

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO**

Felipe Tavares Milach

**ESTIMAÇÃO DA VOLATILIDADE: UMA APLICAÇÃO
UTILIZANDO DADOS INTRADIÁRIOS**

**Porto Alegre
2010**

Felipe Tavares Milach

**ESTIMAÇÃO DA VOLATILIDADE: UMA APLICAÇÃO
UTILIZANDO DADOS INTRADIÁRIOS**

**Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em
Administração da Universidade Federal
do Rio Grande do Sul, como requisito
para a obtenção do título de Mestre em
Administração.**

**Orientador: Prof. Dr. Gilberto de Oliveira
Kloeckner**

**Porto Alegre
2010**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M637e Milach, Felipe Tavares
Estimação da volatilidade: uma aplicação utilizando dados intradiários /
Felipe Tavares Milach. – 2010.
98 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
Escola de Administração, Programa de Pós-graduação em Administração,
2010.

“Orientador: Prof. Dr. Gilberto Oliveira Kloeckner”

1. Volatilidade. 2. Modelos GARCH. 3. Variância realizada. 4. Previsão. I.
Título

CDU 658.15

Ficha elaborada pela equipe da Biblioteca da Escola de Administração – UFRGS

Felipe Tavares Milach

**ESTIMAÇÃO DA VOLATILIDADE: UMA APLICAÇÃO
UTILIZANDO DADOS INTRADIÁRIOS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Administração.

Conceito final:

Aprovado em dede.....

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Paulo Renato Soares Terra – PPGA/UFRGS

Prof. Dr. Oscar Claudino Galli – PPGA/UFRGS

Prof. Dr. Cleber Bisognin – PPGMAT/UFRGS

Orientador – Prof. Dr. Gilberto de Oliveira Kloeckner – PPGA/ UFRGS

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Aos meus pais, pelo apoio incondicional desde a concepção.

Ao Professor Gilberto, pela habilidade em tornar a relação orientador-orientando tranquila e agradável ao longo desses dois anos. Agradeço também pela liberdade que me concedeu para a escolha do tema de dissertação e, naturalmente, pela indiscutível competência técnica com que conduziu as orientações.

Aos Professores Paulo R. S. Terra, Oscar C. Galli e Cleber Bisognin pelo conhecimento compartilhado nas disciplinas e pelas sugestões e correções realizadas durante a defesa da dissertação.

Aos colegas da área de contabilidade e finanças, pelas dicas, conversas e discussões.

Ao meu amigo de causas perdidas, Daniel, companheiro de atividades acadêmicas, artísticas, gastronômicas e étlicas.

À minha querida Rosana, por cada sensação.

When the going gets weird, the weird turn pro.

Hunter S. Thompson

RESUMO

O estudo da volatilidade dos retornos dos ativos ocupa um lugar de destaque dentro da moderna teoria de finanças. Tradicionalmente, os modelos empregados para a modelagem da volatilidade são estimados a partir de dados diários. No entanto, a recente disponibilidade de dados intradiários tem permitido a modelagem e a previsão da volatilidade dos ativos por meio da chamada variância realizada. Dessa forma, o objetivo principal da presente dissertação foi analisar como os modelos que incorporam dados intradiários se comportam, em termos de acurácia de previsão de volatilidade diária, em relação àqueles que utilizam apenas dados diários. Foram observados os comportamentos dos índices Ibovespa e S&P 500 durante o período de janeiro de 2006 a junho de 2009. Os resultados revelaram que o desempenho de previsão dos modelos estimados a partir de dados diários foi superior ao dos modelos de variância realizada para os dois índices. Buscou-se ainda comparar o comportamento dos modelos durante o período da crise de 2008. Novamente os resultados apontaram para uma melhor acurácia de previsão dos modelos que utilizaram apenas dados diários.

Palavras-chave: Volatilidade, Modelos GARCH, Variância realizada, Previsão

ABSTRACT

The study of volatility in asset returns is relevant within the modern theory of finance. Modeling volatility has been frequently based on daily data. Recent availability of intraday data has allowed volatility modeling and forecasting through the so called realized variance. The main objective of this master's thesis was, therefore, to compare the accuracy of daily volatility forecasting between models that use either daily or intraday data. Returns during the period January 2006 to June 2009 on two indexes, the Ibovespa and the S&P 500, were used. Results showed that, for both indexes, forecasting based on daily data was superior to forecasting that used intraday returns. Comparison between models was also tested during the 2008 crisis. Similarly, results showed a better forecasting performance of daily data models.

Key words: Volatility, GARCH Models, Realized Variance, Forecasting

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Evolução do comportamento do Ibovespa, em pontos e em retornos, durante o período de janeiro de 2006 a junho de 2009	42
Figura 02 – Evolução do comportamento do S&P 500, em pontos e em retornos, durante o período de janeiro de 2006 a junho de 2009	42
Figura 03 – ACF e PACF para a série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do Ibovespa considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008	47
Figura 04 – ACF e PACF para a série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do Ibovespa considerando o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008	48
Figura 05 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série do Ibovespa, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos GARCH	53
Figura 06 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série do Ibovespa, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos GARCH	54
Figura 07 – ACF e PACF para a série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do S&P 500 considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008	58
Figura 08 – ACF e PACF para a série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do S&P 500 considerando o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008	58
Figura 09 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série do S&P 500, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos ARMA-GARCH	63
Figura 10 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série do S&P 500, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos ARMA-GARCH	63
Figura 11 – ACF e PACF para a série de variância realizada do Ibovespa considerando os intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008	68
Figura 12 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série de variância realizada do Ibovespa, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos ARMA (2,1)	72
Figura 13 – ACF e PACF para a série de variância realizada do S&P 500 considerando os intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008	75
Figura 14 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série de variância realizada do S&P 500, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d , 1)	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as séries de pontos e de retornos do Ibovespa e do S&P 500	43
Tabela 02 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as amostras de estimação e de avaliação da série de retornos do Ibovespa para os dois períodos estudados	46
Tabela 03 – Teste de Box-Pierce aplicado na série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do Ibovespa considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	49
Tabela 04 – Teste R/S modificado de Lo aplicado na série de retornos do Ibovespa considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	51
Tabela 05 – Modelos ARMA-GARCH estimados com diferentes distribuições de erros para a série de retornos do Ibovespa, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008, e critérios utilizados para a seleção dos modelos	51
Tabela 06 – Valores estimados dos coeficientes, com suas respectivas significâncias, dos modelos ARMA-GARCH selecionados para a etapa de previsões de volatilidade da série do Ibovespa, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	52
Tabela 07 – Teste de Box-Pierce aplicado nos resíduos padronizados e nos resíduos padronizados elevados ao quadrado da série do Ibovespa após o ajuste realizado através dos modelos ARMA-GARCH considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	55
Tabela 08 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as amostras de estimação e de avaliação da série de retornos do S&P 500 para os dois períodos estudados	56
Tabela 09 – Teste de Box-Pierce aplicado na série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do S&P 500 considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	59
Tabela 10 – Teste R/S modificado de Lo aplicado na série de retornos do S&P 500 considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	60
Tabela 11 – Modelos ARMA-GARCH estimados com diferentes distribuições de erros para a série de retornos do S&P 500, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008, e critérios utilizados para a seleção dos modelos	61

Tabela 12 – Valores estimados dos coeficientes, com suas respectivas significâncias, dos modelos ARMA-GARCH selecionados para a etapa de previsões de volatilidade da série do S&P 500, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	62
Tabela 13 – Teste de Box-Pierce aplicado nos resíduos padronizados e nos resíduos padronizados elevados ao quadrado da série do S&P 500 após o ajuste realizado através dos modelos ARMA-GARCH considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	65
Tabela 14 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as amostras de estimação da série de variância realizada do Ibovespa	67
Tabela 15 – Teste Box-Pierce aplicado na série de variância realizada do Ibovespa considerando os intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008	69
Tabela 16 – Teste R/S modificado de Lo aplicado na série de variância realizada do Ibovespa considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	70
Tabela 17 – Modelos ARMA (2,1) estimados para a série de variância realizada do Ibovespa, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008, e critérios utilizados para a seleção dos modelos	70
Tabela 18 – Valores estimados dos coeficientes, com suas respectivas significâncias, dos modelos ARMA (2,1) selecionados para a etapa de previsões de volatilidade da série de variância realizada do Ibovespa considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	71
Tabela 19 – Teste Box-Pierce aplicado nos resíduos padronizados da série de variância realizada do Ibovespa após o ajuste realizado através do modelo ARMA (2,1) considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	73
Tabela 20 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as amostras de estimação da série de variância realizada do S&P 500	74
Tabela 21 – Teste Box-Pierce aplicado na série de variância realizada do S&P 500 considerando os intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008	76
Tabela 22 – Teste R/S modificado de Lo aplicado na série de variância realizada do S&P 500 considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	76
Tabela 23 – Modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d, 1) estimados para a série de variância realizada do S&P 500, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008, e critérios utilizados para a seleção dos modelos	77
Tabela 24 – Valores estimados dos coeficientes, com suas respectivas significâncias, dos modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d, 1) selecionados para a etapa de previsões de volatilidade da série de variância realizada do S&P 500 considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	78

Tabela 25 – Teste de Box-Pierce aplicado nos resíduos padronizados da série de variância realizada do S&P 500 após o ajuste realizado através dos modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d , 1) considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008	80
Tabela 26 – Resultados obtidos para as funções de perda para a série do Ibovespa considerando a amostra de avaliação correspondente ao período de janeiro a junho de 2009	82
Tabela 27 – Resultados obtidos para as funções de perda para a série do Ibovespa considerando a amostra de avaliação correspondente ao período de julho a dezembro de 2008	83
Tabela 28 – Resultados obtidos para as funções de perda para a série do S&P 500 considerando a amostra de avaliação correspondente ao período de janeiro a junho de 2009	84
Tabela 29 – Resultados obtidos para as funções de perda para a série do S&P 500 considerando a amostra de avaliação correspondente ao período de julho a dezembro de 2008	86

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1. O ESTUDO DA VOLATILIDADE EM FINANÇAS	16
1.1 MODELOS ARIMA/GARCH	18
1.2 DADOS INTRADIÁRIOS	30
1.2.1 CONSTRUÇÃO DA VARIÂNCIA REALIZADA	31
1.2.2 ALGUMAS EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS	32
2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	36
3. ANÁLISE DOS RESULTADOS	41
3.1 ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS	41
3.2 ESTIMANDO OS MODELOS ARMA-GARCH A PARTIR DOS DADOS DIÁRIOS	44
3.2.1 Resultados para o Ibovespa	45
3.2.2 Resultados para o S&P 500	56
3.3 ESTIMANDO OS MODELOS DE VARIÂNCIA REALIZADA A PARTIR DOS DADOS INTRADIÁRIOS	66
3.3.1 Resultados para o Ibovespa	66
3.3.2 Resultados para o S&P 500	74
4. COMPARANDO OS MODELOS ESTIMADOS	81
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	89
5.1 CONTRIBUIÇÕES DO ESTUDO	90
5.2 LIMITAÇÕES DO ESTUDO	91
5.3 SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS	92
REFERÊNCIAS	93

INTRODUÇÃO

O estudo da volatilidade dos retornos dos ativos ocupa um lugar de destaque dentro da moderna teoria de finanças. Um debate corrente dentro das pesquisas nessa área diz respeito sobre qual seria a forma mais correta de se estimar a volatilidade de um ativo. Do ponto de vista dos agentes que atuam no mercado financeiro, tal questão também é relevante, uma vez que a volatilidade está diretamente associada ao risco de um investimento e, conseqüentemente, às decisões de alocação de recursos.

Existem diversas formas de se estimar a volatilidade de um ativo. Algumas possibilidades são a estimação através de modelos que utilizam a volatilidade histórica; a volatilidade implícita, no caso de modelos de opções; e de modelos de volatilidade condicional. Dentro deste último grupo, são muito populares os modelos pertencentes à família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Propostos inicialmente por Engle (1982), os modelos ARCH consideram as séries de retornos não-correlacionadas, mas a volatilidade, ou variância condicional, dependente de tais retornos por meio de uma função quadrática, admitindo que a variância se modifique ao longo do tempo. Cabe destacar que essa idéia vai de encontro aos primeiros modelos estatísticos utilizados em finanças, que consideravam a variância constante no tempo.

De maneira geral, a estimação da volatilidade dos retornos dos ativos é realizada a partir de dados diários (comumente utiliza-se o preço de fechamento). No entanto, a crescente disponibilidade de dados financeiros em intervalos de tempo cada vez menores, juntamente com os avanços computacionais, tem permitido aos agentes a possibilidade de incorporação de um maior número de informações para a estimação dos modelos. Os dados observados ao longo de um dia de negociações em uma bolsa de valores ou em um mercado de taxas de câmbio são chamados de intradiários ou ainda dados de alta frequência.

A utilização de dados intradiários permite a modelagem e a previsão da volatilidade dos ativos por meio da chamada variância realizada. Apresentada inicialmente por Andersen e Bollerslev (1998), a variância realizada é obtida a partir

da soma do quadrado dos retornos intradiários observados durante uma determinada sessão de negociação, geralmente correspondente a um dia. Dessa maneira, a volatilidade passa a ser uma variável observável, e não uma variável latente como nos modelos que trabalham apenas com dados diários, fornecendo uma forma alternativa para a estimação da mesma.

Assim, a dissertação buscou responder ao seguinte problema de pesquisa: **No que diz respeito à estimação de volatilidade, como os modelos que incorporam dados intradiários se comportam, em termos de acurácia de previsão diária, em relação àqueles que utilizam apenas dados diários?**

Conforme já foi colocado, tal problema de pesquisa é relevante tanto para profissionais do mercado financeiro quanto para acadêmicos. O ano de 2008 foi marcado por uma forte crise financeira, afetando os mercados de ações ao redor do mundo. As acentuadas quedas nos preços dos títulos fazem com que, tanto profissionais do mercado, quanto acadêmicos reflitam sobre as formas de prevenção de riscos e a validade de tais ferramentas.

Em relação aos profissionais que atuam no mercado financeiro, podem-se apontar dois pontos relevantes da presente pesquisa. O primeiro corresponde ao fato de que as decisões financeiras são tomadas em ambientes de incerteza, logo o desenvolvimento de mecanismos que ajudem a prever o comportamento futuro da volatilidade de um ativo, dado determinados intervalos de confiança, auxiliam os gestores nas suas decisões de investimentos. O segundo ponto está ligado às estratégias de *hedging*, uma vez que uma correta precificação de derivativos passa, necessariamente, por uma correta estimação da volatilidade.

No que se refere à academia, pode-se afirmar que, desde o estudo de Markowitz (1952), a volatilidade está no cerne das pesquisas em finanças. Do ponto de vista do desenvolvimento de modelos para a estimação da volatilidade, a recente disponibilidade de dados em frequências de tempo inferiores a um dia representou um considerável avanço. Estudos utilizando dados intradiários são mais comuns para o mercado norte-americano, principalmente envolvendo o mercado de taxas de câmbio. No Brasil, no entanto, o número de pesquisas realizadas utilizando dados intradiários ainda é pequena, dada que a sua disponibilidade é recente. Assim, tornam-se necessários um maior número de estudos para que os resultados possam ser discutidos e comparados de forma mais efetiva.

Assim, o presente estudo teve por objetivo geral:

- Analisar como os modelos que incorporam dados intradiários se comportam, em termos de acurácia de previsão de volatilidade diária, em relação àqueles que utilizam apenas dados diários.

E os seguintes objetivos específicos:

- Comparar os resultados entre os diferentes modelos estimados a partir de dados intradiários e de dados diários;
- Identificar os possíveis efeitos da crise ocorrida no segundo semestre de 2008 nos modelos estimados;
- Comparar os resultados obtidos para os mercados norte-americano e brasileiro.

A presente dissertação está estruturada em cinco capítulos além desta introdução. O capítulo um apresenta uma revisão teórica sobre o estudo da volatilidade em finanças. Organizado de forma temporal, o capítulo inicia apresentando um breve histórico sobre os aqueles estudos que acabaram sendo reconhecidos, ao longo do século passado, como os mais relevantes para o estudo da volatilidade em finanças. Os modelos ARMA/GARCH são apresentados de forma mais detalhada na seção 1.1. A seção 1.2 dedica-se à exposição de algumas questões relacionadas ao uso de dados intradiários, como o processo de construção da variância realizada (1.2.1) e a bem como a apresentação de uma sucinta revisão teórica sobre estudos empíricos realizados sobre o assunto nos últimos quinze anos (1.2.2).

No segundo capítulo têm-se os procedimentos metodológicos que foram utilizados na pesquisa. Expõem-se todos os passos que foram realizados para a construção das séries utilizadas no estudo, desde a coleta dos dados brutos até a obtenção das séries de retornos diários e de variância realizada.

A análise dos resultados, presente no terceiro capítulo, traz na seção 3.1 as estatísticas descritivas para as séries brutas coletadas. A seção seguinte (3.2) expõe os resultados para a estimação dos modelos ARMA/GARCH a partir das séries de retornos diários do Ibovespa (3.2.1) e do S&P 500 (3.2.2). Na seção 3.3 tem-se a apresentação dos resultados para os modelos de variância realizada, estimados a partir das séries de retornos intradiários do Ibovespa (3.3.1) e do S&P 500 (3.3.2).

A adequação dos modelos é testada, através da comparação de acurácia de previsão, no quarto capítulo. Além da análise dos modelos, são realizadas comparações entre os índices estudados e as diferentes amostras consideradas no estudo.

Por fim, o capítulo cinco apresenta as considerações finais sobre o estudo. Inicialmente, na seção 5.1, são expostas as principais contribuições do mesmo para acadêmicos e profissionais do mercado financeiro. A seção 5.2 traz as principais limitações da pesquisa e, por fim, algumas sugestões para estudos futuros sobre o tema são apresentadas na seção 5.3.

1. O ESTUDO DA VOLATILIDADE EM FINANÇAS

Desde o trabalho de Markowitz (1952) que a volatilidade ocupa um papel importante na moderna teoria de finanças. Segundo o autor, os agentes não deveriam observar apenas os retornos dos ativos, mas também a sua variância. Bernstein (2008) coloca que Markowitz foi o responsável por transformar o risco em peça central da gestão de portfólios; investir implicaria em apostar em um futuro desconhecido. Apesar do trabalho de Markowitz ser amplamente reconhecido nos dias de hoje, assim como a relação entre risco-retorno, Bernstein (1997) destaca que até a Crise do Petróleo em 1973, os gestores financeiros analisavam o desempenho de ativos apenas em termos do montante de dinheiro que o investidor ganhava ou perdia, desconhecendo, em grande parte, o trabalho de Markowitz. Após a destruição de muitas fortunas nos mercados em baixa dos anos de 1973 e 1974, os investidores profissionais passaram a considerar não apenas o retorno dos ativos, mas também a sua variância.

O modelo de Markowitz (1952) está baseado em algumas premissas restritivas, como é o caso de considerar a variância dos retornos constante ao longo do tempo. Sabe-se que empiricamente tal premissa acaba não se verificando, uma vez que a volatilidade do retorno dos ativos não se comporta dessa forma nos mercados financeiros. Mesmo antes da popularização do modelo de Markowitz, na década de 1970, alguns autores já chamavam a atenção para a presença de heterocedasticidade nas séries financeiras. Mandelbrot (1963) analisando a série de preços do algodão nos EUA destacou que a variância amostral da série assumiu valores diferentes em períodos de tempo distintos.

Engle (1982) foi o primeiro a formalizar tal característica, através dos chamados modelos de heterocedasticidade condicional. Tais modelos consideram a variância flutuante ao longo do tempo. Nestes, a variância de um retorno, num dado instante de tempo t , depende dos seus retornos passados por meio de uma função quadrática. O modelo de Engle (1982) ficou conhecido como ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Posteriormente, Bollerslev (1986) generalizou os modelos ARCH, destacando que a variância dependeria também dos seus próprios

valores defasados, além dos retornos ao quadrado. Esses modelos foram chamados de GARCH (*Generalized ARCH*).

Desde então diversos outros autores têm apresentado aperfeiçoamentos nos modelos GARCH. Pode-se destacar, entre outros, o modelo IGARCH (*Integrated GARCH*), apresentado por Nelson (1990), que procura tornar o modelo GARCH mais parcimonioso através de uma restrição na soma dos parâmetros estimados; o modelo EGARCH (*Exponential GARCH*), proposto por Nelson (1991), que possibilita a captação de efeitos assimétricos dos retornos na volatilidade; e o modelo GARCH-GJR de Glosten, Jagannathan e Runkle (1993), que, assim como o EGARCH, busca captar de forma distinta a influência de eventos positivos e negativos na volatilidade. Os modelos da família GARCH são apresentados de forma mais detalhada no próximo item desse trabalho.

Outro grupo de modelos utilizados para a modelagem da volatilidade são os chamados modelos de volatilidade estocástica (MVE), propostos inicialmente por Taylor (1980). Ao contrário dos modelos GARCH, os MVE não sugerem que a variância condicional de uma série dependa dos seus retornos quadráticos passados. Tais modelos têm como premissa o fato de que a volatilidade presente depende dos seus valores passados, mas é independente dos retornos passados (MORETTIN e TOLOI, 2006).

A volatilidade de uma série ainda pode ser determinada por modelos semi-paramétricos, como através do uso de redes neurais artificiais (RNA). Dado o escopo desse trabalho, os modelos de volatilidade estocástica e os modelos semi-paramétricos para determinação da volatilidade não são apresentados detalhadamente. Para mais detalhes sobre ambos ver Tsay (2005).

De uma forma geral, todos os modelos apresentados até aqui, surgiram com o objetivo de estimar a volatilidade dos retornos para um horizonte de tempo diário. Partindo de séries construídas a partir de dados diários, geralmente o preço de fechamento do pregão, o objetivo básico dos modelos era realizar previsões para o dia seguinte. Andersen e Bollerslev (1998) propõem em seu estudo a incorporação de dados intradiários na construção de modelos que busquem estimar comportamentos diários. A utilização de dados intradiários possibilita a modelagem e a previsão da volatilidade dos ativos por meio da chamada variância realizada, calculada a partir da soma do quadrado dos retornos intradiários observados durante

um pregão de negociação. A grande vantagem desse método de estimação consiste na transformação da volatilidade de uma variável não-observável para uma variável observável.

Nas seções a seguir são expostos de maneira mais detalhada os modelos ARMA/GARCH (seção 1.1), além de serem expostas algumas questões relacionadas ao uso de dados intradiários (seção 1.2).

1.1 MODELOS ARMA/GARCH

Os modelos GARCH são apresentados na presente seção. No entanto, antes, julgou-se necessário discorrer brevemente sobre algumas características dos modelos ARMA, utilizados frequentemente na resolução do problema de autocorrelação dos retornos dos ativos, etapa anterior a modelagem da volatilidade.

Apesar da premissa básica por trás dos modelos GARCH ser de que o retorno da série é não correlacionado, tal questão dificilmente é verificada empiricamente. Nesse caso, um passo anterior, ou, pelo menos, contemporâneo, a aplicação dos modelos GARCH é a modelagem dos retornos. Para tanto podem ser utilizados os modelos pertencentes à família ARMA.

A família de modelos ARMA, apresentados inicialmente por Box e Jenkins (1976), é composta, basicamente, por modelos auto-regressivos (AR (p)), modelos de médias móveis (MA (q)), modelos auto-regressivos de médias móveis (ARMA (p, q)) e modelos auto-regressivos integrados de médias móveis (ARIMA (p, d, q)). Posteriormente, Granger e Joyeux (1980) e Hosking (1981) propõem os chamados modelos auto-regressivos fracionários integrados de médias móveis (ARFIMA (p, d, q)).

Seja $\{x_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ um processo satisfazendo a seguinte equação

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \dots + \alpha_p x_{t-p} + \varepsilon_t, \quad [1]$$

onde $\alpha_{(Z)} = \sum_{j=0}^p \alpha_j Z^j$ é o polinômio auto-regressivo de grau p e $\{\varepsilon_t\}_{t \in Z}$ é um processo formado por variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com $E(\varepsilon_t) = \mu$ e $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$ para todo $t \in Z$. Então diz-se que $\{x_t\}_{t \in Z}$ é um processo auto-regressivo de ordem p , denotado por AR (p).

Por outro lado, se $\{x_t\}_{t \in Z}$ satisfizer a equação:

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad [2]$$

onde $\theta_{(Z)} = \sum_{j=0}^q \theta_j Z^j$ é o polinômio de média móvel de grau q e $\{\varepsilon_t\}_{t \in Z}$ também é um processo formado por variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com $E(\varepsilon_t) = \mu$ e $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$ para todo $t \in Z$. Então $\{x_t\}_{t \in Z}$ é chamado de processo de média móvel de ordem q , denotado por MA (q).

Se o processo $\{x_t\}_{t \in Z}$ satisfizer as equações [1] e [2], ou seja:

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \dots + \alpha_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad [3]$$

denota-se $\{x_t\}_{t \in Z}$ como um processo auto-regressivo de média móvel, chamado ARMA (p, q).

Por fim, têm-se os modelos auto-regressivos integrados de médias móveis, ARIMA (p, d, q):

$$\Delta^d x_t = \alpha_1 \Delta^d x_{t-1} + \dots + \alpha_p \Delta^d x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad [4]$$

Onde d corresponde ao número de diferenciações necessárias para a série se tornar estacionáriaⁱ. A verificação da estacionariedade de uma série pode ser feita através dos testes de raízes unitárias, como o teste ADF, proposto por Dickey e Fuller (1981), e o teste KPSS, de Kwiatkowski et al. (1992).

Considerando uma série $\{x_t\}_{t=1}^n$, o teste ADF pode ser definido de três formas:

ⁱ Segundo Enders (2004) um processo estocástico que apresenta média e variância finita é definido como fracamente estacionário (ou estacionário em covariância). Um processo estritamente estacionário é aquele que apresenta a distribuição de x_t independente de t , revelando assim, não apenas média e variância finitas, mas, também, todos os momentos de ordem elevada. Para uma descrição mais detalhada sobre estacionariedade ver Enders (2004) ou Greene (2003).

$$\Delta x_t = \beta x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad [5]$$

$$\Delta x_t = \alpha_0 + \beta x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t \quad [6]$$

$$\Delta x_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t, \quad [7]$$

onde p corresponde ao número de termos auto-regressivos. O modelo apresentado em [5] é conhecido como teste ADF sem constante, o modelo [6] é chamado de teste ADF com constante, o modelo [7], por sua vez, é conhecido como teste ADF com constante e tendência.

A hipótese nula (H_0) para [5], [6] e [7] é de que $\beta = 0$. No entanto, a hipótese alternativa (H_1) para cada uma das equações tem um significado diferente: H_1 para [5] significa que a série temporal é estacionária com média igual a zero; H_1 para [6] diz que a série é estacionária com média diferente de zero; e H_1 para [7] diz que x_t é estacionária em torno de uma tendência determinística.

O teste KPSS, por sua vez, é complementar ao ADF. O KPSS testa a hipótese nula (H_0) de estacionariedade. Dado uma série $\{x_t\}_{t=1}^n$, tem-se:

$$x_t = y_t + \varepsilon_t, \quad [8]$$

em que $y_t = y_{t-1} + u_t$ com $\{u_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ sendo um processo formado por variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com $E(u_t) = \mu$ e $Var(u_t) = \sigma^2$ para todo $t \in \mathbb{Z}$, e ε_t sendo estacionário. Testa-se a variância de y_t , se $\sigma^2 = 0$, a série é estacionária. Se $\sigma^2 > 0$, a série não é estacionária.

Empiricamente os modelos ARIMA (p, d, q) são bastante utilizados, uma vez que, séries financeiras dispostas em nível, como os preços de ações, são frequentemente não estacionárias, surgindo a necessidade de se trabalhar com as suas primeiras diferenças. Por outro lado, colocando a questão dentro de um escopo financeiro, deve-se salientar que a diferenciação realizada pelos ARIMA (p, d, q) em uma série de preços de um ativo, por exemplo, resulta em uma série de retornos simples, capitalizados discretamente. No caso do estudo de séries financeiras é

mais interessante se trabalhar com retornos logarítmicos, capitalizados continuamente. Assim, diferencia-se a série em uma etapa anterior ao tratamento da autocorrelação e, a série, que antes seria modelada com um ARIMA (p, d, q) , pode ser modelada com um ARMA (p, q) , por exemplo.

No entanto há casos onde diferenciar a série uma vez pode trazer um problema de superdiferenciação, ou seja, o valor correto para d não corresponde a um número inteiro, mas sim a um número menor do que um. Um modelo é chamado de ARFIMA (p, d, q) se $-0,5 \leq d \leq 0,5$. Os modelos ARFIMA (p, d, q) são adequados para descrever as dinâmicas de longa dependência nas séries. Destaca-se que os demais modelos pertencentes a família ARMA tratam apenas de dinâmicas de curto prazo.

A identificação de longa dependência em uma série temporal pode ser feita a partir da análise da estatística R/S, conhecida como *rescaled range*, proposta inicialmente por Hurst (1951). Definida uma série temporal, onde $\{x_t\}_{t=1}^T$,

$$(R/S)_T \equiv \frac{1}{\sigma_T} \left[\max_{1 \leq k \leq T} \sum_{t=1}^k (x_t - \bar{x}_T) - \min_{1 \leq k \leq T} \sum_{t=1}^k (x_t - \bar{x}_T) \right], \quad [9]$$

onde T corresponde ao número total de observações, \bar{x}_T corresponde a média amostral da série e σ_T corresponde ao estimador do desvio padrão, a saber:

$$\sigma_T \equiv \left[\frac{1}{T} \sum_t (x_t - \bar{x}_T)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad [10]$$

O primeiro termo dentro dos colchetes em [9] corresponde ao valor máximo, até k , da somas parciais dos k primeiros desvios de x_t para a média amostral. Uma vez que a soma de todos T desvios de x_t da sua média é zero, esse valor máximo é sempre não negativo. O segundo termo, por sua vez, corresponde ao mínimo, até k , da mesma sequência de somas parciais, por isso seu valor é sempre não positivo. Consequentemente, a diferença entre o valor máximo e o mínimo é sempre não negativa, por isso $(R/S)_T \geq 0$.

Apesar da estatística R/S apresentar robustez em diversas situações, como na ausência de normalidade e desconhecimento em relação ao processo que determina a variância, Lo (1991) destaca que a estatística R/S apresenta problemas

na presença de memória curta. Buscando solucionar esse problema, o autor propõe uma modificação no cálculo da estatística R/S:

$$(R/S)^*_T \equiv \frac{1}{\hat{\sigma}_T(q)} \left[\max_{1 \leq k \leq T} \sum_{t=1}^k (x_t - \bar{x}_T) - \min_{1 \leq k \leq T} \sum_{t=1}^k (x_t - \bar{x}_T) \right], \quad [11]$$

onde

$$\hat{\sigma}_T^2(q) \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x}_T)^2 + \frac{2}{T} \sum_{t=1}^q \omega_t(q) \left[\sum_{i=t+1}^T (x_i - \bar{x}_T)(x_{i-t} - \bar{x}_T) \right], \quad [12]$$

logo

$$\hat{\sigma}_T^2(q) = \hat{\sigma}_x^2 + 2 \sum_{t=1}^q \omega_t(q) \hat{\gamma}_t, \quad [13]$$

em que $\omega_t(q) \equiv 1 - \frac{t}{q+1}$ e $q < T$. Os valores para q sugeridos estão em Newey e West (1987). No caso de $q = 0$, tem-se em [11] e [12] o modelo R/S de Hurst (1951). Ainda em relação à [13], os estimadores de variância e de autocovariância de x são dados por $\hat{\sigma}_x^2$ e $\hat{\gamma}_t$, respectivamente.

Morettin (2008) destaca que para o estabelecimento de um modelo ARMA para uma série temporal existem três estágios a serem considerados: identificação, estimação e diagnóstico. O primeiro passo consiste na escolha de valores adequados para p e q , ou p , d e q no caso dos modelos ARIMA e ARFIMA. A seleção dos valores é realizada a partir da análise de técnicas como a função de autocorrelação (ACF) e a função de autocorrelação parcial (PACF).

Considerando uma série temporal x_t , fracamente estacionária, tem-se que a ACF procura medir a dependência linear entre uma observação x_t e os seus valores passados x_{t-i} . A correlação existente entre x_t e x_{t-k} é chamada de autocorrelação de defasagem k , frequentemente denotada por ρ_k . Sob condição de estacionariedade fraca ρ_k é função de apenas k . A ACF é definida por:

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}(x_t, x_{t-k})}{\sqrt{\text{Var}(x_t)\text{Var}(x_{t-k})}} = \frac{\text{Cov}(x_t, x_{t-k})}{\text{Var}(x_t)} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad [14]$$

onde utiliza-se a propriedade $Var(x_t) = Var(x_{t-k})$ para séries fracamente estacionárias. Por definição, $\rho_0 = 1$, $\rho_k = \rho_{-k}$ e $-1 \leq \rho_k \leq 1$. Assim, diz-se que a série x_t , sob condição de estacionariedade fraca, não é autocorrelacionada se, e somente se, $\rho_k = 0 \quad \forall k > 0$ (TSAY, 2005).

A PACF, por sua vez, mede o comportamento da correlação entre as observações em relação às suas defasagens, removendo o efeito das observações intermediárias. Por exemplo, ao mensurar a relação entre x_t e x_{t-k} , a PACF remove a influência das observações e x_{t-1} a e x_{t-k+1} .

O segundo passo implica estimar os parâmetros do modelo através de algum método de estimação, como o método dos momentos generalizados (GMM), mínimos quadrados ordinários (OLS) ou máxima verossimilhança. Estimadores obtidos pelo GMM possuem propriedades ruins quando comparados aos demais métodos. No entanto é comum que esses estimadores sejam usados como valores iniciais para métodos mais complexos como a máxima verossimilhança (MORETTIN, 2008).

O terceiro passo consiste na verificação da adequação do modelo estimado. Nesse caso são examinadas a ACF e a PACF dos resíduos. Um modelo adequado não deve apresentar valores estatisticamente diferentes de zero para as autocorrelação. Conjuntamente com a análise da ACF e da PACF pode ser estimado o teste proposto por Box e Pierce (1970), definido por:

$$Q^*(m) = T \sum_{\lambda=1}^m \hat{\rho}_k^2, \quad [15]$$

em que T corresponde ao número total de observações. A hipótese nula para o teste Box-Pierce é de $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$ contra a hipótese alternativa de $H_1: \rho_i \neq 0$ para, pelo menos, um $i \in \{1, \dots, m\}$. A estatística Q do testes é aproximadamente distribuída como uma χ^2 com m graus de liberdade. A escolha de m tem grande influência sobre o desempenho do teste de Box-Pierce, estudos sugerem a utilização de $m \approx \ln(T)$ (TSAY, 2005).

É possível que, durante o processo de verificação da adequação, encontre-se mais de um modelo estimado que apresente um resultado satisfatório para a ACF e

a PACF, além de apresentar valores não significativos para a estatística Q do teste de Box-Pierce. Nesse caso, a seleção do melhor modelo deve ser feita através da utilização dos chamados critérios de informação, como o critério de informação de Akaike (AIC) e o critério Schwarz Bayesiano (SBC). Satisfeita a condição de ausência de autocorrelação, o AIC e o SBC apontarão qual modelo é o mais parcimonioso, contrabalanceando a redução dos erros com a entrada de novas variáveis independentes.

O AIC e o SBC são definidos por:

$$AIC = \ln \hat{\sigma}^2 + \frac{2\xi}{T}, \quad [16]$$

$$SBC = \ln \hat{\sigma}^2 + \frac{\xi \ln T}{T}, \quad [17]$$

onde $\ln \hat{\sigma}^2 \approx$ estimador de máxima verossimilhança, ξ corresponde ao número de parâmetros e T é o total de observações. Para um ARMA (p, q) estimado sem constante, por exemplo, tem-se $\xi = p + q$, com constante o valor é de $\xi = p + q + 1$. Enders (2004) aponta que quando $\ln T > 2$ o SBC sempre selecionará um modelo mais parcimonioso do que o apontado pelo AIC, pois o custo marginal para adicionar um novo parâmetro será maior no primeiro, em relação ao segundo. Evidentemente, o SBC funcionará melhor do que o AIC em amostras grandes.

O processo de verificação pode ser considerado a última etapa na modelagem dos retornos dos ativos. No entanto, a dependência em relação a valores passados não acontece apenas nos retornos. Estudos posteriores ao de Box e Jenkins (1976) mostraram que a dependência poderia se manifestar na volatilidade dos ativos. Em um dado instante de tempo t , a volatilidade depende dos retornos passados por meio de uma função quadrática. Engle (1982) formalizou essa questão através dos modelos ARCH.

Os modelos ARCH trouxeram consigo uma nova forma de compreensão da volatilidade, ao supor que a variância estaria condicionada à volatilidade passada.

Assim, tem-se que um modelo ARCH (p) pode ser definido como,

$$x_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad [18]$$

sendo que h_t é a variância condicional e é dada por

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p x_{t-p}^2 \quad [19]$$

onde o termo de erro $\varepsilon_t \sim i.i.d.$ com média zero e $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $i = 1, \dots, p$,

$\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$. Em relação à distribuição de ε_t , pode-se supor que este segue uma normal, uma *t-student* ou ainda outra que descreva melhor as caudas pesadas, característica das séries financeiras (MORETTIN, 2008).

A fase de identificação dos modelos ARCH (p) parte da análise da série de retornos não-correlacionada ou dos resíduos do gerados pela aplicação dos modelos ARMA. Assim como é feito com os modelos ARMA nas séries de retornos, a identificação de heterocedasticidade condicional pode ser realizada através da observação da ACF e da PACF ou do teste de Box-Pierce aplicados nas séries de retornos elevados ao quadrado.

Em relação à estimação dos modelos, Tsay (2005) aponta que duas funções de verossimilhança que são comumente usadas. Sob condição de normalidade, para um ARCH (p) tem-se:

$$f(x_1, \dots, x_T | \alpha) = f(x_T | F_{T-1}) f(x_{T-1} | F_{T-2}) \dots f(x_{p+1} | F_p) f(x_1, \dots, x_p | \alpha), \quad [20]$$

que pode ser escrita como:

$$f(x_1, \dots, x_T | \alpha) = \prod_{t=p+1}^T \left(\sqrt{2\pi h_t} \right)^{-1} \exp\left(\frac{-x_t^2}{2h_t} \right) f(x_1, \dots, x_p | \alpha) \quad [21]$$

em que $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p)'$ e $f(x_1, \dots, x_p | \alpha)$ é a função densidade de probabilidade conjunta de x_1, \dots, x_p . Em uma amostra assintótica, $f(x_1, \dots, x_p | \alpha)$ pode ser desprezado. Logo, deve-se maximizar a função de verossimilhança condicional:

$$f(x_{p+1}, \dots, x_T | \alpha, x_1, \dots, x_p) = \prod_{t=p+1}^T \left(\sqrt{2\pi h_t} \right)^{-1} \exp\left(\frac{-x_t^2}{2h_t} \right), \quad [22]$$

onde a volatilidade h_t é obtida de forma recursiva.

Maximizar a função de verossimilhança condicional equivale a maximizar o seu logaritmo, dessa forma, por uma questão de facilidade, utiliza-se a função de log verossimilhança condicional:

$$\lambda(x_{p+1}, \dots, x_T | \alpha, x_1, \dots, x_p) = \sum_{t=p+1}^T -\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(h_t) - \frac{1}{2} \frac{x_t^2}{h_t}. \quad [23]$$

Uma vez que o termo $\ln(2\pi)$ não envolve qualquer parâmetro, a função de log verossimilhança condicional fica:

$$\lambda(x_{p+1}, \dots, x_T | \alpha, x_1, \dots, x_p) = - \sum_{t=p+1}^T \left[\frac{1}{2} \ln(h_t) + \frac{1}{2} \frac{x_t^2}{h_t} \right], \quad [24]$$

em que $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p x_{t-p}^2$ pode ser obtido recursivamente.

Em séries financeiras é comum verificar-se a presença de leptocurtose, o que sugere a utilização de uma distribuição capaz de incorporar essa característica, como a distribuição *t-student*. No caso da utilização de uma *t-student*, a função de máxima verossimilhança condicional para x_t se apresenta como:

$$f(x_{p+1}, \dots, x_T | \alpha, X_p) = \prod_{t=p+1}^T \left[\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \sqrt{(\nu-2)\pi h_t}} \exp\left(-\frac{x_t^2}{(\nu-2)h_t}\right)^{\frac{\nu+1}{2}} \right], \quad [25]$$

em que $\Gamma(\cdot)$ é a função gama, ν corresponde aos graus de liberdade e $X_p = (x_1, x_2, \dots, x_p)$. Tem-se que $\nu > 2$, se $\nu \rightarrow \infty$, a distribuição *t-student* converge

para uma normal. No entanto, para $4 < \nu < \infty$, a curtose, $k = 3\left(\frac{\nu-2}{\nu-4}\right) > 3$, excede a

curtose de uma distribuição normal. Deve-se maximizar a função de verossimilhança condicional sob a distribuição *t-student*. Os graus de liberdade podem ser especificados a priori ou estimados conjuntamente com os demais parâmetros.

Caso ν seja definido a priori, a função de log verossimilhança condicional é definida por:

$$\lambda(x_{p+1}, \dots, x_T | \alpha, X_p) = - \sum_{t=p+1}^T \left[\frac{\nu+1}{2} \ln\left(1 + \frac{x_t^2}{(\nu-2)h_t}\right) + \frac{1}{2} \ln(h_t) \right]. \quad [26]$$

Se ν for estimado conjuntamente com os outros parâmetros, tem-se:

$$\lambda(x_{p+1}, \dots, x_T | \alpha, \nu, X_p) = (T - p) \left[\ln \left(\Gamma \left(\frac{\nu + 1}{2} \right) \right) - \ln \left(\Gamma \left(\frac{\nu}{2} \right) \right) - \frac{1}{2} \ln((\nu - 2)\pi) \right] + \lambda(x_{p+1}, \dots, x_T | \alpha, X_p) \quad [27]$$

onde o termo $\lambda(x_{p+1}, \dots, x_T | \alpha, X_p)$ é dado pela equação [26] (TSAY, 2005).

A verificação da adequação do modelo é realizada a partir da aplicação dos mesmos testes utilizados para identificação. Um modelo adequado não deverá apresentar heterocedasticidade condicional nos seus resíduos ao quadrado. No caso de haver mais de um modelo que satisfaça tal premissa, podem ser usados como critério de seleção o AIC, o SBC ou a log-verossimilhança.

Após a escolha do modelo mais adequado podem ser realizadas previsões para a volatilidade das séries, segundo Morettin (2008), dado que:

$$x_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad [18]$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p x_{t-p}^2, \quad [19]$$

são obtidas recursivamente, tem-se:

$$\hat{h}_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 x_t^2 + \dots + \alpha_p x_{t-p+1}^2, \quad [28]$$

ou seja, a previsão de h_{t+1} , com origem determinada em t . Generalizando a previsão para n passos à frente tem-se:

$$\hat{h}_t(n) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \hat{h}_t(n-i), \quad [29]$$

onde $\hat{h}_t(n-i) = x_{t+n-i}^2$, se $n-i \leq 0$.

Apesar da relativa simplicidade dos modelos ARCH (p), frequentemente ele necessita de muitos parâmetros para descrever adequadamente o processo de volatilidade dos retornos (TSAY, 2005). Uma alternativa para tal problema foi apresentada por Bollerslev (1986), que propôs uma generalização dos modelos ARCH (p), denominados GARCH (p, q), onde além de depender dos retornos passados, a volatilidade dependeria, também, dos seus valores passados. Definindo-se um modelo GARCH (p, q) tem-se:

$$x_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad [18]$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \alpha_p x_{t-p}^2 + \beta_j h_{t-j} \quad [30]$$

onde o termo de erro $\varepsilon_t \sim i.i.d.$ com média zero, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $i = 1, \dots, p-1$, $\alpha_p > 0$, $\beta_j \geq 0$, $j = 1, \dots, q-1$, $\beta_q > 0$. A magnitude dos parâmetros α_i e β_i determinam as dinâmicas de curto prazo das séries da volatilidade resultante. Coeficientes α_i elevados indicam que a volatilidade reage muito intensamente aos movimentos do mercado (aumento e diminuição dos preços dos ativos, por exemplo), enquanto coeficientes β_i de grandes proporções apontam para o fato de que os choques na variância condicional levam um longo tempo para desaparecerem (ALEXANDER, 2005). Uma vez que há uma restrição que diz que

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i < 1, \text{ tem-se que elevados } \alpha_i \text{ implicam baixos } \beta_i \text{ e vice-versa.}$$

Em relação a essa última restrição, Nelson (1990) destaca que em séries financeiras é comum que $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i$ seja muito próximo de 1. O autor propõe que, por uma questão de parcimônia, modifique-se a restrição para $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i = 1$. Os modelos IGARCH, como ficaram conhecidos, são definidos por:

$$x_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad [18]$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \quad [31]$$

onde $\beta_1 = (1 - \alpha_1)$ e $0 < \alpha_1 < 1$. No entanto, para os modelos IGARCH, a variância condicional de x_t não está definida, o que faz com que os IGARCH sejam chamados de não estacionários na variância. Brooks (2008) destaca que do ponto de vista teórico não há uma justificativa para um modelo possuir raízes unitárias na variância, ao contrário do que ocorre quando a média é analisada (a série de preços de um ativo, por exemplo).

Alexander (2005) aponta que no caso de $\alpha_0 = 0$ em [31], o modelo IGARCH se torna um modelo de alisamento exponencial (EWMA) e que, assim, os modelos EWMA pode ser considerados modelos GARCH sem o coeficiente α_0 e com estrutura a termo constantes.

Tsay (2005) aponta algumas fraquezas presentes nos modelos ARCH (p), que também podem ser generalizadas para os modelos GARCH (p, q) e IGARCH (p, q). Segundo o autor, apesar dos modelos modelarem a volatilidade eles não apontam possíveis causas que determinam o comportamento da mesma. Outros pontos fracos seriam: a tendência dos modelos em realizarem superprevisões para a volatilidade, pelo fato destes responderem lentamente a grandes choques isolados nos retornos das séries; e o fato dos modelos tratarem de forma idêntica os choques positivos e negativos, dado que o modelo trabalha com os retornos elevados ao quadrado.

Em relação a esse último ponto abordado, pode-se afirmar que, na prática, sabe-se de antemão que o preço dos ativos responde diferentemente a choques positivos e negativos (TSAY, 2005). Dessa forma, Nelson (1991) propôs um modelo que buscasse captar de forma distinta a influência de eventos positivos e negativos na volatilidade. Os modelos conhecidos como EGARCH (p, q), apresentado nas equações a seguir:

$$x_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad [18]$$

$$\ln(h_t) = \alpha + \beta \ln(h_{t-1}) + \omega \left| \frac{x_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + \gamma \frac{x_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} . \quad [32]$$

Onde o $\ln(h_t)$ é o logaritmo natural da variância condicional e γ mede o efeito alavancagem. Quando $\gamma \neq 0$ tem-se a presença do efeito alavancagem.

Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) buscando resolver o mesmo problema de assimetria desenvolveram um modelo que ficou conhecido como GARCH-GJR (p, q), representado pelas equações:

$$x_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad [18]$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} x_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \alpha_p x_{t-p}^2 + \beta_j h_{t-j} . \quad [33]$$

Onde a variável *dummy*, d_i , assumirá valor um se $x_i < 0$, e zero se $x_i \geq 0$. Caso γ seja positivo e estatisticamente diferente de zero, tem-se que os eventos negativos geram impactos maiores do que os eventos positivos (efeito alavancagem). No modelo $\alpha_i \geq 0$ e $\beta_i \geq 0$. Pode acontecer de $\gamma \leq 0$, no entanto

deve-se respeitar a restrição de que $\alpha_i + \gamma_i \geq 0$. Por fim, a condição de não persistência é dada por $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i + \frac{\gamma}{2} < 1$.

Uma importante questão, levantada por Goodhart e O'Hara (1997), que diz respeito a todos os modelos apresentados anteriormente nessa seção, é o fato de que a habilidade em se analisar a forma como os mercados funcionam é limitada pela disponibilidade de dados. Os mesmos autores destacam que comumente a determinação da volatilidade dos retornos é realizada a partir de dados diários. No entanto, estudos têm demonstrado que a inclusão de dados intradiários nos modelos de previsão de volatilidade diária melhora os resultados dos mesmos, em relação àqueles que utilizam apenas dados diários (ANDERSEN e BOLLERSLEV, 1998; MOREIRA e LEMGRUBER, 2004).

Tendo em vista esses fatos, a próxima seção é dedicada à exposição de algumas características dos estudos que envolvem dados intradiários para a estimação da volatilidade. Apresenta-se, inicialmente, a metodologia para a construção da chamada variância realizada e, posteriormente tem-se uma breve revisão teórica sobre pesquisas realizadas sobre o assunto nos últimos quinze anos.

1.2 DADOS INTRADIÁRIOS

Ao longo dos últimos anos têm-se verificado uma crescente popularização na utilização de dados intradiários, ou dados de alta frequência, em estudos financeiros. Duas razões principais podem ser apontadas para que tal fato tenha ocorrido: a criação de bancos de dados, como o desenvolvido pela Olsen and Associates em 1985, e os avanços na área da informática, que permitiram o armazenamento e o processamento de um grande volume de dados. Baillie e Dacorogna (1997) destacam que grande parte desses estudos buscam responder a questões ligadas à compreensão do comportamento do mercado, problemas de microestrutura e questões econômicas em geral.

Dentro dessas pesquisas, destacam-se àquelas ligadas a estimação da volatilidade a partir do uso de dados intradiários. A utilização dessa espécie de dados permite a construção da chamada variância realizada, calculada a partir do produto dos retornos obtidos em pequenos intervalos de tempo, ao longo de um dia, elevados ao quadrado. A obtenção dos valores observados da volatilidade permite o uso de modelos mais parcimoniosos para a modelagem e previsão da volatilidade, se comparados àqueles utilizados para a volatilidade não-observada (ZIVOT, 2005).

O item a seguir mostra de forma detalhada o processo de construção da variância realizada a partir de dados intradiários.

1.2.1 Construção da variância realizada

Seguindo a definição de Zivot (2005), seja $p_{i,t}$ o logaritmo do preço do ativo i no tempo t , obtido em espaços regulares de tempo (a cada 5 ou 30 minutos, por exemplo). Considerando que Δ corresponde a um pregão, ou um dia de negociação, associada ao número de amostras observadas nesse pregão, então $m = \frac{1}{\Delta}$ representa o número de amostras observadas dado um pregão. Por exemplo, se os preços são amostrados a cada 30 minutos e a sua negociação ocorre durante 24 horas por dia, tem-se $m = 48$ e $\Delta = \frac{1}{48} \approx 0,0208$, para amostras de 5 minutos, tem-se $m = 288$ e $\Delta = \frac{1}{288} \approx 0,0035$. Se os preços são amostrados a cada 5 minutos e negociados durante 7 horas (como é o caso dos ativos negociados na Bovespa), tem-se $m = 84$, ou seja, 84 intervalos de 5 minutos ao longo de um dia e, naturalmente, $\Delta = \frac{1}{84} \approx 0,0119$. Se T representa o número de dias presentes na amostra, então $m \times T$ corresponde ao total de observações para cada ativo $i = 1, \dots, n$.

O composto de continuidade dos retornos intradiários do ativo i do tempo t até o tempo $t + \Delta$ é definido como:

$$x_{i,t+\Delta} = p_{i,t+\Delta} - p_{i,t}, i = 1, \dots, n. \quad [34]$$

Por uma questão de simplificação, os retornos diários são representados através da utilização de um único t subscrito:

$$x_{i,t} = x_{i,t-1+\Delta} + x_{i,t-1+2\Delta} + \dots + x_{i,t-1+m\Delta}, i = 1, \dots, n. \quad [35]$$

A variância realizada (VR) para o ativo i no dia t é definida como:

$$VR_{i,t} = \sum_{j=1}^m x_{i,t-1+j\Delta}^2, t = 1, \dots, T. \quad [36]$$

Segundo Berti (2005), obtida uma série de volatilidades diárias observadas, a estimação da volatilidade pode ser feita através de modelos ARMA (p, q) ou ARFIMA (p, d, q), no caso de presença de memória longa na série.

Diversos estudos têm buscado estimar a volatilidade intradiária e diária a partir de dados intradiários. Uma questão que emerge dessas pesquisas diz respeito à comparação dos resultados obtidos para a previsão entre modelos construídos a partir de séries de volatilidades observadas e modelos que utilizam dados diários apenas. Como pode ser observado no item a seguir, os resultados obtidos ainda são conflitantes, ora apontando para os benefícios da utilização de dados intradiários, ora revelando que o desempenho destes não é superior aos modelos estimados a partir de dados diários.

1.2.2 Algumas evidências empíricas

Nas duas últimas décadas têm-se presenciado um considerável aumento no número de publicações científicas envolvendo a utilização de dados financeiros intradiários. Tais estudos procuram responder, entre outros tópicos, a questões

relacionadas aos possíveis ganhos de predição obtidos através da utilização de modelos construídos a partir da chamada variância realizada.

Um ponto importante para a obtenção de uma medida consistente de volatilidade realizada diz respeito ao intervalo de amostragem, ou seja, o período de tempo a ser considerado para o registro das cotações durante um pregão (BAILLIE e DACOROGNA, 1997).

Deve-se destacar que em um mercado de ações, as transações de compra e venda de papéis não ocorre de forma sincronizada, havendo momentos de maior e menor volume de transações, o que faz com que existam intervalos de tempos diferentes entre as negociações (TSAY, 2005).

Porém, do ponto de vista da inferência estatística, é preferível considerar intervalos regulares de tempo, uma vez que dessa forma, a análise das séries pode ser realizada a partir de modelos econométricos tradicionais (MOREIRA e LEMGRUBER, 2004, BHATTACHARYYA et al., 2009).

Diversos estudos têm se preocupado em avaliar os reflexos que a escolha do Δ tem nos modelos de previsão de volatilidade. Teoricamente para a obtenção da consistência, em termos de volatilidade realizada, é necessário que $\Delta \rightarrow 0$, dessa forma $m \rightarrow \infty$, ou seja, a amostragem deveria ser realizada de forma contínua. No entanto, conforme foi destacado anteriormente, tal fato não é interessante do ponto de vista econométrico.

Andersen e Bollerslev (2003) compararam modelos EWMA, GARCH, FIGARCH estimados a partir de dados diários, com diversos modelos de volatilidade realizada em previsões de volatilidade das séries de taxa de câmbio Marco Alemão-Dólar e Yen-Dólar, durante o período de dezembro de 1986 a junho de 1999. Os resultados indicaram a superioridade dos modelos de volatilidade realizada em relação aos demais. O VAR com ajuste para memória longa e distribuição de erros normal foi aquele que apresentou o melhor desempenho nas previsões.

Pesquisas utilizando dados intradiários também foram realizadas no contexto de mercados de ações. Levando em conta o mesmo intervalo de amostragem de cinco minutos, Hol e Koopman (2002) testaram a aderência de seis modelos para a previsão da volatilidade diária do índice norte-americano S&P100, dois destes baseados em dados intradiários, dois utilizando apenas dados diários e dois

modelos híbridos. Os resultados indicaram que a incorporação de informações intradiárias aos modelos melhorou o desempenho de previsão diária em relação àqueles que utilizaram apenas informações diárias. O modelo ARFIMA foi apontado como aquele com o melhor desempenho de previsão.

Alguns pesquisadores optam, no entanto, pela utilização de um intervalo de amostragem superior a cinco minutos. Ao analisar as séries do índice francês CAC40 e do norte-americano S&P500, além das taxas de câmbio do Marco Alemão-Dólar e do Yen-Dólar, Giot e Laurent (2004), compararam os resultados obtidos para a estimação da volatilidade considerando dados diários e intradiários, calculados a partir de intervalos de 15 minutos. Os autores utilizaram quatro modelos: dois construídos a partir de dados intradiários (ARFIMAX com distribuição de erros normal e ARFIMAX com distribuição de erros *t-student* assimétrica) e dois utilizando dados diários (APARCH com distribuição de erros *t-student* assimétrica e EWMA). Os resultados apontaram para a melhor aderência dos modelos que utilizaram uma distribuição de erros *t-student* assimétrica. A diferença de desempenho entre os modelos APARCH-t e ARFIMAX-t não se revelou significativa para previsões um passo a frente, indicando que não haveria um ganho de acurácia nas previsões ao se incorporarem informações intradiárias nas séries.

Estudos utilizando dados intradiários também têm sido realizados em mercados de ações de países ditos emergentes. Pode-se citar o estudo de Bhattacharyya et al. (2009), que examinaram o comportamento do índice indiano Nifty durante o período de 2000 a 2004. Utilizando quatro modelos pertencentes à família GARCH, os autores buscaram comparar os resultados das previsões obtidas a partir da utilização de sete intervalos de amostragem distintos (12, 15, 20, 30, 60, 120 e 180 minutos). Através da avaliação de funções de perda, o intervalo de 30 minutos foi considerado como o ótimo para a realização de previsões diárias.

No Brasil, Moreira e Lemgruber (2004) utilizaram uma série intradiária do Ibovespa, com dados coletados em intervalos de 15 minutos, durante o período de 1998 a 2001 para estimar a volatilidade diária e intradiária do índice. Em relação à estimação diária, foram avaliados dois modelos desenvolvidos a partir da utilização de dados intradiários (desvio padrão com janela móvel de 30 dias e o modelo EWMA) e dois modelos computados a partir de dados diários (GARCH e EGARCH). Os resultados apontaram um desempenho superior dos modelos baseados em

dados intradiários, indicando uma leve superioridade do modelo EWMA em relação ao desvio padrão com janela móvel.

O modelo EWMA também apresentou resultados satisfatórios no estudo de Carvalho et al. (2006). Analisando as séries intradiárias de 15 minutos das cinco ações com maior liquidez no mercado de ações brasileiro, durante o período de 2001 a 2003, os autores compararam os resultados obtidos entre um modelo de volatilidade realizada e quatro modelos estimados a partir de dados diários: EWMA, GARCH, EGARCH e GJR-GARCH. Em termos de previsão de volatilidade, o modelo de volatilidade realizada e o EWMA apresentaram performances semelhantes aos modelos da família GARCH.

Ainda em relação ao mercado brasileiro, Rodrigues (2006) observou o comportamento da volatilidade da ação preferencial da Telemar (TNLP4) entre os anos de 2003 e 2004. Utilizando modelos GARCH baseados em retornos diários e modelos ARMA baseados na volatilidade realizada e na amplitude realizada, o autor comparou os resultados entre os modelos para previsões um passo a frente. Concluiu-se que o GARCH (1,1) calculado com base nos retornos diários consegue prever a variância realizada melhor que os ARMA (2,2), calculados com base na própria variância realizada e na amplitude realizada.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A utilização de séries de dados intradiários em estudos financeiros pode ser considerada recente. Parte desses estudos tem procurado responder a questões ligadas à compreensão do comportamento dos mercados, principalmente nos países desenvolvidos. Estudos em países emergentes ainda são escassos e, relativamente, inconclusivos.

Dada essa última questão, a presente pesquisa é classificada como exploratória, uma vez que o estudo realizado apresenta caráter preliminar e o que se buscou foi obtenção de uma maior familiaridade com o fenômeno investigado. Estudos posteriores poderão ser realizados de forma mais precisa, com um melhor entendimento do fenômeno (THEODORSON e THEODORSON, 1970).

O método empregado na dissertação foi o método econométrico, uma vez que, o objetivo de pesquisa foi alcançado através da utilização de dados quantitativos e da aplicação de técnicas estatísticas e matemáticas a um fenômeno econômico/financeiro.

Na presente pesquisa foram analisados dois índices de ações: o Índice Bovespa, representando o mercado brasileiro, e o índice calculado pela Standard & Poor's, o S&P500, representando o mercado dos EUA. Os dados, obtidos juntos a CMA (Consultoria, Métodos, Assessoria e Mercantil S/A), compreenderam o período de janeiro de 2006 a junho de 2009. As duas séries foram coletadas inicialmente em pontos, compreendendo intervalos de 15 minutos, totalizando 23.408 observações para o Ibovespa e 23.373 para o S&P 500.

De posse das séries de pontos intradiárias do Ibovespa e do S&P 500, o primeiro passo consistiu na construção de duas novas séries para cada um dos índices. As primeiras duas séries foram formadas apenas com informações diárias, construídas a partir dos valores de fechamento diário dos índices. Assim, obtiveram-se os retornos logarítmicos diários e, posteriormente, a partir da elevação desses retornos ao quadrado, os valores para as volatilidades diárias dos dois mercados.

Destaca-se que essa forma é uma das mais utilizadas para a estimação da volatilidade diária.

O retorno logarítmico diário relativo ao dia t foi dado por:

$$x_t = \ln\left(\frac{P_{t,28}}{P_{t-1,28}}\right), \quad [37]$$

onde $P_{t,28}$ corresponde a última cotação de P nos últimos 15 minutos de negociação do dia t e $P_{t-1,28}$ é a última cotação de P nos últimos 15 minutos de negociação do dia $t-1$. Assim, foram desconsideradas todas as informações intradiárias referentes ao dia t .

As séries foram formadas por 836 e 839 dias de negociação para os mercados brasileiro e norte-americano, respectivamente. Cabe destacar que tal diferença entre o total de dias presentes na amostra de cada país ocorreu devido a peculiaridades nacionais, como feriados nacionais, entre outros. A partir desse total de dias, foram definidos dois períodos para a estimação e avaliação dos modelos. O primeiro considerando a amostra completa, de janeiro de 2006 a junho de 2009. Esse período foi dividido em duas sub-amostras: uma destinada para a estimação dos modelos, incluindo o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008; e outra voltada para a avaliação dos mesmos, formada pelo período de janeiro de 2009 a junho de 2009.

O segundo período, por sua vez, procurou eliminar da amostra de estimação o período de crise, ocorrido durante o segundo semestre de 2008. Assim, trabalhou-se com uma amostra de retornos para o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2009. A amostra de estimação considerou o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008, enquanto a amostra de avaliação foi composta pelos retornos ocorridos entre julho e dezembro de 2008.

A partir dessa divisão das séries em dois períodos distintos foi possível comparar o desempenho entre os modelos construídos a partir de dados diários e intradiários em situações diferentes: uma levando-se em conta a instabilidade do mercado na estimação dos modelos; e outra desconsiderando o momento de instabilidade na estimação, porém considerando o mesmo durante a avaliação dos modelos.

As duas outras séries foram construídas a partir dos dados intradiários obtidos inicialmente. Uma vez que os dados foram coletados em intervalos de 15 minutos, obtiveram-se 28 cotações intradiárias para cada dia t de negociação. Destaca-se que a escolha do intervalo se deu a partir do proposto pela literatura (GIOT E LAURENT, 2004; MOREIRA E LEMGRUBER, 2004; MORETTIN, 2008). A utilização de um intervalo de amostragem maior nos estudos realizados em mercados emergentes, como Brasil, pode ser justificado pelo fato destes possuírem uma menor liquidezⁱⁱ.

Inicialmente, os retornos intradiários foram obtidos segundo a seguinte equação:

$$x_{t,j} = \ln\left(\frac{P_{t,j}}{P_{t,j-1}}\right), \quad [38]$$

onde $x_{t,j}$ corresponde ao retorno do j -ésimo intervalo do dia t . Tem-se ainda que $t = 1, 2, \dots, T$ e $j = 1, 2, \dots, J$.

Neste caso obteve-se para o primeiro período analisado, cuja amostra de estimação compreendeu o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, um valor de $T = 732$ para o Ibovespa e $T = 735$ para o S&P 500. Para o segundo período analisado, considerando a amostra de estimação de janeiro de 2006 a junho de 2008, os valores de T foram de 607 e 612 para o Ibovespa e para o S&P 500, respectivamente. Em todos os casos, $J = 28$.

Para o cálculo do primeiro retorno do dia t , por exemplo, tem-se:

$$x_{t,1} = \ln\left(\frac{P_{t,1}}{P_{t-1,28}}\right), \quad [39]$$

onde $P_{t,1}$ corresponde a última cotação de P nos primeiros 15 minutos de negociação do dia t e $P_{t-1,28}$ é a última cotação de P nos últimos 15 minutos de negociação do dia $t - 1$. Esse retorno, definido em [30], é conhecido como *overnight*.

ⁱⁱ Em uma fase preliminar do estudo foram utilizadas séries de variância realizada construídas a partir de retornos observados em intervalos de 30 e 45 minutos. No entanto os resultados para as estimações foram inferiores, do ponto de vista estatístico, àqueles obtidos a partir das séries calculadas através dos retornos computados em intervalos de 15 minutos.

O próximo passo consistiu na obtenção de uma medida para a variância realizada (VR):

$$VR_{i,t} = \sum_{j=1}^m x_{i,t-1+j\Delta}^2, t = 1, \dots, T. \quad [36]$$

No caso considerando-se intervalos de 15 minutos tem-se:

$$VR_{i,t} = \sum_{j=1}^m x_{i,t-1+j \times 0,0357}^2, t = 1, \dots, T, \quad [40]$$

uma vez que $\Delta = \frac{1}{28} \approx 0,0357$. Novamente, para o primeiro período analisado, tem-se $T = 732$ para o Ibovespa e $T = 735$ para o S&P 500. Para o segundo período analisado, $T = 607$ e $T = 612$ para o Ibovespa e o S&P 500, respectivamente.

De posse das séries de retornos diários e de variância realizada deu-se início ao processo de estimação dos modelos. Foram utilizados modelos ARMA/GARCH para os retornos diários e ARMA para a variância realizada. Tais procedimentos foram utilizados considerando-se apenas as amostras de estimação para os dois períodos.

A avaliação da acurácia dos modelos para a previsão da volatilidade diária se deu, primeiramente, a partir de três funções de perda: erro médio [41], erro quadrático médio [42] e erro absoluto médio [43]:

$$EM = \frac{1}{T - T_0} \sum_{t=T_0+1}^T (\hat{h}_t - x_t^2), \quad [41]$$

$$EQM = \frac{1}{T - T_0} \sum_{t=T_0+1}^T (\hat{h}_t - x_t^2)^2, \quad [42]$$

$$EAM = \frac{1}{T - T_0} \sum_{t=T_0+1}^T |\hat{h}_t - x_t^2|. \quad [43]$$

Onde T indica o número total de observações, T_0 corresponde ao número de observações utilizadas para estimar o modelo e a *proxy* x_t^2 indica a volatilidade diária. Os valores de \hat{h}_t , por sua vez, foram estimados a partir dos retornos diários e a partir dos valores calculados para a variância realizada.

Na pesquisa, levaram-se em conta quatro horizontes de previsão: 1, 5, 25 e o último valor encontrado nas amostras de avaliação analisadas. Tal procedimento foi adotado com o objetivo de verificar se os modelos de previsão selecionados mantinham o seu desempenho constante, em relação ao demais, levando-se em conta diferentes horizontes de previsão.

Por fim, de posse das séries de retornos diários e de variância realizada deu-se início ao processo de estimação dos modelos. A análise dos resultados obtidos é apresentada no capítulo a seguir.

3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

No presente capítulo são apresentados os resultados obtidos no estudo. Todos os cálculos expostos foram obtidos através do módulo GARCH 5.0, pertencente ao pacote econométrico OxMetrics 5. Inicialmente, na seção item 3.1, são apresentadas as estatísticas descritivas para as séries intradiárias do Ibovespa e do S&P 500. A seguir são revelados os resultados obtidos na estimação dos modelos GARCH, calculados a partir dos dados diários (seção 3.2). Em seguida, têm-se os resultados para os modelos de variância realizada, calculados a partir dos dados intradiários (seção 3.3).

3.1 ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS

Os dados para as séries do Ibovespa e do S&P 500 foram coletados em intervalos intradiários de 15 minutos, durante o período de janeiro de 2006 a junho de 2009. Os gráficos para o comportamento das séries do Ibovespa e do S&P 500 durante o período analisado, em termos de pontos e de retornos, são expostos nas Figuras 01 e 02, respectivamente.

A análise visual dos gráficos permite identificar uma queda acentuada nos pontos dos dois índices estudados durante o segundo semestre do ano de 2008, reflexo da crise financeira ocorrida naquele período. Um aumento na volatilidade dos retornos, durante o mesmo período, também é identificado.

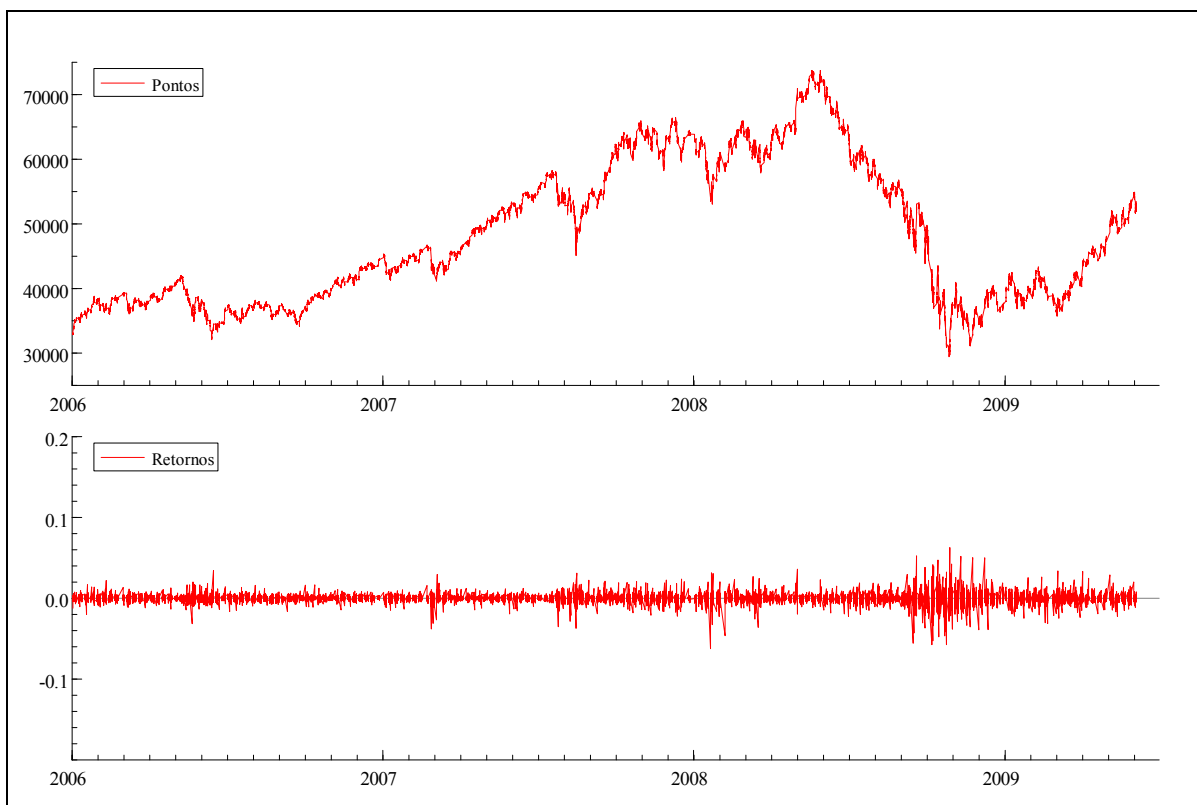


Figura 01 – Evolução do comportamento do Ibovespa, em pontos e em retornos, durante o período de janeiro de 2006 a junho de 2009.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

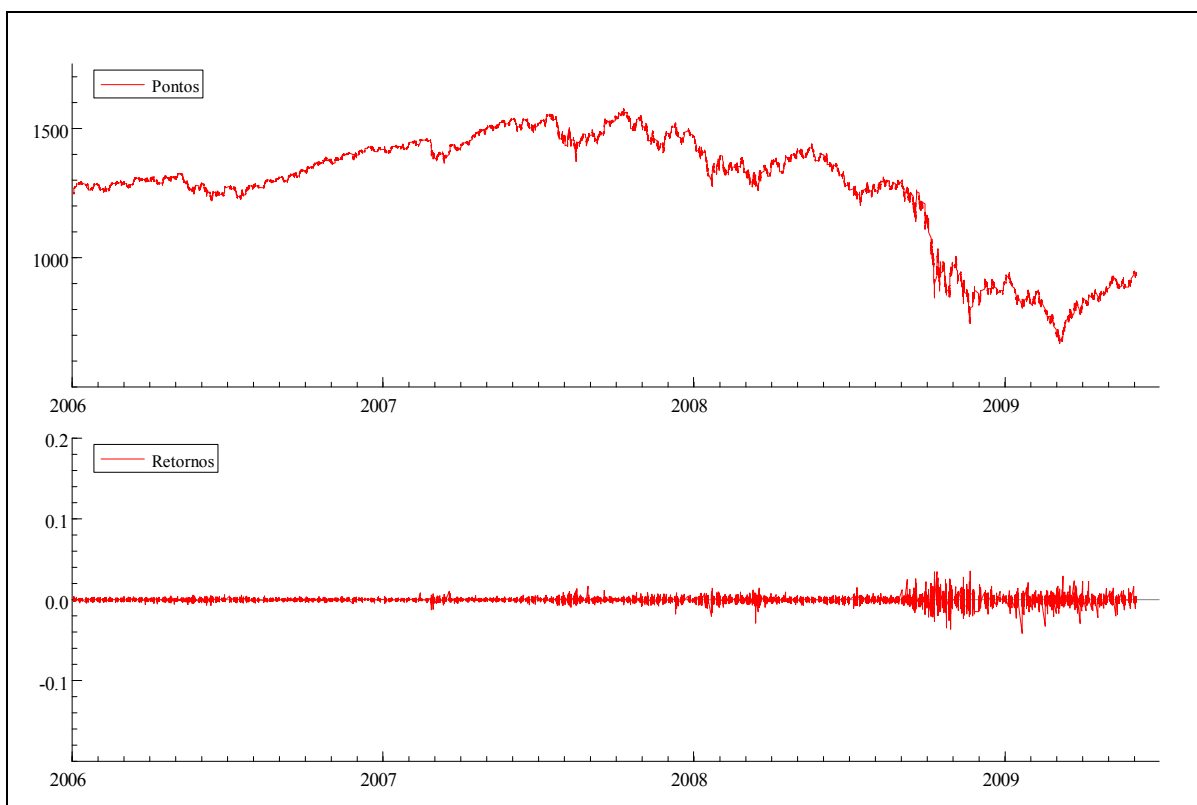


Figura 02 – Evolução do comportamento do S&P 500, em pontos e em retornos, durante o período de janeiro de 2006 a junho de 2009.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Também foram calculadas as estatísticas descritivas para as séries de pontos e de retornos dos índices. Foram testadas ainda a normalidade e a estacionariedade das séries. Os resultados obtidos estão expostos na Tabela 01.

Tabela 01 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as séries de pontos e de retornos do Ibovespa e do S&P 500

	Ibovespa		S&P 500	
	Fechamento	Retornos	Fechamento	Retornos
Média	48220	0,000	1277	0,000
Mediana	45313	0,000	1323	0,000
Máximo	73738	0,063	1576	0,035
Mínimo	29435	-0,062	668	-0,042
Desvio Padrão	10696	0,004	220	0,003
Assimetria	0,445	-0,333	-1,107	-0,012
Ex. de Curtose	1,905	32,865	3,112	26,644
Observações	23408	23408	23373	23373
Jarque-Bera ¹	1941,020 ***	870359 ***	4782,140 ***	544431 ***
ADF ²	-1,601	-153,001 ***	-1,563	-107,757 ***
KPSS ³	3,497 ***	0,126	4,446 ***	0,237

*** indica significativo ao nível de 1%.

¹ Segundo o indicado em tabelas estatísticas χ^2 ao nível de 5% e para 2 g.l., o valor crítico para o teste de Jarque-Bera é 5,99.

² ADF realizado com constante e tendência para a séries de pontos, com valores críticos aproximados de -3,127, -3,410 e -3,958 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente. E sem constante e tendência para as séries de retornos, com valores críticos aproximados de -1,617, -1,941 e -2,565 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

³ KPSS realizado com constante e tendência para a séries de pontos, com valores críticos de 0,119, 0,146 e 0,216 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente. E apenas com constante para as séries de retornos, com valores críticos de 0,347, 0,463 e 0,739 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 01 revela, para as duas séries analisadas, alguns fatos estilizados que são marcantes em séries financeiras. A assimetria revelou um valor negativo para as séries de retornos do Ibovespa e do S&P 500, assim como para a série do índice norte-americano dada em pontos, tal fato indica que as suas respectivas distribuições se estendem para a esquerda, o que supõe um desvio à direita. O contrário ocorre para a série de pontos do Ibovespa, cujo valor foi positivo. Os valores elevados para o excesso de curtose dos retornos também merecem destaque, tal fato que indica que as séries possuem distribuições com caudas mais pesadas do que uma distribuição normal. A presença de *fat tails*, como são conhecidas, é bastante comum em séries econômicas e financeiras.

Ainda em relação à Tabela 01, no que diz respeito à normalidade das séries, o teste Jarque-Bera apontou a rejeição da hipótese nula de normalidade para a distribuição das duas séries, dadas tanto em pontos como em retornos, confirmando a suspeita já levantada pelos elevados apresentados para a curtose das séries.

No que diz respeito à estacionariedade das séries, os testes ADF e KPSS confirmaram a presença de raízes unitárias para as séries do Ibovespa e do S&P 500 apresentadas em pontos, demonstrando a não estacionariedade das mesmas. Em relação às séries de retornos, os mesmos testes apontaram para a ausência de raízes unitárias, indicando um comportamento estacionário destas.

Após a verificação das principais características das séries intradiárias do Ibovespa e do S&P 500, partiu-se para a construção dos modelos de estimação de volatilidade utilizados. Os modelos estimados a partir de dados diários são apresentados na seção a seguir. Na seção subsequente, têm-se os modelos calculados a partir de dados intradiários.

3.2 ESTIMANDO OS MODELOS ARMA-GARCH A PARTIR DOS DADOS DIÁRIOS

O primeiro passo para a construção dos modelos pertencentes a família ARMA-GARCH foi a transformação das séries de retornos intradiários em diários, para tanto os retornos diários foram calculados a partir de:

$$x_t = \ln\left(\frac{P_{t,28}}{P_{t-1,28}}\right), \quad [37]$$

onde $P_{t,28}$ corresponde a última cotação de P nos últimos 15 minutos de negociação do dia t e $P_{t-1,28}$ é a última cotação de P nos últimos 15 minutos de negociação do dia $t-1$.

Assim, para o período de janeiro de 2006 a junho de 2009, foram obtidos 836 e 839 retornos diários para os índices brasileiro e norte-americano, respectivamente.

Destes, 732 formaram a amostra de estimação do Ibovespa enquanto 735

compuseram a amostra de estimação do S&P 500. As 104 observações restantes compuseram a amostra de avaliação para os dois índices.

Buscando-se observar os possíveis efeitos da crise ocorrida no segundo semestre de 2008, optou-se pela reestimação dos modelos levando-se em conta um período de análise menor, de janeiro de 2006 a dezembro de 2008. Assim obtiveram-se 732 e 735 retornos para o Ibovespa e para o S&P 500, respectivamente. Para o índice brasileiro, 607 observações foram destinadas para a estimação dos modelos e 125 para a avaliação dos mesmos. No caso do índice norte-americano esses valores foram de 612 e 123, respectivamente.

Os resultados para o mercado brasileiro e norte-americano são apresentados nas seções seguintes.

3.2.1 Resultados para o Ibovespa

Inicialmente foram calculadas as estatísticas descritivas para as amostras de estimação e de avaliação da série de retornos diárias do Ibovespa, levando-se em conta os dois períodos distintos considerados no estudo. Também foi testada a normalidade e a estacionariedade da série. Os resultados podem ser visualizados na Tabela 02.

Em relação às duas amostras utilizadas para a estimação dos modelos, percebe-se uma amplitude maior entre os retornos ocorridos na primeira, que considera o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, os valores para o seu desvio padrão e excesso de curtose também são superiores àqueles apresentados pela segunda amostra, que leva em conta o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008. Tais questões acabam evidenciando os efeitos da crise ocorrida no segundo semestre de 2008 na série do Ibovespa. Por outro lado, o valor da medida de assimetria revelou-se negativo e idêntico para as duas amostras, indicando que, nos dois casos, as distribuições se estendem para a esquerda, o que supõe um desvio à direita das mesmas.

Tabela 02 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as amostras de estimação e de avaliação da série de retornos do Ibovespa para os dois períodos estudados

Retornos Ibovespa				
	Período de Jan/2006 a Jun/2009		Período de Jan/2006 a Dez/2008	
	Amostra de estimação - Jan/2006 a Dez/2008	Amostra de avaliação - Jan/2009 a Jun/2009	Amostra de estimação - Jan/2006 a Jun/2008	Amostra de avaliação - Jul/2008 a Dez/2008
Média	0,000	0,003	0,001	-0,004
Mediana	0,002	0,004	0,002	-0,004
Máximo	0,126	0,069	0,061	0,126
Mínimo	-0,121	-0,054	-0,069	-0,121
Desvio Padrão	0,023	0,025	0,017	0,041
Assimetria	-0,266	0,147	-0,266	0,089
Ex. de Curtose	4,832	0,036	1,073	1,062
Observações	732	104	607	125
Jarque-Bera ¹	720,766 ***	0,379	36,313 ***	6,038 **
ADF ²	-27,390 ***	-10,538 ***	-26,434 ***	-10,739 ***
KPSS ³	0,461	0,100	0,046	0,150

***, ** indicam significativo aos níveis de 1% e 5%, respectivamente.

¹ Segundo o indicado em tabelas estatísticas χ^2 ao nível de 5% e para 2 g.l., o valor crítico para o teste de Jarque-Bera é 5,99.

² ADF realizado sem constante e tendência, com valores críticos aproximados de -1,616, -1,941 e -2,568 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

³ KPSS realizado com constante, com valores críticos de 0,347, 0,463 e 0,739 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Os reflexos da crise ficam mais evidentes ao serem observadas as amostras de avaliação. A amostra para o período de janeiro a junho de 2009 revelou uma amplitude menor de retornos do que a amostra do período de julho a dezembro de 2008, além de valores inferiores para o desvio padrão, assimetria e excesso de curtose.

Em relação à normalidade, o teste Jarque-Bera rejeitou a hipótese nula de normalidade para a distribuição das duas amostras de estimação e para a amostra de avaliação cujos dados incorporam o segundo semestre de 2008. Por outro lado, a hipótese de normalidade não pode ser rejeitada para a amostra de avaliação formada pelos retornos do primeiro semestre de 2009.

O teste ADF rejeitou a hipótese nula de presença de raízes unitárias para todas as amostras, resultado que foi confirmado pelo teste KPSS, indicando a estacionariedade de todas as amostras.

O próximo passo da análise consistiu na verificação da presença de autocorrelação nas séries. Tal averiguação foi realizada através da avaliação da ACF e da PACF e da aplicação do teste de Box-Pierce nos retornos e nos retornos elevados ao quadrado das séries. Destaca-se que a partir desse ponto, todos os procedimentos se referem apenas à amostra de estimação. As ACF e PACF para os dois períodos investigados são apresentadas nas Figuras 03 e 04, respectivamente.

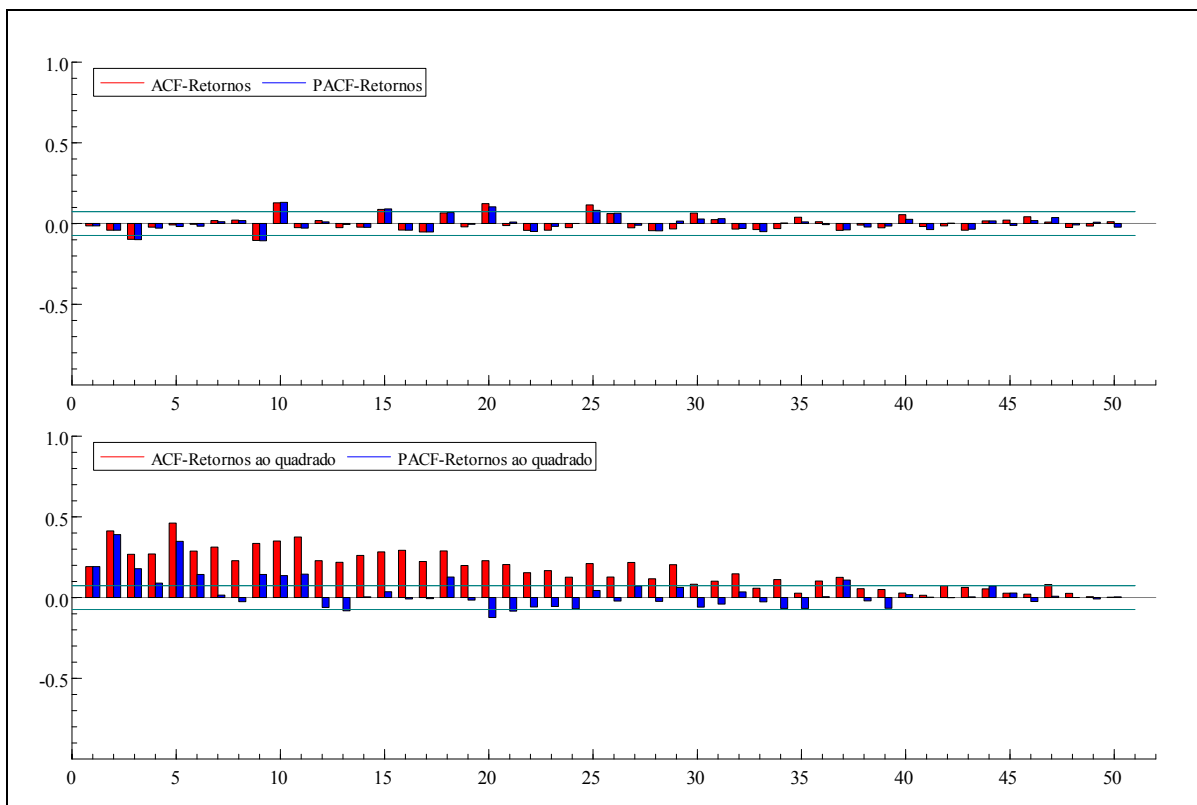


Figura 03 – ACF e PACF para a série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do Ibovespa considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Comparando as Figuras 03 e 04, observa-se que as evidências de presença correlação serial são maiores na primeira. Quando se leva em consideração a amostra que cobre o período de janeiro de 2006 a junho de 2008, a presença de correlação serial é apontada de forma mais branda. A diferença entre os resultados deve-se a agregação de dados do segundo semestre de 2008 na primeira amostra, indicando um aumento na dependência do retorno e da volatilidade em relação aos seus valores passados durante o período da crise.

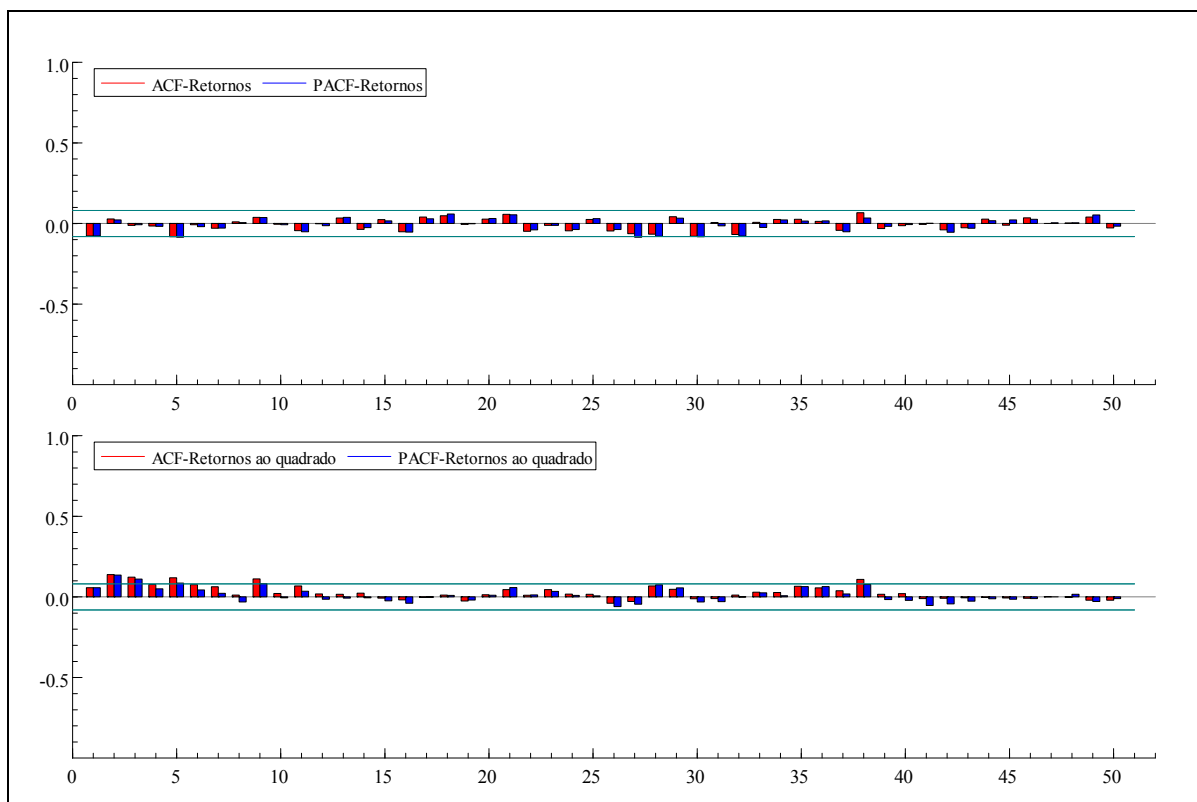


Figura 04 – ACF e PACF para a série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do Ibovespa considerando o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Ainda buscando verificar a presença de autocorrelação nas amostras, foi aplicado o teste de Box-Pierce nas séries. Os resultados para a estatística Q confirmaram a presença de autocorrelação apontada pela ACF e pela PACF. A Tabela 03 apresenta os valores encontrados para a estatística Q do teste.

Conforme o exposto na Tabela 03, o teste de Box-Pierce apontou para a rejeição da hipótese nula de ausência de autocorrelação tanto para os retornos quanto para os retornos elevados ao quadrado da amostra de estimação composta pelo período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008. Em relação aos resultados obtidos para a amostra que compreende o período de janeiro de 2006 a junho de 2008, tem-se a presença de autocorrelação apenas nos retornos elevados ao quadrado. A verificação da presença de autocorrelação nas séries justifica a utilização de modelos ARMA-GARCH para modelar a média e a variância das séries, respectivamente.

Tabela 03 – Teste de Box-Pierce aplicado na série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do Ibovespa considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Defasagem	Amostra de estimação - Jan/2006 a dez/2008		Amostra de estimação - Jan/2006 a jun/2008	
	Retornos	Retornos ao quadrado	Retornos	Retornos ao quadrado
	Estatística Q	Estatística Q	Estatística Q	Estatística Q
5	8,866	416,750 ***	8,652	35,345 ***
10	29,839 ***	764,883 ***	10,214	49,427 ***
20	55,466 ***	1290,000 ***	18,201	53,915 ***
50	91,041 ***	1581,200 ***	47,659	79,182 ***

*** indica significativo ao nível de 1%.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Antes de iniciar o processo de estimação dos modelos ARMA-GARCH, testou-se a presença de memória longa nas duas amostras analisadas. A verificação de longa dependência em uma série justifica a utilização dos chamados modelos de memória longa, como o ARFIMA (p, d, q), no lugar dos demais modelos pertencentes à família ARMA. Utilizou-se para tanto o teste R/S modificado proposto por Lo (1991). A Tabela 04 apresenta os resultados para os mesmos.

Tabela 04 – Teste R/S modificado de Lo aplicado na série de retornos do Ibovespa considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Defasagem ¹	Amostra de estimação - Jan/2006 a dez/2008	Amostra de estimação - Jan/2006 a jun/2008
	Estatística R/S ²	Estatística R/S ²
25	1,703	0,930
50	1,629	1,116
75	1,553	1,220
100	1,497	1,401

¹ Para a seleção das defasagens seguiu-se o proposto em Espartero (2000).

² Os intervalos de confiança para o teste R/S modificado de Lo são de 0,861 a 1,747, 0,809 a 1,862 e 0,721 a 2,098 para os níveis de 90%, 95% e 99%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

De acordo com o apresentado na Tabela 04, não foi possível rejeitar a hipótese nula de ausência de dependência de longo prazo para as amostras. Assim, as estimações não levaram em conta os modelos de memória longa, como o ARFIMA (p, d, q).

O próximo passo do estudo consistiu na estimação dos modelos ARMA-GARCH para o Ibovespa. A adequação dos modelos foi realizada a partir da análise da ACF, da PACF, do teste de Box-Pierce nos resíduos padronizados dos mesmos e da verificação da significância dos coeficientes estimados. No caso de mais de um modelo ter atendido a tais pré-requisitos, a seleção do mais adequado se deu através da avaliação do AIC, do SBC e da log-verossimilhança.

Para modelar a volatilidade foram estimados quatro modelos pertencentes à família GARCH: o próprio GARCH, o EGARCH, o GARCH-GJR e o IGARCH. Os mesmos foram estimados considerando-se quatro diferentes distribuições de erros: normal, *t-student*, generalizada (GED) e *t-student* assimétrica. Os modelos EGARCH revelaram problemas de adequação, como coeficientes não significativos e presença de autocorrelação nos resíduos mesmo após diversas tentativas de ajuste para as duas amostras analisadas. Dessa forma, após serem testados diversos valores para as ordens p e q do modelo, sem obter nenhuma melhora nos resultados, optou-se por retirar os EGARCH do conjunto de modelos estimados.

Um resumo com os valores encontrados para o AIC, o SBC e a log-verossimilhança dos modelos estimados para o Ibovespa, considerando as duas amostras, é apresentado na Tabela 05.

Observando os resultados expostos na Tabela 05 para as duas amostras do Ibovespa, pode-se perceber que as séries foram modeladas apenas pelas equações de variância GARCH (1,1), GARCH-GJR (1,1) e IGARCH (1,1), não sendo necessária a utilização de equações de média (família ARMA) para eliminar a autocorrelação nos retornos e nos retornos elevados ao quadrado. Modelos AR (1) foram utilizados nas estimações iniciais, no entanto as evidências apontaram para a não significância estatística dos coeficientes AR (1) nos modelos. Além disso, os mesmos apresentaram valores inferiores para a log-verossimilhança e superiores para o AIC e para o SBC, quando comparados com os modelos estimados contendo apenas as equações de variância.

Tabela 05 – Modelos ARMA-GARCH estimados com diferentes distribuições de erros para a série de retornos do Ibovespa, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008, e critérios utilizados para a seleção dos modelos

Amostra	Modelo	Distribuição de erros	AIC	SBC	Log verossimilhança
Jan/2006 a Dez/2008	GARCH (1,1)	Normal	-5,053	-5,035	1852,51
		<i>t-student</i>	-5,067	-5,042	1858,48
		GED	-5,070	-5,044	1859,46
		<i>t-student</i> assimétrica	-5,077	-5,046	1863,22
	GARCH-GJR (1,1)	Normal	-5,100	-5,074	1870,39
		<i>t-student</i>	-5,110	-5,079	1875,38
		GED	-5,109	-5,077	1874,82
		<i>t-student</i> assimétrica	-5,124	-5,087	1881,54
	IGARCH (1,1)	Normal	-5,049	-5,037	1850,08
		<i>t-student</i>	-5,066	-5,047	1857,25
		GED	-5,068	-5,049	1857,87
		<i>t-student</i> assimétrica	-5,076	-5,051	1861,84
Jan/2006 a Jun/2008	GARCH (1,1)	Normal	-5,312	-5,290	1615,23
		<i>t-student</i>	-5,329	-5,300	1621,38
		GED	-5,320	-5,301	1621,62
		<i>t-student</i> assimétrica	-5,340	-5,304	1625,73
	GARCH-GJR (1,1)	Normal	-5,357	-5,328	1629,86
		<i>t-student</i>	-5,369	-5,333	1634,54
		GED	-5,367	-5,331	1633,86
		<i>t-student</i> assimétrica	-5,384	-5,340	1639,93
	IGARCH (1,1)	Normal	-5,230	-5,285	1610,45
		<i>t-student</i>	-5,324	-5,302	1618,81
		GED	-5,323	-5,301	1618,57
		<i>t-student</i> assimétrica	-5,335	-5,306	1623,30

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Os critérios de seleção utilizados apontaram para um ganho de adequação dos três modelos, em ambas as amostras, quando utilizada a distribuição de erros *t-student* assimétrica. A distribuição normal foi aquela que revelou os menores valores para a log-verossimilhança e os maiores para o AIC e o SBC, indicando ser a menos adequada, entre as quatro distribuições consideradas, para modelar os erros das séries. Em relação às duas distribuições de erros supracitadas, as distribuições de *t-student* e GED revelaram comportamentos medianos. Uma vez que as séries financeiras costumam apresentar elevados valores para a curtose era, de certa forma, esperado que uma distribuição com caudas pesadas acomodasse melhor os dados.

A seguir, selecionou-se para a etapa de previsões apenas um modelo GARCH, um GARCH-GJR e um IGARCH para cada uma das amostras analisadas. A escolha se deu considerando o desempenho entre critérios de seleção. Tais modelos são apresentados de forma mais detalhada na Tabela 06, onde estão expostos os valores encontrados para os seus coeficientes e a significância dos mesmos.

Tabela 06 – Valores estimados dos coeficientes, com suas respectivas significâncias, dos modelos ARMA-GARCH selecionados para a etapa de previsões de volatilidade da série do Ibovespa, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Amostra	Coefficientes	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
Jan/2006 a Dez/2008	C. variância	0,126 **	0,186 ***	0,071 **
	ARCH (α_1)	0,108 ***	0,000	0,121 ***
	GARCH (β_1)	0,865 ***	0,842 ***	0,879
	GJR (γ)		0,227 ***	
	Assimetria	-0,150 ***	-0,181 ***	-0,152 ***
	Cauda	9,854 ***	13,325 **	8,261 ***
Amostra	Coefficientes	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
Jan/2006 a Jun/2008	C. variância	0,160	0,277 ***	0,039
	ARCH (α_1)	0,077 ***	0,000	0,078 *
	GARCH (β_1)	0,874 ***	0,800 ***	0,922
	GJR (γ)		0,242 ***	
	Assimetria	-0,157 ***	-0,184 ***	-0,163 ***
	Cauda	8,733 ***	11,829 **	6,949 ***

***, **, * indicam significativo aos níveis de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Em relação ao exposto na Tabela 06, para a amostra que considerou o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, tem-se que todos os coeficientes estimados para os três modelos revelaram-se estatisticamente significativos ao nível de, pelo menos, 5%, o que mostra a adequação dos mesmos, a única exceção foi o ARCH (1) para o modelo GARCH-GJR (1,1). Cabe destacar que o coeficiente GARCH (1) não é estimado para o modelo IGARCH, sendo este a simples diferença entre um e o valor estimado para o coeficiente ARCH (1), no caso: $1 - 0,121 = 0,879$. O coeficiente γ do modelo GARCH-GJR revelou-se significativo, o que aponta a presença de assimetria nos retornos do Ibovespa, indicando que choques negativos têm um maior impacto sobre a volatilidade quando comparados a choques positivos.

Os valores significativos para os coeficientes de assimetria e cauda revelam a adequação da distribuição *t-student* assimétrica para os erros dos três modelos.

Resultados semelhantes, em termos de significância, foram encontrados para a estimação considerando a amostra de janeiro de 2006 a junho de 2008. Assim como no caso das estimações anteriores, o coeficiente γ significativo revelou a presença de assimetria nos retornos. Novamente, os parâmetros da distribuição *t-student* assimétrica para os erros revelaram-se significativos, indicando a adequação da mesma para os três modelos considerados.

Buscando confirmar a adequação dos modelos estimados, expostos na Tabela 06, foram observadas as ACF e PACF para os resíduos padronizados dos modelos estimados. As mesmas estão expostas nas Figuras 05 e 06.

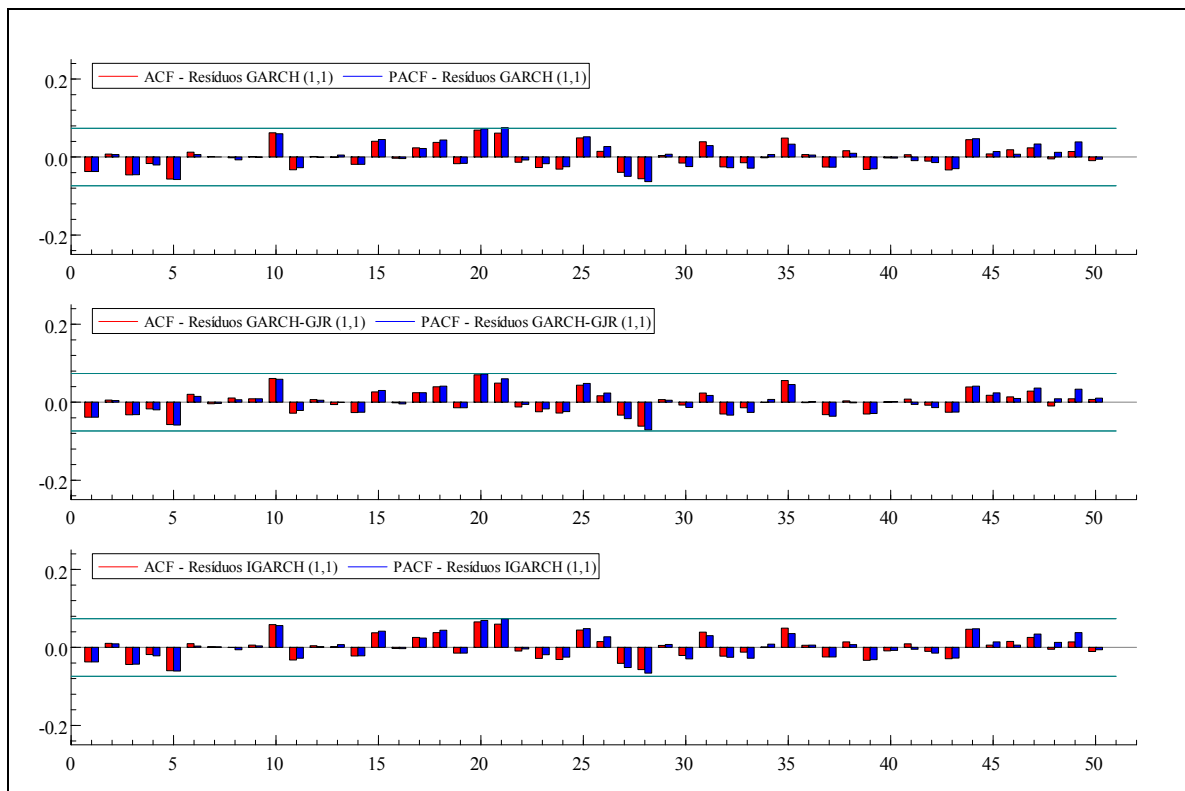


Figura 05 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série do Ibovespa, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos GARCH.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa

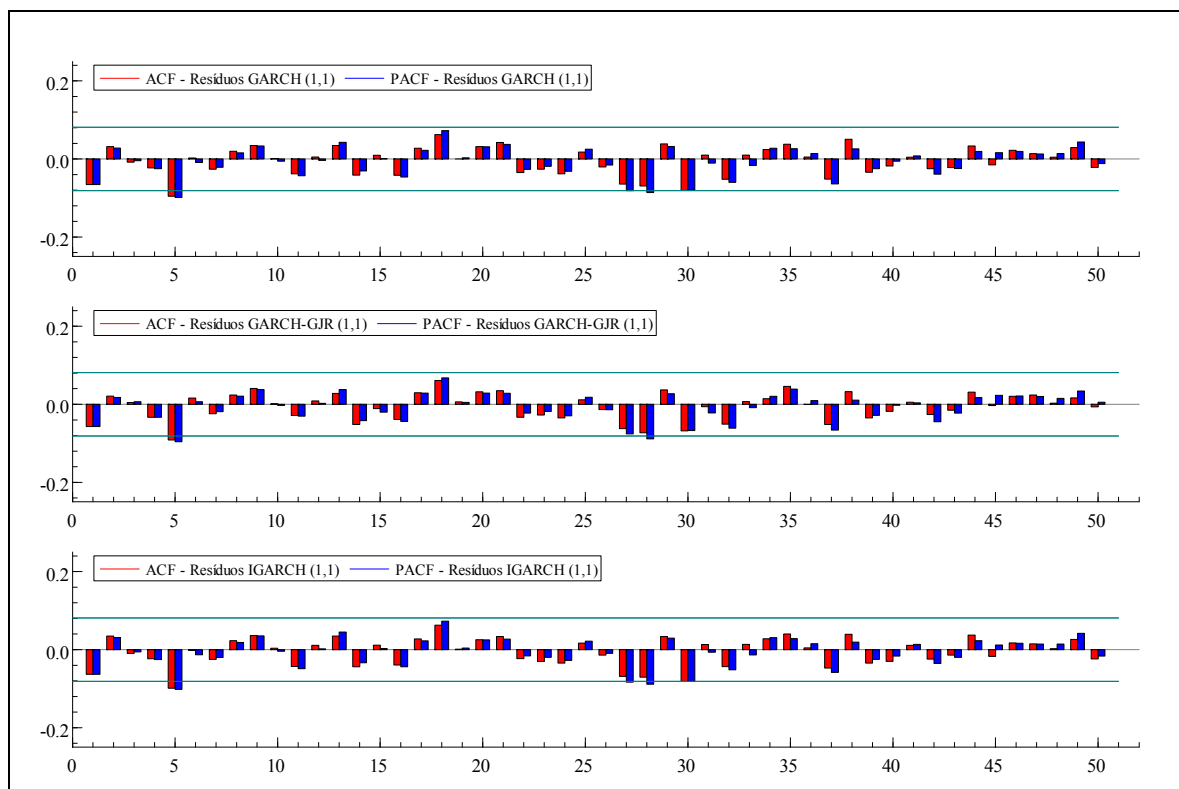


Figura 06 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série do Ibovespa, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos GARCH.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa

A ACF e a PACF, apresentadas nas Figuras 05 e 06, confirmam a adequação dos modelos GARCH estimados para os retornos do Ibovespa. Na Figura 05 percebem-se, mesmo após o ajuste, algumas autocorrelações significativas. No entanto, devido à baixa magnitude das mesmas e ao fato destas ocorrerem em três defasagens específicas, optou-se pela manutenção dos modelos já estimados, não sendo realizadas novas estimações.

Complementando os resultados das Figuras 05 e 06, foi aplicado o teste de Box-Pierce nos resíduos padronizados e nos resíduos padronizados elevados ao quadrado das séries ajustadas. A Tabela 07 apresenta os resultados para o mesmo.

Tabela 07 – Teste de Box-Pierce aplicado nos resíduos padronizados e nos resíduos padronizados elevados ao quadrado da série do Ibovespa após o ajuste realizado através dos modelos ARMA-GARCH considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Amostra	Defasagens	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
		Estatística Q - Resíduos	Estatística Q - Resíduos	Estatística Q - Resíduos
	5	5,170	4,500	5,375
	10	8,144	7,719	8,008
	20	15,713	14,937	15,199
	50	34,362	31,560	33,602
Jan/2006 a Dez/2008	Defasagens	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
		Estatística Q - Resíduos ²	Estatística Q - Resíduos ²	Estatística Q - Resíduos ²
	5	3,691	5,154	2,729
	10	5,929	8,725	4,311
	20	10,583	15,063	9,526
	50	30,832	37,473	31,571
Amostra	Defasagens	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
		Estatística Q - Resíduos	Estatística Q - Resíduos	Estatística Q - Resíduos
	5	9,226	8,083	9,587 *
	10	10,630	9,982	11,117
	20	18,050	17,226	18,683
	50	43,046	38,563	42,193
Jan/2006 a Jun/2008	Defasagens	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
		Estatística Q - Resíduos ²	Estatística Q - Resíduos ²	Estatística Q - Resíduos ²
	5	1,733	4,527	2,265
	10	3,473	6,399	3,350
	20	6,377	8,920	8,105
	50	27,532	34,857	30,500

* indica significativo ao nível de 10%.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 07 indica valores não significativos para a estatística Q do teste de Box-Pierce para as séries de resíduos padronizados e de resíduos padronizados elevados ao quadrado do Ibovespa, revelando a ausência de autocorrelação nos mesmos, o que indica a adequação dos modelos estimados para o Ibovespa.

De posse dos resultados para o índice brasileiro, o próximo passo consistiu na estimação dos modelos ARMA-GARCH para o índice norte-americano.

3.2.2 Resultados para o S&P 500

Tal como ocorreu para o Ibovespa, a série do S&P 500 foi analisada a partir da consideração de dois períodos distintos, um formado pelos retornos diários ocorridos entre janeiro de 2009 e junho de 2009 e outro considerando o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008. A Tabela 08 apresenta os resultados para as estatísticas descritivas, testes de estacionariedade e normalidade da série de retornos do S&P 500, levando em conta os dois períodos analisados.

Tabela 08 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as amostras de estimação e de avaliação da série de retornos do S&P 500 para os dois períodos estudados

	Retornos S&P 500			
	Período de Jan/2006 a Jun/2009		Período de Jan/2006 a Dez/2008	
	Amostra de estimação - Jan/2006 a Dez/2008	Amostra de avaliação - Jan/2009 a Jun/2009	Amostra de estimação - Jan/2006 a Jun/2008	Amostra de avaliação - Jul/2008 a Dez/2008
Média	0,000	0,000	0,000	-0,003
Mediana	0,001	0,001	0,001	-0,002
Máximo	0,110	0,068	0,042	0,110
Mínimo	-0,095	-0,050	-0,035	-0,095
Desvio Padrão	0,016	0,023	0,010	0,034
Assimetria	-0,147	0,133	-0,206	0,120
Ex. de Curtose	10,345	0,214	2,095	1,360
Observações	735	104	612	123
Jarque-Bera ¹	3280,134 ***	0,503	116,2764 ***	9,772 ***
ADF ²	-24,045 ***	-11,019 ***	-27,664 ***	-10,405 ***
KPSS ³	0,346	0,330	0,325	0,118

*** indica significativo ao nível de 1%.

¹ Segundo o indicado em tabelas estatísticas χ^2 ao nível de 5% e para 2 g.l., o valor crítico para o teste de Jarque-Bera é 5,99.

² ADF realizado sem constante e tendência, com valores críticos aproximados de -1,616, -1,941 e -2,568 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

³ KPSS realizado com constante, com valores críticos de 0,347, 0,463 e 0,739 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Observando-se os resultados expostos na Tabela 08 e comparando, inicialmente, as duas amostras de estimação, tem-se uma maior amplitude de retornos naquela que leva em conta o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de

2008, além de apresentar, também, valores superiores para o desvio padrão e para o excesso de curtose. Assim como o ocorrido para o Ibovespa, essa diferença se deve, em grande parte, à crise ocorrida durante o segundo semestre de 2008. Novamente, os efeitos da crise ficam mais claros quando comparam-se as amostras de avaliação. A amostra que cobre o período de julho a dezembro de 2008 apresentou valores mais elevados para todas as medidas descritivas em relação àquelas reveladas pela amostra que inclui os meses de janeiro a junho de 2009.

Assim como o ocorrido para o índice brasileiro, o teste de Jarque-Bera revelou que as distribuições das duas amostras de estimação e da amostra de avaliação que cobre o período de julho a dezembro de 2008 não são normais. O teste apontou para a normalidade da amostra de avaliação formada pelos retornos de janeiro a junho de 2009. No que diz respeito aos testes de raízes unitárias, ambos apontaram para a estacionariedade das amostras estudadas.

A partir desse ponto, todas as análises referem-se apenas às amostras de estimação. O primeiro passo antes de estimar os modelos ARMA-GARCH consistiu na identificação da presença de autocorrelação nas séries de retornos e de retornos elevados ao quadrado do S&P 500 através da análise ACF e da PACF e do teste de Box-Pierce. As ACF e PACF para os dois períodos estudados são apresentadas nas Figuras 07 e 08, respectivamente.

Através da comparação entre as Figuras 07 e 08, percebe-se a presença de autocorrelação em ambas as amostras, no entanto a magnitude das mesmas é maior para a amostra que considera o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008. Da mesma forma que o ocorrido para a série do Ibovespa, a influência da crise de 2008 fica evidente na dependência temporal dos retornos e dos retornos elevados ao quadrado para o índice norte-americano.

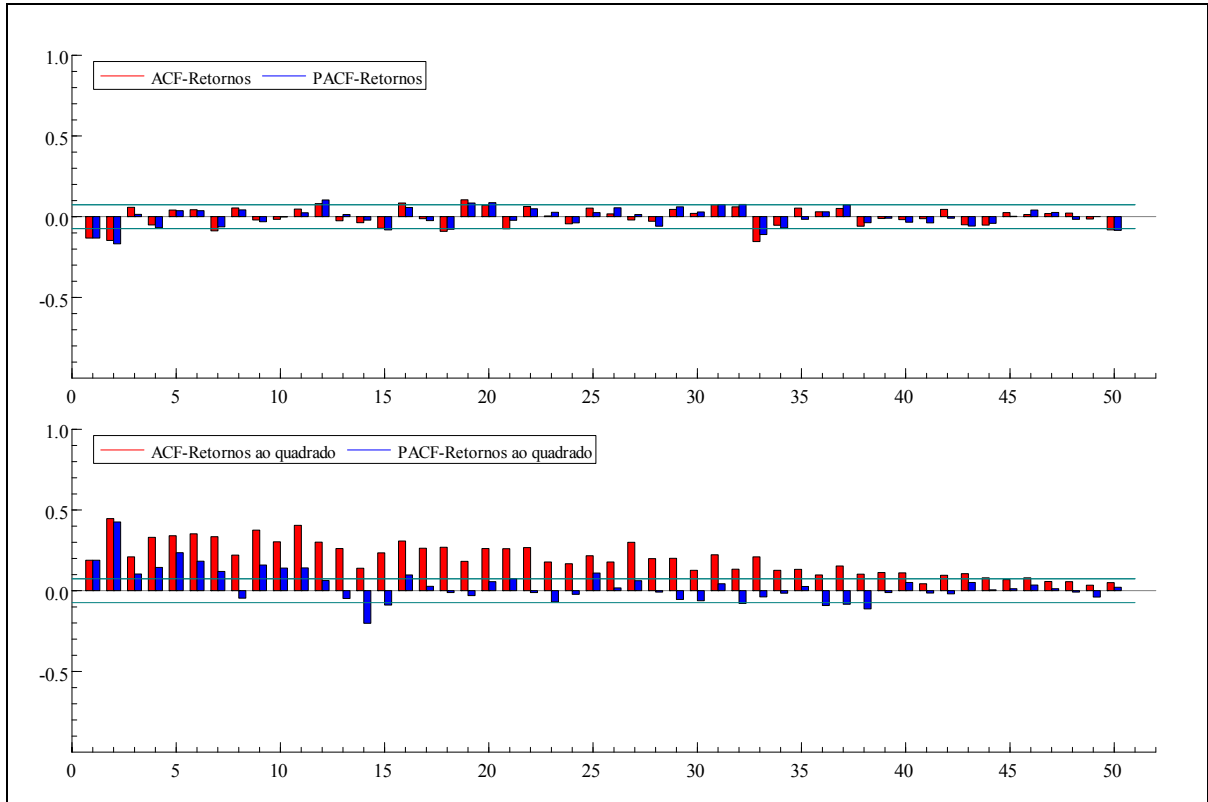


Figura 07 – ACF e PACF para a série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do S&P 500 considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

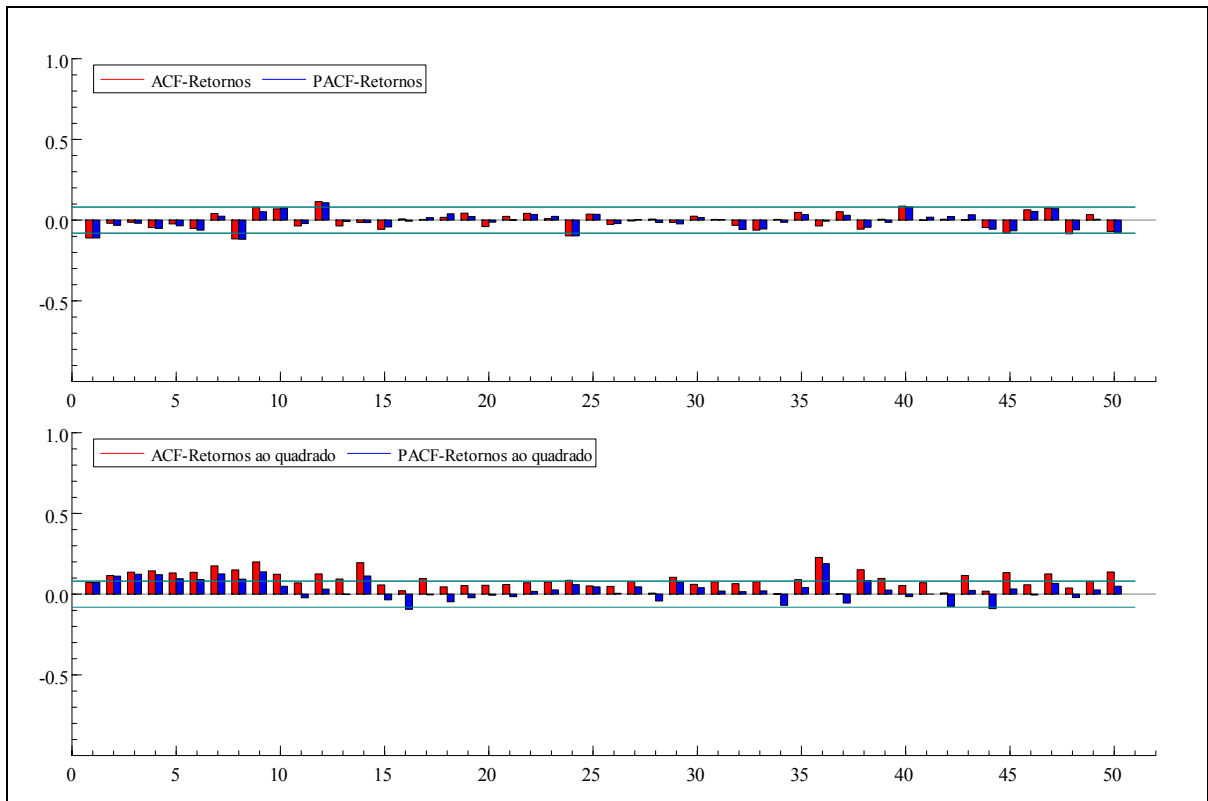


Figura 08 – ACF e PACF para a série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do S&P 500 considerando o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Em seguida, aplicou-se o teste de Box-Pierce nas séries. Os resultados encontrados para a estatística Q nas séries de retornos e de retornos elevados ao quadrado são apresentados na Tabela 09.

Tabela 09 – Teste de Box-Pierce aplicado na série de retornos e de retornos elevados ao quadrado do S&P 500 considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Defasagem	Amostra de estimação - Jan/2006 a dez/2008		Amostra de estimação - Jan/2006 a jun/2008	
	Retornos	Retornos ao quadrado	Retornos	Retornos ao quadrado
	Estatística Q	Estatística Q	Estatística Q	Estatística Q
5	34,556 ***	372,962 ***	9,526 *	46,186 ***
10	44,347 ***	758,591 ***	27,505 ***	124,943 ***
20	80,117 ***	1311,580 ***	42,160 ***	179,811 ***
50	141,797 ***	1868,550 ***	87,239 ***	337,795 ***

***, * indicam significativo aos níveis de 1% e 10%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

O teste de Box-Pierce revelou valores significativos para as séries de retornos e de retornos elevados ao quadrado para as duas amostras de estimação, indicando a presença de correlação serial nas séries. Destaca-se que a magnitude dos valores encontrados para a estatística Q foram superiores nas séries pertencentes à amostra de estimação formada pelo período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, corroborando com resultados encontrados para as ACF e as PACF, expostas nas Figuras 07 e 08.

Antes do início do processo de estimação dos modelos ARMA-GARCH, foi testada a presença de memória longa nas duas amostras estudadas. Os resultados para o teste R/S modificado de Lo estão presentes na Tabela 10.

Os valores encontrados para a estatística R/S revelaram-se não significativos, indicando a ausência de memória longa nas séries referentes às duas amostras. Dessa forma, os modelos ARFIMA (p, d, q) foram desconsiderados durante a fase de estimação.

Tabela 10 – Teste R/S modificado de Lo aplicado na série de retornos do S&P 500 considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Defasagem ¹	Amostra de estimação - Jan/2006 a dez/2008	Amostra de estimação - Jan/2006 a jun/2008
	Estatística R/S ²	Estatística R/S ²
25	1,714	1,210
50	1,593	1,250
75	1,575	1,304
100	1,523	1,364

¹ Para a seleção das defasagens seguiu-se o proposto em Espartero (2000).

² Os intervalos de confiança para o teste R/S modificado de Lo são de 0,861 a 1,747, 0,809 a 1,862 e 0,721 a 2,098 para os níveis de 90%, 95% e 99%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

As duas amostras do S&P 500 tiveram as suas médias modeladas por um ARMA (1,1). Posteriormente, para a modelagem da volatilidade foram considerados quatro modelos pertencentes a família GARCH: o GARCH, o EGARCH, o GARCH-GJR e o IGARCH. Assim como o ocorrido para o índice brasileiro, os modelos EGARCH apresentaram problemas de adequação, como coeficientes não significativos e persistência de correlação serial nos resíduos padronizados mesmo após estimações considerando diversos valores para p e q . Dessa forma, os modelos EGARCH foram retirados do conjunto de modelos considerados nas estimações.

Ainda destaca-se que para os modelos ARMA (1,1)-GARCH (1,1), estimados para as duas amostras, foi considerada apenas a distribuição de erros normal, uma vez que, quando utilizadas outras distribuições de erros, os coeficientes estimados acabavam violando o pressuposto do modelo, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, indicando a não convergência dos mesmos.

Dessa forma, os resultados obtidos para os critérios de informação, após a estimação dos modelos ARMA (1,1)-GARCH (1,1), ARMA (1,1)-GARCH-GJR (1,1) e ARMA (1,1)-IGARCH (1,1), levando-se em conta quatro distribuições diferentes para os erros, são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Modelos ARMA-GARCH estimados com diferentes distribuições de erros para a série de retornos do S&P 500, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008, e critérios utilizados para a seleção dos modelos

Amostra	Modelo	Distribuição de erros	AIC	SBC	Log verossimilhança
	ARMA(1,1) - GARCH (1,1)	Normal	-6,217	-6,179	2290,63
		Normal	-6,257	-6,213	2306,37
Jan/2006	ARMA (1,1) - GARCH-GJR (1,1)	<i>t-student</i>	-6,318	-6,268	2329,81
a		G.E.D.	-6,318	-6,268	2329,92
Dez/2008		<i>t-student</i> assimétrica	-6,328	-6,272	2334,72
		Normal	-6,219	-6,188	2290,47
	ARMA (1,1) - IGARCH (1,1)	<i>t-student</i>	-6,283	-6,245	2314,82
		G.E.D.	-6,292	-6,255	2318,46
		<i>t-student</i> assimétrica	-6,293	-6,257	2318,88
	ARMA(1,1) - GARCH (1,1)	Normal	-6,622	-6,578	2032,23
		Normal	-6,653	-6,603	2042,86
Jan/2006	ARMA (1,1) - GARCH-GJR (1,1)	<i>t-student</i>	-6,731	-6,673	2067,63
a		G.E.D.	-6,733	-6,676	2068,38
Jun/2008		<i>t-student</i> assimétrica	-6,739	-6,674	2071,22
		Normal	-6,621	-6,585	2031,10
	ARMA (1,1) - IGARCH (1,1)	<i>t-student</i>	-6,702	-6,658	2056,73
		G.E.D.	-6,703	-6,658	2057,17
		<i>t-student</i> assimétrica	-6,708	-6,658	2059,65

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Com exceção dos ARMA (1,1)-GARCH (1,1), onde levou-se em conta apenas a distribuição normal de erros, os demais modelos apresentaram um ajuste superior quando utilizada a distribuição *t-student* assimétrica. Da mesma forma que o ocorrido para o Ibovespa, essa distribuição revelou-se a mais adequada entre as distribuições testadas. Assim foram selecionados para a etapa de previsão três modelos para cada amostra, apresentados de forma mais detalhada na Tabela 12.

Tabela 12 – Valores estimados dos coeficientes, com suas respectivas significâncias, dos modelos ARMA-GARCH selecionados para a etapa de previsões de volatilidade da série do S&P 500, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Amostra	Coeficientes	ARMA (1,1) GARCH (1,1) ~ N	ARMA (1,1) GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	ARMA (1,1) IGARCH (1,1) ~ t. a.
	C. média	0,000	0,000	0,000 *
	AR (1)	0,538 ***	0,561 ***	0,593 ***
	MA (1)	-0,667 ***	-0,688 ***	-0,730 ***
Jan/2006	C. variância	0,017 *	0,017 **	0,011 **
a	ARCH (α_1)	0,106 ***	0,000	0,104 ***
Dez/2008	GARCH (β_1)	0,889 ***	0,898 ***	0,896
	GJR (γ)		0,174 ***	
	Assimetria		-0,156 ***	-0,137 ***
	Cauda		5,657 ***	5,563 ***
Amostra	Coeficientes	ARMA (1,1) GARCH (1,1) ~ N	ARMA (1,1) GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	ARMA (1,1) IGARCH (1,1) ~ t. a.
	C. média	0,000	0,000	0,000 *
	AR (1)	0,567 ***	0,579 ***	0,605 ***
	MA (1)	-0,677 ***	-0,687 ***	-0,717 ***
Jan/2006	C. variância	0,013	0,011	0,007
a	ARCH (α_1)	0,064 ***	0,000	0,070 ***
Jun/2008	GARCH (β_1)	0,924 ***	0,926 ***	0,930
	GJR (γ)		0,125 ***	
	Assimetria		-0,141 ***	-0,124 ***
	Cauda		4,781 ***	4,599 ***

***, **, * indicam significativo aos níveis de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 12 revela que, com exceção das constantes de média e variância e do coeficiente α_1 dos modelos ARMA (1,1)-GARCH-GJR (1,1), todos os coeficientes estimados apresentaram significância ao nível de, pelo menos, 1%, confirmando a adequação dos modelos. Os modelos ARMA (1,1)-GARCH-GJR (1,1) revelaram coeficientes γ significativos, o que indica a presença do efeito alavancagem nas amostras do S&P 500. Os coeficientes para assimetria e cauda também foram significativos, justificando o uso da distribuição *t-student* assimétrica para os erros dos modelos.

Por fim, são apresentados os testes de autocorrelação. As Figuras 09 e 10 apresentam os resultados para as ACF e para as PACF calculadas a partir dos resíduos padronizados e dos modelos estimados, considerando-se as duas amostras estudadas.

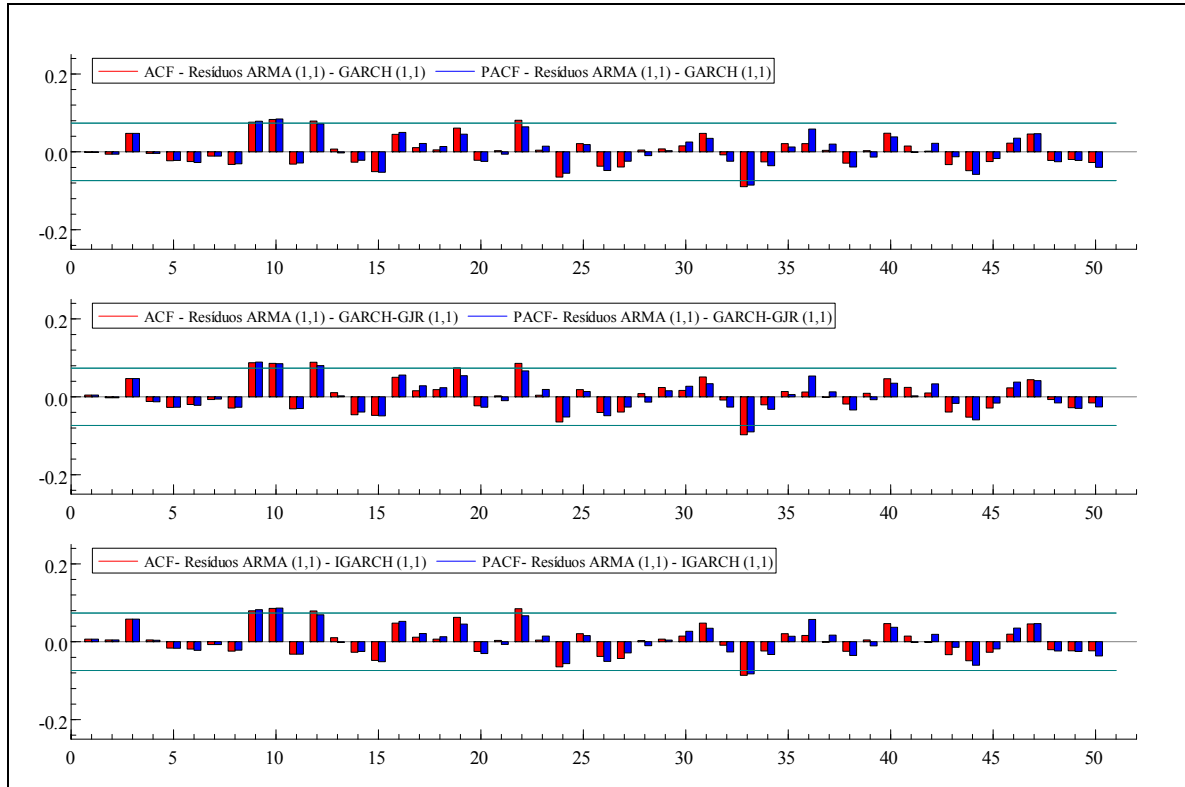


Figura 09 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série do S&P 500, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos ARMA-GARCH.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa

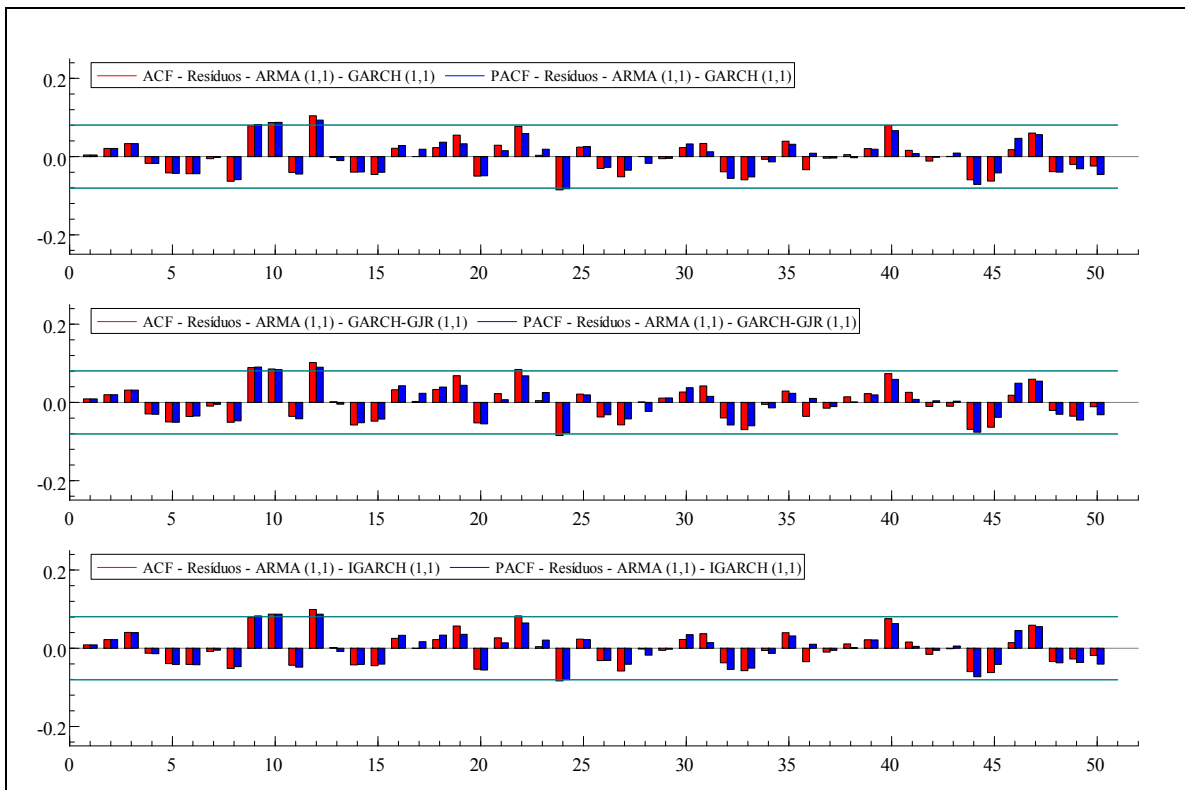


Figura 10 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série do S&P 500, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos ARMA-GARCH.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa

Visualmente, podem-se perceber, para ambas as amostras, algumas autocorrelações significativas nos resíduos padronizados mesmo após os ajustes. No entanto, destaca-se que estas se manifestaram em pontos isolados, como nas defasagens 9, 10 e 12. Para solucionar tal problema seria necessário estimar modelos com um maior número de coeficientes, fato que ocorreu durante os testes preliminares do estudo. Porém, a inclusão de novos coeficientes gerou uma série de outros problemas, como a transformação de coeficientes antes significativos em não significativos e a persistência de determinadas autocorrelações significativas em defasagens mais distantes. Dessa forma, optou-se pela manutenção de modelos mais parcimoniosos, mesmo que não solucionado por completo o problema da autocorrelação nos resíduos.

Por fim, aplicou-se o teste de Box-Pierce nos resíduos padronizados e nos resíduos padronizados ao quadrado dos modelos. Os resultados estão dispostos na Tabela 13.

O teste Box-Pierce confirma a significância de algumas autocorrelações apontadas nas Figuras 09 e 10 para os resíduos padronizados. Novamente é destacado que se optou pela manutenção dos modelos mesmo após tal verificação, uma vez que a inclusão de outras variáveis não solucionou esse problema. Além disso, o teste Box-Pierce apontou para a ausência de autocorrelação nos resíduos padronizados elevados ao quadrado, indicando uma adequação satisfatória para os modelos utilizados.

Tabela 13 – Teste de Box-Pierce aplicado nos resíduos padronizados e nos resíduos padronizados elevados ao quadrado da série do S&P 500 após o ajuste realizado através dos modelos ARMA-GARCH considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Amostra	Defasagens	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)
		GARCH (1,1) ~ N	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
		Estatística Q - Resíduos	Estatística Q - Resíduos	Estatística Q - Resíduos
	5	2,670	2,291	2,752
	10	13,507 *	14,421 *	13,657 *
	20	26,740 *	31,297 **	26,804 *
	50	55,878	62,724 *	55,765
Jan/2006 a Dez/2008	Defasagens	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)
		GARCH (1,1) ~ N	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
		Estatística Q - Resíduos ²	Estatística Q - Resíduos ²	Estatística Q - Resíduos ²
		5	4,586	6,544 *
10	12,743	10,445	13,452 *	
20	15,476	13,716	16,245	
50	32,901	33,371	33,763	
Amostra	Defasagens	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)
		GARCH (1,1) ~ N	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
		Estatística Q - Resíduos	Estatística Q - Resíduos	Estatística Q - Resíduos
	5	2,212	2,985	2,436
	10	14,550 *	15,024 *	13,831 *
	20	28,858 *	31,932 **	28,174 *
	50	60,551	66,240 **	60,121
Jan/2006 a Jun/2008	Defasagens	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)
		GARCH (1,1) ~ N	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.
		Estatística Q - Resíduos ²	Estatística Q - Resíduos ²	Estatística Q - Resíduos ²
		5	3,567	4,317
10	9,788	6,970	8,539	
20	13,206	10,255	11,512	
50	31,800	26,814	28,054	

** , * indicam significativo aos níveis de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A próxima etapa do estudo consistiu na construção e na estimação das séries de variância realizada para os dois índices. Os resultados obtidos são expostos na seção 3.3.

3.3 ESTIMANDO OS MODELOS DE VARIÂNCIA REALIZADA A PARTIR DOS DADOS INTRADIÁRIOS

A construção das duas séries de variância realizada se deu a partir da utilização dos dados intradiários. Foram calculados os retornos intradiários para cada um dos índices, segundo:

$$x_{t,j} = \ln\left(\frac{P_{t,j}}{P_{t,j-1}}\right), \quad [38]$$

onde $x_{t,j}$ corresponde ao retorno do j -ésimo intervalo do dia t . Tem-se ainda que $t = 1, 2, \dots, T$ e $j = 1, 2, \dots, 28$. Para o Ibovespa foram obtidos $T = 732$, para a amostra que considerou o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, e $T = 607$, para o período de janeiro de 2006 a junho de 2008. Para o S&P 500, esses valores foram de 735 e 612, respectivamente.

A medida para a variância realizada foi obtida a partir de:

$$VR_{i,t} = \sum_{j=1}^m x_{i,t-1+j\Delta}^2, \quad t = 1, \dots, T. \quad [36]$$

onde $\Delta = \frac{1}{28} \approx 0,0357$.

Nos itens seguintes são apresentados os resultados para os mercados brasileiro e norte-americano.

3.3.1 Resultados para o Ibovespa

De posse da série de variância realizada para o Ibovespa, buscou-se identificar algumas características estatísticas da mesma. Para isso, foram calculadas as estatísticas descritivas, além de aplicados testes de normalidade e

estacionariedade para as duas amostras de estimação consideradas. Os resultados podem ser visualizados na Tabela 14.

Tabela 14 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as amostras de estimação da série de variância realizada do Ibovespa

Variância realizada Ibovespa		
	Amostra de estimação - Jan/2006 a Dez/2008	Amostra de estimação - Jan/2006 a Jun/2008
Média	4,750E-04	2,840E-04
Mediana	2,080E-04	1,800E-04
Máximo	7,841E-03	4,333E-03
Mínimo	2,370E-05	2,370E-05
Desvio Padrão	8,380E-04	3,620E-04
Assimetria	4,649	5,613
Ex. de Curtose	26,547	46,800
Observações	732	607
Jarque-Bera ¹	24133 ***	58582 ***
ADF ²	-2,126 **	-6,241 ***
KPSS ³	1,017 ***	0,615 **

***, ** indicam significativo aos níveis de 1% e 5%.

¹ Segundo o indicado em tabelas estatísticas χ^2 ao nível de 5% e para 2 g.l., o valor crítico para o teste de Jarque e Bera é 5,99.

² ADF realizado sem constante e tendência, com valores críticos aproximados de -1,616, -1,941 e -2,568 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

³ KPSS realizado com constante, com valores críticos de 0,347, 0,463 e 0,739 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 14 apresenta algumas características estatísticas das duas amostras consideradas para a estimação dos modelos de variância realizada. O valor positivo para a medida de assimetria revela que ambas as distribuições se estendem para a direita, indicando um desvio à esquerda para as mesmas. Tal fato, juntamente com os elevados valores apresentados para o excesso de curtose, foi tomado como um indicativo de não normalidade, o que acabou sendo confirmado pelo teste Jarque-Bera, que rejeitou fortemente a hipótese nula de normalidade para as duas amostras.

Os teste de estacionariedade apresentaram resultados contraditórios para as duas amostras. O teste ADF rejeitou a hipótese nula de presença de raízes unitárias, apontando para a estacionariedade das mesmas. O teste KPSS, por outro lado,

rejeitou a hipótese nula de estacionariedade. Baillie et al. (1996) apontam que tal contradição é um indicativo de presença de integração fracionária, que pode ser interpretado como presença de memória longa nas séries. Destaca-se que tal questão foi testada posteriormente através do teste R/S modificado de Lo (Tabela 16).

A análise da ACF e da PACF também pode ser usada para a verificação da presença de memória longa em séries temporais, uma vez que estas apresentam um decaimento lento para as suas autocorrelações, fato que pode ser percebido através da visualização da ACF e da PACF. A Figura 11 expõe a ACF e a PACF para as duas amostras de variância realizada do Ibovespa.

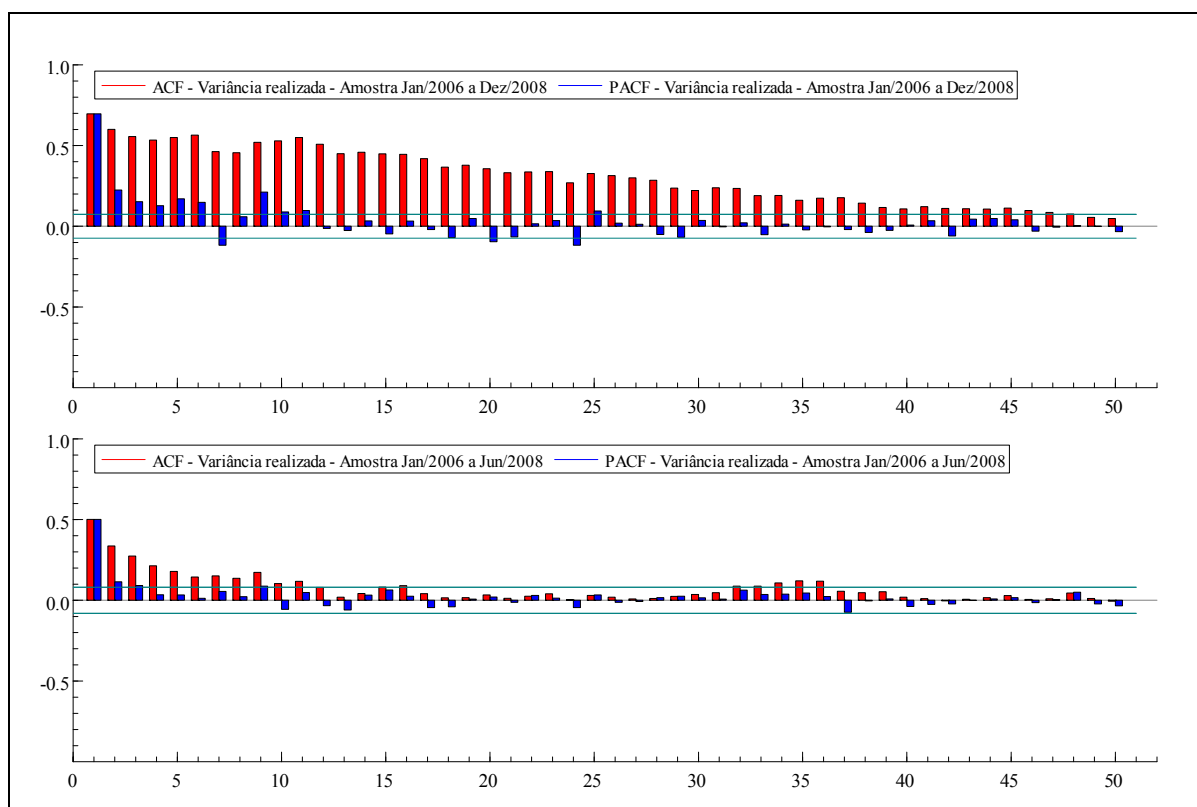


Figura 11 – ACF e PACF para a série de variância realizada do Ibovespa considerando os intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008.
Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Assim como o verificado para os retornos do Ibovespa, a ACF e a PACF revelaram uma redução na magnitude das autocorrelações quando excluído da amostra o segundo semestre de 2008. Pode-se perceber tal diferença comparando-se os resultados entre a amostra que cobre o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, cujo gráfico está localizado na parte de cima da Figura 11, e

amostra que considera o período de janeiro de 2006 a junho de 2008, localizado na parte de baixo da mesma Figura.

Dando continuidade ao processo de verificação da presença de autocorrelação nos dados, foi aplicado o teste Box-Pierce nas amostras. Os valores encontrados para a estatística Q do teste estão expostos na Tabela 15.

Tabela 15 – Teste Box-Pierce aplicado na série de variância realizada do Ibovespa considerando os intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008

Defasagem	Amostra de estimação - Jan/2006 a dez/2008	Amostra de estimação - Jan/2006 a jun/2008
	Estatística Q	Estatística Q
5	1283,630 ***	312,589 ***
10	2241,230 ***	378,874 ***
20	3704,110 ***	404,022 ***
50	4698,260 ***	452,796 ***

*** indica significativo ao nível de 1%.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 15 revela valores altamente significativos para a estatística Q nas duas amostras estudadas. Apesar disso, a magnitude dos valores apresentados na amostra que considera o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 supera em, pelo menos, quatro vezes àqueles encontrados para a segunda amostra, que não inclui o segundo semestre de 2008, evidenciando, dessa forma, os efeitos da crise ocorrida nas autocorrelações.

Constatada a presença de autocorrelação nas séries, buscou-se ainda verificar a presença de memória longa nas amostras. Os resultados para o teste R/S modificado de Lo são apresentados na Tabela 16.

O teste R/S modificado de Lo apontou para a ausência de memória longa nas duas amostras, o que indicou que poderiam ser usados modelos ARMA (p, q) na modelagem das séries, não sendo necessário testar modelos de memória longa.

Tabela 16 – Teste R/S modificado de Lo aplicado na série de variância realizada do Ibovespa considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Defasagem ¹	Amostra de estimação - Jan/2006 a dez/2008	Amostra de estimação - Jan/2006 a jun/2008
	Estatística R/S ²	Estatística R/S ²
25	1,444	1,655
50	1,161	1,478
75	1,069	1,379
100	1,029	1,332

¹ Para a seleção das defasagens seguiu-se o proposto em Espartero (2000).

² Os intervalos de confiança para o teste R/S modificado de Lo são de 0,861 a 1,747, 0,809 a 1,862 e 0,721 a 2,098 para os níveis de 90%, 95% e 99%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Foram testados modelos AR (p), MA (q) e ARMA (p, q) para a modelagem do índice brasileiro, sendo que o ARMA (2,1) com distribuição de erros normal revelou-se como o mais adequado para ambas as amostras. No caso da amostra que envolve o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, mesmo após a aplicação do modelo ARMA (2,1), alguns pontos ainda apresentaram autocorrelações. Destaca-se que foram testadas diversas ordens para p e q , no entanto o modelo que apresentou melhores resultados, ainda que insatisfatórios do ponto de vista da ausência de autocorrelação, foi o ARMA (2,1). Por outro lado, na amostra formada pelos meses de janeiro de 2006 a junho de 2008, o modelo ARMA (2,1) revelou resultados satisfatórios. Os valores encontrados para os critérios de informação e para a log-verossimilhança dos modelos estão expostos na Tabela 17.

Tabela 17 – Modelos ARMA (2,1) estimados para a série de variância realizada do Ibovespa, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008, e critérios utilizados para a seleção dos modelos

Amostra	Modelo	Distribuição de erros	AIC	SBC	Log verossimilhança
Jan/2006 a Dez/2008	ARMA (2,1)	Normal	-9,635	-9,617	3529,54
Jan/2006 a Jun/2008	ARMA (2,1)	Normal	-9,655	-9,634	2943,09

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 17 apresenta os valores para os critérios de informação dos modelos ARMA (2,1) estimados para as duas amostras de variância realizada estudadas. Destaca-se que apenas os modelos estimados que consideraram suas distribuições de erro como normais foram julgados adequados do ponto vista da significância dos coeficientes. Os valores revelados pelos coeficientes e suas respectivas significâncias estão expostos na Tabela 18.

Tabela 18 – Valores estimados dos coeficientes, com suas respectivas significâncias, dos modelos ARMA (2,1) selecionados para a etapa de previsões de volatilidade da série de variância realizada do Ibovespa considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Amostra	Coeficientes	ARMA (2,1) ~ N
Jan/2006	AR (1)	1,268 ***
a	AR (2)	-0,277 **
Dez/2008	MA (1)	-0,836 ***
Amostra	Coeficientes	ARMA (2,1) ~ N
Jan/2006	AR (1)	1,407 ***
a	AR (2)	-0,410 ***
Jun/2008	MA (1)	-0,944 ***

***, ** indicam significativo aos níveis de 1% e 5%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Segundo o apresentado na Tabela 18, todos os coeficientes revelaram-se significativos ao nível de, pelo menos, 5%. Os modelos foram estimados sem constante uma vez que, em relação àqueles com constante, revelaram-se mais adequados, apresentando coeficientes significativos e melhor desempenho na análise dos seus resíduos, conforme revelam a Figura 12 e a Tabela 19.

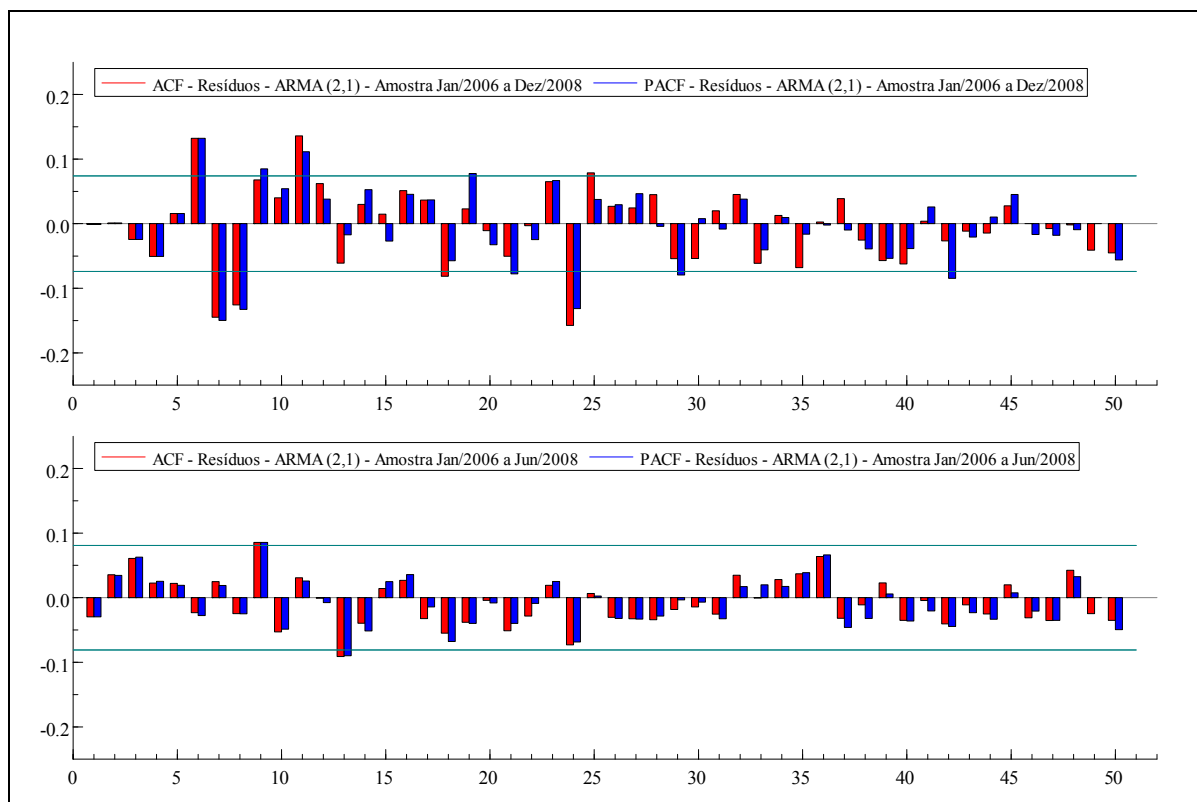


Figura 12 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série de variância realizada do Ibovespa, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos ARMA (2,1).

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Figura 12 traz a ACF e a PACF aplicadas aos resíduos padronizados dos modelos ARMA (2,1) estimados para as amostras de variância realizada do índice brasileiro. Visualmente fica evidente o melhor ajuste do modelo na amostra que considera o período de janeiro de 2006 a junho de 2008 (gráfico abaixo), em relação à amostra que leva em conta o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008.

Pode-se conjecturar que o período referente à crise teve uma forte influência na série de variância realizada, dificultando a estimação dos modelos ARMA para a amostra que levou em conta esse período. O teste Box-Pierce, apresentado na Tabela 19, confirma tal fato.

Os valores encontrados para a estatística Q , confirmam os problemas de adequação do modelo ARMA (2,1) para a amostra que leva em conta o segundo semestre de 2008. No entanto salienta-se que o ARMA (2,1) foi, entre todos os modelos testados, aquele que revelou o melhor desempenho, apresentando os menores valores para a estatística Q .

Tabela 19 – Teste Box-Pierce aplicado nos resíduos padronizados da série de variância realizada do Ibovespa após o ajuste realizado através do modelo ARMA (2,1) considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Amostra	Defasagens	ARMA (2,1) ~ N	
		Estatística Q - Resíduos	
	5	2,510	
Jan/2006	10	47,334 ***	
a			
Dez/2008	20	76,088 ***	
	50	131,874 ***	

Amostra	Defasagens	ARMA (2,1) ~ N	
		Estatística Q - Resíduos	
	5	4,074	
Jan/2006	10	11,323	
a			
Jun/2008	20	22,187	
	50	42,964	

*** indica significativo ao nível de 1%.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Vários procedimentos foram testados procurando melhorar o desempenho das estimações, entre eles, destacam-se a filtragem da autocorrelação na série intradiária inicialmente coletada, a aplicação da metodologia de Taylor e Xu (1997) na filtragem das sazonalidades intradiárias, a verificação de um possível Efeito Dia-da-Semana através de testes de médias e da aplicação de regressões com variáveis *dummy* e, por fim, o tratamento de *outliers*, através do procedimento de *winsorization*, seguindo o proposto em Lien e Balakrishnan (2005). No entanto nenhum dos procedimentos citados contribuiu para uma melhora no desempenho dos modelos ARMA estimados.

Após a estimação dos modelos ARMA para a série do Ibovespa, partiu-se para a análise da série de variância realizada do S&P 500, apresentada a seguir.

3.3.2 Resultados para o S&P 500

O comportamento da série de variância realizada do índice norte-americano foi avaliado, inicialmente, a partir do cálculo das estatísticas descritivas, do teste de normalidade de Jarque-Bera e dos testes de estacionariedade ADF e KPSS. Os resultados encontrados para as duas amostras consideradas são apresentados na Tabela 20.

Tabela 20 – Estatísticas descritivas e testes de normalidade e estacionariedade para as amostras de estimação da série de variância realizada do S&P 500

	Variância realizada S&P 500	
	Amostra de estimação - Jan/2006 a Dez/2008	Amostra de estimação - Jan/2006 a Jun/2008
Média	1,890E-04	7,330E-05
Mediana	5,240E-05	3,910E-05
Máximo	6,635E-03	1,256E-03
Mínimo	4,650E-06	4,650E-06
Desvio Padrão	4,800E-04	1,080E-04
Assimetria	6,219	5,741
Ex. de Curtose	56,069	51,149
Observações	735	612
Jarque-Bera ¹	101014 ***	62479 ***
ADF ²	-2,889 ***	-4,402 ***
KPSS ³	1,103 ***	1,463 ***

*** indica significativo ao nível de 1%.

¹ Segundo o indicado em tabelas estatísticas χ^2 ao nível de 5% e para 2 g.l., o valor crítico para o teste de Jarque-Bera é 5,99.

² ADF realizado sem constante e tendência, com valores críticos aproximados de -1,616, -1,941 e -2,568 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

³ KPSS realizado com constante, com valores críticos de 0,347, 0,463 e 0,739 para os níveis de 10%, 5% e 1% de significância, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 20 revela que ambas as amostras de estimação apresentaram valores positivos para a medida de assimetria, indicando que as suas distribuições se estendem para direita. As duas amostras também revelaram elevados valores

para o excesso de curtose, indício de não normalidade nas suas distribuições, fato que foi confirmado pelo teste Jarque-Bera.

Assim como o ocorrido para as amostras de variância realizada do Ibovespa, os teste de estacionariedade apresentaram resultados conflitantes. O teste ADF apontou para a estacionariedade das amostras, enquanto o teste KPSS, por outro lado, rejeitou a hipótese nula de estacionariedade. Conforme foi destacado anteriormente, a literatura aponta que tal incoerência é um indicativo de presença de integração fracionária na séries.

A seguir, foi verificada a presença de autocorrelação nas amostras de variância realizada do S&P 500. A Figura 13 traz a ACF e a PACF para ambas.

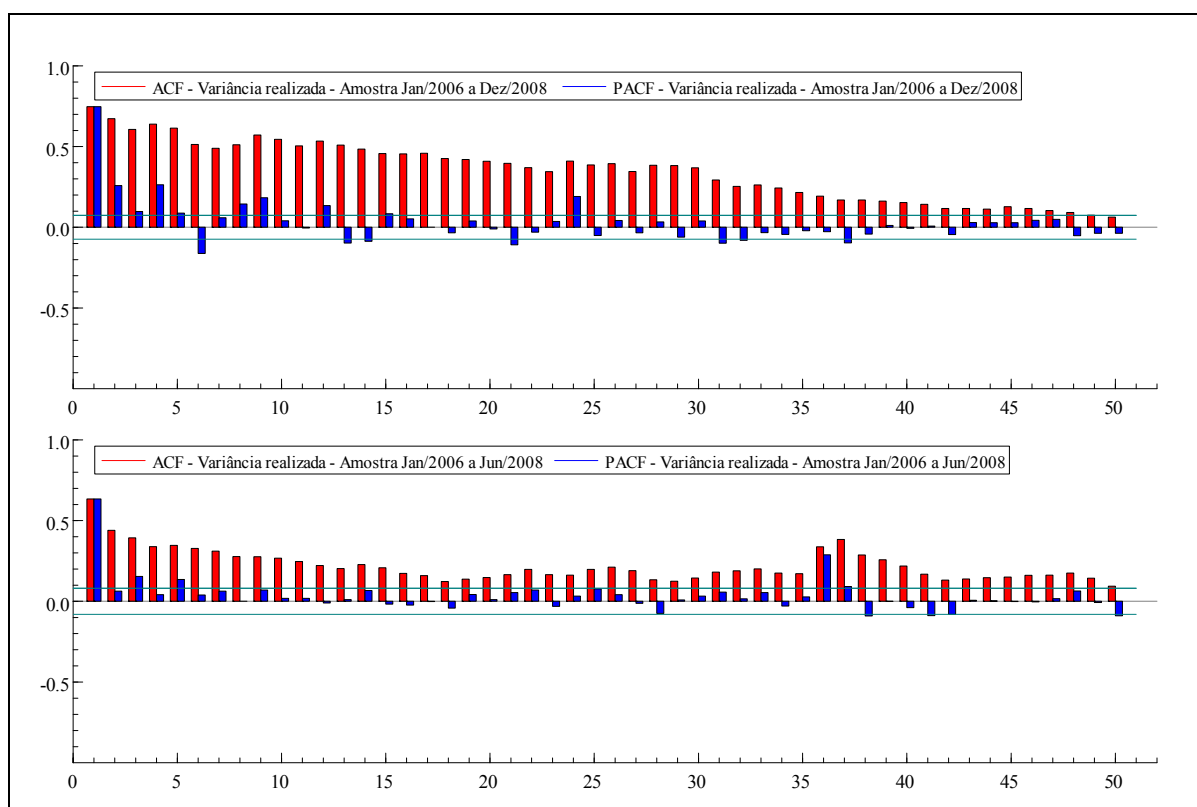


Figura 13 – ACF e PACF para a série de variância realizada do S&P 500 considerando os intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A ACF e a PACF indicaram a presença de autocorrelação em ambas as amostras, ainda que revelada de forma mais intensa na amostra que inclui o segundo semestre de 2008, refletindo, da mesma forma que para índice brasileiro,

os efeitos da crise na correlação da série de variância realizada do S&P 500. O teste Box-Pierce, apresentado na Tabela 21, confirma tal questão.

Tabela 21 – Teste Box-Pierce aplicado na série de variância realizada do S&P 500 considerando os intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008

Defasagem	Amostra de estimação - Jan/2006 a dez/2008	Amostra de estimação - Jan/2006 a jun/2008
	Estatística Q	Estatística Q
5	1601,450 ***	606,843 ***
10	2635,310 ***	873,720 ***
20	4277,070 ***	1097,950 ***
50	5826,580 ***	1840,520 ***

*** indica significativo ao nível de 1%.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 21 confirma a presença de correlação serial nas duas amostras, assim como, a maior intensidade desta na amostra de estimação que inclui o período da crise de 2008. Os valores revelados por esta para a estatística Q são, em média, três vezes superiores àqueles revelados pela amostra que compreende o intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008.

A aparente contradição entre os testes ADF e KPSS, expostos na Tabela 19, tornou relevante a verificação da presença de memória longa nas amostras, questão que foi analisada a partir do teste R/S modificado de Lo. A Tabela 22 apresenta os valores encontrados para a estatística R/S.

Tabela 22 – Teste R/S modificado de Lo aplicado na série de variância realizada do S&P 500 considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Defasagem ¹	Amostra de estimação - Jan/2006 a dez/2008	Amostra de estimação - Jan/2006 a jun/2008
	Estatística R/S ²	Estatística R/S ²
25	1,480	1,842 *
50	1,171	1,470
75	1,074	1,291
100	1,029	1,189

* indica significativo ao nível de 10%.

¹ Para a seleção das defasagens seguiu-se o proposto em Espartero (2000).

² Os intervalos de confiança para o teste R/S modificado de Lo são de 0,861 a 1,747, 0,809 a 1,862 e 0,721 a 2,098 para os níveis de 90%, 95% e 99%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Os valores apresentados pela estatística R/S revelaram-se não significativos para a amostra de estimação que levou em conta o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008. Para a amostra que desconsidera o segundo semestre de 2008, o teste R/S modificado apresentou significância, ao nível de 10%, quando consideradas 25 defasagens. A partir desta constatação, foram considerados na estimação da volatilidade da amostra, o modelo ARFIMA (p, d, q).

Entre os modelos pertencentes a família ARMA testados, o ARMA (2,1) com distribuição de erros normal foi aquele que apresentou o melhor ajuste para a amostra que envolve o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008. No entanto, assim como o verificado no Ibovespa, mesmo após a aplicação do modelo, alguns pontos ainda apresentaram autocorrelações. Novamente foram avaliados outros modelos, considerando diversas ordens para p e q , no entanto o ARMA (2,1) foi o que revelou melhores resultados, ainda que a questão da autocorrelação não fosse solucionada. Na amostra composta pelos meses de janeiro de 2006 a junho de 2008, confirmou-se a melhor adequação de um modelo com memória longa, o ARFIMA (1, d , 1) foi àquele que revelou o melhor ajuste. Os valores encontrados para os critérios de informação e para a log-verossimilhança dos modelos são revelados na Tabela 23.

Tabela 23 – Modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d , 1) estimados para a série de variância realizada do S&P 500, considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008, e critérios utilizados para a seleção dos modelos

Amostra	Modelo	Distribuição de erros	AIC	SBC	Log verossimilhança
Jan/2006 a Dez/2008	ARMA (2,1)	Normal	-9,658	-9,639	3552,29
Jan/2006 a Jun/2008	ARFIMA (1, d , 1)	Normal	-9,665	-9,643	2960,36

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 23 podem ser visualizados os valores para os critérios de informação dos modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d , 1) estimados para as amostras estudadas. Tal qual o para o índice brasileiro, foram levadas em conta também outras distribuições de erro, além da normal, no entanto as mesmas

revelaram um ajuste bastante inferior, durante a fase de verificação de autocorrelações remanescentes nos resíduos. Os coeficientes encontrados para os modelos citados na Tabela 23 e suas respectivas significâncias são apresentados de forma mais detalhada na Tabela 24.

Tabela 24 – Valores estimados dos coeficientes, com suas respectivas significâncias, dos modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d , 1) selecionados para a etapa de previsões de volatilidade da série de variância realizada do S&P 500 considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Amostra	Coeficientes	ARMA (2,1) ~ N
Jan/2006	AR (1)	1,287 ***
a	AR (2)	-0,300 *
Dez/2008	MA (1)	-0,808 ***
Amostra	Coeficientes	ARFIMA (1, d , 1) ~ N
Jan/2006	d	0,402 ***
a	AR (1)	-0,529 *
Jun/2008	MA (1)	0,690 **

***, **, * indicam significativo aos níveis de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Os modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d , 1) estimados apresentaram coeficientes significativos a um nível de, pelo menos, 10%. A significância do coeficiente d confirmou a adequação do modelo de memória longa utilizado. Por fim, foi analisada a presença de autocorrelação nos resíduos das amostras. Na Figura 14 podem ser visualizadas a ACF e a PACF para os resíduos padronizados dos modelos.

A Figura 14 revela o ajuste insatisfatório, do ponto de vista da eliminação da correlação serial, apresentado pelo ARMA (2,1) na amostra que incluiu o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008. A presença de autocorrelações significativas se manifestou em diversas defasagens. Por outro lado, o modelo ARFIMA (1, d , 1) revelou um ajuste bem melhor para a amostra em que período da crise foi desconsiderado. Autocorrelações significativas manifestaram-se apenas nas defasagens 35, 36 e 37.

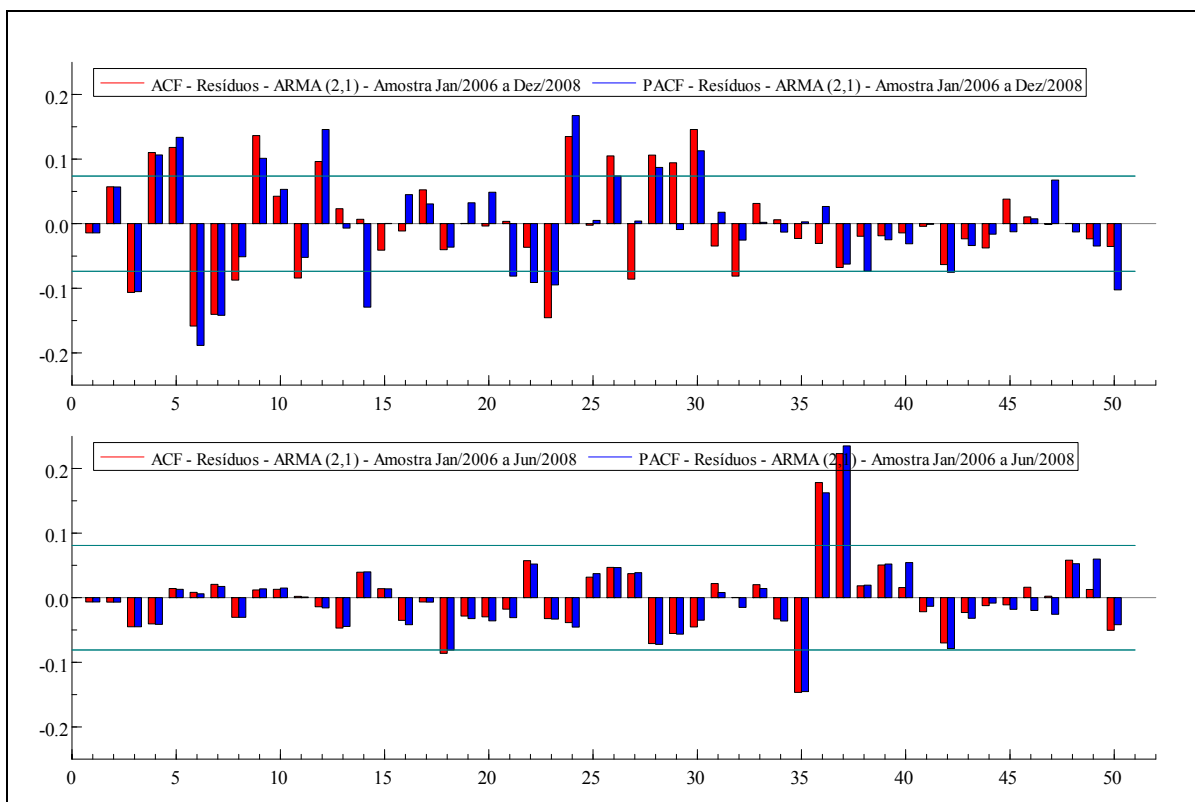


Figura 14 – ACF e PACF para os resíduos padronizados da série de variância realizada do S&P 500, considerando o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e janeiro de 2006 a junho de 2008, após o ajuste realizado através dos modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d , 1).

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Ainda durante o processo de análise dos retornos, foi aplicado o teste de Box-Pierce nos resíduos padronizados. Os resultados para a estatística Q do testes encontram-se na Tabela 25.

O teste Box-Pierce confirma o ajuste insatisfatório do modelo ARMA (2,1) na amostra que considerou o intervalo de janeiro de 2006 a dezembro de 2008, uma vez que os seus resíduos revelaram a presença de correlação serial mesmo após os ajustes. O modelo ARFIMA (1, d , 1) apresentou resultados satisfatórios, revelando apenas a presença de autocorrelação significativa quando o teste levou em conta 50 defasagens. No entanto, pode-se conjecturar que tal fato deve ser consequência de fatos isolados, possivelmente em função dos resultados significativos encontrados para as defasagens 35, 36 e 37, conforme foi apontado na Figura 14.

Tabela 25 – Teste de Box-Pierce aplicado nos resíduos padronizados da série de variância realizada do S&P 500 após o ajuste realizado através dos modelos ARMA (2,1) e ARFIMA (1, d, 1) considerando as amostras de estimação com intervalos de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 e de janeiro de 2006 a junho de 2008

Amostra	Defasagens	ARMA (2,1) ~ N	
		Estatística Q - Resíduos	
Jan/2006 a	5	30,298	***
	10	84,567	***
Dez/2008	20	101,917	***
	50	198,358	***

Amostra	Defasagens	ARFIMA (1, d, 1) ~ N	
		Estatística Q - Resíduos	
Jan/2006 a	5	2,441	
	10	3,514	
Jun/2008	20	12,696	
	50	105,125	***

*** indica significativo ao nível de 1%.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Mais uma vez deve-se destacar que, da mesma forma que para o Ibovespa, foram testados vários procedimentos procurando melhorar o desempenho das estimações, entre eles, métodos de filtragem da autocorrelação e sazonalidade (TAYLOR e XU, 1997) na série intradiária através da qual foi construída a série de variância realizada, verificação da presença de sazonalidades diárias, tratamento de *outliers*, através do procedimento de *winsorization*. Porém, tal qual para o índice brasileiro, nenhum dos procedimentos citados contribuiu para uma melhora no desempenho dos modelos ARMA estimados.

Após a estimação dos modelos de variância realizada e já de posse dos modelos estimados a partir dos retornos diários, partiu-se para a etapa de previsões, onde buscou-se comparar o desempenho dos mesmos. Os resultados estão expostos no próximo capítulo.

4. COMPARANDO OS MODELOS ESTIMADOS

A adequação dos modelos também foi testada em termos de suas previsões, uma vez que a previsão pode ser considerada uma aplicação prática e direta dos mesmos. Foram realizadas previsões considerando as duas amostras, de forma que, os modelos estimados durante o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 foram testados durante o primeiro semestre de 2009 e àqueles estimados a partir do intervalo de janeiro de 2006 a junho de 2008 foram aplicados durante o segundo semestre de 2008.

Através de tal divisão foi possível avaliar os modelos em duas situações distintas: a primeira testando modelos estimados a partir de dados que cobriram um período de alta volatilidade (segundo semestre de 2008) em um período de relativa estabilidade (primeiro semestre de 2009) e a segunda testando modelos estimados a partir de dados pertencentes a um período estável (janeiro de 2006 a junho de 2008) em um período de alta volatilidade (segundo semestre de 2008).

As previsões foram realizadas levando-se em conta o horizonte temporal de quatro passos: 1, 5, 25 e, por fim, o valor encontrado para a última observação presente em cada uma das amostras de avaliação analisadas. Em relação a esse último, para a série do Ibovespa, os valores foram de 104 para a amostra que cobriu o primeiro semestre de 2009 e 125 para a amostra correspondente ao segundo semestre de 2008, para o S&P 500 esses valores foram de 104 e 123, respectivamente. A acurácia das previsões foi verificada através de três funções de perda, o erro médio, o erro quadrático médio e o erro absoluto médio.

Os resultados obtidos para a primeira amostra do Ibovespa, cuja amostra de avaliação corresponde ao primeiro semestre de 2009, são apresentados na Tabela 26.

Tabela 26 – Resultados obtidos para as funções de perda para a série do Ibovespa considerando a amostra de avaliação correspondente ao período de janeiro a junho de 2009

Passos	Erro Médio			
	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARMA (2,1) ~ N
1	-0,00419236	-0,00425686	-0,00404446	-0,00424686
5	-0,00104239	-0,00108887	-0,00087311	-0,00106901
25	-0,00025515	-0,00022759	0,00001417	-0,00030877
104	-0,00010746	0,00006496	0,00049713	-0,00028570
Passos	Erro Médio Quadrático			
	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARMA (2,1) ~ N
1	0,00001758	0,00001812	0,00001636	0,00001804
5	0,00000366	0,00000378	0,00000337	0,00000376
25	0,00000119	0,00000123	0,00000120	0,00000121
104	0,00000082	0,00000086	0,00000118	0,00000088
Passos	Erro Médio Absoluto			
	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARMA (2,1) ~ N
1	0,00419236	0,00425686	0,00404446	0,00424686
5	0,00113933	0,00116729	0,00103777	0,00115919
25	0,00070400	0,00072454	0,00077395	0,00069709
104	0,00058569	0,00066509	0,00094195	0,00055331

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Em relação às três funções de perda analisadas, temos o IGARCH (1,1) como o modelo que revelou os menores erros médios para previsões 1 e 5 passos a frente. Para as previsões de 25 e 104 passos, os resultados não foram unânimes. O erro médio quadrático apontou para a maior acurácia do GARCH (1,1), enquanto o erro médio absoluto confirmou o modelo de variância realizada ARMA (2,1) como aquele com o menor erro.

Um fato interessante constatado foi a verificação que o desempenho dos modelos depende do horizonte de previsão considerado e da função de perda que está se levando em conta na avaliação do mesmo. Conforme pode ser visualizado na Tabela 26, o melhor modelo para previsões 1 e 5 passos a frente não foi o mesmo quando levou-se em conta 25 e 104 passos, da mesma forma que, dependendo da função de perda considerada, um modelo revelou-se ora o mais adequado, ora não.

Dando continuidade à análise do índice brasileiro, foi observado o comportamento dos modelos para previsões realizadas durante o segundo semestre

de 2008, período considerado como o epicentro da crise financeira. Os resultados para o erro médio, o erro quadrático médio e o erro absoluto médio estão expostos na Tabela 27.

Tabela 27 – Resultados obtidos para as funções de perda para a série do Ibovespa considerando a amostra de avaliação correspondente ao período de julho a dezembro de 2008

Passos	Erro Médio			
	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARMA (2,1) ~ N
1	-0,00031786	-0,00026496	-0,00026966	-0,00045146
5	-0,00026842	-0,00020374	-0,00021300	-0,00037680
25	-0,00009486	0,00000854	-0,00000249	-0,00020324
125	-0,00137576	-0,00122863	-0,00109192	-0,00152387
Passos	Erro Médio Quadrático			
	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARMA (2,1) ~ N
1	0,00000010	0,00000007	0,00000007	0,00000020
5	0,00000035	0,00000032	0,00000032	0,00000042
25	0,00000023	0,00000022	0,00000022	0,00000026
125	0,00001056	0,00001015	0,00000974	0,00001103
Passos	Erro Médio Absoluto			
	GARCH (1,1) ~ t. a.	GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARMA (2,1) ~ N
1	0,00031786	0,00026496	0,00026966	0,00045146
5	0,00051514	0,00050902	0,00050840	0,00054492
25	0,00038782	0,00041785	0,00041170	0,00037762
125	0,00159433	0,00159143	0,00159190	0,00161821

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Em relação aos resultados encontrados para as previsões durante o segundo semestre de 2008, as medidas de erro médio e de erro médio quadrático apontaram para o melhor desempenho do GARCH-GJR (1,1), quando levadas em conta as previsões 1 e 5 passos a frente. As mesmas mediadas apontaram o IGARCH (1,1) como o modelo mais adequado para previsões de 25 e 125 passos. O erro médio absoluto, por outro lado, apontou o GARCH-GJR (1,1) como o mais adequado para previsões 1 e 125 passos a frente, enquanto para 5 e 25 passos o IGARCH (1,1) e o modelo de variância realizada ARMA (2,1) revelaram-se os mais adequados, respectivamente.

Os efeitos da crise de 2008 na acurácia dos modelos de previsão podem ser verificados através da comparação entre as Tabelas 26 e 27. Pode-se notar um

aumento na magnitude da média das funções de perda observadas, ao ser levada em conta o tamanho total das amostras de estimação. Os valores encontrados para o erro médio dos modelos durante as previsões envolvendo o período de crise foram, em média, 32 vezes superiores ao erro de previsão apresentado pelos modelos durante o primeiro semestre de 2009. Para o erro médio quadrático essa diferença foi de onze vezes, enquanto para o erro médio absoluto o aumento foi de 1,5 vezes.

Os mesmos procedimentos, em termos de horizonte de previsão e funções de perda consideradas para a avaliação das previsões, foram levados em conta para o índice norte-americano S&P 500. O desempenho dos modelos durante o primeiro semestre de 2009 pode ser verificado na Tabela 28.

Tabela 28 – Resultados obtidos para as funções de perda para a série do S&P 500 considerando a amostra de avaliação correspondente ao período de janeiro a junho de 2009

Erro Médio				
Passos	ARMA (1,1) GARCH (1,1) ~ N	ARMA (1,1) GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	ARMA (1,1) IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARMA (2,1) ~ N
1	-0,00037878	-0,00045518	-0,00032468	-0,00078138
5	0,00018868	0,00011664	0,00024762	-0,00018708
25	0,00022262	0,00017182	0,00030547	-0,00016510
104	0,00002139	0,00004466	0,00019048	-0,00040295
Erro Médio Quadrático				
Passos	ARMA (1,1) GARCH (1,1) ~ N	ARMA (1,1) GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	ARMA (1,1) IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARMA (2,1) ~ N
1	0,00000014	0,00000021	0,00000011	0,00000061
5	0,00000024	0,00000022	0,00000026	0,00000024
25	0,00000021	0,00000019	0,00000026	0,00000019
104	0,00000057	0,00000058	0,00000061	0,00000074
Erro Médio Absoluto				
Passos	ARMA (1,1) GARCH (1,1) ~ N	ARMA (1,1) GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	ARMA (1,1) IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARMA (2,1) ~ N
1	0,00037878	0,00045518	0,00032468	0,00078138
5	0,00047734	0,00046382	0,00049012	0,00040934
25	0,00042545	0,00040046	0,00046951	0,00031870
104	0,00050250	0,00051605	0,00059459	0,00045911

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

A Tabela 28 mostra que as medidas de erro médio e de erro quadrático médio apontaram que cada um dos quatro modelos estimados foram adequados para a previsão de apenas um horizonte de tempo considerado. Assim, para 1 passo a frente, o modelo ARMA (1,1)-IGARCH (1,1) foi apontado como o mais adequado, a medida de erro médio absoluto também confirmou essa questão. Para 5 passos o ARMA (1,1)-GARCH-GJR (1,1) foi àquele com maior acurácia, para previsões de 25 passos o modelos de variância realizada ARMA (2,1) apresentou um melhor desempenho, enquanto o ARMA (1,1)-GARCH (1,1) foi o mais apropriado para previsões 104 passos à frente. O erro médio absoluto, por sua vez, apontou para o ARMA (2,1) como aquele modelo com a melhor acurácia de previsão, levando-se em conta previsões de 5, 25 e 104 passos.

No que diz respeito à estabilidade no desempenho dos modelos, a mesma questão visualizada no Ibovespa pode ser verificada no S&P 500, ou seja, o desempenho dos mesmos varia de acordo com o horizonte de previsão e com a função de perda considerada no momento da avaliação da sua acurácia.

O próximo passo consistiu em verificar o comportamento dos modelos para o índice norte-americano, através de previsões realizadas durante o segundo semestre de 2008. A Tabela 29 apresenta os resultados para as funções de perda consideradas.

A análise das previsões para o segundo semestre de 2008 revelou o modelo de variância realizada ARFIMA (1, d , 1) como o mais adequado para previsões 1 passo a frente, segundo as três medidas consideradas. Para previsões 5 passos a frente o ARMA (1,1)-GARCH-GJR (1,1) foi apontado como o melhor ajustado. O mesmo modelo também revelou-se como o mais adequado para previsões de 123 passos. Para 25 passos, as medidas de erro médio e de erro médio quadrático também destacaram o ARMA (1,1)-GARCH-GJR (1,1) como modelo mais preciso. Por outro lado, o erro médio absoluto do ARMA (1,1)-GARCH (1,1) foi menor para o mesmo horizonte de previsão.

Tabela 29 – Resultados obtidos para as funções de perda para a série do S&P 500 considerando a amostra de avaliação correspondente ao período de julho a dezembro de 2008

Erro Médio				
Passos	ARMA (1,1) GARCH (1,1) ~ N	ARMA (1,1) GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	ARMA (1,1) IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARFIMA (1, d, 1) ~ N
1	0,00012774	0,00021644	0,00014414	0,00007526
5	-0,00010305	-0,0001269	-0,00008457	-0,00015973
25	-0,00007726	0,00002098	-0,00004846	-0,00013434
123	-0,00099802	-0,00086963	-0,00092512	-0,00105329
Erro Médio Quadrático				
Passos	ARMA (1,1) GARCH (1,1) ~ N	ARMA (1,1) GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	ARMA (1,1) IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARFIMA (1, d, 1) ~ N
1	0,00000002	0,00000005	0,00000002	0,00000001
5	0,00000005	0,00000004	0,00000004	0,00000006
25	0,00000006	0,00000005	0,00000005	0,00000007
123	0,00000517	0,00000491	0,00000500	0,00000529
Erro Médio Absoluto				
Passos	ARMA (1,1) GARCH (1,1) ~ N	ARMA (1,1) GARCH-GJR (1,1) ~ t. a.	ARMA (1,1) IGARCH (1,1) ~ t. a.	ARFIMA (1, d, 1) ~ N
1	0,00012774	0,00021644	0,00014414	0,00007526
5	0,00018931	0,00017059	0,00018479	0,00020286
25	0,00017242	0,00019297	0,00017476	0,00017723
123	0,00105932	0,00103813	0,00103825	0,00108094

Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados da pesquisa.

Da mesma forma que para o mercado brasileiro, ao serem comparados os erros de previsão nas duas amostras do S&P 500, foi possível identificar os efeitos da crise de 2008 nos modelos de previsão utilizados. Tendo como base o primeiro semestre de 2009, as previsões para o segundo semestre de 2008 revelaram um erro médio 26 vezes maior. Para o erro médio quadrático essa magnitude foi de sete vezes, enquanto o erro médio absoluto para as previsões do segundo semestre de 2008 foi o dobro dos valores apresentados para o primeiro semestre de 2009.

Os resultados apresentados para os dois índices, considerando também as duas amostras, revelaram uma considerável vantagem dos modelos ARMA-GARCH estimados a partir de dados diários em relação aos modelos ARMA estimados com as séries de variância realizada, construídas a partir dos dados intradiários. Para o Ibovespa, considerando-se as duas amostras, os modelos de variância estimada

apresentaram resultados superiores aos demais apenas em três situações que levaram em conta o erro médio absoluto.

No caso do índice norte-americano, os modelos ARMA revelaram um desempenho um pouco superior. Para as previsões realizadas durante o primeiro semestre de 2009, o ARMA (2,1) revelou-se o mais preciso para as previsões 25 passos a frente, além de apresentar um desempenho superior aos demais modelos na medida de erro médio absoluto para previsões de cinco e 104 passos. Levando-se em conta as previsões para o segundo semestre de 2008, o modelo ARFIMA (1, d , 1) foi aquele que revelou os melhores resultados nas previsões um passo a frente.

Assim, comparando-se os dois índices, pode-se afirmar que os modelos de variância realizada apresentaram resultados mais precisos na previsão da volatilidade diária do índice norte-americano, apesar dos resultados terem sido superiores em apenas um terço das situações avaliadas.

Comparando-se os resultados para as duas amostras, tem-se que, para o primeiro semestre de 2009, os modelos de variância realizada apresentaram desempenho superior aos modelos ARMA-GARCH estimados a partir de dados diários em um quarto dos casos, sempre quando observou-se o erro absoluto médio. Cabe destacar que, para os dois índices, os modelos IGARCH foram aqueles que revelaram os menores erros nas previsões um passo a frente, fato que confirma a vantagem na utilização de modelos mais parcimoniosos em sua estimação.

Levando-se em conta as previsões durante o segundo semestre de 2008, tem-se que em apenas um sexto dos casos, os modelos de variância realizada foram superiores aos demais. Fato que indica uma perda de precisão dos mesmos, em relação aos ARMA-GARCH estimados a partir de dados diários, nos momentos de maior volatilidade do mercado. Para esse período, os GARCH-GJR revelaram um desempenho superior aos demais modelos em 58% dos casos, indicando que o efeito alavancagem se torna mais evidente em momentos de elevada volatilidade nos retornos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desde o trabalho seminal de Harry Markowitz, em 1952, que a volatilidade dos retornos dos ativos passou a ocupar uma peça central dentro das pesquisas em finanças. Ao longo dos anos, pesquisadores têm buscado compreender melhor o comportamento dessa variável, para tanto, diversos modelos para estimação da volatilidade foram desenvolvidos. Nos últimos anos, a crescente disponibilidade de dados financeiros em intervalos de tempo cada vez menores permitiu a criação de novas formas de se abordar tal questão, entre as quais destacam-se os métodos de modelagem da volatilidade através da chamada variância realizada.

O presente estudo teve como objetivo geral analisar como os modelos que incorporam dados intradiários se comportam, em termos de acurácia de previsão diária, em relação aos modelos que utilizam apenas dados diários. Uma justificativa teórica para o uso de dados intradiários em previsões diárias estaria na maior quantidade de informações contidas nestes, uma vez que as séries construídas a partir de dados diários incorporam apenas os preços de fechamento dos ativos estudados.

Inicialmente foram estimados os modelos construídos a partir de séries de dados diários. Para o Ibovespa, os resultados apontaram para a melhor adequação dos modelos GARCH que utilizaram uma distribuição *t-student* assimétrica de erros. Não foi necessário considerar nenhum modelo ARMA para modelar a média das séries durante o tratamento da autocorrelação nos resíduos e nos resíduos elevados ao quadrado. O S&P 500, por sua vez, foi modelado a partir de modelos ARMA-GARCH com distribuição *t-student* assimétrica de erros, na sua maioria. Foi testada a presença de memória longa nas séries, no entanto, os resultados acusaram para a ausência de tal característica em ambas as séries.

Destaca-se que a melhor adequação da distribuição *t-student* assimétrica para acomodar os erros dos modelos acabou confirmando questões já apontadas durante a análise descritiva das séries, como valores superiores a zero para o excesso de curtose e rejeição da hipótese nula de normalidade para o teste Jarque-

Bera. Esses resultados foram ao encontro daqueles encontrados por Giot e Laurent (2004), que já haviam analisado, entre outros índices, o S&P 500.

As séries de variância realizada foram estimadas por modelos ARMA e ARFIMA. As duas amostras consideradas para o índice brasileiro foram modeladas por modelos ARMA, enquanto para o índice norte-americano utilizou-se um ARMA para modelar a amostra de estimação que incorporou o período de crise e um modelo ARFIMA na modelagem da amostra na qual esse período foi retirado.

Chama-se a atenção para o fato de que, mesmo após a aplicação dos modelos ARMA e a tentativa de inúmeras procedimentos que melhorassem o desempenho das estimações, os testes nos resíduos dos modelos continuaram acusando a presença de autocorrelação nos mesmos, para ambos os índices. Pode-se afirmar que foi nesse ponto do estudo que os efeitos da crise foram sentidos de maneira mais intensa, uma vez que ao ser retirado da amostra o intervalo de julho a dezembro de 2008, os modelos puderam ser estimados normalmente.

Em relação a comparação entre o desempenho dos modelos ARMA-GARCH estimados a partir de dados diários e os modelos ARMA e ARFIMA estimados segundo as séries de variância realizada, tem-se que os últimos acabaram revelando um desempenho inferior em relação aos primeiros. Considerando os dois índices estudados, para as previsões realizadas durante o primeiro semestre de 2009, os modelos de variância realizada apresentaram resultados superiores aos demais modelos em um quarto dos casos. Para as previsões durante o segundo semestre de 2008, epicentro da crise financeira, tal proporção caiu para um sexto dos casos apenas.

Quando comparados os resultados para os dois índices, os modelos de variância realizada revelaram um desempenho superior nas previsões para o S&P 500. Mesmo assim, os resultados foram superiores em apenas um terço das situações avaliadas. Para o Ibovespa tal fato ocorreu em somente um oitavo das previsões, sempre quando observou-se a medida de erro médio absoluto.

Apesar da literatura frequentemente apontar para o problema de superestimação de previsões dos modelos pertencentes à família GARCH na presença de *outliers*, estes apresentaram erros menores do que os revelados pelos modelos de variância realizada. Tal questão é destacada uma vez que foram identificados

diversos valores extremos durante o segundo semestre de 2008. Entre os modelos GARCH, destaca-se o desempenho do GARCH-GJR nas previsões referentes ao período supracitado. Tal modelo revelou-se o mais preciso em 58% dos casos (nas previsões para o primeiro semestre de 2009, o GARCH-GJR foi superior em apenas 12,5% dos casos), indicando que o efeito alavancagem se tornou mais evidente durante o período de crise.

Além de implicações acadêmicas, os resultados encontrados no estudo também têm importância para profissionais do mercado financeiro, uma vez que os mesmos modelos aplicados na pesquisa também podem ser utilizados no dia-a-dia desses profissionais. No item a seguir, tem-se as principais contribuições da presente pesquisa para ambos.

5.1 CONTRIBUIÇÕES DO ESTUDO

A disponibilidade de bancos de dados com cotações intradiárias é relativamente recente nos mercados ditos emergentes, havendo ainda uma certa carência de estudos acadêmicos envolvendo essa espécie de dados. Um dos principais benefícios na utilização de dados intradiários é a possibilidade de se construir uma série de variância realizada. Alguns estudos utilizaram tais séries para modelar e prever a volatilidade diária de ativos, sendo que, frequentemente os resultados foram comparados com àqueles obtidos na estimação dos modelos GARCH tradicionais, utilizando apenas dados de cotações diárias.

Na presente pesquisa não se obteve nenhuma evidência concreta que indicasse a vantagem em se utilizar informações intradiárias na realização de previsões diárias, uma vez que os modelos construídos a partir de séries de variância realizada apresentaram um desempenho médio inferior aos modelos ARMA-GARCH calculados a partir dos retornos diários.

Do ponto de vista acadêmico, esses resultados vão ao encontro do evidenciado por outros pesquisadores, como Carvalho et. al (2006) e Rodrigues

(2006) para o mercado brasileiro, e Giot e Laurent (2004) para o mercado norte-americano. No entanto os resultados ainda são conflitantes quando se comparam modelos de variância realizada com àqueles estimados a partir de retornos diários.

Apesar de dos modelos de variância realizada terem apresentado um desempenho um pouco melhor na previsão do S&P 500, não foi possível identificar uma diferença significativa entre o comportamento deste e do Ibovespa. Pode-se conjecturar que a crise de 2008 acabou criando uma semelhança de comportamento entre os dois, uma vez que sabe-se que a correlação entre os mercados tende a aumentar em períodos de elevada volatilidade, o que pode gerar, entre outras consequências, a perda dos possíveis benefícios trazidos pela diversificação internacional em uma carteira de ativos.

Outra questão que pode ser levantada, diz respeito à validade de tais modelos em períodos de elevada volatilidade: até que ponto tais modelos seriam confiáveis, uma vez que é justamente nos momentos de crise que as grandes perdas financeiras ocorrem. Dentro desse contexto, o conhecimento formal de tais modelos e, conseqüentemente, das suas limitações é fundamental para os profissionais do mercado. Naturalmente nenhum modelo pode ser responsabilizado por possíveis prejuízos.

5.2 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

A análise de modelos financeiros em momentos de crise possui pontos positivos e negativos. Entre os pontos positivos pode-se citar a possibilidade de se testar a adequação e robustez de tais modelos em momentos de maior volatilidade; momentos que, assim como àqueles de estabilidade, fazem parte da realidade dos mercados financeiros, mas que às vezes acabam sendo menosprezados ou até mesmo ignorados nas pesquisas.

Uma vez que os momentos de crise representam um interessante teste para os modelos financeiros, acaba-se verificando que, em determinadas situações, tais

modelos não se comportam da maneira mais desejada, como foi o caso dos modelos ARMA estimados a partir da amostra que incluía os dados referentes ao segundo semestre de 2008 e utilizados para a modelagem da variância realizada. Mesmo após uma série de tentativas para a melhoria das estimações dos modelos, não foi possível retirar completamente a autocorrelação das séries, fato que prejudicou a qualidade das previsões realizadas e, conseqüentemente, tem implicações nas comparações realizadas entre os modelos.

5.3 SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

Estudos futuros poderão, em primeiro lugar, analisar outros horizontes temporais, buscando verificar se os modelos testados mantêm o seu desempenho ao longo do tempo, nos mercados brasileiro e norte-americano. Em segundo lugar, havendo a disponibilidade de dados, podem ser incluídas séries de outros países, desenvolvidos e emergentes, nas análises, assim existiria a possibilidade de serem identificados padrões em função do desenvolvimento econômico dos países.

Por fim, podem ser testadas outras técnicas para a modelagem de séries temporais, como através do uso de redes neurais artificiais ou de modelos de volatilidade estocástica. Outra questão interessante seria testar a possibilidade de utilização de um modelo híbrido, que incorporasse dados diários e intradiários conjuntamente na previsão da volatilidade diária.

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, C. **Modelos de mercados**: um guia para a análise de informações financeiras. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005.

ANDERSEN, T. G.; BOLLERSLEV, T. Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. **International Economic Review**, v. 39, p. 885-905, 1998.

ANDERSEN, T.; BOLLERSLEV, T.; DIEBOLD, F.; LABYS, P. Modeling and forecasting realized volatility. **Econometrica**, v. 71, p. 579-625, 2003.

BAILLIE, R. T.; DACOROGNA, M. M. High frequency data in finance. **Journal of Empirical Finance**, v. 4, p. 69-72, 1997.

BAILLIE, R., CHUNG, C.-F., & TIESLAU, M. A. Analyzing inflation by the fractionally integrated ARFIMA-GARCH model. **Journal of Applied Econometrics**, v. 11, p. 23-40, 1996).

BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos Deuses**: a fascinante história do risco. 17 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 1997.

BERNSTEIN, P. L. **A história do mercado de capitais**: o impacto da ciência e da tecnologia nos investimentos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

BERTI, A. F. **Estimação da volatilidade diária com dados de alta frequência: aplicações ao cálculo do Valor em Risco do IBOVESA**. 2005, 77p. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada) - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

BHATTACHARYYA, M.; KUMAR M, D.; KUMAR, R. Optimal sampling frequency for volatility forecast models for the Indian Stock Markets. **Journal of Forecasting**, v. 28, p. 38-54, 2009.

BOLLERSLEV, T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307-327, 1986.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Times series analysis: forecasting and control**. San Francisco: Holden Day, 1976.

BOX, G. E. P.; PIERCE, D. Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. **Journal of the American Statistical Association**, v. 65, p. 1509-1526, 1970.

BROOKS, C. **Introductory econometrics for finance**. 2 ed. New York: Cambridge University Press, 2008.

CARVALHO, M. C.; FREIRE, M. A. S.; MEDEIROS, M. C.; SOUZA, L. R. Modeling and forecasting the volatility of Brazilian asset returns: a realized variance approach. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 4, p. 321-343, 2006.

DICKEY, D. A., FULLER, W. A. Likelihood ratio statistic for autorregressive time series with a unit root. **Econometrica**, v.49, p.1057-1072, 1981.

ENDERS, W. **Applied econometric time series**. 2 ed. New York: John Wiley & Sons, 2004.

ENGLE, R. F. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with estimates of the variances of U.K. Inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987-1008, 1982.

ESPARTERO, A. P. **Estimación de identificación de modelos de volatilidad estocástica con memoria larga**. 2000, 360p. Tesis (Doctorado en Economía Aplicada) – Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de La Universidad de Valladolid, Valladolid, 2000.

GIOT, P.; LAURENT, S. Modeling daily Value-at-Risk using realized volatility and ARCH type models. **Journal of Empirical Finance**, v. 11, p. 379-398, 2004.

GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. **Journal of Finance**, v. 48, p. 1779–1801, 1993.

GOODHART, C. A.; O'HARA, M. High frequency data in financial markets: issues and applications. **Journal of Empirical Finance**, v. 4, p. 73-114, 1997.

GREENE, W. H. **Econometric analysis**. 5 ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2003.

GRANGER, C. W. J.; JOYEUX, R. An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. **Journal of Time Series Analysis**, v.1, p. 15-29, 1980.

HOL, E.; KOOPMAN, S. J. Stock index volatility forecasting with high frequency data. Discussion Paper n. 2002/068/4, Tinbergen Institute, 2002.

HOSKING, J. R. M. Fractional differencing. **Biometrika**, v. 68, p. 165-176, 1981.

HURST, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, v.16, p. 770-799. 1951.

KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. **Journal of Econometrics**, v. 54, p. 159-178, 1992.

LIEN, D.; BALAKRISHNAN, N. On regression analysis with data cleaning via trimming, winsorization, and dichotomization. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, v. 34, p. 839-849, 2005.

LO, A. W. Long term memory in stochastic market prices. **Econometrica**, v.59, p. 1279-1313, 1991.

MANDELROT, B. The variation of certain speculative prices. **Journal of Business**, v. 36, p. 394-419, 1963.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v. 7, p. 71-91. 1952.

MOREIRA, J. M. S.; LEMGRUBER, E. F. O uso de dados de alta frequência na estimação da volatilidade e do Valor em Risco para o IBOVESPA. **Revista Brasileira de Economia**, v. 58, p. 99-120, 2004.

MORETTIN, P. A. **Econometria Financeira: um curso em séries temporais**. São Paulo: Blucher, 2008.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2 ed. São Paulo: Blucher, 2006.

NELSON, D. B. Stationarity and persistence in the GARCH (1,1) models. **Econometric Theory**, v. 6, p. 318-334, 1990.

NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. **Econometrica**, v. 59, p. 347-370, 1991.

NEWKEY, W. K.; WEST, K. D. A simple positive semidefinite heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. **Econometrica**, v. 55, p. 703-708, 1987.

RODRIGUES, A. F. **A utilização de dados intradiários para a construção de modelos de previsão de volatilidade**: Uma comparação entre a variância realizada e a amplitude realizada. 2006, 49p. Dissertação (Mestrado em Administração) – Instituto Coppead de Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

TAYLOR, S. J. Conjectured models for trend in financial prices, tests and forecast. **Journal of the Royal Statistical Society**, Series A, v. 143, p. 338-362, 1980.

TAYLOR, S. J.; XU, X. The incremental volatility information in one million foreign exchange quotations. **Journal of Empirical Finance**, v. 4, p. 317-340, 1997.

THEODORSON, G. A.; THEODORSON, A. G. **A modern dictionary of sociology**. New York: Crowell, 1970.

TSAY, R. S. **Analysis of financial time series**. 2 ed. New York: John Wiley & Sons, 2005.

ZIVOT, E. Analysis of high frequency financial data, Models, Methods and Software – Part II: modeling and forecasting realized variance measures. Client paper, OlsenWorld, 2005.