

MUDANÇA NA DISTRIBUIÇÃO DE RENDA BRASILEIRA: SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA E BEM-ESTAR ECONÔMICO *

ERIK ALENCAR DE FIGUEIREDO[†]
FLÁVIO AUGUSTO ZIEGELMANN[‡]

Resumo

Este estudo busca verificar a significância estatística da mudança na distribuição de renda brasileira no período de 1987 a 2005. Para tanto, adotou-se uma série de instrumentais estatísticos, destacando-se o cálculo dos desvios padrões das medidas de desigualdade, o teste de Kolmogorov-Smirnov, as estimativas das densidades não-paramétricas via suavização por *kernels* e *bootstrap* e as dominâncias estocásticas de primeira e segunda ordens. Os resultados apontam para uma alteração significativa no padrão distributivo. Por fim, conclui-se que as mudanças na distribuição de renda são condizentes com um maior nível de bem-estar econômico.

Abstract

This study aims at verifying a statistically significant change in Brazilian income distribution during the period between 1987 and 2005. To do so we adopt several statistical tools, as the calculation of standard deviations of inequality measures, Kolmogorov-Smirnov test, nonparametric density estimation via kernel smoothing and bootstrap, and stochastic dominance of first and second orders. The results point to a significant change in the income distributive pattern. Finally, we conclude that changes in income distribution are related to higher levels of economic welfare.

*Os autores gostariam de agradecer aos professores Eduardo Pontual Ribeiro, Suzi Camey, Marcelo S. Portugal, Fernando A. Veloso e a dois pareceristas anônimos. Entretanto, erros e omissões são de nossa inteira responsabilidade.

[†]Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal da Paraíba, email: eafigueiredo@gmail.com.

[‡]Departamento de Estatística, Programa de Pós-Graduação em Economia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

1 Introdução

A economia brasileira foi submetida a importantes transformações nos últimos vinte anos. Os processos de abertura comercial e estabilização dos níveis de preços desencadearam uma série de efeitos econômicos não negligenciáveis, destacando-se as alterações na estrutura da distribuição de renda, caracterizadas pela melhora nos indicadores sociais, tais como, concentração de renda, pobreza e bem-estar.¹

No que se refere às alterações nos índices de concentração dos rendimentos, os dados da Pesquisa Nacional de Amostras por Domicílios (PNAD), relativos aos anos de 1987 e 2005, detectam um recuo de 5,3% no índice de Gini para a renda *per capita*. Em um primeiro momento, este percentual parece inexpressivo, porém, em se tratando do índice de desigualdade, representa uma queda substancial. Entre os 75 países para os quais há informações relativas à evolução da desigualdade, menos de um quarto apresentou tamanha redução citepipea.

De fato, a alteração recente na distribuição dos rendimentos brasileiros tem tomado lugar de destaque na literatura especializada. Barros e Mendonça (1995), por exemplo, concluem que a desigualdade de renda aumentou continuamente entre 1960 e 1990. Nesse período, o grau de pobreza e bem-estar seguiram os padrões de crescimento, melhorando quando havia crescimento e piorando quando havia declínio.

A partir da década de noventa, há uma redução da desigualdade que, de acordo com Figueiredo et al. (2001), disfarça o aumento da polarização dos rendimentos. Ou seja, abriu-se um abismo entre os salários dos trabalhadores qualificados e os não-qualificados. Esses resultados foram contestados por Hoffmann (2008). De acordo com o autor, a formação de picos na distribuição, associada à tendência de as pessoas declararem valores “redondos” para seu rendimento, interfere no índice de polarização. Controlado por esse fator, a polarização teria caído nos últimos anos.²

No que se refere aos níveis de pobreza, houve uma redução percentual em torno de 6,8% no período de 1987 a 1999 (Barros et al. 2001). Estes resultados são confirmados por Ramos e Santana (2003), considerando o período de 1991 a 2001. Os autores constataram uma diminuição tanto no número de indigentes e pobres como nas suas condições (intensidade e severidade da pobreza, distribuição de renda entre os indigentes e pobres).

Em resumo, os dados apontam para uma transformação recente na estrutura distributiva brasileira, caracterizada, em linhas gerais, pelo aumento da remuneração nos estratos inferiores de renda. Contudo, não obstante a importância desses resultados, não é verificada a significância estatística dessas alterações, tampouco é discutida a relação entre a “melhora” nos indicadores e os níveis de bem-estar experimentados pela sociedade. Portanto, estes resultados podem ser questionados em duas frentes.

Primeira, sob prisma da análise estocástica, é possível que os movimentos sugeridos pelos indicadores estatísticos, sejam frutos de: a) uma variação aleatória pura ou; b) uma genuína alteração na estrutura dos dados. Por conta

¹ Alguns fatores contribuíram para esse comportamento. Neri (2006), por exemplo, aponta para a construção de um ambiente econômico estável e a consequente expansão dos programas de transferência de renda no pós Plano Real.

² As anomalias estatísticas associadas com a tendência de “arredondar” os rendimentos declarados é discutida em Hoffmann (1998).

disso, torna-se imperativo questionar: houve uma mudança estatisticamente significativa na distribuição de renda brasileira?

Segunda, qual o impacto das transformações ocorridas na distribuição de renda sobre o nível de bem-estar econômico brasileiro? Ou seja, as transformações estão, de fato, caracterizando uma “melhoria” do ponto de vista agregado?

Esses questionamentos já foram, em certa medida, realizados na literatura internacional. Jenkins (1995) e Burkhauser et al. (1999) aplicam instrumentais não-paramétricos no sentido de estabelecer a significância estatística da mudança na distribuição de renda norte-americana e inglesa. Sob o ponto de vista da associação dos níveis de desigualdade e bem-estar social, destacam-se os estudos de Bishop et al. (1993), Chen et al. (1994) Makdissi e Grouleau (2002), entre outros.

Em uma investigação recente, Azevedo (2007) esboça um primeiro esforço no sentido de determinar a significância estatística da redução da desigualdade brasileira. Entretanto, os resultados vislumbram um pequeno horizonte de tempo, 2001 a 2005, e não estabelecem uma relação formal entre desigualdade de renda e bem-estar econômico.

Isto posto, o objetivo deste *paper* é verificar a significância estatística da mudança na distribuição de renda brasileira no período de 1987 a 2005 e sua relação com o nível de bem-estar econômico. Para tanto, aplica-se uma série de instrumentais estatísticos, destacando-se o cálculo dos desvios padrões das medidas de desigualdade, o teste de Kolmogorov-Smirnov, as estimativas das densidades não-paramétricas via suavização por *kernels* e *bootstrap*, e as dominâncias estocásticas de primeira e segunda ordens.

A escolha do período entre 1987 e 2005 justifica-se por tornar possível a comparação entre duas etapas distintas da economia brasileira, o antes e o pós abertura econômica, captando, com isso, a trajetória da desigualdade de renda em um período de intensas transformações econômicas.

O artigo está organizado como segue. A segunda seção discute os métodos de inferência. Na terceira, será estabelecida a relação entre distribuição de renda e bem-estar econômico. A quarta é destinada à apresentação dos resultados, enquanto na quinta seção apresentamos considerações finais.

2 Métodos de Inferência

A detecção de uma mudança significativa na distribuição de renda e sua relação com o nível de bem-estar econômico requerem a aplicação de uma série de instrumentais estatísticos. Algumas dessas ferramentas, tais como o índice de Gini, a curva de Lorenz, o teste de Kolmogorov-Smirnov e as densidades estimadas via *kernel* e *bootstrap*, são bastante conhecidas na literatura especializada. Entretanto, alguns métodos necessitam de uma apresentação formal.

Nesta seção serão apresentados dois deles: i) a estimação da variância da curva de Lorenz e do índice de Gini seguindo o método proposto por Kovačević e Binder (1997) e; ii) a construção das bandas de variabilidade usando *bootstrap* para as densidades estimadas via *kernel*. O primeiro procedimento será útil na determinação da significância estatística das alterações da desigualdade e do bem-estar. Já as bandas de variabilidade auxiliarão na análise localizada das alterações na distribuição de renda e serão uma análise complementar à do teste de significância de Kolmogorov-Smirnov para igual-

dade de duas funções de distribuição de probabilidade.

2.1 Variâncias para as Medidas de Desigualdade

Grande parte das análises dos padrões de distribuição de renda envolve os cálculos da curva de Lorenz e do índice de Gini. Contudo, a observação de uma série de indicadores não responde questões relativas a significância estatística, fazendo-se necessária a estimação de suas variâncias. O problema é que esse tipo de inferência envolve algumas dificuldades. Kovačević e Binder (1997) destacam duas delas: a) as estimativas baseiam-se em funções não-lineares das observações, dependendo, muitas vezes, do ordenamento dos dados e; b) seus cálculos podem ser efetuados a partir de desenhos amostrais complexos, tais como amostras estratificadas e conglomeradas. Este último tópico interfere diretamente na hipótese de observações i.i.d.. Do outro lado, a não consideração desses desenhos amostrais pode levar à inflação das variâncias das medidas de concentração (Zheng, 2002).

Diante disso, Kovačević e Binder (1997) propõem a estimação da variância de algumas medidas de desigualdade a partir da linearização de Taylor via *Estimating Equations* (EE). Os autores demonstram que a variância para o estimador $\hat{\theta}$ será

$$var(\hat{\theta}) = var(\hat{\theta} - \theta_N) \approx var\left(\sum_s w_i u^*(y_i, \theta_N)\right), \quad (1)$$

onde θ_N representa o verdadeiro parâmetro em uma população finita, w_i os pesos associados às observações e

$$u^*(y_i, \theta_N) = -J_{\theta}^{-1} u(y_i, \theta_N),$$

com

$$J_{\theta} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial u(y_i, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_N}.$$

A expressão (2.1) servirá como base para os cálculos das variâncias das medidas de desigualdade.

Isto posto, considere a definição da curva de Lorenz

$$L(p) = \frac{1}{N\mu} \sum_U y_i I y_i \leq \xi_p, \quad 0 \leq p \leq 1,$$

onde μ é a renda média da população, $I(\cdot)$ é uma função indicadora e ξ_i é o quantil $100xp$ de renda da população. Utilizando o método EE, a estimativa para a curva de Lorenz resultará da solução do sistema de equações

$$\begin{cases} \sum_U [I y_i \leq \xi_p - L(p)] y_i = 0 \\ \sum_U [I y_i \leq \xi_p - p] = 0, \end{cases}$$

para $0 \leq p \leq 1$.

A solução do sistema conduz a

$$\hat{L}(p) = \frac{1}{\hat{N}\hat{\mu}} \sum_s w_i y_i I y_i \leq \hat{\xi}_p,$$

sendo $\hat{\xi}_p$ o $100xp$ -th quantil amostral, $\hat{\xi}_p = \inf\{y_i \in s | \hat{F}(y_i) \geq p\}$. Para calcular a sua variância, utiliza-se a fórmula (2.1) e o seguinte valor para u_i^* :

$$u_i^* = \frac{1}{\hat{N}\hat{\mu}} [(y_i - \hat{\xi}_p)I\{y_i \leq \hat{\xi}_p\} + p\hat{\xi}_p - y_i\hat{L}(p)].$$

Já a estimativa para o índice de Gini será obtida a partir da solução da primeira equação do sistema

$$\begin{cases} \left(\sum_{j \in U} [I\{y_j \leq y_i - F_j\}] \right)_{i \in U} = 0 \\ \sum_U (y_i - \mu) = 0, \end{cases}$$

resultando em

$$\hat{G} = \frac{1}{\hat{N}\hat{\mu}} \sum_s w_i (2\hat{F}_i - 1) y_i,$$

onde \hat{F}_i e $\hat{\mu}$ são oriundas das soluções do sistema. A variância do Gini é estimada pela equação (2.1), considerando

$$u_i^* = \frac{2}{\hat{N}\hat{\mu}} \left(\hat{A}(y_i)y_i + \hat{B}(y_i) - \frac{\hat{\mu}}{2}(\hat{G} + 1) \right),$$

com $\hat{A}(y) = \hat{F}(y) - (\hat{G} + 1)/2$ e $\hat{B}(y) = \sum_s w_i y_i I\{y_i \leq y\} / \hat{N}$.

2.2 Construção das Bandas de Variabilidade para as Densidades Kernel

As estimações das densidades via *kernel smoothing* têm sido frequentemente utilizadas em investigações relativas à mudança no padrão de distribuição de renda.³ Este método permite a visualização de “fotografias” da distribuição estimada dos rendimentos em períodos distintos, sinalizando possíveis mudanças na estrutura dos dados.

Na sua forma mais simples, os estimadores *kernel* são “alisamentos” de histogramas, onde somente os dados situados em uma determinada “vizinhança” do ponto x (onde a densidade é estimada) tem peso grande na estimação da densidade naquele ponto (ver Ziegelmann, 2003). Sua natureza não-paramétrica torna-se imprescindível quando não se tem o conhecimento do processo gerador dos dados. Neste caso, implementa-se o princípio de que “os dados falem por si mesmos”, sem a necessidade de suposições *a priori* sobre a sua distribuição. O estimador *kernel* de uma função densidade assume a seguinte forma:

$$\hat{f}_h = \frac{1}{Nh} \sum_{t=1}^N K\{(x - x_t)/h\}, \tag{2}$$

onde K é uma função densidade simétrica que satisfaz $\int K(x)dx = 1$; N é o tamanho da amostra e; h corresponde ao parâmetro de alisamento ou janela (*bandwidth*). A estimação da densidade (2.2) depende da escolha da função K

³ Podendo-se citar, entre outros, Jenkins (1995) e Burkhauser et al. (1999).

e do parâmetro de alisamento h . O estudo optará pela escolha do K ótimo obtido a partir da minimização do erro quadrático médio assintótico integrado.⁴

Já a escolha do h deve considerar uma importante característica dos dados relacionados à distribuição de renda, qual seja: a caracterização multimodal da distribuição, atribuída a indexação dos salários ao salário mínimo (Neri, Gonzaga e Camargo, 1999). A escolha de um método *plug-in* simples, ou seja, baseado numa densidade subjacente normal, pode gerar uma sobresua-visualização da curva estimada (ver Ziegelmann, 2003). Apesar de isto não ocorrer nos dados analisados posteriormente, provavelmente devido a um tamanho de amostra bastante grande, alguns métodos de seleção serão comparados.

É importante notar que seria interessante oferecer intervalos de confiança para a verdadeira função densidade. Um caminho para a construção destes intervalos é a determinação dos momentos amostrais da distribuição do estimador da densidade. Assim, se faria necessário o conhecimento da variância assintótica. Pode ser facilmente demonstrado (para detalhes ver Fan e Yao, 2003) que

$$\text{var}\{\hat{f}_h(x)\} = \frac{f(x)}{Nh} \|K\|_2^2 + o\{(Nh)^{-1}\}, \quad (3)$$

onde $\|K\|_2^2 = \int K(z)^2 dz$ representa a integral do quadrado da função *kernel* e $o\{(Nh)^{-1}\}$ indica a taxa de convergência para zero do termo restante. Porém, este resultado apresenta uma dificuldade operacional: a variância assintótica depende da verdadeira densidade, $f(x)$, normalmente desconhecida. Diante dessa dificuldade, este estudo opta pela utilização do *bootstrap* não-paramétrico. Como já ressaltado, a inferência não-paramétrica é justificável dado que não se tem conhecimento *a priori* sobre o verdadeiro processo gerador dos dados.

Intuitivamente, o *bootstrap* não-paramétrico baseia-se na distribuição empírica. Ou seja, utiliza-se o vetor de dados x de tamanho n para gerar b amostras pseudo-aleatórias também de tamanho n , onde cada elemento de x é sorteado com reposição e respectiva probabilidade $1/N$. Vejamos o método com mais detalhes.

Seja F uma função de distribuição populacional para as observações (x_i) e

$$T_N = T_N(x_1, \dots, x_N, F)$$

uma estatística de interesse, por exemplo, um estimador para θ . É importante destacar que T_N é uma função de F . Deste modo, a função de distribuição acumulada (FDA) para T_N , quando os dados distribuem-se de acordo com F , será

$$G_T(x, F) = P(T_N \leq x | F).$$

Idealmente, o processo de inferência baseia-se em $G_T(x, F)$. Entretanto, isso se torna impossível quando F é desconhecida.

Em um estudo influente, Efron (1979) propõe o método do *bootstrap* como uma forma de aproximação para a F desconhecida. Ou seja, busca-se uma F_T que seja uma estimativa consistente para F , substituindo-a em $G_T(\cdot)$. Desta forma, chega-se a

$$G_T^*(x) = G_T(x, F_T),$$

onde $G_T^*(x)$ é uma distribuição de *bootstrap*.

⁴Para maiores detalhes, ver Härdle (1990).

Desta forma, considere (x_i^*) como os dados gerados pela simulação de *bootstrap* de acordo com a distribuição F_T . Logo, as estatísticas extraídas dessa distribuição ($T_N^* = T_N(x_1^*, \dots, x_N^*, F_T)$) possuirão distribuição G_T^* . Sendo assim, pode-se dizer que a estatística de *bootstrap* T_N^* possui distribuição idêntica à T_N se a FDA de F_T convergir para a FDA de F . Surge então uma pergunta: como escolher a F_T ?

Assuma $F(x) = P(X_i \leq x) = EI(X_i \leq x)$, onde $E(\cdot)$ representa o operador de esperança e $I(\cdot)$ é uma função indicadora. Utilizando-se o método dos momentos chega-se a

$$F_T(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x_i \leq x),$$

onde F_T é denominada função de distribuição empírica (FDE). O método de *bootstrap*, aqui discutido, propõe que F_T seja estimada não-parametricamente. Neste caso, a lei fraca dos grandes números e o teorema central do limite asseguraram que: a) $F_T(x) \xrightarrow{p} F(x)$ e; b) $\sqrt{N}(F_T(x) - F(x)) \xrightarrow{d} N(0, F(x)(1 - F(x)))$. Ou seja, as propriedades assintóticas garantem as convergências em probabilidade e distribuição da FDE para a FDA.⁵

O algoritmo do *bootstrap* é um método de reamostragem, que de alguma forma também pode ser visto como um Método de Monte Carlo, visto que amostraremos ou simularemos aleatoriamente valores de uma função de distribuição empírica. Em resumo, considera-se: i) a amostra de tamanho N para gerar sub-amostras de igual tamanho e; ii) os vetores resultantes (x_i^*) serão similares aos vetores de dados (x_i) . A estatística de *bootstrap* ($T_N^* = T_N(x_1^*, \dots, x_N^*, F_T)$) é calculada para cada sub-amostra gerada. Ou seja, será estimada b vezes, dado que b corresponde ao número de réplicas.

Assim, com a coleção de valores obtidos para T_N^* , chegamos a uma estimativa para $G_T^*(x)$, visto que utilizamos apenas uma amostra de tamanho b .

Convém ressaltar que o estimador da função densidade via *kernel* é viesado para pequenas amostras (ver Ziegelmann, 2003). Por esta razão, ao construir-se os intervalos acima, utiliza-se o termo “bandas de variabilidade” em vez de “intervalos de confiança”, visto que as bandas ficam ao redor de uma estimativa viesada. Assim, em nossa análise, usaremos estas bandas somente como indicativos complementares de diferenças locais entre duas densidades.

3 Distribuição de Renda e Bem-Estar Econômico

A associação entre distribuição de renda (pobreza) e bem-estar econômico pode ser efetuada por dois caminhos. O primeiro, abordagem monetária, fundamenta-se na teoria econômica tradicional, assumindo que os níveis de bem-estar social podem ser captados, de forma satisfatória, a partir de variáveis de renda. O segundo, não-monetarista, procura incorporar aspectos relativos às “necessidades básicas” e às “capacitações”, destacando o caráter multi-dimencional da pobreza (Ravallion, 1994).

De uma forma geral, a tensão entre esses dois grupos é marcada por críticas à visão monetarista, mais especificamente à estrutura utilitarista (ver Sen, 1985) e; pela dificuldade encontrada pelos não-monetaristas em desenvolver

⁵ Para detalhes, ver Hansen (2006).

ferramentais de inferência robustos, o que resulta em uma relativa escassez de estudos empíricos nessa campo de atuação (ver Duclos e Araar, 2006).

Ciente da amplitude do tema, esta seção opta pela apresentação de medidas capazes de ordenar os diversos níveis de bem-estar experimentados pelas unidades econômicas ao longo do tempo. Para tanto, considerar-se-á apenas os indicadores de bem-estar baseados na “dimensão renda”.

Esse tipo de esforço permite, por exemplo, observar se um programa de transferência de renda melhorou ou não o nível de bem-estar social. Se distribuição “A”, caracterizada por uma maior desigualdade e uma renda média mais elevada do que uma distribuição “B”, pode ser socialmente preferível, entre outras coisas. Em suma, os ferramentais procurarão comparar duas situações em termos de bem-estar social. A subseção seguinte elencará as principais propriedades dos métodos de comparação ordinais. Em seguida, serão apresentados e discutidos os conceitos de dominância estocástica de primeira e segunda ordens.

3.1 Princípios para o Ordenamento das Distribuições

A comparação ordinal da desigualdade costuma se deparar com alguns “julgamentos éticos”. Por exemplo, na situação descrita anteriormente, a distribuição “A” seria socialmente preferível a distribuição “B”, se os recursos, oriundos da sua maior renda média, fossem empregados na melhoria de vida da população mais pobre. Neste caso, foi considerado um julgamento normativo.

A literatura elenca algumas propriedades que servem como base para a formulação dos julgamentos. A seguir serão apresentadas as suposições necessárias para a comparação de dominâncias de primeira e segunda ordens.

Considere uma função de bem-estar social, $W(y)$, dependente do vetor com n níveis de renda $y = (y_1, \dots, y_n)$. Isso posto, a primeira propriedade requer que:

Princípio de Pareto: sendo $y = (y_1, \dots, y_n)$, $\eta > 0$ uma constante positiva e $\bar{y} = (y_1, \dots, y_j + \eta, \dots, y_n)$. Então a função de bem-estar social W obedece a princípio de Pareto se $W(y) \leq W(\bar{y})$ para todos os pares de y e \bar{y} .

A primeira propriedade decorre da situação do Ótimo de Pareto: se a renda de um indivíduo cresce e as demais rendas não decrescem, então o bem-estar social deve aumentar. O princípio de Pareto estimula a seguinte questão: não importa qual o indivíduo j que receberá o acréscimo de renda η . Em outras palavras:

Simetria: defina M como uma matriz de permutação $n \times n$ (composta por zeros e uns, de forma que a soma de cada linha ou coluna seja igual a um) e $\bar{y} = My$. Então a função de bem-estar social W obedece a simetria se $W(y) = W(\bar{y})$ para todos os pares de y e \bar{y} .

Ou seja, a identidade do indivíduo não interfere no ordenamento. Outro princípio relevante afirma que a replicação dos indivíduos da sociedade não deve influir na dominância. Esta suposição é conhecida como “Invariância da População”. Sendo assim:

Invariância da População: seja \bar{y} um vetor de dimensão $2n$, com

$$\bar{y} = (y_1, \bar{y}_1, y_2, \bar{y}_2, \dots, y_n, \bar{y}_n) \text{ e } y_j = \bar{y}_j, j = 1, 2, \dots, n$$

Então a função de bem-estar social W obedece a simetria se $W(y) = W(\bar{y})$ para todos os pares de y e \bar{y} .

As propriedades acima são suficientes para a comparação de dominâncias de primeira ordem. Os ordenamentos de segunda ordem necessitam do conhecido princípio de Pigou-Dalton.

Princípio de Pigou-Dalton: seja $\eta > 0$ uma constante positiva e $\bar{y} = (y_1, \dots, y_j + \eta, \dots, y_k - \eta, y_n)$, com $y_j + \eta \leq y_k - \eta$. Então a função de bem-estar social W obedece o princípio de Pigou-Dalton se $W(y) \leq W(\bar{y})$ para todos os pares de y e \bar{y} .

Este último princípio postula que uma transferência de um rico para um pobre, sem alteração na média da distribuição, aumenta o bem-estar social. Em resumo, as suposições mencionadas são suficientes para os ordenamentos de primeira e segunda ordens. Para ordens superiores, costuma-se atribuir maior importância para os estratos inferiores da distribuição, incorporando critérios filosóficos relacionados à teoria da justiça. Contudo, a apresentação desse recurso foge dos objetivos desse estudo.⁶

O desenvolvimento de ferramentas comparativas eticamente robustas vem se mostrando um importante desafio para a literatura especializada (Davidson e Duclos, 2000). A lista de instrumentais é ampla. Entretanto, os critérios de dominâncias estocásticas de primeira e segunda ordens têm prevalecido na literatura. A subseção se ocupará com a apresentação dessas medidas.

3.2 Dominâncias de Primeira e Segunda Ordens

O estudo de Atkinson (1970) estabelece a conexão entre aversão social à desigualdade e aversão individual ao risco. Em resumo, conclui-se que a observação dos axiomas tradicionais da teoria da escolha sob incerteza acarreta em uma função de bem-estar social (quase) côncava, o que, por sua vez, implica uma preferência coletiva pela igualdade. Considerando esse ponto de partida e alguns axiomas relacionados à característica da distribuição, pode-se desenvolver um instrumental capaz de mensurar e comparar os níveis de bem-estar a partir de informações de renda.

Para entender melhor essa relação, considere que a renda de uma determinada sociedade possa ser representada por X , com μ_x correspondendo à média de X e L_x representando a forma que essa renda é distribuída entre os indivíduos. Sendo assim, a função de bem-estar pode ser escrita como: $W(x) = f(\mu_x, L_x)$, com $f_\mu \geq 0$ e $f_L \geq 0$ (derivadas parciais primeiras). Ou seja, dado um nível de desigualdade, quanto maior a renda média, maior o bem-estar ou; dada a renda média, quanto menor a desigualdade, maior o bem-estar. Porém, essa consideração torna-se complexa quando ambos os fatores variam.

Diante disso, considere que a eficiência econômica é retratada pela renda média da população, enquanto a justiça social é representada pela distribuição dessa renda entre os indivíduos. Sendo assim, o nível de bem-estar social gerado pela distribuição X é superior ao gerado por Y se

$$\mu_x \geq \mu_y \quad e \quad L_x(p) \geq L_y(p), \quad \forall p \in [0, 1] \quad (4)$$

⁶ Para maiores detalhes, ver a subseção 9.4.4 de Duclos e Araar (2006).

onde μ_i é a renda média de cada uma das distribuições, com $i = x, y$; $L(\cdot)$ representa a curva de Lorenz e; p corresponde a fração populacional.

Em outras palavras, esse primeiro critério assume que um aumento na eficiência acarretaria em um maior bem-estar desde que a distribuição final desses rendimentos possuísse um nível de desigualdade igual ou inferior à distribuição pré-existente. Neste caso, o aumento da eficiência não poderia ser acompanhado pela deterioração da justiça social.

A adoção desse tipo de estrutura postula que as sociedades preferem uma situação caracterizada por menor desigualdade de renda e maior crescimento econômico. Entretanto, pode-se afirmar que uma função de bem-estar do tipo $W(x) = f(\mu_x, L_x)$ é capaz de captar os principais aspectos de uma sociedade com essas características? Fields (1981) responde afirmativamente a essa questão.

Isso posto, surge um outro importante questionamento: o aumento do bem-estar social está sempre condicionado ao crescimento econômico acompanhado por uma redução na desigualdade? Em outras palavras, é possível que o aumento de eficiência possa gerar um maior bem-estar, mesmo com a deterioração da justiça social? Essa pergunta tomou lugar de destaque no estudo de Shorrocks (1983), servindo de base para o critério da dominância estocástica de segunda ordem. Nessa nova ferramenta de ordenamento, torna-se necessário admitir que o aumento da desigualdade seria compensado pelo incremento de renda nos estratos inferiores da distribuição. Ou seja, a distribuição X gera maior bem-estar do que Y se

$$GL_x(p) \geq GL_y(p), \quad \forall p \in [0, 1] \quad (5)$$

onde $GL_i(p) = \mu_i L(p)$ representa a curva de Lorenz generalizada, com $i = x, y$.

Grosso modo, a diferença entre os critérios (3.1) e (3.2) reside na ponderação dos conceitos de eficiência e justiça social. A desigualdade média atribui maior peso à justiça social. No entanto, vale salientar que o segundo critério torna possível avaliar uma situação em que o aumento da desigualdade é compensado por um maior crescimento econômico. Por conta disso, ele é compatível com uma classe mais ampla de situações.

Em uma resenha sobre o tema, Barros e Mendonça (1995) apontam o caráter amplo do conceito de dominância estocástica de segunda ordem. De acordo com os autores, ele constitui um refinamento da abordagem de dominância estocástica de primeira ordem. Além de ser fundamentado em princípios éticos “incontestáveis”.

4 Resultados

4.1 Dados e Análise Descritiva

Este tópico tem como objetivos discutir a construção do banco de dados e apontar alguns resultados preliminares. Optou-se pela seleção da variável “renda domiciliar”,⁷ oriunda da Pesquisa Nacional de Amostras por Domicílios (PNAD), realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

⁷ Diversos trabalhos utilizam esta variável como objeto de análise, podendo-se citar, Jenkins (1995), Burkhauser et al. (1999) e Burkhauser et al. (2001). É importante destacar que há uma diferença entre renda familiar e renda domiciliar, dado que mais de uma família podem conviver em um mesmo domicílio. No Brasil, cerca de 5% dos domicílios se enquadram nessa categoria citepipea.

(IBGE), tendo como base o mês de setembro dos respectivos anos. Dados os propósitos da pesquisa, considerou-se o período de 1987 a 2005. O primeiro passo foi o da conversão das moedas e o deflacionamento.⁸ Para tanto, utilizou-se o procedimento sugerido por Corseuil e Foguel (2002).

Duas observações devem ser feitas: a) o conceito de renda domiciliar e; b) o ajustamento por tamanho do domicílio. Considerou-se como renda domiciliar a soma de todos os rendimentos recebidos pelos indivíduos residentes na unidade. Em segundo lugar, aplicou-se um ajustamento na renda, a partir da seguinte regra: $R_{adj} = R_d/n^\varepsilon$, onde R_{adj} é a renda ajustada; R_d a renda domiciliar; n o número de pessoas no domicílio e; ε a elasticidade com respeito ao tamanho do domicílio. O parâmetro ε está relacionado à existência de economias de escala.⁹ Considerou-se, neste estudo, um valor intermediário para a elasticidade ($\varepsilon = 0,5$), seguindo uma orientação de Atkinson et al. (1995).¹⁰

Foram selecionadas apenas as rendas maiores ou iguais a zero e excluídos os *outliers* (rendas ajustadas acima de 50 mil reais).¹¹ Por fim, é importante destacar que trabalha-se com uma medida de renda corrente. Ou seja, supõe-se à existência de imperfeições no mercado de crédito. Neste caso, os agentes econômicos se veem impossibilitados de tomar empréstimos. Na verdade, esta suposição envolve um importante tópico da literatura empírica, qual seja: considerar a renda ou o consumo como indicador de bem-estar? Argumenta-se que a trajetória do consumo pode ser mais suave ao longo do ciclo da vida, enquanto a renda está sujeita a variações sazonais.¹²

Todas as estimações levaram em conta os pesos amostrais domiciliares, incluindo o cálculo das rendas médias descritivas contidas na Tabela A.1, em anexo. Uma análise preliminar desses resultados aponta para um pequeno aumento na renda média (1,80%), no período de 1987 a 2005. Já nos *decis* de renda, observou-se um aumento do rendimento médio dos 10% mais pobres, em torno de 34%. Destaca-se ainda a queda no salário médio dos 10% mais ricos (-10%). Algumas informações a respeito do impacto de uma recessão sobre a distribuição dos rendimentos podem ser obtidas a partir da comparação entre os dados de 1987 e 1992. O primeiro destaque é a queda do salário médio total, em torno de -10%. Em seguida, nota-se uma redução substancial no rendimento médio do estrato (1), cerca de -12%, refletido o efeito deletério da crise sobre a camada mais pobre da população.

A observação de uma estimativa para as densidades da renda pode fornecer mais informações sobre os dados. A Figura 1 apresenta as estimativas das densidades *kernel* para a renda domiciliar ajustada nos anos de 1987, 1992 e 2005. Considerou-se uma janela *plug in* simples.¹³

⁸ Todos os valores estão expressos em Reais de janeiro de 2005.

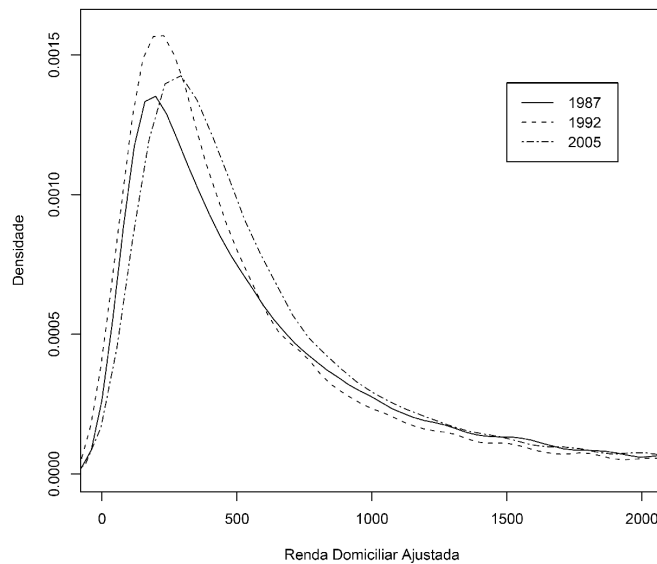
⁹ Considere dois casos extremos: a) $\varepsilon = 1$ inexistem economias de escala e; b) $\varepsilon = 0$ existem economias de escala, ou seja, é possível que um número infinito de indivíduos possa viver igualmente bem em um dado domicílio.

¹⁰ A consideração de outros valores para ε interfere no cálculo dos indicadores de desigualdade. De uma forma geral, observa-se uma relação não linear entre o índice e a elasticidade quando transita-se entre $\varepsilon = 0$ e $\varepsilon = 1$. Para detalhes, ver Figueiredo e Mariano (2008).

¹¹ A análise descritiva também foi efetuada sem a retirada dos *outliers* e, embora se observe algumas mudanças pontuais, não há uma alteração relevante nos resultados.

¹² Para detalhes, ver o capítulo 2 de Duclos e Araar (2006).

¹³ Três janelas foram testadas, obtidas respectivamente pelo método *plug in* simples, por validação cruzada e pelo de Scott. O comportamento das densidades diante da escolha das janelas pode ser observado nas Figuras A.1 e A.2, em anexo. Note que não há grande diferença entre o método *plug in* e a janela de Scott. Já a validação cruzada resulta em uma sobresuavização da



c

Figura 1: Distribuição de Renda no Brasil, 1987, 1992 e 2005.

Nota-se uma mudança no padrão distributivo nos períodos considerados. Em primeiro lugar, o ano de 1992 apresenta uma maior moda em um nível baixo de renda. Em seguida, a densidade estimada de 2005 desloca-se para direita, representando uma “melhoria” na distribuição dos rendimentos.¹⁴

O comportamento das rendas médias e das densidades estimadas apontam para uma mudança no padrão distributivo no período analisado. Contudo, qual a significância estatística dessas alterações? A próxima subseção tentará responder a esta questão.

4.2 Significância Estatística das Mudanças na Distribuição de Renda

Os resultados da subseção anterior apontaram para algumas características importantes da distribuição dos rendimentos brasileiros. Grosso modo, observou-se um crescimento na renda média e um deslocamento da densidade de renda para à direita, caracterizando uma “melhora” distributiva no período de 1987 a 2005. De fato, a observação dos índices de Gini no período reforçam esta impressão (Tabela 1).

Em primeiro lugar, destaca-se a significância estatística de todas as medidas (a 1%). O índice reduz-se em, aproximadamente, 6,70% entre 1987 a 2005. Quanto se considera um intervalo menor, 2001 a 2005, detecta-se uma diminuição em torno de 5,30%, valor bem próximo ao encontrado por Azevedo (2007), que investiga o comportamento da renda *per capita*.

A determinação da significância estatística dessa alteração segue o procedimento aplicado por Azevedo (2007). Ou seja, assume-se a inexistência de

curva estimada. Para detalhes relacionados aos cálculos das janelas, ver Härdle (1990).

¹⁴Vale salientar que, por enquanto, a expressão “melhoria” não está relacionada com um nível mais elevado de bem-estar. Esta conexão será considerada mais adiante.

Tabela 1: Índices de Gini para a Renda Ajustada

Anos	Gini	Desv. Pad.
1987	0,5725	0,0021
1988	0,6054	0,0022
1989	0,5945	0,0019
1990	0,5865	0,0021
1992	0,5463	0,0019
1993	0,5715	0,0027
1995	0,5714	0,0020
1996	0,5701	0,0018
1997	0,5716	0,0019
1998	0,5695	0,0017
1999	0,5638	0,0017
2001	0,5638	0,0019
2002	0,5551	0,0017
2003	0,5487	0,0018
2004	0,5363	0,0017
2005	0,5341	0,0019

Fonte: Dados da pesquisa.

Desvios padrões calculados a partir do método de KKovačević e Binder (1997).

Tabela 2: Significância Estatística da Redução na Desigualdade

Período	Redução	Des. Padrão	Teste t
1987-2005	0,0384	0,0028	13,71
2001-2005	0,0297	0,0027	11,00

Fonte: Dados da pesquisa.

covariância entre as observações entre os anos da PNAD. Com isso pode-se, a partir da propagação dos erros, aproximar o erro padrão da diferença entre os índices. Isso se dá de forma simples: $erro = \sqrt{erro_t^2 + erro_{t+1}^2}$.

Os resultados relativos à significância das alterações encontram-se sintetizados na Tabela 2. No período de 1987 a 2005, houve uma redução de 0,0384 na desigualdade. O erro padrão calculado é de 0,0028, denotando a significância dessa alteração a 1%. A inclusão do período de 2001 a 2005 serve como base de comparação com os resultados de Azevedo (2007). Novamente, os resultados são muito próximos. As estimativas apresentadas permitem concluir que a redução na desigualdade de renda brasileira foi estatisticamente significativa.

Em termos de significância das diferenças entre as funções de distribuição de renda utilizou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para duas amostras independentes. O resultado do teste tradicional para as duas distribuições aponta para a diferença entre elas a um nível de significância de 1% ($KS = 0,085$ com

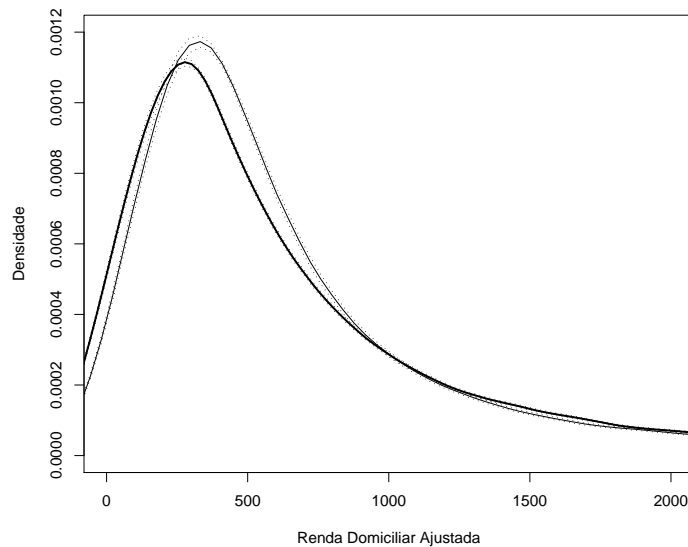


Figura 2: Bandas de Variabilidade, 1987 e 2005.

p-valor=0,0000).

Com o intuito de verificar localmente onde ocorreram as alterações na renda, i.e., em quais pontos da distribuição essas mudanças foram mais expressivas, considerou-se a construção das bandas de variabilidade a partir do *bootstrap* não-paramétrico. Foram geradas 1.000 sub-amostras de tamanho 67.168, para 1987, e 1.000 sub-amostras de tamanho 113.325, para 2005, sendo que, para cada uma destas sub-amostras, estimou-se a função densidade. Em seguida, com base nesta série de estimativas *bootstrap* da função densidade, estimaram-se os desvios padrões do estimador das densidades *kernel*, com h determinado a partir do método *plug in*. As estimações podem ser visualizadas na Figura 2. Note que boa parte do movimento da renda se deu fora das bandas de variabilidade (curva para 2005 mais à direita). Neste sentido, as mudanças expressivas foram observadas na cauda inferior e no “meio” da distribuição.

Este resultado, somado à significância da redução na desigualdade e ao resultado do teste de Kolmogorov-Smirnov, permite inferir que, do ponto de vista estático, as transformações ocorridas no período desencadearam um movimento estatisticamente significativo no padrão distributivo brasileiro, restando estabelecer o impacto deste movimento sobre o nível de bem-estar econômico.

4.3 Distribuição de Renda e Bem-estar Econômico

Os resultados da subseção anterior apontaram para uma mudança significativa na distribuição de renda brasileira. Porém, essa nova distribuição implica um maior nível de bem-estar social? A resposta para este questionamento passa pelos cálculos das curvas de Lorenz e Lorenz generalizada. A Tabela 3

apresenta os resultados das estimações, com desvios padrões inferidos a partir do método de Kovačević e Binder (1997).

Em primeiro lugar, destaca-se que todas as estimativas são estatisticamente significativas a 1%. Para todos os decis de renda, os valores calculados para o ano de 2005 mostram-se superiores aos de 1987. Tal comportamento indica que a densidade para 2005 domina estocasticamente, em primeira e segunda ordens, a densidade de 1987. Novamente faz-se necessário observar a relevância estatística dessa diferença.

Note que, à exceção dos dois primeiros estratos da curva de Lorenz, as diferenças entre os quantis são significativas. No caso da Curva de Lorenz Generalizada, as diferenças são significativas em todos os quantis. Logo, não é possível afirmar que a curva de Lorenz de 2005 domina em primeira ordem a curva de 1987. Porém, a dominância de segunda ordem é preservada (Lorenz Generalizada).

Sendo assim, os resultados sugerem que as transformações ocorridas na distribuição de renda brasileira impactaram de forma positiva sobre o nível de bem-estar econômico. Entretanto, deve-se fazer uma ressalva quanto ao critério da desigualdade média (Lorenz).

5 Considerações Finais

Este estudo buscou verificar a significância estatística da mudança na distribuição de renda brasileira, no período de 1987 a 2005, e sua relação com nível de bem-estar econômico. Utilizou-se, basicamente, a análise descritiva, a inferência não-paramétrica e os cálculos dos índices de concentração de renda, dominâncias estocásticas e suas respectivas variâncias. Os resultados atestaram a significância estatística da redução da desigualdade de distribuição de renda. Os cálculos da dominância estocástica de primeira ordem não apontaram para ganhos de bem-estar social. Já a dominância de segunda ordem apontou para um impacto positivo sobre o nível de bem-estar.

Por fim, deve-se ressaltar que os resultados estão relacionados apenas ao ponto de vista estático. Ou seja, o estudo silencia no que se refere à mensuração da mobilidade e sua relação com o bem-estar econômico. Logo, ele pode ser questionado em duas frentes: qual o grau de mobilidade de renda observado no Brasil? e; em quanto esta mobilidade impacta no bem-estar econômico?

6 Referências Bibliográficas

A.B. Atkinson, L. Rainwater, e T.M. Smeeding. *Income distribution in OECD countries: evidence from the Luxembourg Income Study*. Organisation for Economic Co-operation and Development, 1995.

Anthony B. Atkinson. On the measurement of inequality. *Journal of Economic Theory*, 2(3):244–63, 1970.

J. Azevedo. Avaliando a significância estatística da queda da desigualdade no Brasil. In R. Barros, M. Foguel, e G. Ullysea, editores, *Desigualdade de renda no Brasil: uma análise da queda recente*. IPEA, Brasília, 2007.

Tabela 3: Curvas de Lorenz e de Lorenz Generalizada

		Curva de Lorenz									
		Estratos Populacionais									
Ano		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1987	0.010 (0.004)	0.028 (0.004)	0.055 (0.004)	0.090 (0.004)	0.137 (0.004)	0.200 (0.003)	0.281 (0.003)	0.394 (0.003)	0.566 (0.003)		1
2005	0.014 (0.003)	0.037 (0.003)	0.070 (0.003)	0.111 (0.003)	0.164 (0.003)	0.226 (0.003)	0.308 (0.003)	0.414 (0.003)	0.574 (0.002)		1
		Curva de Lorenz Generalizada									
		Estratos Populacionais									
Ano		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1987	8.47 (0.061)	24.03 (0.144)	46.96 (0.260)	77.36 (0.420)	118.19 (0.616)	172.28 (0.864)	242.32 (1.200)	339.07 (1.700)	486.98 (2.561)	869.20 (5.395)	
2005	12.36 (0.071)	32.96 (0.140)	61.95 (0.210)	98.07 (0.320)	144.76 (0.440)	199.70 (0.610)	272.32 (0.830)	365.81 (1.180)	507.69 (1.810)	884.30 (4.575)	

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota: Desvios padrões entre parênteses

Tabela 4: Diferenças entre as Dominâncias

Período	Curva de Lorenz									
	Estratos Populacionais									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1987-2005	0,004	0,009	0,016	0,021	0,027	0,026	0,027	0,020	0,009	—
Desvio Padrão	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004	0,003	—
Teste <i>t</i>	0,849	1,910	3,206	4,473	5,702	5,690	5,991	5,032	2,673	—

Ano	Curva de Lorenz Generalizada									
	Estratos Populacionais									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1987-2005	3,888	8,929	14,988	20,710	26,570	27,420	30,000	26,740	20,710	15,100
Desvio Padrão	0,094	0,201	0,334	0,528	0,757	1,058	1,459	2,069	3,136	7,074
Teste <i>t</i>	41,536	44,459	44,845	39,222	35,099	25,926	20,561	12,922	6,604	2,135

Fonte: Dados da pesquisa.

- Ricardo P. Barros e R. Mendonça. A evolução do bem-estar, pobreza e desigualdade no Brasil ao longo das últimas décadas – 1960/90. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 25(1), 1995.
- Ricardo P. Barros, R. Henriques, e R. Mendonça. A estabilidade inaceitável: desigualdade e pobreza no Brasil. IPEA: Texto para discussão nº 800., 2001.
- J.A. Bishop, J.P. Formby, e W.J. Smith. International comparisons of welfare and poverty: dominance orderings for ten countries. *Canadian Journal of Economics*, 26:707–726, 1993.
- RV Burkhauser, AC Cutts, MC Daly, e SP Jenkins. Testing the significance of income distribution changes over the 1980s business cycle: a cross-national com. *Journal of Applied Econometrics*, 14(3), 1999.
- R.V. Burkhauser, D. Lillard, e p. Valenti. How Exits from the Labor Force or Death Impact Household Incomes: A Four Country Comparison of Public and Private Income Support. In *BHPS Conference*, Essex-UK, 2001.
- S. Chen, G. Datt, e M. Ravallion. Is Poverty Increasing in Developing Countries? *Review of Income and Wealth*, 40(4):359–76, 1994.
- C. Corseuil e M. Foguel. Uma sugestão de deflatores para rendas obtidas a partir de algumas pesquisas domiciliares do IBGE. *Mercado de Trabalho, Conjuntura e Análise*, 1(19), 2002.
- J.Y. Duclos e A. Araar. *Poverty and equity: measurement, policy and estimation with DAD*. Springer Verlag, New York, 2006.
- B. Efron. Bootstrap methods: another look at the jackknife. *The Annals of Statistics*, 7:1–26, 1979.
- G.S. Fields. *Poverty, inequality, and development*. Cambridge University Press, 1981.
- Erik A. de Figueiredo e J. Mariano. Efeitos da composição domiciliar e da escala equivalente sobre as medidas de desigualdade de renda e pobreza no Brasil. PPGECO/ UFRN, no prelo, 2008.
- Erik A. de Figueiredo, José L. da S. Netto Junior, e Sabino da S. Pôrto Junior. Distribuição, mobilidade e polarização de renda no Brasil: 1987 a 2003. *Revista Brasileira de Economia*, 61(1), 2001.
- Bruce E. Hansen. *Econometrics*, 2006. URL <http://www.ssc.wisc.edu/~bhansen>.
- Rodolfo Hoffmann. Desigualdade e pobreza no Brasil no período 1979/97 e a influência da inflação e do salário mínimo. *Economia e Sociedade*, (11), 1998.
- Rodolfo Hoffmann. *Polarização da distribuição de renda no Brasil*. UNICAMP, 2008. no prelo.
- W. Härdle. *Applied nonparametric regression*. Cambridge University Press, 1990.

- Stephen P. Jenkins. Did the middle class shrink during the 1980s?: Uk evidence from kernel density estimates. *Economics Letters*, 49(4):407–413, October 1995.
- M Kovačević e D. Binder. Variance estimation for measures of income inequality and polarization: the estimating equations approach. *Journal of Official Statistics*, 13(1), 1997.
- P. Makdissi e Y Grouleau. Que pouvons-nous apprendre des profils de pauvreté canadiens? *L'Actualité Economique/ Revue D'Analyse Economique*, (78), 2002.
- M. Neri. Desigualdade, estabilidade e bem-estar social. *Ensaio Econômicos da EPGE*, n. 637, 2006.
- C. Ramos e R. Santana. Quão pobres são os pobres – brasil: 1991-2001. UNB: texto para discussão, 2003.
- Anthony F. Shorrocks. Ranking income distributions. *Economica*, 50(197), 1983.

Apêndice A: Estatísticas para Renda Brasileira

Tabela A.1: Estatísticas para Renda Brasileira

Estatísticas	Anos		
	1987	1992	2005
Renda média	869,20	702,03	884,30
(1) Percentil 10	127,68	112,60	171,58
(2) Percentil 20	195,20	177,09	240,00
(3) Percentil 30	269,75	239,80	300,00
(4) Percentil 40	361,11	306,47	400,00
(5) Percentil 50	472,51	383,76	481,73
(6) Percentil 60	610,01	495,69	600,00
(7) Percentil 70	820,84	649,74	777,82
(8) Percentil 80	1181,28	910,96	1088,94
(9) Percentil 90	2019,36	1516,96	1824,43

Fonte: Dados da pesquisa.

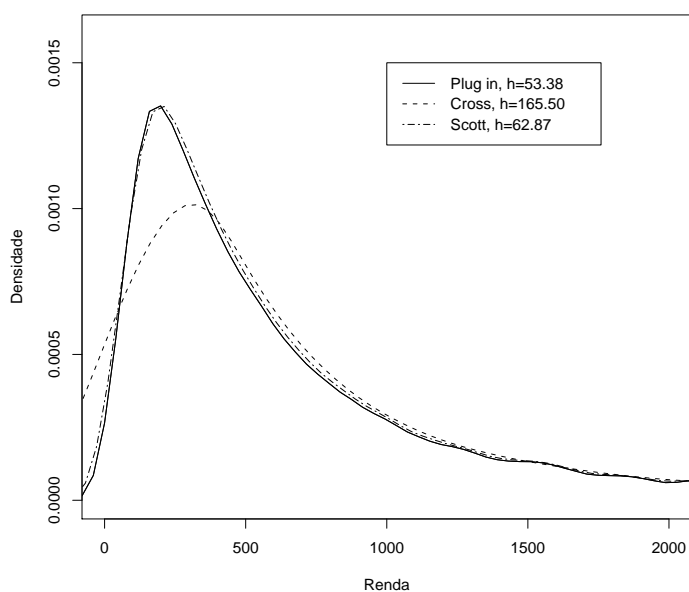


Figura A.1: Comparação das Janelas do *kernel* - Distribuição de Renda no Brasil: 1987.

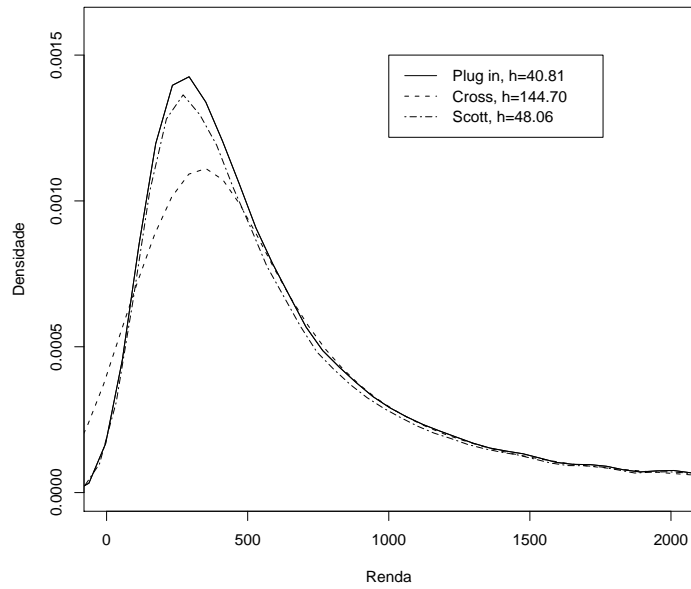


Figura A.2: Comparação das Janelas do *kernel* - Distribuição de Renda no Brasil: 2005.