

## Análise avançada de estruturas de aço com limites de deformação baseados no Método da Resistência Contínua

Éricson Rojahn<sup>1</sup> e Felipe Schaedler de Almeida<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Osvaldo Aranha, 99. Porto Alegre - RS. CEP 90035-190, ericson.rojahn@gmail.com

<sup>2</sup> Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Osvaldo Aranha, 99. Porto Alegre - RS. CEP 90035-190, felipe.almeida@ufrgs.br

### Advanced analysis of steel structures with strain limits based on the Continuous Strength Method

#### Resumo

Este trabalho apresenta um estudo sobre uma metodologia para estender o emprego da análise avançada ao projeto de estruturas de aço formadas por perfis não compactos. Limites de deformação são usados para controlar a capacidade de rotação da seção e identificar a ocorrência de flambagem local, pois elementos finitos de pórtico não capturam esse fenômeno. Os limites de deformação são determinados pelo Método da Resistência Contínua, que estabelece uma relação entre a esbeltez da seção e a deformação máxima que ela suportar antes da flambagem local. Deformações médias são empregadas para considerar o efeito favorável do gradiente de tensão na flambagem local. Testes realizados em pórticos planos com diferentes características mostram que a metodologia estudada prevê satisfatoriamente a capacidade de carga determinada por modelos numéricos mais avançados.

**Palavras-chave:** *Análise Avançada, Estruturas de Aço, Flambagem Local, Método da Resistência Contínua.*

#### Abstract

This work presents a study of a methodology to extend the application of advanced analysis to the design of steel structures composed of non-compact cross-sections. Strain limits are used to control the cross-section rotation capacity and identify the onset of local buckling, since beam finite elements are not able to capture such phenomenon. The strain limits are determined by the continuous strength method, which relates the cross-section slenderness to the maximum strain it can endure prior to local buckling. Averaged strains are used to exploit the beneficial effect of stress gradients on the local buckling. Tests on plane frames with varied characteristics show that applying the methodology studied in this work results in a good prediction of the load capacity determined by more advanced numerical methods.

**Keywords:** *Advanced Analysis, Steel Structures, Local Buckling, Continuous Strength Method.*

\* autor correspondente

## 1. Introdução

A análise avançada é um procedimento numérico que incorpora os fenômenos mais relevantes envolvidos no colapso da estrutura a fim de determinar sua capacidade resistente. O comportamento estrutural é simulado com grande precisão por modelos em elementos finitos (EF) de pórtico que consideram a não linearidade geométrica, o comportamento inelástico do aço e as imperfeições geométricas.

As vantagens do projeto de estruturas de aço por análise avançada são bem conhecidas e normas como a NBR-8800 (2008) e EN-1993-1-1 (2005) permitem o uso desse procedimento em substituição às metodologias tradicionais. A estabilidade global da estrutura é assegurada diretamente pela análise avançada. Além disso, a redistribuição plástica dos esforços e o efeito dos elementos vizinhos sobre a estabilidade individual de cada elemento também são considerados. Esses fatores não são contemplados nos métodos tradicionais de projeto, que ficam restritos à análise elástica e asseguram a estabilidade estrutural de forma indireta, através da checagem individual dos elementos usando comprimentos equivalentes de flambagem.

Apesar de suas vantagens, a análise avançada com base em elementos de pórtico fica restrita a estruturas formadas exclusivamente por perfis de seção compacta, pois estes elementos finitos não podem capturar os fenômenos de instabilidade local. Para contornar essa restrição, Gardner et al. (2019b) propuseram o uso de limites de deformação para identificar a ocorrência da flambagem local na análise avançada de estruturas formadas por perfis de seção compacta, semicompacta ou esbelta. Essa estratégia também controla a ductilidade dos elementos, possibilitando que o encruamento do aço seja considerado em seções com maior capacidade de rotação.

Os limites de deformação incorporados à análise avançada foram determinados pelo Método da Resistência Contínua (MRC<sup>1</sup>) (Gardner, 2008). Esse método relaciona a esbeltez da seção transversal de um perfil metálico à sua capacidade resistente. A deformação máxima suportada pelo perfil antes da flambagem local é determinada nesse processo e tal informação pode ser usada como limite na análise avançada. O

---

<sup>1</sup> A sigla CSM, de *Continuous Strength Method*, é usada de forma equivalente a MRC.

objetivo desse trabalho é apresentar os diversos componentes da análise avançada com limites de deformação, discutir alguns aspectos da sua implementação e avaliar sua eficiência em uma série de exemplos com características variadas. Os estudos apresentados têm caráter teórico e numérico, são baseados exclusivamente em modelos de elementos finitos de pórtico, e usam os resultados reportados por Avery e Mahendran (2000a, 2000b, 2000c) para a avaliação da metodologia.

## 2. Método da Resistência Contínua

O método da resistência contínua (MRC) relaciona a esbeltez da seção à sua capacidade resistente através de dois componentes: a *curva base* do MRC e o modelo do material. Primeiramente, a deformação máxima suportada pela seção antes da flambagem local ( $\epsilon_{csm}$ ) é definida pela curva base do MRC como uma função contínua da esbeltez da seção ( $\lambda_p$ ). Em seguida, as tensões são determinadas assumindo uma variação linear das deformações e empregando um modelo constitutivo que leva em conta o encruamento do material. Por fim, os esforços resistentes são determinados integrando as tensões na seção transversal. O MRC foi desenvolvido inicialmente para perfis de aço inoxidável (Gardner e Nethercot, 2004) e posteriormente foi estendido a metais como o alumínio e o aço de alta resistência (Gardner e Afshan, 2006). Esses materiais têm como característica comum um comportamento fortemente não linear, o que torna exageradamente conservadora a aplicação dos procedimentos de norma que foram desenvolvidos para metais com patamar de escoamento bem definido como o aço carbono.

A aplicação do MRC a perfis de aço carbono foi proposta por Gardner (2008). Na versão atual do MRC, as principais vantagens da aplicação a esse material são: (i) eliminar a classificação das seções em grupos discretos conforme seu comportamento relativo à flambagem local, (ii) considerar a tensão crítica de flambagem elástica local da seção como um todo e não dos elementos isolados, (iii) considerar a plastificação em seções de esbeltez intermediária (semicompactas) e (iv) possibilitar a consideração do encruamento do aço nos perfis de baixa esbeltez (compactos). A esbeltez da seção ( $\lambda_p$ ), tem papel fundamental no MRC, sendo definida por

$$\lambda_p = \sqrt{f_y/f_{cr}} \quad (1)$$

onde  $f_y$  é a resistência ao escoamento do aço e  $f_{cr}$  a tensão crítica de flambagem local da seção. No MRC, o cálculo de  $f_{cr}$  deve considerar a interação entre os elementos da seção. Para tanto, podem ser usados procedimentos numéricos como o método das faixas finitas ou o método dos elementos finitos. No presente trabalho,  $f_{cr}$  é determinado por um procedimento analítico desenvolvidas por Gardner et al. (2019a).

A versão atual da curva base para perfis laminados de aço carbono (Afshan e Gardner, 2013 e Zhao et al. 2017) é dada por

$$\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = \begin{cases} \frac{0.25}{\lambda_p^{3.6}} \leq \min\left(\Omega, \frac{C_1\epsilon_u}{\epsilon_y}\right), & \text{se } \lambda_p \leq 0.68 \\ \left(1 - \frac{0.222}{\lambda_p^{1.05}}\right) \frac{1}{\lambda_p^{1.05}}, & \text{se } \lambda_p > 0.68 \end{cases} \quad (2)$$

onde a deformação limite ( $\epsilon_{csm}$ ) está normalizada pela deformação de escoamento  $\epsilon_y = f_y/E$ , sendo  $E$  o módulo de elasticidade do aço. Essa curva foi ajustada estatisticamente a partir de resultados de ensaios de compressão simples de colunas curtas e ensaios de flexão uniforme. Como consequência, as tensões residuais e imperfeições geométricas dos perfis são consideradas implicitamente na formulação do MRC. Conforme ilustrado na Figura 1(a), são empregadas expressões distintas para seções não esbeltas (com  $\lambda_p \leq 0,68$ ), que admitem plastificação total (seções compactas, correspondentes às classes 1 e 2 no EN 1993-1-1) ou parcial (seções semicompactas, correspondentes à classe 3 no EN 1993-1-1) antes da flambagem local ( $\epsilon_{csm}/\epsilon_y \geq 1$ ), e seções esbeltas (correspondentes à classe 4 no EN 1993-1-1), com  $\lambda_p > 0,68$ , nas quais a flambagem local ocorre em regime elástico ( $\epsilon_{csm}/\epsilon_y < 1$ ). A Eq. (2) inclui um limite de deformação máxima tolerável no projeto, que é dado por  $\Omega$  (tomado como 15 por recomendação do EN-1993-1-1 (2005) e correspondente a  $\lambda_p = 0.32$ ) ou por  $C_1\epsilon_u/\epsilon_y$ , baseado do modelo do material, que é descrito a seguir.

O modelo constitutivo quadrilinear desenvolvido por Yun e Gardner (2017) é utilizado para representar o comportamento mecânico do aço carbono laminado. Conforme ilustrado na Figura 1(b), o modelo é adequado par descrever a totalidade dos fenômenos

característicos do material através da Eq. (3), onde  $\epsilon_{sh}$  e  $\epsilon_u$  são as deformações associadas ao início do encruamento e à resistência à ruptura  $f_u$ .

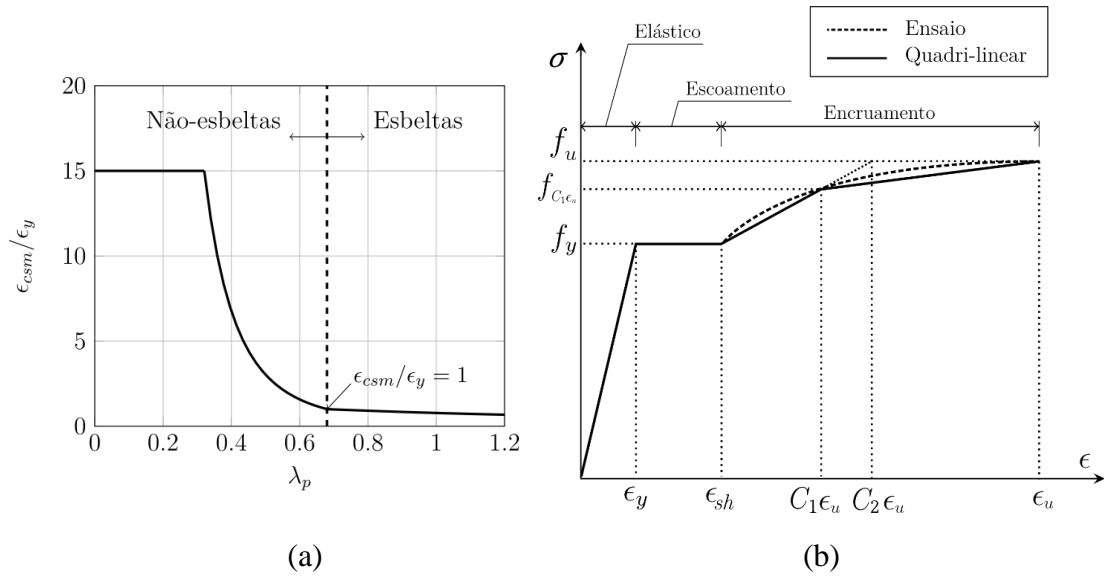


Figura 1 - Componentes do MRC: (a) curva base; (b) Modelo quadrilinear.

$$f = \begin{cases} E\epsilon, & \text{se } \epsilon \leq \epsilon_y \\ f_y, & \text{se } \epsilon_y < \epsilon \leq \epsilon_{sh} \\ f_y + E_{sh}(\epsilon - \epsilon_{sh}), & \text{se } \epsilon_{sh} < \epsilon \leq C_1\epsilon_u \\ f_{C_1\epsilon_u} + \frac{f_u - f_{C_1\epsilon_u}}{\epsilon_u - C_1\epsilon_u}(\epsilon - C_1\epsilon_u), & \text{se } C_1\epsilon_u < \epsilon \leq \epsilon_u \end{cases} \quad (3)$$

Também são usados o coeficiente angular do primeiro trecho de encruamento ( $E_{sh}$ ) e coeficientes de ajuste  $C_1$  e  $C_2$ . Todos os parâmetros presentes na Eq. (3) podem ser definidos com base em  $f_y$ ,  $f_u$  e  $E$ , através das seguintes expressões (Yun e Gardner, 2017):

$$E_{sh} = \frac{5}{2} \frac{f_u - f_y}{\epsilon_u - \epsilon_{sh}} \quad (1)$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_{sh} + 0.25(\epsilon_u - \epsilon_{sh})}{\epsilon_u} \quad (2)$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_{sh} + 0.40(\epsilon_u - \epsilon_{sh})}{\epsilon_u} \quad (3)$$

$$\epsilon_{sh} = 0.10 \frac{f_y}{f_u} - 0.055, \quad \text{desde que } 0.015 \leq \epsilon_{sh} \leq 0.030 \quad (4)$$

$$\epsilon_u = 0.60 \left( 1 - \frac{f_y}{f_u} \right), \quad \text{desde que } \epsilon_u \geq 0.06 \quad (5)$$

### 3. Modelagem Numérica

Os modelos numéricos para a análise avançada com limites de deformação foram desenvolvidos com base no software Abaqus (2017) através da implementação de subrotinas de usuário (*user subroutines*) em linguagem FORTRAN90. A discretização espacial das estruturas foi realizada através de elementos finitos de pórtico bidimensionais com dois nós (B21). As translações e rotações no plano (variáveis nodais) são interpoladas linearmente no domínio do elemento, resultando em deformações e tensões constantes na direção axial. Para ser introduzida na simulação, a relação constitutiva dada pelo modelo quadrilinear descrito na Eq. (3) é convertida para tensões e deformações reais. Os esforços internos nos elementos são determinados automaticamente pelo Abaqus através da integração das tensões com base em cinco pontos de integração distribuídos ao longo da altura da seção. A presença de tensões residuais não é considerada explicitamente no modelo de elementos finitos, mas seu efeito sobre a resistência da estrutura é contemplada indiretamente através do MRC, cuja calibração incorpora essa característica.

São introduzidas perturbações à configuração inicial da estrutura para representar as imperfeições geométricas globais, como falta de prumo e falta de retilineidade das barras. Essas perturbações têm amplitude máxima especificada em cada problema e são proporcionais aos modos de flambagem da estrutura que melhor representam as imperfeições. A solução do problema que considera o comportamento elastoplástico do aço e a não linearidade geométrica é realizada pelo método de Riks. A capacidade resistente da estrutura é dada pelo menor valor entre: (i) fator de carga máximo na simulação, quando a falha ocorre por instabilidade global da estrutura, ou (ii) pelo fator de carga em que o limite  $\epsilon_{csm}$  é atingido primeiro em alguma região. Deve ser salientado

que a análise bidimensional discutida neste trabalho não é capaz de capturar os mecanismos de falha associados a deslocamentos para fora do plano ou à torção dos elementos.

Como mostram as Eq. (1) e (2), o limite de deformação do MRC ( $\epsilon_{csm}$ ) depende da esbelteza da seção ( $\lambda_p$ ), que é função da tensão crítica de flambagem local da seção ( $f_{cr}$ ). Neste trabalho é empregada a metodologia de Gardner et al. (2019a) para o cálculo de  $f_{cr}$  através de expressões analíticas que dependem das dimensões e da distribuição de tensões nos elementos que formam a seção. De forma geral,  $f_{cr}$  varia de um valor máximo quando a seção está submetida à flexão simples até um valor mínimo na compressão simples. Isso implica em uma variação de  $f_{cr}$  mesmo ao longo de um trecho em que a seção transversal é constante, pois as estruturas estão sujeitas a distribuição não uniforme de força normal e momento fletor. Como consequência,  $\epsilon_{csm}$  tem uma variação similar, devendo ser calculado para cada elemento da estrutura. Essa operação é realizada com base nos esforços internos obtidos no primeiro incremento de carga da análise não linear, que se assemelha à distribuição de esforços de uma análise linear. A Figura 2 ilustra a influência do diagrama de esforço normal (DEN) e momento fletor (DMF) na distribuição de  $\epsilon_{csm}$ . Como se pode observar, a seção crítica (onde ocorre a falha) não está necessariamente localizada nos pontos de esforço máximo ou  $\epsilon_{csm}$  mínimo.

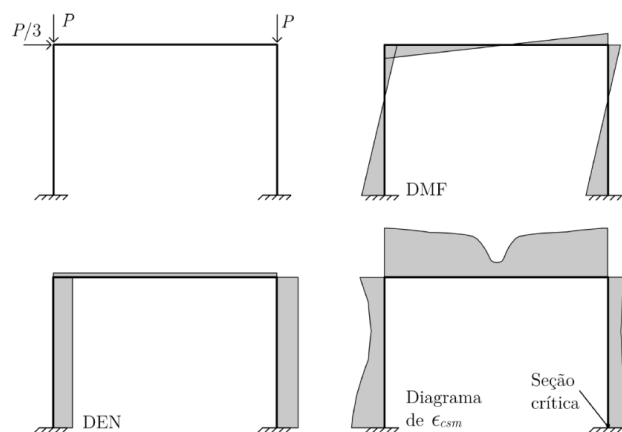


Figura 2 - Distribuição de esforços e do limite de deformação  $\epsilon_{csm}$ .

Para levar em conta o efeito benéfico do gradiente de momentos sobre a flambagem local, o limite  $\epsilon_{csm}$  é aplicado sobre uma deformação média e não sobre a deformação

máxima observada na barra (Gardner et al. 2019b). Essa média é calculada em um trecho com extensão igual ao comprimento de semionda da flambagem local ( $L_b$ ), cuja determinação pode ser realizada pela metodologia analítica de Fieber et al. (2019b), aos moldes do cálculo de  $f_{cr}$ . A Figura 3 ilustra essa abordagem, onde a deformação de compressão máxima no elemento junto ao engaste supera o limite  $\epsilon_{csm}$ , mas a média das deformações nos dois elementos próximos ao engaste, que estão completamente contidos no trecho de comprimento  $L_b$ , resultam inferiores a  $\epsilon_{csm}$ , indicando a segurança da estrutura. Os exemplos apresentados a seguir confirmam a maior precisão dessa abordagem na determinação da capacidade de carga da estrutura.

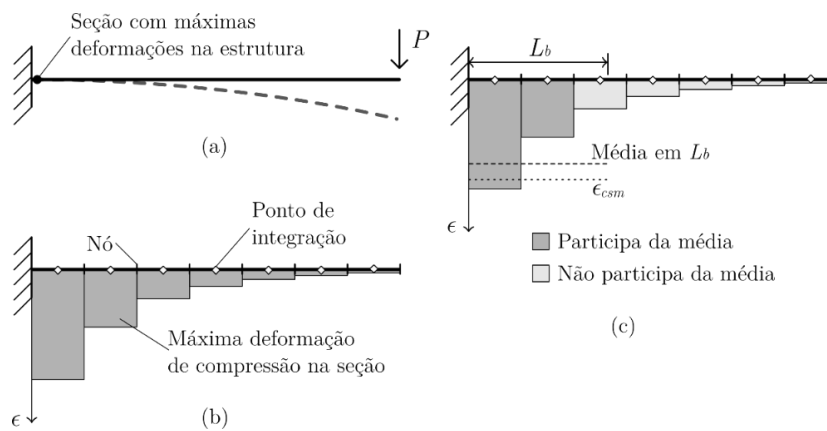


Figura 3 - Conceito da média das deformações.

#### 4. Exemplos de Aplicação

Nesta seção são apresentados alguns exemplos que ilustram a aplicação da metodologia descrita neste trabalho. A carga máxima resistida pela estrutura ( $P_u$ ) é adotada como critério de comparação com os resultados de ensaios experimentais ou modelos numéricos mais avançados apresentados em outros trabalhos.

A carga máxima observada na análise avançada com limites de deformação é designada por  $P_{u,csm}$ . Para fins de comparação, também são indicadas as cargas máximas obtidas na análise avançada sem limites de deformação ( $P_{u,b}$ ). Os valores de referência para avaliação do método são provenientes de ensaios experimentais e pelos modelos de elementos finitos de casca, cujas cargas máximas são designadas por  $P_{u,t}$  e  $P_{u,c}$ , respectivamente, dados por de Avery e Mahendran (2000a,2000b, 2000c). A resistência definida pela metodologia tradicional de projeto ( $P_{u,NBR}$ ) é apresentada para fins de



comparação. Nesse caso, são tomados coeficientes de ponderação de resistência iguais a 1 ( $\gamma_{a1} = 1$ ) nos critérios da NBR-8800 (2008).

Em alguns casos, também são incluídos estudos sobre duas variações da análise avançada com limites de deformação. Na primeira delas, a média das deformações não é realizada e a carga de falha da estrutura ( $P_{u,CSM}^{p,el}$ ) é estabelecida quando a deformação máxima da seção chega ao limite  $\epsilon_{CSM}$ . Na segunda variação, o limite de deformação ( $\epsilon_{CSM}$ ) é atualizado conforme a redistribuição de esforços na estrutura deformada, sendo mais coerente com as condições da estrutura sob carregamento último, que nesse caso é designado por ( $P_{u,CSM}^{m,in}$ ).

#### **4.1 Pórtico plano de Avery e Mahendran (2000c)**

Este exemplo mostra a aplicação da análise avançada com limites de deformação na determinação da carga máxima do pórtico plano apresentado esquematicamente na Figura 4. Avery e Mahendran (2000b, 2000c) propuseram esse problema e o estudaram através de ensaios laboratoriais (denominado *test frame 2*) e de modelos avançados de elementos finitos de casca. Esses resultados são empregados a seguir na comparação com a metodologia estudada neste trabalho.

A Figura 4 apresenta a configuração geométrica inicial da estrutura formada por uma viga e duas colunas de bases engastadas. São aplicadas cargas verticais com magnitude  $P$  no topo das colunas e uma carga horizontal com magnitude  $P/4$ . A magnitude das cargas aumenta, mantendo a proporção entre elas, até o limite da resistência da estrutura. A viga e as colunas são formadas por perfis I laminados de aço com propriedades mecânicas médias (medidas nas mesas e na alma do perfil):  $E = 200GPa$ ,  $f_y = 377.5MPa$  e  $f_u = 518.5MPa$ . Os perfis são fletidos em torno do eixo de maior inércia da seção transversal, sendo classificados para esse esforço como semicompatto pela NBR 8800 (2008) e como classe 3 pelo EN-1993-1-1 (2005).

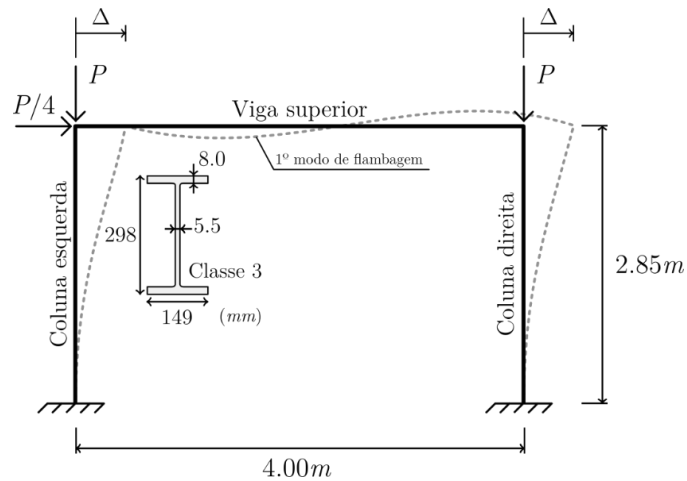


Figura 4 - Geometria e condições de contorno do pórtico plano.

No ensaio realizado por Avery e Mahendran (2000c), o pórtico estava contido por apoios laterais, que garantiram o comportamento plano da estrutura. O mecanismo de falha se caracterizou pelo escoamento da região comprimida da seção junto ao engaste, com propagação de plasticidade e redistribuição de momentos. Esse processo se desenvolveu até se alcançar a carga última ( $P_{u,t}$ ) apresentada na Tabela 1, quando ocorreu a instabilidade local no flange comprimido da seção crítica (no engaste da coluna direita), conforme se observa na Figura 5(a). O modelo de elementos finitos de casca desenvolvido por Avery e Mahendran (2000b) para estudar este problema reproduziu de maneira satisfatória o mecanismo de falha observado no ensaio, como mostra a Figura 5(b). A carga máxima obtida por meio dessa simulação foi apenas 6,6% inferior à medida no ensaio, conforme apresentado na Tabela 1, onde também estão reportados os resultados obtidos nas demais simulações. Tais resultados mostram a adequação desse modelo, onde as imperfeições geométricas locais e globais, tensões residuais e várias outras características da estrutura são reproduzidas de maneira muito fiel, usando dados obtidos de medições na estrutura real.

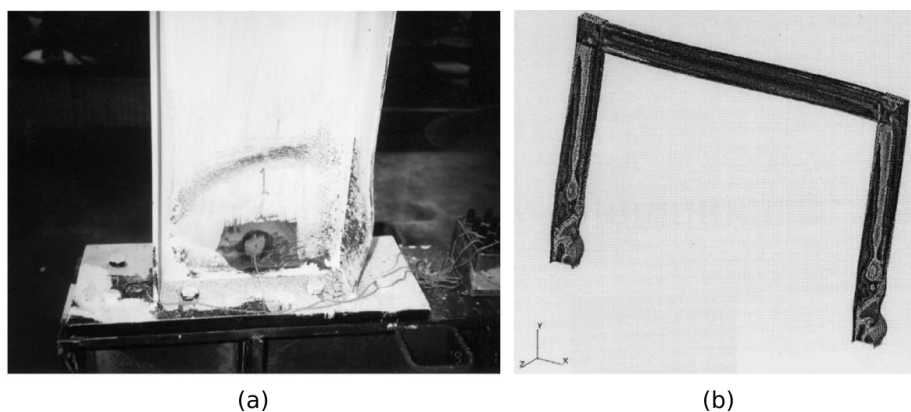


Figura 5: (a) flambagem local no engaste direito (Avery e Mahendran, 2000c); (b) mecanismo de falha no modelo de elementos finitos (Avery e Mahendran, 2000b).

Tabela 1 - Cargas máximas previstas para o pórtico plano.

$P_i$ (kN)	$P_i/P_{u,t}$	$P_i$ (kN)	$P_i/P_{u,t}$
$P_{u,t} = 568.0$	1.000	$P_{u,CSM} = 503.4$	0.886
$P_{u,c} = 536.0$	0.944	$P_{u,CSM}^{m,in} = 518.2$	0.912
$P_{u,b} = 644.6$	1.135	$P_{u,NBR} = 466.8$	0.822

O modelo em EF de pórtico foi construído conforme a geometria e condições de contorno apresentadas na Figura 4. As imperfeições geométricas globais foram introduzidas através de uma perturbação à configuração inicial, com formato dado pelo primeiro modo de flambagem da estrutura e amplitude  $\Delta = h/200$ , seguindo orientações do EN-1993-1-1 (2005). A malha é formada por elementos finitos de mesmo comprimento. A Figura 6 mostra a evolução da carga máxima obtida na análise avançada com limites de deformação ( $P_{u,CSM}$ ) em modelos com número crescente de elementos finitos. Não foi observada melhora significativa da resposta em malhas com mais de 163 elementos, sendo essa considerada a mais adequada ao se levar em conta aspectos práticos de projeto como demanda computacional e precisão dos resultados. Os elementos finitos têm comprimento de 60 mm, de forma que no mínimo 4 elementos ficam contidos no trecho  $L_b=286$  mm calculado para a seção crítica.

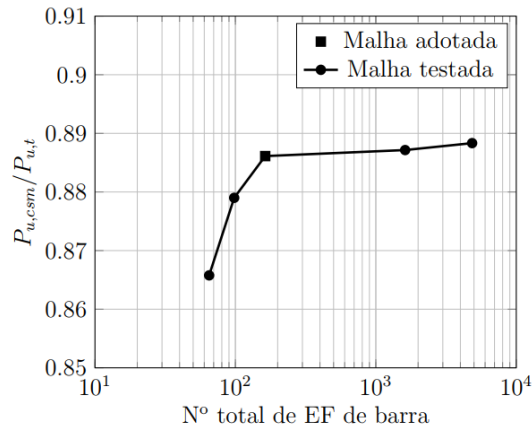


Figura 6: Efeito do refinamento da malha.

A simulação por análise avançada com limites de deformação reproduziu bem o comportamento real da estrutura, com a identificação da flambagem local no engaste da coluna direita, sendo essa a primeira região em que a deformação média alcançou o limite  $\epsilon_{csm}/\epsilon_y = 1.14$  (correspondente a  $\lambda_p = 0.66$ ). A carga máxima obtida foi conservadora em relação à medida no ensaio (11% inferior), mas chegou a 94% da resistência prevista pelo modelo de elementos finitos de casca. Esse resultado é bastante satisfatório, considerando a enorme simplicidade que se tem com o modelo de elementos finitos de pórtico usado na análise avançada com limites de deformação. Conforme mostra a Tabela 1, a carga máxima obtida na análise avançada tradicional ( $P_{u,b}$ ) superestima em 13,5% a capacidade da estrutura avaliada experimentalmente, sendo inadequada ao projeto estrutural nesse caso. Isso mostra como os limites de deformação são essenciais para a captura da falha por flambagem local no modelo de elementos finitos de pórtico.

A evolução da média das deformações no trecho de desenvolvimento da flambagem local junto à seção crítica (engaste direito), é apresentada na Figura 7. A curva descreve o comportamento obtido na análise avançada tradicional. A deformação limite  $\epsilon_{csm}/\epsilon_y = 1.14$  identifica a flambagem local na seção crítica, definindo a carga máxima da estrutura. Esse limite passa a  $\epsilon_{csm}/\epsilon_y = 1.29$  quando seu cálculo considera distribuições de esforços observadas no limite de capacidade da estrutura. Como consequência, a carga máxima é elevada para  $P_{u,csm}^{m,in} = 518,2$  kN, resultando em uma

previsão de resistência mais precisa, ficando 8,8% aquém dos valores medidos no ensaio e 3,7% inferior ao obtido nas simulações com elementos finitos de casca.

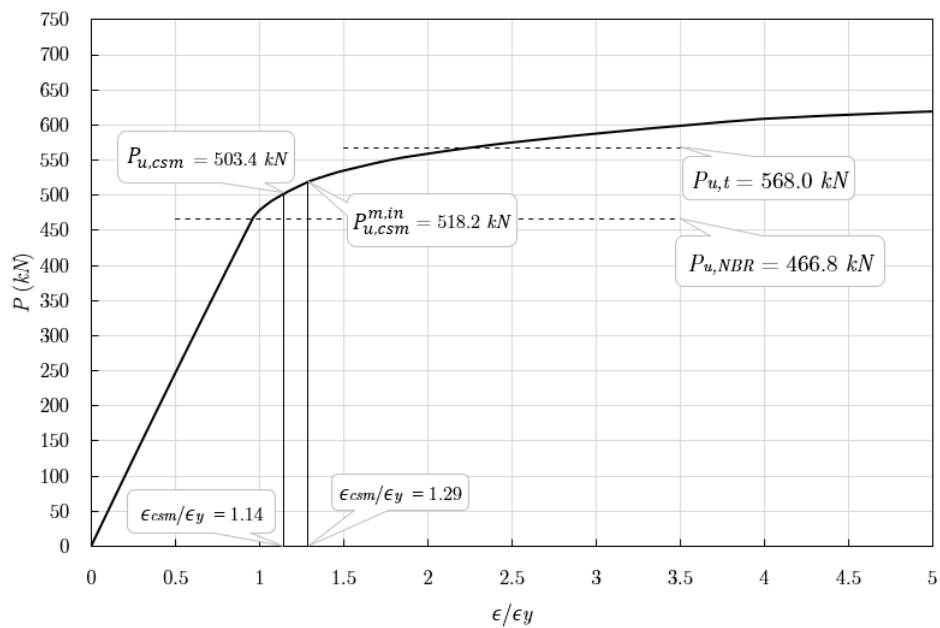


Figura 7 - Deformação média na seção crítica.

Por fim, a Figura 7 e a Tabela 1 indicam a capacidade de carga obtida segundo os critérios de segurança da NBR-8800 (2008), que é 82% da carga última alcançada no ensaio. Como a estrutura é formada por seções semicompactas, a metodologia de projeto fica restrita à análise elástica, impossibilitando a consideração dos efeitos favoráveis da redistribuição plástica dos esforços. Além disso, os critérios de norma ignoram o gradiente de momento ao longo da barra, restringindo a avaliação da segurança da estrutura conforme a seção mais solicitada. Por outro lado, a metodologia apresentada neste trabalho permite o desenvolvimento das deformações plásticas prévias à flambagem local do perfil, além de considerar o efeito que o gradiente de momentos tem sobre a flambagem local ao adotar a média das deformações no trecho em que esse fenômeno se desenvolve. Com isso, a capacidade resistente prevista pela análise avançada com limites de deformação é quase 8% superior à obtida pelos critérios da NBR8800 (2008), sendo uma alternativa tecnicamente viável e economicamente interessante.

## 4.2 Conjunto de pórticos benchmark de Avery e Mahendran (2000a)

Esta seção mostra a aplicação da análise avançada com limites de deformações em um conjunto de pórtico planos que diferem do exemplo anterior em termos das condições de apoio, das seções transversais e dos níveis de carga lateral. Esses problemas foram propostos por Avery e Mahendran (2000a), que usaram modelos de elementos finitos de casca com alto nível de detalhamento para estudar o colapso de várias estruturas com a finalidade de fornecer valores de referência para a avaliação de metodologias de análise menos sofisticadas.

Neste trabalho, são analisadas somente algumas das 120 variações do problema que foram estudadas por Avery e Mahendran (2000a), onde cada caso é designada pelo identificador  $bmX_1 - X_2X_3X_4X_5$ . O indicador  $X_1$  faz referência ao grupo de casos, que se diferem principalmente pelas condições de apoio da estrutura, conforme apresentado a seguir para os grupos 1 e 3 estudados neste trabalho. Conforme mostra a Tabela 2, os indicadores  $X_2$  e  $X_3$  definem as características da seção transversal da viga e da coluna, além da altura ( $h$ ) e da largura ( $s$ ) do pórtico (ver Figura 8). Em todas as análises, foi considerado o aço com propriedades mecânicas:  $f_y = 320MPa$ ,  $f_u = 450MPa$ ,  $E = 200GPa$ . Os casos estudados consideram carga vertical (P) e carga lateral (H) com proporções P/H iguais a 100, 15 e 3, sendo identificadas por  $X_4$  igual a 1, 2 e 3, respectivamente. O índice  $X_5$  é irrelevante para os casos estudados neste trabalho, assumindo sempre o valor 1.

A análise avançada com limites de deformação empregou um modelo constituído por elementos finitos de pórtico com comprimento de aproximadamente 40 mm. Isso garante que ao menos 6 elementos finitos sejam incluídos nas médias de deformação que são calculadas nos trechos de comprimento de flambagem local nos problemas apresentados a seguir. As imperfeições geométricas globais foram aplicadas proporcionalmente ao primeiro modo de flambagem da estrutura e com amplitude  $\Delta = h/500$ . Essa perturbação da configuração inicial é compatível com a utilizada por Avery e Mahendran (2000a) na análise por elementos finitos de casca. O trabalho de Rojahn (2020) apresenta a aplicação da metodologia discutida neste trabalho a outros casos propostos por Avery e Mahendran (2000a).

Tabela 2 - Características das estruturas definidas pelos indicadores  $X_2$  e  $X_3$

$X_i$	Local	Seção	$H$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	Dim.
$X_2 = 1$	Coluna	310 UB 32.0	298	149	8,0	5,5	h = 3m
$X_2 = 2$	Coluna	310 UB 32.0	298	149	8,0	5,5	h = 5m
$X_3 = 1$	Viga	250 UB 25.7	248	149	8,0	5,0	s = 1,5 h
$X_3 = 2$	Viga	360 UB 44.7	352	149	9,7	6,9	s = h

#### 4.2.1 Grupo I ( $X_1 = 1$ )

O primeiro grupo de simulações se refere ao pórtico plano de base engastada ilustrado na Figura 8. Foram estudadas três variações da estrutura, denominadas bm1\_11X41, bm1\_12X41 e bm1\_22X41, submetidas a carregamentos com proporções P/H de 3, 15 e 100, totalizando 9 casos diferentes. As cargas verticais máximas obtidas por Avery e Mahendran (2000a) usando modelos de elementos finitos de casca ( $P_{u,c}$ ) são apresentadas na Tabela 3 para cada caso. As três estruturas apresentam capacidade de carga similar nos carregamentos com força lateral menos intensa (P/H=100). Por outro lado, as estruturas de menor altura ( $X_2=1$ ) se sobressaem conforme a carga lateral se torna mais relevante e a flexão nas colunas se acentua. A seção crítica da estrutura está junto ao engaste da coluna direita em todas as simulações. Segundo os critérios do EN-1993-1-1 (2005), nos casos com P/H iguais a 100 e 15, a seção das colunas são enquadradas como classe 4, mas passam à classe 3 quando P/H=3.

A Tabela 3 também apresenta os resultados obtidos nas simulações realizadas neste trabalho. As capacidades de carga previstas pela análise avançada com limite de deformação ( $P_{u,csm}$ ) se encontram entre 82% a 97% das cargas últimas obtidas por Avery e Mahendran (2000a). Os resultados da presente metodologia são substancialmente melhores nos casos com maior nível de carga lateral (P/H=3). Essa condição produz um momento fletor maior, elevando a tensão crítica de flambagem dos perfis e, por consequência, reduzindo o seu índice de esbeltez. Nesses casos, a seção crítica não é esbelta, como indicam os valores  $\lambda_p < 0,68$  na Tabela 3, permitindo o desenvolvimento de deformações plásticas ( $\epsilon_{csm}/\epsilon_y > 1$ ) antes da ocorrência da flambagem local. Por

outro lado, a seção crítica se enquadra como esbelta ( $\lambda_p > 0,68$ ) nos casos de carga com proporções P/H iguais 15 e 100.

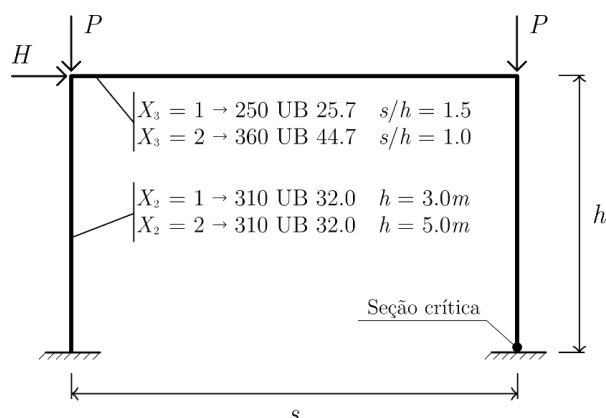


Figura 8 - Pórtico tipo do grupo I.

A menor precisão da capacidade de carga avaliada nas estruturas com seções esbeltas também foi observada por Zhao et al. (2017) e Fieber et al. (2019a). As estimativas mais conservadoras da capacidade da estrutura através da análise avançada com limites de deformação ocorreram nos casos com nível intermediário de força lateral ( $P/H=15$ ). Nessas situações, a seção crítica apresenta índice de esbelteza próximo a  $\lambda_p = 0.68$ , que delimita a faixa de seções esbeltas, justamente na transição das expressões da curva base do MRC (ver Eq. (2)). Fieber et al. (2019a) identificou comportamento semelhante na análise de vigas isostáticas com três pontos de carga, mostrando maior dispersão da resposta do MRC na região de transição da curva base.

A desconsideração dos limites de deformação na análise avançada leva à superestimação da capacidade da estrutura, como mostram as relações  $P_{u,b}/P_{u,c} > 1$  na Tabela 3. No sentido oposto, os valores  $P_{u,csm}^{p,el}/P_{u,c} < P_{u,csm}/P_{u,c}$  mostram que a adoção da deformação máxima em substituição à média das deformações para a identificação da flambagem local em uma região da estrutura é demasiadamente conservadora. Isso se acentua nos casos com maior gradiente de momento fletor, quando o pico das deformações é muito superior à média no comprimento de flambagem, como ocorre no carregamento com proporção  $P/H=3$ .



Tabela 3 – Cargas últimas e dados do MRC para o grupo I.

Caso	<i>bm1 – 11X<sub>4</sub>1</i>			<i>bm1 – 12X<sub>4</sub>1</i>			<i>bm1 – 22X<sub>4</sub>1</i>		
	<i>P/H</i> = 3	<i>P/H</i> = 15	<i>P/H</i> = 100	<i>P/H</i> = 3	<i>P/H</i> = 15	<i>P/H</i> = 100	<i>P/H</i> = 3	<i>P/H</i> = 15	<i>P/H</i> = 100
$P_{u,c}$ (kN)	383	828	1072	432	877	1076	279	681	1018
$P_{u,csm} / P_{u,c}$	0,948	0,871	0,895	0,918	0,854	0,895	0,970	0,898	0,886
$P_{u,b} / P_{u,c}$	1,131	1,054	1,075	1,050	1,017	1,079	1,033	1,022	1,041
$P_{u,csm}^{p,el} / P_{u,c}$	0,905	0,862	0,885	0,873	0,844	0,893	0,931	0,883	0,879
$\epsilon_{csm} / \epsilon_y$ *	1,90	0,95	0,86	1,69	0,94	0,86	2,09	0,99	0,87
$\lambda_p$ *	0,57	0,75	0,88	0,59	0,77	0,88	0,55	0,70	0,85

\* Avaliados na seção crítica

A Figura 9 mostra a variação do deslocamento lateral  $\delta$  (no ponto de aplicação da força H) com o incremento da carga que é obtido pela análise avançada na estrutura *bm1 – 11X<sub>4</sub>1*.

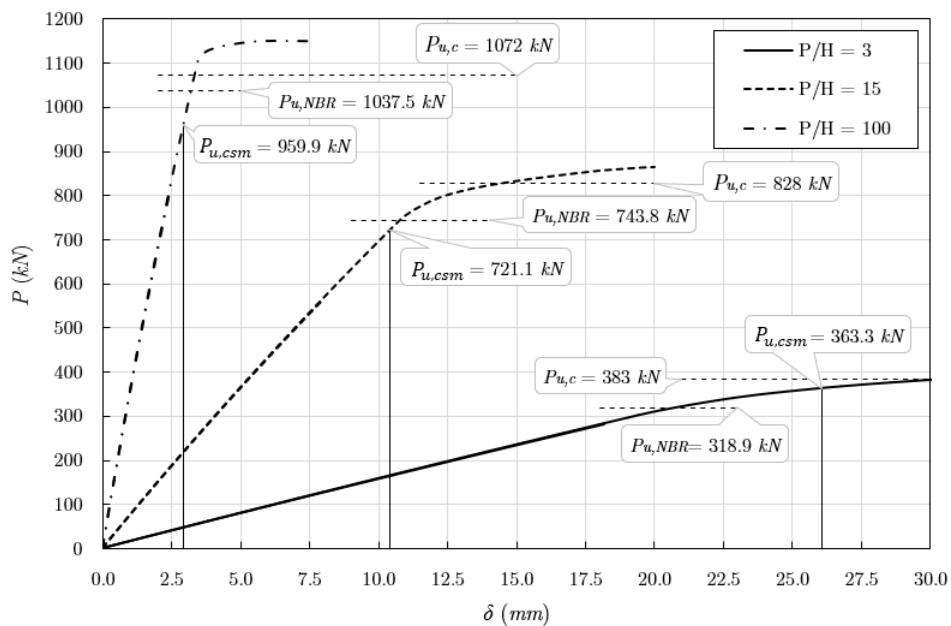


Figura 9 - Deslocamento lateral na análise avançada para *bm1 – 11X<sub>4</sub>1*.

Nos carregamentos com *P/H* iguais a 15 e 100, os limites de deformação levam à identificação da falha da estrutura com menores níveis de deslocamento lateral que os previstos pela análise por elementos finitos de casca. Na mesma figura são indicados os níveis de carga máxima previstas pela NBR-8800 (2008), que se mostram mais

adequados nos casos com  $P/H$  iguais a 15 e 100, quando a seção é esbelta. Por outro lado, a metodologia apresentada neste trabalho prevê bem o comportamento quando a estrutura desenvolve deformações plásticas antes do colapso e apresenta maior gradiente de momento na região da seção crítica. Nesse caso a estimativa de capacidade da estrutura através da análise avançada com limites de deformação é muito superior à da NBR-8800 (2008), que se restringe à análise linear e à verificação da segurança na seção mais solicitada.

#### 4.2.2 Grupo III ( $X_1 = 3$ )

O pórtico plano estudado neste exemplo difere da estrutura  $bm1 - 11X_41$  (abordada na seção anterior) pela presença de um apoio rotulado na base da coluna esquerda, conforme mostra a Figura 10. São consideradas três variações do carregamento em função das intensidades das cargas verticais  $P_1$  e  $P_2$ . Além do caso com cargas iguais ( $P_1/P_2 = 1$ ) designado por  $bm3 - 11X_41$ , são analisadas condições com  $P_1/P_2 = 3$  e  $P_1/P_2 = 1/3$ , que são identificadas como  $bm3 - 11X_41a$  e  $bm3 - 11X_41b$ , respectivamente. Também são considerados três níveis de intensidade da carga lateral  $H$ , definidas pelas proporções  $P_{min}/H$  iguais a 3, 15 e 100, onde  $P_{min}$  é o menor valor dentre  $P_1$  e  $P_2$ . A Tabela 4 apresenta a capacidade de carga da estrutura determinada por várias metodologias em função da intensidade máxima da força  $P_1$  ( $P_{u1,c}$ ).

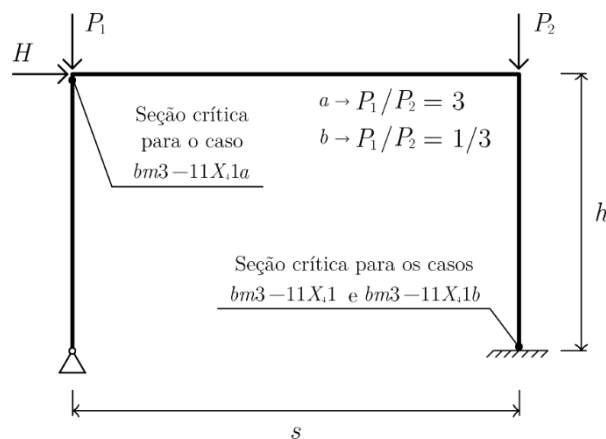


Figura 10 – Pórtico tipo para o grupo III.

Os modelos de elementos finitos de casca (Avery e Mahendran, 2000a) indicam que, nos casos de baixa intensidade da força lateral, ocorre uma redução da carga vertical total

$(P_{u1,c} + P_{u2,c})$  quando  $P_1 \neq P_2$ . Por outro lado, quando a força lateral é alta ( $P_{min}/H=3$ ), a maior resistência ocorre no pórtico em que a força vertical máxima está sobre a coluna de base rotulada ( $P_1 = 3P_2$ ). Nesse casos, a força axial e o momento fletor não ocorre com valor máximo no mesmo elemento. A Tabela 4 também mostra que os limites de deformação são essenciais para o emprego da análise avançada no presente problema, conforme indicado pela força máxima  $P_{u,b}$ , que sempre excede a obtida por Avery e Mahendran (2000a).

Tabela 4 – Cargas últimas e dados do MRC para o grupo III.

Caso	<i>bm3 – 11X<sub>4</sub>1</i>			<i>bm3 – 11X<sub>4</sub>1a</i>			<i>bm3 – 11X<sub>4</sub>1b</i>		
$P_{min}/H$	3	15	100	3	15	100	3	15	100
$P_{u1,c}$ (kN)	272	703	1027	769	1034	1085	182	319	358
$P_{u1,c} + P_{u2,c}$	544	1406	2054	1025,3	1378,7	1446,7	728	1276	1432
$P_{u1,csm}/P_{u1,c}$	0,932	0,831	0,873	0,913	0,907	0,939	0,926	0,846	0,896
$P_{u1,b}/P_{u1,c}$	1,175	1,062	1,054	1,025	1,178	1,141	1,234	1,063	1,100
$\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ *	2,13	1,00	0,88	0,97	0,87	0,84	1,40	0,91	0,86
$\lambda_p$ *	0,55	0,68	0,85	0,73	0,86	0,90	0,62	0,80	0,88

\* avaliados na seção crítica

A análise avançada com limites de deformação apresentou uma boa previsão da carga última da estrutura, com  $P_{u1,csm}$  variando entre 87% e 94% de  $P_{u1,c}$  na maioria das vezes. Como observado na seção anterior, os melhores resultados se deram nos casos em que a seção crítica não era esbelta, identificada por  $\lambda_p < 0,68$  na Tabela 4. As previsões mais conservadoras ocorreram para os casos de seção crítica esbelta, principalmente naqueles em que  $\lambda_p$  é levemente superior a 0,68. No entanto, essa tendência não foi observada nos casos *bm3 – 11X<sub>4</sub>1a* (quando  $P_1 = 3P_2$ ), que apresentaram carga última sempre superior a 90% de  $P_{u,c}$ . Esse é o único caso em que a seção crítica está localizada na região de ligação entre viga e coluna, onde os modelos em elementos de casca e de pórtico destoam significativamente. Ao contrário do que poderia ser esperado, não ocorreram desvios significativos dos resultados na análise avançada. Isso é atribuído à grande magnitude da carga vertical  $P_1$ , que provoca

comportamento axial predominante para atingir  $\epsilon_{csm}$ , garantindo pouca influência da interação entre viga e coluna.

## 5. Conclusão

Os exemplos estudados mostraram que a capacidade de carga dos pórticos pode ser satisfatoriamente determinadas, indicando que a análise avançada pode ser estendida com segurança para estruturas com seções não compactas através da incorporação dos limites de deformação dados pelo MRC. A melhor adequação se deu nas estruturas com seções semicompactas, onde os resultados se aproximaram dos obtidos pelos modelos mais sofisticado usados como referência. Nesses casos, a consideração de algum nível de plastificação antes da flambagem leva a ganhos significativos em relação à capacidade de carga determinadas pelos procedimentos normativos, que ficam restritos à análise elástica. Apesar do relativo conservadorismo quando a falha ocorre em seções esbeltas, o emprego da análise avançada para a determinação da capacidade resistente das estruturas ainda se mostra interessante por eliminar o procedimento laborioso de checagem individual dos membros, que é característico dos métodos usuais de projeto. De forma geral, a análise avançada com limites de deformação se mostra como uma metodologia promissora para o projeto estrutural, sendo uma abordagem intermediária entre a simplicidade e conservadorismo das técnicas usuais de projeto e a alta complexidade de modelagem e demanda computacional da análise através de elementos finitos de casca.

## 6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte oferecido na realização deste trabalho.

## 7. Referências Bibliográficas

ABAQUS. **Analysis user's guide**. Dassault Systemes, Simulia Corp, Providence RI, USA, 2017.

AFSHAN, S.; GARDNER, L. **Structural design for non-linear metallic materials**. *Engineering Structures*. 28(6), 926–934, 2006.

AFSHAN, S.; GARDNER, L. **The continuous strength method for structural stainless-steel design**. *Thin-Walled Structures*, 68, 42 – 49, 2013.

- AVERY, P.; MAHENDRAN, M. **Analytical benchmark solutions for steel frame structures subject to local buckling effects**. *Advances in Structural Engineering*, 3(3), 215 – 229, 2000a.
- AVERY, P.; MAHENDRAN, M. **Distributed plasticity analysis of steel frame structures comprising non-compact sections**. *Engineering Structures*, 22:901-919, 2000b.
- AVERY, P.; MAHENDRAN, M. **Large-scale testing of steel frame structures comprising non-compact sections**. *Engineering Structures*, 22(8), 920 – 936, 2000c.
- EN 1993-1-1, **Eurocode-3: Design of steel structures — part 1-1: General rules and rules for buildings.**, European Committee for Standardization, 2005.
- FIEBER, A.; GARDNER, L.; MACORINI, L. **Design of structural steel members by advanced inelastic analysis with strain limits**. *Engineering Structures*, 199, 109624, 2019a.
- FIEBER, A.; GARDNER, L.; MACORINI, L. **Formulae for determining elastic local buckling half-wavelengths of structural steel cross-sections**. *Journal of Constructional Steel Research*, 159, 493 – 506, 2019b.
- GARDNER, L.; NETHERCOT D. A. **Stainless steel structural design: a new approach**. *The Structural Engineer*. 82(21), 21–28, 2004.
- GARDNER, L.; FIEBER, A.; Macorini, L. **Formulae for calculating elastic local buckling stresses of full structural cross-sections**. *Structures*, 17, 2–20, 2019a.
- GARDNER, L. **The continuous strength method**, *Proc. Instit. Civ. Eng.* 161(3), 127–133, 2008.
- GARDNER, L.; YUN, X.; FIEBER, A.; MACORINI, L. **Steel design by advanced analysis: material modeling and strain limits**. *Engineering*, 5(2), 243–249, 2019b.
- NBR-8800. ABNT NBR 8800: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**, 2008.
- ROJAHN, É. **Análise Avançada de Estruturas de Aço Utilizando Limites de Deformação Baseados no Método da Resistência Contínua**. Dissertação de Mestrado, PPGEC-UFRGS, Porto Alegre, 2020.
- YUN, X.; GARDNER, L. **Stress-strain curves for hot-rolled steels**. *Journal of Constructional Steel Research*, 133, 36–46, 2017.
- ZHAO, O.; AFSHAN, S.; GARDNER, L. **Structural response and continuous strength method design of slender stainless steel cross-sections**. *Engineering Structures*, 140, 14–25, 2017.