

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

Carlos Alberto Aita Filho

**IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL PARA VERIFICAÇÃO DE SEÇÕES
POLIGONAIS DE CONCRETO ARMADO A SOLICITAÇÕES NORMAIS**

PORTO ALEGRE

2021

Carlos Alberto Aita Filho

**IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL PARA VERIFICAÇÃO DE SEÇÕES
POLIGONAIS DE CONCRETO ARMADO A SOLICITAÇÕES NORMAIS**

Trabalho de Diplomação apresentado à
Comissão de Graduação do Curso de
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro Civil.

Orientador: Alexandre Rodrigues Pacheco

PORTO ALEGRE

2021

Carlos Alberto Aita Filho

**IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL PARA VERIFICAÇÃO DE SEÇÕES
POLIGONAIS DE CONCRETO ARMADO A SOLICITAÇÕES NORMAIS**

Este trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pela Banca Examinadora, pelo Professor Orientador e pela Comissão de Graduação do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, maio de 2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Alexandre Rodrigues Pacheco (UFRGS)

Dr. pela The Pennsylvania State University

Orientador

Prof^a Paula Manica Lazzari (UFRGS)

Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof^a Bruna Manica Lazzari (PUCRS)

Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho à minha mãe, Sueli Aita, minha eterna orientadora, que prestou todo auxílio e apoio nesta árdua caminhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e à Virgem Santíssima, sem os quais nada disso teria sido possível.

Agradeço à minha mãe, Sueli Aita, pela força e persistência transmitidas desde os primórdios da minha existência.

Agradeço a todos que efetivamente contribuíram para tornar possível e um pouco menos árduo esse caminho.

*“Tenha Jesus Cristo em seu coração e todas
as cruzes do mundo parecerão rosas.”*

(São Padre Pio)

RESUMO

Este trabalho propõe a criação de um programa computacional para verificação de seções poligonais de concreto armado submetidas a solicitações normais. O método de verificação é por meio de integração analítica, seguindo as diretrizes da norma NBR 6118:2014. O programa recebe os dados geométricos e características dos materiais que compõem a seção, além da força normal e momentos solicitantes. Os resultados são os momentos resistentes para uma volta completa da linha neutra e geração de um diagrama de momentos, além de fornecer as deformações nas fibras superior e inferior e a posição da linha neutra. A verificação é no estado-limite último. O programa permite a entrada e saída de dados e apresentam-se exemplos para comparação e validação do programa.

Palavras-chave: flexão composta oblíqua, concreto armado, *software*.

ABSTRACT

This work proposes the creation of a computational program for verification of polygonal sections of reinforced concrete submitted to normal stresses. The verification method is through analytical integration, following the guidelines of NBR 6118:2014. The program receives the geometric data and characteristics of the materials that make up the section, in addition to the applied normal force and bendings. The results are the resistant moments for a complete turn of the neutral axis and the generation of a moment diagram, in addition to providing the strains in the upper and lower fibers and the position of the neutral axis. The verification is in the ultimate limit state. The program allows data input and output that are compared with examples for the program.

Keywords: composite oblique bending, reinforced concrete, software.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão.	18
Figura 2 - Diagrama tensão-deformação para concretos até classe C50.	19
Figura 3 - Diagrama tensão-deformação para concretos das classes C55 até C90.....	20
Figura 4 - Diagrama tensão-deformação do concreto à tração.	21
Figura 5 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.	21
Figura 6 - Diagrama tensão-deformação do aço.	22
Figura 7 - Estádios de flexão do concreto.	23
Figura 8 - Domínios do concreto armado.	24
Figura 9 - Reta a.	25
Figura 10 - Domínio 1.	26
Figura 11 - Domínio 2.	27
Figura 12 - Domínio 3.	28
Figura 13 - Domínio 4.	29
Figura 14 - Domínio 4a.....	30
Figura 15 - Domínio 5.	31
Figura 16 - Reta b.	31
Figura 17 - Esquema do algoritmo do programa.	32
Figura 18 - Padrão de numeração dos vértices da poligonal.	33
Figura 19 - Rotação da linha neutra.	36
Figura 20 - Convenção de sinais para o caso positivo.	38
Figura 21 - Elemento infinitesimal de volume.	38
Figura 22 - Diagrama tensão-deformação tridimensional.	39
Figura 23 - Área de integração da poligonal.	40
Figura 24 - Alturas relevantes para o cálculo de tensões.....	41
Figura 25 - Diagrama de deformação da seção com as variáveis x_{lim} e x_{pab}	41
Figura 26 - Exemplo para $y_n < y_{n+1}$	43
Figura 27 - Exemplo para $y_{n+1} < y_n$	46
Figura 28 - Deformação no aço.	49
Figura 29 - Resultado da comparação entre programa e bibliografia para flexão simples.	60
Figura 30 - Seção analisada.	61
Figura 31 - Diagrama de interação para seção do exemplo.....	61

Figura 32 - Resultados para $M_{d,x} = 25000$ kN.cm.....	62
Figura 33 - Diagrama de momentos para a seção do exemplo submetida à $M_{d,x} = 25000$ kN.cm.	63
Figura 34 - Seção analisada.	64
Figura 35 - Resultados para flexão normal composta da seção do problema.....	65
Figura 36 - Diagrama de interação para seção do exemplo.....	66
Figura 37 - Seção trapezoidal analisada.	67
Figura 38 - Resultados do programa para a seção em análise.	68
Figura 39 - Diagrama de interação para seção do exemplo.....	69
Figura 40 - Seção vazada analisada.	70
Figura 41 - Resultados obtidos no programa para a seção em análise.	72
Figura 42 - Máximo momento suportado em flexão normal composta.....	72
Figura 43 - Seção “L” analisada.	73
Figura 44 - Diagrama de interação da seção em “L”.....	75
Figura 45 - Diagrama de interação da seção em “L” analisada.	76
Figura 46 - Resultados obtidos pelo programa para seção em “L”.	76
Figura 47 - Seção retangular vazada analisada.....	78
Figura 48 - Resultados obtidos para a seção analisada, com destaque para $\alpha = 45^\circ$	80
Figura 49 - Diagrama de interação da seção analisada.....	80
Figura 50 - Seção analisada.	81
Figura 51 - Resultados para seção analisada, com destaque para $\alpha = 0^\circ$	83
Figura 52 - Resultados de Campos Filho (2014).	83
Figura 53 - Solicitação fora da envoltória de momentos.	84
Figura 54 - Interface do programa do trabalho.	87
Figura 55 - Caixa “Propriedades da Seção”.	88
Figura 56 - Geometria da poligonal de concreto e posição das armaduras com suas áreas de aço.....	89
Figura 57 - Caixa “Configurações”.	89
Figura 58 - Entrada das solicitações.	90
Figura 59 - Apresentação dos resultados.	90
Figura 60 - Botões para manipulação de arquivos.....	91

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Coordenadas da poligonal de concreto.....	59
Quadro 2 - Coordenadas das barras de aço.....	59
Quadro 3 - Coordenadas da poligonal de concreto.....	64
Quadro 4 - Coordenadas das barras de aço.....	65
Quadro 5 - Coordenadas da poligonal de concreto.....	66
Quadro 6 - Coordenadas das barras de aço.....	67
Quadro 7 - Coordenadas da poligonal da seção de concreto.	71
Quadro 8 - Coordenadas das barras de aço.....	71
Quadro 9 - Coordenadas da poligonal de concreto.....	74
Quadro 10 - Coordenadas das barras de aço.....	74
Quadro 11 - Coordenadas da poligonal da seção vazada de concreto.	78
Quadro 12 - Coordenadas das barras de aço.....	79
Quadro 13 - Coordenadas da poligonal da seção analisada.....	82
Quadro 14 - Coordenadas das barras de aço.....	82

LISTA DE SÍMBOLOS

σ_c – Tensão de compressão no concreto

f_{cd} – Resistência de cálculo do concreto

ε_c – Deformação do concreto

f_{ck} – Resistência característica à compressão do concreto

ε_{c2} – Deformação do início do patamar horizontal do diagrama convencional de tensão-deformação

ε_{cu} – Deformação última

E_{ci} – Módulo tangente inicial

ε_{ct} – Deformação do concreto à tração

E_s – Módulo de elasticidade do aço

ε_{yd} – Deformação de início de escoamento do aço

A_{s1} – Área de aço da primeira cada de armadura

A_{s2} – Área de aço da segunda camada de armadura

x_{2lim} – Limite do domínio 2

x_{3lim} – Limite do domínio 3

d – Altura útil

α – Ângulo de inclinação da linha neutra

A_s – Área de aço

x_i – Coordenada x da barra i da armadura

y_i – Coordenada y da barra i da armadura

S_{xc} – Momento estático em x

S_{yc} – Momento estático em y

x_{CG} – Coordenada x do centro de gravidade

y_{CG} – Coordenada y do centro de gravidade

h_a – Altura total da seção

v_{max} – Ordenada do ponto mais comprimido da seção

v_{min} – Ordenada do ponto mais tracionado da seção

$N_{d,max}$ – Força normal máxima

$N_{d,min}$ – Força normal mínima

$A_{s,tot}$ – Área de aço total

N_c – Força resistente do concreto

$M_{Rd,x}$ – Momento resistente em x

$M_{Rd,y}$ – Momento resistente em y

M_u – Momento total em u

M_v – Momento total em v

ξ – Relação profundidade da linha por altura útil

N_s – Força resistente do aço

$N_{entrada}$ – Força normal fornecida pelo usuário

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	MÉTODO DE PESQUISA	16
2.1	Questão de pesquisa	16
2.2	Objetivo do trabalho	16
2.3	Pressuposto	16
2.4	Delimitações	16
2.5	Limitação	16
2.6	Delineamento	17
3	CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES	18
3.1	Diagramas de tensão-deformação	18
3.1.1	Compressão no concreto	18
3.1.2	Tração no concreto	20
3.1.3	Aço para armadura	21
3.2	Estádios do concreto	23
3.3	Domínios de deformação	24
3.3.1	Reta a.....	25
3.3.2	Domínio 1	25
3.3.3	Domínio 2	26
3.3.4	Domínio 3	27
3.3.5	Domínio 4	28
3.3.6	Domínio 4a.....	29
3.3.7	Domínio 5	30
3.3.8	Reta b	31
4	Algoritmo do programa	32
5	Etapas de cálculo	33

5.1	Cálculos iniciais	33
5.1.1	Área	33
5.1.2	Centro de gravidade	34
5.1.3	Giro do sistema	35
5.1.4	Cálculo das alturas	36
5.1.5	Forças normais máxima e mínima	37
5.2	Cálculo das forças resistentes	37
5.2.1	Força resistente no concreto	37
5.2.2	Força resistente do aço	48
5.3	Cálculo dos momentos resistentes	50
5.3.1	Momentos resistentes no concreto	50
5.3.1.1	Momentos em x	50
5.3.1.2	Momentos em y	53
5.3.2	Momentos resistentes no aço	56
5.4	Cálculos complementares	56
5.5	Processo iterativo	57
6	Comparação dos resultados	58
6.1	Flexão normal simples	58
6.2	Flexão normal composta	63
6.3	Verificação de seção trapezoidal	66
6.4	Verificação de seção retangular vazada	69
6.5	Diagrama de interação para seção em “L”	73
6.6	Seção retangular vazada submetida à flexão composta oblíqua	77
6.7	Verificação de seção à flexão normal composta: exemplo de Campos Filho	
(2014)	81	
7	Considerações finais	84
8	Referências	85

APÊNDICE A.....	86
APÊNDICE B.....	87

1 INTRODUÇÃO

Segundo o item 3.2.1 da NBR 6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto, a definição de estado-limite último é: “*estado-limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura.*” Dessa forma, a verificação de seções de concreto armado nesse estado-limite é de vital importância, pois está relacionado com a segurança da estrutura e de seus usuários. Vigas, pilares e tirantes são elementos estruturais que estão normalmente submetidos a solicitações normais. A verificação dessas solicitações, ou seja, compressão e tração simples, flexão composta normal e flexão composta oblíqua é trabalhosa e impõem-se certas restrições para seu facilitar seu cálculo da forma tradicional. Neste trabalho, busca-se reverter essa situação, permitindo a verificação de qualquer seção poligonal de concreto armado, incluindo seções vazadas, submetida a solicitações normais no estado-limite último.

Em adição ao capítulo introdutório, o trabalho divide-se em mais 7 capítulos. No capítulo 2 é exposto o método de pesquisa, com a questão de pesquisa, objetivo do trabalho, pressuposto, delimitações, limitações e o delineamento, com todas etapas do trabalho até as considerações finais.

No capítulo 3 estão as considerações preliminares, que são conceitos fundamentais para entendimento dos capítulos seguintes. Conceitos de diagramas tensão-deformação, domínios do concreto e estádios são explicitados.

No capítulo 4 é apresentado o algoritmo com a sequência lógica de funcionamento do programa. No capítulo 5, inicia-se o processo de cálculo do programa, com a preparação dos dados fornecidos para o cálculo dos esforços. Em seguida, no mesmo capítulo, começa o processo de cálculo dos esforços resistentes propriamente ditos, força e momentos. Além disso, explica-se o método iterativo utilizado para encontrar o diagrama de deformação adequado.

O capítulo 6 apresenta exemplos comparativos entre o programa e a bibliografia para variados tipos de seções e solicitações. O capítulo 7 apresenta as considerações finais do estudo. O capítulo 8 apresenta as referências usadas no trabalho.

2 MÉTODO DE PESQUISA

Expõe-se a seguir as diretrizes para desenvolvimento do trabalho.

2.1 Questão de pesquisa

O seguinte questionamento serve de base para o trabalho: como automatizar a verificação de seções poligonais de concreto armado submetidas a solicitações normais no estado-limite último?

2.2 Objetivo do trabalho

O objetivo do trabalho é o desenvolvimento de uma implementação computacional que auxilie e automatize a verificação de seções poligonais de concreto armado submetidas a solicitações normais, sendo elas compressão, tração, flexão composta normal e flexão composta oblíqua.

2.3 Pressuposto

O pressuposto do trabalho foi a validade das recomendações da NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto e também a validade das metodologias de cálculo da bibliografia.

2.4 Delimitações

A delimitação do trabalho é o desenvolvimento de um programa computacional que verifica seções poligonais de concreto armado submetidas a solicitações normais no estado-limite último.

2.5 Limitação

Foram limitações do trabalho:

- a. o programa realiza somente verificação de seções poligonais;
- b. a verificação é no estado-limite último.

2.6 Delineamento

O trabalho divide-se nas etapas enunciadas a seguir, detalhadas nos próximos parágrafos:

- a. pesquisa bibliográfica;
- b. análise dos métodos de cálculo de verificação;
- c. programação em *software* de rotina de cálculos que automatize a verificação do E.L.U.;
- d. execução de exemplos no programa;
- e. comparação dos resultados com a bibliografia;
- f. considerações finais.

A pesquisa bibliográfica teve como objetivo o fornecimento da base teórica para o desenvolvimento do programa em todas etapas do trabalho. A bibliografia relaciona-se com os conceitos fundamentais, a metodologia de verificação de seções de concreto armado e desenvolvimento de rotinas computacionais.

A programação do *software* foi feita na linguagem *Object Pascal*, desenvolvendo-se todas rotinas de cálculo e interface do programa. Após a pesquisa bibliográfica foram decididas quais seriam as rotinas de cálculo que seriam utilizadas no programa.

Exemplos retirados da bibliografia foram executados no *software* desenvolvido no trabalho para comparação e validação do mesmo. Nas considerações finais foi definido se os objetivos do trabalho foram atendidos.

3 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

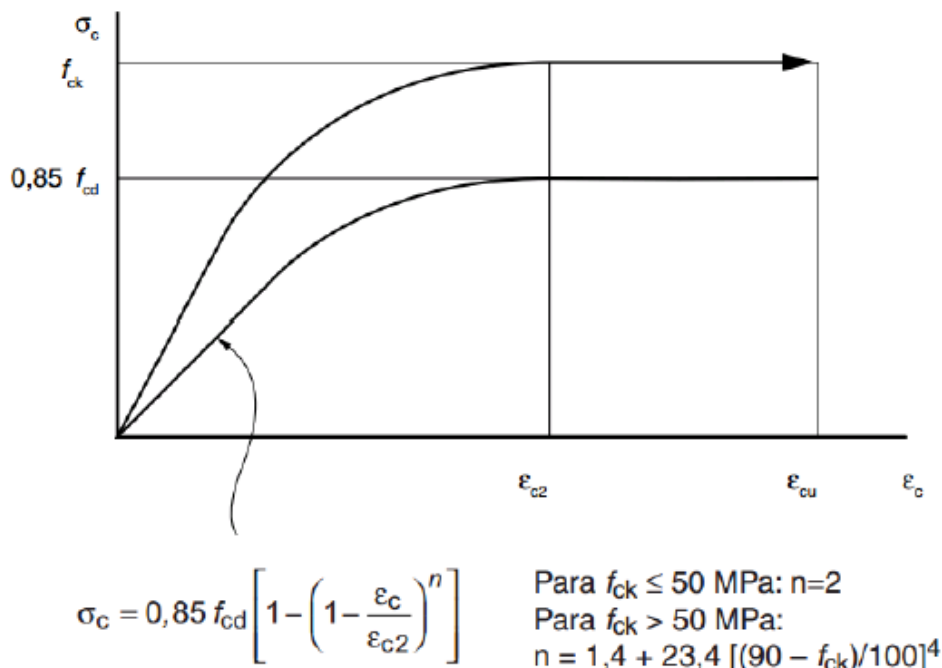
Para entendimento do trabalho, algumas considerações devem ser explicitadas antes do algoritmo ser executado. Os itens a seguir explicam os fundamentos para o cálculo de verificação à flexão composta oblíqua de concreto armado no estado-limite último.

3.1 Diagramas de tensão-deformação

3.1.1 Compressão no concreto

De acordo com o item 8.2.10.1 da NBR 6118:2014, para análises no estado-limite último (ELU), pode ser empregado o diagrama tensão deformação idealizado, mostrado na Figura 1:

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão.



Fonte: NBR 6118:2014

Os valores dos diagramas dividem-se em dois casos:

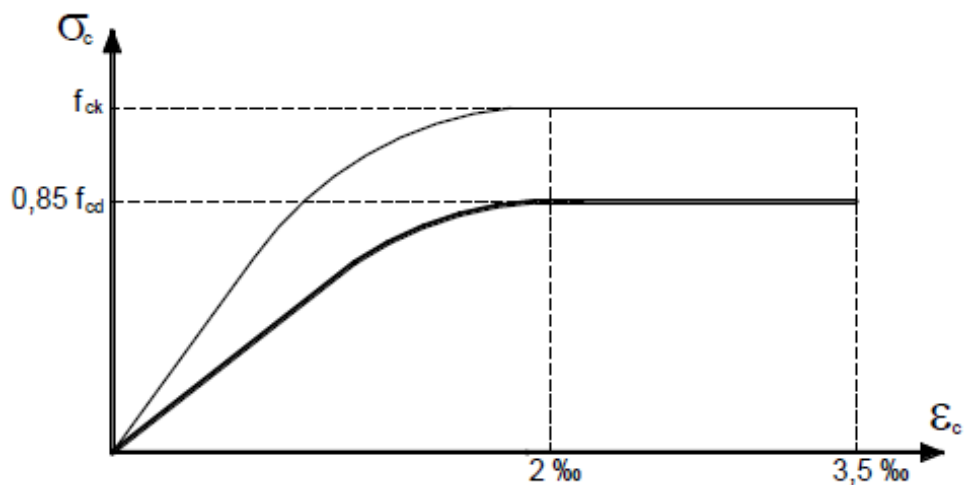
- para concretos de classes até C50:

A lei de variação da tensão é de acordo com a parábola do 2º grau definida pela equação 3.1 para deformação de encurtamento de até 2‰ (2 mm/m).

$$\sigma_c = 0,85f_{cd}\left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{0,002}\right)^2\right] \quad (3.1)$$

Depois de atingir a deformação de 2‰, ocorre uma deformação de encurtamento plástico até o valor máximo de 3,5‰. Portanto, o máximo encurtamento que o concreto pode sofrer, nesse grupo, é de 3,5‰ (mm/m). No cálculo das peças considera-se um valor reduzido em 15% do f_{ck} , ou seja, a tensão máxima de compressão no concreto é limitada pelo fator 0,85 (CARVALHO, FIGUEIREDO FILHO, 2014). O diagrama desse caso pode ser expresso conforme a Figura 2:

Figura 2 - Diagrama tensão-deformação para concretos até classe C50.

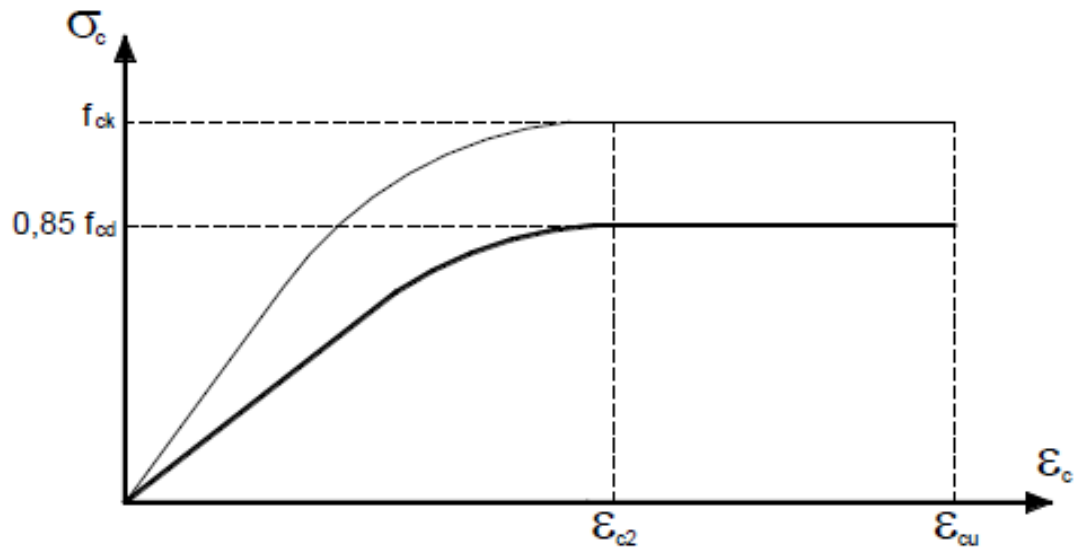


Fonte: Adaptado da NBR 6118:2014

- para concretos de classes C55 até C90:

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a parábola que compõe o diagrama passa pela origem e tem seu vértice correspondente à deformação ε_{c2} e $0,85f_{cd}$ como ordenada, com a reta do diagrama compreendida entre as deformações ε_{c2} e ε_{cu} (Figura 3).

Figura 3 - Digrama tensão-deformação para concretos das classes C55 até C90.



Fonte: Adaptado da NBR 6118:2014

A equação da parábola é:

$$\sigma_c = 0,85f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (3.2)$$

Sendo:

$$n = 1,4 + 23,4 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (3.3)$$

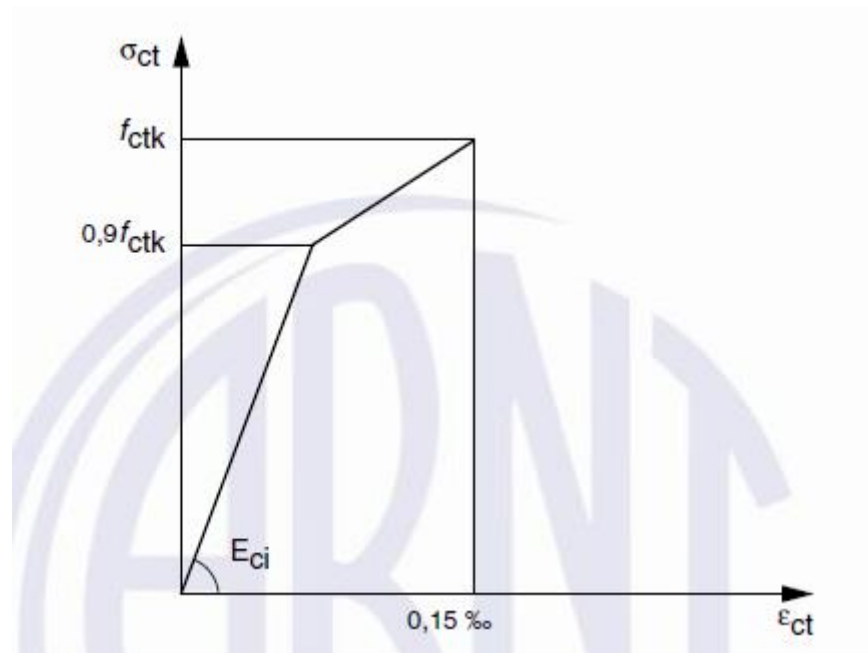
$$\varepsilon_{c2} = 2\text{‰} + 0,085\text{‰} (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (3.5)$$

3.1.2 Tração no concreto

Pelo item 8.2.10.2 da NBR 6118:2014, o diagrama tensão-deformação bilinear de tração pode ser adotado como mostrado na Figura 4. A máxima deformação de alongamento é de 0,15‰ (0,15 mm/m) e pode adotar-se como tangente do ângulo da primeira reta com o eixo ε_{ct} o módulo tangente inicial E_{ci} .

Figura 4 - Diagrama tensão-deformação do concreto à tração.

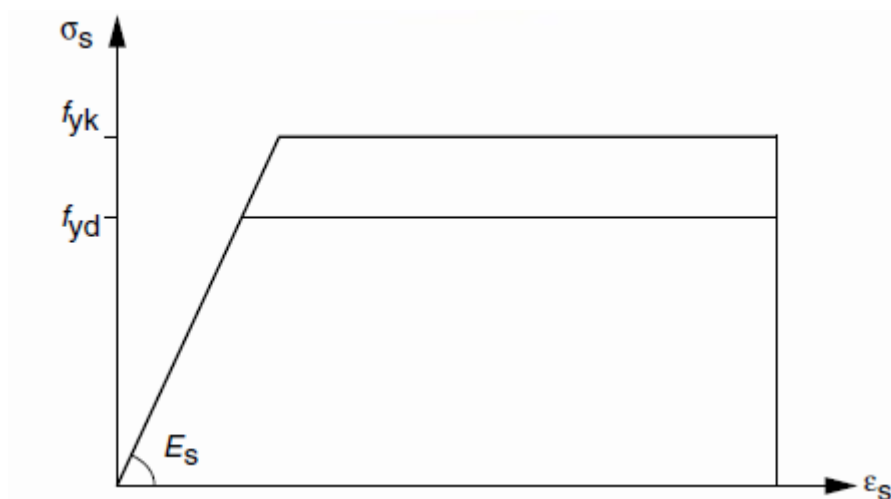


Fonte: NBR 6118:2014

3.1.3 Aço para armadura

De acordo com o item 8.3.6 da NBR 6118:2014, para o cálculo nos estados-limites de serviço e último, pode-se utilizar o diagrama simplificado da Figura 5, para aços com ou sem patamar de escoamento. Esse diagrama é válido para intervalos de temperatura entre -20°C e 150°C e aplica-se para tração e compressão.

Figura 5 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.



Fonte: NBR 6118:2014

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), em função dos máximos valores adotados para o concreto, as deformações últimas são limitadas a 10‰ para alongamento (tração) e 3,5‰ para encurtamento (compressão). Essas deformações limites dadas no diagrama não correspondem à ruptura do aço. Na tração (10‰), limita-se de modo a evitar deformação excessiva e na compressão (ϵ_{cu}), de modo a funcionar conjuntamente com o concreto. O módulo de elasticidade do aço (E_s) é dado pela tangente do ângulo φ , sendo, de acordo com a NBR 6118:2014, 210.000 MPa.

No trecho elástico, pela lei de Hooke, a deformação de início de escoamento do aço (ϵ_{yd}) correspondente à tensão de início de escoamento é dada pela equação 3.6:

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (3.6)$$

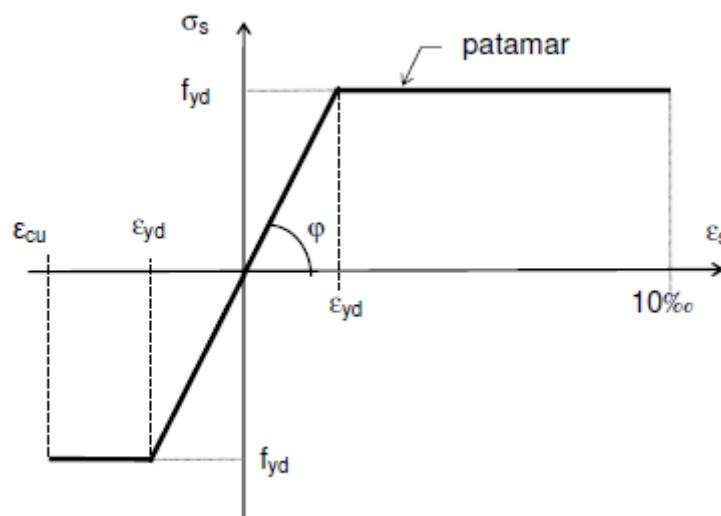
Sendo:

$$E_s = \tan \varphi = \frac{f_{yd}}{\epsilon_{yd}} \quad (3.7)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (3.8)$$

Um diagrama mais detalhado pode ser visualizado na Figura 6:

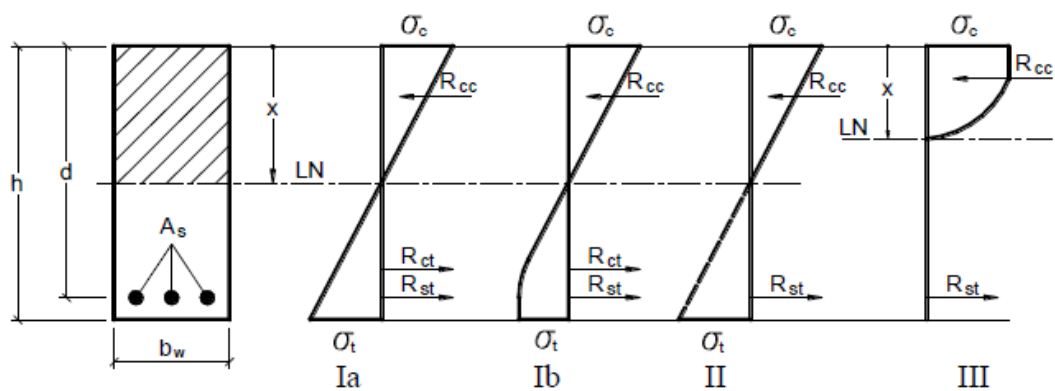
Figura 6 - Diagrama tensão-deformação do aço.



3.2 Estádios do concreto

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), um elemento fletido passa por estágios de tensão, desde o carregamento inicial, até a ruptura. Esses estágios são chamados de estágios de flexão. Ao submeter uma viga simplesmente apoiada a um carregamento externo a partir de zero, crescente, obtêm-se os diagramas de tensão da Figura 7. Os estágios são classificados em função dos estágios de tensão da Figura 7, dividindo-se em quatro estágios:

Figura 7 - Estádios de flexão do concreto.



Fonte: Adaptado de Carvalho, Figueiredo Filho (2014)

- Estádio Ia: o concreto resiste à tração com diagrama triangular. Nesse estágio, o carregamento externo que é aplicado ainda é pequeno, portanto, as tensões normais e deformações são também pequenas. A distribuição de tensões ao longo da altura da seção é linear.

- Estádio Ib: corresponde ao início da fissuração no concreto tracionado. As tensões de tração perdem linearidade devido ao aumento do carregamento, não sendo mais proporcionais às deformações. Quando as tensões de tração ultrapassam a resistência do concreto à tração, aparecendo a primeira fissura, correspondente ao estágio Ib, sendo apenas as tensões na zona comprimida lineares.

- Estádio II: nesse estágio, a resistência do concreto à tração é desconsiderada. As tensões de compressão se distribuem linearmente ainda, sendo zero na linha neutra até o valor máximo na fibra mais comprimida.

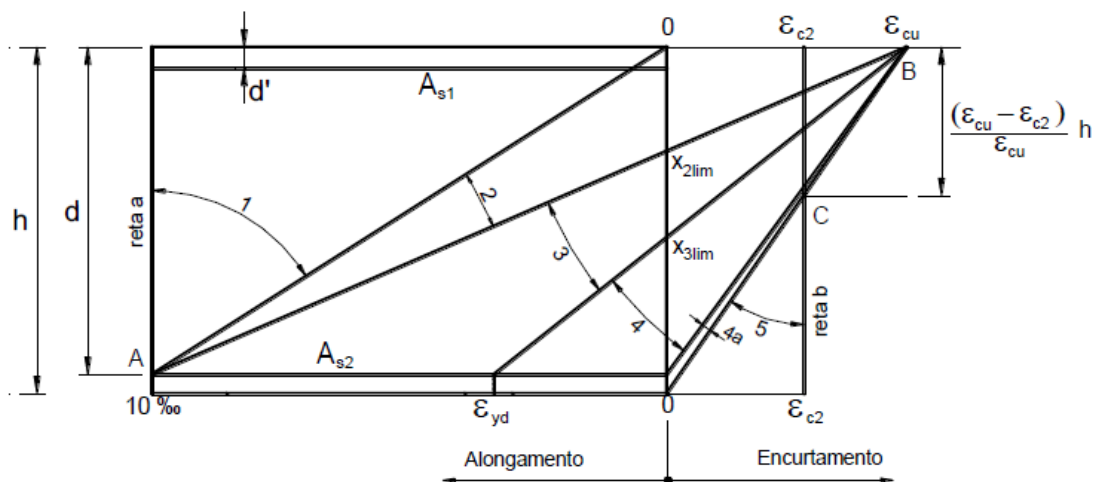
- Estádio III: esse estágio corresponde ao início da plastificação (esmagamento) do concreto à compressão. Com o aumento ainda maior do carregamento, as tensões de tração e compressão aumentam e a linha neutra desloca-se em direção à zona comprimida, assim como

as fissuras. A armadura tracionada pode alcançar e superar a tensão de início de escoamento (f_y) e o concreto está na iminência de ruptura (esmagamento). É o estágio no qual é feito o dimensionamento dos elementos estruturais no estado-limite último.

3.3 Domínios de deformação

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a NBR 6118:2014 no item 17.2 estabelece critérios para determinação dos esforços resistentes de seções de vigas, pilares e tirantes, submetidas à força normal e momentos fletores. Dentre as hipóteses básicas admitidas, existe a dos domínios, que são representações de distribuição de deformações nas seções transversais submetidas a tensões normais. Os domínios se dividem em oito, como representado na Figura 8:

Figura 8 - Domínios do concreto armado.



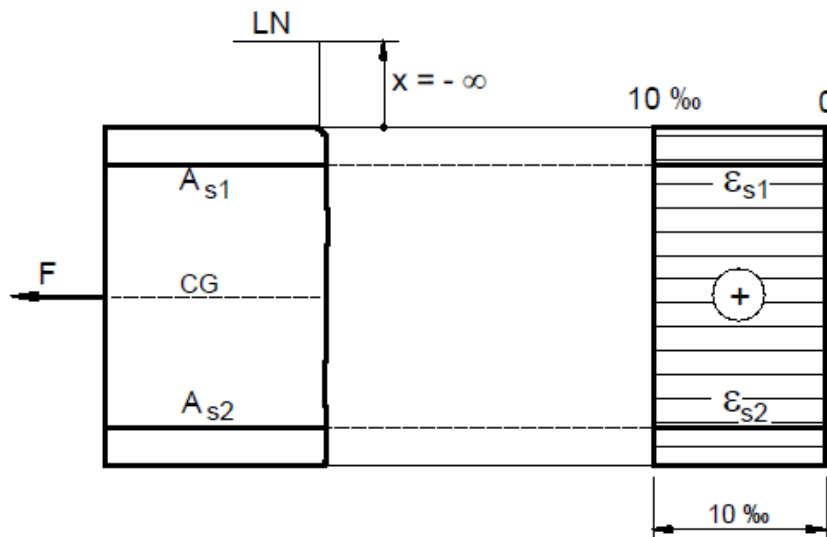
Fonte: Adaptado de NBR:6118 (2014)

Para concretos do grupo I de resistência, as deformações últimas (correspondentes ao estado-limite último) são de 3,5‰ para encurtamento no concreto comprimido e 10‰ para alongamento na armadura tracionada (FUSCO, 1981). A seguir, a descrição de cada um dos domínios.

3.3.1 Reta a

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a reta *a* (Figura 9) abrange o caso da solicitação de tração simples ou tração axial, sendo o centro de gravidade da seção transversal o ponto de aplicação da força normal de tração. As barras de aço assim como todos pontos da seção de concreto estão com deformação de alongamento igual à máxima permitida, ou seja, $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s2} = 10\text{‰}$, o que leva a conclusão de que ambas armaduras (A_{s1} e A_{s2}) estão com tensão de tração de início de escoamento. A linha neutra está no infinito ($x = -\infty$).

Figura 9 - Reta a.



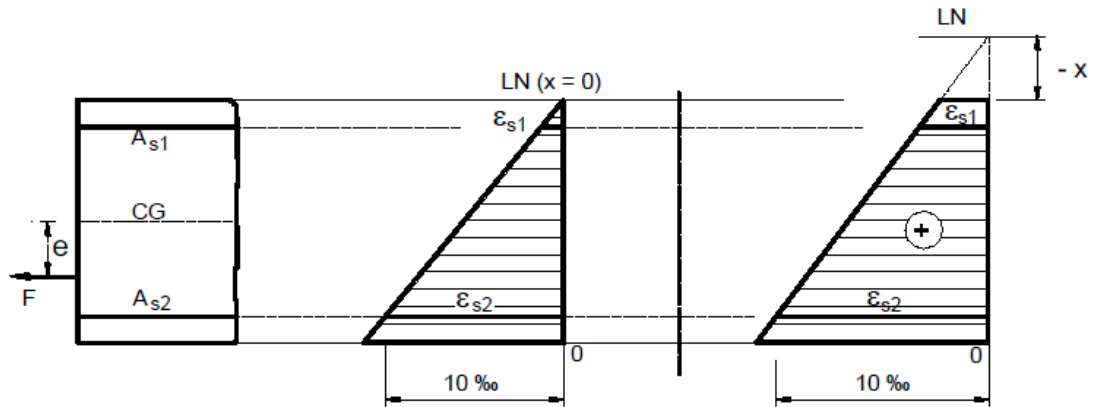
Fonte: Adaptado de Fusco (1981)

3.3.2 Domínio 1

De acordo com Fusco (1981) e Carvalho e Figueiredo Filho (2014) quando existe uma excentricidade da força normal em relação ao centro de gravidade, ou seja, a força normal de tração não está aplicada no centro da seção transversal, é dito que a seção está no domínio 1 (Figura 10). A deformação de alongamento devida à tração vale o valor fixo de 10‰ na armadura de maior tração (ε_{s2}). A linha neutra fica fora da seção transversal, de forma que o valor de x é negativo, estando compreendido no intervalo $-\infty < x < 0$. No valor de $x = 0$ a seção está no limite entre os domínios 1 e 2. A seção resistente é composta pelas armaduras de aço, não havendo participação resistente do concreto, o qual é admitido inteiramente fissurado. A

solicitação de tração uniforme é também chamada de tração com pequena excentricidade, com deformações diferentes ao longo da altura da seção transversal.

Figura 10 - Domínio 1.



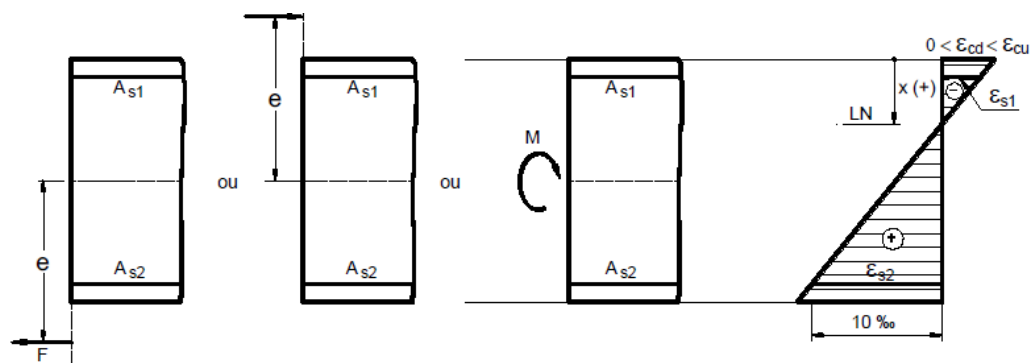
Fonte: Adaptado de Fusco (1981)

3.3.3 Domínio 2

Segundo Fusco (1981) e Carvalho e Figueiredo Filho (2014) no domínio 2 (Figura 11) estão incluídos os casos de tração excêntrica com grande excentricidade, de flexão pura ou flexão simples e de compressão excêntrica com grande excentricidade. O Estado Limite Último é caracterizado pela deformação fixa de alongamento de 10‰ na armadura tracionada, ou seja, $\varepsilon_{s2} = 10\text{‰}$. Parte da seção transversal é tracionada e parte é comprimida. A deformação de encurtamento na fibra mais comprimida varia de zero até ε_{cu} , em função da posição da linha neutra, que varia entre zero e x_{2lim} ($0 < x < x_{2lim}$). A tensão na armadura tracionada é igual à máxima permitida (f_{yd}), pois $\varepsilon_{s2} = 10\text{‰}$. O concreto comprimido possui folga, já que $\varepsilon_{cd} < \varepsilon_{cu}$, por outro lado.

Em função da deformação de encurtamento na borda comprimida, o domínio 2 pode ser subdividido em 2a e 2b. No domínio 2a a deformação é considerada variando de zero a ε_{c2} e no domínio 2b de ε_{c2} a ε_{cu} .

Figura 11 - Domínio 2.

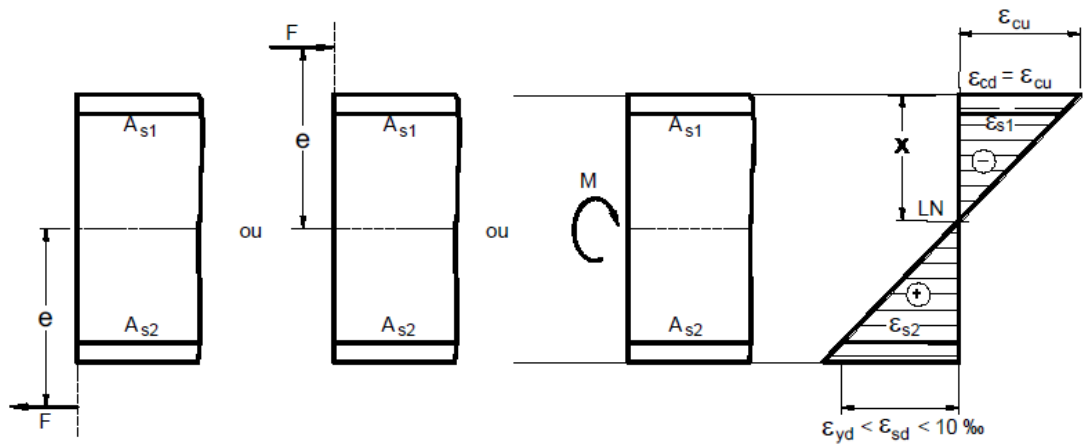


Fonte: Adaptado de Fusco (1981)

3.3.4 Domínio 3

Segundo Fusco (1981) e Carvalho e Figueiredo Filho (2014) no domínio 3 (Figura 12) os casos de solicitação são a flexão simples ou pura, a tração e compressão excêntricas com grande excentricidade, as mesmas do domínio 2. Parte da seção transversal é tracionada e parte é comprimida, sendo seu estado limite último é caracterizado pela deformação fixa de encurtamento em ϵ_{cu} na borda comprimida do concreto. Na situação de ruptura última do concreto comprimido ocorre ao mesmo tempo que o escoamento da armadura tracionada, pois a deformação de alongamento na armadura tracionada (ϵ_{s2}) varia da deformação de início de escoamento do aço, ou seja, ϵ_{yd} , até o valor máximo de 10‰ ($\epsilon_{yd} < \epsilon_{s2} < 10\text{‰}$). A tensão máxima permitida f_{yd} é aplicada na armadura tracionada. A posição da linha neutra varia no intervalo $x_{2lim} < x < x_{3lim}$. A deformação de encurtamento da armadura comprimida (A_{s1}) é menor do que ϵ_{cu} , por estar próxima à borda comprimida. Na situação última, a deformação da armadura tracionada é ao menos igual à deformação de início de escoamento. A ruptura do concreto ocorre simultaneamente com o escoamento da armadura, sendo essa uma situação desejável de projeto, pois ambos materiais são aproveitados inteira e não há risco de ruína não avisada.

Figura 12 - Domínio 3.

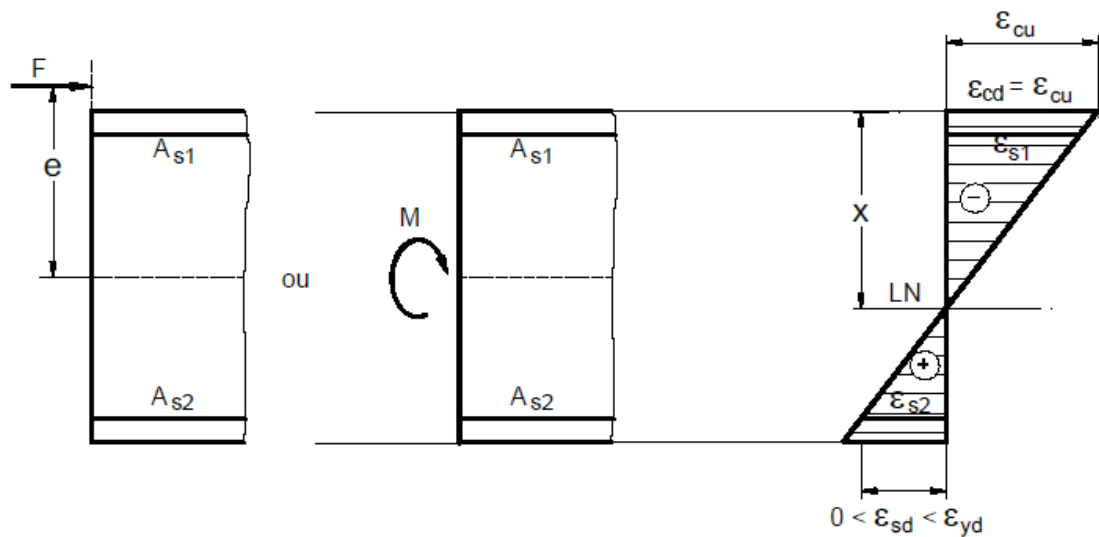


Fonte: Adaptado de Fusco (1981)

3.3.5 Domínio 4

De acordo com Fusco (1981) e Carvalho e Figueiredo Filho (2014) a flexão simples (ou pura) e a compressão com grande excentricidade são os casos de solicitação encontradas no domínio 4 (Figura 13). Parte da seção transversal é tracionada e parte é comprimida com deformação em estado limite último fixa de encurtamento igual a ϵ_{cu} no concreto da borda comprimida. A tensão na armadura é menor que a máxima permitida (f_{yd}), uma vez que a deformação de alongamento na armadura tracionada varia de zero até a deformação de início de escoamento do aço, compreendida no intervalo $0 < \epsilon_{s2} < \epsilon_{yd}$. A posição da linha neutra varia entre x_{3lim} e altura útil d , compreendida no intervalo $x_{3lim} < x < d$. A ruptura ocorre de forma frágil, sem aviso prévio, pois o concreto se rompe sem que armadura produza uma fissuração que sirva como advertência. Neste domínio diz-se que a peça está superarmada.

Figura 13 - Domínio 4.

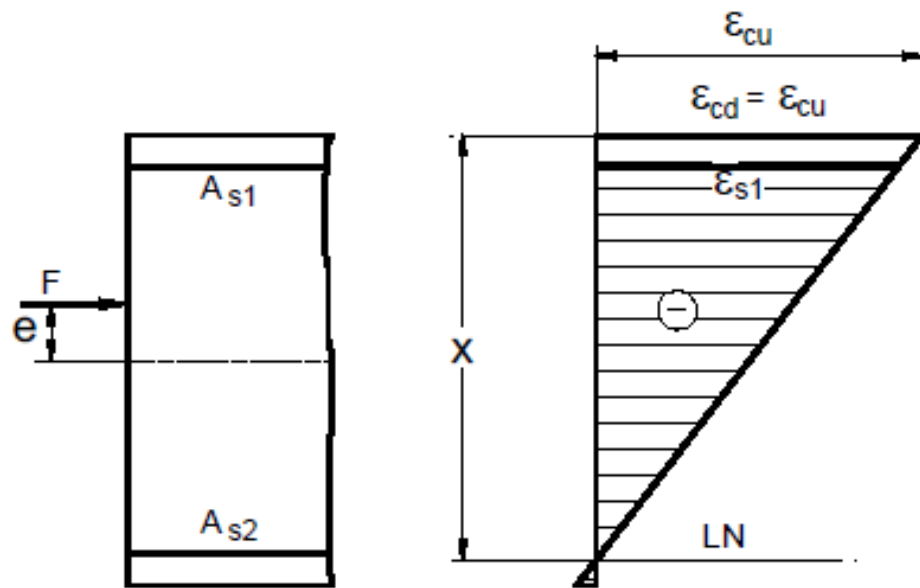


Fonte: Adaptado de Fusco (1981)

3.3.6 Domínio 4a

Segundo Fusco (1981) e Carvalho e Figueiredo Filho (2014) a compressão com pequena excentricidade é a solicitação característica do domínio 4a (Figura 14). A maior parte da seção transversal está comprimida e uma pequena parte apenas está tracionada. A deformação de encurtamento é fixa no concreto da borda comprimida (ϵ_{cu}) no estado limite último. A linha neutra passa na região de cobrimento da armadura menos comprimida, variando entre d e h ($d < x < h$). A armadura próxima à linha neutra tem tensão muito pequena, embora ambas as armaduras estejam sob compressão. O domínio 4a é um simples domínio de transição conceitual, estando limitado por uma posição da linha neutra tangente à fibra extrema da seção.

Figura 14 - Domínio 4a.

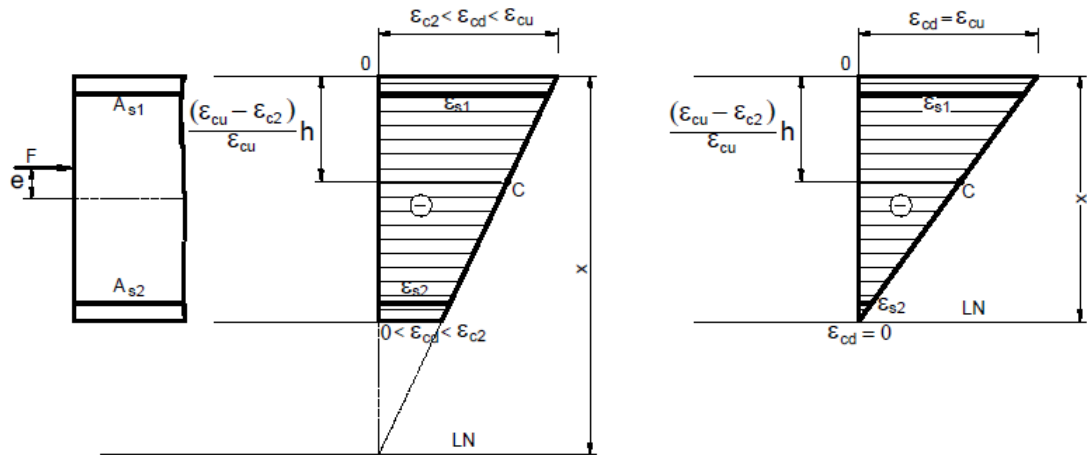


Fonte: Adaptado de Fusco (1981)

3.3.7 Domínio 5

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a solicitação do domínio 5 é a compressão com pequena excentricidade ou compressão não uniforme. O domínio 5 é caracterizado pelo ponto C (Figura 15) e a linha inclinada do diagrama de deformações sempre passa por este ponto. Em função da posição da linha neutra, a deformação de encurtamento na borda menos comprimida varia de zero a ϵ_{c2} e na borda mais comprimida varia de ϵ_{c2} a ϵ_{cu} . A seção encontra-se inteiramente comprimida, assim como as armaduras ϵ_{s1} e ϵ_{s2} . A linha neutra varia de h até $+\infty$, não cortando a seção transversal.

Figura 15 - Domínio 5.

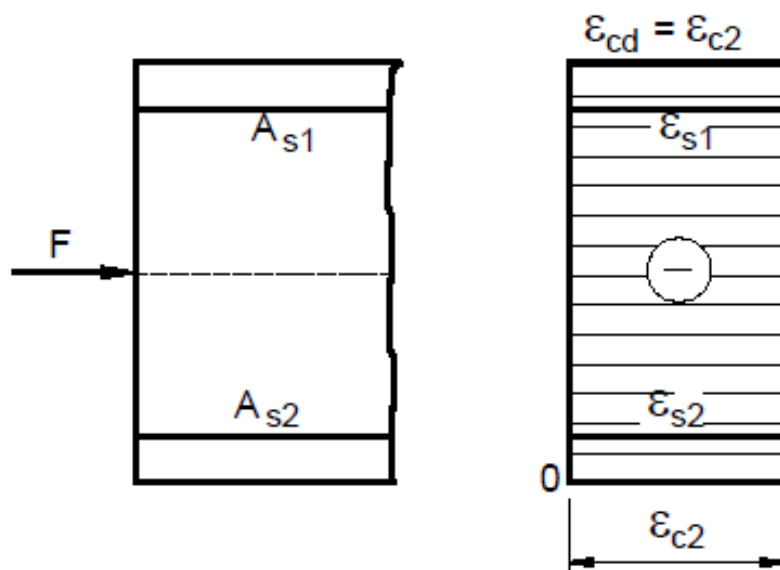


Fonte: Adaptado de Fusco (1981)

3.3.8 Reta b

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a solicitação é de compressão simples ou compressão axial (compressão uniforme), com a força normal de compressão sendo aplicada no centro de gravidade da seção transversal (Figura 16). As armaduras estão sob a mesma deformação e mesma tensão de compressão (ϵ_{c2} e f_{yd} , respectivamente). Todos os pontos da seção transversal têm deformação de encurtamento igual a 2‰. A linha neutra encontra-se no $+\infty$.

Figura 16 - Reta b.

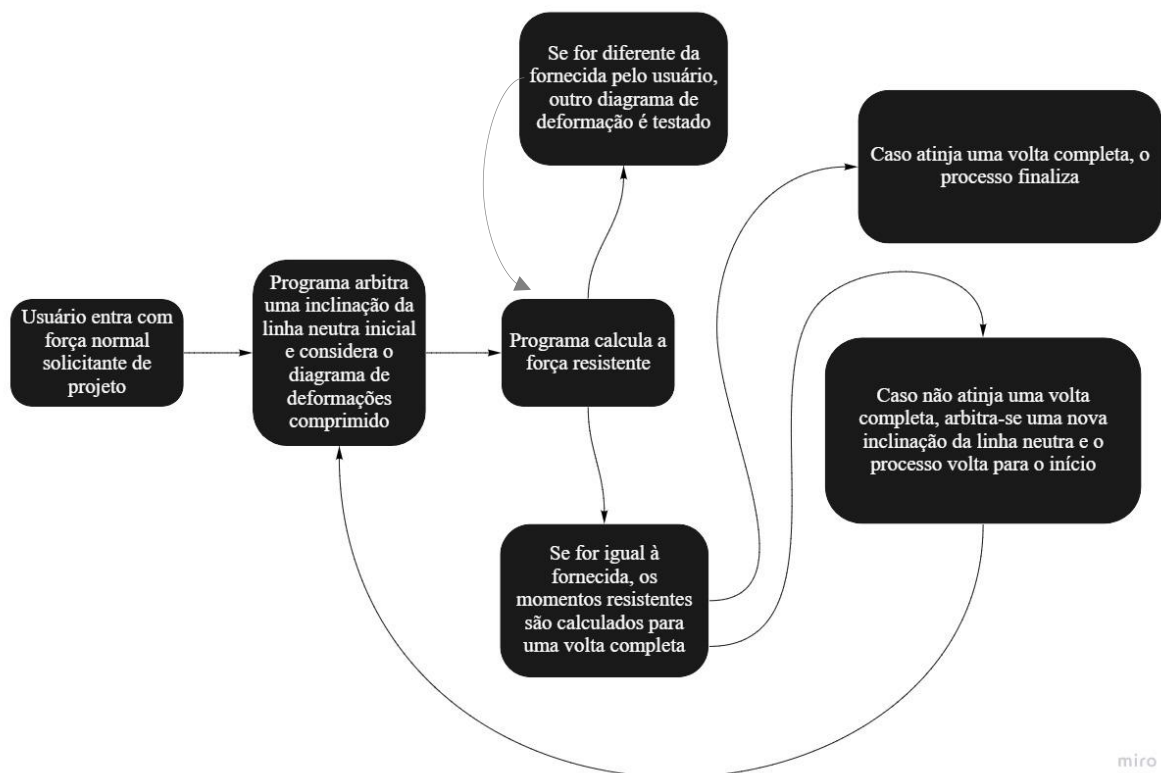


Fonte: Adaptado de Fusco (1981)

4 Algoritmo do programa

Os passos de cálculo do programa deste trabalho são os seguintes: o usuário entra com o valor da força normal solicitante e as características e propriedades da seção, o *software* arbitra inicialmente uma inclinação α para a linha neutra e a seção inteiramente comprimida como passo inicial, caso a força calculada a partir do diagrama inicialmente arbitrado seja diferente da fornecida pelo usuário, o programa atribui outro diagrama de deformações, até convergir a solução. Após encontrado o diagrama de deformações, calculam-se os momentos em torno de x e y para uma volta completa. Caso não calcule a volta completa, altera-se o ângulo α inicial e repete-se o processo. Por fim, são mostrados os resultados obtidos e traçado o diagrama de interação de momentos. A Figura 17 esquematiza o processo acima explicado:

Figura 17 - Esquema do algoritmo do programa.



Fonte: Autor

5 Etapas de cálculo

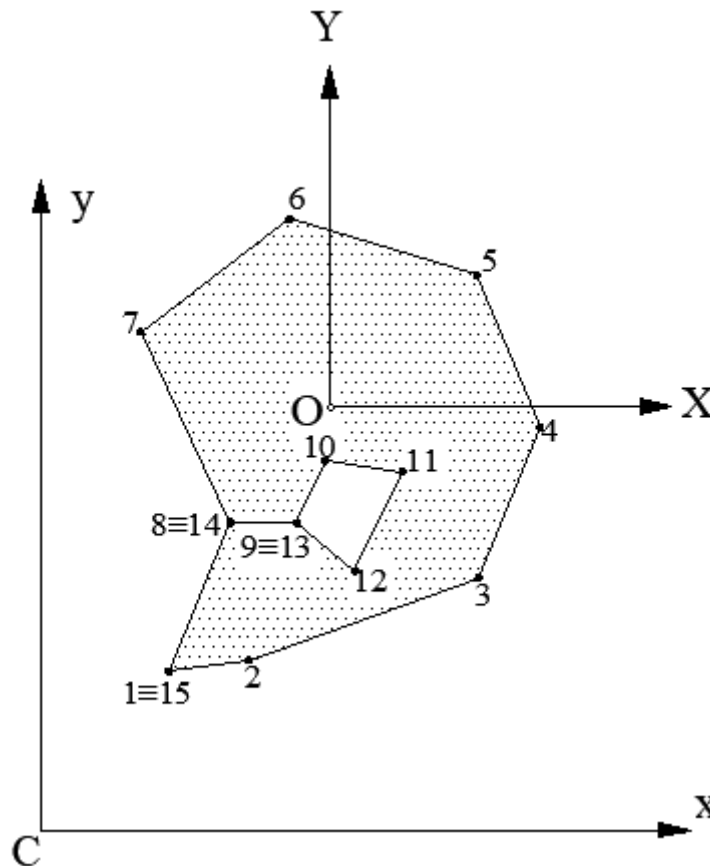
As etapas de cálculos a seguir devem ser realizadas pelo programa para obtenção dos resultados esperados. A metodologia de Santos (1994) é utilizada na seção 5.1.

5.1 Cálculos iniciais

5.1.1 Área

A seção de concreto é definida por meio de uma poligonal fechada, com seus vértices numerados no sentido anti-horário. Se existirem aberturas no interior da seção, os vértices são numerados no sentido horário como mostra a Figura 18:

Figura 18 - Padrão de numeração dos vértices da poligonal.



Fonte: Autor

As barras da armadura são definidas por pontos com seus respectivos valores de área A_s . O contorno da poligonal da seção é definido pelos pontos x_i, y_i , dados em relação ao sistema Cxy , sendo C um ponto qualquer do plano da seção. Para o cálculo da área criou-se uma variável auxiliar ζ_i definida por 5.1:

$$\zeta_i = x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i \quad (5.1)$$

Com ζ definida e n sendo o número de vértices, calcula-se a área de seção poligonal e os momentos estáticos em relação aos eixos x e y (SANTOS, 1994):

$$A_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \zeta_i \quad (5.2)$$

$$S_{xc} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (y_i + y_{i+1}) \zeta_i \quad (5.3)$$

$$S_{yc} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (x_i + x_{i+1}) \zeta_i \quad (5.4)$$

Sendo $x_{n+1} = x_1$ e $y_{n+1} = y_1$.

5.1.2 Centro de gravidade

O centro de gravidade fica determinado pelas coordenadas definidas em 4.5 e 4.6, com origem Oxy (SANTOS, 1994):

$$x_{CG} = \frac{S_{yc}}{A_c} \quad (5.5)$$

$$y_{CG} = \frac{S_{xc}}{A_c} \quad (5.6)$$

Como a origem inicial de inserção dos dados é C_{xy} , dito sistema global, é necessária a translação para o sistema Oxy , sendo este um sistema local. Assim, as novas coordenadas dos pontos da poligonal de concreto passam a ser definidas por (SANTOS, 1994):

$$X_i = x_i - x_{CG} \quad (5.7)$$

$$Y_i = y_i - y_{CG} \quad (5.8)$$

Da mesma forma, as coordenadas das barras também devem ser transladadas:

$$X_{si} = x_{si} - x_{CG} \quad (5.9)$$

$$Y_{si} = y_{si} - y_{CG} \quad (5.10)$$

5.1.3 Giro do sistema

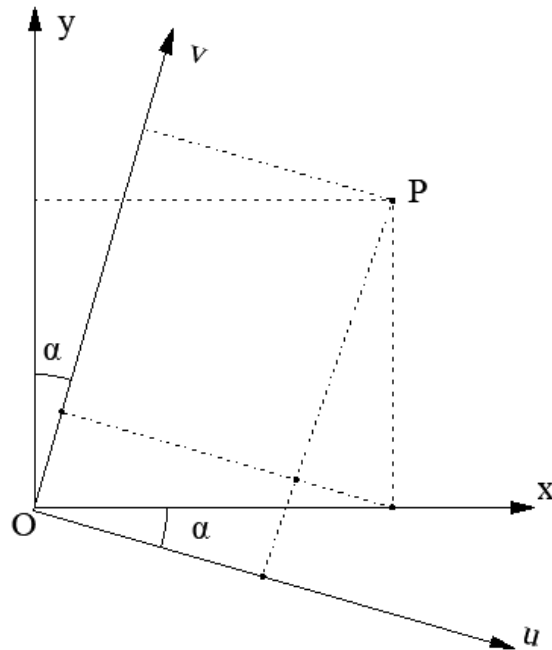
Para o programa apresentar os valores dos momentos resistentes para uma volta completa ($0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$), para cada ângulo α de inclinação da linha neutra o sistema Oxy é rotacionado para um novo sistema ortogonal, aqui chamado de Ouv , sendo a linha neutra paralela ao eixo Ou .

A rotação de um ponto qualquer da poligonal cujas coordenadas iniciais são (x,y) é dada pelas seguintes expressões, de acordo com a Figura 19 (SANTOS, 1994):

$$u = x \cos \alpha - y \sin \alpha \quad (5.11)$$

$$v = x \sin \alpha + y \cos \alpha \quad (5.12)$$

Figura 19 - Rotação da linha neutra.



Fonte: Adaptado de Santos (1994)

5.1.4 Cálculo das alturas

Para cada ângulo α da linha neutra deve-se calcular a altura total da seção h_α medida perpendicular à linha neutra e a linha paralela à linha neutra que passa pelo ponto mais comprimido sendo separada de cada barra i pela distância d_i . Assim, define-se:

$$h_\alpha = v_{\max} - v_{\min} \quad (5.13)$$

Sendo v_{\max} a ordenada do ponto mais comprimido da seção de concreto e v_{\min} , o ponto mais tracionado.

$$d_i = v_{\max} - v_{si} \quad (5.14)$$

Sendo a ordenada da barra i representada por v_{si} .

A altura útil d é definida por:

$$d = v_{\max} - v_{s,\min} \quad (5.15)$$

Sendo $v_{s,\min}$ a menor ordenada da barra i .

5.1.5 Forças normais máxima e mínima

Segundo Santos (1994), os valores $N_{d,\max}$ (correspondente à compressão uniforme) e $N_{d,\min}$ (correspondente à tração uniforme) são dados por:

$$N_{d,\max} = A_c \sigma_{cd} + A_{s,\text{tot}} \sigma_2 \quad (5.16)$$

$$N_{d,\min} = -f_{yd} A_{s,\text{tot}} \quad (5.17)$$

Sendo:

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} \quad (5.18)$$

$$\sigma_2 = f_{yd} \quad (5.19)$$

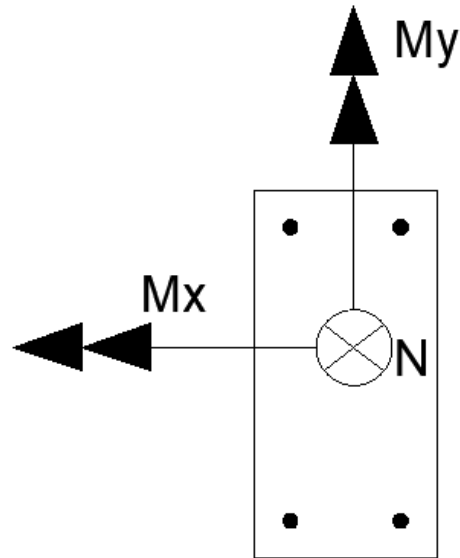
A_c é a área de concreto e $A_{s,\text{tot}}$, a área de aço total.

5.2 Cálculo das forças resistentes

5.2.1 Força resistente no concreto

Inicialmente, deve definir-se a convenção de sinais usada no presente trabalho. Compressão possui sinal positivo e tração, negativo. O momento em x é positivo quando traciona as fibras inferiores e comprime as superiores. O momento em y é positivo quando traciona as fibras da esquerda e comprime as da direita. As rotinas desta seção utilizam os termos x e y , porém elas se aplicam após a rotação, ou seja, eixos u e v . A justificativa para usar x e y é que se trata da notação mais comum para melhor entendimento do leitor. A Figura 20 representa a convenção de sinais utilizada:

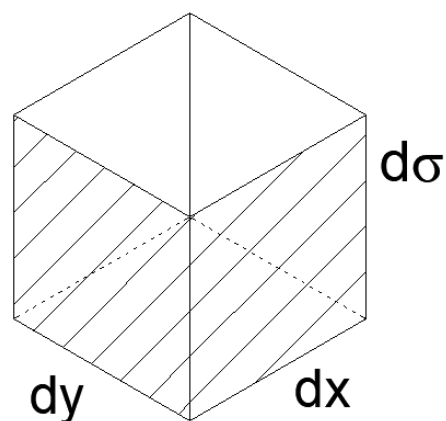
Figura 20 - Convenção de sinais para o caso positivo.



Fonte: Autor

A força é definida pelo produto entre área e tensão. Dessa forma, a força resistente no concreto pode ser calculada como um integral de volume. Isolando um elemento infinitesimal tridimensional com dimensões dx , dy e $d\sigma$ (Figura 21), sendo $d\sigma$ o elemento de tensão ao qual o elemento de área dA ($dx \cdot dy$) está submetido. Aqui, o eixo da tensão foi considerado sendo o eixo z .

Figura 21 - Elemento infinitesimal de volume.



Fonte: Autor

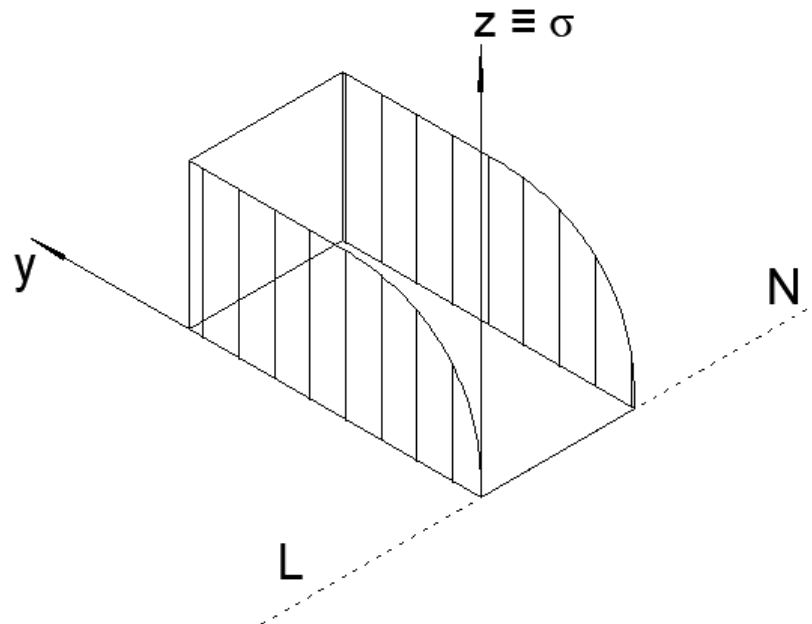
Faz-se a integração nos três eixos ortogonais, obtendo-se assim a força, expressa pelas equações 5.20 e 5.21:

$$F = \iiint dV \quad (5.20)$$

$$F = \iiint dx dy dz \quad (5.21)$$

Para o cálculo da força resistente no concreto, utiliza-se o diagrama tensão-deformação apresentado na NBR 6118:2014. Colocando a seção de concreto nos eixos x e y , com a linha neutra coincidindo com o eixo x e o diagrama de tensões no eixo z , obtém-se um sólido cujo volume é a força resistente no concreto (Figura 22).

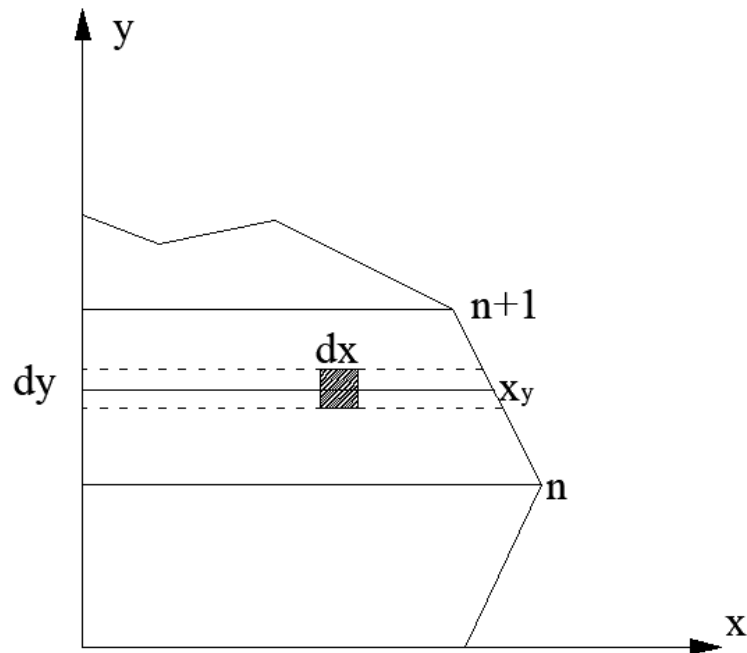
Figura 22 - Diagrama tensão-deformação tridimensional.



Fonte: Autor

A área da poligonal que será integrada é limitada por dois pontos consecutivos, n e $n+1$, como mostrado na Figura 23:

Figura 23 - Área de integração da poligonal.



Fonte: Autor

As expressões de força e momentos resistentes no concreto para um número k de pontos ficam:

$$N_c = \sum_{n=1}^k \iiint d\sigma \, dx \, dy \quad (5.22)$$

$$M_{Rd,x} = \sum_{n=1}^k \iiint y \, d\sigma \, dx \, dy \quad (5.23)$$

$$M_{Rd,y} = \sum_{n=1}^k \iiint x \, d\sigma \, dx \, dy \quad (5.24)$$

Com o objetivo de se implementar computacionalmente, deve-se analisar as tensões no concreto a partir do raciocínio de que a tensão é função da deformação e a deformação é função da altura do ponto em relação à linha neutra. Como já mencionado, as expressões das tensões no concreto são divididas por intervalos, como mostrado pela função a seguir (5.25):

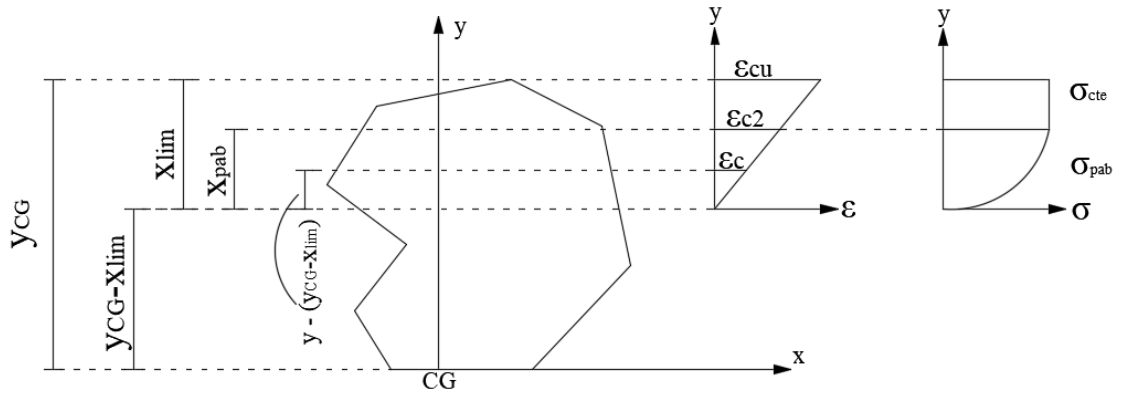
$$\text{Para } \varepsilon \leq 0, \sigma_c = 0$$

$$\text{Para } 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_{c2}, \sigma_c = 0,85f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

$$\text{Para } \varepsilon_{c2} < \varepsilon \leq \varepsilon_{cu}, \sigma_c = 0,85f_{cd} \quad (5.25)$$

Para distinção de qual equação deverá ser utilizada, avaliam-se os pontos em y e compara-se com os limites acima citados. Variáveis foram criadas para representar todos os pontos necessários para esta análise, apresentada a seguir na Figura 24:

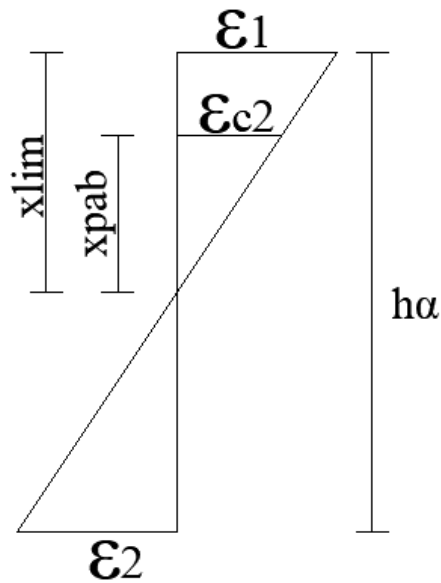
Figura 24 - Alturas relevantes para o cálculo de tensões.



Fonte: Autor

As variáveis x_{lim} e x_{pab} são as que irão definir qual equação de tensão será usada. Seus valores são obtidos a partir da semelhança de triângulos feita com o auxílio da Figura 25:

Figura 25 - Diagrama de deformação da seção com as variáveis x_{lim} e x_{pab} .



Fonte: Autor

Resultando nas equações 5.26 e 5.27:

$$x_{lim} = \frac{h_{\alpha}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \varepsilon_1 \quad (5.26)$$

$$x_{pab} = \frac{h_{\alpha}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \varepsilon_{c2} \quad (5.27)$$

A expressão parabólica de tensão possui o termo $\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_2}\right)$ que deve ser reescrito com as variáveis da Figura 24:

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_2} = \frac{(y - (y_{CG} - x_{lim}))}{x_{pab}} \quad (5.28)$$

Assim, obtém-se as expressões finais das tensões para o cálculo dos esforços. Para $\varepsilon \leq 0$, ou seja, $y < y_{CG} - x_{lim}$, a expressão é:

$$\sigma_c = \sigma_{cd,t} = 0 \quad (5.29)$$

Para $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_{c2}$, ou seja, $y_{CG} - x_{lim} < y < y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, a expressão é:

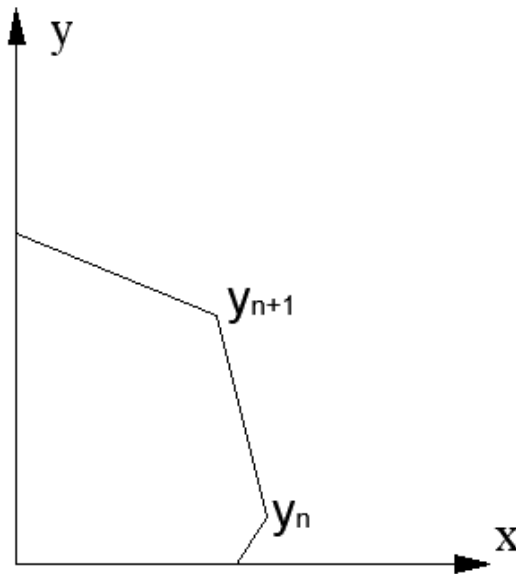
$$\sigma_c = \sigma_{cd,pab} = 0,85f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{(y - (y_{CG} - x_{lim}))}{x_{pab}} \right)^n \right] \quad (5.30)$$

E para $\varepsilon_{c2} < \varepsilon \leq \varepsilon_{cu}$, ou seja, $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y$, expressão é:

$$\sigma_c = \sigma_{cd,cte} = 0,85f_{cd} \quad (5.31)$$

Com essas equações, pode-se partir para o cálculo dos esforços, definindo os limites de cada região para o correto uso da equação de tensão nas diferentes regiões da seção. Tem-se as seguintes condições:

Para $y_n < y_{n+1}$, como mostrado na Figura 26:

Figura 26 - Exemplo para $y_n < y_{n+1}$.

Fonte: Autor

- Se $y_n < y_{CG} - x_{lim}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma região sob tração.

- $y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma região sob tração:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,t}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,t} x_y dy = 0$$

- $y_{CG} - x_{lim} < y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, nesse caso, o segundo ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_j} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,t}} d\sigma dx dy + \int_{y_j}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,pab}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG-x_{lim}}} \sigma_{cd,t} x_y dy + \int_{y_{CG-x_{lim}}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} x_y dy$$

$$N_C = 0 + \int_{y_{CG-x_{lim}}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} x_y dy$$

$$N_C = \int_{y_{CG-x_{lim}}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} x_y dy$$

- $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y_{n+1}$, nesse caso, o segundo do ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante com a deformação:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_j} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd}} d\sigma dx dy + \int_{y_j}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG-x_{lim}}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,t}} d\sigma dx dy + \int_{y_{CG-x_{lim}}}^{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,pab}} d\sigma dx dy + \int_{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,cte}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG-x_{lim}}} \sigma_{cd,t} x_y dy + \int_{y_{CG-x_{lim}}}^{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}} \sigma_{cd,pab} x_y dy + \int_{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} x_y dy$$

$$N_C = \int_{y_{CG-x_{lim}}}^{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}} \sigma_{cd,pab} x_y dy + \int_{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} x_y dy$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} \leq y_n < y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação.

- $y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação. Portanto, somente um termo é empregado:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,pab}} d\sigma dx dy = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} x_y dy$$

- $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma área sob compressão, porém a função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante e portanto não varia com a altura (e deformação):

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,pab}} d\sigma dx dy + \int_{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,cte}} d\sigma dx dy$$

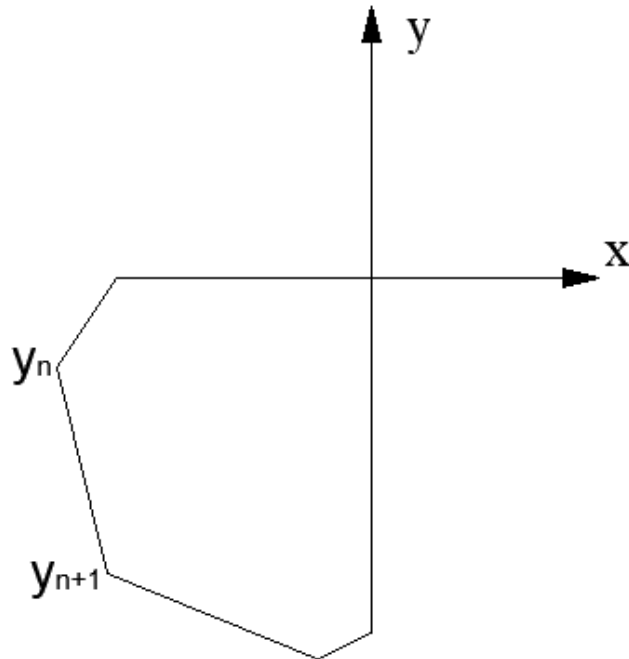
$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \sigma_{cd,pab} x_y dy + \int_{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} x_y dy$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} \leq y_n$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão em que a tensão σ é constante.

- Como $y_n < y_{n+1}$, o segundo ponto da reta também deve estar sob a área comprimida de tensão σ constante:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,cte}} d\sigma dx dy = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} x_y dy$$

Para $y_{n+1} < y_n$, como mostrado na Figura 27:

Figura 27 - Exemplo para $y_{n+1} < y_n$ 

Fonte: Autor

- Se $y_n \leq y_{CG} - x_{lim}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma região sob tração.
 - Nesse caso, só é possível o segundo ponto da reta também está em uma região tracionada:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,t}} d\sigma dx dy = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,t} x_y dy = 0$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} < y_n \leq y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação.
 - $y_{CG} - x_{lim} < y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação. Portanto, somente um termo é empregado:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,pab}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} x_y dy$$

- $y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim}$, nesse caso, somente a área sob compressão é considerada na resistência e a área tracionada é descartada:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG}-x_{lim}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,pab}} d\sigma dx dy + \int_{y_{CG}-x_{lim}}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,t}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG}-x_{lim}} \sigma_{cd,pab} x_y dy + \int_{y_{CG}-x_{lim}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,t} x_y dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG}-x_{lim}} \sigma_{cd,pab} x_y dy + 0$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG}-x_{lim}} \sigma_{cd,pab} x_y dy$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y_n$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante com a deformação.

- $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} \leq y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto também está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante com a deformação:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,cte}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} x_y dy$$

- $y_{CG} - x_{lim} \leq y_{n+1} < y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, nesse caso, o segundo ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,cte}} d\sigma dx dy + \int_{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,pab}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \sigma_{cd,cte} x_y dy + \int_{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} x_y dy$$

- $y_{n+1} < y_{CG} - x_{lim}$, ou seja, o segundo ponto da reta está em uma área sob tração:

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,cte}} d\sigma dx dy + \int_{y_{CG} - x_{lim}}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,pab}} d\sigma dx dy + \int_{y_{CG} - x_{lim}}^{y_{n+1}} \int_0^{x_y} \int_0^{\sigma_{cd,t}} d\sigma dx dy$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \sigma_{cd,cte} x_y dy + \int_{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}}^{y_{CG} - x_{lim}} \sigma_{cd,pab} x_y dy + 0$$

$$N_C = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \sigma_{cd,cte} x_y dy + \int_{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}}^{y_{CG} - x_{lim}} \sigma_{cd,pab} x_y dy$$

5.2.2 Força resistente do aço

A força resistente de cada barra i é dada pelo produto da tensão no aço $\sigma_{sd,i}$ pela área $A_{s,i}$ da seção da barra (SANTOS, 1994):

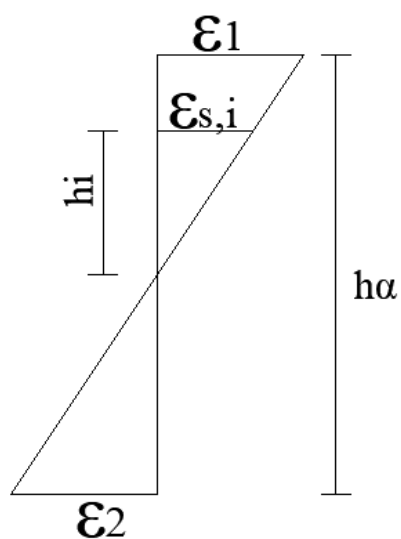
$$\Delta N_{s,i} = \sigma_{sd,i} A_{s,i} \quad (5.32)$$

Sendo que a deformação na barra i é:

$$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_1 - \frac{h_i(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{h_\alpha} \quad (5.33)$$

A equação 5.33 pode ser deduzida da Figura 28:

Figura 28 - Deformação no aço.



Fonte: Autor

Fazendo o somatório das forças em cada barra temos a força resistente total no aço N_s :

$$N_s = \sum_{i=1}^n \Delta N_{s,i} \quad (5.34)$$

Onde n é o número de barras de aço.

5.3 Cálculo dos momentos resistentes

5.3.1 Momentos resistentes no concreto

Os momentos resistentes no concreto são calculados de forma análoga à seção 5.2.1, adicionando-se às integrais os termos x e y , ou seja, as distâncias aos respectivos eixos.

5.3.1.1 Momentos em x

Para $y_n < y_{n+1}$

- Se $y_n < y_{CG} - x_{lim}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma região sob tração.

- $y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma região sob tração:

$$M_{C,x} = 0$$

- $y_{CG} - x_{lim} < y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, nesse caso, o segundo ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e , consequentemente, com a deformação:

$$M_{C,x} = \int_{y_{CG}-x_{lim}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} y x_y dy$$

- $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y_{n+1}$, nesse caso, o segundo do ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante com a deformação:

$$M_{C,x} = \int_{y_{CG}-x_{lim}}^{y_{CG}-x_{lim}+x_{pab}} \sigma_{cd,pab} y x_y dy + \int_{y_{CG}-x_{lim}+x_{pab}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} y x_y dy$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} \leq y_n < y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e , conseqüentemente, com a deformação.

- $y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e , conseqüentemente, com a deformação. Portanto, somente um termo é empregado:

$$M_{C,x} = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} y x_y dy$$

- $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma área sob compressão, porém a função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante e portanto não varia com a altura (e deformação):

$$M_{C,x} = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \sigma_{cd,pab} y x_y dy + \int_{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} y x_y dy$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} \leq y_n$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão em que a tensão σ é constante.

- Como $y_n < y_{n+1}$, o segundo ponto da reta também deve estar sob a área comprimida de tensão σ constante:

$$M_{C,x} = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} y x_y dy$$

Para $y_{n+1} < y_n$

- Se $y_n \leq y_{CG} - x_{lim}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma região sob tração.

- Nesse caso, só é possível o segundo ponto da reta também estar em uma região tracionada:

$$M_{C,x} = 0$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} < y_n \leq y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e , e, conseqüentemente, com a deformação.

- $y_{CG} - x_{lim} < y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e , e, conseqüentemente, com a deformação. Portanto, somente um termo é empregado:

$$M_{C,x} = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} y x_y dy$$

- $y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim}$, nesse caso, somente a área sob compressão é considerada na resistência e a área tracionada é descartada:

$$M_{C,x} = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim}} \sigma_{cd,pab} y x_y dy$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y_n$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante com a deformação.

- $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} \leq y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto também está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante com a deformação:

$$M_{C,x} = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} y x_y dy$$

- $y_{CG} - x_{lim} \leq y_{n+1} < y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, nesse caso, o segundo ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação:

$$M_{C,x} = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \sigma_{cd,cte} y x_y dy + \int_{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} y x_y dy$$

- $y_{n+1} < y_{CG} - x_{lim}$, ou seja, o segundo ponto da reta está em uma área sob tração:

$$M_{C,x} = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}} \sigma_{cd,cte} y x_y dy + \int_{y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}}^{y_{CG} - x_{lim}} \sigma_{cd,pab} y x_y dy$$

5.3.1.2 Momentos em y

Para $y_n < y_{n+1}$

- Se $y_n < y_{CG} - x_{lim}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma região sob tração.

- $y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma região sob tração:

$$M_{C,y} = 0$$

- $y_{CG} - x_{lim} < y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, nesse caso, o segundo ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação:

$$M_{C,y} = \int_{y_{CG} - x_{lim}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} \frac{x_y^2}{2} dy$$

- $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante com a deformação:

$$M_{C,y} = \int_{y_{CG-x_{lim}}}^{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}} \sigma_{cd,pab} \frac{x_y^2}{2} dy + \int_{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} \frac{x_y^2}{2} dy$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} \leq y_n < y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação.

- $y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação. Portanto, somente um termo é empregado:

$$M_{C,y} = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} \frac{x_y^2}{2} dy$$

- $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma área sob compressão, porém a função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante e portanto não varia com a altura (e deformação):

$$M_{C,y} = \int_{y_n}^{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}} \sigma_{cd,pab} \frac{x_y^2}{2} dy + \int_{y_{CG-x_{lim}+x_{pab}}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} \frac{x_y^2}{2} dy$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} \leq y_n$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão em que a tensão σ é constante.

- Como $y_n < y_{n+1}$, o segundo ponto da reta também deve estar sob a área comprimida de tensão σ constante:

$$M_{C,y} = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} \frac{x_y^2}{2} dy$$

Para $y_{n+1} < y_n$

- Se $y_n \leq y_{CG} - x_{lim}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma região sob tração.
 - Nesse caso, só é possível o segundo ponto da reta também estar em uma região tracionada:

$$M_{C,y} = 0$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} < y_n \leq y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação.

- $y_{CG} - x_{lim} < y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto da reta também está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação. Portanto, somente um termo é empregado:

$$M_{C,y} = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} \frac{x_y^2}{2} dy$$

- $y_{n+1} \leq y_{CG} - x_{lim}$, nesse caso, somente a área sob compressão é considerada na resistência e a área tracionada é descartada:

$$M_{C,y} = \int_{y_n}^{y_{CG} - x_{lim}} \sigma_{cd,pab} \frac{x_y^2}{2} dy$$

- Se $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} < y_n$, ou seja, o primeiro ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante com a deformação.

- $y_{CG} - x_{lim} + x_{pab} \leq y_{n+1}$, nesse caso, o segundo ponto também está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato retangular, ou seja, é constante com a deformação:

$$M_{C,y} = \int_{y_n}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,cte} \frac{x_y^2}{2} dy$$

- $y_{CG} - x_{lim} \leq y_{n+1} < y_{CG} - x_{lim} + x_{pab}$, nesse caso, o segundo ponto da reta está em uma área sob compressão, cuja função de tensão σ tem formato parabólico, ou seja, varia com a altura e, conseqüentemente, com a deformação:

$$M_{C,y} = \int_{y_n}^{y_{CG}-x_{lim}+x_{pab}} \sigma_{cd,cte} \frac{x_y^2}{2} dy + \int_{y_{CG}-x_{lim}+x_{pab}}^{y_{n+1}} \sigma_{cd,pab} \frac{x_y^2}{2} dy$$

- $y_{n+1} < y_{CG} - x_{lim}$, ou seja, o segundo ponto da reta está em uma área sob tração:

$$M_{C,y} = \int_{y_n}^{y_{CG}-x_{lim}+x_{pab}} \sigma_{cd,cte} \frac{x_y^2}{2} dy + \int_{y_{CG}-x_{lim}+x_{pab}}^{y_{CG}-x_{lim}} \sigma_{cd,pab} \frac{x_y^2}{2} dy$$

5.3.2 Momentos resistentes no aço

Os momentos de n barras são calculados por 5.35 e 5.36 em relação ao centro de gravidade de cada barra:

$$M_{S,x} = \sum_{i=1}^n \Delta N_{S,i} \cdot y_{si} \quad (5.35)$$

$$M_{S,y} = \sum_{i=1}^n \Delta N_{S,i} \cdot x_{si} \quad (5.36)$$

5.4 Cálculos complementares

Os momentos até aqui calculados referem-se aos eixos u e v . Torna-se conveniente retornar ao sistema OXY , como em Santos (1994). A soma dos momentos do concreto e do aço em relação ao eixo u resultam no momento total M_u . A soma dos momentos do concreto e do aço em relação ao eixo v resultam no momento total M_v :

$$M_u = M_{uc} + M_{us} \quad (5.37)$$

$$M_v = M_{vc} + M_{vs} \quad (5.38)$$

Fazendo a rotação de volta, resultam os momentos procurados:

$$M_{Rd,x} = M_u \cdot \cos \alpha + M_v \cdot \text{sen } \alpha \quad (5.39)$$

$$M_{Rd,y} = -M_u \cdot \text{sen } \alpha + M_v \cdot \cos \alpha \quad (5.40)$$

De acordo com o item 14.6.4.3 da NBR 6118:2014 a capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Dividindo a profundidade da linha neutra pela altura útil, tem-se:

$$\xi = \frac{x}{d} \quad (5.41)$$

Quanto menor for ξ , tanto maior será a capacidade de rotação, de acordo com a norma.

5.5 Processo iterativo

Para igualar a força normal fornecida pelo usuário, o programa deve testar vários diagramas de deformação. Para aumentar a velocidade de processamento, faz-se o uso de métodos numéricos. Segundo Ruggiero e Lopes (2006), uma desvantagem do método de Newton é a necessidade de se obter $f'(x)$, assim como calcular seu valor numérico a cada passo. O método da secante foi escolhido pois evita-se conhecer a derivada analítica de $f(x)$, sendo definido pela relação de recorrência (RUGGIERO, LOPES, 2006):

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n) \quad (5.42)$$

A ordem de convergência é $p = (1 + \sqrt{5})/2 = 1,618\dots$, ou seja, a razão áurea. Logo, trata-se de uma convergência superlinear. Já que todas variáveis são função de ε , o método da secante mostra-se eficiente. A função cuja raiz deve ser encontrada é:

$$\psi(\varepsilon_n) = N_C + N_S - N_{entrada} \quad (5.43)$$

Uma vez que se busca:

$$N_C + N_S = N_{entrada} \quad (5.44)$$

Sendo a soma $N_C + N_S$ a força resistente na seção (parcelas do concreto e aço, respectivamente) e $N_{entrada}$ a força fornecida pelo usuário. A forma final da expressão para obtenção do digrama de deformação resulta:

$$\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n - \frac{\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}}{\psi(\varepsilon_n) - \psi(\varepsilon_{n-1})} \cdot \psi(\varepsilon_n) \quad (5.45)$$

6 Comparação dos resultados

A fim de verificação da funcionalidade do programa, foram feitas comparações dos resultados mostrados no programa do presente trabalho com resultados consagrados pela bibliografia. Comparou-se com exemplos de flexão normal simples (Araújo, 2003), flexão composta (Araújo, 2010), dois exemplos de verificação de seção à flexão composta oblíqua (Santos, 1994), um exemplo de diagrama de interação para seção em “L” (Santos, 1994) e um exemplo de flexão composta oblíqua de seção vazada (Campos Filho, 2014).

6.1 Flexão normal simples

Em Araújo (2003), dimensiona-se uma seção “T” submetida a um momento fletor na direção x com as seguintes características:

- $M_{d,x} = 150$ kN.m
- $f_{ck} = 20$ MPa
- CA-50
- $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$
- $E_s = 210$ GPa

No livro, é feito o dimensionamento por adimensionais e obtém-se uma área de aço $A_s = 10,55$ cm². Para verificação, colocou-se a seção de concreto e as armaduras no programa

(dividiu-se em duas barras de $A_s = 5,275 \text{ cm}^2$), de modo a obter o momento solicitante do problema para o ângulo da linha neutra $\alpha = 0^\circ$.

As coordenadas dos pontos da seção são mostradas no Quadro 1:

Quadro 1 - Coordenadas da poligonal de concreto.

Ponto	x (cm)	y (cm)
1	0	0
2	12	0
3	12	30
4	36	30
5	36	40
6	-24	40
7	-24	30
8	0	30

Fonte: Autor

As coordenadas e áreas de aço das barras estão no Quadro 2:

Quadro 2 - Coordenadas das barras de aço.

Barra	x (cm)	y (cm)	$A_s \text{ (cm}^2\text{)}$
1	4	4	5,275
2	8	4	5,275

Fonte: Autor

Os resultados do programa são visualizados na Figura 29:

Figura 29 - Resultado da comparação entre programa e bibliografia para flexão simples.

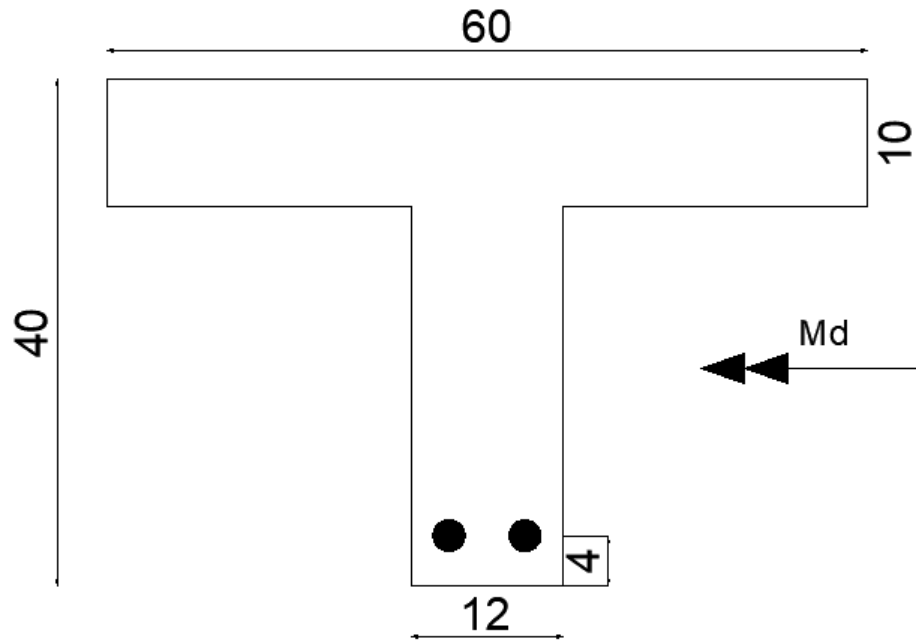
Alpha=0; N=7,1543E-6; MRd,x = 15006; MRd,y = 0; Eps1=2,9275; Eps2=-11,436; Ksi=0,22645
Alpha=10; N=-5,1344E-6; MRd,x = 14722; MRd,y = 3228; Eps1=3,5; Eps2=-7,5565; Ksi=0,35233
Alpha=20; N=-3,6617E-6; MRd,x = 14462; MRd,y = 4341,9; Eps1=3,5; Eps2=-4,599; Ksi=0,48164
Alpha=30; N=-3,3906E-6; MRd,x = 14263; MRd,y = 4780,8; Eps1=3,5; Eps2=-3,142; Ksi=0,58798
Alpha=40; N=8,1404E-6; MRd,x = 12789; MRd,y = 5222,1; Eps1=3,5; Eps2=-2,6559; Ksi=0,6351
Alpha=50; N=8,1468E-6; MRd,x = 11271; MRd,y = 5358,2; Eps1=3,5; Eps2=-2,441; Ksi=0,65879
Alpha=60; N=6,871E-6; MRd,x = 10050; MRd,y = 5332; Eps1=3,5; Eps2=-2,9273; Ksi=0,67856
Alpha=70; N=-0,000014919; MRd,x = 8988; MRd,y = 5213,8; Eps1=3,5; Eps2=-3,5969; Ksi=0,69586
Alpha=80; N=7,5391E-7; MRd,x = 8009,5; MRd,y = 5027; Eps1=3,5; Eps2=-4,4254; Ksi=0,71127
Alpha=90; N=7,5761E-6; MRd,x = 7065,2; MRd,y = 4773,1; Eps1=3,5; Eps2=-5,5574; Ksi=0,72454
Alpha=100; N=-1,1399E-6; MRd,x = 5864,8; MRd,y = 4320,5; Eps1=3,5; Eps2=-7,0975; Ksi=0,74404
Alpha=110; N=1,619E-6; MRd,x = 4495,5; MRd,y = 3686,2; Eps1=3,5; Eps2=-9,49; Ksi=0,76084
Alpha=120; N=0,000039462; MRd,x = 2821,1; MRd,y = 2731,1; Eps1=3,5; Eps2=-14,095; Ksi=0,77013
Alpha=130; N=5,9662E-6; MRd,x = 691,57; MRd,y = 1203,6; Eps1=3,5; Eps2=-24,61; Ksi=0,7627
Alpha=140; N=-9,133E-6; MRd,x = -56,317; MRd,y = 413,43; Eps1=3,5; Eps2=-24,972;

Fonte: Autor

O resultado ficou próximo ao esperado, sendo igual a 15006 kN.cm, enquanto que na bibliografia é 15000 kN.cm, ou seja, uma diferença de 0,04%.

A seção está representada abaixo na Figura 30:

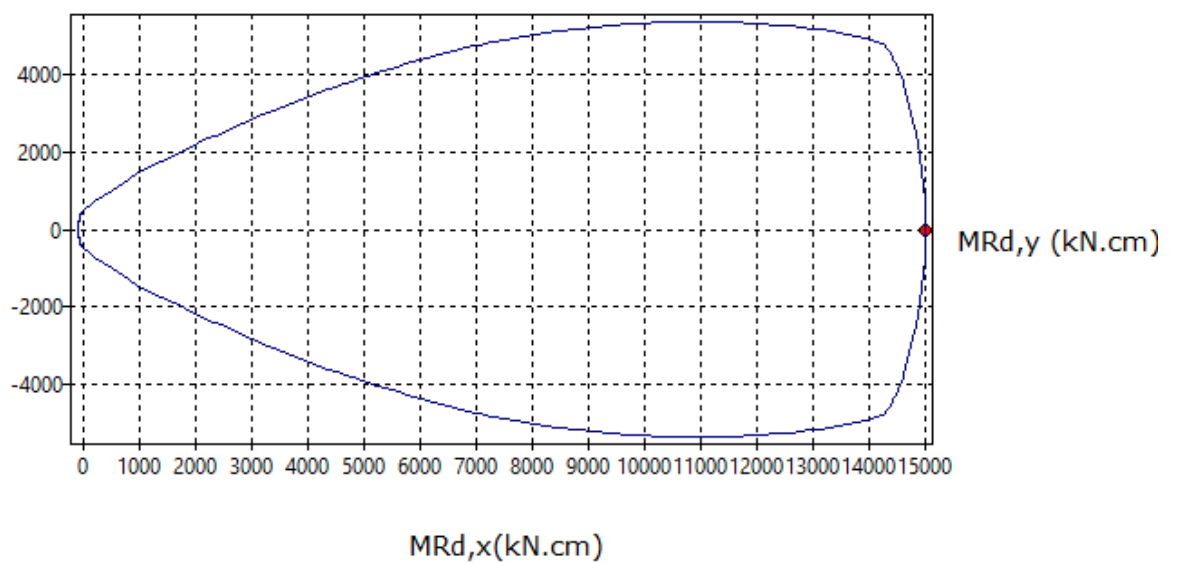
Figura 30 - Seção analisada.



Fonte: Adaptado de Araújo (2003)

Adicionalmente, é interessante salientar no diagrama de interação dos momentos, que o dimensionamento está a favor da segurança e é econômico, pois a solicitação está na fronteira do diagrama, conforme Figura 31:

Figura 31 - Diagrama de interação para seção do exemplo.



Fonte: Autor

Na sequência, Araújo mostra outro exemplo na mesma seção “T”, agora com $M_d = 250$ kN.m. Usando o mesmo método do anterior, resultou em uma área de aço $A_s = 19,31$ cm². Dividindo novamente a área de aço total em duas barras com área de aço $A_s = 9,655$ cm² cada, obteve-se os resultados da Figura 32:

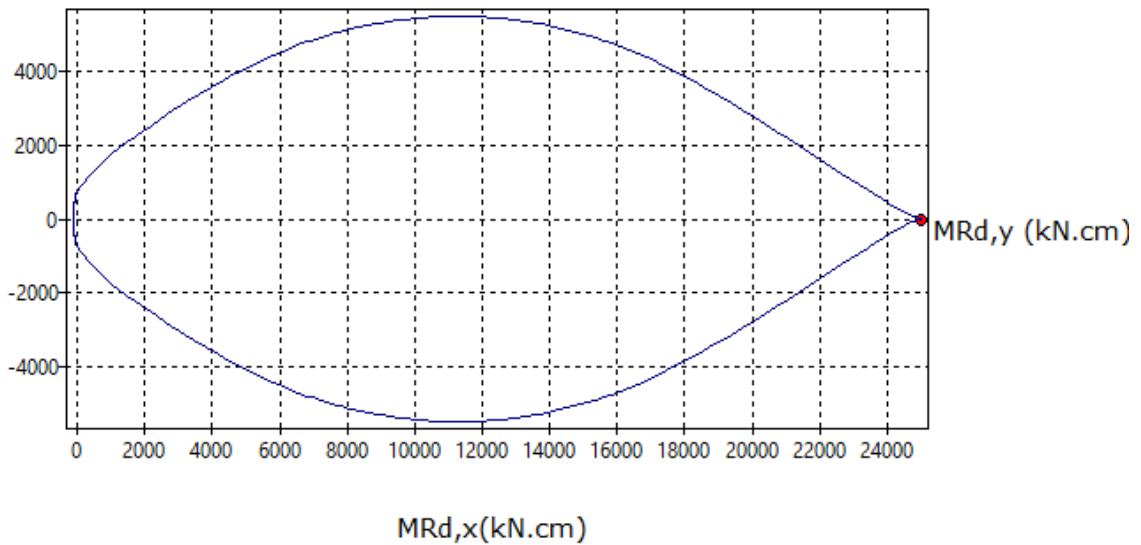
Figura 32 - Resultados para $M_{d,x} = 25000$ kN.cm.

Alpha=0; N=-4,7557E-7; MRd,x = 24986; MRd,y = 0; Eps1=3,5; Eps2=-2,9321; Ksi=0,6046
Alpha=10; N=-0,000020778; MRd,x = 24048; MRd,y = 428,41; Eps1=3,5; Eps2=-2,6436; Ksi=0,63408
Alpha=20; N=-0,000023087; MRd,x = 21392; MRd,y = 1985,9; Eps1=3,5; Eps2=-2,4297; Ksi=0,65784
Alpha=30; N=-0,000020731; MRd,x = 18076; MRd,y = 3838,2; Eps1=3,5; Eps2=-2,1628; Ksi=0,68965
Alpha=40; N=0,000024802; MRd,x = 15376; MRd,y = 4926,4; Eps1=3,5; Eps2=-1,9517; Ksi=0,71714
Alpha=50; N=-9,3682E-6; MRd,x = 13376; MRd,y = 5365,6; Eps1=3,5; Eps2=-1,799; Ksi=0,73861
Alpha=60; N=-0,000021783; MRd,x = 11753; MRd,y = 5509,2; Eps1=3,5; Eps2=-2,2658; Ksi=0,7564
Alpha=70; N=-3,7923E-6; MRd,x = 10348; MRd,y = 5484,5; Eps1=3,5; Eps2=-2,9006; Ksi=0,77156
Alpha=80; N=0,000021013; MRd,x = 9055,5; MRd,y = 5343; Eps1=3,5; Eps2=-3,6843; Ksi=0,78465
Alpha=90; N=1,183E-6; MRd,x = 7804,3; MRd,y = 5105,8; Eps1=3,5; Eps2=-4,7575; Ksi=0,79473
Alpha=100; N=3,4488E-6; MRd,x = 6389,8; MRd,y = 4674,7; Eps1=3,5; Eps2=-6,2826; Ksi=0,80602
Alpha=110; N=-2,2268E-7; MRd,x = 4857,9; MRd,y = 4040,9; Eps1=3,5; Eps2=-8,6558; Ksi=0,81306

Fonte: Autor

O resultado para o ângulo $\alpha = 0^\circ$ da linha neutra obtido foi de 24986 kN.cm. Obteve-se, assim, uma diferença de 0,056% em relação ao momento da bibliografia. Cabe salientar novamente o diagrama de interação na Figura 33:

Figura 33 - Diagrama de momentos para a seção do exemplo submetida à $M_{d,x} = 25000 \text{ kN.cm}$.



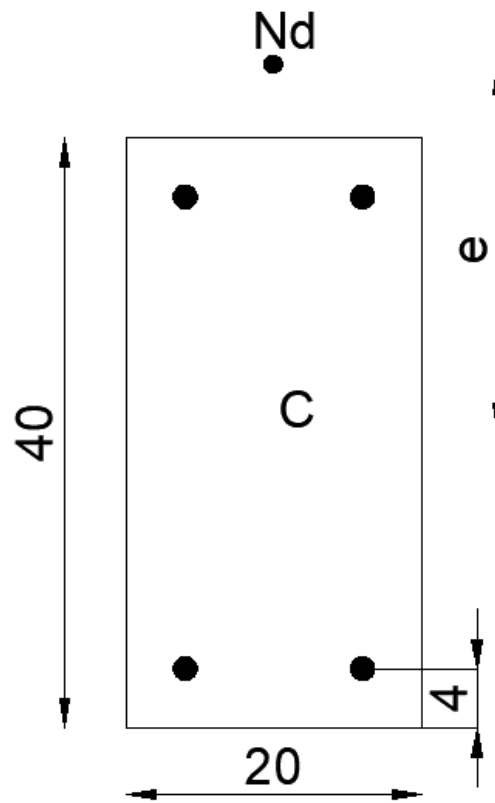
Fonte: Autor

6.2 Flexão normal composta

Em Araújo (2010), é feito o dimensionamento de uma seção retangular submetida a um esforço normal com uma excentricidade (Figura 34). Os dados do problema são:

- $N_d = 574 \text{ kN}$
- $M_{d,x} = 14350 \text{ kN.cm}$ ou excentricidade $e = 25 \text{ cm}$.
- $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
- CA-50
- $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$
- $E_s = 210 \text{ GPa}$

Figura 34 - Seção analisada.



Fonte: Adaptado de Araújo (2010)

Foi obtida com uso de ábacos uma área de aço total $A_s = 15,70 \text{ cm}^2$. Essa área de aço foi dividida em quatro barras com $A_s = 3,925 \text{ cm}^2$ cada uma. Da mesma forma que no item 6.1, foram colocados os dados da seção e a força normal solicitante, com vias de se obter o momento solicitante do problema para um ângulo $\alpha = 0^\circ$ da linha neutra. Dessa forma, os Quadros 3 e 4 mostram as coordenadas da seção de concreto e das barras de aço analisadas:

Quadro 3 - Coordenadas da poligonal de concreto.

Ponto	x (cm)	y (cm)
1	0	0
2	20	0
3	20	40
4	0	40

Fonte: Autor

Quadro 4 - Coordenadas das barras de aço.

Barra	x (cm)	y (cm)	As (cm ²)
1	4	4	3,925
2	16	4	3,925
3	16	36	3,925
4	4	36	3,925

Fonte: Autor

Obtendo-se os resultados da Figura 35:

Figura 35 - Resultados para flexão normal composta da seção do problema.

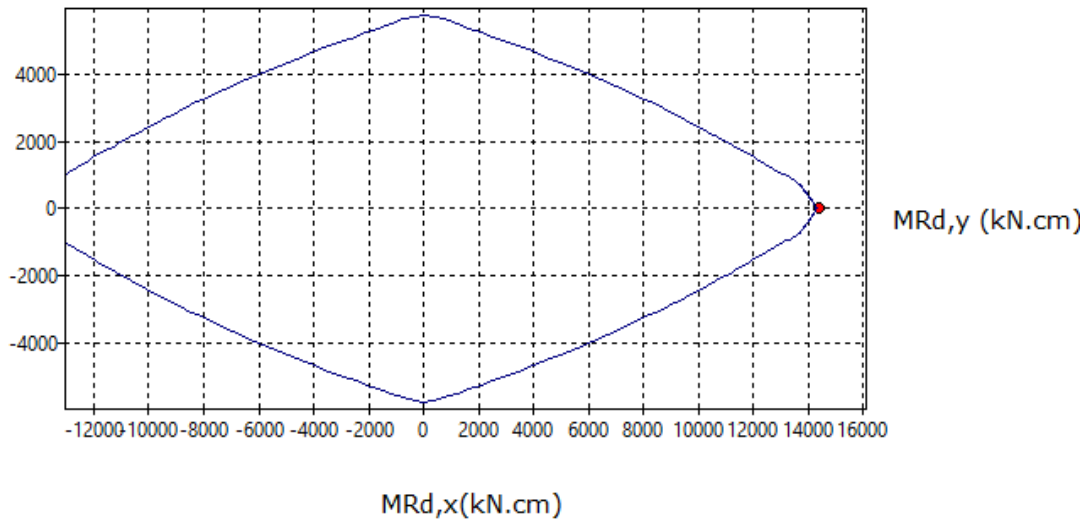
Alpha=0; N=574; MRd,x = 14293; MRd,y = 0; Eps1=3,5; Eps2=-2,1209; Ksi=0,69186
Alpha=1; N=574; MRd,x = 14272; MRd,y = 28,596; Eps1=3,5; Eps2=-2,1347; Ksi=0,69083
Alpha=2; N=574; MRd,x = 14251; MRd,y = 57,031; Eps1=3,5; Eps2=-2,1482; Ksi=0,68983
Alpha=3; N=574; MRd,x = 14231; MRd,y = 85,323; Eps1=3,5; Eps2=-2,1616; Ksi=0,68885
Alpha=4; N=574; MRd,x = 14209; MRd,y = 113,49; Eps1=3,5; Eps2=-2,1747; Ksi=0,68789
Alpha=5; N=574; MRd,x = 14188; MRd,y = 141,56; Eps1=3,5; Eps2=-2,1876; Ksi=0,68694
Alpha=6; N=574; MRd,x = 14166; MRd,y = 169,54; Eps1=3,5; Eps2=-2,2004; Ksi=0,68602
Alpha=7; N=574; MRd,x = 14144; MRd,y = 197,45; Eps1=3,5; Eps2=-2,213; Ksi=0,68512
Alpha=8; N=574; MRd,x = 14122; MRd,y = 225,32; Eps1=3,5; Eps2=-2,2254; Ksi=0,68423
Alpha=9; N=574; MRd,x = 14099; MRd,y = 253,15; Eps1=3,5; Eps2=-2,2377; Ksi=0,68335
Alpha=10; N=574; MRd,x = 14076; MRd,y = 280,97; Eps1=3,5; Eps2=-2,2498; Ksi=0,6825
Alpha=11; N=574; MRd,x = 14052; MRd,y = 308,8; Eps1=3,5; Eps2=-2,2618; Ksi=0,68165
Alpha=12; N=574; MRd,x = 14028; MRd,y = 336,66; Eps1=3,5; Eps2=-2,2737; Ksi=0,68082
Alpha=13; N=574; MRd,x = 14004; MRd,y = 364,55; Eps1=3,5; Eps2=-2,2854; Ksi=0,68001
Alpha=14; N=574; MRd,x = 13979; MRd,y = 392,51; Eps1=3,5; Eps2=-2,297; Ksi=0,6792
Alpha=15; N=574; MRd,x = 13954; MRd,y = 420,55; Eps1=3,5; Eps2=-2,3086; Ksi=0,67841
Alpha=16; N=574; MRd,x = 13928; MRd,y = 448,68; Eps1=3,5; Eps2=-2,32; Ksi=0,67763
Alpha=17; N=574; MRd,x = 13902; MRd,y = 476,93; Eps1=3,5; Eps2=-2,3313; Ksi=0,67687
Alpha=18; N=574; MRd,x = 13875; MRd,y = 505,32; Eps1=3,5; Eps2=-2,3426; Ksi=0,67611
Alpha=19; N=574; MRd,x = 13847; MRd,y = 533,86; Eps1=3,5; Eps2=-2,3538; Ksi=0,67536
Alpha=20; N=574; MRd,x = 13819; MRd,y = 562,59; Eps1=3,5; Eps2=-2,3648; Ksi=0,67463
Alpha=21; N=574; MRd,x = 13790; MRd,y = 591,5; Eps1=3,5; Eps2=-2,3759; Ksi=0,6739
Alpha=22; N=574; MRd,x = 13761; MRd,y = 620,64; Eps1=3,5; Eps2=-2,3868; Ksi=0,67318

Fonte: Autor

Obteve-se um momento resistente $M_{Rd,x} = 14293$ kN.cm. Comparado ao momento do problema $M_{d,x} = 14350$ kN.cm, houve uma pequena diferença de 0,4%.

Por fim, o diagrama de interação dos momentos está representado abaixo na Figura 36, sendo o ponto vermelho a solicitação à qual a seção está submetida.

Figura 36 - Digrama de interação para seção do exemplo.



Fonte: Autor

6.3 Verificação de seção trapezoidal

Santos (1994) apresenta um exemplo de verificação de seção trapezoidal à flexão composta oblíqua. A seção é armada com seis barras de diâmetro de 25 mm cada, submetida à uma força normal $N_d = 2000$ kN com o ângulo de inclinação da linha neutra $\alpha = 315,10^\circ$. As demais características da seção são:

- $f_{ck} = 20$ MPa
- CA-50
- $\gamma_c = 1,5$ e $\gamma_s = 1,15$
- $E_s = 200$ GPa

As coordenadas dos pontos da poligonal externa da seção de concreto e das barras de aço são apresentadas nos Quadros 5 e 6, respectivamente:

Quadro 5 - Coordenadas da poligonal de concreto.

Ponto	x (cm)	y (cm)
1	0	0
2	100	0
3	60	40
4	40	40

Fonte: Autor

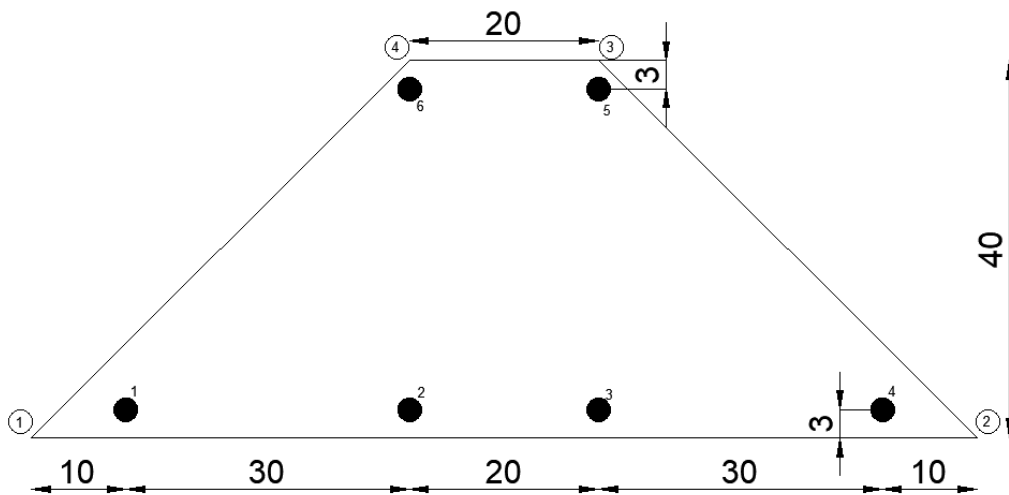
Quadro 6 - Coordenadas das barras de aço.

Barra	x (cm)	y (cm)	As (cm ²)
1	10	3	4,9087
2	40	3	4,9087
3	60	3	4,9087
4	90	3	4,9087
5	60	37	4,9087
6	40	37	4,9087

Fonte: Autor

A seção pode ser visualizada na Figura 37:

Figura 37 - Seção trapezoidal analisada.



Fonte: Adaptado de Santos (1994)

Os resultados encontrados no programa podem ser visualizados na Figura 38:

Figura 38 - Resultados do programa para a seção em análise.

```

Ksi=0,54181
Alpha=314,500000000003; N=2000; MRd,x = 13689; MRd,y = -39198; Eps1=3,5; Eps2=-3,9299;
Ksi=0,54114
Alpha=314,600000000003; N=2000; MRd,x = 13725; MRd,y = -39185; Eps1=3,5; Eps2=-3,9401;
Ksi=0,54046
Alpha=314,700000000003; N=2000; MRd,x = 13761; MRd,y = -39172; Eps1=3,5; Eps2=-3,9504;
Ksi=0,53978
Alpha=314,800000000003; N=2000; MRd,x = 13797; MRd,y = -39159; Eps1=3,5; Eps2=-3,9607;
Ksi=0,5391
Alpha=314,900000000003; N=2000; MRd,x = 13833; MRd,y = -39146; Eps1=3,5; Eps2=-3,971;
Ksi=0,53841
Alpha=315,000000000003; N=2000; MRd,x = 13869; MRd,y = -39133; Eps1=3,5; Eps2=-3,9814;
Ksi=0,53773
Alpha=315,100000000003; N=2000; MRd,x = 13890; MRd,y = -39115; Eps1=3,5; Eps2=-3,9748;
Ksi=0,53816
Alpha=315,200000000003; N=2000; MRd,x = 13910; MRd,y = -39097; Eps1=3,5; Eps2=-3,9681;
Ksi=0,53859
Alpha=315,300000000003; N=2000; MRd,x = 13930; MRd,y = -39078; Eps1=3,5; Eps2=-3,9615;
Ksi=0,53902
Alpha=315,400000000003; N=2000; MRd,x = 13951; MRd,y = -39060; Eps1=3,5; Eps2=-3,9548;
Ksi=0,53946
Alpha=315,500000000003; N=2000; MRd,x = 13971; MRd,y = -39042; Eps1=3,5; Eps2=-3,9482;
Ksi=0,53989

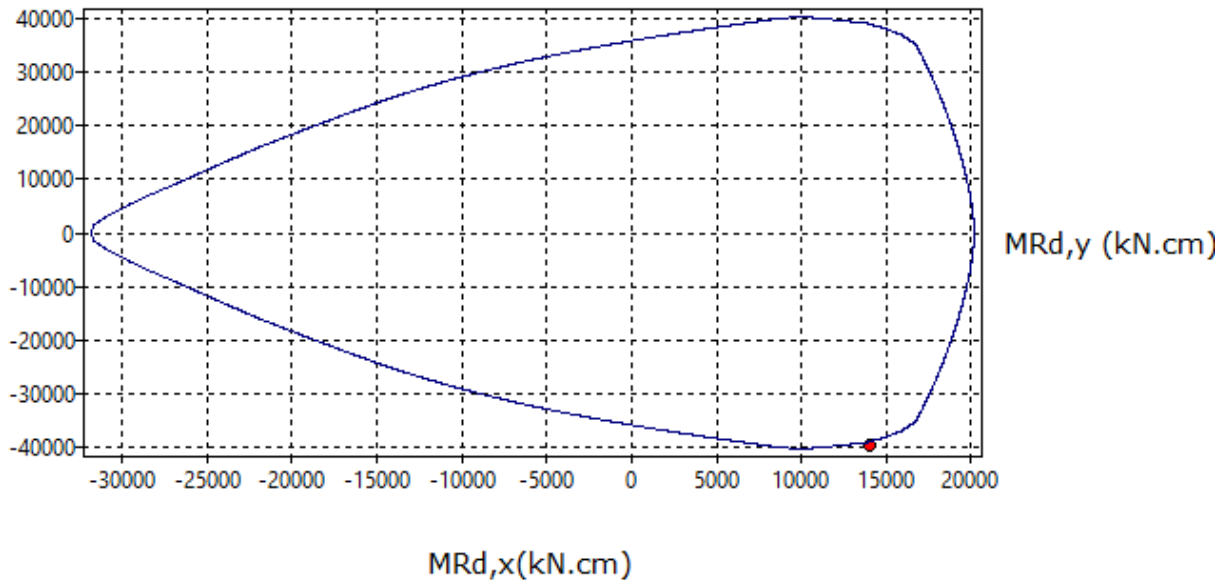
```

Fonte: Autor

Em Santos (1994), os resultados para $\alpha = 315,1^\circ$ são $M_{Rd,x} = 14063$ kN.cm e $M_{Rd,y} = -39493$ kN.cm, enquanto que no programa do presente trabalho os resultados foram $M_{Rd,x} = 13890$ kN.cm e $M_{Rd,y} = -39115$ kN.cm. Para o momento na direção x houve uma diferença de 1,23% e para o momento na direção y uma diferença de 0,95% foi encontrada. Essa diferença se deve ao fato de que os métodos de cálculo utilizados serem diferentes, uma vez que Santos (1994) utiliza o processo de integração por trapézios.

A seguir, na Figura 39, apresenta-se o diagrama de momentos da seção analisada:

Figura 39 - Diagrama de interação para seção do exemplo.

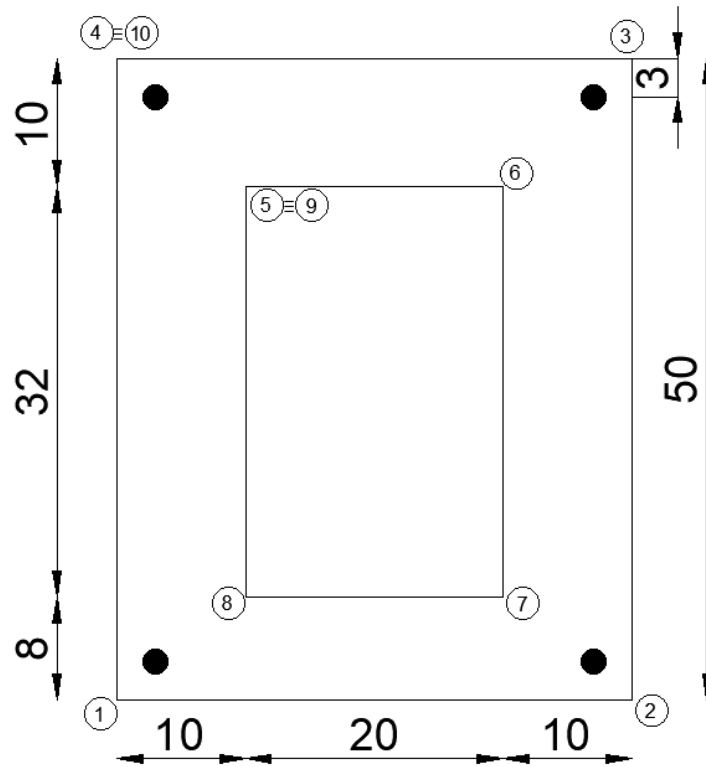


Fonte: Autor

6.4 Verificação de seção retangular vazada

Nesse mesmo sentido de apresentar diferentes seções para verificação das mesmas submetidas à flexão composta, Santos (1994) apresenta uma seção retangular com uma abertura também retangular em seu interior, armada com quatro barras com área de aço $A_s = 2,765 \text{ cm}^2$ cada uma. A seção pode ser visualizada a seguir na Figura 40:

Figura 40 - Seção vazada analisada.



Fonte: Adaptado de Santos (1994).

Procura-se verificar esta seção submetendo-a a um esforço normal $N_d = 500$ kN, para inclinação da linha neutra de ângulo $\alpha = 0^\circ$. As características da seção são:

- $f_{ck} = 20$ MPa
- CA-50
- $\gamma_c = 1,5$ e $\gamma_s = 1,15$
- $E_s = 200$ GPa

As coordenadas dos pontos da poligonal externa da seção de concreto são apresentadas no Quadro 7:

Quadro 7 - Coordenadas da poligonal da seção de concreto.

Ponto	x (cm)	y (cm)
1	0	0
2	40	0
3	40	50
4	0	50
5	10	40
6	30	40
7	30	8
8	10	8
9	10	40
10	0	50

Fonte: Autor

O Quadro 8 com as coordenadas das barras de aço é apresentada abaixo:

Quadro 8 - Coordenadas das barras de aço.

Barra	x (cm)	y (cm)	As (cm ²)
1	3	3	2,765
2	37	3	2,765
3	37	47	2,765
4	3	47	2,765

Fonte: Autor

Os resultados obtidos no programa são apresentados na Figura 41:

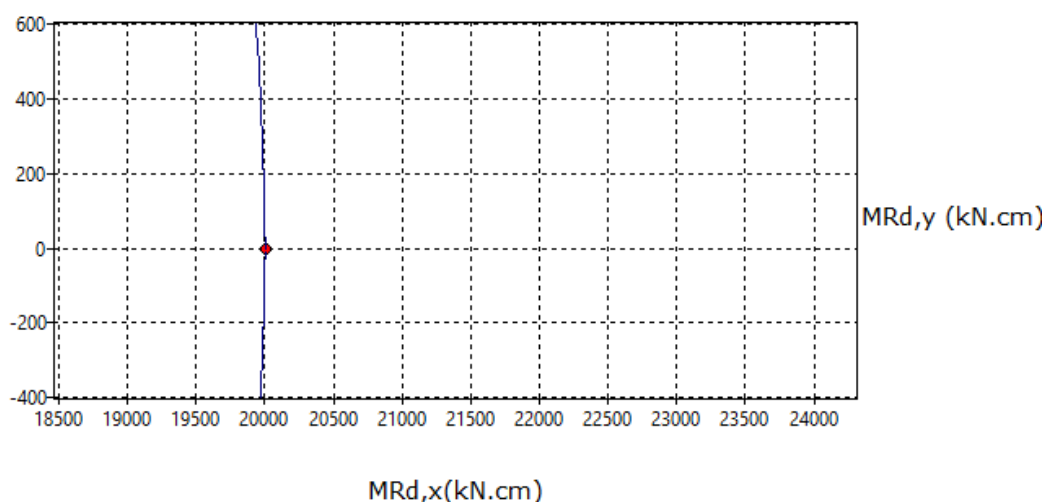
Figura 41 - Resultados obtidos no programa para a seção em análise.

Alpha=0; N=500; MRd,x = 20002; MRd,y = 0; Eps1=3,5; Eps2=-8,0626; Ksi=0,32202
Alpha=0,1; N=500; MRd,x = 20002; MRd,y = 9,4492; Eps1=3,5; Eps2=-8,0445; Ksi=0,32253
Alpha=0,2; N=500; MRd,x = 20001; MRd,y = 18,9; Eps1=3,5; Eps2=-8,0265; Ksi=0,32304
Alpha=0,3; N=500; MRd,x = 20001; MRd,y = 28,352; Eps1=3,5; Eps2=-8,0086; Ksi=0,32355
Alpha=0,4; N=500; MRd,x = 20000; MRd,y = 37,805; Eps1=3,5; Eps2=-7,9908; Ksi=0,32406
Alpha=0,5; N=500; MRd,x = 20000; MRd,y = 47,26; Eps1=3,5; Eps2=-7,973; Ksi=0,32457
Alpha=0,6; N=500; MRd,x = 19999; MRd,y = 56,716; Eps1=3,5; Eps2=-7,9554; Ksi=0,32508
Alpha=0,7; N=500; MRd,x = 19999; MRd,y = 66,174; Eps1=3,5; Eps2=-7,9379; Ksi=0,32558
Alpha=0,8; N=500; MRd,x = 19998; MRd,y = 75,634; Eps1=3,5; Eps2=-7,9204; Ksi=0,32609
Alpha=0,9; N=500; MRd,x = 19998; MRd,y = 85,095; Eps1=3,5; Eps2=-7,9031; Ksi=0,32659
Alpha=1; N=500; MRd,x = 19997; MRd,y = 94,559; Eps1=3,5; Eps2=-7,8858; Ksi=0,32709
Alpha=1,1; N=500; MRd,x = 19997; MRd,y = 104,02; Eps1=3,5; Eps2=-7,8686; Ksi=0,3276
Alpha=1,2; N=500; MRd,x = 19996; MRd,y = 113,49; Eps1=3,5; Eps2=-7,8515; Ksi=0,3281
Alpha=1,3; N=500; MRd,x = 19995; MRd,y = 122,96; Eps1=3,5; Eps2=-7,8345; Ksi=0,32859
Alpha=1,4; N=500; MRd,x = 19995; MRd,y = 132,43; Eps1=3,5; Eps2=-7,8176; Ksi=0,32909
Alpha=1,5; N=500; MRd,x = 19994; MRd,y = 141,9; Eps1=3,5; Eps2=-7,8008; Ksi=0,32959
Alpha=1,6; N=500; MRd,x = 19993; MRd,y = 151,38; Eps1=3,5; Eps2=-7,784; Ksi=0,33009
Alpha=1,7; N=500; MRd,x = 19993; MRd,y = 160,85; Eps1=3,5; Eps2=-7,7674; Ksi=0,33058
Alpha=1,8; N=500; MRd,x = 19992; MRd,y = 170,33; Eps1=3,5; Eps2=-7,7508; Ksi=0,33107
Alpha=1,9; N=500; MRd,x = 19991; MRd,y = 179,82; Eps1=3,5; Eps2=-7,7343; Ksi=0,33157
Alpha=2; N=500; MRd,x = 19990; MRd,y = 189,3; Eps1=3,5; Eps2=-7,7179; Ksi=0,33206
Alpha=2,1; N=500; MRd,x = 19990; MRd,y = 198,79; Eps1=3,5; Eps2=-7,7016; Ksi=0,33255
Alpha=2,2; N=500; MRd,x = 19989; MRd,y = 208,27; Eps1=3,5; Eps2=-7,6853; Ksi=0,33304

Fonte: Autor

Os resultados obtidos por Santos (1994) para a inclinação de linha neutra analisada ($\alpha = 0^\circ$) foram exatamente iguais aos do programa. Abaixo, no diagrama de interação de momentos (Figura 42), percebe-se que o máximo momento na direção x se encontra nesta posição de linha neutra, ou seja, numa flexão normal composta.

Figura 42 - Máximo momento suportado em flexão normal composta.



Fonte: Autor

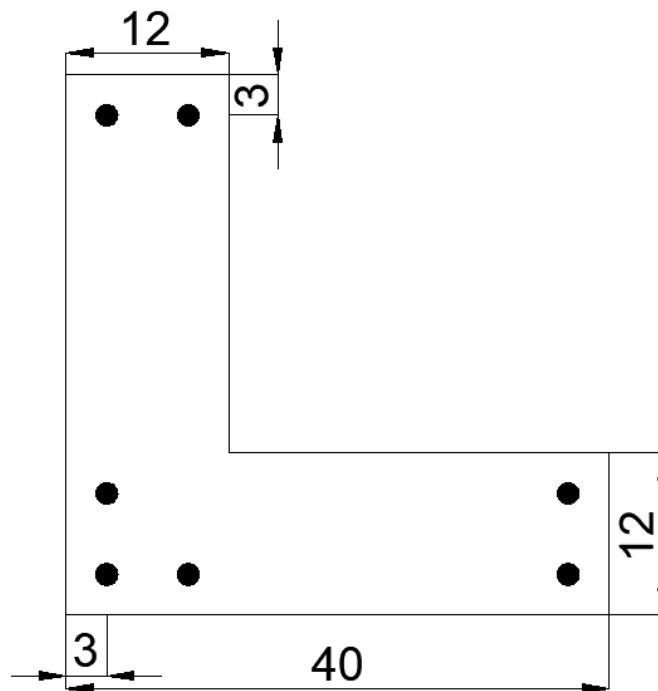
6.5 Diagrama de interação para seção em “L”

Em Santos (1994) é apresentado o diagrama de interação de momentos para uma seção de concreto em forma de “L”, armada com sete barras de diâmetro de 16 mm cada uma, ou seja, uma área de aço $A_s = 2,01 \text{ cm}^2$. A essa seção submete-se um esforço normal $N_d = 1000 \text{ kN}$, com os seguintes dados:

- $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
- CA-50
- $\gamma_c = 1,5$ e $\gamma_s = 1,15$
- $E_s = 200 \text{ GPa}$

A seção em estudo é representada pela Figura 43:

Figura 43 - Seção “L” analisada.



Fonte: Adaptado de Santos (1994).

As coordenadas da poligonal externa de concreto são apresentadas no Quadro 9:

Quadro 9 - Coordenadas da poligonal de concreto.

Ponto	x (cm)	y (cm)
1	0	0
2	40	0
3	40	12
4	12	12
5	12	40
6	0	40

Fonte: Autor

As coordenadas das barras de aço são apresentadas no Quadro 10:

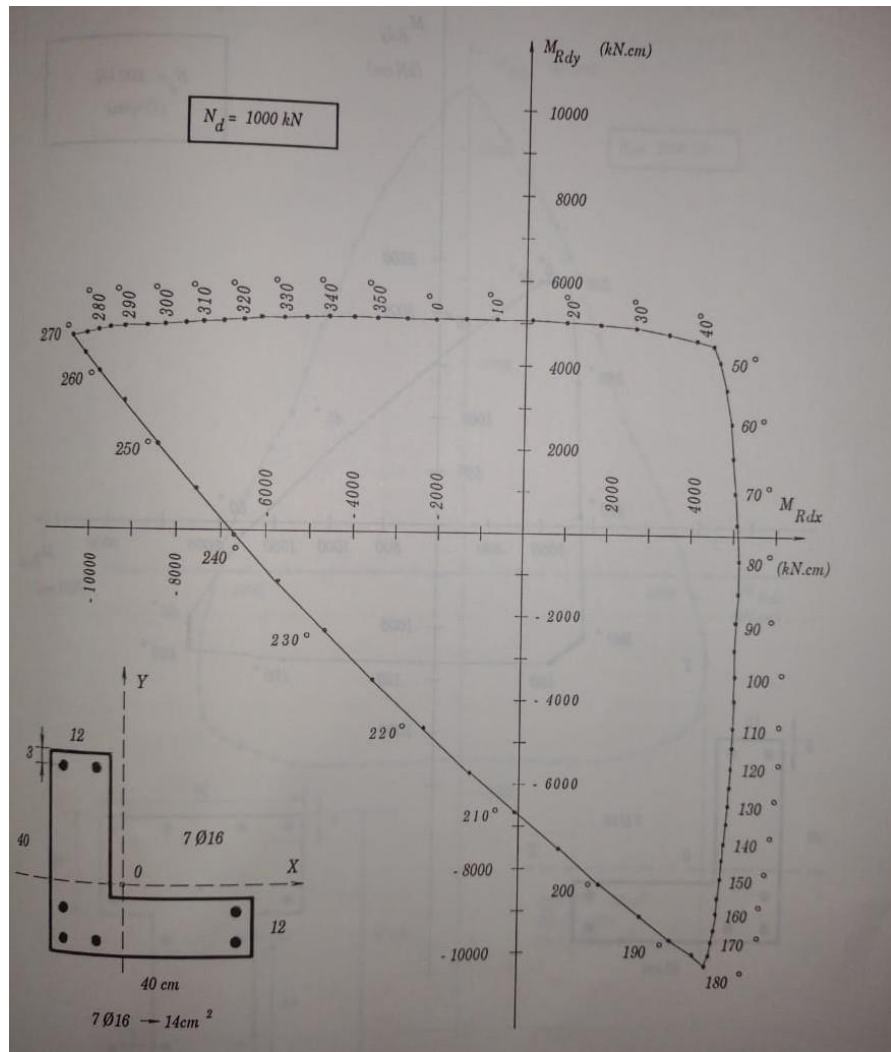
Quadro 10 - Coordenadas das barras de aço.

Barra	x (cm)	y (cm)	As (cm²)
1	3	3	2,01
2	3	9	2,01
3	9	3	2,01
4	37	3	2,01
5	37	9	2,01
6	3	37	2,01
7	9	37	2,01

Fonte: Autor

O diagrama de interação apresentado em Santos (1994) é apresentado na Figura 44:

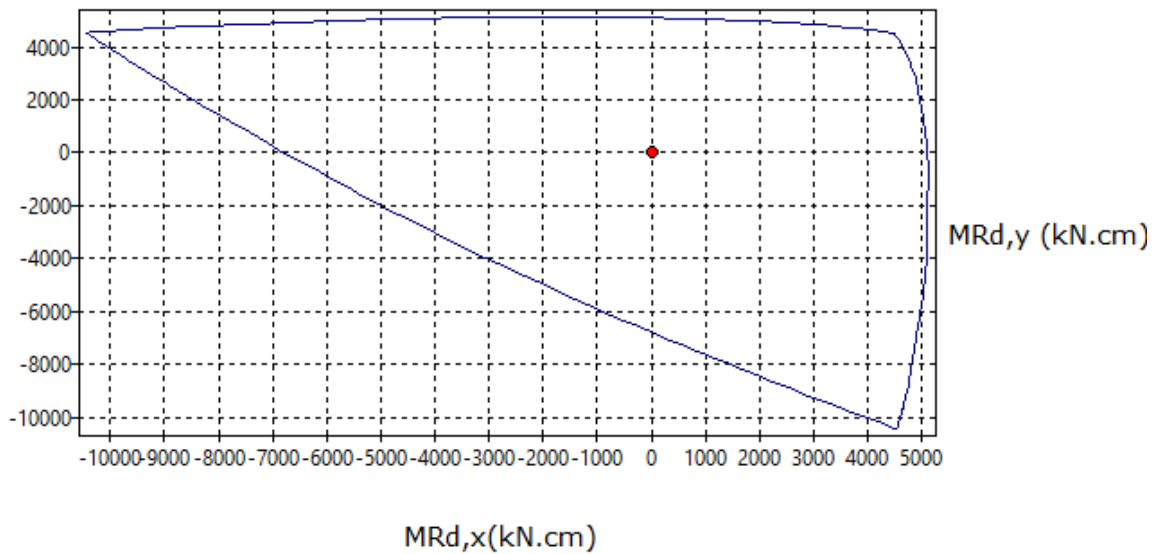
Figura 44 - Digrama de interação da seção em “L”.



Fonte: Santos (1994)

Em comparação, a Figura 45 mostra o diagrama obtido do programa:

Figura 45 - Diagrama de interação da seção em “L” analisada.



Fonte: Autor

Os resultados encontrados pelo programa estão na Figura 46 abaixo:

Figura 46 - Resultados obtidos pelo programa para seção em “L”.

```

Alpha=0; N=1000; MRd,x = 5088,2; MRd,y = -2120,6; Eps1=3,2922; Eps2=0,27709; Ksi=1,1804
Alpha=20; N=1000; MRd,x = 5049,2; MRd,y = 945,68; Eps1=3,5; Eps2=-0,33786; Ksi=1,0046
Alpha=40; N=1000; MRd,x = 4618,7; MRd,y = 4093,9; Eps1=3,5; Eps2=-1,0065; Ksi=0,87284
Alpha=60; N=1000; MRd,x = 2645,3; MRd,y = 4898,6; Eps1=3,5; Eps2=-0,67266; Ksi=0,93286
Alpha=80; N=1000; MRd,x = -645,62; MRd,y = 5118,4; Eps1=3,5; Eps2=-0,040104; Ksi=1,0791
Alpha=100; N=1000; MRd,x = -3449,5; MRd,y = 5102,2; Eps1=3,4908; Eps2=0,012237;
Ksi=1,0849
Alpha=120; N=1000; MRd,x = -5614; MRd,y = 4999,9; Eps1=3,5; Eps2=-0,35974; Ksi=0,98032
Alpha=140; N=1000; MRd,x = -7414,5; MRd,y = 4854; Eps1=3,5; Eps2=-0,72826; Ksi=0,89488
Alpha=160; N=1000; MRd,x = -9182,5; MRd,y = 4704,6; Eps1=3,5; Eps2=-1,2392; Ksi=0,79839
Alpha=180; N=1000; MRd,x = -10439; MRd,y = 4536,6; Eps1=3,5; Eps2=-1,7676; Ksi=0,71831
Alpha=200; N=1000; MRd,x = -8429,4; MRd,y = 1951,5; Eps1=3,5; Eps2=-1,3117; Ksi=0,8013
Alpha=220; N=1000; MRd,x = -4663,1; MRd,y = -2355,5; Eps1=3,5; Eps2=-0,58068;
Ksi=0,96392
Alpha=240; N=1000; MRd,x = -93,197; MRd,y = -6709,5; Eps1=3,5; Eps2=-0,94328;
Ksi=0,87604
Alpha=260; N=1000; MRd,x = 3674; MRd,y = -9805,3; Eps1=3,5; Eps2=-1,6404; Ksi=0,74315
Alpha=280; N=1000; MRd,x = 4617,2; MRd,y = -9842,2; Eps1=3,5; Eps2=-1,4988; Ksi=0,75693
Alpha=300; N=1000; MRd,x = 4785; MRd,y = -8281,7; Eps1=3,5; Eps2=-0,96009; Ksi=0,84837
Alpha=320; N=1000; MRd,x = 4928,1; MRd,y = -6543,8; Eps1=3,5; Eps2=-0,53509; Ksi=0,93772
Alpha=340; N=1000; MRd,x = 5059,4; MRd,y = -4599,4; Eps1=3,5; Eps2=-0,18327; Ksi=1,0273
Alpha=360; N=1000; MRd,x = 5088,2; MRd,y = -2120,6; Eps1=3,2922; Eps2=0,27709;
Ksi=1,1804

```

Fonte: Autor

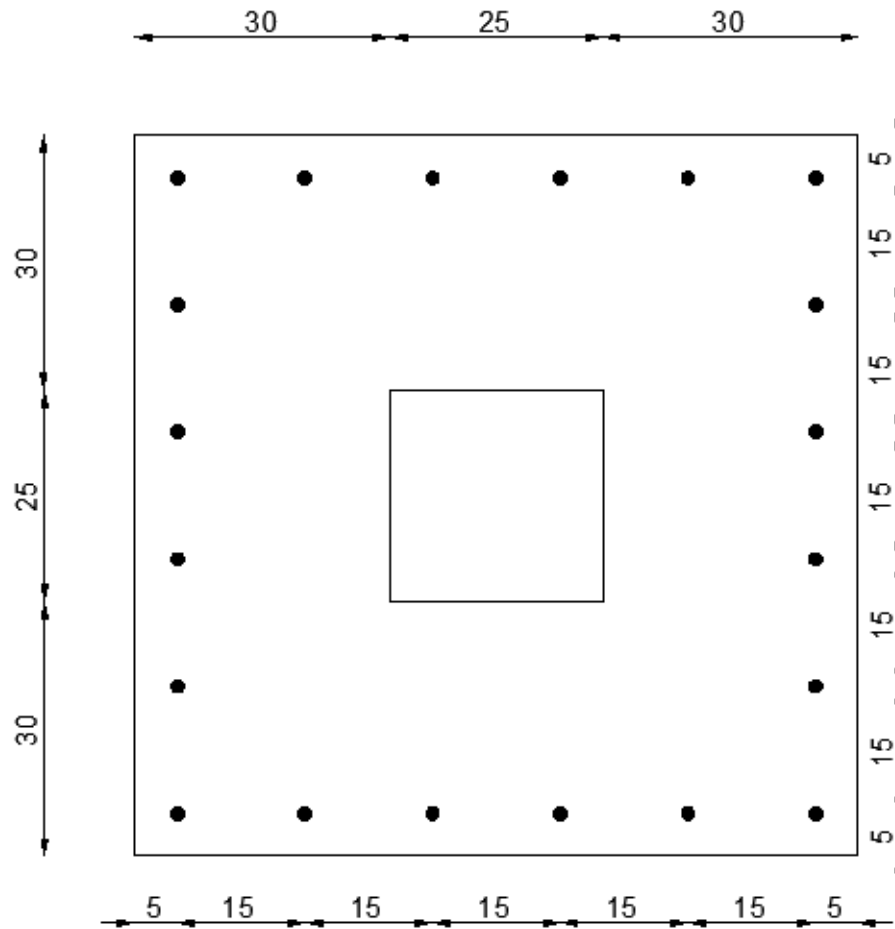
6.6 Seção retangular vazada submetida à flexão composta oblíqua

Campos Filho (2014) apresenta um exemplo de dimensionamento de seção retangular vazada submetida à flexo-compressão oblíqua. Deve-se ter o cuidado que Campos Filho (2014) considera tração com sinal positivo e compressão com sinal negativo, já o programa do presente trabalho considera o contrário, ou seja, tração com sinal negativo e compressão com sinal positivo. Deve-se atentar também que Campos Filho (2014) considera o momento em x positivo no sentido do eixo e e o presente trabalho considera como positivo o momento que traciona as fibras inferiores da seção. Além disso, Campos Filho (2014) considera o ângulo de inclinação da linha neutra positivo no sentido anti-horário e o presente trabalho, no sentido horário. Os dados do problema, já ajustados para o programa do presente trabalho, são:

- $N_d = 200$ kN
- $M_{d,x} = 50000$ kN.cm
- $M_{d,y} = 50000$ kN.cm
- $f_{ck} = 20$ MPa
- CA-50
- $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$
- $E_s = 210$ GPa

A seção está representada na Figura 47:

Figura 47 - Seção retangular vazada analisada.



Fonte: Adaptado de Campos Filho (2014)

O Quadro 11 apresenta as coordenadas da poligonal da seção de concreto:

Quadro 11 - Coordenadas da poligonal da seção vazada de concreto.

Ponto	x (cm)	y (cm)
1	0	0
2	85	0
3	85	85
4	0	85
5	30	55
6	45	55
7	55	30
8	30	30
9	30	55
10	0	85

Fonte: Autor

Procedendo ao dimensionamento, Campos Filho (2014) chega a uma área de aço total $A_s = 37,29 \text{ cm}^2$ ou vinte barras com área de aço igual a $1,8645 \text{ cm}^2$ cada uma. O Quadro 12 mostra as coordenadas das barras de aço:

Quadro 12 - Coordenadas das barras de aço.

Barra	x (cm)	y (cm)	As (cm²)
1	5	5	1,8645
2	20	5	1,8645
3	35	5	1,8645
4	50	5	1,8645
5	65	5	1,8645
6	80	5	1,8645
7	5	80	1,8645
8	20	80	1,8645
9	35	80	1,8645
10	50	80	1,8645
11	65	80	1,8645
12	80	80	1,8645
13	5	20	1,8645
14	5	35	1,8645
15	5	50	1,8645
16	5	65	1,8645
17	80	20	1,8645
18	80	35	1,8645
19	80	50	1,8645
20	80	65	1,8645

Fonte: Autor

Entrando com essas informações no programa, foram obtidos os resultados da Figura 48:

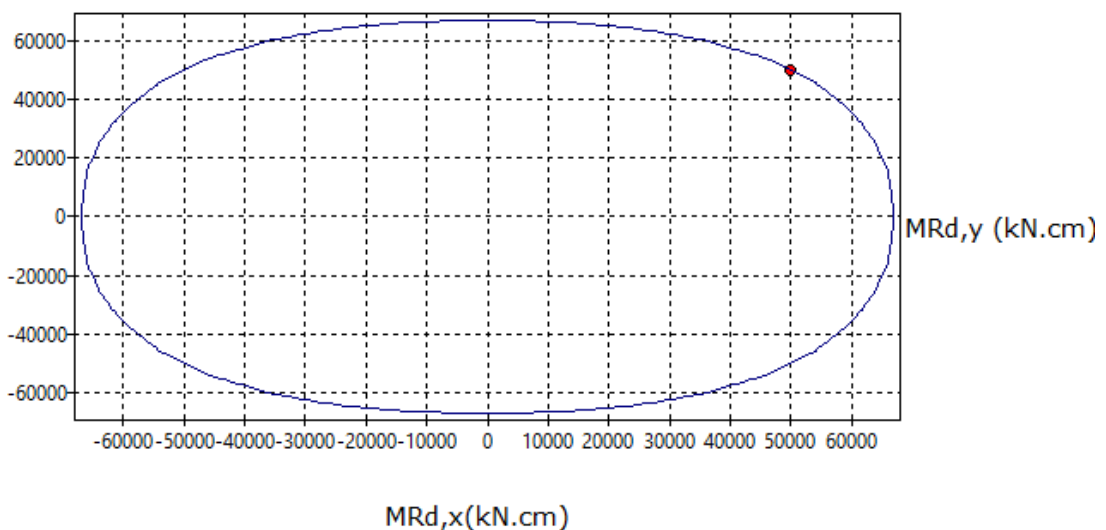
Figura 48 - Resultados obtidos para a seção analisada, com destaque para $\alpha = 45^\circ$.

Alpha=36; N=200; MRd,x = 54930; MRd,y = 44187; Eps1=3,5; Eps2=-8,8354; Ksi=0,30147
Alpha=37; N=200; MRd,x = 54473; MRd,y = 44905; Eps1=3,5; Eps2=-8,7858; Ksi=0,30269
Alpha=38; N=200; MRd,x = 54015; MRd,y = 45617; Eps1=3,5; Eps2=-8,7395; Ksi=0,30383
Alpha=39; N=200; MRd,x = 53392; MRd,y = 46406; Eps1=3,5; Eps2=-8,7104; Ksi=0,30456
Alpha=40; N=200; MRd,x = 52805; MRd,y = 47074; Eps1=3,5; Eps2=-8,6919; Ksi=0,30502
Alpha=41; N=200; MRd,x = 52241; MRd,y = 47665; Eps1=3,5; Eps2=-8,6809; Ksi=0,30529
Alpha=42; N=200; MRd,x = 51678; MRd,y = 48248; Eps1=3,5; Eps2=-8,6724; Ksi=0,30551
Alpha=43; N=200; MRd,x = 51115; MRd,y = 48826; Eps1=3,5; Eps2=-8,6664; Ksi=0,30566
Alpha=44; N=200; MRd,x = 50551; MRd,y = 49398; Eps1=3,5; Eps2=-8,6628; Ksi=0,30575
Alpha=45; N=200; MRd,x = 49986; MRd,y = 49967; Eps1=3,5; Eps2=-8,6616; Ksi=0,30578
Alpha=46; N=200; MRd,x = 49417; MRd,y = 50533; Eps1=3,5; Eps2=-8,6628; Ksi=0,30575
Alpha=47; N=200; MRd,x = 48844; MRd,y = 51097; Eps1=3,5; Eps2=-8,6664; Ksi=0,30566
Alpha=48; N=200; MRd,x = 48267; MRd,y = 51660; Eps1=3,5; Eps2=-8,6724; Ksi=0,30551
Alpha=49; N=200; MRd,x = 47683; MRd,y = 52222; Eps1=3,5; Eps2=-8,6809; Ksi=0,30529
Alpha=50; N=200; MRd,x = 47092; MRd,y = 52786; Eps1=3,5; Eps2=-8,6919; Ksi=0,30502
Alpha=51; N=200; MRd,x = 46424; MRd,y = 53373; Eps1=3,5; Eps2=-8,7104; Ksi=0,30456
Alpha=52; N=200; MRd,x = 45635; MRd,y = 53997; Eps1=3,5; Eps2=-8,7395; Ksi=0,30383
Alpha=53; N=200; MRd,x = 44924; MRd,y = 54454; Eps1=3,5; Eps2=-8,7858; Ksi=0,30269
Alpha=54; N=200; MRd,x = 44205; MRd,y = 54911; Eps1=3,5; Eps2=-8,8354; Ksi=0,30147
Alpha=55; N=200; MRd,x = 43477; MRd,y = 55368; Eps1=3,5; Eps2=-8,8885; Ksi=0,30018
Alpha=56; N=200; MRd,x = 42739; MRd,y = 55826; Eps1=3,5; Eps2=-8,9452; Ksi=0,29881
Alpha=57; N=200; MRd,x = 41988; MRd,y = 56285; Eps1=3,5; Eps2=-9,0057; Ksi=0,29736
Alpha=58; N=200; MRd,x = 41224; MRd,y = 56748; Eps1=3,5; Eps2=-9,0703; Ksi=0,29584

Fonte: Autor

Para o ângulo de inclinação da linha neutra $\alpha = 45^\circ$ foram obtidos os valores de $M_{Rd,x} = 49986$ kN.cm e $M_{Rd,y} = 49967$ kN.cm. Em comparação com os momentos encontrados em Campos Filho (2014), há uma diferença de 0,028% na direção x e uma diferença de 0,066% na direção y . O diagrama de interação de momentos para esta seção pode ser visualizado na Figura 49:

Figura 49 - Diagrama de interação da seção analisada.



Fonte: Autor

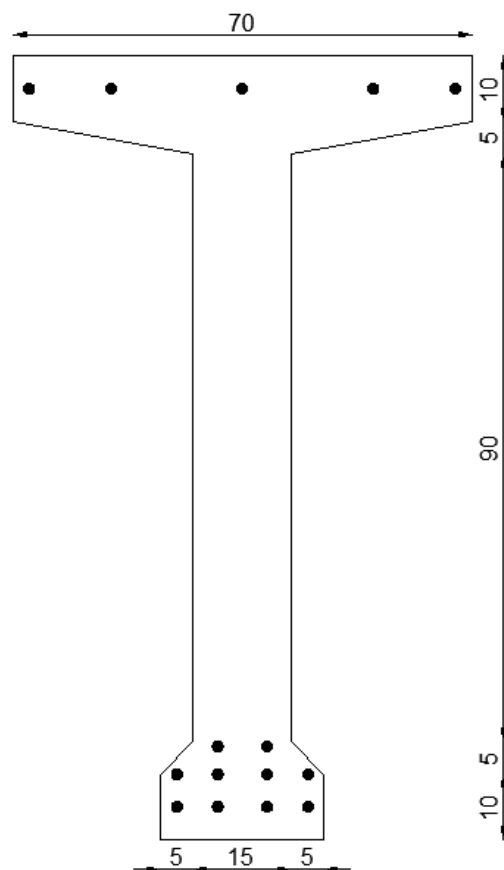
6.7 Verificação de seção à flexão normal composta: exemplo de Campos Filho (2014)

Neste exemplo, Campos Filho (2014) realiza a verificação de uma seção comum em vigas longarinas de pontes submetida à flexão normal composta. Os dados do problema são:

- $N_d = 0$ kN
- $M_{d,x} = 100000$ kN.cm
- $M_{d,y} = 0$ kN.cm
- $f_{ck} = 20$ MPa
- CA-50
- $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$
- $E_s = 210$ GPa

A seção está representada na Figura 50:

Figura 50 - Seção analisada.



Fonte: Adaptado de Campos Filho (2014)

As coordenadas da poligonal externa da seção de concreto são apresentadas no Quadro 13:

Quadro 13 - Coordenadas da poligonal da seção analisada.

Ponto	x (cm)	y (cm)
1	22,5	0
2	47,5	0
3	47,5	10
4	42,5	15
5	42,5	95
6	70	110
7	70	120
8	0	120
9	0	110
10	27,5	95
11	27,5	15
12	27,5	10
13	22,5	0

Fonte: Autor

As coordenadas das barras de aço estão na Quadro 14:

Quadro 14 - Coordenadas das barras de aço.

Barra	x (cm)	y (cm)	As (cm ²)
1	27,5	5	2
2	32,5	5	2
3	37,5	5	2
4	42,5	5	2
5	27,5	8	2
6	32,5	8	2
7	37,5	8	2
8	42,5	8	2
9	32,5	11	2
10	37,5	11	2
11	5	115	2
12	20	115	2
13	35	115	2
14	50	115	2
15	65	115	2

Fonte: Autor

Inserindo os dados acima no programa, obteve-se os seguintes resultados apresentados na Figura 51:

Figura 51 - Resultados para seção analisada, com destaque para $\alpha = 0^\circ$.

Alpha=0; N=0,000055814; MRd,x = 93460; MRd,y = 0; Eps1=1,4451; Eps2=-10,498; Ksi=0,12627
Alpha=1; N=0,000060615; MRd,x = 93457; MRd,y = 646,62; Eps1=1,5051; Eps2=-10,506; Ksi=0,13082
Alpha=2; N=-0,000025554; MRd,x = 93449; MRd,y = 1291,2; Eps1=1,5651; Eps2=-10,514; Ksi=0,13533
Alpha=3; N=0,000040088; MRd,x = 93438; MRd,y = 1932,6; Eps1=1,6254; Eps2=-10,522; Ksi=0,13981
Alpha=4; N=0,000055738; MRd,x = 93423; MRd,y = 2569,7; Eps1=1,6858; Eps2=-10,53; Ksi=0,14426
Alpha=5; N=-0,000037643; MRd,x = 93404; MRd,y = 3201,4; Eps1=1,7464; Eps2=-10,538; Ksi=0,14868
Alpha=6; N=7,1954E-6; MRd,x = 93382; MRd,y = 3826,1; Eps1=1,8073; Eps2=-10,546; Ksi=0,15307
Alpha=7; N=0,000014676; MRd,x = 93355; MRd,y = 4442,3; Eps1=1,8684; Eps2=-10,554; Ksi=0,15742
Alpha=8; N=-0,000012172; MRd,x = 93325; MRd,y = 5047,9; Eps1=1,9297; Eps2=-10,562; Ksi=0,16175
Alpha=9; N=-0,000028356; MRd,x = 93291; MRd,y = 5641,5; Eps1=1,9912; Eps2=-10,571; Ksi=0,16605
Alpha=10; N=0,000017134; MRd,x = 93253; MRd,y = 6222,8; Eps1=2,0529; Eps2=-10,579; Ksi=0,17033
Alpha=11; N=0,00001605; MRd,x = 93213; MRd,y = 6791,5; Eps1=2,115; Eps2=-10,587;

Fonte: Autor

Os resultados apresentados em Campos Filho (2014) encontram-se na Figura 52:

Figura 52 - Resultados de Campos Filho (2014).

```

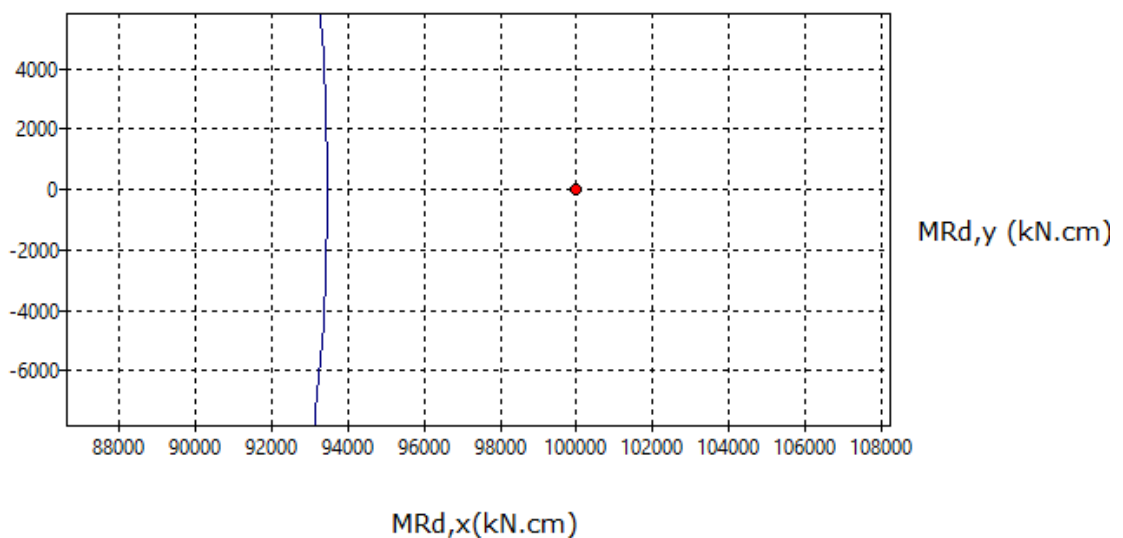
*****
*****
**
**      VERIFICACAO DE SECAO DE CONCRETO ARMADO A SOLICITACOES NORMAIS      **
**
*****
**
**              MX              MY              N              **
**  ESFORCOS ATUANTES DE CALCULO:    -.1000E+06    .0000E+00    .0000E+00    **
**  ESFORCOS RESISTENTES DE CALCULO:  -.9346E+05    .6762E-12    .5458E-05    **
**
*****
**
**      RESERVA:                      .9346E+00                      **
**      DEFORMACAO NA FIBRA SUPERIOR DA SECAO:    -.1445E-02                      **
**      DEFORMACAO NA FIBRA INFERIOR DA SECAO:    .1000E-01                      **
**      INCLINACAO DA LINHA NEUTRA:                .1184E-13                      **
**
*****
*****

```

Fonte: Campos Filho (2014)

Adaptando os dados acima encontrados para o presente trabalho, temos que para inclinação da linha neutra $\alpha = 0^\circ$, $M_{Rd,x} = 93460$ kN.cm, deformação na fibra superior da seção $\varepsilon_{s1} = 1,445\%$, deformação na fibra inferior da seção $\varepsilon_{s2} = -10\%$. Portanto, os resultados são condizentes em ambas análises. Abaixo, a Figura 53 mostra o diagrama de interação de momentos, percebendo-se que a sollicitação (ponto vermelho) está fora do diagrama, logo, precisa ser reduzida em um fator de 0,9346.

Figura 53 - Sollicitação fora da envoltória de momentos.



Fonte: Autor

7 Considerações finais

O programa desenvolvido no trabalho passou por um desenvolvimento de análise bibliográfica rigorosa a fim de proporcionar resultados seguros e precisos ao usuário, como pode ser visto na seção anterior. O engenheiro que utilizar o *software* poderá verificar qualquer seção poligonal a sollicitações normais de forma rápida e prática, podendo ainda importar e exportar os dados. Além disso, a apresentação do diagrama de interação de momentos proporciona uma rápida visualização da segurança e economia da estrutura. Espera-se que com o *software* apresentado, possa-se alcançar maior eficiência e inovação, proporcionando estruturas de concreto armado mais robustas e seguras.

8 Referências

- ARAÚJO, J. M. de. **Curso de concreto armado**. 2. Ed. v.1. Rio Grande: Dunas, 2003
- _____, J. M. de. **Curso de concreto armado**. 3. Ed. v.3. Rio Grande: Dunas, 2010
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014**. Projeto de estruturas de concreto: Rio de Janeiro, 2014.
- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREIDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado. Segundo a NBR 6118:2014**. 4 Ed. São Paulo: EdUFSCar, 2014
- CAMPOS FILHO, Américo. **Dimensionamento e verificação de seções poligonais de concreto armado submetidas à flexão composta oblíqua**. Porto Alegre: UFRGS, 2014.
- FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de concreto – solicitações normais**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois S.A., 1981.
- RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2 Ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2006.
- SANTOS, Lauro Modesto. **Cálculo de concreto armado**, v.1. São Paulo: LMS, 1983.
- SANTOS, Lauro Modesto. **Sub-rotinas básicas do dimensionamento de concreto armado**, v.1. São Paulo: Thot Editora, 1994.

APÊNDICE A – Desenvolvimento das integrais

As integrais para o cálculo da força e momentos resistentes das seções 5.2 e 5.3 estão desenvolvidas a seguir:

$$l = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (\text{A.1})$$

$$u = x_{pab} \quad (\text{A.2})$$

$$f = y_{CG} - x_{lim} \quad (\text{A.3})$$

$$x_y = k + w \cdot y \quad (\text{A.4})$$

$$k = \frac{y_n \cdot x_{n+1} - y_{n+1} \cdot x_n}{y_n - y_{n+1}} \quad (\text{A.5})$$

$$w = \frac{x_n - x_{n+1}}{y_n - y_{n+1}} \quad (\text{A.6})$$

C = constante de integração

$$\bullet \quad N_C = \int \sigma_{cd,pab} x_y dy =$$

$$\frac{l \cdot u^{-n} (y-f)^{n+1} (w(f+ny+y)+k(n+2))}{(n+1)(n+2)} + C \quad (\text{A.7})$$

$$\bullet \quad M_{C,x} = \int y \sigma_{cd,pab} x_y dy =$$

$$l \cdot u^{-n} (y-f)^{n+1} \left(\frac{(y-f)(2fw+k)}{n+2} + \frac{f(fw+k)}{n+1} + \frac{w(f-y)^2}{n+3} \right) + C \quad (\text{A.8})$$

$$\bullet \quad M_{C,y} = \int \sigma_{cd,pab} \frac{x_y^2}{2} dy =$$

$$\frac{l}{2} u^{-n} (y-f)^{n+1} \left(\frac{2w(y-f)(fw+k)}{n+2} + \frac{(fw+k)^2}{n+1} + \frac{w^2(f-y)^2}{n+3} \right) + C \quad (\text{A.9})$$

$$\bullet \quad N_C = \int \sigma_{cd,cte} x_y dy =$$

$$l \left(ky + \frac{wy^2}{2} \right) + C \quad (\text{A.10})$$

- $M_{C,x} = \int y \sigma_{cd,cte} x_y dy =$

$$l \left(\frac{ky^2}{2} + \frac{wy^3}{3} \right) + C \quad (\text{A.11})$$

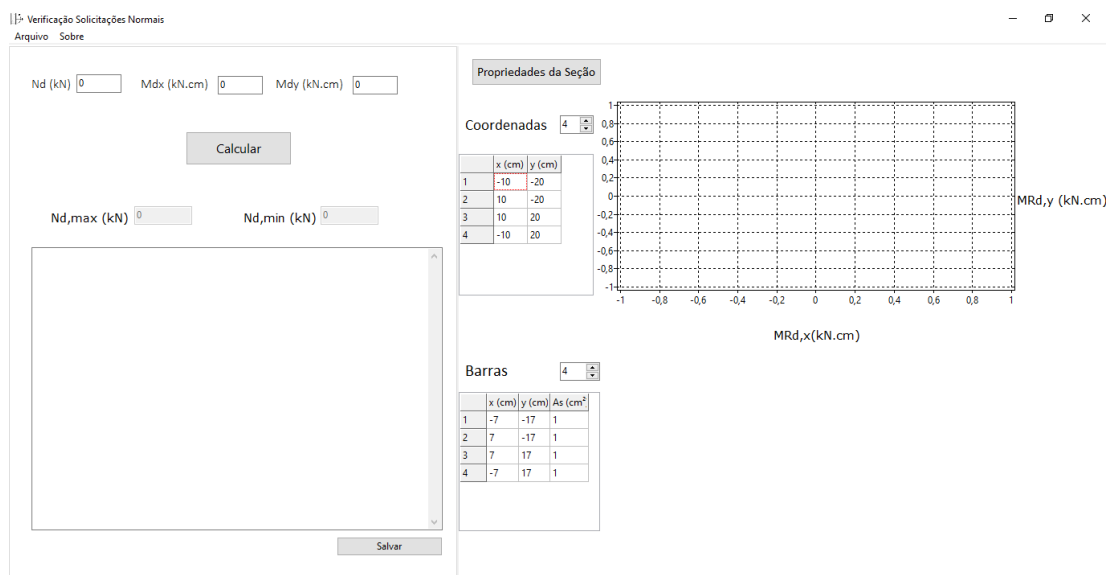
- $M_{C,y} = \int \sigma_{cd,cte} \frac{x_y^2}{2} dy =$

$$\frac{l(k+wy)^3}{6w} + C \quad (\text{A.12})$$

APÊNDICE B – Instruções de uso do programa

O programa do presente trabalho recebeu o nome de *VerNORM* e possui a interface apresentada na Figura 54:

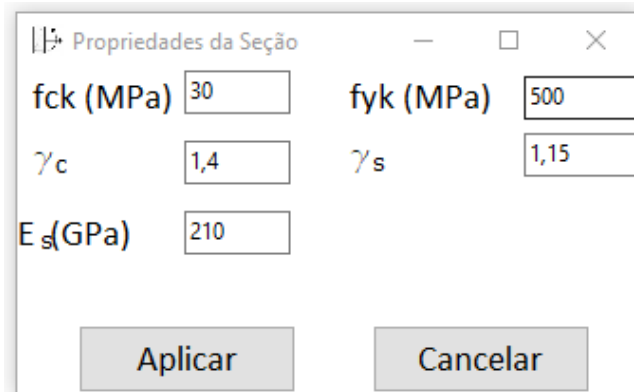
Figura 54 - Interface do programa do trabalho.



Fonte: Autor

Na caixa “Propriedades da Seção”, o usuário entra com os valores das características dos materiais que compõem aquela seção, concreto e aço, no caso do concreto armado, alvo do presente estudo. A Figura 55 mostra a interface da caixa:

Figura 55 - Caixa “Propriedades da Seção”.



Propriedade	Valor
fck (MPa)	30
fyk (MPa)	500
γ_c	1,4
γ_s	1,15
E_s (GPa)	210

Fonte: Autor

Em “Coordenadas” o usuário coloca o número de pontos da poligonal de concreto, em ordem crescente no sentido anti-horário, se houve furo, deve-se numerar no sentido horário na parte vazada. Em seguida colocam-se as coordenadas x e y de cada ponto, a partir de qualquer referência. Em “Barras”, o usuário coloca o número de barras longitudinais da armadura, suas coordenadas e suas respectivas áreas de aço em cm^2 . A Figura 56 apresenta essa parte do programa:

Figura 56 - Geometria da poligonal de concreto e posição das armaduras com suas áreas de aço.

Coordenadas

	x (cm)	y (cm)
1	-10	-20
2	10	-20
3	10	20
4	-10	20

Barras

	x (cm)	y (cm)	As (cm ²)
1	-7	-17	1
2	7	-17	1
3	7	17	1
4	-7	17	1

Fonte: Autor

Na caixa “Configurações” o usuário pode escolher o intervalo angular da linha neutra para apresentação dos resultados e o critério de parada na iteração no método da secante para encontrar o diagrama de deformação. A Figura 57 apresenta a caixa mencionada:

Figura 57 - Caixa “Configurações”.

Configurações

Intervalo angular
 α

Critério de parada
 $\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1} \leq$

Aplicar Cancelar

Fonte: Autor

Na parte do programa apresentada na Figura 58, o usuário entra com a força normal e os momentos solicitantes para o diagrama de interações.

Figura 58 - Entrada das solicitações.

Nd (kN) Mdx (kN.cm) Mdy (kN.cm)

Fonte: Autor

A Figura 56 apresenta os resultados. Para cada ângulo α da linha neutra, é apresentada a força normal resistente e seus respectivos momentos resistentes em ambas direções. Além disso são apresentadas as deformações nas fibras superior e inferior (ϵ_1 e ϵ_2 , respectivamente) e a posição da linha neutra ζ (ksi). Também são mostradas as forças normais máxima e mínima.

Figura 59 - Apresentação dos resultados.

Nd,max (kN) Nd,min (kN)

```
Alpha=0; N=2,2464E-6; MRd,x = 3070; MRd,y = 0; Eps1=1,2401; Eps2=-10,911; Ksi=0,11033
Alpha=1; N=-6,273E-6; MRd,x = 3069,7; MRd,y = 28,984; Eps1=1,2901; Eps2=-10,924;
Ksi=0,11427
Alpha=2; N=4,7495E-6; MRd,x = 3069,2; MRd,y = 57,838; Eps1=1,3394; Eps2=-10,936;
Ksi=0,11812
Alpha=3; N=4,3142E-7; MRd,x = 3068,5; MRd,y = 86,556; Eps1=1,3881; Eps2=-10,949;
Ksi=0,12189
Alpha=4; N=-0,000010568; MRd,x = 3067,7; MRd,y = 115,13; Eps1=1,4362; Eps2=-10,961;
Ksi=0,12558
Alpha=5; N=2,0385E-7; MRd,x = 3066,6; MRd,y = 143,55; Eps1=1,4837; Eps2=-10,973;
Ksi=0,1292
Alpha=6; N=-3,2659E-6; MRd,x = 3065,3; MRd,y = 171,81; Eps1=1,5307; Eps2=-10,986;
Ksi=0,13275
Alpha=7; N=3,5042E-6; MRd,x = 3063,8; MRd,y = 199,9; Eps1=1,5772; Eps2=-10,998;
Ksi=0,13623
Alpha=8; N=7,077E-6; MRd,x = 3062,2; MRd,y = 227,8; Eps1=1,6231; Eps2=-11,01;
Ksi=0,13965
Alpha=9; N=-3,4015E-6; MRd,x = 3060,3; MRd,y = 255,52; Eps1=1,6686; Eps2=-11,022;
Ksi=0,143
Alpha=10; N=3,587E-7; MRd,x = 3058,2; MRd,y = 283,03; Eps1=1,7136; Eps2=-11,033;
Ksi=0,14629
Alpha=11; N=-2,1055E-6; MRd,x = 3056; MRd,y = 310,32; Eps1=1,7581; Eps2=-11,045;
Ksi=0,14952
```

Fonte: Autor

No botão “Salvar” o usuário pode salvar os resultados em um arquivo no bloco de notas e no botão “Abrir” ele pode abrir uma seção com características previamente salvas em “Salvar como...”. Esses botões estão destacados na Figura 60:

Figura 60 - Botões para manipulação de arquivos.

|| Verificação Solicitações Normais

Arquivo Sobre

Novo
Abrir...
Salvar Como...
Configurações

Mdx (kN.cm) Mdy (kN.cm)

Calcular

Nd,max (kN) Nd,min (kN)

Alpha=350; N=3,587E-7; MRd,x = 3058,2; MRd,y = -283,03; Eps1=1,7136; Eps2=-11,033;
Ksi=0,14629
Alpha=351; N=-3,4015E-6; MRd,x = 3060,3; MRd,y = -255,52; Eps1=1,6686; Eps2=-11,022;
Ksi=0,143
Alpha=352; N=7,077E-6; MRd,x = 3062,2; MRd,y = -227,8; Eps1=1,6231; Eps2=-11,01;
Ksi=0,13965
Alpha=353; N=3,5042E-6; MRd,x = 3063,8; MRd,y = -199,9; Eps1=1,5772; Eps2=-10,998;
Ksi=0,13623
Alpha=354; N=-3,2659E-6; MRd,x = 3065,3; MRd,y = -171,81; Eps1=1,5307; Eps2=-10,986;
Ksi=0,13275
Alpha=355; N=2,0385E-7; MRd,x = 3066,6; MRd,y = -143,55; Eps1=1,4837; Eps2=-10,973;
Ksi=0,1292
Alpha=356; N=-0,000010568; MRd,x = 3067,7; MRd,y = -115,13; Eps1=1,4362; Eps2=-10,961;
Ksi=0,12558
Alpha=357; N=4,3141E-7; MRd,x = 3068,5; MRd,y = -86,556; Eps1=1,3881; Eps2=-10,949;
Ksi=0,12189
Alpha=358; N=4,7495E-6; MRd,x = 3069,2; MRd,y = -57,838; Eps1=1,3394; Eps2=-10,936;
Ksi=0,11812
Alpha=359; N=-6,273E-6; MRd,x = 3069,7; MRd,y = -28,984; Eps1=1,2901; Eps2=-10,924;
Ksi=0,11427
Alpha=360; N=2,2464E-6; MRd,x = 3070; MRd,y = 1,2726E-9; Eps1=1,2401; Eps2=-10,911;
Ksi=0,11033

Salvar

Fonte: Autor