase mista de  $\Delta\rho_B \sim 0.5 fm^{-3}$  utilizando um modelo do tipo Boguta-Bodmer, encontramos usando o Modelo RV uma largura de  $\Delta\rho_B \sim 0.03 fm^{-3}$ . Atribuímos este resultado ao fato de a fase mista mostrar-se, além de dependente de parâmetros como o acoplamento escalar e a profundidade do potencial ótico, também fortemente dependente de modelo. Uma prova disto é que o Modelo RV, que usa na massa efetiva dos núcleons e anti-káons um acoplamento derivativo, apresenta um alto valor para o limiar para o surgimento dos anti-káons, comparado com o resultado apresentado pelo modelo de Boguta-Bodmer (ver figura (7.5)).

Na mesma figura é apresentado o comportamento da pressão em função da densidade bariônica (painel da direita). Percebe-se desta figura, mais uma vez, a suavização da equação de estado com o aparecimento dos anti-káons. É importante lembrar que das equações (7.50) e (7.52) os mésons  $\zeta$  e  $\delta$  contribuem, por meio dos termos  $-\frac{1}{2}m_\zeta^2\zeta_3^2$  e  $-\frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2$ , para a diminuição da intensidade da pressão interna da matéria nuclear. No entanto, estes mésons contribuem também para a modificação da massa efetiva dos núcleons. Ademais, a introdução paulatina destes mésons ao sistema implica em alterações nos valores das constantes de acoplamento dos mésons precedentes, na medida em que as escolhas destes parâmetros visam a reprodução, por parte do Modelo RV, de propriedades observáveis da matéria nuclear. Em particular, a presença dos mésons  $\zeta$  e  $\delta$  tem implicações nos valores das constantes de acoplamento associadas aos

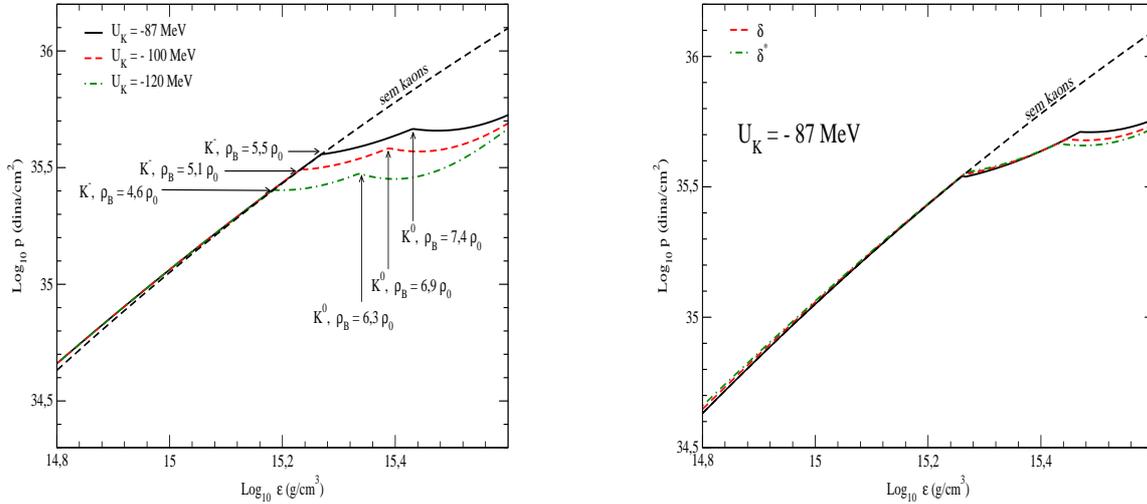


Figura 7.8: Resultados do Modelo RV para a equação de estado da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com a presença do condensado de anti-káons. No painel da esquerda são destacados os limiares para o aparecimento das partículas  $K^-$  e  $K^0$  considerando-se os valores dos potenciais ópticos  $U_K = -87, -100$  e  $-120 \text{ MeV}$ , com a presença dos mésons  $\sigma, \omega, \rho, \delta$  e  $\zeta$ . O painel da direita apresenta o comportamento da EOS em função da presença ou ausência dos mésons escalares-isovetoriais para  $U_K = -87 \text{ MeV}$ . A linha cheia representa os valores correspondentes com a presença dos mésons  $\sigma, \omega$  e  $\rho$ ; a tracejada os mésons  $\sigma, \omega, \rho$  e  $\delta$ ; a ponto-tracejada os mésons  $\sigma, \omega, \rho, \delta$  e  $\zeta$ .

demais mésons cujos termos cinéticos contribuem com sinal positivo para o valor da pressão da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ . Conseqüentemente os mésons  $\delta$  e  $\zeta$  também contribuem para aumentar a pressão e para enrijecer assim a equação de estado do sistema.

As populações relativas das partículas em função da densidade bariônica para  $U_K = -87 \text{ MeV}$  segundo o Modelo RV em equilíbrio- $\beta$  estão representadas na figura (7.10). Esta figura é interessante pois realça bem a diferença dos efeitos de cada modelo adotado nos resultados como, por exemplo, o limiar de densidade para o surgimento das partículas. Ao contrário da figura (7.5), obtida por meio do modelo não-linear de Boguta-Bodmer, a figura (7.10) mostra que o anti-káon  $\bar{K}^0$  não aparece na região de densidades considerada porque seu limiar de densidade bariônica para este valor de profundidade de potencial óptico está acima de  $8\rho_0$ .

Além disso, os valores para o limiar de surgimento dos anti-káons negativos apresentados pelo Modelo RV são em geral altos quando comparados aos valores correspondentes encontrados na literatura ( $\sim (3-4)\rho_0$ ), para valores de profundidade do potencial óptico variando entre  $U_K = -80 \text{ MeV}$  e  $-140 \text{ MeV}$ . Mas Mishra et al., utilizando um modelo Hadrônico Quiral  $SU(3) \times SU(3)$  com a presença do méson escalar-isovetorial  $\delta$ , realizando estudo da matéria nuclear em estrelas protoneutrônicas, encontraram, na matéria com núcleons, elétrons e múons, o valor de  $5.3\rho_0$ , [211], aproximado ao valor

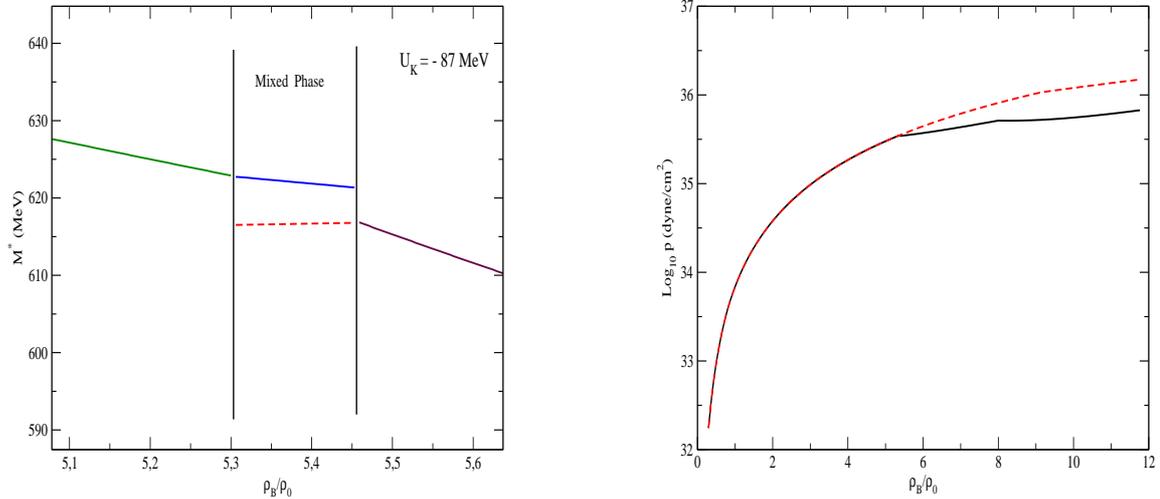


Figura 7.9: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ , com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ . No painel da esquerda é mostrado o comportamento da massa efetiva do núcleon, para o potencial ótico com profundidade de  $-87\text{MeV}$ . Nos resultados destacamos a separação da massa efetiva do núcleon no interior da fase mista, indicando os valores diferentes que a massa efetiva do núcleon adquire para os núcleons no interior das regiões que contém o condensado de anti-káons e nas regiões sem a presença do condensado de anti-káons. No painel da direita é mostrado o comportamento da densidade de pressão em função da densidade bariônica. A linha tracejada mostra o comportamento da densidade de pressão sem a presença dos anti-káons. Os dois pontos de divergência com relação à curva tracejada representam o aparecimento do  $K^-$  e do  $\bar{K}^0$ , sucessivamente.

encontrado em nosso trabalho [212, 213].

As figuras (7.11), (7.12) e (7.13) mostram na fase mista os efeitos da ausência ou presença dos mésons escalares-isovetoriais, bem como os efeitos do aumento da profundidade do potencial ótico dos káons  $U_K$ , considerando-se a distribuição das populações das espécies de partículas da matéria nuclear (painel da esquerda) e a massa efetiva do núcleon (painel da direita).

A figura (7.11) mostra os resultados para a população relativa de partículas levando-se em conta apenas a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ . O painel da esquerda evidencia que, com o aumento da profundidade do potencial ótico os anti-káons sentem um potencial nuclear mais atrativo, favorecendo portanto o aumento de sua população relativa. Por outro lado, os resultados mostram que os káons nascem para densidades bariônicas menores quanto maior for o a profundidade do potencial ótico, fazendo com que a população leptônica seja correspondentemente desfavorecida. Note-se que os anti-káons conseguem superar a população relativa dos léptons na fase mista para a profundidade do potencial ótico de  $U_K = -100\text{MeV}$ . No painel da direita da figura (7.11) vemos o comportamento da massa efetiva dos núcleons no interior e no exterior das regiões

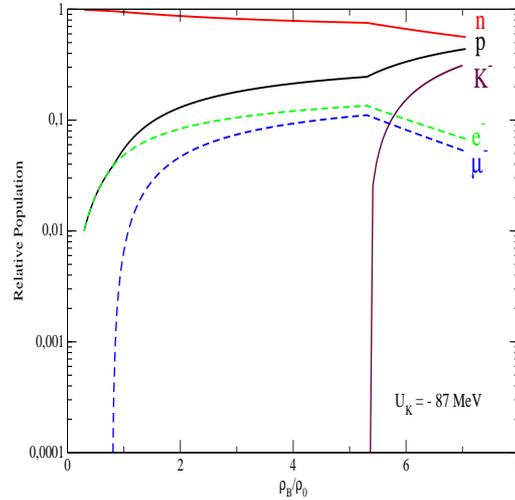


Figura 7.10: Resultados do Modelo RV para a população relativa de partículas em função da densidade bariônica para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ , com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ , para a profundidade de potencial ótico dos káons  $U_K = -87 \text{ MeV}$ .

que contém o condensado de anti-káons. Quanto menor for a massa efetiva do núcleon, maior energia de ligação o sistema apresentará. O aumento da profundidade do potencial ótico de  $U_K = -87 \text{ MeV}$  para  $U_K = -100 \text{ MeV}$  estende, de maneira expressiva, a largura da fase mista, atingindo  $\sim 500\%$ . Verifica-se também um contundente aumento na população dos  $K^-$  no final da fase mista devido ao aumento da profundidade do potencial ótico, em torno de 400%. No painel da direita, vê-se o comportamento da massa efetiva do nêutron somente na fase mista, destacando-se novamente que as duas linhas, uma decrescente e a outra ascendente, representam as massas efetivas dos núcleons fora da região do condensado e na região do condensado, respectivamente. A razão entre as massas efetivas do núcleon nas duas fases,  $M^{*H}/M^{*K}$ , sofre um leve acréscimo com o aumento da profundidade do potencial ótico, passando de 1,01 para 1,04 (valores correspondentes ao final da fase mista de ambas as curvas).

Os resultados correspondentes a figura (7.12) leva em conta a presença do méson  $\delta$ . Prontamente é possível perceber, comparando-se com os resultados correspondentes à figura (7.11), que a presença do méson escalar-isovetorial produz, na fase mista, um deslocamento do limiar de densidade para aparecimento dos káons para valores mais altos de densidade bariônica e um alargamento da fase mista também em função da densidade bariônica, tornando-a aproximadamente  $\sim 830\%$  maior que no caso anterior (para  $U_K = -87 \text{ MeV}$ ). Com o aumento da profundidade do potencial ótico de  $U_K = -87 \text{ MeV}$  para  $U_K = -100 \text{ MeV}$  percebe-se novamente, como no caso da ausência do méson  $\delta$ , um alargamento da fase mista, mas de menor intensidade,  $\sim 30\%$ . Outro fator a se destacar nos resultados apresentados no painel da esquerda é o efeito de simetrização de isospin da matéria nuclear, mais significativo com a elevação da profundidade do potencial ótico. No caso de  $U_K = -100 \text{ MeV}$ , a população de prótons

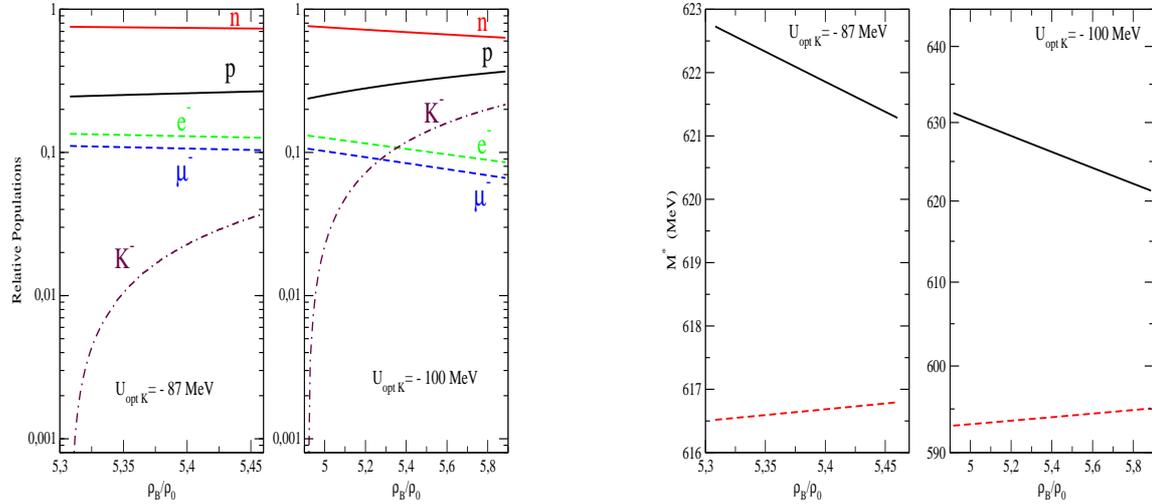


Figura 7.11: Resultados do Modelo RV para a fase mista da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  sem a presença dos mésons escalares-isovetoriais e considerando-se para a profundidade dos potenciais óticos os valores de  $-87\text{MeV}$  e  $-100\text{MeV}$ . O painel da esquerda mostra o comportamento das populações de partículas pela densidade bariônica relativa. O painel da direita mostra o comportamento da massa efetiva do núcleon em função da densidade bariônica relativa. O aumento do potencial ótico aumenta a largura da massa efetiva do núcleon.

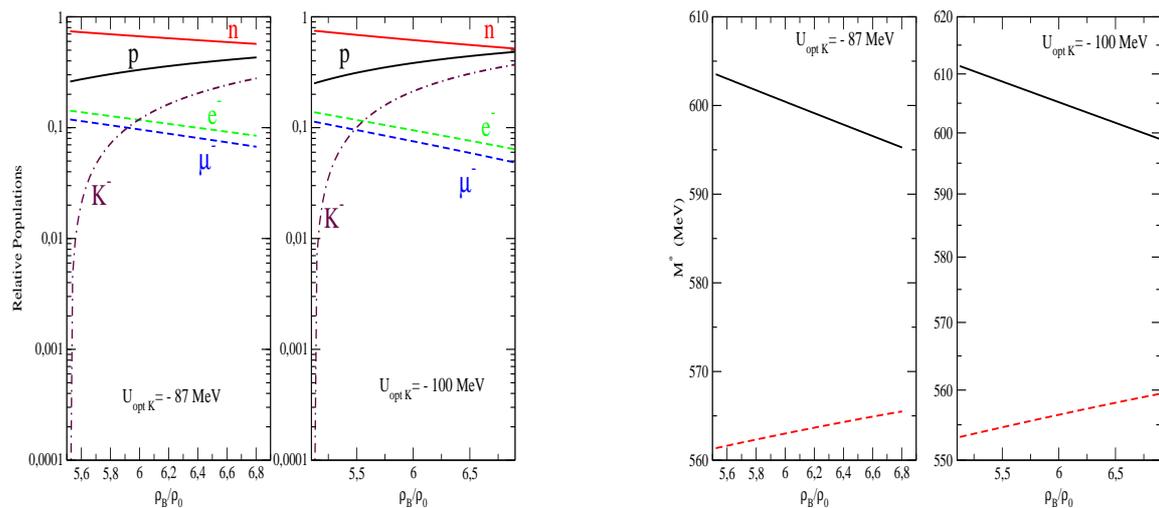


Figura 7.12: Resultados do Modelo RV para a fase mista da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com a presença do méson  $\delta$  para os potenciais óticos de  $-87\text{MeV}$  e  $-100\text{MeV}$ . O painel da esquerda mostra o comportamento das populações de partículas pela densidade bariônica relativa. O painel da direita mostra o comportamento da massa efetiva do núcleon em função da densidade bariônica relativa.

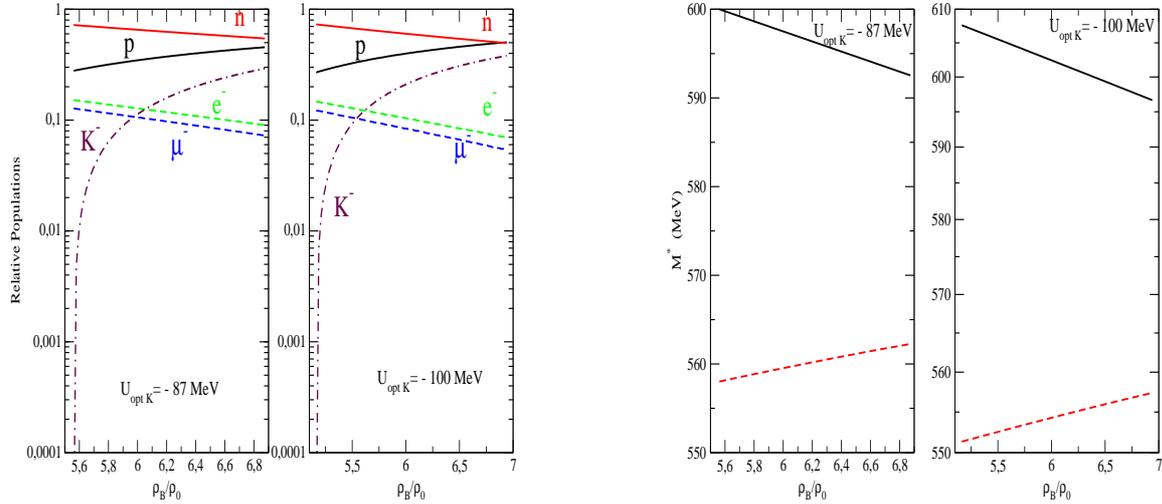


Figura 7.13: Resultados do Modelo RV para a fase mista da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com a presença dos mésons  $\delta$  e  $\zeta$ , para valores das profundidades dos potenciais óticos de  $-87 \text{ MeV}$  e  $-100 \text{ MeV}$ . O painel da esquerda mostra o comportamento das populações de partículas em função da densidade bariônica relativa. O painel da direita mostra o comportamento da massa efetiva do núcleon em função da densidade bariônica relativa.

e nêutrons terminou a fase mista em igual quantidade. Percebe-se, porém, concomitantemente um leve aumento da população relativa do condensado de anti-káons. Nota-se que a população relativa dos prótons e nêutrons se iguala na fase mista, para a profundidade do potencial ótico igual a  $U_K = -100 \text{ MeV}$ . Isso acontece porque a matéria nuclear apresenta a tendência empírica de buscar o estado de menor energia em termos de isospin, o mesmo número de prótons e nêutrons (a matéria nuclear se desvia porém dessa simetria porque os prótons tem cargas elétricas positivas e provocam a repulsão coulombiana no núcleo). O méson delta, por sua vez, busca restabelecer esta simetria. Novamente percebe-se que o aumento da profundidade do potencial ótico aumenta a largura da fase mista em função da densidade bariônica. A elevação da população dos  $K^-$  no final da fase mista em relação ao aumento da profundidade do potencial ótico também ocorreu,  $\sim 33\%$ , igualmente em bem menor escala que no caso sem o méson  $\delta$ . No painel da direita, a razão entre as massas efetivas do nêutron, nas duas fases, apresenta pequeno aumento em relação ao caso sem a presença do méson  $\delta$ , 1,01 para 1,05, mas com relação à elevação da profundidade do potencial ótico, o aumento foi menor do que no caso anterior, de 1,05 para 1,07 (valores tomados ao final da fase mista de ambas as curvas). A diferença nos valores de massa efetiva dos núcleons no início e no fim da fase mista, com relação à ausência do méson  $\delta$  e aumento da profundidade do potencial ótico, são decorrência da alteração do cenário da fase mista.

A figura (7.13) apresenta os efeitos da adição do méson  $\zeta$  na curva que caracteriza a população de partículas apresentada na figura (7.12). No que se refere às informações do painel da esquerda praticamente não há mudanças nos resultados obtidos com relação

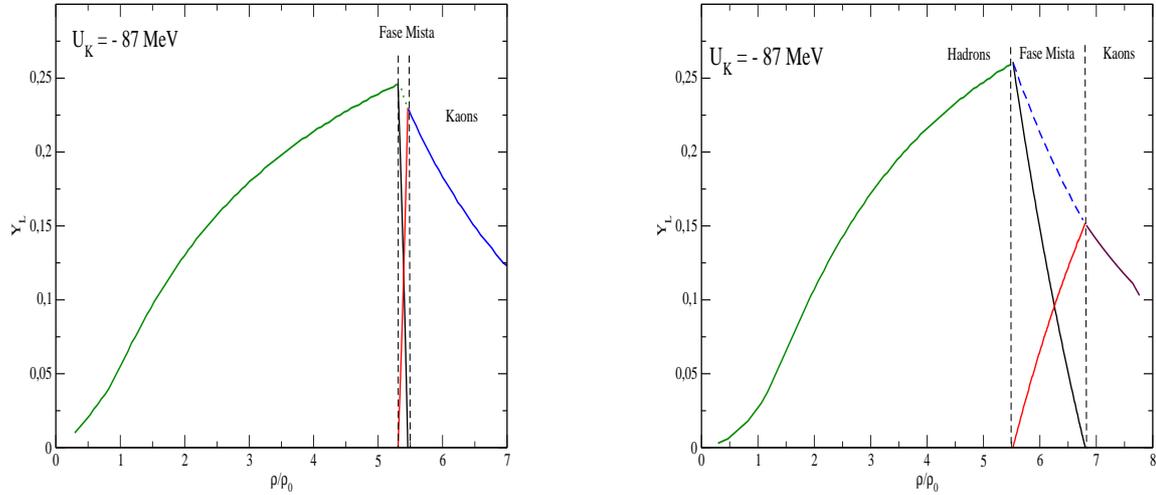


Figura 7.14: Resultados do Modelo RV para o comportamento da fração leptônica da matéria nuclear com próton, nêutrons, elétrons e múons em equilíbrio- $\beta$  com o condensado de anti-káons para a profundidade de potencial ótico dos káons  $U_K = -87 \text{ MeV}$ . O painel da esquerda mostra a matéria nuclear com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ . O painel da direita mostra os resultados levando em conta a todos os componentes da matéria nuclear do painel da esquerda mais o méson escalar-isovetorial  $\delta$ . Nos dois painéis é destacada o intervalo da fase mista entre a fase hadrônica pura e a fase com condensado de anti-káons.

ao caso anterior, mostrando, portanto, que a inclusão da ressonância escalar-isovetorial não altera significativamente os parâmetros da fase mista. Nos resultados apresentados no painel da direita ocorre um comportamento esperado para a massa efetiva dos nêutrons. Os efeitos do méson  $\zeta$  reduzem o valor da massa efetiva ao considerar-se a profundidade do potencial ótico de  $U_K = -87 \text{ MeV}$  e  $U_K = -100 \text{ MeV}$  quando comparados aos resultados correspondentes ao caso da presença apenas dos mésons  $\delta$ . A razão entre as massas efetivas do nêutron nas duas fases, não se altera em relação ao caso anterior.

A figura (7.14) mostra os resultados para a fração leptônica do Modelo RV para a matéria nuclear constituída de prótons, nêutrons, elétrons, múons, condensado de anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  e os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ . A fração leptônica é obtida através da expressão

$$Y_L = \frac{\rho_e + \rho_\mu}{\rho_B},$$

onde  $\rho_e$  representa a densidade de elétrons,  $\rho_\mu$  a densidade de múons e  $\rho_B$  a densidade bariônica total do sistema. No painel da esquerda são mostrados os resultados para a profundidade de potencial ótico dos káons de  $-87 \text{ MeV}$ . A fase mista entre a fase hadrônica e a fase do condensado de anti-káons é destacada. No interior da fase mista a linha descendente representa os resultados para a fração leptônica apenas da fase hadrônica, enquanto que a linha ascendente representa os resultados da fração leptônica

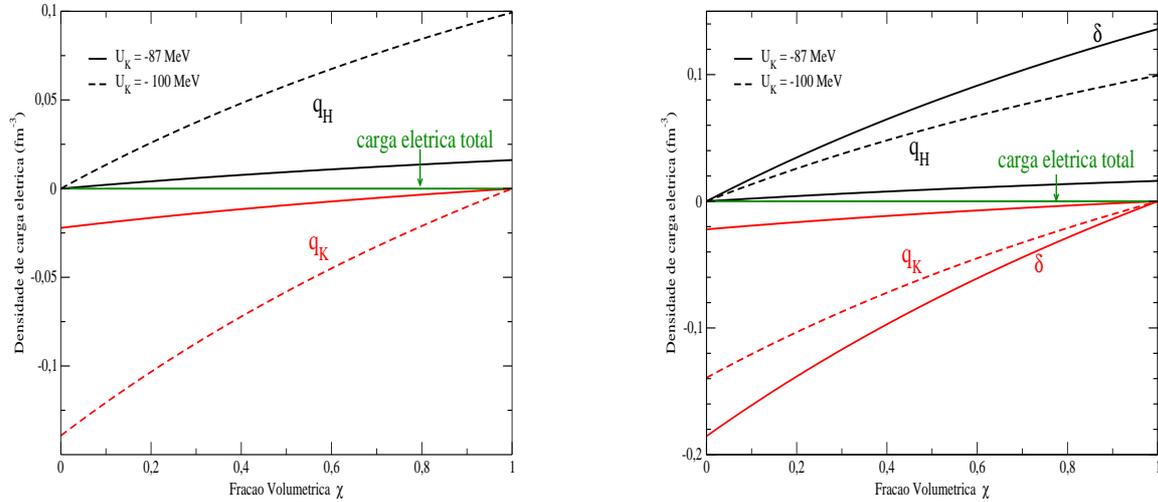


Figura 7.15: Resultados do Modelo RV para a fase mista da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com a presença dos mésons  $\delta$  e  $\zeta$ , para valores das profundidades dos potenciais óticos de  $-87\text{MeV}$  e  $-100\text{MeV}$ . O comportamento da densidade de carga nas fases hadrônica e de condensado de anti-káons em função da fração volumétrica  $\chi$  é mostrada na figura. No painel da esquerda é representado o comportamento da densidade de carga para as profundidades de potencial ótico dos káons  $U_K = -87$ , linha cheia, e  $U_K = -100\text{MeV}$ , linha pontilhada, para a matéria nuclear sem os mésons escalares-isovetoriais. No painel da direita os resultados correspondem a adição do méson  $\delta$  para as mesmas profundidades de potencial ótico.

apenas para a fase do condensado de anti-káons. A linha pontilhada que une as curvas no início e no final da fase mista representa a soma regulada pela fração de volume das duas fases,  $\chi$ , entre as frações leptônicas das duas fases, ou seja,

$$(1 - \chi) \frac{(\rho_{e^H} + \rho_{\mu^H})}{\rho_B} + \chi \frac{(\rho_{e^K} + \rho_{\mu^K})}{\rho_B}.$$

Neste painel percebe-se que há uma acentuada taxa de elevação da fração leptônica até o limiar para o aparecimento dos anti-káons no sistema, quando então esta taxa é significativamente reduzida. Justifica-se tal comportamento pelo fato do equilíbrio entre os potenciais químicos dos elétrons e dos anti-káons  $K^-$  na fase mista determinar um crescimento da densidade de  $K^-$  em detrimento da redução da densidade de elétrons, e indiretamente, da redução da densidade de múons (uma vez que os potenciais químicos dos elétrons e dos múons também estão em equilíbrio). Num tratamento onde se considera a presença de neutrinos aprisionados na estrela de nêutrons (mais uma vez frisamos que neutrinos aprisionados não são levados em conta na presente tese, mas certamente o serão em um trabalho futuro) estes resultados indicam que poderá haver influência dos anti-káons na produção de neutrinos, uma vez que um dos principais canais de produção dos neutrinos na recém formada estrela de nêutrons, pós explosão de supernova, é o chamado *efeito URCA* (ver capítulo 8), onde em um cenário de

equilíbrio químico entre nêutrons, prótons e elétrons, um nêutron pode decair em um próton mais um elétron e mais um anti-neutrino eletrônico em um processo, e em outro processo um próton pode reagir com um elétron formando como produtos da reação um nêutron e um neutrino eletrônico. A presença dos anti-káons como indicado acima pode alterar significativamente o balanço dos dois processo supra citados diminuindo a quantidade de neutrinos, o que pode influenciar tanto na rigidez da equação de estado, neutrinos aprisionados tendem a enrijecer a EOS, quanto no resfriamento da estrela (ver capítulo 8), reduzindo a taxa de emissividade de neutrinos da estrela.

O painel da direita da figura (7.14) mostra os resultados do Modelo RV para a fração leptônica com a mesma composição para a matéria nuclear mais o méson escalar-isovetorial  $\delta$ . Como em outros resultados apresentados nesta tese destaca-se o efeito que os mésons escalares-isovetoriais provocam na fase mista alargando-a e deslocando o limiar para o aparecimento dos anti-káons (de  $\rho_B/\rho_0 = 5,5$  até  $\rho_B/\rho_0 = 6,7$ ) em relação aos resultados do painel da esquerda (de  $\rho_B/\rho_0 = 5,2$  até  $\rho_B/\rho_0 = 5,4$ ).

A figura (7.15) mostra, para os valores de profundidade de potencial ótico dos káons,  $U_K = -87MeV$  e  $U_K = -100MeV$ , a variação da densidade de carga elétrica em função da fração de volume, ou seja, durante a fase mista, do condensado de anti-káons para a matéria nuclear com: (a) mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\varrho$  (painel da esquerda); (b) mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$  e  $\delta$  (painel da direita). Pode-se inicialmente comparar os resultados apresentados no painel da esquerda com os resultados de Glendenning e Schaffner-Bielich, mostrados na figura (7.6), que também utilizaram a mesma composição de partículas que consideramos, e verificar que obtivemos o mesmo comportamento qualitativo obtido pelos autores mencionados, embora os valores para as densidades de carga elétrica positiva e negativa sejam diferentes em ambos os tratamentos, devido à diferenças nos modelos utilizados. No que se refere apenas à figura (7.15), constata-se que o aumento na profundidade do potencial ótico produz um acréscimo nos valores de módulo das densidades de carga elétrica positiva e negativa. No painel da direita, constatamos a expressiva contribuição do méson escalar-isovetorial  $\delta$  para o aumento nos módulos das densidades de carga elétrica positiva e negativa, superando a elevação ocasionada pelo aumento da profundidade do potencial ótico.

A figura (7.16) apresenta o comportamento da energia de ligação da estrela de nêutrons em função da densidade de energia central da estrela para dois cenários de profundidade de potencial ótico dos káons. No painel da esquerda consideramos  $U_K = -100MeV$ ; e no painel da direita consideramos  $U_K = -120MeV$ . Em cada um dos painéis está destacado nos resultados o comportamento da matéria com prótons, nêutrons, elétrons e múons e a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e: (a) linha tracejada,  $\varrho$ ; (b) linha pontilhada,  $\varrho$  e  $\delta$ ; (c) linha ponto-tracejada,  $\varrho$ ,  $\delta$  e  $\varsigma$ . Com o aumento da profundidade do potencial ótico a estrela torna-se menos ligada, como se nota da comparação entre os resultados apresentados nos dois painéis, e se explica pelo fato que o aumento da profundidade do potencial ótico  $U_K$  faz com que a presença do condensado de anti-káons suavize a equação de estado. Em contrapartida, os resultados em ambos os painéis também indicam que a presença dos mésons escalares-isovetoriais no formalismo diminui de intensidade a energia de ligação gravitacional. Ressalta-se que o valor da energia de ligação indica a correspondente quantidade de energia liberada na explosão de supernova para a formação da estrela de nêutrons. Essa conclusão é possível porque a estrela progenitora não é considerada um sistema nuclear. Tal condição

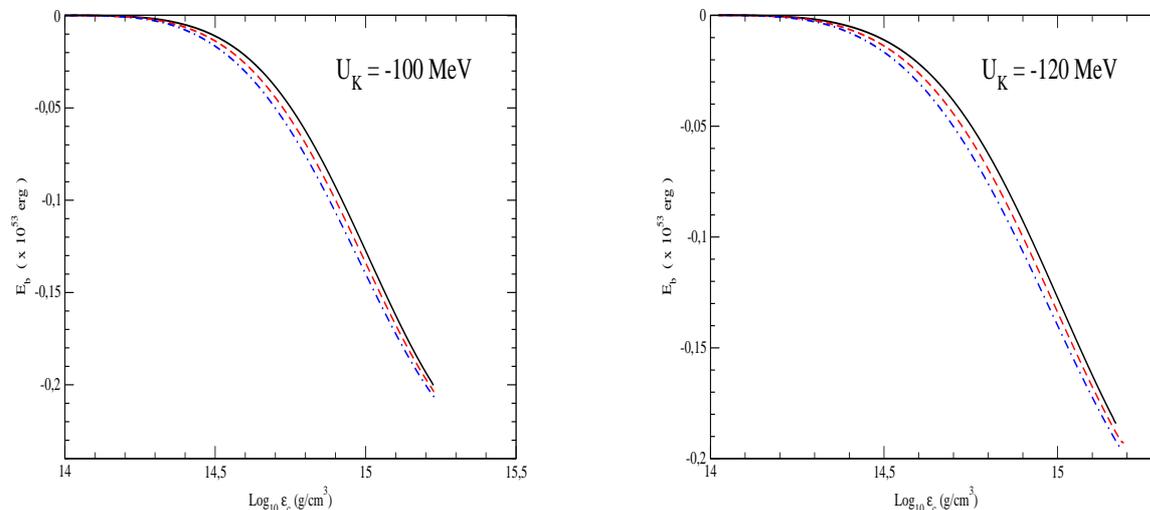


Figura 7.16: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  para a energia de ligação da estrela de nêutrons em função da densidade central. O painel da esquerda mostra os resultados para  $U_K = -100 \text{ MeV}$ . O painel da direita mostra os resultados correspondentes para  $U_K = -120 \text{ MeV}$ . As linhas cheias representam o comportamento da energia de ligação com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ ; as tracejadas com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$ ; as ponto-tracejadas com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\zeta$ .

só ocorre após a ejeção da matéria do envelope e a permanência no sistema apenas do núcleo remanescente. É importante ressaltar que a energia de ligação gravitacional da estrela de nêutrons representa a fonte de energia em processos de explosão de supernova do tipo II. Assim, a determinação desta energia liberada poderia representar um vínculo importante com vistas a possíveis restrições dentre as distintas equações de estado da matéria nuclear e, do ponto de vista teórico, entre processos de explosão de supernovas e a descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares. Os valores indicados nos dois painéis são compatíveis com os dados apresentados na literatura [13, 76].

A figura (7.17) mostra os resultados do Modelo RV para a relação Massa x Raio de uma família de estrelas de nêutrons, a partir da integração das equações TOV, para dois valores de profundidade de potencial ótico dos káons: no painel da esquerda  $U_K = -87 \text{ MeV}$ ; e no painel da direita  $U_K = -120 \text{ MeV}$ . Em cada painel é destacada a matéria com prótons, nêutrons, elétrons e múons mais a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e: (a) linha tracejada,  $\rho$ ; (b) linha pontilhada,  $\rho$  e  $\delta$ ; (c) linha ponto-tracejada,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\zeta$ . Para a profundidade do potencial ótico de  $U_K = -87 \text{ MeV}$  percebe-se que a presença dos mésons escalares-isovetoriais enrijece a equação de estado, gerando uma massa máxima-maior. O valor de massa máxima para a composição com os mésons escalares-isovetoriais, é  $\sim 1.6 M_\odot$ , valor maior do que o valor da massa do pulsar Hulse-Taylor [104] ( $M = 1,4411 \pm 0,0007 M_\odot$ ) mas plenamente de acordo com o valor médio

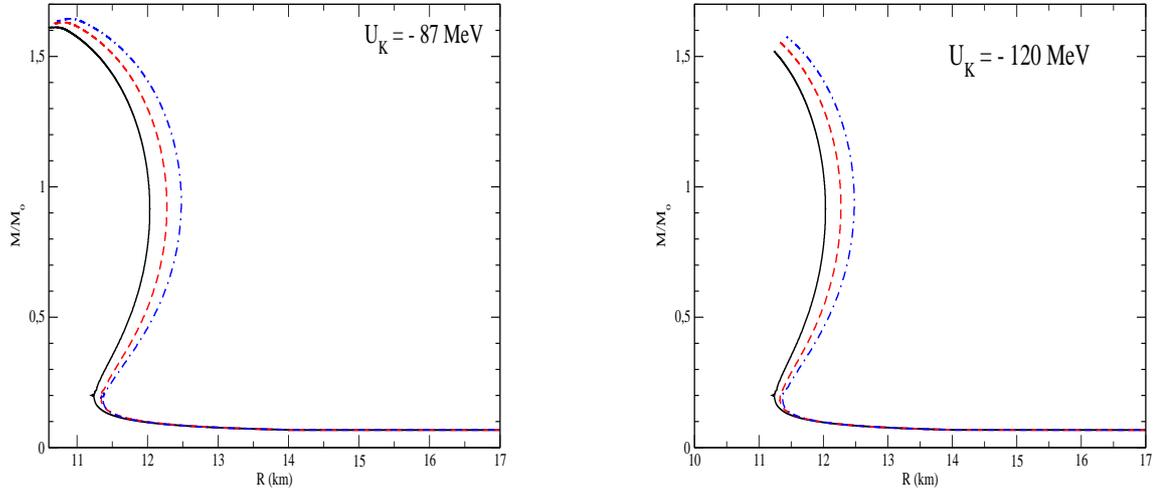


Figura 7.17: Relação Massa x Raio de uma estrela de nêutrons obtida a partir dos resultados do Modelo RV com a presença de um condensado de anti-káons  $K^-$ . O painel da esquerda apresenta o cenário para  $U_K = -87\text{MeV}$  e o painel da direita o cenário para  $U_K = -120\text{eV}$ . A linha cheia representa os resultados para matéria não levando em conta os mésons escalares-isovetoriais. A linha tracejada mostra o comportamento da matéria incluindo a presença do méson  $\delta$ . E a linha ponto-tracejada mostra os efeitos da inclusão do méson  $\delta^*$ . Nos dois painéis as curvas terminam no valor de massa máxima estelar.

para a massa das estrelas de nêutrons conhecidas atualmente: cerca de  $1,6M_\odot$  [75].

Por outro lado, os resultados de ambos os painéis mostram que quanto menor o potencial ótico maior é a massa máxima da estrela, o que significa que quanto menor o potencial ótico mais rígida se torna a equação de estado. Isso se explica pelo fato de a profundidade do potencial ótico refletir a intensidade de ligação dos anti-káons com o meio nuclear, suavizando-o. Esse efeito é dramaticamente percebido no painel da direita. Com o aumento da profundidade do potencial ótico dos anti-káons nota-se que a massa máxima é reduzida (as curvas terminam no valor de massa máxima) para todos os valores de composição da matéria nuclear considerados, ou seja, sem a presença e com a presença dos mésons escalares-isovetoriais.

O comportamento da massa da estrela em função da densidade energia central é representado na figura (7.18) para três cenários de profundidade de potencial ótico dos káons: a)  $U_K = -87\text{MeV}$  (painel superior esquerdo); b)  $U_K = -100\text{MeV}$  (painel superior direito); c)  $U_K = -120\text{MeV}$  (painel inferior). A ausência ou presença dos mésons escalares-isovetoriais  $\delta$  e  $\zeta$  segue o mesmo esquema utilizado nas curvas de massa x raio (figura (7.17)). Verifica-se claramente pelos três painéis a característica dos mésons escalares-isovetoriais já percebida nas relações massa x raio, o de enrijecer a equação de estado da matéria nuclear, produzindo uma massa máxima maior. Por outro lado, novamente percebe-se que o aumento da profundidade do potencial ótico suaviza os efeitos do enrijecimento dos mésons escalares-isovetoriais. Ressalta-se que

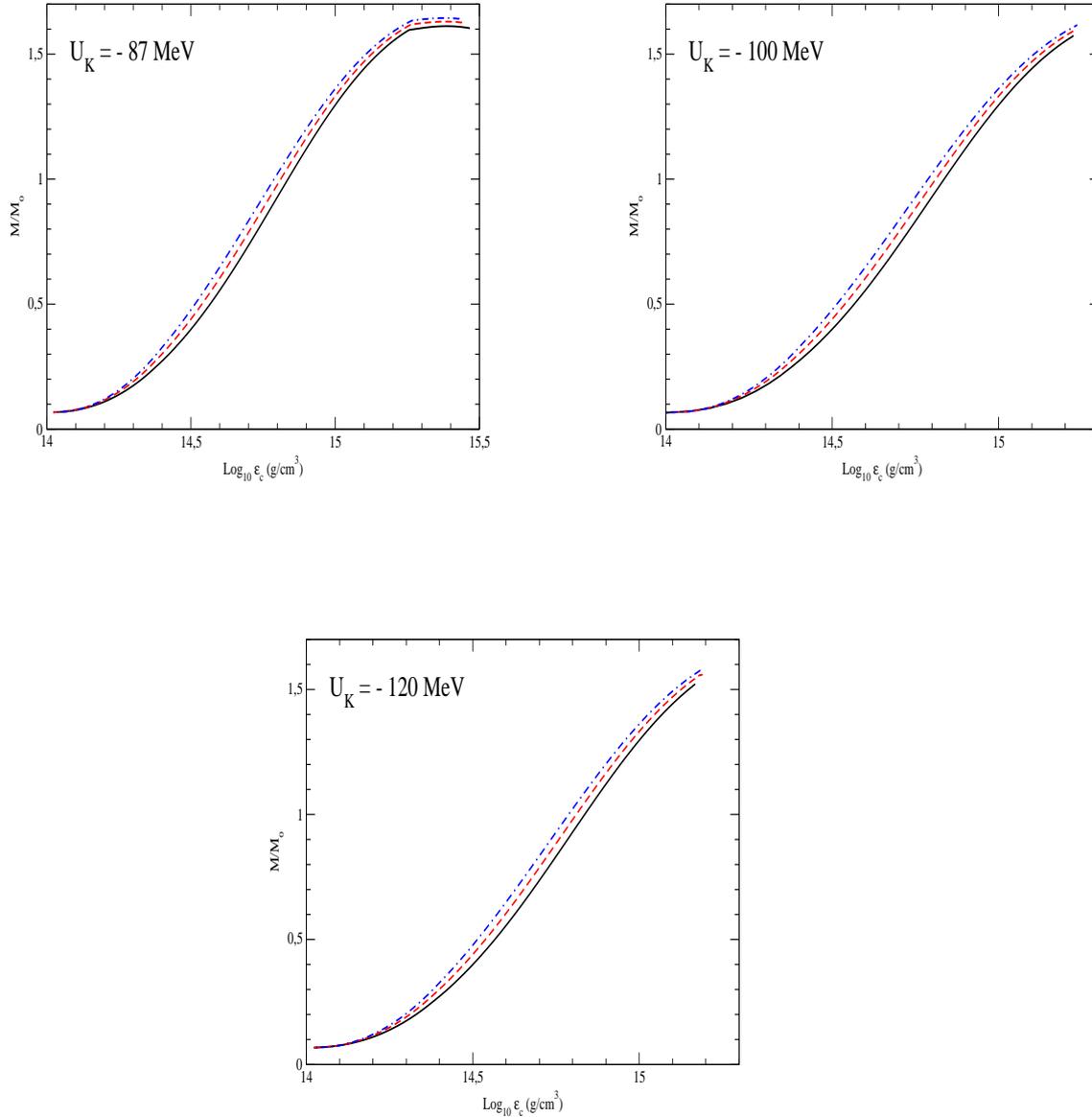


Figura 7.18: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  para a massa relativa da estrela de nêutrons em função da sua densidade de energia central. O painel superior esquerdo mostra o resultado para  $U_K = -87 \text{ MeV}$ ; o painel superior direito mostra o resultado para  $U_K = -100 \text{ MeV}$ ; e o painel inferior para  $U_K = -120 \text{ MeV}$ . Em todos painéis as linhas cheias representam a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ ; as tracejadas a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$ ; as ponto-tracejadas a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\chi$ . As curvas são interrompidas no valor de massa máxima.

as curvas são interrompidas no valor da massa máxima. Os resultados da figura (7.18) são importantes também porque permitem relacionar a massa máxima estelar com a energia de ligação da estrela de nêutrons, uma vez que espera-se que uma energia de

ligação mais negativa gere uma massa máxima maior.

A figura (7.19) apresenta os resultados do Modelo RV para o *redshift* gravitacional em função da massa da estrela de nêutrons para as profundidades de potencial ótico dos káons  $U_K = -87\text{MeV}$  (painel da esquerda) e  $U_K = -100\text{MeV}$  (painel da direita). O *redshift* gravitacional é um observável da estrela de nêutrons. Sua expressão depende da relação massa/raio, também chamada de *compactidade* da estrela, uma grandeza adimensional, a qual permite que se faça estimativas sobre as qualidades da estrela. Podemos perceber por ambos os painéis que a presença dos mésons escalares-isovetoriais tende a reduzir o valor do *redshift*. No painel da esquerda é destacado um valor máximo de 0,35 para o *redshift*. É um resultado importante, pois trata-se de um valor comumente aceito para o *redshift* de estrelas de nêutrons observadas [214], onde portanto, poder-se-ia especular tratar-se tais estrelas como compostas de matéria nuclear com condensado de anti-káons. Com o aumento da profundidade do potencial ótico percebe-se uma redução no valor do *redshift* gravitacional para todos os cenários com os mésons escalares-isovetoriais considerados neste trabalho, o que poderia indicar uma diminuição na compactidade da estrela em função do aumento da profundidade do potencial ótico dos káons  $U_K$ .

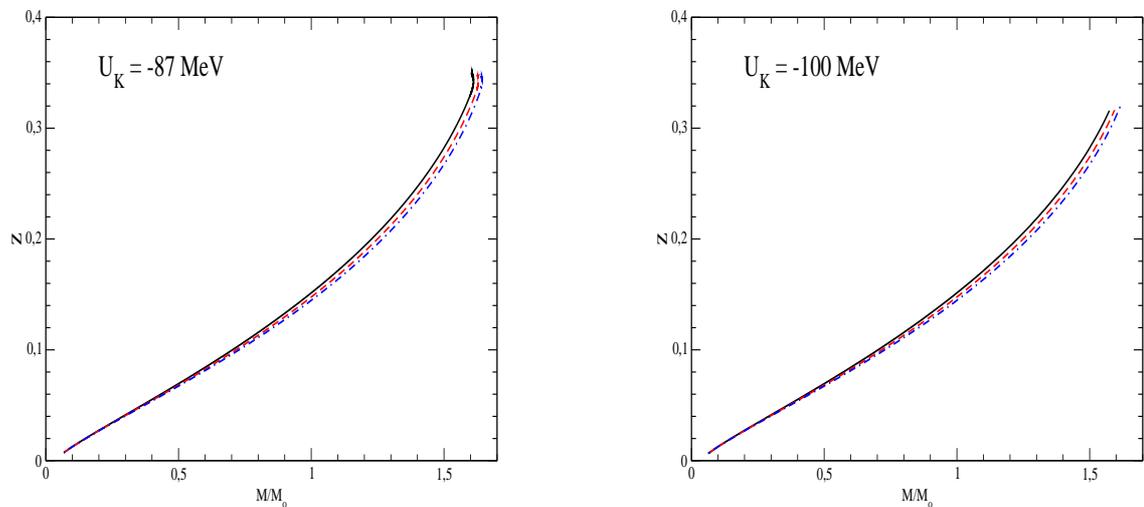


Figura 7.19: Resultados do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com condensado de anti-káons para o *redshift* gravitacional da estrela de nêutrons em função da massa estelar. O painel da esquerda mostra os resultados para  $U_K = -87\text{MeV}$ . O painel da direita mostra os resultados para  $U_K = -100\text{MeV}$ . A linha cheia representa matéria sem mésons escalares-isovetoriais. A linha tracejada mostra a matéria incluindo a presença do méson  $\delta$ . E a linha ponto-tracejada mostra os efeitos da inclusão do méson  $\sigma$ .

Os resultados do Modelo RV para a distribuição das populações de partículas em função do raio da estrela são apresentados em diferentes cenários nas figuras (7.20), (7.21) e (7.22).

A figura (7.20) mostra os resultados da distribuição das populações de partículas em função do raio estelar para uma família de estrelas com massa máxima  $M = 1.61M_{\odot}$  composta por matéria nuclear com núcleons, léptons, condensado de anti-káons  $K^{-}$  e condensados de mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  num cenário de  $U_K = -87MeV$ . Percebe-se que o condensado de  $K^{-}$  só se realiza próximo da região central devido ao seu alto limiar, quando levado em conta um cenário com o potencial ótico de  $-87MeV$ . Neste contexto, o antikáon neutro  $\bar{K}^0$  não se realiza.

A figura (7.21) mostra os resultados da distribuição das populações de partículas em função do raio estelar com a inclusão dos mésons escalares-isovetoriais  $\delta$  (painel da esquerda) e  $\varsigma$  (painel da direita) à matéria supra-citada para o cenário de  $U_K = -87MeV$ . Como esperado, a massa máxima gerada para uma estrela com esta composição aumenta,  $M = 1.63M_{\odot}$  com a inclusão de  $\delta$ , e  $1.64M_{\odot}$  com  $\delta$  mais  $\varsigma$ , novamente indicando o enrijecimento da equação de estado provocado pelo méson  $\delta$  e a amplificação de seus efeitos provocada pela ressonância escalar-isovetorial  $\varsigma$ . Pode-se observar que no caso dos dois painéis a superfície da estrela é composta puramente por nêutron e seu interior, a partir de  $R < 2km$  observamos a matéria nuclear com o condensado de anti-káons  $K^{-}$ . Outro resultado interessante nesta figura é que a inclusão do méson  $\varsigma$  simetriza completamente a matéria nuclear no centro da estrela, levando prótons e nêutrons a apresentarem a mesma população relativa nesta região. Um resultado esperado, pois como discutido nos capítulos anteriores, a presença dos mésons escalares-isovetoriais tende a restabelecer a simetria entre os núcleons, diminuindo a energia de simetria do sistema.

Na figura (7.22) vemos os resultados para o comportamento, em função do raio estelar, das populações de nêutrons, prótons, elétrons, múons e condensados de mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  para os cenários de profundidade do potencial ótico dos káons de  $U_K = -100MeV$  (painel da esquerda) e  $U_K = -120MeV$  (painel da direita). O grande resultado desta figura é mostrar que para estes patamares de  $U_K$  os anti-káons no Modelo RV são preteridos completamente da estrela, não atingindo um limiar possível para o seu aparecimento, uma vez que as massas máximas das estrelas, bem como as densidades centrais, diminuem.

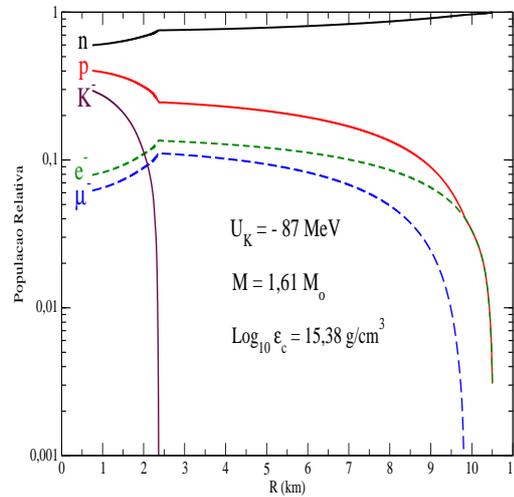


Figura 7.20: Resultados do Modelo RV para a população de espécies de partículas em função do raio da estrela com a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com o condensado de anti-káons, e condensado de mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ , no contexto do potencial ótico  $U_K = -87 \text{ MeV}$ .

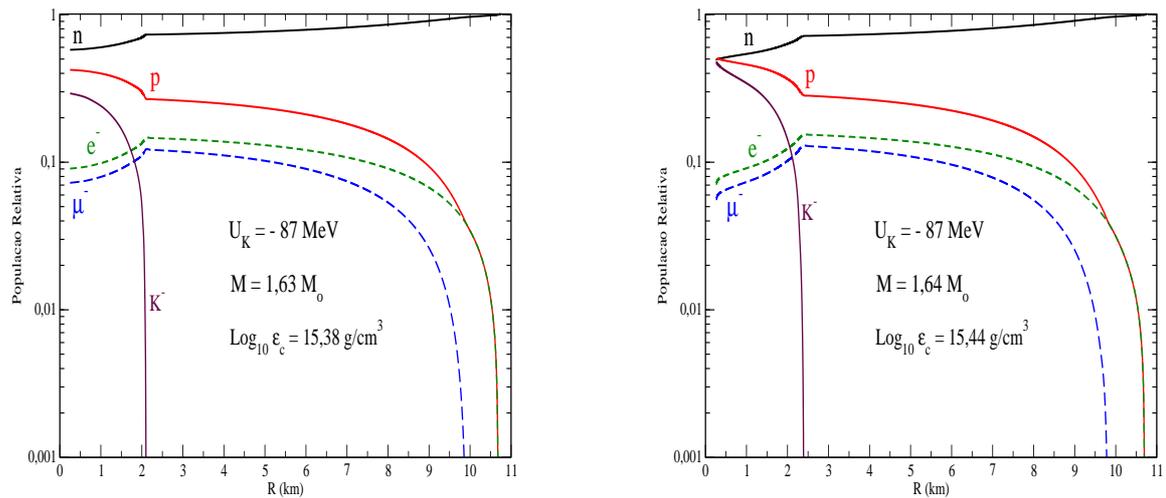


Figura 7.21: Resultados do Modelo RV para a população de espécies de partículas em função do raio da estrela com a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com o condensado de anti-káons no contexto de  $U_K = -87 \text{ MeV}$ . O painel da esquerda mostra os resultados para o condensado de mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$ . O painel da direita mostra os resultados para o condensado de mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\zeta$ .

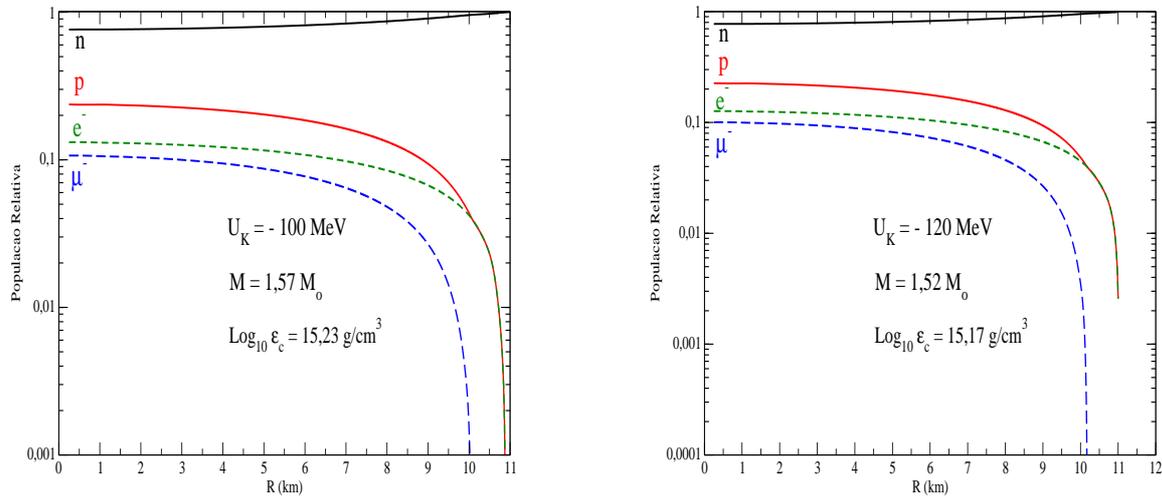


Figura 7.22: Resultados do Modelo RV para a população de espécies de partículas em função do raio da estrela com matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com o condensado de anti-káons, e condensado de mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ , no contexto de: (a)  $U_K = -100 \text{ MeV}$  (painel da esquerda); (b)  $U_K = -120 \text{ MeV}$  (painel da direita). Nota-se que em ambos os casos os anti-káons são preteridos.

# Capítulo 8

## Resfriamento em Estrelas de Nêutrons - Processo URCA Direto

### 8.1 Introdução

Na física de astropartículas, o efeito Urca está associado a um conjunto de reações de emissão de neutrinos que ocorrem em matéria nuclear altamente densa. Este efeito, que ocupa papel central na descrição dos processos de arrefecimento de estrelas de nêutrons, foi pela primeira vez estudado por George Gamow e Mario Schenberg<sup>1</sup>[215]. Processos Urca diretos representam a forma mais simples de emissão de neutrinos, e podem ser sintetizados como

$$\begin{aligned} B_1 &\rightarrow B_2 + l + \bar{\nu}_l; \\ B_2 + l &\rightarrow B_1 + \nu_l, \end{aligned} \tag{8.1}$$

onde  $B_1$  e  $B_2$  representam bárions,  $l$  um lépton, o elétron ou o múon, e  $\nu_l$  o neutrino associado ao lépton  $l$ . Os bárions podem ser núcleons, híperons, como por exemplo  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$ , ou ainda membros da família do isóbaro  $\Delta$ . No caso do próton e do nêutron os processos Urca correspondentes são dados por:

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e; \\ p + e^- &\rightarrow n + \nu_e. \end{aligned} \tag{8.2}$$

J. Boguta [216] ressaltou o papel relevante destas reações no processo de arrefecimento de estrelas de nêutrons. Por sua vez, J.M. Lattimer [217] e colaboradores sugeriram uma formulação simples para descrever as perdas de energia por meio da emissividade de neutrinos na matéria nuclear degenerada em equilíbrio  $\beta$ . As predições de Lattimer indicam que, para que o processo ocorra, deve ser superado um limiar na concentração de prótons na matéria nuclear. A formulação de J.M. Lattimer e colaboradores tem como pressuposto que as partículas que participam do processo Urca

---

<sup>1</sup>Em 1940, Mário Schenberg e George Gamow criaram a concepção do efeito Urca para explicar o colapso estelar que dá origem ao processo explosivo nas estrelas chamadas novas e supernovas. O processo teve esta denominação porque, ao visitarem um cassino no bairro da Urca, na cidade do Rio de Janeiro, Gamow teria dito a Schenberg que *a energia desaparece no núcleo de uma supernova tão rapidamente quanto o dinheiro desaparecia na mesa da roleta.*

são livres, não-relativísticas e que efeitos de recuo dos prótons podem ser desprezados. Estas aproximações não se justificam na medida em que:

- estudos mais recentes [218], considerando núcleons interagentes sob efeito da força forte e a substituição das massas bariônicas por seus valores efetivos, indicam que o limiar na concentração de prótons para a realização do processo Urca ocorre para densidades cujos momentos de Fermi correspondentes são da ordem de grandeza ou maiores do que as massas efetivas dos núcleons;
- no modelo do gás de Fermi relativístico não-interagente, as leis de conservação simultânea de energia e momentum nas reações envolvendo o processo Urca, somente seriam satisfeitas se a diferença entre as massas efetivas dos núcleons envolvidos no processo obedecesse a condição

$$\Delta_{np} = M_n^* - M_p^* \sim 10^2 MeV ; \quad (8.3)$$

resultado este que não é consistente com uma formulação não interagente;

- no regime relativístico, o momentum linear do lépton do estado final é da ordem de grandeza da massa efetiva do próton de modo que correções de recuo do próton são relevantes no processo Urca.

A conclusão a que chegamos é que uma descrição apropriada do efeito Urca tem como pressupostos fundamentais a inclusão:

- de um tratamento relativístico;
- de efeitos de recuo dos prótons e dos nêutrons;
- das diferenças, expressivas, entre as massas efetivas dos prótons e dos nêutrons, ocasionadas pelas correspondentes diferenças nas intensidades dos potenciais de natureza escalar destas partículas.

Neste trabalho propomos um estudo do arrefecimento em estrelas de nêutrons por meio da emissão de neutrinos em processos Urca diretos, utilizando o Modelo Lagrangeano Relativístico Razeira-Vasconcellos (MRV) contemplando a presença de um condensado de anti-káons, e concentrando nossa atenção no setor dos núcleons e dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\zeta$  e  $\delta$ . Neste modelo os mésons escalares-isoescalares e escalares-isovetoriais  $\sigma$ ,  $\zeta$  e  $\delta$  ocupam papel fundamental na determinação das massas efetivas dos prótons e dos nêutrons:

$$M_n^* \sim M_n - 2g_\sigma\sigma_0 + g_\zeta\zeta_3 + g_\delta\delta_3 ;$$

$$M_p^* \sim M_p - 2g_\sigma\sigma_0 - g_\zeta\zeta_3 - g_\delta\delta_3 ;$$

$$\Delta_{np}^* \sim (M_n - M_p) + 2g_\zeta\zeta_3 + 2g_\delta\delta_3 .$$

## 8.2 Fração de Assimetria e Papel dos Anti-káons na Taxa de Resfriamento das Estrelas de Nêutrons

A ocorrência de processos URCA está subordinada à *condição de triângulo*, no espaço de momentum linear:

$$p_{Fp} + p_{Fe} \geq p_{Fn}. \quad (8.4)$$

O aumento dos momenta de Fermi dos prótons corresponde, devido às condições adicionais de equilíbrio químico e de neutralidade de carga elétrica, ao aumento simultâneo dos momenta de Fermi dos elétrons.

Investigações dos efeitos dos campos dos mésons escalares-isovetoriais na matéria nuclear *rica* em nêutrons [58, 219, 220] mostram que a presença destes mésons origina um aumento da fração de prótons, ou seja, aumentam o momentum de Fermi dos prótons, e, simultaneamente, um decréscimo na fração de nêutrons, diminuindo a assimetria de isospin da matéria nuclear [58, 62, 219, 220]. Este resultado de *simetrização* da matéria nuclear de uma estrela de nêutrons é explicado pelo fato dos mésons  $\delta$  e  $\zeta$  acoplarem-se à corrente isovetorial bariônica conservada, assim como o méson  $\rho$  também o faz.

Efeito similar de simetrização da matéria nuclear é esperado com a condensação de anti-káons na matéria nuclear da estrela de nêutrons. Com a presença do anti-káons  $K^-$  a fração de prótons do sistema tende a crescer dramaticamente devido à neutralidade de carga (ver figura (7.4)). Com o surgimento do condensado de  $\bar{K}^0$ , se estabelece uma competição na formação de pares  $K^- - p$  e  $\bar{K}^0 - n$ , resultando em uma matéria perfeitamente simétrica para núcleons e anti-káons no interior da estrela de nêutrons (figura (7.5)). O aumento do valor da profundidade de potencial óptico dos káons também contribui de forma efetiva para a simetrização da matéria nuclear (painel da esquerda das figuras (7.11), (7.12) e (7.13)).

Espera-se, portanto, que a presença dos anti-káons seja importante para a taxa de resfriamento de uma estrela de nêutrons via processo URCA direto uma vez que os resultados do Modelo RV para as populações de partículas na matéria nuclear de uma estrela de nêutrons em função da densidade bariônica obtidos no capítulo anterior (figura (7.10)) indicam que realmente a presença do condensado de anti-káons faz com que a população relativa dos prótons busque igualar a população relativa dos nêutrons, simetrizando a matéria nuclear da estrela de nêutrons.

### Fração de Assimetria Entre Núcleons

A fração de assimetria dos núcleons para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  é definida como

$$f_a = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p} = \frac{\rho_n}{\rho_n + \rho_p} - \frac{\rho_p}{\rho_n + \rho_p} = x_n - x_p, \quad (8.5)$$

onde  $x_n$  e  $x_p$  representam, respectivamente, as frações de nêutrons e de prótons no sistema. A fração  $f_a$  com valor 1 representa a matéria nuclear constituída apenas por nêutrons.  $f_a$  com valor 0 representa a matéria nuclear simétrica. Valores de  $f_a$  entre 0 e 1 representam as diferentes misturas do número de prótons e nêutrons do sistema.

As figuras (8.1) e (8.2) demonstram o comportamento da fração de assimetria entre prótons e nêutrons em função da densidade bariônica para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com o condensado de anti-káons  $K^-$  descrita pelo Modelo RV.

Na figura (8.1) o painel da esquerda mostra o comportamento da fração de assimetria  $f_a$  da matéria constituída por neutrons, prótons, elétrons, múons, mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  em função da densidade bariônica para as profundidades de potencial ótico dos káons  $U_K = -87MeV$ ,  $U_K = -100MeV$  e  $U_K = -120MeV$ . O ponto de separação da linha tracejada para cada um dos  $U_K$  indica o limiar de nascimento dos anti-káons  $K^-$ . O resultado mais expressivo destas curvas está na indicação do rumo abrupto com que o comportamento de *simetrização* da matéria nuclear, indicado por  $f_a$ , toma após o aparecimento do condensado de anti-káons. Resultados da literatura [62] indicam um comportamento suave em direção a  $f_a = 0$ , como o da linha que corresponde à ausência de anti-káons. Isso nos permite confirmar que a presença dos anti-káons força de modo expressivo a igualdade na fração de prótons e nêutrons, como mostram o painel da direita da figura (8.1), e os painéis da esquerda e da direita da figura (8.2). Estes três painéis levam em conta a presença dos mésons escalares-isovetoriais na matéria nuclear supra citada da seguinte maneira: mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  (linha cheia); mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  (linha tracejada); mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\zeta$  (linha ponto-tracejada).

De igual forma, os resultados contidos nas figuras (8.1) e (8.2) são consistentes com as investigações anteriores [58, 219, 220] a respeito dos efeitos dos mésons escalares-isovetoriais na matéria nuclear assimétrica, na medida em que a presença do méson  $\delta$  faz com que  $f_a$  diminua de valor ainda mais com relação aos efeitos provocados pelo condensado de  $K^-$ , indicando que sua presença implica na diminuição da assimetria de isospin no setor dos núcleons, ou seja, na diminuição da diferença do número de nêutrons e prótons do sistema. A inclusão do méson  $\zeta$  leva a uma diminuição de  $f_a$  ainda maior, ou seja, que sua presença é equivalente à *amplificação* da amplitude do méson  $\delta$ , como anteriormente discutido nesta tese.

O comportamento abrupto de simetrização provocado pelo condensado de  $K^-$  e amplificado pelos mésons  $\delta$  e  $\zeta$  a partir do formalismo do Modelo RV para a matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  é empolgante pois, como previamente colocado, o comportamento de simetrização da matéria nuclear rica em nêutrons está diretamente relacionado com as propriedades de resfriamento da estrela pelo processo URCA.

Se a fração de prótons  $x = \rho_p/(\rho_n + \rho_p)$  exceder um valor crítico  $x_U$ , o processo URCA torna-se operante [221].

Uma vez que uma densidade bariônica crítica (associada ao valor crítico  $x_U$ ) é atingida no centro de uma configuração estelar para uma dada equação de estado a correspondente massa crítica da estrela para o processo URCA,  $M_U$ , é encontrada. Toda estrela com massa acima de  $M_U$  irá ser eficientemente resfriada pelo processo URCA e se tornará praticamente invisível para detecção térmica dentro de poucos anos [222]. Portanto, se um modelo apresentar uma massa crítica estelar, por exemplo, para um valor  $M_U < 1.35M_\odot$  isto afetaria grande parte da população de estrelas de nêutrons conhecidas, pois o valor médio das massas das estrelas de nêutrons corresponde a  $M_{EN} \sim 1,6 M_\odot$ . Por outro lado, modelos com equações de estado que apresentem uma  $M_U > 1.5M_\odot$  não entrariam em contradição com os dados observados atualmente.

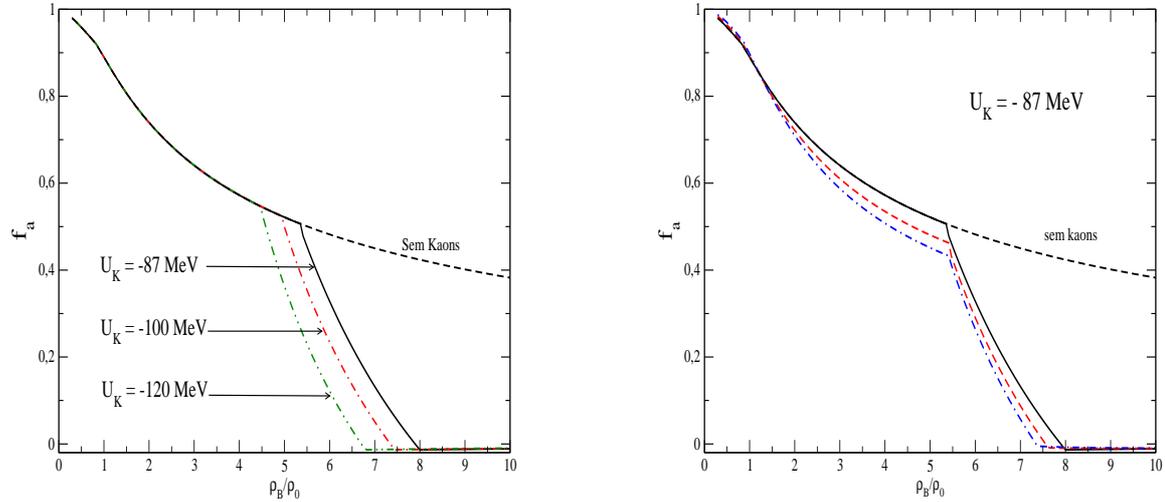


Figura 8.1: Resultados do Modelo RV para o comportamento da fração de assimetria da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com o condensado de anti-káons. O painel da esquerda mostra a matéria com os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  no contexto das profundidades de potencial ótico dos káons  $U_K = -87, -100$  e  $-120 MeV$ . O painel da direita mostra os resultados no contexto de  $U_K = -87 MeV$  para: a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  (linha cheia); a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  (linha tracejada); a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\varsigma$  (linha ponto-tracejada).

Portanto, a definição de  $M_U$  pode se tornar um vínculo efetivo de modelo <sup>2</sup>.

### 8.3 Processo Urca e a Emissividade de Neutrinos

O lagrangeano de interação eletrofraco, para baixas energias, entre os campos dos bárions e o dos léptons pode ser escrito na aproximação de *interação puntual* como

$$\mathcal{L}_{fraco} = \frac{G_F C}{\sqrt{2}} j^\alpha J_\alpha, \quad (8.6)$$

onde o somatório sobre índices gregos repetidos é assumido e  $G_F = 1,436 \times 10^{-49} \text{ erg cm}^{-3}$  é a constante de acoplamento fraco de Fermi,  $C$  é o fator de Cabibo, que corresponde a  $C = \cos \theta_C = 0,973$ , no caso de uma variação na estranheza igual a  $\Delta S = 0$  e a  $C = \sin \theta_C$ , para uma variação na estranheza igual a  $\Delta S = 1$ .

Em processos URCA envolvendo neutrons e prótons

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (8.7)$$

<sup>2</sup>Salienta-se, porém, que muitos autores consideram a ausência do processo URCA para estrelas de nêutrons típicas como um cenário mais realístico e usam esta premissa como vínculo [221]

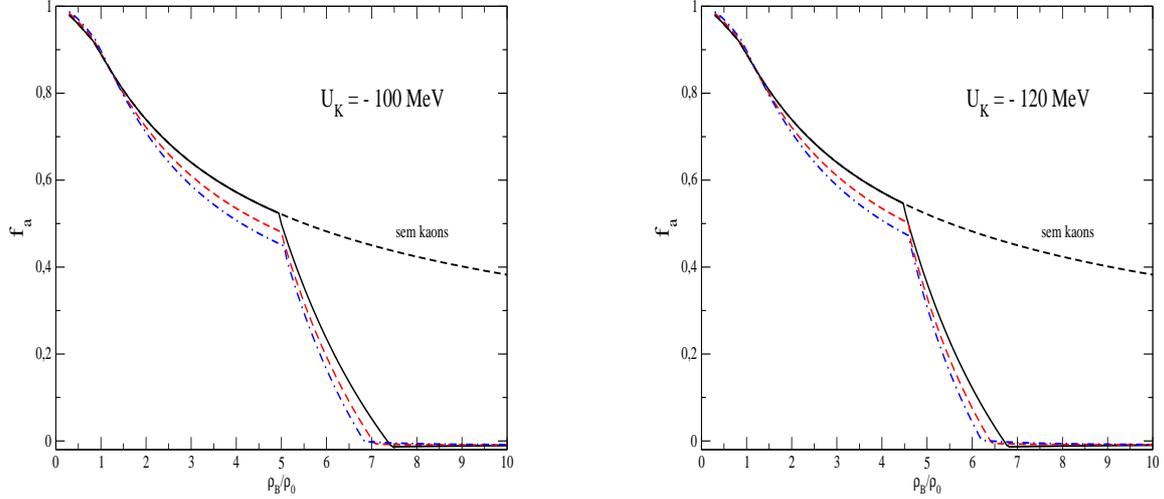


Figura 8.2: Resultados do Modelo RV para o comportamento da fração de assimetria da matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  com o condensado de anti-káons. O painel da esquerda mostra os resultados no contexto da profundidade de potencial ótico do káons  $U_K = -100\text{MeV}$  para: a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  (linha cheia); a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  (linha tracejada); a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\varsigma$  (linha ponto-tracejada). O painel da direita mostra os resultados no contexto de  $U_K = -120\text{MeV}$  para: a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  (linha cheia); a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  (linha tracejada); a matéria com a presença dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  e  $\varsigma$  (linha ponto-tracejada).

o decaimento  $\beta$ , as correntes fracas leptônicas,  $j^\alpha$  e bariônicas,  $J_\alpha$  podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned} j^\alpha &= \bar{\psi}_e \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \psi_\nu, \\ J_\alpha &= \bar{\psi}_p \gamma_\alpha (C_V - C_A \gamma_5) \psi_n. \end{aligned} \quad (8.8)$$

Nesta expressão,  $\psi_p$  e  $\psi_n$  representam os campos dos prótons e dos nêutrons,  $C_V$  e  $C_A$  denotam as constantes de acoplamento vetorial e axial-vetorial, respectivamente. Consideramos, no presente tratamento teórico, neutrinos com massa nula cujas energias e momenta lineares são representados na forma  $q_\nu = (\omega_\nu, \mathbf{k}_\nu)$ , sendo  $\omega_\nu = k_\nu$ . A energia e o momentum linear do lépton final do processo, de massa  $m_e$ , é denotado por  $q_e = (\omega_e, \mathbf{k}_e)$ , sendo que  $\omega_e = \sqrt{k_e^2 + m_e^2}$ .

O elemento de matriz da reação é definido como

$$i\mathcal{M}_{fi} = -i \frac{G_F C}{\sqrt{2}} \bar{\mathcal{U}}(k_e) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \mathcal{V}(-k_\nu) \bar{\mathcal{U}}_p(P') \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) \bar{\mathcal{U}}_n(P), \quad (8.9)$$

onde  $\mathcal{U}$  representa o espinor de Dirac, sendo que os índices de *spin* estão subentendidos.

O valor quadrático da matriz da reação é dado, então, por

$$\begin{aligned}
 |\mathcal{M}_{fi}|^2 &= \frac{G_F^2 C^2}{2} 64 [(C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^* (k_\nu k_e) + (C_A - C_V)^2 (k_\nu P_p) (k_e P_n) \\
 &+ (C_A + C_V)^2 (k_\nu P_n) (k_e P_p)] .
 \end{aligned} \tag{8.10}$$

A seção de choque por unidade de volume de matéria ou, equivalentemente, a *relação inversa* do livre caminho médio, isto é  $\lambda \sim 1/\sigma(\omega_\nu)$ , associada ao processo URCA, pode ser determinada a partir da chamada *regra de ouro de Fermi* na forma

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma(\omega_\nu)}{V} &= 2 \int \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_e}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(P_n - P_p - q_\nu - q_e) W_{fi} \\
 &\times f_n(\varepsilon_n)(1 - f_p(\varepsilon_p))(1 - f_e(\omega_e)) ,
 \end{aligned} \tag{8.11}$$

onde  $P_i = (E_i - U_i, \mathbf{p}_i) = (\sqrt{p_i^2 + M_i^{*2}}, \mathbf{p}_i)$  denota o quadri-momentum linear do bárion representado pelo símbolo  $i$  e  $U_i$  a sua energia de interação (*potencial*). Nesta expressão,  $W_{fi}$  representa a matriz de transição do processo, apropriadamente escalonada:

$$W_{fi} = \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2}{2^4 \varepsilon_n \varepsilon_p \omega_\nu \omega_e} , \tag{8.12}$$

onde  $\varepsilon_i = \sqrt{p_i^2 + M_i^{*2}}$  é a energia cinética relativística do bárion envolvido no processo<sup>3</sup>.

A função  $f_i(\varepsilon_i)$  na expressão (8.11), por sua vez, representa a distribuição de probabilidade de Fermi-Dirac, considerando-se a condição de equilíbrio térmico

$$\begin{aligned}
 f_n(\varepsilon_n) &= \left[ 1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_n + U_n - \mu_n}{T}\right) \right]^{-1} , \\
 f_p(\varepsilon_p) &= \left[ 1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_p + U_p - \mu_p}{T}\right) \right]^{-1} , \\
 f_e(\omega_e) &= \left[ 1 + \exp\left(\frac{\omega_e - \mu_e}{T}\right) \right]^{-1} ,
 \end{aligned} \tag{8.13}$$

onde o símbolo  $\mu$  representa o potencial químico das partículas.

A função que descreve a energia total emitida por unidade de volume e tempo,  $Q$ , ou seja, a função de emissividade total, devido aos processos  $\beta$  e  $\beta$ -inverso, que geram neutrinos e antineutrinos, é definida pela expressão

$$\begin{aligned}
 Q &= \int \frac{d^3 k_\nu}{(2\pi)^3} \omega_\nu \frac{\sigma(\omega_\nu)}{V} \\
 &= 2 \int \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_e}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_\nu}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(P_n - P_p - q_\nu - q_e) W_{fi} \\
 &\times \omega_\nu f_n(\varepsilon_n)(1 - f_p(\varepsilon_p))(1 - f_e(\omega_e)) .
 \end{aligned} \tag{8.14}$$

<sup>3</sup>Como estamos considerando a energia total emitida por meio de neutrinos e antineutrinos, por unidade de volume e tempo, na matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$ , a reação  $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ , que corresponde ao processo  $\beta$ -inverso, apresenta a mesma emissividade do processo (8.7); por esta razão o fator 2 na expressão (8.11).

No cálculo desta expressão não são consideradas as contribuições dos potenciais químicos dos neutrinos e dos antineutrinos que escapam do sistema; os termos  $f_n(\varepsilon_n)(1 - f_p(\varepsilon_p))(1 - f_e(\omega_e))$  representam por sua vez *fatores de bloqueio de Pauli*.

Desprezando-se, então, o potencial químico dos neutrinos, que escapam, podemos escrever a condição de equilíbrio químico como

$$\mu_e = \mu_n - \mu_p. \quad (8.15)$$

Assim, pela condição de conservação de energia

$$\varepsilon_n + U_n = \varepsilon_p + U_p + \omega_e + \omega_\nu; \quad (8.16)$$

supondo que a energia total dos elétrons e antineutrinos é dada por  $\omega_e + \omega_\nu = \mu_e + \omega'$ , podemos reescrever o *fator de bloqueio de Pauli* na forma

$$f_n(\varepsilon_n)(1 - f_p(\varepsilon_p))(1 - f_e(\omega_e)) \equiv f_n(\varepsilon_n)(1 - f_n(\varepsilon_n - \omega'))(1 - f_e(\mu_e + \omega' - \omega_\nu)), \quad (8.17)$$

onde  $\omega' \sim T$ .

A energia dos antineutrinos é proporcional à temperatura,  $T$ , do sistema; assim  $\omega_\nu \sim T$ ; da mesma forma, o momentum linear dos antineutrinos é proporcional à temperatura do sistema:  $|\mathbf{k}_\nu| \sim T$ ; os valores dos momenta lineares dos antineutrinos é muito menor do que os valores correspondentes às demais partículas do sistema; por esta razão podemos desprezar a contribuição dos antineutrinos na função delta de Dirac. Obtemos então, de forma aproximada, a expressão

$$\delta^4(P_n - P_p - q_\nu - q_e) \simeq \delta(\varepsilon_n + U_n - \varepsilon_p - U_p - \omega_e) \delta(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_p - \mathbf{k}_e). \quad (8.18)$$

Podemos, assim, imediatamente realizar a integral em  $d^3 p_p$  na expressão (8.14), de modo que a condição  $\mathbf{p}_p = \mathbf{p}_n - \mathbf{k}_e$  seja satisfeita quando consideramos as demais integrais.

As trocas de energia na matéria nuclear *escalam* de maneira natural com a temperatura,  $\sim T$ , do sistema, que é, em estrelas de nêutrons, relativamente baixa quando comparada com as energias cinéticas das partículas que ocupam estados degenerados em energia. Assim, em todas as funções na expressão (8.14), os momenta lineares dos férmions no meio podem ser fixados aos seus valores correspondentes às *superfícies de Fermi*. Por questões de simplicidade, esta condição ficará implícita na notação; ao final dos cálculos procederemos à substituição  $p_n \rightarrow k_{Fn}$ ,  $p_p \rightarrow k_{Fp}$  e  $p_e \rightarrow k_{Fe}$ .

### 8.3.1 Cinemática

Para computar o elemento de matriz é necessário escolher um sistema de referência. Adotamos neste trabalho um sistema de referência em que o eixo  $Z$  é paralelo com a direção do momentum linear do nêutron associado ao processo URCA, representado por  $\mathbf{p}_n$ :

$$\begin{aligned} q_\nu &= (\omega_\nu \sin \theta_\nu, 0, \omega_\nu \cos \theta_\nu, \omega_\nu); \\ q_e &= (k_e \sin \theta_e \cos \varphi_e, k_e \sin \theta_e \sin \varphi_e, k_e \cos \theta_e, \mu_e); \\ P_n &= (0, 0, p_n, \varepsilon_n). \end{aligned} \quad (8.19)$$

O quadrivetor momentum linear final do próton associado ao processo URCA é determinado pela conservação de energia e momentum linear ( $\mathbf{p}_p = \mathbf{p}_n - \mathbf{k}_e$ ):

$$P_p = (-k_e \sin \theta_e \cos \varphi_e, -k_e \sin \theta_e \sin \varphi_e, p_n - k_e \cos \theta_e, \varepsilon_p). \quad (8.20)$$

### 8.3.2 Emissividade de Neutrinos no Processo URCA

Em sendo determinada a cinemática de reação na forma proposta acima, passamos à determinação da emissividade de neutrinos no processo URCA, dada pela expressão (8.14). Substituindo-se as expressões (8.19) e (8.20) na equação do elemento de matriz (8.10), obtemos

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= 32 C^2 G_F^2 [(C_A - C_V) (C_A + C_V) M_n^* M_p^* (\mu_e \omega_\nu - p_e \omega_\nu \cos \theta_\nu \cos \theta_e \\ &\quad - p_e \omega_\nu \cos \varphi_e \sin \theta_\nu \sin \theta_e) + (C_A - C_V)^2 (\varepsilon_n \mu_e - p_e p_n \cos \theta_e) \\ &\quad \times (\varepsilon_p \omega_\nu - \omega_\nu \cos \theta_\nu (p_n - p_e \cos \theta_e) + p_e \omega_\nu \cos \varphi_e \sin \theta_\nu \sin \theta_e) \\ &\quad + (C_A + C_V)^2 (\varepsilon_n \omega_\nu - p_n \omega_\nu \cos \theta_\nu) (\varepsilon_p \mu_e - p_e \cos \theta_e (p_n - p_e \cos \theta_e) \\ &\quad + p_e^2 \cos^2 \varphi_2 \sin^2 \theta_e + p_e^2 \sin^2 \theta_e \sin^2 \varphi_2)]. \end{aligned} \quad (8.21)$$

As integrais angulares referentes à contribuição dos léptons são então determinadas, iniciando pela integral em relação ao ângulo azimutal  $\varphi_e$  na expressão da emissividade (8.14). Utilizando o elemento de matriz (8.21), obtemos

$$\begin{aligned} I_1 &\equiv \int_0^{2\pi} |\mathcal{M}|^2 d\varphi_e = 64 C^2 G_F^2 \pi \omega_\nu \{ [2(C_A^2 + C_V^2) \varepsilon_n \varepsilon_p + (C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^*] \mu_e \\ &\quad + (C_A + C_V)^2 \varepsilon_n p_e^2 - [(C_A + C_V)^2 \varepsilon_n + (C_A - C_V)^2 \varepsilon_p] p_e p_n \cos \theta_e \} \\ &\quad + 32 C^2 G_F^2 \pi \omega_\nu \cos \theta_\nu \{ -2p_e [(C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^* - (C_A - C_V)^2 \varepsilon_n \mu_e \\ &\quad - 2(C_A^2 + C_V^2) p_n^2] \cos \theta_e - p_n [2(C_A - C_V)^2 \varepsilon_n \mu_e + 2(C_A + C_V)^2 \varepsilon_p \mu_e \\ &\quad + (3C_A^2 + 2C_A C_V + 3C_V^2) p_e^2 + (C_A - C_V)^2 p_e^2 \cos 2\theta_e] \}. \end{aligned} \quad (8.22)$$

Na obtenção desta expressão, foi utilizada a expansão trigonométrica

$$\cos(\theta_\nu + 2\theta_e) = \cos \theta_\nu \cos^2 \theta_e - 2 \cos \theta_e \sin \theta_\nu \sin \theta_e - \cos \theta_\nu \sin^2 \theta_e,$$

e a identidade  $\sin^2 \theta_e + \cos^2 \theta_e = 1$ . Realizando a integração da equação (8.22) com respeito ao ângulo sólido do espaço de fase dos antineutrinos,  $d\Omega_\nu = \sin \theta_\nu d\theta_\nu d\varphi_\nu$ , obtemos

$$\begin{aligned} I_2 &\equiv \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_1 \sin \theta_\nu d\theta_\nu d\varphi_\nu \\ &= 256 C^2 G_F^2 \pi \omega_\nu \{ [2(C_A^2 + C_V^2) \varepsilon_n \varepsilon_p + (C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^*] \mu_e \\ &\quad + (C_A + C_V)^2 \varepsilon_n p_e^2 - [(C_A + C_V)^2 \varepsilon_n + (C_A - C_V)^2 \varepsilon_p] p_e p_n \cos \theta_e \}. \end{aligned} \quad (8.23)$$

No cálculo da integral da expressão acima envolvendo o ângulo  $\theta_e$ , fazemos uso da função delta de Dirac:

$$\delta^4(P_n - P_p - q_e) = \delta(\varepsilon_n + U_n - \varepsilon_p - U_p - \omega_\nu - \omega_e) \delta(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_p - \mathbf{k}_e), \quad (8.24)$$

que pode ser escrita em uma forma mais adequada aos nossos cálculos, como veremos a seguir.

A energia cinética dos prótons pode ser escrita, por sua vez, como

$$\varepsilon_p = \sqrt{(\mathbf{p}_n - \mathbf{k}_e)^2 + M_p^{*2}} = \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}}, \quad (8.25)$$

onde  $\mathbf{p}_n = \mathbf{p}_p + \mathbf{k}_e$ . Desta forma, podemos escrever

$$\delta(\varepsilon_n + U_n - \varepsilon_p - U_p - \omega_e) = \delta \left( \varepsilon_n + U_n - U_p - \mu_e - \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}} \right),$$

onde identificamos  $\omega_e = \mu_e$ .

Uma vez que  $\mu_e = \mu_n - \mu_p$  onde  $\mu_p = \varepsilon_n + U_n$  e  $\mu_p = \varepsilon_p + U_p$ , vemos então que

$$\varepsilon_n + U_n - U_p - \mu_e = \varepsilon_n + (\mu_n - \varepsilon_n) - (\mu_p - \varepsilon_p) - \mu_e = \mu_n - \mu_p - \mu_e + \varepsilon_p = \varepsilon_p. \quad (8.26)$$

Deste modo, temos que

$$\begin{aligned} & \delta \left( \varepsilon_n + U_n - U_p - \mu_e - \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}} \right), \\ & = \delta \left( \varepsilon_p - \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}} \right). \end{aligned} \quad (8.27)$$

A seguir determinamos a derivada

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d(\cos \theta_e)} \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}} = - \frac{p_n k_e}{\sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}}} \\ & = - \frac{p_n k_e}{\sqrt{(p_n - k_e)^2 + M_p^{*2}}} = - \frac{p_n k_e}{\sqrt{p_p^2 + M_p^{*2}}} = - \frac{p_n k_e}{\varepsilon_p}, \end{aligned} \quad (8.28)$$

e resolvemos a equação abaixo considerando a dependência angular na função  $\cos \theta_e$

$$p_p^2 + M_p^{*2} = p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}. \quad (8.29)$$

Finalmente obtemos

$$\begin{aligned} & \delta \left( \varepsilon_n + U_n - U_p - \mu_e - \sqrt{p_n^2 - 2 p_n k_e \cos \theta_e + k_e^2 + M_p^{*2}} \right) \\ & = \frac{\varepsilon_p}{p_n k_e} \delta \left( \cos \theta_e - \frac{k_e^2 + p_n^2 - p_p^2}{2 k_e p_n} \right), \end{aligned} \quad (8.30)$$

onde utilizamos a identidade

$$\delta(f(x) - f(x_0)) = \frac{1}{|f'(x_0)|} \delta(x - x_0). \quad (8.31)$$

Então, usando a função delta de Dirac (8.30), podemos integrar a emissividade dos neutrinos correspondente ao ângulo  $\theta_e$

$$\begin{aligned} I_3 & = \int_0^\pi I_2 \frac{\varepsilon_p}{p_n k_e} \delta \left( \cos \theta_e - \frac{k_e^2 + p_n^2 - p_p^2}{2 k_e p_n} \right) d(\cos \theta_e) \\ & = 256 C^2 G_F^2 \pi \omega_\nu \frac{\varepsilon_p}{p_n k_e} \{ [2(C_A^2 + C_V^2) \varepsilon_n \varepsilon_p + (C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^*] \mu_e \\ & + (C_A + C_V)^2 \varepsilon_n p_e^2 - \frac{1}{2} [(C_A + C_V)^2 \varepsilon_n + (C_A - C_V)^2 \varepsilon_p] (k_e^2 + p_n^2 - p_p^2) \}, \end{aligned} \quad (8.32)$$

onde foi utilizada a identidade  $\sin \theta_e d\theta_e = -d(\cos \theta_e)$ .

Procedemos, agora, ao cálculo da parte angular da integral envolvendo o espaço de fase dos nêutrons, isto é,  $d^3p_n = p_n^2 dp_n d\Omega_n$

$$\begin{aligned}
 I_4 &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} I_3 \sin \theta_n d\theta_n d\phi_n \\
 &= 1024 C^2 G_F^2 \pi^2 \omega_\nu \frac{\varepsilon_p}{p_n k_e} \{ [2(C_A^2 + C_V^2) \varepsilon_n \varepsilon_p + (C_A^2 - C_V^2) M_n^* M_p^*] \mu_e \\
 &\quad + (C_A + C_V)^2 \varepsilon_n p_e^2 - \frac{1}{2} [(C_A + C_V)^2 \varepsilon_n + (C_A - C_V)^2 \varepsilon_p] (k_e^2 + p_n^2 - p_p^2) \}.
 \end{aligned} \tag{8.33}$$

Realizamos então a integral [218]

$$\begin{aligned}
 &\int d\omega_\nu \omega_\nu^3 d\omega' d\varepsilon_n f_n(\varepsilon_n) (1 - f_n(\varepsilon_n(\varepsilon_n - \omega')))(1 - f_e(\mu_e + \omega' - \omega_\nu)) \\
 &\simeq \int_{-\infty}^\infty d\omega' \frac{\omega'}{\exp \omega'/T - 1} \int_0^\infty d\omega_\nu \frac{\omega_\nu^3}{1 + \exp(\omega_\nu - \omega')/T} \\
 &= \frac{457}{5040} \pi^6 T^6,
 \end{aligned} \tag{8.34}$$

onde foi utilizado que  $p_n dp_n = \varepsilon_n d\varepsilon_n$  e  $d\omega' = d\omega_e$ .

Combinando-se os resultados anteriores, obtemos a expressão para a emissividade total para o processo URCA, em ordem mais baixa do parâmetro  $T/\mu_l$  [218],

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{457 \pi}{10080} G_F^2 C^2 T^6 [C_V C_A ((E_{Fn} + E_{Fp}) k_{Fn}^2 - (E_{Fn} - E_{Fp})(k_{Fn}^2 - k_{Fp}^2)) \\
 &\quad + 2 C_A^2 \mu_e M_n^* M_p^* + (C_V^2 + C_A^2)(\mu_e (2E_{Fn} E_{Fp} - M_n^* M_p^*) + E_{Fn} k_{Fe}^2 \\
 &\quad - \frac{1}{2}(E_{Fn} + E_{Fp})(k_{Fn}^2 - k_{Fp}^2 + k_{Fe}^2))] \Theta(k_{Fe} + k_{Fp} - k_{Fn});
 \end{aligned} \tag{8.35}$$

lembramos que  $p_n \rightarrow k_{Fn}$ ,  $p_p \rightarrow k_{Fp}$  e  $p_e \rightarrow k_{Fe}$ .

No limite não relativístico ( $k_B \ll M_B^*$ ;  $\mu_l \ll M_B^*$ ), onde o índice  $B$  refere-se aos bárions (nêutrons e prótons), a equação (8.35) se reduz a

$$Q_L = \frac{457 \pi}{10080} G_F^2 C^2 (C_V^2 + 3 C_A^2) M_n^* M_p^* \mu_e T^6 \Theta(k_{Fe} + k_{Fp} - k_{Fn}). \tag{8.36}$$

Estas são as expressões que utilizamos no cálculo da emissividade de neutrinos, a expressão relativística (processo URCA direto),  $Q$ , e a não-relativística (de J. M. Lattimer e colaboradores [217]),  $Q_L$  para efeito de comparação.

## 8.4 Resultados

Apresentamos, nas figuras (8.3), (8.4) e (8.5), os resultados do Modelo RV para a emissividade de neutrinos [223]. As magnitudes das amplitudes apresentadas nas figuras foram normalizadas pelo valor da emissividade de neutrinos no limiar de processos URCA. No que se refere à densidade bariônica, o limiar de processos URCA diminui de valor quando o condensado de antikáons para uma profundidade de potencial ótico de

$-87MeV$ , é considerado. Igualmente, ver figura (8.5), os mésons escalares-isovetoriais são considerados no formalismo da matéria nuclear. Este fato ocorre porque tanto o condensado de anti-káons quanto os mésons escalares-isovetoriais aumentam a proporção de prótons na matéria nuclear, ou seja, aumentam o momentum de Fermi dos prótons, pois estes mésons, como vimos, diminuem a assimetria de isospin da matéria nuclear.

A figura (8.3) mostra os resultados do Modelo RV para a emissividade de neutrinos em função da densidade bariônica para uma matéria nuclear com nêutrons, prótons, elétrons, múons, condensado de anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$ , além dos mésons padrão  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ . A profundidade de potencial ótico considerada é  $U_K = -87MeV$ . A curva  $Q$  destaca os resultados de emissividade do processo URCA relativístico, enquanto a curva  $Q_L$  destaca os resultados da emissividade para o processo URCA não relativístico. A linha pontilhada indica o comportamento da emissividade sem a presença dos anti-káons. Como esperado a taxa de aumento da emissividade de neutrinos é reduzida a partir do surgimento do anti-káon  $K^-$  e sofre expressiva redução a partir do surgimento do anti-káon  $\bar{K}^0$ . A partir da discussão colocada no capítulo 7, dos resultados para a fração leptônica (figura 7.14), a taxa de emissividade de neutrinos sofre redução com o surgimento dos anti-káons  $K^-$ . Como esperado, pelos resultados do Modelo RV para a fração leptônica (figura 7.14), a emissividade de neutrinos sofre redução com o surgimento do anti-káon  $K^-$  ( $\sim 5.4\rho_0$ ) e do anti-káon  $\bar{K}^0$  ( $\sim 8\rho_0$ ). Comparando as curvas  $Q$  e  $Q_L$  constamos um comportamento diferenciado da emissividade de neutrinos frente aos tratamentos relativístico e não-relativístico do processo URCA. O efeito da presença do condensado de  $K^-$  no sentido de reduzir a taxa de emissividade de neutrinos é mais acentuado no tratamento não relativístico (curva  $Q_L$ ). Porém, com o surgimento do condensado de  $\bar{K}^0$ , a taxa de emissividade no tratamento relativístico sofre dramática redução (curva  $Q$ ), enquanto no tratamento não relativístico não há mudança significativa neste sentido. Tal resultado nos leva a concluir que como o limiar para o surgimento dos anti-káons  $\bar{K}^0$ , no Modelo RV para uma profundidade de potencial ótico dos káons  $U_K = -87MeV$ , é muito alto ( $\sim 8\rho_0$ ), acima do que se supõe ser a densidade máxima central de uma estrela de nêutrons, o processo URCA direto poderá levar a estrela de nêutrons a resfriar mais rapidamente com a emissão de neutrinos do que no caso do processo URCA não relativístico.

A figura (8.4) mostra os resultados do Modelo RV para a emissividade de neutrinos em função da densidade bariônica relativa para uma matéria nuclear com nêutrons, prótons, elétrons, múons, condensado de anti-káons  $K^-$  e os mésons padrão  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ . A profundidade de potencial ótico considerada é de  $U_K = -87MeV$ . A curva  $Q$  destaca os resultados de emissividade do processo URCA relativístico, enquanto a curva  $Q_L$  destaca os resultados da emissividade para o processo URCA não relativístico. A linha pontilhada indica o comportamento da emissividade sem a presença dos anti-káons. Basicamente são os mesmos resultados da figura (8.3), mas é destacado na presente figura um importante aspecto: a emissividade no intervalo da fase mista que separa a emissividade de neutrinos exclusiva da região pura de hádrons H da emissividade de neutrinos exclusiva da região das "gotas" com condensado de anti-káons  $K^-$ . Nota-se que para o caso relativístico o condensado de anti-káons surge com uma taxa de emissividade de neutrinos maior do que a emissividade da fase H. Este fato tem como consequência uma atenuação na taxa de aumento da emissividade de neutrinos total

da estrela de nêutrons, mas não uma redução. Por redução na taxa de emissividade de neutrinos entendemos exatamente o que acontece no caso não relativístico, quando o condensado de anti-káons surge produzindo uma taxa de emissividade de neutrinos menor do que a emissividade da fase H, acarretando a dramática redução na taxa de emissividade total da estrela de nêutrons, pós surgimento do condensado de anti-káons, supra mencionada.

A figura (8.5) mostra os resultados do Modelo RV para a emissividade de neutrinos em função da densidade bariônica com a mesma configuração de matéria nuclear dos resultados das figuras (8.3) e (8.4) mais o méson escalar-isovetorial  $\delta$ . A profundidade de potencial ótico considerada é de  $U_K = -87\text{MeV}$ . A curva destaca os resultados de emissividade do processo URCA relativístico. A linha pontilhada indica o comportamento da emissividade sem a presença de anti-káons. Nesta figura também há destaque para a emissividade dentro da fase mista entre a região pura de hádrons (linha inferior), e a região com o condensado de anti-káons  $K^-$  (linha superior). Resultados constatados nesta figura em comparação com a figura (8.4), que corroboram resultados anteriores (painel da esquerda das figuras (7.11), (7.12) e (7.13)) são o significativo aumento da fase mista (em função da densidade bariônica relativa), o deslocamento do limiar para o surgimento de  $K^-$  para valores de densidade bariônica superiores, além do aumento da densidade crítica para início dos processos de efeitos URCA, com relação aos resultados apresentados na figura (8.4). Efeitos estes devido à presença dos mésons escalares-isovetoriais. O deslocamento para valores superiores de densidade bariônica faz com que a fase do condensado de anti-káons surja provocando uma taxa de emissividade de neutrinos maior do que no caso anterior, sem a presença do méson escalar-isovetorial, o que nos leva a concluir que a presença dos mésons escalares-isovetoriais atenua mais ainda a redução na taxa de emissividade de neutrinos global da estrela de nêutrons, descrita pelo processo URCA direto (redução provocada pela transição de fase hádron-condensado de anti-káons), fazendo com que a estrela de nêutrons se mantenha por menos tempo emitindo neutrinos, o que conseqüentemente, como acima mencionado, pode torná-la indetectável por emissão térmica em um período de tempo menor do que o período previsto pelos resultados do processo URCA relativístico sem mésons escalares-isovetoriais, e de forma mais contundente, que o período previsto pelos resultados do processo URCA não relativístico.

A figura (8.6) mostra o comportamento da relação massa-raio para diferentes composições de matéria nuclear, sendo indicado no gráfico a posição correspondente aos valores da massa e do raio da estrela de nêutrons cuja densidade bariônica central atinge o valor crítico para ocorrência do efeito URCA.

Nossos resultados indicam que estrelas de nêutrons com matéria nuclear composta de núcleons, elétrons, múons, anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  e mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  com massa estelar superior a  $M_{EN} \sim 0,9 M_\odot$  (massa da estrela de nêutrons cuja densidade bariônica central atingiu a densidade crítica para início dos processos URCA direto), estrelas de nêutrons com matéria nuclear composta de núcleons, elétrons, múons, anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  e mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  e  $\delta$  com massa estelar superior a  $M_{EN} \sim 1,1 M_\odot$  seriam resfriadas eficientemente e estariam fora da possibilidade de detecção por radiação térmica em poucos anos. Contudo, levando-se em conta efeitos de *superfluidade* dos núcleons que, como se sabe [221], inibem processos URCA, esta densidade crítica pode ter seu valor elevado. No entanto, mesmo levando-se em conta efeitos de superfluidade, a presença

dos mésons escalares-isovetoriais na matéria nuclear pode fazer com que a densidade crítica tenda a diminuir de valor.

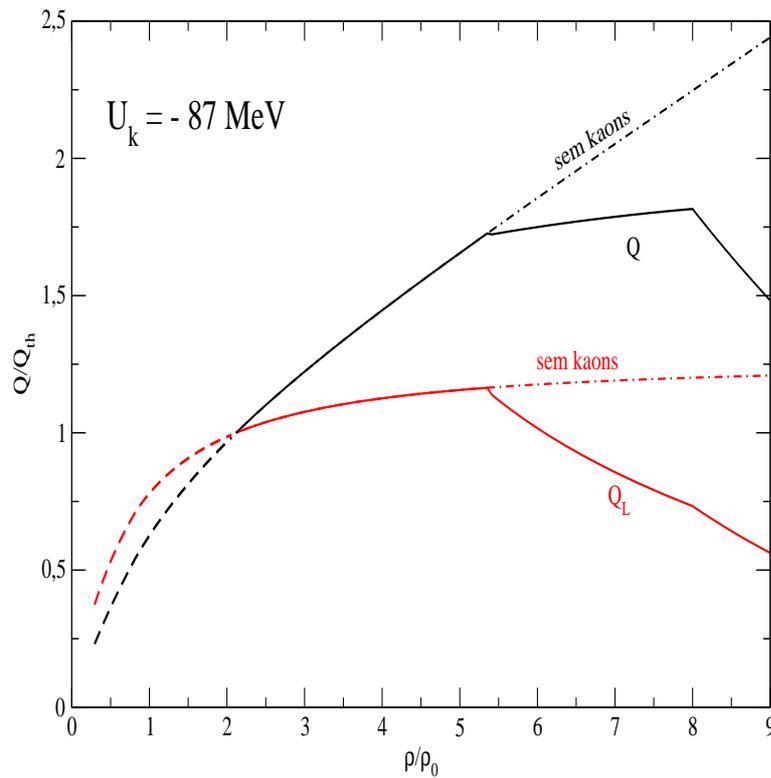


Figura 8.3: Resultados do Modelo RV para a emissividade relativa dos neutrinos em função da densidade bariônica relativa na matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  composta por núcleons, elétrons e múons, considerando a profundidade do potencial ótico dos káons  $U_K = -87 \text{ MeV}$ . O símbolo  $Q$  representa os resultados para a emissividade considerando o tratamento relativístico e o símbolo  $Q_L$  os resultados correspondentes ao tratamento não-relativístico. Os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  são incluídos no formalismo. As linhas cheias representam a emissividade de neutrinos para valores da densidade bariônica acima do limiar, enquanto as linhas pontilhadas descrevem o seu comportamento para densidades bariônicas abaixo do limiar de produção de processos do tipo URCA. A densidade limiar é  $\rho_{limiar} = 2,1 \rho_0$ .

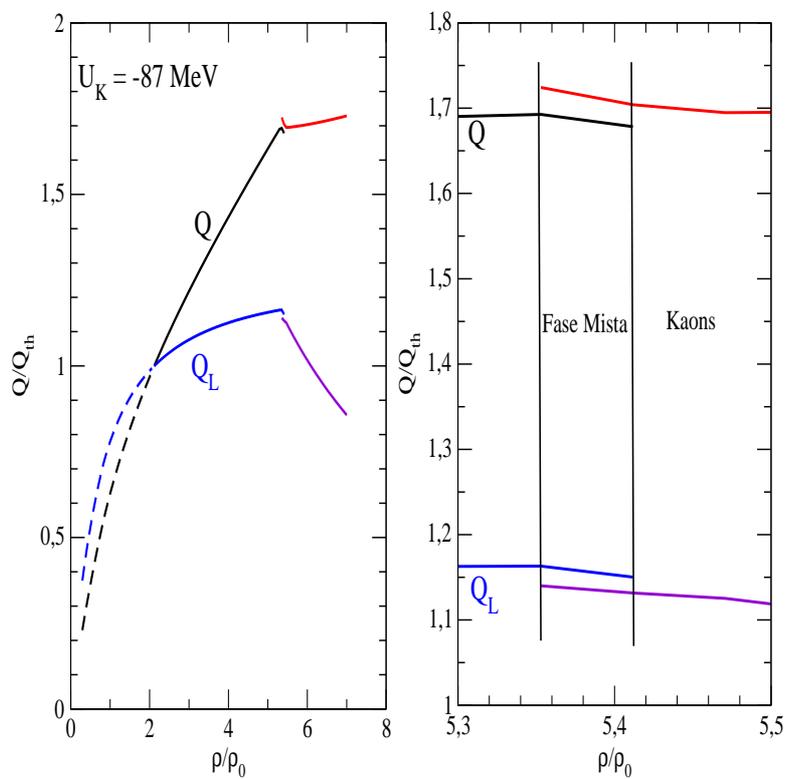


Figura 8.4: Resultados do Modelo RV para a emissividade relativa de neutrinos de uma estrela de nêutrons com os mesmos parâmetros dos resultados apresentados na figura (8.3). Na presente figura é destacada a fase mista entre a fase pura hadrônica e a fase com o condensado de anti-káons  $K^-$ , onde as curvas de emissividade  $Q$  e  $Q_L$  dividem-se em duas curvas: uma representando exclusivamente os processos URCA ocorrendo na fase hadrônica e outra representando exclusivamente os processos URCA ocorrendo na fase com o condensado de anti-káons.

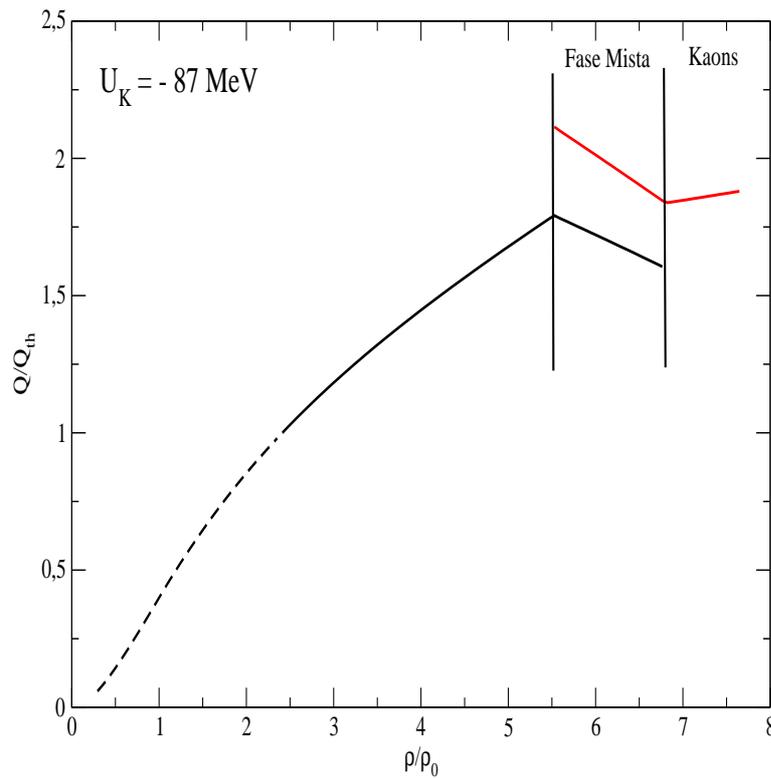


Figura 8.5: Resultados do Modelo RV para a emissividade relativa dos neutrinos em função da densidade bariônica relativa produzida em processos URCA relativísticos na matéria nuclear em equilíbrio- $\beta$  composta por núcleons, elétrons e múons, condensado de anti-káons  $K^-$ , mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ , mais o méson escalar-isovetorial  $\delta$ . A profundidade do potencial óptico dos káons considerada é  $U_K = -87 \text{ MeV}$ . A fase mista entre a fase pura hadrônica e a fase com o condensado de anti-káons  $K^-$  é destacada. A curva de emissividade dos neutrinos divide-se em duas curvas: uma representando exclusivamente os processos URCA relativísticos ocorrendo na fase hadrônica e outra representando exclusivamente os processos URCA relativísticos ocorrendo na fase com o condensado de anti-káons. A densidade limiar é  $\rho_{limiar} = 2,4 \rho_0$ .

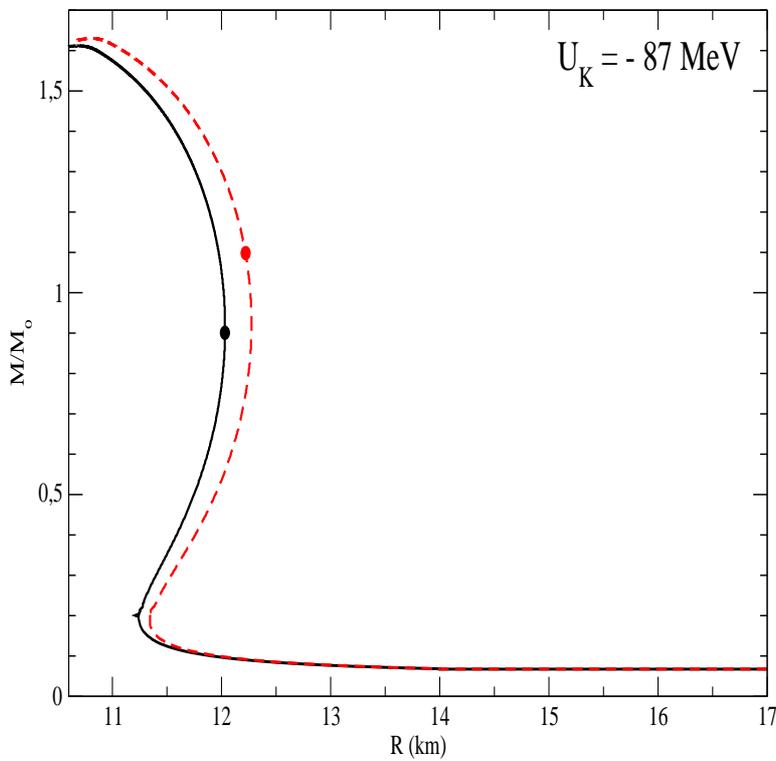


Figura 8.6: Resultados do Modelo RV para o efeito URCA. Os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $\delta$  são incluídos no formalismo. Os pontos indicam o valor da massa e do respectivo raio da estrela cuja densidade bariônica central é igual a densidade limiar ou crítica. Estrelas com densidade acima de  $\rho_{limiar}$  serão eficientemente resfriadas pelo processo URCA. A representação das linhas segue o mesmo padrão da figura (8.3).

# Capítulo 9

## Conclusões e Perspectivas

As seguintes propostas e resultados apresentados nesta tese contém elementos de originalidade:

- Desenvolvimento de um formalismo para a introdução dos anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  na matéria nuclear de uma estrela de nêutrons baseado numa extensão da formulação da teoria quântica de campos com acoplamento derivativo, chamada de Modelo RV. Nesta formulação os espaços de fase bariônico e mesônico contemplam respectivamente os campos  $N$ ,  $P$ ,  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ , e os mésons escalares-isovetoriais  $\delta$  e o novo estado ressonante no setor dos campos dos mésons leves  $\varsigma$ .
- Estudo da intensidade da constante de acoplamento entre o méson  $\delta$  e os kaons  $g_{\delta K}$ .
- Análise através dos resultados do Modelo RV do papel do condensado de anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  na emissividade de neutrinos na estrela de nêutrons via *Processo URCA Direto* (relativístico), com destaque para os efeitos neste sentido da transição de fase entre a matéria hadrônica ordinária e a matéria do condensado de anti-káons.
- Introdução de novas equações de estado correspondentes ao Modelo RV e a um modelo com *acoplamento ajustável* (versão preliminar apresentado no final deste capítulo).

### 9.1 Conclusões

O propósito desta tese foi, a partir de um modelo efetivo para a matéria nuclear, estudar os efeitos de um condensado puro de anti-káons e dos mésons escalares-isovetoriais com vistas à descrição de propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares, cuja motivação primordial é a de aprimorar as predições dos tratamentos teóricos mais convencionais.

Embora de caráter simplista e limitado, o estudo de intensidades intermediárias, entre  $(0, 5 - 1)g_{\delta N}$ , para a incerta constante de acoplamento  $g_{\delta K}$  mostrou indício que há pouca diferença nesta faixa de valores para modificar significativamente os resultados para as propriedades globais de uma estrela de nêutrons, como energia de ligação, massa

máxima, raio ou *redshift* gravitacional, permitindo-nos adotar o valor  $g_{\delta K} = \frac{1}{2}g_{\delta N}$ , diferente do valor corrente na literatura, baseado na contagem de quarks,  $g_{\delta K} = g_{\delta N}$ .

Os resultados obtidos com o Modelo RV confirmam que a presença do condensado de anti-káons  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  dentro da matéria nuclear com núcleons interagindo através da troca de mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  mais elétrons e múons tende a suavizar a equação de estado (ver painel esquerdo da figura (7.7)), uma vez que os káons e os anti-káons são mésons, e no tratamento aqui feito consideramos seu condensado no estado fundamental (chamado de onda- $s$ ), e por tal motivo  $K^-$  e  $\bar{K}^0$  não contribuem diretamente com a densidade de pressão da matéria nuclear, apenas indiretamente, uma vez que os anti-káons se tornam fontes de todos os mésons considerados. A suavização fica mais acentuada à medida que aumenta-se o valor da profundidade do potencial óptico  $U_K$ . Este aspecto faz com que o limiar para o aparecimento das espécies de anti-káons ocorra a densidades mais baixas à medida que aumenta  $U_K$ . A largura da fase mista identicamente se mostrou sensível a elevação da profundidade do potencial ótico dos káons, mas não somente a ele. É fato conclusivo desta tese que tanto o limiar de nascimento dos anti-káons quanto a largura da fase mista são dependentes de modelo, apresentando valores significativamente diferentes de outros modelos da literatura, como o Modelo Não-Linear de Boguta-Bodmer (ver figuras (7.2)-(7.6)). O Modelo RV, como visto no Capítulo 7, fornece valores mais elevados para o limiar dos anti-káons (figura (7.10)), e, contrariamente, valores menores para a largura da fase mista do que o usualmente encontrado nos resultados da literatura (figuras (7.2) e (7.9)).

Por outro lado, os resultados desta tese igualmente confirmam resultados prévios de M. Razeira e colaboradores [62] para o Modelo RV: o comportamento da equação de estado da matéria nuclear em equilíbrio  $\beta$  e da relação massa-raio (ver figura (7.17)) para a família de estrelas de nêutrons obtida a partir da integração das equações TOV, indicam que a inclusão dos mésons escalares-isovetoriais  $\delta$  e  $\zeta$  enrijece a equação de estado da matéria nuclear (ver figuras (7.7) e (7.8)). Isto ocorre porque o efeito *global* da inclusão dos mésons  $\delta$  e  $\zeta$  é o de aumentar a pressão da matéria nuclear em equilíbrio beta.

Os resultados, ainda no que concerne aos mésons escalares-isovetoriais, mostram que a energia de ligação gravitacional diminui de intensidade quando eles são considerados no formalismo para estrelas cujas massas gravitacionais estão próximas ao mínimo valor da curva de energia de ligação gravitacional (figura (7.16)). É importante ressaltar que a energia de ligação gravitacional da estrela de nêutrons representa a fonte de energia em processos de explosão de supernova do tipo II. Assim, a determinação desta energia liberada poderia representar um vínculo importante com vistas a possíveis restrições dentre as distintas equações de estado da matéria nuclear e, ainda do ponto de vista teórico, entre processos de explosão de supernovas e propriedades de estrelas de nêutrons e pulsares.

Embora a competição evidente entre o condensado puro de anti-káons e os mésons escalares-isovetoriais para, respectivamente, suavizar e enrijecer a equação de estado, no que se refere a energia de simetria, ambos os condensados mostram ter o mesmo objetivo, igualar o número de nêutrons e prótons da matéria nuclear e diminuir a assimetria de isospin no setor dos núcleons, ou seja, reduzir a energia de simetria do sistema até seu nível fundamental (figuras (7.11)-(7.13)). Esta conclusão encontra formidável suporte na abrupta redução nas curvas de fração de assimetria (figuras

(8.1)-(8.2)). Concluimos que o comportamento abrupto, comparando resultados de outros trabalhos [62], é devido ao condensado puro de anti-káons, sendo amplificado pelo mésons isovetoriais-escalares  $\delta$  e  $\varsigma$ .

Estes resultados demonstram a importância de se levar em conta a presença dos condensados puros de anti-káons e dos mésons isovetoriais-escalares na descrição da estrutura interna de estrelas de nêutrons, objetos estelares compactos com alto grau de assimetria de isospin.

## 9.2 Perspectivas Futuras

### 9.2.1 Inclusão do Octeto Bariônico

À medida que aumenta a densidade bariônica do sistema para além da densidade de saturação nuclear o momento de Fermi dos núcleons pode superar o limiar necessário para o aparecimento dos demais componentes do octeto bariônico fundamental  $\Lambda$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Xi^-$  e  $\Xi^0$ . A presença destas partículas, os híperons, não impede o equilíbrio- $\beta$  da matéria nuclear, que neste caso, é chamado de equilíbrio  $\beta$  generalizado. Por este motivo é imperativo para um estudo completo das possibilidades da matéria que constitui uma estrela compacta levar-se em conta a presença dos híperons, mesmo que resultados preliminares indiquem que a ocorrência dos estados exóticos de híperons desloquem o condensado de anti-káons para densidades bariônicas altíssimas tornando estes últimos impraticáveis em cenários de estrelas de nêutrons realísticas (ver figura (7.1)). Tal como os anti-káons, a presença dos híperons tende a suavizar a equação de estado da matéria nuclear.

### 9.2.2 Estudo de Parâmetros para o Acoplamento Kaon-Delta

Como mencionamos a determinação da intensidade do acoplamento entre os mésons  $\delta$  e o kaons no ambiente da matéria nuclear a densidades iguais ou superiores à densidade de saturação nuclear é muito incerta, uma vez que a principal fonte de dados experimentais provém de experiências de colisões de íons relativísticos, que atingem altas temperaturas mas baixas densidades. Pretendemos realizar um estudo de intensidades deste acoplamento similar mas bem mais amplo do que o feito nesta tese, extrapolando para valores entre  $(0, 1 - 2)g_{\delta N}$ .

### 9.2.3 Mésons

Uma perspectiva importante de continuação do trabalho desenvolvido nestas tese compreenderia uma *extensão natural* dos modelos efetivos propostos nos capítulos anteriores, de modo a incorporarmos termos de acoplamento e de auto-acoplamento entre os próprios campos dos mésons, ampliando assim o espaço de fase do setor mesônico do sistema. Por exemplo, a massa do méson  $\omega$ , similarmente ao que ocorre no caso dos bárions, apresentaria, neste modelo, uma dependência com o campo do méson  $\sigma$ , ou seja o méson  $\omega$  teria uma massa efetiva  $m_{\omega}^*(\sigma)$ . Há, por outro lado, estudos [36, 224, 225] que indicam que, na matéria nuclear, a massa do méson  $\sigma$  adquire valores menores do que o valor correspondente no espaço livre de interações. Assim sendo, o próprio méson

$\sigma$  também apresentaria uma dependência de auto-interação que levaria a uma massa efetiva do tipo  $m_\sigma^*(\sigma)$ . Ademais, em vista de que o méson  $\sigma$  se acopla ao canal virtual, de natureza quiral e pseudoescalar  $2\pi$ , é importante considerarmos uma formulação que leve em conta, de maneira explícita, a conservação de simetria quiral no meio de muitos corpos, quando consideramos termos de auto-interação envolvendo o méson  $\sigma$ . Por fim, as constantes de acoplamento da teoria são afetadas, em princípio, por tais correlações de densidade, que podem ser parametrizadas, por exemplo, no que se refere particularmente ao méson  $\sigma$ , na forma  $g(\sigma)$ . Outras correlações de natureza similar devem ser consideradas em uma formulação efetiva da matéria nuclear para densidades extremas.

### 9.2.4 Quarks e Estrelas Estranhas

Uma alternativa importante a projetos da magnitude de aceleradores de partículas como o LHC e o RHIC são as estrelas compactas, um laboratório para o estudo das leis da Física em condições extremas de pressão e densidade de energia não encontradas na Terra cujo custo operacional se mostra bem mais reduzido.

Em tais condições extremas, os quarks, os constituintes fundamentais dos núcleons, libertam-se da interação forte de natureza confinante, fazendo com que os núcleons percam sua identidade elementar e a matéria nuclear adquire então uma liberdade única, a de explorar regiões de estabilidade caracterizadas por diferentes combinações de cor e de cargas de cor (as cargas responsáveis pela interação forte), combinações estas não permitidas pelo confinamento de quarks e glúons em condições *normais*, formando então o Plasma de Quark-Glúons (PQG).

Ao considerarmos um modelo que descreva propriedades da matéria nuclear para densidades extremas ( $\rho > 4\rho_0$ ), devemos levar em conta que os bárions e os mésons são na realidade constituídos de quarks e glúons e que a estrutura destas partículas, assim como ocorre com as demais, são expressivamente modificadas neste regime de densidades. Se torna importante analisar as possibilidades de realização de um plasma de quark-glúons e a conseqüente formação de uma *estrela estranha*, contendo em sua composição quarks up, down e strange.

Para proceder tal estudo pretendemos mesclar o Modelo RV, que descreverá a fase bariônica, mais o condensado de anti-káons, com o chamado *Modelo de Sacola* em suas versões MIT e Fuzzy, introduzindo a fase dos quarks up, down e strange no sistema através de uma transição de fase hadron-quark [226] orientada pelos Critérios de Gibbs, com fase mista orientada pelo parâmetro de fração de volume

$$\chi = V_q/(V_B + V_q) , \quad (9.1)$$

onde  $V_q$  e  $V_B$  representam o volume dos quarks e dos bárions, respectivamente.

### 9.2.5 Temperatura

Como já apontado, dois aspectos importantíssimos no estudo das estrelas protoneutrônicas são temperatura e rotação.

Os tratamentos dados à modelagem de estrelas de nêutrons (lembrando que estrela de nêutrons é um estágio resultante do resfriamento de estrela protoneutrônica) através

da geração de uma equação de estado usualmente se valem da matéria nuclear à temperatura zero (com todo o mar de Fermi dos núcleons e léptons preenchido até o nível de Fermi). Isso se deve ao fato da temperatura da estrela de nêutrons, da ordem de  $1\text{MeV}$  ser baixa para os padrões de energia da escala nuclear, de maneira que a distribuição estatística dos bárions para esse domínio varie muito pouco com relação a distribuição para  $T = 0$ . Além disso, a complexidade de tratar as integrais típicas do formalismo QHD acopladas à distribuição de Fermi-Dirac para bárions e anti-bárions, léptons e anti-léptons é grande, carecendo de soluções analíticas. A busca de soluções para estas equações torna-se executável através de tratamentos numéricos, por vezes, trabalhosos. Uma alternativa é a aplicação de aproximações, como a aproximação de Sommerfeld [227, 228, 229, 230], utilizada usualmente em pesquisas de *Estado Sólido* e que se baseia para altas densidades numa relação de valores próxima entre o momento de Fermi dos núcleons e léptons e sua energia de Fermi. Até valores de temperatura da ordem de  $50\text{ MeV}$  seus resultados são muito próximos dos obtidos por soluções numéricas das integrais associadas a estatística de Fermi-Dirac [227].

### 9.2.6 Rotação

Nesta tese consideramos uma estrela de nêutrons estática, isto é, não-rotante. No entanto, como se sabe, estrelas de nêutrons são objetos em rotação<sup>1</sup>; assim, os efeitos de rotação devem ser levados em conta no formalismo, na medida em que afetam as propriedades globais da estrela, como por exemplo a sua massa, o seu raio e a sua densidade central: a rotação estelar *induz* uma *força centrífuga* que contribui com um efeito de repulsão no balanço entre a *força gravitacional* atrativa e a *força nuclear* predominantemente repulsiva. Assim, a estrela pode *suportar*, no caso em que consideramos a rotação estelar, um valor de massa maior do que no caso não-rotante, aumentando, assim, o seu raio equatorial e diminuindo o valor da sua densidade central.

A teoria para se levar em conta a rotação depende muito do regime de velocidade angular  $\Omega$  estelar. Se a velocidade angular for menor que o valor crítico  $\Omega_0 = \sqrt{4\pi G \epsilon_c}$  (onde  $\epsilon_c$  é a densidade de massa no centro da estrela), a teoria de perturbações, que não incorpora completamente a Relatividade Geral, desenvolvida por Hartle e Thorne é precisa o suficiente [231, 232, 233]. Entretanto, para uma estrela rapidamente rotante, com  $\Omega \sim \Omega_0$  [234, 235], o tratamento exato da rotação, com premissas necessárias como espaço-tempo e matéria não estacionários e eixo-simétricos, rotação uniforme, etc, deve ser feito levando em conta completamente os efeitos da Relatividade Geral, como o formalismo desenvolvido por N. Stergioulas [236].

### 9.2.7 Vínculos teóricos, experimentais e observacionais da equação de estado da matéria nuclear

Um dos aspectos mais importantes no estudo de estrelas de nêutrons e pulsares é o de estabelecer vínculos teóricos, experimentais e observacionais para as distintas equações

<sup>1</sup>A distribuição dos períodos de rotação dos pulsares está no intervalo de  $1,56\text{ms}$  a  $10\text{ms}$ , com um período médio de rotação de  $0,7\text{s}$  (ver, por exemplo, N. Glendenning [13]).

de estado da matéria nuclear. Uma perspectiva interessante de trabalho no futuro envolveria um estudo aprofundado das distintas possibilidades de estabelecimento de tais vínculos. A seguir, listamos algumas destas possibilidades.

- Vínculos teóricos.

- Um dos mais rigorosos vínculos teóricos da equação de estado de matéria rica em nêutrons corresponde, no seu limite a baixas densidades, à propriedade chamada de *universalidade de gases de Fermi dilutos*, os quais apresentam, como característica peculiar, *comprimento de espalhamento infinito* [237]. Em suma, tal característica implica em que, neste limite de densidades, a única escala de energia relevante do sistema é a energia de Fermi,  $\varepsilon_F$ . Assim sendo, a energia por partícula do sistema de muitos corpos,  $E/N$ , deve ser vinculada, neste limite, à energia do gás de Fermi, a menos de uma constante, adimensional, de natureza universal,  $C$ , tal que

$$\frac{E}{N} = C \frac{3}{5} \varepsilon_F;$$

a constante  $C$  é por sua vez independente dos detalhes da interação de muitos corpos.

- Um outro importante vínculo teórico diz respeito ao *limite causal* do módulo de compressibilidade da matéria nuclear. Em vista de que nosso conhecimento da equação de estado da matéria nuclear é muito limitado, de modo a ampliarmos estes limites, é de suma importância a determinação, de forma mais acurada, do módulo de compressibilidade que representa, como vimos, uma medida da curvatura da equação de estado da matéria nuclear no ponto de saturação. Utilizando-se a fórmula da gota líquida, é possível construir uma expressão para a compressibilidade da matéria nuclear, similar à fórmula semi-empírica de massa, onde os parâmetros da fórmula descrevem termos de volume, de superfície, coulombiano e de assimetria. Essa expansão apresenta porém problemas de convergência, uma vez que o número de dados experimentais é insuficiente para uma precisa determinação do módulo de compressibilidade a partir da correspondente fórmula semi-empírica. A conclusão que se chega é que não existe uma formulação consistente para a determinação da compressibilidade nuclear. Uma proposta de trabalho futuro seria a de estudar, por meio de uma formulação relativística de muitos corpos, o papel da compressibilidade nuclear a altas densidades e a conexão entre os regimes que caracterizam núcleos finitos e a matéria nuclear infinita assimétrica. Em especial, derivarmos uma expressão para a compressibilidade nuclear válida para todos os regimes de densidades nuclear, tendo como vínculo primordial o limite causal.

- Vínculos experimentais e observacionais. Uma perspectiva importante de trabalho visa utilizarmos os seguintes observáveis astronômicos de modo a fixarmos parâmetros teóricos dos modelos de estrelas de nêutrons e de pulsares:

- expansão acelerada da nebulosa do Caranguejo; devido à incerteza na determinação da massa da nebulosa do Caranguejo,  $M_{neb}$ , há dois valores para o limite inferior do momento de inércia do pulsar

$$\begin{aligned} M_{neb} = 4,6 M_{\odot} &\implies I_{Car,45} > 1,93, \\ M_{neb} = 6,4 M_{\odot} &\implies I_{Car,45} > 2,68; \end{aligned} \quad (9.2)$$

a dependência da grandeza  $I/(MR^2)$  em função de  $x \equiv M/R$ , para uma estrela de nêutrons, é dada pela expressão empírica

$$a_{EN}(x) = \begin{cases} x/(0,1 + 2x) & \text{se } x \leq 0,1; \\ \frac{2}{9}(1 + 5x) & \text{se } x > 0,1; \end{cases} \quad (9.3)$$

assim sendo, o valor do momento de inércia para uma estrela de nêutrons de massa gravitacional  $M$  e raio  $R$  pode ser representado por

$$I = a_{EN}MR^2; \quad (9.4)$$

- linhas de absorção no espectro de raios-X da estrela de nêutrons 1E1207,4–5209, resultando para o parâmetro  $z$ , que descreve *deslocamento para o vermelho*

$$z = 0,12 - 0,23; \quad (9.5)$$

- *deslocamento para o vermelho* no espectro de absorção, do binário de raios-X EXO0748 – 676, cujo valor é

$$z = 0,35; \quad (9.6)$$

- efeitos de *glitche* do Pulsar Vela: uma variação súbita no spin do pulsar caracteriza o chamado *glitche*<sup>2</sup>, comumente observado em pulsares isolados; este fenômeno ocorre devido à transferência de momentum angular orbital entre a crosta estelar (constituída basicamente do elemento  $^{56}\text{Fe}$ ) e o interior líquido dos pulsares [238]; neste cenário, à medida que a crosta diminui sua frequência de rotação, devido a ação do torque magnético, uma rotação diferencial, entre a crosta e uma porção do interior líquido do pulsar, então se desenvolve; a componente que possui a maior frequência de rotação atua como um *reservatório* de momentum angular, que ocasionalmente exerce um torque sobre a crosta, como consequência de instabilidade rotacional, aumentando assim a sua frequência de rotação [239]; os *glitches* observados levam a uma relação entre a massa e o raio dos pulsares

$$R = 3,6 + 3,9 \frac{M}{M_{\odot}}. \quad (9.7)$$

Futuramente pretendemos utilizar estes vínculos observacionais como uma forma de seleção de modelos nucleares com aplicações a estrelas de nêutrons e pulsares. Um modelo nuclear *candidato* para descrever a estrutura interna de pulsares deverá apresentar compatibilidade com estes observáveis. Apresentamos a seguir um modelo que pretendemos estudar em futuro breve com vistas a analisarmos sua compatibilidade com os dados acima apresentados.

<sup>2</sup>Glitches também são descritos na literatura científica como *pequenos estrelomotos*, que ocorrem na crosta dos pulsares, de modo equivalente aos *terremotos* que ocorrem em nosso planeta.

### 9.2.8 Modelo de Acoplamento Ajustável

Propomos para um trabalho futuro a extensão do modelo de acoplamento ajustável desenvolvido por C. A. Z. Vasconcellos e colaboradores [61] para levar em conta a presença do condensado de anti-káons.

Descreveremos, brevemente a seguir, algumas das principais características do modelo de acoplamento ajustável e apresentaremos alguns resultados preliminares obtidos com esta formulação, sem a presença dos mésons escalares-isovetoriais e sem a presença do condensado de anti-káons.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B [i\gamma_\mu \partial^\mu - M_B - m_{B\alpha}^* g_{\sigma_B} \sigma - m_{B\alpha}^* g_{\sigma_B^*} \sigma^* - \frac{1}{2} m_{B\alpha}^* g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} - \frac{1}{2} m_{B\alpha}^* g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta} \\
 & - m_{B\beta}^* g_{\omega_B} \gamma_\mu \omega^\mu - m_{B\beta}^* g_{\phi_B} \gamma_\mu \phi^\mu - \frac{1}{2} m_{B\gamma}^* g_{\boldsymbol{\rho}_B} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu] \psi_B \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2}) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\varsigma} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\varsigma} - m_\varsigma^2 \boldsymbol{\varsigma}^2) \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\delta} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\delta} - m_\delta^2 \boldsymbol{\delta}^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \phi_{\mu\nu} \phi^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu \\
 & - \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \tag{9.8}
 \end{aligned}$$

sendo que a massa efetiva bariônica é definida na forma

$$m_{Bn}^* = \left( 1 + \frac{g_{\sigma_B} \sigma + g_{\sigma_B^*} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} + \frac{1}{2} g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{n M_B} \right)^{-n}, \quad n = \alpha, \beta, \gamma, \tag{9.9}$$

e onde as grandezas  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros matemáticos que assumem valores reais. É importante salientar novamente que os campos dos núcleons não se acoplam aos campos dos mésons ( $\sigma^*$  e  $\phi$ ), de forma que

$$g_{\sigma^*N} = g_{\phi N} = 0. \tag{9.10}$$

É também interessante observar que em alguns limites dos parâmetros matemáticos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , a densidade lagrangeana original se transforma em formulações análogas conhecidas na literatura [4, 5]. Em particular, no limite  $\alpha \rightarrow 1$  e  $\beta = \gamma = 0$ , obtemos para o primeiro termo do lagrangeano (9.8) a seguinte expressão

$$-\bar{\psi}_B (M_B - m_B^* g_{\sigma_B} \sigma - m_B^* g_{\sigma_B^*} \sigma^* - \frac{1}{2} m_B^* g_{\varsigma_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varsigma} - \frac{1}{2} m_B^* g_{\delta_B} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}) \psi_B \rightarrow -\bar{\psi}_B M_B m_B^* \psi_B. \tag{9.11}$$

Os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  podem assumir valores reais, caracterizando assim distintas classes de modelos:

- Classe Escalar =  $\{(\alpha, \beta, \gamma) \in \mathbb{R} : \alpha \geq 0 \wedge \beta = \gamma = 0\}$  ;
- Classe Vetorial =  $\{(\alpha, \beta, \gamma) \in \mathbb{R} : \alpha \geq 0 \wedge \alpha = \beta = \gamma\}$ .

A motivação para a definição destas duas classes de modelos, *Escalar* e *Vetorial*, reside no fato de que, ao analisarmos resultados referentes a propriedades da matéria

nuclear obtidos por meio de formulações do tipo QHD que apresentam elementos de similaridade ao modelo desenvolvido nesta seção [4, 5, 39], concluímos que tais formulações podem ser basicamente *categorizadas* nestas duas classes, Escalar e Vetorial, acima referidas. Por exemplo, o modelo ZM [39] *pertenceria*, segundo a análise que realizamos, à Classe Escalar acima referida, na medida em que, ao considerarmos na densidade lagrangeana desenvolvida nesta seção os limites  $\alpha \rightarrow 1$ ,  $\beta \rightarrow \gamma \rightarrow 0$ , e simultaneamente eliminarmos a presença dos mésons estranhos, a densidade lagrangeana do modelo ZM é recuperada. O mesmo vale para o modelo de J. D. Walecka [36], que é recuperado quando consideramos, na densidade lagrangeana desenvolvida nesta seção, o limite  $\alpha = \beta = \gamma = 0$  e concomitantemente eliminamos nesta formulação a presença dos mésons estranhos. O modelo de J. D. Walecka, em particular, *pertenceria* às classes Escalar e Vetorial, simultaneamente. Evidentemente, para outras escolhas dos parâmetros matemáticos do modelo, em que  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  podem corresponder a números reais positivos e negativos, a quantidades complexas e a formas funcionais, outras classes de modelos poderão ser definidas, ampliando assim o escopo do modelo. A análise destas possibilidades representa também uma perspectiva importante de trabalho.

No modelo de acoplamento ajustável, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  serão idênticos para os mésons escalares-isoescalares e vetoriais-isoescalares, evocando razões de consistência formal. Com este esquema, ao adotarmos para o parâmetro  $\alpha$  um valor real positivo,  $\beta$  e  $\gamma$  são imediatamente determinados pelas relações que definem as classes dos modelos. Assim, na apresentação dos resultados desta seção, indicamos a classe correspondente e o valor de  $\alpha$ , ficando os valores dos demais parâmetros subentendidos.

Para descrever a fenomenologia, em especial que a massa efetiva do núcleon é positiva, concluímos, ainda que em uma análise preliminar, que a classe escalar com  $\alpha = 0,05$  é a mais adequada, embora outras escolhas sejam possíveis, para a descrição da matéria nuclear no interior das estrelas de nêutrons. Por exemplo, este modelo tem como resultado para a massa efetiva dos núcleons e para a compressibilidade da matéria nuclear simétrica, na densidade de saturação,  $\rho_0 = 0,17 \text{ fm}^{-3}$ , respectivamente,

$$M^* = 0,7 M \quad \text{e} \quad K = 281 \text{ MeV}.$$

As constantes nucleares que reproduzem estes valores são apresentadas na tabela (9.1). Então, as constantes de acoplamento híperon-meson são:

$$g_{\sigma_\Lambda} = 5,74, \quad g_{\sigma_\Sigma} = 4,18, \quad g_{\sigma_\Xi} = 2,91. \quad (9.12)$$

ou em termos das razões

$$\frac{g_{\sigma_\Lambda}}{g_{\sigma_N}} = 0,59, \quad \frac{g_{\sigma_\Sigma}}{g_{\sigma_N}} = 0,43, \quad \frac{g_{\sigma_\Xi}}{g_{\sigma_N}} = 0,30. \quad (9.13)$$

Com este modelo, é possível calcularmos a massa e o raio das estrelas de nêutrons, através da integração das equações TOV; os resultados correspondentes podem ser vistos na tabela (9.2). Os observáveis listados, juntamente com a integração das equações TOV para o modelo de acoplamento ajustável da classe escalar ( $\alpha = 0,05$ ) são apresentados na figura (9.1) Os resultados apresentados na tabela (9.2) e na figura (9.1) estão em boa concordância com os observáveis de pulsares e também com as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear. Esta formulação para a dinâmica nuclear apresenta então uma boa perspectiva para futuras aplicação na física de pulsares e estrelas de nêutrons.

Tabela 9.1: Parâmetros do modelo com acoplamento ajustável (Classe Escalar com  $\alpha = 0,05$ ), fixados de modo que o modelo reproduza as propriedades de equilíbrio da matéria nuclear. Cada linha representa um conjunto de constantes. Se uma delas for nula, o respectivo méson não está incluído no formalismo da matéria nuclear. A componente escalar,  $-S(\rho_0)$ , e a vetorial,  $V(\rho_0)$ , do potencial nuclear, estão indicadas na figura. O valor  $(g_{\delta_N^*}/m_{\delta^*})^2 = 2,5 fm^2$  indica que apenas o méson  $\delta$  (980 MeV) está incluído no formalismo. Um valor acima deste indica a contribuição da ressonância  $\zeta$ , conforme já explicado.

$(g_{\sigma_N}/m_\sigma)^2$ $fm^2$	$(g_{\omega_N}/m_\omega)^2$ $fm^2$	$(g_{\varrho_N}/m_\varrho)^2$ $fm^2$	$(g_{\delta_N^*}/m_{\delta^*})^2$ $fm^2$	$-S$ MeV	$V$ MeV
12,32	6,97	3,76	0,00	304	234
12,32	6,97	5,33	2,50	304	234
12,32	6,97	9,29	8,80	304	234

Tabela 9.2: Resultados para o modelo de acoplamento ajustável (Classe Escalar com  $\alpha = 0,05$ ). As grandezas representadas seguem o mesmo padrão apresentado na tabela (7.2). As constantes de acoplamento da interação híperon-méson  $\sigma$  foram fixadas para que a profundidade do potencial nuclear deste híperons na matéria nuclear saturada fosse reproduzida.

Mésons	$Log_{10} \varepsilon_c$ $(g/cm^3)$	M $(M_\odot)$	R (km)	$\frac{\rho_B}{\rho_0}$	z	$N_B$ $(\times 10^{58})$
$\sigma, \omega, \varrho$	15,24	1,75	12,01	5,03	0,32	0,24
$\sigma, \omega, \varrho, \delta$	15,23	1,75	12,02	4,90	0,32	0,24
$\sigma, \omega, \varrho, \delta^*$	15,17	1,74	12,63	4,40	0,30	0,23
$\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi$	15,31	1,84	11,56	5,64	0,38	0,25
$\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi, \delta$	15,29	1,84	11,72	5,43	0,37	0,25
$\sigma, \omega, \varrho, \sigma^*, \phi, \delta^*$	15,27	1,83	12,01	5,20	0,35	0,25

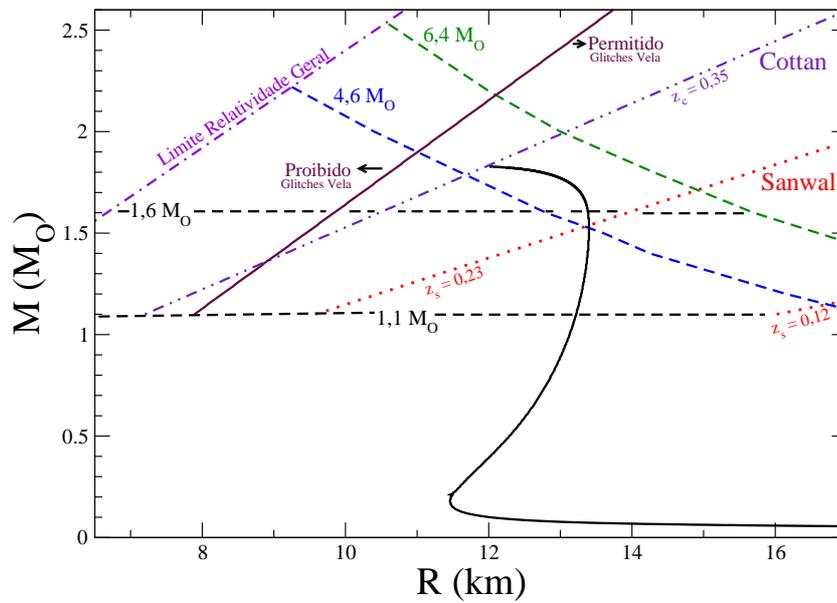


Figura 9.1: Resultados para o modelo de acoplamento ajustável (Classe Escalar com  $\alpha = 0,05$ ) – Massa gravitacional contra raio estelar. A relação massa-raio é determinada com a inclusão dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ ,  $\sigma^*$ ,  $\phi$  e  $\delta^*$ .



# Apêndice A

## Notação e Unidades

### A.1 Constantes Físicas

As constantes físicas utilizadas neste trabalho estão dispostas na tabela abaixo:

Quantidade	Simbolo, equação	Valor	Incerteza (ppm)
Velocidade da luz no vácuo	$c$	$299\,792\,458\,m\,s^{-1}$	Exata
Constante de Planck reduzida	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1.054\,572\,66\,(63) \times 10^{-34}\,J\,s$	0.60
Constante Gravitacional	$G$	$6.672\,59\,(85) \times 10^{-11}\,m^3\,Kg^{-1}\,s^{-2}$	128

Tabela A.1: Constantes Físicas

É conveniente fazer os calculos em unidades gravitacionais

$$1 = c = 299\,792\,458\,m\,s^{-1} \quad (\text{A.1})$$

$$1 = G = 6.672\,59 \times 10^{-11}\,m^3\,Kg^{-1}\,s^{-2} \quad (\text{A.2})$$

Estas definições podem ser tratadas como equações, então:

$$1\,s = 299\,792\,458\,m \quad (\text{A.3})$$

$$1\,Kg = 7.424\,26 \times 10^{28}\,m \quad (\text{A.4})$$

Temos que:

$$1\,Kg = 5.61 \times 10^{29}\,MeV. \quad (\text{A.5})$$

e

$$1\,M_{\odot} = 1.11583 \times 10^{60}\,MeV. \quad (\text{A.6})$$

sendo assim

$$1\,MeV = 8.96197 \times 10^{-61}\,M_{\odot}. \quad (\text{A.7})$$

Podemos expressar a expressão:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1\,Km}{1\,fm}\right)^3 1\,MeV &= \left(\frac{1\,Km}{10^{-18}\,Km}\right)^3 8.96197 \times 10^{-61}\,M_{\odot}. \\ &= 0.896 \times 10^{-6}\,M_{\odot}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

A massa de Sol ,  $M_{\odot}$ , tem o seguinte valor

$$1M_{\odot} = 1.9889(30) \times 10^{30}\,Kg. \quad (\text{A.9})$$

Podemos expressar a constante de Gravitação de Newton nas seguintes unidades

$$G_N = 1.47669 \frac{Km}{M_\odot}. \quad (\text{A.10})$$

# Referências Bibliográficas

- [1] BACK, B.B., BAKER, M.D., BALLINTIJN, M., et alli, *Nucl. Phys.*, **A757**, 28 (2005).
- [2] ARSENE, I., et alli, *Nucl. Phys.*, **A757**, 1 (2005).
- [3] WIEDEMANN, A., *AIP Conference Proceedings Particles and Nuclei: Seventeenth Internatinal Conference on Particles and Nuclei*, **842**, 11 (2006).
- [4] TAURINES, A.R., *Dissertação de Mestrado, IF-UFRGS* (1999).
- [5] TAURINES, A. R., VASCONCELLOS, C. A. Z., MALHEIRO, M., CHIAPPARINI, M., *Phys. Rev. C*, **63**, 065801 (2001).
- [6] LINDBLOM, L., *Astrophys. J.*, **398**, 569 (1992).
- [7] LANDAU, L.D., LIFSHITZ, E.M., *Statistical Physics, Vol 5*, Pergamon Press, 1980.
- [8] LANDAU, L. D., *Phys. Z. Sowjetunion*, **1**, 285 (1932).
- [9] CHADWICK, J., *Nature*, **129**, 312 (1932).
- [10] RAPP, R., VAN HEES, H., Heavy quarks in the quark-gluon plasma, *e-Print: arXiv:0903.1096v2* (2009).
- [11] HETEM, G., PEREIRA, J., *Fundamentos de Astronomia*, **Cap. 12**, Observatórios Virtuais.
- [12] BENOIT-LÉVY, A., CHARDIN, G., Observational constraints of a symmetric Milne universe, *e-Print: arXiv:0811.2149v1* (2008).
- [13] GLENDENNING, N. K., *Compact Stars* (Springer-Verlag, 1997).
- [14] BETHE, H. A., *Rev. Mod. Phys.*, **62**, 801 (1990).
- [15] KODAMA, T., *Introdução à Astrofísica Nuclear*, Rio de Janeiro: CBPF, 1998 (Notas de Aula/Escola de Verão do CBPF).
- [16] BAADE, W., ZWICKY, F., *Phys. Rev.*, **45**, 138 (1934).
- [17] BURROWS, A., *Nature*, **403**, 727 (2000).

- [18] STROBEL, K., SCHAAB, C., WEIGEL, M. K., *AA*, 350, 497 (1999).
- [19] BURROWS, A., HAYES, J., FRYXELL, B. A., *ApJ* 450, 830 (1995).
- [20] YUAN, Y., HEYL, J.S., *Rotational Evolution of Protoneutron Stars*, *arxiv:astro-ph/0305083v1* 6 May (2003).
- [21] COOPERSTEIN, J., *Phys. Rep.*, 163, 95 (1998).
- [22] JANKA, H. -Th., in Giovannelli F., Mannocchi, G. (eds), Proceedings of the Vulcano Workshop, "Frontier Objects in Astrophysics and Particle Physics", Vulcano, Italy, May 18-23, 1992, SIF, Bologna, vol. 40, p. 345, (1993).
- [23] BURROWS, A., LATTIMER, J. M., *ApJ*, 307, 178 (1986).
- [24] KEIL, W., JANKA, H. -Th., *AA*, 296, 145 (1995).
- [25] REDDY, S., PRAKASH, M., LATTIMER, J. M., *Phys. Rev. D*, 58, 13009 (1998).
- [26] PRAKASH, M., BOMBACI, I., PRAKASH, M., ELLIS, P. J., LATTIMER, J. M., KNORREN, R., *Phys. Rep.*, 280, 1 (1997).
- [27] SUMIYOSHI, K., SUZUKI, H., TOKI, H., *AA*, 303, 475 (1995).
- [28] PONS, J. A., REDDY, S., PRAKASH, M., LATTIMER, J. M., MIRALLES, J. A., *ApJ*, 513, 780 (1999).
- [29] MANCHESTER, R. N., *Science*, **304**, 542 (2004).
- [30] HESSELS, W. T., RAMSON, S. M., STAIRS, I. H., FREIRE, P. C. C., KASPI, V. M., CAMILO, F., *astro-ph 0601337*, (2006).
- [31] TAYLOR, MANCHESTER, LYNE, *Ap. J. Suppl.*, **88**, 529 (1993).
- [32] GROSS, D. J., WILCZEK, F., *Phys. Rev. Lett.*, **30**, 1343 (1973).
- [33] POLITZER, H. D., *Phys. Rev. Lett.*, **30**, 1346 (1973).
- [34] FETTER, A. L., WALECKA, J.D., *Quantum theory of many-particle systems*. New York: McGraw-Hill, (1971).
- [35] DAY, B. D., *Physical Review Letters*, New York, v. 47, n. 4, 226-229, (1981).
- [36] WALECKA, J.D., *Annals of Physics*, **83**, 491 (1974).
- [37] SEROT, B. D., WALECKA, J. D., *Advances in Nuclear Physics*. **16**, 1. New York: Plenum, 1986.
- [38] BOGUTA, J., BODMER, A.R., *Nucl. Phys.*, **A292**, 413 (1977).
- [39] ZIMANYI, J., MOSZKOWSKI, S. A., *Physical Review C* , **42**, n. 4, 1416-1421 (1990).

- [40] TOLMAN, R. C., *Phys. Rev.*, **55**, 364 (1939).
- [41] OPPENHEIMER, J. R., VOLKOFF, G. W., *Phys. Rev.*, **55**, 374 (1939).
- [42] GLENDENNING, N. K., *Phys. Lett.* **114B** 392 (1982); *Z. Phys. A* **326** 57 (1987); *Z. Phys. A* **327** 295 (1987).
- [43] GLENDENNING, N. K., *Astrophys. J.*, **293**, 470 (1985).
- [44] GLENDENNING, N.K., *Astrophys. J.*, **448**, 797 (1995).
- [45] GLENDENNING, N.K., HECKING, P., RUCK, V., *Ann. Phys.*, **149**, 22 (1983).
- [46] KAPLAN, D., B., NELSON, A., E., *Phys. Lett. B* **175**, 57-63(1986).
- [47] NELSON, A. E., KAPLAN, D.B., *Phys. Lett. B* **192**, 193-197 (1987).
- [48] PAL, S., KO, C. M., LIN, Z., ZHANG, B., *Phys. Rev. C*, **62**, 061903(R) (2000).
- [49] LI, G. Q., LEE, C.-H., BROWN, G.E., *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5214 (1997), *Nucl. Phys. A* **625**, 372 (1997).
- [50] GLENDENNING, N. K., SCHAFFNER-BIELICH, J., *Phys. Rev. Lett.* **81** (4564 (1998)).
- [51] BANIK, S., BANDYOPADHYAY, D., *Phys. Rev. C* **64**, 055805 (2001).
- [52] TOLOS, L., CABREARA, D., RAMOS, A., Strange mesons in nuclear matter at finite temperature, *e-Print: arXiv:0807.2947* (2008).
- [53] ZADE, S. S., PATIL, K. D., MULKALWAR, P. N., *Chin. Phys. Lett.*, **25** (2008) 1568.
- [54] GHOSH, S. K., Astrophysics of Strange Matter, *e-Print: arXiv:0807.0684* (2008).
- [55] WEBER, F., *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **54**, 193-288 (2005).
- [56] WEINBERG, S., *Physica*, **A96**, 327 (1979).
- [57] MANOHAR, A., GEORGI, H., *Nucl. Phys.* **B234** (1984) 189.
- [58] KUBIS, S., KUTSCHERA, M., *Phys. Lett. B*, **399**, 191 (1997).
- [59] MACHLEIDT, R., *Adv. Nucl. Phys.*, **19**, 189 (1989).
- [60] MAEKAWA, C., RAZEIRA, M., LÜTZ, E., VASCONCELLOS, C.A.Z., DILLIG, M., *Int. J. Mod. Phys.*, **13**, 1223 (2004).
- [61] RAZEIRA, M., BODMANN, B. J., VASCONCELLOS, C. A. Z., MESQUITA, A., *Int. Jour. Mod. Phys. D*, **16**, 347 (2007).
- [62] RAZEIRA, M., *Naturalidade, Quebra de Simetria de Isospin e a Estrutura Interna das Estrelas de Nêutrons*, Tese de Doutorado, UFRGS (2008).

- [63] CHANDRASEKHAR, S., *Astrophys. J.*, **74**, 81 (1931).
- [64] EINSTEIN, A., *Annalen der Phys.*, **49**, 769 (1916).
- [65] VON WEIZSACKER, C. F., *Z. Physik*, Heidelberg, v. 96, n. 7/8, p. 431-458 (1935).
- [66] POVH, B., RITH, K., SCHOLTZ, C., ZETSCHKE, F., *Particles and Nuclei, A Introduction to the Physical Concepts*, Springer, 1995.
- [67] DE-SHALIT, A., FESHBACH, H., *Theoretical nuclear physics: Nuclear structure*. Willey-Interscience (1990).
- [68] MYERS, W. D., SWIATECKI, W. J., *Nucl. Phys.* **A601** 141 (1996).
- [69] HARRISON, B. K., THORNE, K. S., WAKANO, M., WHEELER, J. A., *Gravitation theory and gravitational collapse*. Chicago: University of Chicago Press, (1965).
- [70] JOHNSON, C. H., HOREN, D. J., MAHAUX, C., *Phys. Rev. C*, **36** 2252 (1987).
- [71] BETHE, H. A., GOLDSTONE, J., *Proc. R. Soc. (london)* **A238** 551 (1957).
- [72] MORSE, P. M., FESHBACH, H., *Methods of Theoretical Physics*, McGraw-Hill, New York, (1953).
- [73] [http : //www.if.ufrgs.br/oei/stars/wd/wd\\_evol.htm](http://www.if.ufrgs.br/oei/stars/wd/wd_evol.htm)
- [74] WILLIAMS, W. S. C., *Nuclear and Particle Physics* (Oxford Science Publications) 1992.
- [75] WEBER, F., *Proceedings of the VIII International Worrkshop on Hadron Physics 2002*, Ed. C. A. Z. Vasconcellos, V. Herscovitz, D. Hadjimichef, B. E. J. Bodmann, 73 (2002) (World Scientific).
- [76] WEBER, F., *Pulsar as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics*, High Energy Physics, Cosmology and Gravitation Series (IOP, Publishing, Bristol, Great Britain, 1999).
- [77] T HOOFT, G., *Nucl. Phys. B*, **35**, 167 (1971).
- [78] T HOOFT, G., *Nucl. Phys. B*, **254**, 11 (1985).
- [79] WITTEN, E., *Phys Rev.* D30 (1984) 272.
- [80] BLUDMAN, S., FENG, D. H., GASSER, T., PITTEL, S., eds. *The Physics of Supernovae*, *Phys. Reports* **256** (1995) 1.
- [81] PRAKASH, M., BOMBACI, I., PRAKASH, M., ELLIS, P.J., LATTIMER, J. M., KNORREN, R., *Phys. Rep.* 280, 1 (1997).
- [82] TSURUTA, S., CAMERON, A. G. W., *Can. J. Phys.*, 44, 1863, (1966).

- [83] SCHAAB, C., WEBER, F., WEIGEL, M. K., GLENDENNING, N. K., *Nucl. Phys. A*, 605, 531 (1996).
- [84] TAKATSUKA, T., NISHIZAKI, S., HIURA, J., *Progress of Theoretical Physics*, 92, 779 (1994).
- [85] BOMBACI, I., PRAKASH, M., PRAKASH, M., ELLIS, P. J., LATTIMER, J. M., BROWN, G. E., *Nuclear Physics A*, 583, 623 (1995).
- [86] HASHIMOTO, M., OYAMATSUO, K., ERIGUCHI, Y., *ApJ*, 436, 257 (1994).
- [87] GOUSSARD, J. O., HAENSEL, P., ZDUNIK, J. L., *AA*, 321, 822 (1997).
- [88] GOUSSARD, J. O., HAENSEL, P., ZDUNIK, J. L., *AA*, 330, 1005 (1998).
- [89] SUMIYOSHI, K., IBÁÑEZ, J. M., ROMERO, J. V., *AA*, 134, 39 (1999).
- [90] PONS, J. A., STEINER, A. W., PRAKASH, M., LATTIMER, J. M., *Physical Review Letter*, 86, 5223 (2001).
- [91] PRAKASH, M., COOKE, J. R., LATTIMER, J. M., *Phys. Rev. D*, 52 (1995).
- [92] PONS, J. A., MIRALLES, J. A., PRAKASH, M., LATTIMER, J. M., *ApJ*, 553, 382 (2001).
- [93] WOLTJER, L., *Astrophys J.* **140**, 1309 (1964).
- [94] PACINI, F., *Nature* **216**, 567 (1967).
- [95] PACINI, F., *Nature* **219**, 146 (1968).
- [96] HEWISH, A., BURNELL, J. B., PIKINTON, J. D. H., SCOTT, P. F., COLLINS, R. A., *Nature* **217**, 709 (1968).
- [97] GUNN, J. E., OSTRIKER, J. P., *Nature* **221**, 455 (1969).
- [98] OSTRIKER, J. P., GUNN, J. E., *Astrophys. J.* **157**, 1395 (1969).
- [99] GUNN, J. E., OSTRIKER, J. P., *Astrophys. J.* **160**, 979 (1970).
- [100] RUDERMAN, M. A., *Nature*, **223**, 597 (1969).
- [101] PINES, D., SHAHAM, J., *Nature Phys. Sci.* **235**, 43 (1972).
- [102] SHAHAM, J., *Astrophys. J.* **310**, 780 (1986).
- [103] ALPAR, M. A., ANDERSON, P.W., PINER, D., SHAHAM, J., *Astrophys. J. Lett.* **249**, L29 (1981).
- [104] HULSE, R. A., TAYLOR, J. H., *Astrophys. J.* **201**, L55 (1975).
- [105] RADAHKRISHNAN, V., COOKE, D. J., *Astrophys. Lett.* **3**, 255 (1969).

- [106] STAELIN, D. H., REIFENSTEIN, E. C., *Science* **162**, 1481 (1968).
- [107] LARGE, M. I., VAUGHAN, A. F., MILLS, B. Y., *Nature* **220**, 340 (1968).
- [108] BACKER, D. C., KULKARNI, S. R., HEILES, C., DAVIS, M. N., GOSS, W. M., *Nature* **300**, 615 (1982).
- [109] HESSELS, W. T., RAMSOM, S. M., STAIRS, I. H., FREIRE, P. C. C., KASPI, V. M., CAMILO, F., *Science*, publicação *Science Express*, on line 6 de Janeiro (2006).
- [110] OPPENHEIMER, J. R., SNYDER, H., *Phys. Rev.* **56** 455 (1939).
- [111] THORSETT, S. E., CHAKRABARTY, D., *Astrophys. J.* **512**, 288 (1999).
- [112] SANTOS, S. M., RAZEIRA, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., LEINSON, L., *Int. J. Mod. Phys.* **13**, 1477 (2004).
- [113] WEINBERG, S. *Gravitation and cosmology*, New York: John Wiley, (1972).
- [114] CHANDRASEKHAR, S. *Highly collapsed configurations of a stellar mass. Part II. Mon. Not. R. Astron. Soc.*, London, v. 95, p. 207-225, Jan. 1935.
- [115] SCHWARZSCHILD. K., *Sitzungsberichte Preuss. Akad. Wiss.*, p. 424, (1916).
- [116] TOLMAN, R. C., *Phys. Rev*, New York, v. 55, n. 4, p. 364-373, Feb. (1939).
- [117] OPPENHEIMER, J. R., VOLKOFF, G. M., *Physic. Rev.* **55**, n. 4, p. 374-381, Feb. (1939).
- [118] BAYM, G., PETHICK, C., SUTHERLAND, P., *The ground state of matter at high densities: equation of state and stelar models*, *Astrophys. J.*, Chicago, v. 170, n. 2, p. 299-317, (1971).
- [119] YOUNGBLOOD, D. H., *et al.*, *Nucl. Phys.* **A649**, 49c (1999).
- [120] BLAIZOT, J. P. *et al.*, *Nucl. Phys.* **A591**, 435 (1995).
- [121] DEXHEIMER, V. A., VASCONCELLOS, C. A. Z., BODMANN, B. E. J., Density dependent nuclear matter compressibility. *Physical Review C* **77**, 065803 (2008).
- [122] WALECKA, J. D. *Theoretical nuclear and subnuclear physics*. Oxford: Oxford University Press, 1995.
- [123] SEROT, B. D., WALECKA, J. D. Recent progress in quantum hadrodynamics. *Int. J. Mod. Phys. E* **6**, 4, 515-631 (1997).
- [124] BJORKEN, J., DRELL, S. D., *Relativistic quantum mechanics.*, New York: McGraw-Hill, (1964).

- [125] HUGENHOLTZ, N. M., VAN HOVE, L., *A theorem of the single particle energy in a Fermi gas with interaction*, *Physica*, Amsterdam, v. 24, p. 363-376, (1958).
- [126] GARPMAN, S. I. A., GLENDENNING, N. K., KARANT, Y. J., *Nuc. Phys.* **A322**, 382 (1979).
- [127] WALDHAUSER, B. M., MARUHN, J. A., STOCKER, H., GREINER, W., *Phys. Rev. C* **38**, 1003 (1988).
- [128] SHU, S., LI, J., *Phys. Rev. C* **66**, 062201 (2002).
- [129] LÜTZ, E., RAZEIRA, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., DILLIG, M., *Int. Jour. Mod. Phy. D* **13**, 1255 (2004).
- [130] LÜTZ, E., RAZEIRA, M., BODMANN, B. J., VASCONCELLOS, C. A. Z., PILOTTO, F., *Int. Jour. Mod. Phy. D* **16**, 325 (2006).
- [131] LÜTZ, E., RAZEIRA, M., BODMANN, B. J., VASCONCELLOS, C. A. Z., *Int. Jour. Mod. Phy. D* **16**, 373 (2006).
- [132] MOSZKOWSKI, S., A., *Phys. Rev. D* **9**, n. 4, 1613-1625 (1974).
- [133] LÜTZ, E. F., ROCHA, S. S., TAURINES, A. R., MARRANGELLO, G. F., DILLIG, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei* **18**, 2-3, Springer Verlag (2003).
- [134] MUTA, T. *Foundations of quantum chromodynamics.*, Singapore: World Scientific, (1987).
- [135] PRESTON, M. A., BADHURI, R. K., *Structure of the nucleus*: Westview Press (1993).
- [136] CHETYRKIN, K. G., GORISHNII, S. G., KATAEV, A. L., LARIN, S. A., TKACHOV, F. V., *Phys. Lett. B* **116**, 455 (1981).
- [137] BARBIERI, R., D EMILIO, E., *Nucl. Phys.* **B154**, 535 (1979).
- [138] ALTARELLI, G., *Nucl. Phys.* **B143**, 521 (1978).
- [139] SHURYAK, E. V., *Phys. Rep.* **61**, 71 (1980).
- [140] GOLDBERGER, M. L., TREIMAN, S. B., *Phys.Rev.*, **110**, 1478 (1958).
- [141] KAWARABAYASHI, K., SUZUKI, M., *Phy. Rev. Lett.*, **16**, 225 (1966); RIAZUDDIN, FAYYUDDIN, *Phys.Rev.*, **147**, 1071 (1966).
- [142] VAN KOLCK, U., ABU-RADDAD, L. J., CARDAMONE, D. M., *New States os Matter for Hadronic Interactions* (PASI, 2002); AIP Conf. Procs. **631**, 191 (2002).
- [143] SCADRON, M.D, KLEEFELD, F., RUPP, G, *arXiv:hep-ph/0611084v1* (2006).

- [144] FAESSLER, A., *Acta Physica Polonica B*, **29**, 2367 (1998).
- [145] NOLEM, J. A., SCHIFFER, J.P., *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **19**, 471 (1969).
- [146] OKAMOTO, K., *Phys. Lett.*, **11**, 150 (1964).
- [147] JAEKEL, O., DILLIG, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., Chiral symmetry and the near threshold pion induced 2 pi production on the nucleon. 2: Relativistic corrections and pi pi initial and final state interactions, *Nucl. Phys. A*, 541, 675-686 (1992).
- [148] JAEKEL, O., ORTNER, H. W., DILLIG, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., Chiral symmetry and the near threshold pion induced 2 pi production on the nucleon. 1: General formalism, *Nucl. Phys. A*, 511, 733-746 (1990).
- [149] CHODOS, A., JAFFE, R.L., JOHNSON, K., THORN, C.B., WEISSKOPF, V *Phy. Rev. C*, 9, 3471 (1974).
- [150] PARTICLE DATA GROUP, *Phys. Rev. D* **66** 010001-89 (2002).
- [151] SCADRON, M.D, KLEEFELD, F., RUPP, G, *Europhys.Lett.*, **80**, 51001 (2007).
- [152] RAZEIRA, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., *International Journal of Modern Physics D (aceito para publicação)* (2010).
- [153] LÜTZ, E., RAZEIRA, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., DILLIG, M., *Int. Jour. Mod. Phy. D* **13**, 1255 (2004).
- [154] ZIMANYI, J., MOSZKOWSKI, S. A., *Phys. Rev. C* **42**, n. 4, 1416-1421 (1990).
- [155] LIU, B. V., GRECO, V., BARAN, V., COLONNA, M., DI TORO, M., *Phys. Rev. C* **65**, 045201-1 (2002).
- [156] SCHAFFNER-BIELICH, J., MISHUSTIN, I.N., *Phys. Rev. C* **53**, 1416 (1996).
- [157] SHEN, H., *Phys. Rev. C* **65**, 035802 (2002).
- [158] MENEZES, D. P., PROVIDÊNCIA, C., *Phys. Rev. C* **70**, 058801 (2004).
- [159] NOLEM, J. A., SCHIFFER, J. P., *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **19**, 471 (1969).
- [160] OKAMOTO, K., *Phys. Lett.* **11**, 150 (1964).
- [161] SCHAFFNER-BIELICH, J., DOVER, C. B., GAL, A., MILLENER, D. J., GREINER, C., STÖCKER, H., *Ann. Phys.* **235**, 35 (1994).
- [162] DOVER, C. B., GAL, A., *Ann. Phys.* **A146**, 209 (1983).
- [163] PAL, S., HANAUSKE, M., ZAKOUT, I., STÖCKER, H., GREINER, C., *Phys. Rev. C* **60**, 015802 (1999).
- [164] BATTY, C. J., FRIEDMAN, E., GAL, A., *Phys. Lett. A* **335**, 273 (1994).

- [165] BART, S., et alli, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5238 (1999).
- [166] FRIAR, J. L., MADLAND, D. G., LYNN, B. W., *Phys. Rev. C* **53**, 3085 (1996).
- [167] ORDONEZ, O., VAN KOLCK, U., *Phys. Lett.* **B291**, 459 (1992).
- [168] ORDONEZ, O., RAY, L., VAN KOLCK, U., *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1982 (1994).
- [169] VAN KOLCK, U., *Phys. Rev. C* **49**, 2932 (1994).
- [170] VAN KOLCK, U., FRIAR, J. L., GOLDMAN, T., *Phys. Lett.* **B371**, 169 (1996).
- [171] GREINER, C., KOCH, P., STÖCKER, H., *Phys. Rev. Lett* **58**, 1825 (1997);  
GREINER, C., RISCHKE, D. H., STÖCKER, H., KOCH, P., *Phys. Rev. D* **38**, 2797 (1988);  
GREINER, C., STÖCKER, H., *Phys. Rev. D* **44**, 3517 (1991).
- [172] MIGDAL, A. B. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **61** (1971) 2210 (Sov. Phys. JETP 36 (1973) 1052).
- [173] SAWYER, R.F., *Phys. Rev. Lett.* **29** (1972)382.
- [174] SCALAPINO, D.J., *Phys. Rev. Lett.* **29** (1972)386.
- [175] BROWN, G. E., KO, C. M., KUBODERA, K., *z. Phys. A - Hadrons and Nuclei* **341**, 301-305 (1992).
- [176] BROWN, G. E., KUBODERA, K., RHO, M., THORSSON, V., *Phys. Lett. B* **291**, 355 (1992).
- [177] THORSSON, V., PRAKASH, M., LATTIMER, J. M., *Nucl. Phys. A* **572**, 693 (1994).
- [178] ELLIS, P. J., KNORREN, R., PRAKASH, M., *Phys. Lett. B* **349**, 11 (1995).
- [179] BROWN, G.E., LEE, C.-H., RHO, M., THORSSON, V., *Nucl. Phys. A* **567**, 937 (1994).
- [180] LEE, C.-H., JUNG, H., MIN, D.-P., RHO, M., *Phys. Lett. B* **326**, 14 (1994).
- [181] LEE, C. -H., BROWN, G.E., MIN, D.-P., RHO, M., *Nucl. Phys. A* **585**, 401 (1995).
- [182] MUTO, T., *Prog. Theo. Phys.* **89**, 415 (1993).
- [183] KNORREN, R., PRAKASH, M., ELLIS, P.J., *Phys. Rev. C* **52**, 3470 (1995).
- [184] GLENDENNING, N.K., SCHAFFNER-BIELICH, J., *Phys. Rev. C* **60** 025803 (1999).
- [185] LUTZ, M., STEINER, A., WEISE, W., *Nucl. Phys. A* **547**, 755 (1994).
- [186] PAL, S., BANDYOPADHYAY, D., GREINER, W., *Nucl. Phys. A* **674**, 553 (2000).

- [187] COLLINS, J., PERRY, M., *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1353 (1975).
- [188] FREEDMAN, B., McLERRAN, L., *Phys. Rev. D* **16**, 1130, 1147, (1977).
- [189] BALUNI, V., *Phys. Lett. B* **72**, 381 (1978).
- [190] CHIN, S., KERMAN, A., *Phys. Rev. Lett.* **43**, 1292 (1978).
- [191] FECHNER, W.B., JOSS, P.C., *Nature* **274**, 347 (1978).
- [192] BANIK, S., HANAUSKE, M., BANDYOPADHYAY, D., GREINER, W., *Phys. Rev. D* **70**, 123004 (2004).
- [193] BROWN, G.E., *Nucl. Phys. A* **574**, 217 c (1994).
- [194] PONS, J. A., REDDY, S., ELLIS, P. J., PRAKASH, M., LATTIMER, J. M., *Phys. Rev. C* **62**, 035803 (2000).
- [195] BANIK, S., BANDYOPADHYAY, D., Antikaon condensation and the metastability of protoneutron stars, *e-Print: arXiv:astro-ph/0009113v1* (2000).
- [196] GUSAKOV, M. E., KANTOR, E. M., Bulk viscosity of superfluid hyperon stars, *e-Print: arXiv:0806.4914* (2008).
- [197] MI, A., LI, A., ZUO, W., *Chin. Phys.* **16**, 3290 (2007).
- [198] JHA, T.K., MISHRA, H., SREEKANTH, V., *Phys. Rev. C*, **77** 045801, *e-Print: arXiv:0710.5392* (2008).
- [199] MARUYAMA, T., CHIBA, S., SCHULZE, H., TATSUMI, T., *Phys. Rev. D* **76** 123015, *e-Print: arXiv:0708.3277* (2007).
- [200] RAMOS, A., SCHAFFNER-BIELICH, J., WAMBACH, J., Kaon Condensation in Neutron Stars, *e-Print: arXiv:nucl-th/0011003v3* (2001).
- [201] PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T., FLANNERY, B. P., *Numerical recipes 3rd Edition: the art of scientific computing*: Cambridge University Press (2007).
- [202] LUTZ, M., *Phys. Lett. B* **426**, 12 (1998).
- [203] RAMOS, A., OSET, E., *Nucl. Phys.* **A671**, 481 (2000).
- [204] SCHAFFNER-BIELICH, J., KOCH, V., EFFENBERGER, M., *Nucl. Phys.* **A669**, 153 (2000).
- [205] KOCH, V., *Phys. Lett. B* **337**, 7 (1994).
- [206] WAAS, T., WEISE, W., *Nucl. Phys.* **A625**, 287 (1997).
- [207] CIEPLÝ, A., FRIEDMAN, E., GAL, A., MARES, J., *Nucl. Phys.* **A696**, 173 (2001).

- [208] FRIEDMAN, E., GAL, A., MARES, J., CIEPLÝ, A., *Phys. Rev. C* **60**, 024314 (1999).
- [209] CURCEANU, C., *et al.*, Kaonic Atoms Experimental Studies at DAΦNe *et al.* 11 th International Conference on Meson-Nucleon Physics and the Structure of the Nucleon, Forschungszentrum Jülich, Germany, (2007). Disponível online em: <http://www.slac.stanford.edu/econf/C070910/PDF/102.pdf>
- [210] BANIK, S., BANDYOPADHYAY, D., Density dependent hadron field theory for neutron stars with antikaon condensates, *e-Print: arXiv:astro-ph/0205532v2*.
- [211] MISHRA, A., KUMAR, A., SANYA, S., DEXHEIMER, V., SCHRAMM, S., Kaon properties on(proto-)neutron star matter, e-print: *arXiv:0905.3518v1*, (2009).
- [212] MESQUITA, A., RAZEIRA, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., The role of scalar-isovector mesons and antikaons in neutrons stars, *Int. Jour. of Mod. Phys. D* (Aceito para publicação) (2010).
- [213] MESQUITA, A., RAZEIRA, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., The role of antikaon condensates in the EoS of Neutron Stars, *Int. Jour. Mod. Phys. D* (Aceito para publicação) (2010).
- [214] COTTAM, J., PAERELS, F., MENDEZ, M., Gravitational redshifted absorption lines in the X-ray burst spectra of a neutron star, *Nature* **420**, 51-54 (2002).
- [215] GAMOW, G., SCHOENBERG, M., *Phys. Rev.* **59**, 539 (1941).
- [216] BOGUTA, J., *Phys.Lett.* **B106**, 255 (1981).
- [217] LATTIMER, J.M., PETHICK, C. J., PRAKASH, M., HAENSEL, P., *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 2701 (1991).
- [218] LEINSON, L. B., PEREZ, A., *Phys. Lett.* , **B518**, 15 (2001); Erratum, *Phys. Lett.* , **B522**, 358 (2001).
- [219] LIU, B., DI TORO, M., GRECO, V., SHEN, C. W., ZHAO, E. G., SUN, B. X., *Phys. Rev. C* **75**, 048801 (2007).
- [220] BEDNAREK, I., KESKA, M., MANKA, R., *Phys. Rev.C* **68**, 035805 (2003).
- [221] KLÄHN, T, *et al.*, *Phys. Rev. C*, **74**, 035802 (2006).
- [222] BLASCHKE, D., GRIGORIAN, H., VOSKRESENSKY, D., *Astron. Astrophys.* **424**, 979 (2004).
- [223] MESQUITA, A., RAZEIRA, M., FERNÁNDEZ, F., VASCONCELLOS, C. A. Z., *URCA Process in an effective Model for Neutron Stars*, Proceedings of the 3th International Workshop on Astronomy and Relativistic Astrophysics. Ed. C. A. Z. Vasconcellos *et al.* **67** (World Scientifica Pub. Co.) (2010).

- [224] NAMBU, Y., JONA-LASINIO, G., *Phys. Rev.*, **122**, 345 (1961).
- [225] BROW, G. E., RHO, M., *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 2720 (1991).
- [226] VASCONCELLOS, C. A. Z., MARRANGHELLO, G. F., PACHECO, J. A. F., Phase Transitions in Neutron Stars and Gravitational Wave Emission, *Physical Review D* **66**, 064027, 1-5, (2002).
- [227] MARRANGHELLO, G. F., VASCONCELLOS, C. A. Z., DILLIG, M., PACHECO, J. A. F. *Int. Jour. Mod. Phy. E*, e-Print: *arXiv:astro-ph/0107476v2* (2002).
- [228] LANDAU, L., LIFCHITZ, E., *Mécanique Statistique* (Éditions Mir, 1967).
- [229] MESQUITA, A., RAZEIRA, M., VASCONCELLOS, C. A. Z., BODMANN, B. E. J., *Int. Jour. of Mod. Phys. D* **16**, 341-345 (2007).
- [230] MESQUITA, A., VASCONCELLOS, C. A. Z., RAZEIRA, M., DILLIG, M., BODMANN, B. E. J., *Int. Jour. of Mod. Phys. D* **13**, n. 7, 1177-1181 (2004).
- [231] HARTLE, J. B., *ApJ* **150**, 1005 (1967).
- [232] HARTLE, J. B., THORNE, K. S., *ApJ* **153**, 807 (1968).
- [233] CHUBARIAN, E., GRIGORIAN, H., POGHOSYAN, G., BLASCHKE, D., *A&A* **357**, 968 (2000).
- [234] GLENDENNING, N. K., *Phys. Rev. D* **46**, 4161 (1992).
- [235] WEBER, F., GLENDENNING, N. K., *ApJ* **390**, 541 (1992).
- [236] STERGIOULAS, N., *Rotating Stars in Relativity*, e-Print: *arXiv:gr-qc/0302034v1* (2003).
- [237] PIEKAREWICZ, J., *The Nuclear Physics of Neutron Stars*, *arXiv:0802.4029*, **nucl-th**, Fevereiro (2008).
- [238] ANDERSON, P.W., ITOH, N., *Nature* **256**, 25 (1975).
- [239] LINK, B., EPSTEIN, R.I, LATTIMER, J.M., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3362 (1999).