

Reflexão e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática

Ministério da Educação - MEC

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES

Diretoria de Educação a Distância – DED

Universidade Aberta do Brasil – UAB

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Reitor Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Pós-Graduação Aldo Bolten Lucion

Secretário de Educação a Distância Sérgio Roberto Kieling Franco

Coordenador da UAB/UFRGS Luis Alberto Segovia Gonzalez

Comitê Editorial da SEAD

Presidente Sérgio Roberto Kieling Franco

Lovois de Andrade Miguel

Mára Lúcia Fernandes Carneiro

Silvestre Novak

Sílvio Luiz Souza Cunha

Apoio em Publicações da SEAD

Deise Mazzarella Goulart

Laura Wunsch

Marleni Nascimento Matte

Michelle Donizeth Euzébio

Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática

Diretor do Instituto de Matemática Rudinei Dias da Cunha

Coordenadora do Curso Maria Alice Gravina

Coordenador do Programa de Pós-Graduação Marcus Vinicius de Azevedo Basso

em Ensino de Matemática

Revisão Textual

Revisor de Língua Portuguesa Zuleica Oprach de Souza (Evangraf)

Projeto Gráfico

Projeto Gráfico e Diagramação Rafael Marczal de Lima (Evangraf)

Capa Bibiana Carapeços de Lima

Reflexão e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática

Organizadores

Vera Clotilde Vanzetto Garcia

Elisabete Zardo Búrigo

Marcus Vinícius de Azevedo Basso

Maria Alice Gravina

© dos autores
1 edição

Direitos reservados desta edição:
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

R332 Reflexão e pesquisa na formação de professores de matemática / organizadores Vera Clotilde Vanzetto Garcia ... [et al.]- Porto Alegre : Evangraf: UFRGS, 2011. 230 p. : il.

ISBN: 978-85-7727-327-0

1. Matemática - Ensino. 2. Professor - Formação. I.Garcia, Vera Clotilde Vanzetto. II.Búrigo, Elisabete Zardo. III.Basso, Marcus Vinicius de Azevedo. IV. Gravina, Maria Alice.

CDU – 51:37

Elaborada pela Biblioteca Central da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Capítulo 6

ESTUDANDO GEOMETRIA DE MANEIRA MAIS SIGNIFICATIVA

DEISE GUDER¹

MÁRCIA RODRIGUES NOTARE²

Introdução

O presente trabalho relata o desenvolvimento de uma engenharia didática para o ensino de Geometria. A escolha desse conteúdo foi motivada pelo fato de ser observado, em nossas escolas, nos diferentes níveis de ensino, que os alunos apresentam conhecimentos deficientes e equivocados sobre o assunto. Como pesquisa, o trabalho busca identificar os motivos que dificultam o ensino e a aprendizagem da Geometria, a partir de reflexões sobre a prática docente e dos resultados de investigações da área de Educação Matemática. O texto inclui a concepção e a implementação de um plano de ensino e de uma sequência didática, que pretende ser rica e significativa para os estudantes. Segue com o relato e a análise da prática pedagógica desenvolvida, que utilizou materiais concretos, lúdicos, mídias digitais, vídeos e *softwares*.

Apresentação do Tema e Justificativa

A pesquisa realizada enfocou o ensino de algumas noções básicas da Geometria: ponto, reta, plano e ângulo, figuras bidimensionais e

¹ deiseguder@hotmail.com

² marcia.notare@gmail.com

tridimensionais, identificação de polígonos e sólidos, cálculo da área de figuras geométricas planas e do volume de alguns sólidos simples. A prática foi desenvolvida com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental de uma Escola do Vale do Caí, Rio Grande do Sul.

Na nossa experiência docente, foi possível observar que a Geometria, muitas vezes, é esquecida nas escolas, ou, quando ensinada, não se dá a devida ênfase a esse tema. Como é um assunto que está incluído nos objetivos específicos da maioria das séries, os conteúdos acabam sendo deixados para o final do ano, e, às vezes, sequer são trabalhados.

A professora titular da turma em que se realizou a prática sugeriu que fossem abordados os conceitos e os cálculos de área e de volume, pois observou que os alunos ou não se lembravam, ou não compreenderam, ou simplesmente não haviam tido ainda contato com esse assunto, anteriormente.

Nessa prática pedagógica, foram utilizados recursos midiáticos, uso de vídeos e o *software* Poly, pois acreditamos que as mídias digitais devem ser um recurso cada vez mais presente nas salas de aula, já que podem contribuir para enriquecer o trabalho pedagógico e auxiliar no processo de construção do conhecimento matemático, além de serem atraentes para os alunos.

Para iniciar a pesquisa, desenvolvemos análises prévias sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria.

O Ensino de Geometria: uma conversa com os professores

Para compreender melhor como se encontra o ensino de Geometria nas escolas, foram realizadas conversas com professores que atuam na área de Matemática. Eles relataram que realmente não dão a devida atenção a esse assunto. Assumiram que, exceto no oitavo ano (sétima série) do Ensino Fundamental, quando a Geometria é um dos principais objetivos do currículo, deixam esse tema para o final do ano letivo e acabam não tendo tempo de apresentá-lo aos alunos de maneira produtiva. Alegam que a grade curricular é extensa e exigente e, como os conteúdos de Geometria podem ser tratados em qualquer série, são deixados para mais adiante. Percebemos, também, que a Geometria, quando lembrada nas escolas, costuma ser trabalhada de maneira muito abstrata, pouco natural, embora ela esteja presente em

praticamente tudo o que está à nossa volta. A Geometria tem relação com as primeiras imagens que temos do mundo, figuras tridimensionais, no entanto, os professores iniciam as atividades com figuras bidimensionais, que não são os melhores exemplos para associar a Matemática com o mundo físico.

O Ensino de Geometria: os livros didáticos

Para analisar o ensino usual de Geometria, foi realizada a análise de alguns livros didáticos do oitavo ano (sétima série) comumente usados nas escolas. As obras selecionadas foram: *A conquista da Matemática: a + nova* (GIOVANNI *et al*, 2002); *Matemática hoje é feita assim* (BIGODE, 2002); *Tudo é matemática* (DANTE, 2007); *Novo Praticando Matemática* (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2006).

Foram verificados os seguintes aspectos: como o livro introduz e apresenta o assunto Geometria? Trata sobre área e volume? Que conteúdos de Geometria o livro aborda? Entre outros.

O livro *A conquista da Matemática: a + nova* apresenta situações práticas do nosso cotidiano em que a Geometria está presente, para dar mais sentido ao estudo. Além disso, logo na introdução, é explicado um pouco sobre a história da Geometria, o que é bastante interessante. Também mostra a relação entre Álgebra e Geometria, ao apresentar os conteúdos Monômios, Polinômios e Cálculo Algébrico.

O livro é bem completo, tratando de: retas, ângulos, polígonos e seus elementos, triângulos (classificação e propriedades), quadriláteros (classificação e propriedades), circunferência e círculo. Porém, quanto aos conceitos e aos cálculos de área e de volume, a obra apresenta esses conteúdos como já estudados, ou seja, não mostra a explicação detalhada, somente retoma o assunto com atividades e exercícios. Além disso, neste livro, a Geometria é deixada para o final, sendo abordada nos últimos capítulos.

No livro *Matemática hoje é feita assim*, de Antonio Bigode, é dada especial ênfase à Geometria, que é abordada em quase todos os capítulos do livro. A apresentação é criativa e interessante, sendo estabelecidas relações com os demais conteúdos. Bigode (2002) centra sua apresentação em uma Geometria mais intuitiva, explorando o mundo real.

O livro apresenta a Geometria de maneira bem completa, tratando de: medidas de capacidade e de volume, representação de sólidos, área de figuras planas, relações entre Álgebra e Geometria, curvas, ângulos, triângulos e quadriláteros, polígonos e poliedros, simetrias, etc. O autor parte de exemplos concretos e propõe atividades práticas, como a construção de sólidos geométricos que pode ser feita pelos alunos. Ele também explora o Tangram e os mosaicos.

O livro *Tudo é matemática*, de Luiz Roberto Dante, dedica quatro, dos dez capítulos, ao assunto e, ainda, estabelece relações com a Álgebra, ao tratar de Cálculo Algébrico. A obra traz exemplos e exercícios, nesta área, em diferentes momentos, ou seja, a Geometria é abordada ao longo do livro, não estando colocada somente ao final, como em outros exemplares. Entre os conteúdos, estão: representação de figuras geométricas espaciais no plano; ângulos, polígonos, triângulos, quadriláteros e circunferências (elementos, características e propriedades); perímetros, áreas (inclusive cálculo de áreas através da decomposição e composição de figuras) e volumes. Podemos perceber que os conteúdos são bem aprofundados, sendo necessária uma análise cuidadosa do professor ao escolher os itens que irá trabalhar com seus alunos.

O livro *Novo Praticando Matemática*, de Andrini e Vasconcelos, trata apenas de ângulos, polígonos, circunferência e círculo, no que se refere à Geometria. Além disso, apresenta o conteúdo nos últimos capítulos. Quanto à área e ao volume, a obra apresenta esses conteúdos como já estudados, abordando-os apenas em exemplos e exercícios. Nos capítulos dedicados à Álgebra, os autores estabelecem relações entre Geometria e Álgebra.

Dos livros analisados, este último é o que dá menor atenção à Geometria. Contudo, é justamente o livro didático adotado na sétima série (oitavo ano) na escola em que foi aplicada a prática docente desta pesquisa. Não pretendemos, com isso, dizer que o livro não é adequado, pelo contrário, o consideramos um bom livro, pois aborda os conteúdos em geral de maneira satisfatória e completa, mas, em relação à Geometria, a obra poderia explorar mais e melhorar a abordagem do assunto.

O Ensino de Geometria: conhecimento prévio dos alunos

Os alunos das séries finais do Ensino Fundamental, em geral, apresentam poucos conhecimentos sobre Geometria, algumas vezes até lembram das fórmulas e dos conceitos, porque memorizaram, mas apresentam muitas dificuldades para resolver situações-problemas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1998), no terceiro ciclo do Ensino Fundamental (quinta e sexta séries) é importante trabalhar a Geometria considerando “Espaço e Forma” e “Grandezas e Medidas”. Com relação a Espaço e Forma, os PCNs sugerem distinção de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria; classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos; composição e decomposição de figuras planas; identificação de diferentes planificações de alguns poliedros; e construção da noção de ângulo associada à ideia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas. Com relação a Grandezas e Medidas, os PCNs sugerem compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras; cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas; e cálculo do volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo, pela contagem de cubos utilizados para preencher seu interior.

Porém, como professores, sabemos que, na maior parte das escolas, os alunos chegam às sétima e oitava séries sem terem vivenciado essas experiências com a Geometria.

Podemos verificar alguns dos conceitos e procedimentos, relacionados à Geometria, apontados pelos PCNs (BRASIL, 1998) como indicados para o quarto ciclo do Ensino Fundamental (sétima e oitava séries). Sugerem representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas; estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro; desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções; cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações; construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas; cálculo

da área da superfície total de alguns sólidos geométricos; e cálculo do volume de alguns prismas retos e suas composições.

Da nossa experiência, entendemos pouco provável que os alunos concluam o Ensino Fundamental com todos esses conceitos suficientemente claros.

Com o objetivo de verificar como os alunos saem preparados da sétima série (oitavo ano) do Ensino Fundamental, tendo em vista que a pesquisa e a prática de ensino referem-se a estudantes dessa série, foi aplicado um questionário sobre Geometria, com alunos da oitava série (nono ano).

Foram propostas, neste questionário, questões básicas sobre Geometria, relacionadas principalmente aos conteúdos de área e de volume, bem como definições sobre figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, conceitos que já deveriam ter sido trabalhados no terceiro ciclo (quinta e sexta séries). Não foram apresentadas questões sobre ângulo, bissetriz, mediatriz, círculo e outros que são estudados na sétima série, apenas questionamentos simples, aos quais esperávamos que alunos de oitava série teriam facilidade para responder.

O questionário foi aplicado em uma turma composta por 23 alunos. Eles tiveram que responder às questões durante a aula de Matemática, individualmente e sem consulta a colegas, professores ou materiais, com o objetivo de verificar o que de fato sabiam.

Houve um índice muito pequeno de respostas totalmente corretas e um alto índice de questões que sequer foram resolvidas pelos alunos, sob a justificativa de que ou não lembravam, ou não estudaram ou não sabiam o conteúdo.

Dessa forma, a pesquisa mostrou resultados alarmantes, já que mais da metade da turma não soube dizer o que é Geometria, qual a diferença entre uma figura geométrica bidimensional e uma tridimensional, o que é a área de uma superfície geométrica, qual é a diferença entre área e perímetro e qual a origem (o porquê) da fórmula da área do triângulo.

É possível obter o diagnóstico de que os alunos, ao menos os dessa escola, possuem conhecimentos muito vagos sobre a Geometria. As experiências de aprendizagem anteriores que tiveram em relação a esse conteúdo foram pouco significativas³, pois, do contrário, eles se lembrariam do assunto e apresentariam uma linguagem geométrica mais rica em suas respostas.

³ A expressão “experiências de aprendizagem significativas” refere-se a experiências com mais sentido, com mais qualidade. Não apresenta nenhuma relação com a Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel.

Buscando Entender porque a Geometria Costuma Ser Deixada em Segundo Plano

Pavanello (1989) apresenta uma dissertação em que aborda o abandono do ensino de Geometria e oferece uma visão histórica sobre como e por que isso vem acontecendo. O objetivo de seu trabalho é verificar por que, quando e como o ensino de Geometria foi relegado a um segundo plano e que prejuízos isso pode acarretar à formação do aluno.

Embora a pesquisa de Pavanello (1989) tenha sido desenvolvida há duas décadas, muitas conclusões que ela apresenta ainda são verificáveis nos dias atuais: os alunos apresentam poucos conhecimentos sobre Geometria, saindo das escolas despreparados nessa área, e muitos professores não dão a devida atenção ao ensino desse conteúdo.

A autora apresenta argumentos, trazidos pelos matemáticos, para justificar a diminuição do espaço reservado à geometria nos currículos dos vários níveis de ensino e a substituição da geometria pela álgebra e pelo cálculo:

[...] as explicações dos matemáticos sobre os motivos que teriam levado à desenfaturação do ensino de geometria – basicamente a euclidiana – nos diferentes graus de ensino concentram-se em torno de questões geralmente relacionadas com o rigor, a visualização e o que se poderia chamar de subordinação da geometria à álgebra. (PAVANELLO, 1989, p.11)

Quanto ao rigor, alega-se que o tratamento dado à geometria euclidiana não é suficientemente rigoroso; em relação à visualização, critica-se o tratamento da geometria baseada em aspectos visuais, pois isso, por um lado, pode induzir a serem consideradas como óbvias certas asserções sobre os entes geométricos, não derivadas dos axiomas, e, por outro lado, porque tal tratamento acaba limitando a geometria a duas ou três dimensões. Já a “subordinação” da geometria à álgebra passou a acontecer com a descoberta das geometrias não euclidianas e com a abstração e algebrização da geometria.

Para a pesquisadora, esses argumentos podem ser contestados, já que ela acredita que essa questão tem motivos históricos e faz um estudo sobre como o ensino, a matemática e a geometria foram tratados ao longo da história, tanto no Brasil, como no restante do mundo. Conclui que a luta

pelo conhecimento pode também ser vista como uma luta pelo poder e que as decisões relativas ao ensino estão vinculadas ao contexto histórico, político e social. O ensino de certas disciplinas, importantes para a formação do indivíduo, como a geometria, foi negligenciado ao longo da história para determinados grupos sociais, e não foi por acaso.

[...] o problema com o ensino da geometria surge e se avoluma à medida que as escolas de nível médio passam a atender um número crescente de alunos das classes menos favorecidas. A geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da Matemática Moderna, a qual se dá justamente quando se acirra a luta pela democratização das oportunidades educacionais, concomitante à necessidade de expansão da escolarização a uma parcela mais significativa da população. (PAVANELLO, 1989, p. 180).

Em relação à importância do ensino da geometria, a autora destaca que

A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível – que é um dos objetivos do ensino da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (PAVANELLO, 1989, p. 182-183).

Como Trabalhar o Conceito de Área de Maneira mais Significativa?

Secco (2007) apresenta um trabalho que trata especificamente do ensino do conceito de área, por meio do uso da composição e decomposição de figuras planas, no nível fundamental. O objetivo do trabalho é investigar como o conceito de área pode ser apresentado de maneira mais significativa para alunos da oitava série do Ensino Fundamental.

O autor desenvolveu uma prática em sala de aula com alunos de oitava série do Ensino Fundamental e concluiu que o processo de reconfiguração de figuras poligonais planas contribui para que os alunos se apropriem melhor do conceito de área de um polígono e favorece a passagem do empírico para o dedutivo.

Percebeu, após a análise das atividades, que os alunos possuíam, inicialmente, uma noção deficitária em relação ao conceito essencial da proposta e identificou nos alunos a necessidade de resolverem os problemas através de fórmulas matemáticas. Porém, ao longo do processo, essa maneira de visualizar os problemas foi gradativamente sendo alterada, sendo que o enfoque no cálculo de área passou a dar-se através de comparações, estimativas, medições por contagem e cálculo através de soma e subtração de partes elementares (reconfiguração).

O autor concluiu que

[...] pensar no caso da reconfiguração de figuras geométricas planas, no ensino de matemática, como possibilidade heurística na resolução de problemas significou, para os alunos, conhecer novas formas de resolver uma mesma atividade matemática, ampliando, assim, as possibilidades de solução das mesmas. (SECCO, 2007, p. 177).

Secco (2007, p. 177) avalia “[...] que esse fato propiciou ao aluno uma maior desenvoltura tanto na sua forma de pensar como na sua forma de olhar e, além de tudo, de raciocinar”.

Observou ainda que este “novo olhar”, exercitado durante a sequência didática proposta, pode ser o fator que justifica a facilidade de resolução, observada durante a realização das atividades do terceiro bloco, relacionadas ao uso das fórmulas, inclusive na demonstração e justificativa das fórmulas, que foram encontradas facilmente através de curtas deduções. Além disso, essas demonstrações, partindo do processo de reconfiguração, proporcionaram aos alunos a visualização da importância do uso correto das fórmulas para o cálculo da medida de área das figuras planas.

Os Quatro Processos do Ensino da Geometria: Percepção, Construção, Representação e Concepção

Lauro (2007) apresenta uma dissertação em que sugere uma proposta de ensino com a articulação entre os quatro processos necessários para construir o conhecimento geométrico: a percepção, a construção, a representação e a concepção (tetraedro metafórico). O objetivo de seu trabalho foi propor o ensino da Geometria de uma forma em que coexistam os quatro processos, pois a Geometria não pode ser trabalhada de maneira “esquartejada”, privilegiando os extremos em detrimento dos meios.

Conforme a autora, nas aulas de Geometria das séries iniciais, de modo geral, as atividades propostas somente envolvem a percepção, isto é, a observação e a manipulação de objetos materiais e a caracterização das formas mais frequentes no mundo à nossa volta, por meio de atividades empíricas. Já nas séries finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e também no Superior, as atividades relacionadas à Geometria são direcionadas à concepção: à sistematização, ao exercício da lógica, dos elementos conceituais, com predomínio das definições formais e dos enunciados precisos das propriedades, proposições e teoremas com suas demonstrações.

Nesse contexto, o ensino de Geometria é feito de maneira linear, obedecendo a uma ordem hierárquica, partindo das atividades empíricas (percepção) em direção às de sistematização (concepção).

A pesquisadora baseia-se em estudos que sugerem a articulação entre a percepção e a concepção, estabelecendo caminhos convenientes que permitam um trânsito natural entre ambas, com mão dupla de direção. Desse ponto de vista, na dinâmica da construção do conhecimento geométrico, em vez de uma polarização percepção/concepção, é fundamental a caracterização de quatro processos: a percepção, a construção (elaboração de objetos em sentido físico, ou seja, a produção de materiais que possam ser manipulados), a representação (reprodução, através de desenhos, de objetos percebidos ou construídos) e a concepção. Quatro processos que, metaforicamente, constituem as faces de um tetraedro, com elementos comuns e articulados.

[...] a Geometria pode e deve ser iniciada por meio de atividades empíricas, visando a percepção, mas tais atividades estão diretamente relacionadas com a construção de objetos em sentido físico, bem como com a representação de objetos por meio de desenhos, onde suas propriedades e características possam ser concretizadas. A sistematização conceitual torna-se possível nas ações de representação e construção. (LAURO, 2007, p. 24)

Nos dias atuais, segundo a autora, os livros didáticos em geral procuram articular os quatro processos de construção do conhecimento geométrico, pois baseiam-se nas recomendações dos PCNs, que estão em vigor e que estimulam o desenvolvimento e o trânsito entre eles. Mas, apesar disso, os alunos continuam chegando ao Ensino Superior praticamente sem noção dos conteúdos geométricos elementares.

Considerando essa preocupação com a transição entre as quatro faces do tetraedro metafórico, cabe aos professores, em suas práticas em sala de aula, também desenvolver a Geometria evitando o tratamento isolado de qualquer uma das faces. É possível propor atividades em Geometria que estejam de acordo com os PCNs e que possibilitem o trânsito natural entre os quatro processos, e esta tarefa cabe em especial ao professor.

Projeto Pedagógico de Ensino, Objetivos, Hipóteses

O objetivo maior desse planejamento foi proporcionar um ensino com aprendizagem mais significativa da Geometria, além de ajudar a sanar dúvidas e dificuldades dos alunos em relação ao tema.

Foram abordados os seguintes conteúdos de Geometria: ponto, reta, plano e ângulo, figuras bidimensionais e tridimensionais, identificação de polígonos e sólidos, cálculo da área de figuras geométricas planas e do volume de alguns sólidos simples.

Elaboramos um plano de ensino (Quadro 1), com o objetivo de atingir as metas propostas nesta Engenharia Didática. Na construção desse planejamento, buscamos utilizar resultados dos estudos desenvolvidos em produções da área de Educação Matemática, empregando algumas das ideias ali propostas. Muitas das atividades propostas foram extraídas da obra de Secco (2007).

Quadro 1: Plano de ensino

Objetivo	Atividades	Estratégias e recursos
Introduzir discussão sobre o tema Geometria.	Assistir ao vídeo sensibilizador.	- Vídeo "Pato Donald no País da Matemática" (parte 3). - Questões propostas em aula para o acompanhamento do vídeo.
Compreender o que é a Geometria e que ela está presente nas diversas situações do dia a dia.	- Conversar e discutir no grande grupo sobre o vídeo assistido. - Apresentar, em grupos, para os colegas uma definição de Geometria. - Tirar uma fotografia de algum lugar em que possam ser observadas várias formas geométricas.	- Discutir no grande grupo sobre o vídeo assistido, procurando uma definição para Geometria. - Em grupos pequenos, procurar em livros didáticos uma definição mais precisa e elaborada para Geometria; depois, apresentar para os colegas. - Tirar uma fotografia de algum lugar em que haja riqueza de formas geométricas e anotar numa folha quais são as formas que podem ser vistas nesta imagem, para apresentar e entregar no próximo encontro.
Assimilar alguns conceitos matemáticos, como ponto, plano, reta, semirreta, segmento de reta, ângulo, figuras bidimensionais e tridimensionais.	- Assistir ao vídeo. - Conversar sobre o filme. - Anotar os conceitos de ponto, plano, reta, ângulo, semirreta, segmento de reta, figuras bidimensionais e tridimensionais.	- Vídeo "Construindo o pensamento geométrico" (partes 1 e 2) do Novo Telecurso. - Anotar, durante o filme, todos os conceitos matemáticos que forem citados (reta, plano, figuras bidimensionais e tridimensionais...). - Conversar sobre o filme. - Aula expositiva sobre os conceitos matemáticos citados no filme e outros relacionados. - Anotar os significados dos conceitos de ponto, reta, plano, semirreta, segmento de reta, ângulo, figuras bidimensionais (ou planas) e tridimensionais (ou espaciais).
Classificar figuras geométricas tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos.	- Classificar diversas figuras e sólidos geométricos conforme acharem conveniente, estabelecendo regras de classificação. - Leitura de material fotocopiado entregue pela professora sobre a classificação das figuras planas e espaciais. - Organizar as mesmas figuras conforme classificação solicitada pela professora. - Construir alguns sólidos geométricos, a partir de material fotocopiado. - Observar a planificação de sólidos geométricos no <i>software</i> Poly.	- Classificar, em grupos, diversas figuras e sólidos geométricos conforme acharem conveniente, estabelecendo regras de classificação e apresentar para os colegas. - Aula expositiva sobre o assunto, apresentando os critérios de classificação usados na Geometria para figuras geométricas planas (bidimensionais) e espaciais (tridimensionais). - Materiais fotocopiados. - <i>Software</i> Poly.

<p>Compreender o que é área e como se calcula a área das figuras planas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Assistir ao vídeo. - Discutir sobre as ideias e conceitos apresentados no vídeo. - Brincar com o Tangram para desenvolver a noção de composição de figuras a partir da decomposição de outras. - Apresentar diversas figuras planas (quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos, trapézios, triângulos) e solicitar que os alunos calculem suas áreas. - Construir, com os alunos, através do processo de decomposição e composição de figuras, as fórmulas para o cálculo das áreas das diversas figuras. 	<ul style="list-style-type: none"> - Vídeo "As coisas tem Área, Volume e Forma" (parte 1) do Novo Telecurso. - Tangram. - Figuras planas recortadas (quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos, trapézios, triângulos). - Papel quadriculado. - Figuras recortadas em EVA (retângulo, triângulo, paralelogramo, trapézio, losango) para construir o cálculo de áreas.
<p>Compreender o que é volume e como se calcula o volume de alguns sólidos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Assistir ao vídeo. - Conversar sobre o filme. - Solicitar que os alunos calculem os volumes de prismas sorteados entre eles. - Construir, com eles, a fórmula do cálculo de volume de prismas. - Realizar atividades com o Material Dourado. - Verificar, usando material concreto, que 1.000 cm³ de volume comportam 1 litro. 	<ul style="list-style-type: none"> - Vídeo "As coisas tem Área, Volume e Forma" (parte 2) do Novo Telecurso. - Sólidos geométricos (cubos, paralelepípedos e outros prismas). - Material concreto (pilhas de livros) para demonstrar o Princípio de Cavalieri sobre volume e, a partir disso, construir a fórmula para o cálculo do volume de prismas. - Material Dourado. - Cubo de 1.000 cm³ e 1 litro de água.
<p>Realizar atividades de sistematização sobre área e volume.</p>	<p>Resolver exercícios sobre área e volume.</p>	<p>Atividades de sistematização sobre área e volume.</p>

Fonte: Elaborado pela Prof^a. Deise Guder

Como recursos didáticos, optamos pela utilização de um vídeo de sensibilização, materiais de manipulação e um *software* de Geometria, denominado *Poly*⁴.

Os vídeos foram utilizados com objetivo de sensibilizar, motivar e atrair a atenção dos alunos para o tema de estudo; possibilitar que os alunos observassem que a Geometria está presente em muitas e diversas situações do nosso dia a dia; ensinar alguns termos e conceitos geométricos.

⁴ O Poly é um software desenvolvido pela Pedagogy Software, que permite a exploração e construção de poliedros, com possibilidade de manipulação dos mesmos em uma variedade de formas. Possui uma grande coleção de sólidos, platônicos e arquimedianos entre outros. Disponível em: <<http://www.peda.com/poly/>>. Acesso em: 26 maio 2011.

Os demais recursos didáticos, como o *software Poly* e materiais de manipulação (figuras geométricas planas e sólidas), foram escolhidos com objetivo de auxiliar os alunos a observarem e a compreenderem: a planificação de sólidos geométricos; a composição de figuras geométricas a partir da decomposição de outras; os elementos presentes nas diversas formas geométricas; e as noções de área e de volume.

O processo de decomposição e composição de figuras geométricas planas foi desenvolvido visando, também, favorecer a compreensão da noção e do cálculo de área.

Procurei propor atividades que envolvessem os quatro processos do ensino da Geometria (percepção, construção, representação e concepção), necessários e fundamentais para a construção do conhecimento geométrico. O processo da percepção está presente em diversas atividades, como na observação e no manuseio de sólidos geométricos e outras figuras, na manipulação do *software Poly*, na realização das fotografias de lugares com riqueza de formas geométricas, na composição e decomposição de figuras, na observação de vídeos sobre Geometria, entre outras. Construções foram feitas na confecção de sólidos geométricos, a partir de material fotocopiado, na composição e decomposição de figuras e na manipulação do *Poly*, que permite construir inúmeros sólidos a partir de sua planificação e, depois, novamente planificá-los. O processo de concepção está presente em muitas tarefas, como na compreensão e análise dos vídeos assistidos, na classificação de figuras geométricas (planas e espaciais), nas diversas atividades de sistematização propostas. No processo de representação, não foram incluídas atividades de desenho, mas as atividades de planificação realizadas no *software Poly* têm potencial para desenvolver noções de reprodução das diversas formas geométricas.

Além disso, para um estudo mais significativo da Geometria, foram adaptadas algumas das ideias de Secco (2007) na realização de atividades de decomposição e composição de figuras para a construção das fórmulas do cálculo de áreas.

Como pressuposto inicial, a engenharia deveria cumprir seus propósitos: aperfeiçoar conhecimentos sobre a Geometria, em especial, dos conceitos de ponto, de reta, de plano e de ângulo, de figuras bidimensionais e tridimensionais, identificação de polígonos e sólidos, cálculo da área de figuras geométricas planas e do volume de alguns sólidos simples.

Formulamos hipóteses anteriores à prática, para posterior validação:

- a) Os alunos apresentariam poucos e vagos conhecimentos sobre Geometria, suspeita que surgiu nas análises prévias.
- b) Por isso, seria necessário tratar do assunto como sendo uma novidade, sendo importante partir de situações práticas do dia a dia em que a Geometria se faz presente.
- c) A aprendizagem se daria de forma significativa, trabalhando com os quatro processos do ensino da Geometria (a Percepção, a Construção, a Representação e a Concepção), seguindo as ideias apresentadas na dissertação de Lauro (2007).

A Experiência Didática

A prática de ensino foi realizada durante dez horas/aula, no turno da manhã, com um grupo formado por 13 alunos, do oitavo ano (sétima série), de uma escola do Vale do Caí/Rio Grande do Sul, voluntários para participar em minicurso, extraclasse.

Primeiro dia: 09/06/10 (1h45min de duração)

Neste primeiro dia de aplicação, trabalhamos com os seguintes objetivos:

- Introduzir discussão sobre o tema Geometria.
- Compreender o que é a Geometria e que ela está presente nas diversas situações do dia a dia;
- Assimilar alguns conceitos matemáticos, como ponto, plano, reta, semirreta, segmento de reta, ângulo, figuras bidimensionais e tridimensionais.

Inicialmente, solicitamos que os alunos respondessem a um pequeno questionário (Anexo A), como sondagem para verificar o que eles já sabiam sobre Geometria. Das suas respostas, verificamos que tinham ideias confusas e equivocadas sobre o que é a Geometria; não sabiam diferenciar as figuras planas das espaciais; não conheciam elementos básicos da Geometria como reta, ponto, plano e ângulo.

Após recolher os questionários, passamos para o vídeo, “Pato Donald no País da Matemática” (parte 3), que apresenta, de maneira divertida e interessante, diversas descobertas e aplicações matemáticas, como o Teorema de Pitágoras, a razão áurea, as formas geométricas, entre outras⁵. Solicitamos que atendessem às seguintes questões: título do vídeo. Que formas geométricas aparecem no vídeo? Em que situações do nosso mundo real o Pato Donald observou a Geometria?

Em seguida, conversamos sobre o vídeo assistido. Discutimos sobre as formas geométricas abordadas no filme e sobre os locais onde o Pato Donald as encontrou e questionamos: “Mas, afinal, o que é a Geometria?” Sugerimos que utilizassem alguns livros didáticos, que foram previamente selecionados, para pesquisarem uma definição mais elaborada para Geometria. Essa etapa foi realizada em duplas. Depois, cada dupla apresentou para o grande grupo a sua explicação.

Vejam, nas Figuras 1 e 2, algumas definições encontradas nos livros didáticos consultados:

gar de cada um. Daí a denominação grega *geometria* (*geo* = terra; *metria* = medida), cujo significado é *medida da terra*. Atualmente, pode-se dizer que geometria é o estudo das formas geométricas, incluindo as medidas dessas formas.

Figura 1: Trecho da explicação apresentada no livro “Tudo é matemática - 5ª série”
Fonte: Dante (2006, s.p.)

E como é que um arquiteto, engenheiro, projetista e outros profissionais conseguem criar formas bonitas e com tantas aplicações na vida prática? Entre outras coisas, utilizando a *Geometria, que é a parte da Matemática que estuda as formas*.

Na Geometria, as formas são idealizadas, perfeitas. O conhecimento geométrico é aplicado na construção do mundo real.

Figura 2: Trecho que apresenta o conceito de Geometria do livro “Novo Praticando Matemática – Volume 1”.

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2006, s.p.)

Partimos para o segundo vídeo “Construindo o pensamento geométrico” (partes 1 e 2) do Novo Telecurso⁶. Solicitamos que os alunos anotassem todos os conceitos e termos matemáticos que fossem citados, mesmo que não soubessem o seu significado.

⁵ Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=k9f3PKUpXM>>. Acesso em: 01 jun. 2010

⁶ Disponível em: <<http://novotelecurso.blogspot.com/2009/02/construindo-o-pensamento-geométrico.html>>. Acesso em: 01 jun. 2010

Assistimos ao vídeo e, depois conversamos sobre os termos matemáticos citados. Entregamos uma folha fotocopiada com um resumo sobre alguns conceitos e elementos geométricos importantes, inclusive os que são citados no vídeo. Os alunos fizeram essa leitura (silenciosa e oral). Durante a leitura oral, explicamos sobre o texto.

Por fim, solicitamos que, como tema, os alunos (em grupos de três ou quatro alunos) tirassem uma fotografia de algum lugar em que pudessem observar várias formas geométricas e anotassem numa folha quais são as formas geométricas que podem ser vistas nesta imagem, para apresentar e entregar no próximo encontro.

Segundo dia: 16/06/10 (2h de duração)

Inicialmente, fizemos a correção do tema, ou seja, a apresentação das fotografias e dos comentários sobre elas, conforme solicitado ao final do encontro anterior. A Figura 3 apresenta alguns exemplos trazidos pelos alunos. Como podemos verificar, as fotografias apresentam diferentes figuras geométricas, portanto atendem, parcialmente, ao objetivo proposto, que era selecionar imagens que apresentassem riqueza de elementos geométricos. A primeira traz objetos do cotidiano, mas a segunda é uma foto de desenhos. O objetivo original, que era encontrar formas geométricas no mundo ao nosso redor, não foi cumprido.



Figura 3: Exemplos de fotografias apresentadas pelos alunos
Fonte: Prof^a. Deise Guder (2010)

Em seguida, solicitamos que os alunos se organizassem em grupos de três ou quatro alunos e entregamos, para cada grupo, diversas figuras geométricas planas e espaciais. Pedimos que os alunos classificassem essas figuras como achassem mais conveniente e correto. Depois, eles tiveram que apresentar suas classificações para o grande grupo, explicando seus critérios de organização das figuras. Vejamos alguns dos resultados apresentados na Figura 4. Os alunos demonstraram muitas dúvidas e insegurança para realizar essa tarefa, sendo que apenas tinham convicção de que as figuras planas seriam um grupo e as espaciais pertenceriam a outro grupo. Mas, não conseguiram diferenciar corretamente as figuras espaciais umas das outras, colocando, por exemplo, prismas, pirâmides, cilindros e cones num mesmo grupo. Portanto, a classificação realizada pelos alunos não foi totalmente coerente e correta.

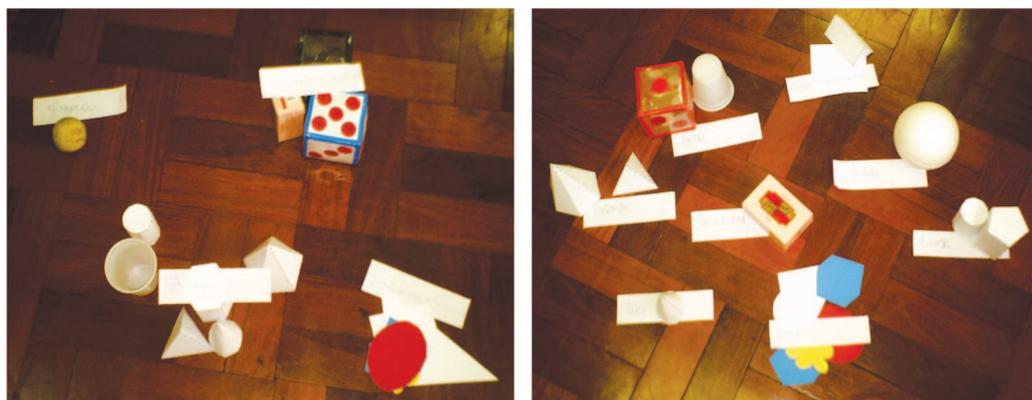


Figura 4: Classificações apresentadas pelos alunos
Fonte: Prof^a. Deise Guder (2010)

Entregamos então um texto fotocopiado sobre os critérios usados em Geometria para a classificação das figuras geométricas planas e espaciais, que pode ser visualizado no Anexo B. Os alunos realizaram a leitura oral e realizamos as devidas explicações.

Em seguida, solicitamos que, novamente, organizassem as figuras anteriormente classificadas, seguindo os critérios apresentados no texto lido, com o objetivo de sistematizar o assunto. A Figura 5 mostra as novas classificações realizadas pelos alunos. Os alunos perceberam, após o estudo realizado, que precisavam mudar as suas classificações, pois compreenderam que não estavam coerentes. Alguns itens, na maioria dos grupos, já estavam certos, como a classificação das figuras em planas ou espaciais. Mas, além dessa classificação, classificaram novamente os grupos de figuras planas e

especiais, formando subgrupos, buscando uma organização mais criteriosa e complexa. Por exemplo, classificaram outra vez o grupo de figuras planas, formando o subgrupo dos polígonos côncavos, o dos polígonos convexos e o dos não polígonos.



Figura 5: Novas classificações realizadas pelos alunos depois do estudo
Fonte: Prof^a. Deise Guder (2010)

Após, os alunos realizaram a confecção de alguns sólidos geométricos, conforme apresentado na Figura 6, a partir de material fotocopiado entregue por nós, com o objetivo de observar a planificação das diferentes formas. Cada aluno recebeu uma figura diferente. Deixamos os sólidos construídos expostos na sala.



Figura 6: Construção de sólidos geométricos pelos alunos
Fonte: Prof^a. Deise Guder (2010)

Depois, fomos até o Laboratório de Informática da escola para explorar o *software* Poly, que apresenta a planificação e a construção de diversos sólidos geométricos, através de animação. A Figura 7 mostra a tela do Poly, apresentando um sólido geométrico e sua planificação.

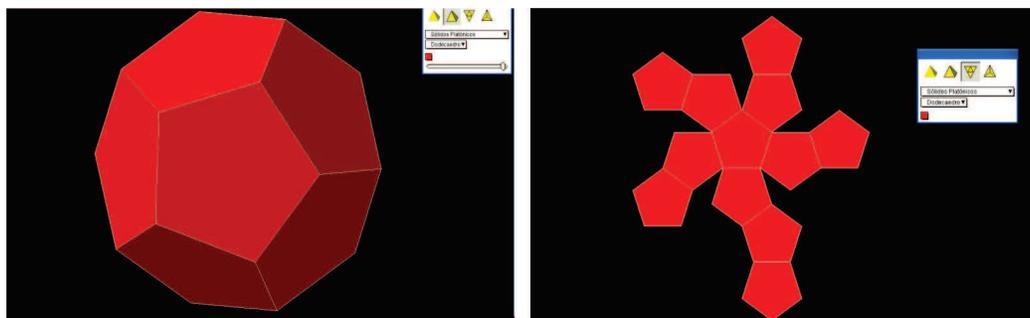


Figura 7: Tela do Poly (exemplo de sólido e sua planificação)

Fonte: Prof^a. Deise Guder (2010)

Os alunos adoraram esta atividade, sendo que brincavam com as cores e formas e mostravam as construções que faziam para os colegas e para o instrutor de informática. O *software* Poly é realmente bem dinâmico e interessante, permitindo abrir e fechar a planificação dos diferentes sólidos, rotacioná-los, modificar suas cores, sendo que apresenta inúmeros tipos de sólidos geométricos.

Terceiro dia: 18/06/10 (3h15min de duração)

Neste encontro, trabalhamos com o objetivo de compreender o que é área e como se calcula a área das figuras planas. Inicialmente, entregamos aos alunos novamente um questionário de sondagem, para verificar os conhecimentos prévios que possuíam sobre o assunto. A partir do questionário, pudemos constatar que tinham poucos conhecimentos sobre os conteúdos abordados, sendo que a maioria não soube explicar o que é área, perímetro e volume e, muito menos, explicar como são calculados.

Após recolher os questionários, falamos que iríamos assistir a mais um vídeo e que eles deveriam fazer anotações, para responder questões: o que é área? O que é perímetro? Como se calcula a área de uma região retangular?

Assistimos então ao vídeo *As coisas têm Área, Volume e Forma* (parte 1) do Novo Telecurso⁷.

Depois, conversamos sobre as ideias e conceitos apresentados no vídeo, definindo o que é área e perímetro e como devemos calcular a área de uma região retangular.

⁷ Disponível em <http://novotelecurso.blogspot.com/2009/01/matematica-e-fundamental-aula-14-1-de-2.html>. Acesso em: 01 jun. 2010

Para desenvolver a noção de composição de figuras a partir da decomposição de outras, pedimos para os alunos reunirem-se em duplas e realizarem o jogo do Tangram. O Tangram é um quebra-cabeça chinês antigo. O nome significa “Sete tábuas da sabedoria”. O material que compõe o jogo consiste em cinco triângulos de vários tamanhos, um quadrado e um paralelogramo, como mostra a Figura 8.

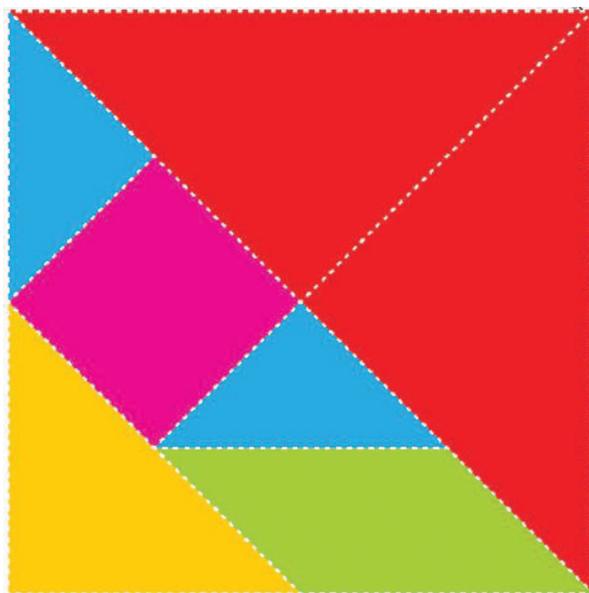


Figura 8: Peças do Tangram
Fonte: Cavalcanti; Souza; Alves (2008, CDROM).

Depois da atividade, questionamos os alunos: “Vimos que podemos construir diferentes desenhos com as peças do Tangram. Será que a parte colorida dessas figuras todas possui a mesma área, ou seja, mesmo mudando a forma, a área (da figura colorida) continua sendo a mesma? Por quê?” O objetivo é concluir que existem inúmeras figuras com diferentes formas que possuem áreas iguais.

Em seguida, entregamos aos alunos (em duplas) diferentes figuras (um retângulo, um quadrado, um triângulo, um losango, um trapézio e um paralelogramo qualquer) recortadas em papel quadriculado. Solicitamos que calculassem as áreas dessas figuras, considerando que cada quadradinho corresponderia a uma unidade quadrada de medida ($1u^2$) e que cada lado do quadradinho seria uma unidade. Em seguida, questionamos sobre como haviam feito para descobrir tais áreas. Os alunos conseguiram descobrir facilmente a área do quadrado e do retângulo, talvez porque no vídeo assistido

isso era explicado claramente. Já para determinar a área das demais figuras, eles ficaram cheios de dúvidas. Não lembravam das fórmulas, assim, fizeram a contagem dos quadradinhos, mas, em algumas figuras, esse método não foi muito eficiente, pois, devido à forma da figura (como nos trapézios), os quadradinhos estavam cortados, o que dificultava a contagem. Nesse momento, tentamos mostrar que, em algumas dessas figuras, era possível juntar metades de quadradinhos, formando quadradinhos inteiros, e, assim, contar o total de unidades. Quanto às figuras que não possuíam os quadradinhos divididos exatamente ao meio, foi informado que iríamos descobrir como se faz para determinar a área nas próximas atividades que seriam trabalhadas nesta aula.

Entregamos aos alunos ainda figuras diversas (quadrados, retângulos, triângulos...) recortadas em cartoplex e não em papel quadriculado, solicitando que calculassem a área dessas figuras. Nesse momento, ficaram até sem saber ao certo como determinar a área do quadrado e do retângulo.

Então, realizamos com eles uma série de atividades práticas, com o objetivo de demonstrar e construir as fórmulas para o cálculo de áreas das diferentes figuras (retângulo, quadrado, paralelogramo qualquer, losango, triângulo, trapézio).

Primeiramente, entregamos para cada dupla um retângulo recortado em EVA e quadradinhos pequenos de 1cm^2 (em cartoplex). Solicitamos que, utilizando os quadradinhos pequenos, eles tentassem descobrir a área do retângulo.

Os alunos não tiveram dificuldades, sendo que todos conseguiram descobrir a área corretamente. Perguntamos como haviam feito para descobrir e eles explicaram que não é necessário encher todo o retângulo com os quadradinhos, pois basta ver quantos cabem em cada lado do retângulo, ou seja, no comprimento e na largura, e multiplicar esses números. Dissemos que é assim mesmo que se calcula a área de um retângulo, fazendo a base vezes a altura ou o comprimento vezes a largura e registramos no quadro. Perguntamos: "A partir disso, como será que se faz para determinar a área de um quadrado?". Eles concluíram que também é apenas preciso multiplicar os lados. Então registramos no quadro: $A = \text{lado} \times \text{lado}$ ou $A = \text{lado}^2$.

Após, entregamos para cada dupla dois triângulos de mesmo tamanho (em EVA) e pedimos que recortassem um triângulo pela sua altura (já marcada previamente). Solicitamos que montassem um retângulo usando as três partes, como mostra a Figura 9.



Figura 9: Esquema sobre os triângulos
Fonte: Elaborada pela Prof^a. Deise Guder

Questionamos: “Qual é a relação entre a área do triângulo e a do retângulo? Como podemos calcular a área de um triângulo?” Chegamos assim à fórmula do cálculo de área de um triângulo: $A = \frac{base \times altura}{2}$, a qual também foi anotada no quadro.

Então, entregamos um paralelogramo (em EVA) com a altura tracejada. Solicitamos que recortassem o paralelogramo pela altura tracejada e pedimos para tentarem formar um retângulo com essas duas partes obtidas, como mostra a Figura 10.



Figura 10: Esquema sobre o paralelogramo
Fonte: Elaborada pela Prof^a. Deise Guder

Questionamos: “O que puderam perceber? Foi possível formar um retângulo decompondo o paralelogramo? O que podemos afirmar sobre as áreas do paralelogramo e do retângulo?” Concluíram que o paralelogramo e o retângulo (de bases e alturas iguais) possuem áreas iguais e que se calcula a área do paralelogramo fazendo base x altura.

Para construir a noção de área de um trapézio, entregamos aos alunos dois trapézios iguais (de EVA). Pedimos para tentarem formar um paralelogramo usando esses dois trapézios (Figura 11).



Figura 11: Esquema sobre os trapézios
Fonte: Elaborada pela Profª. Deise Guder

Em seguida, perguntamos: “Qual é a relação entre a altura desse paralelogramo e a do trapézio? Lembrando que o trapézio possui duas bases (Base maior e base menor, dos lados paralelos), como podemos calcular a área desse paralelogramo? Qual é a relação entre a área desse paralelogramo e a do trapézio? Então, como se calcula a área de um desses trapézios?” Chegamos assim à fórmula do cálculo de área de um trapézio:

$$A = \frac{(base\ maior + base\ menor) \times altura.}{2}$$

Com o objetivo de compreender o cálculo de área de um losango, foi entregue aos alunos um retângulo (de EVA) com o desenho de um losango marcado em seu interior (cujos vértices ficam sobre os pontos médios dos lados do retângulo). Pedimos aos alunos que recortassem os segmentos marcados do losango, dividindo assim o retângulo em quatro triângulos retângulos e um losango. Pedimos para montarem um losango usando os quatro triângulos (Figura 12).

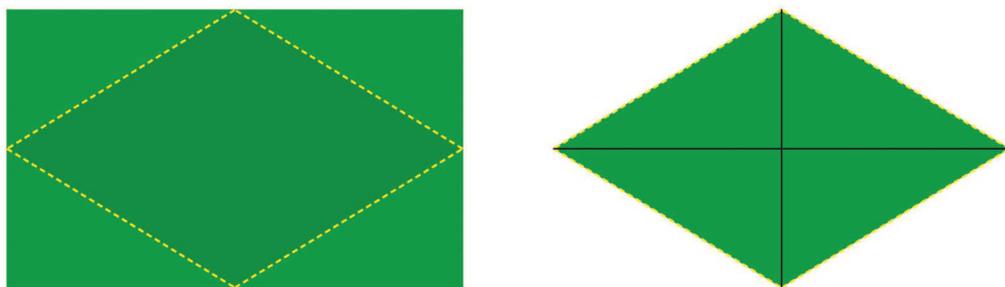


Figura 12: Esquema sobre o losango
Fonte: Elaborada pela Profª. Deise Guder

Questionamos: “O que podemos observar sobre esse novo losango montado? Ele é igual ao outro? Qual é a relação entre a área do losango e a do retângulo original? A diagonal maior (D) é igual à base do retângulo e a diagonal menor (d) é igual à altura? Como se poderia calcular a área de um

losango qualquer?” Os alunos concluíram que a área do losango é exatamente igual à metade da área do retângulo cujos pontos médios são os quatro vértices do losango, sendo necessário apenas calcular a área do retângulo e dividi-la por 2. Assim, construímos a fórmula:

$$A = \frac{\text{Diagonal maior} \times \text{diagonal menor}}{2}.$$

A seguir, os alunos calcularam as áreas das figuras entregues anteriormente, usando régua para as medidas.

Quarto dia: 21/06/10 (3h de duração)

Neste encontro, trabalhamos inicialmente com o objetivo de compreender o que é volume e como se calcula o volume de alguns sólidos geométricos. Por isso, começamos a aula assistindo ao vídeo *As coisas tem Área, Volume e Forma* (parte 2) do Novo Telecurso⁸. Solicitamos que, enquanto eles assistissem ao vídeo, prestassem atenção aos seguintes itens, anotando se possível: “O que é volume? Como se calcula o volume?”

Após assistir ao vídeo, conversamos sobre as ideias apresentadas nele, buscando uma definição para volume. Entregamos para cada dupla de alunos um prisma (de base triangular ou retangular) e perguntamos: “Como será que podemos calcular o volume desses sólidos?” Eles perguntaram se poderíamos passar novamente o vídeo para que pudessem ver como se calcula.

Utilizamos uma pilha de livrinhos (todos de mesmo tamanho e espessura) para demonstrar que, quando temos um sólido em que todas as seções horizontais têm a mesma área (como é o caso dos prismas), então o volume desse sólido é igual à área da base multiplicada pela altura desse sólido. Explicamos que é assim que se calcula o volume dos prismas: $V = \text{área da base} \times \text{altura}$.

Depois, empurramos a pilha de livrinhos para um lado, mudando um pouco a sua forma, e questionamos: “Será que o volume dessa pilha continua sendo o mesmo, ou mudou porque modifiquei o formato?” Com isso, buscamos demonstrar, de maneira bem simples, o Princípio de Cavalieri, um princípio básico para o cálculo de volumes: dois sólidos que tiverem a

⁸ Disponível em: <<http://novotelecurso.blogspot.com/2009/01/matematica-e-fundamental-aula-14-1-de-2.html>>. Acesso em: 01 jun. 2010.

mesma altura e que, sempre que seccionados por um mesmo plano, gerarem áreas iguais, terão o mesmo volume. Os alunos conseguiram facilmente concluir que o volume continua sendo o mesmo, ainda que mude a forma.

Então, apresentamos o Material Dourado, entregamos para cada dupla dez cubinhos pequenos e pedimos que montassem um sólido qualquer usando essas peças. Depois, solicitamos que mostrassem suas construções para os demais colegas e respondessem a questões: “O que podemos dizer sobre o volume desses sólidos que vocês construíram? Será que os volumes são iguais ou diferentes? Qual é o volume que possuem? Quantos cubinhos mesmo havia sido entregue para cada dupla?”

Mostramos o cubo grande do Material Dourado e fizemos análises sobre o mesmo: “Quantos cubinhos pequenos cabem em um cubo grande? Então, qual é o volume do mesmo?”

Em seguida, perguntamos: “Agora vocês acham que já são capazes de calcular o volume dos prismas entregues anteriormente?”

Solicitamos então que calculassem os volumes desses prismas triangulares, paralelepípedos e cubos, usando a régua e cálculos. Após, fizemos a correção.

Conversamos com os alunos: “Vocês observaram, no vídeo, que em um cubo de 10 cm de aresta, ou seja, de 1.000 cm^3 , cabe exatamente um litro. Por isso trouxemos um cubo que tem esse volume, para verificarmos se realmente isso é verdade”. Mostramos o cubo e deixamos que eles o manipulassem, conferindo as medidas das arestas. Depois, solicitamos que derramassem um litro de água dentro do mesmo, usando duas garrafinhas de 500 ml de água mineral. Como o cubo era feito de material de raios X (lâminas de radiografias), ele se deformou um pouco e foi necessário que uma aluna segurasse as laterais para não mudar o volume. O ideal seria que o cubo fosse feito de algum material rígido, como vidro ou acrílico, por exemplo, mas, conseguimos observar o que desejávamos: que 1.000 cm^3 de volume comportam um litro (ou 1.000ml) de capacidade.

Após, solicitamos que eles resolvessem alguns exercícios sobre área e volume, entregues em folha fotocopiada (Anexo C), com o objetivo de promover a sistematização desses conteúdos estudados. Auxiliamos os alunos em suas dúvidas, dando sugestões, mas não respostas, assim eles puderam também trocar ideias com os colegas.

Pudemos constatar, através dos exercícios realizados, que os alunos compreenderam os conteúdos, ou seja, compreenderam o que é área, o que

é volume, e como se calculam áreas e volumes, pois a maioria acertou todas as questões.

No decorrer da prática, percebemos um avanço nos conhecimentos dos alunos, mas, isso foi notado em especial nesse último encontro, pois eles passaram a usar a linguagem geométrica para conversar com os colegas e com a professora. Apresentaram ótimo desempenho na realização dos exercícios, demonstrando que assimilaram conhecimentos que, antes, conforme vimos nos questionários aplicados inicialmente, não possuíam.

Considerações Finais

Com a prática, desenvolvemos uma compreensão melhor do conteúdo e do recurso principal escolhido (vídeo). Para desenvolver um ambiente interativo, dinâmico e participativo, na sala de aula, sentimos a necessidade de estudarmos mais e estarmos preparadas, seguras com relação aos conteúdos, por isso buscamos mais conhecimentos sobre o tema.

Existem relações entre a prática e o estudo teórico realizado no início da elaboração desta Engenharia Didática. Uma das relações refere-se à dissertação de Pavanello (1989), quando ela comenta que os alunos vêm apresentando cada vez menos conhecimentos sobre Geometria, o que ocorre porque a Geometria costuma ser deixada em segundo plano. Com essa prática pedagógica, pudemos fazer essa constatação, pois os alunos realmente desconheciam a Geometria, apesar de frequentarem o oitavo ano (sétima série). Outra relação que estabelecemos foi com a dissertação de Secco (2007), pois adaptamos algumas ideias desse autor, na realização de atividades de decomposição e composição de figuras para a construção das fórmulas do cálculo de áreas. Além disso, buscamos seguir a proposta de Lauro (2007), sobre os processos do ensino da Geometria (percepção – construção – representação – concepção).

Com essa Engenharia Didática, também desenvolvemos uma compreensão melhor a respeito das possibilidades de utilização das mídias digitais e dos recursos de tecnologia. Antes, nunca havíamos feito uma pesquisa mais aprofundada sobre vídeos que poderiam ser aproveitados nas aulas de Matemática. Acreditávamos ter poucas opções de vídeos para essa disciplina. Agora sabemos que existem, sabemos onde buscá-los e como baixá-los da internet.

Percebemos que muitas dificuldades comuns dos alunos sobre Geometria foram solucionadas. Conforme eles mesmos relataram no questionário de avaliação final, tinham uma ideia vaga e confusa sobre a Geometria, não sabiam o que é e nem como se calcula a área de uma região plana e o volume de um sólido geométrico. Também não sabiam classificar as diferentes formas geométricas existentes, usando critérios coerentes. Ao final da prática, pudemos constatar que essas lacunas foram preenchidas.

Foram identificadas mudanças positivas no comportamento e no conhecimento dos alunos durante a prática. Percebemos que os alunos passaram a refletir mais antes de dar uma resposta, pois, inicialmente, respondiam qualquer coisa, diziam que não sabiam nada sobre o assunto e não se importavam com isso. Ao final, foi possível perceber que estavam mais interessados e preocupados em dar respostas corretas, buscando solucionar suas dúvidas e dificuldades.

Na escola e, principalmente, com os colegas professores de Matemática foram observados possíveis efeitos desta experiência didática, pois os alunos acharam muito interessante o uso de vídeos nas aulas de Matemática, pedindo até sugestões de outros títulos e endereços. Os alunos participantes do minicurso também elogiaram os encontros e disseram para os demais colegas (que não se inscreveram) e para a sua professora de Matemática (a qual relatou isso) que aprenderam muitas coisas novas e interessantes e que o minicurso foi muito útil.

Referências

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Novo Praticando Matemática, Volume 1**. 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2006.

_____. **Novo Praticando Matemática, Volume 3**. São Paulo: Editora do Brasil, 2006.

BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim, 7ª série**. São Paulo: FTD, 2000.

BRASIL – SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental/Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 5 maio 2010.

CAVALCANTI, M.; SOUZA, P.; ALVES, E. **Coleção Educação para Jovens e Adultos em foco: Matemática**, Cd-Rom. 1.ed. Belo Horizonte: FAPI, 2008.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**, 5ª série. São Paulo: Ática, 2004.

_____. **Tudo é Matemática**, 7ª série. 2. ed. São Paulo: Ática, 2007.

GIOVANNI, J. ; CASTRUCCI, B. ; JÚNIOR, J. R. G. **A conquista da Matemática: a + nova**, 7ª série. São Paulo: FTD, 2002.

LAURO, M. M. **Percepção – Construção – Representação – Concepção**: Os quatro processos do ensino da Geometria: uma proposta de articulação. 2007. 396 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, São Paulo, 2007. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-20042007-103710/publico/DissertacaoMairaMendiasLauro.pdf>>. Acesso em: 5 maio 2010.

NOVO TELECURSO. **Construindo o pensamento geométrico** (partes 1 e 2 – aula 28 de Matemática). Disponível em: <<http://novotelecurso.blogspot.com/2009/02/construindo-o-pensamento-geométrico.html>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

_____. **As coisas têm Área, Volume e Forma** (partes 1 e 2 – aula 14 de Matemática). Disponível em: <<http://novotelecurso.blogspot.com/2009/01/matemtica-e-fundamental-aula-14-1-de-2.html>>. Acesso em: 14 ago. 2010.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão histórica. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Metodologia do Ensino) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, São Paulo, 1989. Disponível em: <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000045423>>. Acesso em: 2 maio 2010.

REIS, L.; CARVALHO, A. **Aplicando a Matemática**, 7º ano do Ensino Fundamental. 2.ed. São Paulo: Casa Publicadora Brasileira, 2010.

SECCO, A. **Conceito de Área**: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas. 2007. 198 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/SECCO_anderson.html>. Acesso em: 28 abr. 2010.

VOLPINO, H. **Matemática**, 7ª série. São Paulo: IBEP, 1988.

Anexo A -

Modelo do questionário aplicado na primeira aula da prática pedagógica

UAB/UFRGS – MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA

PROFESSORA/PESQUISADORA: Deise Guder

ANO (SÉRIE): 8º ano (7ª série)

DATA: _____

QUESTIONÁRIO

1) Defina o que é Geometria.

2) Você acha que a Geometria está presente em alguma situação do nosso dia-a-dia? Em que?

3) Qual é a diferença entre uma figura geométrica plana (bidimensional) e uma espacial (tridimensional)?

4) Explique o que é: ponto, reta, segmento de reta, semirreta, plano, ângulo.

Anexo B -

Texto entregue para os alunos sobre classificação das formas geométricas

CLASSIFICAÇÃO DAS FORMAS GEOMÉTRICAS

1) FIGURAS PLANAS

As figuras planas podem ser classificadas em polígonos e não-polígonos.

Definição de Polígono: Figura plana limitada por segmentos de reta, sendo formada por uma linha poligonal fechada. Polígono pode significar tanto o contorno como a região compreendida por ele.

A seguir temos exemplos de alguns **polígonos**:

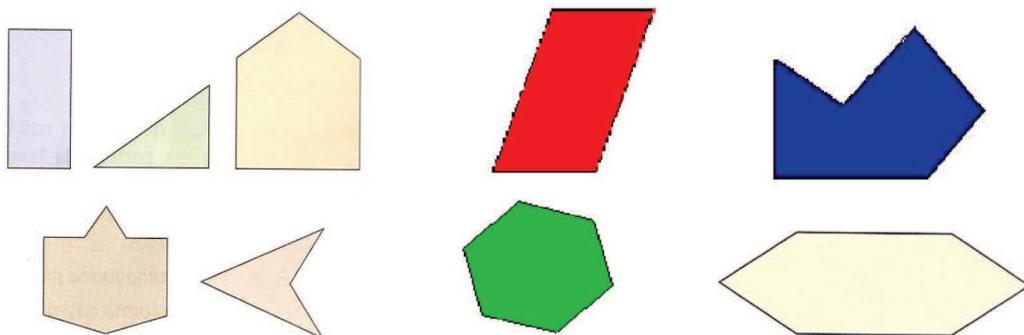


Figura 1A: Elaborada pela Profª. Deise Guder

As figuras abaixo **não são polígonos**:

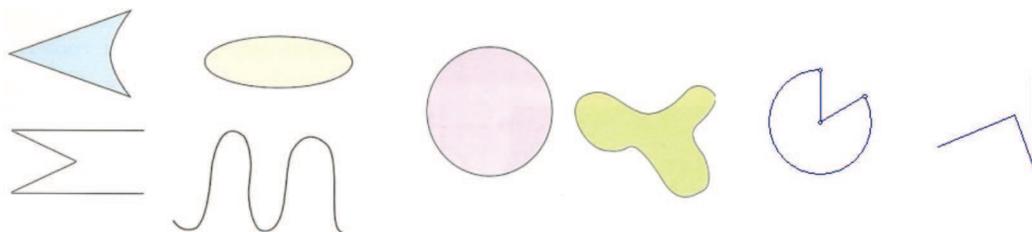


Figura 2A: Elaborada pela Profª. Deise Guder

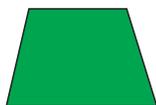
São exemplos de não-polígonos os círculos, as elipses e outras figuras que não são formadas por linhas poligonais fechadas.

De acordo com o número de lados, cada polígono recebe um nome próprio que o identifica. Veja:

3 lados - triângulo ou trilátero	9 lados - eneágono	15 lados - pentadecágono
4 lados - quadrilátero	10 lados - decágono	16 lados - hexadecágono
5 lados - pentágono	11 lados - undecágono	17 lados - heptadecágono
6 lados - hexágono	12 lados - dodecágono	18 lados - octadecágono
7 lados - heptágono	13 lados - tridecágono	19 lados - eneadecágono
8 lados - octógono	14 lados - tetradecágono	20 lados - icoságono

Polígono regular: polígono que apresenta todos os lados iguais e todos os ângulos iguais.

Alguns quadriláteros:



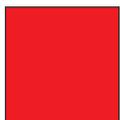
* **Trapézio** é o quadrilátero que só possui dois lados opostos paralelos com comprimentos diferentes, denominados base menor e base maior.



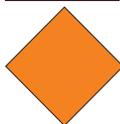
* **Paralelogramo** é um quadrilátero cujos lados opostos são paralelos.



* **Retângulo:** é o paralelogramo que possui quatro ângulos retos.



* **Quadrado:** é o paralelogramo que possui quatro lados iguais e quatro ângulos retos.



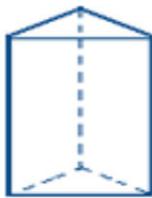
* **Losango:** é o paralelogramo que possui os quatro lados iguais.

2) FIGURAS ESPACIAIS

Figuras espaciais fechadas ou maciças são chamadas de **sólidos geométricos**.

* Os **poliedros** são figuras geométricas espaciais fechadas e cujas faces são polígonos. Podem ser sólidos maciços ou apenas a casca.

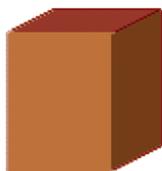
Os **prismas** são poliedros cujas faces são paralelogramos e que possuem duas faces paralelas (bases) iguais. Os prismas são classificados conforme as suas bases. Exemplos de prismas:



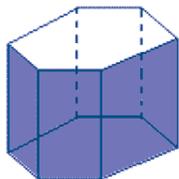
prisma triangular



prisma pentagonal



prisma quadrangular



prisma hexagonal

Figura 3A: Elaborada pela Prof^a. Deise Guder

Paralelepípedos



paralelogramos.

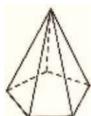
são os prismas cujas bases também são

Cubos



são paralelepípedos, cujas faces são todas iguais.

As **pirâmides**



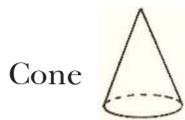
laterais triangulares.

são poliedros que têm base poligonal e todas as faces

* São alguns exemplos de figuras espaciais formadas apenas de superfícies curvas:



* São alguns exemplos de figuras formadas de faces planas e de superfícies curvas:

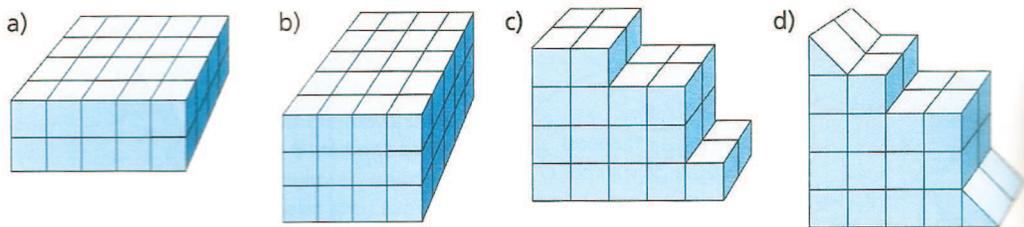


Anexo C -

Atividade realizada na última aula da prática

ATIVIDADES SOBRE VOLUME E ÁREA:

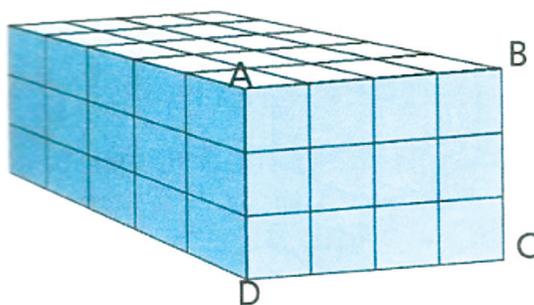
1) Nas figuras abaixo, todos os cubinhos são do mesmo tamanho. Usando um deles como unidade de volume, dê o volume de cada figura:



Fonte: Reis; Carvalho (2010, p. 244)

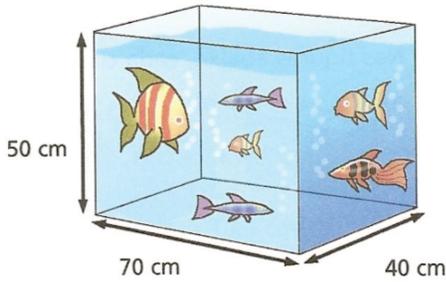
2) Cada um dos cubinhos da figura abaixo tem aresta medindo 1cm. Com base nisso, responda:

- Qual é a área do retângulo ABCD?
- Qual é o volume da figura?



Fonte: Reis; Carvalho (2010, p. 244)

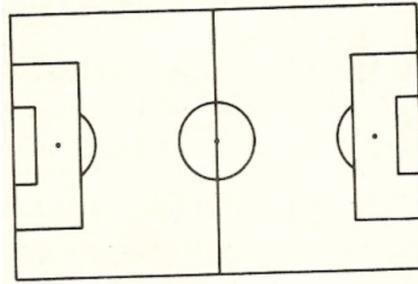
3) O aquário abaixo tem as dimensões dadas ao lado. Quantos litros de água cabem nele?



(Lembre-se: $1000\text{cm}^3 = 1\text{dm}^3 = 1\text{ litro}$)

Fonte: Reis; Carvalho (2010, p. 245)

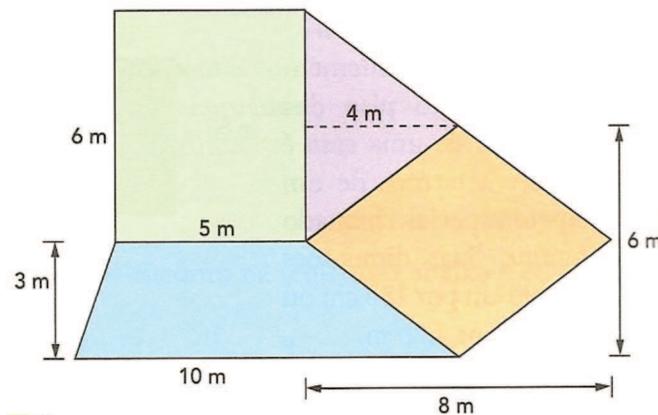
4) Sabendo que um campo de futebol tem 105m de comprimento e 70m de largura, calcule qual é a sua área e qual é o seu perímetro.



Fonte: Volpino (1988, p. 88).

5) Num trapézio, as bases medem 21cm e 15cm e a altura mede 10cm. Calcule a área do trapézio.

6) Determine a área total da região abaixo:



Fonte: Dante (2007, p. 236)