

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM RECURSOS HÍDRICOS E SANEAMENTO  
AMBIENTAL

VINÍCIOS PRESTES MORIGI

ESTUDO DA DINÂMICA SEDIMENTAR E DO DEPÓSITO EM CORRENTES DE  
TURBIDEZ POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

PORTO ALEGRE

2021

VINÍCIOS PRESTES MORIGI

ESTUDO DA DINÂMICA SEDIMENTAR E DO DEPÓSITO EM CORRENTES DE  
TURBIDEZ POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial à obtenção do grau de mestre.

Orientadora: Edith Beatriz Camaño Schettini

PORTO ALEGRE

2021

### CIP - Catalogação na Publicação

Morigi, Vinícios Prestes  
ESTUDO DA DINÂMICA SEDIMENTAR E DO DEPÓSITO EM  
CORRENTES DE TURBIDEZ POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA /  
Vinícios Prestes Morigi. -- 2021.  
182 f.  
Orientadora: Edith Beatriz Camaño Schettini.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Instituto de Pesquisas Hidráulicas,  
Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e  
Saneamento Ambiental, Porto Alegre, BR-RS, 2021.

1. Corrente de turbidez bidispersa. 2. Velocidade  
de queda. 3. Sedimentação. 4. Simulação numérica. I.  
Schettini, Edith Beatriz Camaño, orient. II. Título.

VINÍCIOS PRESTES MORIGI  
ESTUDO DA DINÂMICA SEDIMENTAR E DO DEPÓSITO EM CORRENTES DE  
TURBIDEZ POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial à obtenção do grau de mestre.

Aprovado em: Porto Alegre, 03 de setembro de 2021

---

Profa. Dra. Edith Beatriz Camaño Schettini - UFRGS

Orientadora

---

Prof. Dr. Leonardo Romero Monteiro - UDESC

Examinador

---

Profa. Dra. Daniela Guzzon Sanagiotto - UFRGS

Examinadora

---

Prof. Dr. Rafael Manica - UFRGS

Examinador

## **APOIO**

Agradeço ao CNPq pelo apoio, através da bolsa de mestrado.

Agradeço à UFRGS e ao IPH pelo apoio a este trabalho.





*Dedico este trabalho aos pesquisadores do Brasil,  
que apesar de todas as dificuldades, seguem  
fazendo ciência e inspirando novas gerações.*



## **AGRADECIMENTOS**

A toda minha família pelo apoio, em especial aos meus pais, Jandir e Maisa, que me proporcionaram e incentivaram a chegar até aqui, com muita dedicação, amor e carinho, dando liberdade para que eu pudesse percorrer meu caminho.

À minha namorada, Luísa, por todo amor, carinho, compreensão, amizade e incentivo e por tornar meus dias mais leves e felizes simplesmente por poder olhar, conversar e rir contigo.

Aos meus amigos, por todos os momentos de descontração, que se mostram tão importantes para a vida.

Ao Instituto de Pesquisas Hidráulicas e à UFRGS, por oferecerem a possibilidade de realizar a este trabalho, fornecendo todos os meios para o seu bom desenvolvimento, principalmente frente as dificuldades encaradas durante a pandemia.

Aos amigos e colegas do Núcleo de Estudos em Transição e Turbulência, pelas boas discussões, espero que em breve possamos voltar a convivência presencial.

Ao CNPq, pela bolsa de mestrado, fundamental apoio no fomento à pesquisa brasileira.

À Professora Edith Beatriz Camaño Schettini pela orientação, conselhos e disposição de sempre colaborar, possibilitando o desenvolvimento desta dissertação.



*“Para mim, é muito melhor compreender o universo como ele realmente é do que persistir no engano, por mais satisfatório e tranquilizador que possa parecer.”*

- Carl Sagan



## RESUMO

Correntes de turbidez são fluxos gravitacionais devidos à diferença de massa específica pela presença de sedimentos e sua propagação e seu depósito são temática recorrente de estudos. O objetivo deste trabalho é avaliar o depósito de correntes de turbidez em configuração de *lock-release* utilizando modelagem numérica. Foi utilizado o código *SuLi*, que resolve as equações 3D da Continuidade e de Navier-Stokes, com aproximação não-hidrostática da pressão, em malha regular, com esquema *upwind* de diferenças finitas de primeira ordem. O código resolve a equação de Advecção-Difusão com um esquema *upwind* e foram agregadas diferentes fórmulas para a velocidade de queda de sedimentos. O código foi verificado para os casos de difusão pura, advecção unidimensional com difusão e advecção unidimensional pura, mostrando que representa adequadamente os dois primeiros. O teste de convergência de malha confirmou a ordem para os termos convectivo e difusivo utilizados. A validação foi realizada com trabalho experimental, para diferentes fórmulas de velocidade de queda, sendo a formulação de Stokes a que apresentou os resultados mais próximos do trabalho experimental. Analisou-se a posição e a velocidade da frente, o depósito, a massa em suspensão e a taxa de sedimentação de correntes de turbidez deposicionais mono e bidispersas (com diferentes percentagens e diâmetros de sedimentos grossos e finos) e de uma corrente tridispersa. Quanto maior é a proporção de material grosso, maior é o valor do pico do depósito e menor é o alcance da corrente. A presença de material fino faz a corrente avançar por mais tempo, pois os sedimentos permanecem em suspensão, produzindo um depósito mais distribuído na direção da corrente. Os sedimentos finos são responsáveis pelo avanço da corrente, enquanto que o material em maior quantidade é predominante no depósito total da corrente. E por fim, o depósito do material grosso praticamente não é alterado pelo tamanho e pela quantidade de sedimentos finos, entretanto, o depósito de sedimentos finos é sensível tanto ao tamanho quanto à proporção do material grosso.

## ABSTRACT

Turbidity currents are gravitational flows in which the density difference is due to the presence of sediment and its propagation and deposit are a recurrent theme of studies. This work aims to evaluate the deposit of the turbidity current in the lock-release configuration using numerical modeling. Simulations were performed using the code *SuLi*, which solves the 3D Continuity and Navier-Stokes equations with a non-hydrostatic pressure approach in a regular mesh and a first order upwind finite difference scheme. The code solves the Advection-Diffusion equation with an upwind scheme and several falling velocity formulas for the sediment were added to the code. The code was verified for pure diffusion, one-dimensional advection with diffusion and pure one-dimensional advection cases, showing that it properly represents the first two. The mesh convergence test confirmed the order of the convective and diffusive terms. The validation was performed with experimental paper, for different settling velocity formulas and the Stokes formulation presented results closer to the experiments. Front position and velocity, deposit, suspended mass and rate of sedimentation were analyzed for mono and bidisperse turbidity currents (with different fractions and diameters of coarse and fine sediments) and for a tridisperse turbidity current. The greater the proportion of coarse material, the greater the peak value of the deposit and the smaller the current reach. The fine material presence makes the current advance for a longer time, as the sediments remain in suspension, producing a more distributed deposit in the flow direction. The fine sediments are responsible for the current's advance, whereas the material with the higher fraction dominates the total deposit. And lastly, the coarse material deposit is practically not affected by the fine material size or quantity, while the fine sediment deposit is sensible to the size and proportion of the coarse material.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1.1	Esquema de formação de corrente de turbidez na natureza, sua propagação e depósito. (NOAA, 2018 [57]) . . . . .	1
1.2	Corrente de turbidez experimental com carvão substituindo os grãos de areia. Simulação física realizado no Núcleo de Estudos em corrente de Densidade NE-COD (IPH/UFRGS) em 09/05/2019 na disciplina do PPGRHSA/IPH de Fluxos Gravitacionais. Fonte do autor. . . . .	2
1.3	Isossuperfícies de concentração de uma corrente de turbidez obtida por simulação numérica (Biegert et al. 2017 [8]). . . . .	3
2.1	Solução da Equação de Burger para uma descontinuidade móvel com $CFL = 0,5$ e em 80 passos de tempo para um esquema <i>upwind</i> (a) e um esquema de Lax-Friedrichs (b). Fonte:Hirsch (1994) [31]. . . . .	22
2.2	Anatomia de correntes de turbidez. (a) Vista inferior de esquema das instabilidades de lóbulo e (b) vista lateral de corrente de densidade salina com cabeça, nariz e corpo, apresentando instabilidades de Kelvin-Helmoltz. Fonte: Kneller e Buckee (2000) [35]. . . . .	24
2.3	Perfis de velocidade e de densidade típicos de uma corrente de turbidez. Fonte: Meiburg e Kneller (2010) [47]. . . . .	26
2.4	A Sequência de Bouma e sua localização no fundo de uma corrente de turbidez (Parsons, 2007 [60], Kneller, 1995 [34] e Bouma, 1962 [10]). . . . .	29
3.1	Esquema do sistema de coordenadas e funções para definir o fundo e a superfície livre no código <i>SuLi</i> com gravidade agindo exclusivamente na direção $z$ . . . . .	40
3.2	Malha do <i>SuLi</i> , com pressão dinâmica no centro da célula e componentes da velocidade nas faces perpendiculares a sua direção (adaptado de Monteiro, 2014 [50]). . . . .	42
3.3	Fluxograma simplificado dos comandos executados pelo código <i>SuLi</i> para a resolução das Equações da Continuidade, Navier-Stokes e Advecção-Difusão. . . . .	43
3.4	Definição das condições de contorno em uma célula para $z = 0$ com ponto auxiliar fora do domínio físico. . . . .	50
4.1	Representação da concentração na condição inicial visualizada em seção transversal (a) e em perfil (b). . . . .	53
4.2	Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo $x$ , localizado em $y = L_y/2$ e $z = L_z/2$ , para a simulação <b>A1</b> , nos tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ . . . . .	55

4.3	Isolinhas de $\phi = 0,02kg/m^3$ para as soluções analítica e numérica, para os tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ , em seção transversal ao domínio, em $x = L_x/2$ , simulação <b>A1</b> . . . . .	56
4.4	Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo $x$ , localizado em $y = L_y/2$ e $z = L_z/2$ , para a simulação <b>A2</b> , nos tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ . . . . .	57
4.5	Isolinhas de $\phi = 0,0001kg/m^3$ para as soluções analítica e numérica, para os tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ , em seção transversal ao domínio, em $x = L_x/2$ , simulação <b>A2</b> . . . . .	57
4.6	Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo $x$ , localizado em $y = L_y/2$ e $z = L_z/2$ , para a simulação <b>A3</b> , nos tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ . . . . .	58
4.7	Isolinhas de $\phi = 0,01kg/m^3$ para as soluções analítica e numérica, para os tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ , em seção transversal ao domínio, em $x = L_x/2$ , simulação <b>A3</b> . . . . .	59
4.8	Caso de Difusão Pura: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro $\epsilon$ em corte no domínio em $x = L_x/2$ , respectivamente para $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ (simulação <b>A1</b> ). . . . .	60
4.9	Caso de Difusão Pura: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro $\epsilon$ em corte no domínio em $x = L_x/2$ , respectivamente para $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ (simulação <b>A2</b> ). . . . .	61
4.10	Caso de Difusão Pura: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro $\epsilon$ em corte no domínio em $x = L_x/2$ , respectivamente para $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ (simulação <b>A3</b> ). . . . .	62
4.11	Distribuição da concentração adimensionalizada calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo $x$ localizado em $y = L_y/2$ e $z = L_z/2$ , para as simulações <b>A1, A2 e A3</b> nos tempos $t = 0$ (a), $17s$ (b), $33s$ (c) e $50s$ (d). . . . .	63
4.12	Domínio computacional e condições de contorno para as simulações <b>B</b> . . . . .	65
4.13	Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo $x$ , localizado em $y = L_y/2$ e $z = L_z/2$ , para a simulação <b>B1</b> , nos tempos $t = 0, 7s, 14s$ e $20s$ . . . . .	66
4.14	Isolinhas de $\phi = 0,05kg/m^3$ para as soluções analítica e numérica, para os tempos $t = 0, 7s, 14s$ e $20s$ , em seção transversal ao domínio em $y = L_y/2$ para a simulação <b>B1</b> . . . . .	67
4.15	Caso com advecção-difusão: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro $\epsilon$ em corte no domínio em $y = L_y/2$ , respectivamente para $t = 0, 7s, 14s$ e $20s$ (simulação <b>B1</b> ). . . . .	68
4.16	Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo $x$ , localizado em $y = L_y/2$ e $z = L_z/2$ , para a simulação <b>B2</b> , nos tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ . . . . .	69



4.17	Isolinhas de $\phi = 0,05kg/m^3$ para as soluções analítica e numérica para os tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ , em seção transversal ao domínio em $y = L_y/2$ para a simulação <b>B2</b> . . . . .	70
4.18	Caso com advecção-difusão: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro $\epsilon$ em corte no domínio em $y = L_y/2$ , respectivamente para $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ (simulação <b>B2</b> ). . . . .	71
4.19	Distribuição da concentração adimensionalizada calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo $x$ localizado em $y = L_y/2$ e $z = L_z/2$ , para as simulações <b>B1</b> e <b>B2</b> . . . . .	72
4.20	Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo $x$ , localizado em $y = L_y/2$ e $z = L_z/2$ , para a simulação <b>C1</b> , nos tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ . . . . .	74
4.21	Isolinhas de $\phi = 0,05kg/m^3$ para as soluções analítica e numérica para os tempos $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ , em seção transversal ao domínio em $y = L_y/2$ para a simulação <b>C1</b> . . . . .	74
4.22	Caso com advecção pura: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro $\epsilon$ em corte no domínio em $y = L_y/2$ , respectivamente para $t = 0, 17s, 33s$ e $50s$ (simulação <b>C1</b> ). . . . .	75
4.23	Distribuição da concentração adimensionalizada calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo $x$ localizado em $y = L_y/2$ e $z = L_z/2$ , para as simulações <b>B1</b> , <b>B2</b> e <b>C1</b> . . . . .	76
4.24	Erros $\epsilon$ (equação 4.18), equações de ajuste e coeficiente $R^2$ obtidos no teste de convergência de malha para o caso <b>A</b> , utilizando todos os pontos para determinar a equação (a) e separando os pontos em dois trechos para determinar a equação (b). . . . .	78
4.25	Número $CFL$ para simulações do caso <b>B</b> com velocidade de aproximação $u$ de $0,1$ a $1,5m/s$ , $\Delta t = 0,01s$ e $\Delta x$ de $0,02$ a $0,5m$ . . . . .	80
4.26	Erros obtidos no teste de convergência de malha para o caso <b>B</b> utilizando $dt = 0,01s$ para as velocidades $u = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$ e $1,5m/s$ . . . . .	81
4.27	Número $CFL$ para simulações do caso <b>B</b> com velocidades de aproximação $u = 0,25$ (a) e $1,0m/s$ (b), $\Delta t$ de $0,001$ a $0,1s$ e $\Delta x$ de $0,02$ a $0,5m$ . . . . .	83
4.28	Erros obtidos no teste de convergência de malha para o caso <b>B</b> para as velocidades de $0,25$ (a) e $1,0m/s$ (b) para $\Delta t = 0,1; 0,05; 0,01$ e $0,001s$ . . . . .	84
5.1	Condição inicial dos experimentos de Gladstone et al. (1998) [25]. . . . .	88
5.2	Comparação da evolução da frente da corrente de turbidez com diferentes fórmulas de velocidade de queda com Gladstone et al. (1998) [25], para o caso G (100% material grosso). . . . .	90
5.3	Comparação da densidade de depósito da corrente de turbidez com diferentes fórmulas de velocidade de queda com Gladstone et al. (1998) [25], para o caso G (100% material grosso). . . . .	91

5.4	Comparação da posição da frente da corrente de turbidez com formulação de Stokes para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (linhas contínuas) e Gladstone et al. (1998) [25] (pontos). . . . .	92
5.5	Comparação da densidade de depósito da corrente de turbidez com formulação de Stokes para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho ( $\square$ ) e Gladstone et al. (1998) [25] ( $\circ$ ). . . . .	92
5.6	Comparação da posição da frente da corrente de turbidez com formulação de Ferguson e Church (2004) [20] e $C_2 = 0,4$ para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (linhas contínuas) e Gladstone et al. (1998) [25] (pontos). . . . .	93
5.7	Comparação da posição da frente da corrente de turbidez com formulação de Ferguson e Church (2004) [20] e $C_2 = 1$ para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (linhas contínuas) e Gladstone et al. (1998) [25] (pontos). . . . .	93
5.8	Comparação da frente da corrente de turbidez com equações de velocidade de queda de Stokes (linha contínua) e Ferguson e Church (2004) [20] com $C_2 = 0,4$ (linha tracejada) e $C_2 = 1$ (linha pontilhada), com Gladstone et al. (1998) [25] (losangos) para o caso G (100% material grosso). . . . .	94
5.9	Comparação da densidade de depósito da corrente de turbidez com formulação de Ferguson e Church (2004) [20] e $C_2 = 0,4$ para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (quadrados) e Gladstone et al. (1998) [25] (círculos). . . . .	94
5.10	Comparação da densidade de depósito da corrente de turbidez com formulação de Ferguson e Church (2004) [20] e $C_2 = 1$ para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (quadrados) e Gladstone et al. (1998) [25] (círculos). . . . .	95
5.11	Comparação da velocidade da frente da corrente de turbidez com formulação de Stokes para velocidade de queda para os casos (a) A, (b) B, (c) C, (d) D, (e) E, (f) F e (g) G do presente trabalho (linha contínua) e Gladstone et al. (1998) [25] (losangos). . . . .	96
5.12	Percentual de massa em suspensão para $d = 69 \mu m$ (linhas contínuas) e $d = 25 \mu m$ (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo <b>D69-25</b> . . . . .	98
5.13	Taxa de sedimentação por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ) para $d = 69 \mu m$ (linhas contínuas) e $d = 25 \mu m$ (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo <b>D69-25</b> . . . . .	99
5.14	Taxa de sedimentação total por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ), nos casos A a G do grupo <b>D69-25</b> . . . . .	100
5.15	Depósito adimensional por área para (a) $d = 25 \mu m$ e (b) $d = 69 \mu m$ (b), nos casos A a G do grupo <b>D69-25</b> . . . . .	101
5.16	Posição da frente da corrente de turbidez para os casos A a G do grupo <b>D150-69</b> . . . . .	102

5.17	Velocidade da frente da corrente de turbidez para os casos A a G do grupo <b>D150-69</b> . . . . .	102
5.18	Densidade de depósito total das correntes de turbidez para os casos A a G do grupo <b>D150-69</b> . . . . .	103
5.19	Densidade de depósito para (a) $d = 150 \mu m$ e (b) $d = 69 \mu m$ , para os casos A a G no grupo <b>D150-69</b> . . . . .	103
5.20	Depósito adimensional por área para (a) $d = 150 \mu m$ (a) e (b) $d = 69 \mu m$ , para os casos A a G no grupo <b>D150-69</b> . . . . .	104
5.21	Percentual de massa em suspensão para $d = 150 \mu m$ (linhas contínuas) e $d = 69 \mu m$ (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo <b>D150-69</b> . . . . .	105
5.22	Taxa de sedimentação por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ) para $d = 150 \mu m$ (linhas contínuas) e $d = 69 \mu m$ (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo <b>D150-69</b> . . . . .	105
5.23	Posição da frente da corrente de turbidez para os casos A a G do grupo <b>D150-25</b> . . . . .	106
5.24	Velocidade da frente da corrente de turbidez para os casos A a G do grupo <b>D150-25</b> . . . . .	107
5.25	Densidade de depósito total das correntes de turbidez para os casos A a G do grupo <b>D150-25</b> . . . . .	107
5.26	Densidade de depósito para (a) $d = 150 \mu m$ e (b) $d = 25 \mu m$ , para os casos A a G no grupo <b>D150-25</b> . . . . .	108
5.27	Depósito adimensional por área para (a) $d = 150 \mu m$ e (b) $d = 25 \mu m$ , para os casos A a G no grupo <b>D150-25</b> . . . . .	108
5.28	Percentual de massa em suspensão para $d = 150 \mu m$ (linhas contínuas) e $d = 25 \mu m$ (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo <b>D150-25</b> . . . . .	109
5.29	Taxa de sedimentação por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ) para (a) $d = 150 \mu m$ (linhas contínuas) e (b) $d = 25 \mu m$ (linhas tracejadas) para os casos A a G do grupo <b>D150-25</b> . . . . .	109
5.30	Posição da frente da corrente de turbidez para o caso <b>D150-69-25</b> (linha contínua) comparado com os casos monodispersos de $d = 150 \mu m$ , $d = 69 \mu m$ e $d = 25 \mu m$ e com os casos bidispersos B <b>D150-25</b> e <b>D69-25</b> . . . . .	110
5.31	Velocidade da frente da corrente de turbidez para o caso <b>D150-69-25</b> (linha contínua) comparado com os casos monodispersos de $d = 150 \mu m$ , $d = 69 \mu m$ e $d = 25 \mu m$ e com os casos bidispersos B <b>D150-25</b> e <b>D69-25</b> . . . . .	110
5.32	Densidade de depósito total ( $\square$ ) e dos diâmetros $d = 150 \mu m$ ( $\times$ ), $d = 69 \mu m$ (+) e $d = 25 \mu m$ (-) da corrente de turbidez para o caso <b>D150-69-25</b> . . . . .	111
5.33	Percentual da massa em suspensão para $d = 150 \mu m$ (linha contínua), $d = 69 \mu m$ (linha pontilhada) e $d = 25 \mu m$ (linha tracejada), no caso <b>D150-69-25</b> . . . . .	111
5.34	Taxa de sedimentação por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ) para $d = 150 \mu m$ (linha contínua), $d = 69 \mu m$ (linha pontilhada) e $d = 25 \mu m$ (linha tracejada), no caso <b>D150-69-25</b> . . . . .	112

5.35	Comparação da posição da frente de correntes de turbidez com diâmetros de $d = 150, 69$ e $25 \mu\text{m}$ combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F. . . . .	113
5.36	Comparação da velocidade da frente de correntes de turbidez com diâmetros de $d = 150, 69$ e $25 \mu\text{m}$ combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F. . . . .	114
5.37	Comparação da densidade de depósito para correntes de turbidez com diâmetros de $d = 150, 69$ e $25 \mu\text{m}$ combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F. . . . .	115
5.38	Comparação da massa em suspensão para correntes de turbidez com diâmetros de $d = 150, 69$ e $25 \mu\text{m}$ combinados em correntes bidispersas para os casos (a) B, (b) C, (c) D, (d) E e (e) F. . . . .	116
5.39	Comparação da massa em suspensão conforme o diâmetro para correntes de turbidez com diâmetros de $d = 150, 69$ e $25 \mu\text{m}$ combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F. . . .	117
5.40	Comparação da taxa de sedimentação por área para correntes de turbidez com diâmetros de $d = 150, 69$ e $25 \mu\text{m}$ combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F. . . . .	118
5.41	Depósito Adimensional total para <b>D69-25</b> , casos (a) B e (b) F. . . . .	120
5.42	Depósito Adimensional de $d = 69 \mu\text{m}$ para <b>D69-25</b> , casos (a) B e (b) F. . . . .	121
5.43	Depósito Adimensional de $d = 25 \mu\text{m}$ para <b>D69-25</b> , casos (a) B e (b) F. . . . .	123
5.44	Depósito Adimensional total para <b>D150-69</b> , casos (a) B e (b) F. . . . .	124
5.45	Depósito Adimensional para <b>D150-69</b> caso B, para (a) $d = 150 \mu\text{m}$ e (b) $d = 69 \mu\text{m}$ e (c) caso F $d = 69 \mu\text{m}$ . . . . .	126
5.46	Depósito Adimensional total para <b>D150-25</b> , casos (a) B e (b) F. . . . .	127
5.47	Depósito Adimensional do caso B para <b>D69-25</b> (a) $d = 69 \mu\text{m}$ e (b) $d = 25 \mu\text{m}$ e para <b>D150-25</b> (c) $d = 150 \mu\text{m}$ e (d) $d = 25 \mu\text{m}$ . . . . .	128
5.48	Depósito Adimensional do caso E para <b>D69-25</b> (a) $d = 69 \mu\text{m}$ e (b) $d = 25 \mu\text{m}$ e para <b>D150-25</b> (c) $d = 150 \mu\text{m}$ e (d) $d = 25 \mu\text{m}$ . . . . .	129
5.49	Depósito Adimensional do caso E para <b>D150-69</b> (a) $d = 150 \mu\text{m}$ e (b) $d = 69 \mu\text{m}$ e para <b>D150-25</b> (c) $d = 150 \mu\text{m}$ e (d) $d = 25 \mu\text{m}$ . . . . .	130
5.50	Depósito Adimensional do caso D para <b>D69-25</b> (a) $d = 25 \mu\text{m}$ e (b) $d = 69 \mu\text{m}$ e para <b>D150-69</b> (c) $d = 150 \mu\text{m}$ e (d) $d = 69 \mu\text{m}$ . . . . .	131
A.1	Depósito adimensional total para os casos A a G para <b>D69-25</b> . . . . .	145
A.2	Depósito adimensional do diâmetro de $d = 69 \mu\text{m}$ para os casos B a G, para <b>D69-25</b> . . . . .	146
A.3	Depósito adimensional do diâmetro de $d = 25 \mu\text{m}$ para os casos A a F, para <b>D69-25</b> . . . . .	147
A.4	Depósito adimensional total para os casos A a G, para <b>D150-69</b> . . . . .	148

---

A.5 Depósito adimensional do diâmetro de $d = 150 \mu m$ para os casos B a G, para <b>D150-69</b> . . . . .	149
A.6 Depósito adimensional do diâmetro de $d = 69 \mu m$ para os casos A a F, para <b>D150-69</b> . . . . .	150
A.7 Depósito adimensional total para os casos A a G, para <b>D150-25</b> . . . . .	151
A.8 Depósito adimensional do diâmetro de $d = 150 \mu m$ para os casos B a G, para <b>D150-25</b> . . . . .	152
A.9 Depósito adimensional do diâmetro de $d = 25 \mu m$ para os casos A a F, para <b>D150-25</b> . . . . .	153
A.10 Depósitos adimensionais (a) totais, (b) para $d = 150 \mu m$ , para (c) $d = 69 \mu m$ e (d) para $d = 25 \mu m$ , para <b>D150-69-25</b> . . . . .	154

## LISTA DE TABELAS

2.1	Trabalhos numéricos citados . . . . .	35
2.2	Trabalhos experimentais citados . . . . .	37
4.1	Parâmetros físicos das simulações <b>A</b> para validação analítica. . . . .	54
4.2	Parâmetros numéricos das simulações para validação analítica. . . . .	54
4.3	Valores de $\Delta x$ , $\Delta y$ , $\Delta z$ , $M$ e erro máximo local para as simulações <b>A</b> . . . . .	64
4.4	Parâmetros físicos das simulações <b>B</b> para validação analítica. . . . .	65
4.5	Parâmetros numéricos das simulações <b>B</b> para validação analítica. . . . .	65
4.6	Parâmetros físicos das simulações <b>C</b> para validação analítica. . . . .	73
4.7	Parâmetros numéricos das simulações <b>C</b> para validação analítica. . . . .	73
4.8	Parâmetros das simulações <b>A</b> para teste de convergência de malha. . . . .	77
4.9	Parâmetros das simulações <b>B</b> para o teste de convergência de malha. . . . .	79
4.10	Número $CFL$ para simulações do caso <b>B</b> com velocidade de aproximação $u$ de 0,1 a 1,5m/s, $\Delta t = 0,01s$ e $\Delta x$ de 0,02 a 0,5m. . . . .	80
4.11	Resultado da linha de tendência para o caso <b>B</b> com $\Delta t = 0,01s$ , em equação do formato $\epsilon = m\Delta x^n$ e do coeficiente de determinação $R^2$ . . . . .	81
4.12	Resultado da linha de tendência para o caso <b>B</b> com $\Delta t = 0,01s$ e $\Delta x \geq 0,2m$ , em equação do formato $\epsilon = m\Delta x^n$ com coeficiente de determinação $R^2$ . . . . .	82
4.13	Número $CFL$ para simulações do caso <b>B</b> com velocidade de aproximação $u = 0,25m/s$ , $\Delta t$ de 0,001 a 0,1s e $\Delta x$ de 0,02 a 0,5m. . . . .	82
4.14	Número $CFL$ para simulações do caso <b>B</b> com velocidade de aproximação $u = 1,0m/s$ , $\Delta t$ de 0,001 a 0,1s e $\Delta x$ de 0,02 a 0,5m. . . . .	82
4.15	Resultado da linha de tendência para o caso <b>B</b> com $u = 0,25m/s$ , em equação do formato $\epsilon = m\Delta x^n$ , com coeficiente de determinação $R^2$ e utilizando todos os valores $\Delta x$ no cálculo. . . . .	84
4.16	Resultado da linha de tendência para o caso <b>B</b> com $u = 0,25m/s$ , em equação do formato $\epsilon = m\Delta x^n$ , com coeficiente de determinação $R^2$ e utilizando apenas $\Delta x = 0,2; 0,3; 0,4$ e $0,5$ no cálculo. . . . .	85
4.17	Resultado da linha de tendência para o caso <b>B</b> com $u = 1,0m/s$ , em equação do formato $\epsilon = m\Delta x^n$ , com coeficiente de determinação $R^2$ e utilizando todos os $\Delta x$ no cálculo. . . . .	85
4.18	Resultado da linha de tendência para o caso <b>B</b> com $u = 1,0m/s$ , em equação do formato $\epsilon = m\Delta x^n$ , com coeficiente de determinação $R^2$ e utilizando apenas $\Delta x = 0,2; 0,3; 0,4$ e $0,5$ no cálculo. . . . .	85
5.1	Parâmetros dos experimentos de Gladstone et al. (1998) [25]. . . . .	87

---

5.2	Percentagens iniciais de material grosso e fino nos experimentos de Gladstone et al. (1998) [25]. . . . .	88
5.3	Parâmetros e condições de contorno das simulações para validação com os experimentos de Gladstone et al. (1998) [25]. . . . .	89
5.4	Fórmulas e valores para a velocidade de queda para comparação com caso de corrente de turbidez com sedimentos $d = 69 \mu m$ e $\rho_{sed} = 3217 kg/m^3$ dos experimentos de Gladstone et al. (1998) [25]. . . . .	90
5.5	Fórmulas e valores para a velocidade de queda utilizados para a comparação do presente trabalho com os caso A a G do trabalho experimental de Gladstone et al. (1998) [25], que possui sedimentos de diâmetro de $d = 69 \mu m$ e de $d = 25 \mu m$ e de massa específica $\rho_{sed} = 3217 kg/m^3$ . . . . .	91
5.6	Diâmetros dos sedimentos para cada conjunto de simulações. . . . .	97

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Coeficiente do esquema <i>upwind</i>	(-)
$b$	Coeficiente do esquema <i>upwind</i>	(-)
$c$	Concentração volumétrica	(-)
$c_{adm}$	Concentração adimensionalizada	(-)
$c_v$	Concentração volumétrica	(-)
$Cr$	Número de Courant	(-)
$D_t$	Densidade de depósito	$(g^1 cm^{-2})$
$D_t^*$	Densidade de depósito adimensional	(-)
$d$	Coeficiente do esquema <i>upwind</i> /Diâmetro da partícula	$(-/m^1)$
$d_{fino}$	Diâmetro do sedimento fino	$(m^1)$
$d_{grosso}$	Diâmetro do sedimento grosso	$(m^1)$
<b>F</b>	Fluxo	$(kg^1 s^{-1} m^{-2})$
$F_{difus}$	Operador de diferenças finitas do termo difusivo para a concentração $\phi$	$(kg^1 s^{-1} m^{-3})$
$f_m$	Fração inicial do material	(-)
$F_{inerc}$	Operador de diferenças finitas do termo inercial para a concentração $\phi$	$(kg^1 m^{-3})$
$Fu_{difus}$	Operador de diferenças finitas do termo difusivo para a velocidade $u$	$(m^1)$
$Fu_{inerc}$	Operador de diferenças finitas do termo inercial para a velocidade $u$	$(m^1 s^{-1})$
$Fv_{difus}$	Operador de diferenças finitas do termo difusivo para a velocidade $v$	$(m^1)$
$Fv_{inerc}$	Operador de diferenças finitas do termo inercial para a velocidade $v$	$(m^1 s^{-1})$
$Fw_{difus}$	Operador de diferenças finitas do termo difusivo para a velocidade $w$	$(m^1)$
$Fw_{inerc}$	Operador de diferenças finitas do termo inercial para a velocidade $w$	$(m^1 s^{-1})$
$g$	Aceleração da gravidade	$(m^1 s^{-2})$
$h$	Altura da geometria de fundo	$(m^1)$
$K$	Coeficiente de Difusividade	$(m^2 s^{-1})$
$L$	Comprimento característico	(-)
$L_{x,y,z}$	Tamanho do domínio para determinado eixo	$(m^1)$
$l_m$	Comprimento médio característico do movimento Browniano	$(m^1)$



$M$	Massa total de sedimentos	$(kg^1)$
$m$	Coeficiente que relaciona concentração com velocidade de queda/Coeficiente a ser ajustado no teste de convergência de malha	$(-/-)$
$m_p$	Massa em suspensão	$(kg^1)$
$\dot{m}_s$	Taxa de sedimentação por unidade de área	$(kg^1 s^{-1} m^{-2})$
$n$	Coeficiente a ser ajustado no teste de convergência de malha	$(-)$
$N_{x,y,z}$	Número total de elementos em uma malha para determinado eixo	$(-)$
$\mathbf{n}$	Vetor normal	$(-)$
$p$	Pressão total	$(Pa^1)$
$q$	Pressão não hidrostática	$(Pa^1)$
$Re$	Número de Reynolds	$(-)$
$Sc$	Número de Schmidt	$(-)$
$t$	Tempo	$(s^1)$
$u$	Velocidade referente ao eixo $x$	$(m^1 s^{-1})$
$u_m$	Velocidade média característica do movimento Browniano	$(m^1 s^{-1})$
$u_s$	Velocidade de queda	$(m^1 s^{-1})$
$u_{s,\phi}$	Velocidade de queda influenciada pela concentração	$(m^1 s^{-1})$
$\tilde{u}$	Velocidade não corrigida referente ao eixo $x$	$(m^1 s^{-1})$
$\bar{u}$	Velocidade média referente ao eixo $x$	$(m^1 s^{-1})$
$u'$	Flutuação turbulenta da velocidade referente ao eixo $x$	$(m^1 s^{-1})$
$\overline{u'}$	Média da flutuação turbulenta da velocidade referente ao eixo $x$	$(m^1 s^{-1})$
$\mathbf{V}$	Vetor velocidade	$(m^1 s^{-1})$
$V_l$	Volume de líquido	$(m^3)$
$V_s$	Volume de sedimentos	$(m^3)$
$v$	Velocidade referente ao eixo $y$	$(m^1 s^{-1})$
$\tilde{v}$	Velocidade não corrigida referente ao eixo $y$	$(m^1 s^{-1})$
$\bar{v}$	Velocidade média referente ao eixo $y$	$(m^1 s^{-1})$
$v'$	Flutuação turbulenta da velocidade referente ao eixo $y$	$(m^1 s^{-1})$
$\overline{v'}$	Média da flutuação turbulenta da velocidade referente ao eixo $y$	$(m^1 s^{-1})$
$w$	Velocidade referente ao eixo $z$	$(m^1 s^{-1})$
$\tilde{w}$	Velocidade não corrigida referente ao eixo $z$	$(m^1 s^{-1})$
$\bar{w}$	Velocidade média referente ao eixo $z$	$(m^1 s^{-1})$
$w'$	Flutuação turbulenta da velocidade referente ao eixo $z$	$(m^1 s^{-1})$
$\overline{w'}$	Média da flutuação turbulenta da velocidade referente ao eixo $z$	$(m^1 s^{-1})$
$x$	Coordenada horizontal longitudinal	$(m^1)$
$x_{lock}$	Coordenada no eixo $x$ do ponto inicial de liberação de concentração	$(m^1)$
$x$	Coordenada horizontal longitudinal	$(m^1)$
$y$	Coordenada horizontal transversal	$(m^1)$

$z$	Coordenada vertical do plano cartesiano	$(m^1)$
$z_{lock}$	Coordenada no eixo $z$ do ponto inicial de liberação de concentração	$(m^1)$
$\alpha$	Coefficiente de expansão volumétrica	$(m^3 kg^{-1})$
$\delta$	Delta de Dirac	$(-)$
$\Delta A$	Elemento diferencial de área	$(m^2)$
$\Delta M$	Elemento diferencial de massa	$(kg^1)$
$\Delta V$	Elemento diferencial de volume	$(m^3)$
$\epsilon$	Erro	$(-)$
$\epsilon_T$	Erro de truncamento	$(m^1 s^2)$
$\mu$	Coefficiente de viscosidade dinâmica	$(N^1 s^1 m^{-2})$
$\eta$	Desnível da superfície livre	$(m)$
$\phi$	Concentração mássica	$(kg^1 m^{-3})$
$\phi_{max}$	Concentração máxima	$(kg^1 m^{-3})$
$\rho$	Massa específica da mistura	$(kg^1 m^{-3})$
$\rho_0$	Massa específica da água clara	$(kg^1 m^{-3})$
$\rho_{max}$	Massa específica máxima da mistura	$(kg^1 m^{-3})$
$\rho_s$	Massa específica do sedimento	$(kg^1 m^{-3})$
$\sigma^2$	Variância	$(m^2)$
$\nu$	Coefficiente de viscosidade cinemática	$(m^2 s^{-1})$

## Índices

$i$	Referente ao eixo $x$
$j$	Referente ao eixo $y$
$k$	Referente ao eixo $z$
$n$	Referente ao tempo

## Siglas

CFL	Condição de Courant-Friedrichs-Lewy
DNS	Direct Numerical Simulation / Simulação Numérica Direta
IBM	Immersed Boundary Method / Método das Fronteiras Imersas
LES	Large Eddy Simulation / Simulação de Grande Escala
MSE	Multi-Step Backward Euler / Método de Euler Inverso de Várias Etapas
RANS	Reynolds Average Navier-Stokes / Navier-Stokes média de Reynolds
RBVMS	Residual-Based Variational Multiescalar / Modelo Multiescalar Variacional com Base em Resíduos

## SUMÁRIO

<b>Lista de Ilustrações</b>	<b>i</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>x</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos . . . . .	5
1.2 Estrutura do Trabalho . . . . .	5
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>8</b>
2.1 Mecânica dos Fluidos e Turbulência . . . . .	8
2.1.1 Equação de Advecção-Difusão . . . . .	9
2.1.2 Turbulência . . . . .	12
2.1.3 Velocidade de Queda . . . . .	15
2.2 Abordagens Computacionais de Escoamentos . . . . .	17
2.2.1 Abordagens numéricas da turbulência . . . . .	18
2.2.2 Métodos Numéricos . . . . .	19
2.3 Correntes de Turbidez . . . . .	23
2.3.1 Anatomia das correntes de turbidez . . . . .	24
2.3.2 Início do movimento e mecanismos de suspensão . . . . .	26
2.3.3 Interação com o fundo e geração de depósitos . . . . .	27
2.3.4 Modelos numéricos para corrente de turbidez . . . . .	28
2.3.5 Modelos físicos para corrente de turbidez . . . . .	34
<b>3 Metodologia</b>	<b>38</b>
3.1 Modelo Matemático . . . . .	38
3.2 Modelo Numérico . . . . .	41
3.2.1 Modelo Hidrodinâmico . . . . .	42
3.2.2 Resolução da Equação de Advecção-Difusão . . . . .	47
3.2.3 Condições de Contorno . . . . .	49
<b>4 Verificação</b>	<b>52</b>
4.1 Soluções para casos de Difusão Pura . . . . .	52
4.2 Soluções para o caso de Difusão e velocidade Unidimensional . . . . .	64

---

4.3	Solução para o caso de Advecção Pura . . . . .	71
4.4	Teste de Convergência de Malha . . . . .	76
4.4.1	Teste de Convergência de Malha para o caso puramente difusivo (Caso A)	77
4.4.2	Teste de Convergência de Malha para o caso de Difusão e velocidade unidimensional (Caso B) . . . . .	79
4.5	Conclusões da Verificação . . . . .	85
<b>5</b>	<b>Resultados de Corrente de Turbidez</b>	<b>87</b>
5.1	Validação com Gladstone et al. (1998) . . . . .	87
5.1.1	Avaliação de Equações para a Velocidade de Queda . . . . .	89
5.1.2	Simulações Bidispersas . . . . .	90
5.2	Estudo com outros diâmetros . . . . .	95
5.2.1	Grupo de Casos D69-25 . . . . .	97
5.2.2	Grupo de Casos D150-69 . . . . .	100
5.2.3	Grupo de Casos D150-25 . . . . .	105
5.2.4	Caso Tridisperso D150-69-25 . . . . .	110
5.2.5	Análise conjunta dos resultados . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Conclusões e Recomendações</b>	<b>132</b>
6.1	Conclusões . . . . .	132
6.2	Recomendações . . . . .	134
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>136</b>
<b>A</b>	<b>Apêndice - Mapas de depósito adimensional</b>	<b>144</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Correntes de densidade são fluxos gravitacionais que ocorrem quando há uma diferença de massa específica entre dois fluidos oriunda de diferença de temperatura ou de concentração (que pode ser salina ou de sedimentos), tanto em meio subaéreo, quanto em meio subaquático. Já correntes de turbidez são um tipo de corrente de densidade que, segundo Kneller e Buckee (2000) [35], Parsons et al. (2007) [60] e Meiburg e Kneller (2010) [47], ocorrem quando a diferença de massa específica vêm da presença de partículas sólidas em suspensão, que se mantêm no fluxo por ação da turbulência. Conforme o escoamento se desenvolve, a turbulência é dissipada, fazendo com que os sedimentos em suspensão convertam energia cinética e depositem.

A Figura 1.1 mostra um esquema da formação e do desenvolvimento de uma corrente de turbidez em ambiente natural. Entretanto, em ambiente natural correntes de turbidez são de difícil mensuração, portanto abordagens experimentais (Figura 1.2) e numéricas (Figura 1.3) podem ajudar na compreensão do fenômeno. O presente trabalho faz o estudo de correntes de turbidez com deposição através de simulações numéricas.

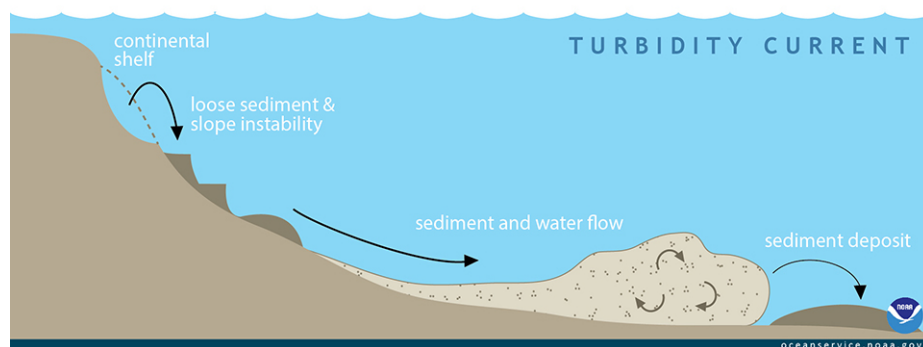


Figura 1.1: Esquema de formação de corrente de turbidez na natureza, sua propagação e depósito. (NOAA, 2018 [57])

As correntes de densidade podem ser do tipo conservativas, quando não há troca de material, de forma que a quantidade total do material em suspensão permanece constante. As correntes de densidade também podem ser classificadas como não conservativa, quando há variação na

quantidade total do material em suspensão, seja por ação de erosão ou deposição junto ao fundo. As correntes de turbidez são do tipo não conservativas, pois interagem com o leito submarino, tanto através da deposição dos sedimentos que compõe a corrente, quanto através da erosão dos sedimentos do fundo que se agregam à corrente. Como é a turbulência que mantém os sedimentos em suspensão, quando as forças viscosas se sobrepõe às forças inerciais, o que faz do escoamento menos turbulento, os sedimentos em suspensão tendem a se depositar no leito, formando os turbiditos, como são chamados os depósitos de correntes de turbidez. Já quando a energia desta corrente é muito elevada, ela pode remobilizar o material de fundo (que pode estar em repouso ou em movimento, no transporte de fundo, ou, *bedload*), fazendo com que as partículas sejam incorporadas pela corrente. O mecanismo de suspensão está ligado à declividade de fundo: com uma declividade maior, a componente gravitacional na direção do escoamento aumenta, elevando a energia disponível e, por consequência, a velocidade da frente, intensificando a turbulência e mantendo o material em suspensão mais facilmente. Outrossim, com uma declividade menor ou até mesmo ausente, a deposição predomina e a corrente pode até mesmo parar.

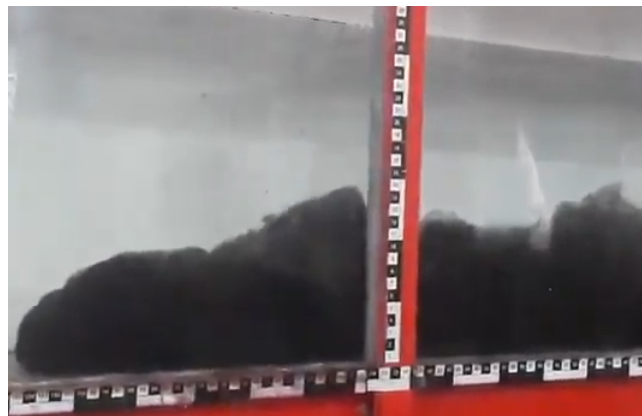


Figura 1.2: Corrente de turbidez experimental com carvão substituindo os grãos de areia.

Simulação física realizado no Núcleo de Estudos em corrente de Densidade NECOD (IPH/UFRGS) em 09/05/2019 na disciplina do PPGRHSA/IPH de Fluxos Gravitacionais.

Fonte do autor.

As correntes de turbidez, juntas com os deslizamentos/escorregamentos submarinos, são os grandes responsáveis pelo transporte de sedimentos de águas rasas para profundas e, portanto, são responsáveis pela morfologia do assoalho submarino. Correntes de turbidez agem moldando através da erosão desde dezenas ou centenas de metros até cânions submarinos de

muitos quilômetros de largura e centenas de metros de profundidade, como exposto por Meiburg e Kneller (2010) [47]. Já para Middleton e Hampton (1973) [49], muitos dos detritos grossos são transportados para as partes profundas dos oceanos por *fluxos gravitacionais de sedimentos*, que incluem correntes de turbidez, e não pela ação de marés, correntes oceânicas e ondas. Dessa forma, as correntes de turbidez cumprem um papel no ciclo do sedimento: o relevo do continente é erodido por vento, chuva, ações antrópica e biológica, glaciação, entre outros agentes; os rios transportam os sedimentos para os oceanos; as correntes de turbidez para as regiões profundas e, finalmente, o tectonismo pode expor as regiões mais profundas, que passam a ficar expostas à ação da de vento, chuva, etc.

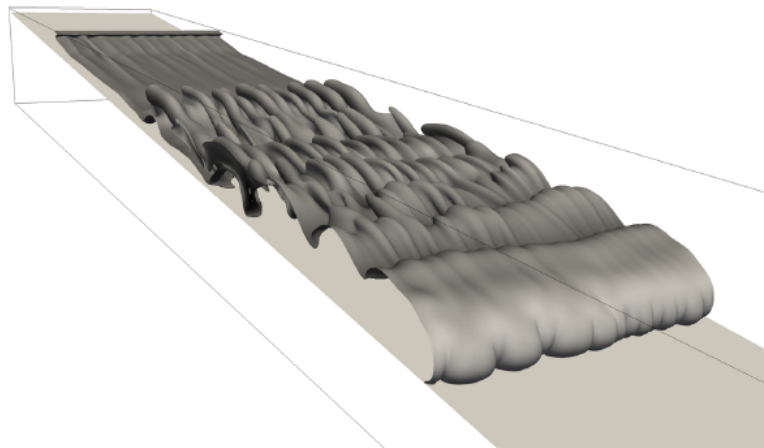


Figura 1.3: Isossuperfícies de concentração de uma corrente de turbidez obtida por simulação numérica (Biegert et al. 2017 [8]).

Segundo Bagnold (1954) [7], a concentração volumétrica de uma corrente de turbidez varia de 0,1% a 7%. Quando a concentração varia nesta faixa a aproximação de Boussinesq é válida, pois as variações de massa específica não são significativas, como discutido no Capítulo 3. Complementarmente, com a concentração volumétrica variando nesse intervalo, a interação entre partículas pode ser desprezada.

As correntes de turbidez podem transportar sedimentos por centenas a milhares de quilômetros, dependendo de parâmetros, como sua altura e velocidade, tipo do sedimento em transporte e do fundo e declividade de fundo. Por exemplo, o evento conhecido como *Grand Banks*, que ocorreu no declive da plataforma continental da ilha de St. Pierre, na província de Terra Nova e Labrador, Canadá, em 18 de novembro de 1929 (Pipper et al. 1999 [61]), em que um terremoto no fundo oceânico, acompanhado de várias falhas no leito, criou uma corrente de turbidez

que causou o rompimento de cabos telegráficos em sequência por 13 horas consecutivas (o que ilustra o poder destrutivo das correntes de turbidez com estruturas submarinas, como oleodutos e cabos de telecomunicações), e cujas diferenças de horários de rompimento foram utilizadas para calcular a velocidade do fluxo, que atingiu  $19 \text{ m/s}$ , com uma altura máxima entre 300 e 400  $\text{m}$  e um número de Reynolds de  $10^9 - 10^{10}$ . A corrente era formada inicialmente por material fino, oriundo das regiões instabilizadas pelo terremoto, e causou uma erosão de 50 a 100  $\text{km}^3$  de areia que tinha sido acumulada durante 10000 anos. Essa areia foi incorporada ao fluxo, aumentando a granulometria da corrente e, ao final da corrente, a areia e os materiais mais grossos haviam depositado, e os finos acabaram levados por correntes marítimas. Outra característica apresentada é a seleção do tamanho do material depositado conforme o fluxo se desenvolve: o material mais grosso deposita primeiro, pois tem maior velocidade de queda.

Apesar de serem de difícil mensuração, corrente de turbidez são eventos relativamente comuns, como a que aconteceu em 14 de janeiro de 2020 nos cânions submarinos do rio Congo no Oceano Atlântico, próximo à África ocidental, que durou dois dias e percorreu mais de 1100  $\text{km}$  no leito submarino (Amos, 2021 [1]). Conforme a corrente avançou, erodiu os sedimentos do fundo, causando o aumento da diferença de massa específica e a aceleração o fluxo. A corrente foi provocada pela cheia de dezembro de 2019 do Rio Congo, que entregou grande quantidade de areia e lama à foz do rio e, possivelmente, pela maré baixa, que modificou a poro pressão da água e desestabilizou os sedimentos acumulados. Este evento rompeu dois cabos de telecomunicações submarinos, causando uma diminuição na velocidade da internet entre a Nigéria e a África do Sul.

Os turbiditos formam uma importante classe de reservatório de hidrocarbonetos quando compostos por areia, enterrados profundamente e compactados ao longo de milhares de anos (Weimer e Slatt, 2007 [75]). Com o avanço da corrente, a matéria orgânica que é transportada pelo fluxo deposita e, sob condições adequadas, pode ser transformada em hidrocarbonetos. Assim, atualmente, existem grandes esforços direcionados à compreensão deste fenômeno, tanto em sua dinâmica, quanto em sua origem e a formação dos turbiditos.

Correntes de turbidez são estudadas através de trabalhos numéricos de alta ordem, utilizando abordagens mais completas, mas também com códigos com esquemas de mais baixa ordem, ge-



ralmente com aproximação hidrostática para a pressão. O presente trabalho utiliza um código de baixa ordem com aproximação não hidrostática para a pressão para simular correntes de turbidez deposicionais

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é avaliar o depósito de correntes de turbidez utilizando modelagem numérica, investigando a influência da propagação da corrente em seu depósito para a configuração de canal com *lock-release*.

Para tanto, como objetivos secundários são propostos:

- desenvolver, no código *SuLi* (Monteiro e Schettini, 2015 [51]) método para simular o transporte e a deposição das partículas da corrente de turbidez, utilizando parâmetros e leis empíricas e fenomenológicas junto ao código;
- fazer a verificação do código para situações hipotéticas, como a comparação com resultados analíticos;
- ajustar, no código, parâmetros, como refinamento da malha, velocidade de queda, etc.;
- fazer a validação dos resultados obtidos com o código com outros trabalhos a fim de garantir a eficácia do código para a simulação de correntes de turbidez;
- aplicar o código, com diferentes parâmetros físicos, em situações que envolvam correntes de turbidez e,
- comparar e avaliar a influência de parâmetros como a velocidade de queda, concentração e diâmetro do sedimento no depósito e na propagação da corrente.

## 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Além do *Capítulo 1*, de Introdução, que apresenta o fenômeno de corrente de turbidez, a relevância e os objetivos do estudo, o trabalho contém, no *Capítulo 2* a Revisão Bibliográfica, onde tópicos relevantes são apresentados, como equações clássicas da mecânica dos fluidos, do transporte de sedimentos, conceitos de turbulência e de métodos numéricos de interesse, entre

outros. Além de aprofundar conceitos em correntes de turbidez, mostrando trabalhos relevantes e apresentando tópicos, como suas estruturas e a interação com o fundo.

O **Capítulo 3** apresenta a Metodologia desenvolvida no trabalho, com os modelos matemáticos e numéricos utilizados para aproximar as equações diferenciais de forma discretizada. O código utilizado é o *SuLi* (Monteiro e Schettini, 2015 [51] e Monteiro, 2014 [50]), programado em diferenças finitas de primeira ordem, para resolver as equações da Continuidade e de Navier-Stokes, em ambiente tridimensional, e modificado para calcular a equação de Advecção-Difusão para simular a dinâmica da concentração no escoamento. O código possui uma aproximação não-hidrostática para o termo de pressão e utiliza um esquema centrado de segunda ordem para os termos difusivos das equações de Navier-Stokes e de Advecção-Difusão e um esquema *upwind* de primeira ordem para os termos convectivos de tais equações.

Já o **Capítulo 4** mostra os resultados obtidos para a verificação analítica da equação de Advecção-Difusão. São comparados resultados analíticos com numéricos para a equação de difusão pura, para a equação de difusão com velocidade unidimensional constante e para equação de transporte com velocidade unidimensional constante sem difusão (hipótese puramente advectiva). Para os casos de difusão pura e advecção-difusão com velocidade unidimensional foi feito um teste de convergência de malha. O código se mostrou apto a simular difusão pura e a advecção-difusão, sendo de segunda e primeira ordem para os respectivos casos, conforme a ordem dos esquemas utilizados.

O **Capítulo 5** mostra os resultados obtidos para as simulações de correntes de turbidez. Valida-se o código com o trabalho experimental de Gladstone et al. (1998) [25], avaliando-se diferentes fórmulas para a velocidade de queda, analisando-se a posição e velocidade da frente e o depósito. Apresentam-se, também resultados obtidos para diferentes combinações bidispersas de diâmetros e uma combinação de diâmetros tridispersa, além dos resultados da posição e velocidade da frente e o depósito, são analisados resultados de taxa de sedimentação e massa em suspensão.

O **Capítulo 6** traz as conclusões do presente trabalho e propostas de continuação. Este trabalho concluiu que, para casos bidispersos, o depósito do material grosso praticamente não é alterado pela quantidade e pelo tamanho do sedimento fino, por outro lado, o depósito do mate-

rial fino é modificado pela quantidade e pelo diâmetro do material grosso. Também concluiu-se que os sedimentos finos são responsáveis pelo avanço da corrente, principalmente mais a jusante, enquanto que o depósito total é dominado pela fração com maior quantidade inicial de material na corrente, entre outras conclusões. Como propostas de continuação deste trabalho são recomendadas pesquisas sobre correntes de turbidez com erosão, em configuração de baía, com mais granulometrias de sedimento, em canal não plano ou com declividade, sob a influência da superfície livre e do tipo alimentação constante.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nessa seção são apresentados os temas relevantes ao trabalho, como a mecânica dos fluidos e turbulência, o transporte de sedimentos, algumas abordagens computacionais utilizadas na mecânica dos fluidos e as correntes de turbidez, em sua mecânica de avanço e sua interação com o leito, apresentando trabalhos que tenham estudado esses fenômenos.

### 2.1 MECÂNICA DOS FLUIDOS E TURBULÊNCIA

Oriunda da mecânica dos fluidos clássica, o princípio da conservação de massa, conhecido como a equação da Continuidade, para fluidos incompressíveis com a aproximação de Boussinesq válida, já que, no presente trabalho, as diferenças de massa específica são pequenas e não são capazes de modificar ativamente os campos de velocidade e de pressão, em seu formato diferencial é:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (2.1)$$

em que o vetor velocidade é dada por  $\mathbf{V}$ . Já, através do princípio da conservação da quantidade de movimento, tem-se as equações de Navier-Stokes:

$$\rho_0 \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \rho \mathbf{g} \quad (2.2)$$

onde  $t$  é o tempo,  $\rho_0$  é a massa específica da água clara,  $\rho$  é a massa específica da mistura água-sedimento,  $\mathbf{g}$  é a aceleração da gravidade,  $p$  é a pressão e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido, considerando que a modificação da massa específica pela concentração de sedimentos se dá apenas no termo gravitacional, pois sua variação considerada neste trabalho não é grande o suficiente para influenciar a derivada material. Essas equações são utilizadas em diversos modelos para simulações de rios, estuários, regiões costeiras, interação fluido-estrutura, análise de estabilidade e correntes de densidade, por exemplo, com simplificações e abordagens convenientes

para cada caso.

O termo de pressão  $p$ , segundo Çengel e Cimbala (2007) [15], pode ser dividido em pressão estática, oriunda da pressão termodinâmica do fluido, em pressão dinâmica, oriunda de acelerações que parcelas do fluido podem sofrer e em pressão hidrostática, oriunda da energia potencial gravitacional, em outras palavras, devido ao peso da coluna de fluido.

Assim, um modelo matemático voltado para fluidos que leve em conta apenas a parcela hidrostática da pressão é dito com aproximação hidrostática. Já um modelo que leve em conta, além da parcela hidrostática, as outras componentes é dito com aproximação não-hidrostática. Modelos com aproximação hidrostática têm sido largamente utilizados, tanto em nível acadêmico quanto em nível industrial, como é o caso do programa HEC-RAS (Brunner, 2010 [11]). Por outro lado, modelos com aproximação não-hidrostática apresentam uma representação melhor do escoamento e são capazes de representar fenômenos em que acelerações no fluido são importantes, são exemplos de modelos com aproximação não hidrostática o *SuLi* (Monteiro e Schettini, 2015 [51]) e o *Incompact3D* ([40]), amplamente utilizado para representar correntes de turbidez, por exemplo em Lucchese et al. (2019) [44] e Francisco et al. (2018) [21]. Outros exemplos de aplicações de códigos com aproximação não-hidrostáticas para a pressão para estudar correntes de turbidez são Hartel et al. (1997) [30], Cantero et al. (2008) [13] e Kovářík et al. (2015) [38].

### 2.1.1 EQUAÇÃO DE ADVEÇÃO-DIFUSÃO

Csanady (1973) [18] define concentração como sendo a massa de uma substância  $\Delta M$  contida em uma amostra de volume  $\Delta V$ , levando em conta a hipótese do contínuo, em que o elemento diferencial de volume pode ser tão pequeno até que a massa específica seja constante:

$$\phi = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V}. \quad (2.3)$$

Já, o fluxo de massa pode ser definido como a quantidade de massa que passa por um elemento diferencial de área  $\Delta A$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$ :

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta M}{\Delta t \Delta A}. \quad (2.4)$$

Esse fluxo de massa se relaciona com a concentração através da Lei de Fick, que leva em conta o movimento molecular, pois as partículas tendem a se deslocar de uma região com mais partículas para outra com menos. As partículas atravessam a área  $\Delta A$  com uma velocidade média  $u_m$  (que é característica do movimento Browniano e dependente da temperatura) e percorrem uma distância média  $l_m$ . Além disso, há a dependência do gradiente de concentração, logo  $\mathbf{F}$  é dado também por:

$$\mathbf{F} = -u_m l_m \nabla \phi, \quad (2.5)$$

em que  $u_m$  e  $l_m$  são convenientemente combinados no coeficiente de difusividade  $K$ :

$$\mathbf{F} = -K \nabla \phi. \quad (2.6)$$

A difusividade  $K$ , para Canedo (2010) [12], é um parâmetro material positivo dependente das duas substâncias da solução (no caso do presente estudo, a água e os sedimentos) e, portanto de difícil medição experimental e tabulação. A difusividade também depende da pressão, temperatura, estado e composição dos materiais. Essa propriedade possui as mesmas dimensões da viscosidade cinemática [ $L^2 T^{-1}$ ], de forma que a relação entre elas, o Número de Schmidt, é dada por:

$$Sc = \frac{\nu}{K}. \quad (2.7)$$

Fisicamente, o Número de Schmidt representa a espessura relativa entre as camadas limites hidrodinâmicas e de transferência de massa.

Uma segunda relação entre essas mesmas variáveis é obtida através do princípio da conservação de massa. Considerando um volume de controle  $V$  em uma superfície de controle  $S$ , o fluxo total pode ser considerado como a integral de área da componente perpendicular de fluxo sobre  $S$  que, pelo teorema da divergência pode ser expresso como a integral de volume do divergente do fluxo sobre  $V$ :

$$\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV. \quad (2.8)$$

Como a massa precisa ser conservada, o fluxo total também é dado como a integral de volume

da concentração em  $V$ :

$$\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_V \phi dV \right). \quad (2.9)$$

Assim, ao igualar-se as equações 2.8 e 2.9 e mantendo-se o volume de controle constante obtêm-se:

$$\int_V \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F} \right) dV = 0, \quad (2.10)$$

que precisa ser válida para todo o volume de controle como também para as frações menores dentro desse volume, obtendo-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{F}. \quad (2.11)$$

Segundo Csanady (1973) [18], o fluxo de massa  $\mathbf{F}$  (equação 2.6) agrega um termo de velocidade da forma:

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}\phi - K\nabla\phi. \quad (2.12)$$

Ao substituir  $\mathbf{F}$  da equação 2.12 na equação 2.11, que utiliza o princípio da conservação de massa, obtem-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla \cdot (K\nabla\phi) - \nabla \cdot (\mathbf{V}\phi). \quad (2.13)$$

Como a água é considerada incompressível para os fenômenos aqui estudados e  $K$  como uma constante, é conveniente reescrever a equação como:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla\phi = K\nabla^2\phi. \quad (2.14)$$

A equação 2.14 é a Equação de Advecção-Difusão utilizada para as simulações numéricas realizadas nesse trabalho e foi adicionada ao código *SuLi* por Morigi (2018) [52]. Dessa forma, a concentração representa uma massa adicional em um volume, o que, portanto, altera a massa específica do fluido ambiente.

Um caso particular da equação 2.14 ocorre para o caso sem advecção, tendo-se a equação de Difusão ou Difusão Pura:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = K\nabla^2\phi. \quad (2.15)$$

A massa específica também pode ser alterada pela presença de mais de um tipo de concen-

tração (oriunda de salinidade ou outro sedimento), que, de maneira geral, toma o formato:

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i \right), \quad (2.16)$$

em que  $\alpha_i$  e  $\phi_i$  são o coeficiente de expansão volumétrica, que representa o excesso de densidade oriunda da massa específica do sedimento, e a concentração da  $i$ -ésima substância, respectivamente. Silva (2019) [66], por exemplo, utiliza esse tipo de modelo para a concentração e a salinidade:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha_1 \phi_1 + \alpha_2 \phi_2), \quad (2.17)$$

em que  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são coeficientes de expansão volumétrica e  $\phi_1$  e  $\phi_2$  são a concentração de sedimentos e de salinidade, respectivamente. Já Hall et al. (2008) [29] simulam correntes de densidade utilizando apenas uma única concentração:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \phi), \quad (2.18)$$

em que  $\alpha = (\rho_s - \rho_0) / \rho_0$ , com  $\rho_s$  sendo a massa específica do sedimento. O presente trabalho utiliza a equação 2.16 para modificar a massa específica da mistura formada por água e sedimentos, com  $\phi$  dado em  $kg/m^3$  e  $\alpha$  dado em  $m^3/kg$ .

Assim como em Hall et al. (2008) [29], as interações entre partículas, como sedimentação e mudanças na viscosidade são muito pequenas e podem ser desprezadas. Além disso, o escalar é considerado passivo, com reduzida capacidade de afetar a dinâmica do escoamento, com a ação ficando restrita ao termo gravitacional da equação 2.2. Assim, a equação 2.2 tomam o formato em que é utilizada no trabalho, em que  $\nu$  é a viscosidade cinemática:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{\rho}{\rho_0} \mathbf{g} \quad (2.19)$$

### 2.1.2 TURBULÊNCIA

Escoamento laminares são aqueles em que as linhas de corrente são paralelas, ou seja, o escoamento se desenvolve em camadas com as partículas em trajetórias mais *organizadas*, com



pouca ou nenhuma mistura e ausência de vórtices. Este tipo de escoamento ocorre quando as forças inerciais são superadas pela viscosidade do fluido, impedindo a formação de turbilhões que quebram o paralelismo entre as linhas de corrente. Segundo Tennekes e Lumley (1972) [74] escoamentos laminares são a exceção e não a regra na dinâmica de fluidos.

Mais comuns, os escoamentos turbulentos não mantêm o paralelismo entre as linhas de corrente e têm sua origem, segundo Tennekes e Lumley (1972) [74], de instabilidades, nas quais a inércia do escoamento supera a viscosidade, criando turbilhões. Ainda, segundo os mesmos autores, a turbulência mantém certas características, tais como a difusividade, causando rápidas misturas; a tridimensionalidade, já que a vorticidade oscila nas três direções; a dissipação, já que a turbulência precisa de um fornecimento contínuo de energia para compensar perdas viscosas pois, caso contrário, decai rapidamente, e; altos números de Reynolds ( $Re$ ), que representa a relação entre as forças inerciais e viscosas em um fluido. Quanto maior o número de Reynolds, maior a riqueza de vórtices e maior a turbulência do escoamento, sendo o número de Reynolds definido como:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v D}{\nu}, \quad (2.20)$$

em que  $v$  e  $L$  são a velocidade e o comprimento característicos do escoamento e  $\nu$  é a viscosidade cinemática.

Segundo Pope (2000) [62], para altos números de Reynolds existe uma separação de escalas, onde as maiores escalas são influenciadas fortemente pela geometria do escoamento, como as condições de contorno, controlando o transporte e a mistura. Já o comportamento das menores escalas é determinado quase que inteiramente pela viscosidade e pela taxa com que recebem energia das maiores escalas.

A ideia da cascata de energia prevê que a energia cinética está presente, inicialmente, na turbulência, através dos mecanismos de produção, nas escalas maiores. Entretanto, os vórtices maiores são instáveis e se rompem, transferindo a energia para escalas menores, que passam por um processo similar e transferem a energia para vórtices ainda menores até as menores escalas, chamada de escala de Kolmogorov, onde então assumem comportamento estável e a energia é dissipada pela ação viscosa. A turbulência é um fenômeno anisotrópico, porém, para Kolmogorov (1941) [37], os menores vórtices assumem um comportamento isotrópico local-

mente, perdendo toda a informação sobre a geometria dos vórtices maiores e das condições de contorno.

Assim, escoamentos muito turbulentos apresentam vórtices de vários tamanhos, criando uma dificuldade de representação em modelos numéricos para escoamentos muito turbulentos, pois vórtices muito pequenos podem não ser representados corretamente por malhas inadequadas ou pela adoção incorreta de um modelo de turbulência.

O transporte de sedimentos está relacionado intimamente com a turbulência, pois, segundo Garde e Ranga Raju (1977) [22], a turbulência é responsável pela parcela do transporte em suspensão das partículas no escoamento. Assim, as partículas estão sujeitas a flutuações verticais da turbulência e a ação da gravidade. Sutherland (1967) [73] propôs um método, através da observação da movimentação de grãos induzida pela turbulência, que se baseia na aproximação dos turbilhões do fundo do canal, onde sofrem distorções que aumentam sua velocidade, quebrando a subcamada viscosa e atingindo diretamente os grãos. Dessa forma, a tensão de cisalhamento aumenta localmente, fazendo com que as partículas rolem no início do movimento, podendo entrar em suspensão e continuar no movimento, ou parar após a passagem do vórtice. Quando os vórtices incidem de maneira relativamente contínua, a força de arrasto também age continuamente. Isso faz com que algumas partículas, devido à sua posição em uma crista do leito ou porque rolam por cima das partículas vizinhas, se projetem acima do fundo se o vórtice local tiver sentido para cima e for forte o suficiente para vencer o peso. Quando a partícula é jogada para cima, ela entra em movimento junto com a corrente enquanto a energia da turbulência for grande o suficiente para vencer o peso e manter a partícula em suspensão.

O material em suspensão sedimenta em duas ocasiões: sobre a ação da turbulência em sentido para baixo, ou; devido à gravidade que age com a velocidade de queda ( $u_s$ ) como uma velocidade característica. O gradiente vertical de concentrações também pode influenciar o movimento. Assim, em um meio em que exista apenas velocidade de queda e a difusividade, seja permanente no tempo e em condições de equilíbrio, como testes realizados por Lucchese (2018) [43] que demonstraram que a presença de difusão não influencia significativamente as

concentrações para o depósito, tem-se:

$$u_s \phi + K \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0. \quad (2.21)$$

Os primeiros modelos matemáticos para a descrição da turbulência e do transporte de sedimentos vieram da observação dos fenômenos envolvidos. Com o avanço das pesquisas, novas abordagens foram viabilizadas e trabalhos experimentais e numéricos fizeram com que novos modelos matemáticos, físicos e numéricos fossem desenvolvidos para o transporte de sedimento e para a mensuração da velocidade de queda.

### 2.1.3 VELOCIDADE DE QUEDA

Nessa seção a velocidade de queda, em seu conceito e em modelos desenvolvidos teórica, numérica e experimentalmente, é apresentada.

Para Rocha (1998) [64], a velocidade de queda é um parâmetro de primeira importância no estudo da interação fluido-sedimentos, fundamental para a reprodução de diversos fenômenos em um modelo hidráulico. A Lei de Stokes (STOKES, 1851 [71]) é a formulação mais simples e considera uma partícula esférica única em um fluido homogêneo, sem influência de paredes e sem turbulência, com ação do peso e da força de arraste sobre a mesma. Após o movimento inicial acelerado da partícula, a velocidade, sob efeito da viscosidade, tende ao valor terminal:

$$u_s = \frac{d^2}{18\mu} g (\rho_s - \rho_0), \quad (2.22)$$

com  $u_s$  sendo a velocidade de queda,  $d$  sendo o diâmetro da partícula e  $\rho_s$  sendo a massa específica da substância.

Entretanto, conforme o escoamento aumenta sua turbulência, tanto a viscosidade quanto a inércia tem papel importante, e um modelo que leva em conta ambos os fatores é o proposto por Rubey (1933) [65], que assume a hipótese da existência de uma força de arrasto devido à viscosidade e outra devido à forma da partícula, já que trabalha com grãos naturais, para

equilibrar com o peso, de onde obtém-se:

$$u_s = \sqrt{\frac{36\nu^2}{d^2} + \frac{2(\rho_s - \rho_0)gd}{3\rho}} - \frac{6\nu}{d}. \quad (2.23)$$

Já Ferguson e Church (2004) [20] propuseram uma equação universal para a velocidade de queda, que se aplica tanto a condições mais viscosas quanto a condições mais turbulentas. A equação proposta é derivada de análise dimensional, convergindo para a Lei de Stokes (equação 2.22) nos menores diâmetros de partícula e para um coeficiente de arrasto constante nos diâmetros maiores:

$$u_s = \frac{Rgd^2}{C_1\nu + (0,75C_2Rgd^3)^{0,5}}, \quad (2.24)$$

em que  $R$  é a massa específica submersa, dada por  $R = \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0}$  e os coeficientes  $C_1$  e  $C_2$  assumem os valores de 18 e 0,4 para partículas esféricas. Os autores variaram ambos os coeficientes para comparar com outras equações de velocidade de queda e os valores de  $C_1 = 18$  e  $C_2 = 1,0$  mostraram-se adequados para partículas mais angulosas, como quartzo.

Esses modelos abordados são aplicados para partículas individuais, mas, na natureza, os sedimentos não estão isolados e as diversas partículas dentro do fluxo afetam a queda umas das outras. Para Chien e Wan (1999) [16], um único sedimento em queda induz o movimento dos sedimentos ao seu redor e faz o líquido se entranhar ao movimento também. Por outro lado, com a presença de partículas sólidas, o fluido não pode se movimentar livremente, induzindo a um aumento da viscosidade, além disso, a presença de muitos sedimentos aumenta a massa específica da suspensão e a força de empuxo, afetando a velocidade de queda.

Muitos modelos utilizam o conceito de concentração volumétrica ( $c_v$ ), que é a relação entre o volume de sedimento ( $V_s$ ) e o volume da mistura (que é a soma entre o volume líquido,  $V_l$ , e o volume de sedimento), da forma:

$$c_v = \frac{V_s}{V_s + V_l}, \quad (2.25)$$

utilizando a relação da concentração volumétrica com a massa específica da mistura dada por:

$$\rho = \rho_0 + (\rho_s - \rho_0)c_v, \quad (2.26)$$

em que  $\rho_s$  é a massa específica do sedimento. Assim, reunindo-se as equações 2.26 com 2.18, tem-se a relação entre a concentração volumétrica e a concentração mássica:

$$c_v = \frac{\alpha\phi\rho_0}{\rho_s - \rho_0}. \quad (2.27)$$

Para baixos valores de concentração volumétrica, variando no intervalo de  $0,35\% < c_v < 2,25\%$ , Chien e Wan (1999) [16] citam que dois tipos de análises experimentais foram realizadas, a primeira considerando a queda de um único sedimento em um recipiente pequeno, com a distância semelhante à distância entre partículas, de onde se obtém a equação proposta por Uchida (CHIEN e WAN, 1999 [16]):

$$u_{s,\phi} = \frac{u_s}{1 + 1,0354 (c_v)^{1/3}}, \quad (2.28)$$

em que  $u_{s,\phi}$  é a velocidade de queda influenciada pela concentração. Já o segundo tipo de análise considera o caminho da partícula em água clara e a influência do fluxo induzido pelas outras partículas, resultando no modelo de Smoluchowski (CHIEN e WAN, 1999 [16]):

$$u_{s,\phi} = \frac{u_s}{1 + 1,4384 (c_v)^{1/3}}. \quad (2.29)$$

Já, através de análise dimensional, Richardson e Zaki (1954) [63] propuseram a relação:

$$u_{s,\phi} = u_s (1 - c_v)^m, \quad (2.30)$$

em que o coeficiente adimensional  $m = 4,65$ , no caso de fluxo laminar e  $m = 2,39$  para fluxos turbulentos, pois o aumento do número de Reynolds do sedimento diminui a influência da concentração.

## 2.2 ABORDAGENS COMPUTACIONAIS DE ESCOAMENTOS

Para Pope (2000) [62], o estudo de escoamentos turbulentos tem por objetivo obter uma teoria ou modelo que possa ser usado para calcular variáveis de interesse. Entretanto, a turbulência

se mostrou um problema difícil e sem teoria analítica simples, portanto, a simulação numérica, em suas diferentes abordagens, faz-se uma ferramenta potente na compreensão de escoamentos turbulentos.

### 2.2.1 ABORDAGENS NUMÉRICAS DA TURBULÊNCIA

Com o avanço da computação, diversos métodos surgiram com diferentes abordagens à turbulência e a escolha entre esses métodos depende essencialmente do objeto de estudo. Os modelos RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) são baseados na decomposição de Reynolds, que separa as componentes da velocidade como a soma entre médias ( $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  e  $\bar{w}$ ) e flutuações turbulentas ( $u'$ ,  $v'$  e  $w'$ ), além disso, as médias das flutuações turbulentas são consideradas nulas ( $\overline{u'}$ ,  $\overline{v'}$  e  $\overline{w'}$ ). Assim, as abordagens RANS resolvem as equações de Navier-Stokes estimando seu valor médio sobre o escoamento, utilizando um modelo de turbulência para todas as escalas do escoamento. Esse tipo de modelo é usado em larga escala e em diversas formas, como em modelos que resolvem as equações adicionando uma viscosidade turbulenta ao escoamento para modelar o efeito das menores escalas, como os modelos  $k - \epsilon$  e  $k - \omega$ . Outro exemplo são os modelos de Tensão de Reynolds que usam equações de transporte para resolver as tensões de Reynolds e para a dissipação.

Já Simulações Numéricas Diretas (DNS - *Direct Numerical Simulations*) é uma técnica que consiste, segundo Souza et al. (2011) [69], em *resolver as equações completas de Navier-Stokes para todos os pontos da grade e para todas as escalas temporais e espaciais do escoamento*, exigindo uma discretização temporal e espacial extremamente refinada, acarretando em um grande custo computacional e dificultando sua aplicação em muitos problemas. Um número de Reynolds muito elevado, algo comum em escoamentos na natureza, é reflexo do aumento da riqueza de vórtices presentes e a diminuição do tamanho do menor vórtice, o que implica em uma malha mais refinada para simulações.

Outra abordagem computacional que não exige tantos pontos quanto a DNS, mas oferece uma precisão maior do que RANS, são as Simulações de Grandes Escalas (LES - *Large Eddy Simulation*), que simulam efetivamente apenas as maiores escalas e utilizam modelos de turbulência para as menores escalas que não são diretamente representadas, assim, o custo com-

putacional é reduzido, em comparação com uma DNS, mas ao mesmo tempo, mantém-se a capacidade de representar a turbulência das maiores escalas, como dito por Souza et al. (2011) [69]:

[...] é conduzida tal como a técnica DNS, com discretização espaciais e temporais bastante refinadas, onde são resolvidas as equações instantâneas de Navier-Stokes apenas para as escalas energéticas do escoamento. As pequenas escalas de comprimento e tempo, as quais têm um comportamento mais isotrópico e menos dependente dos contornos físicos, são conhecidas como escalas submalha e são modeladas por um modelo algébrico simples, o qual é denominado modelo submalha.

### 2.2.2 MÉTODOS NUMÉRICOS

As equações diferenciais utilizadas são de difícil resolução, pois não possuem soluções analíticas na maioria das aplicações, portanto, é conveniente fazer a aproximação numérica das mesmas. Dessa forma, existem diversas maneiras de abordar essas aproximações, como o Método de Volumes Finitos, o Método de Elementos Finitos e, mais importante para esse trabalho, o Método de Diferenças Finitas.

O Método de Volumes Finitos usa a forma integral das equações de conservação e divide o domínio em volumes de controle tão pequenos quanto for adequado, aplicando as leis de conservação em cada um dos elementos. Assim, obtém-se equações algébricas para cada elemento, onde os valores nos nós e nas faces se tornam necessários para criar relações entre as equações algébricas, originando um sistema de equações.

Já o Método de Elementos Finitos usa um domínio discretizado em um conjunto de volumes ou elementos finitos que são geralmente não-estruturados (sendo vantajoso, muitas vezes, para geometrias complexas) e, em seguida, recombina-se as equações dos elementos num sistema para todo o domínio. Os elementos, dessa forma, possuem equações simples para descrevê-los ao invés de equações mais complexas, obtendo-se, assim, um sistema de equações lineares algébricas.

O Método de Diferenças Finitas, por sua vez, é aplicada para discretizar as equações das leis de conservação de massa e de quantidade de movimento em uma malha de cálculo, geralmente

regular, onde em cada ponto as derivadas são substituídas por aproximações dependentes dos valores nos nós, resultando em um sistema de equações algébricas. Essas equações podem depender de um variado número de nós, dependendo da precisão desejada. Esse método se adapta mais facilmente para geometrias simples, além da expansão para esquemas de alta ordem ser obtida facilmente com a manipulação algébrica da Série de Taylor.

Logo, o Método de Diferenças Finitas se baseia em expansões da Série de Taylor até o termo que seja conveniente e usa tantos pontos quanto se quiser para representar uma derivada em um ponto, fazendo combinações lineares entre as expansões da série em diferentes pontos, a fim de se alcançar a ordem desejada para o esquema, o que pode criar um esquema de mais alta ordem com um custo computacional relativamente menor, se comparado a outros métodos. A ordem do esquema reflete qual a ordem do truncamento utilizado na Série de Taylor, que, por sua vez, está relacionada ao erro de truncamento. Assim, esquemas de alta ordem, apresentam uma convergência melhor do erro para zero, ao custo de um número maior de pontos vizinhos utilizados para o cálculo, que trazem, com isso, matrizes com mais diagonais de valores não nulos para serem resolvidas e, finalmente, um custo computacional maior. Contrariamente, esquemas de baixa ordem têm pior convergência do erro para zero, mas apresentam um custo computacional mais reduzido.

O esquema numérico pode ser considerado explícito quando as variáveis desconhecidas são expressas exclusivamente como função das variáveis conhecidas, como por exemplo quando se utiliza um esquema que faça o avanço temporal da velocidade em uma dada posição como função da velocidade nos nós próximos no tempo anterior, entretanto, esse tipo de esquema pode trazer problemas de estabilidade quando utilizado. Já esquemas numéricos implícitos trazem uma maior estabilidade e um custo computacional maior, em compensação. Esse tipo de esquema caracteriza-se pela dependência entre si das variáveis desconhecidas, exigindo um sistema de equações a ser resolvido no domínio.

Existem diversos esquemas utilizados em Diferenças Finitas, um deles é o *upwind*, que, segundo Hirsch (1994) [31], introduz propriedades físicas das equações de fluxo nas formulações discretizadas. Os esquemas *upwind* usam um *stencil* adaptativo ou sensível à solução em Diferenças Finitas, ou seja, o *stencil* depende do sinal da velocidade, vindo de um lado ou de



outro. Para Hirsch (1994) [31], as equações do esquema *upwind* podem ser interpretadas como a integração de  $du/dt = 0$  ao longo de  $dx/dt = a$ , através de uma interpolação linear entre os pontos  $i$  e  $i - 1$ , no nível de tempo  $n$ . O esquema original foi proposto por Courant et al. (1952) [17] e é baseado em:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (2.31)$$

onde, segundo Hirsch (1994) [31], a discretização depende do sinal do autovalor  $a$ . Se  $a > 0$ , tem-se:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} = u_x^-, \quad (2.32)$$

com a evolução temporal do tempo  $n$  para o tempo  $n + 1$ , que utilizando um esquema de Euler de primeira ordem, toma o formato:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - a \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_i^n - u_{i-1}^n). \quad (2.33)$$

Já, se  $a < 0$ , tem-se:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} = u_x^+, \quad (2.34)$$

com o avanço temporal no formato:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{a\Delta t}{\Delta x} (u_{i+1}^n - u_i^n). \quad (2.35)$$

O número de Courant ( $Cr$ ) é uma variável local representante do fluxo advectivo em cada elemento de malha e faz uma relação entre a velocidade local e a máxima velocidade que a malha consegue representar, estando associado às equações 2.33 e 2.35 através de:

$$Cr = a \frac{\Delta t}{\Delta x}. \quad (2.36)$$

As soluções das equações do esquema *upwind* são estáveis para  $0 < Cr < 1$ , quando se utiliza um esquema de Euler para a derivada temporal. As soluções utilizando a equação 2.33, entretanto, são instáveis para valores negativos de velocidade (da mesma forma que valores positivos de velocidade trazem instabilidade para a equação 2.35), demonstrando que a equação

2.33 deve ser utilizada conjuntamente com a equação 2.35 para representar o esquema *upwind* completamente.

Segundo Hirsch (1994) [31], o erro de truncamento  $\epsilon_T$  é dado por:

$$\epsilon_T = \frac{a\Delta x}{2} \left(1 - \frac{a\Delta t}{\Delta x}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (2.37)$$

cuja viscosidade numérica tem um coeficiente de  $\frac{a\Delta x}{2} \left(1 - \frac{a\Delta t}{\Delta x}\right)$ , mostrando que o esquema é de primeira ordem no espaço (relacionado ao esquema *upwind*) e no tempo (relacionado ao esquema de Euler). Dessa forma, a viscosidade numérica (que pode ser interpretada como uma viscosidade extra adicionada pelo esquema numérico, como utilizado por Lamballais et al., 2011 [41]) se anula para valores nulos de  $a$ . Ao comparar-se com o método de Lax-Friedrichs, segundo Hirsch (1994) [31], que também é de primeira ordem, obtem-se uma melhor representação por parte dos esquema *upwind* para a representação de discontinuidades, como visto na Figura 2.1, que compara os dois métodos na solução da Equação de Burgers ( $\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0$ ). Portanto, o método é capaz de representar adequadamente discontinuidades, pois, por possuir dissipação excessiva, elimina oscilações.

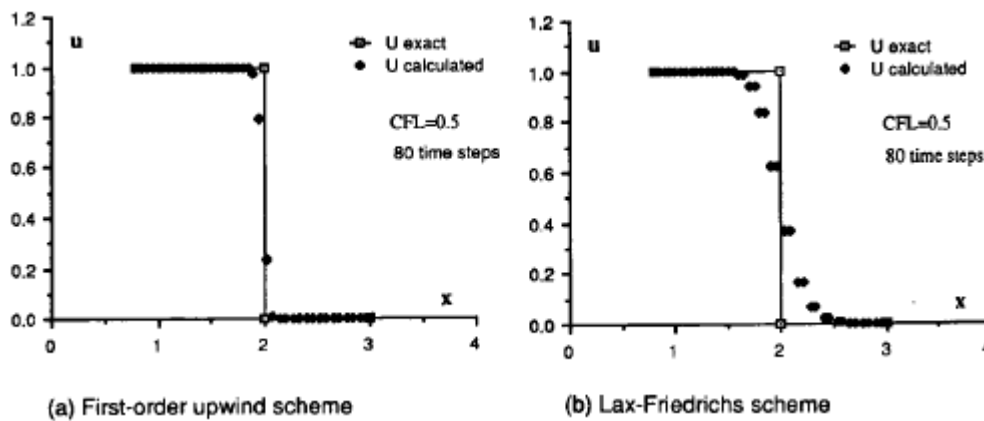


Figura 2.1: Solução da Equação de Burger para uma descontinuidade móvel com  $CFL = 0,5$  e em 80 passos de tempo para um esquema *upwind* (a) e um esquema de Lax-Friedrichs (b).

Fonte: Hirsch (1994) [31].

Assim, considerando  $a^+$  como o máximo valor entre zero e  $a$  ( $a^+ = \max(0, a)$ ) e  $a^-$ , como o mínimo valor entre  $a$  e zero ( $a^- = \min(a, 0)$ ), o esquema *upwind* toma o formato:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \Delta t (a^+ u_x^- + a^- u_x^+) \quad (2.38)$$

As condições de contorno sofrem influência do esquema, precisando de adaptações para a ponta do domínio no sentido da propagação da velocidade (que para  $a > 0$ , corresponde a  $i = 1$  e para  $a < 0$  a  $i = n_x$ ) já na ponta inversa do domínio (que é em  $i = n_x$  para  $a > 0$  e em  $i = 1$  para  $a < 0$ ), não são exigidas adaptações. A utilização de esquemas do tipo *upwind* geralmente adiciona uma difusividade de origem numérica aos resultados, que tende a aumentar com o avanço temporal, assim parâmetros como o tamanho da malha e o passo de tempo precisam ser ajustados adequadamente.

O código computacional utilizado nesse trabalho é o *SuLi* (Monteiro e Schettini, 2015 [51]), que resolve as equações de Navier-Stokes, pode utilizar um esquema *upwind* de primeira ordem para o cálculo espacial da velocidade e da concentração, como detalhado posteriormente.

### 2.3 CORRENTES DE TURBIDEZ

Nessa seção são abordados trabalhos referentes a correntes de turbidez pertinentes ao desenvolvimento desta dissertação, partindo-se de sua definição, estruturas do escoamento, mecanismos de iniciação e suspensão e sua relação com a turbulência, interação com o fundo e geração de depósitos. Ainda são apresentados alguns estudos de modelos numéricos utilizados em trabalhos anteriores.

Segundo Middleton (1993) [48], correntes de turbidez são correntes de densidade cujo excesso de densidade é provocado por sedimentos suspensos. Tais materiais são mantidos em suspensão pela turbulência do escoamento e a corrente se dissipa quando se depositam completamente.

Diversos autores, como Parsons et al. (2007) [60], dividem as correntes em conservativas e não conservativas. As correntes de densidade salinas são consideradas conservativas pois não há erosão ou deposição, conservando a massa que transportam. Já as correntes de turbidez são consideradas não conservativas, ou seja, há troca de partículas com o fundo, seja pela erosão na frente da corrente, seja pela deposição em seu corpo e cauda. As correntes ainda podem, sob certas situações, incorporar mais fluido ambiente, fenômeno conhecido como de entranhamento. Outro ponto relevante, já mencionado, é a validade da aproximação de Boussinesq, com ressalvas para as incertezas inerentes aos grandes eventos de correntes submarinas.

Segundo Meiburg e Kneller (2010) [47] o mecanismo de suspensão está ligado com o gradiente de fundo: quando este é grande, a turbulência na cabeça consegue manter a suspensão, quando é pequeno, a deposição predomina e a corrente para.

### 2.3.1 ANATOMIA DAS CORRENTES DE TURBIDEZ

Correntes de turbidez geralmente são divididas em regiões chamadas de frente (ou cabeça), corpo e cauda, representadas na Figura 2.2, que também mostra um esquema com as instabilidades de lóbulos e fendas presentes na corrente. A força motriz da frente da corrente é o gradiente de pressões causado pela diferença de densidade, se caracterizando por uma forte tridimensionalidade e intensa mistura, condicionando o comportamento geral da corrente (Simpson, 1997 [67]). Em geral, a cabeça apresenta um formato aproximadamente semi-elíptico, com uma altura maior que a do corpo e da cauda.

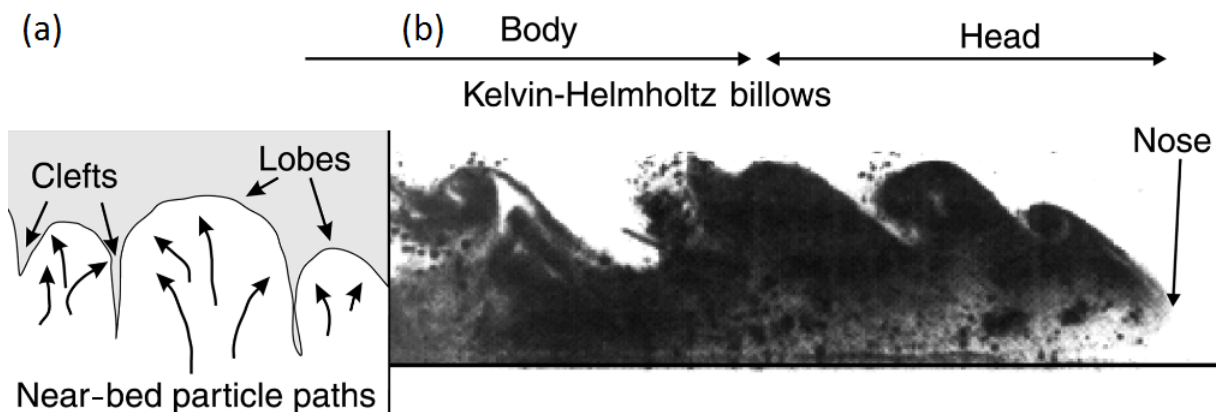


Figura 2.2: Anatomia de correntes de turbidez. (a) Vista inferior de esquema das instabilidades de lóbulo e (b) vista lateral de corrente de densidade salina com cabeça, nariz e corpo, apresentando instabilidades de Kelvin-Helmoltz. Fonte: Kneller e Buckee (2000) [35].

Segundo Middleton (1993) [48], o balanço de massa e de quantidade de movimento da cabeça se diferencia muito do corpo e da cauda, pois, para avançar, a frente deve deslocar o fluido ambiente que geralmente está em repouso. Esse processo acelera o fluido ambiente para montante e cria uma resistência ao fluxo que é maior do que a produzida pela tensão de cisalhamento com o fundo e a interface. Portanto, a frente da corrente deve ser mais densa do que o corpo e a cauda (nos quais apenas a resistência do fundo e da interface atuam) para ter mais energia potencial gravitacional e vencer a resistência do fluido ambiente em repouso.

Ainda segundo Middleton (1993) [48], a tensão de cisalhamento junto ao fundo na frente da corrente produz uma região conhecida como “nariz” (Figura 2.2), que corresponde ao ponto de velocidade máxima, em que a parte mais avançada da frente não está junto ao fundo, mas um pouco acima, devido à condição de não deslizamento. A dinâmica no nariz resulta em instabilidades gravitacionais, produzindo as estruturas de lóbulos e fendas (Figura 2.2) vistas na frente da corrente: segundo Simpson (1997) [67], quando o “nariz” passa por cima da camada do fluido ambiente, o fluido menos denso é carregado para cima e misturado pela turbulência na cabeça, formando instabilidades. Para Middleton (1993) [48], a parte superior, no final da cabeça, ainda apresenta um outro tipo de instabilidade devida à influência da tensão de cisalhamento viscoso com o fluido ambiente, criando instabilidades de Kelvin-Helmoltz (Figura 2.2) e, por consequência, uma camada de mistura turbulenta.

O corpo da corrente, por sua vez, é dominado pela força gravitacional e é a região onde a sedimentação, em geral, ocorre. O corpo tem um comportamento estável e dividido em camadas, com padrões de fluxo semelhantes a esteiras turbulentas a jusante de corpos sólidos se movendo em um fluido estacionário. Porém, nesse caso, o corpo é fluido e com a massa sendo perdida constantemente atrás da cabeça com a quebra dos vórtices (Middleton, 1993 [48]). A velocidade média do corpo é maior do que a cabeça, o que é consequência da mistura de fluido entre as duas partes e faz o corpo empurrar a cabeça. O movimento do corpo pode ser aproximado com uma equação de Chézy modificada para canais abertos, dependente do declive (Middleton, 1993 [48] e Meiburg e Kneller, 2010 [47]).

Na cauda ocorre o estágio final da corrente e a velocidade é baixa, a corrente é mais diluída e a altura é menor (a corrente é menos densa). A cauda é a região em que os sedimentos mais finos sofrem deposição.

As correntes de volume finito, conhecidas como de *lock-exchange* ou *lock-release* (Hacker et al. 1996 [28]) devem ser dominadas pelas propriedades da frente, diferentemente das de fluxo contínuo, que são dominadas pelo corpo.

O perfil de velocidades de uma corrente de turbidez guarda semelhanças com o perfil de velocidades de um jato turbulento de parede muito curto. Um esquema dos perfis de velocidade e de densidade de uma corrente de turbidez é mostrado na Figura 2.3, em que se criam duas

regiões: a interna limitada pelo fundo do canal e pelo ponto de velocidade máxima, caracterizada pela velocidade nula junto ao fundo e que aumenta até o valor máximo e com uma altura relativamente pequena; a externa, localizada do ponto de velocidade máxima até a interface da corrente de densidade com o meio e caracterizada pela diminuição gradual da velocidade ao longo de uma altura maior do que a região anterior.

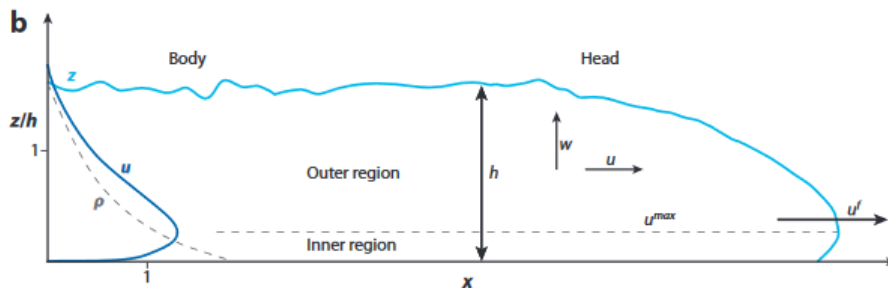


Figura 2.3: Perfis de velocidade e de densidade típicos de uma corrente de turbidez. Fonte: Meiburg e Kneller (2010) [47].

A estrutura vertical da corrente foi estudada por Stacey e Bowen (1988) [70] através da divisão da corrente em regiões: a região interna possui um gradiente de velocidade positivo (a velocidade aumenta ao se afastar da parede), semelhante à camada limite turbulenta; a região externa, localizada acima da região interna, com gradiente negativo de velocidade (a velocidade que diminui no sentido de se afastar da parede) e tensão de cisalhamento inversa, e com uma espessura de 5 a 10 vezes maior do que a camada interna. Já a distribuição de concentração é determinada pela distribuição de material suspenso e apresenta um máximo junto ao fundo (Kneller e Buckee, 2000 [35]). Para Baas et al. (2005) [4], a distribuição espacial de sedimentos suspensos é instável e é controlada pela relação entre a velocidade de queda e a componente vertical da velocidade, corroborando a explicação proposta por Garde e Ranga (1977) [22] para os mecanismos de suspensão no transporte de sedimentos.

### 2.3.2 INÍCIO DO MOVIMENTO E MECANISMOS DE SUSPENSÃO

Segundo Meiburg e Kneller (2010) [47], o início de correntes de turbidez depende da formação de sedimentos em suspensão. Notavelmente, a fonte mais reconhecida são deslizamentos de solo (tanto submarino quanto no continente) que atingem corpos de água. Estes deslizamentos podem ser ocasionados por terremotos (como no evento de 18 de novembro de 1929,

*Grand Banks*, relatado por Piper et al. 1999 [61]) ou outros eventos extremos. São fatores que desencadeiam a formação de correntes de turbidez, ainda, a variação do nível submarino (a diminuição do nível expõe áreas antes submersas e instabiliza o talude, facilitando o deslizamento, como exposto por Blum et al. 2009 [9]) ou o simples depósito de material na encosta.

O início do movimento de correntes de densidade pode se originar de rios em cheia, que desaguam em lagos e oceanos, trazendo sedimentos arrancados do solo pela chuva. Quando desaguam no oceano, com o auxílio de ondas ou da maré, podem criar fluxos hiperpicnais (MEIBURG e KNELLER, 2010 [47]), pois a massa específica da água do mar é maior do que a dos rios com sedimentos. Quando a densidade dessa pluma é maior do que a do fluido ambiente, há a submersão fruto da diferença de densidade, formando uma corrente de densidade hipopical.

Outros mecanismos de início de movimento incluem a ação de ondas costeiras impulsionadas por tempestades que atingem praias com margens ativas, como em San Diego, no estado americano da Califórnia (Inman et al., 1976 [33]) e a ação de ondas de gravidade na zona de rebentação, que pode estimular a ressuspensão de material de fundo. Finalmente, a ação humana também pode criar correntes de turbidez, como a que aconteceu no rompimento da barragem de dejetos da Samarco no Rio Doce, quando estes atingiram a foz, e o deslizamento de terra ocorrido na construção do aeroporto de Nice, na região da Costa Azul, no sul da França, em 1979 (Anthony e Julian, 1997 [2]).

Mânica (2009) [45] destaca os diversos mecanismos de suporte de grãos existentes para o transporte de sedimentos, dependentes da concentração de sedimentos, da reologia da mistura água e sedimento e do tipo de sedimento, entre outros. As correntes de turbidez se caracterizam por serem fluxos cujo principal mecanismo de suporte é a turbulência, em que as flutuações da componente vertical da velocidade são responsáveis por manter os grãos em suspensão na corrente.

### 2.3.3 INTERAÇÃO COM O FUNDO E GERAÇÃO DE DEPÓSITOS

Segundo Meiburg e Kneller (2010) [47], erosão e deposição de correntes de turbidez são responsáveis por muitas das características do assoalho submarino. Os depósitos de correntes

de turbidez, chamados de turbiditos, são sistemas que se autorregulam, semelhantes a deltas de rios, variando em formas e extensão de alguns a milhares de quilômetros, muitas vezes apresentando diques que lembram canais fluviais. Segundo Normark et al. (1997) [58], a deposição de sedimentos pode aumentar a cota tanto do canal quanto dos diques, fazendo com que fique elevado em relação ao assoalho próximo. Existe uma interação muito forte entre o fundo e a corrente, em que um afeta o outro e vice-versa, por exemplo, quando a batimetria da região é confinada, o depósito tende a ser contínuo, ou quando há a geração de ondas de sedimento de larga escala, quando a corrente passa por um ponto de inflexão da topografia, como na crista do dique submarino ou a base do talude continental (Gervais et al. (2006) [24]).

Ao analisar-se um corte vertical, os turbiditos são organizados em camadas e a sequência idealizada por Bouma (1962) [10] divide em fácies, de A a E (Figura 2.4):

- A face A representa a camada de material mais grosso mas de granulometria misturada de areias finas e grossas e, possivelmente, cascalho;
- A face B representa a camada formada por lâminas planas de areia média e fina;
- A face C representa a camada laminada ondulada de areia fina;
- A face D representa a camada laminada de silte e
- A face E representa a camada com material argiloso e de granulometria misturada.

Segundo Middleton (1993) [48], um único modelo teórico vertical para as estruturas de um turbidito com toda a sequência de Bouma é bastante raro, geralmente apresentando apenas alguns horizontes e não a totalidade. Muitas vezes, a camada E não é encontrada pois o material é muito fino, não sedimenta e é levado pela correnteza. Turbiditos podem ser classificados como proximais, em que as camadas A, B e C estão mais presentes, ou distais, em que as camadas mais presentes são B e C.

#### 2.3.4 MODELOS NUMÉRICOS PARA CORRENTE DE TURBIDEZ

Os modelos a seguir expostos são alguns dos utilizados para a representação de correntes de turbidez, existindo, portanto, diversas abordagens possíveis às correntes de turbidez.



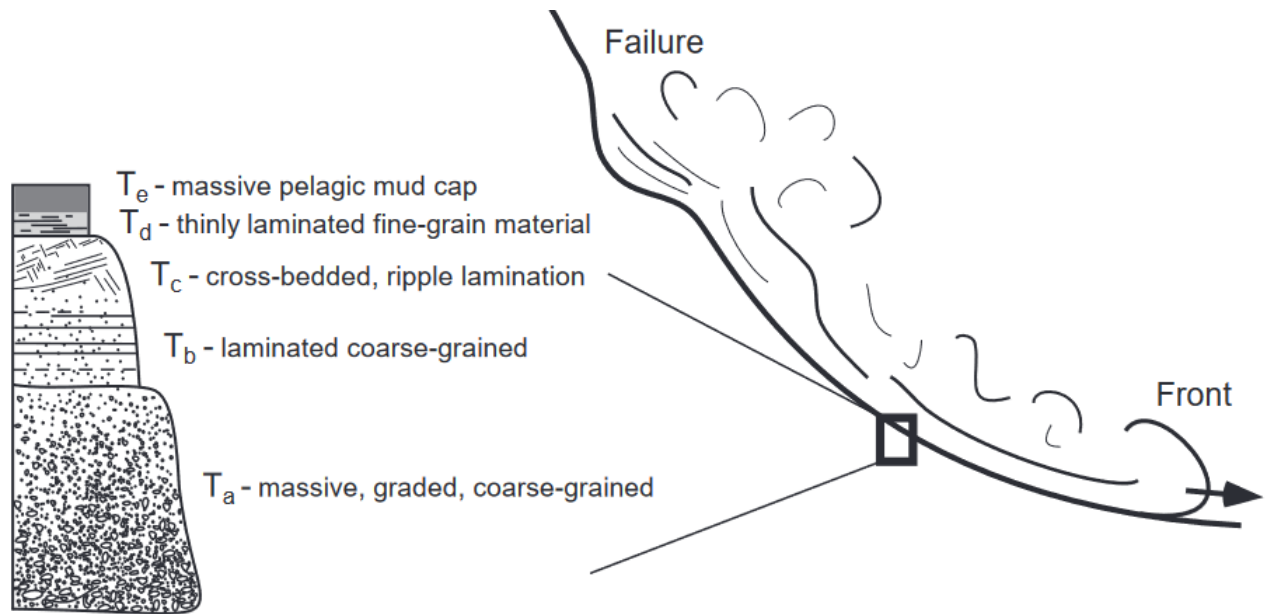


Figura 2.4: A Sequência de Bouma e sua localização no fundo de uma corrente de turbidez (Parsons, 2007 [60], Kneller, 1995 [34] e Bouma, 1962 [10]).

Para Meiburg e Kneller (2010) [47], a hipótese de um mecanismo de instabilidade na construção do leito submarino gerou diversos trabalhos que utilizam modelos de escoamento médio, que têm como desvantagem a incapacidade de simular detalhadamente as interações entre o fundo do canal e as estruturas tridimensionais do escoamento. Por outro lado, modelos de transporte de sedimentos, que conseguem representar detalhadamente tal interação, também foram criados.

Como exemplo de modelos mais detalhados, tem-se o trabalho de Hall et al. (2008) [29], que emprega as equações completas de Navier-Stokes em uma análise de estabilidade linear da interação entre corrente de turbidez deposicional e fundo erodível, com o objetivo de identificar potenciais mecanismos na formação de canais. Este trabalho concluiu que, para que instabilidades junto ao fundo ocorram, o perfil de concentração de sedimentos do escoamento base precisa decair mais lentamente do que o perfil de tensão de cisalhamento dentro da corrente. Sob essas condições, uma saliência no fundo estará em um ambiente onde a erosão decai mais rapidamente do que a sedimentação e então a saliência crescerá. Inversamente, um vale no fundo perceberá a erosão aumentar mais fortemente do que a sedimentação, novamente amplificando a perturbação inicial.

Outro exemplo de modelo, que também emprega as equações completas de Navier-Stokes, é

o proposto por Lucchese et al. (2019) [44], que utilizam uma DNS, com o código *Incompact3D* (Laizet e Li, 2011 [40]), para simular correntes de turbidez tridispersa com um método evolutivo de depósito, em que o fundo é atualizado durante a simulação. O método evolutivo de depósito (EDM) calcula o volume de depósito e atualiza a posição do fundo durante a simulação. O trabalho conclui que o erro causado em não se considerar a mudança na topografia devido ao depósito aumenta com o tempo. Para o caso inicial de terreno plano, a frente da corrente é igual com ou sem mudança no fundo. Os autores ainda avaliaram uma corrente se propagando sobre o depósito de outra corrente.

O código *Incompact3D* (Laizet e Li, 2011 [40]), também foi utilizado em uma DNS por Francisco et al. (2018) [21] para avaliar a influência do número de Reynolds e da velocidade de queda em correntes de turbidez com deposição (mas sem erosão ou ressuspensão) e com propagação tanto na direção do fluxo quanto na direção transversal, semelhante a um delta de um rio, em que o escoamento “se abre” ao não ficar confinado em um canal. O trabalho conclui que a velocidade de queda tem uma influência forte na extensão da corrente, na taxa de sedimentação, na massa suspensa e na forma das estruturas de lóbulo e fenda, enquanto o número de Reynolds afeta o tamanho e o número de vórtices na frente da corrente e a energia do escoamento. As taxas de sedimentação observadas para o formato semelhante a um delta são muito mais altas, do que as taxas de sedimentação em um canal fechado, com forte influência da velocidade de queda.

Nasr-Azadani e Meiburg (2014) [54] utilizaram o código TURBINS (Nasr-Azadani e Meiburg, 2011 [55]), baseado nas equações de Navier-Stokes, em DNS de corrente de turbidez bidispersas, com fundo tridimensional, com elevação em formato gaussiano para avaliar os efeitos da velocidade de queda e a influência da topografia na velocidade da frente, com a primeira apresentando maior influência. Os autores concluíram que a influência do número de Reynolds é pequena sobre a velocidade da frente, porém é grande para as instabilidades de lóbulo e fenda. A interação com a elevação deforma a vorticidade da camada limite do fundo em vórtices tipo ferradura e em casos onde a elevação gaussiana é maior, a corrente dissipa mais energia ao passar pelo obstáculo, causando uma diminuição da velocidade da frente. Além disso, em obstáculos maiores há a deflexão da corrente para o lado, aumentando a altura da corrente nas

regiões laterais, pois a largura disponível para o escoamento fica reduzida. Entretanto, quando a elevação é pequena, a corrente se propaga mais rapidamente. A interação entre a corrente e o fundo origina uma variedade de mecanismos com dinâmicas opostas, portanto, a corrente é bastante suscetível a características topográficas, tornando relevantes estudos em que a erosão e a sedimentação também atuem modificando o fundo, pois, assim como demonstrado por Lucchese et al. (2019) [44], há grande diferença entre fundo que evolui conforme o escoamento se desenvolve sobre ele e um fundo fixo.

Biegert et al. (2017) [8] utilizam um método que simula partícula a partícula para a concentração de sedimentos em uma DNS com a finalidade de investigar, entre outros, a física de correntes de turbidez na interação com o topografia submarina. O trabalho utiliza uma representação bastante precisa da dinâmica da erosão e da ressuspensão, com um modelo que resolve grão a grão o fluxo nas regiões de alta concentração, perto do fundo com sedimentos e na parte erodível do fundo. Nessas simulações, o fluxo entre cada partícula é considerado como um meio poroso, é resolvido utilizando o Método das Fronteiras Imersas (IBM) e a interação entre as partículas leva em conta um modelo de colisão. Os autores concluem que são necessários mais estudos na modelagem de correntes de turbidez de alta concentração com erosão, ressuspensão e transporte de fundo (conhecido como *bedload*), especialmente para a dinâmica próxima do fundo, que é governada por interações do fluido com as partículas e das partículas entre si.

Já Guerra et al. (2013) [27] utilizam as equações de Navier-Stokes para simular correntes de turbidez monodispersas com deposição e velocidade de queda em modelo acoplado de fluxo incompressível e transporte de partículas. O modelo de turbulência utilizado é o RBVMS (Modelo multiescalar variacional com base em resíduos: *Residual-Based Variational Multiscalar*, em inglês), que é uma espécie de LES, que divide o escoamento em grandes escalas, explicitamente simuladas no escoamento, e pequenas escalas, em modelo submalha. Os autores demonstram que tal modelo funciona adequadamente para representar quantidades globais, como a velocidade da frente e o número de Froude e tem comportamento menos dissipativo do que modelo submalha de Smagorinsky, mostrando melhor resolução dos vórtices de Kelvin-Helmholtz. Os autores apontam para o comportamento distinto de duas regiões na corrente: o corpo, com vor-

ticidade transversal ao fluxo dominante; e a cabeça, com estruturas de vorticidade sem direção preferencial, o que aumenta a mistura de sedimentos ao longo da região próxima ao fundo.

Kyrousi et al. (2018) [39] utilizam as equações de Navier-Stokes com um termo adicional para representar as menores escalas em um LES, aplicando o Método de Diferenças finitas em segunda ordem, para estudar a captação de sedimentos por uma corrente salina se propagando sobre um meio erosível. A metodologia aplicada para a erosão considera, para o início do movimento, uma tensão crítica dependente do material de fundo e das condições do escoamento a partir do diagrama de Shields modificado. Já a erosão é função da diferença entre a tensão de cisalhamento no fundo e a tensão crítica, do tamanho do sedimento e do peso específico do mesmo. As condições de contorno para os sedimentos no fundo do leito levam em conta a erosão, a sedimentação, o gradiente de concentração e a velocidade de queda. Segundo os autores, a tensão de cisalhamento é o principal mecanismo que coloca as partículas em movimento; porém, rajadas turbulentas e flutuações verticais da velocidade também são necessárias para neutralizar a velocidade de queda e manter o material em suspensão. O estudo confirma que, em geral, a captação de sedimentos é predominante na cabeça da corrente, onde a turbulência e o gradiente de velocidade são mais fortes, apresentando altos picos de tensão de cisalhamento. A turbulência é responsável por levantar o material, pois forma uma camada cisalhante perto da parede, imediatamente atrás da cabeça.

Ge et al. (2017) [23] utilizam o software comercial Flow 3D™ em um modelo RANS, do tipo  $K - \epsilon$ , com algoritmo misto em diferenças finitas e volumes finitos para simular correntes de turbidez em escala natural (100 m de espessura e 2000 m de largura), não confinadas, em um domínio com declive e com um pequeno aclave a jusante, sem considerar erosão. Os autores concluem que o desenvolvimento de padrões tridimensionais de vórtices de Kelvin-Helmoltz divide o fluxo em parcelas grossas com velocidade alta e baixa concentração, separadas por parcelas finas com velocidade baixa e alta concentração. O aclave gerou um fluxo reverso junto ao fundo, ressuspensão em torno de 10% do volume, misturando os depósitos e a deposição fez o ângulo do aclave a jusante do declive aumentar. Foram identificadas quatro zonas de sedimentação: uma junto ao *lock-exchange* em formato de aclave e na direção do fluxo e outras três zonas transversais ao fluxo, nas margens, no pé da escarpa e próxima a crista do aclave.

Huang et al. (2019) [32] utilizam um modelo bidimensional, em escala natural, baseado nas equações de águas rasas (e que portanto considera a pressão como hidrostática) que considera o entranhamento e a fricção com o fundo na corrente, adicionando um termo de viscosidade turbulenta as equações. Após a validação com dados de modelo físico reduzido, os autores concluíram que o modelo numérico mostrou-se capaz de reproduzir o tempo de chegada e a concentração de uma corrente de turbidez em um reservatório. Entretanto, o modelo apresentou limitações, como a predição de concentração localmente nas proximidades a comportas para correntes de turbidez em reservatórios.

Liu et al. (2017) [42] desenvolveram modelo bidimensional, adaptado das equações de Saint-Venant (e que portanto considera a pressão como hidrostática) com o Método de Volumes Finitos e malha triangular não estruturada em um esquema *upwind* de segunda ordem para simular o escoamento médio de correntes de turbidez sobre um fundo erodível. São características da formulação do modelo a garantia de valores não negativos de concentração e profundidade e o bom funcionamento do termo fonte através de sua discretização para o transporte de fundo (*bed load*). Os autores concluem que o modelo é capaz de lidar com grandes gradientes e, devido a sua formulação, respeita as leis de conservação de massa e de quantidade de movimento da água e dos sedimentos.

Yan et al. (2018) [76] utilizam o código MIKE3, que resolve as equações tridimensionais de Navier-Stokes e considera a turbulência como anisotrópica em dois modelos distintos para a viscosidade turbulenta horizontal e vertical, respectivamente um modelo Smagorinsky e um modelo  $k - \epsilon$ . Os autores compararam simulações numéricas com dados experimentais de correntes de turbidez contínuas e por pulso se propagando sobre fundo plano, considerando, para o modelo numérico, a velocidade de queda e a deposição. Concluíram que o modelo representa satisfatoriamente a superfície livre, a velocidade da frente e o perfil de concentração da corrente. Ademais, para tempos iniciais, a velocidade da corrente não varia para as diferentes concentrações, porém, para tempos avançados, concentrações maiores apresentam velocidades maiores e correntes contínuas apresentam velocidade constante e baixa aceleração conforme avançam, diferentemente das correntes por pulso, que apresentam desaceleração.

Baghalian e Ghodsian (2017) [5] utilizam modelo de inteligência artificial treinado com

dados experimentais para prever perfis de velocidade de correntes de turbidez em canal com declive abrupto. O modelo de inteligência artificial é baseado em dados de entrada, conexões entre variáveis e dados de saída. Os autores concluíram que conforme há um aumento da concentração na corrente, esta avança mais rapidamente. Além disso, a inteligência artificial é capaz de prever perfis de velocidade de maneira satisfatória, porém precisa de muitos dados para ser bem treinada e apresentar bons resultados.

A tabela 2.1 mostra um resumo dos trabalhos numéricos citados, observando a metodologia aplicada e o foco do trabalho.

### 2.3.5 MODELOS FÍSICOS PARA CORRENTE DE TURBIDEZ

Os trabalhos experimentais, apesar de não serem o foco desta dissertação, também apresentam resultados relevantes para a modelagem das correntes de turbidez, além de apresentarem dados de posição da frente e depósitos que podem ser utilizados para a validação de códigos numéricos.

Baas et al. (2016) [3], que demonstraram que correntes de turbidez, sob condições adequadas, adentram em substratos de lama fluida, propagando-se tanto por cima do leito, quanto dentro dele. Os autores também validaram dados de limite de propagação da corrente dentro da lama fluida através de método que leva em conta o gradiente do Número de Richardson. Esse método também é utilizado para verificar a estabilidade desse tipo de escoamento em meios naturais. Os autores destacam que outras interações da corrente com a lama fluida também podem ocorrer, como a passagem simples, a erosão, a deposição, a mistura e a deformação, dependendo das características do escoamento, do sedimento e do substrato.

Experimentalmente as formas de fundo geradas por correntes de densidade também foram estudadas por Koller et al. (2017) [36] que comparam diagramas de formas de fundo geradas no meio fluvial com as formas de fundo geradas por correntes de densidade salinas. Este trabalho concluiu que tais diagramas não se mostraram adequados para a previsão do leito gerado por correntes de densidade, pois há diferenças entre correntes de turbidez e escoamentos fluviais em seus perfis de concentração e de velocidade. Existindo, assim, a necessidade de elaboração de diagramas adequados para as formas de fundo geradas por correntes de densidade.

Tabela 2.1: Trabalhos numéricos citados

Trabalho	Metodologia	Foco
Hall et al. (2008) [29]	Equações completas de Navier-Stokes	Análise de estabilidade linear
Lucchese et al. (2019) [44]	DNS de corrente polidispersa com método de modificação do fundo durante simulação	Método de atualização do fundo durante simulação e comparação com fundo fixo
Francisco et al. (2018) [21]	DNS de corrente com deposição	Influência de $Re$ e $u_s$ na deposição de corrente em leque
Nasr-Azadani e Meiburg (2014) [54]	DNS de corrente bidispersa com fundo com elevação gaussiana	Avaliar efeitos de $u_s$ e topografia na velocidade de frente
Biegert et al. (2017) [8]	DNS com método que simula cada partícula para concentração de sedimentos	Interação da corrente de turbidez com a topografia submarina
Guerra et al. (2013) [27]	LES com modelo de turbulência RBVMS para correntes monodispersas com $u_s$	Utilização do modelo RBVMS para correntes de turbidez monodispersas com $u_s$
Kyrousi et al. (2018) [39]	LES e modelo de erosão com tensão de cisalhamento crítica	Captação de sedimentos e transporte destes por uma corrente de densidade salina em meio erodível
Ge et al. (2017) [23]	RANS com modelo de turbulência $k - \epsilon$	Simulação de correntes de turbidez em escala natural com deposição e ressuspensão
Huang et al. (2019) [32]	Modelo 2D baseado nas equações de águas rasas com entranhamento e fricção com o fundo, em escala natural	Simulação de correntes de turbidez em reservatório em escala natural
Liu et al. (2017) [42]	Modelo 2D adaptado das equações de Saint-Venant com esquema <i>upwind</i> de segunda ordem	Escoamento médio de correntes de turbidez sobre fundo erodível
Yan et al. (2018) [76]	RANS com turbulência anisotrópica: Modelo de Smagorinsky para horizontal e $k - \epsilon$	Comparação de correntes contínuas e por pulso se propagando sobre fundo plano com deposição
Baghalian e Ghodisian (2017)	Modelo de inteligência artificial treinado com dados experimentais	Predição de perfis de velocidade de corrente de turbidez em canal com declive abrupto

Gladstone et al. (1998) [25] realizaram experimentos físicos com correntes de turbidez bidispersas de volume constante, avaliando sua propagação e seu depósito, de onde os autores concluíram que ambos os fatores avaliados são fortemente influenciados pelo tamanho das partículas em suspensão. Demonstrou-se, também, um efeito não linear da mistura de diferentes proporções de sedimentos grossos e finos, tanto para o depósito quanto para a propagação da corrente, em que a adição de pequenas quantidades de material mais fino faz a corrente avançar

mais e ser mais duradoura. Este trabalho também é de especial interesse pois seus resultados são comparados pelo presente trabalho para validação, assim como diversos trabalhos numéricos, como Lucchese et al. (2019) [44] e Nasr-Azadani et al. (2013) [53].

Baghalian e Ghodsian (2020) [6] realizaram uma série de experimentos sobre o efeito de rugosidade artificiais em correntes de turbidez se propagando sobre mudança abrupta de inclinação de fundo, onde desenvolveram equações para estimar a velocidade da corrente sobre fundos lisos e rugosos e concluíram que os diferentes arranjos de macrorrugosidades utilizados não tem influência significativa na velocidade da frente da corrente, especialmente para concentrações mais baixas. Já Gladstone e Pritchard (2010) [26] estudaram padrões deposicionais de correntes de turbidez experimentais que inicialmente eram do tipo hiperpicnal, propagando-se pelo fundo do canal, mas que, após parte do material sofrer deposição e a massa específica da corrente diminuir, tornaram-se hipopicnais, propagando-se junto a parte de cima do canal. Assim, os autores concluíram que a elevação da corrente pode estimular a formação de depósitos tabulares, diferentemente dos depósitos tradicionais de correntes de turbidez, bem como estimular o desacoplamento dos depósitos dos finos e grossos, em que os grossos são depositados antes ou durante a reversão e os finos são varridos para cima e para longe. Os autores ainda apontam a dificuldade de reconstruir a natureza do fluxo original a partir de dados de campo, pois diferentes composições iniciais de corrente podem gerar depósitos muito semelhantes, citando a necessidade de mais trabalhos no assunto.

Soler et al. (2017) [68] realizaram experimentos de corrente de turbidez em meio com cilindros verticais simulando vegetação e concluíram que, ao passar pelo arranjo de obstáculos, a corrente foi capaz de manter sedimentos em suspensão suficientes para manter o fluxo até que a influência do arrasto exercido pelos obstáculos fosse significativa, além disso, os padrões deposicionais são função da densidade de obstáculos, da concentração e do tamanho do sedimento e da distância da fonte da corrente. Tais padrões podem ser divididos em regiões dominadas pela inércia, que ocorrem no começo do canal, com taxas de deposição decrescendo monotonamente e em regiões dominadas pelo arrasto, em que as taxas de deposição tendem ao máximo.

Já Straub et al. (2011) [72] quantificaram a influência da sinuosidade para os mecanismos de deposição de correntes de turbidez e concluíram que, quando a energia cinética excede a



energia potencial associada ao ganho de elevação do canal, dificilmente a corrente fica contida neste canal. Os autores também concluíram que a sinuosidade tende a misturar verticalmente o material suspenso, diminuindo a taxa de deposição da corrente.

Manica et al. (2006) [46] realizaram experimentos com correntes de diferentes massas específicas, concentrações e tamanho de sedimento para analisar sua geometria, sua dinâmica e seu depósito. Os autores concluíram que a velocidade aumenta para correntes com maiores massas específicas ou com sedimentos mais finos e que o volume do depósito tem um decaimento exponencial, com o material grosso depositando a montante e o material fino tendo depósito mais distribuído.

A Tabela 2.2 mostra um resumo dos trabalhos experimentais citados, bem como o foco desses trabalhos.

Tabela 2.2: Trabalhos experimentais citados

<b>Trabalho</b>	<b>Foco</b>
Baas et al. (2016) [3]	Interação de correntes de turbidez com fundo composto por lama fluida
Koller et al. (2017) [36]	Comparação de diagramas de forma de fundo geradas em meio fluvial com formas de fundo geradas por correntes de densidade salinas
Gladstone et al. (1998) [25]	Depósito e propagação de correntes de turbidez bidispersas
Baghalian e Ghodsian (2020) [6]	Efeito de rugosidade artificial em correntes de turbidez
Gladstone e Pritchard (2010) [26]	Correntes de turbidez que se elevam e depositam materiais grossos e finos
Soler et al. (2017) [68]	Depósitos de correntes de turbidez em meio com vegetação de obstáculo
Straub et al. (2011) [72]	Influência da sinuosidade nos depósitos de correntes de turbidez
Manica et al. (2006) [46]	Análise da geometria, dinâmica e depósito de correntes de turbidez

### 3 METODOLOGIA

O uso adequado de simulações numéricas necessita de equações que descrevam de maneira satisfatória os fenômenos, bem como uma discretização adequada de tais equações e o emprego de métodos numéricos capazes de resolver suficientemente bem as equações discretizadas. Para a simulação numérica de correntes de densidade, neste trabalho será utilizado o código *SuLi* (Monteiro e Schettini, 2015 [51]), que resolve as equações da Continuidade (Eq. 2.1) e de Navier-Stokes (Eq. 2.19). A equação de Advecção-Difusão (Eq. 2.14), que é utilizada para representar a corrente de densidade, foi adicionada ao código por Morigi (2018) [52]. Os modelos matemáticos e numéricos utilizados no desenvolvimento do trabalho são apresentados de maneira detalhada, bem como as condições iniciais e de contorno utilizadas nas simulações. A metodologia numérica utilizada no código *SuLi* para resolver as equações da Continuidade e de Navier-Stokes está descrita detalhadamente em Monteiro (2014) [50].

No presente trabalho foi adicionado um termo de velocidade de queda na equação de Advecção-Difusão (Eq. 2.14) para representar a ação da força gravitacional sobre as partículas e foram implementadas diversas fórmulas para a determinação desta velocidade, conforme o diâmetro e a massa específica do sedimento. A condição de contorno foi modificada para simular a sedimentação e melhor representar as correntes de turbidez e sua interação com o leito submarino. A fim de simular escoamentos tridispersos, também foram adicionadas ao código uma segunda e uma terceira equação de Advecção-Difusão, de igual formato da primeira, e a equação que relaciona a concentração com a mudança de massa específica para cada um dos diâmetros.

#### 3.1 MODELO MATEMÁTICO

O equacionamento matemático utilizado tem como base princípios físicos oriundos da Mecânica dos Fluidos e do Transporte de Sedimentos. A equação da Continuidade (Eq. 2.1), em

coordenadas cartesianas e considerando a aproximação de Boussinesq válida, tem o formato:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3.1)$$

em que  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes da velocidade nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, com  $z$  representando o eixo vertical para cima. Já a equação de Navier-Stokes (Eq. 2.19), em coordenadas cartesianas, tem o formato:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\rho g}{\rho_0}, \quad (3.4)$$

com a gravidade atuando apenas na direção vertical através do termo  $\frac{\rho g}{\rho_0}$  na equação 3.4.

A aproximação de Boussinesq é válida quando as variações de massa específica não são suficientemente significativas. A equação da Continuidade pode ser escrita como 3.1 e nas equações Navier-Stokes 3.2, 3.3 e 3.4 a variação se dá no termo gravitacional e não nos termos referentes às forças inerciais, viscosas e de pressão. A massa específica da mistura água e sedimentos ( $\rho$ ) é modificada pela concentração de cada fração, conforme a equação 2.16 que, adaptada para concentrações tridispersas, é:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha_1 \phi_1 + \alpha_2 \phi_2 + \alpha_3 \phi_3). \quad (3.5)$$

A Figura 3.1 mostra um esquema utilizado no código para representar a geometria de fundo, considerando uma função  $h(x,y)$  em  $z = 0$  e fixo no tempo e onde  $\eta$  é a oscilação da superfície livre, que depende da posição nos eixos  $x$  e  $y$  e do tempo  $t$ .

Para o termo de pressão, utiliza-se a hipótese de separá-la em duas parcelas distintas: uma hidrostática, que considera a contribuição do peso de coluna de água; e uma não-hidrostática, referida à pressão dinâmica, que considera a contribuição oriunda da aceleração que o escoamento sofre.

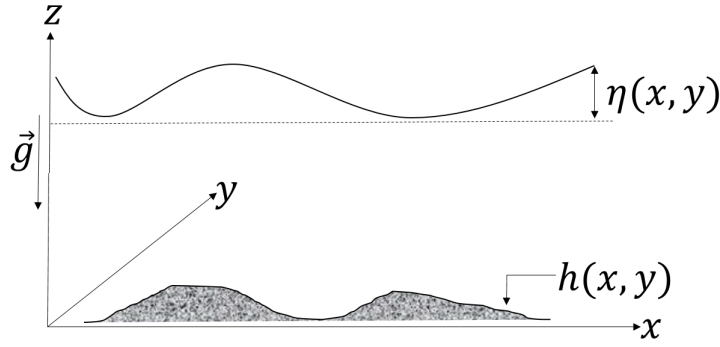


Figura 3.1: Esquema do sistema de coordenadas e funções para definir o fundo e a superfície livre no código *SuLi* com gravidade agindo exclusivamente na direção  $z$ .

mento sofre. Assim, a pressão é dada por:

$$p(x, y, z, t) = \rho_0 g [\eta(x, y, t) - z] + \rho_0 q(x, y, t), \quad (3.6)$$

em que a parcela  $\rho_0 g [\eta(x, y, t) - z]$  representa a pressão hidrostática e  $q$  é a contribuição dinâmica à pressão. Então o gradiente de pressão é dado por:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \rho_0 \frac{\partial q}{\partial x}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho_0 g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \rho_0 \frac{\partial q}{\partial y}, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 g + \rho_0 \frac{\partial q}{\partial z}. \quad (3.9)$$

Para este trabalho são desconsideradas as oscilações de nível da superfície livre  $\eta$ , porque o ambiente é de águas profundas e, dessa forma, se anulam as derivadas de  $\eta$  nas equações 3.7 e 3.8, obtendo-se:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial q}{\partial x}, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho_0 \frac{\partial q}{\partial y} \quad (3.11)$$

Assim, as equações 3.2, 3.3 e 3.4 tomam a forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial q}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial q}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial q}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g. \quad (3.14)$$

Para uma concentração de uma classe de sedimentos  $\phi$ , com velocidade de queda  $u_s$  e coeficiente de difusividade  $K$ , a equação de Advecção-Difusão (Eq. 2.14), em coordenadas cartesianas, sem fontes nem sumidouros, tem a forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + (w - u_s) \frac{\partial \phi}{\partial z} = K \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right). \quad (3.15)$$

Para outras classes de sedimentos, a equação é similar, com seus respectivos  $K$  e  $u_s$ .

### 3.2 MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico utilizado nesse trabalho é baseado no método de diferenças finitas e utiliza um esquema *upwind* de primeira ordem para a parte espacial, como descrito posteriormente. O código *SuLi* (Monteiro e Schettini, 2015 [51]) utiliza coordenadas cartesianas em uma malha tridimensional, com elementos regulares, ou seja, valores constantes de  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$ , e um esquema de diferenças finitas, onde  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_z$  representam o número de células nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. O domínio computacional tem dimensões  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$ , em que cada célula é numerada por meio dos índices  $i$ ,  $j$  e  $k$  em seu centro. As componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  da velocidade são calculadas nas respectivas faces perpendiculares ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ) das células, já a pressão dinâmica, as concentrações e a massa específica são calculadas no centro das células, conforme a Figura 3.2 mostra para as componentes da velocidade e para a pressão dinâmica. Assim, a malha é considerada deslocada. Dessa forma, faz-se necessária a interpolação das variáveis quando os cálculos realizados se referem a uma posição em que a variável não se encontra. No presente trabalho, as interpolações utilizadas de primeira ordem. No cálculo do campo de concentração (Eq. 3.15), as componentes da velocidade são interpoladas da face em que se encontram para o centro da célula. Já no cálculo das equação 3.12, 3.13 e 3.14, a pressão dinâmica é interpolada para a face em que se está executando o cálculo e a massa específica é interpolada para a face  $z$  na equação 3.14.

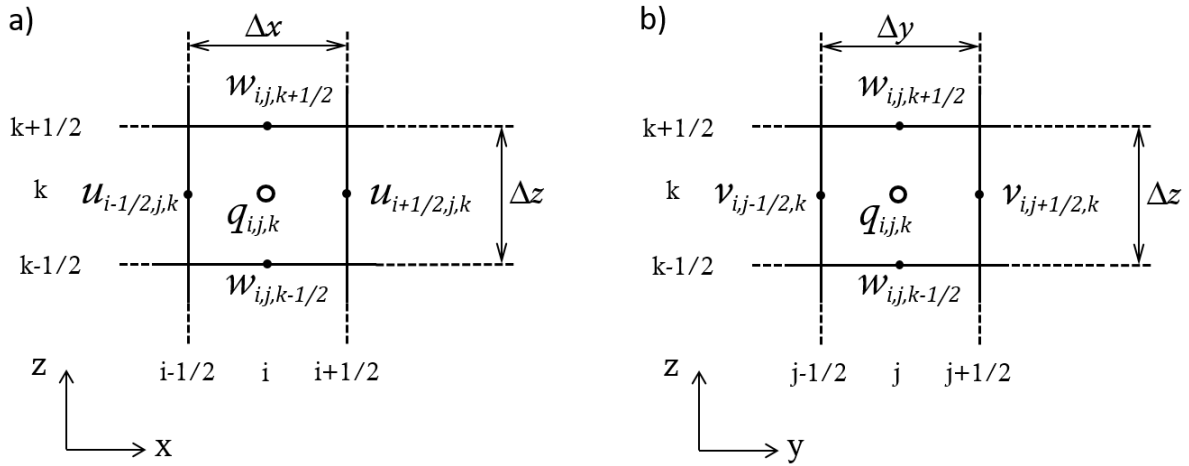


Figura 3.2: Malha do *SuLi*, com pressão dinâmica no centro da célula e componentes da velocidade nas faces perpendiculares a sua direção (adaptado de Monteiro, 2014 [50]).

### 3.2.1 MODELO HIDRODINÂMICO

O modelo hidrodinâmico é dividido em duas etapas, a primeira calcula o campo de velocidades utilizando uma aproximação hidrostática para a pressão (e cujas componentes da velocidades são nomeadas como  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{v}$  e  $\tilde{w}$ ) e a segunda etapa, que utiliza a pressão não-hidrostática para corrigir as componentes da velocidade calculadas na primeira etapa (e são nomeadas como  $u$ ,  $v$  e  $w$  pois representam a velocidade do escoamento). Um resumo dos procedimentos executados pelo código *SuLi* é descrito no fluxograma da Figura 3.3.

#### **PASSO HIDROSTÁTICO PARA O CÁLCULO DA VELOCIDADE**

A velocidade é calculada com aproximação hidrostática de pressão ( $\tilde{u}^{n+1}$ ,  $\tilde{v}^{n+1}$  e  $\tilde{w}^{n+1}$ ) através das equações de Navier-Stokes. Então, as equações 3.12, 3.13 e 3.14 ficam compostas pelas derivadas temporais, os termos convectivos, os termos difusivos e o termo gravitacional:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g, \quad (3.18)$$

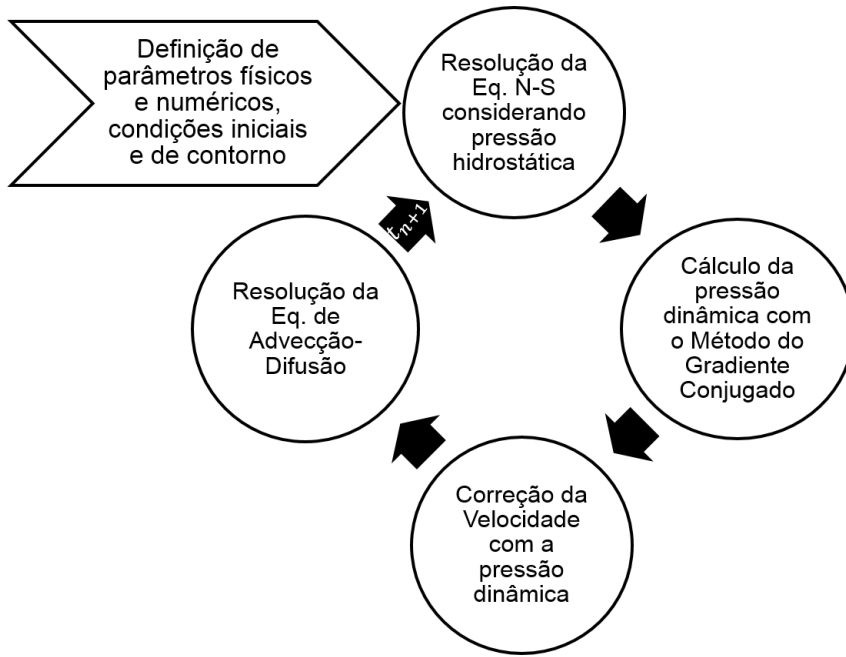


Figura 3.3: Fluxograma simplificado dos comandos executados pelo código *SuLi* para a resolução das Equações da Continuidade, Navier-Stokes e Advecção-Difusão.

Para o cálculo das componentes da velocidade não corrigida  $\tilde{u}^{n+1}$ ,  $\tilde{v}^{n+1}$  e  $\tilde{w}^{n+1}$ , a discretização das equações 3.16, 3.17 e 3.18 é feita utilizando-se a velocidade já corrigida pela pressão do tempo anterior ( $u^n$ ,  $v^n$  e  $w^n$ ), ou, para o primeiro laço temporal, o campo inicial de velocidades. Assim, as derivadas temporais, aproximadas com o método de Euler explícito tomam a forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^n}{\Delta t}, \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} \approx \frac{\tilde{v}_{i,j,k}^{n+1} - v_{i,j,k}^n}{\Delta t}, \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} \approx \frac{\tilde{w}_{i,j,k}^{n+1} - w_{i,j,k}^n}{\Delta t}. \quad (3.21)$$

Rearranjando as equações 3.16, 3.17 e 3.18 e utilizando as discretizações das equações 3.19, 3.20 e 3.21, tem-se:

$$\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1} \approx u_{i,j,k}^n - \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i,j,k}^n \Delta t + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)_{i,j,k}^n \Delta t, \quad (3.22)$$

$$\tilde{v}_{i,j,k}^{n+1} \approx v_{i,j,k}^n - \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)_{i,j,k}^n \Delta t + v \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)_{i,j,k}^n \Delta t, \quad (3.23)$$

$$\tilde{w}_{i,j,k}^{n+1} \approx w_{i,j,k}^n - \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,j,k}^n \Delta t + v \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)_{i,j,k}^n \Delta t - \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g \Delta t. \quad (3.24)$$

Os termos inerciais são chamados de  $Fu_{inerc}^n$ ,  $Fv_{inerc}^n$  e  $Fw_{inerc}^n$ , respectivamente para cada direção e dados por:

$$Fu_{inerc}^n = u_{i,j,k}^n - \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i,j,k}^n \Delta t, \quad (3.25)$$

$$Fv_{inerc}^n = v_{i,j,k}^n - \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)_{i,j,k}^n \Delta t, \quad (3.26)$$

$$Fw_{inerc}^n = w_{i,j,k}^n - \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{i,j,k}^n \Delta t, \quad (3.27)$$

e, da mesma forma, para os termos difusivos ( $Fu_{difusiv}^n$ ,  $Fv_{difusiv}^n$  e  $Fw_{difusiv}^n$ ) têm-se:

$$Fu_{difusiv}^n = v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)_{i,j,k}^n \Delta t, \quad (3.28)$$

$$Fv_{difusiv}^n = v \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)_{i,j,k}^n \Delta t, \quad (3.29)$$

$$Fw_{difusiv}^n = v \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)_{i,j,k}^n \Delta t. \quad (3.30)$$

Substituindo as equações 3.25 a 3.30 nas equações 3.22, 3.23 e 3.24, obtém-se:

$$\tilde{u}_{i,j,k}^{n+1} \approx Fu_{inerc}^n + Fu_{difusiv}^n, \quad (3.31)$$

$$\tilde{v}_{i,j,k}^{n+1} \approx Fv_{inerc}^n + Fv_{difusiv}^n \quad (3.32)$$

$$\tilde{w}_{i,j,k}^{n+1} \approx Fw_{inerc}^n + Fw_{difusiv}^n - \frac{\rho_{i,j,k} - \rho_0}{\rho_0} g \Delta t, \quad (3.33)$$

Assim como descrito por Monteiro (2014) [50], aplica-se o modelo proposto por Casulli e Cheng (1992) [14], com abordagem Euleriana-Lagrangeana, que leva em conta o sentido da velocidade e utiliza os Números de Courant locais da malha (calculado em cada célula com a componente da local da célula)  $a = u\Delta t/\Delta x$ ,  $b = v\Delta t/\Delta y$  e  $d = w\Delta t/\Delta z$ . Desta forma,  $Fu_{inerc}^n$ ,



$Fv_{inerc}^n$  e  $Fw_{inerc}^n$  são aproximados por:

$$Fu_{inerc}^n \approx (1-d)\{(1-a)[(1-b)u_{i,j,k}^n + bu_{i,j\pm 1,k}^n] + a[(1-b)u_{i\pm 1,j,k}^n + bu_{i\pm 1,j\pm 1,k}^n]\} \\ + d\{(1-a)[(1-b)u_{i,j,k\pm 1}^n + bu_{i,j\pm 1,k\pm 1}^n] + a[(1-b)u_{i\pm 1,j,k\pm 1}^n + bu_{i\pm 1,j\pm 1,k\pm 1}^n]\}, \quad (3.34)$$

$$Fv_{inerc}^n \approx (1-d)\{(1-a)[(1-b)v_{i,j,k}^n + bv_{i,j\pm 1,k}^n] + a[(1-b)v_{i\pm 1,j,k}^n + bv_{i\pm 1,j\pm 1,k}^n]\} \\ + d\{(1-a)[(1-b)v_{i,j,k\pm 1}^n + bv_{i,j\pm 1,k\pm 1}^n] + a[(1-b)v_{i\pm 1,j,k\pm 1}^n + bv_{i\pm 1,j\pm 1,k\pm 1}^n]\}, \quad (3.35)$$

$$Fw_{inerc}^n \approx (1-d)\{(1-a)[(1-b)w_{i,j,k}^n + bw_{i,j\pm 1,k}^n] + a[(1-b)w_{i\pm 1,j,k}^n + bw_{i\pm 1,j\pm 1,k}^n]\} \\ + d\{(1-a)[(1-b)w_{i,j,k\pm 1}^n + bw_{i,j\pm 1,k\pm 1}^n] + a[(1-b)w_{i\pm 1,j,k\pm 1}^n + bw_{i\pm 1,j\pm 1,k\pm 1}^n]\}, \quad (3.36)$$

Caso os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $d$  assumam valores positivos se utilizam os subíndices  $i-1$ ,  $j-1$  e  $k-1$ , respectivamente; caso contrário, os subíndices são  $i+1$ ,  $j+1$  e  $k+1$ .

Este método acompanha a partícula de maneira lagrangeana, a partir de sua posição no tempo anterior e rastreia sua nova posição no tempo posterior. Como a nova posição não necessariamente coincide com o ponto médio da face do respectivo elemento da malha, é necessário realizar a interpolação bilinear, como mostrado pelas equações 3.34, 3.35 e 3.36. Este procedimento é nomeado de *Multi-Step Backward Euler* (MSE) por Oliveira e Baptista (1998) [59].

Os termos difusivos são aproximados por um esquema em diferenças finitas centrado de segunda ordem:

$$Fu_{difusiv}^n \approx \nu \left( \frac{u_{i+1,j,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} + \frac{u_{i,j,k+1}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} \right), \quad (3.37)$$

$$Fv_{difusiv}^n \approx \nu \left( \frac{v_{i+1,j,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} + \frac{v_{i,j+1,k}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} + \frac{v_{i,j,k+1}^n - 2v_{i,j,k}^n + v_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} \right), \quad (3.38)$$

$$Fw_{difusiv}^n \approx \nu \left( \frac{w_{i+1,j,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} + \frac{w_{i,j+1,k}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} + \frac{w_{i,j,k+1}^n - 2w_{i,j,k}^n + w_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} \right). \quad (3.39)$$

Os valores obtidos com as equações 3.34 a 3.39 são utilizados nas equações 3.31, 3.32 e 3.33 para o cálculo das componentes da velocidade com aproximação hidrostática.

### CÁLCULO DA PRESSÃO DINÂMICA E CORREÇÃO DA VELOCIDADE

Para a correção da velocidade utiliza-se a pressão dinâmica, que se relaciona com a velocidade através dos termos de aceleração local e do gradiente de pressão dinâmica ( $\nabla q$ ) por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial y} \quad \text{e} \quad \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial z}. \quad (3.40)$$

Estas equações são discretizadas, conforme Monteiro (2014) [50], a partir da velocidade obtida com a aproximação hidrostática calculada anteriormente ( $\tilde{u}_{i+1/2,j,k}^{n+1}$ ,  $\tilde{v}_{i,j+1/2,k}^{n+1}$  e  $\tilde{w}_{i,j,k+1/2}^{n+1}$ ), da forma:

$$u_{i+1/2,j,k}^{n+1} \approx \tilde{u}_{i+1/2,j,k}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (q_{i+1,j,k}^{n+1} - q_{i,j,k}^{n+1}), \quad (3.41)$$

$$v_{i,j+1/2,k}^{n+1} \approx \tilde{v}_{i,j+1/2,k}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} (q_{i,j+1,k}^{n+1} - q_{i,j,k}^{n+1}), \quad (3.42)$$

$$w_{i,j,k+1/2}^{n+1} \approx \tilde{w}_{i,j,k+1/2}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta z} (q_{i,j,k+1}^{n+1} - q_{i,j,k}^{n+1}). \quad (3.43)$$

O princípio de conservação de massa é utilizado para o cálculo da pressão dinâmica e, para tanto, a Equação da Continuidade (Eq. 2.1) é discretizada em função das componentes da velocidade já corrigidas:

$$\frac{1}{\Delta x} (u_{i+1/2,j,k}^{n+1} - u_{i-1/2,j,k}^{n+1}) + \frac{1}{\Delta y} (v_{i,j+1/2,k}^{n+1} - v_{i,j-1/2,k}^{n+1}) + \frac{1}{\Delta z} (w_{i,j,k+1/2}^{n+1} - w_{i,j,k-1/2}^{n+1}) \approx 0 \quad (3.44)$$

para que, substituídas as equações 3.41, 3.42 e 3.43 em 3.44, se obtenha:

$$\Delta t \left( \frac{q_{i+1,j,k}^{n+1} - 2q_{i,j,k}^{n+1} + q_{i-1,j,k}^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{q_{i,j+1,k}^{n+1} - 2q_{i,j,k}^{n+1} + q_{i,j,k-1}^{n+1}}{\Delta y^2} + \frac{q_{i,j,k+1}^{n+1} - 2q_{i,j,k}^{n+1} + q_{i,j,k-1}^{n+1}}{\Delta z^2} \right) = \frac{\tilde{u}_{i+1/2,j,k}^{n+1} - \tilde{u}_{i-1/2,j,k}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{\tilde{v}_{i,j+1/2,k}^{n+1} - \tilde{v}_{i,j-1/2,k}^{n+1}}{\Delta y} + \frac{\tilde{w}_{i,j,k+1/2}^{n+1} - \tilde{w}_{i,j,k-1/2}^{n+1}}{\Delta z}. \quad (3.45)$$

Assim, a pressão dinâmica localizada nos sete pontos,  $q_{i+1,j,k}^{n+1}$ ,  $q_{i,j,k}^{n+1}$ ,  $q_{i-1,j,k}^{n+1}$ ,  $q_{i,j+1,k}^{n+1}$ ,  $q_{i,j-1,k}^{n+1}$ ,  $q_{i,j,k+1}^{n+1}$  e  $q_{i,j,k-1}^{n+1}$  constituem as sete variáveis para o sistema heptadiagonal a ser resolvido em todo o domínio. Para a resolução deste sistema, utiliza-se o Método do Gradiente Conjugado (Casulli e Cheng, 1992 [14]) de maneira adaptada por Monteiro (2014) [50]. O Método do Gradiente Con-

jugado é um algoritmo que reescreve as equações a serem resolvidas de maneira mais compacta e normaliza os coeficientes das incógnitas para diminuir o custo computacional. A diminuição do custo computacional contribui significativamente para o método, pois os coeficientes normalizados e as variáveis são estimadas de maneira iterativa até que o erro assuma um valor aceitável.

Finalmente, após o cálculo da pressão dinâmica, a velocidade é calculada utilizando as equações 3.41, 3.42 e 3.43.

### 3.2.2 RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ADVECCÃO-DIFUSÃO

O procedimento mostrado a seguir se refere à resolução da equação de Adveccão-Difusão para o caso de uma única classe de sedimento (único tipo de partícula). Para o caso polidisperso, resolve-se uma equação por cada diâmetro, com os respectivos associados.

A equação de Adveccão-Difusão (Eq. 3.15) tem o termo da derivada temporal aproximada com o método de Euler explícito da forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \approx \frac{\phi_{i,j,k}^{n+1} - \phi_{i,j,k}^n}{\Delta t}, \quad (3.46)$$

em que  $\phi_{i,j,k}^n$  representa a concentração no ponto de coordenadas  $(x,y,z)$  no  $n$ ésimo intervalo de tempo ( $n$ ) e  $\phi_{i,j,k}^{n+1}$  é a concentração no mesmo ponto no passo de tempo seguinte. Portanto, a equação 3.15 toma o formato:

$$\phi_{i,j,k}^{n+1} \approx \phi_{i,j,k}^n - \left( u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + w \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{i,j,k}^n \Delta t + K \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right)_{i,j,k}^n \Delta t, \quad (3.47)$$

onde define-se o termo inercial ( $F_{inerc}^n$ ) como:

$$F_{inerc}^n = \phi_{i,j,k}^n - \left( u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + w \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{i,j,k}^n \Delta t \quad (3.48)$$

e o termo difusivo como:

$$F_{difusiv}^n = K \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right)_{i,j,k}^n \Delta t. \quad (3.49)$$

Assim, reescrevendo-se a equação 3.47, tem-se:

$$\phi_{i,j,k}^{n+1} \approx F_{inerc}^n + F_{difusiv}^n \quad (3.50)$$

Esses dois termos são calculados de maneiras diferentes, pois o termo inercial necessita do campo de velocidades e, a fim de se manter a equidade do código, recebeu o mesmo tratamento dos termos convectivos da Equação de Navier-Stokes (Monteiro, 2014 [50]), baseado em uma discretização Euleriana-Lagrangiana que utiliza um esquema do tipo *upwind*, que leva em conta o sentido da velocidade. Utilizam-se os Números de Courant locais da malha ( $a = u\Delta t/\Delta x$ ,  $b = v\Delta t/\Delta y$  e  $d = w\Delta t/\Delta z$ , onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes da velocidade no ponto de cálculo) na discretização desse termo. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} F_{inerc}^n \approx & (1-d)\{(1-a)[(1-b)\phi_{i,j,k}^n + b\phi_{i,j\pm 1,k}^n] + a[(1-b)\phi_{i\pm 1,j,k}^n + b\phi_{i\pm 1,j\pm 1,k}^n]\} \\ & + d\{(1-a)[(1-b)\phi_{i,j,k\pm 1}^n + b\phi_{i,j\pm 1,k\pm 1}^n] + a[(1-b)\phi_{i\pm 1,j,k\pm 1}^n + b\phi_{i\pm 1,j\pm 1,k\pm 1}^n]\}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Caso os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $d$  assumem valores positivos se utilizam os subíndices  $i - 1$ ,  $j - 1$  e  $k - 1$ , respectivamente; caso contrário, os subíndices são  $i + 1$ ,  $j + 1$  e  $k + 1$ . Para as bordas do domínio são utilizados os pontos fora do domínio físico que tem seus valores determinados para garantir as condições de contorno, como demonstrado posteriormente.

Para o termo difusivo é utilizado um esquema centrado em diferenças finitas de segunda ordem, onde as derivadas segundas são dadas pela aproximação:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \approx \frac{\phi_{i+1,j,k} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i-1,j,k}}{\Delta x^2}, \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \approx \frac{\phi_{i,j+1,k} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i,j-1,k}}{\Delta y^2}, \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \approx \frac{\phi_{i,j,k+1} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i,j,k-1}}{\Delta z^2}. \quad (3.54)$$

Assim, o termo difusivo é calculado como:

$$F_{difusiv}^n \approx K \left( \frac{\phi_{i+1,j,k} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{\phi_{i,j+1,k} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} + \frac{\phi_{i,j,k+1} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i,j,k-1}}{\Delta z^2} \right). \quad (3.55)$$

Finalmente, definidos os termos das equações 3.51 e 3.55, faz-se o avanço temporal do campo de concentrações com a equação 3.50, resolvendo, dessa forma, a equação de Advecção-Difusão (Eq. 3.15). Então o código retorna para a resolução das Equações da Continuidade e de Navier-Stokes até que o tempo final de simulação seja atingido.

### 3.2.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno utilizadas para a velocidade são de deslizamento livre e de não deslizamento. A condição de não deslizamento é dada pela ausência de qualquer componente da velocidade junto ao fundo além de não existir fluxo da velocidade normal ao plano. Dessa forma, tal condição na parede do fundo ( $z = 0$ ) é dada por:

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (3.56)$$

Numericamente, como as componentes  $u$  e  $v$  não são calculadas exatamente na face  $z = 0$ , é necessário usar um ponto adicional fora do domínio físico para descrever a condição de contorno exatamente na fronteira, como apresentado na figura 3.4. Este ponto adicional têm subíndice  $k = 0$  para a face  $z = 0$  (e subíndice  $k = N_z + 1$  para a face  $z = L_z$ ). Então a condição de contorno da equação 3.56 é dada, no código, por:

$$u_{i,j,k=0} = -u_{i,j,k=1}, \quad v_{i,j,k=0} = -v_{i,j,k=1}, \quad w_{i,j,k=1} = 0 \quad \text{e} \quad w_{i,j,k=0} = w_{i,j,k=2} \quad (3.57)$$

em que os subíndices  $i$  e  $j$ , variam de  $1 \leq x \leq N_x$  e  $1 \leq y \leq N_y$ , respectivamente.

A condição de deslizamento livre não permite a existência de fluxo junto à parede nem o desenvolvimento de tensões cisalhantes, o que permite a existência de velocidades tangenciais ao plano, mas não de velocidades normais ao plano. Na parede  $x = 0$ , esta condição toma o

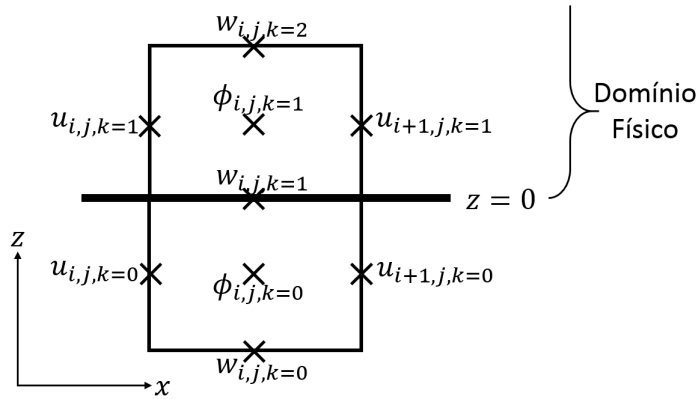


Figura 3.4: Definição das condições de contorno em uma célula para  $z = 0$  com ponto auxiliar fora do domínio físico.

formato:

$$u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0. \quad (3.58)$$

Analogamente para a condição de não deslizamento na face  $x = 0$ , as componentes  $v$  e  $w$  da velocidade não são calculadas exatamente na fronteira do domínio e necessitam de um ponto adicional fora do domínio físico para ter seu valor atribuído, tomando o formato:

$$u_{i=1,j,k} = 0, \quad u_{i=0,j,k} = -u_{i=2,j,k}, \quad v_{i=0,j,k} = v_{i=1,j,k} \quad \text{e} \quad w_{i=0,j,k} = w_{i=1,j,k}, \quad (3.59)$$

em que os subíndices  $j$  e  $k$ , variam de  $1 \leq j \leq N_y$  e  $1 \leq k \leq N_z$ , respectivamente. Por analogia, as condições de contorno exemplificadas para as fronteiras  $x = 0$  e  $z = 0$  podem ser expandidas para as demais fronteiras.

Para a concentração, utilizam-se as condições de contorno de fluxo nulo e de depósito. No fundo a condição de depósito surge da equação de Advecção-Difusão ao se anular as componentes da velocidade (pela condição de não deslizamento junto ao fundo) e ao se desprezar a difusividade. Então a condição de depósito é dada por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = u_s \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (3.60)$$

que no código, para garantir tal condição, toma a forma:

$$\phi_{i,j,k=0}^n = \phi_{i,j,k=0}^{n-1} + u_s \frac{dt}{dz} (\phi_{i,j,k=1}^{n-1} - \phi_{i,j,k=0}^{n-1}), \quad (3.61)$$

em que os subíndices  $i$  e  $j$ , variam de  $1 \leq x \leq N_x$  e  $1 \leq y \leq N_y$ , respectivamente e  $n$  representa o  $n$ ésimo passo de tempo e  $n - 1$ , o tempo anterior.

A condição de fluxo nulo não permite a saída de concentração, para tanto, a derivada da concentração na direção perpendicular à face precisa ser nula, o que, para a face  $x = 0$  é:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (3.62)$$

que é expresso no código por:

$$\phi_{i=0,j,k} = \phi_{i=1,j,k}, \quad (3.63)$$

em que os subíndices  $j$  e  $k$ , variam de  $1 \leq y \leq N_y$  e  $1 \leq z \leq N_z$ , respectivamente.

## 4 VERIFICAÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com o código *SuLi* para verificar o esquema numérico utilizado para resolver a Equação de Advecção-Difusão (equação 3.15):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + w \frac{\partial \phi}{\partial z} = K \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right). \quad (4.1)$$

São comparados os resultados obtidos com o código e os resultados oriundos de soluções analíticas conhecidas, definidas explicitamente para situações em que a equação de Advecção-Difusão é simplificada. Comparam-se situações de difusão pura, difusão com velocidade unidimensional e sem difusão com velocidade unidimensional. Ao final, é apresentado um teste de convergência de malha do código.

### 4.1 SOLUÇÕES PARA CASOS DE DIFUSÃO PURA

Segundo Csanady (1973) [18], a solução analítica da equação de Difusão Pura (equação 2.15), que é uma simplificação da equação de Advecção-Difusão (equação 4.1), considera, para  $t = 0$ , uma massa total  $M$ , concentrada em um ponto  $(x_0, y_0, z_0)$  e no restante do meio com concentração nula. Pode-se utilizar a função Delta de Dirac, dada por:

$$\delta(x - x_0) = \begin{cases} +\infty, & \text{se } x = x_0 \\ 0, & \text{se } x \neq x_0 \end{cases} \quad (4.2)$$

e cuja área sob a curva é unitária:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1, \quad (4.3)$$

para representar a condição inicial de forma que multiplicando-se a equação (4.3) pela massa total  $M$ , obtenha-se  $M$  como resultado. Assim, a solução toma o formato de uma curva Gaussi-



ana, em que a variância  $\sigma^2$  é dependente do tempo e do coeficiente de difusividade, segundo:

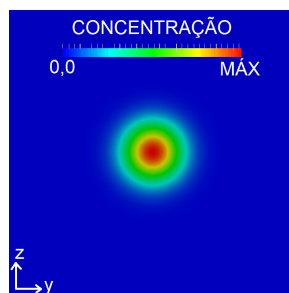
$$\sigma^2 = 2Kt. \quad (4.4)$$

A solução analítica tridimensional, considerando a massa concentrada inicialmente no ponto de coordenadas  $(x_0, y_0, z_0)$ , é dada por:

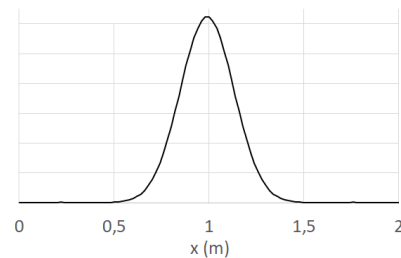
$$\phi = \frac{M}{(4Kt\pi)^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}{4Kt} \right\}. \quad (4.5)$$

Assim, aplicada uma mesma condição inicial de concentração para um domínio computacional, são comparados, em diferentes tempos, os resultados obtidos na resolução numérica da equação (2.15), utilizando o código *SuLi*, com os resultados obtidos através da solução analítica da equação (4.5).

A equação (4.5) prevê toda a massa concentrada inicialmente no ponto  $(x_0, y_0, z_0)$ ; entretanto, essa abordagem como condição inicial de uma simulação é numericamente instável. Logo, para utilizar-se a equação (4.5) como solução analítica das simulações, é adequado que a condição inicial das simulações esteja avançada no tempo para que a massa já esteja parcialmente diluída e instabilidades numéricas diminuam. Então, considera-se como condição inicial das simulações a distribuição de concentração obtida pela equação (4.5) em  $t = 10s$ . A Figura 4.1 ilustra a condição inicial em uma seção transversal no meio do domínio e em um segmento de reta.



(a) Seção transversal em  $x = L_x/2$



(b) Distribuição de concentração em perfil localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$

Figura 4.1: Representação da concentração na condição inicial visualizada em seção transversal (a) e em perfil (b).

As condições de contorno das simulações são de fluxo nulo de massa em todas as fronteiras, o que é atingido quando a derivada na direção de interesse se anula. Respectivamente, para  $x = 0$  e  $x = L_x$ , para  $y = 0$  e  $y = L_y$  e para  $z = 0$  e  $z = L_z$  tal condição é expressa matematicamente como:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0. \quad (4.6)$$

Para definir a massa total adicional da substância  $M$ , faz-se sua relação com a parcela da massa específica referente a concentração máxima de sedimentos no início da simulação (em  $t = 10s$ ), obtida com a equação (4.5) no ponto  $(x_0, y_0, z_0)$  e, pela equação (2.18), tem-se que:

$$M = \left( \frac{\rho_{max}}{\rho_0} - 1 \right) \frac{(40K\pi)^{3/2}}{\alpha} \quad (4.7)$$

onde  $\rho_0$  é a massa específica da água,  $\rho_{max}$  é a massa específica da mistura água e sedimento associada a concentração máxima  $\phi_{max}$ , o valor adotado de  $\alpha$  é o mesmo utilizado por Morigi (2018) [52] ( $\alpha = 7,05 \cdot 10^{-3} m^3/kg$ ).

Os parâmetros físicos das simulações estão na Tabela 4.1, já os parâmetros numéricos estão na Tabela 4.2. Avaliam-se dois refinamentos de malha e dois valores de  $M$  (e conseqüentemente diferentes massas específicas) com a finalidade de quantificar as diferenças entre a solução analítica e a numérica para as variáveis estabelecidas.

Tabela 4.1: Parâmetros físicos das simulações **A** para validação analítica.

	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>A3</b>
<b>M</b> [kg]	$5,54 \cdot 10^{-2}$	$6,96 \cdot 10^{-3}$	$4,39 \cdot 10^{-2}$
<b>(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>)</b>	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)
<b>α</b> [m <sup>3</sup> /kg]	$7,05 \cdot 10^{-3}$	$7,05 \cdot 10^{-3}$	$7,05 \cdot 10^{-3}$
<b>ρ<sub>0</sub></b> [kg/m <sup>3</sup> ]	998,2	998,2	998,2
<b>ρ<sub>max</sub></b> [kg/m <sup>3</sup> ]	1006,96	999,30	1005,13
<b>K</b> [m <sup>2</sup> /s]	0,001	0,001	0,001
<b>L<sub>x</sub> = L<sub>y</sub> = L<sub>z</sub></b> [m]	2,0	2,0	2,0

Tabela 4.2: Parâmetros numéricos das simulações para validação analítica.

	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>A3</b>
<b>Δt</b> [s]	0,01	0,01	0,01
<b>Δx = Δy = Δz</b> [m]	0,02	0,02	0,1

As diferenças entre os resultados analíticos e numéricos são calculadas em cada ponto da

malha e o erro em um ponto  $(x, y, z)$  e em um dado tempo  $t$  é expresso através de:

$$\epsilon(x,y,z,t) (\%) = 100 \left( \frac{\phi_{NUMERICO} - \phi_{ANALITICO}}{\phi_{ANALITICO}} \right)_{x,y,z,t}. \quad (4.8)$$

Os resultados relativos ao caso **A1** são apresentados na Figura 4.2, que compara a distribuição de concentração calculada analítica e numericamente para os tempos  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$  em um segmento de reta. Observa-se uma concordância muito boa, para todos os tempos, entre as curvas analíticas e numéricas. Complementarmente, apesar de o intervalo de tempo entre curvas sucessivas ser de aproximadamente  $17s$ , entre os tempos  $t = 0$  e  $17s$  há maior diminuição de concentração do que entre os outros intervalos, devido ao maior gradiente de concentração em  $t = 0$ .

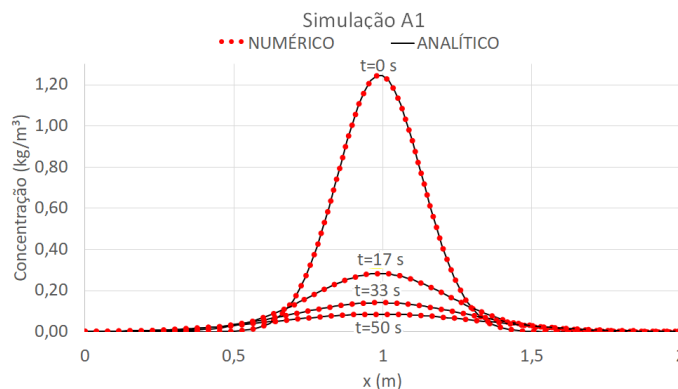


Figura 4.2: Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo  $x$ , localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ , para a simulação **A1**, nos tempos  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$ .

A comparação dos resultados numéricos e analíticos do caso **A1** está exposta de maneira diferente na Figura 4.3 que mostra pontos de igual concentração em um corte no plano  $y = L_y/2$  para os tempos arbitrários  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$ . Pode se observar que os valores obtidos numericamente coincidem com os valores obtidos analiticamente para todos os tempos analisados. Observa-se, também, que conforme o tempo avança, a concentração se espalha pelo domínio e, assim como na visualização da Figura 4.2, a taxa com que isso ocorre é maior nos tempos iniciais, devido ao maior gradiente de concentração.

Os campos de concentração numérico e analítico do caso **A1** são representados em corte no domínio para os mesmos tempos na Figura 4.8, em que, em cada tempo, a escala da concen-

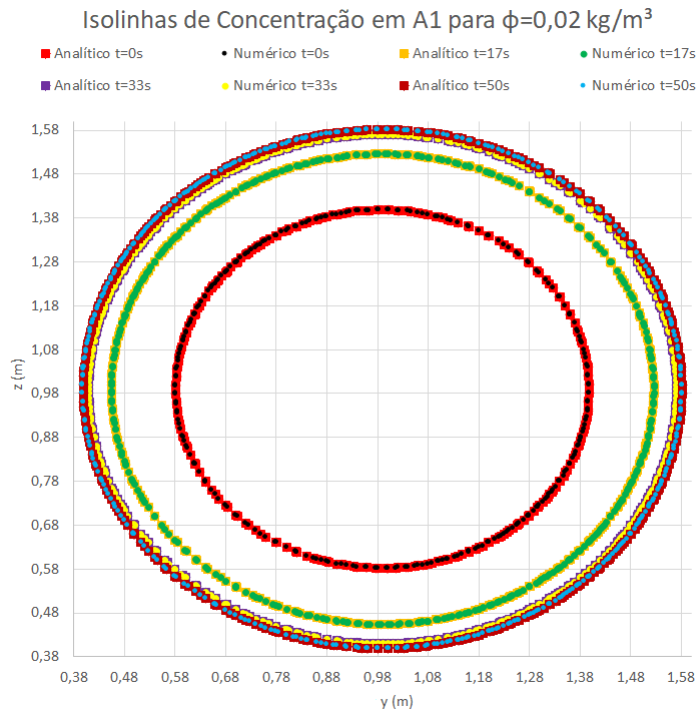


Figura 4.3: Isolinhas de  $\phi = 0,02 \text{ kg/m}^3$  para as soluções analítica e numérica, para os tempos  $t = 0, 17 \text{ s}, 33 \text{ s}$  e  $50 \text{ s}$ , em seção transversal ao domínio, em  $x = L_x/2$ , simulação **A1**.

tração é alterada para melhorar a visualização. Também é representado na Figura 4.8 o erro calculado em cada ponto da malha ( $\epsilon(x,y,z,t)$ ) com a equação (4.8), de onde observa-se que o valor de máximo módulo é da ordem de 0,01%, corroborando que os resultados numéricos apresentam excelente concordância com os resultados analíticos. Para o tempo  $t = 17 \text{ s}$ , a região com maior erro está no centro do domínio, além disso tal região apresenta um erro negativo, logo, conforme a equação (4.8), o resultado numérico é menor do que o analítico. Estão presentes quatro regiões de erro positivo, demonstrando simetria nos eixos  $y$  e  $z$ . Para o tempo  $t = 33 \text{ s}$ , a região central de erro negativo e as regiões de erro positivo aumentam, mas os valores ficam menores, em módulo e quatro regiões de erro negativo aparecem junto às paredes. Já para o tempo  $t = 50 \text{ s}$ , as regiões de erro negativo das paredes aumentam e as outras regiões diminuem.

O caso **A2** tem seus resultados na Figura 4.4 para a distribuição de concentração obtida analítica e numericamente no segmento de reta em igual posição e para os mesmos tempos do caso anterior. Assim como em **A1**, há concordância entre a concentração calculada analiticamente e a calculada pelo código para todos os tempos analisados e, devido ao maior gradiente de concentração no início, a curva decresce mais rapidamente entre  $t = 0$  e  $t = 17 \text{ s}$ . Os pontos

de igual concentração calculados analítica e numericamente do caso **A2** são representados na Figura 4.5 para os mesmos tempos do caso anterior, porém com outra concentração de referência, adequada ao caso **A2** e, novamente, os resultados obtidos numericamente coincidem com os resultados analíticos.

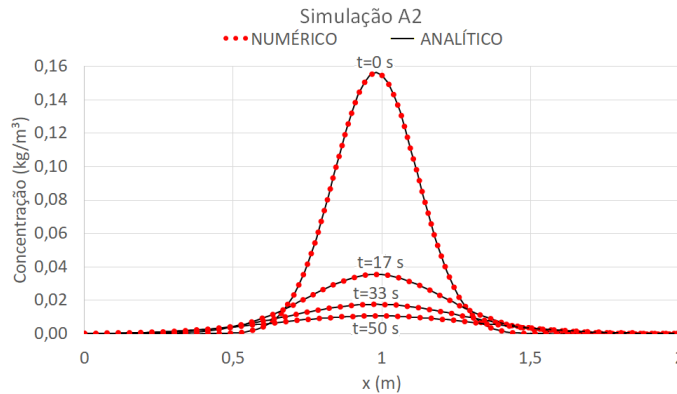


Figura 4.4: Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo  $x$ , localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ , para a simulação **A2**, nos tempos  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$ .

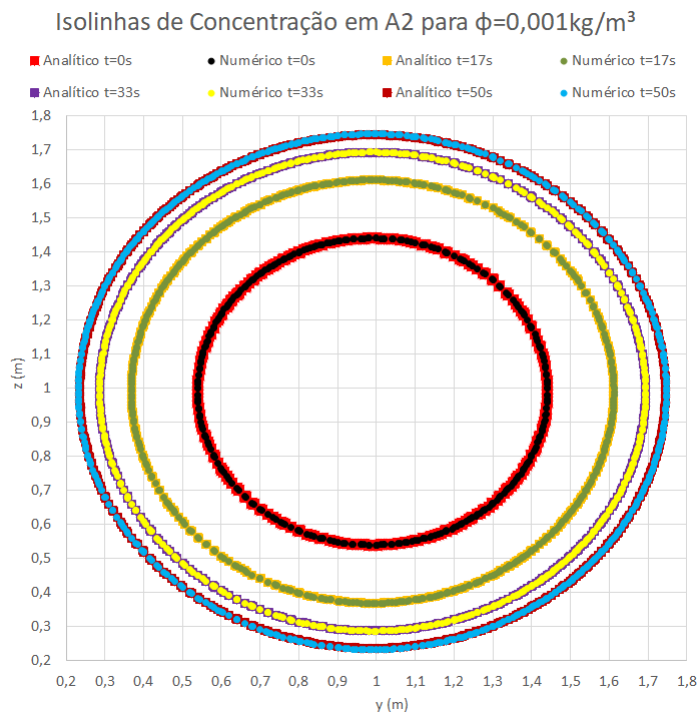


Figura 4.5: Isolinhas de  $\phi = 0,0001\text{kg/m}^3$  para as soluções analítica e numérica, para os tempos  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$ , em seção transversal ao domínio, em  $x = L_x/2$ , simulação **A2**.

A Figura 4.9 mostra os campos de concentração obtidos numérica e analiticamente (com

as escalas alteradas em cada tempo para melhorar a visualização) e o erro calculado em cada ponto ( $\epsilon(x,y,z,t)$ ) para o caso **A2**, cujo valor absoluto máximo é da ordem de 0,02%. Essa ordem de grandeza do erro demonstra, mais uma vez, que os resultados numéricos e analíticos são praticamente iguais. O comportamento do erro ao longo do tempo se desenvolve de maneira semelhante ao caso **A1**, com um pico negativo de erro no centro (e, por consequência, com valor menor obtido numericamente), quatro regiões de erro positivo próximas ao centro, com simetria nos eixos  $y$  e  $z$  e um aumento da influência das paredes em tempos mais avançados.

Os resultados do caso **A3** são apresentados na Figura 4.6, que, como nos casos anteriores, compara, para diferentes tempos, a concentração obtida analítica e numericamente ao longo de uma reta. Novamente, o código representou bem a solução para todos os tempos analisados e o comportamento de maior decrescimento da concentração em tempos iniciais se manteve, como nos casos anteriores. A análise da Figura 4.7, com os pontos de igual concentração do caso **A3**, demonstra que os resultados obtidos numericamente coincidem com os resultados analíticos para a concentração de  $\phi = 0,01\text{kg}/\text{m}^3$  e, devido à difusão, a concentração se expande no domínio conforme o tempo avança.

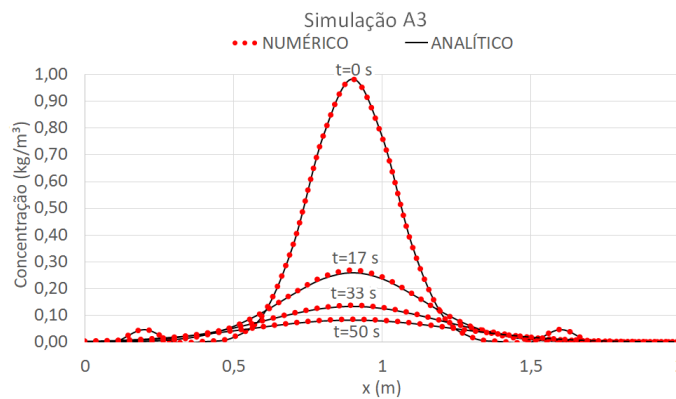


Figura 4.6: Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo  $x$ , localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ , para a simulação **A3**, nos tempos  $t = 0, 17\text{s}, 33\text{s}$  e  $50\text{s}$ .

A Figura 4.10 apresenta os campos de concentração obtidos numérica e analiticamente e o erro ( $\epsilon(x,y,z,t)$ ) para o caso **A3** em corte no domínio e com escalas de concentração alteradas a cada tempo, como nos casos anteriores. O erro máximo, em módulo, para o caso **A3** é da ordem de 1%, o maior entre as simulações **A**, devido à malha menos refinada. Portanto o erro é

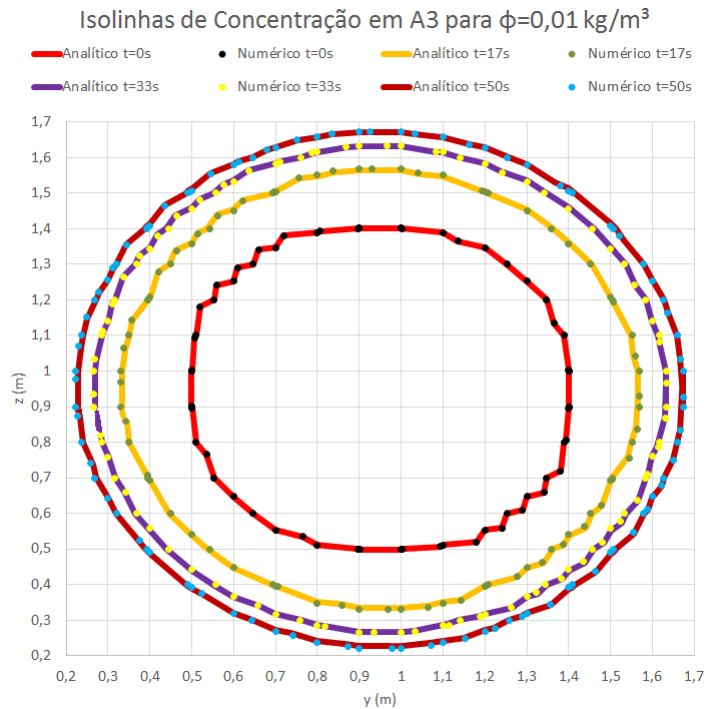


Figura 4.7: Isolinhas de  $\phi = 0,01 \text{ kg/m}^3$  para as soluções analítica e numérica, para os tempos  $t = 0, 17 \text{ s}, 33 \text{ s}$  e  $50 \text{ s}$ , em seção transversal ao domínio, em  $x = L_x/2$ , simulação **A3**.

considerado baixo e o resultado numérico é bastante semelhante ao analítico. Como nos casos anteriores, os maiores erros são negativos e estão localizados no centro do domínio, com quatro regiões de erros positivos (em que o valor obtido numericamente supera o analítico) e, conforme o tempo avança, o módulo do erro tende a diminuir para essas regiões.

Os casos **A1**, **A2** e **A3**, para serem comparados entre si, tiverem a concentração adimensionalizada  $c_{adm}$  por:

$$c_{adm} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_{max} - \rho_0}, \quad (4.9)$$

em que  $\rho$  é a massa específica associada à concentração dimensional  $\phi$ ,  $\rho_0$  é a massa específica da água clara ( $998,2 \text{ kg/m}^3$ ) e  $\rho_{max}$  é a massa específica máxima associada à respectiva simulação (Tabela 4.1).

A Figura 4.11 apresenta os resultados das concentração adimensional para os casos **A1**, **A2** e **A3**, comparando curvas analíticas e numéricas para os mesmos tempos analisados anteriormente. Além disso, para cada tempo apresentam-se escalas diferentes de concentração para melhor visualizar os resultados. As curvas dos casos **A1** e **A2** praticamente coincidem para todos os pontos, nos quatro tempos analisados, diferentemente da curva do caso **A3**, que está

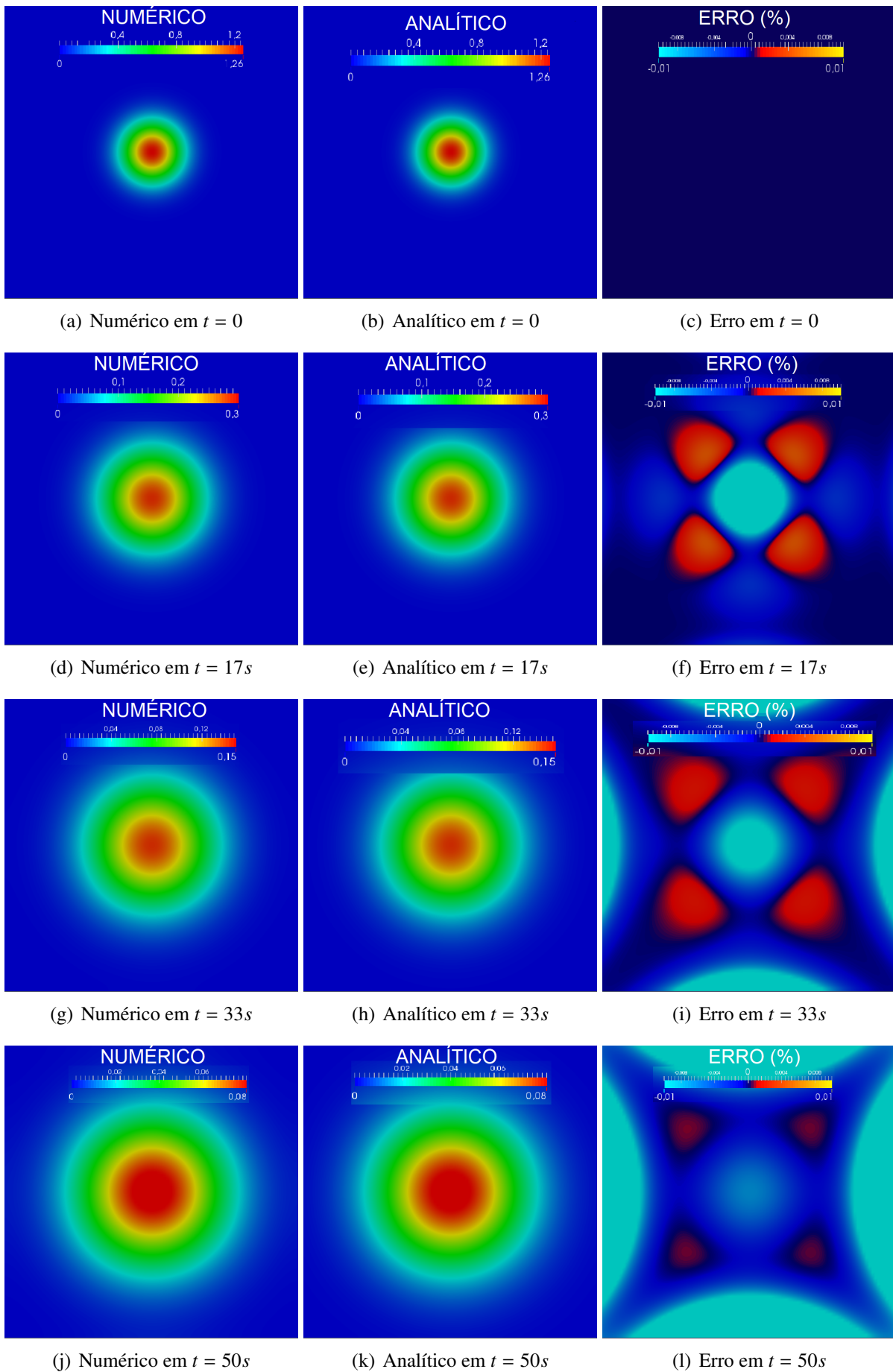


Figura 4.8: Caso de Difusão Pura: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro  $\epsilon$  em corte no domínio em  $x = L_x/2$ , respectivamente para  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$  (simulação **A1**).



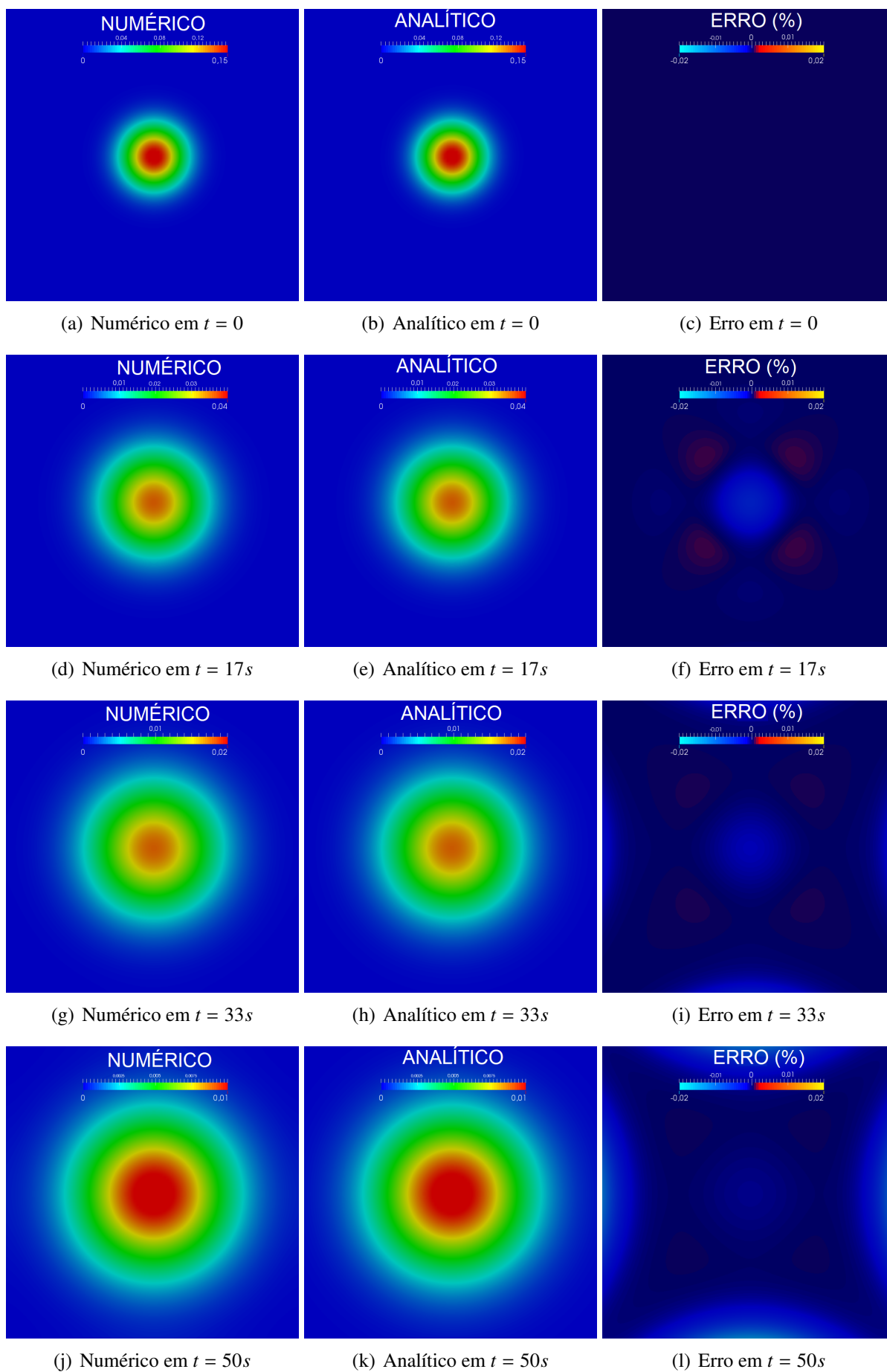


Figura 4.9: Caso de Difusão Pura: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro  $\epsilon$  em corte no domínio em  $x = L_x/2$ , respectivamente para  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$  (simulação A2).

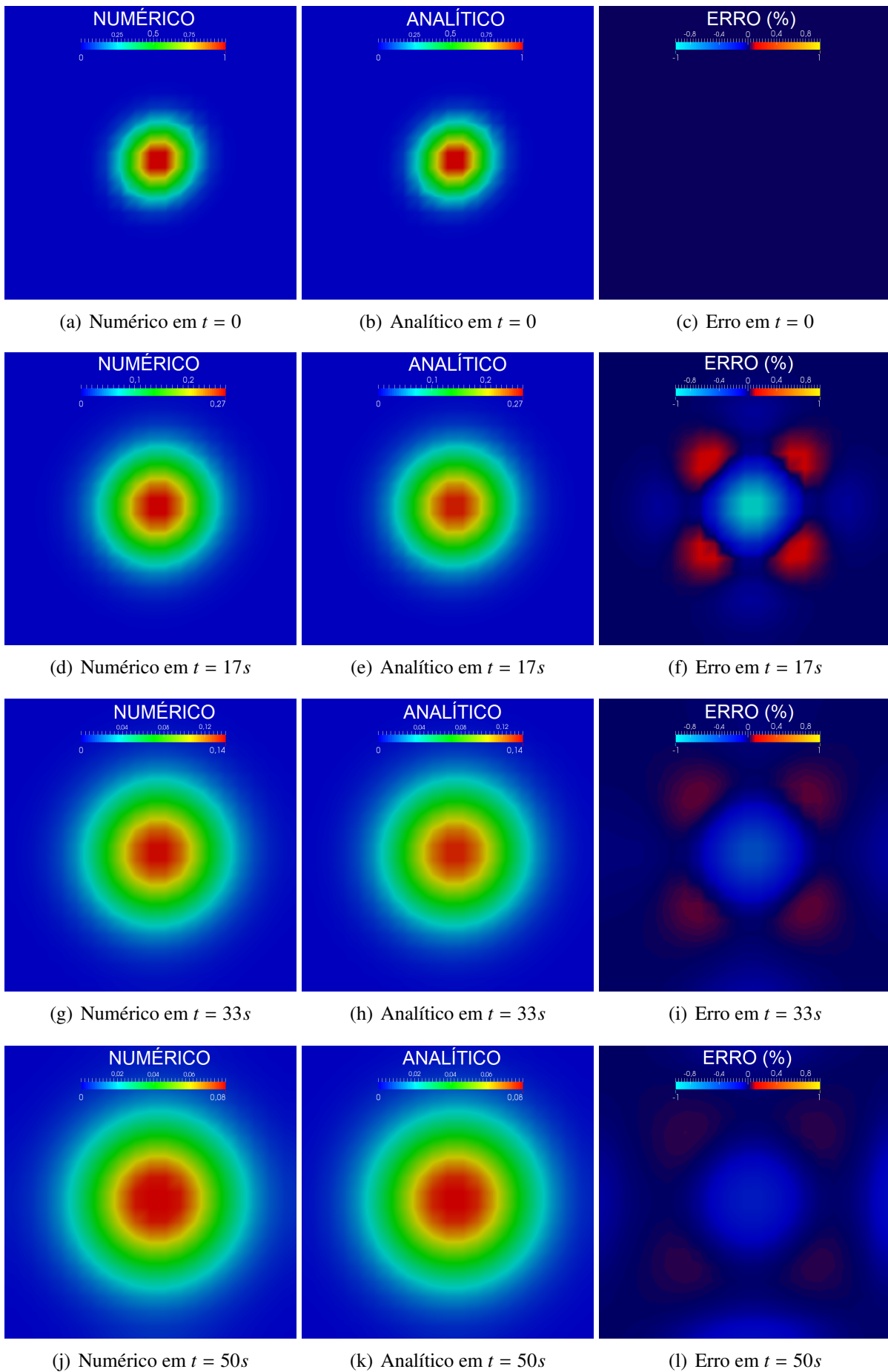


Figura 4.10: Caso de Difusão Pura: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro  $\epsilon$  em corte no domínio em  $x = L_x/2$ , respectivamente para  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$  (simulação A3).

deslocada à esquerda (diferença oriunda da malha de cálculo mais grosseira utilizada). Para o tempo  $t = 0$ , o caso **A3** mostra-se apenas deslocado horizontalmente, mas para os outros tempos, apresenta um pico de concentração maior do que o dos casos **A1** e **A2**. O caso **A3** é o único que apresenta, no pico da curva, diferenças perceptíveis entre o resultado analítico e o numérico, porém tais erros são pequenos e corroboram o valor da ordem de 1% encontrado para este caso.

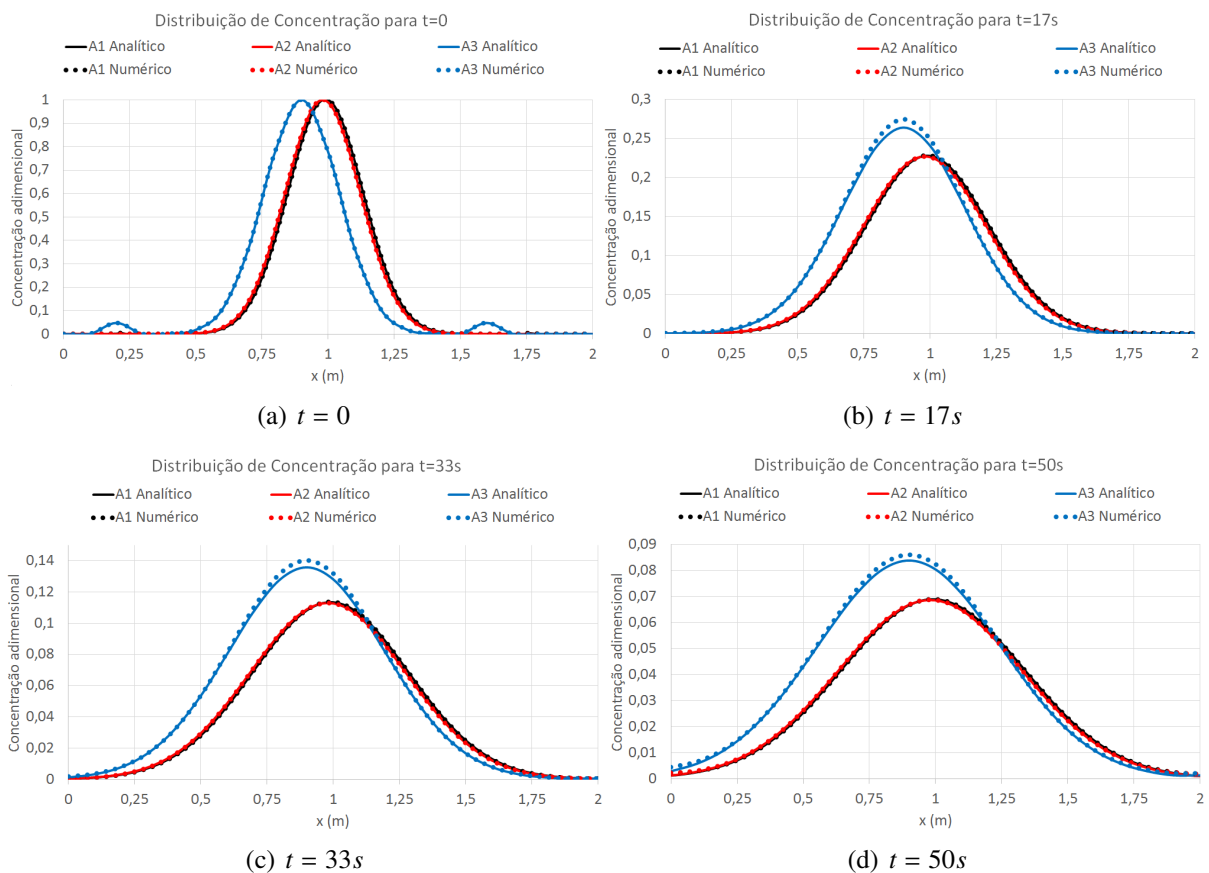


Figura 4.11: Distribuição da concentração adimensionalizada calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo  $x$  localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ , para as simulações **A1**, **A2** e **A3** nos tempos  $t = 0$  (a),  $17s$  (b),  $33s$  (c) e  $50s$  (d).

Os erros encontrados em cada simulação, assim como os valores de  $\Delta x$  e  $M$  de cada simulação estão resumidos na Tabela 4.3, de onde se observa que o tamanho da malha está associado ao erro, pois os casos **A1** e **A2** (malhas mais refinadas) apresentaram erros menores do que **A3**, (malha mais grosseira). Comparando as simulações **A1** e **A3**, percebe-se que o aumento do tamanho da malha em cinco vezes (de  $0,02m$  para  $0,1m$ ) ocasionou um aumento do erro da ordem de cem vezes (de  $0,01\%$  para  $1\%$ ). Já, comparando o caso **A1** com **A2**, de igual valor

de  $\Delta x$ , o erro dobrou, mostrando a influência da redução de 12,5% de  $M$  para o erro calculado ponto a ponto, ou seja, a redução do valor de  $M$  fez o valor absoluto máximo do erro dobrar.

Tabela 4.3: Valores de  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ,  $M$  e erro máximo local para as simulações **A**.

	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>A3</b>
$\Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{y} = \Delta \mathbf{z} [m]$	0,02	0,02	0,1
$M [kg]$	$5,54 \cdot 10^{-2}$	$6,96 \cdot 10^{-3}$	$4,39 \cdot 10^{-2}$
$\rho_{max} [kg/m^3]$	1006,96	999,30	1005,13
$\epsilon^{max}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, t) [\%]$	0,01	0,02	1,00

Dessa forma, os casos **A1**, **A2** e **A3** apresentaram erros máximos locais de até 1% quando os valores de  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  variam de 0,02 a 0,1m, mostrando que o código é capaz de representar fenômenos difusivos puros. Considera-se, portanto, o termo difusivo da Equação de Advecção-Difusão (3.15) possível de ser representado numericamente pelo esquema centrado em diferenças finitas de segunda ordem utilizado na equação (3.55).

## 4.2 SOLUÇÕES PARA O CASO DE DIFUSÃO E VELOCIDADE UNIDIMENSIONAL

A equação (3.15) pode ser simplificada de maneira diferente e a equação (4.5) ser adaptada. Segundo Csanady (1973) [18], considerando a velocidade no meio como unidimensional e escolhida convenientemente na direção  $x$ , ou seja,  $\mathbf{V} = (u, 0, 0)$ , a equação (3.15) toma o formato:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} = K \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right). \quad (4.10)$$

A velocidade é além de unidimensional e constante em todo o meio e no tempo. Logo, em um sistema coordenado  $x'$ , que se move a velocidade  $u$ , o meio ainda está em repouso, tornando a equação (4.5) válida. Ao se aplicar a transformação de coordenadas:

$$x' = x - ut, \quad (4.11)$$

a equação (4.5) toma a forma:

$$\phi = \frac{M}{(4Kt\pi)^{3/2}} \exp \left\{ \frac{-(x - x_0 - ut)^2 - (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2}{4Kt} \right\}. \quad (4.12)$$

As soluções obtidas numericamente com o código *SuLi* são, então, comparadas com as soluções analíticas dadas pela equação (4.12). Os parâmetros físicos e numéricos utilizados para o casos **B** são apresentados nas Tabelas 4.4 e 4.5, em que o único parâmetro variado foi a velocidade da corrente  $u$ .

Tabela 4.4: Parâmetros físicos das simulações **B** para validação analítica.

	<b>B1</b>	<b>B2</b>
$\mathbf{M}$ [kg]	$5,49 \cdot 10^{-2}$	$5,49 \cdot 10^{-2}$
$(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$	(2,25, 1, 1)	(1,75, 1, 1)
$\alpha$ [ $m^3/kg$ ]	$7,05 \cdot 10^{-3}$	$7,05 \cdot 10^{-3}$
$\rho_{max}$ [ $kg/m^3$ ]	1006,88	1006,88
$\mathbf{K}$ [ $m^2/s$ ]	0,001	0,001
$\mathbf{L}_x$ [m]	5,0	5,0
$\mathbf{L}_y = \mathbf{L}_z$ [m]	1,0	1,0
$\mathbf{u}$ [m/s]	1,0	0,5

Tabela 4.5: Parâmetros numéricos das simulações **B** para validação analítica.

	<b>B1</b>	<b>B2</b>
$\Delta t$ [s]	0,01	0,01
$\Delta x = \Delta y = \Delta z$ [m]	0,02	0,02

Assim como no caso anterior, aplica-se uma mesma condição inicial de concentração para todo o domínio computacional, conforme a Figura 4.1, para  $t = 10s$ . O domínio das simulações está representado na Figura 4.12, conjuntamente com as condições de contorno.

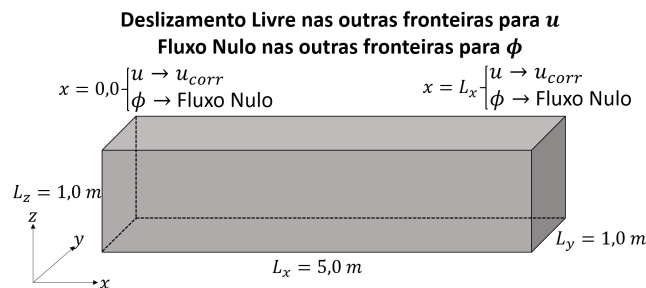


Figura 4.12: Domínio computacional e condições de contorno para as simulações **B**.

As condições de contorno adotadas para as simulações são de fluxo nulo para a concentração  $\phi$ , matematicamente definidas da mesma forma do que para o caso **A**. Para a velocidade, nas fronteiras  $y = 0$ ,  $y = L_y$ ,  $z = 0$  e  $z = L_z$ , utiliza-se a condição de deslizamento livre, expressa,

respectivamente, para as fronteiras  $y$  e  $z$  por:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (4.13)$$

Já para as fronteiras  $x = 0$  e  $x = L_x$ , tem-se a condição de velocidade prescrita, dada por:

$$u(x = 0, y, z, t) = u(x = L_x, y, z, t) = u_{corr}, \quad (4.14)$$

em que  $y$  e  $z$  assumem qualquer valor entre 0 e  $L_y$  e entre 0 e  $L_z$ , respectivamente.

Os resultados relativos ao caso **B1** estão representados na Figura 4.13, que mostra resultados analíticos e numéricos de concentração para os tempos  $t = 0, 7s, 14s$  e  $20s$  sobre o eixo  $x$  para  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ . Observa-se que, conforme o tempo avança, a concentração, além de ser transportada na direção  $x$ , sofre difusão e os resultados numéricos possuem valor um pouco menor do que os analíticos, mas mantém a mesma posição do pico, as diferenças entre os máximos são de 0,084, 0,066 e 0,052 para  $t = 7s, 14s$  e  $20s$ , respectivamente. Esse comportamento demonstra que o código é capaz de representar o fenômeno para as condições propostas, apesar da adição de uma difusividade numérica oriunda do próprio esquema *upwind*. Assim como nos casos **A**, o primeiro intervalo de tempo, que no caso **B1** corresponde ao tempo entre  $t = 0$  e  $7s$ , é o que apresenta difusão maior, devido ao maior gradiente de concentração existente.

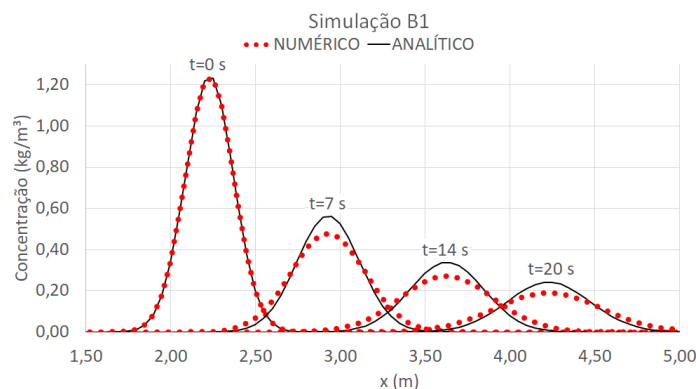


Figura 4.13: Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo  $x$ , localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ , para a simulação **B1**, nos tempos  $t = 0, 7s, 14s$  e  $20s$ .

A Figura 4.14 apresenta os pontos de isoconcentração para os mesmos tempos analisados anteriormente em uma seção transversal em  $y = L_y/2$  para o caso **B1**, comparando os resultados numéricos com os analíticos. É possível observar que para todos os tempos há uma boa concordância entre os resultados analíticos e numéricos, apesar de existir um afastamento maior dos valores numéricos, se comparados aos experimentais para todos os tempos diferentes de  $t = 0$ . Este fato se deve à difusão adicionada pelo esquema numérico, que não é capaz de interferir significativamente no resultado. Em  $t = 20s$  está presente, também, uma influência do contorno  $z = 0$ , que modifica localmente o campo de concentração para o resultado numérico.

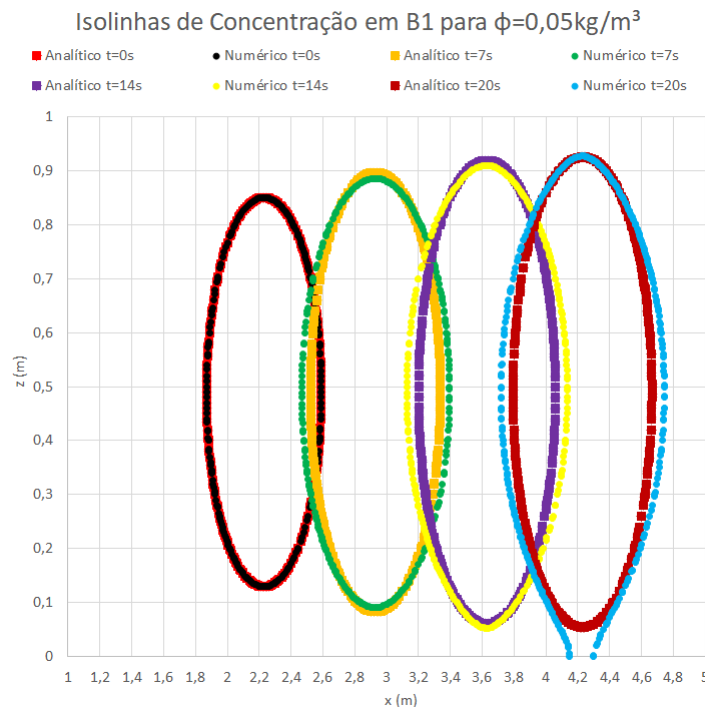


Figura 4.14: Isolinhas de  $\phi = 0,05kg/m^3$  para as soluções analítica e numérica, para os tempos  $t = 0, 7s, 14s$  e  $20s$ , em seção transversal ao domínio em  $y = L_y/2$  para a simulação **B1**.

Os campos de concentração numérico e analítico e o erro calculado em cada ponto com a equação (4.8) do caso **B1** estão representados na Figura 4.15, em seção transversal localizada em  $y = L_y/2$ , como nos campos de concentração apresentados anteriormente, as escalas são modificadas em cada tempo para melhorar a visualização. Com o avanço do tempo, tanto a concentração numérica quanto a analítica sofrem difusão, porém o resultado numérico adquire formato mais achatada (sob influência das condições de contorno) e o valor pico da concentração é menor do que o analítico (pois adiciona-se uma difusão numérica ao fenômeno). O erro

calculado em cada ponto ( $\epsilon(x,y,z,t)$ ) tem um módulo máximo da ordem de 8% e sua localização acompanha o pico da concentração, sendo positivo próximo ao pico e negativo na região ao redor. O erro é maior do que para os casos **A** (que para um mesmo tamanho de malha era de 0,01%), mas, mesmo assim, o código representa a difusão com velocidade unidimensional devidamente, já que a posição dos picos coincide e o formato da curva gaussiana não é alterado de maneira significativa pela adição de uma difusividade puramente numérica.

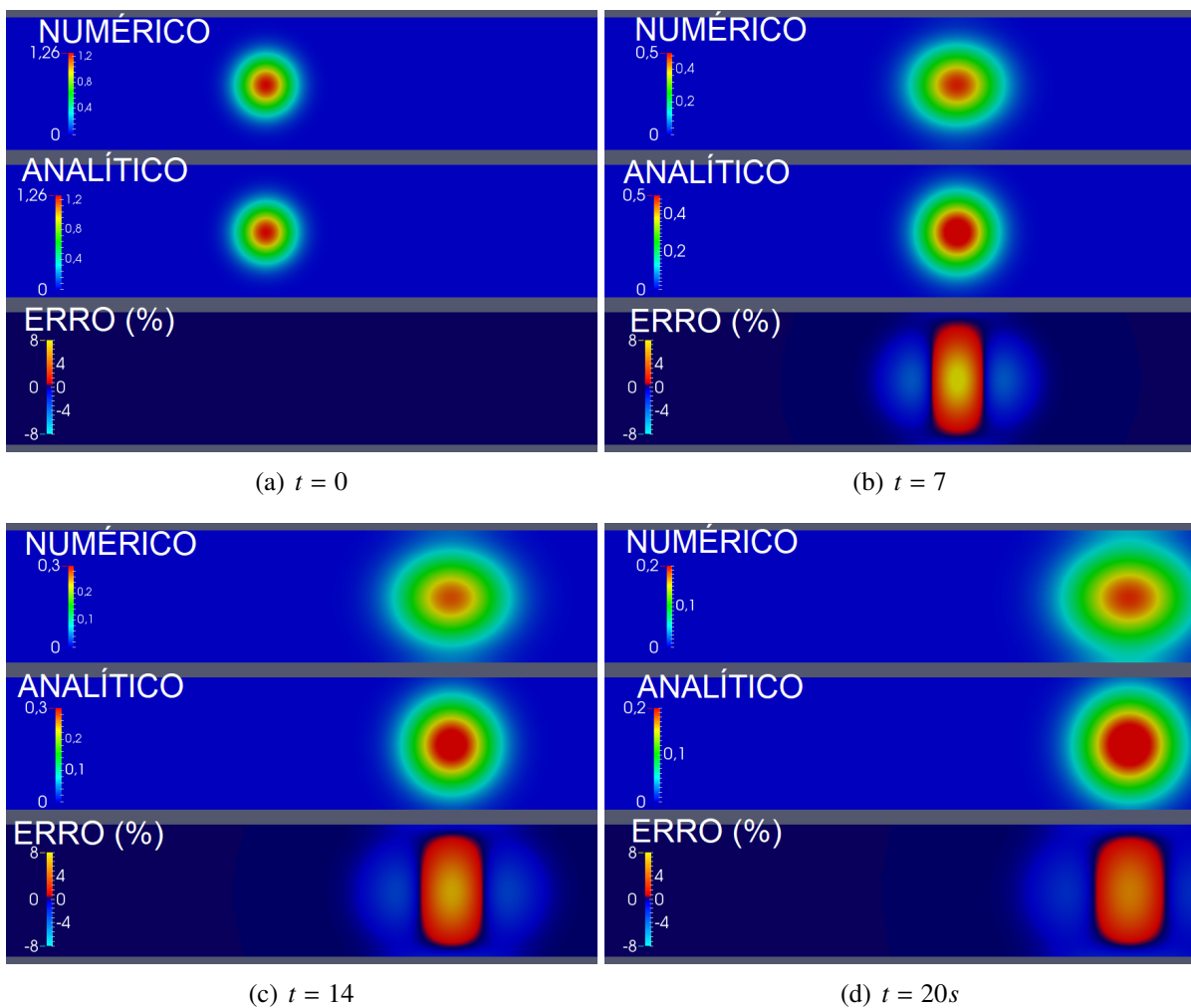


Figura 4.15: Caso com advecção-difusão: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro  $\epsilon$  em corte no domínio em  $y = L_y/2$ , respectivamente para  $t = 0, 7$  s, 14 s e 20 s (simulação **B1**).

O caso **B2** tem, na Figura 4.16, a comparação dos resultados analíticos e numéricos para o segmento de reta localizado na mesma posição do caso anterior, porém nos tempos  $t = 0, 17$  s, 33 s e 50 s, pois a velocidade da corrente é menor do que no caso anterior. Em todos os tempos avaliados, os resultados numéricos estão próximos dos resultados analíticos e as diferenças dos



valores máximos são 0,035, 0,019 e 0,009 para os tempos 17s, 33s e 50s. Apesar de subestimar levemente a concentração no pico, o código é capaz de representar fenômenos convectivos-difusivos.

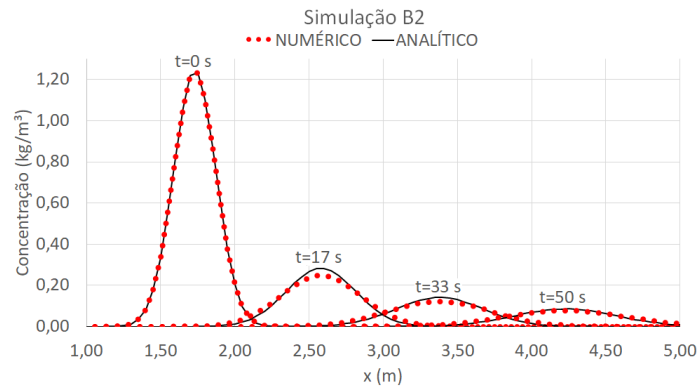


Figura 4.16: Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo  $x$ , localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ , para a simulação **B2**, nos tempos  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$ .

Já a Figura 4.17 representa os pontos de isoconcentração na mesma seção transversal do caso anterior para **B2**. O resultado numérico, para todos os tempos avaliados, está próximo do analítico, apesar da influência da condição de contorno que modifica o resultado numérico apenas localmente. Como os tempos analisados para **B2** são mais avançados do que para **B1** e o coeficiente de difusividade permanece o mesmo, há uma difusão maior para o caso **B2**.

Para o caso **B2**, os campos de concentração numérico e analítico e o erro, representados na Figura 4.18 em igual seção transversal do caso anterior, demonstram que o erro  $\epsilon(x,y,z,t)$  máximo é da ordem de 8% e está localizado no pico de concentração, onde é positivo, diferentemente da região ao redor do pico, que tem erro negativo. A concentração numérica sofre influência das condições de contorno, assim como no caso anterior, mas o código representa a posição do pico de maneira satisfatória e se mostrou adequado para representar fenômenos convectivos-difusivos.

Em ambas as simulações os valores máximos, em valor absoluto, dos erros  $\epsilon(x,y,z,t)$  são menores do que 8%, mostrando que a consideração de velocidade unidimensional aumenta o erro da solução numérica, se comparada à simulação **A**, que utiliza valores muito próximos de  $M$  e iguais tamanhos de malha. A fonte do erro está ligada ao esquema *upwind*, utilizado para resolver a parte convectiva do código. Para reduzir o erro oriundo do esquema *upwind*, seria

necessário aumentar a ordem do próprio esquema *upwind* ou utilizar outro esquema com mais alta ordem.

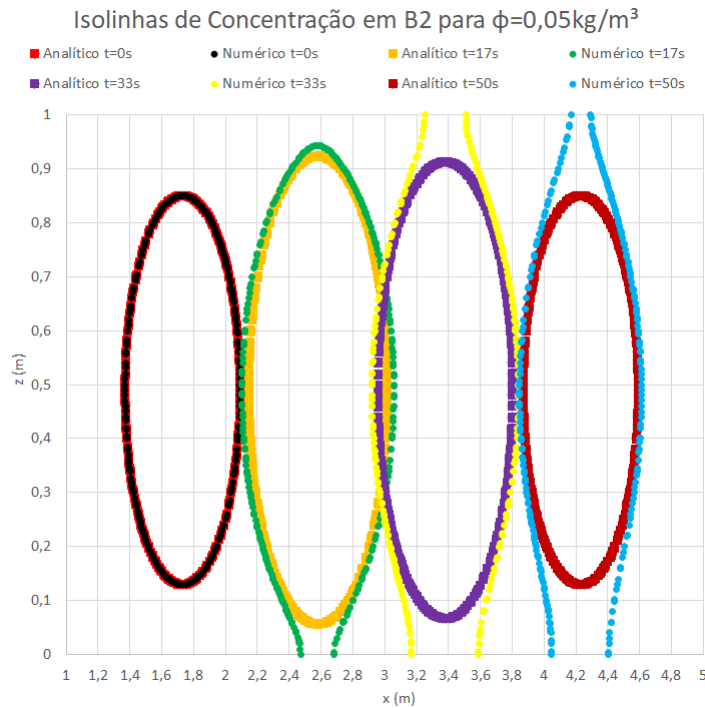


Figura 4.17: Isolinhas de  $\phi = 0,05\text{kg}/\text{m}^3$  para as soluções analítica e numérica para os tempos  $t = 0, 17\text{s}, 33\text{s}$  e  $50\text{s}$ , em seção transversal ao domínio em  $y = L_y/2$  para a simulação **B2**.

A equação (4.9) também foi utilizada para adimensionalizar a concentração dos casos **B1** e **B2** e o eixo  $x$  do caso **B1** foi recuado  $0,5\text{m}$  para que o ponto  $(x_0, y_0, z_0)$  coincidisse. Assim, a Figura 4.19, que tem o valor da concentração adaptado para cada gráfico, mostra a comparação para tempos distintos. O caso **B1**, para os tempos comparados, tem concentração de pico maior do que o caso **B2**, isso acontece porque os tempos analisados em **B1** são menores e a difusividade é a mesma para os dois casos. Para todos os tempos diferentes do inicial, o valor obtido numericamente para o pico é menor do que o valor obtido analiticamente e, enquanto maior a velocidade de aproximação, maior o erro, pois há influência da difusividade adicionada pelo esquema numérico. Entretanto, esses erros não comprometem significativamente o formato geral da curva, nem a posição do pico.

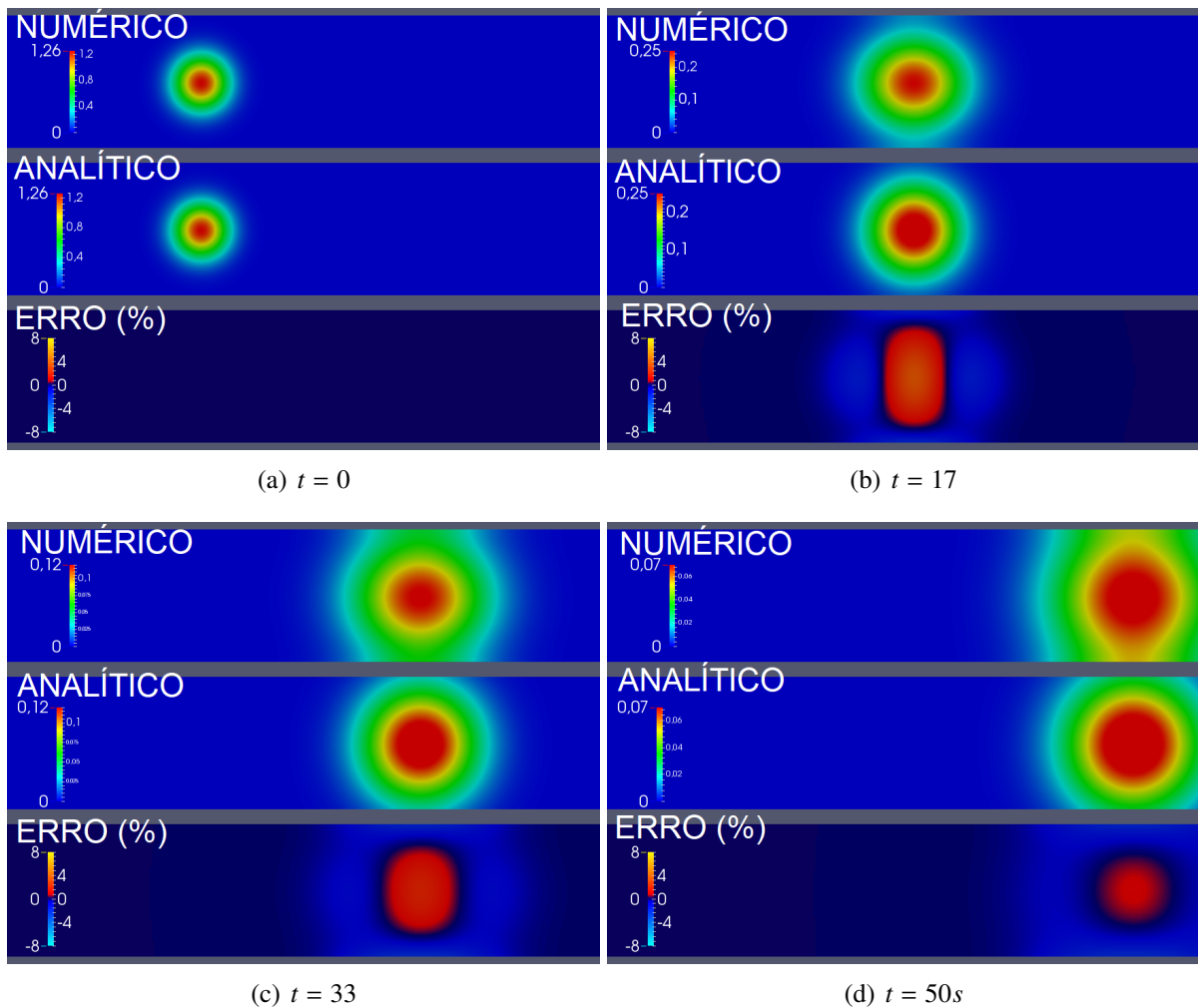


Figura 4.18: Caso com advecção-difusão: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro  $\epsilon$  em corte no domínio em  $y = L_y/2$ , respectivamente para  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$  (simulação **B2**).

### 4.3 SOLUÇÃO PARA O CASO DE ADVECÇÃO PURA

O terceiro caso analisado para a verificação consiste no transporte unidirecional de massa sem difusão. Para isso, considera-se  $K = 0$  para anular o termo difusivo na equação (4.1) e a velocidade do escoamento em todo o domínio é descrita por:

$$\mathbf{V} = (u, 0, 0), \quad (4.15)$$

com  $u$  constante no tempo, como no caso anterior. Dessa forma, a equação (3.15), toma a forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0. \quad (4.16)$$

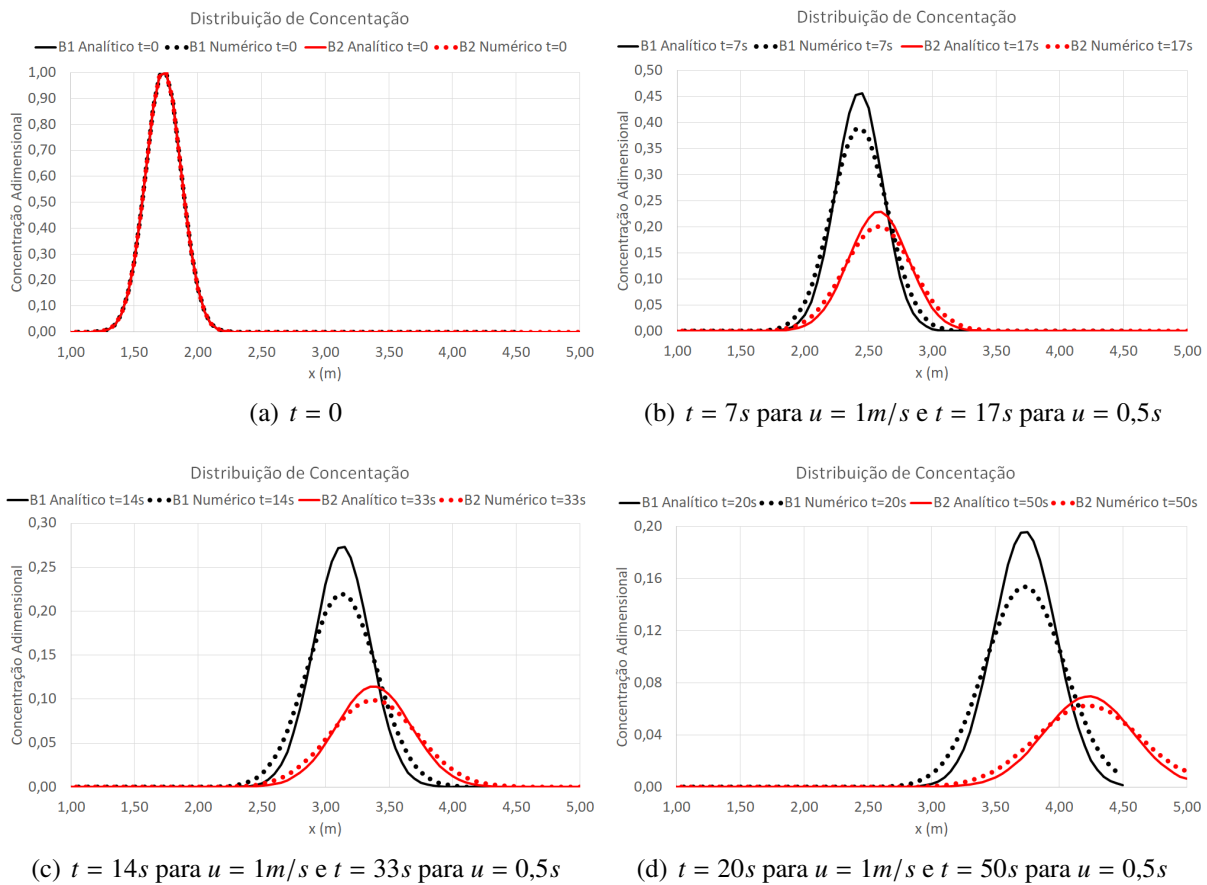


Figura 4.19: Distribuição da concentração adimensionalizada calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo  $x$  localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ , para as simulações **B1** e **B2**.

Essa equação diferencial representa o transporte causado pela velocidade unidimensional e a evolução no domínio com o avanço do tempo se dá através de:

$$x = x_0 + ut, \quad (4.17)$$

em que  $x_0$  é a posição inicial. Numericamente, a difusividade considerada é de  $K = 10^{-10} m^2/s$ , para permitir que o código calcule as funções sem grandes adaptações e que a difusividade aparente seja originária apenas do esquema numérico.

Dessa forma, os resultados obtidos com o código *SuLi* são comparados com os resultados através da equação (4.17). A solução analítica para este caso apenas transporta a concentração com velocidade  $u$  no eixo  $x$ , ou seja, não existe difusão e o caso é dito como convecção pura, de forma que a única difusividade presente nos resultados obtidos com o código seja devida ao

esquema numérico. Assim, utilizam-se um domínio igual ao caso **B**, com as mesmas condições iniciais e de contorno e com iguais parâmetros físicos (Tabela 4.6) e numéricos (Tabela 4.7), exceto pelo coeficiente de difusividade.

Tabela 4.6: Parâmetros físicos das simulações **C** para validação analítica.

	<b>C1</b>
$\mathbf{M}$ [kg]	$5,49 \cdot 10^{-2}$
$(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$	(1,75, 1, 1)
$\alpha$ [ $m^3/kg$ ]	$7,05 \cdot 10^{-3}$
$\rho_{max}$ [ $kg/m^3$ ]	1006,88
$\mathbf{K}$ [ $m^2/s$ ]	$10^{-10}$
$\mathbf{L}_x$ [m]	5,0
$\mathbf{L}_y = \mathbf{L}_z$ [m]	1,0
$\mathbf{u}$ [m/s]	0,5

Tabela 4.7: Parâmetros numéricos das simulações **C** para validação analítica.

	<b>C1</b>
$\Delta t$ [s]	0,01
$\Delta x = \Delta y = \Delta z$ [m]	0,02

O caso **C1** tem seus resultados relativos à concentração, no segmento de reta localizado na mesma posição dos casos anteriores, na Figura 4.20. A concentração calculada analiticamente apenas se desloca, sem sofrer difusão, permanecendo com um máximo constante ao longo do tempo. O resultado numérico apresentou picos que se deslocavam à mesma velocidade do resultado analítico, coincidindo em todos os instantes de tempo. Entretanto, o resultado numérico mostra uma redução do valor do pico, ou seja, existe uma difusão de origem puramente numérica, fazendo com que o pico de concentração seja menor. Já os valores de concentração afastados do pico são maiores para os resultados numéricos do que para os analíticos, também por efeito da difusão numérica. Esse comportamento do esquema numérico já era esperado, pois é um esquema *upwind* de baixa ordem, que naturalmente possui difusão numérica.

A Figura 4.21 mostra os pontos de igual concentração para os resultados analíticos e numéricos em diferentes tempos em seção transversal em  $y = L_y/2$  e observa-se que com o avanço do tempo as diferenças entre o resultado analítico e o numérico aumentam. A difusão numérica ocorre principalmente na direção da velocidade (direção  $x$ ), o que é visível pois a concentração tende a sofrer difusão nessa direção. Assim, os pontos de igual concentração para resultados

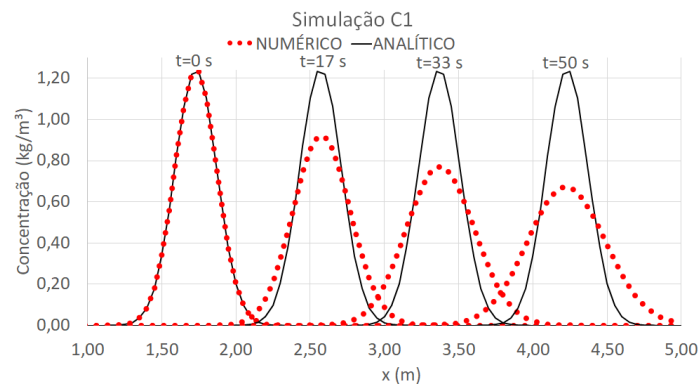


Figura 4.20: Distribuição da concentração calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo  $x$ , localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ , para a simulação **C1**, nos tempos  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$ .

numéricos tomam formatos diferentes dos resultados analíticos.

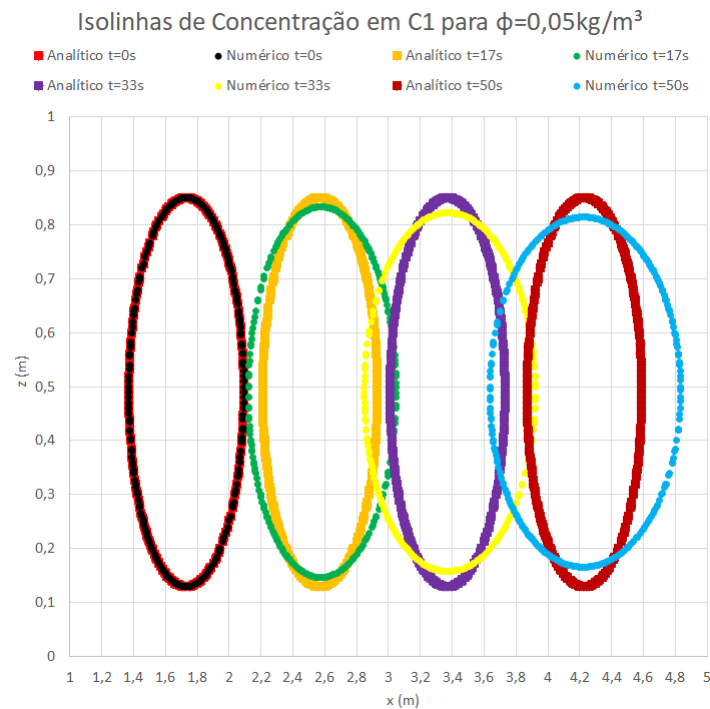


Figura 4.21: Isolinhas de  $\phi = 0,05\text{kg/m}^3$  para as soluções analítica e numérica para os tempos  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$ , em seção transversal ao domínio em  $y = L_y/2$  para a simulação **C1**.

Já os campos de concentração numérico e analítico e o erro do caso **C1** estão representados na Figura 4.22 em igual seção transversal e, diferentemente do caso anterior, a escala de concentração é mantida constante, pois há apenas transporte, sem difusão. O resultado numérico consegue acompanhar a posição do pico do resultado analítico, mas o formato circular não é mantido, transformando-se em uma elipse cujo eixo maior é o eixo no sentido de propa-

gação, demonstrando que a difusão numérica ocorre principalmente na direção da velocidade. Observa-se, também que a concentração de pico diminui conforme o tempo avança para o resultado numérico. Desta forma, o valor absoluto máximo do erro  $\epsilon(x,y,z,t)$  é da ordem de 30% e assume valores positivos no pico e negativos ao redor. Além disso, o erro tende a aumentar conforme o tempo avança, pois o efeito da difusão numérica é constante no tempo, já que a velocidade é constante. Portanto, o código não é adequado para simulações sem difusão, o que não é um problema, pois os escoamentos na natureza sempre apresentam comportamento difusivo característico de escoamentos turbulentos.

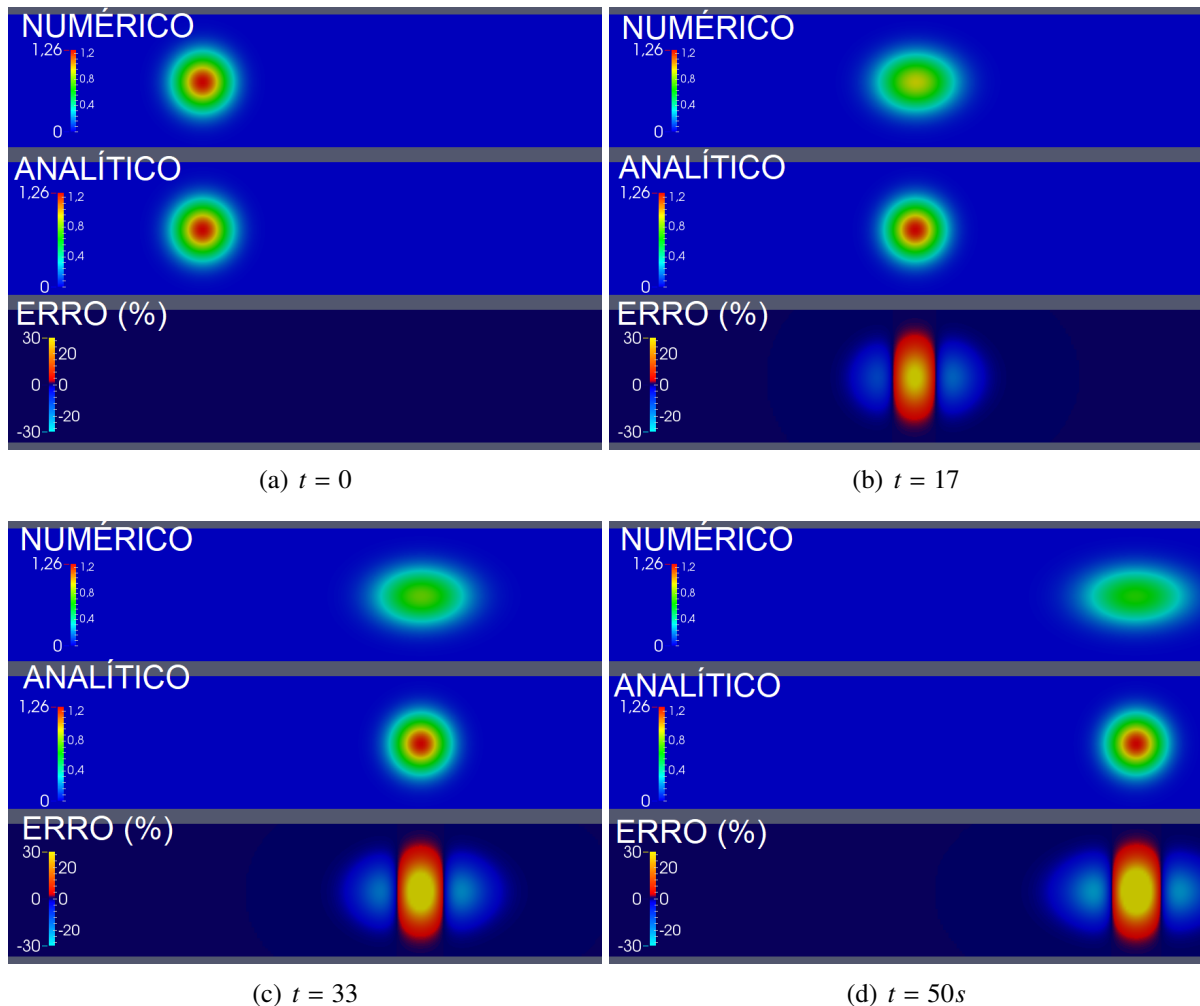


Figura 4.22: Caso com advecção pura: campo de concentração calculado numérica e analiticamente e erro  $\epsilon$  em corte no domínio em  $y = L_y/2$ , respectivamente para  $t = 0, 17s, 33s$  e  $50s$  (simulação **C1**).

O caso **C1** foi comparado, através da adimensionalização da equação (4.9), com os casos **B1** e **B2**, com o eixo  $x$  recuado em  $0,5m$  para **B1** para o ponto  $(x_0, y_0, z_0)$  coincidir. Dessa

forma, a Figura 4.23 ilustra a comparação desejada, em que, partindo-se da mesma condição inicial, obtém-se resultados muito diferentes para os três casos. A difusão numérica do caso **C1** mostra-se menor do que a difusão dos outros dois casos, pois seu pico é maior. Além disso, nota-se que os casos **B2** e **C1** possuem seus picos coincidindo para todos os tempos, o que é resultado da mesma velocidade propagação no domínio  $u$ .

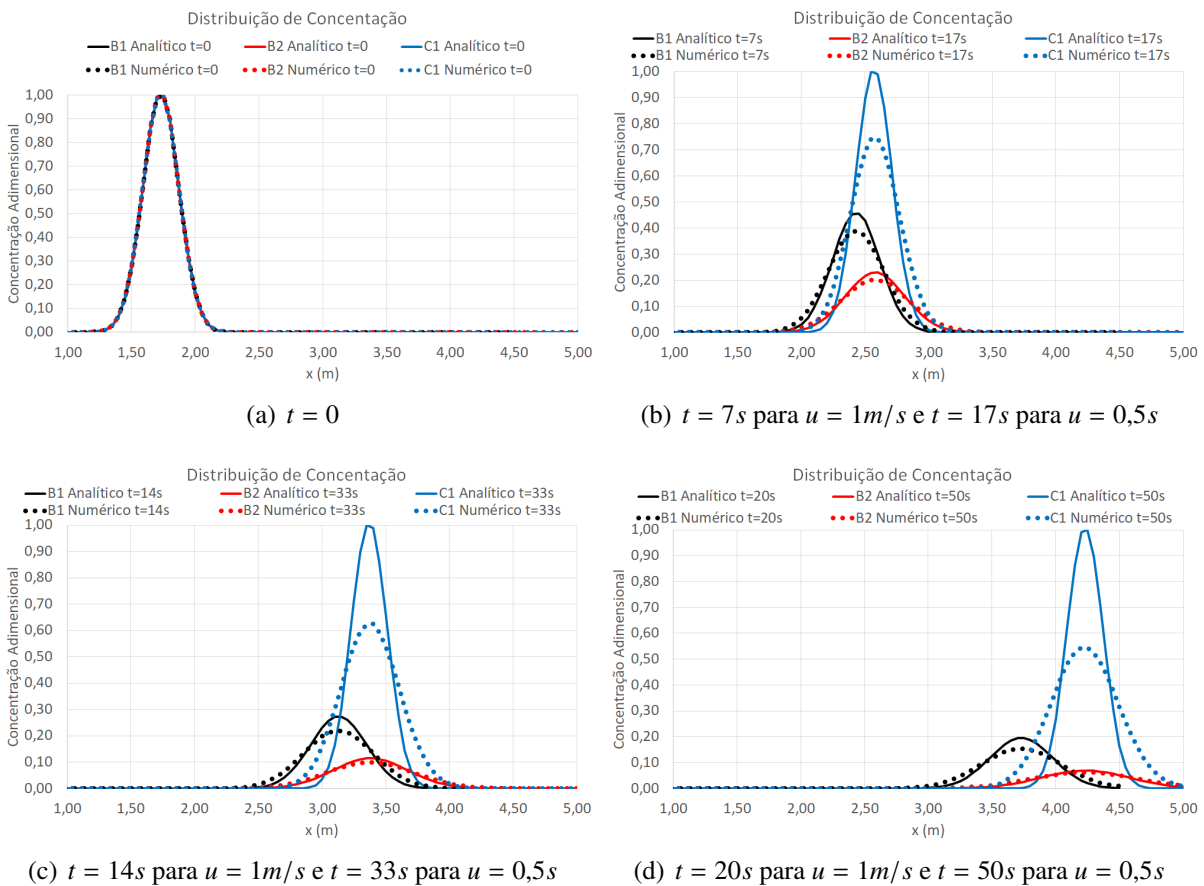


Figura 4.23: Distribuição da concentração adimensionalizada calculada analítica e numericamente, ao longo do eixo  $x$  localizado em  $y = L_y/2$  e  $z = L_z/2$ , para as simulações **B1**, **B2** e **C1**.

#### 4.4 TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

Para os casos **A** (difusão pura, equação 2.15) e **B** (velocidade constante unidimensional, equação 4.10) foram realizados testes de convergência de malha, a fim de avaliar a ordem do



código. O erro de cada simulação é calculado em cada passo de tempo com a equação:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{\sum (\phi_{i,j,k}^{ANALITICO} - \phi_{i,j,k}^{NUMERICO})^2}{N_x N_y N_z}}, \quad (4.18)$$

em que  $\phi_{i,j,k}^{ANALITICO}$  é a concentração obtida analiticamente no centro do elemento de malha ( $x = i, y = j, z = k$ ) com as equações (4.5) e (4.12) para os casos **A** e **B**, respectivamente, e  $\phi_{i,j,k}^{NUMERICO}$  é a concentração obtida com as simulações no centro do elemento de malha ( $x = i, y = j, z = k$ ). Calcula-se o erro com a equação (4.18) em todos os instantes de tempo e o erro da simulação para o teste de convergência de malha é o valor máximo obtido. As malhas variaram de  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,02$  a  $0,5m$ . Para o caso **B**, a velocidade de aproximação assumiu os valores  $u = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$  e  $1,5m/s$ . A equação de ajuste do erro  $\epsilon$  é dada no formato:

$$\epsilon = m\Delta x^n, \quad (4.19)$$

em que  $m$  e  $n$  são os coeficientes a serem ajustados a partir dos valores de  $\epsilon$  encontrados em cada simulação.

#### 4.4.1 TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA PARA O CASO PURAMENTE DIFUSIVO (CASO A)

Os parâmetros utilizados nas simulações para o teste de convergência são os do caso **A1** e estão na Tabela 4.8, em que  $\phi_{inicio}$  representa a concentração máxima no domínio computacional, na condição inicial da simulação.

Tabela 4.8: Parâmetros das simulações **A** para teste de convergência de malha.

$\mathbf{M}$ [kg]	$5,541 \cdot 10^{-2}$
$(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$	(1, 1, 1)
$\alpha$ [ $m^3/kg$ ]	$7,05 \cdot 10^{-3}$
$\rho_0$ [ $kg/m^3$ ]	998,2
$\rho_{max}$ [ $kg/m^3$ ]	1006,96
$\phi_{inicio}$ [ $kg/m^3$ ]	1,24
$\mathbf{K}$ [ $m^2/s$ ]	0,001
$\mathbf{L}_x = \mathbf{L}_y = \mathbf{L}_z$ [m]	2,0
$\Delta t$ [s]	0,01

A Figura 4.24 mostra os erros e as equações de ajuste obtidos no teste de convergência de malha, bem como o coeficiente de determinação  $R^2$ . Como as simulações apresentam dois comportamentos distintos, também são apresentadas os erros, equações de ajuste e coeficiente  $R^2$  para os intervalos de  $\Delta x \leq 0,05m$  e  $\Delta x \geq 0,05m$ . A Figura 4.24 (a) possui uma equação ajustada para  $\epsilon = 0,076\Delta x^{1,764}$ , demonstrando que o código, para o caso de difusão pura é da ordem de 1,764. Na Figura 4.24 (b), ao separar os dois comportamentos, para a região de  $\Delta x \leq 0,05m$ , obtêm-se a equação de  $\epsilon = 0,0006\Delta x^{0,3098}$ , portanto da ordem de 0,3098 e para a região de  $\Delta x \geq 0,05m$ ,  $\epsilon = 0,1798\Delta x^{2,2823}$ , da ordem de 2,2823.

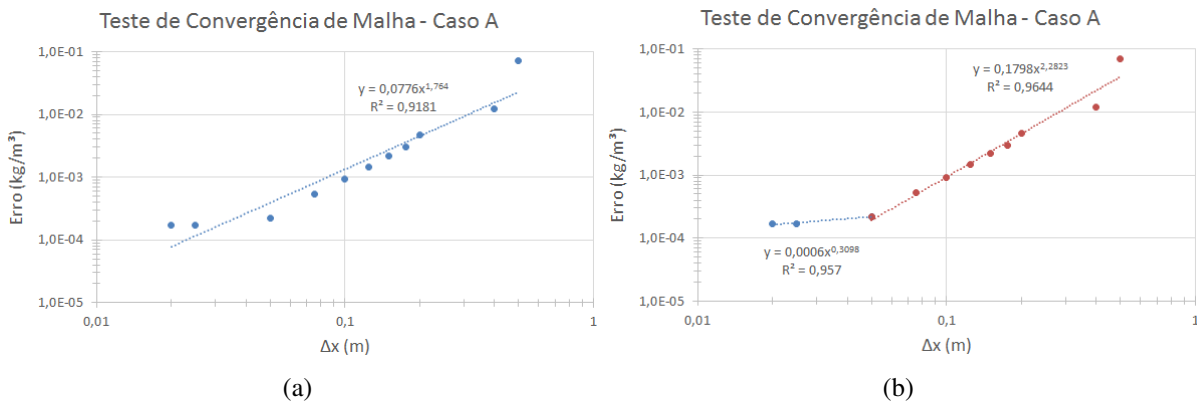


Figura 4.24: Erros  $\epsilon$  (equação 4.18), equações de ajuste e coeficiente  $R^2$  obtidos no teste de convergência de malha para o caso A, utilizando todos os pontos para determinar a equação (a) e separando os pontos em dois trechos para determinar a equação (b).

O comportamento geral mostra que as aproximações de segunda ordem utilizadas no código têm comportamento próximo à segunda ordem. Já a região de maiores  $\Delta x$  apresenta um comportamento visivelmente de segunda ordem, que é coerente com o esquema utilizado. Entretanto, na região de menores  $\Delta x$ , o comportamento bastante inferior à segunda ordem acontece pois o erro assume um valor com uma variação muito pequena, indicando que nesta região apenas refinar a malha de cálculo não traz por si só benefício. Para que menores valores de  $\Delta x$  tragam efetiva diminuição no valor do erro, o refinamento também deve acontecer para  $\Delta t$ , já que os erros associados ao esquema temporal também precisam ser reduzidos.

#### 4.4.2 TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA PARA O CASO DE DIFUSÃO E VELOCIDADE UNIDIMENSIONAL (CASO B)

No teste de convergência de malha do caso **B** foram analisados os casos de diferentes velocidades de aproximação e de diferentes valores de  $\Delta t$ . Utilizaram-se as velocidades de aproximação de  $u = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$  e  $1,5\text{m/s}$ ,  $\Delta t = 0,1; 0,05; 0,01$  e  $0,001\text{s}$  e demais parâmetros na Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Parâmetros das simulações **B** para o teste de convergência de malha.

$\mathbf{M}$ [kg]	$5,541 \cdot 10^{-2}$
$(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$	(1, 0,5, 0,5)
$\alpha$ [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ]	$7,05 \cdot 10^{-3}$
$\rho_0$ [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	998,2
$\rho_{max}$ [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	1006,96
$\phi_{inicio}$ [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	1,24
$\mathbf{K}$ [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]	0,001
$\mathbf{L}_x$ [m]	5,0
$\mathbf{L}_y = \mathbf{L}_z$ [m]	1,0
$\Delta t$ [s]	0,01

#### VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DE APROXIMAÇÃO

Avaliou-se a influência de diferentes velocidades de aproximação ( $u = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$  e  $1,5\text{ m/s}$ ) em teste de convergência de malha na resolução da Equação de Advecção-Difusão com velocidade unidimensional uniforme em todo domínio e em todo o tempo. Utilizaram-se os parâmetros da Tabela 4.9 e um  $\Delta t = 0,01\text{s}$ .

Os Números *CFL* são os Números de Courant da malha apresentados no **Capítulo 3** e, como para o teste de convergência da malha o valor da velocidade de aproximação é constante em todo o domínio, o Número de Courant representa a simulação com dado valor de  $u$ ,  $\Delta t$  e  $\Delta x$ , assim, o *CFL* é dados por:

$$CFL = u \frac{\Delta t}{\Delta x}. \quad (4.20)$$

A Tabela 4.10 mostra os valores de *CFL* para o teste de convergência de malha com diferentes velocidades de aproximação. Os valores de *CFL* são apresentados de maneira gráfica na Figura 4.25.

Tabela 4.10: Número  $CFL$  para simulações do caso **B** com velocidade de aproximação  $u$  de 0,1 a 1,5m/s,  $\Delta t = 0,01s$  e  $\Delta x$  de 0,02 a 0,5m.

$u$ [m/s]	$\Delta x$ [m]								
	0,02	0,03	0,05	0,07	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,050	0,033	0,020	0,014	0,010	0,005	0,003	0,003	0,002
0,25	0,125	0,083	0,050	0,036	0,025	0,013	0,008	0,006	0,005
0,5	0,250	0,167	0,100	0,071	0,050	0,025	0,017	0,013	0,010
0,75	0,375	0,250	0,150	0,107	0,075	0,038	0,025	0,019	0,015
1,0	0,500	0,333	0,200	0,143	0,100	0,050	0,033	0,025	0,020
1,25	0,625	0,417	0,250	0,179	0,125	0,063	0,042	0,031	0,025
1,5	0,750	0,500	0,300	0,214	0,150	0,075	0,050	0,038	0,030

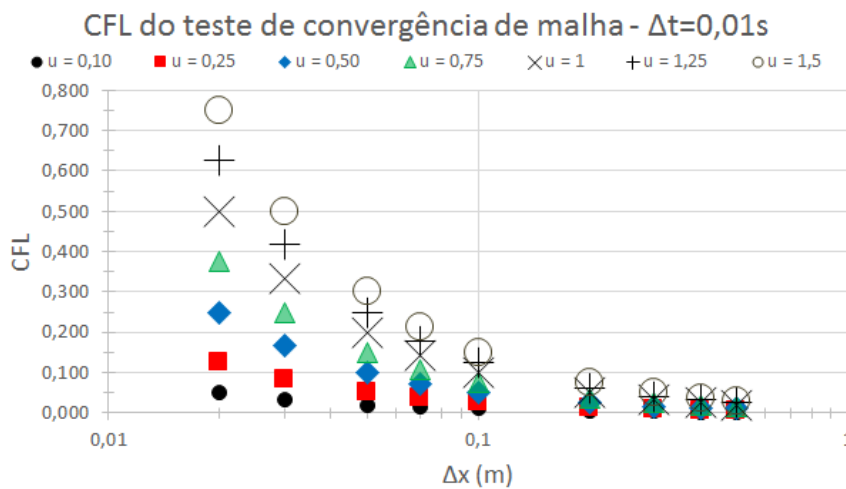


Figura 4.25: Número  $CFL$  para simulações do caso **B** com velocidade de aproximação  $u$  de 0,1 a 1,5m/s,  $\Delta t = 0,01s$  e  $\Delta x$  de 0,02 a 0,5m.

A Figura 4.26 mostra os erros obtidos para as diferentes velocidades de aproximação com diferentes tamanhos de malhas utilizadas, locais em que os pontos estão ausentes significam que as simulações divergiram. De maneira geral, com a diminuição da velocidade, o erro também diminui, exceto pelo ponto de velocidade 1,5m/s em uma malha de 0,02m que apresenta um erro menor do que outras velocidades de aproximação. O comportamento das velocidades de 1,0; 1,25 e 1,5m/s é semelhante em quase todos os casos, indicando a boa representação dessas velocidades na malha.

A Tabela 4.11 mostra os resultados das linhas de tendências obtidas do gráfico da Figura 4.26 com todos os pontos disponíveis. O valor de  $n$  varia de 0,4514 a 0,7031, demonstrando que a utilização do esquema *upwind* no código SuLi tem resultados de até primeira ordem e, se comparados ao caso **A**, há uma redução da ordem do código pelo esquema *upwind*.

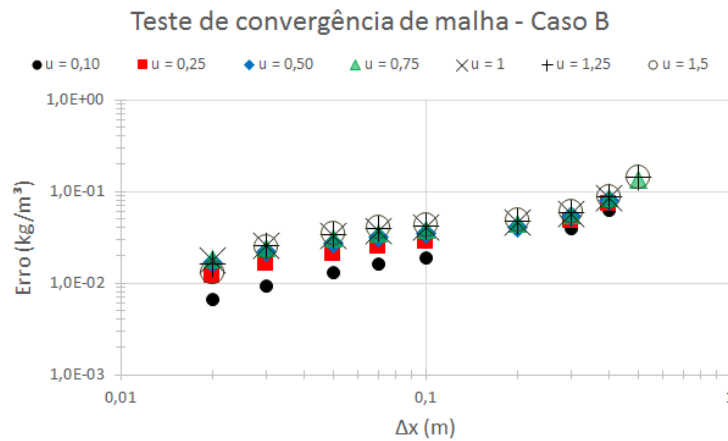


Figura 4.26: Erros obtidos no teste de convergência de malha para o caso **B** utilizando  $dt = 0,01s$  para as velocidades  $u = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$  e  $1,5m/s$ .

Tabela 4.11: Resultado da linha de tendência para o caso **B** com  $\Delta t = 0,01s$ , em equação do formato  $\epsilon = m\Delta x^n$  e do coeficiente de determinação  $R^2$ .

$u$ [m/s]	$m$	$n$	$R^2$
0,1	0,1039	0,7031	0,99
0,25	0,1045	0,5467	0,98
0,5	0,1004	0,4514	0,95
0,75	0,1307	0,5056	0,90
1,0	0,1091	0,4332	0,94
1,25	0,1444	0,5282	0,91
1,5	0,1565	0,5700	0,8993

Assim como no caso anterior, há duas regiões com comportamentos distintos e as linhas de tendência associadas aos pontos de  $\Delta x \geq 0,2m$  estão na Tabela 4.12. Os valores de  $n$  variam de 0,8713 a 1,5849, com o código mantendo o comportamento de primeira ordem e com uma precisão menor do que no caso **A**, já que o valor de  $n$  é menor para o caso **B**, mostrando, novamente, a influência do esquema *upwind*. A utilização de  $\Delta x \geq 0,2m$  para a construção da linha de tendência faz a precisão do código aumentar, já que o valor de  $n$  aumenta. Esta questão está ligada, assim como no caso **A** a necessidade de refinamento de  $\Delta t$ .

#### VARIAÇÃO DO PASSO DE TEMPO

Realizou-se uma análise de sensibilidade de  $\Delta t$  para o teste de convergência de malha com duas velocidades de aproximação ( $u = 0,25m/s$  e  $u = 1,0m/s$ ) para a resolução da Equação de Advecção-Difusão simplificada com velocidade unidirecional constante em todo o domínio e

Tabela 4.12: Resultado da linha de tendência para o caso **B** com  $\Delta t = 0,01s$  e  $\Delta x \geq 0,2m$ , em equação do formato  $\epsilon = m\Delta x^n$  com coeficiente de determinação  $R^2$ .

<b>u</b> [m/s]	<b>m</b>	<b>n</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
0,1	0,2671	1,5849	1,0
0,25	0,2628	1,4187	1,0
0,5	0,1813	0,9457	0,9448
0,75	0,2672	1,1805	0,9248
1,0	0,1807	0,8713	0,9319
1,25	0,2748	1,1539	0,9142
1,5	0,2775	1,1472	0,9096

no tempo. Os parâmetros utilizados estão na Tabela 4.9.

Os valores de  $CFL$  para as velocidades de aproximação de  $u = 0,25$  e  $1,0m/s$  estão nas Tabelas 4.13 e 4.14, respectivamente. Os mesmos resultados estão graficados na Figura 4.27.

Tabela 4.13: Número  $CFL$  para simulações do caso **B** com velocidade de aproximação  $u = 0,25m/s$ ,  $\Delta t$  de 0,001 a 0,1s e  $\Delta x$  de 0,02 a 0,5m.

	<b><math>\Delta x</math> [m]</b>								
<b><math>\Delta t</math> [s]</b>	<b>0,02</b>	<b>0,03</b>	<b>0,05</b>	<b>0,07</b>	<b>0,1</b>	<b>0,2</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>
<b>0,1</b>	1,250	0,833	0,500	0,375	0,250	0,125	0,083	0,063	0,050
<b>0,05</b>	0,625	0,417	0,250	0,179	0,125	0,063	0,042	0,031	0,025
<b>0,01</b>	0,125	0,083	0,050	0,036	0,025	0,013	0,008	0,006	0,005
<b>0,001</b>	0,013	0,008	0,005	0,004	0,003	0,001	0,001	0,001	0,001

Tabela 4.14: Número  $CFL$  para simulações do caso **B** com velocidade de aproximação  $u = 1,0m/s$ ,  $\Delta t$  de 0,001 a 0,1s e  $\Delta x$  de 0,02 a 0,5m.

	<b><math>\Delta x</math> [m]</b>								
<b><math>\Delta t</math> [s]</b>	<b>0,02</b>	<b>0,03</b>	<b>0,05</b>	<b>0,07</b>	<b>0,1</b>	<b>0,2</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>
<b>0,1</b>	5,000	3,333	2,000	1,429	1,000	0,500	0,333	0,250	0,200
<b>0,05</b>	2,500	1,667	1,000	0,714	0,500	0,250	0,167	0,125	0,100
<b>0,01</b>	0,500	0,333	0,200	0,143	0,100	0,050	0,033	0,025	0,020
<b>0,001</b>	0,050	0,033	0,020	0,014	0,010	0,005	0,003	0,003	0,002

A Figura 4.28 mostra os erros para as diversas malhas utilizadas com os  $\Delta t$  de 0,1; 0,05; 0,01 e 0,001s com as velocidades de aproximação de 0,25 (a) e 1,0m/s (b). Para ambas as velocidades há dois comportamentos distintos que ocorrem nos intervalos de  $\Delta x \leq 0,2m$  e  $\Delta x \geq 0,2m$ . No caso de menor velocidade, para  $\Delta x \geq 0,2m$ , as malhas mais grosseiras apresentam os mesmos erros independente do valor adotado de  $\Delta t$ . Já para as malhas mais refinadas, em ambos os casos, para que a simulação não divirja é necessário que se use  $\Delta t$  mais refinados. Em

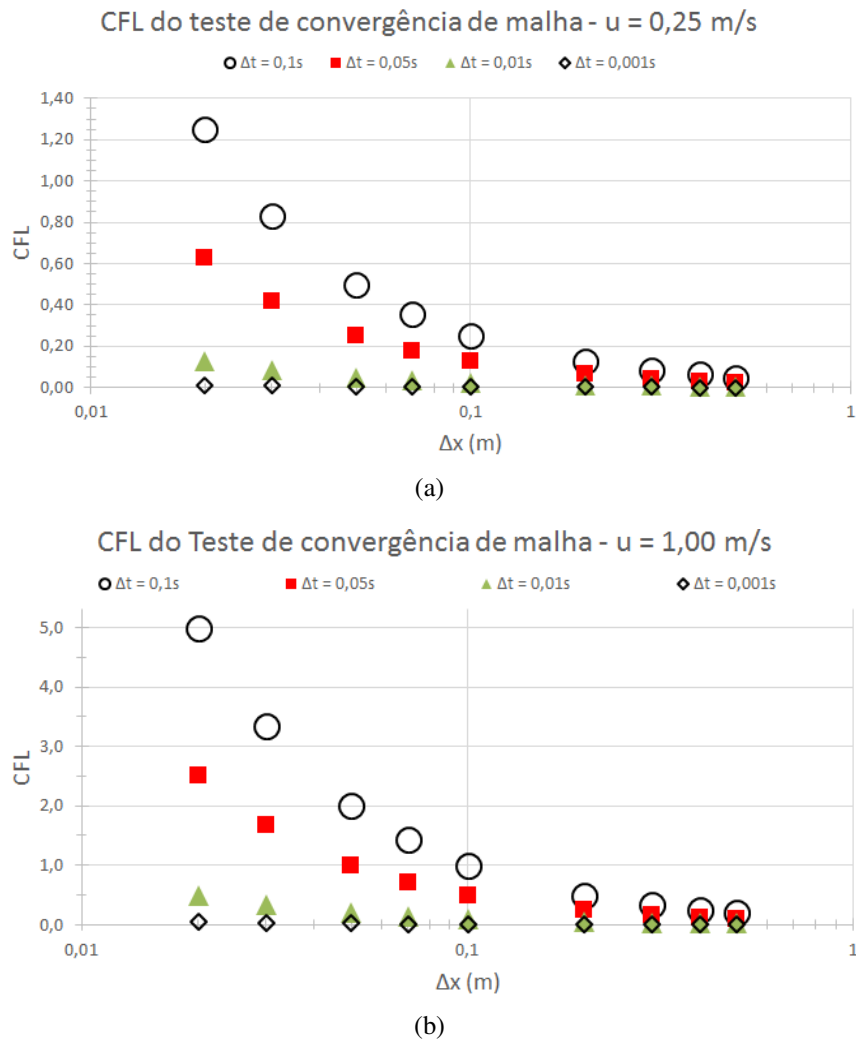


Figura 4.27: Número  $CFL$  para simulações do caso **B** com velocidades de aproximação  $u = 0,25$  (a) e  $1,0$  m/s (b),  $\Delta t$  de 0,001 a 0,1s e  $\Delta x$  de 0,02 a 0,5m.

(b) há uma variação maior do erro nas simulações do que em (a). Em ambos os casos, o erro tem a mesma ordem de grandeza.

A Tabela 4.15 mostra os resultados da linha de tendência para os vários passos de tempo com a velocidade de aproximação de  $0,25$  m/s, utilizando todos os pontos disponíveis para o cálculo. O valor de  $n$  varia entre 0,5539 e 0,7639, mostrando que o código é de primeira ordem. A simulação de mais alta ordem é a com  $\Delta t = 0,1$  s e conforme diminui o valor de  $\Delta t$ , a ordem também diminui.

Para comparar corretamente as simulações e analisar a região com comportamento semelhante, a Tabela 4.16 mostra os resultados das linhas de tendência somente para as malhas menos refinadas ( $\Delta x = 0,2; 0,3; 0,4$  e  $0,5$  m), com velocidade de aproximação  $u = 0,25$  m/s.

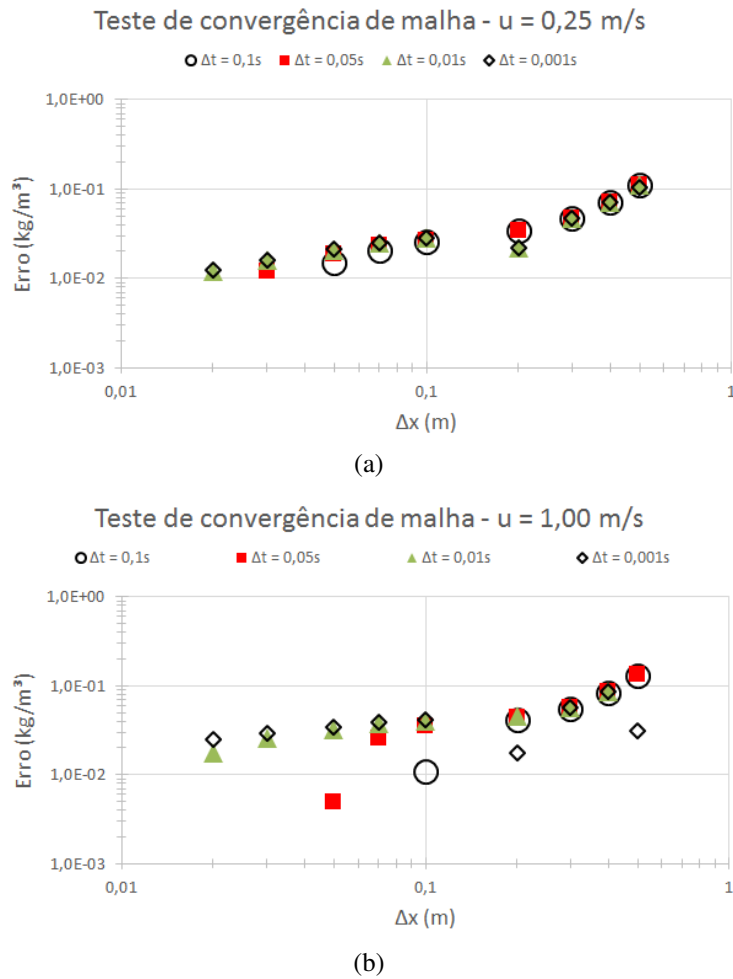


Figura 4.28: Erros obtidos no teste de convergência de malha para o caso **B** para as velocidades de 0,25 (a) e 1,00 m/s (b) para  $\Delta t = 0,1$ ; 0,05; 0,01 e 0,001 s.

Tabela 4.15: Resultado da linha de tendência para o caso **B** com  $u = 0,25$  m/s, em equação do formato  $\epsilon = m\Delta x^n$ , com coeficiente de determinação  $R^2$  e utilizando todos os valores  $\Delta x$  no cálculo.

$\Delta t$ [s]	<b>m</b>	<b>n</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
0,1	0,1439	0,7639	0,94
0,05	0,1328	0,6834	0,94
0,01	0,1077	0,5725	0,83
0,001	0,1034	0,5539	0,84

Assim, o valor de  $n$  varia de 1,2742 a 1,7692, com o esquema numérico apresentando um comportamento de primeira ordem e, conforme o refinamento de  $\Delta t$ , aumenta a ordem, exceto pelo valor de  $\Delta t = 0,001$  s.

Já para o caso (b) da Figura 4.28, a Tabela 4.17 mostra os valores da linha de tendência com velocidade de aproximação de 1,00 m/s para todos os valores de  $\Delta x$ . Para o  $\Delta t$  mais refinado o valor de  $R^2$  é muito baixo ( $R^2 = 0,18$ ) e apresenta  $n = 0,1707$ . Os valores de  $\Delta t$  menos refinados



Tabela 4.16: Resultado da linha de tendência para o caso **B** com  $u = 0,25m/s$ , em equação do formato  $\epsilon = m\Delta x^n$ , com coeficiente de determinação  $R^2$  e utilizando apenas  $\Delta x = 0,2; 0,3; 0,4$  e  $0,5$  no cálculo.

$\Delta t$ [s]	<b>m</b>	<b>n</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
0,1	0,2435	1,2742	0,96
0,05	0,2418	1,2585	0,95
0,01	0,3800	1,7692	0,99
0,001	0,3417	1,6895	0,99

apresentam comportamento de primeira ordem, maior do que para  $\Delta t = 0,01s$ .

Tabela 4.17: Resultado da linha de tendência para o caso **B** com  $u = 1,0m/s$ , em equação do formato  $\epsilon = m\Delta x^n$ , com coeficiente de determinação  $R^2$  e utilizando todos os  $\Delta x$  no cálculo.

$\Delta t$ [s]	<b>m</b>	<b>n</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
0,1	0,3541	1,4770	0,98
0,05	0,2612	1,0813	0,83
0,01	0,1091	0,4332	0,94
0,001	0,0529	0,1707	0,18

Assim como nos casos anteriores, existem pontos muito discrepantes e o comportamento não é monótono, portanto analisa-se em separado o trecho de  $\Delta x \geq 0,2m$ , de onde obtêm-se a Tabela 4.18. Como nos casos anteriores, há um aumento do valor de  $n$  (que varia de 0,8713 até 1,2496), indicando um aumento na ordem do código para todos os  $\Delta t$ , mas permanecendo de primeira ordem, o que confirma o esquema utilizado como um *upwind* de primeira ordem.

Tabela 4.18: Resultado da linha de tendência para o caso **B** com  $u = 1,0m/s$ , em equação do formato  $\epsilon = m\Delta x^n$ , com coeficiente de determinação  $R^2$  e utilizando apenas  $\Delta x = 0,2; 0,3; 0,4$  e  $0,5$  no cálculo.

$\Delta t$ [s]	<b>m</b>	<b>n</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
0,1	0,2816	1,2496	0,95
0,05	0,2724	1,1874	0,93
0,01	0,1807	0,8713	0,93
0,001	0,1104	0,9037	0,26

## 4.5 CONCLUSÕES DA VERIFICAÇÃO

Os resultados apresentados apontam para uma diminuição do pico de concentração calculada numericamente em relação ao resultado analítico, o que demonstra que a difusão efetiva das simulações é maior do que a analítica, pois é composta pela soma da difusão física e da

difusão oriunda do esquema numérico. A presença de difusão numérica é mais visível para o caso de advecção pura, já que a única difusão presente neste caso é a de origem numérica. Entretanto, nos casos de difusão pura e advecção-difusão, apesar de presente, a difusão numérica acaba perdendo sua relevância, pois a difusão presente naturalmente assume maior importância, fazendo com que a difusão numérica não altere significativamente as concentrações. O caso de difusão pura é o que apresenta menores erros, visto que o erro associado à difusão numérica é oriundo do método *upwind* e não no esquema centrado de segunda ordem adotado para o termo difusivo da equação de Advecção-Difusão.

O código, dessa forma, representa bem fenômenos difusivos através de um esquema centrado em diferenças finitas de segunda ordem, apresentando erros aceitáveis, considerando-se, assim, o termo difusivo verificado. Quando se agrega uma velocidade constante em todo o domínio, o erro aumenta, pois já há influência da difusão numérica oriunda do esquema *upwind* de primeira ordem. Todavia, os erros, que são da ordem de 8%, não comprometem significativamente a distribuição de concentração e, portanto, o código simula adequadamente fenômenos advectivos-difusivos.

Já para o caso de advecção pura, como era esperado, o código apresenta erros consideráveis, pois a difusão numérica oriunda do esquema passa a interferir significativamente nos resultados, mostrando que esse esquema é inadequado para representar fenômenos puramente convectivos. Entretanto, os escoamentos naturais se caracterizam por sempre possuírem difusão, que pode atuar em maior ou menor escala, dependendo do fenômeno em questão.

O teste de convergência de malha confirma que o esquema centrado utilizado para o termo difusivo é de segunda ordem e que o esquema *upwind* utilizado para o termo convectivo é de primeira ordem. Entretanto, o refinamento unicamente espacial é insuficiente e precisa ser acompanhado pelo refinamento de  $\Delta t$  para que melhores resultados sejam obtidos com malhas mais refinadas. Para difusão com velocidade unidimensional constante, menores velocidades de aproximação tendem, de maneira geral, a apresentar erros menores, principalmente para malhas mais refinadas. Para algumas situações, o valor de  $\Delta t$  mais refinado trouxe uma ordem menor do código do que os outros valores de  $\Delta t$ , mostrando que existem outros fatores que influenciam o erro e que tal refinamento não é o mais adequado para as condições do código.

## 5 RESULTADOS DE CORRENTE DE TURBIDEZ

Neste Capítulo são apresentados os resultados obtidos com correntes de turbidez deposicionais simuladas com o código *SuLi* em configuração de um canal com *lock-release*. A análise dos resultados propicia a melhor compreensão de correntes de turbidez, tanto em sua propagação quanto em seu depósito. É apresentada a validação da frente e do depósito da corrente de turbidez com o trabalho de Gladstone et al. (1998) [25]. São avaliadas diferentes fórmulas para a velocidade de queda dos sedimentos ao compara-las com o trabalho de Gladstone et al. (1998) [25]. Em seguida são apresentados resultados de simulações com diâmetros de  $d = 150, 69$  e  $25 \mu m$  combinados em diferentes percentagens para correntes bidispersas, onde são comparadas a posição e a velocidade da frente da corrente, o depósito das simulações, massa em suspensão e a taxa de sedimentação. Finalmente, são mostrados os resultados de uma simulação tridispersa.

### 5.1 VALIDAÇÃO COM GLADSTONE ET AL. (1998)

O trabalho de Gladstone et al. (1998) [25] mostra correntes de turbidez bidispersas com várias concentrações, em configuração de *lock-release* (Figura 5.1). Os parâmetros dos experimentos são apresentados na Tabela 5.1, em que  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$  representam, respectivamente, as dimensões do tanque nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ ,  $x_{lock}$  e  $z_{lock}$  são o tamanho da região do *lock-release*, respectivamente, nas direções  $x$  e  $z$  na condição inicial,  $d_{grosso}$  e  $d_{fino}$  são os diâmetros dos sedimentos grosso e fino, respectivamente,  $\rho_{max}$  representa a massa específica máxima da mistura água e sedimento (que ocorre no tempo inicial),  $\rho_0$  representa a massa específica da água clara e  $\rho_s$  corresponde à massa específica do material utilizado (partículas de carboneto de silício).

Tabela 5.1: Parâmetros dos experimentos de Gladstone et al. (1998) [25].

$L_x$ [m]	$L_y$ [m]	$L_z$ [m]	$x_{lock}$ [m]	$z_{lock}$ [m]
5,7	0,2	0,4	0,2	0,4
$d_{grosso}$ [ $\mu m$ ]	$d_{fino}$ [ $\mu m$ ]	$\rho_s$ [ $kg/m^3$ ]	$\rho_0$ [ $kg/m^3$ ]	$\rho_{max}$ [ $kg/m^3$ ]
69	25	3217	998,2	1005,9

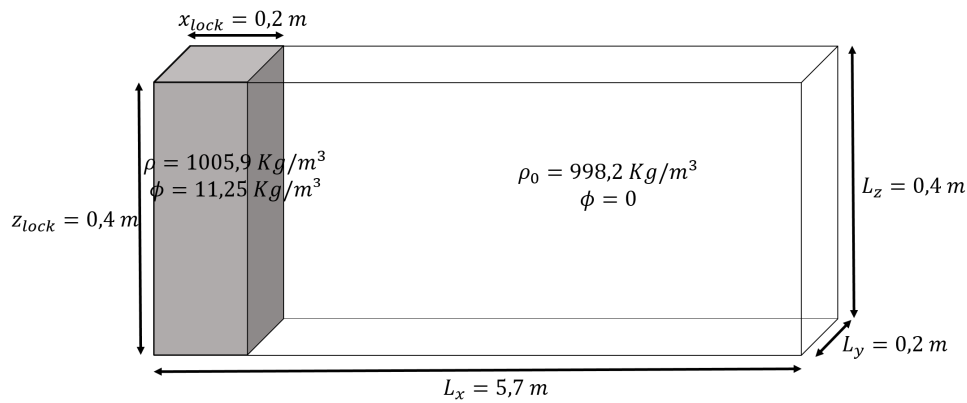


Figura 5.1: Condição inicial dos experimentos de Gladstone et al. (1998) [25].

Os experimentos foram conduzidos com uma mistura de 180 g de sedimentos (correspondente à soma dos sedimentos grossos e finos) em 16 L de água na região do *lock-release* e agitados até a mistura ficar homogênea. Assim, a concentração total de sedimentos é de  $\phi = 11,25 \text{ kg/m}^3$ . Logo, ao utilizar a equação (2.16), considerando  $\rho = 1005,9 \text{ kg/m}^3$  e  $\rho_0 = 998,2 \text{ kg/m}^3$ , é obtido  $\alpha = 6,857 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$ . Dessa forma, as simulações tem a concentração total (soma da concentração referente aos diâmetros grosso e fino) a variando de 0 a  $11,25 \text{ kg/m}^3$ . Os experimentos de Gladstone et al. (1998) [25] são divididos pelos autores em função da percentagem de material grosso e fino e, no presente trabalho, será adotada a mesma divisão (Tabela 5.2).

Tabela 5.2: Percentagens iniciais de material grosso e fino nos experimentos de Gladstone et al. (1998) [25].

Caso	A	B	C	D	E	F	G
Fino (25 $\mu\text{m}$ )	100%	80%	60%	50%	40%	20%	0%
Grosso (69 $\mu\text{m}$ )	0%	20%	40%	50%	60%	80%	100%

Para a medição do depósito, no trabalho experimental, as amostras foram tomadas com um cilindro de seção transversal de  $54,13 \text{ cm}^2$ , posicionado a cada  $25 \text{ cm}$  e a massa obtida foi dividida pela área do cilindro, resultando na densidade de depósito.

Para comparar os resultados de depósito e posição da frente da corrente de turbidez com o trabalho de Gladstone et al. (1998) [25], o presente trabalho utilizou, além de parâmetros iguais ao da Tabela 5.1 e  $\phi_{inicial} = 11,25 \text{ kg/m}^3$ , os parâmetros numéricos e as condições de contorno da Tabela 5.3.

A densidade de depósito ( $D_t$ ) foi calculada no código de maneira semelhante ao depósito

calculado por Necker et al. (2002) [56] e Espath et al. (2014) [19], com a diferença de que não foi feita a média na direção  $y$ , transversal ao escoamento. A densidade de depósito em  $z = 0$  é dependente da posição na direção do escoamento ( $x$ ), da posição na direção transversal ao escoamento ( $y$ ) e do tempo  $t$ , que para os resultados apresentados corresponde ao tempo final. Assim, tem-se:

$$D_t(x,y,t) = \int_0^t u_s \phi(x, y, z = 0, \tau) d\tau. \quad (5.1)$$

Tabela 5.3: Parâmetros e condições de contorno das simulações para validação com os experimentos de Gladstone et al. (1998) [25].

$\Delta x$ [m]	$\Delta y$ [m]	$\Delta z$ [m]	$\Delta t$ [s]	C.C. Fundo	C.C. Lateral
0,01	0,01	0,01	0,01	<i>No Slip</i>	<i>Free Slip</i>

### 5.1.1 AVALIAÇÃO DE EQUAÇÕES PARA A VELOCIDADE DE QUEDA

Os sedimentos em suspensão na corrente de turbidez estão sujeitos à ação da gravidade, pois tem massa específica maior do que a água, assim, a velocidade de queda ( $u_s$ ) é tida como uma característica do sedimento para conformar tal ação. Existem muitas formulações para caracterizar a velocidade de queda segundo a massa específica e o diâmetro do sedimento. Nesta sessão são comparados resultados para correntes de turbidez monodispersa com o caso G (100%  $d = 69 \mu m$ ) de Gladstone et al. (1998) [25] utilizando as formulações de  $u_s$  da Tabela 5.4, apresentadas no Capítulo 2. Como demonstrado a seguir, os resultados mais próximos dos resultados experimentais foram obtidos com a formulação de Stokes.

Os resultados obtidos para a frente e para a densidade de depósito estão nas Figuras 5.2 e 5.3. Na avaliação de diferentes equações para a velocidade de queda, a densidade de depósito foi calculada utilizando a equação 5.1 e então a média na direção transversal ao escoamento  $y$  foi calculada, obtendo-se o gráfico da Figura 5.3. As equações que melhor representaram o trabalho experimental são de Stokes (2.22) e Rubey (2.23). Das equações que modificam a velocidade de queda a partir da concentração, apenas a equação de Richardson e Zaki (2.30) representou bem o comportamento da frente e o depósito da corrente de turbidez. Entretanto, para as concentrações do caso simulado não houve diferença significativa entre os resultados

das simulações obtidos com e sem a formulação de Richardson e Zaki, logo, por simplicidade e para reduzir o custo computacional, tal abordagem não foi mais utilizada.

Tabela 5.4: Fórmulas e valores para a velocidade de queda para comparação com caso de corrente de turbidez com sedimentos  $d = 69 \mu\text{m}$  e  $\rho_{sed} = 3217 \text{ kg/m}^3$  dos experimentos de Gladstone et al. (1998) [25].

Nome	Fórmula	Equação no texto	$u_s$ [cm/s]
Stokes	$u_s = \frac{d^2}{18\mu} g (\rho_s - \rho_0)$	2.22	0,5587
Rubey	$u_s = \sqrt{\frac{36\nu^2}{d^2} + \frac{2(\rho_s - \rho_0)gd}{3\rho}} - \frac{6\nu}{d}$	2.23	0,3158
Smoluchovski	$u_{s,\phi} = \frac{u_s}{1 + 1,4384 (c_v)^{1/3}}$	2.29	0,4588 (c/ Stokes) 0,2593 (c/ Rubey)
Uchida	$u_{s,\phi} = \frac{u_s}{1 + 1,0354 (c_v)^{1/3}}$	2.28	0,4830 (c/ Stokes) 0,2730(c/ Rubey)
Richardson e Zaki	$u_{s,\phi} = u_s (1 - c_v)^{4,65}$	2.30	0,5498 (c/ Stokes) 0,3107 (c/ Rubey)

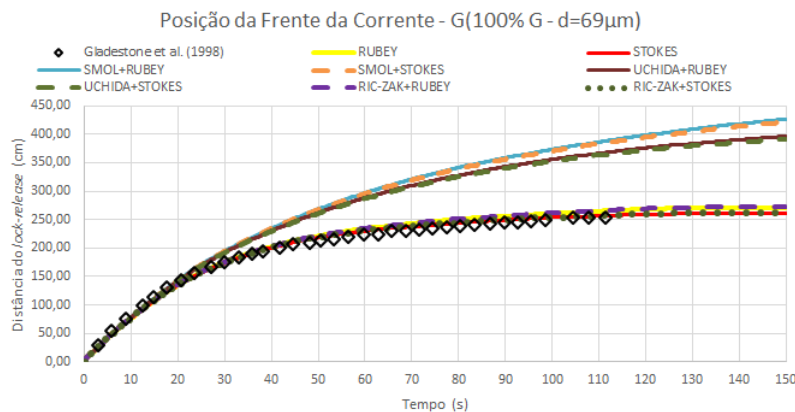


Figura 5.2: Comparação da evolução da frente da corrente de turbidez com diferentes fórmulas de velocidade de queda com Gladstone et al. (1998) [25], para o caso G (100% material grosso).

### 5.1.2 SIMULAÇÕES BIDISPERSAS

Esta sessão mostra os resultados obtidos da comparação da posição da frente e da densidade de depósito de correntes de turbidez com o trabalho de Gladstone et al. (1998) [25] para os casos bidispersos da Tabela 5.2. Foram utilizadas as formulações de Stokes (1851) [71] e de Ferguson e Church (2004) [20] para o cálculo da velocidade de queda e cujos valores são apresentados na Tabela 5.5. A densidade de depósito é calculada com a equação 5.1 e a média dos pontos

compreendidos dentro de cada cilindro de medição (posicionado a cada 25 cm a partir do *lock-release* e de seção transversal de 54,13 cm<sup>2</sup>) é utilizada para calcular o depósito no ponto exato do experimento. Os mesmos parâmetros e condições de contorno da Tabela 5.3 são utilizados. É analisada, também, a velocidade da frente da corrente utilizando a formulação de Stokes para a velocidade de queda nesta comparação.

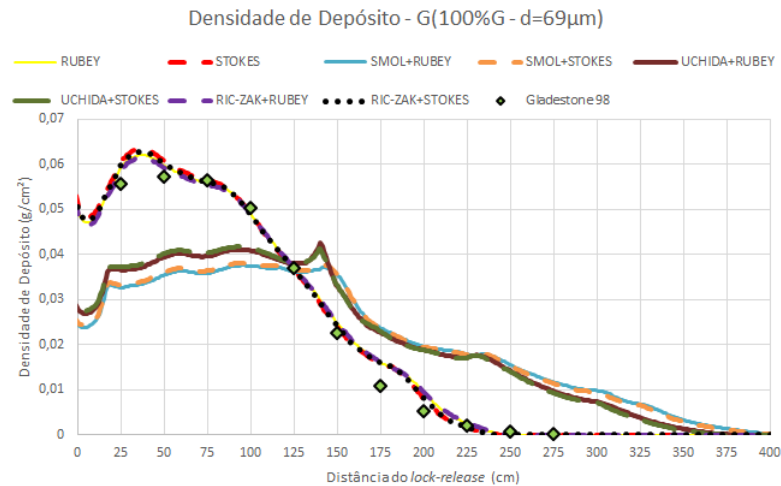


Figura 5.3: Comparação da densidade de depósito da corrente de turbidez com diferentes fórmulas de velocidade de queda com Gladstone et al. (1998) [25], para o caso G (100% material grosso).

Tabela 5.5: Fórmulas e valores para a velocidade de queda utilizados para a comparação do presente trabalho com os caso A a G do trabalho experimental de Gladstone et al. (1998) [25], que possui sedimentos de diâmetro de  $d = 69 \mu\text{m}$  e de  $d = 25 \mu\text{m}$  e de massa específica  $\rho_{sed} = 3217 \text{ kg/m}^3$ .

Nome	Fórmula	Eq. no texto	$u_s$ [cm/s] ( $d = 69 \mu\text{m}$ )	$u_s$ [cm/s] ( $d = 25 \mu\text{m}$ )
Stokes	$u_s = \frac{d^2}{18\mu} g (\rho_s - \rho_0)$	2.22	0,5587	0,0733
F-C $C_2 = 0,4$	$u_s = \frac{Rgd^2}{18\nu + (0,75C_2Rgd^3)^{0,5}}$	2.24	0,5179	0,0721
F-C $C_2 = 1$			0,4967	0,0714

A posição da frente e a densidade de depósito da corrente de turbidez nas simulações A a G utilizando a formulação de Stokes para a velocidade de queda estão presentes nas Figuras 5.4 e 5.5. Na Figura 5.4 a posição da frente é representada com uma concordância quase perfeita para os casos F e G, que possuem maior porcentagem de material grosso (80% e 100%, respectivamente) e as simulações D e E, com 50% e 60% de material grosso também ficam bem representadas. As demais simulações apresentam uma defasagem praticamente constante no

tempo com relação ao trabalho experimental, ou seja, estão atrasadas. Entretanto, tal defasagem não interfere significativamente nos resultados e a corrente fica bem representada.

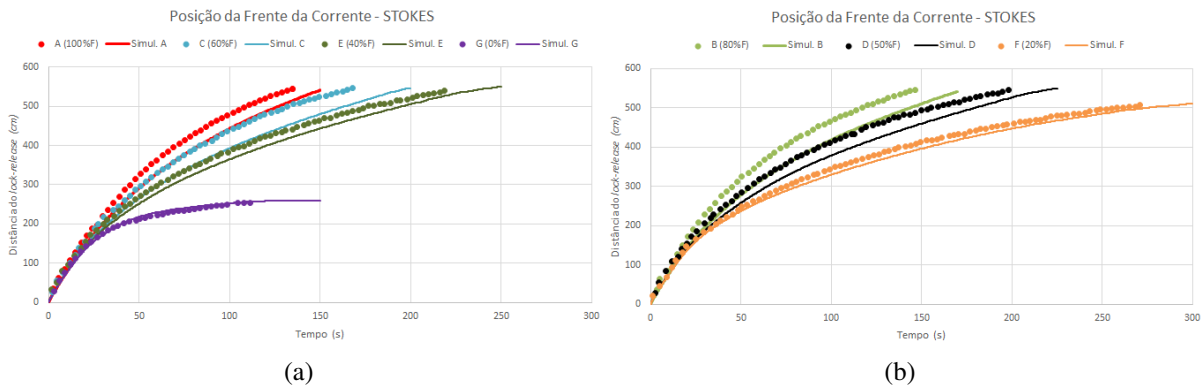


Figura 5.4: Comparação da posição da frente da corrente de turbidez com formulação de Stokes para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (linhas contínuas) e Gladstone et al. (1998) [25] (pontos).

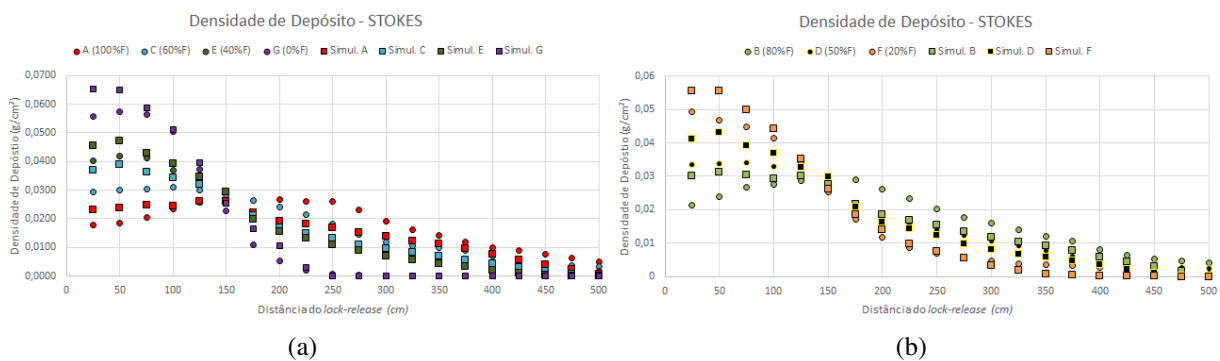


Figura 5.5: Comparação da densidade de depósito da corrente de turbidez com formulação de Stokes para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho ( $\square$ ) e Gladstone et al. (1998) [25] ( $\circ$ ).

Em todas as simulações, o depósito calculado (Figura 5.5) é superestimado para distâncias próximas ao *lock-release* até, aproximadamente 150 cm, e subestimado para distâncias maiores. Isto contribui para a defasagem da posição da frente da corrente calculada para os casos com maior quantidade de material fino, pois o gradiente de concentração na direção do escoamento é menor.

A equação de Ferguson e Church (2004) [20] prevê a utilização dos coeficientes  $C_1$ , que é a constante, de origem teórica, na equação de Stokes, e  $C_2$ , relacionada ao coeficiente de arrasto. Este trabalho utilizou  $C_1 = 18$  (mesmo valor da equação de Stokes) e avaliou-se resultados para  $C_2 = 0,4$  (referente a partículas esféricas lisas) e 1 (para grãos naturais), conforme recomenda-



ção de Ferguson e Church (2004) [20]. Os resultados de  $C_2 = 0,4$  para a posição da frente e a densidade de depósito da corrente de turbidez, comparados com Gladstone et al. (1998) [25], estão apresentados nas Figuras 5.6 e 5.9. Já os resultados de  $C_2 = 1$ , para a posição frente e a densidade de depósito da corrente de turbidez, comparados com Gladstone et al. (1998) [25], estão apresentados nas Figuras 5.7 e 5.10.

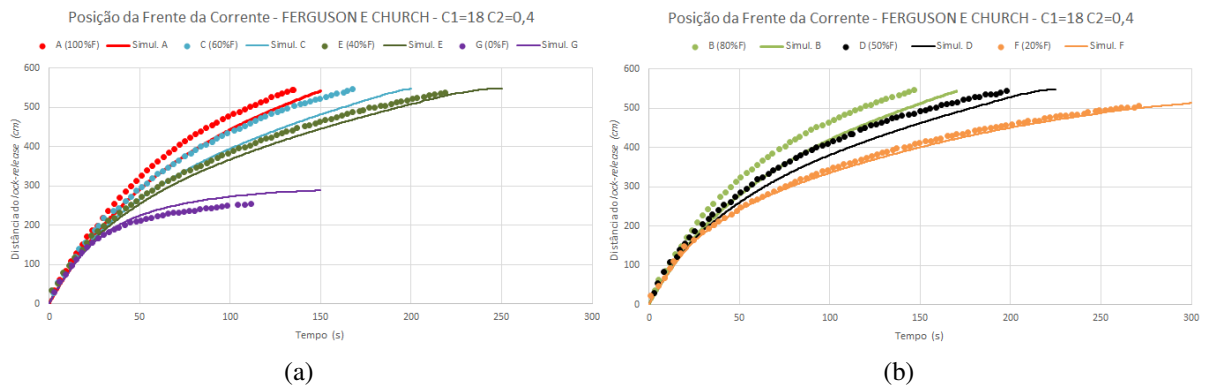


Figura 5.6: Comparação da posição da frente da corrente de turbidez com formulação de Ferguson e Church (2004) [20] e  $C_2 = 0,4$  para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (linhas contínuas) e Gladstone et al. (1998) [25] (pontos).

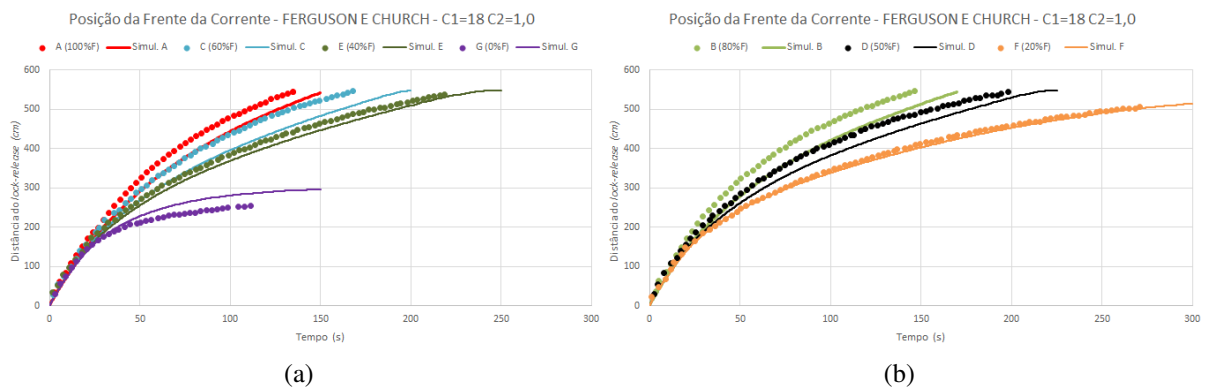


Figura 5.7: Comparação da posição da frente da corrente de turbidez com formulação de Ferguson e Church (2004) [20] e  $C_2 = 1$  para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (linhas contínuas) e Gladstone et al. (1998) [25] (pontos).

O comportamento da posição da frente da corrente de turbidez utilizando a equação de Ferguson e Church (2004) [20] (tanto para  $C_2 = 0,4$  quanto para  $C_2 = 1$ ) é muito semelhante ao comportamento utilizando a equação de Stokes nos casos A a F. Isto acontece pois a formulação de Ferguson e Church parte da equação de Stokes, fazendo com que tenham resultados seme-

lhantes. Apenas no caso G (100% material grosso) a posição da frente com a formulação de Ferguson e Church (2004) [20] é mais inadequada do que Stokes, como é visto na Figura 5.8.

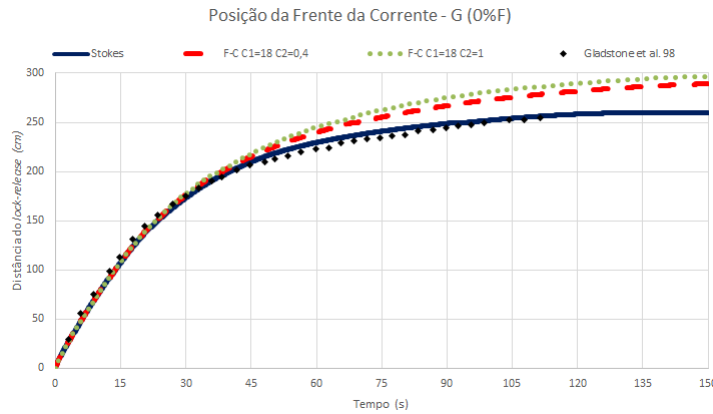


Figura 5.8: Comparação da frente da corrente de turbidez com equações de velocidade de queda de Stokes (linha contínua) e Ferguson e Church (2004) [20] com  $C_2 = 0,4$  (linha tracejada) e  $C_2 = 1$  (linha pontilhada), com Gladstone et al. (1998) [25] (losangos) para o caso G (100% material grosso).

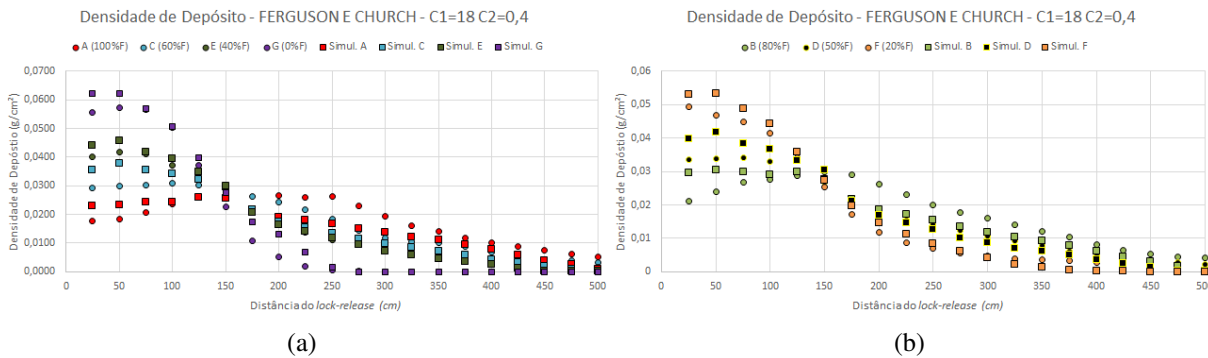


Figura 5.9: Comparação da densidade de depósito da corrente de turbidez com formulação de Ferguson e Church (2004) [20] e  $C_2 = 0,4$  para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (quadrados) e Gladstone et al. (1998) [25] (círculos).

As densidades de depósito para  $C_2 = 0,4$  e  $C_2 = 1$  estão apresentados nas Figuras 5.9 e 5.10, respectivamente. A utilização da Equação de Ferguson e Church (2004) [20] não apresenta grandes diferenças em relação à formulação de Stokes para os depósitos e, assim como no caso anterior até aproximadamente uma distância do *lock-release* de 150 cm os resultados numéricos superestimam o valor do depósito e, após essa distância, subestimam o depósito.

A formulação de Stokes é mais adequada, com erros aceitáveis, principalmente para o caso G e foi empregada nas simulações para a obtenção dos resultados das próximas sessões.

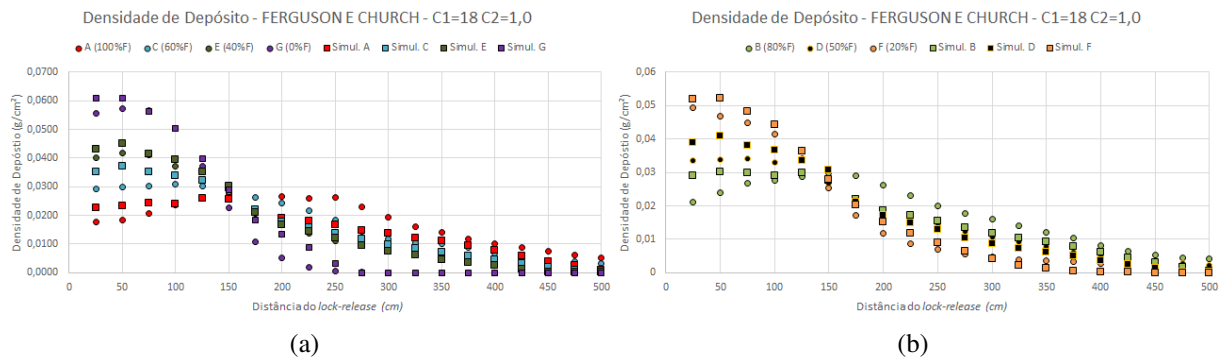


Figura 5.10: Comparação da densidade de depósito da corrente de turbidez com formulação de Ferguson e Church (2004) [20] e  $C_2 = 1$  para velocidade de queda (a) para os casos A, C, E e G e (b) para os casos B, D e F do presente trabalho (quadrados) e Gladstone et al. (1998) [25] (círculos).

A velocidade da frente da corrente foi avaliada para as simulações com velocidade de queda a partir da formulação de Stokes e comparada com os resultados de Gladstone et al. (1998) [25], cuja velocidade foi obtida através da diferença entre as posições sucessivas da frente divididas pela diferença entre os tempos de medição. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura 5.11 e mostram uma boa concordância das simulações com as velocidades experimentais (que naturalmente oscilam), mostrando que a frente, apesar de defasada com relação ao experimento por possuir uma carga menor de sedimentos (já que o depósito das simulações superestima o depósito dos experimentos) avança a uma velocidade semelhante à velocidade dos experimentos.

## 5.2 ESTUDO COM OUTROS DIÂMETROS

Esta sessão traz os resultados obtidos com as simulações bidispersas de diâmetros  $d = 150 \mu\text{m}$ ,  $d = 69 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$  combinados entre si em que **D69-25** corresponde aos diâmetros de  $d = 69 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$  combinados (e cujos resultados da posição e velocidade da frente da corrente e densidade de depósito estão na sessão anterior, pois são os diâmetros do trabalho de Gladstone et al. (1998) [25] e foram utilizados para validação). **D150-69** corresponde aos diâmetros de  $d = 150 \mu\text{m}$  e  $d = 69 \mu\text{m}$  combinados e **D150-25** corresponde aos diâmetros de  $d = 150 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$  combinados. São apresentados também os resultados da simulação tridispersa (**D150-69-25**) com os três diâmetros, como resumido na Tabela 5.6.

Todos os conjuntos de simulações tem as mesmas proporções iniciais entre grossos e finos

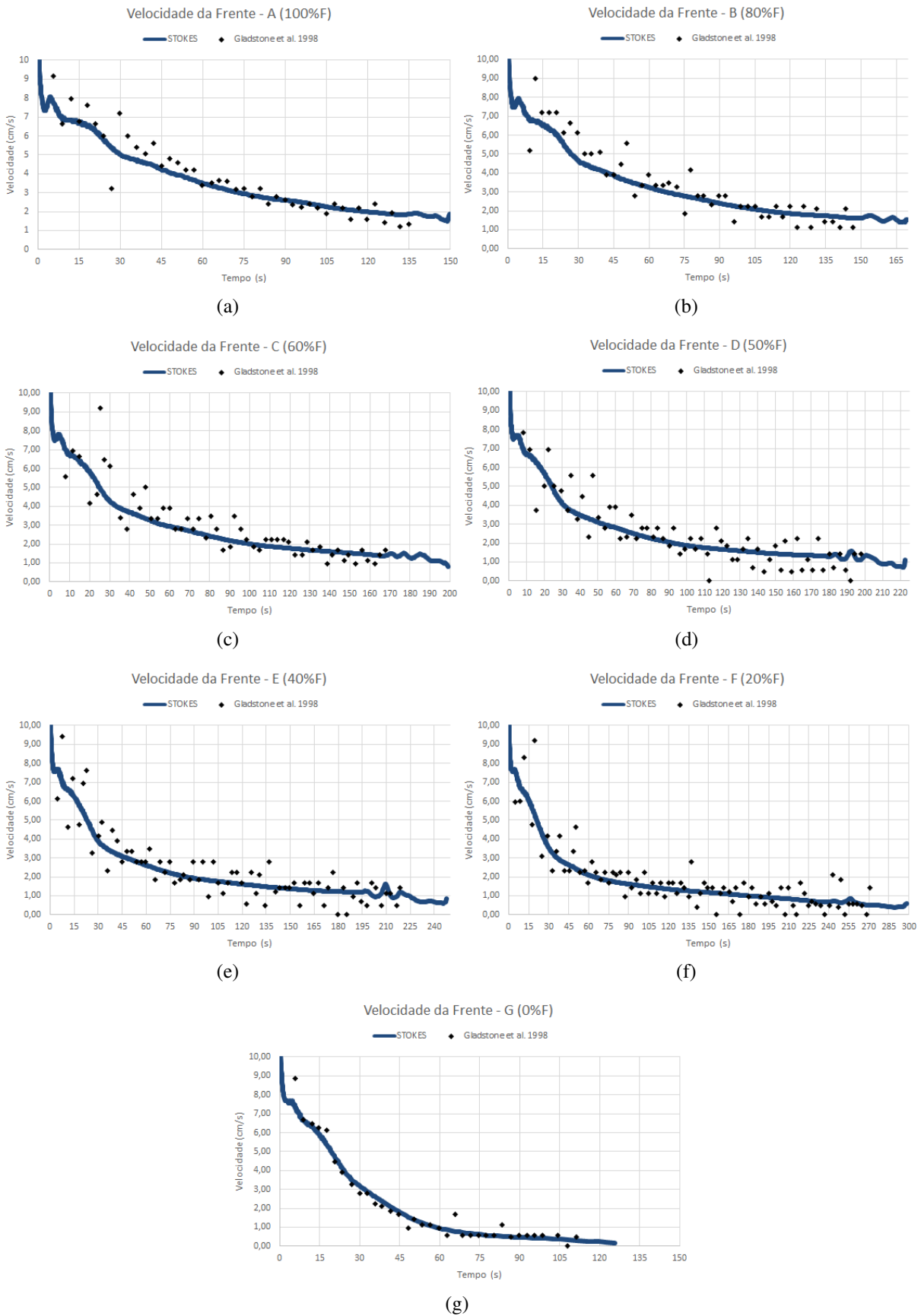


Figura 5.11: Comparação da velocidade da frente da corrente de turbidez com formulação de Stokes para velocidade de queda para os casos (a) A, (b) B, (c) C, (d) D, (e) E, (f) F e (g) G do presente trabalho (linha contínua) e Gladstone et al. (1998) [25] (losangos).

da Tabela 5.2, exceto para a simulação tridispersa, que tem a proporção de um terço para cada diâmetro. São apresentados os resultados relativos à posição da frente, à densidade de depósito, ao depósito dividido pela massa inicial do diâmetro correspondente, à velocidade da frente, à massa em suspensão e à taxa de sedimentação. Foi utilizado, em todas as simulações, a formulação de Stokes para a velocidade de queda, de onde foi obtido  $u_s = 2,6405 \text{ cm/s}$ ,  $u_s = 0,5587 \text{ cm/s}$  e  $u_s = 0,0733 \text{ cm/s}$  para  $d = 150 \mu\text{m}$ ,  $d = 69 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$ , respectivamente. A condição inicial foi de *lock-release*, o domínio computacional tem o mesmo tamanho do apresentado na sessão anterior e os mesmos parâmetros numéricos da Tabela 5.3. Dessa forma, as únicas variáveis são os diâmetros dos sedimentos.

Tabela 5.6: Diâmetros dos sedimentos para cada conjunto de simulações.

	$d_1$	$d_2$	$d_3$
<b>D69-25</b>	-	$69 \mu\text{m}$	$25 \mu\text{m}$
<b>D150-69</b>	$150 \mu\text{m}$	$69 \mu\text{m}$	-
<b>D150-25</b>	$150 \mu\text{m}$	-	$25 \mu\text{m}$
<b>D150-69-25</b>	$150 \mu\text{m}$	$69 \mu\text{m}$	$25 \mu\text{m}$

### 5.2.1 GRUPO DE CASOS D69-25

São utilizados os diâmetros de  $d = 69 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$ , que correspondem aos diâmetros grosso e fino, respectivamente, para esse conjunto de simulações. Essas simulações foram utilizadas para a validação com Gladstone et al. (1998) [25] e nesta sessão são apresentados os resultados de massa em suspensão, taxa de sedimentação e densidade de depósito dividida pela massa inicial. Os resultados relativos à validação (posição e velocidade da frente da corrente e densidade de depósito) já foram mostrados na sessão de validação deste Capítulo.

A massa em suspensão ( $m_p$ ) é calculada da mesma maneira que Espath et al. (2014) [19], pela expressão:

$$m_p(t) = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \phi(x,y,z,t) dz dy dx, \quad (5.2)$$

e os resultados obtidos estão presentes na Figura 5.12, em que é visível o comportamento igual do material mais grosso para todas as simulações, independente da porcentagem inicial em relação à massa total. Até  $t = 40s$ , mais de 90% do material de  $d = 69 \mu\text{m}$  já depositou,

enquanto mais de 70% do material fino permanece em suspensão, e, através da análise das Figuras 5.4 e 5.11 é perceptível que, após os 40 s, há uma mudança de comportamento da frente que começa a se propagar mais lentamente nos casos C a G, que possuem mais material grosso (de 40% a 100% respectivamente). Esse comportamento não é observado para os casos A (100%  $d = 25 \mu\text{m}$ ) e B (80%  $d = 25 \mu\text{m}$ ), em que os finos predominam e a velocidade da frente não possui dois comportamentos tão distintos visíveis. Portanto, a deposição mais acelerada do material mais grosso faz com que a velocidade decaia mais rapidamente, já que com o aumento do diâmetro há um aumento da velocidade de queda.

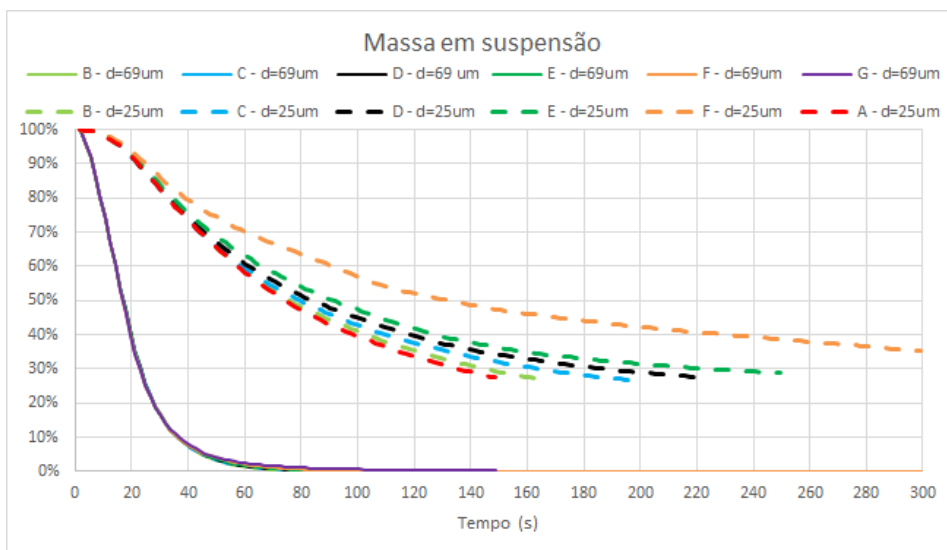


Figura 5.12: Percentual de massa em suspensão para  $d = 69 \mu\text{m}$  (linhas contínuas) e  $d = 25 \mu\text{m}$  (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo **D69-25**.

O material mais fino, por sua vez, apresenta um comportamento igual até, aproximadamente,  $t = 40 \text{ s}$ , quando, então, as diferenças começam a ficar mais exacerbadas. A partir de  $t = 40 \text{ s}$ , enquanto menos material fino uma simulação possui inicialmente, maior a proporção de material fino em suspensão terá para tempos mais avançados (em  $t = 100 \text{ s}$ , o caso A possui, aproximadamente, 47% da sua massa em suspensão, já o caso F possui 57%), o que atua mantendo o gradiente de concentração na direção do escoamento e faz com que a corrente avance mais lentamente e por distâncias um pouco menores (Figuras 5.4 e 5.11), principalmente comparando os casos A e F.

A taxa de sedimentação por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ) é calculada da mesma forma que em Necker et al. (2002) [56] e em Espath et al. (2014) [19], dada por:

$$\dot{m}_s(t) = \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \phi(x, y, z = 0, t) u_s dy dx. \quad (5.3)$$

Os resultados obtidos são apresentados na Figura 5.13, em que é visível que as maiores taxas de sedimentação ocorrem antes de  $t = 20$  s para o material mais grosso. Quanto maior for a percentagem de material grosso inicial, maior será o pico da taxa de sedimentação. A taxa cai rapidamente até  $t = 40$  s, quando os sedimentos mais grossos já depositaram. O pico da taxa de sedimentação para os sedimentos finos ocorre aproximadamente em  $t = 30$  s e o valor da taxa diminui lentamente até se aproximar de zero, quando há pouco sedimento em suspensão. A taxa de sedimentação do sedimento fino é consideravelmente menor do que a taxa do sedimento grosso, pois os finos possuem menor velocidade de queda e permanecem em suspensão por mais tempo. Para os dois diâmetros de sedimento, quanto maior a proporção inicial de cada diâmetro, maior é o pico da taxa de sedimentação. A taxa de sedimentação total por unidade de área corresponde à soma da taxa de cada diâmetro e está graficada na Figura 5.14.

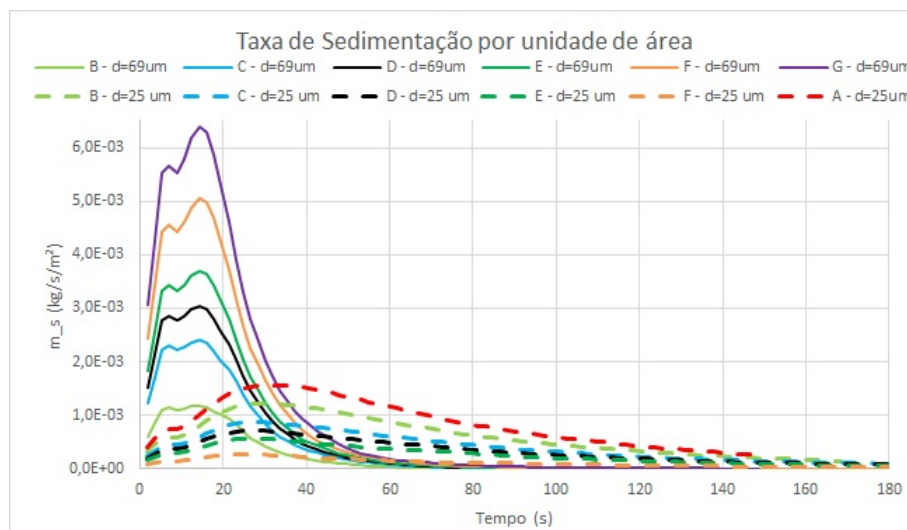


Figura 5.13: Taxa de sedimentação por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ) para  $d = 69 \mu m$  (linhas contínuas) e  $d = 25 \mu m$  (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo **D69-25**.

A densidade de depósito,  $D_t(x, y, t)$ , foi adimensionalizada utilizando a fração da massa inicial ( $f_m$ ) de cada diâmetro e a área total do fundo do canal ( $L_x L_y$ ), de onde obteve-se o depósito adimensional,  $D_t^*(x, y, t)$ :

$$D_t^*(x, y, t) = D_t(x, y, t) \frac{L_x L_y}{f_m}. \quad (5.4)$$

O depósito adimensional, calculado no tempo final, para  $d = 69 \mu m$  e  $d = 25 \mu m$ , nos casos A

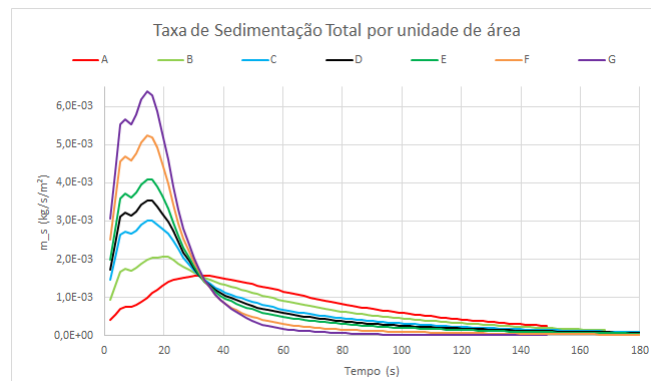


Figura 5.14: Taxa de sedimentação total por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ), nos casos A a G do grupo **D69-25**.

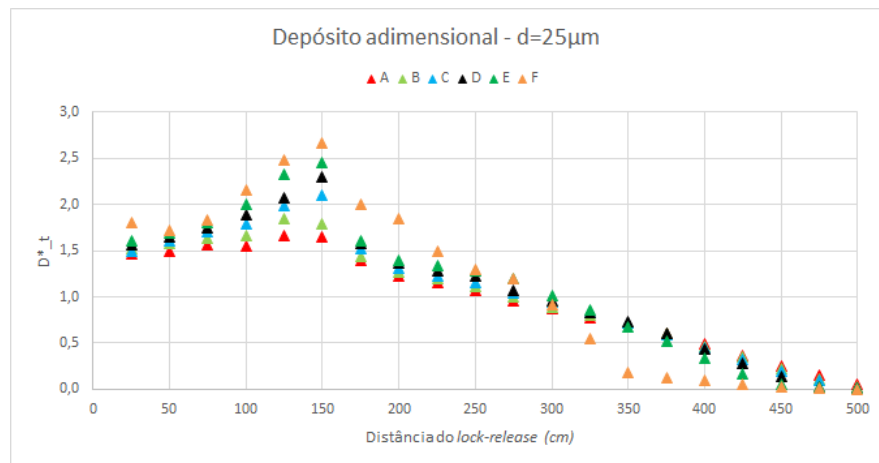
a G é apresentado na Figura 5.15.

Assim, o sedimento mais grosso tem um depósito muito parecido para todas as simulações, com picos iniciais próximos do *lock-release* e não depositando mais a partir da distância de 300 cm. O sedimento fino apresenta um comportamento mais variável, em que o valor de  $D_t^*$  aumenta, apresentando um pico em  $x = 150$  cm e, depois diminui até zero em  $x = 500$  cm. Para o sedimento fino, o pico de  $D_t^*$  é maior quanto menor for a concentração de finos (no caso F é 20%), porém quanto maior o valor de  $D_t^*$  no pico, menor é o depósito a jusante. Em  $x = 350$  cm, por exemplo, o valor de  $D_t^*$  para o caso F é bastante inferior ao valor de  $D_t^*$  para o caso A, o que demonstra que o gradiente de concentração da corrente já diminuiu quando da passagem desta por  $x = 350$  cm para casos com menor proporção de finos.

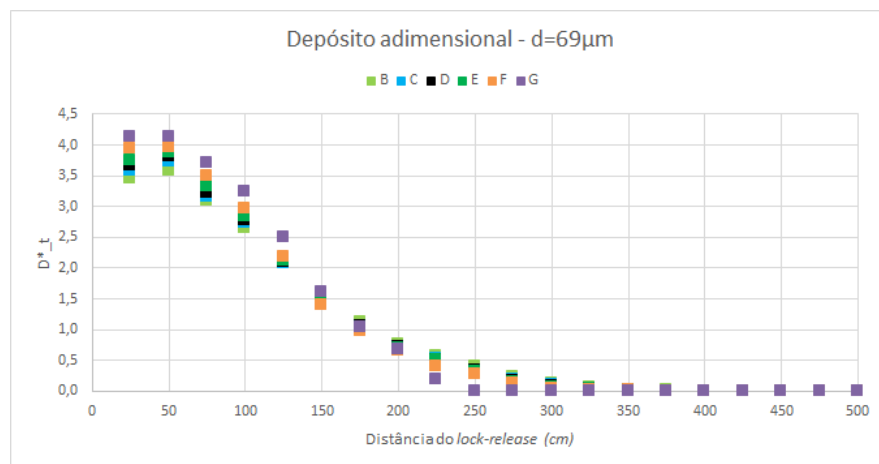
### 5.2.2 GRUPO DE CASOS D150-69

São utilizados os diâmetros de  $d = 150 \mu m$  e  $d = 69 \mu m$ , que correspondem aos diâmetros grosso e fino, respectivamente, para grupo de casos. A posição da frente das correntes de turbidez é apresentada na Figura 5.16, em que, com o aumento da concentração do diâmetro mais fino ( $d = 69 \mu m$ ), a corrente avança mais, atingindo distâncias maiores. As correntes dos casos A (100%  $d = 69 \mu m$ ) a F (20%  $d = 69 \mu m$ ) apresentam sedimentos finos em quantidade suficiente para se propagarem por mais de 120 s, enquanto a corrente do caso G, que possui apenas sedimentos de diâmetro  $d = 150 \mu m$ , se propaga por menos de 30 s. A influência de uma pequena parcela de material mais fino já é importante para a posição da frente. Logo, são os materiais finos que comandam o avanço da corrente no tempo e espaço, pois estes perma-





(a)



(b)

Figura 5.15: Depósito adimensional por área para (a)  $d = 25 \mu\text{m}$  e (b)  $d = 69 \mu\text{m}$  (b), nos casos A a G do grupo **D69-25**.

necem em suspensão por mais tempo, mantendo um gradiente de concentração na direção do escoamento e fazendo a corrente se propagar por mais tempo.

A velocidade da frente da corrente (Figura 5.17) tem desaceleração mais lenta, quanto maior a concentração de sedimentos finos. Quanto maior a concentração de material grosso, mais visível é o ponto de inflexão (por exemplo, para o caso F, isso ocorre em  $t \approx 15 \text{ s}$ ). Os casos A a E apresentam velocidades muito próximas a partir de  $t \approx 40 \text{ s}$  e a diferença entre a posição da frente das mesmas permanece constante até o final. O caso F (maior percentagem de grossos) é mais lento do que os casos A a E, e por isso a diferença entre as posições da frente aumentam até  $t \approx 75 \text{ s}$ , quando a velocidade de propagação estabiliza, apresentando mesmos valores para os casos A a F a partir desse tempo. Ou seja, o material fino restante no final de cada caso tende

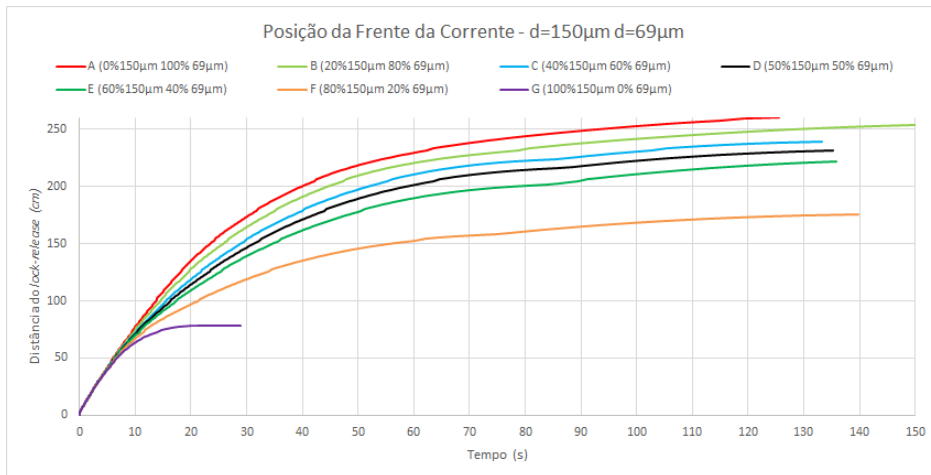


Figura 5.16: Posição da frente da corrente de turbidez para os casos A a G do grupo **D150-69**.

a ser um valor aproximadamente constante. Assim, a diferença na posição da frente se dá no começo das simulações, quando a carga de sedimentos é maior e o gradiente de concentração na direção  $x$  também é maior. O caso G apresenta sempre a menor velocidade, pois seu gradiente de concentração é, exceto no tempo inicial, menor.

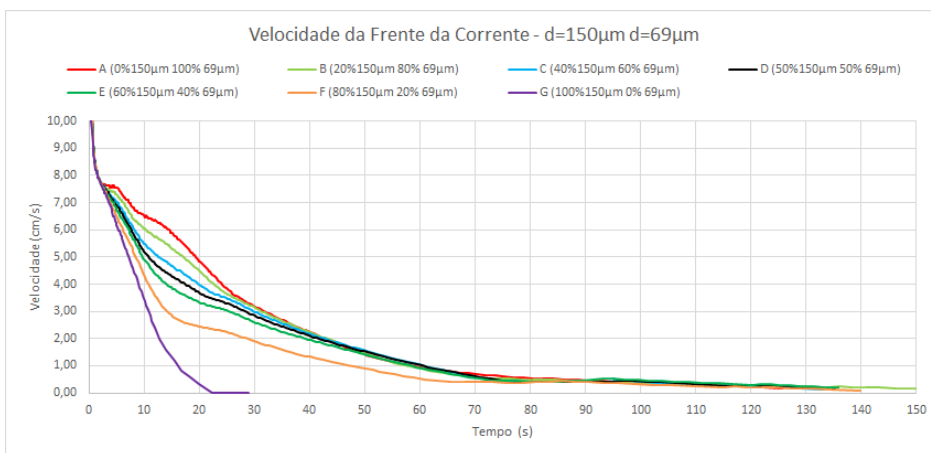


Figura 5.17: Velocidade da frente da corrente de turbidez para os casos A a G do grupo **D150-69**.

A densidade de depósito (Figura 5.18) tem seu pico, para todos os casos, em  $x = 25\text{ cm}$ , pois ambos os materiais ( $150\text{ }\mu\text{m}$  e  $69\text{ }\mu\text{m}$ ) tem maior velocidade de queda, se comparados a  $25\text{ }\mu\text{m}$  (o que contribui para o menor avanço da corrente). Enquanto maior a percentagem de sedimentos de  $d = 150\text{ }\mu\text{m}$ , maior é o valor do pico em  $x = 25\text{ cm}$ , pois o pico corresponde, principalmente, aos sedimentos mais grossos. Para as distâncias seguintes, a ordem dos casos com maiores densidades é invertida e, enquanto maior a percentagem do material mais fino, maior o valor da densidade de depósito total, pois o material fino prevalece.

Os depósitos dos materiais de  $d = 150 \mu m$  e  $d = 69 \mu m$  (Figura 5.19) têm comportamentos distintos, pois todo o material grosso deposita até  $x = 75 \text{ cm}$  (Figura 5.16) no caso G (100% material grosso). Nos casos bidispersos, quanto maior a quantidade de material grosso, maior é o depósito. O material fino apresenta um depósito mais distribuído, sedimentando até a distância de  $x = 250 \text{ cm}$  e fazendo a frente avançar até tal valor, como é visto na Figura 5.16 para os casos A a F. No caso A, o valor do pico do depósito do material de  $d = 69 \mu m$  ocorre em  $x = 25 \text{ cm}$ , e para as simulações restantes, o pico acontece em  $x = 50 \text{ cm}$  (casos B e C) ou em  $x = 75 \text{ cm}$  (casos D, E e F). Após o pico, o valor diminui até zero em  $x = 250 \text{ cm}$ . Quanto maior é a quantidade de finos, maior é o depósito em todas as distâncias (o caso A sempre supera o caso B, B supera C e assim sucessivamente).

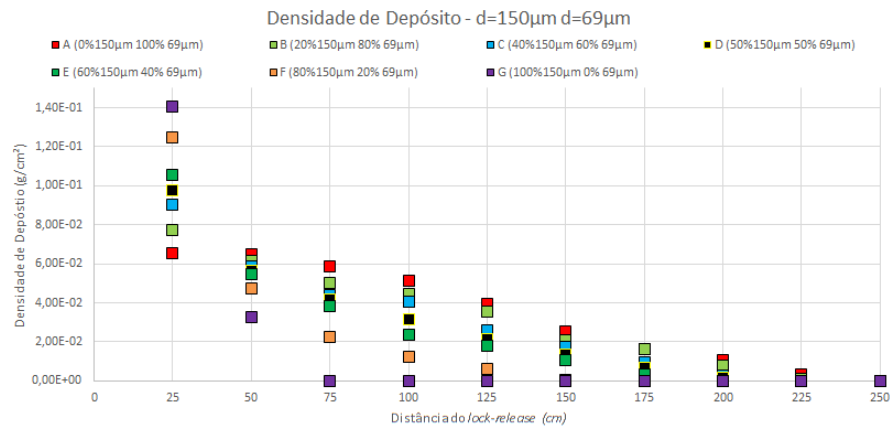


Figura 5.18: Densidade de depósito total das correntes de turbidez para os casos A a G do grupo **D150-69**.

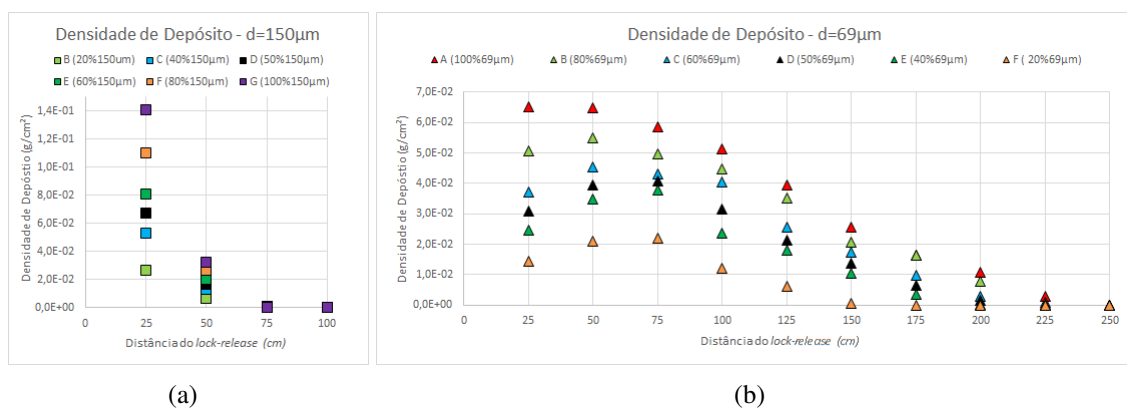


Figura 5.19: Densidade de depósito para (a)  $d = 150 \mu m$  e (b)  $d = 69 \mu m$ , para os casos A a G no grupo **D150-69**.

O depósito adimensional por área (Figura 5.20), para o material grosso, tem valores idênti-

cos para todos os casos em todas as distâncias, com exceção de  $x = 25 \text{ cm}$ , que apresenta uma pequena variação. O material fino, por outro lado, apresenta mudanças em seu comportamento, com o caso F possuindo o maior valor entre os casos em  $x = 75 \text{ cm}$ . Entretanto, o caso F tem menores valores de  $D_t^*$  do que os outros casos em  $x > 75 \text{ cm}$ .

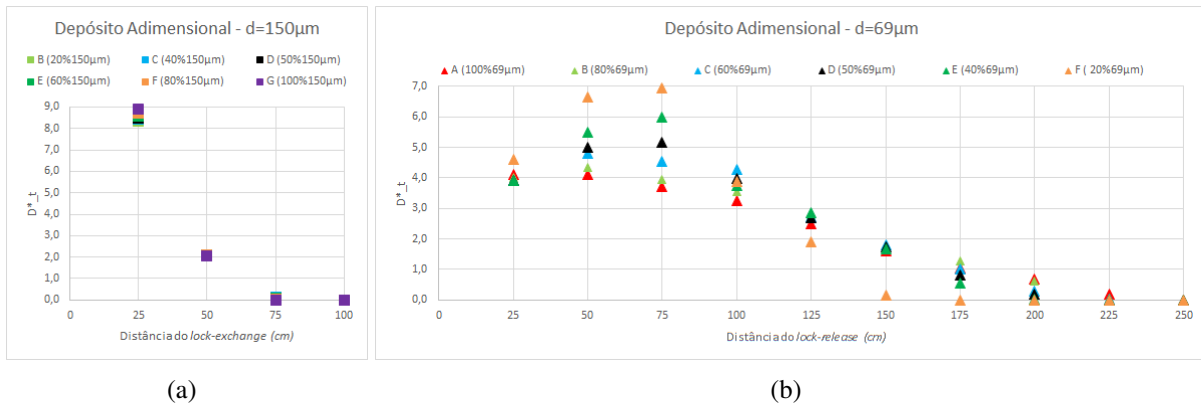


Figura 5.20: Depósito adimensional por área para (a)  $d = 150 \mu\text{m}$  (a) e (b)  $d = 69 \mu\text{m}$ , para os casos A a G no grupo **D150-69**.

Para a massa em suspensão (Figura 5.21), o comportamento do material grosso independe de sua percentagem, pois em todos os casos a massa em suspensão tem igual decaimento, com depósito praticamente total até  $t \approx 15 \text{ s}$ . O material fino apresenta uma variação no comportamento conforme sua quantidade: quanto menos material disponível inicialmente, maior é a fração que permanece em suspensão, em que os casos A a E apresentam uma mudança gradual do comportamento entre si, e o caso F apresenta um comportamento mais discrepante, em que, proporcionalmente, seus sedimentos ficam em suspensão por mais tempo. Este comportamento do caso F é coerente com o avanço de sua posição da frente da corrente, que persiste por mais tempo (Figura 5.16).

A taxa de sedimentação (Figura 5.22) do material mais grosso é consideravelmente maior do que a taxa do material de  $d = 69 \mu\text{m}$ , com picos que coincidem para todas as simulações em aproximadamente  $t = 5 \text{ s}$  e enquanto maior é a quantidade de material de  $d = 150 \mu\text{m}$  presente inicialmente, maior é o pico da taxa de sedimentação. Após o pico, o material grosso tem uma queda brusca até zero, pois já sedimentou. O material fino tem um comportamento mais distribuído (mas mantém o comportamento de, enquanto maior a concentração inicial da fração, maior a taxa de sedimentação), com um pico entre  $t = 5 \text{ s}$  e  $t = 20 \text{ s}$ , caindo lentamente

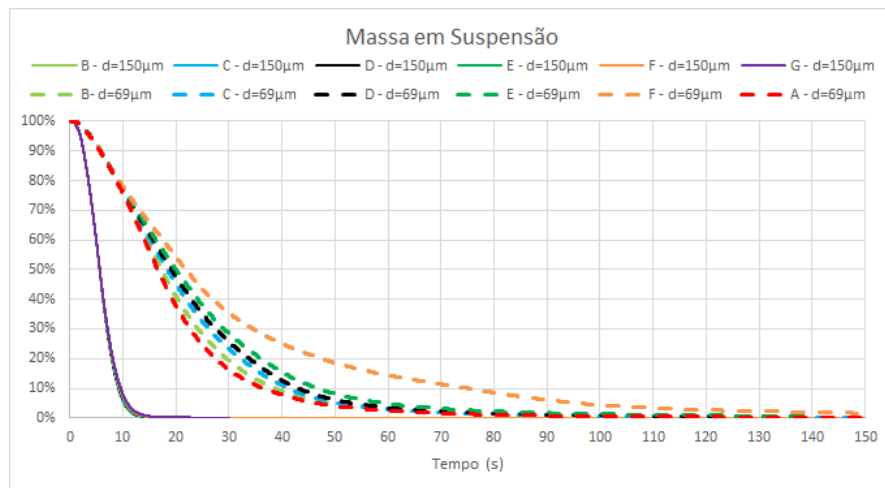


Figura 5.21: Percentual de massa em suspensão para  $d = 150 \mu\text{m}$  (linhas contínuas) e  $d = 69 \mu\text{m}$  (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo **D150-69**.

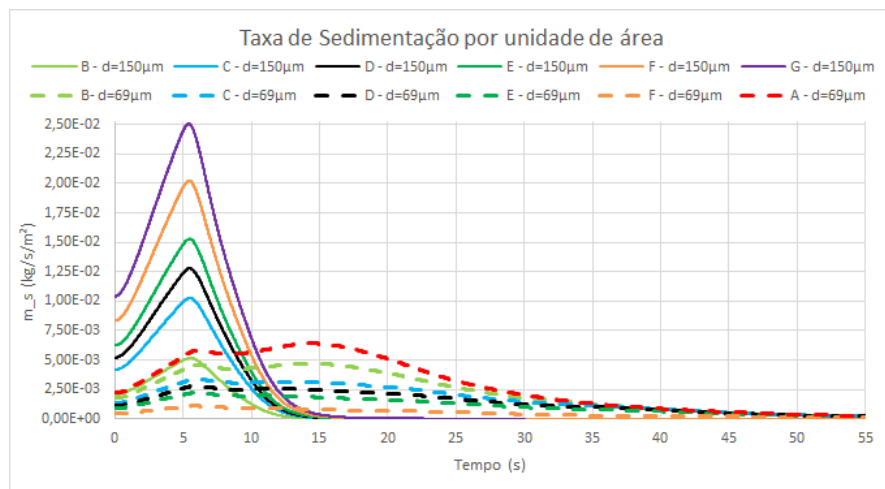


Figura 5.22: Taxa de sedimentação por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ) para  $d = 150 \mu\text{m}$  (linhas contínuas) e  $d = 69 \mu\text{m}$  (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo **D150-69**.

depois, até aproximadamente zero, quando boa parte do material já sedimentou.

### 5.2.3 GRUPO DE CASOS D150-25

São utilizados os diâmetros de  $d = 150 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$ , que correspondem aos diâmetros grosso e fino, respectivamente, para esse conjunto de casos. A posição da frente das correntes de turbidez é apresentada na Figura 5.23, em que os casos A, B, C, D e E alcançam, ao final da simulação, o mesmo valor de posição  $x = 550 \text{ cm}$ , que corresponde ao final do tanque. Tais simulações chegam ao final do tanque em tempos diferentes e enquanto maior é a concentração inicial de sedimentos finos, mais rápido a corrente chega ao final do tanque, pois o gradiente

longitudinal de concentração decai mais lentamente, favorecendo uma maior velocidade da frente. Os casos F e G não chegam ao final do tanque pois não tem carga suficiente de materiais finos. Em particular, o caso G, composto apenas por material de  $d = 150 \mu m$ , tem uma duração de 30 s e um avanço muito inferior às outras correntes. O caso F mantém o gradiente na direção do escoamento por mais tempo, indicando que com a diminuição da velocidade da frente, e consequente diminuição da turbulência, a corrente se torna mais persistente por mais tempo, apesar de ter um avanço mais lento.

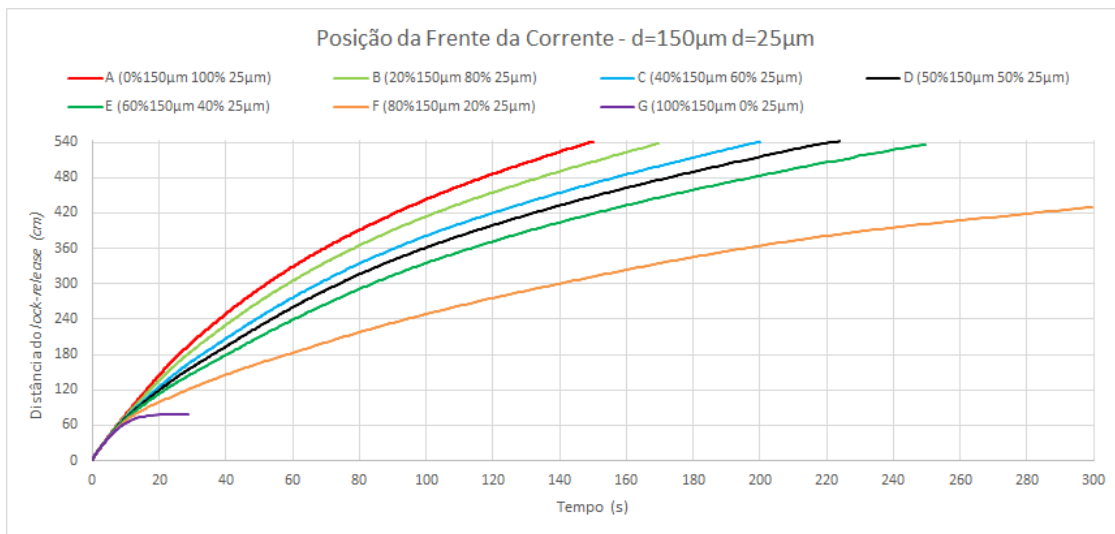


Figura 5.23: Posição da frente da corrente de turbidez para os casos A a G do grupo **D150-25**.

A velocidade da frente das correntes aumenta conforme aumenta a concentração do material mais fino (Figura 5.24). No caso G, que possui apenas material grosso, a velocidade tem um comportamento praticamente monótono, caindo linearmente com o tempo. Já o caso F apresenta um comportamento semelhante ao de G até o ponto de inflexão em  $t = 15 s$ , quando assume um comportamento semelhante aos demais casos. Isto acontece pois 80% do material do caso F é grosso e, inicialmente, este predomina no comportamento da velocidade. Entretanto, após sua deposição, restam apenas os finos, que fazem a velocidade decair de maneira semelhante aos casos restantes. Os casos A, B, C, D e E têm comportamentos semelhantes e, a partir de  $t = 80 s$ , apresentam iguais velocidades, fazendo com que a diferença entre a posição das frentes permaneça constante após esse tempo.

A densidade de depósito das correntes (Figura 5.25) tem seu pico, para os casos B a G, em  $x = 25 cm$ , o primeiro ponto em seguida do *lock-release*, e enquanto maior a concentração de

material grosso, maior pico, pois o material de  $d = 150 \mu\text{m}$  deposita rapidamente. A partir de  $x = 75 \text{ cm}$  a situação fica invertida e enquanto maior a percentagem inicial de finos, maior a densidade de depósito. Os casos A, composto apenas por sedimentos de  $d = 25 \mu\text{m}$ , é único que apresenta valor máximo em  $x = 125 \text{ cm}$ , demonstrando que os sedimentos finos avançam consideravelmente mais do que os grossos antes de depositar, por efeito da velocidade de queda e da turbulência.

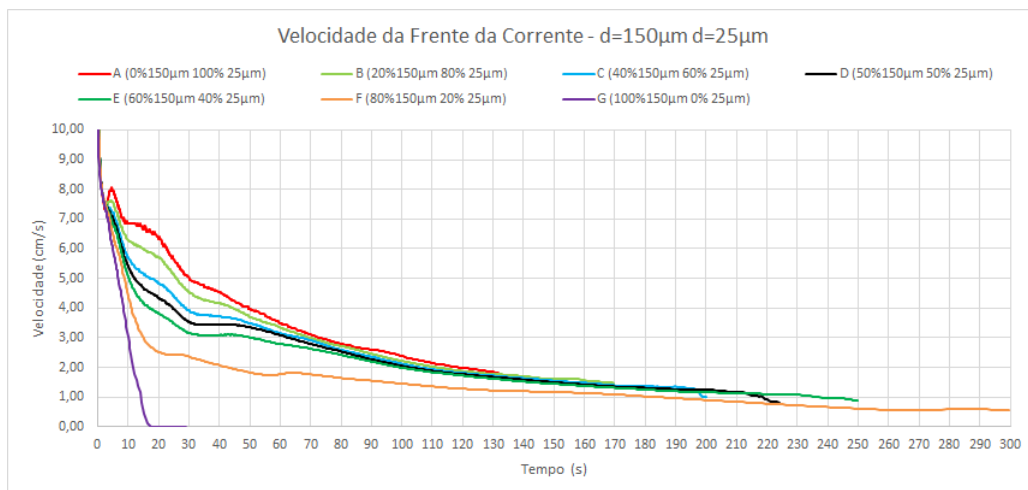


Figura 5.24: Velocidade da frente da corrente de turbidez para os casos A a G do grupo **D150-25**.

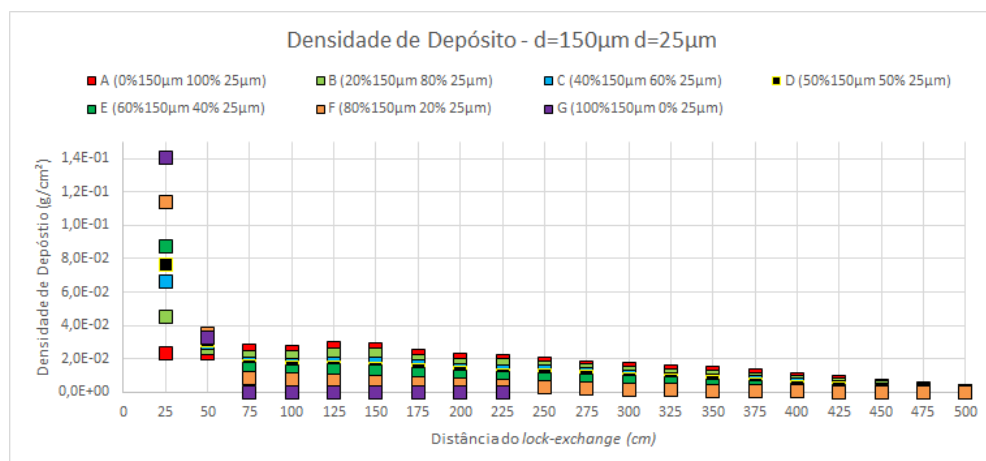


Figura 5.25: Densidade de depósito total das correntes de turbidez para os casos A a G do grupo **D150-25**.

Os depósitos dos materiais de  $d = 150 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$  (Figura 5.26) têm comportamento bastante distintos (com o material grosso depositando todo até  $x = 75 \text{ cm}$  e o material fino sedimentando de  $x = 25 \text{ cm}$  a  $x = 500 \text{ cm}$ ). O material fino apresenta, para todos os casos,

estabilidade no depósito até  $x = 150 \text{ cm}$ , com valores aproximadamente constantes, e, após  $x = 150 \text{ cm}$ , apresenta uma diminuição gradual da densidade de depósito até zero.

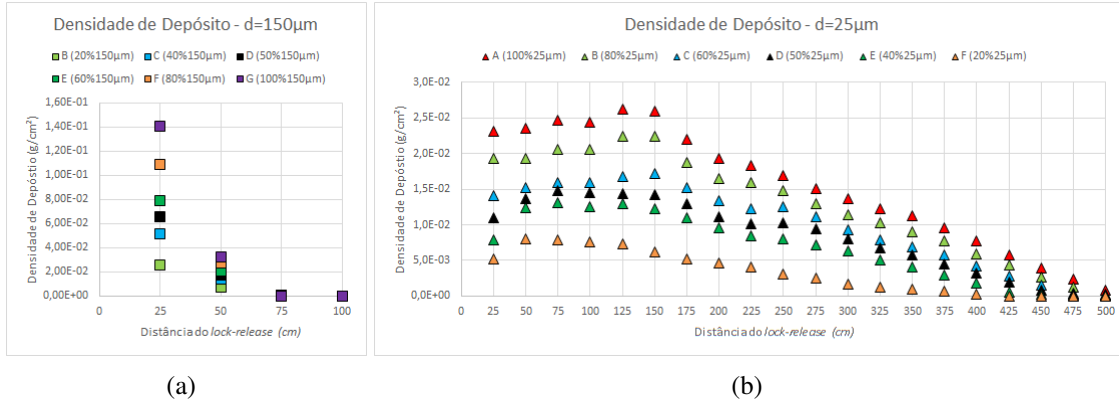


Figura 5.26: Densidade de depósito para (a)  $d = 150 \mu m$  e (b)  $d = 25 \mu m$ , para os casos A a G no grupo **D150-25**.

O depósito adimensional por área (Figura 5.27) mostra que o material grosso tem comportamento muito semelhante em todos os casos, independente de sua concentração inicial, depositando todo em  $x = 25 \text{ cm}$  e  $x = 50 \text{ cm}$ . Para o material fino, ao dividir o depósito pela massa inicial, os casos tendem a se agrupar, com o pico sendo referente ao caso F, que proporcionalmente, depositou mais em  $x = 50 \text{ cm}$ . Para locais mais avançados, o caso F é o que apresenta menor depósito, o que é coerente com a conservação de massa.

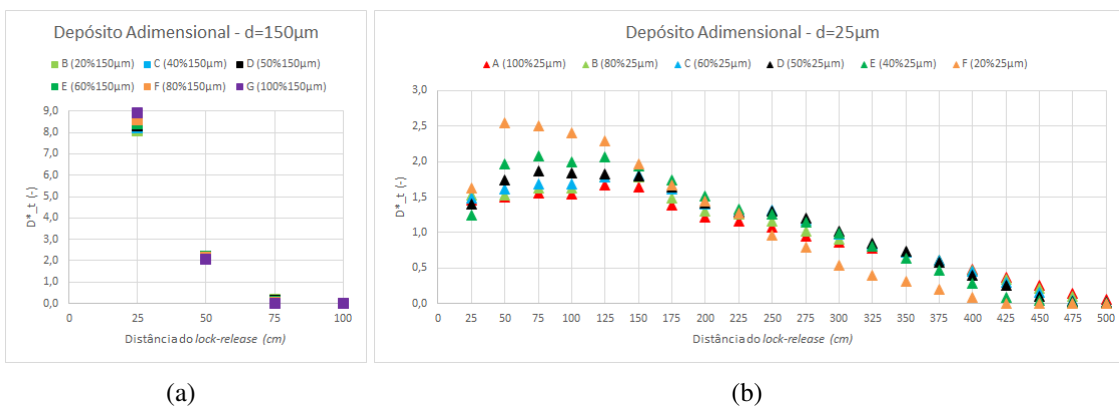


Figura 5.27: Depósito adimensional por área para (a)  $d = 150 \mu m$  e (b)  $d = 25 \mu m$ , para os casos A a G no grupo **D150-25**.

O comportamento da massa em suspensão (Figura 5.28) do material grosso não varia em nenhum caso, decaindo rapidamente de 100% a 0% em 20 s. 30 a 40% da massa inicial do material fino permanece em suspensão ao final das simulações, mostrando que é o material fino



é o responsável pelo avanço da corrente nas regiões mais a jusante do canal, ou seja, a posição e a velocidade da frente da corrente dependem dos materiais finos presentes. Para que a metade do material de  $d = 25 \mu\text{m}$  deposite são necessários de 70 s (para o caso A) a 140 s (para o caso F).

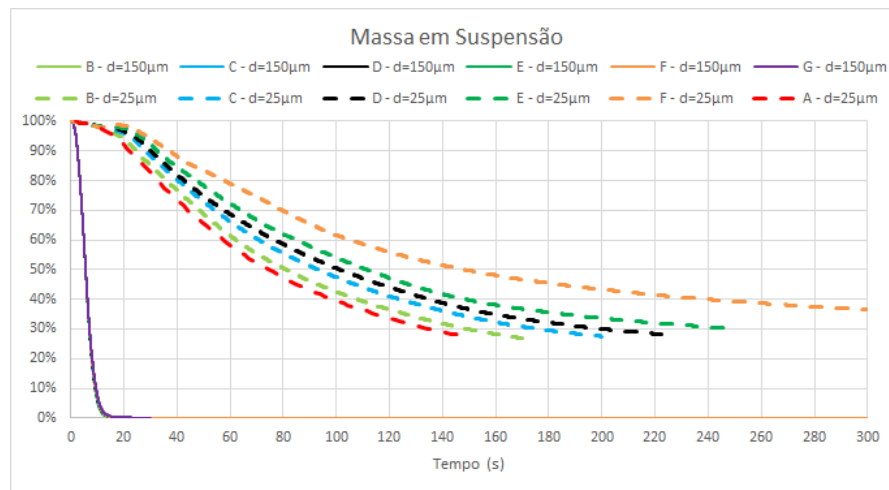


Figura 5.28: Percentual de massa em suspensão para  $d = 150 \mu\text{m}$  (linhas contínuas) e  $d = 25 \mu\text{m}$  (linhas tracejadas), nos casos A a G do grupo **D150-25**.

A taxa de sedimentação (Figura 5.29) do material grosso é muito maior do que a do material fino nos instantes iniciais (e enquanto mais material grosso, maior o pico), pois sua velocidade de queda é muito maior. O sedimento fino tem uma taxa de sedimentação mais distribuída ao longo do tempo, de maneira mais constante, com pico em torno de 40 s.

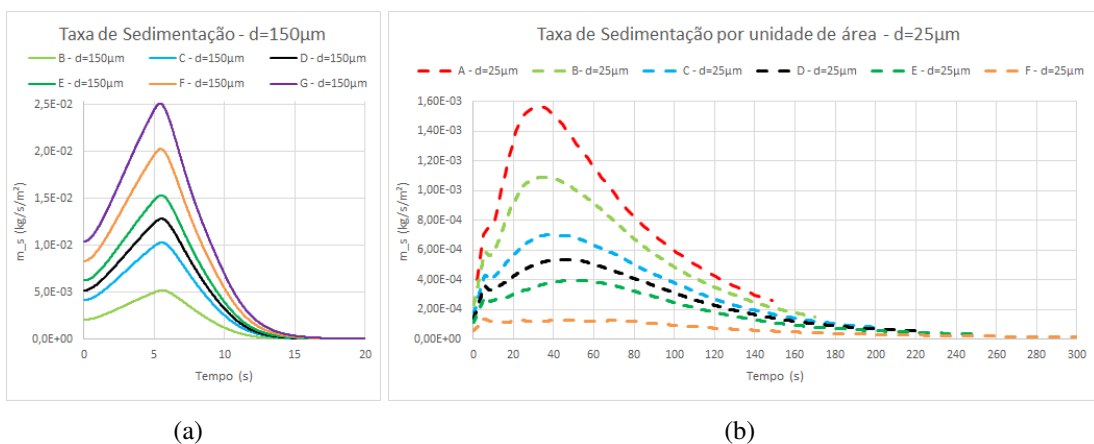


Figura 5.29: Taxa de sedimentação por unidade de área ( $\dot{m}_s$ ) para (a)  $d = 150 \mu\text{m}$  (linhas contínuas) e (b)  $d = 25 \mu\text{m}$  (linhas tracejadas) para os casos A a G do grupo **D150-25**.

### 5.2.4 CASO TRIDISPERSO D150-69-25

Os resultados desta sessão são referentes ao caso tridisperso de corrente de turbidez com os diâmetros de  $d = 150 \mu\text{m}$ ,  $d = 69 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$ . Foi utilizada a proporção de um terço para cada fração nesta simulação. A posição da frente da corrente (Figura 5.30) é semelhante aos casos anteriores que possuem 20% de material de  $d = 25 \mu\text{m}$ , porém, a corrente consegue alcançar o final do domínio ( $L_x = 5,7 \text{ m}$ ).

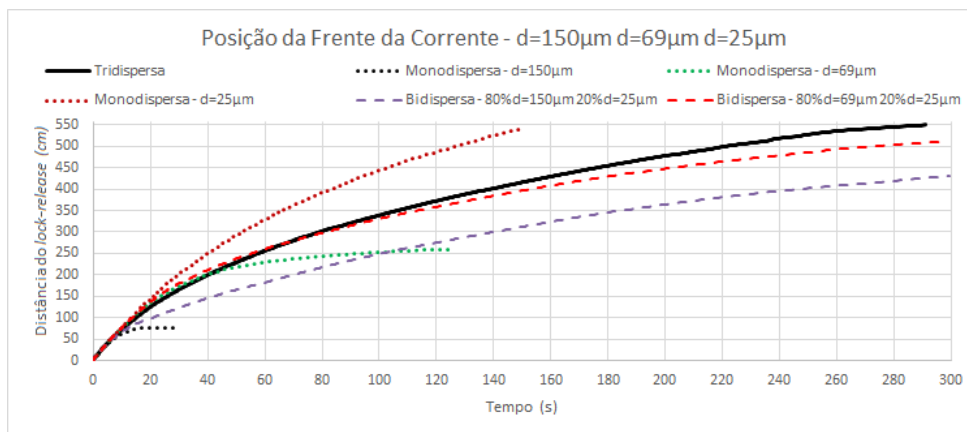


Figura 5.30: Posição da frente da corrente de turbidez para o caso **D150-69-25** (linha contínua) comparado com os casos monodispersos de  $d = 150 \mu\text{m}$ ,  $d = 69 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$  e com os casos bidispersos B **D150-25** e **D69-25**.

A velocidade da frente da corrente, graficada na Figura 5.31, também possui comportamento semelhante aos outros casos, com uma desaceleração acentuada até  $t = 30 \text{ s}$  e uma desaceleração mais linear até o final da simulação.

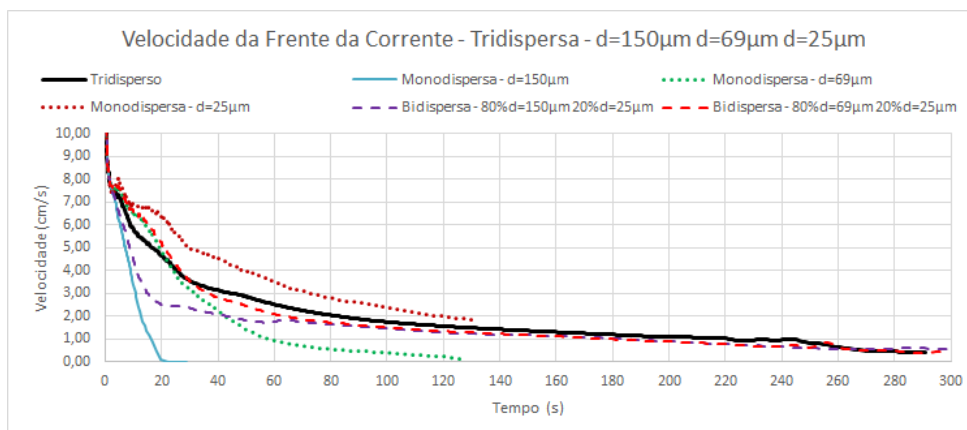


Figura 5.31: Velocidade da frente da corrente de turbidez para o caso **D150-69-25** (linha contínua) comparado com os casos monodispersos de  $d = 150 \mu\text{m}$ ,  $d = 69 \mu\text{m}$  e  $d = 25 \mu\text{m}$  e com os casos bidispersos B **D150-25** e **D69-25**.

A densidade de depósito (Figura 5.32) tem como faixa predominante em  $x = 25 \text{ cm}$  o material mais grosso ( $d = 150 \mu\text{m}$ ), em  $x = 50, 75$  e  $100 \text{ cm}$ , o material predominante é o intermediário ( $d = 69 \mu\text{m}$ ) e só a partir de  $x = 125 \text{ cm}$  que a fração mais fina ( $d = 25 \mu\text{m}$ ) corresponde a maior parte do depósito. O material grosso tem seu pico em  $x = 25 \text{ cm}$  e decresce até zero para os pontos mais a jusante. O material intermediário mantém um patamar aproximadamente constante de depósito de  $x = 25 \text{ cm}$  a  $x = 75 \text{ cm}$  e, conforme avança na direção do fluxo, tem seu depósito diminuindo gradualmente até ser nulo. O depósito do material mais fino aumenta de  $x = 25 \text{ cm}$  a  $x = 150 \text{ cm}$ , posição a partir da qual, diminui lentamente.

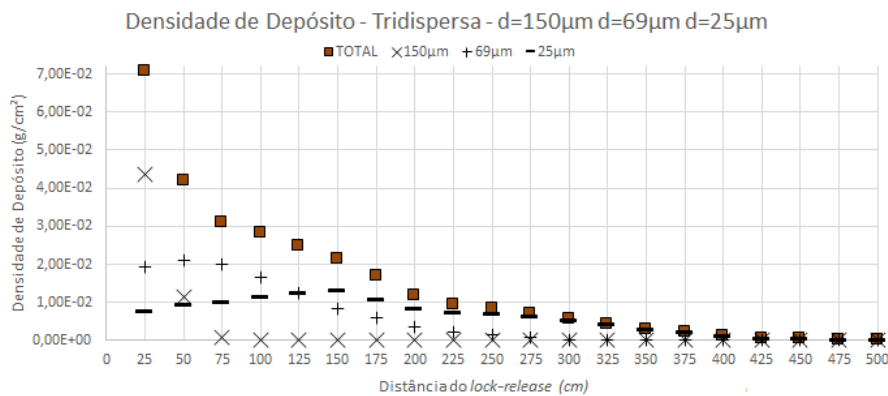


Figura 5.32: Densidade de depósito total ( $\square$ ) e dos diâmetros  $d = 150 \mu\text{m}$  ( $\times$ ),  $d = 69 \mu\text{m}$  ( $+$ ) e  $d = 25 \mu\text{m}$  ( $-$ ) da corrente de turbidez para o caso **D150-69-25**.

Os materiais de  $d = 150 \mu\text{m}$  e de  $d = 69 \mu\text{m}$  depositam praticamente por completo até  $15 \text{ s}$  e  $90 \text{ s}$ , respectivamente, enquanto 30% da massa do material de  $d = 25 \mu\text{m}$  continua em suspensão ao final da simulação (Figura 5.33). Quanto maior a velocidade de queda, mais rápida é a diminuição da massa em suspensão.

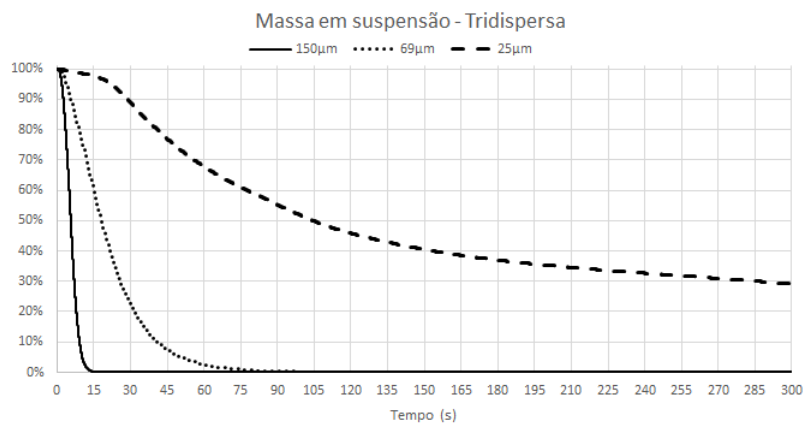


Figura 5.33: Percentual da massa em suspensão para  $d = 150 \mu\text{m}$  (linha contínua),  $d = 69 \mu\text{m}$  (linha pontilhada) e  $d = 25 \mu\text{m}$  (linha tracejada), no caso **D150-69-25**.

A taxa de sedimentação (Figura 5.34) tem pico correspondente à fração grossa, que deposita toda antes dos 15 s, pois a velocidade de queda desse material é muito maior do que do restante. O material intermediário também apresenta um pico no início, mas permanece no mesmo patamar por aproximadamente 20 s, quando todo o material deposita. Já o sedimento fino tem um comportamento quase constante durante todo tempo, se comparada as taxas dos outros materiais, pois a velocidade de queda é muito menor.

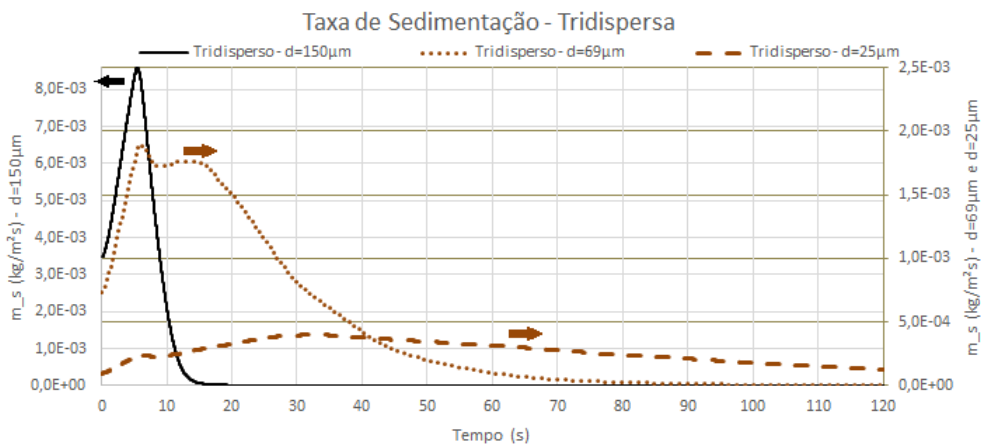


Figura 5.34: Taxa de sedimentação por unidade de área ( $m_s$ ) para  $d = 150 \mu m$  (linha contínua),  $d = 69 \mu m$  (linha pontilhada) e  $d = 25 \mu m$  (linha tracejada), no caso **D150-69-25**.

### 5.2.5 ANÁLISE CONJUNTA DOS RESULTADOS

As posições da frente para as diversas simulações analisadas em conjunto são apresentadas na Figura 5.35 e conforme aumenta a percentagem de material fino ( $d = 25 \mu m$ ), a posição da frente do grupo **D150-25** ( $d = 150$  e  $25 \mu m$ ) tem comportamento mais semelhante à posição da frente do grupo **D69-25** ( $d = 69$  e  $25 \mu m$ ). Para os casos E (40% de material fino) e F (20%), a posição da frente de **D150-25** tem comportamento igual a posição da frente de **D150-69** ( $d = 150$  e  $69 \mu m$ ) até aproximadamente  $t = 30$  s. Após  $t = 30$  s, a posição da frente de **D150-25** assume comportamento semelhante à posição da frente de **D69-25**, porém com uma defasagem constante (de aproximadamente 80 cm para o caso F). Este comportamento de **D150-25** é devido ao depósito do material mais grosso ( $d = 150 \mu m$ ) em até  $t = 30$  s. Assim, é o material fino que é responsável pela propagação da corrente após  $t = 30$  s.

As velocidades da frente para as diversas simulações analisadas em conjunto estão na Figura 5.36 e, assim como na posição da frente, os casos do grupo **D150-25**, até aproximadamente 20 s

tem comportamento semelhante aos casos do grupo **D150-69** por influência do material grosso, mas, após o depósito do material grosso, assumem comportamento igual aos casos do grupo **D69-25**. Portanto, a defasagem entre os grupos **D150-25** e **D69-25** é devida à presença de material grosso inicialmente, que faz a corrente avançar mais lentamente, já que a concentração diminui mais rapidamente.

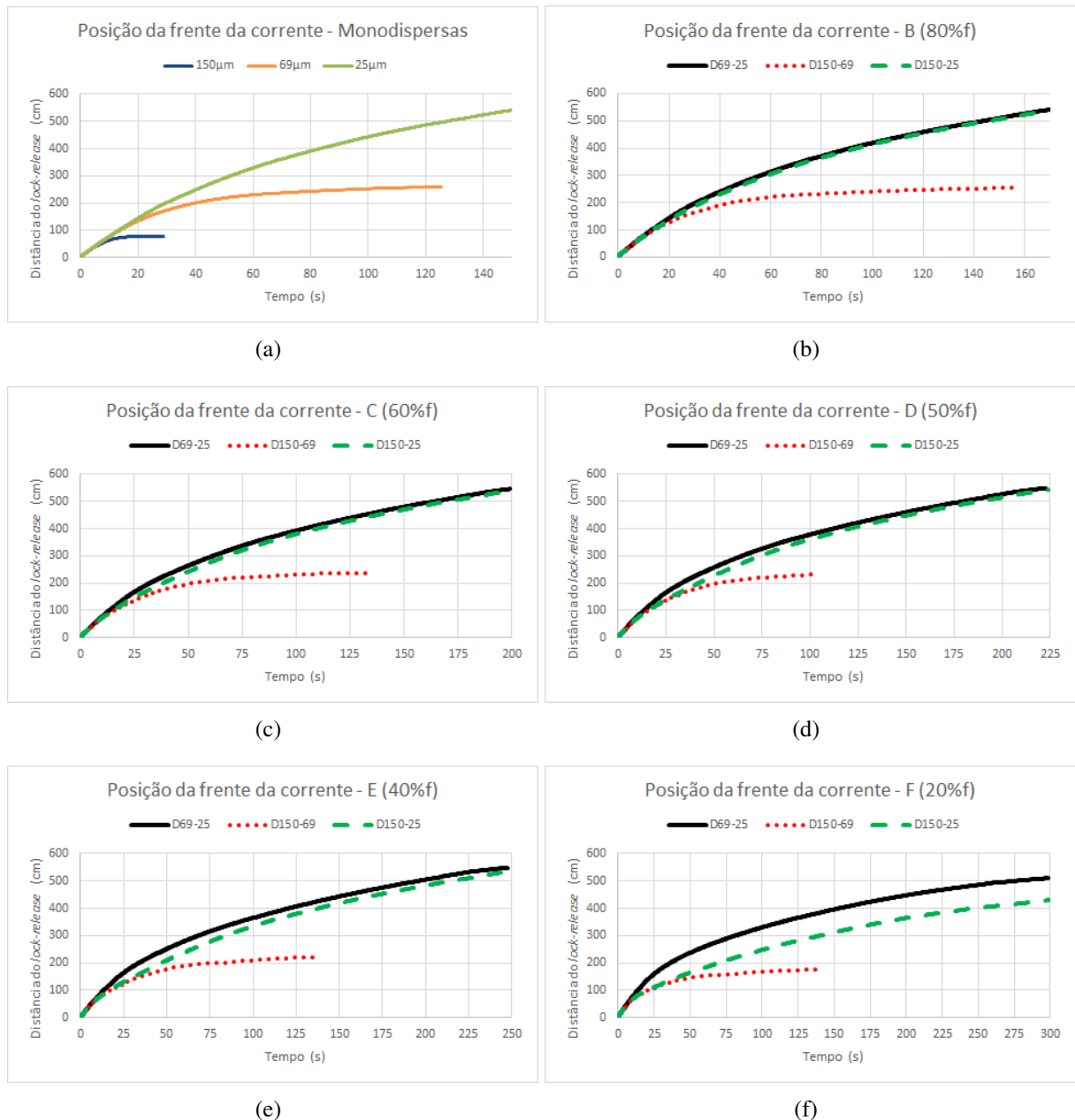


Figura 5.35: Comparação da posição da frente de correntes de turbidez com diâmetros de  $d = 150, 69$  e  $25 \mu\text{m}$  combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F.

As densidades de depósito para os diversos casos analisados em conjunto estão presentes na

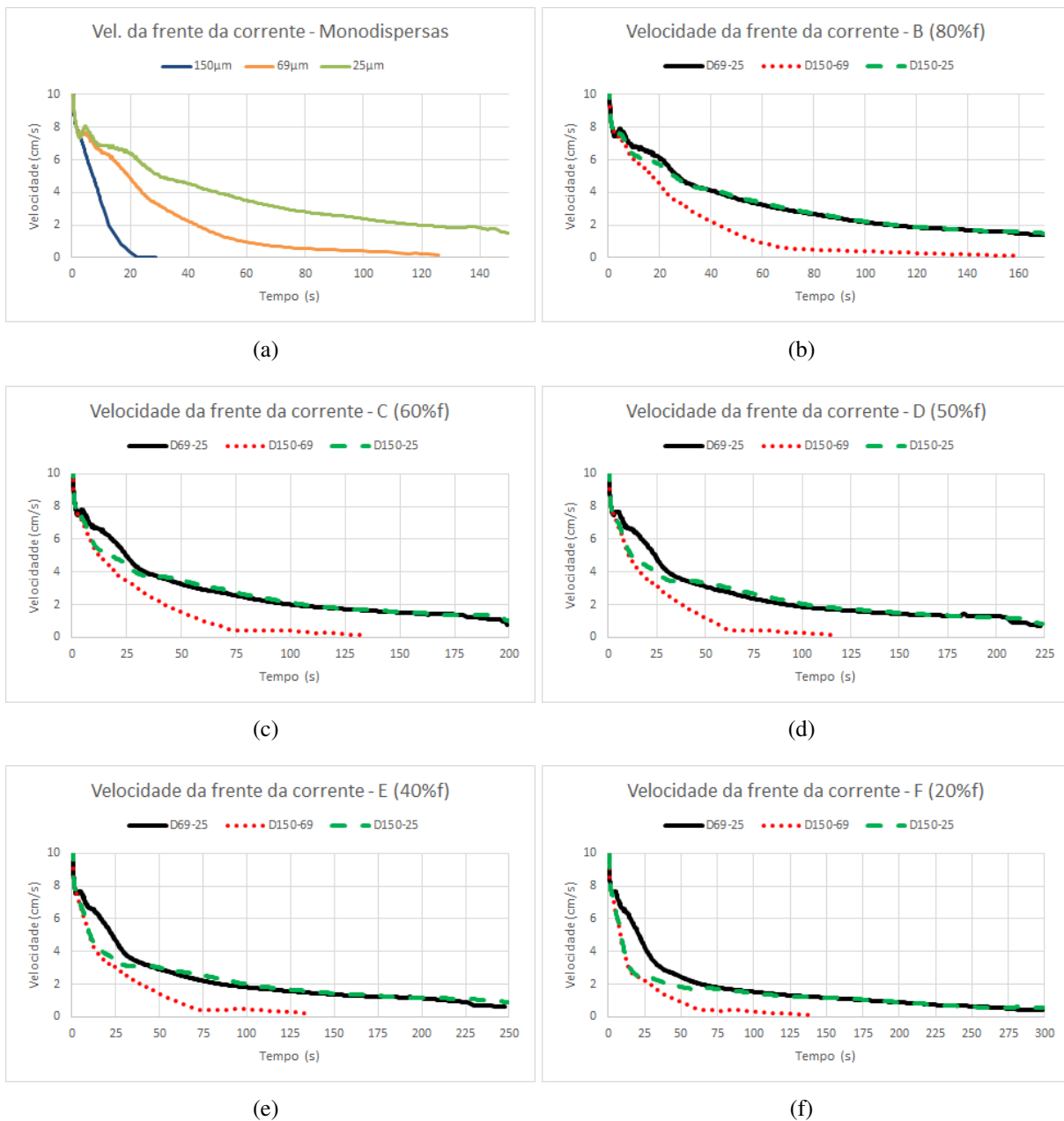


Figura 5.36: Comparação da velocidade da frente de correntes de turbidez com diâmetros de  $d = 150, 69$  e  $25 \mu\text{m}$  combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F.

Figura 5.37. Com o aumento da percentagem de material fino, a densidade de depósito do grupo **D150-25** tende a se aproximar da densidade de depósito do grupo **D69-25**, como ocorre com a posição da frente da corrente. Entretanto, a densidade de depósito do grupo **D150-25** tem um comportamento que se aproxima mais da densidade de depósito do grupo **D150-69** para as menores percentagens de finos, demonstrando que, apesar de a frente ser responsável por propagar a corrente, é o material em maior quantidade que predomina no depósito. Por exemplo, no caso

F (20% material fino), a densidade de depósito de **D150-25** tem comportamento semelhante à **D150-69**, porém a posição da frente e a velocidade da frente de **D150-25** são mais semelhantes às **D69-25**. Conforme aumenta a percentagem do material fino, o depósito fica mais distribuído na direção do escoamento, por ação de uma menor velocidade de queda associada.

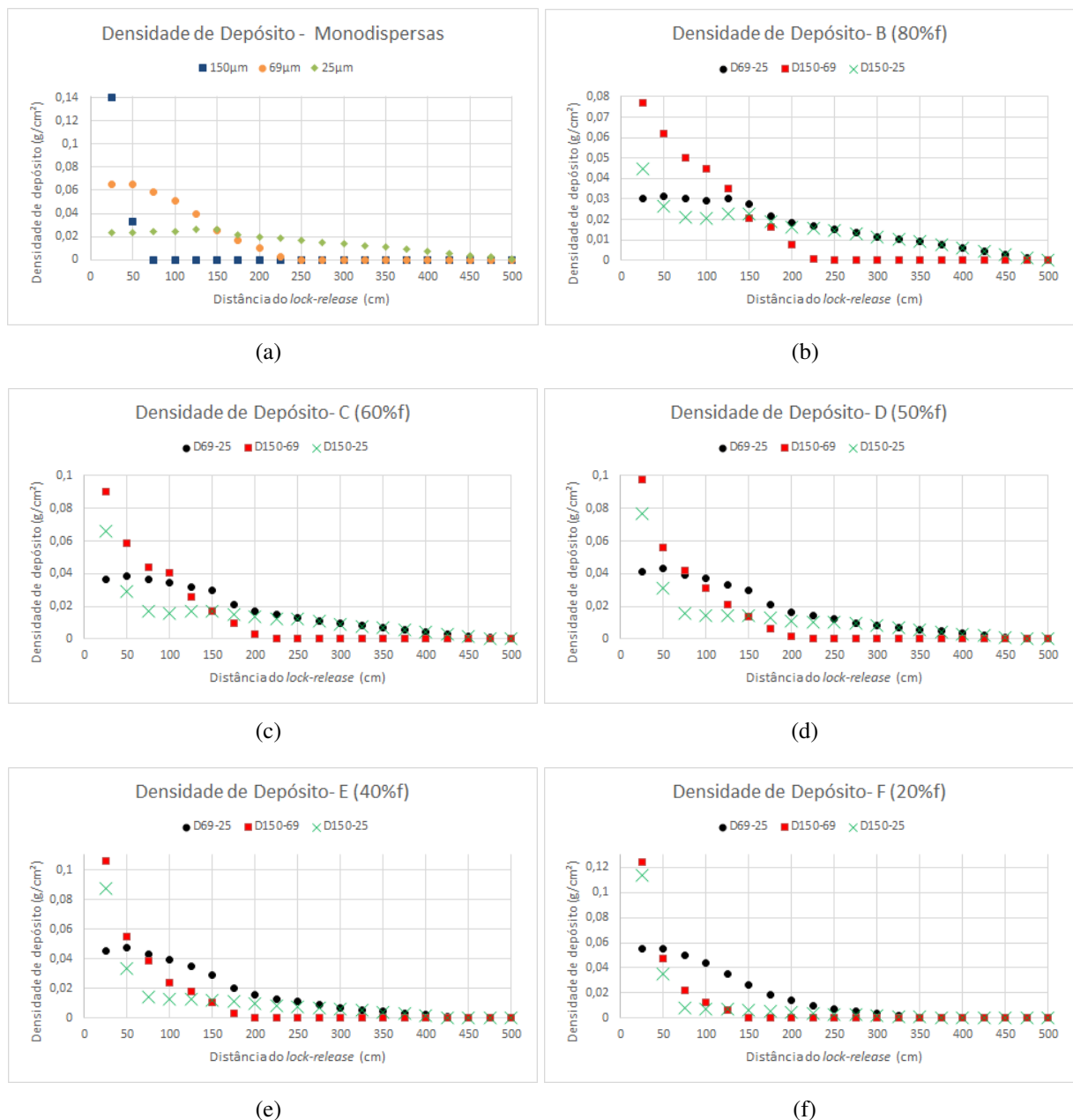


Figura 5.37: Comparação da densidade de depósito para correntes de turbidez com diâmetros de  $d = 150, 69$  e  $25 \mu\text{m}$  combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F.

A massa em suspensão (Figura 5.38) tem grande influência no avanço da corrente, pois os casos do grupo **D150-25** têm comportamento semelhante aos do grupo **D150-69** para tempos

iniciais (ou seja, o material grosso de  $d = 150 \mu\text{m}$  é quem comanda o avanço da corrente inicialmente), mas ao depositar o material grosso, os casos do grupo **D150-25** passam a ter comportamento semelhante aos casos do grupo **D69-25**, em que o material fino de  $d = 25 \mu\text{m}$  apresenta maior influência na dinâmica de avanço da corrente, como visto nas Figuras 5.35 e 5.36.

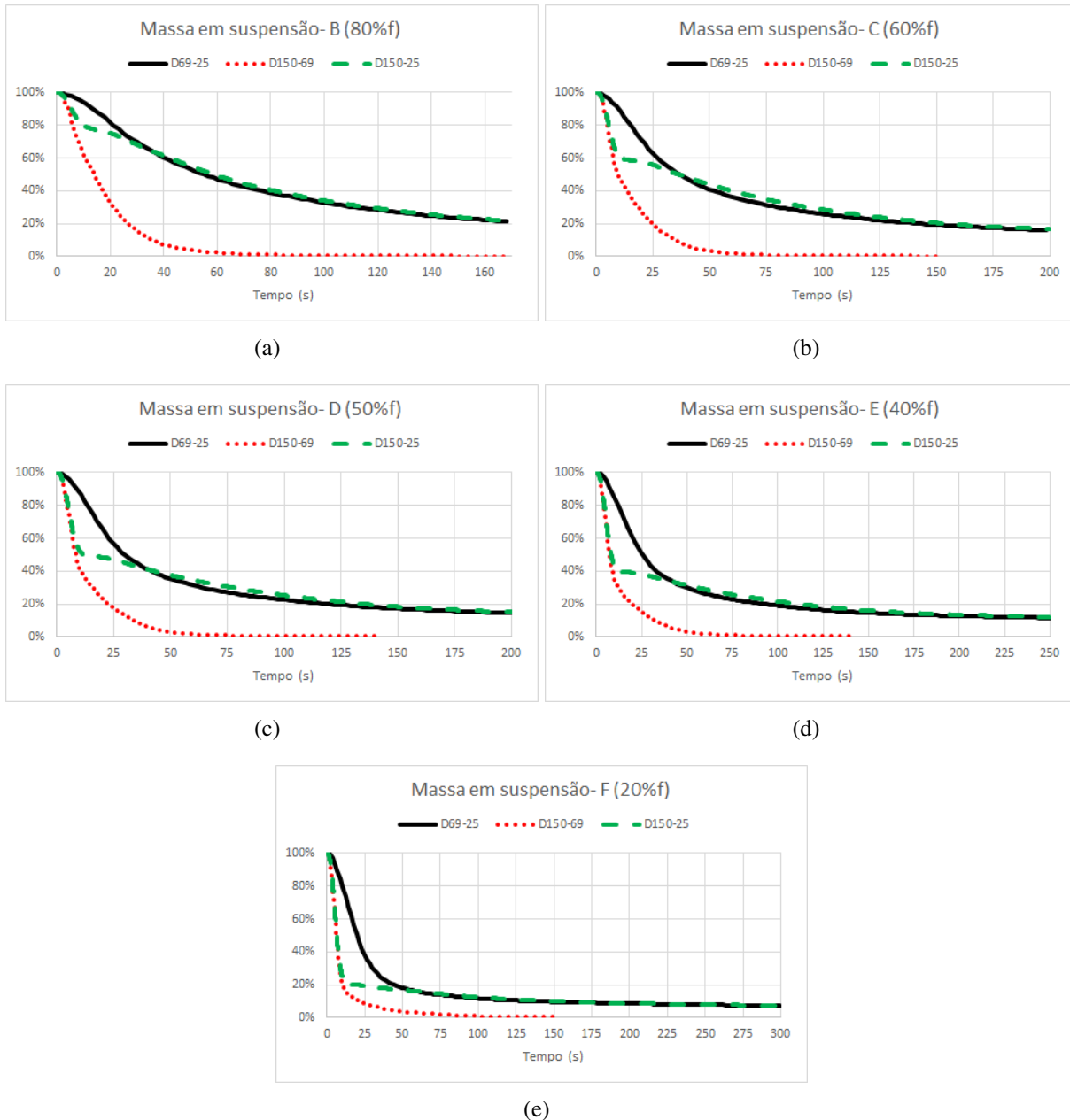


Figura 5.38: Comparação da massa em suspensão para correntes de turbidez com diâmetros de  $d = 150, 69$  e  $25 \mu\text{m}$  combinados em correntes bidispersas para os casos (a) B, (b) C, (c) D, (d) E e (e) F.

O ponto de troca de comportamento dos casos do grupo **D150-25** acontece sempre na per-



centagem de material fino correspondente que possuem (Figura 5.38). Como os casos do grupo **D69-25** apresentam materiais mais finos do que as simulações do grupo **D150-69**, aqueles têm um comportamento mais suave ao longo do tempo.

A massa em suspensão para cada diâmetro, nos diversos casos analisados em conjunto está apresentado na Figura 5.39 e cada diâmetro apresenta um comportamento semelhante ao respectivo caso monodisperso, principalmente para casos em que predominam os sedimentos finos.

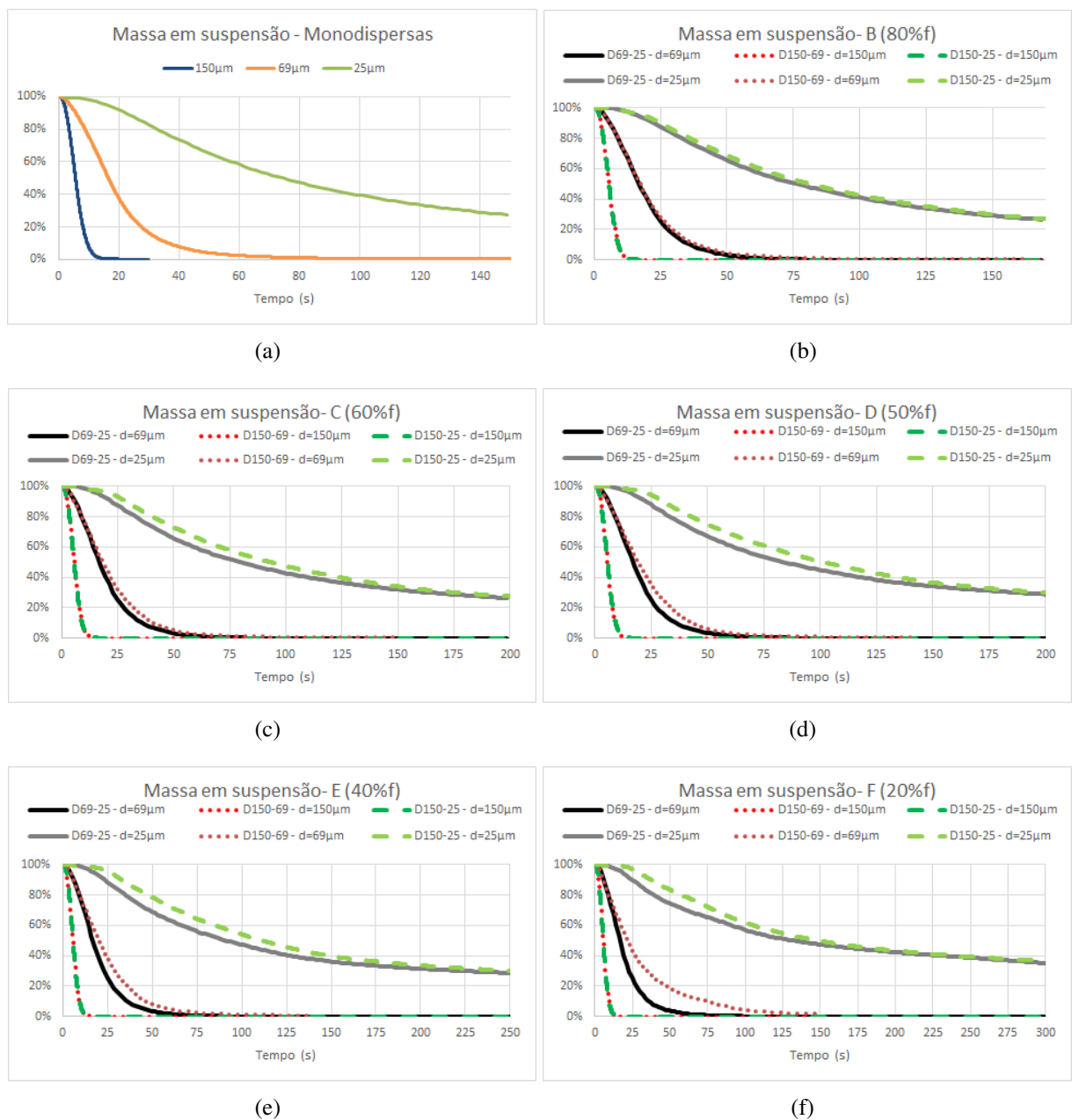


Figura 5.39: Comparação da massa em suspensão conforme o diâmetro para correntes de turbidez com diâmetros de  $d = 150, 69$  e  $25 \mu\text{m}$  combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F.

A taxa de sedimentação para os diversos casos analisados em conjunto é apresentada na Figura 5.40 e o comportamento das curvas de  $d = 150 \mu\text{m}$  coincide em todos os casos, independentemente da percentagem presente inicialmente, apresentando um pico em  $t \approx 7 \text{ s}$  e uma abrupta queda até zero antes de  $t = 20 \text{ s}$ .



Figura 5.40: Comparação da taxa de sedimentação por área para correntes de turbidez com diâmetros de  $d = 150, 69$  e  $25 \mu\text{m}$  combinados em correntes (a) monodispersas e bidispersas para os casos (b) B, (c) C, (d) D, (e) E e (f) F.

Já as curvas de material fino ( $d = 25 \mu\text{m}$ ) na Figura 5.40 têm comportamentos semelhantes entre si, com pequenas diferenças para os grupos **D69-25** e **D150-25**, para todos os casos; a

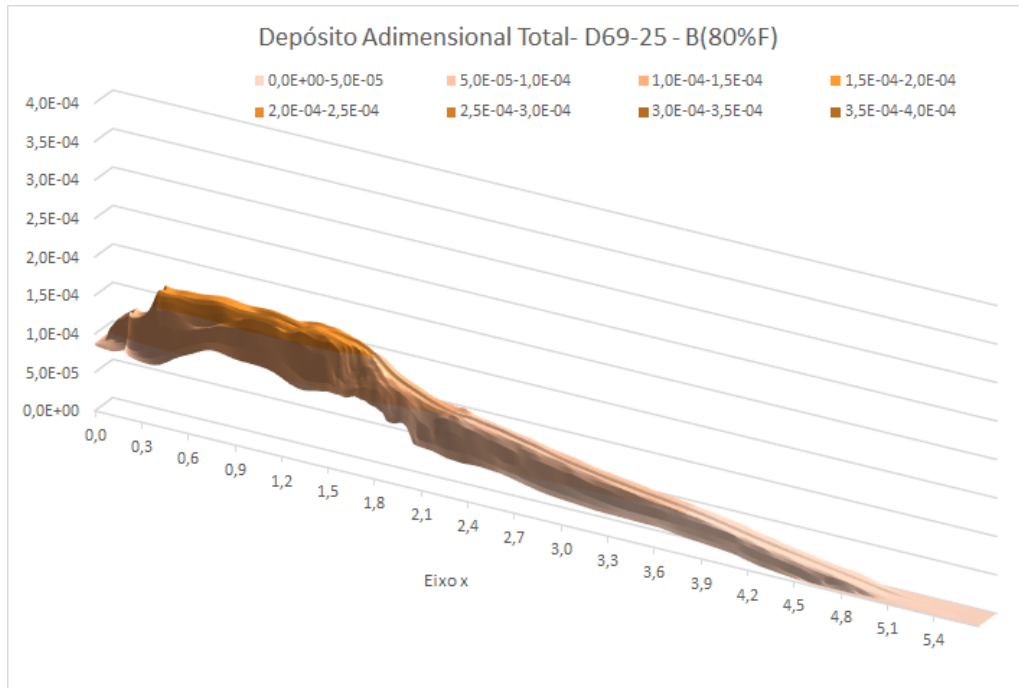
taxa de sedimentação do material fino tem um pico menor e diminui mais lentamente com o avanço do tempo, o que é devido à menor velocidade de queda. Já as curvas referentes a  $d = 69 \mu m$ , apesar de apresentarem percentagens iniciais diferentes nos casos do grupo **D69-25** e do grupo **D150-69**, uma vez que representam o material grosso e fino, respectivamente, têm comportamento semelhante, com picos coincidindo no tempo e diferenciando-se apenas pelo valor, já que a quantidade inicial correspondente a este diâmetro.

### COMPARAÇÃO DOS DEPÓSITOS

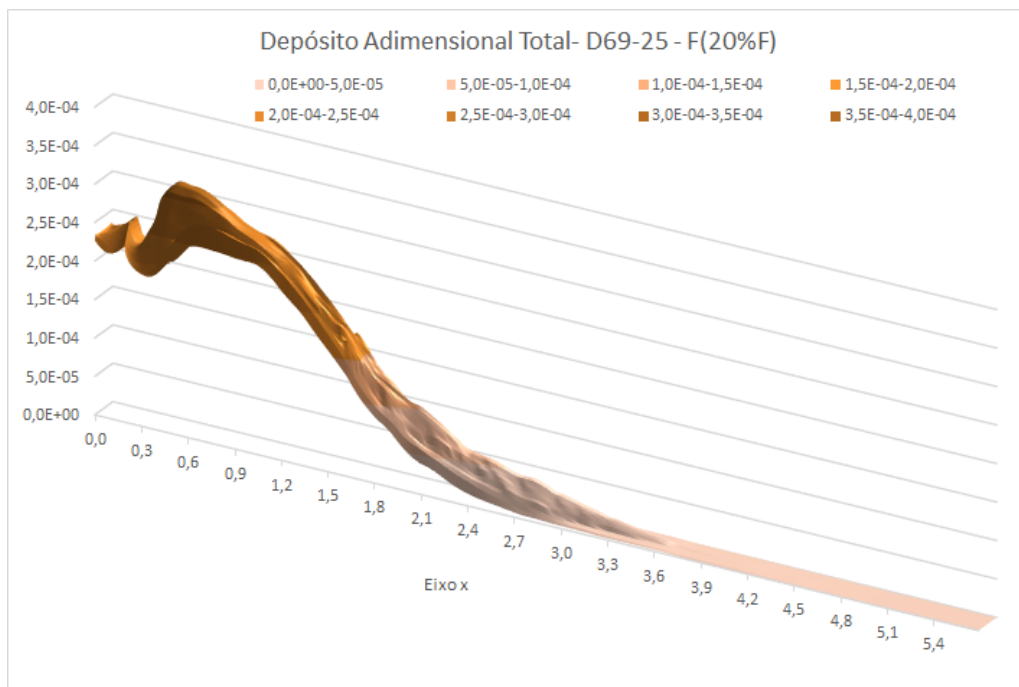
A densidade de depósito,  $D_t(x, y, t)$ , calculada através da equação (5.1), foi utilizada para gerar mapas de depósito em  $t = t_{final}$ .  $D_t(x, y, t)$  foi multiplicado por  $\Delta x$  e  $\Delta y$ , a fim de obter a massa depositada em cada elemento de área superficial localizado em  $z = 0$ . Para melhor comparação, a massa depositada foi dividida pela massa inicial correspondente da fração. São apresentados resultados de depósito de cada diâmetro e o depósito total, correspondente à soma do depósito de cada diâmetro. São expostos neste capítulo apenas os resultados considerados mais relevantes e a totalidade dos resultados é encontrada no Apêndice.

Para os casos do grupo **D69-25** (Figura 5.41), enquanto aumenta a percentagem do diâmetro fino o depósito total tende a ficar mais distribuído e o valor do pico cai de  $3,7 \cdot 10^{-4}$ , no caso somente com  $d = 69 \mu m$ , para  $1,5 \cdot 10^{-4}$ , no caso apenas com  $d = 25 \mu m$ . Em todos os casos do grupo **D69-25**, o depósito apresenta um pico que varia de posição, conforme a proporção dos materiais, enquanto maior a percentagem de  $d = 69 \mu m$ , mais próximo do *lock-release* e enquanto maior a proporção de  $d = 25 \mu m$ , mais afastado do *lock-release* está o pico. A jusante do pico, o valor do depósito diminui gradualmente até zero, de forma que a maior parte do depósito está localizado entre *lock-release* e o pico.

O depósito do material de  $d = 69 \mu m$  para o grupo **D69-25** (Figura 5.42) é bastante semelhante dos casos B (20%) a F (80%), com valor constante mais a montante e gradual redução do depósito até zero em  $x \approx 3,3 m$ . Para o caso G (100%), o valor máximo é atingido em  $x = 0,4 m$ , não existindo uma região de depósito constante, mas sim uma redução acentuada do depósito até o valor nulo em  $x = 2,7 m$ . Ocorre depósito dentro da região do *lock-release* para  $d = 69 \mu m$ .

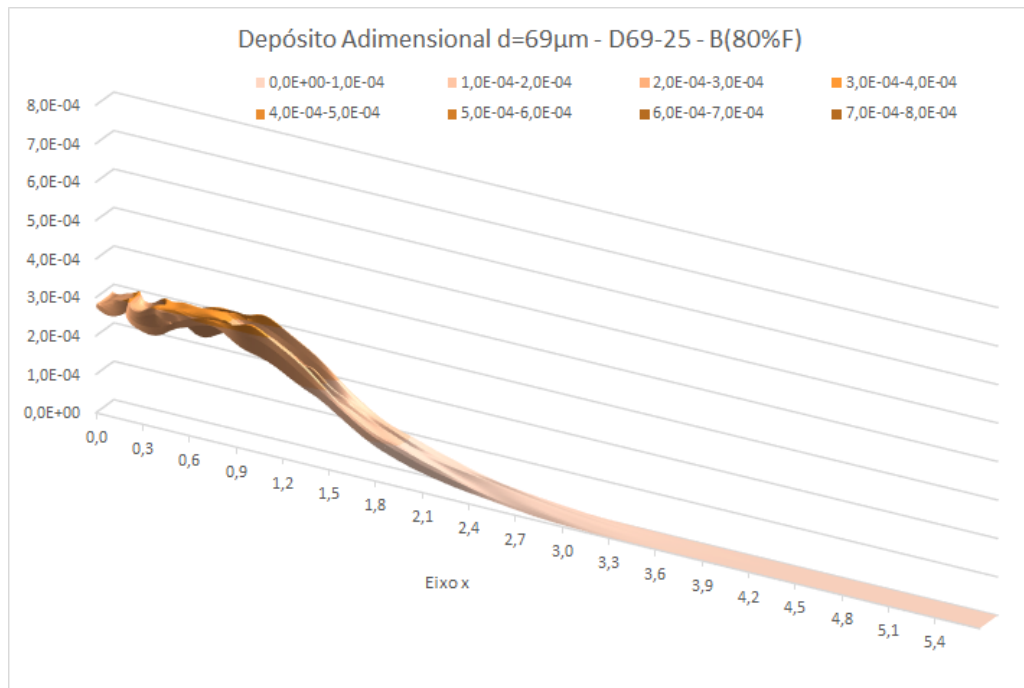


(a)

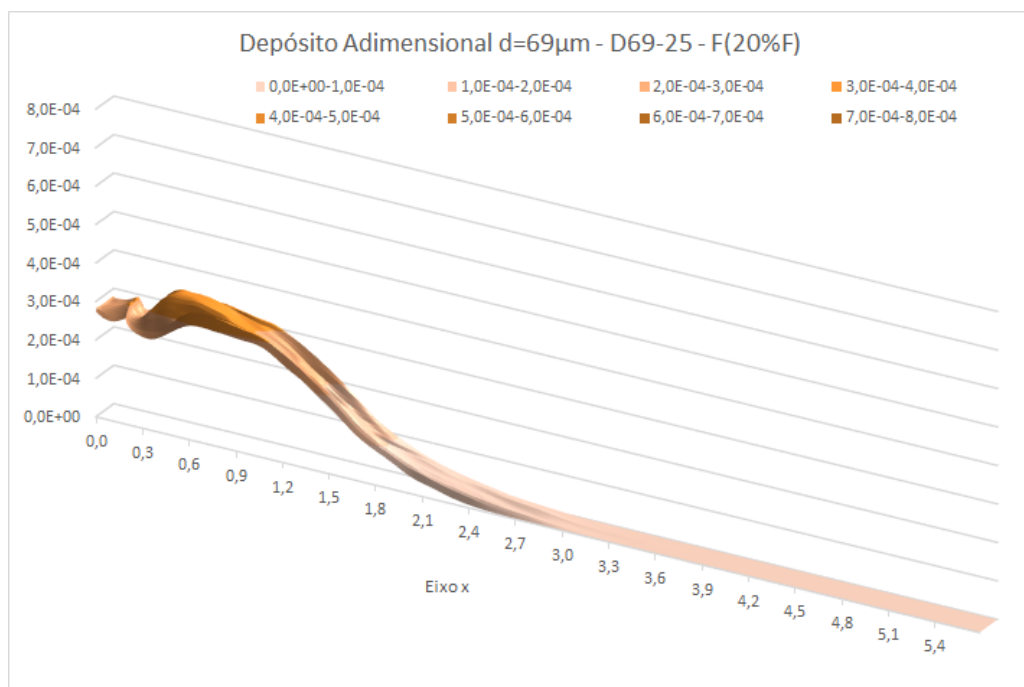


(b)

Figura 5.41: Depósito Adimensional total para **D69-25**, casos (a) B e (b) F.



(a)



(b)

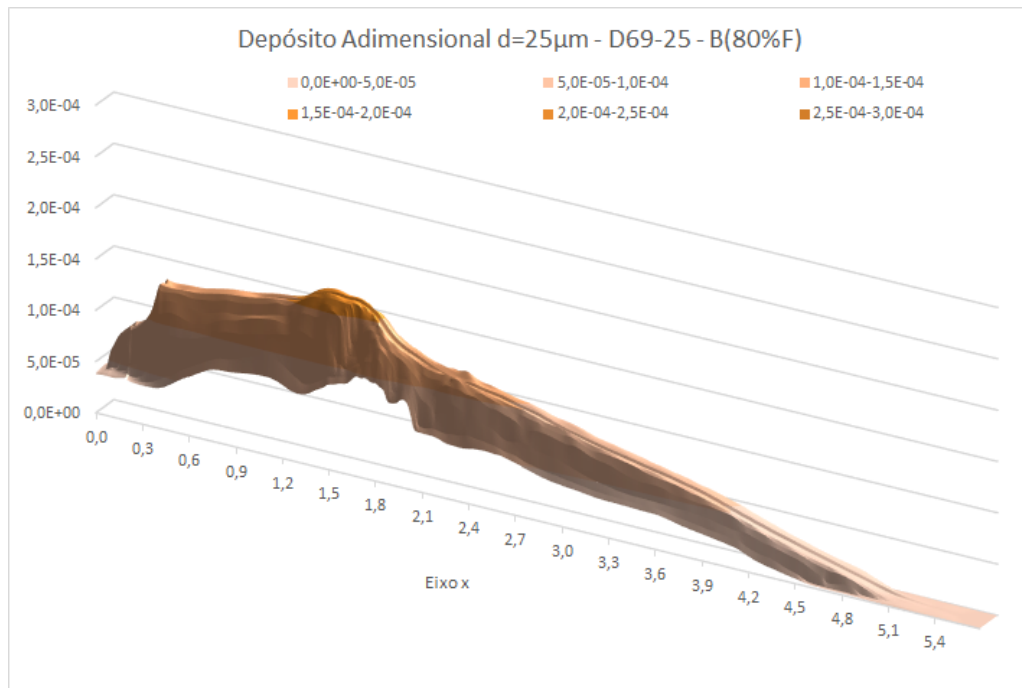
Figura 5.42: Depósito Adimensional de  $d = 69 \mu\text{m}$  para **D69-25**, casos (a) B e (b) F.

O depósito do material de  $d = 25 \mu\text{m}$  para os casos do grupo **D69-25** (Figura 5.43), conforme se avança de montante para jusante, aumenta até atingir o valor do pico e então decresce até ser nulo. Ao aumentar a percentagem de material fino, aumenta o alcance do depósito; no caso B (80%) chega a  $x = 5,1 \text{ m}$  e no caso F (20%) atinge  $x = 4,8 \text{ m}$ . Em contrapartida, o valor de pico do caso F é, aproximadamente, o dobro do caso B em  $x = 1,5 \text{ m}$ . Assim, o depósito do material fino é sensível à concentração de material grosso e ao tamanho, como será discutido posteriormente. Por outro lado, o depósito do material grosso sofre uma pequena influência devido à presença de material fino.

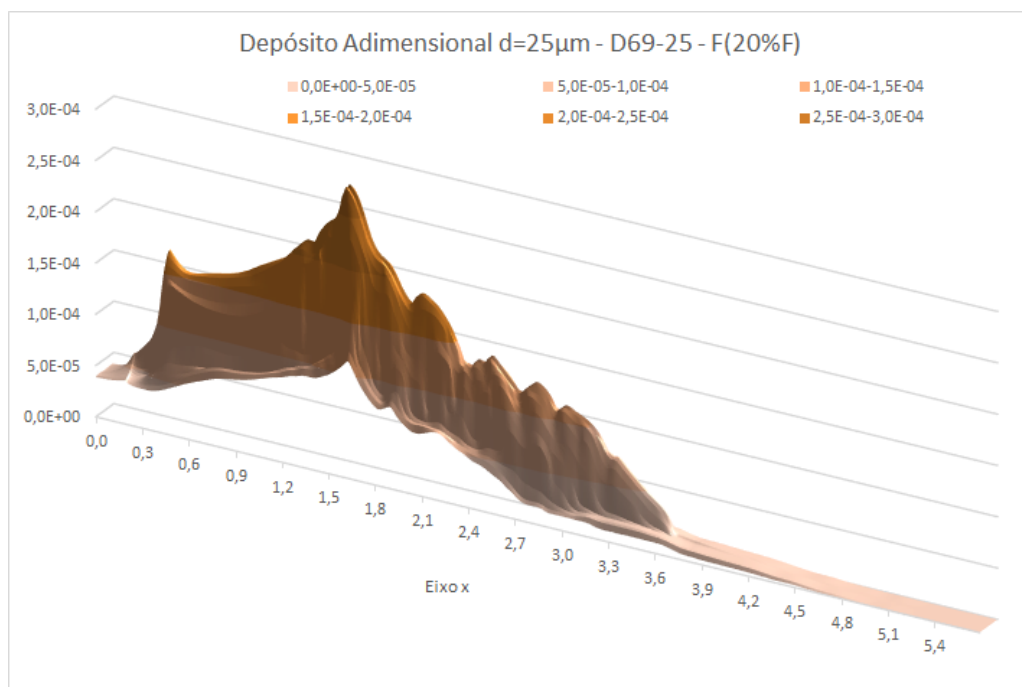
Nos casos do grupo **D150-69**, com o aumento da percentagem de material de  $d = 69 \mu\text{m}$  na concentração inicial, o depósito total (Figura 5.44) tende a ficar mais distribuído. Isto também ocorre para os casos dos grupos **D69-25** e **D150-25**, de forma que com o aumento do material mais fino, o depósito tende a ficar mais distribuído, já que a velocidade de queda diminui. Por outro lado, com o aumento da percentagem do material de  $d = 150 \mu\text{m}$  no grupo **D150-69**, o depósito tende a ter um pico maior em  $x \approx 0,5 \text{ m}$  e a diminuir de maneira mais acentuada na direção do fluxo.

O depósito de  $d = 150 \mu\text{m}$ , no grupo **D150-69** (Figura 5.45), é igual para todos os casos, independente da proporção deste diâmetro na massa inicial. O depósito deste grupo apresenta valores mais elevados a montante e uma queda brusca conforme se avança na direção do escoamento. Dentro da região do *lock-release*, o material de  $d = 150 \mu\text{m}$  apresenta um depósito relevante, que ocorre no instante inicial, explicando o valor não nulo em  $t = 0$  para a taxa de sedimentação por área deste diâmetro (Figuras 5.22 e 5.29).

Para os casos do grupo **D150-25**, conforme aumenta a percentagem inicial de finos, o depósito total (Figura 5.46) tende a ficar mais distribuído; por outro lado, com o aumento da percentagem inicial de material grosso, o depósito total se assemelha cada vez mais ao depósito deste diâmetro. O depósito de sedimentos de  $d = 150 \mu\text{m}$ , assim como no grupo **D150-69**, permanece igual nos casos B a F, independente da percentagem inicial dos materiais e apresenta um depósito considerável dentro da região do *lock-release*. O depósito do material de  $d = 25 \mu\text{m}$  tem uma redução de seu pico à medida em que aumenta a concentração de finos, apresentando um comportamento mais distribuído na direção  $x$ .

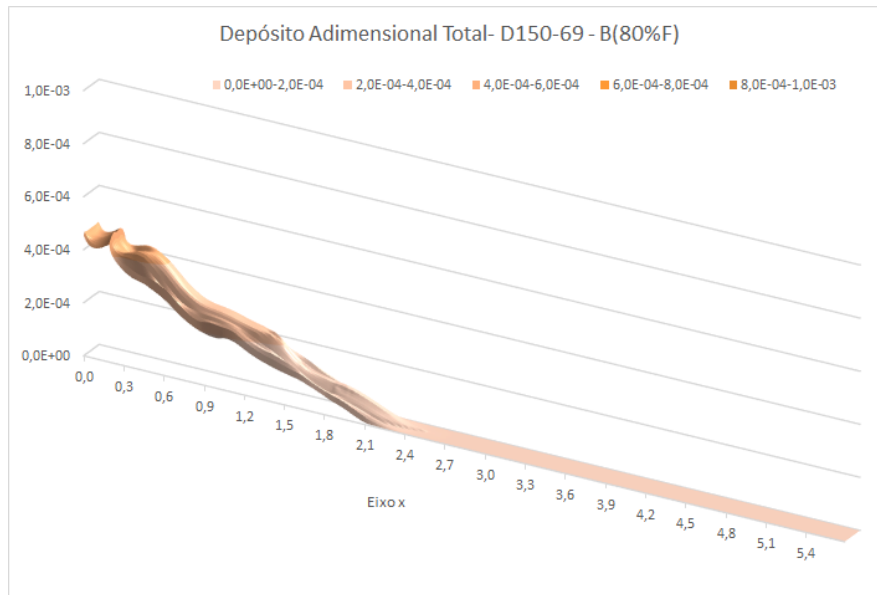


(a)

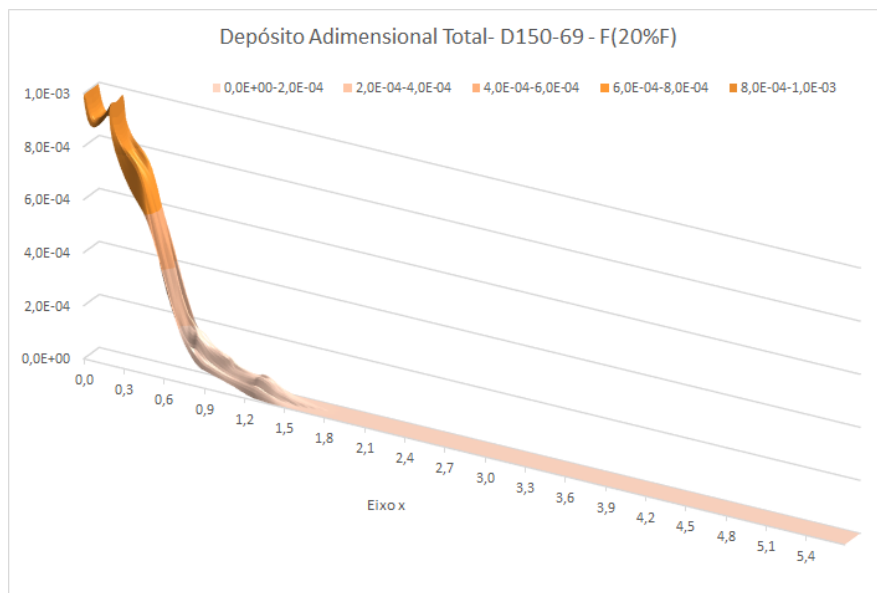


(b)

Figura 5.43: Depósito Adimensional de  $d = 25 \mu\text{m}$  para **D69-25**, casos (a) B e (b) F.



(a)



(b)

Figura 5.44: Depósito Adimensional total para **D150-69**, casos (a) B e (b) F.

O depósito total do caso B (80% material fino e 20% material grosso) de **D150-25** (Figura 5.46) é semelhante ao depósito total do caso B de **D150-69** (Figura 5.44), pois o sedimento grosso deposita dentro do *lock-release* e na região próxima, apesar deste material ser apenas 20% da massa inicial. O material de diâmetro fino do caso B, em **D150-69** e em **D150-25**, está melhor distribuído ao longo da direção do fluxo. Para posições mais a jusante, onde  $d = 150 \mu\text{m}$  já depositou completamente, o depósito no caso **D150-25** tem um alcance maior e uma melhor distribuição do que no caso **D150-69**. O depósito para o caso B dos grupos **D69-25** (Figura

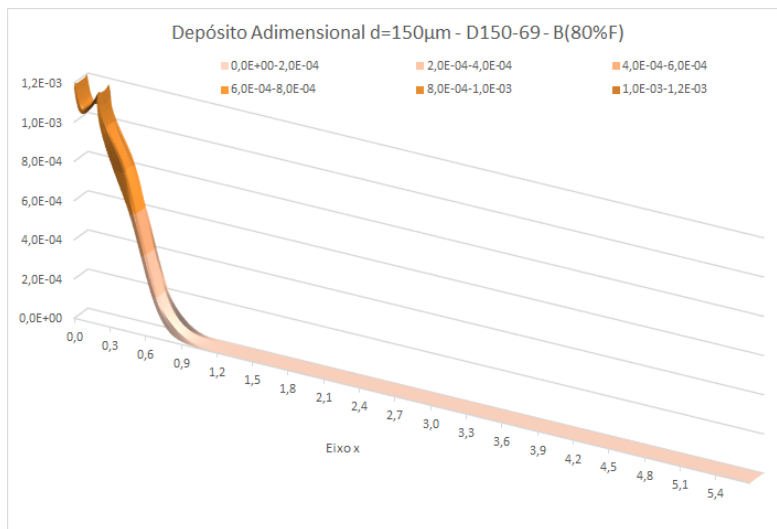


5.41), **D150-69** e **D150-25** atinge a distância de aproximadamente 5,1, 2,5 e 5,0 *m*, respectivamente.

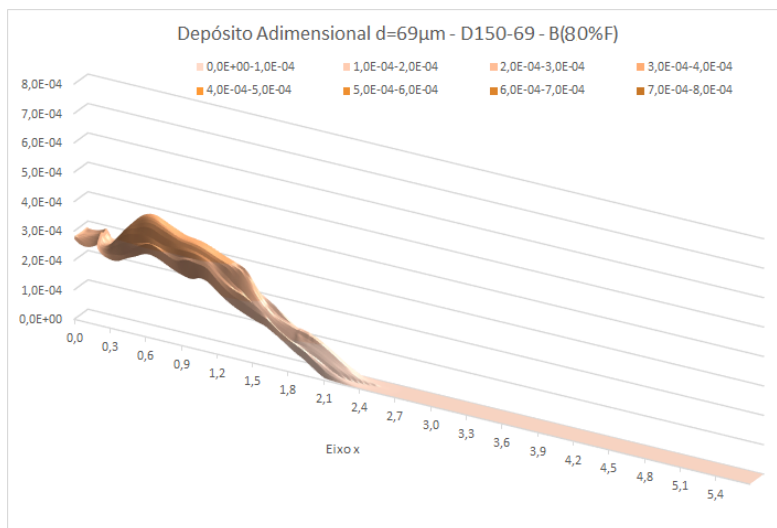
Ao comparar os grupos **D69-25** e **D150-25**, de mesma fração fina, é notável que o depósito do material de  $d = 150 \mu m$  é muito diferente do material de  $d = 69 \mu m$ . Entretanto, no caso B (Figura 5.47), não há forte influência do material grosso para o depósito de  $d = 25 \mu m$  que é semelhante em ambos os casos. Já quando aumenta a percentagem de material grosso (seja  $d = 150 \mu m$  ou  $d = 69 \mu m$ ) na massa inicial, as diferenças nos depósitos do material grosso influenciam o depósito do sedimento  $d = 25 \mu m$ , como acontece nos casos C (60% de material fino) a F (20% fino) (caso E na Figura 5.48).

De forma geral, há influência da presença material grosso no depósito do material fino, pois diferentes diâmetros de material grosso alteram significativamente o gradiente de concentração na direção do fluxo da corrente, alterando, dessa forma, a dinâmica sedimentar do material fino. Isto é observado na comparação do depósito de  $d = 25 \mu m$  (material fino) com situações em que o diâmetro da parte grossa é modificada. Porém, diferentes diâmetros do material fino não são capazes de alterar o depósito do material grosso, visto que o depósito de  $d = 150 \mu m$  permanece inalterado independente do material fino presente (Figura 5.49).

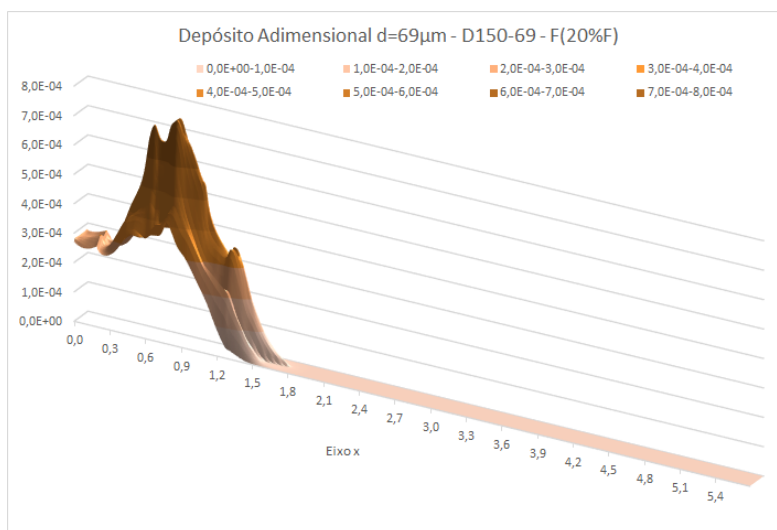
Comparando os grupos **D69-25** e **D150-69** para o caso D (50% para cada diâmetro), a configuração do depósito do sedimento de  $d = 69 \mu m$  é claramente diferente (Figura 5.50). Em todos os casos do grupo **D69-25**, o depósito de  $d = 69 \mu m$  praticamente não muda, independente de sua proporção inicial. Porém, o depósito deste material, nos casos do grupo **D150-69**, depende da percentagem de sedimentos de  $d = 150 \mu m$ . Com o aumento da fração de  $d = 69 \mu m$  no grupo **D150-69**, o depósito tem um alcance maior e, contrariamente, com o aumento da percentagem de  $d = 150 \mu m$ , aumenta o valor do pico do depósito.



(a)

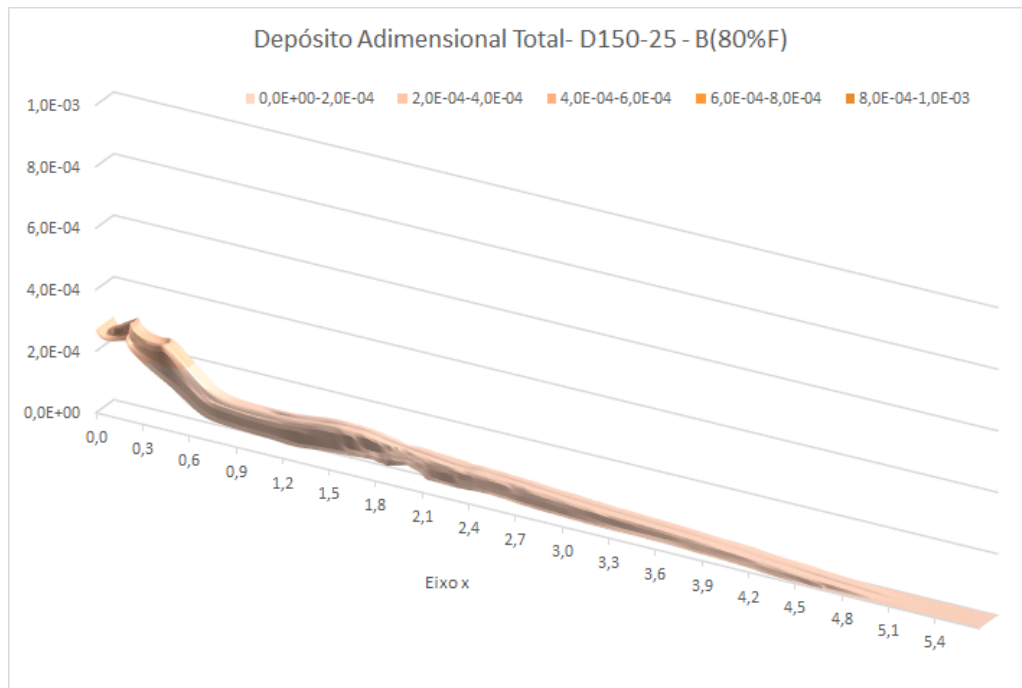


(b)

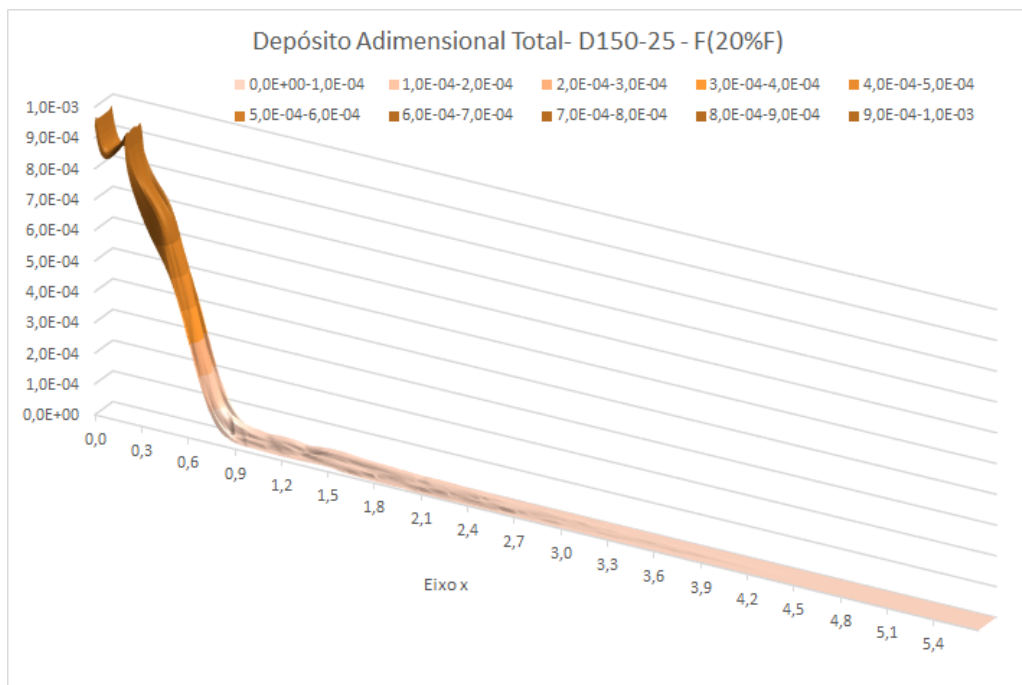


(c)

Figura 5.45: Depósito Adimensional para **D150-69** caso B, para (a)  $d = 150 \mu\text{m}$  e (b)  $d = 69 \mu\text{m}$  e (c) caso F  $d = 69 \mu\text{m}$ .



(a)



(b)

Figura 5.46: Depósito Adimensional total para **D150-25**, casos (a) B e (b) F.

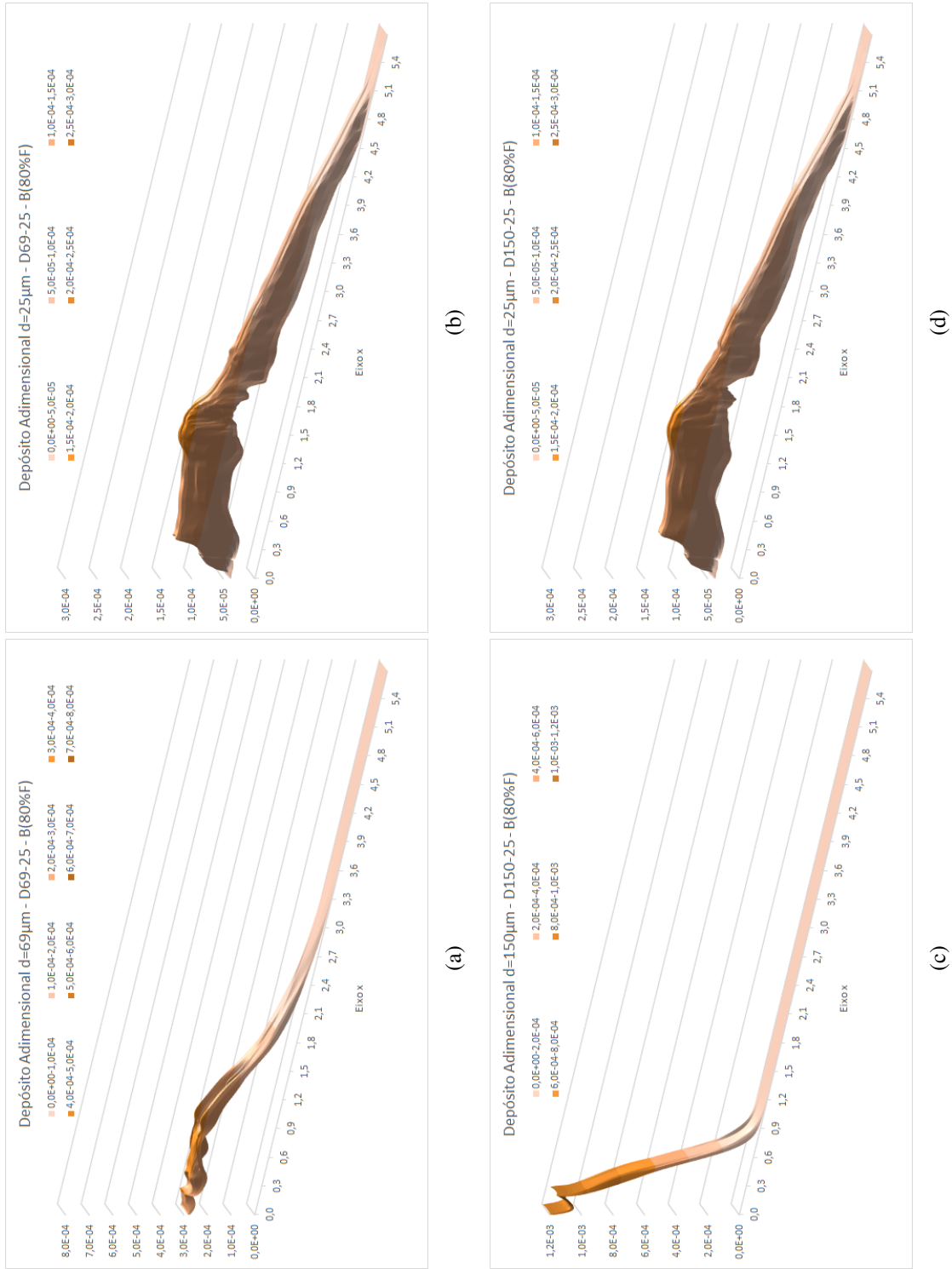


Figura 5.47: Depósito Adimensional do caso B para **D69-25** (a)  $d = 69 \mu\text{m}$  e (b)  $d = 25 \mu\text{m}$  e para **D150-25** (c)  $d = 150 \mu\text{m}$  e (d)  $d = 25 \mu\text{m}$ .

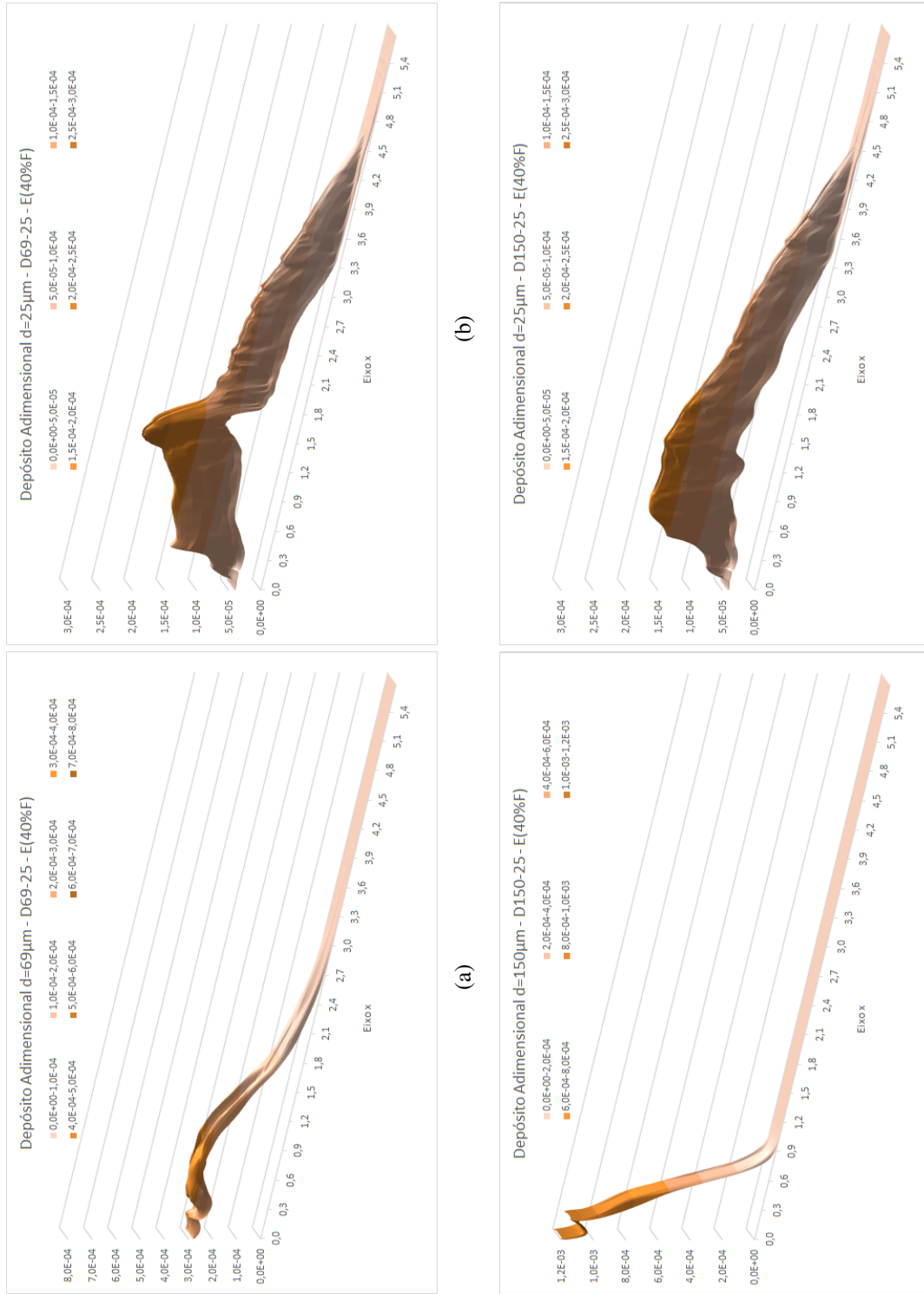


Figura 5.48: Depósito Adimensional do caso E para **D69-25** (a)  $d = 69 \mu\text{m}$  e (b)  $d = 25 \mu\text{m}$  e para **D150-25** (c)  $d = 150 \mu\text{m}$  e (d)  $d = 25 \mu\text{m}$ .

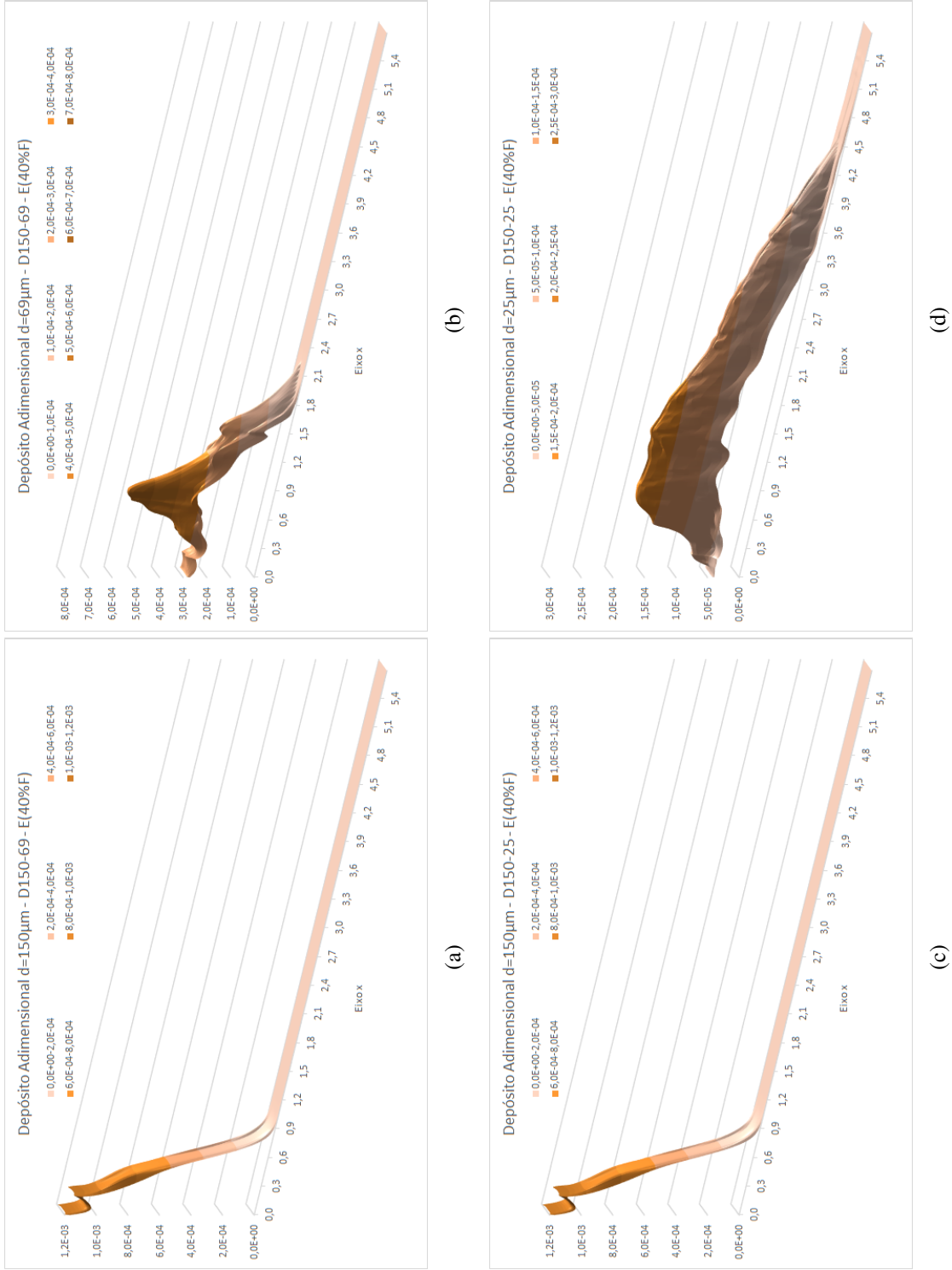


Figura 5.49: Depósito Adimensional do caso E para **D150-69** (a)  $d = 150 \mu\text{m}$  e (b)  $d = 69 \mu\text{m}$  e para **D150-25** (c)  $d = 150 \mu\text{m}$  e (d)  $d = 25 \mu\text{m}$ .

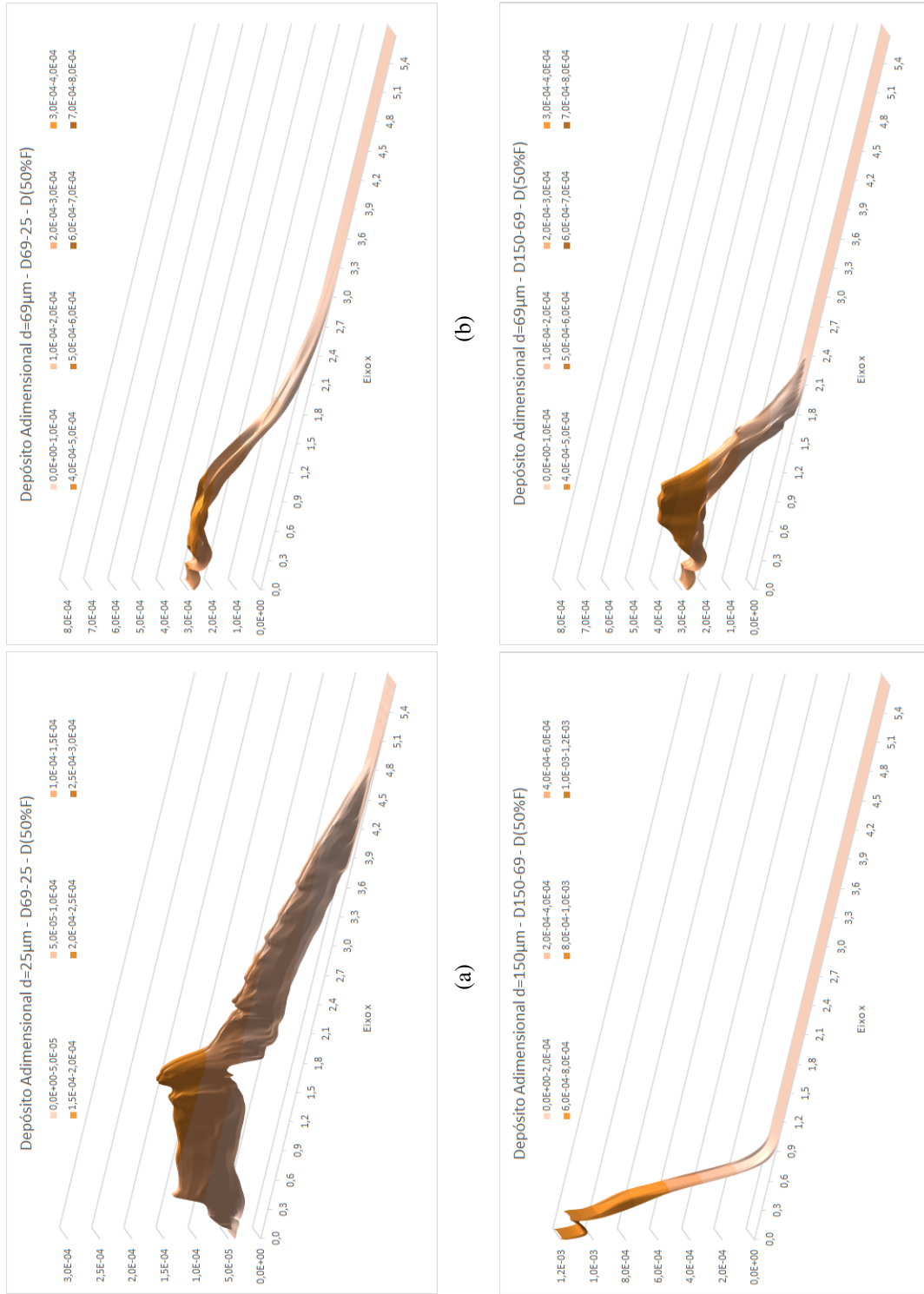


Figura 5.50: Depósito Adimensional do caso D para D69-25 (a)  $d = 25 \mu\text{m}$  e (b)  $d = 69 \mu\text{m}$  e para D150-69 (c)  $d = 150 \mu\text{m}$  e (d)  $d = 69 \mu\text{m}$ .

## 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 6.1 CONCLUSÕES

Este trabalho estudou, através de modelagem numérica, a dinâmica e o depósito de correntes de turbidez sem erosão em configuração de canal com *lock-release*. Utilizou-se o código *SuLi* (Monteiro, 2014 [50], Monteiro e Schettini, 2015 [51]) modificado para representar correntes de turbidez com deposição através da implementação da velocidade de queda.

O objetivo deste trabalho foi avaliar o depósito de correntes de turbidez utilizando modelagem numérica e investigar a influência da propagação da corrente no depósito. Desenvolveu-se, no código *SuLi*, equação de advecção-difusão, agregando-se a velocidade de queda, para simular o transporte e a deposição das partículas em correntes de turbidez.

O código passou por processo de validação para a equação de Advecção-Difusão nos casos de difusão pura, advecção unidimensional com difusão e advecção unidimensional. O código mostrou aptidão para simular situações que possuem difusão, tanto pura quanto em conjunto com advecção, apresentando erros aceitáveis que não modificam significativamente o formato da solução. O código não é adequado para simular a advecção pura, pois, como era esperado, a difusão originada pelo esquema numérico contamina significativamente os resultados. Para os casos de difusão pura e advecção unidimensional com difusão foi realizado um teste de convergência de malha o qual confirmou que o esquema centrado utilizado para o termo difusivo é de segunda ordem e que o esquema *upwind* utilizado para o termo convectivo é de primeira ordem. Entretanto este mesmo teste mostrou que o valor de  $\Delta t$  precisa acompanhar o refinamento da malha para que melhores resultados sejam obtidos com malhas mais refinadas.

Validou-se a capacidade do código em representar a posição e a velocidade da frente e o depósito da corrente de turbidez com o trabalho experimental de Gladstone et al. (1998) [25] e aplicaram-se várias fórmulas de velocidade de queda. O código simula suficientemente bem, com erros aceitáveis, principalmente para o caso monodisperso com sedimento de diâmetro



$d = 69\mu\text{m}$ , correntes de turbidez com deposição e a formulação de Stokes (Stokes, 1851 [71]), que tem um desenvolvimento analítico e, portanto, mais universal, apresentou resultados mais próximos do trabalho experimental de Gladstone et al. (1998) [25], de forma que esta formulação foi utilizada para obter os resultados dos demais casos.

Foram utilizados diâmetros de sedimento de  $d = 150\mu\text{m}$ ,  $d = 69\mu\text{m}$  e  $d = 25\mu\text{m}$  combinados em correntes mono, bi e tridispersas, com diferentes proporções para cada fração. Estas correntes de turbidez simuladas tiveram avaliados a posição e a velocidade da frente, o depósito, a percentagem de massa em suspensão e a taxa de sedimentação por área. Conclui-se que:

- os sedimentos finos são responsáveis pelo avanço da corrente, principalmente para locais mais distantes do *lock-release*, pois permanecem em suspensão por mais tempo, enquanto que o depósito total é dominado pelo material em maior quantidade inicial na corrente;
- para os casos bidispersos, enquanto maior a fração do material de diâmetro mais grosso (de maior velocidade de queda), maior o valor do pico do depósito, já enquanto maior a fração do material de diâmetro mais fino, menor é o valor do pico, maior o alcance do depósito na direção do escoamento e mais rápido a corrente avança;
- a presença de uma pequena fração (20%) de materiais de diâmetro mais fino faz a corrente avançar por mais tempo, pois o sedimento fino continua em suspensão e o gradiente de concentração na direção do fluxo permanece ativo;
- correntes monodispersas compostas apenas por material grosso tem alcance muito inferior a correntes bidispersas com uma pequena fração de material fino;
- o material mais grosso tende a se depositar mais a montante, enquanto o material mais fino tende a se depositar mais a jusante;
- quanto maior a concentração de sedimentos finos, mais lenta é a desaceleração da velocidade da frente da corrente e quanto maior a concentração inicial de sedimentos grossos, mais proeminente é o instante no tempo em que a velocidade da frente da corrente muda seu comportamento de uma *corrente monodispersa de sedimentos grossos* para uma *corrente monodispersa de sedimentos finos*;

- após o sedimento grosso depositar, o sedimento fino assume protagonismo do movimento de corrente de turbidez e as diferenças na posição de correntes com distintas frações de sedimentos permanecem constantes, ou seja, ao analisar em um mesmo instante, as diferenças na posição da frente das correntes são devidas à carga inicial de sedimentos grossos;
- os sedimentos mais finos permanecem em suspensão por mais tempo, podendo não depositar totalmente, o que, em ambientes naturais, pode fazer com que este material seja carregado por correntes marítimas e o depósito não corresponda exatamente às granulometrias presentes na corrente, e
- o depósito do material grosso praticamente não é alterado pelo tamanho e pela quantidade inicial de sedimentos finos, entretanto o depósito do sedimento fino é sensível tanto ao tamanho quanto a percentagem do material grosso presente, principalmente para maiores proporções de sedimento com maior diâmetro. Isto ocorre porque a dinâmica sedimentar do material grosso afeta significativamente o gradiente de concentração na direção do fluxo, modificando a deposição do material fino.

O presente trabalho obteve resultados e chegou a conclusões que concordam com outros trabalhos de mesma temática, como o fluxo da corrente avançar mais a jusante com a adição de pequenas quantidades de material fino (GLADSTONE ET AL., 1998 [25]), o depósito apresentar decaimento similar a uma exponencial, com grande quantidade do material grosso a montante e o sedimento fino ficando mais distribuído (MANICA ET AL., 2006 [46]), a forte influência da velocidade de queda na extensão, na taxa de sedimentação e na massa em suspensão da corrente (FRANCISCO ET AL., 2018 [21]) e o aumento da velocidade da corrente quando aumenta a concentração de material (YAN ET AL., 2018 [76] e BAGHALIAN E GHODSIAN, 2017 [5]).

## 6.2 RECOMENDAÇÕES

Como continuação deste trabalho, considerando que o tema de correntes de turbidez ainda possui muitos pontos a serem estudados, principalmente numericamente, e que o código *SuLi*

mostrou-se apto a representar este tipo de fenômeno, é recomendado estudar correntes de turbidez com deposição e com modificação da morfologia do canal através da erosão das paredes, ou com canais com diferentes declividades de fundo e de geometrias não planas. Também é recomendado estudar correntes de turbidez em configurações diferentes do *lock-release*, como a configuração de bacia, avaliando-se, conjuntamente, o efeito de velocidade na direção transversal ao escoamento da corrente de turbidez e como a configuração do tipo alimentação constante, que se caracteriza pela passagem constante de sedimentos em suspensão por um canal. Outros aspectos relevante para abordar são correntes de turbidez polidispersas com mais de duas granulometrias de sedimento e a influência de oscilações da superfície livre em correntes de turbidez.

Como melhoria do código *SuLi* é sugerida sua paralelização a fim de melhor aproveitar o poder computacional disponível, além da implementação de esquemas numéricos de mais alta ordem, permitindo ao código a obtenção de resultados mais precisos.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] AMOS, J. Underwater avalanche continued for two days. *BBC*, 7 de junho de 2021. Disponível em <<https://www.bbc.com/news/science-environment-57382529?fbclid=IwAR3UPfLXWOPczUAsa1w-LAh51oCQptPx2Imbf7qZ2Q8lDVi6yV6SxXTWe44>>. Acesso em 30 de junho de 2021.
- [2] ANTHONY, E. J., AND JULIAN, M. The 1979 var delta landslide on the french riviera: a retrospective analysis. *Journal of coastal research* 13, 1 (1997), 27–35.
- [3] BAAS, J. H., MANICA, R., PUHL, E., AND DE OLIVEIRA BORGES, A. L. Thresholds of intrabed flow and other interactions of turbidity currents with soft muddy substrates. *Sedimentology* 63, 7 (2016), 2002–2036.
- [4] BAAS, J. H., McCAFFREY, W. D., HAUGHTON, P. D., AND CHOUX, C. Coupling between suspended sediment distribution and turbulence structure in a laboratory turbidity current. *Journal of Geophysical Research: Oceans* 110, C11 (2005).
- [5] BAGHALIAN, S., AND GHODSIAN, M. Experimental analysis and prediction of velocity profiles of turbidity current in a channel with abrupt slope using artificial neural network. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 39, 11 (2017), 4503–4517.
- [6] BAGHALIAN, S., AND GHODSIAN, M. Experimental study on the effects of artificial bed roughness on turbidity currents over abrupt bed slope change. *International Journal of Sediment Research* 35, 3 (2020), 256–268.
- [7] BAGNOLD, R. A. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a newtonian fluid under shear. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 225, 1160 (1954), 49–63.

- [8] BIEGERT, E., VOWINCKEL, B., OUILLON, R., AND MEIBURG, E. High-resolution simulations of turbidity currents. *Progress in Earth and Planetary Science* 4, 1 (2017), 33.
- [9] BLUM, M. D., HATTIER-WOMACK, J., KNELLER, B., MARTINSEN, O., AND MCCAFFREY, B. Climate change, sea-level change, and fluvial sediment supply to deepwater depositional systems. *External Controls on Deep Water Depositional Systems: SEPM, Special Publication* 92 (2009), 15–39.
- [10] BOUMA, A. H. Sedimentology of some flysch deposits: a graphic approach to facies interpretation. *Agraphic approach to facies interpretation* 168 (1962).
- [11] BRUNNER, G. W. *HEC-RAS river analysis system: hydraulic reference manual*, vol. 4.1. US Army Corps of Engineers, Institute for Water Resources, Hydrologic, 2010.
- [12] CANEDO, E. L. *Fenômenos de Transporte*, vol. 1. LTC, 2010.
- [13] CANTERO, M. I., GARCÍA, M. H., AND BALACHANDAR, S. Effect of particle inertia on the dynamics of depositional particulate density currents. *Computers and Geosciences* 34, 10 (2008), 1307–1318. Predictive Modeling in Sediment Transport and Stratigraphy.
- [14] CASULLI, V., AND CHENG, R. T. Semi-implicit finite difference methods for three-dimensional shallow water flow. *International Journal for numerical methods in fluids* 15, 6 (1992), 629–648.
- [15] ÇENGEL, Y., AND CIMBALA, J. *Mecânica dos Fluidos. 1ª. Edição*. McGraw Hill–Artmed, 2007.
- [16] CHIEN, N., AND WAN, Z. *Mechanics of sediment transport*. American Society of Civil Engineers, 1999.
- [17] COURANT, R., ISAACSON, E., AND REES, M. On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences. *Communications on pure and applied mathematics* 5, 3 (1952), 243–255.
- [18] CSANADY, G. Turbulent diffusion in the environment. *Geophysics and Astrophysics Monographs, Dordrecht: Reidel, 1973, edited by McCormac, BM* (1973).

- [19] ESPATH, L., PINTO, L., LAIZET, S., AND SILVESTRINI, J. Two- and three-dimensional direct numerical simulation of particle-laden gravity currents. *Computers and Geosciences* 63 (2014), 9–16.
- [20] FERGUSON, R., AND CHURCH, M. A simple universal equation for grain settling velocity. *Journal of sedimentary Research* 74, 6 (2004), 933–937.
- [21] FRANCISCO, E., ESPATH, L., LAIZET, S., AND SILVESTRINI, J. Reynolds number and settling velocity influence for finite-release particle-laden gravity currents in a basin. *Computers & Geosciences* 110 (2018), 1–9.
- [22] GARDE, R., AND RANGA RAJU, K. *Mechanics of sediment transportation and alluvial stream problems*. Taylor & Francis, 1977.
- [23] GE, Z., NEMEC, W., GAWTHORPE, R. L., AND HANSEN, E. W. Response of unconfined turbidity current to normal-fault topography. *Sedimentology* 64, 4 (2017), 932–959.
- [24] GERVAIS, A., SAVOYE, B., MULDER, T., AND E, G. Sandy modern lobes: a new insight from high resolution seismic data. *Mar. Pet. Geol.* 23 (2006), 485–502.
- [25] GLADSTONE, C., PHILLIPS, J., AND SPARKS, R. Experiments on bidisperse, constant-volume gravity currents: propagation and sediment deposition. *Sedimentology* 45, 5 (1998), 833–843.
- [26] GLADSTONE, C., AND PRITCHARD, D. Patterns of deposition from experimental turbidity currents with reversing buoyancy. *Sedimentology* 57, 1 (2010), 53–84.
- [27] GUERRA, G. M., ZIO, S., CAMATA, J. J., ROCHINHA, F. A., ELIAS, R. N., PARAIZO, P. L., AND COUTINHO, A. L. Numerical simulation of particle-laden flows by the residual-based variational multiscale method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 73, 8 (2013), 729–749.
- [28] HACKER, J., LINDEN, P., AND DALZIEL, S. Mixing in lock-release gravity currents. *Dynamics of Atmospheres and Oceans* 24, 1-4 (1996), 183–195.

- [29] HALL, B., MEIBURG, E., AND KNELLER, B. Channel formation by turbidity currents: Navier–stokes-based linear stability analysis. *Journal of Fluid Mechanics* 615 (2008), 185–210.
- [30] HÄRTEL, C., KLEISER, L., MICHAUD, M., AND STEIN, C. A direct numerical simulation approach to the study of intrusion fronts. *Journal of engineering mathematics* 32, 2 (1997), 103–120.
- [31] HIRSCH, C. *Numerical computation of internal and external flows, Volume 2: Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*. John Wiley and Sons, 1994.
- [32] HUANG, C.-C., LAI, Y. G., LAI, J.-S., AND TAN, Y.-C. Field and numerical modeling study of turbidity current in shimen reservoir during typhoon events. *Journal of Hydraulic Engineering* 145, 5 (2019), 05019003.
- [33] INMAN, D. L., NORDSTROM, C. E., AND FLICK, R. E. Currents in submarine canyons: An air-sea-land interaction. *Annual Review of Fluid Mechanics* 8, 1 (1976), 275–310.
- [34] KNELLER, B. Beyond the turbidite paradigm: physical models for deposition of turbidites and their implications for reservoir prediction. *Geological Society, London, Special Publications* 94, 1 (1995), 31–49.
- [35] KNELLER, B., AND BUCKEE, C. The structure and fluid mechanics of turbidity currents: a review of some recent studies and their geological implications. *Sedimentology* 47 (2000), 62–94.
- [36] KOLLER, D. K., BORGES, A. L. D. O., PUHL, E., AND MANICA, R. Prediction of the bedforms generated by density currents based on fluvial phase diagrams. *RBRH* 22 (2017).
- [37] KOLMOGOROV, A. *Turbulence, classic papers on statistical theory*, edited by s. friedlander, l. toppe, 1941.
- [38] KOVÁŘÍK, K., MUŽÍK, J., MASAROVICHOVÁ, S., AND SITÁNYIOVÁ, D. A local boundary integral method for two-dimensional particle-driven gravity currents simulation. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 56 (2015), 119–128.

- [39] KYROUSI, F., LEONARDI, A., ROMAN, F., ARMENIO, V., ZANELLO, F., ZORDAN, J., JUEZ, C., AND FALCOMER, L. Large eddy simulations of sediment entrainment induced by a lock-exchange gravity current. *Advances in Water Resources* 114 (2018), 102–118.
- [40] LAIZET, S., AND LI, N. Incompact3d: A powerful tool to tackle turbulence problems with up to  $o(10^5)$  computational cores. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 67, 11 (2011), 1735–1757.
- [41] LAMBALLAIS, E., FORTUNÉ, V., AND LAIZET, S. Straightforward high-order numerical dissipation via the viscous term for direct and large eddy simulation. *Journal of Computational Physics* 230, 9 (2011), 3270–3275.
- [42] LIU, X., SEDANO, J. Á. I., AND MOHAMMADIAN, A. Numerical modeling of submarine turbidity currents over erodible beds using unstructured grids. *Ocean Modelling* 113 (2017), 157–170.
- [43] LUCCHESI, L. V. Estudo numérico da sedimentação em correntes de turbidez com evolução do relevo de fundo. *Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental. Instituto de Pesquisas Hidráulicas. UFRGS. Dissertação de Mestrado* (2018).
- [44] LUCCHESI, L. V., MONTEIRO, L. R., SCHETTINI, E. B. C., AND SILVESTRINI, J. H. Direct numerical simulations of turbidity currents with evolutive deposit method, considering topography updates during the simulation. *Computers & Geosciences* 133 (2019), 104306.
- [45] MANICA, R. *Geração de correntes de turbidez de alta densidade: condicionantes hidráulicas e deposicionais*. Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental. Instituto de Pesquisas Hidráulicas. UFRGS. Tese de Doutorado, 2009.
- [46] MANICA, R., MAESTRI, R. D., AND BORGES, A. L. D. O. Modelagem física de correntes de turbidez: descrição do processo e implicações no estudo dos depósitos turbidíticos. *Pesquisas em Geociências* 33, 2 (2006), 19–33.
- [47] MEIBURG, E., AND KNELLER, B. Turbidity currents and their deposits. *Annual Review of Fluid Mechanics* 42 (2010), 135–156.



- [48] MIDDLETON, G. V. Sediment deposition from turbidity currents. *Annual review of earth and planetary sciences* 21, 1 (1993), 89–114.
- [49] MIDDLETON, G. V., AND HAMPTON, M. A. Part i. sediment gravity flows: mechanics of flow and deposition. *Pacific Section SEPM* (1973).
- [50] MONTEIRO, L. R. *Simulação numérica de escoamentos com superfície livre com aproximação não-hidrostática*. Programa de Pos-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental. Instituto de Pesquisas Hidráulicas. UFRGS. Dissertação de Mestrado, 2014.
- [51] MONTEIRO, L. R., AND SCHETTINI, E. B. C. Comparação entre a aproximação hidrostática e a não-hidrostática na simulação numérica de escoamentos com superfície livre. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos* 20 (2015), 1051–1062.
- [52] MORIGI, V. P. *Simulação numérica de transporte de escalar: análise de locais para implantação de emissário na região de Florianópolis*. Departamento de Engenharia Civil. Escola de Engenharia. UFRGS. Trabalho de Conclusão de Curso, 2018.
- [53] NASR-AZADANI, M., HALL, B., AND MEIBURG, E. Polydisperse turbidity currents propagating over complex topography: comparison of experimental and depth-resolved simulation results. *Computers & Geosciences* 53 (2013), 141–153.
- [54] NASR-AZADANI, M., AND MEIBURG, E. Turbidity currents interacting with three-dimensional seafloor topography. *Journal of Fluid Mechanics* 745 (2014), 409–443.
- [55] NASR-AZADANI, M. M., AND MEIBURG, E. Turbines: an immersed boundary, navier–stokes code for the simulation of gravity and turbidity currents interacting with complex topographies. *Computers & Fluids* 45, 1 (2011), 14–28.
- [56] NECKER, F., HÄRTEL, C., KLEISER, L., AND MEIBURG, E. High-resolution simulations of particle-driven gravity currents. *International Journal of Multiphase Flow* 28, 2 (2002), 279–300.

- [57] NOAA. What is a turbidity current. *Disponível em:* <https://oceanservice.noaa.gov/facts/turbidity.html> acessado em 16 de mar. de 2020 (2018).
- [58] NORMARK, W., DAMUTH, D., AND WICKENS, H. Sedimentary faces and associated depositional elements of the amazon fan. *Proc. Ocean. Drill. Prog. Sci. Res.. Leg 155 ed. RD Flood.*, 1 (1997), 611–51.
- [59] OLIVEIRA, A., AND BAPTISTA, A. M. On the role of tracking on eulerian-lagrangian solutions of the transport equation. *Advances in Water Resources* 21, 7 (1998), 539–554.
- [60] PARSONS, J. D., FRIEDRICH, C. T., TRAYKOVSKI, P. A., MOHRIG, D., IMRAN, J., SYVITSKI, J. P., PARKER, G., PUIG, P., BUTTLES, J. L., GARCÍA, M. H., ET AL. The mechanics of marine sediment gravity flows. *Continental margin sedimentation: from sediment transport to sequence stratigraphy* 37 (2007), 275–334.
- [61] PIPER, D. J., COCHONAT, P., AND MORRISON, M. L. The sequence of events around the epicentre of the 1929 grand banks earthquake: initiation of debris flows and turbidity current inferred from sidescan sonar. *Sedimentology* 46, 1 (1999), 79–97.
- [62] POPE, S. B. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- [63] RICHARDSON, J. F., AND ZAKI, W. N. The sedimentation of a suspension of uniform spheres under conditions of viscous flow. *Chemical Engineering Science*, 3(2) (1954), 65–73.
- [64] ROCHA, A. *Introducción a la hidráulica fluvial*. Universidad Nacional de Ingeniería. Facultad de Ingeniería Civil, 1998.
- [65] RUBEY, W. W. Settling velocity of gravel, sand, and silt particles. *American Journal of Science*, 148 (1933), 325–338.
- [66] SILVA, C. M. D. Simulação numérica de instabilidades hidrodinâmicas em camada de mistura duplamente estratificada com efeito de velocidade de queda. *Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental. Instituto de Pesquisas Hidráulicas. UFRGS. Tese de Doutorado* (2019).

- [67] SIMPSON, J. E. *Gravity Currents: In the Environment and the Laboratory*. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1997.
- [68] SOLER, M., COLOMER, J., SERRA, T., CASAMITJANA, X., AND FOLKARD, A. M. Sediment deposition from turbidity currents in simulated aquatic vegetation canopies. *Sedimentology* 64, 4 (2017), 1132–1146.
- [69] SOUZA, J. F. A. D., OLIVEIRA, L. R. D., AZEVEDO, J. L. L. D., SOARES, I., AND MATA, M. Uma revisão sobre a turbulência e sua modelagem. *Revista Brasileira de Geofísica* 29, 1 (2011), 21–41.
- [70] STACEY, M. W., AND BOWEN, A. J. The vertical structure of density and turbidity currents: theory and observations. *Journal of Geophysical Research: Oceans* 93, C4 (1988), 3528–3542.
- [71] STOKES, G. G. On the effect of internal friction on the motion of pendulums. *Cambridge Philo. Trans.* 9, 2 (1851), 8–106.
- [72] STRAUB, K. M., MOHRIG, D., BUTTLES, J., McELROY, B., AND PIRMEZ, C. Quantifying the influence of channel sinuosity on the depositional mechanics of channelized turbidity currents: A laboratory study. *Marine and Petroleum Geology* 28, 3 (2011), 744–760.
- [73] SUTHERLAND, A. J. Proposed mechanism for sediment entrainment by turbulent flows. *Journal of Geophysical Research* 72, 24 (1967), 6183–6194.
- [74] TENNEKES, H., LUMLEY, J. L., LUMLEY, J. L., ET AL. *A first course in turbulence*. MIT press, 1972.
- [75] WEIMER, P., SLATT, R. M., BOUROULLEC, R., ET AL. *Introduction to the petroleum geology of deepwater settings*, vol. 111. AAPG/Datapages Tulsa, 2007.
- [76] YAN, Z.-L., AN, R.-D., LI, J., DENG, Y., LI, Y., AND XU, Y.-Y. Numerical and experimental study of continuous and discontinuous turbidity currents on a flat slope. *Journal of Hydrodynamics* 30, 6 (2018), 1083–1092.

## A APÊNDICE - MAPAS DE DEPÓSITO ADIMENSIONAL

Neste apêndice são apresentados os mapas de depósitos adimensionais dos casos A (100% material fino) a G (100% material grosso) para os grupos **D69-25**, **D150-69** e **D150-25**. Também são apresentados os depósitos do caso tridisperso **D150-69-25**. Os mapas de depósito são expostos discriminados pelo diâmetro do material (fino, grosso para os grupos bidispersos e fino, intermediário e grosso para o caso tridisperso), bem como pelo total correspondente à soma destes. Para a adimensionalização do depósito utilizou-se a densidade de depósito (total e discriminada pelo diâmetro), o tamanho do elemento de área ( $\Delta x \Delta y$ ) e a massa inicial (total e correspondente ao diâmetro).

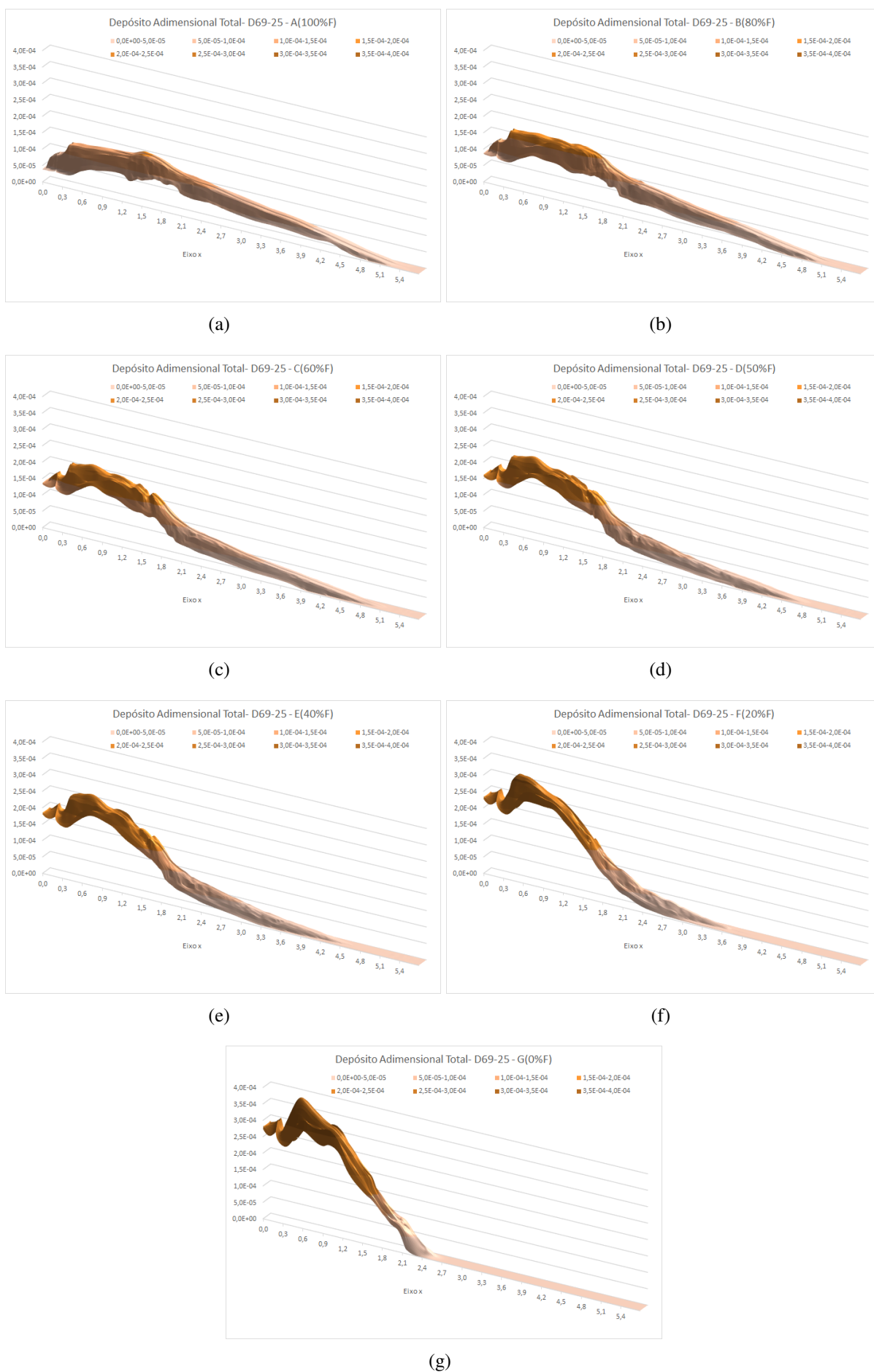


Figura A.1: Depósito adimensional total para os casos A a G para D69-25.

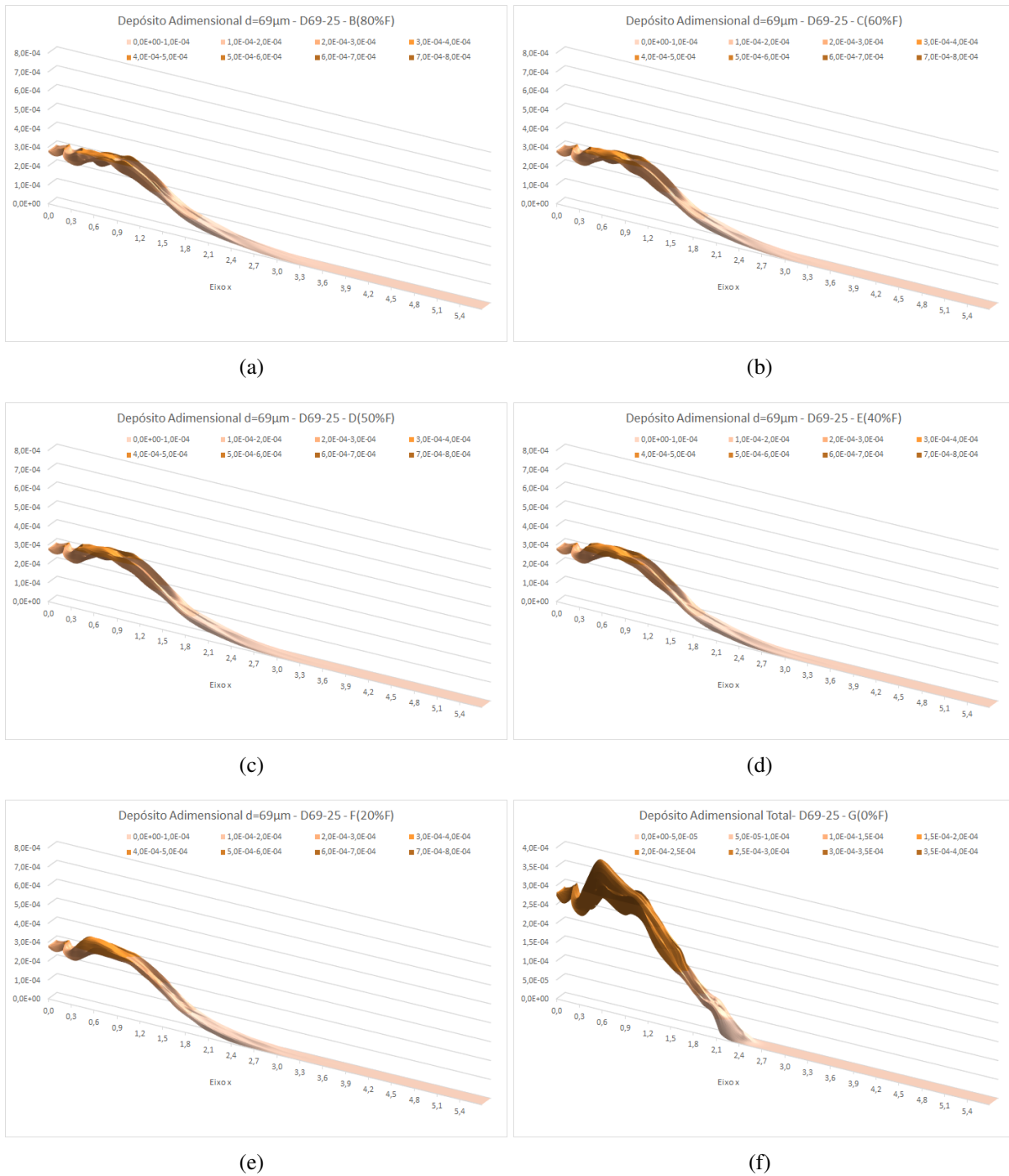


Figura A.2: Depósito adimensional do diâmetro de  $d = 69 \mu\text{m}$  para os casos B a G, para **D69-25**.

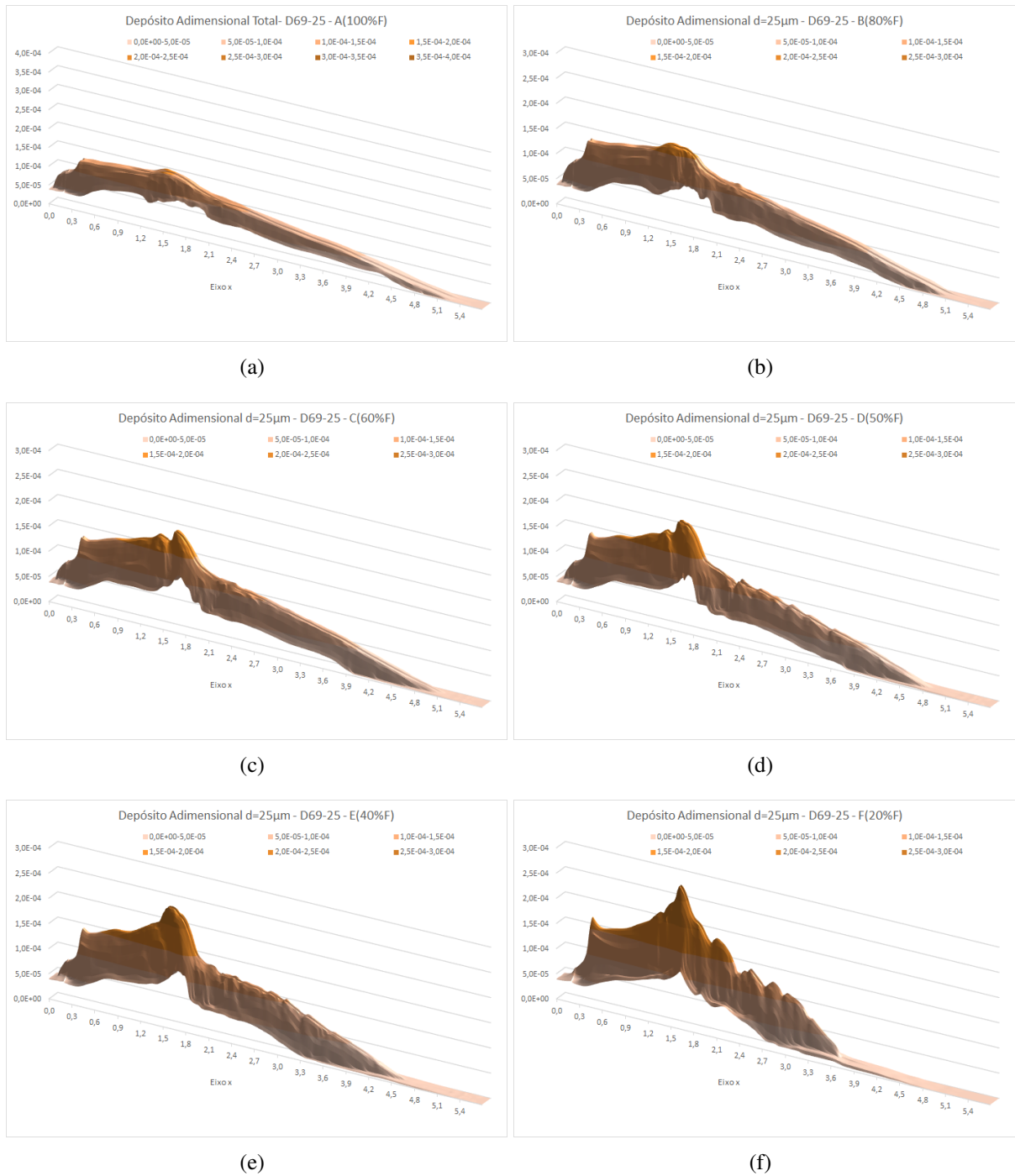


Figura A.3: Depósito adimensional do diâmetro de  $d = 25 \mu\text{m}$  para os casos A a F, para **D69-25**.

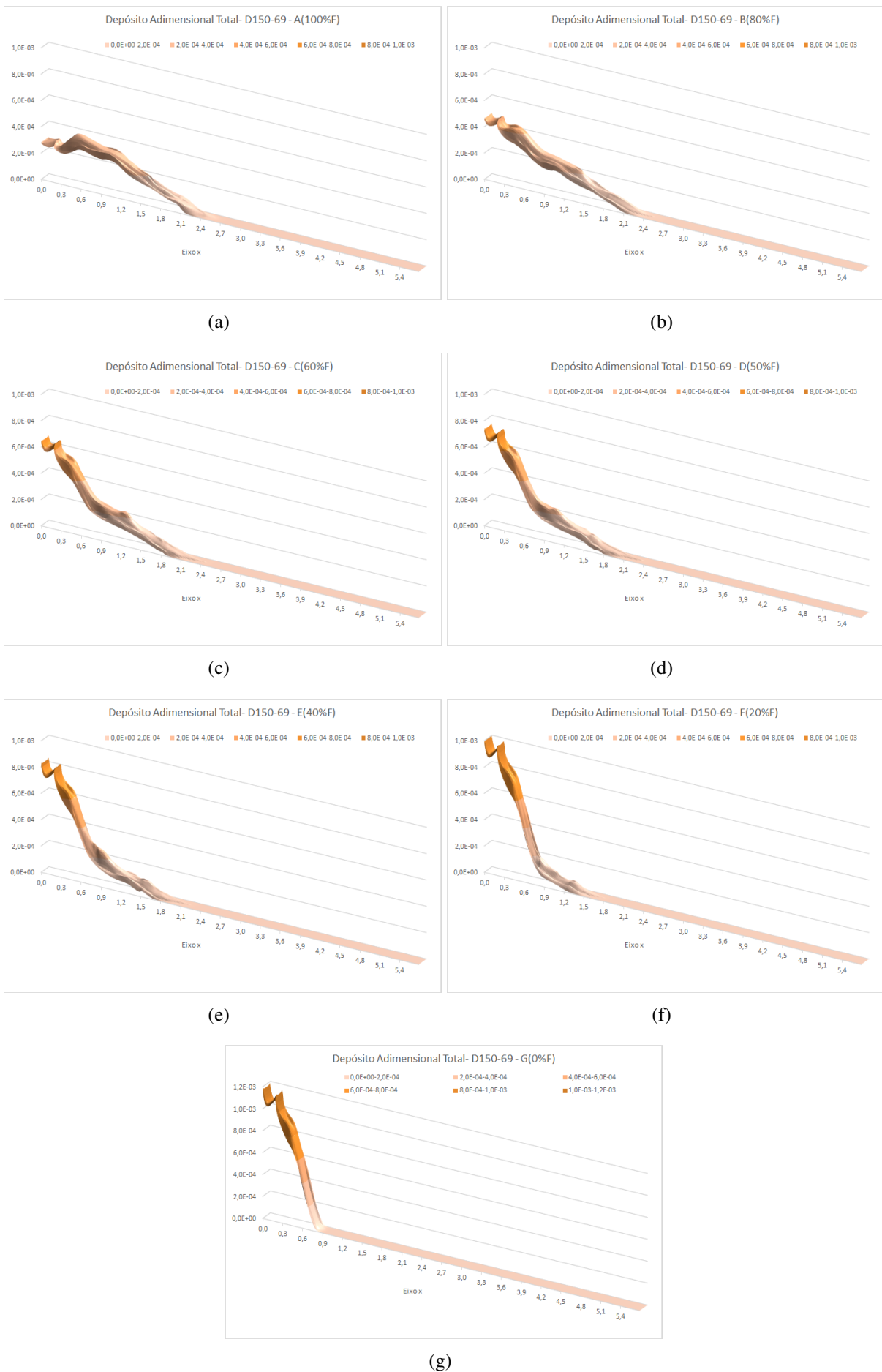


Figura A.4: Depósito adimensional total para os casos A a G, para D150-69.



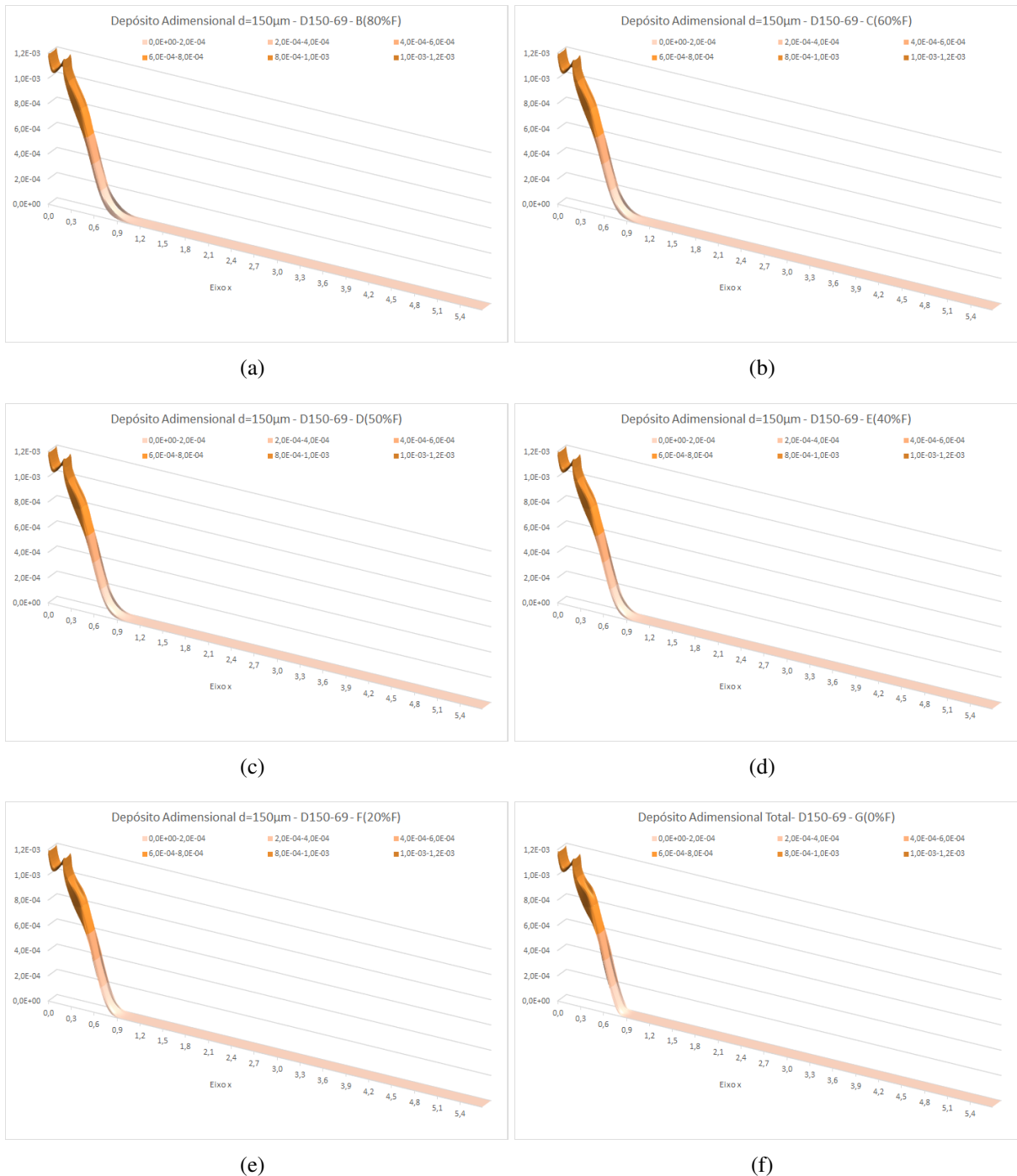


Figura A.5: Depósito adimensional do diâmetro de  $d = 150 \mu\text{m}$  para os casos B a G, para **D150-69**.

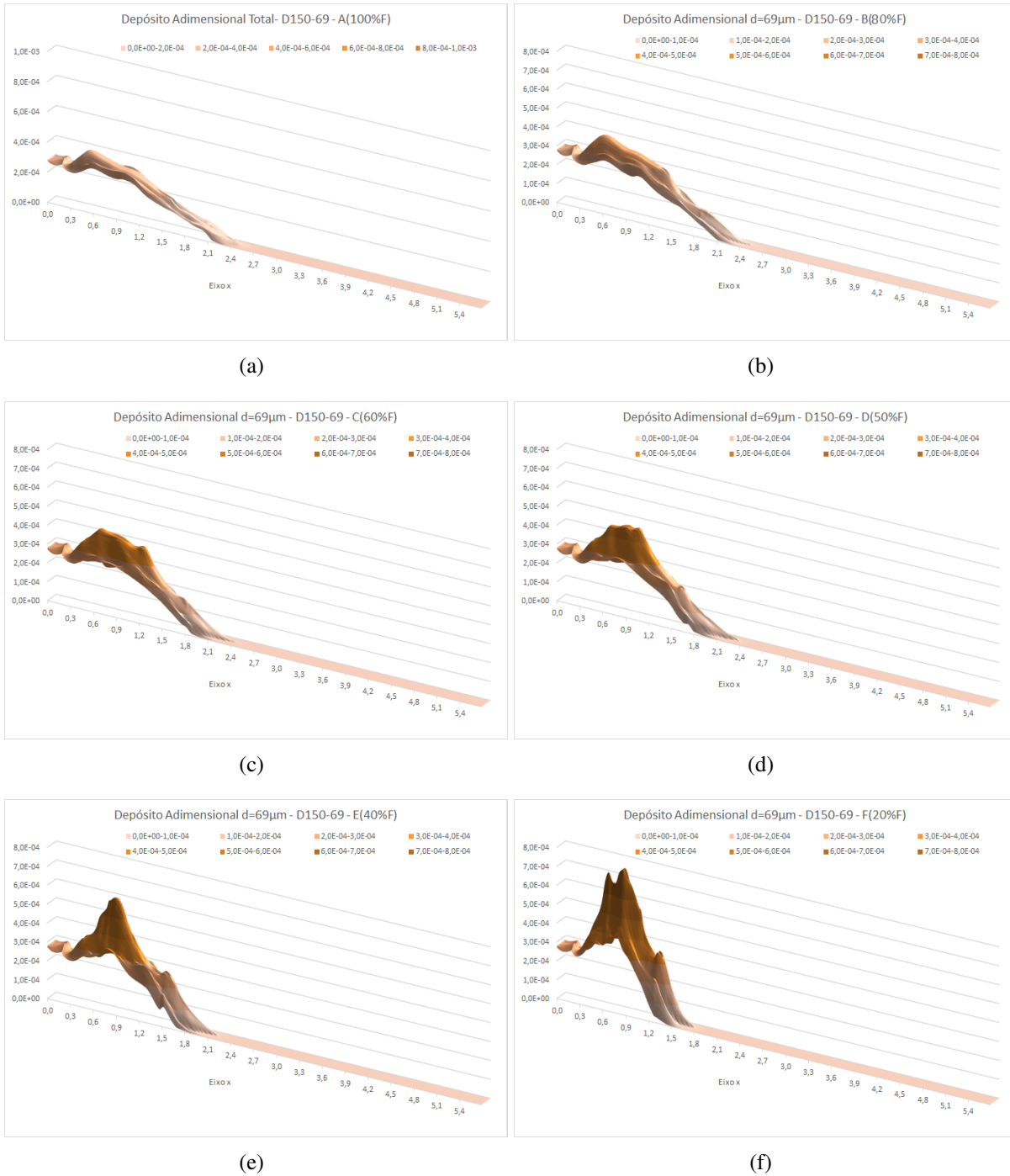
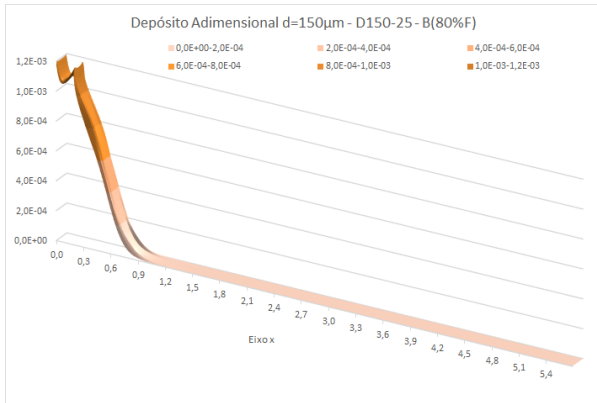


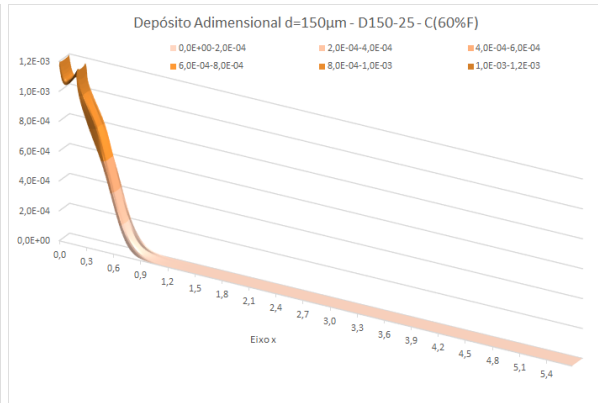
Figura A.6: Depósito adimensional do diâmetro de  $d = 69 \mu\text{m}$  para os casos A a F, para **D150-69**.



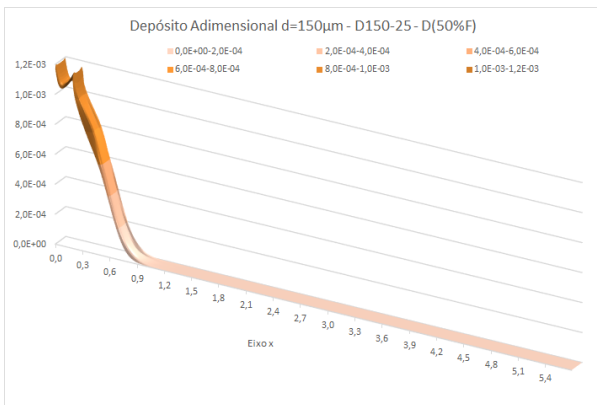
Figura A.7: Depósito adimensional total para os casos A a G, para D150-25.



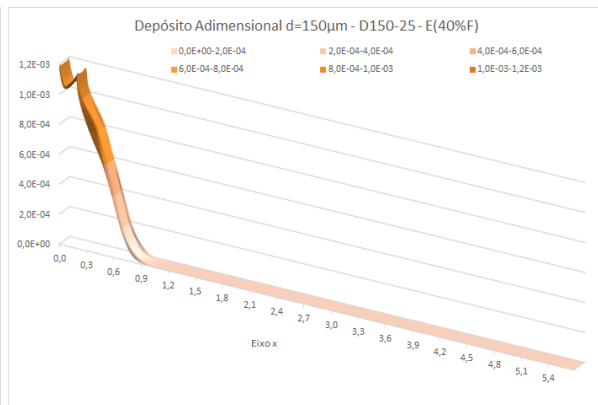
(a)



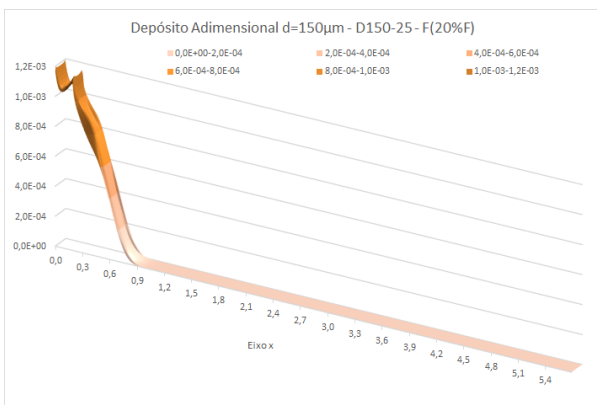
(b)



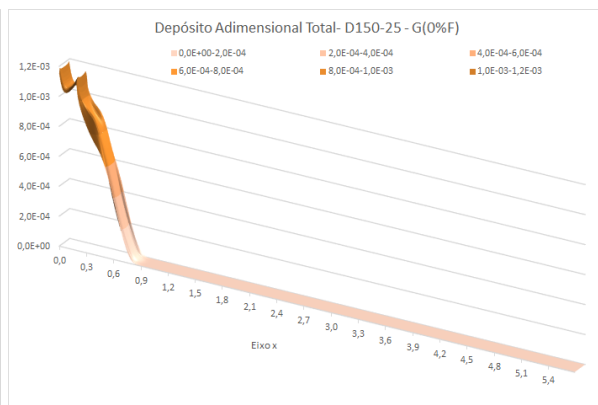
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura A.8: Depósito adimensional do diâmetro de  $d = 150 \mu\text{m}$  para os casos B a G, para **D150-25**.

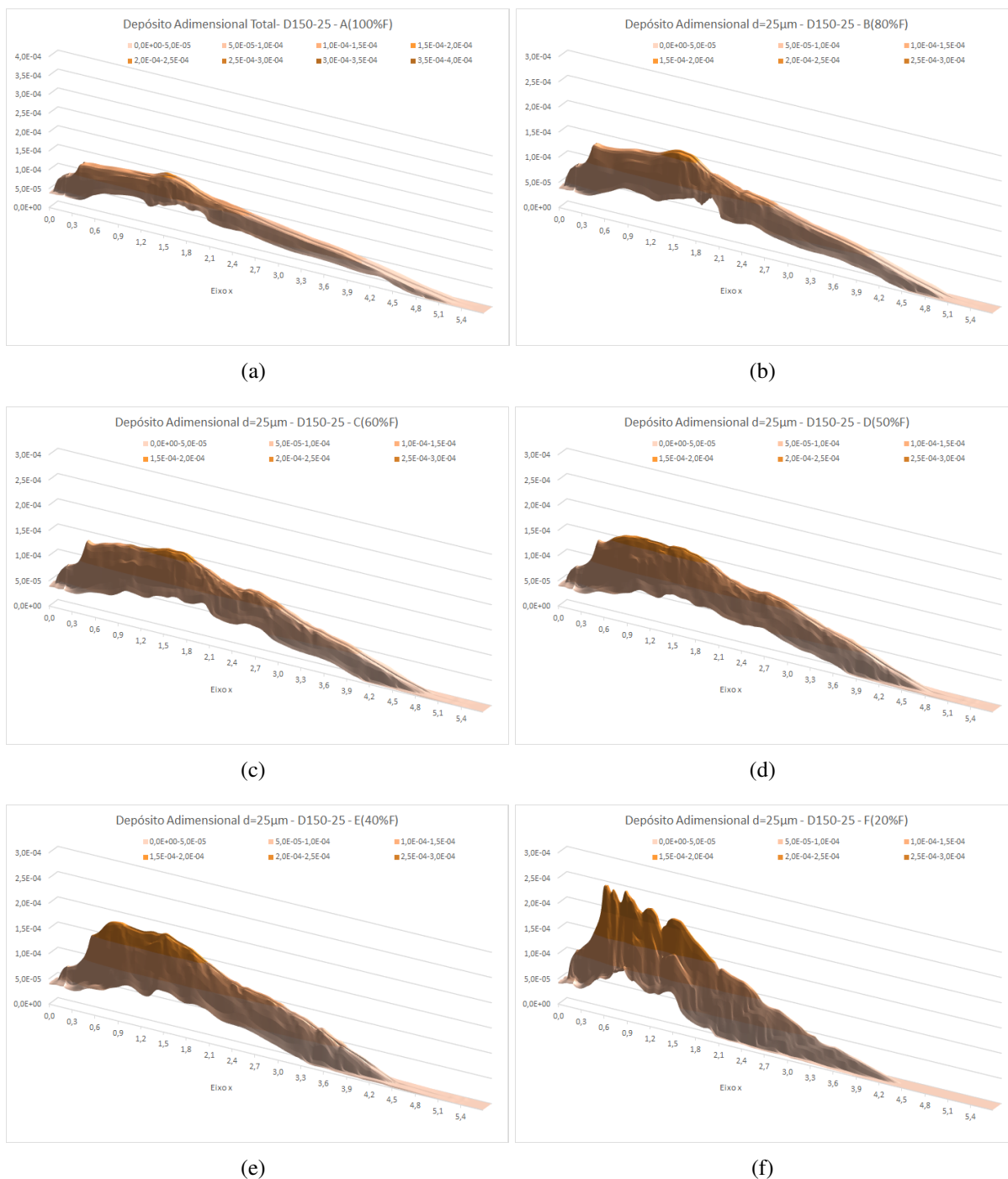


Figura A.9: Depósito adimensional do diâmetro de  $d = 25 \mu\text{m}$  para os casos A a F, para **D150-25**.

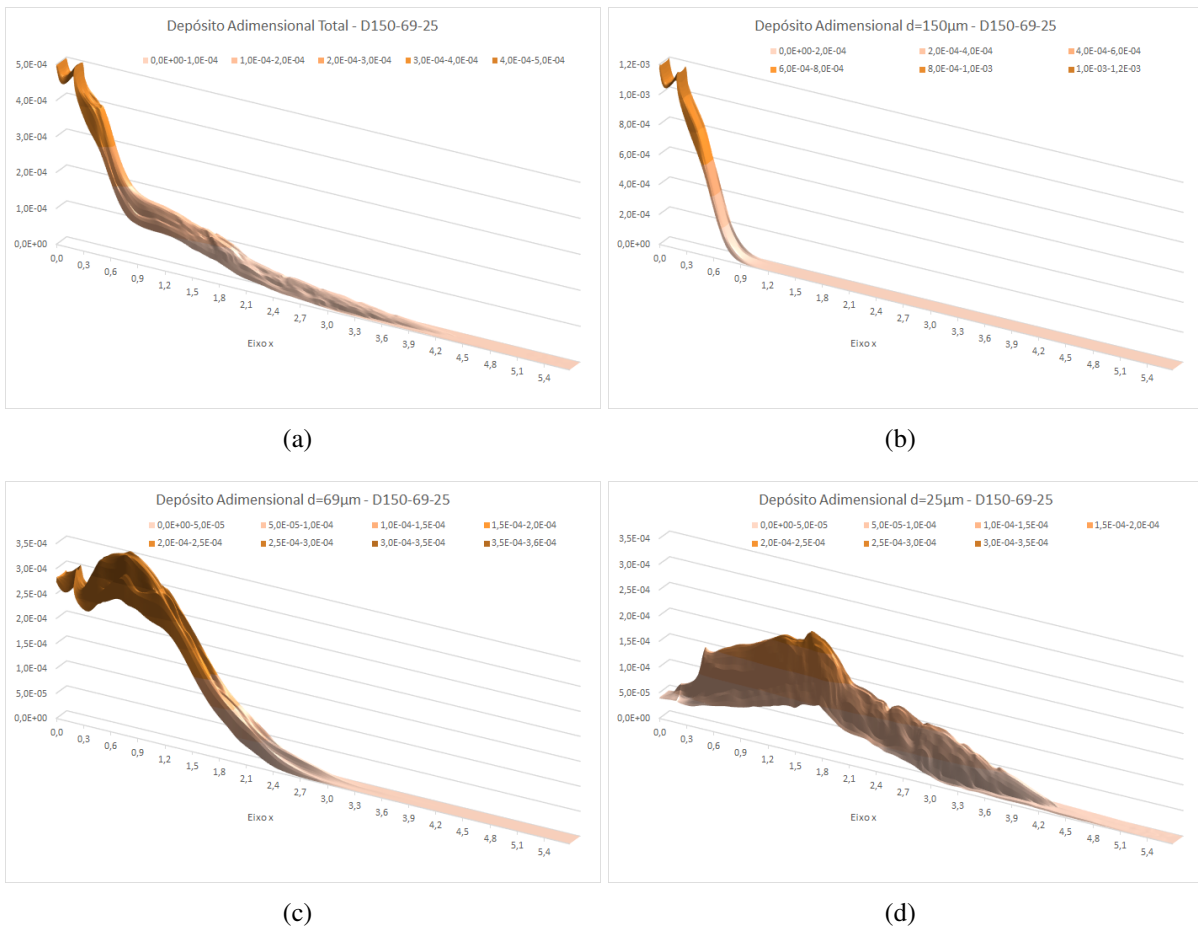


Figura A.10: Depósitos adimensionais (a) totais, (b) para  $d = 150 \mu\text{m}$ , para (c)  $d = 69 \mu\text{m}$  e (d) para  $d = 25 \mu\text{m}$ , para D150-69-25.