

Reflexão e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática

Ministério da Educação - MEC

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES

Diretoria de Educação a Distância – DED

Universidade Aberta do Brasil – UAB

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Reitor Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Pós-Graduação Aldo Bolten Lucion

Secretário de Educação a Distância Sérgio Roberto Kieling Franco

Coordenador da UAB/UFRGS Luis Alberto Segovia Gonzalez

Comitê Editorial da SEAD

Presidente Sérgio Roberto Kieling Franco

Lovois de Andrade Miguel

Mára Lúcia Fernandes Carneiro

Silvestre Novak

Sílvio Luiz Souza Cunha

Apoio em Publicações da SEAD

Deise Mazzarella Goulart

Laura Wunsch

Marleni Nascimento Matte

Michelle Donizeth Euzébio

Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática

Diretor do Instituto de Matemática Rudinei Dias da Cunha

Coordenadora do Curso Maria Alice Gravina

Coordenador do Programa de Pós-Graduação Marcus Vinicius de Azevedo Basso

em Ensino de Matemática

Revisão Textual

Revisor de Língua Portuguesa Zuleica Oprach de Souza (Evangraf)

Projeto Gráfico

Projeto Gráfico e Diagramação Rafael Marczal de Lima (Evangraf)

Capa Bibiana Carapeços de Lima



Reflexão e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática

Organizadores

Vera Clotilde Vanzetto Garcia

Elisabete Zardo Búrigo

Marcus Vinícius de Azevedo Basso

Maria Alice Gravina

© dos autores
1 edição

Direitos reservados desta edição:
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

R332 Reflexão e pesquisa na formação de professores de matemática / organizadores Vera Clotilde Vanzetto Garcia ... [et al.]- Porto Alegre : Evangraf: UFRGS, 2011. 230 p. : il.

ISBN: 978-85-7727-327-0

1. Matemática - Ensino. 2. Professor - Formação. I.Garcia, Vera Clotilde Vanzetto. II.Búrigo, Elisabete Zardo. III.Basso, Marcus Vinicius de Azevedo. IV. Gravina, Maria Alice.

CDU – 51:37

Elaborada pela Biblioteca Central da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Capítulo 4

ENSINO DE FRAÇÕES COM ÊNFASE NAS CONCEPÇÕES PARTE/TODO, QUOCIENTE E MEDIDA

HELENA MASSIGNAM BREITENBACH¹
ELISABETE ZARDO BÚRIGO²

Introdução

Este trabalho apresenta o relato e a discussão da implementação de uma proposta de ensino de frações que teve como objetivo promover a compreensão, pelos alunos, da necessidade desse novo tipo de número e de seus diferentes significados.

A escolha do tema foi motivada pela importância das frações na matemática escolar, no cotidiano e nas mais diversas áreas do conhecimento, e pela constatação da dificuldade dos alunos em aceitá-las e compreendê-las como números, mesmo depois de tê-las estudado, no quinto ou sexto ano do Ensino Fundamental. Estamos nos referindo às frações como representações de números racionais (positivos) na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b números naturais, e b diferente de zero. Dentre os vários significados que as frações podem assumir, e que são mencionados na literatura que trata do tema, escolhemos priorizar, na proposta de ensino

¹ professora.helena@yahoo.com.br .

² elisabete.burigo@ufrgs.br .

aqui apresentada, as concepções de fração como relação parte/todo, quociente e medida.

A metodologia adotada na construção e na avaliação da proposta de ensino é inspirada na ideia de Engenharia Didática, construída no âmbito da Didática da Matemática francesa. Inicialmente, identificamos alguns traços do ensino usual das frações e dificuldades enfrentadas no seu processo de ensino-aprendizagem. A partir dessa avaliação, planejamos e implementamos uma sequência didática, com o objetivo de contribuir para a melhoria do ensino do tema. A sequência foi desenvolvida com uma turma de 18 alunos da quinta série do Ensino Fundamental da Escola Municipal Guerino Somavilla, de Nova Prata, Rio Grande do Sul. Construimos, antes da implementação da prática, um conjunto de hipóteses sobre os conhecimentos prévios e as aprendizagens dos alunos; analisando a prática, a partir dos registros coletados, reexaminamos as hipóteses previamente formuladas e concluímos pela validação da maioria delas.

A Importância e as Dificuldades no Ensino-Aprendizagem das Frações

A importância do ensino-aprendizagem das frações deve ser situada no campo mais amplo do estudo dos números racionais e de suas representações. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a construção do conceito de número racional pressupõe uma organização do ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações (BRASIL, 1998). Devem ser apresentadas aos alunos situações-problemas cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão, medida) e de suas representações, fracionária e decimal.

Na nossa cultura, a representação decimal dos números racionais é mais frequente e familiar do que a representação fracionária. Usamos, em geral, números decimais para expressar comprimentos, áreas, volumes, massas e capacidades: o próprio sistema métrico, adotado para a quantificação dessas grandezas, foi criado na França, no final do Século XVIII, já tendo em vista o uso do sistema decimal (EVES, 2004). A notação decimal também é utilizada no nosso sistema monetário, e até mesmo para medir o tempo usamos

décimos e centésimos quando queremos nos referir a partes de um segundo. Representações decimais estão presentes nos mostradores de bombas de combustível e, nas balanças eletrônicas, os números decimais substituíram as frações que antes eram frequentes nas balanças analógicas.

As frações ainda estão presentes em muitas situações do cotidiano, como, por exemplo, em receitas culinárias, nos visores dos mostradores de combustível dos automóveis, nos quóruns estabelecidos para votações em regimentos de diversos níveis, em situações de partilha de bens, em cálculos de indenizações, entre outras. Também usamos frações na expressão de medidas em polegadas e em outras unidades do chamado Sistema Inglês de Medidas.

No entanto, a importância das frações não advém apenas, ou sobretudo, de seu uso no cotidiano. A compreensão das frações é fundamental na construção do raciocínio proporcional, que por sua vez é crucial para o desenvolvimento do pensamento geométrico, algébrico, funcional e das noções de probabilidade, taxa de variação, razão de semelhança, entre muitas outras. Além disso, as frações estão presentes nos mais antigos documentos matemáticos e também em grande parte dos conteúdos relacionados na grade curricular das séries finais do Ensino Fundamental. A capacidade de lidar com as frações aumenta a capacidade dos alunos de entender e manusear uma série de problemas e situações dentro e fora da escola.

Antes do início dos estudos, em um primeiro momento, já era possível identificar, na nossa própria experiência³ nas escolas do município de Nova Prata, algumas dificuldades dos alunos com esse tema. Percebemos que muitos leem as frações como dois números naturais, sem estabelecer relações entre eles, e optam pelo numerador ou pelo denominador para comparar sua grandeza. Ao usar frações para representar partes de uma figura, empregam um tipo de procedimento de dupla contagem (contar o total de partes em que a figura foi dividida e depois contar as partes pintadas), sem considerar o tamanho dessas partes. Acreditamos que, em geral, os alunos usam a linguagem das frações sem entendê-la:

[...] o ensino de fração pela apresentação de “todos” divididos em “partes” onde algumas destas são diferenciadas das demais, encoraja os alunos a

³ Estamos nos referindo à experiência docente da Prof^a. Helena Breitenbach nas escolas de Nova Prata.

empregar um tipo de procedimento de dupla contagem (contar o total de partes e depois contar as partes pintadas) sem entender o significado desse novo tipo de número. (SILVA, 1997, p. 5).

Dessa forma, a simples contagem de partes leva à linguagem correta para indicar a fração, em situações cujas figuras são divididas em partes exatamente iguais, sem que o aluno interprete, necessariamente, a fração como uma relação entre a parte e o inteiro, enquanto unidade. Essas dificuldades, também mencionadas por autores como Nunes e Bryant (1997), indicam que muitos alunos não entendem as frações como expressões de quantidades. Segundo Lopes (2008, p. 7): “Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas”.

Para estudar em detalhe as principais dificuldades de aprendizagem dos alunos, aplicamos um questionário em alunos da escola, já citada, local dessa prática. Esses alunos frequentavam, naquele momento, a sexta série, e já haviam estudado o conteúdo no ano anterior, quando frequentavam a quinta série. Comentamos aqui as questões em que pudemos notar as maiores dificuldades.

A primeira questão solicitava que os alunos calculassem $1/5$ de 15, $2/3$ de 9, $3/4$ de 20... Poucos alunos souberam resolver essa questão. Dos 19 alunos que responderam o questionário, oito erraram e cinco deixaram a questão em branco; acreditamos que não a resolveram pelo fato de não apresentar nenhum desenho que pudesse ajudá-los.

Na terceira questão, foram apresentadas três figuras, como mostrado a seguir, para que os alunos identificassem as frações associadas a cada caso.



Figura 1: Figuras apresentadas na terceira questão do questionário

Fonte: Elaborada pela Prof. Helena Breitenbach

Os alunos deram respostas corretas para os dois primeiros retângulos, mas, no terceiro retângulo, dez alunos – mais de metade da turma – respondeu $1/7$, outros cinco responderam $2/8$ e quatro deles responderam $1/4$. Eles acertaram as frações associadas aos dois primeiros retângulos porque esses retângulos já estavam divididos em partes iguais. Enquanto no último retângulo a maioria não se deu conta da necessidade da divisão em partes de mesmo tamanho, provavelmente porque, até então, haviam recebido todas as figuras divididas em partes iguais – não havia necessidade de raciocinar a respeito, bastando contar as partes pintadas e o total de partes.

A quarta questão envolvia comparação de frações. Os alunos consideraram a tarefa difícil, principalmente quando o numerador tinha valor diferente de um, por exemplo, verificar quem é maior, dentre $3/4$ e $3/8$. Os nove alunos que erraram associaram a resposta ao maior denominador, porque não compreendem frações como uma quantidade, e sim como dois números isolados. Como o numerador era igual, compararam os denominadores.

Como as Frações são Tratadas na Escola

Refletindo sobre algumas maneiras usuais de ensinar o conteúdo escolhido – as frações – , observamos que habitualmente se faz uma revisão do que já foi visto sobre o tema nas séries anteriores e se vai adiante, apresentando as operações com frações. Não é dado tempo para que os alunos se familiarizem com a ideia de um novo tipo de número que está associado às frações, eles apenas memorizam a definição e as regras, sem compreensão.

O ensino de frações frequentemente se caracteriza por uma ênfase na linguagem matemática e no simbolismo, na aplicação mecânica de algoritmos e no uso de ilustrações que representam um todo dividido em partes iguais (o denominador corresponde ao número de partes em que o todo foi dividido e o numerador ao número de partes pintadas): “Verifica-se [...] que as metodologias mais comumente usadas na introdução desses números envolvem figuras geométricas divididas e pintadas e conjuntos discretos”. (BERTONI, 2008, p. 214).

Consideramos que os livros têm muita influência na prática pedagógica dos professores, visto que eles oferecem modelos de abordagens dos

conteúdos e de atividades que são frequentemente tomados como referência e organizam o espaço da sala de aula. Aqui surge um obstáculo para o ensino de frações, já que muitas vezes, ao invés de servir para estimular os alunos à investigação e à descoberta, os livros didáticos têm limitado a aprendizagem. Segue um breve comentário sobre a abordagem das frações em três coleções didáticas.

Na obra “Matemática e Realidade”, dos autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antônio Machado (2000), no volume destinado à quinta série do Ensino Fundamental, o desenvolvimento da ideia de fração inicia com o Tangram⁴ e uma análise das peças que o compõem: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Em seguida vem a questão: que parte da unidade (o quadrado maior do Tangram) cada um dos triângulos maiores representa? O livro mostra que com quatro triângulos daqueles é possível cobrir todo o quadrado maior, portanto, cada triângulo representa $1/4$ da unidade. Depois vem a pergunta sobre outro tamanho de triângulo; como, usando oito deles, é possível cobrir exatamente todo o quadrado, conclui-se que a parte representada é $1/8$, e assim por diante. A ideia de relação parte/todo está adequadamente ilustrada, mas o ponto negativo que vemos aqui é o fato de que a concepção de divisão de uma figura torna-se a única responsável pela aquisição do novo conceito. Na mesma obra, no desenvolvimento das “frações impróprias”, elas são definidas como sendo as frações que possuem a característica de ter o numerador maior do que o denominador. Porém, do modo como essa definição é apresentada, os alunos podem encontrar uma incoerência. Como poderão existir frações impróprias se uma fração é o mesmo que dividir a unidade em b partes iguais e tomar a dessas partes? Para os alunos, não tem sentido dividir uma unidade em cinco partes iguais e tomar oito dessas partes. A apresentação de fração restrita aos casos de figuras divididas em partes iguais induz os alunos ao erro, posteriormente.

Na obra “Matemática em Construção”, do autor Oscar Guelli (2004), o capítulo de frações equivalentes é desenvolvido de maneira formal, seguindo regras e modelos convencionais, com poucas alusões à segmentação de objetos. Após as explicações, segue uma sequência de exercícios de aplicação de técnicas adquiridas. Exemplo: “Escreva uma fração equivalente à fração

⁴ Tangram é um quebra-cabeça chinês formado por sete peças (cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo).

dada, com denominador 12, com numerador 10”... Os alunos que possuem facilidade para memorizar e aplicar técnicas de resolução podem até obter o resultado desejado, mas pensamos que a efetiva aprendizagem não é adquirida com essa abordagem.

Já no livro “Projeto Araribá – Matemática” (Barroso *et al.*, 2006), da Editora Moderna, a partir das páginas de abertura da unidade sobre frações aparecem questões que oferecem situações de contextualização envolvendo os conceitos que serão trabalhados na unidade, possibilitando a verificação e a exploração dos conhecimentos prévios. Segundo os autores, em séries anteriores os alunos já lidaram com situações em que os números naturais não foram suficientes para representar a medida de uma grandeza ou o resultado de uma divisão. Perceberam que os números racionais surgiram então para que novos problemas passassem a ter respostas. Para retomar e ampliar esses conhecimentos, o livro traz desafios com situações em que os números racionais estão relacionados às ideias de fração como parte de uma figura ou de um objeto, fração como quociente e fração para comparação. Assim, são construídos novos significados para os números racionais a partir de sua utilização no contexto social, analisando, interpretando, formulando e resolvendo situações-problema do cotidiano; e a partir da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção, encontrados em antigos documentos egípcios, como o papiro de Rhind.

Sobre as Concepções de Fração

Silva (1997) apresenta uma dissertação em que trata da introdução do “conceito de número fracionário”⁵ junto a um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental. O objetivo do trabalho foi introduzir esse

⁵ Em sua tese de doutorado, Silva (2005) discute os diversos significados atribuídos por diferentes autores às noções de “fração” e “número fracionário”, definindo frações como representações do tipo $\frac{a}{b}$ onde a e b são pertencentes a um anel de integridade e b é não nulo, e número fracionário como aquele que pode ser representado por uma classe de frações. Portanto, número fracionário, para Silva (2005), não é necessariamente um número racional. Entretanto, observamos que, em sua dissertação, as frações a que Silva (1997) se refere são sempre representações de números racionais positivos e por isso acreditamos que, nesse texto, “números fracionários” podem ser considerados como sendo números racionais.

conceito através das concepções das frações como relação parte/todo, medida e quociente, de modo que os professores refletissem sobre essas diferentes abordagens e dessem sentido ao conceito. A questão que dá origem ao trabalho de Silva (1997) é o fato de que pesquisas, segundo a autora, mostram que os futuros professores não trabalham com as diferentes concepções do conceito e não têm o domínio necessário para lidar com as concepções espontâneas de seus alunos, impondo, dessa maneira, modelos nem sempre adequados.

Embora reconheça a existência de outras concepções de fração, como as de operador e razão, Silva (1997) justifica a opção pelas concepções parte/todo, medida e quociente como as mais convenientes para a introdução do conteúdo e apresenta uma sequência de atividades propostas aos futuros professores.

Segundo a autora, a origem das frações se deu no modelo parte/todo no contínuo (divisão de terras). A concepção da fração como representação de uma porção de um “todo” – tomado como uma unidade – é, ainda hoje, em geral tratada como “[...] origem das demais concepções e como geradora da linguagem e das representações [das frações]” (SILVA, 1997, p. 105). Ela observa que a concepção parte/todo depende da divisão de um inteiro – poderíamos também dizer uma unidade – “[...] em partes ou séries iguais, equivalentes como quantidades de superfície ou quantidade de objetos” (SILVA, 1997, p. 106).

A ideia de medida também está na origem das frações e, para Crump (1994), a medida é um recurso conceitual que nos permite comparar, em termos numéricos, duas entidades diferentes de mesma grandeza. Caraça (1952, p. 29-30) observa que para medir é necessário que haja um termo de comparação único para todas as “grandezas de mesma espécie”; estabelecida uma unidade, a medida expressa “[...] o número de vezes que a unidade escolhida cabe naquilo que se quer medir”. No que se refere à concepção da fração como medida, Silva (1997) assinala que a fração $\frac{a}{b}$ envolve a ocorrência da subunidade $\frac{1}{b}$, a vezes; sendo que a unidade corresponde a b vezes a subunidade $\frac{1}{b}$.

A concepção de fração como medida envolve implicitamente a concepção parte/todo, pois o “todo” pode ser tomado como a unidade de referência, e parte e todo podem ser quantificados segundo a mesma grandeza (seja ela comprimento, superfície, capacidade...). Mas, além de permitir a comparação de objetos distintos, a concepção da fração como

medida, lembra Silva (1997), remete a outras possibilidades de trabalho, como as frações maiores do que um, a percepção da fração efetivamente como um número e o aprofundamento da noção de equivalência.

O tratamento da fração “efetivamente como um número” fica favorecido na concepção medida, já que, fixada uma unidade, a comparação de medidas permite estabelecer, diretamente, a comparação entre os objetos medidos. Além disso, é razoável somar (ou diminuir) comprimentos, superfícies, volumes, intervalos de tempo, enquanto em muitos contextos utilizados para ilustrar a relação parte/todo, a soma e a subtração de frações são artificiais, pois não faz sentido comparar ou “juntar” partes de “todos” distintos. No caso das medidas, podemos ir além, ainda, lembrando que o produto de comprimentos também pode ser interpretado como medida de área, desde que sejam escolhidas as unidades apropriadas.

Na concepção da fração como quociente, a fração é o resultado de uma divisão. Silva (1997) observa que nas situações de quociente, o numerador e o denominador podem representar objetos ou grandezas distintas – ela dá o exemplo de chocolates a serem repartidos igualmente entre crianças – enquanto nas situações parte/todo e medida, a parte referida ou o objeto medido são da mesma natureza.

Ao final do trabalho, Silva (1997) conclui que o objetivo foi atingido, na medida em que os professores que participaram da experiência reconhecem as concepções abordadas e refletem sobre elas ao elaborar novas situações-problema.

A Concepção da Sequência Didática

A sequência didática apresentada neste trabalho foi concebida tendo em vista sua aplicação em uma turma de quinta série do Ensino Fundamental. Com o intuito de experimentar uma abordagem alternativa para o ensino do conceito de frações, usamos um vídeo como recurso didático sensibilizador e adaptamos as atividades elaboradas por Silva (1997). A idéia foi colocar os alunos em situações que os permitissem fazer experiências e reflexões sobre as frações, envolvendo as concepções parte/todo, medida e quociente. Os critérios que orientaram a escolha de tais atividades foram a viabilidade de contribuir para a construção do conhecimento relativo ao conteúdo escolhido e a possibilidade de que os alunos compreendessem de forma clara o

significado das frações. Uma das preocupações foi a de que eles compreendessem esse “novo tipo de número”, as frações, como uma quantidade e não como números naturais escritos um acima do outro.

O vídeo escolhido foi: *Vídeo do Novo Telecurso – Ensino Fundamental – Matemática – Aula 23*⁶, sobre Frações. Essa escolha foi feita considerando a abordagem das frações apresentada, e a possibilidade de motivar os alunos para o estudo, já que o vídeo introduz a discussão sobre o tema estimulando a reflexão e a participação em diferentes momentos.

As primeiras atividades foram concebidas com o objetivo de levar os alunos a perceberem as diferenças entre situações que envolvem quantidades discretas e quantidades contínuas. Para isso, em grupos, os alunos teriam que dividir ao meio, três vezes seguidas, uma fita com 12 cm de comprimento e um conjunto com 12 botões, seguindo o roteiro constante do Quadro 1.

Quadro 1: Roteiro de questões da Atividade 1

1. “Quantificar significa determinar a quantidade ou o valor de alguma coisa. Essa quantidade pode ser expressa pelo número de objetos de um conjunto ou pela medida que possui.” Vocês receberam um pedaço de fita e alguns botões. Quantifiquem-nos.
2. O que vocês fizeram para associar a cada uma dessas figuras uma quantidade?
3. Distribuam igualmente as fitas e os botões entre duas costureiras. Quanto cada uma vai receber?
4. Apareceram mais duas costureiras. Dividam de novo em dois o que estava com as outras. Quanto cada uma vai receber?
5. Se aparecessem mais quatro costureiras e as costureiras anteriores tivessem que dividir em dois o que elas receberam, seria possível redistribuir a fita e os botões igualmente entre elas? Justifiquem a sua resposta.

Fonte: Anexo 4 de Silva (1997)

⁶ Disponível em: <<http://novotelecurso.blogspot.com/2009/02/fracoes.html>>. Acesso em: 2 jun. 2010.

O segundo objetivo foi o de, a partir da representação de uma fração do inteiro, reconstituir esse inteiro, por meio da concepção de medida. Para isso, em trios, teriam que dividir um retângulo em quatro partes, fazendo isso de três maneiras diferentes, através de instruções dadas conforme o Quadro 2.

Quadro 2: Roteiro para a divisão das folhas de papel

Vocês receberam 3 folhas de papel. Cada um irá pegar uma das folhas e fazer a seguinte divisão:

O primeiro irá dobrar a folha na direção das diagonais e depois irá cortar nessas diagonais.

O segundo irá dividir a folha ao meio no sentido do comprimento e depois irá dividir uma das partes na diagonal e a outra parte ao meio no sentido da largura.




O terceiro irá dividir a folha ao meio no sentido da largura e depois irá dividir uma das partes ao meio no sentido da largura e a outra ao meio no sentido do comprimento.

- a) Podemos falar que dividimos cada retângulo em quatro partes iguais? Por quê?
- b) Podemos associar a cada uma das partes uma fração? Qual?
- c) Comparem as partes dos três retângulos e digam que relação existe entre elas.
- d) Representem no verso da folha os três retângulos divididos.

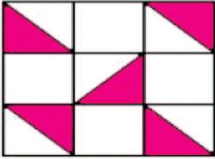

Fonte: Anexo 5 de Silva (1997).

Em seguida, os alunos resolveriam problemas de divisão de figuras, então, reproduzimos alguns desses problemas na Figura 2.

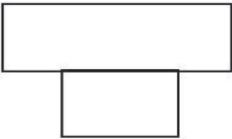
Quais desenhos têm $\frac{1}{3}$ pintado?


a)  b)  c) 

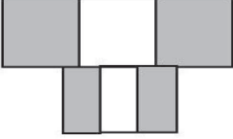
Qual fração da figura está pintada?

Uma professora pediu para seus alunos marcarem $\frac{2}{3}$ da seguinte figura:



Um desenhou 

O outro desenhou 

O primeiro aluno está correto? _____

O segundo aluno está correto? _____

Justifique sua resposta _____

Figura 2: Exemplos de questões constantes da Atividade 2
Fonte: Anexo 5 de Silva (1997).

Outro objetivo da sequência didática, foi o de que os alunos, a partir da representação de uma fração do inteiro, reconstituíssem esse inteiro, através da concepção de medida. Para isso, resolveriam individualmente atividades em que deveriam representar as medições através de números fracionários. Pretendíamos, também, que os alunos percebessem que na concepção de fração como quociente, o numerador pode ser maior, menor ou igual ao denominador e que podem estar representando objetos diferentes. Para isso, em duplas, deveriam encontrar solução para alguns problemas. Ao final de cada atividade, as respostas seriam discutidas no grande grupo.

Posteriormente, a fim de avaliar se a sequência aplicada teve bons resultados, foi aplicado um teste (Anexo A).

Antes do início da prática, foram elaboradas algumas hipóteses, seguindo a metodologia da Engenharia Didática:

Hipótese A: Pressupõe que os alunos compreenderiam que alguns problemas podem ser resolvidos com os números naturais, mas alguns apenas podem ser resolvidos com as frações.

Hipótese B: Pressupõe que os alunos contariam os botões e mediriam a fita para quantificar os objetos.

Hipótese C: Pressupõe que os alunos perceberiam que, apesar das formas diferentes, cada uma das partes do retângulo, após duas bipartições sucessivas, tem o mesmo tamanho e, portanto, podem ser representadas pela fração $1/4$.

Hipótese D: Pressupõe que os alunos encontrariam maiores dificuldades nas tarefas com medições.

Hipótese E: Pressupõe que os alunos aprenderiam que, a partir de uma quantidade que representa uma parte do conjunto inicial, é possível descobrir a quantidade de elementos que o conjunto possui.

Hipótese F: Pressupõe que os alunos notariam que a partir de uma fração de uma figura original é possível reconstruí-la, obtendo várias soluções para esse inteiro procurado.

A Implementação da Sequência Didática

A sequência didática foi implementada com uma turma de quinta série da Escola Municipal Guerino Somavilla, em Nova Prata, Rio Grande do Sul, de 8 a 18 de junho, de 2010, durante 8 horas/aula. Para coletar dados, foi recolhido material escrito pelos alunos, fotografada a realização das atividades e elaborado um relato das aulas.

Iniciou-se então a prática introduzindo a discussão sobre o tema “frações” ao assistir ao vídeo com os alunos. Os personagens principais do vídeo foram dois candidatos ao cargo de presidente do time de futebol do bairro ansiosos pelo resultado da eleição. Para um candidato ser eleito, é necessário obter dois terços dos votos de um total de 6.570 associados que votaram.

Eles querem saber qual é o número mínimo de votos que precisam alcançar, mas não sabem como calcular. Depois disso, explicou-se no vídeo que fração é um todo que foi dividido em partes exatamente iguais e foram dados alguns exemplos, como a metade ($1/2$) e a quarta parte ($1/4$) de uma laranja. Para resolver o problema, os candidatos desenham um retângulo dividido em três partes exatamente iguais e afirmam que precisam de duas delas, mas querem uma solução melhor do que dividir todos os pedacinhos de papel com os votos em três montes e contar quantos votos há em cada monte. Nesse momento, o vídeo foi interrompido para que os alunos pudessem refletir e tentar encontrar uma solução. Eles ficaram bastante atentos e queriam descobrir como calcular os dois terços dos votos que os candidatos do vídeo precisavam obter para ganhar as eleições. Depois de uma conversa no grande grupo, eles chegaram à conclusão de que deveriam dividir 6.570 por 3 e, em seguida, multiplicar o resultado por 2. Alguns alunos foram ao quadro resolver o problema, e depois, quando assistiram à parte final do vídeo e perceberam que suas contas estavam certas, ficaram muito empolgados e motivados para o estudo das frações.

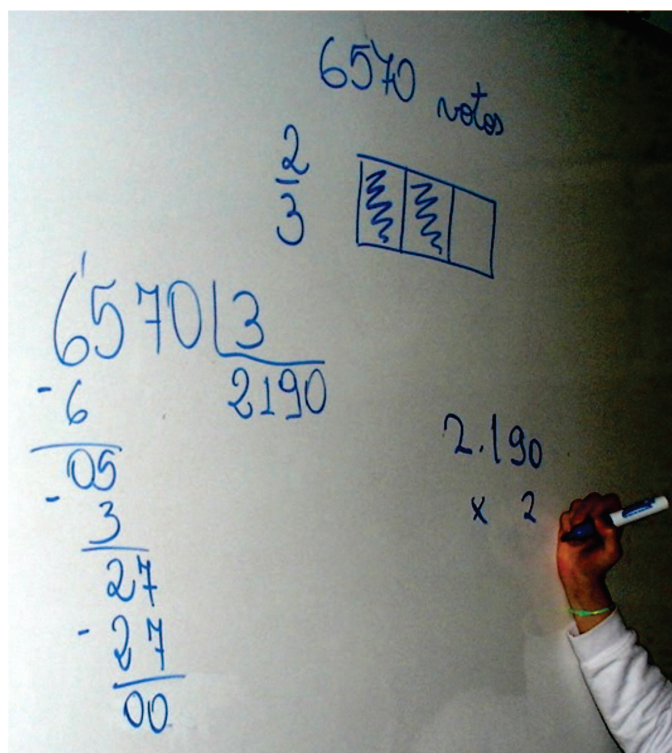


Figura 3: Resolução dos alunos para o problema proposto no vídeo
Fonte: Prof^a. Helena Breitenbach (2010)



Figura 4: Os 12 botões e a fita de tecido sendo medida
 Fonte: Profª. Helena Breitenbach (2010)

Os alunos responderam em grupos a ficha de questões sobre essa situação, mas alguns responderam que receberam uma fita e 12 botões, sem perceber que poderiam quantificar a fita medindo-a. Quando questionados sobre o quanto cada costureira receberia após distribuírem a fita igualmente, responderam com coerência, usando frações: $1/2$, $1/4$ e $1/8$ da fita. Além de terem visto a linguagem das frações no vídeo, eles já tinham aprendido essa linguagem, na série anterior, quando o conteúdo foi introduzido de maneira mais simplificada.

Posteriormente, em trios, os alunos dividiram uma folha retangular em quatro partes, fazendo isso de três maneiras diferentes, através de instruções que receberam em uma ficha juntamente com algumas questões envolvendo divisão de figuras. A primeira folha devia ser dobrada na direção das diagonais e depois cortada nessas diagonais. A segunda folha deveria ser dividida ao meio no sentido do comprimento e, depois, uma das partes deveria ser dividida na diagonal e a outra parte ao meio, no sentido da largura. E, por fim, a terceira folha deveria ser dividida ao meio, no sentido da largura, e, depois, uma das partes deveria ser dividida ao meio, no sentido da largura, e

a outra, ao meio, no sentido do comprimento. O objetivo dessa atividade era o de que percebessem que a definição de igualdade das partes refere-se à área e não à forma das partes. Depois de discutir bastante com os colegas que integravam seu trio, a grande maioria conseguiu associar partes de um inteiro divididas em formas diferentes, mas com mesma área, a uma mesma fração. Em seguida, durante o debate geral com a turma, todos concordaram que cada parte da folha que eles tinham dividido, independente da forma, correspondia a $1/4$ da folha.

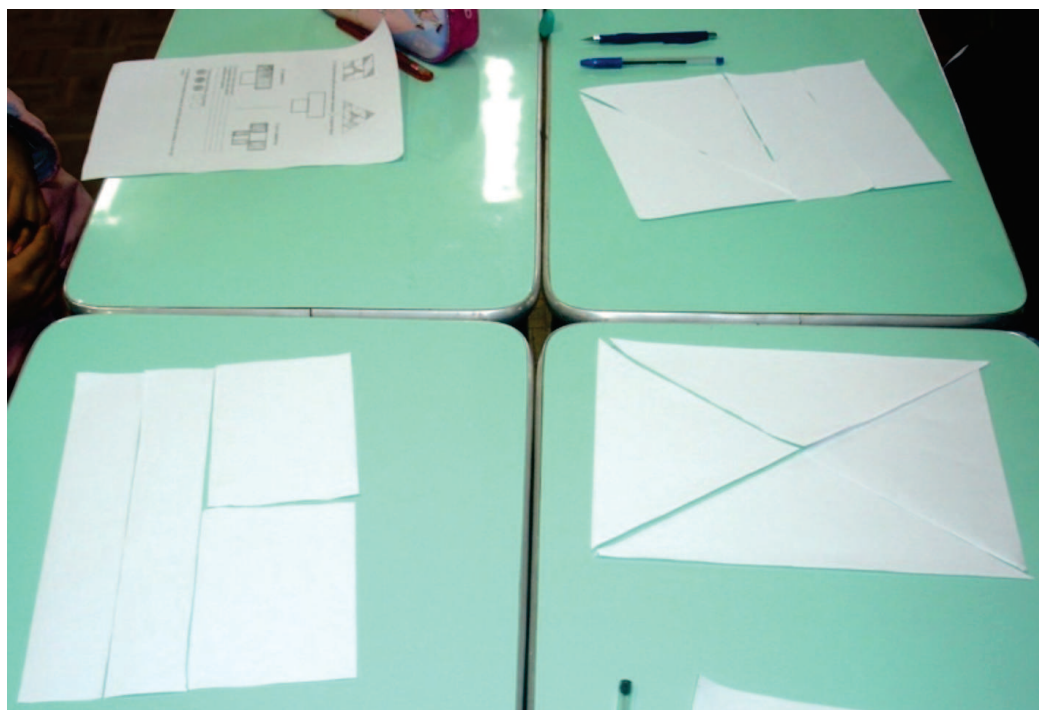


Figura 5: Folhas divididas pelos alunos
Fonte: Prof^a. Helena Breitenbach (2010)

Na Atividade 3, os alunos deveriam, a partir da representação de uma fração do inteiro, reconstituir esse inteiro. Seguem, no Quadro 3, alguns exemplos dessas atividades.

Quadro 3: Exemplos de questões constantes da Atividade 3

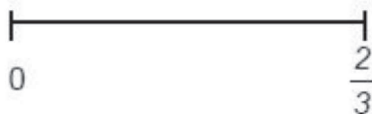
1. Se a figura abaixo é um terço do inteiro, represente o inteiro.



2. Se $\frac{2}{7}$ das bolinhas de Sérgio são brancas e ele tem 12 bolinhas

brancas, qual o total de bolinhas que Sérgio possui?

3. Desenhe a unidade a partir do segmento abaixo.



Fonte: Anexo 6 de Silva (1997).

Eles encontraram bastante dificuldade nessas atividades, pois esse tipo de questão não é comumente trabalhado em sala de aula. A dificuldade maior foi desenhar a unidade, a partir de um segmento que representava $\frac{2}{3}$ do inteiro, mas os objetivos foram alcançados na discussão final: alguns alunos apresentaram suas soluções no quadro para os colegas, mostrando que era preciso dividir os $\frac{2}{3}$ ao meio, obtendo $\frac{1}{3}$, e daí, juntando essa medida aos $\frac{2}{3}$, apareceriam $\frac{3}{3}$, que era a unidade.

Depois disso, em duplas, resolveram uma ficha com problemas (Quadro 4).

Quadro 4: Roteiro de questões da Atividade 1

1. Temos quatro barras de chocolate para reparti-las igualmente entre cinco crianças. Qual a fração que representa a cota de chocolate de cada criança?

2. Uma professora deu o seguinte problema: “Se distribuirmos duas tortas de tal forma que cada criança receba $\frac{2}{5}$ de uma torta, para quantas crianças podemos distribuir as tortas?”

Um aluno respondeu imediatamente: “É claro que serão cinco crianças.” Como vocês acham que ele raciocinou para chegar a essa resposta?

3. Se distribuirmos igualmente 5 chocolates para um grupo de 8 crianças e 5 chocolates para outro grupo de 6 crianças. As crianças de qual grupo comerão mais chocolate?
4. Se distribuirmos igualmente 3 chocolates para um grupo de 5 crianças e 9 chocolates para um outro grupo de 15 crianças. Qual é o grupo em que as crianças vão comer mais?
5. Se distribuirmos igualmente 3 tortas entre 4 crianças e 4 tortas iguais às primeiras entre outras 5 crianças, quem comerá mais?
6. Distribuam 9 bolinhos entre quatro crianças. Qual a fração que representa a cota de bolinhos de cada criança?

Fonte: Anexo 8 de Silva (1997)

O objetivo dessa atividade era o de que percebessem que o numerador pode ser maior, menor ou igual ao denominador, e que podem estar representando objetos diferentes, como, por exemplo, chocolates e crianças. A solução que eles encontraram para as situações de comparação foi representar as situações por figuras.

Finalmente, foi aplicado um teste final (Anexo A) para avaliar se a sequência aplicada teve bons resultados. Em resposta à Questão 1, os alunos afirmaram que esse trabalho foi uma boa experiência na aprendizagem de frações. A Questão 4 permitiu verificar que os alunos perceberam que, na concepção parte/todo, no contínuo, é preciso preocupar-se com a área de cada parte e não com a sua forma. Com a Questão 7, observamos que os alunos conseguiram reconstituir um inteiro no contínuo a partir de uma fração do mesmo. Percebemos também que, após a sequência, todos os alunos procuraram respostas objetivas por meio de frações, deixando de se referirem a “pedacinhos” ou “restos” como faziam anteriormente. Além disso, pudemos perceber que eles adquiriram uma nova maneira de ver os números, a partir das três concepções trabalhadas: parte/todo, de medida e como quociente.

Análise das Hipóteses

Depois de realizadas todas as atividades e o teste final, pudemos então analisar as hipóteses enunciadas anteriormente:

Hipótese A: os alunos compreenderiam que alguns problemas podem ser resolvidos com os números naturais, mas alguns apenas podem ser resolvidos com as frações.

Essa hipótese foi confirmada. A princípio, refletiram sobre o que é quantificar e sobre as duas possibilidades de quantificação: medir e contar. Com isso, perceberam que as quantidades discretas surgem da contagem e, portanto, são representadas pelo conjunto dos números naturais. E que nas grandezas contínuas podemos efetuar as divisões dos objetos sem que eles percam suas características, utilizando, além da divisão euclidiana, os números fracionários. Por exemplo, uma fita pode ser dividida em várias partes, e continuará sendo uma fita e poderá ainda ser utilizada, ao contrário do que ocorre com um botão, que, após ser dividido, deixa de ser um botão, e não pode mais ser utilizado.

5. Se aparecessem mais quatro costureiras e as costureiras anteriores tivessem que dividir em dois o que elas receberam. Seria possível redistribuir a fita e os botões igualmente entre elas? Justifiquem a sua resposta.

Os botões não dá, mas a fita fica $\frac{1}{8}$ pra cada uma.

6. Que diferenças vocês notaram nesses dois tipos de quantidades?

É a fita por que dá pra dividir quantas partes quiser.

Figura 6: Resposta de alunos às Questões 5 e 6 da Atividade 1

Fonte: Aluno A, 5ª série (2010),

Este grupo percebeu que não seria possível redistribuir os botões igualmente entre as costureiras, mas que a fita sim, e utilizaram a fração $\frac{1}{8}$ na resposta. Ainda justificaram que a fita poderia ser dividida em quantas partes quiséssemos, indicando a compreensão de que existem diferenças entre trabalhar com as quantidades discretas e as quantidades contínuas.

6. Que diferenças vocês notaram nesses dois tipos de quantidades?

*Um cada pergunta das atividades tem uma fração diferente.
 Que os botões da pra dividir por 12 e a fita por quanto quisem*

Figura 7: Resposta de alunos à Questão 6 da Atividade 1

Fonte: Aluno B, 5ª série (2010).

Este outro grupo também afirmou que o conjunto de botões poderia ser dividido no máximo entre 12 costureiras, e a fita por quantas desejássemos.

Hipótese B: os alunos contariam os botões e mediriam a fita para quantificar os objetos.

Essa hipótese foi parcialmente confirmada, já que todos os alunos contaram os botões para quantificar os objetos, porém alguns não mediram a fita. Acreditamos que alguns não sentiram a necessidade de medir por não estarem habituados com representações envolvendo unidades de medida convencionais, e então não perceberam que algumas quantidades devem ser medidas e outras devem ser contadas, para que possam ser particularizadas e ter um número associado a elas. Isso pode ter ocorrido também pelo fato de que, nesse contexto, eles não tinham nenhum motivo para se preocupar com o tamanho da fita. Talvez aqui a sequência devesse ser reformulada, a fim de introduzir um problema que os levasse a pensar nisso.

1. “Quantificar significa determinar a quantidade ou o valor de alguma coisa. Essa quantidade pode ser expressa pelo número de objetos de um conjunto ou pela medida que possui.” Vocês receberam um pedaço de fita e alguns botões. Quantifiquem-nos.

12 botões e 1 fita.

2. O que vocês fizeram para associar a cada uma dessas figuras uma quantidade?

Contamos.

Figura 8: Resposta de alunos às Questões 1 e 2 da Atividade 1

Fonte: Aluno C, 5ª série (2010).

Um grupo respondeu 12 botões e uma fita, quantificando a fita como um pedaço qualquer, o que não expressaria o tamanho real daquele pedaço de fita.

Hipótese C: os alunos perceberiam que, apesar das formas diferentes, cada uma das partes do retângulo tem o mesmo tamanho e, portanto, podem ser representadas pela fração $1/4$.

Essa hipótese foi confirmada. Os alunos perceberam que, apesar das formas diferentes, cada uma das partes do retângulo tem o mesmo tamanho, pois tomando quatro de cada tipo é possível retornar à unidade, e, portanto, podem ser representadas pela fração $\frac{1}{4}$; e que a definição de igualdade das partes não se refere à forma e sim à área das partes, o que permite associar partes de um inteiro com formas diferentes a uma mesma fração. A atividade de divisão das folhas foi, de certa forma, simples, pois a divisão de quadriláteros pôde ser feita apenas com régua. Se tivessem sido utilizados círculos, acreditamos que a identificação das frações teria ficado bem mais difícil, dependendo dos cortes.

1. Vocês receberam 3 folhas de papel. Cada um irá pegar uma das folhas e fazer a seguinte divisão:

O primeiro irá dobrar a folha na direção das diagonais e depois irá cortar nessas diagonais.

O segundo irá dividir a folha ao meio no sentido do comprimento e depois irá dividir uma das partes na diagonal e a outra parte ao meio no sentido da largura.

O terceiro irá dividir a folha ao meio no sentido da largura e depois irá dividir uma das partes ao meio no sentido da largura e a outra ao meio no sentido do comprimento.

a) Podemos falar que dividimos cada retângulo em quatro partes iguais? Por quê?

sim, pois medimos e recortamos em pedaços exatamente iguais.

b) Podemos associar a cada uma das partes uma fração? Qual?

sim, pois cada pedaço é $\frac{1}{4}$ de uma fração

c) Comparem as partes dos três retângulos e digam que relação existe entre elas.

elas são uma fração da folha inteira.

Figura 9: Resposta de alunos à Questão 1 da Atividade 2

Fonte: Aluno D, 5ª série (2010).

O grupo de alunos percebeu que, apesar das formas diferentes, cada uma das partes de um retângulo, e todas as partes (dos três retângulos) têm a mesma área, pois as folhas fornecidas eram iguais e cada um dos retângulos foi dividido em partes iguais. Por isso, essas partes podem ser representadas pela fração $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{12}$ (considerando as partes dos três retângulos).

Outro grupo de alunos apresentou respostas diferentes, porém também utilizando um raciocínio correto, eles responderam o seguinte:

a) “Sim, porque cada vez dividíamos a folha ao meio”.

b) “Um quarto da folha ou $\frac{1}{12}$ do total”.

c) “Mesmo sendo cortadas diferentes, todas são um quarto”.

Hipótese D: os alunos encontrariam maiores dificuldades nas tarefas com medições.

Essa hipótese foi confirmada, porque eles perceberam que uma unidade pode ser dividida em partes iguais, mas, como a grande maioria não fez uso de régua nessa atividade, as partes encontradas pelos alunos não eram exatamente iguais.

6. Divida o segmento dado em cinco partes iguais e identifique cada uma das partes.

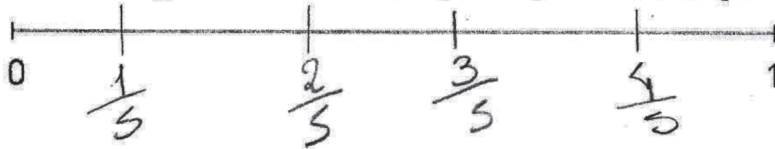


Figura 10: Resposta de um aluno à Questão 6 da Atividade 3
Fonte: Aluno E, 5ª série (2010).

O aluno percebeu que cada parte é um quinto, e que quando marca dois quintos, três quintos e quatro quintos, ele está se referindo a todas as partes à esquerda do marcador. Porém, como esse aluno não dividiu o segmento em partes iguais, as frações encontradas por ele não estão corretas.

É provável que esse aluno não tenha desenvolvido o conceito de medida, talvez porque o conteúdo não tenha sido efetivamente trabalhado na escola. Os professores muitas vezes supervalorizam alguns conteúdos enquanto muitas questões práticas ficam esquecidas, impossibilitando que os alunos construam o significado das medidas, a partir de situações-problemas que expressem seu uso no cotidiano.

Hipótese E: os alunos iriam adquirir o conhecimento de que, a partir de uma quantidade que representa uma parte do conjunto inicial, podemos descobrir a quantidade de elementos que possuímos.

Essa hipótese foi confirmada, eles conseguiram descobrir as quantidades de elementos que o conjunto possuía a partir de uma quantidade que representa uma parte do conjunto inicial.

2. Se $\frac{2}{7}$ das bolinhas de Sérgio são brancas e ele tem 12 bolinhas brancas, qual o total de bolinhas que Sérgio possui?

$$\begin{array}{r} 24 \\ +12 \\ \hline 36 \end{array} \quad \begin{array}{r} 42 \\ -6 \\ \hline 36 \end{array}$$



Figura 11: Resposta de um aluno à Questão 2 da Atividade 3
Fonte: Aluno F, 5ª série (2010).

Esse aluno desenhou as bolinhas para visualizar a situação, inicialmente distribuindo as 12 bolinhas brancas em dois subconjuntos e depois obtendo cada um dos subconjuntos de bolinhas vermelhas. Usou um raciocínio aditivo e a noção do todo como soma das partes para chegar ao resultado final: $2/7$ são 12 bolinhas, $4/7$ são 24 bolinhas, $6/7$ são $24 + 12 = 36$ bolinhas e o todo são $7/7$, isto é, $36 + 6 = 42$ bolinhas.

2. Se $\frac{2}{7}$ das bolinhas de Sérgio são brancas e ele tem 12 bolinhas brancas, qual o total de bolinhas que Sérgio possui?

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 12} \\ -12 \times 6 \\ \hline 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \times 7 \\ \hline 42 \end{array}$$

Sérgio possui 42 bolinhas
no total.

Figura 12: Resposta de um aluno à Questão 2 da Atividade 3
Fonte: Aluno G, 5ª série (2010).

Esse aluno raciocinou que se $2/7$ eram bolinhas brancas, então cada subconjunto continha seis bolinhas. Depois multiplicou a quantidade de bolinhas pelo número de subconjuntos, e concluiu que o conjunto inicial era composto por 42 bolinhas. Nessa resposta, prevaleceu o raciocínio multiplicativo: o tamanho do todo é o mesmo que sete vezes o tamanho de cada sétimo.

Hipótese F: os alunos notariam que a partir de uma fração da figura original é possível reconstruí-la obtendo várias soluções para esse inteiro procurado.

Essa hipótese foi confirmada, os alunos receberam uma figura, foram informados que ela era um terço do inteiro, e eles deviam representar esse inteiro. Eles perceberam que a figura original deveria ser uma composição de três figuras iguais à fração apresentada a eles, imaginando a forma que teria e a desenhando.

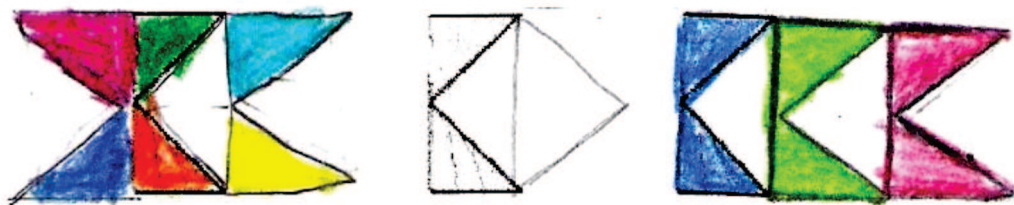


Figura 13: Resposta de alunos à Questão 1 da Atividade 3
Fonte: Alunos H, G e I, 5ª série (2010).

Foram encontradas várias soluções na reconstituição do inteiro, como a ilustrada na Figura 13.

Considerações Finais

Este trabalho tratou do ensino de frações, voltado para os alunos da quinta série do Ensino Fundamental, e utilizou como recursos didáticos um vídeo do *Novo Telecurso – Ensino Fundamental*, sobre frações, objetos manipulativos (fita, botões, folhas A4 para recortar) e fichas de questões.

Inicialmente, foram identificados vários problemas na aprendizagem do conceito de fração, entre eles o tratamento dado pelos alunos como se fossem números naturais e, especialmente, a ausência de significação da fração como quantificador ou número. Essas dificuldades foram relacionadas ao modo como as frações são comumente ensinadas nas escolas, sem variação de situações que permitam aos alunos dar realmente um significado ao que estão aprendendo. Para tentar obter uma melhoria nesse cenário, foi desenvolvido um plano de ensino cujo principal objetivo foi a introdução do conceito de fração através das concepções parte/todo, medida e quociente.

Antes de iniciar-se a prática, foram formuladas hipóteses. Os dados coletados na prática validaram algumas delas, as que pressupunham que os alunos: compreenderiam que alguns problemas podem ser resolvidos com os números naturais, mas alguns somente podem ser resolvidos com as frações; perceberiam que, apesar das formas diferentes, cada uma das metades das metades do retângulo tem o mesmo tamanho e, portanto, pode ser representada pela fração $1/4$; encontrariam maiores dificuldades nas tarefas com medições; aprenderiam que, a partir de uma quantidade que representa uma parte do conjunto inicial, podemos descobrir a quantidade de elementos que possuímos; e notariam que a partir de uma fração da figura original, podemos reconstruí-la obtendo várias soluções para esse inteiro procurado. No entanto, não validaram a hipótese de que os alunos contariam os botões e mediriam a fita para quantificar os objetos.

O plano de ensino precisa ser reformulado, nos seguintes aspectos, para corresponder aos objetivos: proporcionar mais tempo para que os alunos possam refletir sobre o novo enfoque dado às frações, discutir mais sobre as soluções encontradas pelos alunos e compará-las, para que reconheçam a equivalência de seus procedimentos, visto que os exercícios que fizeram fogem

do que é habitualmente trabalhado e, em alguns casos, foram encontradas maneiras diferentes de se resolver um mesmo problema. Além disso, deveriam ser criadas atividades para serem resolvidas em casa, entre uma aula e outra, com o objetivo de propiciar mais alguns momentos de reflexão sobre os novos conhecimentos adquiridos.

Queremos ressaltar aqui que a compreensão das frações não se esgota na quinta série, pois mais adiante os alunos vão retomar o tema ao estudarem proporcionalidade e outros conteúdos. Os significados também vão se alargando e/ou esclarecendo conforme os alunos vão lidando com frações em diferentes contextos, inclusive algébricos, geométricos etc. O trabalho trata de uma introdução às frações, e a compreensão construída nessa introdução deverá ser retomada mais adiante pelos professores nas séries seguintes.

Com a prática, desenvolvemos uma compreensão melhor do conteúdo. Percebemos as diferenças de tratamento entre as situações que envolvem o conceito de fração, nas concepções parte/todo, medida e quociente, refletimos e obtivemos uma nova visão, um novo ponto de vista, sobre o assunto. Também desenvolvemos uma compreensão melhor a respeito das possibilidades de utilização das mídias digitais, vimos que o vídeo motivou os alunos a estudar e os estimulou a participar das atividades. Por fim, percebemos que dificuldades comuns dos alunos, nestes conteúdos, foram solucionadas, já que eles mostraram um domínio razoável do conteúdo trabalhado no teste final. Nesse teste, os alunos entenderam que, na concepção parte/todo, no contínuo, é preciso se preocupar com a área de cada parte e não com a sua forma; conseguiram reconstituir um inteiro no contínuo a partir de uma fração do mesmo. No teste surgiu também uma preocupação por parte dos alunos em dar respostas objetivas através de frações, deixando de se referirem a “pedacinhos” ou a “restos” como faziam anteriormente. Além disso, adquiriram uma nova maneira de ver as frações, a partir das três concepções trabalhadas.

Referências

- BARROSO, J. M. et al. **Projeto Araribá: matemática** (5ª série). São Paulo: Moderna, 2006.
- BERTONI, N. E. A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário. **Bolema**, Rio Claro (SP), n. 31, p. 209-237, 2008. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/viewArticle/2111>>. Acesso em: 2 out. 2010.
- BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (5ª a 8ª série): Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1952.
- CRUMP, T. **La antropología de los números**. Madrid: Alianza Editorial, 1994.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: UNICAMP, 2004.
- GUELLI, O. . **Matemática em construção** (5ª série). São Paulo: Ática, 2004.
- IEZZI, G. et al. **Matemática e realidade** (5ª série). 4. ed. São Paulo: Atual, 2000.
- LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Bolema**, Rio Claro (SP), n. 31, p. 1-22, 2008. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/viewArticle/2102>>. Acesso em: 10 nov. 2010.
- NOVO TELECURSO. **Matemática: Ensino Fundamental, Aula 23, Frações**. Disponível em: <<http://novotelecurso.blogspot.com/2009/02/fracoes.html>>. Acesso em: 2 jun. 2010.
- NUNES, T. ; BRYANT, P. . **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- SILVA, M. J. F. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 1997. 208f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/SILVA_maria_jose.html>. Acesso em: 28 abr. 2010.
- _____. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 2005. 302 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/SILVA_maria_jose_ferreira.html>. Acesso em: 10 jan. 2011.

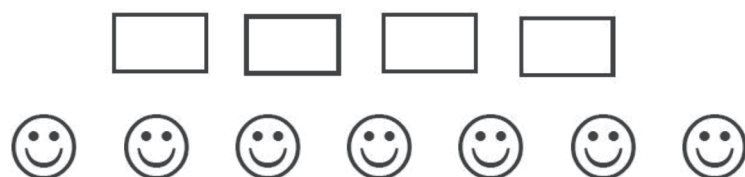
Anexo A

Fonte: Silva(1997) – Frações: atividades finais

Nome: _____

1. Que boa experiência você teve durante esta sequência de trabalho com frações?

2. Divida as quatro tortas entre as sete crianças. Quanto cada criança vai receber?

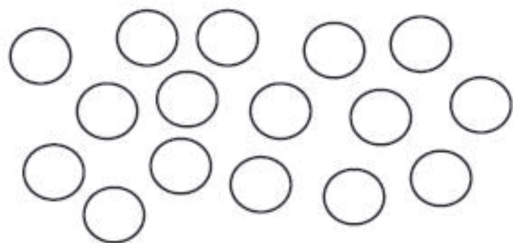


3. Se dividirmos 8 tortas entre seis crianças, que fração das tortas cada criança vai receber?

4. O que você pode falar sobre as partes pintadas das figuras a seguir?



5. Pinte $\frac{3}{4}$ das bolinhas.



6. Pinte $\frac{1}{3}$ da metade do retângulo a seguir. Que fração do retângulo você pintou?



7. Se a figura a seguir é $\frac{3}{8}$ da figura inteira, qual é a figura?



8. Crie dois problemas envolvendo a fração $\frac{3}{5}$.