

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Guilherme Laini Silveira

**ANÁLISE DAS SOLICITAÇÕES EM MODELOS DE GRELHA
DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO: DETERMINAÇÃO DE
PARÂMETROS ECONÔMICOS**

Porto Alegre
dezembro 2009

GUILHERME LAINI SILVEIRA

**ANÁLISE DAS SOLICITAÇÕES EM MODELOS DE GRELHA
DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO: DETERMINAÇÃO DE
PARÂMETROS ECONÔMICOS**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro Civil

Orientador: João Ricardo Masuero

Porto Alegre
dezembro 2009

GUILHERME LAINI SILVEIRA

**ANÁLISE DAS SOLICITAÇÕES EM MODELOS DE GRELHA
DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO: DETERMINAÇÃO DE
PARÂMETROS ECONÔMICOS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, novembro de 2009.

Prof. João Ricardo Masuero
Dr. pela UFRGS
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Prof. João Ricardo Masuero (UFRGS)
Dr. pela UFRGS

Prof. Ronald José Ellwanger (UFRGS)
DSc. pela UFRJ

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. pela EPUSP

Dedico à minha mãe, meu pai e minha irmã, que sempre acreditaram no meu potencial e sempre me motivaram a lutar pelos meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. João Ricardo Masuero, por assumir este desafio comigo, e pela orientação fundamental para este trabalho.

Agradeço ao corpo de professores da Escola de Engenharia da UFRGS, pela excelente formação acadêmica que me proporcionaram.

Agradeço à Prof^a Carin Maria Schmitt, por dedicar grande parte do seu tempo para esse trabalho assim como para os trabalhos dos demais colegas.

Agradeço ao Eng. Paulo Estevão Stumm, que me acolheu em seu escritório e me ensinou a aplicar meus conhecimentos na prática e a confiar neles.

Agradeço ao Eng. Jorge Lisboa Werlang, que acreditou em mim em um momento difícil.

Agradeço a minha namorada Karla Ronsoni Riet, pela compreensão nos momentos em que os estudos me mantiveram distante.

Agradeço a minha irmã Karine Laini Silveira, que sempre me apoiou, sempre esperou coisas boas de mim.

Agradeço especialmente a minha mãe e meu pai, que provaram que não é necessário ter boas condições financeiras para que um filho estude em uma das melhores universidades do país, sem cotas e sem "bolsa-família", mas sim muito amor e dedicação.

Para obter algo que você nunca teve precisa fazer algo que
nunca fez

Chico Xavier

RESUMO

SILVEIRA, G. L. **Análise das Solicitações em Modelos de Grelha:** determinação de parâmetros econômicos. 2009. 70 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Neste trabalho são analisadas as solicitações devidas a momentos de flexão das barras de grelha que se apoiam em outras barras e devidas a momentos de torção nas barras que servem de apoio, onde foram estudadas as condições para este engastamento parcial das barras apoiadas, determinando os parâmetros que influenciam nos resultados da análise. No caso de um edifício executado com estrutura em concreto armado moldado in loco são inúmeros os fatores que influenciam na interação dos elementos da estrutura, dentre os quais pode-se citar a manipulação do comportamento da estrutura através da forma como ela é armada. É baseado nessa questão que a pesquisa desenvolveu-se, com a intenção de fazer uma abordagem diferente para a situação de apoio de vigas. Normalmente nas rotinas de cálculo de estruturas de edifícios, assume-se que uma viga que se apóia em outra viga está sobre um apoio simples, que impede os deslocamentos, porém permite o giro. Até mesmo os programas computacionais de dimensionamento de estruturas que existem hoje no mercado possuem essa opção. Este trabalho propõe que a consideração da inércia à torção das vigas que estão apoiando outras vigas pode se tornar uma solução economicamente favorável, além de ser a solução mais homogênea para a estrutura, evitando fissurações e gerando uma distribuição mais amena no diagrama de momentos de flexão da viga apoiada. Os resultados foram determinados através de modelos de grelha desenvolvidos utilizando-se o programa computacional SAP2000. Por fim, foi feita uma análise comparativa entre peças dimensionadas utilizando-se o método convencional e peças dimensionadas utilizando-se o critério de engastamento parcial, indicando que a situação proposta pode ser mais econômica, seguindo alguns critérios, além de resultar em menores deformações.

Palavras-chave: concreto armado; estruturas de edifícios; grelha; torção.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1: exemplo da situação analisada | 12 |
| Figura 2: delineamento do trabalho | 15 |
| Figura 3: distorção causada por tensão tangencial | 19 |
| Figura 4: barra retangular sob o efeito do momento de torção T | 21 |
| Figura 5: direções dos esforços em barra submetida à um momento de torção T | 23 |
| Figura 6: barra submetida ao conjugado M e suas solicitações internas | 25 |
| Figura 7: exemplo de grelha com viga que se apóia em outras vigas | 30 |
| Figura 8: gráfico da evolução do percentual de engastamento | 33 |
| Figura 9: grelha com assimetria | 34 |
| Figura 10: comparação entre esforços devidos ao vento e às cargas verticais em edifícios altos | 38 |
| Figura 11: planta baixa do caso analisado | 39 |
| Figura 12: diagrama de momentos de flexão da viga intermediária para a configuração bi-apoiada | 41 |
| Figura 13: diagrama de momentos de flexão da viga intermediária considerando-se 15% da inércia à torção das vigas suporte | 42 |
| Figura 14: diagrama de momentos de torção das vigas suporte considerando-se 15% de sua inércia à torção | 43 |
| Figura 15: diagrama de momentos de flexão da viga intermediária considerando-se a inércia à torção total das vigas suporte | 44 |
| Figura 16: diagrama de momentos de torção das vigas suporte considerando-se 100% das suas inércias à torção | 45 |
| Figura 17: disposição das armaduras de flexão para o caso 1 | 47 |
| Figura 18: distribuição das armaduras de flexão para o caso 2 | 49 |
| Figura 19: distribuição das armaduras de flexão para o caso 3 | 52 |
| Figura 20: planta estrutural da situação de grandes vãos e vigas baixas | 54 |
| Figura 21: armaduras de flexão para a viga apoiada de grande vão, desconsiderando-se a torção | 55 |
| Figura 22: armaduras de flexão para viga apoiada de grande vão, considerando-se 15% da torção | 56 |
| Figura 23: armaduras adicionais de torção nas vigas suporte para grandes vãos | 56 |
| Figura 24: armaduras de flexão para viga apoiada de grande vão, considerando-se 100% da inércia à torção das vigas suporte | 57 |
| Figura 25: armaduras adicionais de torção para as vigas suporte, considerando-se 100% de sua inércia à torção | 58 |
| Figura 26: planta estrutural do pavimento analisado | 61 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1: relações entre momentos negativos e momentos da configuração simplesmente apoiada para diferentes seções das vigas | 31 |
| Tabela 2: relações entre momentos negativos e momentos da configuração simplesmente apoiada em função da relação entre inércias das barras | 32 |
| Tabela 3: relação entre momentos de flexão negativos e momentos de flexão da configuração simplesmente apoiada, para diferentes posições da viga apoiada | 35 |
| Tabela 4: resistência à torção das armaduras de pele para diferentes seções da viga suporte..... | 37 |
| Tabela 5: carregamentos das vigas do pavimento analisado | 62 |
| Tabela 6: armaduras de flexão para as vigas apoiadas do pavimento analisado | 64 |
| Tabela 7: armaduras de torção para as vigas suporte do pavimento analisado | 65 |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| 1 INTRODUÇÃO | 11 |
| 2 MÉTODO DE PESQUISA | 13 |
| 2.1 QUESTÃO DA PESQUISA | 13 |
| 2.2 OBJETIVO | 13 |
| 2.3 PRESSUPOSTOS | 13 |
| 2.4 HIPÓTESES | 14 |
| 2.5 DELIMITAÇÕES | 14 |
| 2.6 LIMITAÇÕES | 14 |
| 2.7 DELINEAMENTO DA PESQUISA | 14 |
| 3 ANÁLISE DE ESTRUTURAS: FUNDAMENTOS BÁSICOS | 16 |
| 3.1 DEFINIÇÕES BÁSICAS | 16 |
| 3.1.1 Módulo de Elasticidade Longitudinal | 16 |
| 3.1.2 Módulo de Elasticidade Transversal | 18 |
| 3.1.3 Coeficiente de Poisson | 19 |
| 3.2 SOLICITAÇÕES EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO | 20 |
| 3.2.1 Torção em barras de seção retangular | 20 |
| 3.2.2 Barras prismáticas submetidas à flexão | 25 |
| 3.2.3 Deflexão em vigas | 27 |
| 3.2.4 Armadura de pele | 28 |
| 4 ANÁLISE DE GRELHAS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO | 29 |
| 4.1 INTERAÇÕES ENTRE BARRAS DE GRELHA | 29 |
| 4.1.1 Relações entre rigidez à torção e rigidez à flexão | 30 |
| 4.1.2 Posição da viga apoiada nas vigas suporte | 34 |
| 4.2 VIABILIDADE ECONÔMICA DA SOLUÇÃO | 36 |
| 4.2.1 Dados do problema | 38 |
| 4.2.2 Análise das solicitações | 39 |
| 4.2.2.1 Caso 1: desconsideração da inércia à torção das vigas suporte | 40 |
| 4.2.2.2 Caso 2: consideração de 15% da inércia à torção das vigas suporte | 41 |

| | |
|---|-----------|
| 4.2.2.3 Caso 3: consideração de 100% da inércia à torção das vigas suporte | 43 |
| 4.2.3 Dimensionamento das armaduras para os casos analisados | 45 |
| 4.2.3.1 Caso 1: desconsideração da inércia à torção das vigas suporte | 46 |
| 4.2.3.2 Caso 2: consideração de 15% da inércia à torção das vigas suporte | 48 |
| 4.2.3.3 Caso 3: consideração de 100% da inércia à torção das vigas suporte | 51 |
| 4.2.4 Grelha com grandes vãos e vigas baixas | 53 |
| 4.2.4.1 Desconsideração da inércia à torção para vigas de grandes vãos | 55 |
| 4.2.4.2 Consideração de 15% da inércia à torção para vigas de grandes vãos | 56 |
| 4.2.4.3 Consideração de 100% da inércia à torção para vigas de grandes vãos | 57 |
| 4.2.5 Comparação dos resultados obtidos | 58 |
| 4.2.6 Análise de um pavimento | 60 |
| 4.3 RECOMENDAÇÕES DE PROJETO | 67 |
| 5 CONCLUSÕES | 68 |
| REFERÊNCIAS | 70 |

1 INTRODUÇÃO

A determinação do comportamento de estruturas de concreto armado em um ambiente de produção típico de um escritório de cálculo estrutural é um assunto complexo e que ainda não é plenamente dominado. Atualmente, com o uso de *softwares* de cálculo estrutural tem se conseguido melhores resultados através de simulações por computador. Contudo, devido à dificuldade de se programar o comportamento da estrutura em cada caso específico, esses *softwares* permitem que o projetista assuma certas situações ideais para a base do dimensionamento. Programas computacionais baseados no método dos elementos finitos podem simular de forma bem aproximada as interações que acontecem na estrutura de um edifício. Entretanto, o engenheiro deveria dispor de algum tempo para o desenvolvimento de um modelo complexo bem discretizado e, levando-se em conta o poder de processamento dos computadores atuais, uma simulação dessas poderia levar dias para chegar a um resultado, que ainda teria de ser interpretado e talvez modificado, somente após essas três etapas é que seria realizado o detalhamento da estrutura. Todo esse tempo, necessário para um projeto mais preciso, certamente não é competitivo com os métodos tradicionais e, portanto, torna proibitiva a simulação de toda uma estrutura através de uma malha refinada o suficiente. Assim, a grande maioria das estruturas de concreto armado são dimensionadas baseadas em uma análise de esforços solicitantes e deformações através de elementos de barra, em regime elástico linear.

Uma dessas aproximações assumidas é a condição de apoio das peças analisadas. Para tal, se define, muitas vezes, condições que simplificam o dimensionamento favorecendo a segurança, em detrimento da economia. Neste trabalho será analisado o comportamento de estruturas em alguns casos específicos e a comparação com as situações ideais assumidas em projeto, tendo como foco as situações de engastamento parcial de vigas, onde se pode conseguir uma melhor relação custo/segurança, ou seja, aproximar o comportamento real da peça sem prejudicar sua estabilidade, reduzindo seu custo.

Para tal foi estudado o comportamento de peças de concreto armado, sua resistência e as distribuições das solicitações internas nos elementos. Com base nesse estudo, foi verificada a

possibilidade de engastamento de vigas que se apóiam em outras vigas e posteriormente foram descritas relações entre propriedades que determinam as condições de apoio de acordo com a capacidade resistente das vigas analisadas. De posse dessas relações simples é possível inseri-las em algum *software* sem demandar grande capacidade de processamento, refinando o processo de cálculo sem incremento no tempo de resposta. Para a obtenção das relações foram modeladas diferentes configurações de grelha.

A pesquisa é direcionada para edifícios residenciais e comerciais executados com estrutura em concreto armado convencional. Assume-se como objeto de estudo algumas situações corriqueiras encontradas na ocasião do projeto estrutural, como ilustra a figura 1.

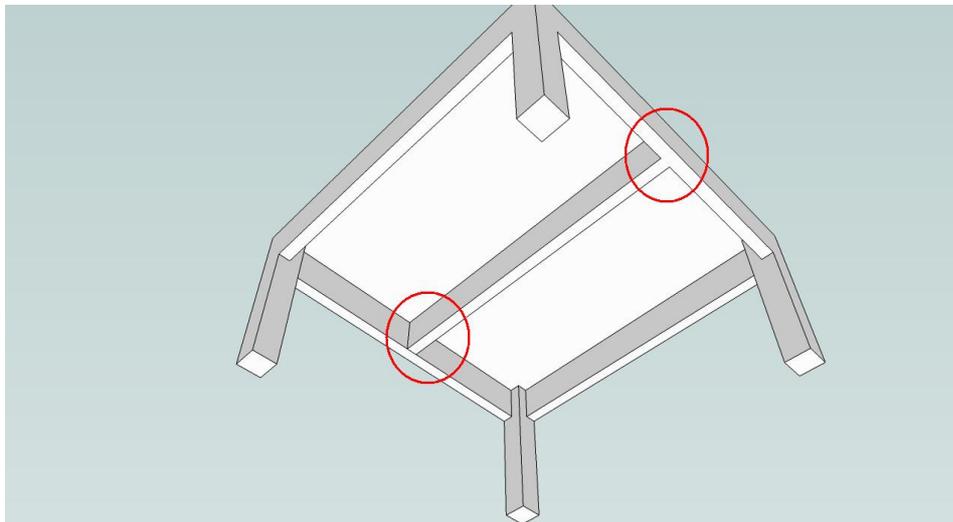


Figura 1: exemplo da situação analisada

Por fim, tendo-se determinado os critérios necessários para as condições de apoio estudadas, foi feita uma análise comparativa entre quantidade de armaduras de peças calculadas pelos métodos simplificados, recomendados pela NBR 6118, da Associação Brasileira de Normas Técnicas (2007), e peças calculadas utilizando-se o critério de engastamento parcial considerado neste trabalho.

O trabalho é dividido em 5 capítulos: o primeiro faz uma breve introdução do tema; o segundo indica algumas hipóteses na qual o trabalho se baseia e suas limitações; o terceiro capítulo traz a fundamentação teórica, esclarecendo os principais assuntos abordados neste estudo; o quarto apresenta o desenvolvimento do trabalho e, no quinto, suas conclusões.

2 MÉTODO DE PESQUISA

Os pavimentos de concreto armado foram modelados como grelhas, nas quais as lajes constituem apenas o carregamento, sem contribuir para a rigidez do conjunto. A pesquisa foi desenvolvida com o auxílio do *software* SAP2000 v.11 (COMPUTERS AND STRUCTURES INC, 2007), de análise estrutural. Através do programa foram calculadas diferentes configurações de grelha para que se pudesse estabelecer as relações entre as propriedades que influenciam nos resultados da análise, verificando as condições econômicas de engastamento parcial das vigas que se apoiam em outras vigas.

2.1 QUESTÃO DA PESQUISA

A questão que motivou essa pesquisa é: em que situações a consideração da inércia à torção das vigas suporte pode conduzir a uma solução mais econômica do que a solução que desconsidera o acoplamento torção-flexão, geralmente utilizado nessa situação?

2.2 OBJETIVO

O objetivo da pesquisa é a definição de quando a consideração da inércia à torção das vigas em uma grelha leva a ser uma solução mais econômica do que a solução em que a rigidez à torção é desconsiderada.

2.3 PRESSUPOSTOS

Para fins de análise visando o dimensionamento de peças estruturais em obras correntes, o concreto pode ser considerado como homogêneo e isotrópico. Os resultados obtidos com o

programa computacional utilizado são próximos ao comportamento real da estrutura, enquanto o regime elástico linear não for ultrapassado em cargas de serviço.

2.4 HIPÓTESES

A redução de armaduras de flexão positiva gerada pela situação de engastamento parcial supera a adição de armaduras de flexão negativas. A utilização das armaduras de pele na resistência à torção pode viabilizar a consideração da torção das vigas suporte em modelos de grelha.

2.5 DELIMITAÇÕES

Esta pesquisa restringe-se a estruturas de edifícios residenciais e comerciais executados em concreto armado moldado no local, não tendo sido testada para ser aplicada a estruturas de aço, madeira, concreto protendido, concreto pré-moldado, estruturas mistas ou ainda em obras especiais.

2.6 LIMITAÇÕES

O trabalho limita-se à verificação de modelos de grelha, ou seja, não são considerados efeitos de forças horizontais agindo na estrutura.

2.7 DELINEAMENTO DA PESQUISA

O estudo é basicamente dividido em 3 etapas. Na primeira é realizada uma pesquisa bibliográfica para a definição dos conceitos e características de estruturas de concreto armado necessários para o desenvolvimento do trabalho. Na segunda etapa há a determinação dos critérios que possibilitem o engastamento parcial de vigas como solução econômica em projetos de estruturas de edifícios. Posteriormente é feita uma descrição dos resultados

obtidos no trabalho, indicando as situações onde o sistema se mostrou eficaz, e avaliando a viabilidade da solução.

O diagrama da figura 2 ilustra como o trabalho foi desenvolvido.

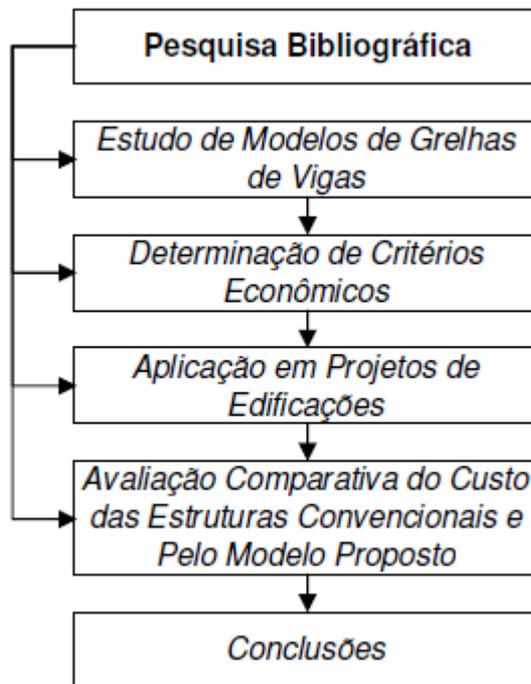


Figura 2: delineamento do trabalho

3 ANÁLISE DE ESTRUTURAS: FUNDAMENTOS BÁSICOS

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos e parâmetros necessários para o desenvolvimento do trabalho. Os capítulos subsequentes estão embasados nessas teorias.

3.1 DEFINIÇÕES BÁSICAS

Neste tópico são revisadas algumas definições utilizadas no dimensionamento de estruturas, que são utilizadas diversas vezes ao longo do trabalho. Dentre essas definições encontram-se:

- a) módulo de Elasticidade Longitudinal;
- b) módulo de Elasticidade Transversal;
- c) coeficiente de Poisson;

3.1.1 Módulo de Elasticidade Longitudinal

Quando se aplica uma tensão a um determinado material ele tende a se deformar. De acordo com a lei de Hooke, a deformação relativa do material varia linearmente com a tensão nele aplicada. Em materiais estruturais como o aço e o concreto essa relação somente pode ser considerada até um determinado patamar de tensões. A partir dessa situação, as deformações variam de forma não linear com a tensão aplicada até a ruptura do material. Diz-se, então, que o material tem um intervalo de tensões onde ele obedece à lei de Hooke, o intervalo elástico, e um intervalo onde ele não a obedece, o intervalo plástico (BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995). A equação 1 descreve a lei de Hooke uniaxial para tensões normais e deformações longitudinais específicas:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

σ = tensão aplicada ao material;

ε = deformação específica do material;

E = módulo de elasticidade longitudinal do material.

É importante salientar que, quando o material se encontra no intervalo elástico, ao ser retirada a carga aplicada ele retorna ao estado de deformações existente antes do momento de aplicação da carga. Caso o elemento seja exposto a tensões que ultrapassem o seu limite elástico, ou limite de proporcionalidade, ocorrerá uma deformação permanente no material (MASUERO; CREUS, 1997).

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), o módulo de elasticidade do concreto utilizado em obra deve ser obtido através de ensaios em laboratório. Como na etapa de projeto o concreto ainda não foi fabricado, e, portanto, não se tem acesso a ensaios, o módulo de elasticidade pode ser obtido através da equação 2:

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{equação 2})$$

Onde:

E_{ci} = módulo de elasticidade tangente inicial do concreto;

f_{ck} = resistência característica do concreto.

Esse é o módulo de elasticidade indicado para ser controlado em obra, porém para o cálculo de deformações, análises elásticas e determinação de esforços, deve ser utilizado o módulo de elasticidade secante, descrito pela equação 3 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007):

$$E_{cs} = 0,85 E_{ci} \quad (\text{equação 3})$$

Este módulo de elasticidade secante pode ser utilizado para a verificação da estabilidade de um elemento estrutural tanto em tensões de tração quanto de compressão. Segundo a NBR

6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), é importante saber que as equações 2 e 3 não são válidas para o concreto em idade inferior a 7 dias, que não é o caso desta pesquisa.

3.1.2 Módulo de Elasticidade Transversal

Assim como o material se deforma quando sofre tensões normais, ele tende a se deformar quando está sob a ação de tensões tangenciais, ou tensões de cisalhamento. Essas tensões tendem a impor uma distorção ao elemento. Ao gerar-se um gráfico da tensão aplicada em função da distorção específica do material, também será obtida uma reta até o limite de proporcionalidade, ou limite elástico, do material (BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995). A relação entre esta distorção relativa – medida em radianos – e a tensão tangencial que o provoca é atribuída ao módulo de elasticidade transversal, descrito na equação 4:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (\text{equação 4})$$

Onde:

G = módulo de elasticidade transversal;

γ = giro relativo do elemento na direção da tensão tangencial;

τ = tensão tangencial aplicada ao elemento.

A figura 3 ilustra a distorção causada por uma tensão tangencial aplicada na face de um cubo elementar.

Ao se isolar a tensão de cisalhamento, τ , na equação 4 tem-se a lei de Hooke para as tensões tangenciais. A deformação de cisalhamento não interfere nas deduções das deformações devidas às tensões normais, ao menos até o limite de proporcionalidade do material (BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995).

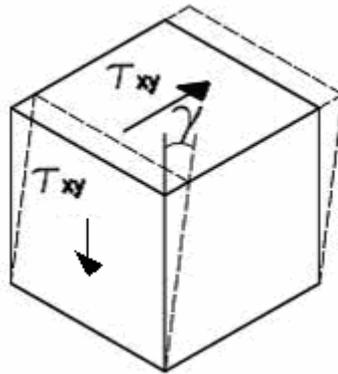


Figura 3: distorção causada por tensão tangencial
(BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995)

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), o valor do módulo de elasticidade transversal do concreto pode ser admitido como $0,4E_{cs}$.

3.1.3 Coeficiente de Poisson

Como visto anteriormente, um material quando sujeito a uma tensão normal de compressão tende a encurtar, bem como quando sujeito a uma tensão normal de tração tende a alongar. Somada a essa deformação no sentido do carregamento existe uma deformação transversal do elemento. Por exemplo, uma barra cilíndrica que está sob o efeito de compressão reduz seu comprimento e ao mesmo tempo aumenta seu diâmetro, da mesma forma que se essa barra estiver sofrendo esforços de tração aumentará seu comprimento e reduzirá seu diâmetro. Pode-se estabelecer uma relação entre a deformação longitudinal e a deformação transversal através do coeficiente de Poisson (MASUERO; CREUS, 1997).

De acordo com a NBR 6118, dentro dos limites de proporcionalidade do concreto, o coeficiente de Poisson pode ser admitido como 0,2.

Sabendo-se o coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade de um elemento, pode-se determinar o seu módulo de elasticidade transversal através da equação 5 (BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995):

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{equação 5})$$

Onde:

G = módulo de elasticidade transversal do material;

E = módulo de elasticidade longitudinal do material;

ν = coeficiente de Poisson do material, adimensional.

3.2 SOLICITAÇÕES EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Esse tópico versa sobre as distribuições de tensões em peças prismáticas de concreto armado, e suas deformações, envolvendo:

- a) tensões devidas à torção;
- b) tensões devidas à flexão;
- c) deflexões em vigas.

3.2.2 Torção em Barras de Seção Retangular

O efeito de torção é o resultado de conjugados que tendem a girar uma peça em torno de seu eixo longitudinal, ou seja, tendem a torcer a peça. Esses conjugados possuem mesma intensidade e sentidos opostos. É interessante observar que peças de seção circular quando submetidas à torção mantêm sua seção transversal plana, havendo apenas um giro, como um disco rígido. Entretanto em peças de seção não circular esse fenômeno não acontece. Numa peça de seção retangular apenas as diagonais da seção e as linhas que interligam os pontos médios das arestas permanecem retas, qualquer outra linha da seção transversal do elemento se deformará, devido à falta de simetria ao redor do eixo (BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995). A figura 4 ilustra uma barra retangular sobre o efeito de torção causado pelo conjugado T.

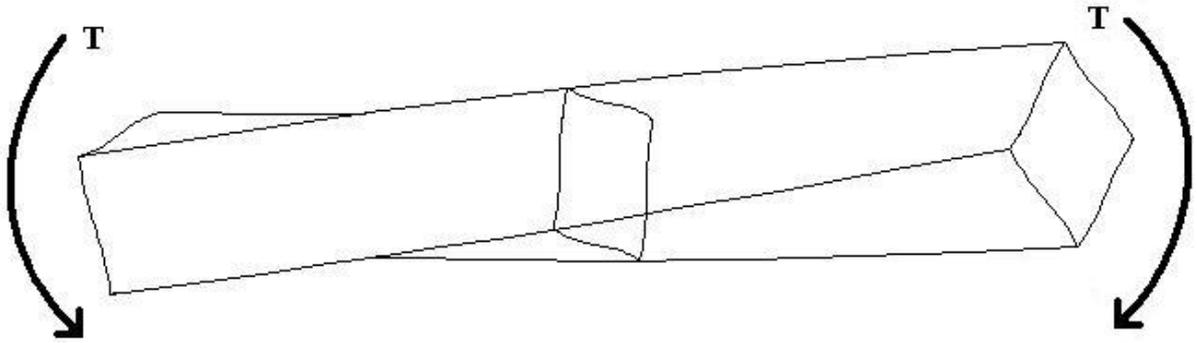


Figura 4: barra retangular sob o efeito do momento de torção T
(BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995)

A tensão de cisalhamento nas arestas da barra é nula, pois não existe giro relativo nessa região, o ângulo entre as faces no ponto onde elas se encontram permanece 90°, sendo assim, a tensão máxima de cisalhamento deve acontecer no centro da face lateral da maior dimensão da peça (MASUERO; CREUS, 1997). Para uma barra de seção retangular constante e eixo longitudinal reto sob a ação de um momento de torção T, atuando em regime elástico, pode-se determinar a tensão máxima de cisalhamento e o ângulo de torção segundo as equações 6 a 11:

$$n = \frac{a}{b} \quad \text{(equação 6)}$$

$$\alpha = 3 + \frac{1,8}{n} \quad \text{(equação 7)}$$

$$\beta = \frac{3n}{n - 0,63} \quad \text{(equação 8)}$$

$$J_T = \frac{ab^3}{\alpha} \quad \text{(equação 9)}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{M_t b}{J_T} \quad (\text{equa\c{c}\~{a}o 10})$$

$$\phi = \frac{\beta M_t}{\alpha G J_T} \quad (\text{equa\c{c}\~{a}o 11})$$

Onde:

$\tau_{m\acute{a}x}$ = tens\~{a}o m\acute{a}xima de cisalhamento devida ao momento de tor\c{c}\~{a}o T;

ϕ = giro unit\~{a}rio da se\c{c}\~{a}o transversal.

a = maior aresta da se\c{c}\~{a}o transversal;

b = menor aresta da se\c{c}\~{a}o transversal;

G = m\~{o}dulo de elasticidade transversal da pe\c{c}a;

M_t = momento de tor\c{c}\~{a}o aplicado \`a barra;

J_T = in\~{e}rcia \`a tor\c{c}\~{a}o da se\c{c}\~{a}o.

Pode-se calcular a tor\c{c}\~{a}o em se\c{c}\~{o}es abertas compostas de ret\~{a}ngulos somando-se a in\~{e}rcia \`a tor\c{c}\~{a}o das se\c{c}\~{o}es. A maior solicita\c{c}\~{a}o deve acontecer no ponto m\~{e}dio da maior dimens\~{a}o do ret\~{a}ngulo de maior espessura (MASUERO; CREUS, 1997).

Em uma pe\c{c}a submetida a solicita\c{c}\~{o}es de tor\c{c}\~{a}o, surgem diagonais comprimidas e diagonais tracionadas ao longo da pe\c{c}a, devido ao giro relativo entre as suas se\c{c}\~{o}es infinitesimais. No caso do concreto armado, admite-se, pela analogia da treli\c{c}a, que as diagonais comprimidas formam as bielas de compress\~{a}o resistidas pelo concreto, e as diagonais tracionadas s\~{a}o equilibradas atrav\~{e}s de armaduras transversais (estribos) e longitudinais de tor\c{c}\~{a}o. A figura 5 ilustra o surgimento desses esfor\c{c}os em uma barra sob o efeito de tor\c{c}\~{a}o.

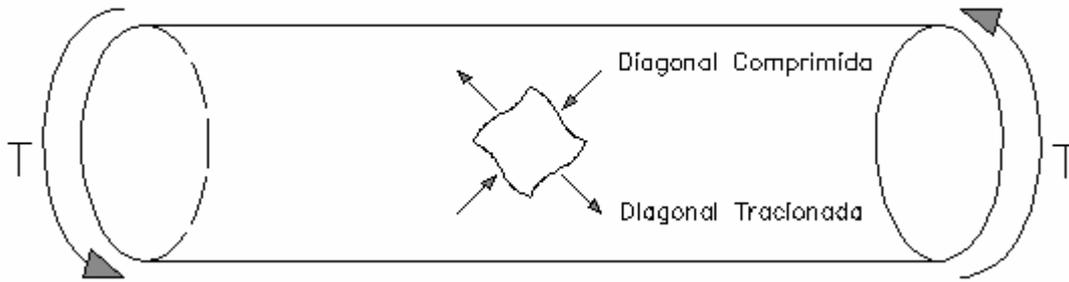


Figura 5: direções dos esforços em barra submetida à um momento de torção T

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), para um elemento de concreto resistir à torção, em uma determinada seção, ele deve satisfazer as condições abaixo simultaneamente:

- a) $T_{Sd} < T_{Rd,2}$
- b) $T_{Sd} < T_{Rd,3}$
- c) $T_{Sd} < T_{Rd,4}$

Onde:

T_{Sd} = momento de torção de cálculo;

$T_{Rd,2}$ = limite de resistência das diagonais comprimidas de concreto;

$T_{Rd,3}$ = limite de resistência dos estribos normais ao eixo do elemento;

$T_{Rd,4}$ = limite de resistência das barras longitudinais paralelas ao eixo do elemento.

A resistência das diagonais comprimidas de concreto pode ser determinada através da equação 12:

$$T_{Rd,2} = 0,50\alpha_{v2}f_{cd}A_e h_e \text{sen}(2\theta) \quad (\text{equação 12})$$

Onde:

$\alpha_v = 1 - f_{ck} / 250$, com f_{ck} em MPa;

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto;

A_e = área limitada pela linha média da parede da seção vazada, real ou equivalente;

h_e = espessura equivalente da seção vazada, real ou equivalente, no ponto considerado;

θ = ângulo de inclinação das diagonais de concreto, arbitrado entre 30° e 45°.

A resistência à torção dos estribos normais ao eixo do elemento pode ser determinada pela equação 13:

$$T_{Rd,3} = \left(\frac{A_{90}}{s}\right) \cdot f_{ywd} \cdot 2A_e \cdot \cot g(\theta) \quad (\text{equação 13})$$

Onde:

A_{90} = área da seção transversal dos estribos;

s = espaçamento entre estribos;

f_{ywd} = resistência de cálculo do aço dos estribos, limitado a 435 MPa.

Ainda de acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (2007), a resistência à torção das barras longitudinais pode ser determinada pela equação 14:

$$T_{Rd,4} = \left(\frac{A_{sl}}{u_e}\right) \cdot 2 \cdot A_e \cdot f_{ywd} \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (\text{equação 14})$$

Onde:

A_{sl} = soma das áreas das seções das barras longitudinais;

u_e = perímetro de A_e ;

Para Fusco (1995), quando uma peça retangular de concreto armado é submetida à torção, é importante que as barras longitudinais se encontrem igualmente distribuídas ao longo da periferia da viga, para que seja possível o equilíbrio dos esforços internos.

Segundo Leonhardt (1977) existe um caso de torção com empenamento impedido, ou seja, a tendência das faces da barra se tornarem superfícies curvas, como ilustra a figura 4, é impedida por alguma tensão normal existente na seção. Neste caso, estas tensões longitudinais de empenamento tendem a reduzir a torção, bem como as tensões tangenciais de cisalhamento.

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), em análises de grelha e de pórtico espacial é possível que se reduza a rigidez à torção das vigas por fissuração, considerando-se 15% da rigidez elástica, de forma aproximada.

3.2.3 Barras prismáticas submetidas à flexão

Para a determinação dos esforços atuantes na seção transversal de uma viga sob o efeito de momentos de flexão utiliza-se a hipótese de Bernoulli, segundo a qual uma seção plana e perpendicular ao eixo da peça antes da deformação permanece plana e perpendicular ao eixo da deformada da peça depois da deformação. Para a validade da hipótese de Bernoulli não são admitidas variações bruscas de seção e o vão da viga deve ser superior a cinco vezes sua altura (CALAVERA-RUIZ; DUTARI, [ca. 1992]). Supondo-se uma barra de seção retangular e comprimento L , sob a ação de um conjugado M , ilustrada na figura 6, podem-se analisar as solicitações internas que equilibram o sistema.

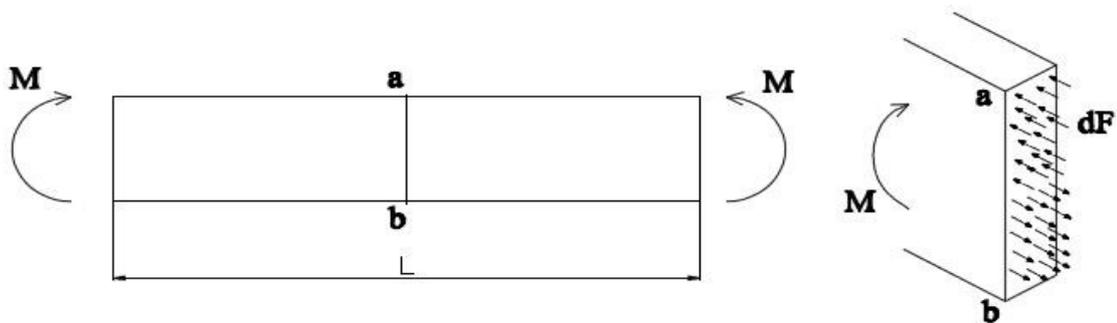


Figura 6: barra submetida ao conjugado M e suas solicitações internas (baseado em MASUERO; CREUS, 1997)

Será tomado para este trabalho, que o sentido do conjugado, M , também chamado de momento de flexão, será positivo quando ele flexionar a barra conforme a figura 6 e negativo no caso contrário. As tensões oriundas do momento de flexão variam linearmente ao longo do eixo vertical da seção, e, sabendo-se que existem tensões de compressão e tensões de tração, é certo que em determinado ponto da seção transversal essas tensões se anulam, gerando a chamada linha neutra. Para qualquer geometria de seção, a linha neutra deve acontecer no centro geométrico da seção. As tensões de tração e de compressão multiplicadas pelas

respectivas áreas resultarão nas forças de tração e compressão, que somadas devem resultar zero, para que o corpo permaneça em equilíbrio (BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995). Essa distribuição das tensões é definida pela equação 15:

$$\sigma = -\frac{M \cdot y}{I} \quad (\text{equação 15})$$

Onde:

σ = tensão atuante na seção transversal devida ao momento de flexão M;

y = distância vertical entre a linha neutra e o ponto onde se deseja determinar a tensão;

I = momento de inércia no centro de gravidade da seção.

Através da equação 15 percebe-se que, sendo y um eixo vertical que tem sua origem na linha neutra da peça, que coincide com seu centro geométrico, para cada ordenada positiva de y e momentos de flexão positivos, surgem tensões de compressão – que por definição são negativas – na parte superior da seção transversal do elemento e tensões positivas de tração na parte inferior da seção.

Segundo Fusco (1995), o concreto é um material frágil que resiste muito mais à compressão do que à tração. Geralmente as vigas são projetadas para o limite de compressão do concreto, sendo assim, analisando-se a distribuição de tensões na figura 6 se conclui que a resistência à tração do concreto foi ultrapassada. Nessa condição as fibras tracionadas do concreto fissuram, e o concreto deixa de contribuir na resistência à tração, então são inseridas barras de aço na parte inferior do concreto para absorver as tensões de tração, já que o aço é um material dúctil que tem resistência à tração similar à resistência à compressão.

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), nos estados limites de serviço existem partes das vigas onde o concreto resiste também a esforços de tração e partes onde não resiste a esses esforços. A separação dessas duas partes é definida pelo momento de fissuração, definido pela equação 16:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (\text{equação 16})$$

Onde:

M_r = momento de fissuração;

α = 1,2 para seções T ou duplo T e 1,5 para seções retangulares;

y_t = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} = resistência à tração direta do concreto;

3.2.4 Deflexão em vigas

A deformação de uma viga submetida a esforços de flexão é medida através da curvatura da superfície neutra. Essa curvatura depende da intensidade e do sentido do momento de flexão atuante. Tomando-se uma extremidade da viga como a origem da ordenada x e descrevendo uma função da sua deflexão até a ordenada L , tem-se da mecânica estrutural, que a curvatura de uma curva plana em um ponto $P(x,y)$, pode ser determinada através da equação 17, chamada de relação elástica fundamental (BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995):

$$\frac{1}{r_{(x)}} = \frac{M_{(x)}}{EI} \quad (\text{equação 17})$$

Onde:

$r_{(x)}$ = raio de curvatura da peça ao longo do eixo x ;

$M_{(x)}$ = momento de flexão ao longo do eixo x ;

E = módulo de elasticidade da viga;

I = momento de inércia da seção da viga.

Logo, se y é uma função de x , e esta função é definida como a função de deflexão da viga, a tangente de cada ponto da função é determinada através da derivada da função. Como as

deflexões em vigas geralmente são grandezas muito pequenas, pode-se dizer que a tangente do ângulo é igual ao próprio ângulo, medido em radianos (BEER; JOHNSTON JUNIOR, 1995). Portanto, a equação 18 determina o giro da viga para cada ponto x:

$$\phi = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M_{(x)}}{EI} dx + C_1 \quad (\text{equação 18})$$

Onde:

ϕ = giro da viga, em rad;

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), o estado limite último de serviço de aceitabilidade sensorial para as deformações devido ao carregamento total, com seus respectivos coeficientes de ponderação, define como L/250 o deslocamento máximo admissível para deslocamentos visíveis em elementos estruturais, onde L é o comprimento livre da viga analisada. Esses valores limite de deformação devem ser verificados para o elemento isolado, utilizando-se modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural.

3.2.5 Armadura de pele

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), a armadura de pele serve para limitar a abertura de fissuras em peças de concreto sujeitas à flexão. Dessa forma, as vigas com altura superior a 60 cm devem possuir uma armadura lateral mínima de 0,10% da área de concreto da sua seção, com espaçamento não superior a 20cm e composta por barras de alta aderência.

É interessante observar que a distribuição das armaduras de pele, sugerida pela NBR 6118, é semelhante à distribuição das armaduras longitudinais de torção. Como elas não estão carregadas longitudinalmente serão consideradas como contribuintes à torção.

4 ANÁLISE DE GRELHAS DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Sabe-se que o concreto armado é uma composição entre concreto, que é um material frágil, com boa resistência à compressão e pouca resistência à tração, e aço, que é um material dúctil, que resiste muito bem tanto à tração quanto à compressão. Logo, em zonas onde surgem esforços de tração o concreto é reforçado com barras de aço, caso contrário a peça inicia um estado de fissuração que pode levar à ruína. Essa característica do concreto armado é bastante útil em peças fletidas. Nas regiões dessas peças onde surgem esforços de tração e não são inseridas barras de aço, o concreto fissa e surge uma rótula plástica na estrutura, redistribuindo os esforços ao longo da peça. Portanto, peças fletidas de concreto armado podem ter seu comportamento determinado através da forma como são dispostas as suas armaduras. Sendo assim, o objetivo deste capítulo é analisar o comportamento de grelhas com diferentes configurações, verificando as situações mais favoráveis, econômica e estruturalmente, para o posicionamento das armaduras nas vigas. Como o objetivo principal do trabalho é a consideração da inércia à torção das vigas como um recurso para a redução da quantidade de armaduras da estrutura, serão analisados alguns comportamentos das solicitações das vigas que se apóiam em outras vigas e posteriormente será verificada a viabilidade econômica da solução.

É importante ressaltar que as grelhas analisadas neste capítulo contam com a resistência ao giro dos pilares.

4.1 INTERAÇÕES ENTRE BARRAS DE GRELHA

Uma grelha pode ser definida como uma malha de vigas contidas em um plano. A análise de uma estrutura através do modelo de grelha resume-se na compatibilização de deslocamentos dos seus nós, considerando a relação entre as resistências das peças aos carregamentos transversais ao plano da grelha. A seguir são realizados alguns estudos das propriedades das barras de grelha, e sua distribuição, que possam interferir nesses deslocamentos. O objetivo desse estudo é a determinação de alguns parâmetros que auxiliem o projetista a tomar decisões quanto às dimensões e posicionamento das vigas em uma estrutura de concreto armado convencional.

4.1.1 Relações entre rigidez à torção e rigidez à flexão

Para uma análise da influência da relação entre a rigidez à torção das vigas suporte e a rigidez à flexão das vigas apoiadas, foi desenvolvida uma grelha com uma viga intermediária apoiada em duas vigas suporte, como ilustra a figura 7. Para esta grelha foram admitidos vãos de 6 metros para as vigas suporte e 4 metros para a viga apoiada. Foram consideradas as rigidezes dos pilares, arbitrando suas dimensões como 50 cm x 50 cm e pé-direito de 3m.

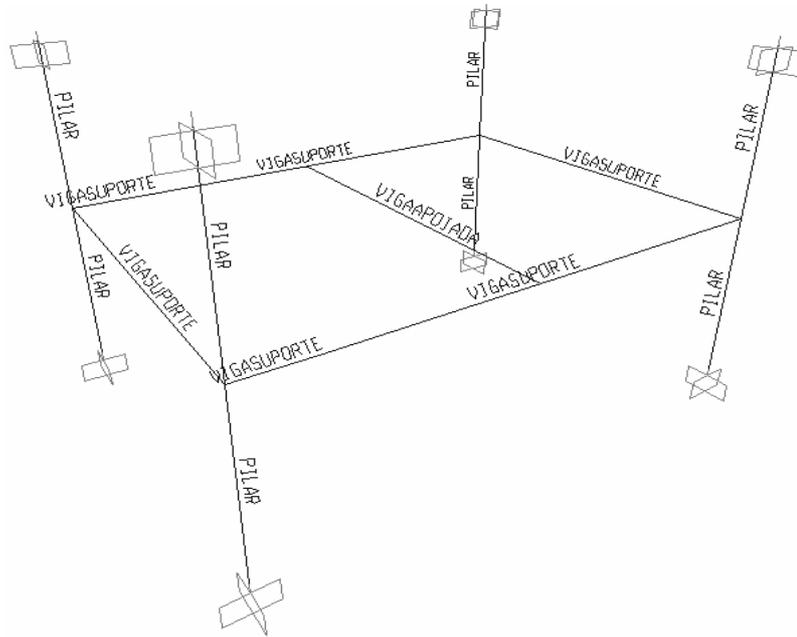


Figura 7: exemplo de grelha com viga que se apóia em outras vigas

O carregamento foi determinado de forma que se obtivesse um momento de flexão de 1 tfm para a situação bi apoiada da viga intermediária, desconsiderando a inércia à torção das vigas suporte. Os resultados devem ser proporcionais ao carregamento, visto que na situação analisada a viga intermediária possui apenas um vão e as solicitações são calculadas segundo o regime elástico linear.

Para confirmar que as torções e flexões variam devido apenas à relação entre inércias e não à algum outro fator direto, como a base ou altura das vigas, por exemplo, as solicitações foram analisadas com vigas de diferentes seções, que resultam a mesma relação de inércias, obtendo-se os resultados da tabela 1.

Tabela 1: relações entre momentos negativos e momento da configuração simplesmente apoiada para diferentes seções das vigas

| Seção Vs | J _{tv} s | Seção Va | I _{va} | J _{tv} s/I _{va} | Me/Ma |
|------------|-------------------|----------|-----------------|-----------------------------------|-------|
| 19 x 36,69 | 64000 | 12x40 | 64000 | 1 | 23% |
| 18,29 x 40 | 64001 | 12x40 | 64000 | 1 | 23% |
| 19 x 40 | 71170 | 12x41,44 | 71165 | 1 | 23% |
| 19 x 40 | 71170 | 13,33x40 | 71110 | 1 | 23% |

As colunas da tabela 1 representam, respectivamente, a seção das vigas suporte, sua inércia à torção (J_t), a seção da viga apoiada, sua inércia à flexão (I), a relação entre a inércia à torção da viga suporte e a inércia à flexão da viga apoiada e a relação entre o momento de flexão negativo obtido na região dos apoios da viga intermediária e o momento de flexão positivo da configuração bi apoiada dessa viga - onde Me representa o momento negativo de engaste parcial e Ma o momento positivo da configuração simplesmente apoiada.

Observando-se os dados da última coluna da tabela 1 percebe-se que o percentual de momento absorvido pelo apoio manteve-se constante para uma mesma relação entre inércias à torção e flexão das barras da grelha analisada. Isso indica que realmente apenas a relação entre inércias determina a proporção do momento de flexão da viga apoiada que é transmitida como torção para as vigas suporte.

Com a relação entre solicitações e rigidezes confirmada, pode-se determinar a parcela de momento que as vigas suporte absorvem por torção em função da relação entre rigidezes das barras da grelha. Para tal, as seções das vigas foram definidas de forma que se obtivessem relações J_{tv}/I_{va} variando em intervalos de 0,5. A grelha da figura 7 foi também configurada de forma que se obtivessem vigas suporte de seções diferentes. A tabela 2 indica os resultados dessa análise.

Tabela 2: relações entre momentos negativos e momentos da configuração simplesmente apoiada em função da relação entre inércias das barras

| Valores de Me/Ma | | | | | | | | |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Jtvs/Iva | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 |
| 0,5 | 14% | 24% | 32% | 38% | 42% | 46% | 49% | 52% |
| 1 | 13% | 23% | 30% | 35% | 40% | 44% | 47% | 49% |
| 1,5 | 12% | 21% | 29% | 34% | 38% | 42% | 45% | 47% |
| 2 | 12% | 20% | 27% | 33% | 37% | 40% | 43% | 46% |
| 2,5 | 11% | 20% | 26% | 32% | 37% | 39% | 42% | 45% |
| 3 | 11% | 19% | 26% | 31% | 35% | 39% | 41% | 44% |
| 3,5 | 11% | 19% | 25% | 30% | 34% | 37% | 40% | 43% |
| 4 | 10% | 18% | 24% | 29% | 33% | 37% | 39% | 42% |

Na tabela 2 a primeira coluna representa a relação entre a inércia à torção de uma das vigas suporte e a inércia à flexão da viga apoiada, a primeira linha representa a mesma relação para a outra viga suporte. Os valores da diagonal destacada representam a situação onde as duas vigas suporte possuem a mesma seção. Os valores da parte superior ao dessa diagonal representam a proporção de momento de flexão absorvido pela viga suporte de maior inércia à torção da combinação e os valores inferiores à diagonal representam a proporção absorvida pela viga suporte de menor inércia à torção, nas situações onde elas não possuem a mesma seção.

Dessa forma, em uma situação onde uma das vigas suporte possua inércia à torção 3 vezes superior à inércia à flexão da viga apoiada e a outra viga suporte possua 2 vezes essa inércia, a viga de maior inércia à torção receberá 40% do momento de flexão da configuração bi apoiada da viga intermediária, enquanto a viga de menor inércia receberá 31% desse momento.

A figura 8 ilustra o gráfico da evolução das solicitações em função da relação entre rigidezes das barras da grelha.

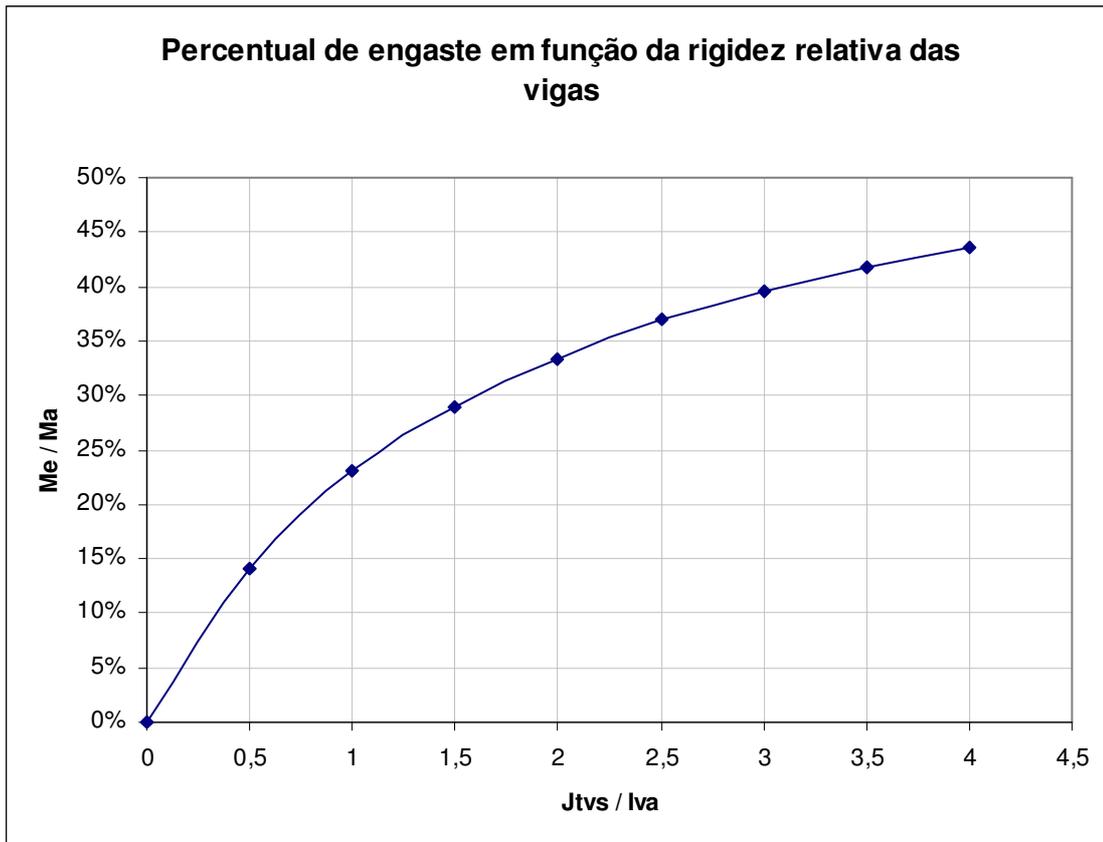


Figura 8: gráfico da evolução do percentual de engastamento

Através do gráfico da figura 8 percebe-se que a evolução dos percentuais de engaste não é linear e está próxima de uma curva logarítmica. Isso significa que o aumento da relação entre inércia à torção e inércia à flexão deixa de ser interessante do ponto de vista da torção a partir de um determinado ponto.

É importante salientar que os valores da tabela 2 são válidos para situações onde a viga intermediária possui um único vão e se apoia em outras vigas. Nos casos de vigas contínuas essa parcela vai depender da rigidez do apoio intermediário, quanto maior for essa rigidez menor será o valor do momento de flexão absorvido pela viga suporte. O mesmo vale para casos onde um dos apoios da viga intermediária é um pilar com resistência ao giro. Para esses casos fica difícil generalizar as proporções das solicitações, pois esses valores dependem muito da geometria do problema e da rigidez dos apoios. O que pode ser feito é estimar-se a relação entre a rigidez do apoio e da viga apoiada para que se utilizem os valores da tabela 2, de forma aproximada.

Através das análises realizadas com diferentes dimensões das barras da grelha ficou evidenciado que a relação entre a inércia à torção das vigas suporte e a inércia à flexão da viga apoiada determinam o comportamento das solicitações. Com os resultados da tabela 2 é possível afirmar que quanto maior essa relação, maior é a parcela do momento de flexão absorvida pelos apoios, devido à interação do conjunto.

Os cálculos da tabela 2 foram realizados também para pilares com diferentes seções, apresentando variações menores do que 5%, para pilares de até 20 cm x 20 cm.

4.1.2 Posição da viga apoiada nas vigas suporte

Em situações de projeto, geralmente, as vigas apoiadas não se encontram no centro do vão das vigas suporte. Nesta seção será analisado o comportamento da grelha quando se altera a posição da viga apoiada ao longo das vigas suporte. As grelhas utilizadas nesta etapa são semelhantes a da etapa anterior, porém com vãos de 8 m para as vigas suporte e 6 m para a viga apoiada. A figura 9 ilustra um exemplo de grelha a ser utilizada nesta verificação.

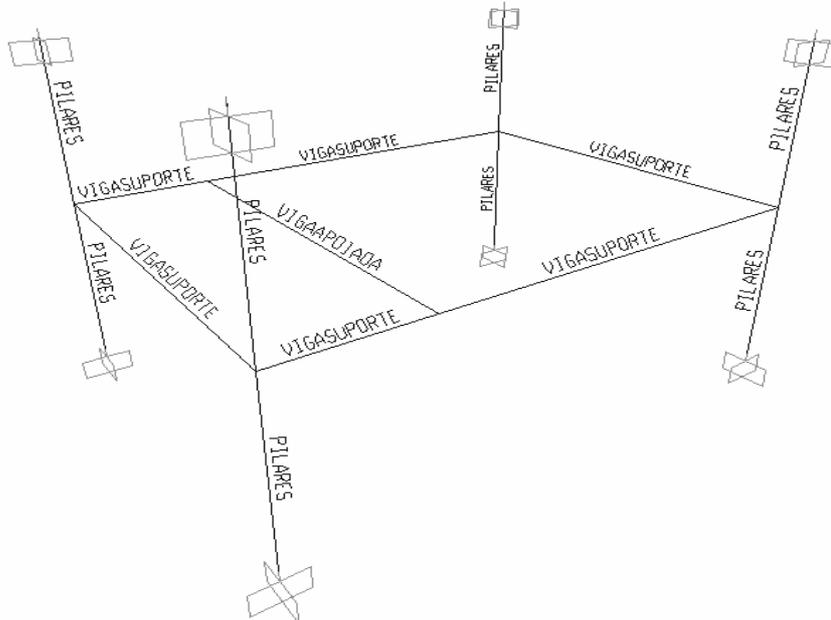


Figura 9: grelha com assimetria

Para uma análise mais discreta, a posição da viga apoiada foi alterada de metro em metro até o centro do vão das vigas suporte. A viga apoiada foi posicionada, então, a 1m, 2m, 3m e 4m de distância dos pilares. A tabela 3 indica os resultados obtidos, seguindo as relações entre inércias usuais de projeto.

Tabela 3: relação entre momentos de flexão negativos e momentos de flexão da configuração simplesmente apoiada, para diferentes posições da viga apoiada

| Valores de Me/Ma | | | | |
|------------------|--------|--------|--------|--------|
| Jvs/Iva | 1m | 2m | 3m | 4m |
| 0,74 | 32,16% | 24,04% | 20,88% | 18,62% |
| 1,28 | 40,12% | 32,34% | 29,54% | 27,51% |
| 2,5 | 50,78% | 43,96% | 40,68% | 37,05% |

Através dos dados da tabela 3 pode-se perceber que o índice de engastamento da viga apoiada aumenta com a proximidade do apoio da viga suporte. É interessante lembrar que nesses casos quanto mais próximo do apoio, mais a viga suporte está solicitada à torção naquele trecho. A equação 19 relaciona o momento de torção na viga suporte com o momento de flexão negativo, para o caso de uma viga apoiada:

$$M_t = \frac{L_s - a}{L_s} \cdot M_e \quad (\text{equação 19})$$

Onde:

a = distância do apoio da viga suporte até a viga apoiada, ao longo do eixo longitudinal da viga suporte, em metros;

L_s = vão da viga suporte;

M_t = momento de torção da viga suporte ao longo da distância a;

M_e = momento de flexão negativo no apoio da viga intermediária.

Os resultados obtidos nas tabelas 1, 2 e 3 foram obtidos considerando-se 100% da inércia à torção das vigas suporte. Caso o projetista queira utilizar uma parcela menor do que esta basta calcular a relação entre inércias com a inércia à torção já reduzida.

4.2 VIABILIDADE ECONÔMICA DA SOLUÇÃO

Tendo-se verificado a capacidade de engastamento parcial da viga apoiada nas vigas suporte para diferentes relações entre inércias das barras, é possível verificar se a redução no momento de flexão positivo gerada por este engastamento parcial é interessante economicamente para o projeto estrutural. Para a análise de viabilidade econômica da solução de engastamento parcial das vigas intermediárias foi verificada uma estrutura existente, cujas dimensões foram admitidas como as usuais encontradas em projetos de edifícios, exceto pela altura das vigas de borda, que são mais altas que o comum devido a acabamentos de esquadria. Definida a geometria do problema, os esforços serão determinados através de três modelos de grelha: considerando-se a inércia à torção total das vigas suporte; considerando-se apenas 15% dessa propriedade geométrica, como sugere a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007); e se desconsiderando totalmente a inércia à torção dessas vigas, que é o modelo mais simples, geralmente utilizado pelos projetistas.

Nesse exemplo as armaduras de pele, obrigatórias em vigas com altura superior a 60 cm, serão utilizadas para a resistência longitudinal à torção das vigas suporte. Como essas armaduras existem apenas para fins de controle de fissuração excessiva, não estando solicitadas, e como a sua distribuição é semelhante a das armaduras longitudinais de torção, nada impede que elas sejam utilizadas para este fim. A tabela 4 indica os valores de resistência à torção das armaduras de pele para vigas com seções usuais.

Caso a viga apoiada seja única e esteja a uma distância, a , do apoio da viga suporte os valores de T_{sd} da tabela 4 podem ser multiplicados por um fator $L_s/(L_s-a)$, onde L_s é o vão da viga suporte, para se obter o valor do momento negativo máximo na viga apoiada, sem que seja necessário um incremento nas armaduras longitudinais de torção.

Unindo as informações das tabelas 1, 2, 3, e 4 pode-se obter os critérios de ajuste das inércias à torção das vigas suporte, conforme o momento de flexão na viga apoiada, sua posição na viga suporte e a capacidade resistente das armaduras de pele.

Tabela 4: resistência à torção das armaduras de pele para diferentes seções de viga suporte

| Seção VS (cm) | A_{sp} (cm ²) | T_{sd} (kgf.m) |
|---------------|-----------------------------|------------------|
| 19x65 | 1,235 | 572 |
| 19x70 | 1,330 | 625 |
| 19x75 | 1,425 | 677 |
| 19x80 | 1,520 | 731 |
| 20x65 | 1,300 | 640 |
| 20x70 | 1,400 | 700 |
| 20x75 | 1,500 | 760 |
| 20x80 | 1,600 | 820 |
| 22x65 | 1,430 | 785 |
| 22x70 | 1,540 | 857 |
| 22x75 | 1,650 | 932 |
| 22x80 | 1,760 | 1007 |
| 25x65 | 1,625 | 1015 |
| 25x70 | 1,750 | 1115 |
| 25x75 | 1,875 | 1215 |
| 25x80 | 2,000 | 1315 |

Existe também uma tendência das áreas de aço efetivamente utilizadas serem maiores do que as calculadas para os efeitos de flexão e de corte das vigas suporte, devido às bitolas das barras comerciais. Este fator também pode ser utilizado para a resistência à torção dessas peças. Entretanto, devido à variabilidade de condições que interferem nesse critério, ele não será considerado nessa análise. Contudo, nada impede o projetista de utilizar esse recurso em seus projetos.

Deve-se considerar que a torção recebida pelas vigas suporte é absorvida pelos pilares, de forma que eles devem ser capazes de receber esses esforços sem prejudicar a estabilidade global da estrutura. Entretanto, como pode se perceber na tabela 4, o máximo valor de torção resistido pelas armaduras de pele é relativamente pequeno comparado às cargas usualmente

encontradas nos pilares. Sendo assim, as excentricidades dos pilares tendem a ser pequenas, fazendo com que a armadura mínima do pilar absorva esses esforços em edifícios de baixa altura. Além disso, geralmente as armaduras dos pilares, em edifícios de média e grande altura, são determinadas pelos momentos devidos aos esforços horizontais de vento e esforços de segunda ordem, que tendem a ser bem maiores que os verificados na tabela 4. Por isso as armaduras dos pilares não serão verificadas. A figura 10 ilustra os momentos de flexão de uma viga que integra um pórtico do décimo pavimento de um edifício de 18 andares.

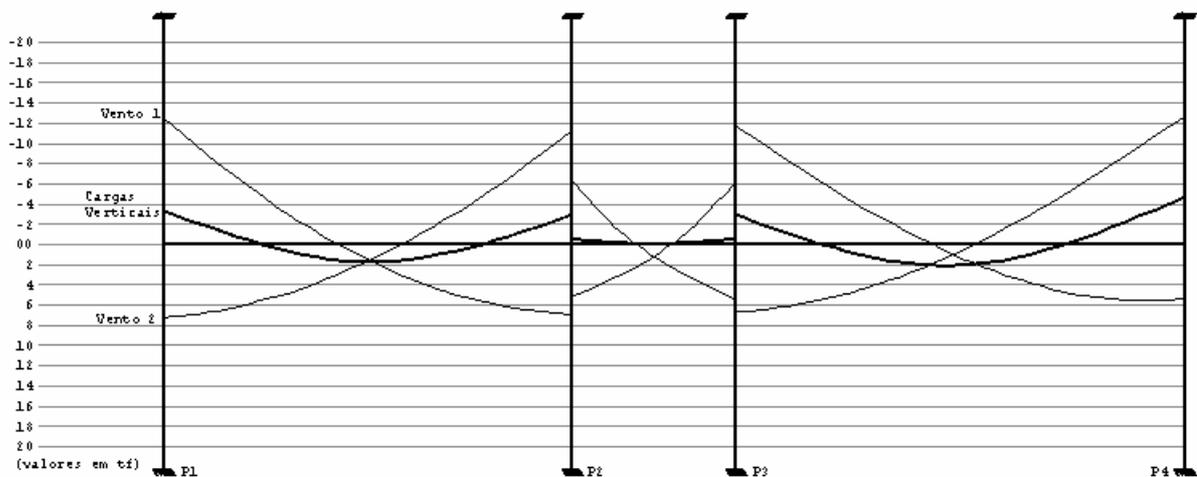


Figura 10: comparação entre esforços devidos ao vento e às cargas verticais em edifícios altos

O objetivo desta seção é a verificação da possibilidade de economia utilizando-se a inércia à torção das vigas suporte. Vale lembrar que esta é uma análise qualitativa, já que os valores que serão encontrados não necessariamente se repetirão em outras situações de projeto.

4.2.1 Dados do problema

Nesta sessão é verificado um caso real de projeto onde o cliente exigiu que as vigas de borda tivessem 80 cm de altura para fins de acabamento das esquadrias. Trata-se de um edifício residencial com as seguintes características:

- a) pé-direito: 3 m;
- b) altura das vigas de borda: 80 cm;
- c) espessura das vigas de borda: 19 cm;

- d) altura das demais vigas: 1/10 do vão;
- e) espessura das demais vigas: 12 cm;
- f) espessura das lajes: 10 cm;
- g) materiais: Concreto C30, aços CA-50 e CA-60;
- h) carga do piso: 100 kgf/m²;
- i) carga acidental no pavimento: 150 kgf/m².
- j) carga linear de paredes sobre vigas intermediárias: 340 kgf/m
- k) carga linear de paredes sobre as vigas de borda: 570 kgf/m

A figura 11 ilustra a planta da situação estudada.

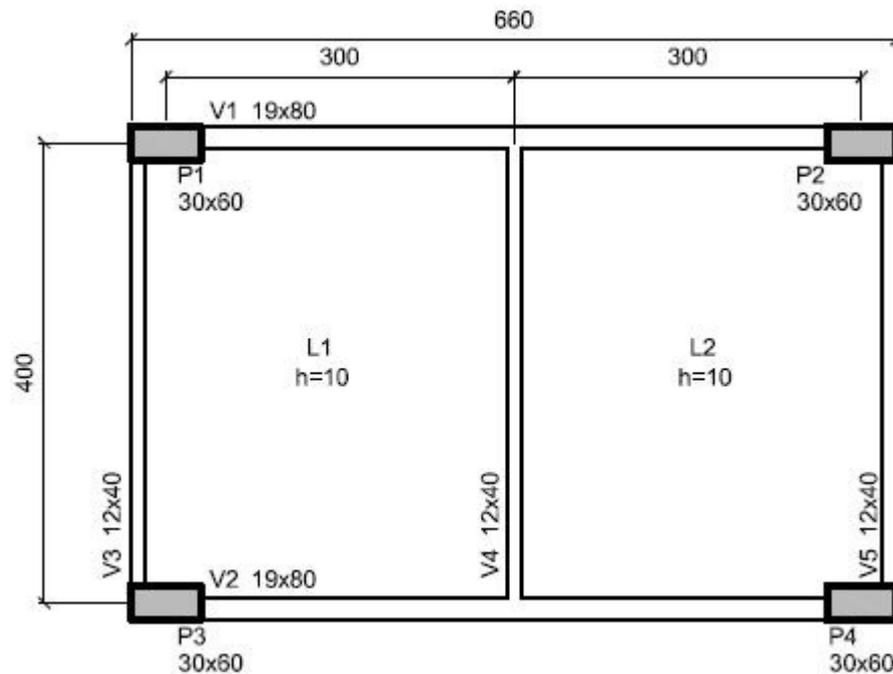


Figura 11: planta baixa do caso analisado

4.2.2 Análise das solicitações

Para que se possa comparar os resultados do método proposto de engastamento parcial dos apoios com o método tradicional de desconsideração da inércia à torção das vigas suporte, serão determinadas as solicitações através de 3 modelos de grelha.

O carregamento da grelha será determinado através das reações que as lajes descarregam nas vigas, segundo o método das linhas de ruptura, com a bissetriz à 45°. Assim, as cargas uniformemente distribuídas sobre as vigas, já incluindo o peso próprio e as cargas de paredes, são:

$$\begin{aligned}q_{v1} &= q_{v2} = 1362 \text{ kgf/m;} \\q_{v3} &= q_{v5} = 944 \text{ kgf/m;} \\q_{v4} &= 1430 \text{ kgf/m.}\end{aligned}$$

4.2.2.1 Caso 1: desconsideração da inércia à torção das vigas suporte

A forma mais simples de se determinar as solicitações de vigas apoiadas em outras vigas é desconsiderar-se totalmente a resistência à torção das vigas suporte, pois fazendo isso o cálculo das solicitações torna-se isostático de simples solução e isenta o projetista de verificar os esforços de torção das vigas suporte. Porém, esse artifício somente é possível se a peça tem condições de sofrer plastificação nos apoios sem prejudicar a estabilidade da estrutura. Como visto anteriormente, o concreto armado permite essa manipulação do seu comportamento, pois a posição onde são inseridas as armaduras é que irá determinar o funcionamento da peça, já que o concreto resiste muito pouco à tração e, na ausência de reforços de aço, fissura nessas regiões, criando rótulas plásticas.

A inércia à torção, J_t , e a inércia à flexão, I , das vigas serão calculadas para uma seção retangular íntegra de concreto, desconsiderando-se a influência das áreas de aço existentes em seu interior. Nessas condições as propriedades geométricas das vigas do problema analisado são as seguintes:

Vigas suporte, V1 e V2:

$$J_{ts} = 0$$

$$I_{xs} = 810.666 \text{ cm}^4$$

Viga intermediária, V4:

$$J_{tm} = 0$$

$$I_{xm} = 64.000 \text{ cm}^4$$

Segundo este modelo, utilizando os carregamentos determinados anteriormente, obtém-se o diagrama de momentos de flexão para a viga V4, ilustrado na figura 12.

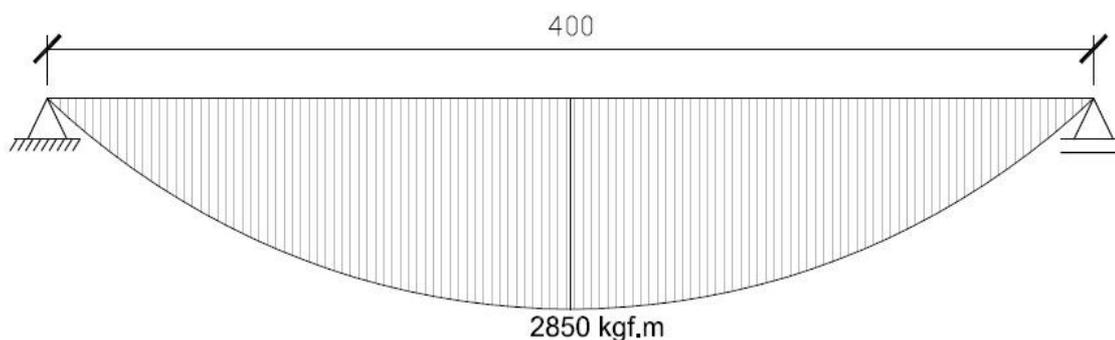


Figura 12: diagrama de momentos de flexão da viga intermediária para a configuração bi-apoiada

Não existem momentos negativos sobre os apoios, tornando o momento de flexão integralmente positivo ao longo da viga. Para esta situação foi verificada a flecha elástica, sem coeficientes de ponderação de cargas e sem consideração da fluência do concreto, de 2,79 mm.

Para este caso não há um diagrama de momentos de torção nas vigas suporte, pois os esforços de torção não encontram resistência pela seção dessas vigas, que não possuem armaduras para combatê-lo, fissurando o concreto em torção nas vigas de apoio e em flexão na viga apoiada, possibilitando a rotação dessas peças. A ocorrência dessa fissuração, em determinados casos, pode exceder os limites admissíveis de abertura de fissuras, comprometendo a integridade do material, podendo expor as armaduras às intempéries. Por isso a Associação Brasileira de Normas Técnicas (2007) sugere a consideração de pelo menos 15% da inércia à torção dessas vigas suportes, como visto anteriormente.

4.2.2.2 Caso 2: consideração de 15% da inércia à torção das vigas suporte

A NBR 6118 permite que se reduza a inércia à torção das vigas, quando analisadas por modelos de grelha, para 15% da sua inércia total, ocorrendo a fissuração. Para determinar as solicitações atuantes na estrutura ilustrada na figura 11 será admitido um modelo de grelha com as seguintes características geométricas, calculadas como no item anterior:

Vigas suporte, V1 e V2:

$$J_{ts} = 24.014 \text{ cm}^4$$

$$I_{xs} = 810.666 \text{ cm}^4$$

Viga intermediária, V4:

$$J_{tm} = 2.928 \text{ cm}^4$$

$$I_{xm} = 64.000 \text{ cm}^4$$

Baseado nessas propriedades e nos carregamentos descritos anteriormente, obtém-se o seguinte diagrama de momentos de flexão para a viga V4, ilustrado na figura 13.

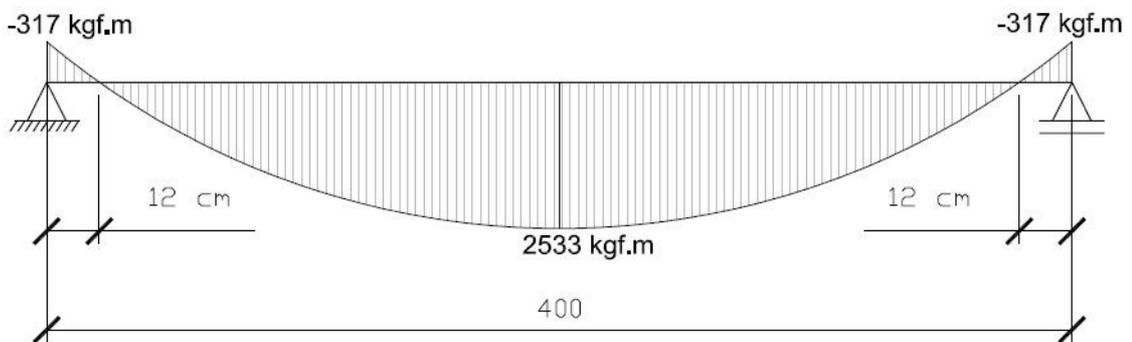


Figura 13: diagrama de momentos de flexão da viga intermediária considerando 15% da inércia à torção das vigas suporte

Como pode ser observado na figura 13 a resistência à torção das vigas suporte, V1 e V2, gerou um momento de flexão negativo de 317 kgf.m nos apoios. Como o problema é simétrico, os módulos dos momentos de flexão negativos, gerados pelo engastamento, são iguais. Essa flexão negativa reduziu em 11% a flexão positiva no centro do vão em relação ao modelo bi apoiado.

Para essa distribuição de momentos de flexão, a deformação imediata, calculada sem coeficientes de ponderação de cargas e sem considerar efeitos dinâmicos, calculada no centro da viga, é de 2,42 mm, apresentando uma redução de 13% em relação à configuração bi apoiada.

Esse desenvolvimento de momentos de flexão negativos nos apoios da viga V4 gera uma distribuição de momentos de torção nas vigas V1 e V2, ilustrado na figura 14.

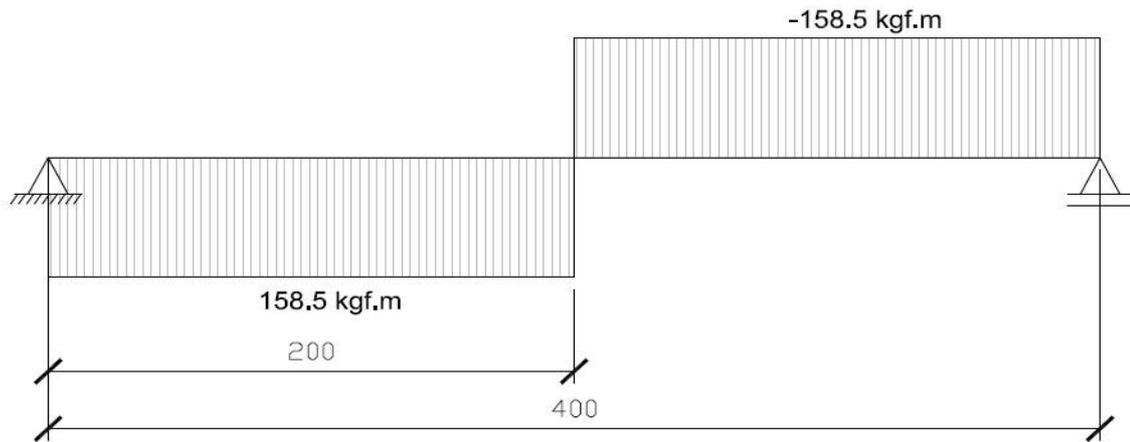


Figura 14: diagrama de momentos de torção das vigas suporte considerando-se 15% de sua inércia à torção

Torna-se necessário adicionar uma armadura de resistência aos esforços de torção nas vigas suporte para que seja possível o equilíbrio das peças.

4.2.2.3 Caso 3: consideração de 100% da inércia à torção das vigas suporte

Numa análise de grelha, no caso do projetista não interferir no comportamento da estrutura de concreto armado permitindo fissuração e plastificação localizados, modificando a rigidez das peças, utiliza-se a capacidade total de resistência de um elemento homogêneo de concreto armado. Neste item será feita uma análise do comportamento da grelha sem modificar as propriedades das barras, e posteriormente o dimensionamento das armaduras correspondentes. Assim será possível a verificação da viabilidade econômica dessa solução, que seria a mais uniforme, do ponto de vista da estrutura.

As propriedades das barras da grelha, calculadas como nos itens anteriores, desconsiderando-se a presença das barras de aço na sua seção, considerando íntegras as seções de concreto, são:

Vigas suporte, V1 e V2:

$$J_{ts} = 160.093 \text{ cm}^4$$

Viga intermediária, V4:

$$J_{tm} = 19.525 \text{ cm}^4$$

$$I_{xs} = 810.666 \text{ cm}^4$$

$$I_{xm} = 64.000 \text{ cm}^4$$

De acordo com as propriedades geométricas acima e o carregamento determinado anteriormente, obtém-se o diagrama de momentos de flexão para a viga V4, ilustrado pela figura 15.

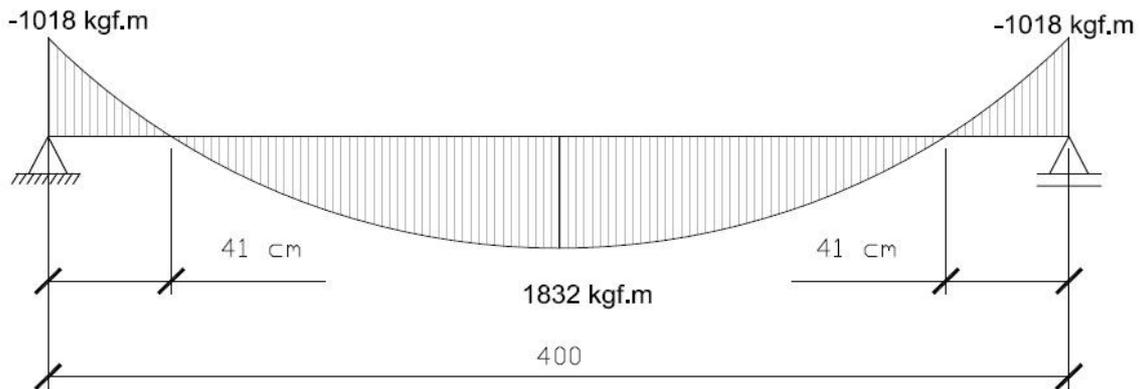


Figura 15: diagrama de momentos de flexão considerando-se a inércia à torção total das vigas suporte

A solução adotada gera maiores momentos negativos nos apoios, entretanto reduz o momento no centro do vão numa proporção de 35,72% em relação ao modelo simplesmente apoiado e 27,67% em relação ao modelo proposto pela ABNT. Além disso, a flecha elástica, calculada sem coeficientes de ponderação de carga e sem considerar a fluência do concreto, é de 1,59mm, representando uma redução de 43% em relação ao modelo bi-apoiado e 34,2% em relação ao modelo do caso 2.

O diagrama de momentos de torção das vigas V1 e V2, obtido pela análise de grelha é ilustrado na figura 16.

Quanto maior o momento de engastamento da viga apoiada, maior o momento de torção nas vigas suporte. É importante lembrar que os módulos dos esforços são iguais devido à simetria do problema. No caso da viga estar apoiada em algum ponto diferente do centro do vão das vigas suporte, surgirá momentos de torção maiores que os da figura 16 no trecho mais próximo do apoio e menores no trecho restante.

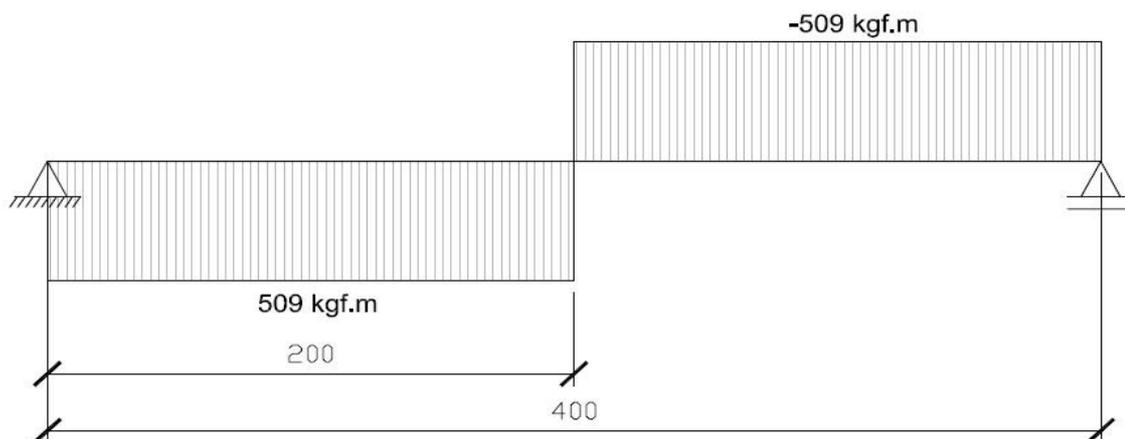


Figura 16: diagrama de momentos de torção das vigas V1 e V2 considerando-se suas inércias totais

4.2.3 Dimensionamento das armaduras para os casos analisados

Baseando-se nos diagramas obtidos anteriormente, serão dimensionadas as armaduras de flexão, torção e cisalhamento necessárias para equilibrar os esforços das vigas analisadas, para cada caso. Será admitido para este cálculo o mesmo critério de escalonamento de armaduras de flexão e cisalhamento para todos os casos. Sempre que possível serão utilizadas barras de mesma bitola para o equilíbrio da flexão em todos os casos, para que o comprimento de ancoragem seja o mesmo. De acordo com as recomendações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (2007), as armaduras serão dimensionadas de forma que absorvam a totalidade dos esforços de tração existentes na viga. Para tal, serão empregadas as equações que a ABNT propõe.

Neste estudo não serão dimensionados os estribos devidos aos esforços cortantes atuantes na estrutura, pois eles não devem variar com as configurações utilizadas, devido à simetria do problema. Portanto será calculado apenas o incremento nos estribos das vigas suporte devido às solicitações de torção.

A armadura de torção não é escalonada; é considerada constante ao longo do vão, correspondendo ao momento de torção máximo.

4.2.3.1 Caso 1: desconsideração da inércia à torção das vigas suporte

A desconsideração da inércia à torção das vigas suporte é o caso de mais simples dimensionamento, pois não gera momentos de flexão negativa na viga apoiada e nem esforços de torção nas vigas suporte. São dimensionadas as armaduras de flexão positiva e armaduras mínimas, para a viga apoiada.

Para a determinação da posição da linha neutra são equilibrados os esforços internos da viga admitindo que o concreto não absorva nenhuma parcela de tração, ficando o aço encarregado dessa função. As vigas foram dimensionadas admitindo-se um cobrimento de 2,5 cm. Sendo assim:

$$M_d = 2850 \text{ kgf.m}$$

$$x = 6,82 \text{ cm}$$

$$x_{lim} = 22,8 \text{ cm}$$

$$x_{2,3} = 9,4 \text{ cm}$$

$$A_s = 2,74 \text{ cm}^2$$

$$L_{b,nec1} = 33 \text{ cm}$$

$$A_{smin} = 0,83 \text{ cm}^2$$

$$L_{b,nec2} = 27 \text{ cm}$$

$$L_{b,nec2g} = 19 \text{ cm}$$

$$A_{smont} = 0,4 \text{ cm}^2$$

Onde:

M_d = momento de flexão solicitante de cálculo;

x = posição da linha neutra;

x_{lim} = posição limite da linha neutra para a peça;

$x_{2,3}$ = altura da zona comprimida na transição entre os domínios 2 e 3, do ELU;

A_s = área de aço necessária para o equilíbrio dos esforços de flexão;

$L_{b,nec1}$ = comprimento de ancoragem necessário para a armadura positiva;

A_{smin} = área de aço da armadura mínima necessária para a seção;

$L_{b,nec2}$ = comprimento de ancoragem necessário para a armadura mínima.

$L_{b,nec2g}$ = comprimento de ancoragem necessário para a armadura mínima, com gancho.

A_{smont} = área de aço da armadura de montagem;

Sabendo-se o valor da armadura mínima e as dimensões da peça, pode-se determinar o momento de flexão absorvido por essa armadura, portanto, o escalonamento das armaduras será realizado através deste valor. A armadura necessária para equilibrar os esforços de flexão positiva terá seu comprimento determinado de forma que absorva todos os esforços superiores aos absorvidos pela armadura mínima. Através do diagrama da figura 12 é possível determinar em que pontos ocorrem o momento de flexão cuja armadura mínima é capaz de suportar, definindo-se o comprimento necessário das armaduras de reforço à armadura mínima. Sendo assim, chega-se aos seguintes resultados:

$$M_{\min} = 930 \text{ kgf.m};$$

$$C_p = 328 \text{ cm}$$

$$C_{\min} = 72 \text{ cm}$$

Onde:

M_{\min} = momento de flexão absorvido pela armadura mínima;

C_p = comprimento da viga onde é necessária a armadura principal;

C_{\min} = comprimento da viga onde a armadura mínima é suficiente para absorver os esforços de flexão.

A figura 17 ilustra a distribuição de armaduras de flexão para as condições do caso 1.

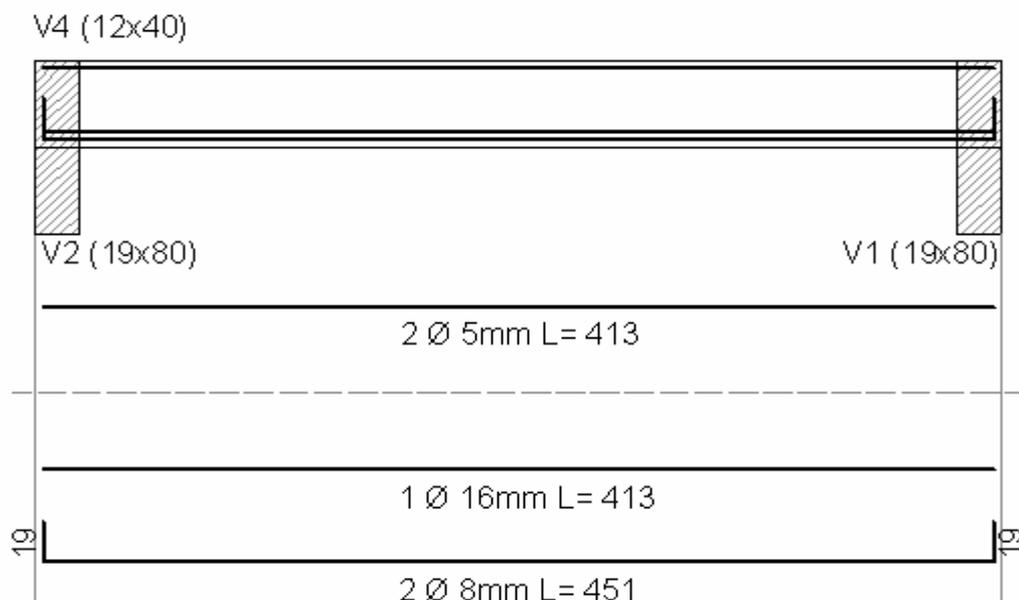


Figura 17: disposição das armaduras de flexão para o caso 1

Devido à inexistência dos momentos de flexão negativos, não surgem momentos de torção nas vigas suporte, o que dispensa o dimensionamento das armaduras de torção. É importante salientar que a Associação Brasileira de Normas Técnicas (2007) sugere que o dimensionamento considere uma parcela de torção para evitar surgimento de fissuras indesejadas nos elementos apoiados. Entretanto, neste caso para que os esforços de flexão sejam equilibrados na situação da figura 17 foi necessário 11,3 kg de aço.

4.2.3.2 Caso 2: consideração de 15% da inércia à torção das vigas suporte

Como visto anteriormente, ao considerar-se a inércia à torção das vigas suporte, surgem momentos negativos nas extremidades da viga apoiada, como um engaste elástico. Sendo assim, o dimensionamento fornece os seguintes resultados:

Armação positiva:

$$M_d = 2533 \text{ kgf.m}$$

$$x = 6 \text{ cm}$$

$$x_{lim} = 22,8 \text{ cm}$$

$$x_{2,3} = 9,38 \text{ cm}$$

$$A_s = 2,41 \text{ cm}^2$$

$$L_{b,nec1} = 33 \text{ cm}$$

$$A_{smin} = 0,83 \text{ cm}^2$$

$$L_{b,nec2} = 27 \text{ cm}$$

$$L_{b,nec2g} = 19 \text{ cm}$$

O comprimento das armaduras será determinado da mesma forma do item anterior, logo:

$$M_{min} = 930 \text{ kgf.m};$$

$$C_p = 300 \text{ cm}$$

$$C_{min} = 96 \text{ cm}$$

Armação negativa:

$$M_d = -317 \text{ kgf.m}$$

$$x = 0,69 \text{ cm}$$

$$x_{lim} = 22,8 \text{ cm}$$

$$x_{2,3} = 9,37 \text{ cm}$$

$$A_s = 0,28 \text{ cm}^2$$

$$L_{b,nec3} = 17 \text{ cm}$$

$$A_{smont} = 0,4 \text{ cm}^2$$

Onde:

$L_{b,nec3}$ = comprimento de ancoragem necessário para a armadura negativa, com gancho;

Como a área de aço necessária para a absorção dos momentos de flexão negativa é menor do que a área de aço da armadura de montagem, não serão necessárias barras adicionais e, portanto, não é necessária a determinação do comprimento das barras negativas.

Tendo-se determinado as áreas de aço de flexão necessárias, pode-se determinar a distribuição de armaduras para o caso 2, como ilustra a Figura 18.

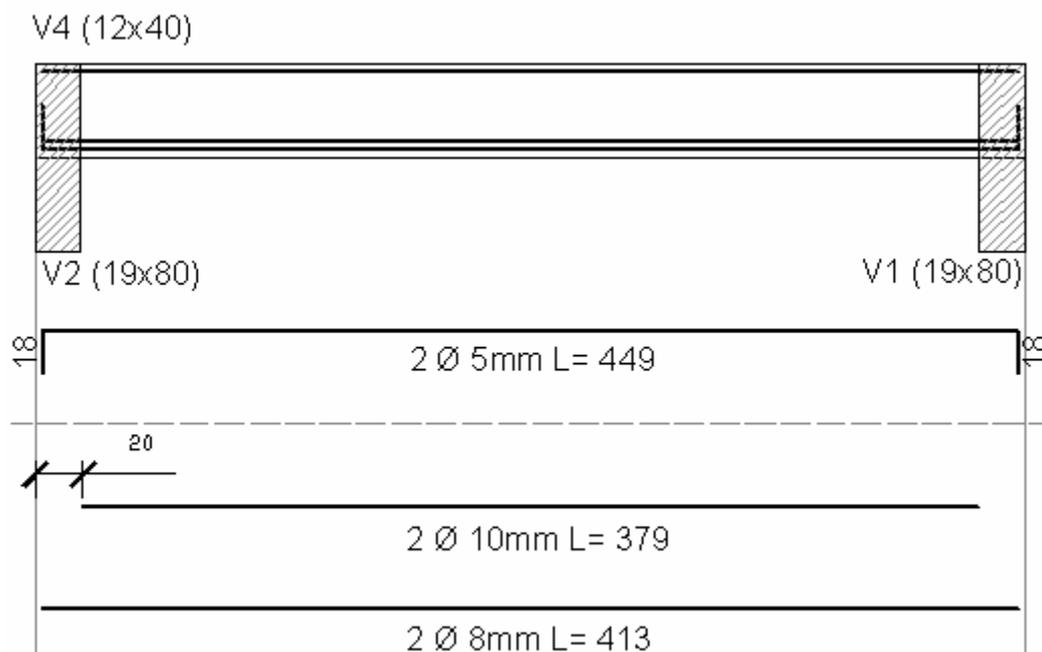


Figura 18: distribuição de armaduras de flexão para o caso 2

É interessante perceber que a armadura de montagem foi suficiente para absorver o momento negativo gerado pela consideração de 15% da inércia. É certo que a armadura de montagem é capaz de oferecer uma resistência à fissuração na área onde ela está posicionada, entretanto é

necessário um determinado comprimento de ancoragem para que seja possível contar com essas barras.

A distribuição da figura 18 necessita de 9,4 kg de aço para equilibrar os esforços de flexão.

Resta agora determinar as armaduras de torção necessárias para equilibrar a viga suporte. Neste caso:

$$T_d = 158.5 \text{ kgf.m}$$

$$A = 1520 \text{ cm}^2$$

$$c_1 = 3 \text{ cm}$$

$$h_e = 6 \text{ cm}$$

$$A_e = 962 \text{ cm}^2$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$u_e = 174 \text{ cm}$$

$$A_{swt} = 0,20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{st} = 0,33 \text{ cm}^2$$

Onde:

T_d = momento de torção de cálculo;

A = área da seção transversal da viga suporte;

c_1 = cobrimento lateral da viga suporte;

h_e = espessura equivalente da seção vazada;

A_e = área limitada pela linha média da parede da seção vazada;

θ = ângulo de inclinação das diagonais de concreto, arbitrado em 45° ;

u_e = perímetro de A_e ;

A_{swt} = área de aço das armaduras transversais de torção;

A_{st} = área de aço das armaduras longitudinais de torção;

Como a viga possui mais de 60 cm de altura, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (2007) recomenda que seja inserida uma armadura de pele, para o controle de fissurações excessivas. Essa armadura corresponde a 0,1% da seção bruta de concreto armado da viga, logo:

$$A_p = 1,52 \text{ cm}^2$$

Onde:

A_p = área de aço da armadura de pele, obrigatória para seções com $h > 60$ cm.

A armadura longitudinal de resistência à torção é, portanto, inferior a armadura de pele existente na viga. Como a armadura de pele existe apenas para controlar a fissuração, nada impede que ela seja utilizada na resistência à torção, portanto, para o caso analisado, a existência do pequeno esforço de torção não exigiu um incremento nas armaduras existentes nas vigas suporte. A armadura transversal de torção é dimensionada como um incremento aos estribos que já existirão nas vigas suporte devido aos esforços cortantes atuantes nessas vigas. Portanto, apenas para fins de determinação do consumo de aço, para se obter a taxa A_{swt} é necessário 1 estribo de bitola 4,2 mm a cada 3 m de viga suporte. Esta quantidade resulta em um consumo de 0,8 kg de aço, considerando-se 2 estribos por viga suporte. A consideração de 15% da inércia à torção das vigas suporte, sugerida pela norma, resultou em um consumo total de 10,2 kg de aço, entre armaduras de flexão das vigas apoiadas e armadura de torção das vigas suporte.

4.2.3.3 Caso 3: consideração de 100% da inércia à torção das vigas suporte

Essa solução seria a mais adequada do ponto de vista estrutural, visto que inibe a ocorrência de fissuras e permite que a estrutura distribua as solicitações de forma mais uniforme. Neste item será feito o dimensionamento das peças contando com 100% da inércia à torção das vigas suporte, verificando a quantidade de aço necessária para tal.

As etapas de cálculo seguem as mesmas explicadas nos itens anteriores:

Armação positiva:

$$M_d = 1832 \text{ kgf.m}$$

$$x = 4,15 \text{ cm}$$

$$x_{lim} = 22,8 \text{ cm}$$

$$x_{2,3} = 9,38 \text{ cm}$$

$$A_s = 1,67 \text{ cm}^2$$

$$L_{b,nec1} = 33 \text{ cm}$$

$$A_{smin} = 0,83 \text{ cm}^2$$

$$L_{b,nec2} = 27 \text{ cm}$$

$$L_{b,nec2g} = 19\text{cm}$$

O escalonamento será realizado conforme os itens anteriores, obtém-se, então:

$$M_{\min} = 930 \text{ kgf.m};$$

$$C_p = 226 \text{ cm};$$

$$C_{\min} = 174 \text{ cm};$$

$$C_n = 80 \text{ cm}.$$

Armação negativa:

$$M_d = -1018 \text{ kgf.m}$$

$$x = 2,26 \text{ cm}$$

$$x_{\text{lim}} = 23,12 \text{ cm}$$

$$x_{2,3} = 9,58 \text{ cm}$$

$$A_s = 0,91 \text{ cm}^2$$

$$L_{b,nec} = 30 \text{ cm}$$

$$L_{b,nec3g} = 21 \text{ cm}$$

$$A_{\text{smont}} = 0,4 \text{ cm}^2$$

Sob estas condições a figura 19 ilustra a distribuição de armaduras de flexão para a viga apoiada.

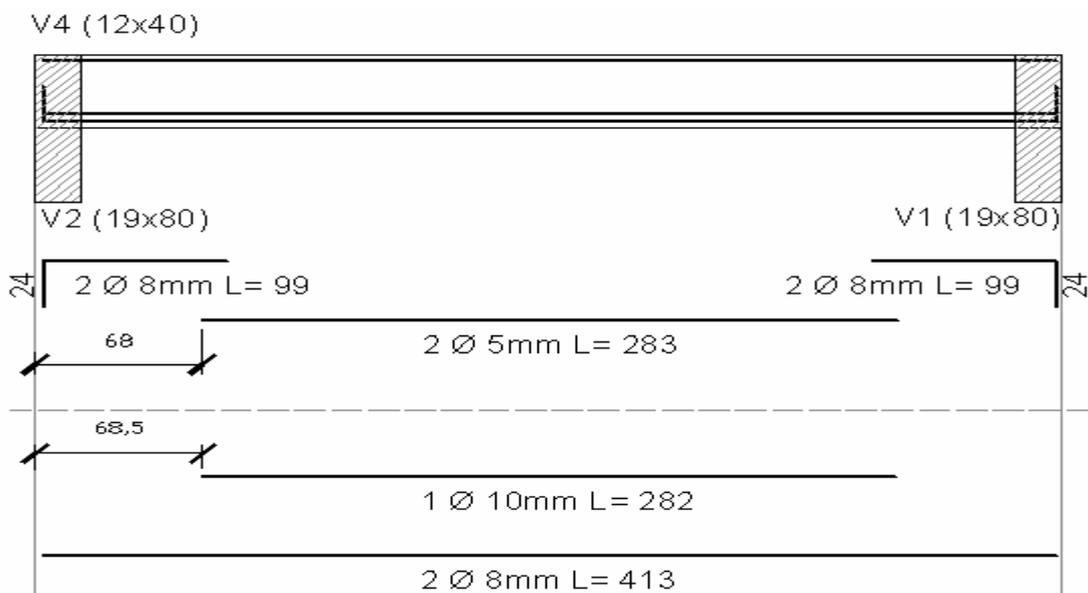


Figura 19: distribuição de armaduras de flexão para o caso 3

Resta agora determinar as armaduras de torção necessárias para equilibrar a viga suporte. Neste caso:

$$T_d = 509 \text{ kgf.m}$$

$$A = 1520 \text{ cm}^2$$

$$c_1 = 3 \text{ cm}$$

$$h_e = 6 \text{ cm}$$

$$A_e = 962 \text{ cm}^2$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$u_e = 174 \text{ cm}$$

$$A_{swt} = 0,60 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{st} = 1,06 \text{ cm}^2$$

Como a seção de concreto das vigas suporte é igual à do item anterior, a armadura de pele não se altera, sendo:

$$A_p = 1,52 \text{ cm}^2$$

Como visto anteriormente, a armadura de pele pode ser aproveitada para a absorção dos esforços longitudinais de torção. Sendo assim, o incremento de aço nas vigas suporte é devido à armadura transversal de torção, neste caso, para a obtenção da taxa A_{swt} , apenas para fins de consumo de aço, é necessário 1 estribo de bitola 4,2 mm a cada metro da viga suporte, resultando um consumo de 2 kg de aço para o conjunto de vigas. Portanto, o total de aço necessário para essa configuração é 9,5 kg.

4.2.4 Grelha com grandes vãos e vigas baixas

Uma situação semelhante a da figura 11 foi calculada com vãos de 8m para as vigas suporte e 8m para a viga apoiada. A seção das vigas suporte foi adotada como 19 cm x 65 cm, para que ainda se pudesse contar com as armaduras de pele, e viga apoiada de 12 cm x 60 cm. Dessa forma tem-se a situação não ideal para a consideração da resistência à torção, ou seja, grandes sollicitações e vigas baixas, com pouca armadura de pele. A figura 20 ilustra a planta estrutural dessa situação.

Essa configuração gerou uma carga de 2170 kgf/m para a viga apoiada, assumindo lajes com 12 cm de espessura e as mesmas cargas superficiais do problema da figura 11, calculando-se as reações das lajes pelo método das linhas de ruptura com a bissetriz a 45°. Portanto, o momento da configuração bi apoiada gerado foi de 17360 kgfm e a flecha inicial foi 2,05 cm. Para a situação de engaste parcial, o momento absorvido pelos apoios foi de 3400 kgfm, sendo o momento torçor nas vigas suporte igual a 1700 kgfm, bem superior ao limite suportado pela armadura de pele, que segundo a tabela 4, é 572 kgfm.

Para essa configuração foram dimensionadas as armaduras de flexão da viga apoiada e de torção das vigas suporte para os três casos analisados anteriormente, considerando-se 0%, 15% e 100% da resistência à torção das vigas. As etapas de dimensionamento são idênticas às realizadas no item 4.2.3. Sendo assim, a seguir será ilustrado apenas o detalhamento das armaduras obtidas para estes casos.

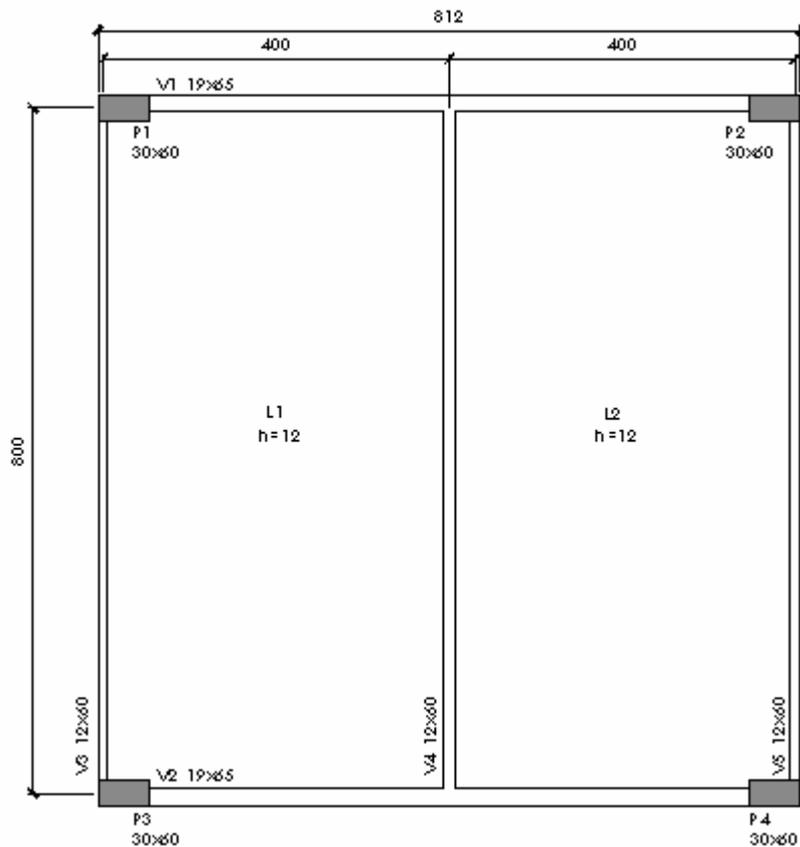


Figura 20: planta estrutural da situação de grandes vãos e vigas baixas

É importante salientar que as armaduras de torção serão consideradas como um adicional às armaduras já existentes nas vigas suporte. O dimensionamento será feito dessa forma para que os valores de armaduras possam ser comparados com a referência, que é a situação de desconsideração total da inércia à torção. Dessa forma, todas as armaduras que são comuns aos três modelos de dimensionamento não foram dimensionadas.

4.2.4.1 Desconsideração da inércia à torção para vigas de grandes vãos

Mantendo a mesma sequência de cálculo da seção 4.2.3 e utilizando os mesmos critérios de escalonamento das armaduras, foi determinada a quantidade de armaduras de flexão necessárias para o equilíbrio da viga apoiada sem considerar a resistência à torção das vigas suporte. A figura 21 ilustra as armaduras de flexão obtidas para a viga de grande vão apoiada em vigas de pouca altura, desconsiderando-se a inércia à torção das barras.

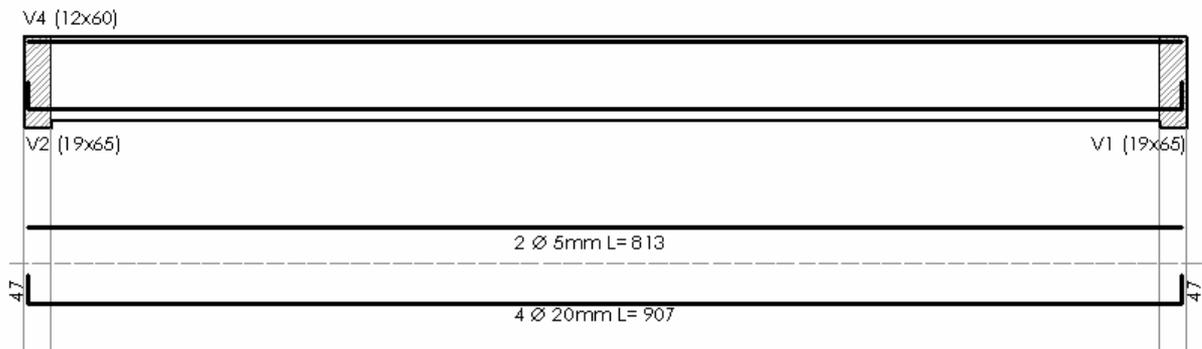


Figura 21: armaduras de flexão para viga apoiada de grande vão, desconsiderando-se a torção

O modelo de dimensionamento que desconsidera a inércia à torção das vigas resultou em um consumo de aço de 92,1 kg. A flecha elástica, calculada sem coeficientes de ponderação de cargas e sem levar em conta os efeitos de fluência do concreto, é de 2,05cm.

Como visto anteriormente, este modelo não gera esforços de torção nas vigas suporte, dispensando sua verificação.

4.2.4.2 Consideração de 15% da inércia à torção para vigas de grandes vãos

Dimensionando-se a viga apoiada segundo a sugestão da NBR 6118, considerando-se 15% da inércia à torção das barras, obteve-se a distribuição de armaduras ilustrada pela figura 22.

Neste caso, o consumo de aço é de 89,8 kg, e através da figura 22 pode-se perceber que a diferença deu-se apenas no comprimento de ancoragem das barras, que não tiveram suas bitolas alteradas. A flecha elástica, calculada sem coeficientes de ponderação de cargas e sem considerar os efeitos de fluência do concreto, é de 1,95 cm.

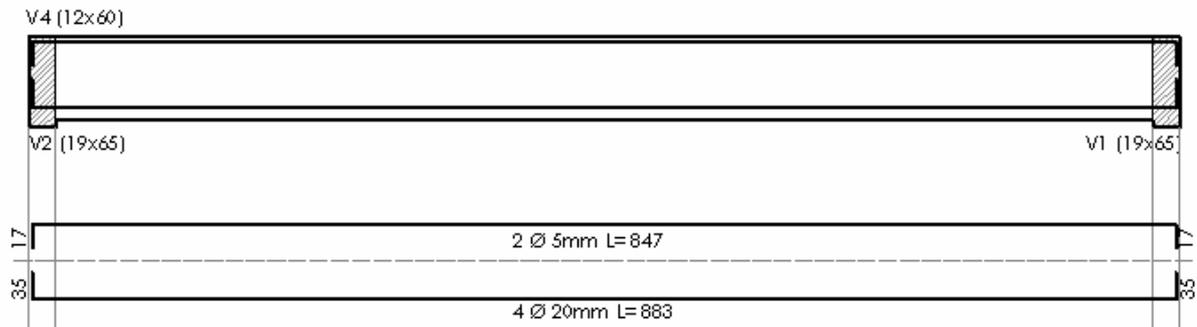


Figura 22: armaduras de flexão para viga apoiada de grande vão, considerando-se 15% da torção

Neste caso, como há consideração de parte da inércia à torção das barras é conveniente que as vigas suporte sejam armadas para absorver esses esforços. Sendo assim, a figura 23 ilustra as armaduras **adicionais** devidas à torção nas vigas suporte, isto é, será detalhado apenas o incremento de armaduras necessárias nas vigas suporte para que sejam equilibrados os esforços de torção.

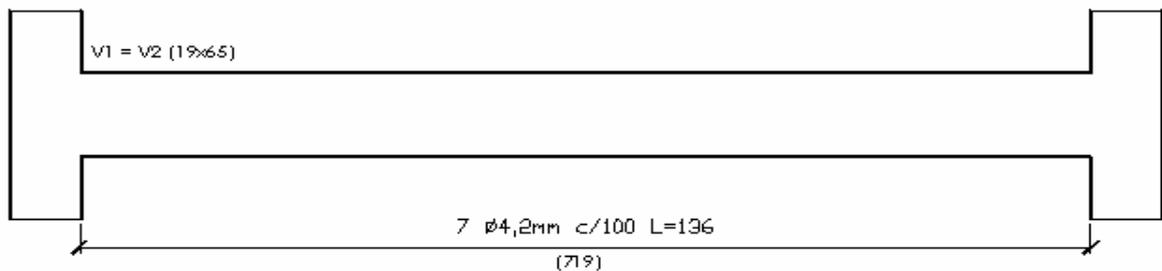


Figura 23: armaduras adicionais de torção nas vigas suporte para o caso de grandes vãos

Observa-se na figura 23 que o adicional de torção deu-se apenas nos estribos das vigas suporte, resultando em um consumo de 2 kg de aço, já se considerando as duas vigas suporte. As armaduras longitudinais não precisaram de reforço, pois a armadura de pele existente nessas vigas é suficiente para absorver os esforços longitudinais de torção. Sendo assim, o consumo total de aço para a consideração dos 15% de inércia à torção das vigas suporte é de 91,8 kg, praticamente idêntico ao consumo do modelo que desconsidera totalmente a inércia à torção das vigas.

4.2.4.3 Consideração de 100% da inércia à torção para vigas de grandes vãos

Os valores de momentos de flexão aumentam em proporção quadrática com o aumento do vão da viga, sendo que a relação dos momentos que serão absorvidos pelas vigas suporte se mantém constante para uma determinada relação entre inércias das barras de grelha, como visto anteriormente, espera-se que as vigas suporte recebam uma parcela maior de momento neste caso de grandes vãos, aumentando sua solicitação à torção. A figura 24 ilustra as armaduras de flexão para a viga apoiada, considerando-se 100% da inércia à torção das vigas suporte.

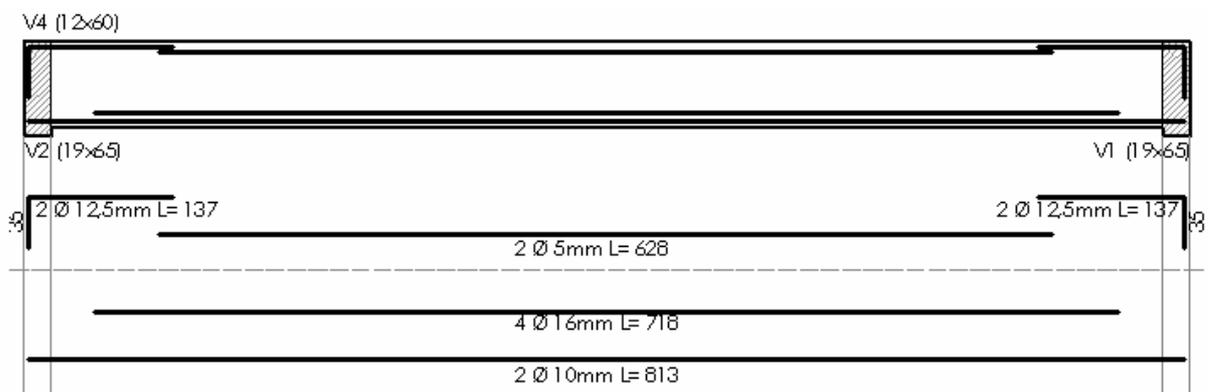


Figura 24: armaduras de flexão para viga apoiada de grande vão, considerando-se 100% da inércia à torção das vigas suporte

A consideração de 100% da inércia à torção resultou em um consumo de 62,6 kg de armaduras de flexão para a viga apoiada. A flecha inicial, calculada sem coeficientes de ponderação de cargas e sem considerar os efeitos de fluência do concreto, é de 1,53 cm.

É possível perceber através da figura 24 que a consideração da torção das vigas suporte reduziu significativamente as armaduras de flexão da viga apoiada. Entretanto as vigas suporte precisam de armaduras adicionais para resistir os esforços de torção gerados pela viga apoiada. A figura 25 ilustra as armaduras **adicionais** de torção das vigas suporte, ou seja, as armaduras de devem ser inseridas além dos estribos e armaduras de pele já existente nessas vigas.

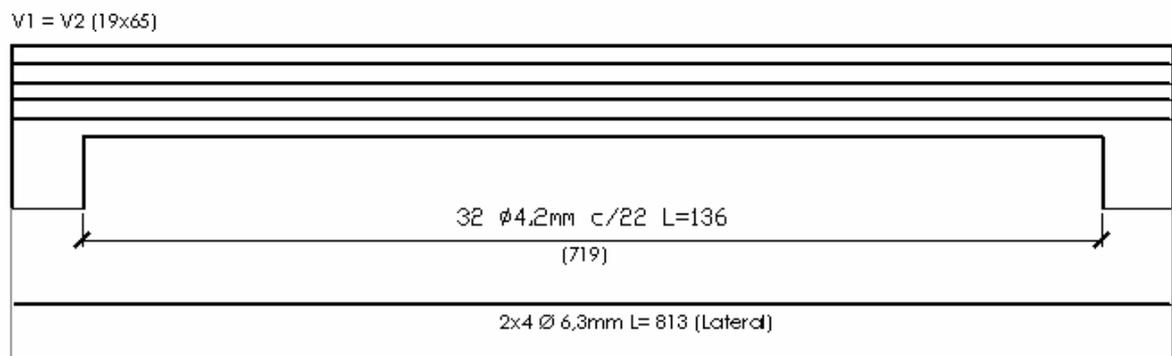


Figura 25: armaduras adicionais de torção para as vigas suporte, considerando-se 100% de sua inércia à torção

O consumo para a distribuição de armaduras da figura 25 é de 42,1 kg, já se considerando as duas vigas suporte. Observa-se que a quantidade de armadura de torção a ser adicionada na peça é bastante significativa, quando comparada à própria armadura de flexão da viga apoiada. A flecha elástica, calculada sem coeficientes de ponderação de cargas e sem a consideração da fluência do concreto, é de 1,53 cm. O consumo total de aço para esse modelo foi de 104,7 kg.

4.2.5 Comparação dos resultados obtidos

A quantidade necessária de armaduras de resistência à flexão para a viga apoiada com diferentes modelos estruturais mostrou-se razoavelmente diferente. É importante lembrar que as relações entre consumo de aço estabelecidas nas situações das figuras 11 e 20 não necessariamente se repetirão em casos diferentes. O objetivo deste dimensionamento foi apenas verificar a existência de redução na armadura quando se considera a inércia à torção das vigas suporte.

Os cálculos realizados indicaram que quanto maior o engastamento da viga apoiada maior é a redução obtida nas suas armaduras de flexão. Entretanto há um adicional de armaduras para a resistência à torção que aumenta com esse engastamento. Através da análise de dois casos distintos, um favorável e outro desfavorável para a situação do engaste parcial, foi possível determinar que nem sempre a solução de consideração de 100% da inércia à torção das barras de grelha se mantém econômica.

Para o primeiro caso, da figura 11, a consideração da inércia à torção plena das vigas resultou em uma redução de 16% na quantidade de aço necessária em relação ao modelo bi-apoiado. Mesmo a indicação da Associação Brasileira de Normas Técnicas (2007) de se considerar 15% da inércia à torção das vigas suporte resultou em uma redução de 10% na quantidade de aço necessária para o modelo bi-apoiado. Vale lembrar que estes valores são válidos porque se utilizou a contribuição da armadura de pele como armadura longitudinal de torção.

Esse mesmo problema foi calculado também com vigas de borda de 60cm de altura, que provavelmente seria a altura adotada pelo projetista caso o cliente não exigisse vigas mais altas para fins construtivos. Neste caso não é necessário que se utilizem armaduras de pele, segundo a Associação Brasileira de Normas Técnicas (2007). Para esta situação, o dimensionamento considerando a totalidade da inércia à torção das vigas mostrou-se bem menos econômico. Houve um aumento de 33%, aproximadamente, na quantidade de armadura necessária em relação ao modelo bi apoiado tradicional, devido ao acréscimo de armaduras de torção nas vigas suporte. Portanto, a inserção dessas armaduras foi maior do que a redução nas armaduras de flexão, tornando o conjunto menos econômico para os casos onde as vigas suporte possuem altura igual ou inferior a 60 cm. Neste caso ao se considerar a recomendação da Associação Brasileira de Normas Técnicas (2007) para a utilização dos 15% de inércia à torção, o consumo de aço foi similar ao da situação bi-apoiada, apresentando uma pequena redução de 2%.

Uma análise interessante foi feita no sentido da deformação da viga apoiada. Constatou-se que para a mesma deformação da viga simplesmente apoiada com 60 cm de altura, ao se considerar 100% da inércia à torção das vigas suporte foi possível reduzir a altura da viga apoiada para 50cm de altura. Uma redução de 10 cm na altura efetiva das vigas pode ser bastante interessante em casos onde a arquitetura limita as dimensões.

Para a situação da figura 20, com grandes vãos e vigas baixas, pode-se dizer que a consideração de 15% da inércia à torção e a sua desconsideração resultou em valores praticamente iguais. Sendo assim, a consideração da totalidade da inércia à torção das vigas resultou em um aumento de 13,6 % na quantidade de armadura do conjunto, em relação às outras configurações, mesmo considerando-se a contribuição das armaduras de pele. Entretanto a redução da flecha elástica foi de 25,4%.

Para a mesma deformação da situação onde a inércia à torção é desconsiderada pôde-se reduzir a altura da viga apoiada para 53 cm, apresentando uma redução de 7 cm, que, como visto anteriormente, pode ser útil em situações onde a arquitetura limita as dimensões.

Sabe-se que a quantidade de inércia à torção a ser considerada no cálculo pode ser manipulada através da posição das armaduras, sendo assim pode-se determinar um coeficiente ótimo da inércia à torção a ser considerado no dimensionamento da estrutura, de forma que as solicitações de torção fiquem em patamares onde a redução do aço da flexão compense a adição de armaduras de torção. Este é um recurso que pode ser utilizado nos elementos de grandes vãos, ou grandes carregamentos, para que essas peças isoladas não comprometam a economia da estrutura de um pavimento.

4.2.6 Análise de um pavimento

Nesta seção é analisada a grelha de vigas de um pavimento com 242m² de área, de um edifício residencial existente. Para este caso também foi solicitado que as vigas de fachada possuíssem 80 cm de altura para questões de acabamento das esquadrias. As dimensões do problema ficam, então, definidas a seguir:

- a) pé-direito = 3 m;
- b) altura das vigas de borda = 80 cm;
- c) espessura das vigas de borda = 19 cm;
- d) altura das vigas internas = 60 cm;
- e) espessura das vigas internas = 12 cm;
- f) vigas com vãos superiores a 6 m: altura = 1/12 do vão; espessura = 19 cm;
- g) seção dos pilares = 30 cm x 50 cm;
- h) carregamento permanente devido ao piso = 100 kgf/m²;

- i) carregamento acidental = 150 kgf/m²
- j) carga linear de parede externa = 670 kgf/m;
- k) carga linear de parede interna = 504 kgf/m;
- l) massa específica do concreto armado = 2500 kgf/m³.

A figura 26 ilustra a planta estrutural do pavimento analisado.

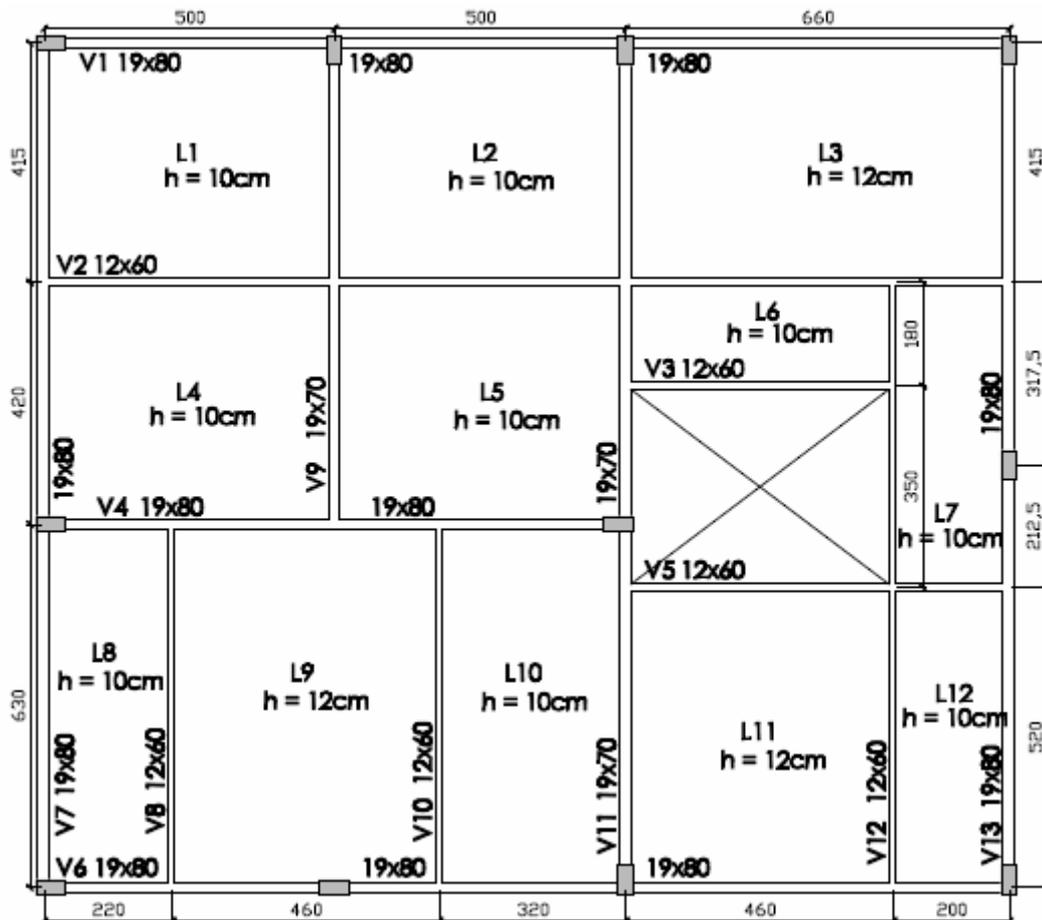


Figura 26: planta estrutural do pavimento analisado

Para o carregamento das vigas foram consideradas as reações das lajes devidas ao método das linhas de ruptura com inclinação de 45°, de forma aproximada. As lajes de 10 cm possuem um carregamento total de 500 kgf/m² e as lajes de 12 cm um total de 550 kgf/m². A tabela 5 indica o carregamento das vigas do pavimento da figura 26.

Tabela 5: carregamentos das vigas do pavimento analisado

| Carregamentos das vigas do pavimento (kgf/m) | | | | | |
|--|-------|-------|--------|--------------|--------|
| Viga | Laje | | Parede | Peso Próprio | Total |
| | dir | esq | | | |
| V1 - vão 1 | 608 | - | 670 | 380 | 1658 |
| V1 - vão 2 | 608 | - | 670 | 380 | 1658 |
| V1 - vão 3 | 782,5 | - | 670 | 380 | 1832,5 |
| V2 - vão 1 | 607 | 607 | 504 | 180 | 1898 |
| V2 - vão 2 | 607 | 607 | 504 | 180 | 1898 |
| V2 - vão 3 | 362 | 711,5 | 504 | 180 | 1757,5 |
| V2 - vão 4 | 250 | 711,5 | 504 | 180 | 1645,5 |
| V3 - vão 1 | - | 362 | - | 120 | 482 |
| V4 - vão 1 | 275 | 609 | 504 | 180 | 1568 |
| V4 - vão 2 | 632,5 | 609 | 504 | 180 | 1925,5 |
| V4 - vão 3 | 632,5 | 609 | 504 | 180 | 1925,5 |
| V4 - vão 4 | 400 | 609 | 504 | 180 | 1693 |
| V5 - vão 1 | 632,5 | - | 504 | 180 | 1316,5 |
| V5 - vão 3 | 250 | 250 | 504 | 180 | 1184 |
| V6 - vão 1 | - | 275 | 670 | 380 | 1325 |
| V6 - vão 2 | - | 632,5 | 670 | 380 | 1682,5 |
| V6 - vão 3 | - | 632,5 | 670 | 380 | 1682,5 |
| V6 - vão 4 | - | 400 | 670 | 380 | 1450 |
| V6 - vão 5 | - | 632,5 | 670 | 380 | 1682,5 |
| V6 - vão 6 | - | 250 | 670 | 380 | 1300 |
| V7 - vão 1 | 454 | - | 670 | 380 | 1504 |
| V7 - vão 2 | 525 | - | 670 | 380 | 1575 |
| V7 - vão 3 | 519 | - | 670 | 380 | 1569 |
| V8 - vão 1 | 803 | 454 | 504 | 180 | 1941 |
| V9 - vão 1 | 525 | 525 | 504 | 332,5 | 1886,5 |

| | | | | | |
|-------------|-------|-------|-----|-------|--------|
| V9 - vão 2 | 519 | 519 | 504 | 332,5 | 1874,5 |
| V10 - vão 1 | 597 | 803 | 504 | 180 | 2084 |
| V11 - vão 1 | 705,5 | 597 | 670 | 332,5 | 2305 |
| V11 - vão 2 | - | 597 | 670 | 332,5 | 1599,5 |
| V11 - vão 3 | - | 525 | 670 | 332,5 | 1527,5 |
| V11 - vão 4 | 225 | 525 | 670 | 332,5 | 1752,5 |
| V11 - vão 5 | 571 | 519 | 670 | 332,5 | 2092,5 |
| V12 - vão 1 | 404 | 705,5 | 504 | 180 | 1793,5 |
| V12 - vão 2 | 406 | - | 504 | 180 | 1090 |
| V12 - vão 3 | 406 | 225 | 504 | 180 | 1315 |
| V13 - vão 1 | - | 404 | 670 | 380 | 1454 |
| V13 - vão 2 | - | 406 | 670 | 380 | 1456 |
| V13 - vão 3 | - | 406 | 670 | 380 | 1456 |
| V13 - vão 4 | - | 571 | 670 | 380 | 1621 |

A viga com menor carregamento foi a V3, com 482 kgf/m, e o maior carregamento foi o do primeiro vão da viga V11, com 2305 kgf/m. O carregamento médio para as vigas do pavimento é de 1627 kgf/m. O vão médio é de 6,16 m.

Foram calculadas, então, as armaduras de flexão das vigas apoiadas (V2, V3, V5, V8, V9, V10 e V12) considerando-se 0, 15% e 100% da inércia à torção das barras da grelha, gerando os resultados da tabela 6.

Tabela 6: armaduras de flexão para as vigas apoiadas do pavimento analisado

| Viga Apoiada | Armaduras de Flexão (kg) | | |
|--------------|--------------------------|------------|--------------|
| | 0% Torção | 15% Torção | 100% Torção |
| V2 | 90 | 88 | 73,7 |
| V3 | 8 | 8,2 | 8,6 |
| V5 | 115,7 | 115,4 | 54,2 |
| V9 | 102,4 | 101 | 93 |
| V8 | 38,3 | 36,6 | 26,6 |
| V10 | 38,3 | 36,6 | 26,7 |
| V12 | 40,6 | 39,2 | 20,5 |
| TOTAL | 433,3 | 425 | 303,3 |

A desconsideração da inércia à torção resultou em um consumo de 433,3 kg de aço nas vigas apoiadas. A flecha inicial absoluta máxima para essa configuração foi de 1,34 cm, a mínima de 0,99 cm e a média de 1,16 cm. Considerando-se 15% da inércia à torção das vigas suporte chegou-se a um consumo de 425 kg de aço. A flecha elástica absoluta máxima foi de 1,32cm, a mínima foi 0,96 cm e a média de 1,14 cm. A redução do aço e das deformações em relação ao modelo simplesmente apoiado foi praticamente nula devido aos grandes vãos. Enfim, considerando-se a inércia à torção integral das vigas suporte obteve-se um consumo de 303,3 kg de aço para a flexão das vigas apoiadas. A flecha inicial máxima para este caso foi de 1,11 cm, a mínima foi de 0,7 cm e a média de 0,9 cm. A redução nas armaduras de flexão e nas deformações das vigas apoiadas foi apreciável.

Resta determinar as armaduras de torção nas vigas suporte (V4, V6, V7, V11, V12 e V13), para os três modelos estudados. A tabela 7 indica as armaduras de torção utilizadas em cada caso.

Tabela 7: armaduras de torção para as vigas suporte do pavimento analisado

| Viga Suporte | Armaduras de Torção (kg) | | |
|--------------|--------------------------|-------------|-------------|
| | 0% Torção | 15% Torção | 100% Torção |
| V4 | - | 0,7 | 13,5 |
| V6 | - | 1,3 | 29 |
| V7 | - | 0,5 | 5,7 |
| V11 | - | 0,9 | 15,1 |
| V12 | - | 0,16 | 1,1 |
| V13 | - | 1,5 | 32,2 |
| TOTAL | 0 | 5,06 | 96,6 |

A consideração de 100% da torção gerou um consumo de 96,6 kg de aço para as vigas suporte do pavimento analisado, contra 5,06 kg da consideração de 15% dessa inércia. Para o caso da desconsideração da torção, logicamente, não há armaduras de torção.

Ao somar-se os totais das tabelas 6 e 7 a solução que considera 100% da inércia à torção das vigas leva a um menor consumo de aço, de 399,9 kg, contra 430,06 da solução que considera os 15% dessa inércia e 433,3 da solução que a desconsidera. Além de conduzir a menores deformações. Isto representa uma redução de 7,7% na quantidade de armadura das vigas analisadas e uma redução média de 22,4% nas deformações do pavimento, em relação à desconsideração da inércia à torção.

Para que a solução se torne mais econômica podem ser calibrados os coeficientes de torção a serem utilizados, de maneira que a armadura de torção não exceda as reduções obtidas nas armaduras de flexão. Quanto menores forem os incrementos de armaduras longitudinais às armaduras de pele, melhor será para a economia do conjunto.

Analisando-se os valores obtidos e confrontando-os com os calculados nos casos isolados das figuras 11 e 20, observa-se que os resultados ficaram entre os valores obtidos para os dois casos. A economia não foi tão alta quanto a do primeiro caso, mas também não foi prejudicada, como no segundo caso.

Dentre os fatores que influenciaram o resultado podemos citar o tamanho dos vãos, que são intermediários entre as duas situações isoladas, e conseqüentemente suas solicitações, vigas suporte recebendo mais de uma viga apoiada, como é o caso da V4, na figura 26, aumentando a torção e vigas com grandes esforços de flexão por servirem de apoio a outras vigas, como é o caso da V5. Isso indica que para que o projetista utilize as torções a seu favor deve-se tomar uma série de cuidados na hora do projeto. O item a seguir traz algumas recomendações que podem auxiliar o projetista a tomar algumas decisões na etapa da concepção da estrutura.

4.3 RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

Para que o projetista obtenha um melhor desempenho da sua estrutura através da consideração das torções das vigas em uma análise de grelha é recomendável que se atente a alguns critérios:

- a) a consideração da inércia em análises de grelha só é economicamente interessante se as vigas suporte tiverem altura superior a 60 cm, caso contrário recomenda-se utilizar os 15% da inércia à torção, indicados pela norma;
- b) para que a consideração da inércia à torção seja econômica é importante evitar grandes vãos com cargas usuais de projeto;
- c) em geral, os vãos ótimos para a consideração da torção são da ordem de 4m, para cargas usuais de edifícios residenciais e comerciais, sendo ideal que não se ultrapasse os 6m, como a viga V9 do pavimento analisado;
- d) em situações onde a torção das vigas suporte está em patamares mais baixos do que as indicadas na tabela 4, a altura da viga apoiada pode ser reduzida, ou a base das vigas de borda aumentada (viga V3 do pavimento). Na situação oposta, a altura da viga apoiada pode ser aumentada ou a base da viga de borda reduzida;
- e) recomenda-se evitar que uma viga suporte apoie várias vigas intermediárias, como acontece com a viga V4 da figura 26, quanto menos vigas se apoiarem, menor será o efeito de torção;
- f) em situações onde a altura das vigas está limitada pela arquitetura, o projetista pode utilizar o recurso da torção para reduzir a seção das vigas apoiadas sem aumentar sua flecha;
- g) é interessante procurar manter as vigas apoiadas o mais próximo possível do centro do vão das vigas suporte, para utilizar a máxima capacidade de resistência à torção das armaduras de pele. Evitar casos como o da V5;
- h) quando há necessidade de apoiar duas vigas em faces opostas da viga suporte, procurar manter as dimensões próximas da simetria, assim a torção terá uma distribuição com melhor desempenho econômico, caso da V4;
- i) quando as vigas intermediárias servem de apoio a outras vigas, fazendo com que seu momento de flexão seja elevado (V5), recomenda-se considerar o mínimo de 15% da inércia à torção das vigas suporte, sugerido pela norma.
- j) recomenda-se que sempre seja detalhado um gancho nas extremidades das armaduras de montagem, pois dessa forma elas invariavelmente contribuirão para a absorção de momentos negativos que possam ocorrer na viga.

5 CONCLUSÕES

Observou-se que, independente da seção das barras da grelha, a relação entre inércia à torção das vigas suporte e inércia à flexão da viga apoiada determina o percentual de momento de flexão absorvido pelos apoios. Quanto maior essa relação, maior o módulo do momento de flexão negativo absorvido pelas vigas suporte. Sendo assim, para que se consiga uma redução nas armaduras de flexão das vigas apoiadas é interessante que as viga suporte sejam mais largas, aumentando sua inércia à torção, e as vigas apoiadas mais baixas, reduzindo sua inércia à flexão.

Também se verificou que a proximidade da viga intermediária aos apoios da viga suporte aumenta a capacidade de absorção de momentos de torção da viga suporte, entretanto o módulo do momento de torção aumenta com essa proximidade, podendo ser necessário um reforço às armaduras de pele no trecho mais solicitado, prejudicando a economia do conjunto.

A consideração da torção em análises de grelha somente é viável economicamente em casos onde as vigas suporte possuem altura superior a 60 cm e, conseqüentemente, armaduras de pele distribuídas em sua seção.

Do ponto de vista da viga apoiada a configuração parcialmente engastada resulta em menor quantidade de armaduras de flexão, menos deformações e menos fissuras, em relação ao modelo que desconsidera a torção. Pode-se dizer que em geral para as vigas apoiadas essa é a solução mais econômica e mais uniforme, do ponto de vista estrutural. Já do ponto de vista das vigas suporte essa solução resulta em um maior consumo de aço, devido à necessidade de armaduras capazes de suportar os esforços de torção gerados pelo engastamento parcial da viga apoiada. Entretanto, reduz fissuras devidas à torção que aconteceriam na configuração mais simples. Como as armaduras de pele possuem distribuição semelhante às armaduras longitudinais de torção nada impede que elas sejam utilizadas para este fim, já que elas servem apenas para o controle da fissuração. Portanto, pôde-se concluir que enquanto as armaduras de pele forem capazes de resistir aos esforços de torção nas vigas suporte a solução mostra-se mais eficiente do ponto de vista econômico e estrutural. À medida que as armaduras

de pele vão necessitando de reforços o conjunto vai perdendo sua economia, até o ponto onde a solução deixa de ser econômica.

A análise do pavimento demonstrou que, mesmo ultrapassando-se a contribuição das armaduras de pele, a utilização da integralidade da inércia à torção das vigas em uma análise de grelha tende a ser favorável do ponto de vista econômico. Reduzindo bastante as armaduras de flexão das vigas apoiadas. Isto deve-se ao fato das solicitações de torção reduzirem drasticamente as solicitações de flexão, fazendo com que, para situações comuns de projeto, onde as vigas suporte possuem armadura de pele, o conjunto apresente menos armaduras do que nos casos onde a torção não é considerada. Portanto, é razoável concluir que as inércias à torção das vigas suporte devem ser ajustadas em patamares intermediários entre os 15%, sugeridos pela norma, e a integralidade do seu valor, para um resultado econômico.

Mesmo em casos onde a torção seja desfavorável economicamente a sua consideração pode ser aproveitada no sentido de reduzir seções das vigas apoiadas. Para a situação da figura 11 foi possível uma redução de 10 cm na altura da viga apoiada comparando-se a flecha obtida com o modelo simplesmente apoiado e com o modelo considerando a inércia à torção das vigas suporte. Para a situação menos favorável essa redução foi de 7 cm. Esse fator pode ser interessante quando existem limitações arquitetônicas para as alturas das vigas.

É possível afirmar que, devido à relação quadrática dos momentos de flexão com o vão da viga, quanto maior for o vão menor deve ser a relação entre a inércia à torção da viga suporte e a inércia à flexão da viga apoiada, para que a armadura de pele da viga suporte não necessite de reforços que possam superar a redução obtida nas armaduras de flexão.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2007.
- BEER, F. P.; JOHNSTON JUNIOR., E. R. **Resistência dos materiais**. 3 ed. São Paulo: Makron Books, 1995.
- CALAVERA-RUIZ, J.; DUTARI, L. C. **Calculo de flechas en estructuras de hormigon armado**: forjados, losas, vigas de canto, vigas planas. [Madrid]: Intemac, [ca. 1992].
- FUSCO, P. B. **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, 1995.
- LEONHARDT, F. **Construções de concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977. v.6.
- MASUERO, J.; CREUS, G. J. **Introdução à mecânica estrutural**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 1997.
- SAP2000 versão 11.0.0. **Structural Analysis Program**. Berkeley: Computers and Structures Inc, 2007.
- SÜSSEKIND; J. C. **Curso de análise estrutural**. 6 ed. Porto Alegre: Globo, 1981. v.3.