

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
Tese Doutorado

Geração de corrente pela ação de ondas de cíclotron eletrônicas e a evolução temporal de ilhas magnéticas em plasmas de tokamaks

Current generation by electron cyclotron waves and the temporal evolution of magnetic islands in tokamak plasmas

Daniel de Oliveira Berto

Tese de doutorado realizada sob a orientação do Prof. Dr. Luiz Fernando Ziebell, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do grau de Doutor em Ciências.

Porto Alegre, 13 de junho de 2021

Agradecimentos

Gostaria de agradecer à Ana, minha parceira e companheira, por todo apoio e compreensão. Foi difícil chegar até aqui e ela fez um grande esforço para me dar forças para continuar. À minha filha Ágata que esteve comigo na reta final de escrita dessa tese. À minha família por todo suporte, apoio e investimento no meu futuro. Ao meu irmão por sempre honrar o título de “irmão” e estar presente em todos os bons e maus momentos, pelas conversas e pelo companheirismo. Aos amigos que de alguma forma me ajudaram em palavras, ações ou simplesmente pelo exemplo. Agradeço à UFRGS, ao Instituto de Física, ao Programa de Pós-Graduação em Física, e ao CNPq, por proporcionar a possibilidade de dar continuidade a minha carreira acadêmica. E mais uma vez ao meu Orientador Luiz Fernando Ziebell, por estar me auxiliando em mais essa etapa.

Resumo

O *tokamak* é um dos mais promissores modelos de reatores de fusão. O mesmo consiste em um sistema de confinamento magnético de forma toroidal, onde coexistem um campo magnético toroidal gerado por bobinas externas e um campo poloidal gerado por uma corrente que percorre o plasma confinado, formando um campo resultante helicoidal. A operação do *tokamak* é sujeita a várias perturbações e instabilidades. Os modos *tearing* neoclássicos (NTM) são perturbações perigosas que interferem na estrutura magnética do plasma, pela formação de estruturas chamadas ilhas magnéticas. Acredita-se que os NTM's são gerados por uma queda na corrente de *bootstrap* dentro das ilhas magnéticas, onde o perfil de pressão fica achatado. Isso ocorre em superfícies de fluxo onde o fator de segurança é racional, que assim, pode ser escrito como $q = m/n$, onde o número poloidal m e o número toroidal n são ambos inteiros. O controle desses modos é essencial para a operação dos futuros reatores de fusão. Um dos métodos considerados para esse controle é a geração de calor e corrente localizada na região da ilha, usando ondas do tipo de cíclotron eletrônica, em um processo chamado *electron cyclotron current drive (ECCD)*. Estudamos características importantes sobre a eficiência do processo, via um modelo simplificado do *tokamak* e da estrutura da ilha, acoplado a um tratamento autoconsistente da interação da ondas com o plasma no *tokamak* e, conseqüentemente, geração de corrente, considerando a existência de uma corrente inicial gerada por um transformador, e levando em conta efeitos de transporte radial de partículas e a existência de efeitos indutivos. Todos esses efeitos formam uma equação de Fokker-Planck para evolução temporal da função de distribuição eletrônica, que é resolvida numericamente. O formalismo também inclui uma descrição da evolução da largura da ilha magnética, como função da corrente no plasma, através de uma equação chamada equação de Rutherford Modificada. O formalismo inclui efeitos clássicos relacionados a um salto da derivada do logaritmo do campo magnético radial, dados basicamente pelo gradiente da corrente de equilíbrio, e efeitos neoclássicos relacionados a perturbações na corrente de *bootstrap*. Os resultados são obtidos na análise numérica para diversos parâmetros iniciais e para ondas de cíclotron, e mostram que a largura das ilhas é reduzida pela geração de corrente gerada pelas ondas, o que confirma a ECCD como um bom método para estabilização dos NTM.

Abstract

The tokamak is one of the most promising models for a fusion reactor. It consists in a system of magnetic confinement of toroidal form, in which coexist a toroidal magnetic field generated by a system of external coils and a poloidal magnetic field generated by the current in the confined plasma, forming a helicoidal magnetic field. The operation of a tokamak is subject to the occurrence of perturbations and instabilities. Neoclassical tearing modes (NTM) are dangerous perturbations which interfere in the magnetic structure of the plasma, by formation of structures known as magnetic islands. It is believed that the NTM are driven by a decrease of the bootstrap current inside the magnetic island where the pressure profile is flattened. This occurs in flux surfaces with rational safety factor, which can be written as $q = m/n$, where the poloidal number m and the toroidal number n are both integers. The control of these modes is essential to the operation of future fusion reactors. One of the methods considered for control is the heating and generation of current in the island location, using electron cyclotron (EC) waves, in a process known as electron cyclotron current drive (ECCD). We study important features related to the efficiency of such method by the use of a simplified model for a tokamak and for the structure of magnetic islands, coupled to a self-consistent treatment of the interaction of EC waves with the plasma in the tokamak and the consequent current generation, considering the occurrence of a loop voltage in the tokamak and taking into account radial transport of particles and the existence of induced effects. All of these effects are included in a general Fokker-Planck equation for the evolution of the electron distribution function, which is numerically solved. The formalism also includes the description of the evolution of the width of the magnetic islands, as a function of the current in the plasma, through the so-called modified Rutherford equation. The formalism includes classical effects given by the jump in the logarithmic derivative of the radial magnetic field and driven mainly by the equilibrium current gradient, and neoclassical effects related to the effect of the perturbed bootstrap current. The results obtained in our numerical analyses, for several parameters associated to EC waves, show that the width of the islands can be substantially reduced by the EC generated currents, which seems to confirm the ECCD as a promising method for NTM stabilization.

Sumário

1	Introdução	6
1.1	Fusão nuclear	8
1.2	Reator de fusão	10
1.3	Objetivo e Estrutura deste trabalho	13
2	Teoria básica de plasmas e tokamaks	15
2.1	Definição de plasma	15
2.2	Partículas do plasma sob a ação de campos magnéticos	17
2.3	Física de plasmas	18
2.3.1	Teoria de fluidos e MHD	19
2.3.2	Teoria cinética	21
2.3.3	Teoria cinética linear	23
2.3.4	Teoria cinética quase-linear	24
2.4	Reatores do tipo <i>Tokamak</i>	29
2.5	Aspectos importantes para descrição de um <i>tokamak</i>	33
2.5.1	Campos magnéticos e equilíbrio	34
2.5.2	Fator de segurança	36
2.5.3	Pressão normalizada β	38
2.5.4	Corrente de <i>bootstrap</i>	39
3	Revisão dos modos <i>tearing</i> na literatura	41
3.1	Trabalhos anteriores do grupo	51
4	Metodologia	56
4.1	Modelo teórico	56

	5
4.2	Aplicação da teoria quase-linear 57
4.2.1	Termo relacionado às ondas de cíclotron eletrônicas 58
4.2.2	Termo de colisões 61
4.2.3	Termo de transporte 62
4.2.4	Termo de campo elétrico induzido 63
4.3	Elétrons aprisionados 64
4.4	Presença das ilhas magnéticas 65
4.5	Campos magnéticos 68
4.6	Fator de segurança (q) 69
4.7	Corrente de <i>bootstrap</i> 71
4.8	Evolução das ilhas magnéticas 71
4.8.1	Generalização da equação de Rutherford 72
4.8.2	Equação de Rutherford modificada 74
5	Resultados 78
5.1	Cálculo da evolução da largura da ilha usando a equação de Rutherford Generalizada 78
5.1.1	Variando a potência das ondas 89
5.2	Cálculo da evolução da largura da ilha usando a equação de Rutherford modificada e comparação com a GRE 92
5.2.1	Comparação entre os métodos MRE e GRE 97
5.2.2	Variação da potência das ondas e potência mínima 100
6	Conclusões 104
A	Projeto <i>kinesis</i> 106

Capítulo 1

Introdução

A produção de energia é fundamental para o desenvolvimento de uma sociedade e de sua economia, com indústrias, produção tecnológica, transporte de mercadorias e de pessoas, e até no cotidiano, como uso de eletrodomésticos, controle da temperatura e fins recreativos. A busca de novas fontes de energia é importante devido a previsão de que a demanda energética aumente com o tempo, com o aumento de tecnologia e população. Atualmente as principais fontes de energia elétrica são combustíveis fósseis, fissão nuclear e fontes renováveis (solar, eólica, hidroelétricas e etc.). Na utilização dessas fontes devem ser analisados vários fatores: a quantidade de combustíveis existente na natureza, impactos ambientais, eficiência e dificuldades tecnológicas, econômicas e de engenharia. Não é fácil dizer qual é a melhor fonte a ser usada, mas as demonstrações do impacto dos combustíveis fósseis para o efeito estufa e as reservas existentes das principais fontes mostram que a longo prazo é necessário pensar em uma nova distribuição de fontes de eletricidade. Neste panorama, a fusão nuclear se apresenta como uma fonte potencial de energia elétrica, com promissores pontos a favor quanto a reserva de combustível e mínimo impacto ambiental. A seguir, abordaremos alguns aspectos básicos dos processos de fusão nuclear e do funcionamento básico de reatores de fusão, seguindo um desenvolvimento baseado no tratamento feito por Jeffrey Freidberg [17].

A fusão nuclear é um processo no qual dois elementos leves se juntam formando um elemento mais pesado. No final do processo é liberada uma grande quantidade de energia, relacionada à diferença entre a soma das massas dos elementos leves e a massa do

elemento pesado. Geralmente os projetos de fusão envolvem isótopos de hidrogênio como deutério (D) e trítio (T). O deutério é encontrado na água dos oceanos em uma relação de 1 átomo de deutério para cada 6700 de hidrogênio. Sua extração é muito barata e existem reservas para cerca de 1 bilhão de anos. O trítio é um isótopo de meia vida curta, somente 12 anos, logo não é encontrado na natureza. Ele pode ser obtido do isótopo do lítio Li^6 cujas reservas duram cerca de 20000 anos, e sua produção pode ocorrer dentro do próprio reator através dos nêutrons que resultam da reação D-T e se chocam com uma espécie de proteção, ou cobertura (“*blanket*”), feita de lítio (as reações nucleares e a estrutura de um reator de fusão serão abordadas na sessão 1.1). A reação D-D, envolvendo apenas núcleos de deutério, não precisa do trítio e portanto dispensaria a necessidade de sua produção no “blanket”. Entretanto, a reação D-D produz menos energia do que a reação D-T, que além disso tem uma seção de choque bem maior. Portanto, a reação D-T é mais vantajosa e os primeiros reatores provavelmente usarão esse processo.

Uma vez estabelecida a quantidade de combustível existente, avaliamos o impacto ambiental. A reação não libera CO_2 ou quaisquer outros poluentes, somente gás hélio. Ao contrário de uma reação por fissão nuclear que deve ser controlada, o mínimo mau funcionamento do reator de fusão interrompe a reação. Isso se deve ao fato de que, ao contrário de uma reação de fissão, a fusão não ocorre como uma reação em cadeia. É necessário dar energia aos átomos para fundirem-se e manter os parâmetros de temperatura e densidade, entre outros, para que a reação se mantenha, logo é uma fonte inerentemente segura. Porém isto leva a problemas tecnológicos, de engenharia e econômicos, pois é necessário que a reação não só se mantenha estável mas também ceda energia extra para produção de eletricidade.

Um reator de D-T opera a temperaturas da ordem 10^7K . Nessa situação o gás está totalmente ionizado, e se encontra na forma de um plasma (a definição de plasma será abordada no capítulo (2)). Para confinar um plasma é necessário construir uma configuração de campos magnéticos que impeça que o plasma toque as paredes do reator, pois a interação do plasma com as paredes do reator pode danificá-las e acabar com o estado de plasma. Para criar uma máquina capaz disso, existem muitos desafios tecnológicos a serem vencidos, mas a potencialidade da fusão como fonte de eletricidade é realmente alta e vale os esforços e pesquisas que a comunidade científica vem fazendo há mais de 50

anos.

1.1 Fusão nuclear

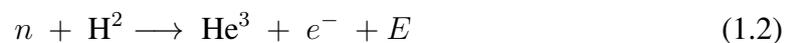
Continuamos agora com uma rápida abordagem sobre o processo de fusão nuclear comparado ao processo de fissão. Em uma reação de fissão inicia-se a reação “bombardeando” um núcleo pesado com um nêutron. Como resultado, temos dois núcleos mais leves que o original, nêutrons e energia sobressalente na forma de energia cinética das partículas. Isso nos dá uma reação em cadeia, ou seja, autossustentável. Como o nêutron é uma partícula sem carga, não ocorre interação eletromagnética com o núcleo pesado e conseguimos começar a reação a temperaturas baixas.

Se tentarmos realizar um processo parecido para fusão, isto é, bombardeando um núcleo leve como o deutério com um nêutron, duas possibilidades ocorrem. Uma delas é



Neste caso, ao realizarmos a diferença das massas inicial e final, e usarmos a equação de Einstein, $E = mc^2$, vemos que $E = -2,23 \text{ MeV}$. Não temos energia sobressalente, pelo contrário, é necessário uma injeção de energia para que a reação ocorra.

Outra possibilidade,



Neste caso temos um excedente de energia no valor de $E = 6,7 \text{ MeV}$, porém não temos um nêutron como resultado. Para a existência constante da reação seria necessário a injeção constante de nêutrons, portanto a reação não é autossustentável. Outra abordagem possível seria, ao invés de usar uma partícula contra um núcleo, chocar dois átomos leves. A desvantagem desse processo é que, como os dois átomos possuem a mesma carga, é necessário que eles tenham muita energia para que ultrapassem a barreira coulombiana e cheguem ao espaço físico onde essas reações ocorrem. Existem diferentes possibilidades de reações envolvendo isótopos do Hidrogênio: deutério (${}_1\text{H}^2 \rightarrow \text{D}$), trítio (${}_1\text{H}^3 \rightarrow \text{T}$), o

isótopo de hélio He^3 (figura 1.1).

Reação D-D:



Reação D – He^3



Reação D-T

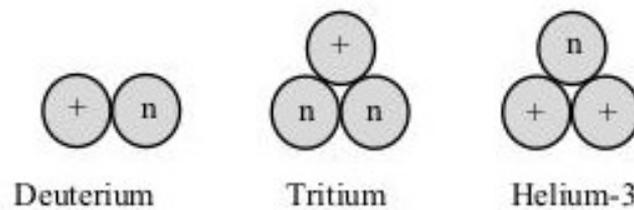


Figura 1.1: Estrutura nuclear dos combustíveis usados em fusão. Figura 2.1 de Freidberg, (2007) [17]

Apesar do uso de apenas deutério ser vantajoso, pois é encontrado na natureza, a reação possui baixa eficiência. A reação com He^3 gera grande quantidade de energia mas, assim como no caso do trítio, não há reservas naturais de He^3 , que deve ser fabricado. A reação D-T é a mais vantajosa, pois gera grande quantidade de energia e é mais fácil de ser iniciada. Como mostra a figura 1.2, em um plasma com distribuição de velocidades do tipo Maxwelliana a reação D-T ocorre a partir de 10 – 15 keV [17]. Além disso a reação D-T possui uma seção de choque maior que as demais para quase todas energias apresentadas para o deutério.

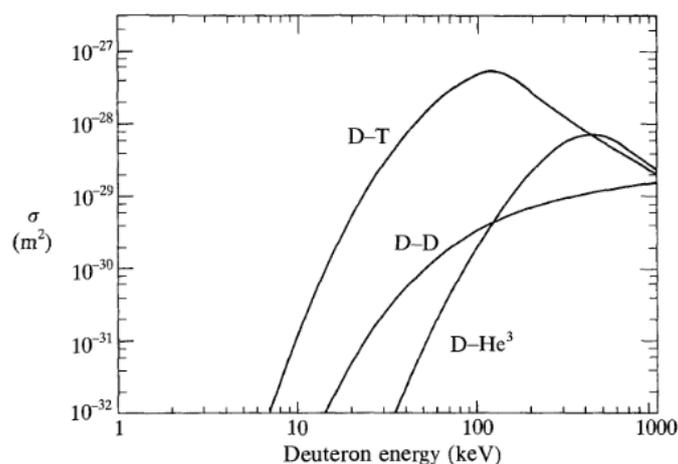


Figura 1.2: Seção de choque σ para diferentes reações de fusão. Figura 1.2.2 de Wesson, (2004) [43].

1.2 Reator de fusão

Diversos tipos de dispositivos já foram propostos como θ -pinch, z-pinach, espelhos magnéticos, stellarators e tokamaks, entre outros. A ideia geral associada a esses dispositivos é usar campos magnéticos (gerados internamente ou externamente ao plasma) para manter o plasma em uma configuração estável. A diferença entre os diferentes dispositivos de confinamento magnético está na geometria dos campos magnéticos que confinam o plasma.

Um modelo bem simples, um pouco distante da realidade atual do *design* de um reator, mas útil para entendimento de alguns parâmetros que serão muito usados, começa com um reator em regime estacionário, na forma toroidal com seção transversal circular. Um campo magnético confina o plasma dentro de uma primeira camada. No seu entorno, uma cobertura com lítio (*blanket*) captura os nêutrons energéticos, e absorve a radiação emitida. Nesta camada se dá a conversão do calor em energia elétrica. Por último, bobinas supercondutoras produzem o campo magnético.

Para termos um reator rentável é necessário que ele gere potência suficiente para manter o plasma em situação de funcionamento e ainda excesso que pode ser utilizado para gerar energia elétrica. As paredes do *blanket* aguentam uma quantidade máxima de nêutrons por área sem um dano excessivo. A relação entre essas variáveis afeta a escolha do raio maior do plasma R_0 . Grandes campos magnéticos ajudam no confinamento, mas

há um valor máximo que os supercondutores conseguem atingir e uma quantidade máxima de tensão produzida pelas forças magnéticas que eles conseguem aguentar. Estes fatores, somados ao custo das estruturas, determinam o tamanho e espessura das bobinas (c). Os nêutrons emitidos devem ser desacelerados para interagir com Li^6 antes de saírem do *blanket* e a seção de choque dessa interação determina a espessura do *blanket* (b). A seção de choque D-T e a potência elétrica desejada determinam parâmetros necessários para o funcionamento do reator, entre eles o raio menor a , como mostrado na figura 1.3.

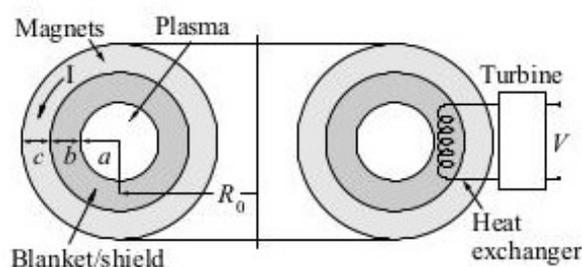


Figura 1.3: Visão geral de um reator de fusão toroidal mostrando o plasma, o *blanket* e escudo, e os magnetos. À direita, esquema para transformação de calor retirado da região *blanket* e transformado em energia elétrica por uma turbina. Figura 5.1 de Freidberg, (2007) [17].

Feita essa breve explanação sobre a viabilidade da fusão nuclear como fonte de energia elétrica e a generalização de um reator nuclear, este trabalho se concentrará no estudo de reatores do tipo *tokamak*. O *tokamak* é um dos projetos existentes mais promissores, com ótimo confinamento. O dispositivo foi inventado na então União Soviética nos anos 50. O nome *tokamak* provém do russo *toroidalnaya kamara i magnitnaya katushka*, que significa câmara toroidal e bobina magnética [43].

Na busca de um reator de fusão viável, é necessário estudar as instabilidades que podem ocorrer dentro do plasma, atrapalhando a obtenção dos parâmetros necessários para o funcionamento do reator. Uma instabilidade do tipo *tearing* ocorre em *tokamaks* devido ao gradiente radial na densidade de corrente toroidal. O nome deriva de “separação”, ou “quebra” (em inglês, *tearing*) das linhas de campo magnético. Em decorrência da perturbação na topologia magnética no plasma ocorre um processo de reconexão das linhas magnéticas (figura 1.4), formando estruturas chamadas de **ilhas magnéticas**. A presença dessas estruturas atrapalha o funcionamento do reator e prejudica a obtenção dos parâmetros necessários para obter fusão nuclear. O aumento do tamanho dessas estruturas

pode causar uma perda catastrófica do confinamento (*disruption*), evento no qual o plasma pode ser destruído. Estas instabilidades ocorrem em superfícies onde o fator de segurança q (a ser definido no próximo capítulo) pode ser escrito como a razão de dois números inteiros, chamados número poloidal m e número toroidal n , ou seja, $q = m/n$, assim os "diferentes" modos são definidos e localizados no plasma a partir da razão m/n .

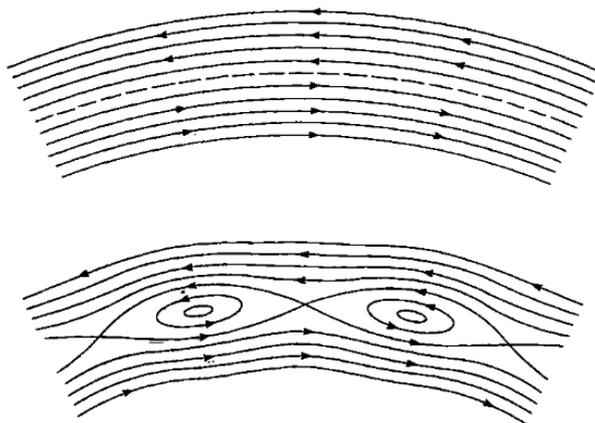


Figura 1.4: A partir de um modelo das linhas de campo magnéticas na figura de cima, a figura de baixo mostra o evento de reconexão das linhas de campo magnético formando as estruturas chamadas ilhas magnéticas. Figura 7.2.1 de Wesson, (2004) [43].

O modo *tearing* neoclássico (NTM - *Neoclassic tearing modes*) é uma outra forma de modo *tearing*, que surge da modificação da corrente de *bootstrap* como resultado da redução nos gradientes de temperatura e densidade que geravam essa corrente [43]. O controle desses modos é um dos desafios a serem vencidos para a construção dos futuros reatores de fusão nuclear. Dentre os diversos tipos de mecanismos propostos para o controle em tempo real dessas perturbações encontra-se o aquecimento e a geração de corrente por ondas de radiofrequência na frequência de cíclotron dos elétrons (ondas EC). As previsões teóricas mostram que a geração de calor ou geração de corrente de forma localizada na região das ilhas diminui o tamanho dessas estruturas e pode estabilizar esses modos [24, 25, 40, 20].

Estas instabilidades estão presentes nos principais experimentos de reatores de fusão existentes, e também é previsto o aparecimento durante o funcionamento do ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*). O ITER é um projeto internacional de reator de fusão de larga escala do tipo *Tokamak* ainda em fase de construção e

desenvolvimento com base em Cadarache, na França.

1.3 Objetivo e Estrutura deste trabalho

Este trabalho tem como objetivo estudar o desenvolvimento da largura da ilha magnética associada a uma instabilidade do tipo *tearing* neoclássica dentro de um *Tokamak* de porte médio. Para isso foi construído um modelo simplificado para o plasma, e realizada uma simulação numérica afim de obter resultados qualitativamente relacionados a resultados experimentais. Em especial o trabalho se dedica ao estudo desses modos sob a ação de ondas do tipo EC como método de estabilização dos modos. Estudamos a evolução da largura das ilhas magnéticas de acordo com duas formalizações da equação de Rutherford. A evolução da largura das ilhas magnéticas é calculada levando-se em conta o perfil de corrente criado pelas ondas de cíclotron, o qual depende fortemente da própria geometria das ilhas.

O trabalho é organizado da seguinte forma. No capítulo 2 serão apresentadas de forma resumida as principais teorias existentes de física de plasmas como introdução ao formalismo usado neste trabalho. No mesmo capítulo, abordamos os principais aspectos do funcionamento de um *tokamak*, e uma abordagem teórica sobre suas características físicas. No capítulo 3 é feita uma revisão da literatura sobre os principais trabalhos feitos sobre as instabilidades do tipo *tearing* neoclássicas e que foram relevantes para a realização deste trabalho. São resumidos também nesse capítulo os trabalhos anteriores do grupo de plasmas da UFRGS neste assunto. Após estruturação sobre o assunto, no capítulo 4 descrevemos o modelo teórico usado para descrição do *tokamak* de forma aproximada, e a modelagem dos fenômenos físicos presentes no plasma abordados neste trabalho. Os resultados obtidos com o uso desse modelo serão apresentados no capítulo 5. Os resultados estão separados em dois grandes grupos de metodologias: na primeira seção é usada a equação generalizada de Rutherford para evolução temporal da ilha, e são obtidos resultados da diminuição da largura da ilha magnética devido ao efeito da injeção de ondas de cíclotron eletrônica que geram corrente dentro da ilha. Na segunda seção é utilizada uma forma modificada da equação de Rutherford, a qual leva em conta aspectos e fenômenos que podem interferir na evolução do sistema e que não foram incorporados na forma utilizada na primeira seção, ou foram incorporados com aproximação diferente.

Nessa segunda seção também é feita a comparação entre os resultados obtidos com as duas abordagens utilizadas. No capítulo 6, apresentamos as conclusões pertinentes sobre o trabalho.

Capítulo 2

Teoria básica de plasmas e tokamaks

2.1 Definição de plasma

Para conceituar o que é um plasma, iremos partir da definição que encontramos em Chen (1974): “um plasma é um gás quase-neutro de partículas carregadas e neutras, o qual exibe comportamento coletivo” [9]. Um plasma, embora possa ser considerado neutro, possui cargas elétricas livres. A presença dessas cargas elétricas, e seu movimento, gera campos eletromagnéticos, que permitem interação entre partículas, à distância. O sistema é complexo, e sua descrição não é trivial. O conceito de plasma pode ser estendido para abranger sistemas não neutros, em que há excesso de algum tipo de cargas [11]. Entretanto, não trataremos desse tipo de sistemas no presente trabalho.

Um gás ionizado é caracterizado como um plasma a partir de condições sobre os parâmetros macroscópicos λ_D , ω_{pe} e Λ_D , que serão definidos a seguir.

Em um plasma, se há uma concentração de cargas em um ponto, a quase-neutralidade do plasma implica que partículas de carga oposta à carga dessa concentração irão blindar o campo gerado por ela (figura 2.1).

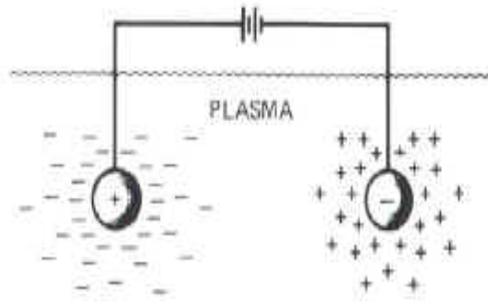


Figura 2.1: Representação da blindagem que ocorre no plasma. Figura 1.3 de Chen, (1984) [9]

O comprimento de Debye λ_D é definido como

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} = \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i} \right). \quad (2.1)$$

e expressa a “espessura da blindagem” [9]. É comum se fazer referência somente ao termo relacionado aos elétrons, denotado λ_{De} . Na expressão 2.1 e é o módulo da carga de um elétron, n_0 é o número médio de elétrons por unidade de volume, ϵ_0 é a constante de permissividade elétrica do vácuo, e T_e e T_i são a temperatura dos elétrons e dos íons, respectivamente. As temperaturas estão expressas em unidades de energia, como é usualmente feito na área de física de plasmas. Assim, dado um sistema de dimensão L , qualquer surgimento de carga local deve ser blindado para uma distância pequena comparada a L ($\lambda_D \ll L$). Essa blindagem só é efetiva para distâncias maiores que o comprimento de Debye.

Imaginando um plasma característico de projetos de reatores de fusão atuais, vamos considerar que a temperatura e densidade possuem valores da ordem: $T = 15$ keV e $n = 2 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$. Assim encontramos $\lambda_{De} = 6,4 \times 10^{-5} \text{ m}$. Para um tamanho típico de um plasma em um reator $L \simeq 2,0 \text{ m}$, percebemos que a condição $L \gg \lambda_{De}$ é cumprida.

A frequência de plasma dos elétrons ω_{pe} está relacionada a oscilações de carga locais. Quando temos uma diferença de carga, um campo elétrico se forma de maneira a cancelar a diferença de carga. Como a massa do íon é muito maior que a do elétron, é possível pensar em uma densidade uniforme de íons, enquanto os elétrons formam uma

oscilação característica no plasma cuja frequência pode ser escrita como [43]

$$\omega_{pe} = \left(\frac{n_0 e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

e deve ser muito maior que $\omega_T = v_T/L$, onde v_T é a velocidade térmica de uma partícula.

Para uma blindagem efetiva é necessário um número suficiente de partículas em torno da região de concentração de carga. No caso de poucas partículas no plasma o conceito estatístico de blindagem de Debye é inválido. Portanto, como condição adicional, o número de partículas contidas na esfera de raio igual ao comprimento de Debye deve ser grande [9]. Podemos denominar esse número como Λ_D , dado por

$$\Lambda_D = \frac{4\pi}{3} n_e \lambda_{De}^3 \gg 1 \quad . \quad (2.3)$$

2.2 Partículas do plasma sob a ação de campos magnéticos

Como já descrito na seção anterior, em um plasma, os átomos estão ionizados, e assim ele é composto de partículas carregadas em movimento. Quando o plasma está sob a ação de um campo magnético externo, as partículas que se movem paralelas às linhas de campo magnético podem possuir órbitas circulares na direção perpendicular. Essas órbitas possuem um raio "raio de Larmor" ou "raio de Cíclotron" (definido perpendicular às linhas de campo) que, considerando um campo magnético homogêneo de magnitude B , pode ser escrito como

$$r_L = \frac{vm}{qB} \quad (2.4)$$

onde v é a velocidade perpendicular da partícula, m a massa, q a carga da partícula. Essas partículas espiralam com uma frequência angular chamada "frequência de cíclotron". A frequência de cíclotron para plasma de reatores de fusão é tipicamente alta e pode ser escrita como,

$$\omega_c = \frac{qB}{m}. \quad (2.5)$$

Esse fenômeno é responsável pelo confinamento perpendicular das partículas e é a razão da escolha do formato toroidal do plasma na construção de reatores, pois procura-se evitar as perdas de partículas na direção paralela às linhas de campo magnético.

Para que um plasma esteja confinado magneticamente, o raio de Larmor deve ser muito menor do que a dimensão característica do plasma L , ou seja, $r_L \ll L$. E a frequência de cíclotron deve ser maior do que o inverso do tempo de uma partícula atravessar o plasma com velocidade térmica $v_T = (2T/m)^{1/2}$, onde T é a temperatura das partículas, em unidades de energia. Assim podemos escrever $\omega_t = v_T/L$ e é necessário que $\omega_c \gg v_T/L$, para que o plasma esteja confinado.

2.3 Física de plasmas

Existem duas grandes categorias de abordagem para se estudar um plasma: a descrição macroscópica, considerando um fluido condutor, ou a descrição microscópica, a partir de uma teoria estatística de partículas.

Na teoria macroscópica se consideram grandezas macroscópicas como temperatura e pressão, em função de posição e tempo. Essa abordagem é válida quando a frequência de colisões é bem maior do que a frequência das oscilações do plasma, ou, mesmo que a frequência de colisões seja pequena, se o plasma for suficientemente frio. Já na chamada teoria cinética de plasmas são estudadas as configurações do espaço de fases, a partir de um tratamento estatístico das partículas que constituem o plasma. Essa será a abordagem teórica usada no corpo desse trabalho, mas faremos uso de muitos estudos da literatura a respeito de instabilidades na configuração magnética de reatores de fusão, os quais foram feitos com uso de uma descrição macroscópica conhecida como magnetohidrodinâmica (MHD). Além disso, a MHD é de uso muito conveniente na hora de apresentar alguns conceitos sobre o reator de fusão. Assim, na seção 2.3.1, será feita uma rápida revisão, de maneira superficial, sobre as bases da MHD, conforme a apresentação que pode ser encontrada em [17]. Em sequência serão abordados os princípios básicos da teoria cinética e a formação do conjunto de equações que descrevem o plasma (seção 2.3.2). Será também descrito o processo de linearização dessas equações e o processo de aproximação que leva à teoria cinética linear (seção 2.3.3), para a partir desta abordar a teoria usada neste trabalho,

a abordagem quase-linear (seção 2.3.4). Não serão apresentadas em detalhes as deduções das equações pois o objetivo é apresentar um embasamento para o tratamento teórico usado no trabalho. A revisão a ser apresentada será baseada em livros bem conhecidos da área [6, 29, 1, 10].

2.3.1 Teoria de fluidos e MHD

Uma primeira abordagem é a descrição do plasma como dois fluidos de partículas carregadas. O plasma é subdividido em pequenos elementos de volume (figura 2.2). Apesar de ser pequeno, cada elemento de volume contém um grande número de partículas. Assim o comportamento de cada um é descrito a partir de médias macroscópicas das propriedades das partículas contidas no elemento de fluido.

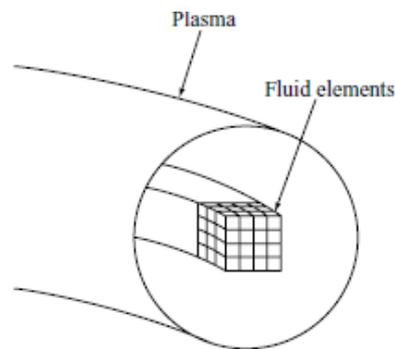


Figura 2.2: Subdivisão do plasma em pequenos elementos de fluido. Figura 10.1 de Freidberg, (2007) [17]

A *magnetohidrodinâmica* é uma teoria que descreve a evolução de um fluido condutor, resultado da simplificação conveniente da teoria de dois fluidos carregados. Certos termos são negligenciados devido às escalas de distância (tamanho do plasma $\sim a$), frequência ($\sim v_{Ti}/a$) e velocidades (v_{Ti}) envolvidas. Algumas variáveis são reduzidas a fim de se ter uma teoria mais simples de ser utilizada. Isto vem a partir de uma série de aproximações, mas que se justificam e trazem bons resultados. Por exemplo, como a massa dos elétrons é muito menor que a dos íons, sua resposta é imediata a oscilações características no plasma. Desta forma, termos de inércia dos íons são retirados da equação para a conservação do momento dos elétrons. A corrente de deslocamento é negligenciada nas equações de Maxwell, em comparação com as correntes devidas a movimentos de partículas. E por fim é considerada a quase-neutralidade do fluido, $n_e \approx n_i$, na escala de distância usada. Podemos escrever o conjunto de equações gerais da teoria MHD como:

Conservação da massa:

$$\frac{d\rho_m}{dt} + \rho_m \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.6)$$

Conservação do *momentum*:

$$\rho_m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p_m \quad (2.7)$$

Conservação da energia:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho_m^{5/3}} \right) = 0 \quad (2.8)$$

Lei de Ohm:

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J} \quad (2.9)$$

onde \mathbf{J} é a densidade de corrente, \mathbf{E} o campo elétrico, \mathbf{B} é o campo magnético, η é a resistividade do plasma e ρ_m é densidade de massa. As demais leis de Maxwell,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.12)$$

Nas equações acima foi usada a derivada convectiva se movendo junto com o fluido, dada por $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$.

Podemos ainda considerar uma situação chamada MHD ideal de equilíbrio, onde consideramos as quantidades como independentes do tempo, e a velocidade do plasma sendo nula. É também feito o uso da Lei de Ohm ideal, onde a resistividade (η) é considerada nula, ou seja, o plasma sendo um condutor ideal. Desta forma caímos em um conjunto mais simples de equações

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.15)$$

2.3.2 Teoria cinética

No âmbito da teoria cinética, descrevemos o plasma como função da posição $\mathbf{x}_i(t)$ e da velocidade $\mathbf{v}_i(t)$ de cada partícula i , do tipo α , em função do tempo, através da função

$$N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_{i=1}^{\bar{N}_\alpha} \delta[\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)] \delta[\mathbf{v} - \mathbf{v}_i(t)] \quad (2.16)$$

A partir dessa função podemos, junto com as equações de Maxwell para os campos eletromagnéticos macroscópicos, descrever grandezas do plasma, tais como o número de partículas, densidade de cargas, corrente, entre outras, como função da posição e velocidade das partículas. Dessa forma, o número de partículas do tipo α fica dado por:

$$\bar{N}_\alpha = \int d\mathbf{x} d\mathbf{v} N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t). \quad (2.17)$$

Entretanto $N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ não é uma função estatística, simplesmente descreve matematicamente onde todas as partículas estão localizadas no espaço de fase. A descrição estatística é obtida a partir da média das equações microscópicas para o plasma. Introduzimos então uma função distribuição microscópica F_N . F_N é uma função de todas as posições no espaço de fase de todas as partículas. Pode-se definir uma função distribuição reduzida para uma partícula do tipo α , escrita como f_α , a partir da média dos produtos de todas as possíveis posições iniciais [29],

$$\begin{aligned} \langle N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \rangle &= \int F_N N_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{X}_{\text{todo espaço de fase}} \\ &= \int F_N \sum_{i=1}^{\bar{N}_\alpha} \delta[\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)] \delta[\mathbf{v} - \mathbf{v}_i(t)] d\mathbf{X}_{\text{todo espaço de fase}} \\ &= \bar{N}_\alpha \int F_N \delta[\mathbf{x} - \mathbf{x}_1(t)] \delta[\mathbf{v} - \mathbf{v}_1(t)] d\mathbf{X}_{\text{todo espaço de fase}} \\ &= \bar{n}_\alpha f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad , \end{aligned} \quad (2.18)$$

sendo $\bar{n}_\alpha = \bar{N}_\alpha/V$ a densidade média de partículas da espécie α e V o volume do sistema.

$f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ é uma função que expressa a densidade de partículas do tipo α no espaço de fases. O produto da função de distribuição pelo elemento de volume no espaço de fases, $f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)d^3x d^3v$, representa a probabilidade de se encontrar uma partícula do tipo α em um elemento de volume d^3x em torno de \mathbf{x} e em um elemento de volume d^3v em torno de \mathbf{v} , no instante t [29].

Na descrição estatística das funções que descrevem a probabilidade de encontrar uma partícula em uma posição do espaço de fase, esta envolve a função que descreve outra partícula em outra posição, ou seja, uma correlação entre duas funções probabilísticas. Ao tentar descrever todo o sistema em uma só função, gera-se uma cadeia infinita de correlações inviável de ser resolvida. Para solução deste problema são feitas aproximações para essas correlações. Um caso simples de interesse que pode ser estudado com este tratamento é um plasma térmico não colisional. Isto é, um gás quente e de baixa densidade formado de partículas carregadas, no qual a energia potencial média entre duas partículas é bem menor do que a energia cinética média, de modo que as correlações entre partículas (colisões) podem ser consideradas desprezíveis. O desenvolvimento do problema se resume à solução da chamada *equação de Vlasov*, ou ainda, *equação de Boltzmann não colisional*, que toma a forma

$$\frac{\partial f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = 0, \quad (2.19)$$

onde $\mathbf{F} = q_\alpha(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ é a conhecida como *Força de Lorentz*, e descreve a interação das partículas com os campos eletromagnéticos. Essa equação governa os comportamentos sem colisões. A inclusão de colisões requer a inclusão de um termo $(\partial f / \partial t)_c$ do lado direito da eq. (2.19). Podemos escrever assim

$$\frac{\partial f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} \right)_c, \quad (2.20)$$

o que constitui a chamada equação de Boltzmann. Devido à interação eletromagnética de longo alcance, um simples tratamento de esferas rígidas, por exemplo, não é suficiente. No tratamento adequado para as colisões de um plasma recaímos em uma equação cinética chamada *equação de Fokker-Planck* [43].

Por sua vez os campos seguem as conhecidas equações de Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.21)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.22)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.23)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right), \quad (2.24)$$

onde ρ é a densidade de cargas do plasma e \mathbf{J} é a densidade da corrente que circula no plasma. Suas expressões dependendo da função de distribuição do plasma são escritas como

$$\rho = \sum_{\alpha} q_{\alpha} n_{\alpha}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int_{\mathbf{v}} \bar{n}_{\alpha} f_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (2.25)$$

e

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int_{\mathbf{v}} \mathbf{v} \bar{n}_{\alpha} f_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v. \quad (2.26)$$

Nessas equações a soma em α leva em conta as diferentes espécies de partículas que constituem o plasma, com $\alpha = i$, para íons e $\alpha = e$, para elétrons.

2.3.3 Teoria cinética linear

Os campos eletromagnéticos \mathbf{E} e \mathbf{B} dependem da função distribuição. Portanto o sistema de equações de Vlasov-Maxwell é não linear, e conseqüentemente difícil de ser resolvido. Um método de aproximação viável para resolver o problema envolve a análise de perturbações que acontecem “sobre” um estado de equilíbrio. Esse procedimento consiste em uma linearização do sistema. A função de distribuição e os campos são escritos em termos de um valor de equilíbrio, com índice “ $_0$ ”, e uma perturbação, indicada pelo índice “ $_1$ ” e multiplicada por um fator pequeno $\epsilon \ll 1$. Assim temos

$$f_{\alpha} = f_{\alpha 0} + \epsilon f_{\alpha 1}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \epsilon \mathbf{E}_1 \quad (2.27)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \epsilon \mathbf{B}_1.$$

Substituindo essas expressões no sistema de Vlasov-Maxwell e desprezando valores de ordem ϵ^2 se obtém as equações linearizadas para o sistema. Separando o conjunto de equações com os termos apenas de ordem ϵ^0 , vemos que a distribuição de equilíbrio $f_{\alpha 0}$ e os campos de equilíbrio (E_0 e B_0) respeitam o sistema Vlasov-Maxwell descrito anteriormente. Aplicando a parte de equilíbrio somada à perturbação no sistema, subtraindo as equações da parte de equilíbrio e mantendo somente termos de até ordem ϵ^1 , obtemos um conjunto de equações para as perturbações:

$$\frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_{\alpha 1} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (\mathbf{E}_0 + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 1} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_1) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_{\alpha 0} \quad (2.28)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_1 = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\alpha} q_{\alpha} \bar{n}_{\alpha} \int_{\mathbf{v}} f_{\alpha 1} d^3 v \quad (2.29)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} \quad (2.30)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_1 = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} + \mu_0 \sum_{\alpha} q_{\alpha} \bar{n}_{\alpha} \int_{\mathbf{v}} \mathbf{v} f_{\alpha 1} d^3 v. \quad (2.31)$$

O tratamento de equações linearizadas para as distribuições de velocidade e para os campos nos permite obter propriedades do plasma válidas para intervalos de tempo menores que o tempo entre colisões. Essas perturbações são ondas de baixa amplitude e grandes frequências, e assim possuem períodos menores que o tempo entre colisões. Nos casos de frequências mais elevadas, podemos considerar que os íons, mais pesados, ficam praticamente parados comparados aos elétrons. Supomos que os íons formam uma distribuição de fundo (*background*), enquanto somente a distribuição de elétrons sofre a perturbação. Um tratamento mais detalhado sobre a equação de Vlasov, um exemplo de utilização da equação de Vlasov linearizada para o caso eletrostático, e a demonstração de um fenômeno chamado *Landau damping* foram revisados em um trabalho recente do grupo [33], e não serão revisitados neste trabalho.

2.3.4 Teoria cinética quase-linear

Para fazer o estudo das interações onda-partícula, o qual é tópico importante nesse trabalho, se faz necessário o uso de uma teoria que leve em conta, pelo menos fracamente, efeitos não lineares. A aproximação linear não contempla vários fenômenos existentes nessa interação. Por exemplo, a variação da densidade de energia das ondas presentes

devido a absorção ou amplificação, as variações das propriedades do plasma devido a mudanças da função de distribuição, a interação entre várias ondas, entre outros.

Na aproximação linear, a função distribuição de equilíbrio é considerada constante, ou seja, independente do tempo. Na aproximação quase-linear a função de distribuição dada por f_0 é dependente do tempo, portanto $f_0 = f_0(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$. Considera-se o efeito da interação das ondas com as partículas sobre a função distribuição de fundo do plasma em tempos assintoticamente longos. Nessa teoria as taxas de crescimento e amortecimento das oscilações presentes no plasma são consideradas pequenas, embora sejam levadas em conta as interações dessas oscilações com a função distribuição de fundo f_0 . As oscilações do plasma são descritas pela f_1 onde aparecem os fenômenos de crescimento ou amortecimento das oscilações do plasma devido à ressonância das ondas com as partículas do plasma. Não são levadas em conta interações entre ondas. As partículas não ressonantes não trocam energia com as ondas, e podemos supor que não são afetadas pelas oscilações do plasma em escalas curtas de tempo. A influência das ondas na distribuição de fundo só se dará através de colisões entre partículas ressonantes e não-ressonantes [13].

Para uma introdução à teoria quase-linear, vamos usar como exemplo um caso relativamente simples, considerando um plasma não magnetizado e somente a presença de ondas eletrostáticas. Vamos supor a função distribuição e o campo elétrico tendo uma parte de equilíbrio somada a uma perturbação: $f_\alpha = f_{\alpha 0} + f_{\alpha 1}$ e $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1$.

Partimos da equação de Vlasov, desconsiderando efeitos magnéticos,

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha = 0, \quad (2.32)$$

e da lei de Gauss expressa em termos da função de distribuição

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\alpha} \bar{n}_{\alpha} q_{\alpha} \int d^3 v f_{\alpha} \quad (2.33)$$

Analisando a média espacial da função distribuição, vamos supor uniforme a função distribuição de equilíbrio. Assim $f_0 = f_0(\mathbf{v}, t)$ e, como as perturbações podem ser consideradas aleatórias no plasma, a média espacial das oscilações é nula, $\langle f_1 \rangle = 0$.

Dessa forma

$$f_{\alpha 0}(\mathbf{v}, t) = \langle f_{\alpha}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \rangle = \frac{1}{V} \int d^3x f_{\alpha} \quad (2.34)$$

Supondo que o campo elétrico de equilíbrio \mathbf{E}_0 é nulo, escrevemos $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1$. Também consideramos a média espacial de \mathbf{E} nula. A média espacial da equação de Vlasov pode ser escrita como

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \langle \nabla f_{\alpha} \rangle + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle = 0. \quad (2.35)$$

Explicitando a função distribuição de equilíbrio e de perturbação, temos

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \langle \nabla (f_{\alpha 0} + f_{\alpha 1}) \rangle + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left[\langle \mathbf{E} \rangle \cdot \frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial \mathbf{v}} + \left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle \right] = 0. \quad (2.36)$$

No segundo termo, o gradiente espacial de $f_{\alpha 0}$ é nulo, assim como a média do gradiente de $f_{\alpha 1}$. E como a média de \mathbf{E} é nula, o terceiro termo também é nulo. Temos assim uma equação para a evolução temporal de $f_{\alpha 0}$

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle, \quad (2.37)$$

chamada equação de ordem zero. Usando a equação (2.37) na equação (2.32), teremos:

$$\frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_{\alpha 1} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E} \cdot \nabla_v f_{\alpha 0} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E} \cdot \nabla_v f_{\alpha 1} - \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle = 0 \quad (2.38)$$

A equação (2.38) é chamada equação de ordem um. Na aproximação quase-linear são desprezados os termos não-lineares na equação de ordem um, embora eles tenham sido mantidos na equação de ordem zero. Dessa forma podemos desprezar os dois últimos termos, no sentido em que desprezamos flutuações em torno de $\left\langle \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle$. Assim, a diferença dos dois últimos termos de (2.38) é nula. Estes termos são os responsáveis pela interação não linear entre ondas, o que a aproximação quasi-linear não leva em conta. Dessa forma a equação (2.38) fica:

$$\frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_{\alpha 1} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E} \cdot \nabla_v f_{\alpha 0} = 0 \quad (2.39)$$

Vamos considerar que a perturbação na função de distribuição e no campo elétrico possui a forma de uma onda plana:

$$\begin{aligned} f_{\alpha 1}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) &= f_{\alpha k}(\mathbf{v}, \omega) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \\ \mathbf{E}_1 &= \mathbf{E}_k(\omega) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Nas próximas equações iremos omitir a dependência em relação à velocidade, para facilitar a notação. E vamos considerar a superposição de componentes de Fourier, $f_{\alpha k}(\omega)$ e $E_k(\omega)$, de forma que as transformadas são escritas como

$$f_{\alpha 1}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k f_{\alpha k}(\omega) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t)} \quad (2.41)$$

e

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \mathbf{E}_k(\omega) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t)} \quad (2.42)$$

Utilizando essas expressões para as perturbações na equação (2.39) teremos

$$(-i\omega + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v})f_{\alpha k} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}_k(\omega) \cdot \nabla_v f_{\alpha 0} = 0 \quad (2.43)$$

ou somente,

$$f_{\alpha k} = -\frac{q_\alpha}{m_\alpha} \frac{\mathbf{E}_k \cdot \nabla_v f_{\alpha 0}}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)} \quad (2.44)$$

Da equação de Gauss (2.33), usando (2.44), teremos

$$i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_k = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_\alpha \bar{n}_\alpha \frac{q_\alpha^2}{m_\alpha} \int d^3v \frac{\mathbf{E}_k \cdot \nabla_v f_{\alpha 0}}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)}. \quad (2.45)$$

Expressando o campo elétrico em termos do potencial $\Phi = \Phi_k e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)}$

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi \implies \mathbf{E}_k = -i\mathbf{k}\Phi_k, \quad (2.46)$$

reescrevemos a equação (2.33) como

$$k^2 \Phi_k = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_\alpha \bar{n}_\alpha \frac{q_\alpha^2}{m_\alpha} \int d^3v \frac{\mathbf{k} \cdot \nabla_v f_{\alpha 0}}{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)} \Phi_k \quad (2.47)$$

Com isso podemos obter a relação de dispersão para $\omega(k)$

$$1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{k^2} \int d^3v \frac{\mathbf{k} \cdot \nabla_v f_{\alpha 0}}{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)} = 0. \quad (2.48)$$

Voltando à equação (2.37) para a distribuição de equilíbrio, podemos reescrevê-la como

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{1}{V} \int d^3x \mathbf{E} \cdot \nabla_v f_{\alpha 1} \quad (2.49)$$

Escrevendo o campo como a soma de suas componentes de Fourier

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{1}{V} \nabla_v \cdot \int d^3x \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \mathbf{E}_k(\omega) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega(\mathbf{k})t)} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k' f_{\alpha k'} e^{i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} - i\omega(\mathbf{k}')t)} \quad (2.50)$$

Mudando a ordem de integração, pode-se reescrever (2.50) como,

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{1}{V} \nabla_v \cdot \int d^3k \mathbf{E}_k(\omega) e^{-i\omega(\mathbf{k})t} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k' f_{\alpha k'} e^{-i\omega(\mathbf{k}')t} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3x e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} e^{i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x})} \quad (2.51)$$

usando a representação de uma função delta em 3 dimensões,

$$\int d^3x e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \quad (2.52)$$

e realizando a integração em k' obtemos

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = -\frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{1}{V} \nabla_v \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \mathbf{E}_k(\omega) f_{\alpha(-k)} e^{-i[\omega(\mathbf{k}) + \omega(-\mathbf{k})]t}. \quad (2.53)$$

Analisando a simetria da relação de dispersão, temos que $\omega(\mathbf{k}) = -\omega(-\mathbf{k})$. Assim, usando essa simetria e a equação (2.44), e escrevendo o campo elétrico no formato da equação (2.46),

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = \frac{q_{\alpha}^2}{m^2 V} \nabla_v \cdot \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \Phi_{-k} \Phi_k \frac{\mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \nabla_v f_{\alpha 0})}{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega)}, \quad (2.54)$$

podemos reescrever essa equação no formato de uma equação de difusão no espaço de

velocidades,

$$\frac{\partial f_{\alpha 0}}{\partial t} = \sum_{ij} \frac{\partial}{\partial v_i} \left(D_{ij} \frac{\partial f_0}{\partial v_j} \right), \quad (2.55)$$

onde $D_{ij} = D_{ij}(\mathbf{v}, t)$, sendo escrito como:

$$D_{ij}(\mathbf{v}, t) = \frac{q_\alpha^2}{m_\alpha^2 V} \frac{1}{8\pi^3} \int d^3 k \frac{k_i k_j |\mathbf{E}_k(t)|^2}{k^2 i(k \cdot \mathbf{v} - \omega)}. \quad (2.56)$$

Para o campo elétrico teremos,

$$\frac{d|\mathbf{E}_k|^2}{dt} = 2\gamma(\mathbf{k})|\mathbf{E}_k|^2, \quad (2.57)$$

onde $\gamma(\mathbf{k})$ a taxa de aumento (ou amortecimento) da oscilação, obtida a partir da relação de dispersão, é a parte imaginária de ω . Assim, a equação (2.55), juntamente com (2.57), determina a evolução da função de distribuição das partículas sob a influência de oscilações de alta frequência [1, 10]. O tratamento da aproximação quase-linear, assim como a linear, foi bem simplificado pois já foi muito bem explorado por trabalhos anteriores do grupo [12, 13, 33].

2.4 Reatores do tipo Tokamak

O *tokamak*, como já citado, consiste em uma armadilha magnética em forma de um toróide onde atuam um campo magnético toroidal, gerado por bobinas externas, e um campo magnético poloidal gerado pela corrente que percorre o plasma (Fig. 2.3).

Tokamaks com seção reta alongada levam a vantagem no confinamento de plasmas e permitem valores maiores de pressão, mas bobinas adicionais são necessárias para controle do plasma. Impurezas levam a maiores perdas por radiação e diluição do combustível. Dessa forma o plasma fica dentro de uma câmara de vácuo, e deve ser confinado de forma a não encostar nas paredes. Além disso, mecanismos para retirar as impurezas são acrescentados remodelando levemente o formato do campo magnético, chamados *divertores*. Como comentado anteriormente, para reações de fusão acontecerem é necessário levar o plasma a temperaturas onde o fenômeno é viável. Os métodos de aquecimento do plasma se misturam aos métodos de geração de corrente pois, ao se gerar corrente, devido à resistividade do plasma, gera-se também calor. A criação de correntes percorrendo o

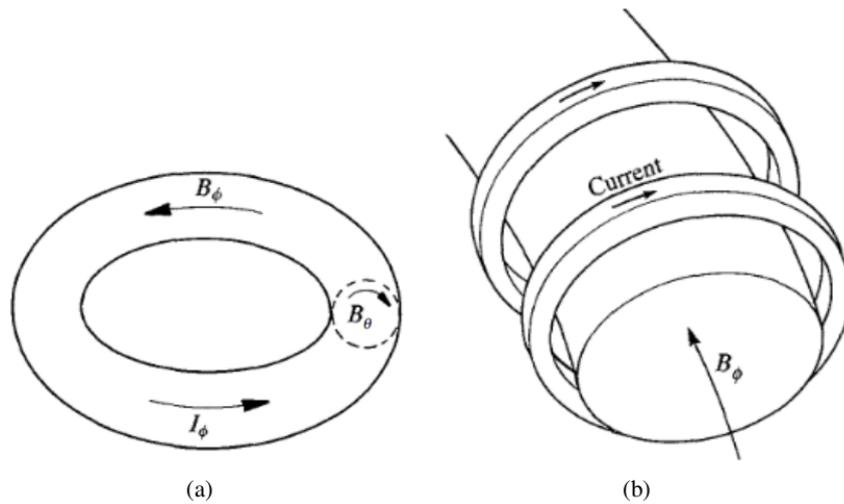


Figura 2.3: (a) Representação dos campos magnéticos e da corrente que cria o campo poloidal B_θ . Figura 1.6.1(a) de Wesson, (2004) [43]. (b) Bobinas externas que criam o campo toroidal nas figuras descrito como B_ϕ . Figura 1.6.2 de Wesson, (2004) [43].

plasma é necessária por outros motivos, como por exemplo, para a criação da corrente na direção toroidal, responsável pela formação do campo poloidal.

O aquecimento do plasma em um *tokamak* ocorre em duas etapas. A primeira é uma combinação de aquecimento ôhmico feito pelo transformador, somado a fontes auxiliares não indutivas. Durante essa etapa a energia gerada por partículas α resultantes de reações de fusão pode ser negligenciada, pois a taxa de reações de fusão é dependente da temperatura. Desta forma, a energia gerada por outros métodos deve superar efeitos de perda por condução e radiação. A segunda etapa se inicia após a potência de partículas α se tornar dominante, com temperaturas entre 5 e 7 keV. A energia gerada nas reações de fusão leva o plasma à sua temperatura de funcionamento, em torno de 15 keV. O tratamento presente se aplica durante a primeira etapa.

O aquecimento ôhmico é de tecnologia simples: uma descarga elétrica passa por uma bobina condutora no centro do toróide, na direção vertical ao plano deste, similar ao funcionamento de um transformador. Isso ocasiona uma variação do fluxo magnético na direção vertical, e induz uma corrente na direção toroidal (figura 2.4). Infelizmente, a resistividade do plasma decai com a temperatura, em uma relação de proporcionalidade do tipo, $\eta \sim T^{-3/2}$. Assim, a eficiência desse processo diminui durante o aquecimento. Para um reator típico a temperatura máxima para a utilização desse processo é aproximadamente $\lesssim 3$ keV [43].

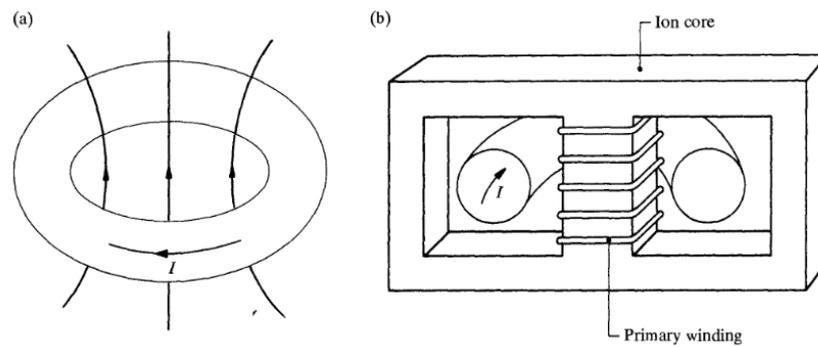


Figura 2.4: (a) A variação no fluxo induzindo um campo elétrico toroidal. (b) Esquema do transformador. Figura 1.6.3 de Wesson, (2004) [43].

A continuidade do processo depende de outros métodos de aquecimento, como por exemplo, a injeção de partículas neutras, como deutério ou trítio neutros. Esses feixes não são afetados pelo campo magnético. Desta forma, eles se propagam de forma retilínea até serem ionizados por colisões e se misturarem com o plasma, cedendo sua energia para o plasma também por meio de colisões. O mecanismo de injeção de partículas neutras normalmente é complexo. Uma vez que não se pode acelerar partículas neutras utilizando campos eletromagnéticos, normalmente é feita a ionização dessas partículas, e assim podem ser aceleradas devido a ação de um campo elétrico. No caminho para o plasma é colocada uma nuvem de elétrons que interagem com os íons, tornando-os neutros novamente. Por fim, um defletor que separa as partículas carregadas de forma que somente as neutras sejam injetadas, como mostra a figura 2.5.

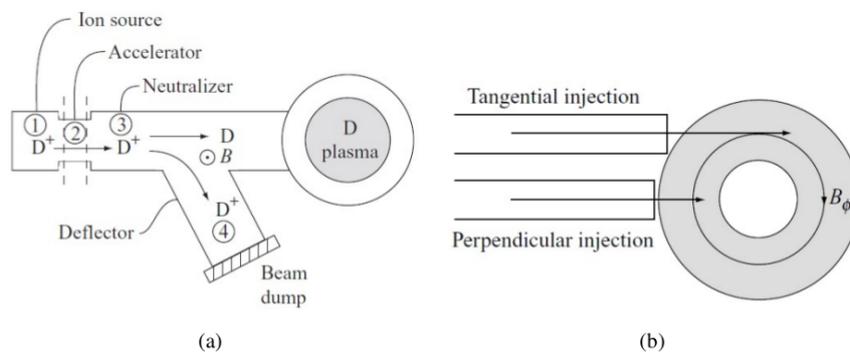


Figura 2.5: (a) Sistema de produção de um feixe de partículas neutras. Figura 15.1 de Freidberg, (2007) [17]. (b) Diagrama esquemático do tokamak visto de cima, mostrando injeção paralela e perpendicular. Figura 15.2 de Freidberg, (2007) [17].

O ângulo de injeção pode ser escolhido a fim de não só entregar energia, mas também momento às partículas do plasma. Para que o feixe consiga penetrar no plasma,

a energia do feixe deve ser maior que a temperatura do plasma. É mais vantajoso para o funcionamento do *tokamak*, o máximo de deposição de energia na parte central, portanto o feixe deve ter energia suficiente para haver pouca absorção na borda, e o feixe conseguir penetrar até o centro do plasma [43]. Para reatores atuais os sistemas de feixes neutros que atingem até 100 keV são suficientes, mas para projetos de reatores maiores se prevê uma energia necessária de 1 MeV [17]. A dificuldade nesse caso é que, embora seja possível obter partículas com 1 MeV com os aceleradores atuais, nessa faixa de energia a recombinação dos íons acelerados com os elétrons, para neutralização, se torna menos eficiente, pois a seção de choque dessa reação é pequena e diminui com o aumento da energia dos íons.

Outro método de geração de corrente e calor é a injeção de ondas de rádio-frequências (RF) no plasma. São escolhidas altas frequências que coincidem com as naturais no plasma, por exemplo, a frequência de cíclotron eletrônica (EC) e de íons (IC) e seus harmônicos, ou ondas do tipo híbrida inferior (*Lower hybrid*, LH). O uso de ondas de rádio-frequência tem grande eficiência e baixo custo quando se faz ressonância com elétrons, pois a energia pode ser depositada em regiões definidas e usada como um controle externo de temperatura. Qualquer sistema possui basicamente 4 estágios: fornecimento de energia (padrão a 60 Hz), a fonte da rádio-frequência, linha de transmissão e o mecanismo de acoplamento (antena). O tipo de fonte RF usada depende da frequência de operação. Para um plasma com, por exemplo, campo magnético toroidal $B_0 = 5$ T, para ondas EC, $f_{ce} = \omega_{ce}/2\pi = 140$ GHz, e para IC, $f_{ci} = \omega_{ci}/2\pi = 38$ MHz. Já para ondas híbridas temos valores da ordem $f_{LH} = 3$ GHz.

Os métodos citados podem não ser tão eficientes em alguns casos, ou ter custo energético muito alto [17]. Felizmente, no *tokamak* existe uma corrente na direção toroidal devida a fenômenos de transporte, conhecida como "*bootstrap current*", que será comentada com um pouco mais de detalhes mais adiante neste trabalho, e que é responsável por grande parte da corrente toroidal. Assim, esses métodos auxiliares são usados principalmente como controle (figura 2.6).

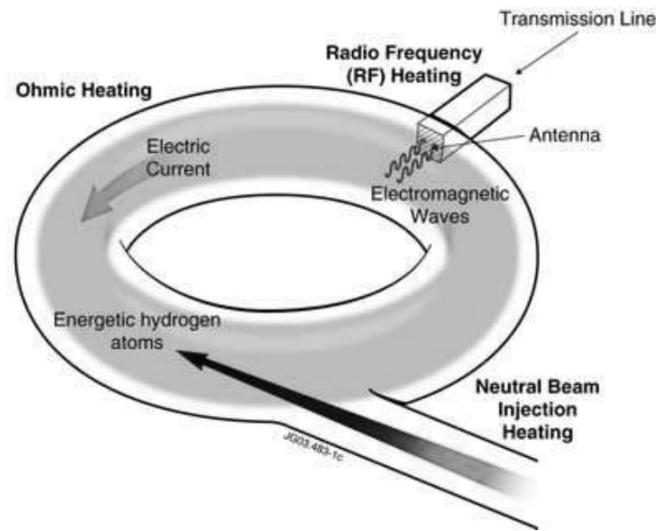


Figura 2.6: Esquema para um *tokamak*, mostrando diferentes processos para geração de corrente, que também pode ser usada para aquecer o plasma. Figura adaptada de [14], acessada em julho de 2016,

2.5 Aspectos importantes para descrição de um *tokamak*

Uma vez descrito de forma básica o funcionamento do *tokamak*, partimos para uma descrição teórica de um reator, começando por definir algumas coordenadas usadas (figura 2.7). R_0 é chamado de raio maior, e a de raio menor. Relacionada a estes parâmetros

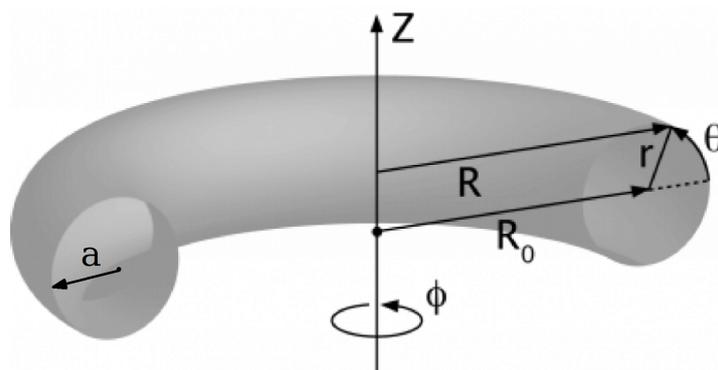


Figura 2.7: Esquema para um *tokamak*, apresentando as coordenadas e parâmetros básicos. Adaptada da figura 7.1 de Martis (2013) [31].

podemos definir coordenadas utilizadas para definir um ponto qualquer no *tokamak*. A coordenada r é a coordenada do raio menor, e caracteriza qualquer ponto a partir do centro da coluna de plasma. Na borda do plasma $r = a$. R , é a coordenada do raio maior, isto é, a

distância do centro do *tokamak* até um certo ponto. Nesta coordenada, quando estamos no centro da coluna de plasma, $R = R_0$ (neste ponto $r = 0$). Dessa forma também podemos escrever $R = R_0 + r \cos \theta$, onde θ é o ângulo poloidal em relação a r .

2.5.1 Campos magnéticos e equilíbrio

O campo toroidal B_ϕ pode ser obtido da Lei de Ampère, formado pela corrente I_T que percorre N bobinas externas, como

$$2\pi R B_\phi = \mu_0 N I_T \quad (2.58)$$

onde R , é a coordenada do raio maior, Portanto, de forma geral o campo toroidal tem dependência $\approx 1/R$. O campo poloidal B_θ é criado pela corrente que percorre o plasma, dependendo de sua forma. Assumindo um perfil de densidade de corrente com pico no centro da coluna de plasma, temos um perfil do tipo mostrado na figura 2.8 [43].

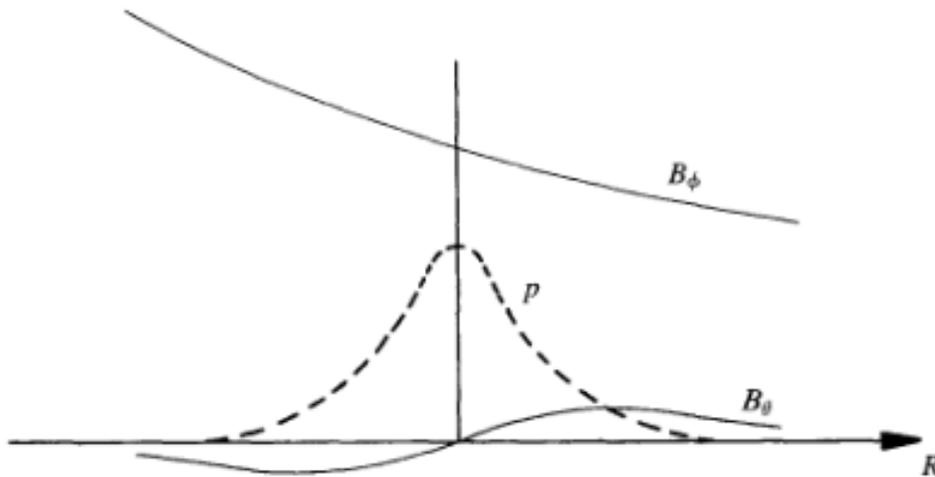


Figura 2.8: Variação radial dos campos magnéticos toroidal e poloidal, e um perfil "comum" de pressão em termos de raio do *tokamak*. Figura 3.1.1 de Wesson, (2004) [43].

A figura 2.8 também mostra um perfil de pressão do plasma “comum”. Podemos dizer que o confinamento do plasma depende do equilíbrio entre a pressão do plasma e os campos magnéticos gerados no plasma.

Em um estado de equilíbrio independente da coordenada angular toroidal ϕ , as linhas de campo torcidas devido à soma do campo poloidal e toroidal (2.9a) formam

superfícies, ilustradas em 2.9b [43],

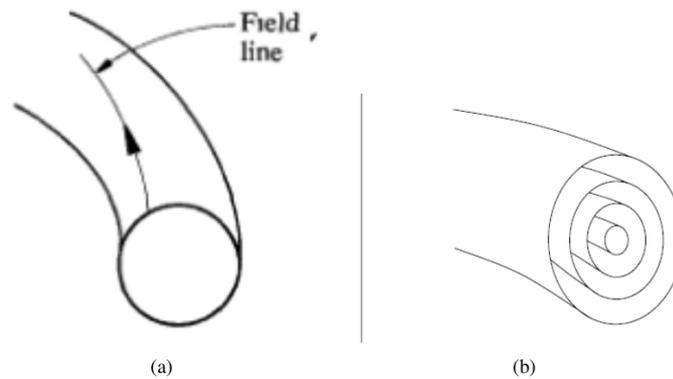


Figura 2.9: A figura (a) mostra uma linha do campo helicoidal. Adaptada da figura 3.2.2 de Wesson, (2004) [43], e (b) as superfícies formadas no plasma confinado por essas linhas. Figura 11.8 de Freidberg, (2007) [17]

O equilíbrio entre pressão e forças magnéticas nos leva a

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \nabla p.$$

Fazendo o produto escalar dessa expressão com o campo magnético, obtemos

$$\mathbf{B} \cdot \nabla p = 0,$$

ou seja, as linhas de campo magnético devem ser tangentes às superfícies de pressão constante, que são chamadas superfícies de fluxo, e não há componente de campo perpendicular a essas superfícies. Realizando o mesmo procedimento com a densidade de corrente \mathbf{J} , obtemos $\mathbf{J} \cdot \nabla p = 0$. Logo, a corrente também deve ser tangente às superfícies, ou seja, o fluxo de corrente ocorre sobre as superfícies de fluxo e nunca através delas (figura 2.10) [43].

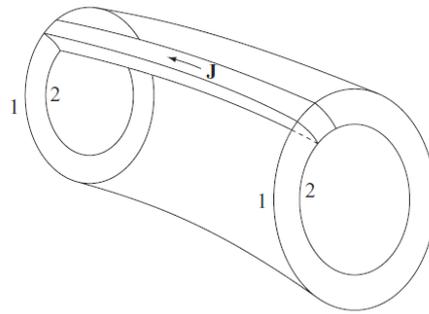


Figura 2.10: Duas superfícies 1 e 2, em duas posições toroidais diferentes, mostrando que a corrente flui sobre elas e não através delas. Figura 11.9 de Freidberg, (2007) [17].

É de interesse a introdução de uma função ψ , chamada função de fluxo magnético poloidal, determinada pelo fluxo poloidal em cada superfície magnética, e constante na mesma, satisfazendo

$$\mathbf{B} \cdot \nabla \psi = 0 \quad (2.59)$$

Assim, ψ pode ser definido como o fluxo de campo magnético poloidal por radiano em ϕ (direção toroidal). Esta função é relevante pois há quantidades no plasma que podem ser descritas como apenas função de ψ [43].

2.5.2 Fator de segurança

O "fator de segurança" q possui este nome pois tem grande papel na descrição da estabilidade do plasma (bom confinamento). O fator de segurança (Fig. 2.11) pode ser definido qualitativamente como o número de voltas que uma linha magnética do campo \mathbf{B} deve completar na direção toroidal antes de completar um circuito da direção poloidal [17].

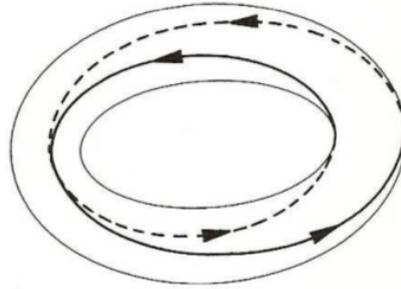


Figura 2.11: Exemplo de linhas de campo magnético no *tokamak* com fator de segurança $q = 2$. Figura 3.4.1(a) de Wesson, (2004) [43].

Sendo mais detalhado, uma linha de campo flui por uma trajetória helicoidal, voltando à mesma superfície magnética em outra posição angular. Digamos que, em relação ao ponto do qual essa linha saiu, temos um intervalo $\Delta\phi$. Assim

$$q = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \quad (2.60)$$

Logo, se voltarmos ao mesmo ponto, temos $q = 1$. Para calcular o valor de q , temos que descrever uma linha de campo usando

$$\frac{Rd\phi}{ds} = \frac{B_\phi}{B_\theta}, \quad (2.61)$$

onde ds seria o deslocamento percorrido na direção poloidal, enquanto percorre uma distância $Rd\phi$ na direção toroidal. Dessa forma,

$$q = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{1}{R} \frac{B_\phi}{B_\theta} ds \quad (2.62)$$

O fator de segurança é constante ao longo de cada superfície magnética vista em corte poloidal, portanto pode ser escrito em termos da posição da superfície magnética onde q é calculado. É comum a realização de uma aproximação considerando o raio da coluna de plasma (a) pequeno frente ao raio maior do toróide (R_0), chamada aproximação de grande razão de aspecto. Logo, o seu inverso é muito pequeno ($\varepsilon = a/R \ll 1$). Isto nos leva a uma

série de aproximações em diversas quantidades do *tokamak*. Considerando um *tokamak* de seção-reta circular, a distância desde o centro até qualquer ponto em uma mesma superfície é constante. Nesta aproximação o campo poloidal é função da coordenada radial r somente. Podemos reescrever a equação (2.62) lembrando que $R = R_0 + r \cos \theta$ e $ds = r d\theta$, e considerando que o campo toroidal tem forma $B_\phi(x) = B_\phi(0)/(1 + r \cos \theta/R_0)$. Dessa forma temos

$$q = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{B_\theta(r)} \int \frac{1}{(R_0 + r \cos \theta)} \frac{B_\phi(0)}{(1 + r \cos \theta/R_0)} r d\theta \quad (2.63)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{r B_\phi(0)}{R_0 B_\theta(r)} \int \frac{1}{(1 + r \cos \theta/R_0)^2} d\theta \quad (2.64)$$

Para aproximação de grande razão de aspecto, o segundo termo no denominador da integral pode ser desprezado, e neste caso pode-se escrever o fator de segurança como

$$q(r) = \frac{r B_\phi(0)}{R_0 B_\theta(r)}. \quad (2.65)$$

Em um *tokamak*, o campo toroidal é bem mais intenso que o campo poloidal, normalmente cerca de 10 vezes mais intenso. Ou seja, em um *tokamak* $|B_\phi| \gg |B_\theta|$. O campo toroidal é fundamental para estabilidade do plasma, através da geração de altos valores do fator de segurança q .

2.5.3 Pressão normalizada β

Um parâmetro importante, ainda não comentado, é a pressão normalizada β , que descreve a eficiência de confinamento do plasma, e que é escrita como a razão entre a pressão no plasma e a pressão magnética

$$\beta = \frac{p}{B^2/2\mu_0}. \quad (2.66)$$

Grandes valores de β são difíceis de obter, porém baixos valores representam pouco confinamento. A obtenção de valores suficientes de β é um dos grandes problemas da Física de plasma e de *design* de um reator.

2.5.4 Corrente de *bootstrap*

Como citado anteriormente, a corrente de *bootstrap* é uma corrente de grande importância no funcionamento do *tokamak* como um reator de fusão. Ela é uma corrente toroidal produzida na presença de um gradiente de pressão, associado à existência de partículas presas a uma órbita ("banana"), figura 2.12.

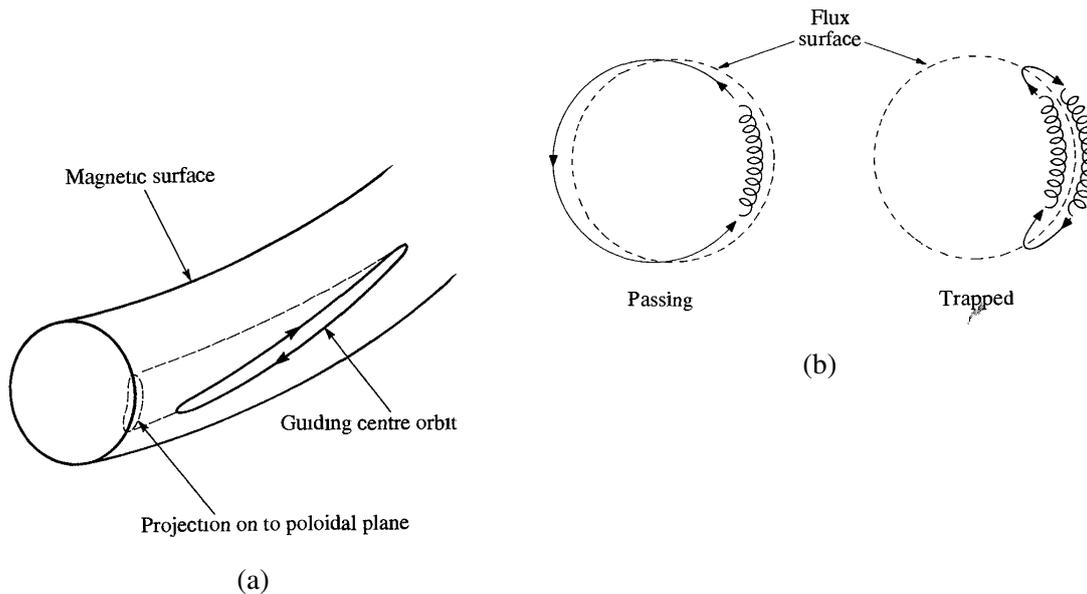


Figura 2.12: (a) Representação de uma órbita banana de uma partícula presa; Figura 3.10.1 de Wesson, (2004) [43]; (b) projeção desta órbita no plano poloidal, ilustrando a deriva da superfície magnética e a órbita da partícula movendo-se ao longo da linha de campo, espiralando. Figura 3.10.2 de Wesson, (2004) [43].

Essas partículas devem conseguir completar suas órbitas antes de colidir com outra partícula. Logo a frequência de colisões deve ser menor do que a frequência do movimento das partículas nas órbitas, $\nu_{ei} < \nu_b$. Uma descrição heurística da formação dessa corrente pode ser dada sem realizar deduções matemáticas. Íons e elétrons podem estar presos nas órbitas bananas, e ambos formam corrente e transferem momento para partículas que passam por essas órbitas e que ajustam suas velocidades de acordo. A corrente dominante surge da diferença entre a velocidade dos íons e elétrons que passam, e esta é a corrente de *bootstrap* [43].

A densidade desta corrente pode ser estimada por [43]

$$j_b \sim -\varepsilon^{1/2} \frac{1}{B_\theta} \frac{dp}{dr},$$

onde, $\varepsilon = a/R$ é o inverso da razão de aspecto, B_θ o campo magnético poloidal, e p a pressão. Esta corrente é muito importante para o confinamento do plasma e depende muito do perfil de pressão no plasma.

Capítulo 3

Revisão dos modos *tearing* na literatura

Como forma de apresentar as instabilidades do tipo *tearing* e mostrar como esse trabalho se integra dentro da literatura existente sobre o assunto, apresentamos uma revisão da literatura, abrangendo as referências que levam ao presente trabalho. Este capítulo também servirá para apresentar alguns conceitos relevantes, bem como para relembrar resultados obtidos em trabalhos anteriores feitos no âmbito do grupo de Física de Plasmas da UFRGS que tem conexão com o assunto, que oferecerão um melhor contexto na hora de apresentar os nossos resultados.

A evolução não linear dos modos *tearing* foi investigada pela primeira vez por P. H. Rutherford em 1973 [39], no qual o autor aborda as perturbações magnéticas a partir de uma abordagem MHD para o plasma. Utilizando a geometria da ilha descrita na figura 3.1, podemos definir o parâmetro clássico como,

$$\Delta'(W) = \frac{\psi'}{\psi} \Big|_{r_s-W/2}^{r_s+W/2} . \quad (3.1)$$

A função de fluxo helicoidal ψ está relacionada com o campo magnético helicoidal. Dessa forma, podemos descrever o crescimento dos modos *tearing* a partir da evolução temporal da largura da ilha W , por meio de uma equação conhecida como equação de Rutherford [39, 43]

$$\frac{dW}{dt} = 1.66 \frac{\eta}{\mu_0} (\Delta'(W) - \alpha W) \quad (3.2)$$

onde η é a resistividade. Foi acrescentado um fator αW relacionado a propriedades do plasma na região da ilha. Dessa forma, a ilha atinge um valor de saturação w_s quando $\Delta'(W_s) = \alpha W_s$.

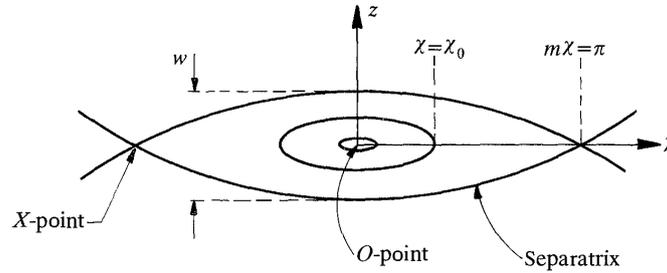


Figura 3.1: Geometria das linhas de campo magnético da ilha magnética. Figura 7.2.2 de Wesson, (2004) [43]

Em 1977 White [44] realizou um estudo quasi-linear sobre a saturação da largura da ilha que ocorre quando $\Delta' > 0$. Uma das primeiras abordagens teóricas dos modos *tearing* neoclássicos, foi feita ao analisar contribuição da corrente de *bootstrap*, em Carrera, Hazeltine e Kotschenreuter, em 1986 [8], construindo uma versão modificada para a equação de Rutherford com a presença de efeitos neoclássicos. Fitzpatrick em 1995 [16] estudou a instabilidade usando aproximações apropriadas ao limite de ilhas pequenas [43].

Como base para o presente trabalho, partimos do trabalho de Hegna e Callen (1997) [25], onde toda a literatura já citada foi usada para abordagem de como o uso de geração de corrente, ou aquecimento na região central das ilhas magnéticas, podem ser usados para estabilizar os modos *tearing* neoclássicos, sem especificar a fonte de corrente ou calor. Nesse trabalho de 1997, foi feita uma análise teórica incluindo efeitos da corrente helicoidal de *bootstrap* perturbada e fontes localizadas que podem ser descritas na Lei de Ohm, para a derivação de uma equação temporal não-linear para evolução das ilhas magnéticas, a equação de Rutherford modificada. Foram incluídos a esta equação efeitos de uma fonte de geração de corrente auxiliar. Esta corrente adicional é feita no mesmo sentido da corrente de *bootstrap* em fase com o centro da ilha. A estabilização do modo por este método deixa claro que este tipo de instabilidade surge por uma queda na corrente de *bootstrap* na região da ilha. Foram também estudados os efeitos da geração localizada de calor, sem a presença da geração de corrente, e deduzida uma outra versão da equação da evolução das larguras das ilhas. Uma vez construídas estas equações, foram discutidas soluções limites de forma analítica para a evolução das ilhas nos dois casos, e obtidos

valores de saturação da largura das ilhas. Com isso foram avaliados os efeitos de geração de calor localizada e seus efeitos sobre o perfil de corrente e temperatura do plasma. Esses resultados são usados para avaliar como esses métodos podem estabilizar os modos neoclássicos.

Hegna em outro trabalho de 1998 [24] ressalta a importância do estudo destes modos afirmando que apesar de instabilidades descritas na MHD ideal limitarem valores de pressão desejáveis para o reator, instabilidades do tipo *tearing* em experimentos mostram-se capazes de manter a obtenção de β abaixo do necessário para estabilidade da MHD ideal. Hegna faz uma revisão da teoria usada no tratamento dos modos *tearing* neoclássicos, desde um tratamento básico para o surgimento da instabilidade, até a evolução da mesma. Em seguida ele assume a inclusão de outros efeitos não lineares na evolução da ilha, como efeitos de mudança de resistividade, correntes de polarização de íons, e acoplamento com perturbações magnéticas fora de superfícies ressonantes. E comenta, sem entrar em detalhes, a existência ainda de um fenômeno anômalo de transporte de calor dos elétrons.

Sauter *et al* (1997) [40] tinha como objetivo o uso de observações experimentais dos NTM's em diversos experimentos para assim criar uma previsão para o ITER. Em seu tratamento da equação de Rutherford para a evolução não linear da largura das ilhas [39], Sauter apresenta a forma convencional para a equação de Rutherford modificada para os NTM: o termo clássico de estabilização, dado, como descrito em Sauter *et al* (1997), “pelo pulo na derivada do logaritmo do campo magnético radial, criado basicamente pelo gradiente da corrente de equilíbrio”. Ainda assume que no caso de ilhas suficientemente grandes para afetar o perfil de corrente de equilíbrio há uma redução nesta contribuição de ordem $-\alpha w$, e também inclui o termo estabilizador de Glasser-Green-Johnson, relacionado aos gradientes de pressão na parte externa da ilha [5]. Mais ainda, efeitos neoclássicos como a corrente de *bootstrap* são abordados. Sauter *et al.* também considera outras possíveis contribuições, como achatamento do perfil de pressão dentro das ilhas, e assim redução da corrente de *bootstrap*. Como resultado disso se forma uma corrente de *bootstrap* helicoidal negativa dentro da ilha. Outros efeitos relacionados a correntes de polarização são então abordados e adicionados à equação para evolução não linear da largura das ilhas, porém é ressaltada a necessidade de uma abordagem cinética, devido às aproximações feitas no modelo de fluidos.

Giruzzi, *et al.* (1999) [20] parte de três possíveis usos de ondas de rádio-frequência para o controle dos modos *tearing*: Prevenir o crescimento da instabilidade, achatando o perfil de corrente na superfície ressonante e assim evitando gradiente de densidade de corrente. Outra possibilidade de uso é para aquecimento dentro das ilhas magnéticas, ou ainda geração de uma corrente dentro das ilhas, de forma não indutiva. Segundo a literatura apresentada em Giruzzi *et al* (1999), as últimas duas opções são mais vantajosas mas é necessário precisão da geração de corrente e calor, e modulação com a rotação das ilhas. Focando no terceiro método, três fenômenos básicos deveriam ser identificados. O primeiro, é que o efeito da corrente gerada não-indutiva não é instantâneo. A corrente não-indutiva é devida a modificações não-simétricas produzidas na cauda da distribuição de velocidades dos elétrons, com altas energias que são devidas à absorção das ondas RF, e evolui em um intervalo de tempo da ordem do período de rotação da ilha. Como segundo fenômeno, temos a resposta indutiva do plasma, que cria um campo elétrico oposto à perturbação na corrente e deve ser calculado de forma autoconsistente a partir da função de distribuição eletrônica. E como consequência disso temos o terceiro efeito: é quase impossível gerar corrente somente no *O-point* da ilha (ponto central da ilha) e assim obter a estabilização de forma mais eficiente.

Para o estudo, Giruzzi *et al* usaram um modelo 1-D espacialmente e 2-D no espaço de velocidade, e estudaram tanto a energia necessária para estabilizar os modos neoclássicos de modo a otimizar esse método de estabilização via ondas RF, como também o tempo necessário para uma real redução das ilhas magnéticas, e se existe um tamanho mínimo da ilha de acordo com parâmetros realísticos de rádio-frequências. Para isso consideraram um modelo teórico para o *tokamak* sem corrente induzida e difusão de temperatura, logo com perfil de temperatura constante. Foi considerado um campo magnético de equilíbrio que não é afetado pelas ondas injetadas e foi adicionado um tratamento para a evolução da largura das ilhas, porém sem considerar o termo neoclássico na equação de Rutherford modificada. Injetaram ondas de rádio-frequência moduladas em fase com a rotação das ilhas magnéticas. As aplicações foram feitas considerando parâmetros adequados ao ITER. Na evolução temporal da função de distribuição eletrônica levaram em conta efeitos de colisões, transporte radial de partículas, e a presença de um campo elétrico induzido que evolui em separado no tempo sem depender da função de distribuição, mas que afeta a mesma. As aplicações tanto de ondas de cíclotron quanto de ondas do tipo híbrida

inferior são comparadas para avaliar qual é a mais vantajosa, bem como a análise de ondas moduladas com a frequência de rotação das ondas. A evolução da largura da ilha é basicamente inspirada no trabalho de Hegna-Callen (1997) [25], usando a equação de Rutherford modificada (*generalized Rutherford equation*, GRE),

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\kappa_r}{\sigma\mu_0}(\Delta' + \Delta'_\beta + \Delta'_{CD}), \quad (3.3)$$

que contém o termo clássico Δ' [39], o termo relacionado às ondas de cíclotron Δ'_{CD} [25], e o termo neoclássico Δ'_β . Entretanto na simulação numérica feita em Giruzzi *et al.* (1999) não foi usado o termo neoclássico.

P. Rosa e G. Giruzzi em 2000, usam o conhecimento adquirido trabalhando com injeção de ondas em *tokamaks*, aplicando para o controle de NTM's [34]. A capacidade do uso de EC para geração de corrente e calor já havia sido estudada de forma pulsada e contínua por diversos autores, e avaliada como forma de controle, entretanto não havia sido levado em conta a reconexão magnética na formação das ilhas, e conseqüentemente a modificação nos perfis do plasma causada por essas estruturas. Como a ilha magnética é uma estrutura magnética pequena frente ao tamanho de reatores de grande porte, a sua presença gera um conjunto de superfícies "esmagadas", logo também menores, e efeitos quase-lineares devem se tornar significantes pois a região onde a radiação de cíclotron é depositada é menor, logo a densidade de energia se torna maior. Desta forma neste trabalho buscava-se avaliar o impacto das ilhas na eficiência de corrente gerada, e no perfil de corrente, usando teoria cinética. Em Rosa & Giruzzi (2000) a equação de Fokker-Planck é escrita levando em conta colisões e ondas de cíclotron. Apesar de modificados pelas ilhas, os perfis de densidade e temperatura são considerados constantes, bem como a largura das ilhas.

Outra abordagem encontrada em diversos trabalhos para o tratamento da equação de Rutherford vem do uso de uma parametrização usando valores obtidos experimentalmente. Hayashi *et al* (2004) [23] parte do fato de que os modos *tearing* neoclássicos são governados pela falta de corrente de *bootstrap* na região da ilha magnética onde o perfil de pressão é achatado, e que uma corrente adicional pode compensar essa falta e assim estabilizar os NTM. A proposta do artigo é ampliar o conhecimento sobre os NTM para estimar a potência necessária de onda de cíclotron para estabilizar os modos [23]. Analisar

de quais parâmetros depende a potência necessária e quais métodos podem ser usados para reduzir essa quantidade. O transporte não é calculado, e sim usados perfis fixos do plasma, afim de ter perfis do funcionamento padrão do ITER. Neste artigo se descreve a Equação de Rutherford modificada, usando diversos parâmetros livres ajustados com os dados experimentais. Temos então, sendo W a largura da ilha e ρ a coordenada radial normalizada, [23]

$$\frac{dW}{dt} = \Gamma_{\Delta'} + \Gamma_{BS} + \Gamma_{GGJ} + \Gamma_{pol} + \Gamma_{EC} \quad (3.4)$$

$$\Gamma_{\Delta'} = k_1 \frac{\eta}{\mu_0} \Delta'(W) \langle |\nabla \rho|^2 \rangle \quad (3.5)$$

$$\Gamma_{BS} = k_2 \eta L_q j_{BS} \left\langle \frac{|\nabla \rho|}{B_p} \right\rangle \frac{W}{W^2 + W_d^2} \quad (3.6)$$

$$\Gamma_{GGJ} = -k_3 \frac{\eta}{\mu_0} \epsilon_s^2 \beta_{ps} \frac{L_q^2}{\rho_s L_p} \left(1 - \frac{1}{q_s^2} \right) \langle |\nabla \rho|^2 \rangle \frac{1}{W} \quad (3.7)$$

$$\Gamma_{pol} = -k_4 \frac{\eta}{\mu_0} g(\epsilon_{s,i}) \beta_{ps} \left(\frac{\rho_{pi} L_q}{L_p} \right)^2 \langle |\nabla \rho|^2 \rangle \frac{1}{W^3} \quad (3.8)$$

$$\Gamma_{EC} = -k_5 \eta \frac{L_q}{\rho_s} \left\langle \frac{|\nabla \rho|}{B_p} \right\rangle f \eta_{EC} \frac{I_{EC}}{a^2} \frac{1}{W^2} \quad (3.9)$$

onde os fatores dados pelas equações (3.5)-(3.9) são termos relacionados, respectivamente, ao perfil de corrente de equilíbrio, à corrente de *bootstrap*, à geometria toroidal (efeito Glasser-Green-Johnson) [40], à corrente de polarização de íons e à corrente gerada por ondas do tipo cíclotron eletrônica. Outras quantidades são B_p , fluxo poloidal, ϵ_s , o inverso do raio médio, β_{ps} , beta poloidal local, ρ_{pi} , o raio de Larmor normalizado,

$$L_p = - \left(\frac{dp}{d\rho} \right)^{-1}, \quad L_q = \left(\frac{dq}{d\rho} \right)^{-1}. \quad (3.10)$$

Além disso, W_d é uma largura característica da ilha, devido ao efeito do transporte de calor na direção paralela e perpendicular, descrita como

$$W_d = 5.1 \left(\frac{\chi_{e\perp}}{\chi_{e\parallel}} \right)^{1/4} \left(\frac{L_q}{\epsilon_s \rho_s n} \right)^{1/2} \rho_s, \quad (3.11)$$

onde χ é a difusividade.

No trabalho de Urso *et al* (2005)[42] também usa-se uma versão modificada da

equação de Rutherford e busca-se obter o *fitting* para descargas no ASDEX. É apresentada uma estrutura semelhante à GRE usada em Hayashi *et al* (2004) [23], entretanto temos somente dois parâmetros livres, um associado aos termos desestabilizadores, c^* , e outro ao termo das ondas de cíclotron, c_j . O modo (3,2) foi estudado e foi observada uma necessidade de melhores medidas da largura da ilha e dos gradientes de temperatura e densidade para melhor precisão do c^* . Foi examinado o processo de aumento da largura da ilha em caso de ilhas pequenas. Foi estudado o papel de Δ' no cálculo de W_{seed} . W_{seed} é um parâmetro relacionado à troca de sinal da evolução da largura da ilha, ou seja, para valores menores que W_{seed} temos $dW/dt < 0$. Foram comparadas 3 abordagens para o cálculo do Δ' para largura da ilha pequena: um modelo mais simplificado para Δ' constante (para diferentes valores), o *fitting* feito a partir dos resultados obtidos usando a equação de Rutherford modificada descrita anteriormente, e ainda um código não-linear que resolve a equação.

Em Isayama *et al* (2007) [28], compara-se resultados experimentais com simulações numéricas da evolução temporal das ilhas magnéticas. Primeiramente, são analisados o efeito de oscilações periódicas do tipo “dentes de serra” (*sawtooth*), com NTM no modo 3/2. Essas oscilações ocorrem perto do eixo do plasma e afetam a densidade de corrente e a energia contida no núcleo, e ondas de cíclotron também são usadas para controlar essas oscilações. É demonstrada a estabilização do modo 2/1 gerando corrente via ECCD. A densidade de corrente ECCD foi cerca de metade da densidade de corrente de *bootstrap*, na superfície ressonante. Observa-se que a região de deposição da onda de cíclotron interfere muito na estabilização dos NTM's. O desalinhamento da injeção da onda de cíclotron deve ser menor que metade da largura da ilha para que seja obtida estabilização. Ou seja, quanto mais próximo do centro da ilha, melhor. Esse resultados são comparados com simulações teóricas baseadas na equação de Rutherford modificada, com diversos parâmetros livres ajustados com os dados experimentais, que seguem o trabalho de Hayashi *et al* (2004) [23]. Foi observada a evolução temporal da ilha magnética, e tanto casos de estabilização quanto de desestabilização mostraram-se bem reproduzidos pela simulação. A simulação mostrou também que é necessária uma injeção de ondas mais precisa para melhor estabilização, e que o “erro permitido” para a localização não aumenta significativamente aumentando a potência das ondas.

Já em 2009, Isayama *et al* [27] atestou que normalmente usa-se muito mais potência do que a realmente necessária para estabilizar os NTM's. O objetivo era encontrar o mínimo de energia necessária. Nesse intuito foram estudados dois casos: o caso 1 com $I_p = 1.5$ MA e $B_p = 3.7$ T e o caso 2 com $I_p = 0.85$ MA e $B_p = 1.7$ T. Observou-se ilhas no modo 2/1 com rotação, com frequência 5 kHz. Injeta-se ondas de cíclotron eletrônica com $f = 110$ GHz, no modo ordinário. Entre o aparecimento do NTM e a injeção da onda passa-se cerca 3, 8 s. No caso 1 a potência mínima ficou entre 1 – 1, 3 MW, e no caso 2 em torno de 0, 3 – 0, 5 MW. Segundo Isayama *et al* (2009), os experimentos [28] e a própria equação de Rutherford mostram que a evolução temporal da ilha se dá em três etapas: uma rápida diminuição, então estabiliza e cai rapidamente novamente. Usa-se também a injeção de ondas de cíclotron moduladas, sincronizadas com a rotação das ilhas, de frequência 5 Hz. Avalia-se que é mais efetivo o uso de ondas moduladas por um fator de 2. É necessário que a modulação esteja em fase com a rotação da ilha de forma que a deposição se dê no centro da ilha. Caso se dê no chamado *X-point*, temos uma desestabilização do modo. Quando a injeção ocorre no centro da ilha, a eficiência da estabilização do modo é cerca de 3 vezes mais rápida para ondas moduladas, do que para ondas não moduladas [27].

Urso *et al* (2010) traz novamente a formulação para equação de Rutherford modificada com parâmetros livres obtidos experimentalmente que aparecem na forma de dois parâmetros c_{sat} e c_{stab} (presentes na equação) relacionados a corrente de *bootstrap* e a corrente gerada por ondas EC, respectivamente. Se traz a tona que esses coeficiente como estão relacionados a experimentos, possuem incertezas que muitas vezes são negligenciadas pois é complexa a análise das múltiplas correlações entre os dados obtidos e os cálculos desses parâmetros. Assim foi desenvolvida uma análise de erro a partir de uma teoria probabilística Bayesiana. A partir de uma grande quantidade de dados foi determinada a mínima quantidade de potência de ondas EC necessárias para estabilizar os NTM's em uma projeção do ITER. A análise mostrou que essa potência é diretamente proporcional à razão c_{sat}/c_{stab} e que essas quantidades dependem fortemente de uma medida precisa da largura de saturação da ilha e da densidade de corrente de *bootstrap* no cálculo local do *shear* magnético. Reafirma-se que ainda não existe uma única equação para estudo da evolução dos modos *tearing* mas que o formalismo adotado pode ser usado em formulações ainda mais elaboradas.

O trabalho apresenta dois métodos de obtenção dos parâmetros c_{sat} e c_{stab} . O primeiro considera uma distribuição normal para o erro relacionado às médias dessas quantidades, assim a estimativa dos mesmos se dá via minimização de χ^2 . O segundo método procura estimar as incertezas a partir de uma descrição estatística de todos os dados obtidos e modelando os parâmetros incluindo dependência e vínculos baseados em teoria de probabilidade Bayesiana. Os resultados obtidos nos dois métodos são mostrados a seguir:

- Abordagem χ^2 :

$$c_{sat} = 0,81 \pm 0,13$$

$$c_{stab} = 0,68 \pm 0,22$$

- Abordagem probabilística:

$$c_{sat} = 0,64 \pm 0,07$$

$$c_{stab} = 0,62 \pm 0,09$$

Os autores puderam concluir que o método probabilístico traz muito mais precisão para o cálculo desses parâmetros. A maior precisão desses parâmetros traz melhor precisão para a estimativa da potência de ondas necessárias para estabilização dos NTM's.

Em um trabalho de Ayten e Westerhof, com o Asdex Upgrade Team (2014) [3] também usa-se geração de corrente via ondas de cíclotron eletrônica (*electron cyclotron current drive*, ECCD) para controlar os NTM's. É realizado o estudo não linear da eficiência da geração de corrente. O termo na GRE (*generalized Rutherford equation*) relacionado à ECCD (Δ'_{ECCD}) depende da integral em 2D da transformada de Fourier da densidade de corrente gerada pelas ondas EC, em um corte transversal da ilha. É feita a média sobre um período de rotação da ilha no cálculo dos perfis de densidade de corrente gerada e de deposição de energia. Dessa forma são desprezadas variações temporais devidas à rotação das ilhas, que muda a região de deposição das ondas, e também desprezados possíveis efeitos não-lineares na eficiência de geração de corrente η_{ECCD} .

Em um trabalho anterior de Ayten e Westerhof [2], foi constatado que, sem que

seja feita a média sobre a rotação, para períodos da mesma ordem que o tempo de colisão entre elétrons, ou maiores, o perfil de densidade de corrente EC se move através da ilha com o período de rotação. Assim Δ'_{ECCD} também oscila. Mas como η'_{ECCD} é linear, para largura constante da ilha, a média de Δ'_{ECCD} para uma rotação é igual à obtida em um cálculo feito usando a média do perfil de densidade de corrente.

No trabalho apresentado na Ref. [3] também se investiga em que condições a eficiência se torna não-linear e quais são as consequências. Sabe-se que efeitos não lineares aparecem quando a razão entre densidade de energia absorvida e a raiz da densidade de elétrons passa de um limite, definindo um coeficiente de não linearidade [22]. Na simulação usou-se injeção contínua de ondas, com parâmetros do plasma não perturbado do *ASDEX Upgrade discharge nr 26827* ($B_t = 2,6$ T, $I_p = 1$ MA, $T_e(0) = 3,7$ keV, $n_e(0) = 6,6 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$). Foram estudados os modos $3/2$, com largura da ilha de ≈ 4 cm. A carga efetiva dos íons é $Z_{eff} = 1,6$. Um código calcula o índice de refração de uma onda eletromagnética em uma aproximação de plasma frio para calcular as trajetórias dos feixes, assim a energia depositada é calculada através da eficiência de geração de corrente. Um outro código é responsável pelo cálculo da equação quase-linear de Fokker-Planck, usando uma geometria toroidal, e calculando a função distribuição em termos do momento e do ângulo com a componente paralela do momento (*pitch angle*). A equação de Fokker-Planck é basicamente separada em um termo de colisões e um termo de difusão das ondas EC.

Sem NTM's temos superfícies fechadas com fluxo poloidal constante, em equilíbrio. Com a perturbação aparece uma cadeia de ilhas magnéticas em torno da superfície magnética. Pode-se representar essa nova topologia por superfícies de fluxo helicoidal constante. Assim, tendo esse fluxo calculado em função da posição da topologia das superfícies. A largura da ilha é escrita como a maior distância entre as separatrizes. No código os perfis de temperatura e de densidade são mantidos constantes nas superfícies magnéticas definidas pelo fluxo helicoidal perturbado. A temperatura dentro da ilha é considerada constante, igual à temperatura na separatriz. As ECCD são injetadas com ângulo toroidal $\phi = -8^\circ$, com $P = 1$ MW [3]. Localiza-se a posição da ilha usando o valor do fator de segurança, no caso dado por $q = 3/2 = 1,5$, e é mostrado que a deposição de energia e corrente se dá em torno dessa região. Foi definido por Harvey *et. al.* (1989) um parâmetro de não-linearidade H relacionado à razão entre a densidade de energia

absorvida e a raiz da densidade de elétrons [22].

Para os parâmetros usados em Ayten, Westerhof & Asdex Upgrade Team (2014) o coeficiente de não-linearidade H ficou abaixo do corte. Mostra-se que a eficiência da ECCD cai com o aumento de H , e podemos ter grandes valores de H aumentando a potência da ECCD, ou em experimentos com baixa densidade. Com presença de ilha estacionária, usando diferentes fases da ilha, pode-se mudar a posição da deposição das ondas. Mostra-se que a maior absorção de potência ocorre na região central da ilha. Porém nesse ponto temos $H > 0,5$ e assim a presença de efeitos não lineares. Já no caso em que temos a ilha girando, quando temos o período de rotação maior que o tempo entre colisões, também temos efeitos não lineares na eficiência das ECCD [3]. Tanto aqui quanto no caso da ilha parada isso acontece porque o volume envolto pela superfície magnética fica muito pequeno. A presença desses efeitos não-lineares reduz o efeito de estabilização do NTM [3].

3.1 Trabalhos anteriores do grupo

Entrando nas pesquisas diretas que antecedem o presente trabalho, Rosa e Ziebell (2008) [37], usando o mesmo modelo de lâmina usada no presente trabalho para modelamento do *tokamak*, estudaram a interação de ondas de cíclotron com o plasma, incluindo efeito de colisões, e como novidade efeitos de transporte radial de partículas que têm como origem flutuações no campo magnético. Nesse trabalho foi levada em consideração a transformação do perfil de corrente devido à presença da ilha, porém considerando a largura da ilha constante, tanto no caso de ilhas fixas como no caso de ilhas em rotação. Uma questão muito importante sobre a presença das ilhas, é o fato de que o coeficiente de difusão para as ondas de cíclotron é inversamente proporcional à área da superfície magnética onde a energia das ondas é depositada. Assim, como na presença de ilhas há um achatamento das superfícies magnéticas, pode-se esperar que efeitos quase-lineares podem aparecer.

O foco do estudo foi o modo 2/1 e apesar de ser usado um modelo adequado à aproximação cilíndrica, dois efeitos devidos à geometria toroidal foram levados em conta. Primeiro, a propagação das ondas EC, que ocorre no plano equatorial em um modelo

cilíndrico, foi corrigida levando em conta a curvatura nas linhas de campo magnético. Um segundo efeito da geometria toroidal leva em conta a possibilidade de haver “elétrons aprisionados”, que ao entrar em regiões de campo magnético mais intenso, são refletidos.

Os perfis de densidade, temperatura, fator de segurança e campo magnético são mantidos constantes, e na presença das ilhas é imposta uma simetria em torno da região das ilhas (procedimento também usado no presente trabalho, e melhor explicado posteriormente).

O primeiro ponto apresentado como resultado na Ref. [37], ainda no caso sem ilhas, é o perfil de densidade de potência de ondas EC absorvidas pelo plasma. Os resultados obtidos mostram que a energia das ondas é absorvida na região onde deve se situar a ilha magnética.

O segundo ponto apresentado é o perfil médio de densidade de corrente, na região da ilha. Com o aumento da flutuação magnética, ou seja, do transporte, o pico de energia se afasta do centro da ilha, e diminui a localização da geração de corrente [37]. Por fim, temos a eficiência da geração de corrente, que se mostra pouco afetada por variação na potência de EC, ou pela flutuação magnética [37].

Ao ser acrescentada a presença das ilhas vemos um aumento do pico da densidade de corrente na região da ilha, devido à diminuição da área da superfície ressonante [37]. O pico da média da corrente também sofre um acréscimo de altura, porém percebe-se que com o aumento da flutuação magnética aumenta a parte de corrente que é gerada fora da região da ilha, perto do *X-point*. Isso diminui a eficiência da estabilização, que é baseada principalmente na boa localização da geração de corrente. Com o aumento das flutuações magnéticas, o pico da corrente no centro da ilha também diminui. Este ponto é importante, pois os NTM aparecem devido ao achatamento da corrente de *bootstrap*, e o uso de ondas EC é atrativo, entre outras razões, porque as ondas tem como objetivo acrescentar corrente neste ponto. A diminuição do pico da corrente gerada parece ser um problema novo na eficiência do processo, entretanto mesmo com transporte o pico obtido na região da ilha é mais alto que no caso sem transporte e sem ilha. Ou seja, a energia necessária para estabilização é menor do que em simulações que não consideram a presença das ilhas. Os autores ainda trazem outra análise sobre o motivo do aumento da densidade de corrente

no caso de ilha, como segue: na presença de ilhas, a densidade de elétrons é maior na região entre o centro da ilha e a borda, em relação ao caso sem ilhas. Isso se dá devido ao achatamento nos perfis de densidade e temperatura dos elétrons na região da ilha. Assim, nessas regiões mais externas, as ondas encontram mais partículas para depositar energia, do que no caso sem ilhas.

Conclui-se então que com a presença das ilhas há aumento da eficiência da geração de corrente, e o aparecimento de uma forte dependência com a flutuação magnética. As flutuações magnéticas levam a transporte de partículas, e o transporte, com o passar do tempo, contribui para diminuir a densidade de corrente na região da ilha magnética. Este fenômeno pode ser explicado lembrando que no caso da presença de ilhas temos uma diminuição da região na qual a corrente é gerada, logo mais densidade de energia por partícula. Entretanto quando as partículas difundem para uma região fora da ilha, por transporte, elas vão para uma região de menor densidade de corrente, pois ali há superfícies magnéticas de área maior, e maior população de elétrons. Ao passar para essas superfícies, os elétrons não só recebem menos energia das ondas, como também redistribuem essa energia para outros elétrons via colisões. Um outro resultado obtido no trabalho descrito na Ref. [37] foi que, ao analisar o efeito do aumento da potência de ondas injetadas, não percebe-se melhora na eficiência com o aumento da potência. A corrente gerada não se relaciona linearmente com a potência para os valores considerados (de 0,2 a 1,0 MW), ou seja, na presença de ilhas efeitos quase-lineares aparecem na relação entre eficiência de geração de corrente e potência das ondas injetadas [37]. Por fim, na Ref. [37] foi feita uma análise levando em conta a presença de ilhas com rotação. Esta possibilidade não foi ainda levada em conta no presente trabalho, de modo que não entraremos em detalhes a respeito dos resultados obtidos.

Posteriormente Rosa e Ziebell (2010) [38], ampliaram os estudos dos NTM's já feitos considerando também a ocorrência de um campo elétrico induzido na direção toroidal. Dada a Lei de Faraday, quando ocorrem mudanças no fluxo magnético um campo elétrico é induzido. E assim, aparece uma corrente oposta à corrente criada pelas ondas, “querendo manter” o fluxo magnético inicial. O efeito é mais acentuado na presença de ilhas magnéticas, com a geração de densidades de corrente elevadas na região das ilhas magnéticas. Somente após o desaparecimento ou difusão deste campo elétrico

induzido, para fora da região de deposição das ondas, é que a geração de corrente pode chegar à eficiência total. Pode ser então acrescentado à equação de Fokker-Planck um termo relacionado ao campo elétrico induzido, conforme feito na Ref. [38] e descrito em detalhes no Capítulo 4, que trata da Metodologia empregada no presente trabalho. Para uma descrição mais completa da evolução temporal do campo elétrico, em alguns casos é também considerada no trabalho de Rosa & Ziebell (2010) a existência de uma *loop voltage*, que surge associada à passagem de uma corrente pelo plasma, cuja resistividade é diferente de zero. São apresentados resultados numéricos obtidos considerando dois modos, com dois valores de $q = m/n$, $2/1$ e $3/2$ [38].

Sem considerar a existência de uma *loop voltage*, a ação das ondas EC rapidamente gera o campo elétrico induzido na região da ilha. No decorrer do tempo foi observado a diminuição do pico do campo elétrico na região da ilha, ou seja, o campo rapidamente atinge um valor máximo, e então diminui lentamente. A presença deste campo induzido diminui a eficiência da geração de corrente mas não é suficiente para eliminar a geração de corrente das ondas EC. Entretanto, efeitos quasi-lineares na eficiência da geração de corrente também diminuem. A eficiência no caso sem campo induzido aumentava com a potência das ondas geradas, embora não linearmente. A presença do campo levou a um efeito contrário, fazendo com que a variação de potência afetasse muito pouco a eficiência, e esta até diminuísse com o aumento da potência utilizada [38].

Na presença de uma *loop voltage*, o campo paralelo possui duas contribuições, $E_{\parallel} = E_i + E_0$, o campo induzido e o campo ôhmico, respectivamente. Em Rosa & Ziebell (2010), a condutividade do plasma é calculada de forma autoconsistente, porém considerando somente a corrente ôhmica. Optou-se nestes casos por uma diferença de tempo de $\tau = 20$, entre a geração de corrente induzida e a injeção das ondas, onde τ é o tempo medido em múltiplos do tempo médio entre colisões. Após essa diferença de tempo o campo elétrico induzido já atingiu seu valor máximo, e assim seus efeitos sobre a geração de corrente não-indutiva são reduzidos. Soluções numéricas obtidas para valores grandes do tempo normalizado ($\tau = 1000$) mostraram que o campo induzido sofre muita diminuição porém é ainda presente, considerando casos de pequeno valor da *loop voltage*, $V = -0,1$ V. Ao se analisar o sistema para grandes valores do tempo normalizado percebe-se a diminuição da corrente gerada pelas ondas EC com a adição

do campo induzido, mostrando que mesmo para tempos longos não se chega a atingir a mesma corrente obtida quando o campo induzido não é levado em conta. A relação obtida, entre as correntes com e sem campo induzido, foi de cerca de 65%, para os parâmetros usados na Ref. [38], até tempos da ordem de $\tau = 1000$. A presença da corrente ôhmica não afeta este comportamento. Entretanto, conforme comentam os autores, sem apresentar os resultados, para tempos muito longos ($\tau = 5000$) as correntes totais geradas nos casos com e sem campo induzido acabam se aproximando.

No trabalho de Rosa & Ziebell (2010) é também analisado o efeito da variação do tamanho da largura da ilha (lembrando que nesse trabalho a largura da ilha era considerada constante ao longo da evolução temporal). Sem o efeito do campo induzido o pico da corrente gerada com largura $w = 5$ cm aparece com valor cerca de 55% daquele obtido no caso com $w = 7$ cm. Com campo induzido dois picos aparecem na densidade de corrente média, nas bordas da ilha, devido ao campo induzido. Isso ocorre de forma mais pronunciada para o caso de maior largura da ilha, $w = 7$ cm. Ainda no caso com campo induzido, a mudança na largura da ilha praticamente não afeta o pico da corrente gerada no centro da ilha. Analisando o caso sem ilha, a presença do campo induzido quase não afeta o perfil de densidade de corrente. Considerando a presença de campo induzido a corrente diminui por um fator de 5 em relação ao caso com ilhas.

Por último vale a pena comentar sobre detalhes referentes à injeção das ondas, conforme a Ref. [38]. Foi verificado que, com uma variação pequena em torno do valor de frequência da onda injetada ($f = 137,5, 140$ e $142,5$ Hz) perde-se a localização da geração de corrente no centro da ilha. Foi mostrado também que $\theta = 23^\circ$ é o ângulo de injeção no qual ocorre maior geração de corrente.

Capítulo 4

Metodologia

4.1 Modelo teórico

No modelo teórico para descrever o *tokamak* usamos os campos magnéticos como referência para o sistema de coordenadas do problema. Definimos o campo toroidal \mathbf{B}_ϕ na direção \hat{z} , e assim dizemos que qualquer grandeza vetorial nessa direção é *paralela*. Já grandezas nas direções \hat{x} e \hat{y} podem ser categorizadas como *perpendiculares*. Dessa forma, uma grandeza qualquer \mathbf{A} pode ser separada em duas partes

$$\mathbf{A} = A_1\hat{x} + A_2\hat{y} + A_3\hat{z} = \mathbf{A}_\perp + \mathbf{A}_\parallel. \quad (4.1)$$

O campo poloidal \mathbf{B}_θ , é formado pela corrente que percorre o plasma na direção toroidal, e assim o campo \mathbf{B}_θ é um campo na direção perpendicular. A combinação desses dois campos forma um campo helicoidal que envolve o toróide.

Introduz-se neste ponto o modelo de lâmina que será usado para representar o plasma em um *tokamak*. De acordo com esse modelo, o campo toroidal \mathbf{B}_ϕ é descrito por linhas de campo retilíneas na direção \hat{z} e paralelas à parede de uma lâmina infinita nas direções \hat{y} e \hat{z} . Essa lâmina possui largura $2a$ na direção \hat{x} , como mostra a figura 4.1. Os gradientes de perfis do plasma, como temperatura por exemplo, se dão na direção perpendicular, e as posições x variam de $-a$, a borda interna (onde o campo toroidal é mais intenso), até $+a$, a borda externa (onde o campo toroidal é menos intenso). Essa

posição x representa um ponto onde uma superfície de raio r , vista em um corte poloidal (como na figura (2.9b)), corta o plano equatorial do toróide.

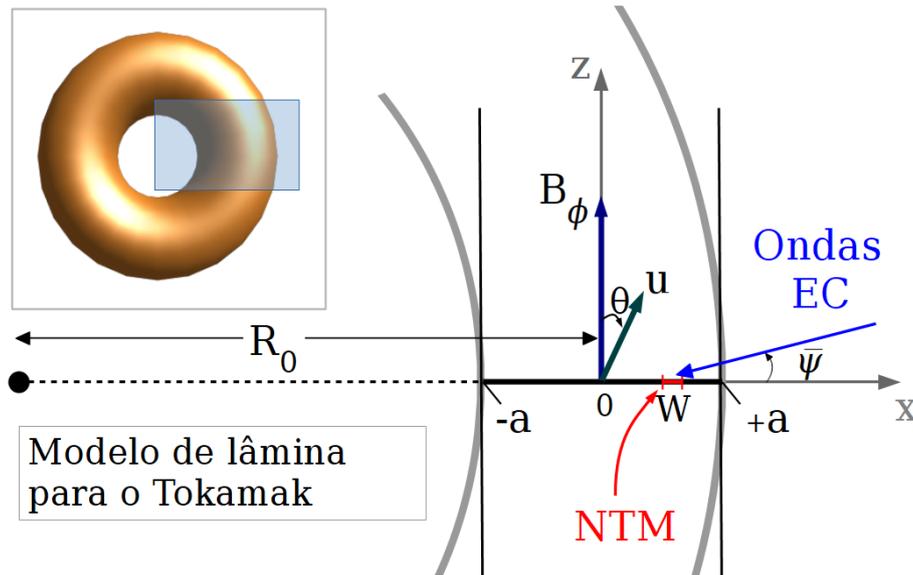


Figura 4.1: Esquema de lâmina do tokamak. Adaptada de figura 1 de Berto *et al.*, (2019) [4]

Na figura 4.1 também são representados os principais parâmetros do tokamak descritos anteriormente, R_0 e a . O ângulo θ , nesse modelo, descreve o ângulo do vetor *momentum* normalizado u em relação ao eixo \hat{z} . Ainda podemos antecipar a partir da figura o posicionamento da ilha magnética devido à existência do NTM, cuja largura W é mostrada na figura 4.1. Por fim também é mostrada a direção da injeção das ondas EC, e descrito o ângulo $\bar{\psi}$ de injeção das ondas em relação ao eixo \hat{x} .

4.2 Aplicação da teoria quase-linear

Nosso interesse é estudar a evolução temporal de fenômenos envolvendo o plasma, sob a ação de ondas do tipo cíclotron eletrônica. Particularmente, estamos interessados na evolução temporal da corrente no plasma. Supomos que os íons no plasma formam um fundo (*background*) de cargas positivas que se mantém estático, essa aproximação é justificada pois as ondas de cíclotron eletrônica são ondas de alta frequência.

Usamos então o formalismo quase-linear e estudamos a evolução da função de distribuição eletrônica na presença de ondas de cíclotron, colisões entre partículas, trans-

porte das partículas através das linhas toroidais de campo magnético, e o efeito de um campo elétrico induzido na direção paralela ao campo magnético toroidal. Temos assim a evolução do sistema modelada por uma equação com diversos termos, que serão descritos separadamente adiante:

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_{EC} + \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_C + \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_T + \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_{E_{\parallel}}. \quad (4.2)$$

O símbolo $f = f(u, \mu, x, \tau)$ representa a função de distribuição eletrônica, sendo x a posição na direção radial no plano equatorial do *tokamak*, u o *momentum* normalizado (dividido por $(m_e T_{e0})^{1/2}$), $\mu = \cos(\theta)$, onde θ é o ângulo entre o *momentum* da partícula e o campo magnético toroidal (*pitch angle*), e τ é o tempo normalizado pelo tempo de colisão dos elétrons no centro da coluna de plasma, $\tau_c = (\nu_{e0})^{-1}$, que em unidades do sistema internacional (SI) é dado por [34]

$$\nu_{e0} = \frac{2\pi e^4 n_{e0} \Lambda_0}{(m_e T_{e0})^{1/2}}. \quad (4.3)$$

onde Λ_0 é o logaritmo de Coulomb calculado no centro da coluna de plasma. Para os parâmetros que serão descritos mais adiante, o tempo médio entre colisões é da ordem de $\tau_c \simeq 3,704 \times 10^{-5}$ s.

A equação (4.2) representa uma formulação baseada na teoria quase-linear, acrescentada de efeitos colisionais e de outros efeitos. Assim como foi mostrado em uma situação relativamente simples na seção 2.3.4, essa equação descreve uma difusão da função distribuição f no espaço de velocidades. Para os diferentes termos que aparecem nela, vamos usar expressões conhecidas, citando as referências onde podem ser encontrados mais detalhes a respeito da derivação.

4.2.1 Termo relacionado às ondas de cíclotron eletrônicas

O primeiro termo da equação é relacionado ao efeito das ondas de cíclotron eletrônicas. Ele descreve a evolução quase-linear causada pelas ondas do tipo cíclotron eletrônica, que são ondas eletromagnéticas. A derivação detalhada é bastante complexa mas segue passos similares aos que foram apresentados na seção 2.3.4, onde foi considerado o caso

mais simples de ondas eletrostáticas em plasma não magnetizado. Sem mostrar os detalhes da derivação, usaremos aqui uma forma do termo relacionado com as ondas de cíclotron que é bem conhecida na literatura [35, 15],

$$(\partial_\tau f)_{EC} = \frac{1}{u_\perp} \left(y \partial_{u_\perp} + \frac{u_\parallel}{\sqrt{\mu_{e0}}} \partial_{u_\parallel} n_\parallel \right) \left[u_\perp D_{cy} (\partial_{u_\perp} + n_\parallel \frac{u_\perp}{\sqrt{\mu_{e0}}} \partial_{u_\parallel}) f \right], \quad (4.4)$$

onde $y_l = l\omega_c/\omega$ é o harmônico de cíclotron, ω_c é a frequência de cíclotron fundamental, e ω é a frequência da onda incidente, n_\parallel a componente paralela do índice de refração e $\mu_{e0} = m_e c^2 / T_{e0}$. A temperatura é escrita em unidades de energia com a constante de Boltzman "subentendida".

O coeficiente de difusão D_{cy} em cada posição do plasma é dado por

$$D_{cy} = \frac{4\pi P_0}{e^2 S n_e \Lambda \omega} \frac{h \Gamma(n_\parallel)}{\gamma |u_\parallel|}, \quad (4.5)$$

onde P_0 é a potência da onda de cíclotron injetada na borda, γ é o fator relativístico ($\gamma = \sqrt{1 + p^2/m_e^2 c^2}$) e S é a área da superfície magnética onde o coeficiente de difusão é calculado. A função h está relacionada com a trajetória do feixe durante a absorção do mesmo,

$$h = \frac{c}{\omega} |b| |\mathbf{\Pi} \cdot \boldsymbol{\sigma}|^2 e^{-2 \int_{x_0}^x k''_\perp dx}. \quad (4.6)$$

Nessa expressão, x é a posição onde o coeficiente de difusão está sendo calculado, x_0 é a posição inicial, e k''_\perp é a parte imaginária da componente perpendicular do vetor de onda [34]. A parte imaginária do vetor de onda é função do tempo $k''_\perp = k''_\perp(\tau)$, e é computada em cada interação no cálculo da relação de dispersão para as ondas no plasma. A relação de dispersão é escrita assumindo um plasma localmente homogêneo e resolvido em cada posição do plasma e ao longo do tempo, com o tensor dielétrico que também depende da evolução temporal de função de distribuição eletrônica [37]. Por isso descrevemos a abordagem da absorção das ondas como autoconsistente em relação à função de distribuição de velocidades das partículas do plasma. A suposição para um plasma localmente homogêneo se justifica pois o tamanho típico das inomogeneidades é muito maior do que o comprimento de onda das ondas de cíclotron eletrônicas.

A expressão 4.6 depende das quantidades $|b|$ e $|\mathbf{\Pi} \cdot \boldsymbol{\sigma}|$ que dependem das compo-

mentos do tensor dielétrico do plasma, e podem ser escritas como [35]

$$\begin{aligned}
\Pi \cdot \sigma &= \frac{1}{2} \{ [\epsilon_{12}(\epsilon_{33} - n_{\perp}^2) + i\epsilon_{13}(\epsilon_{13} + n_{\parallel}n_{\perp})] \\
&\quad - i[(\epsilon_{13} + n_{\parallel}n_{\perp})^2 - (\epsilon_{11} - n_{\parallel}^2)(\epsilon_{33} - n_{\perp}^2)] \\
&\quad - \frac{n_{\perp}}{Y} \frac{u_{\parallel}}{\sqrt{\mu}} [i\epsilon_{13}(\epsilon_{11} - n_{\parallel}^2) + \epsilon_{12}(\epsilon_{13} + n_{\perp}n_{\parallel})] \} \\
&\quad \{ -[\epsilon_{12}(\epsilon_{33} - n_{\perp}^2) + i\epsilon_{13}(\epsilon_{13} + n_{\perp}n_{\parallel})]^2 \\
&\quad + [(\epsilon_{13} + n_{\parallel}n_{\perp})^2 - (\epsilon_{11} - n_{\parallel}^2)(\epsilon_{33} - n_{\perp}^2)]^2 \\
&\quad - [i\epsilon_{13}(\epsilon_{11} - n_{\parallel}^2) + \epsilon_{12}(\epsilon_{13} + n_{\perp}n_{\parallel})]^2 \}^{-1/2},
\end{aligned} \tag{4.7}$$

e

$$\begin{aligned}
|b| &= |(\epsilon_{11} - n_{\perp}^2 - n_{\parallel}^2)(\epsilon_{11} - n_{\parallel}^2 + \epsilon_{33} - n_{\perp}^2) \\
&\quad + (\epsilon_{11} - n_{\parallel}^2)(\epsilon_{33} - n_{\perp}^2) + \epsilon_{12}^2 - n_{\perp}^2 n_{\parallel}^2|_c \\
&\quad \times \frac{\omega}{2c} \{ n_{\perp}^2 [n_{\perp}^2 2\epsilon_{11} + n_{\parallel}^2(\epsilon_{11} + \epsilon_{33}) - \epsilon_{11}^2 - \epsilon_{12}^2 - \epsilon_{11}\epsilon_{33}]^2 \\
&\quad + n_{\parallel}^2 [n_{\perp}^2(\epsilon_{11} + \epsilon_{33}) + 2\epsilon_{33}(n_{\parallel}^2 - \epsilon_{11})]^2 \}^{-1/2}.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Nessas expressões n_{\perp} é a componente perpendicular do fator de refração vetorial, e n_{\parallel} satisfaz a condição de ressonância $n_{\parallel} = (\gamma - Y)\sqrt{m_e c^2 / T_{e0}} / u_{\parallel}$. O índice “c” na expressão para $|b|$ indica que a quantidade é calculado utilizando a aproximação para plasma frio.

No coeficiente de difusão temos também a quantidade Γ , que é uma distribuição de números de onda paralelos, na forma

$$\Gamma(n_{\parallel}) = \frac{e^{-(n_{\parallel} - \bar{n}_{\parallel}) / (\Delta n_{\parallel})^2}}{\Delta n_{\parallel} \sqrt{\pi}}. \tag{4.9}$$

Nessa expressão temos o número de onda paralelo das ondas de cíclotron $n_{\parallel} = \sin \Psi$, onde Ψ é ângulo de injeção do feixe. Temos também \bar{n}_{\parallel} , dado por $\bar{n}_{\parallel} = \sin \bar{\Psi}$, que relaciona-se ao centro do espectro do feixe. O número de onda deve respeitar a condição de ressonância,

$$\frac{u_{\parallel} n_{\parallel}}{\sqrt{\mu_e}} - \gamma + y = 0. \tag{4.10}$$

Correções toroidais são aplicadas sobre a componente paralela do índice de refração, devido à curvatura nas linhas de campo magnético.

$$n_{\parallel}(x) = n_0 \frac{R_0 + a}{R_0 + r} \quad (4.11)$$

onde n_0 é o índice de refração paralelo na borda do plasma [37].

O perfil de densidade de potência de ondas EC absorvidas pelo plasma, pode ser encontrado pela seguinte expressão [37],

$$\rho_{EC}(x, t) = \frac{1}{S} \int_{-\infty}^{+\infty} P_0(n_{\parallel}) \frac{\partial \eta_{abs}}{\partial x}(n_{\parallel}, x, t) dn_{\parallel} \quad (4.12)$$

onde $P_0(n_{\parallel})$ é a potência do feixe, cujo índice de refração é n_{\parallel} , na borda do plasma, e

$$\eta_{abs}(n_{\parallel}, x, t) = 1 - e^{-\int_{x_a}^x k''(x', t) dx'} \quad (4.13)$$

é a fração de energia absorvida entre a borda do plasma, x_a , e a posição x . O símbolo k'' representa a parte imaginária do vetor de onda, obtida a partir da relação de dispersão.

4.2.2 Termo de colisões

Para uma descrição apropriada da interação por colisões de elétrons com outros elétrons e íons, usa-se [37],

$$(\partial_{\tau} f)_C = a_1 \partial_{\mu}^2 f + a_3 \partial_{\mu}^2 f + b_1 \partial_{\mu} f + b_2 \partial_{\mu} f + c f, \quad (4.14)$$

onde

$$a_1 = \frac{G(x)}{u} [R_e + Z R_i] \quad (4.15)$$

$$a_3 = G(x) \frac{1 - \mu^2}{u^3} [P_e + Z P_i] \quad (4.16)$$

$$b_1 = \frac{G(x)}{u^2} [2(P_e + Z P_i) - (2\Phi_i + \Phi_i'')] \quad (4.17)$$

$$b_2 = -G(x) \frac{2\mu}{u^3} [P_e + Z P_i] \quad (4.18)$$

$$c = 8\pi G(x) \quad (4.19)$$

e

$$G(x) = \frac{\Lambda_e n_e}{\Lambda_{e0} n_{e0}} \quad (4.20)$$

$$P_\beta = \Phi_\beta \left(1 - \frac{1}{2\omega_\beta^2}\right) + \frac{\Phi'_\beta}{2\omega_\beta}, \quad R_\beta = \frac{\Phi_\beta}{\omega_\beta^2} - \frac{\Phi'_\beta}{\omega_\beta} \quad (4.21)$$

$$\omega_\beta = u \left(\frac{1}{2} \frac{m_\beta T_{e0}}{m_e T_\beta} \right) \quad (4.22)$$

$$\Gamma_\beta = p \left[\left(1 + \frac{1}{2\omega_\beta^2}\right) \Phi_\beta + \frac{\Phi'_\beta}{2\omega_\beta} \right] \quad (4.23)$$

$$\Phi_\beta = \phi(\omega_\beta), \quad \Phi'_\beta = \frac{d\Phi}{dx} \Big|_{x=\omega_\beta}, \quad \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (4.24)$$

O símbolo $\Phi(x)$ representa a função erro, Z é a carga efetiva dos íons, e o parâmetro β foi usado para diferenciar o tipo de partícula (íons ou elétrons).

4.2.3 Termo de transporte

A origem detalhada do transporte dentro do plasma não é completamente entendida. Mecanismos baseados em flutuações eletromagnéticas tem sido longamente discutidos, assim como mecanismos baseados em flutuações eletrostáticas [30, 19]. Neste trabalho supomos que o transporte das partículas tem origem em flutuações magnéticas, que representam a diferença entre o campo perturbado local e o campo médio local. Na presença de flutuações magnéticas um elétron pode desviar radialmente de sua órbita por saltos caracterizados como $\Delta r \sim \tilde{b} L_c$, onde $\tilde{b} = |\delta \mathbf{B}|/|\mathbf{B}| \ll 1$ é um parâmetro adimensional que denota o nível de turbulência magnética, e $L_c \sim 2\pi q R$ é o comprimento de uma revolução na direção toroidal, onde q é o fator de segurança. O tempo característico desse movimento aleatório é o tempo de uma revolução toroidal do elétron dado por $\tau_c \sim 2\pi q R/|v_{||}|$. Essas suposições nos levam a um coeficiente de difusão do tipo $D_t \sim (\Delta r)^2/\tau_c$ [18]. Utilizando as unidades normalizadas descritas anteriormente o termo de difusão espacial pode ser escrito como [37]

$$(\partial_\tau f)_T = \partial_x (D_m \partial_x f) \quad (4.25)$$

onde D_m é um coeficiente de difusão de partículas que pode ser escrito como

$$D_m = \frac{2\pi q R_0 c}{\nu_{e0}} \left(\frac{|u_{\parallel}|}{\gamma \mu_{e0}^{1/2}} \tilde{b}^2 \right) \quad (4.26)$$

sendo ν_{e0} a frequência de colisão eletrônica no centro do plasma. Supomos um perfil da turbulência do tipo parabólico, com máximo na borda do plasma (\tilde{b}_a) e nulo no centro. O fato de o coeficiente depender de $|u_{\parallel}|$ faz com que o efeito de transporte seja mais relevante para partículas de grande velocidade na direção paralela, ou seja, as partículas na “cauda” da distribuição, as quais interagem com as ondas de cíclotron.

4.2.4 Termo de campo elétrico induzido

O último termo da equação (4.2) vem da existência de um campo elétrico induzido na direção toroidal, e pode ser escrito como [38],

$$(\partial_{\tau} f)_{E_{\parallel}} = \frac{E_{\parallel}}{E_{e0}} \left(\mu \partial_u f + \frac{1 - \mu^2}{u} \partial_{\mu} f \right), \quad (4.27)$$

onde E_{e0} é uma constante dada por $E_{e0} = 4,5 \times 10^9 (\omega_{pe0}^2 \Lambda_0) (em_e / T_{e0})$. O campo elétrico na direção paralela pode ter duas origens, uma devido à voltagem que percorre o plasma (*loop voltage*) e outra como resposta indutiva às mudanças no perfil de densidade de corrente. Esse campo elétrico indutivo é efetivo na direção oposta à direção do fluxo de corrente, e tende a reduzir a corrente criada pelas ondas de cíclotron (EC) [38].

A equação que governa a evolução temporal desse campo é dada por [20],

$$\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial^2 E_{\parallel}}{\partial x^2} - \frac{1}{\sigma} \frac{J_{rf}}{\partial t} - \frac{E_{\parallel}}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad (4.28)$$

onde J_{rf} é a parte da densidade de corrente no plasma que é devida às ondas de radio-frequência (RF), $J_{rf} = J - \sigma E_{\parallel}$. Supomos que na borda do plasma, o campo elétrico é constante. Percebe-se então três fatores que podem contribuir para o campo elétrico paralelo. O primeiro termo, relacionado à segunda derivada espacial do próprio campo elétrico. Para um perfil de campo elétrico Gaussiano, com máximo no centro das ilhas, esse termo será negativo, assim diminuindo o campo induzido próximo ao centro das ilhas

magnéticas. Assim, escrevemos um campo elétrico na forma gaussiana,

$$E_{\parallel} = Ae^{-(x-x_r)^2/\sigma_x^2},$$

sendo A e σ_x constantes, e x_r a posição do superfície ressonante, ou seja, o centro das ilhas. Teremos então o primeiro termo,

$$\frac{\partial^2 E_{\parallel}}{\partial x^2} = -\frac{2E_{\parallel}}{\sigma_x^2} \left[1 - \frac{2}{\sigma_x^2} (x - x_r)^2 \right]. \quad (4.29)$$

Ou seja, para pontos próximos do centro da ilha ($x_r - \frac{\sigma_x}{\sqrt{2}} < x < x_r + \frac{\sigma_x}{\sqrt{2}}$), esse termo contribui para a diminuição do campo elétrico induzido. Já para valores mais distantes da ilha, o termo é positivo e contribui para o acréscimo do campo elétrico.

O segundo termo da equação (4.28) está relacionado à variação do perfil de densidade de corrente, e este termo é positivo com o aumento da corrente devido à injeção de ondas de radiofrequência. O último termo da equação (4.28) é relacionado à variação da condutividade no plasma, que é calculada de forma autoconsistente durante a simulação [38]. Assim a equação (4.28) é calculada juntamente com a equação (4.2) no sistema.

4.3 Elétrons aprisionados

Foi também incluída a possibilidade de existir elétrons aprisionados. Devido à torção das linhas magnéticas (*shear* magnético) no *tokamak*, os elétrons que percorrem uma trajetória espiral em torno do *tokamak* na direção toroidal, passam por regiões de campo magnético de diferentes magnitudes. Em termos do *momentum* normalizado, podemos representar os elétrons viajando em sentidos opostos ao longo do campo magnético mas com mesma velocidade como $u\mu$ e $-u\mu$, onde $\mu = \cos(\theta)$. Quando os elétrons atingem uma região de campo magnético mais intenso, a velocidade paralela ao campo diminui. Sendo assim existe uma velocidade inicial limite na qual os elétrons são refletidos, e os elétrons que tiverem velocidade maior continuam sua trajetória. Em cada instante da evolução do sistema, para elétrons aprisionados temos

$$f(u, \mu, \tau, x) = \frac{f(u, \mu, \tau, x) + f(u, -\mu, \tau, x)}{2}. \quad (4.30)$$

Assim para elétrons em uma posição x , que satisfazem a condição de aprisionamento, a função de distribuição para *momentum* $u\mu$ é feita como a média entre as populações de partículas viajando nos dois sentidos, dada pela equação (4.30). O efeito das ondas na distribuição não é simétrico, portanto a distribuição nos dois sentidos se torna diferente a cada instante de tempo do cálculo da evolução da função de distribuição. Para garantir a simetria que deve ser obedecida pela população de elétrons aprisionados viajando em ambos os sentidos, impomos a equação (4.31)

$$f(u, -\mu) = f(u, \mu). \quad (4.31)$$

Os elétrons que são aprisionados precisam satisfazer a seguinte condição

$$\frac{\mu}{(1 - \mu^2)^{1/2}} < \left(\frac{2r}{R_0}\right)^{1/2}. \quad (4.32)$$

4.4 Presença das ilhas magnéticas

A presença das ilhas modifica a posição das superfícies magnéticas na lâmina de plasma, pois com a presença da ilha as superfícies magnéticas são afastadas das suas posições originais. As superfícies magnéticas dentro da ilha magnética são fechadas em torno do centro da ilha. Assim, consideramos que os perfis que dependem da posição no eixo \hat{x} da superfície magnética, possuem uma simetria em torno do centro da ilha magnética. Enquanto fora da ilha é considerada simetria em torno do centro da coluna de plasma em um modelo de *tokamak* de seção reta circular. Portanto, a presença das ilhas modifica os perfis que dependem da posição das superfícies de fluxo, como temperatura e densidade. Esta simetria é imposta considerando que um elétron viaja por uma superfície de fluxo em uma escala de tempo muito menor que as mudanças nesses perfis.

A simetria impõe um valor “uniforme” em cada superfície, tanto nas superfícies fechadas ao redor do centro da ilha como nas superfícies fora da região da ilha que foram “empurradas” devido à sua presença (figura 4.2). Portanto, é necessário que essas quantidades sejam modificadas na região da ilha. A modificação em uma dada quantidade

Q é feita satisfazendo uma condição de simetria na região das ilhas [34]

$$Q(x_s \pm \delta x) = [Q_{eq}(x_s + \delta x) + Q_{eq}(x_s - \delta x)]/2, \quad (4.33)$$

onde o x_s indica a posição da superfície magnética na qual o fator de segurança é racional, $q = m/n$, no equilíbrio, δx é a separação entre uma dada superfície magnética da ilha e o ponto x_s , e $Q_{eq}(x)$ é o valor da quantidade no ponto x , dado pelo perfil de equilíbrio.

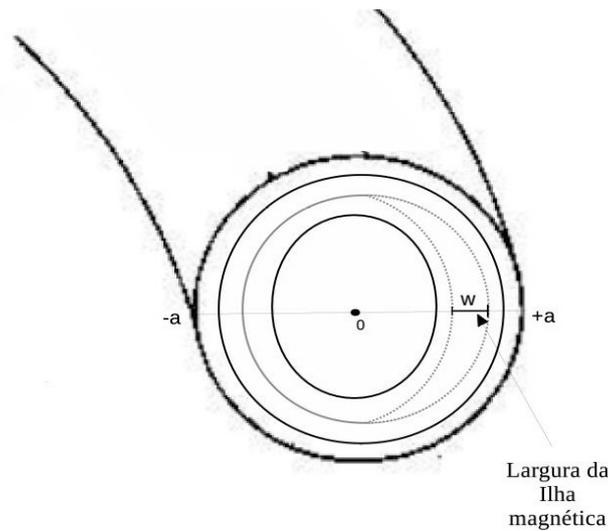


Figura 4.2: Esquema que mostra uma ilha magnética no *tokamak*, vista em corte.

Como já citado, a ilha pode aparecer em superfícies com fator de segurança racional, $q = m/n$. O fator de segurança é uma quantidade que é definida a partir dos campos magnéticos. Em nosso tratamento obtemos o fator de segurança, identificamos a posição ao longo do eixo x na qual é satisfeita a condição de fator de segurança racional para determinado modo a ser estudado, e em torno desse ponto supomos a presença de uma ilha, com largura inicial fornecida como parâmetro.

Analisando o modelo de superfícies magnéticas utilizado, no caso sem nenhuma estrutura magnética presente, como uma ilha, podemos considerar superfícies cilíndricas concêntricas que percorrem o *tokamak* na direção toroidal. Quando elétrons em uma certa posição entram em ressonância com as ondas, eles recebem energia. Essa energia rapidamente percorre uma superfície magnética devido ao movimento muito rápido dos elétrons ao longo das linhas de campo magnético [37]. Utilizando uma aproximação cilíndrica a área da superfície magnética onde ocorre a deposição das ilhas, que aparece no

denominador da equação (4.5), pode ser escrita como:

$$S = 4\pi^2 R_0 r \quad (4.34)$$

Quando consideramos a presença da ilha, e consideramos que a energia da onda é depositada em uma superfície pertencente à ilha, é necessário um modelo da geometria da ilha [34]. Nesse modelo a área das superfícies pertencentes a ilha são descritas como,

$$S = 8\pi(R_0 + r_s) \int_0^{\theta_0} r(\theta_p) d\theta_p, \quad (4.35)$$

onde θ_p é o ângulo poloidal no plano poloidal e θ_0 é o ângulo máximo atingido pela ilha nesse plano ($-\theta_0 \leq \theta_p \leq \theta_0$). Já r_s é a posição da superfície ressonante ao modo *tearing*. Para a superfície mais externa de uma ilha associada a um modo (m, n) , temos $\theta_0 = \pi/m$. Todas as superfícies contidas possuem θ_0 menor, diminuindo com a posição radial da superfície em relação ao centro da ilha. O vetor $r(\theta_p)$ localiza os pontos pertencentes à superfície que está sendo calculada,

$$r(\theta_p) = r_s + \frac{W_i}{\sqrt{8}} [\cos(m\theta_p) - \cos(m\theta_0)]^{1/2}, \quad (4.36)$$

onde W_i é a largura de uma superfície magnética dentro da ilha. Um esquema desse modelo pode ser visto na figura 4.3

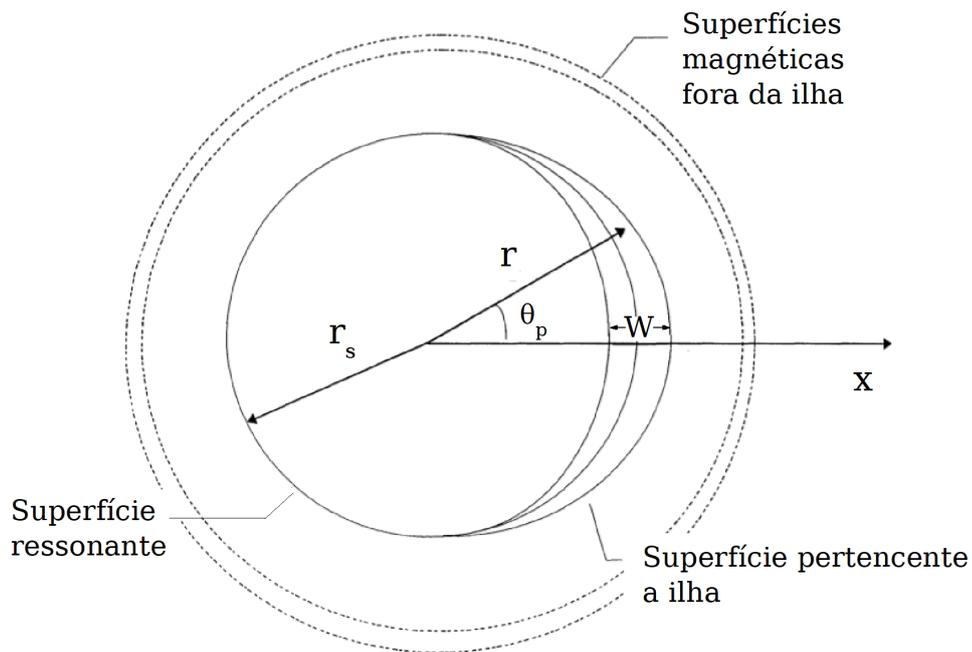


Figura 4.3: Esquema da geometria da ilha magnética. Figura 1 de Rosa e Giruzzi, (2000) [34]

4.5 Campos magnéticos

No modelo utilizado, o campo toroidal do *tokamak* possui um perfil constante no tempo, com a seguinte expressão

$$B_\phi(x) = \frac{B_0}{(1 + x/R_0)} \quad (4.37)$$

onde B_0 , o valor do campo toroidal no centro da coluna de plasma, é escolhido de acordo com valores característicos do experimento que queremos simular. Esse perfil obedece a proporção de $1/R$ típica de *tokamaks*.

O campo poloidal é o campo gerado pela corrente que percorre o plasma na direção toroidal. No caso de *tokamaks* com seção reta circular, o perfil de corrente pode ser considerado simétrico em torno do centro do plasma. Na presença de ilhas magnéticas, essa simetria é perdida, pois a ilha desloca as superfícies magnéticas no entorno da posição onde ela se forma. Um tratamento que leve em conta essa falta de simetria no perfil de corrente não parece compatível com o modelo de lâmina que adotamos para descrição

do *tokamak*. Assim, em primeiro momento, para o cálculo do campo poloidal necessário para obtenção do fator de segurança, adotamos um procedimento aproximado em que ignoramos a presença da ilha.

Supomos superfícies magnéticas cilíndricas, com um perfil de densidade de corrente que tem dependência apenas radial, e usamos a lei de Ampère para obtenção do campo poloidal. Dessa forma, o campo poloidal é dado pela corrente I que passa por um “disco” de raio r em torno do centro da coluna de plasma,

$$\oint \vec{B}_\theta \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I,$$

$$(2\pi r)B_\theta = \mu_0(2\pi) \int_0^r r J(r) dr,$$

$$B_\theta(r) = \frac{\mu_0}{r} \int_0^r r' J(r') dr'. \quad (4.38)$$

Em nossa simulação desconsideramos a presença da ilha para o cálculo do campo poloidal, também desprezamos nesse cálculo o efeito da corrente localizada gerada pelas ondas EC. O campo poloidal obtido é gerado somente pela corrente ôhmica induzida pelo *loop voltage* inicial. Portanto, na equação (4.38), $J(r)$ é a densidade de corrente ôhmica. As linhas de campo magnético poloidal circulam em torno da coluna de plasma no sentido anti-horário, pois consideraremos que a corrente percorre o plasma no sentido oposto do campo magnético toroidal. Assim utilizaremos $B_\theta(x)$ cuja magnitude é calculada pela expressão (4.38), porém $B_\theta(x)$ é negativo para $x < 0$.

4.6 Fator de segurança (q)

No modelo utilizado para a descrição do *tokamak*, o perfil do fator de segurança pode ser calculado a partir dos campos magnéticos toroidal e poloidal. Levando em conta a aproximação de grande razão de aspecto e seção reta circular, recaímos na equação (2.65), que reproduzimos aqui,

$$q(x) = \frac{x B_\phi(0)}{R_0 B_\theta(x)}. \quad (4.39)$$

Observando a equação (4.39), vemos que em $x = 0$ tanto o numerador quanto o denominador vão a zero, uma vez que $B_\theta(x = 0) = 0$. A equação (4.39) leva portanto

a uma indeterminação para o fator de segurança no centro do plasma, o que exige uma aproximação mais cuidadosa. Usando a lei de Ampère, e considerando uma circunferência de raio r , podemos escrever

$$\oint B_{\theta}(r) r d\theta = \mu_0 \int J da \quad (4.40)$$

Considerando um raio infinitamente pequeno em torno do centro da coluna de plasma, e considerando que a densidade de corrente dentro desse raio é constante e igual à densidade de corrente no centro, podemos escrever $B_{\theta}(x)$, considerando um ponto no plano equatorial onde $r = x$,

$$B_{\theta} 2\pi x = \mu_0 J(r=0) \pi x^2 \Rightarrow B_{\theta} = \frac{\mu_0 J(r=0)x}{2}, \quad (4.41)$$

e assim temos

$$q(0) = \frac{x B_{\phi}(0) 2}{R_0 \mu_0 J(r=0)x}. \quad (4.42)$$

Dessa forma cancelamos a dependência com x , e podemos escrever

$$q(0) = \frac{2B_{\phi}(0)}{R_0 \mu_0 J(r=0)}. \quad (4.43)$$

Na presença de ilhas, as superfícies magnéticas deixam de ser concêntricas em torno do centro da coluna de plasma, de modo que a equação (4.39) deixa de ser adequada para descrição do fator de segurança. Em nosso tratamento aproximado, obtemos o fator de segurança usando a equação (4.39), sem considerar a presença das ilhas e os efeitos da injeção de ondas. O fator de segurança obtido evolui de forma autoconsistente, à medida que evolui a corrente no plasma, tendendo a uma situação de equilíbrio. Modelamos a presença da ilha no entorno da superfície magnética onde o valor de equilíbrio do fator de segurança autoconsistente coincide com o valor m/n do modo escolhido.

4.7 Corrente de *bootstrap*

A corrente de *bootstrap* depende principalmente da razão entre os gradientes de pressão no plasma e o campo poloidal [42] e pode ser escrita como

$$j_{bs} = -1,46 \frac{\epsilon^{1/2}}{B_\theta} \frac{p}{L_p}, \quad (4.44)$$

onde $L_p = p/p'$. Segundo Hirshman and Sigmar, (1981) [26], essa corrente pode ser melhor descrita, a partir de um ajuste que leva em conta os gradientes de densidade e temperatura separadamente, como

$$j_{bs} = -1,46 \frac{\epsilon^{1/2}}{B_\theta} p \left(\frac{2,27}{L_n} + \frac{0,6}{L_T} \right) \quad (4.45)$$

onde $\epsilon = r/R$ é o inverso do razão de aspecto do *tokamak*. Nesse contexto a pressão envolve tanto elétrons quanto íons, e assim é escrita como $p = N_e(T_e + T_i)$, considerando que a densidade dos íons é igual a dos elétrons. Dessa forma os gradientes L_n e L_T , são escritos como,

$$L_n = \frac{N_e}{\frac{dN_e}{dr}}, \quad L_T = \frac{T_e + T_i}{\frac{dT_e}{dr} + \frac{dT_i}{dr}} \quad (4.46)$$

4.8 Evolução das ilhas magnéticas

Uma vez suposta a presença das ilhas, buscamos descrever a evolução da sua largura. O tratamento teórico destas instabilidades é feito usando abordagem da magnetohidrodinâmica, e como foi abordado na revisão bibliográfica existem diferentes equações para descrever o problema. Como já citado, o tratamento no presente trabalho é feito usando elementos da teoria cinética, portanto partimos de resultados obtidos na abordagem MHD e acoplamos ao tratamento cinético.

Iremos descrever dois conjuntos de equações obtidos na leitura. Em primeiro a descrição da evolução temporal da largura das ilhas foi feita usando uma generalização da equação de Rutherford [39] (GRE) descrita por Hegna e Callen em 1997 [25]. Com o objetivo de melhorar a descrição do problema vamos abordar também o uso de uma modificação da equação de Rutherford (MRE) baseada no trabalho Urso *et. al.* (2010) [41],

a qual não só descreve outros fenômenos que influenciam a largura da ilha mas também conta com parâmetros livres de parametrização com dados experimentais.

4.8.1 Generalização da equação de Rutherford

Essa formulação da equação de evolução temporal da largura da ilha magnética é separada em três diferentes termos: o termo estabilizador clássico (Δ'), ligado à corrente de equilíbrio; o termo vindo de efeitos neoclássicos (Δ'_β); e o termo devido à corrente gerada na região das ilhas, devido a ação das ondas de radiofrequência (Δ'_{CD}). Sendo W a largura da ilha magnética, a equação que dita a sua variação fica na forma [20]

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\kappa_r}{\sigma\mu_0}(\Delta' + \Delta'_\beta + \Delta'_{CD}) \quad (4.47)$$

onde σ é a condutividade, cuja unidade é $\left[\frac{\text{s}^3\text{A}^2}{\text{kg}\cdot\text{m}^3}\right]$, e μ_0 é a permeabilidade do vácuo dada por $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \approx 1,26 \times 10^{-6} \text{ N/A}^2$. Já κ_r é uma constante adimensional de valor aproximadamente 1. Portanto as constantes que aparecem na equação (4.47) tem as seguintes unidades

$$\frac{\kappa_r}{\mu_0\sigma} = \left[\frac{\text{A}^2 \text{ kg}\cdot\text{m}^3}{\text{N} \text{ s}^3\text{A}^2}\right] \quad (4.48)$$

e como $\text{N} = \text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$

$$\frac{\kappa_r}{\mu_0\sigma} = \left[\frac{\text{A}^2\text{s}^2 \text{ kg}\cdot\text{m}^3}{\text{kg}\cdot\text{m} \text{ s}^3\text{A}^2}\right] = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]. \quad (4.49)$$

Assim os termos Δ tem todos unidade de $[\text{m}^{-1}]$.

O termo de estabilização clássico Δ' é aproximado como

$$\Delta' = -\frac{10}{a} \left(1 - \frac{W}{0,2a}\right), \quad (4.50)$$

Já Δ'_{CD} pode ser escrito como [20]

$$\Delta'_{CD} = 16 \frac{\Delta_{vac} I_{CD} a^2}{n s_s q_a I_p W^2} \eta_{CD}, \quad (4.51)$$

onde $\Delta_{vac} = -2m/r_s$ é Δ' calculado no vácuo, m e n denotam, respectivamente, os números poloidal e toroidal das ilhas magnéticas, e q_a é fator de segurança calculado na borda $x = a$. O *shear* magnético s_s , escrito como $s_s = x_s q'_s/q_s$, é calculado na superfície

ressonante x_s . I_p é a corrente total no plasma, e I_{CD} é corrente gerada somente pelas ondas de cíclotron. Já η_{CD} é uma medida adimensional da eficiência da localização da geração de corrente por rádio frequência [25].

O termo neoclássico (em unidades do SI) pode ser dado por [25]

$$\Delta'_\beta = -9,2 \left(\frac{x_s}{R_s} \right)^{1/2} \frac{1}{W} \frac{\mu_0 p'_s R^2 q_s}{\psi'^2 q'_s} \quad (4.52)$$

$$q'_s = \left[\frac{\partial q}{\partial r} \right]_s, \quad p'_s = \left[\frac{\partial p}{\partial r} \right]_s, \quad \psi'_s = \left[\frac{\partial \psi}{\partial r} \right]_s \quad (4.53)$$

$$R_s = (R_0 + x_s) \quad (4.54)$$

onde q é o fator de segurança, p a pressão, e ψ o fluxo poloidal, todos eles calculados na superfície ressonante ao modo *tearing* estudado, ou seja, na posição do centro da ilha.

O perfil do fator de segurança pode ser calculado de forma autoconsistente usando a aproximação descrita anteriormente. O perfil de pressão é calculado considerando um modelo simples de gás ideal, $P_e(x) = n_e(x)T_e(x)$, calculado a partir dos perfis iniciais de temperatura e densidade. A derivada radial do fluxo poloidal pode ser obtida em termos do campo poloidal. Observando a figura 4.4, podemos escrever [43]

$$d\psi = 2\pi R B_\theta dx. \quad (4.55)$$

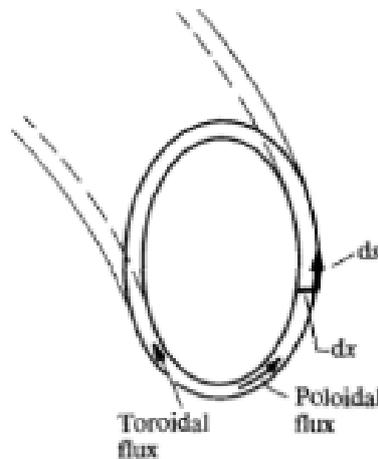


Figura 4.4: Figura representando a área de um anel formado entre duas superfícies, e o fluxo toroidal e poloidal. Figura 3.4.1(c) de Wesson, (2004) [43]

Resumindo o nosso tratamento para a variação da largura da ilha, relembramos que consideramos uma aproximação onde a presença da ilha e a variação de sua largura tem efeito sobre os perfis do plasma que afetam o cálculo da relação de dispersão das ondas de cíclotron, e conseqüentemente sua absorção e a geração de corrente. A característica de deposição localizada de energia das ondas de cíclotron, e portanto geração localizada de corrente, é fator importante para a evolução das ilhas magnéticas, e é levada em conta. Por outro lado, o perfil do fator de segurança, que também contribui para a variação da largura da ilha no termo relacionado à geração de corrente por rádio frequência, é calculado de forma aproximada, sem levar em conta a presença da ilha. Ou seja, o perfil afeta a variação da ilha, mas o efeito da variação da ilha sobre o perfil foi considerado um efeito de segunda ordem e foi desprezado no cálculo da evolução da ilha. Aproximação similar foi feita no caso dos perfis de parâmetros do plasma que afetam a evolução da largura das ilhas através dos termos denominados clássico e neoclássico. Entretanto, alguns efeitos de autoconsistência entre os perfis e a evolução da largura da ilha ainda ocorrem pois a diminuição da largura da ilha afeta a posição radial das superfícies magnéticas, e portanto as derivadas q'_s , p'_s , Φ'_s e presentes em s_s , que dependem da posição das superfícies, sofrem mudanças durante a evolução do sistema.

4.8.2 Equação de Rutherford modificada

De acordo com a abordagem usada por Urso *et. al.* (2010) [41], uma forma modificada da equação de Rutherford pode ser escrita da seguinte forma

$$\frac{\tau_s}{r_s} \frac{dW}{dt} = r_s \Delta' + r_s \Delta'_{BS} + r_s \Delta'_{GGJ} + r_s \Delta'_{ECCD} \quad (4.56)$$

A evolução da largura da ilha W é normalizada por τ_s chamado "*resistive time*", dado por

$$\tau_s = \frac{\mu_0 r_s^2}{1,22 \eta_{NC}} \quad (4.57)$$

onde η_{NC} é a resistividade neoclássica. Cada termo da expressão (4.56) representa a contribuição de diferentes tipos de correntes que afetam a evolução do tamanho da ilha, e serão detalhados a seguir.

O primeiro termo está relacionado ao termo clássico de Rutherford que pode ser modelado de acordo com o modo estudado. Esse termo é negativo e portanto tem papel estabilizador. Para o modo (2,1), por exemplo, o termo clássico é modelado como

$$r_s \Delta' = -m, \quad (4.58)$$

O termo clássico para o modo (3, 2), que iremos estudar, foi obtido por Yu *et al* (2004) [45], em um código não-linear cilíndrico e que resolve as equações MHD considerando a presença da corrente de *bootstrap*. A equação obtida possui a seguinte forma

$$r_s \Delta'(W) = -1,97 \left(\frac{r_s}{a} \right) \left(1 + 23,1 \left(\frac{W}{a} \right) \right). \quad (4.59)$$

O segundo termo da equação (4.56), está relacionado ao achatamento do perfil de pressão e conseqüentemente à diminuição da corrente de *bootstrap* dentro da ilha. A corrente de *bootstrap* é descrita pela equação 4.45. Assim, o termo Δ_{BS} é descrito como,

$$r_s \Delta'_{BS} = 3,17 r_s \mu_0 L_q \frac{j_{BS}}{B_\theta W} \quad (4.60)$$

onde $L_q = q/q'$. Resultados experimentais mostraram que essa expressão é válida para ilhas “grandes”, mas no limite de ilhas “pequenas” são necessárias fazer algumas correções. Resultados mostraram que os NTMs só são desestabilizados a partir de um tamanho mínimo da largura da ilha denominado W_{seed} . Esse processo de “criação” (*seeding*) ocorre devido a distorções ou perturbações no plasma. Um fenômeno físico que pode explicar esse resultado são efeitos de um achatamento “incompleto” do perfil de pressão abaixo de um valor crítico para a largura da ilha, dado pela grandeza W_d , cuja forma é

$$W_d = 5,1 \sqrt{\frac{R_0 L_q q}{m}} \left(\frac{\chi_\perp}{\chi_\parallel} \right)^{1/4}, \quad (4.61)$$

onde χ_\perp e χ_\parallel representam condutividade termal perpendicular e paralela, respectivamente, e podem ser escritas como

$$\chi_\perp = \frac{3,25 \sqrt{95,5 \times 10^6 m_i T_i^{3/2}}}{a B_\phi^2 Z^2}, \quad T_i \text{ em eV} \quad (4.62)$$

$$\chi_{\parallel} = \frac{\chi_{Sp}}{\sqrt{1 + \left(3,16 \frac{v_{t,e} \tau_e}{L_{\parallel}}\right)^2}} \quad (4.63)$$

Na eq. 4.62, T_i é a temperatura dos íons, considerada diferente dos elétrons. m_i é a massa do íons e Z a carga. χ_{Sp} é chamada de condutividade de Spitzer para o transporte clássico [43], dada pela seguinte expressão

$$\chi_{Sp} = \frac{1,09 \times 10^{16} e^2 T_e^{3/2}}{Z^2 \ln \Lambda m_e} \quad , \quad T_e \text{ em keV} \quad (4.64)$$

onde $\ln \Lambda$ é o logaritmo de Coulomb. $v_{t,e}$ é a velocidade térmica dos elétrons e τ_e o tempo de colisões dos elétrons. O termo L_{\parallel} é chamado de comprimento de conexão [32], e descrito como

$$L_{\parallel} = \frac{R_0 L_q}{nW} \quad (4.65)$$

Outro fenômeno que afeta a corrente de *bootstrap* dentro da ilha é o efeito de partículas presas dentro das órbitas em formas de bananas dentro da ilha. As partículas presas aumentam a corrente de *bootstrap* dentro da ilha. Essa contribuição se torna significativa quando a largura da ilha é da ordem da largura da órbita de banana dada por W_b ,

$$W_b = \epsilon^{1/2} \rho_{pi} \quad (4.66)$$

onde ρ_{pi} é definido como

$$\rho_{pi} = \frac{\sqrt{2m_i k_b T_i}}{eB_{\theta}} \quad (4.67)$$

A forma final do termo Δ'_{BS} , levando em conta essas correções, se torna

$$r_s \Delta'_{BS} = 3,17 r_s \mu_0 L_q \frac{j_{BS}}{B_{\theta}} \left(\frac{W}{W^2 + W_d^2} + \frac{W}{W^2 + 28W_b} \right) \quad (4.68)$$

O próximo termo da equação (4.56), é o termo relacionado à curvatura do *tokamak*, estudado pela primeira vez por Glasser, Green e Johnson em 1975, por isso esse termo é

indicado pela sigla “GGJ” [21].

$$r_s \Delta'_{GGJ} = -\frac{r_s 6,35 \mu_0 D_R}{\sqrt{W^2 + 0,65 W_d}} \quad (4.69)$$

onde,

$$D_R = -\frac{(2p'(1-q^2)q^2)}{r_s B_\phi^2 q'^2} . \quad (4.70)$$

Por fim, temos o termo relacionado a injeção de ondas de cíclotron continua sendo o termo baseado no trabalho de Giruzzi de 1999 [20], descrito pela equação (4.51).

Capítulo 5

Resultados

Neste capítulo descrevemos uma aplicação do modelo descrito em capítulos anteriores. O sistema autoconsistente de equações que descreve o plasma é resolvido usando uma grade de pontos no espaço de velocidade $(u, \mu) = (151, 71)$, e na coordenada radial x temos 116 pontos. A equação de Fokker-Planck é transformada em uma equação de diferenças finitas, que então é resolvida utilizando o método ADI (*implicit in alternate directions*) [7], considerando um intervalo de tempo fixo $\Delta\tau = 0,1$. Em trabalhos anteriores usando essa abordagem foi verificado que mudanças no valor de $\Delta\tau$ em torno de uma ordem de grandeza para mais ou para menos não afeta significativamente os resultados. Assim o valor escolhido é adequado para uma descrição estável do sistema.

Os resultados apresentados estão divididos em dois grupos: A primeira seção apresenta resultados que estão contidos em trabalho recentemente publicado pelo grupo [4]. A segunda parte foi feita posteriormente a este trabalho onde demos continuidade ao projeto.

5.1 Cálculo da evolução da largura da ilha usando a equação de Rutherford Generalizada

Para os parâmetros do plasma foram escolhidos perfis característicos de um tokamak de porte médio como o ASDEX-Update, e para isso utilizamos basicamente dois trabalhos que também abordam os modos *tearing* [3, 41]. Os parâmetros básicos do plasma se

encontram na tabela 5.1, e para os perfis utilizamos expressões teóricas que buscam reproduzir características de resultados experimentais. O perfil de campo magnético toroidal é dado pela equação (4.37), e os perfis iniciais de densidade e temperatura são dados pelas expressões seguintes:

$$n_e(x) = (n_{e0} - n_{ea}) \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^{\alpha_N}\right)^{\beta_N} + n_{ea} \quad (5.1)$$

$$T_e(x) = (T_{e0} - T_{ea}) \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^{\alpha_T}\right)^{\beta_T} + T_{ea} \quad (5.2)$$

O índice “0” se refere a valores no centro do plasma, e o índice “a” se refere a valores calculados na borda do plasma ($x = a$). Durante a evolução temporal esses perfis são recalculados a partir da função de distribuição. A densidade é calculada como [36]

$$n_e(x, \tau) = \int d^3u f(u, \mu, x, \tau), \quad (5.3)$$

lembrando que u é o *momentum* $m_e v$ normalizado pelo *momentum* térmico no centro do plasma, $m_e v_{T_e}$, onde $v_{T_e} = \sqrt{T_e/m}$. Por sua vez a temperatura é dada por [36]

$$T_e(x, \tau) = \frac{T_{e0}}{3n_e(x, \tau)} \int d^3u u^2 f(u, \mu, x, \tau) \quad . \quad (5.4)$$

Raio maior do Tokamak	R_0	1,65 m
Raio menor do Tokamak	a	0,50 m
Densidade no centro do plasma	n_{e0}	$6,5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$
Densidade na borda do plasma	n_{ea}	$5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$
Temperatura dos elétrons no centro do plasma	T_{e0}	2,9 keV
Temperatura dos elétrons na borda do plasma	T_{ea}	0,5 keV
Campo toroidal no centro do plasma	B_0	2,6 T
<i>Loop Voltage</i> aplicado no plasma	V_0	-0,672 V

Tabela 5.1: Conjunto de parâmetros base, usados nas simulações

Os perfis de densidade, temperatura e campo magnético toroidal, obtidos usando

essas expressões teóricas e os parâmetros que constam na tabela 5.1, estão apresentados na figura 5.1

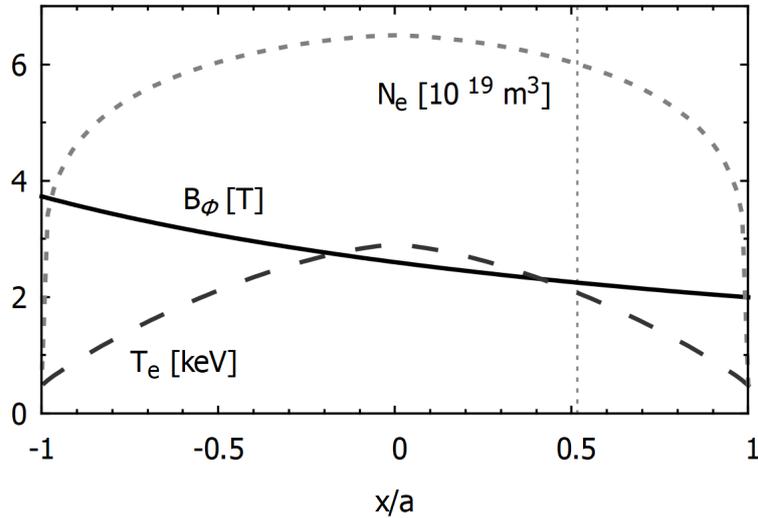


Figura 5.1: Perfil de densidade, temperatura e campo magnético toroidal.

A lógica usada para construção do problema assume primeiramente que não há ilha magnética presente no plasma. A partir do instante inicial $t = 0$, o *loop voltage* aplicado gera uma cauda na função de distribuição eletrônica rapidamente, e portanto já nos instantes iniciais um perfil de corrente é gerado no plasma como vemos na figura 5.2(a). Uma vez que existe uma corrente no plasma os perfis de campo poloidal e fator de segurança podem ser escritos de acordo com as equações (4.38) e (4.39). Os perfis de campo magnético poloidal e fator de segurança, podem ser vistos nas figuras 5.2(b) e 5.2(c), respectivamente, em alguns instantes de tempo. Vemos que os dois perfis evoluem rapidamente no tempo, porém após pouco tempo, por volta de $\tau = 20$, começam a atingir um estado estabilizado e se mantêm constantes praticamente. Assim, consideramos que o estado de "equilíbrio" do sistema é atingido em $\tau = 50$. Uma vez atingido o equilíbrio podemos localizar a posição da superfície ressonante associada a um determinado modo (m,n) . Escolhemos estudar o modo $(3,2)$, um dos modos para o qual há disponibilidade de resultados experimentais de estudos visando controle da instabilidade com uso de ECCD, conforme mencionado no capítulo 3. Para esse modo, localizamos $q(x) \simeq 1,5$ na posição $x/a \simeq 0,517$.

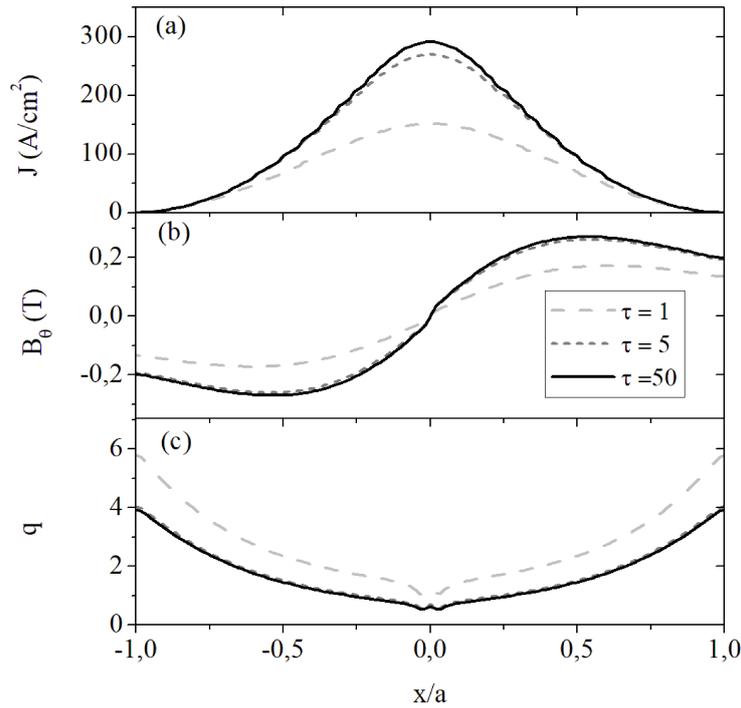


Figura 5.2: Perfis de (a) densidade de corrente ôhmica (b) campo poloidal, (c) fator de segurança, em diferentes instantes de tempo, antes das ondas serem injetadas. No caso sem a presença da ilha magnética

Feita essa análise do sistema, sem considerar a presença da ilha, assume-se a presença de uma ilha formada em torno da superfície na posição $x/a \simeq 0,517$. Também assume-se que a ilha tem largura inicial $w_0 = 0,05$ m, ou ainda, $w_0/a = 0,1$. O sistema evolui no tempo a partir de $\tau = 0$, considerando a presença da ilha, portanto é aplicada na região da ilha a simetrização devido a presença da ilha, de acordo com a equação (4.33). Percebemos que a corrente gerada pelo processo ôhmico visto na figura 5.3 apresenta essa simetrização. Já os perfis de campo magnético poloidal e fator de segurança são calculados sem a presença da ilha.

Essa consideração é feita pois a partir do campo magnético poloidal é calculado o fluxo poloidal e também o fator de segurança. Essas duas quantidades tem efeito sobre o termo neoclássico da equação de Rutherford utilizada por nós. Consideraremos, pelo menos por enquanto, que o efeito da ilha sobre o campo magnético poloidal é um termo de segunda ordem na simulação, e portanto será desprezado.

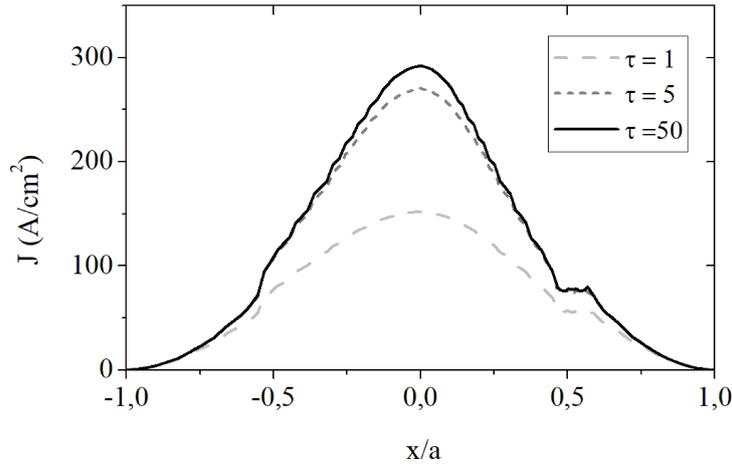


Figura 5.3: Perfil de densidade de corrente devido a ação do *loop voltage* nos instantes iniciais da simulação considerando a presença da ilha magnética

Após a estabilização da corrente ôhmica, em $\tau = 50$ ($t \approx 0,0013$ s) as ondas de cíclotron são injetadas no sistema com potência contínua. São escolhidos parâmetros que gerem uma absorção concentrada na região da ilha. Trabalhos anteriores mostram que a qualidade da localização de deposição das ondas é crucial para boa estabilização dos modos. Assumimos inicialmente ondas de frequência $f_w = 133,1$ GHz e ângulo de $\bar{\psi} = 28,5^\circ$, em relação ao campo magnético toroidal, injetadas da parte externa (de campo magnético toroidal mais fraco) no plano equatorial. O ângulo de injeção é escolhido de maneira que as ondas sejam absorvidas na região central da ilha magnética. O aumento de $\bar{\psi}$, por exemplo, deslocaria a absorção das ondas para mais perto da borda da lâmina. A densidade de corrente gerada na região da ilha e também a parte gerada pelo *loop voltage* pode ser visto na figura 5.4(b) para vários instantes de tempo. Percebe-se a rápida geração de corrente bem localizada na região da ilha. A quantidade de corrente gerada é crescente até cerca de $t \simeq 0,0013$ s. Nesse momento a geração de corrente parece atingir certa saturação e após $t \simeq 0,025$ s temos uma diminuição da corrente gerada na região em torno do centro da ilha.

Como esses resultados foram obtidos utilizando a evolução da largura da ilha no tempo de acordo com a equação (4.47), como comparação mostramos na figura 5.4(a) o resultado do sistema, onde se considera a largura da ilha constante. Todos os parâmetros são idênticos aos usados no caso que vinha sendo descrito, entretanto fixa-se a largura da ilha,

e não é empregada a equação de Rutherford. O comportamento nesse caso é semelhante nos instantes iniciais, e ele também atinge a saturação da quantidade de corrente gerada. Porém a densidade de corrente se mantém praticamente constante até o fim do intervalo de tempo estudado. Isso mostra uma relação direta entre a largura da ilha e a quantidade de corrente gerada pelas ondas.

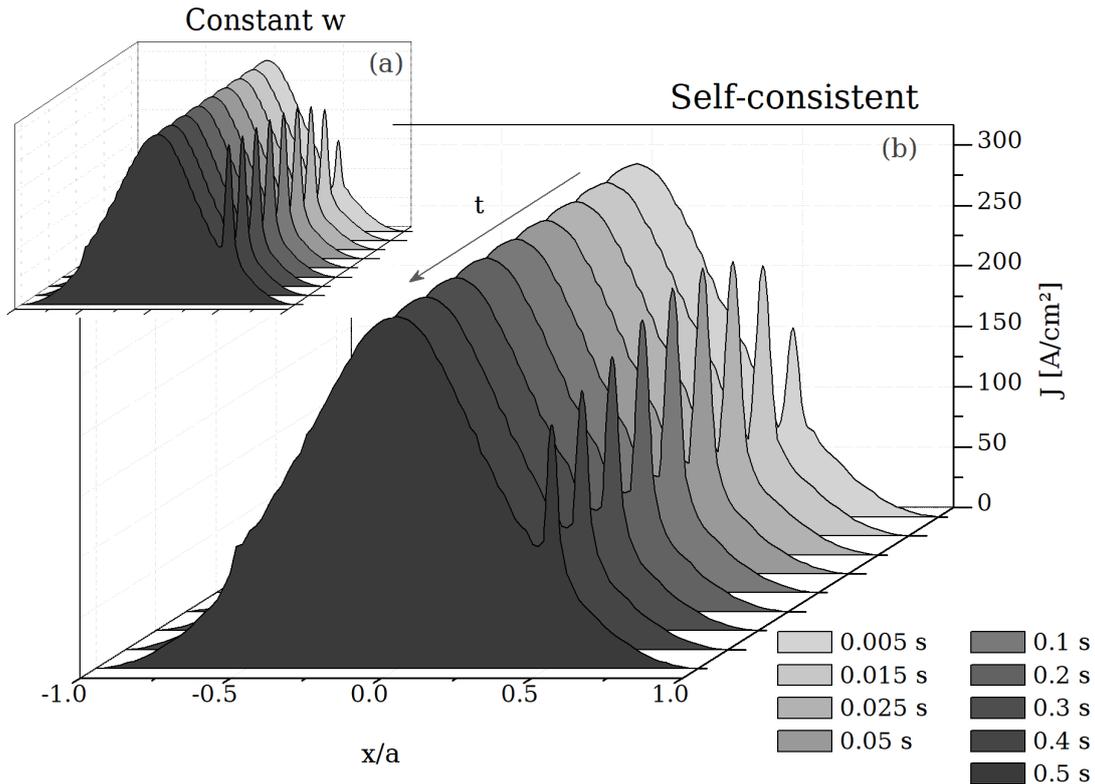


Figura 5.4: Perfil de densidade de corrente em relação a posição radial normalizada, em diferentes instantes de tempo, após a injeção das ondas de cíclotron. Os diferentes instantes de tempo estão representados em escala de cinza, do mais claro para o mais escuro. (a) Perfil obtido considerando a largura da ilha constante; (b) Perfil obtido considerando a largura da ilha variando. $V_0 = -0,672$ V, $P_{EC} = 2$ MW, $f_\omega = 133,1$ GHz, and $\bar{\psi} = 28,5^\circ$. Figura 4 de Berto *et al.*, (2019) [4]

Uma vez que percebemos uma relação entre a evolução da largura da ilha e a corrente gerada pelas ondas, começaremos a analisar os aspectos da evolução da largura da ilha. Na figura 5.5(a) são apresentados os 3 termos que compõem a equação de Rutherford Generalizada utilizada até o momento. Nesse caso o termo clássico (Δ') tem efeito fracamente estabilizador pois é negativo e muito pequeno perto dos demais. O termo neoclássico (Δ'_β) é positivo, portanto tende a aumentar a largura da ilha e desestabilizar o modo. Como o termo neoclássico é maior que o termo clássico em magnitude, sem a

ação das ondas esse modo é intrinsecamente instável. O termo relacionado à geração de corrente (Δ'_{CD}) é negativo e com maior magnitude de que os outros termos. Há alguns comportamentos desse termos a serem notados. Primeiramente vemos o rápido aumento nos instantes iniciais relacionado à rápida geração de corrente pelas ondas injetadas. Em seguida o termo vai apresentando uma diminuição e essa diminuição está relacionada à diminuição da corrente gerada pelas ondas, ou seja, está relacionada à diminuição da eficiência do processo de geração de corrente. Esse é um dos principais efeitos da autoconsistência aproximada feita entre o cálculo da geração de corrente e da evolução da largura da ilha. Isto é, mostra-se que a largura da ilha afeta a geração de corrente e por sua vez as mudanças da geração de corrente afetam a evolução da ilha.

Além disso percebe-se pequenas descontinuidades no termo da corrente gerada. Essas descontinuidades são causadas pelo cálculo da eficiência da localização da corrente gerada (η_{CD}) que aparece na equação (4.51). A região onde a corrente é gerada é calculada considerando que a densidade de corrente tem propriedade de uma distribuição normal. No código, em um espaço discreto, a largura se torna a distância entre duas superfícies magnéticas que estão dentro desse espaço. Com a diminuição da largura da ilha, apresentada a seguir, a superfícies magnéticas mudam de posição, e pode acontecer de uma superfície sair, ou entrar, na região de deposição. Se tivéssemos um espaço contínuo de pontos ou tivéssemos aplicado algum processo de suavização dos pontos, descontinuidades como essas não apareceriam, mas nenhum processo de suavização foi aplicado.

Finalmente, a evolução da largura da ilha é apresentada na figura 5.5(b). Vemos a diminuição da largura da ilha de forma lenta e basicamente proporcional ao tempo, mas percebe-se uma diminuição da “taxa de evolução” (dW/dt) após $t \simeq 0.3$. É válido ressaltar que a mudança dos parâmetros das ondas pode levar a grande alteração nesse comportamento. Os resultados obtidos na nossa análise numérica concordam qualitativamente com resultados experimentais com parâmetros similares [46, 41], principalmente na escala de tempo característica e no comportamento inicial da evolução da largura da ilha. Para valores muito pequenos de largura da ilha escolhemos não continuar a simulação para evitar situações de grande quantidade de densidade de energia em cada superfície.

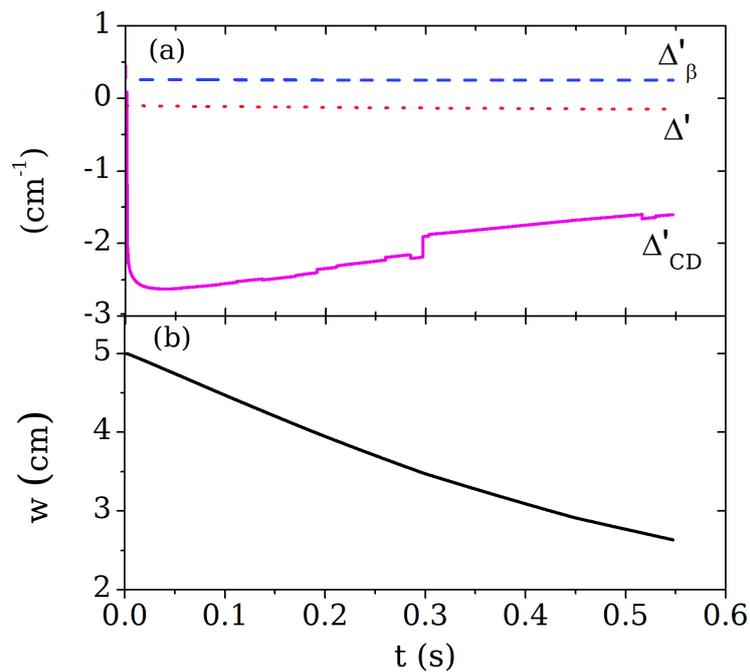


Figura 5.5: (a) Evolução temporal dos três termos considerados na equação de Rutherford generalizada, equação (4.47). (b) Evolução temporal da largura da ilha magnética. Figura 5 de Berto *et al.*, (2019) [4].

A figura 5.6 mostra a posição radial das superfícies magnéticas modeladas em nossa aproximação 1D. Cada traço na vertical é um ponto do espaço finito de superfícies magnéticas. A primeira linha horizontal representa o caso sem ilha presente, onde todas as superfícies estão distribuídas homoganeamente. Da segunda linha de cima para baixo, estão representadas as superfícies supondo a ilha presente. Em vermelho estão destacadas as superfícies que estão dentro da ilha, que se encontram mais próximas umas das outras, e em preto as superfícies em torno da região da ilha. De cima para baixo temos diferentes momentos no tempo, acompanhando a evolução da largura da ilha e portanto vemos as mudanças na posição das superfícies.

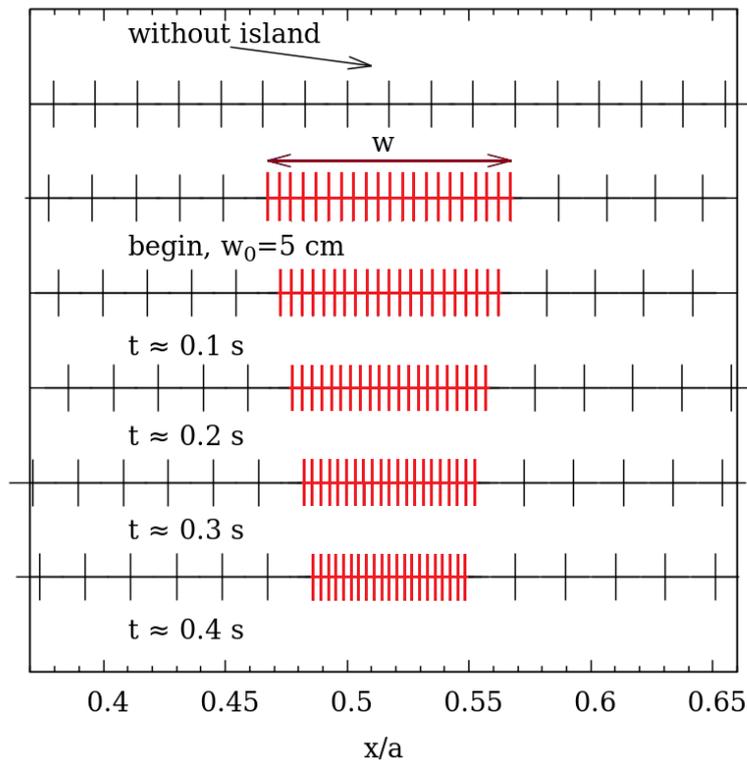


Figura 5.6: Esquema representando a posição radial do número finito de superfícies magnéticas utilizadas na simulação, em diferentes instantes de tempo. Figura em “zoom” em torno da região da ilha. Figura 6 de Berto *et al.*, (2019) [4].

Nesse momento vale lembrar de uma grande diferença entre o caso sem e com ilhas magnéticas. A figura 5.6 representa somente a posição radial de um número finito de superfícies. A estrutura tri-dimensional real é muito mais complexa. No caso sem nenhuma estrutura magnética presente, como uma ilha, podemos considerar superfícies cilíndricas concêntricas que percorrem o tokamak na direção toroidal. Quando elétrons em uma certa posição entram em ressonância com as ondas, eles recebem energia. Essa energia rapidamente percorre uma superfícies magnética devido ao movimento muito rápido dos elétrons ao longo das linhas de campo magnético [37]. Por outro lado quando ocorre a reconexão das superfícies e a formação da ilha, a geometria dessas superfícies é bem diferente e possui área muito menor, dada pela equação (4.35). Quando a onda é depositada em uma superfície pertencente à ilha, o efeito das ondas aumenta pois a energia é depositada em uma área menor. Quando a largura da ilha diminui, a superfície diminui também, o que afeta o coeficiente de difusão das ondas também.

A figura 5.7 mostra o resultado da corrente total no plasma em função do tempo,

obtida para os mesmos parâmetros utilizados anteriormente. São comparados os casos com ilha de largura constante (linha tracejada) e largura autoconsistente (linha contínua). O comportamento nos dois casos é semelhante. Vemos um rápido crescimento, e após uma certa estabilização. Percebemos que a diminuição da largura da ilha causa um pequeno aumento da corrente total que percorre o plasma. A corrente total é calculada a partir da integração de densidade de corrente vista na figura 5.4. No caso com ilha de largura fixa, vemos o crescimento e estabilização tanto da densidade de corrente quanto da corrente total.

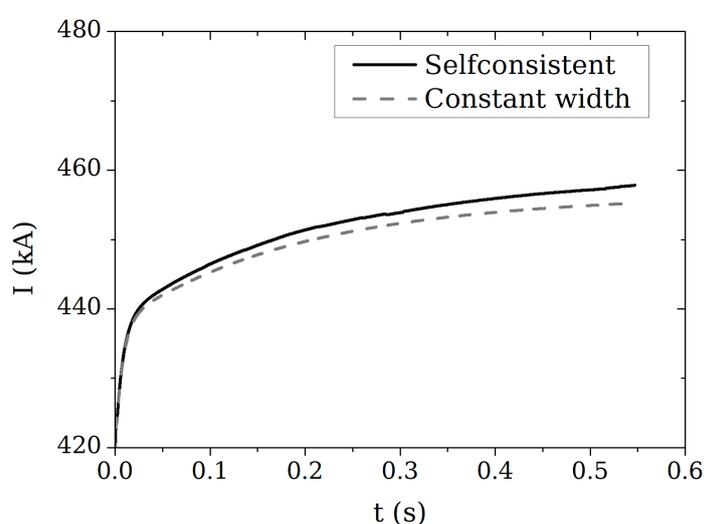


Figura 5.7: Evolução da corrente total no plasma. Comparando os casos com ilha de largura constante (linha tracejada) e variando (linha contínua). Figura 7 de Berto *et al.*, (2019) [4].

No caso em que a largura da ilha diminui, vemos que quando a largura da ilha se torna “suficientemente” pequena, a densidade de corrente na região da ilha começa a diminuir. Quando isso acontece vários fenômenos um pouco diferentes do caso de largura constante surgem. Primeiramente começamos a perceber que uma certa quantidade de ondas passa pela região das ilhas e começa a ser absorvida à esquerda da ilha como vemos na figura 5.8(b). Essa quantidade de corrente gerada após a ilha é gerada em superfícies de área maior do que as superfícies dentro da ilha. Assim, mesmo que a corrente ôhmica se mantenha praticamente constante e ocorra um pequeno aumento da densidade de corrente na região entre $x/a \approx 0,40$ e $0,48$, a área dessas superfícies aumenta devido à alteração da posição das superfícies magnéticas nessa região. O efeito disso na corrente total é um pequeno aumento em relação ao caso com ilha de largura constante.

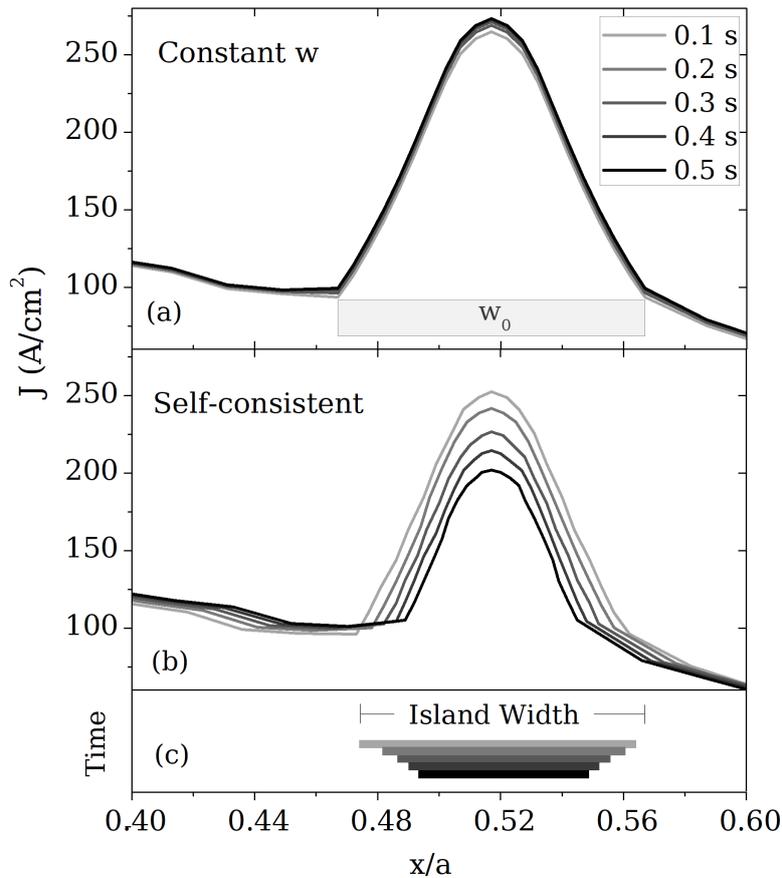


Figura 5.8: Densidade de corrente em relação a posição radial normalizada em diferentes instantes de tempo. (a) considerando ilha de largura constante; (b) Considerando ilha com largura variando. (c) Mostra-se a largura e posição da ilha nos mesmos instantes de tempo e com mesma escala de cinza das figuras acima. Figura 9 de Berto *et al.*, (2019) [4].

Buscando obter mais informações sobre o processo de geração de corrente, mostramos na figura 5.9(a) o perfil da densidade de energia das ondas, depositadas em torno da região da ilha, em diferente instantes. Pode-se ver que o pico de energia na região do centro da ilha tem comportamento semelhante à densidade de corrente. O diferencial é que apesar da largura da ilha diminuir como vemos na figura 5.9(b), a deposição de energia continua na mesma posição. Isso explica o motivo por que percebemos a geração de corrente em torno da região da ilha na figura 5.8(a), como já comentado.

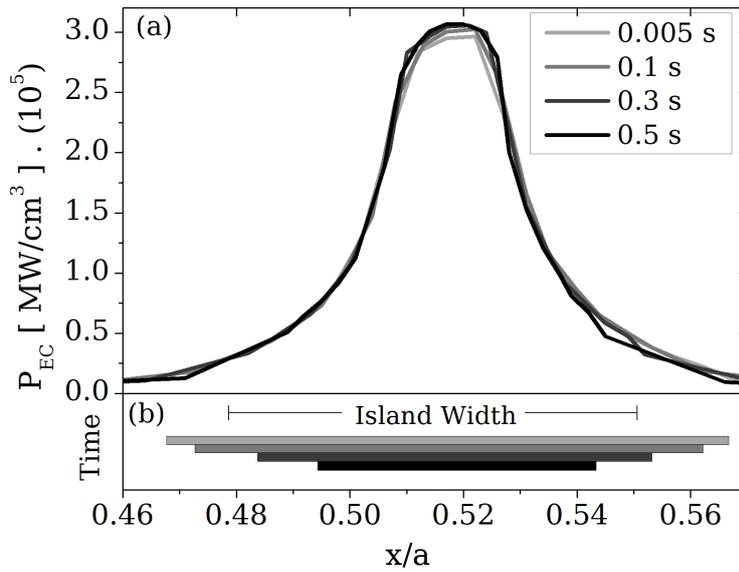


Figura 5.9: (a) Perfil de densidade de energia depositada pela ondas, em diferentes instantes de tempo. Figura em “zoom” em torno da região da ilha. (b) Mostra-se a largura e posição da ilha nos mesmos instantes de tempo e com mesma escala de cinza da figura acima. Figura 8 de Berto *et al.*, (2019) [4].

5.1.1 Variando a potência das ondas

Até o momento estávamos discutindo a geração de corrente via ECCD para um conjunto de parâmetros. Nessa seção iremos abordar como a variação do parâmetro da potência das ondas de cíclotron afeta o sistema. Na figura 5.10(a) apresentamos a corrente total em função do tempo, para $P_{EC} = 1$ MW, 2 MW, e 3 MW. Já na 5.10(b) mostramos a evolução da largura da ilha para os mesmos parâmetros. O valor de $P_{EC} = 2.0$ MW corresponde aos resultados apresentados na seção anterior com largura da ilha autoconsistente. O comportamento para os três valores de potência é semelhante entre si. Vemos que com mais potência, temos mais corrente gerada na região da ilha e portanto mais rápida diminuição da ilha.

A evolução da largura da ilha no caso $P_{EC} = 1$ MW é aproximadamente linear com o tempo no período de tempo simulado. Nos outros dois casos, percebemos um comportamento linear inicialmente, mas com a diminuição da ilha, e a diminuição da corrente gerada pelas ondas, mostra-se um decréscimo na taxa de diminuição da largura da ilha. O caso com $P_{EC} = 3$ MW foi finalizado quando a largura da ilha atingiu 40% do tamanho inicial, por isso finalizou antes dos demais. O comportamento da evolução da

ilha mostra que mesmo para um valor pequeno da potência das ondas de cíclotron pode-se obter a estabilização do modo *tearing*, entretanto a diminuição da largura da ilha é mais lenta.

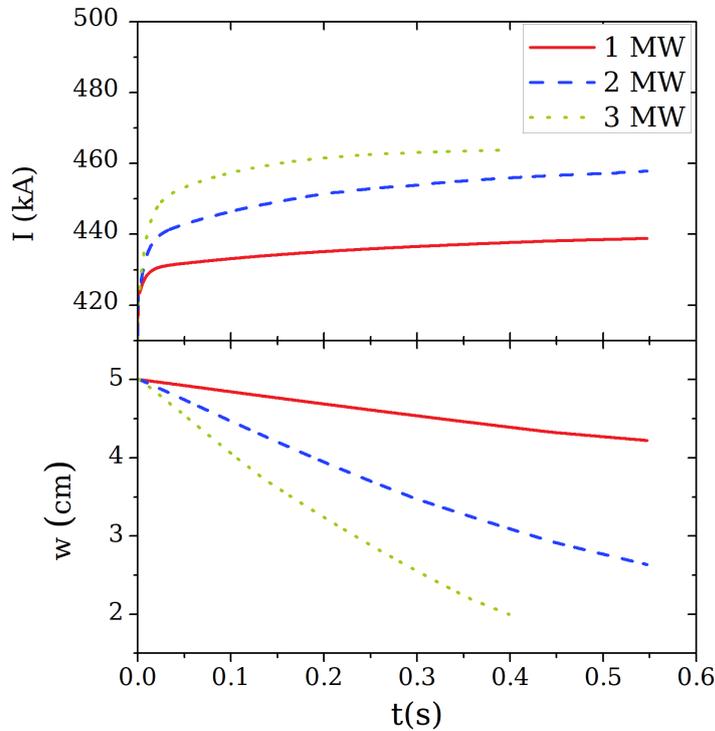


Figura 5.10: (a) Corrente total em função do tempo, para três valores de P_{EC} ; (b) Evolução da largura da ilha em função do tempo, para três valores de P_{EC} . $P_{EC} = 1$ MW, 2 MW, and 3 MW. Figura 10 de Berto *et al.*, (2019) [4]

A partir dos resultados apresentados na figura 5.10 obtivemos a taxa de evolução da largura da ilha, ou seja, a variação da largura da ilha ΔW em um intervalo de tempo Δt . O comportamento da taxa $\Delta W/\Delta t$ no tempo é apresentado na figura 5.11(a), para três valores de potência das ondas. Para os valores menores de P_{EC} , $\Delta W/\Delta t$ é praticamente constante, a não ser nos instantes iniciais enquanto a corrente ainda está crescendo rapidamente. Para $P_{EC} = 3$ MW, onde a variação da largura da ilha é mais intensa, percebe-se um valor máximo por volta de $t \simeq 0,1$ s, e após um leve decréscimo. O valor absoluto médio da taxa $\Delta W/\Delta t$ parece aumentar com a potência das ondas.

Com objetivo de quantificar a dependência da diminuição da largura da ilha com a potência das ondas, mostramos na figura 5.11(b) os valores de $\Delta W/\Delta t$ obtidos durante a simulação, em função da potência das ondas. Esses valores aparecem em colunas nos

respectivos valores de P_{EC} (pontos cinzas), e o alargamento em cada coluna representa que existe uma sobreposição de pontos para um mesmo valor de $\Delta W/\Delta t$. Os círculos pretos indicam o valor médio de $\Delta W/\Delta t$ para cada valor de P_{EC} , isto é, a soma de todos os valores de $\Delta W/\Delta t$ dividido pelo número de intervalos Δt durante toda a simulação.

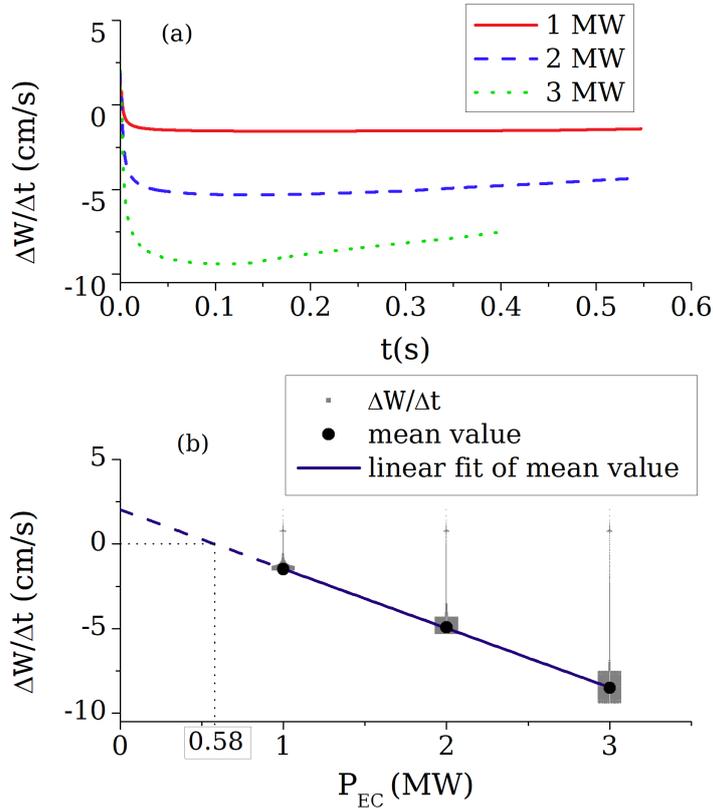


Figura 5.11: (a) Taxa da evolução da largura da ilha em função do tempo; (b) Relação entre a taxa da evolução da largura da ilha e potência das ondas injetadas. Figura 12 de Berto *et al.*, (2019) [4]

Percebemos que é possível interpolar uma função linear entre os pontos de valores médios de $\Delta W/\Delta t$, e obtemos a função linear a seguir,

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} \simeq 2,03 - 3,5P_{EC}. \quad (5.5)$$

A equação (5.5) está representada na figura 5.11(b) como a linha preta que corta os pontos médios. Com a equação (5.5) é possível estimar o comportamento aproximado da evolução da largura da ilha para os parâmetros estudados e ainda por cima, estimar a potência mínima necessária para controlar o crescimento da ilha. Isto é, assumindo que a dependência linear com P_{EC} continua válida para valores de P_{EC} menores do que os estudados em

nossa simulação, é possível extrapolar a função obtida (linha tracejada da figura 5.11(b)), e obter um valor limite quando $\Delta W/\Delta t = 0$. Para os parâmetros utilizados obteve-se $P_{EC} \simeq 0,58$ MW como valor mínimo.

A equação (5.5) foi resultado de um *fitting* em relação aos resultados obtidos com os parâmetros apresentados no início deste capítulo. É possível esperar que relações similares sejam possivelmente encontradas para outros parâmetros (outros modos, diferentes configurações de tokamak), mas nesse caso seria possivelmente encontrado um valor diferente de limiar de potência. Por exemplo, em experimentos feitos no tokamak JT60U, foram obtidos valores mínimos de potência para dois conjuntos de parâmetros, nos quais as principais mudanças eram a corrente total e a magnitude do campo magnético toroidal [27]. Os parâmetros utilizados nos experimentos relatados na [27] estão dentro da faixa de valores que utilizamos em nosso trabalho, e os resultados obtidos mostraram que a mudança nesses parâmetros afeta o valor obtido para a potência mínima para estabilização, o que concorda qualitativamente com os resultados que obtivemos.

5.2 Cálculo da evolução da largura da ilha usando a equação de Rutherford modificada e comparação com a GRE

Na segunda parte dos resultados foi utilizada a abordagem MRE para evolução da largura da ilha. Essa abordagem leva em conta a existência da corrente de *bootstrap* j_{BS} , calculada explicitamente. A corrente j_{BS} é proporcional aos gradientes de pressão, densidade e temperatura, tanto dos elétrons quanto dos íons. Por isso, nessa segunda parte calculamos também o perfil de temperatura dos íons, considerado diferente do perfil dos elétrons, mas consideramos o perfil de densidade dos íons idêntico ao dos elétrons. Foi feito um esforço para melhorar a reprodução dos perfis de densidade e temperatura do ASDEX-Upgrade baseado no trabalho de Urso *et al.* (2010) [41]. Os parâmetros da segunda fase de resultados que foram alterados estão presentes na tabela 5.2.

Densidade no centro do plasma	n_{e0}	$6,4 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$
Densidade na borda do plasma	n_{ea}	$2,5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$
Temperatura dos íons no centro do plasma	T_{i0}	4,4 keV
Temperatura dos íons na borda do plasma	T_{ia}	0,4 keV
Temperatura dos elétrons no centro do plasma	T_{e0}	2,9 keV
Temperatura dos elétrons na borda do plasma	T_{ea}	0,48 keV
Campo toroidal no centro do plasma	B_0	2,6 T
<i>Loop Voltage</i>	V_0	-0,6 V

Tabela 5.2: Conjunto de parâmetros base, usados na segunda fase de simulações

Uma segunda diferença nos resultados que serão apresentados a seguir foi a mudança de dois parâmetros relacionados à simulação. O primeiro é a largura mínima da ilha. Foi escolhido, na primeira parte do trabalho, para largura mínima de ilha sendo $W_f = 0,4 W_0$, sendo W_0 a largura inicial. Já que a largura inicial é 5 cm a largura final em que parávamos a simulação era 2 cm. A fim de tentar explorar mais fenômenos, nessa segunda fase simulamos o plasma até a largura 1,5 cm (ou, quando isso não acontecia, tínhamos um valor máximo de tempo de máquina).

Quanto menor a largura da ilha mais próximas e menores são as superfícies dentro da ilha, e é preciso analisar se não há nenhuma instabilidade numérica. À medida que a radiação se propaga, a energia depositada por unidade de área em uma superfície magnética depende da área da superfície. Então, para evitar uma área superficial pequena demais existe um parâmetro de controle de largura mínima, R_{min} . Nenhuma superfície pode ter largura menor que R_{min} . Esse parâmetro afeta a área lateral, o volume da superfície, entre outros parâmetros relacionados à geometria de superfícies magnéticas dentro da ilha. Nos resultados anteriores $R_{min} = 0,4$ cm. De agora em diante consideraremos $R_{min} = 0,2$ cm. Ao fazer isso percebemos que esse parâmetro de controle estava mascarando algumas consequências da diminuição da largura da ilha quando a ilha se tornava muito pequena. Para os parâmetros utilizados pôde ser usado R_{min} menor sem nenhuma instabilidade numérica.

Os perfis de temperatura dos elétrons e dos íons podem ser vistos da Figura 5.12. A temperatura dos íons é maior que a dos elétrons, segundo resultados experimentais do ASDEX [41]. Além disso a temperatura dos íons possui um gradiente radial brusco perto da borda do plasma, assim como a densidade apresentada na figura 5.13. A importância de termos perfis de temperatura e densidade bem próximos a resultados experimentais está em tentarmos descrever um perfil de densidade de corrente de *bootstrap* próximo de resultados experimentais, uma vez que j_{BS} é muito sensível aos gradientes radiais desses perfis.

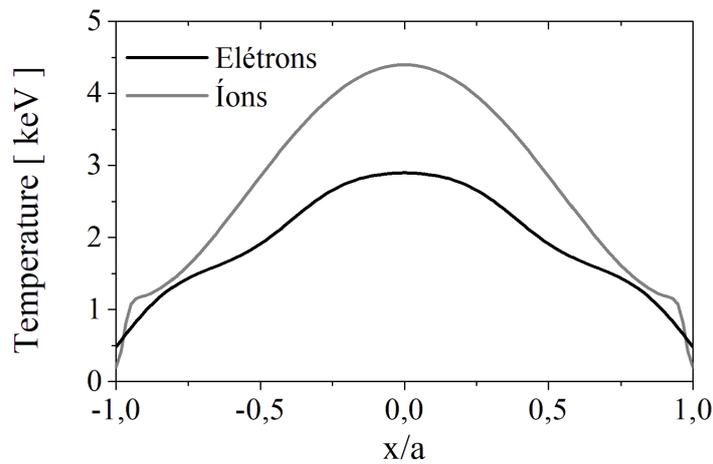


Figura 5.12: Perfil de temperatura dos elétrons (em preto) e dos íons (em cinza) no plasma sem a presença da ilha magnética.

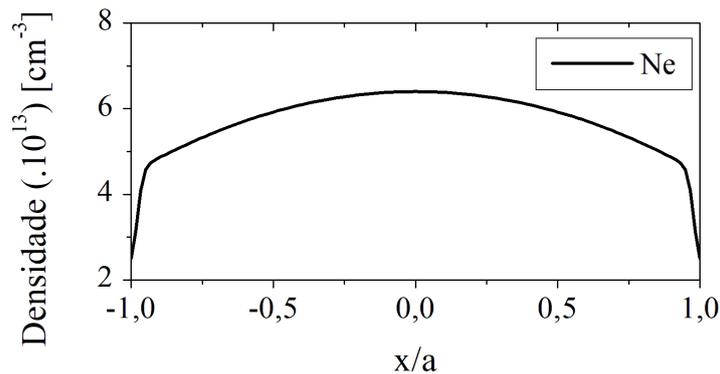


Figura 5.13: Perfil de densidade dos elétrons sem a presença da ilha magnética.

A densidade de corrente total é a soma das diferentes correntes geradas no plasma. Antes da injeção das ondas, ela é resultado da soma da corrente ôhmica gerada pelo *loop voltage* e da corrente de *bootstrap*. Esses três perfis são apresentados na figura 5.14. A corrente de *bootstrap* possui picos próximos à borda do plasma e é nula no centro do

plasma. A corrente ôhmica é muito semelhante ao perfil apresentado na Figura 5.2(a), entretanto o valor da *loop voltage*, $V_0 = -0,6$ V, é um pouco menor do que nos resultados anteriores para compensar a presença da corrente de *bootstrap*, e ainda temos perfis de campo poloidal e fator de segurança semelhantes aos resultados experimentais.

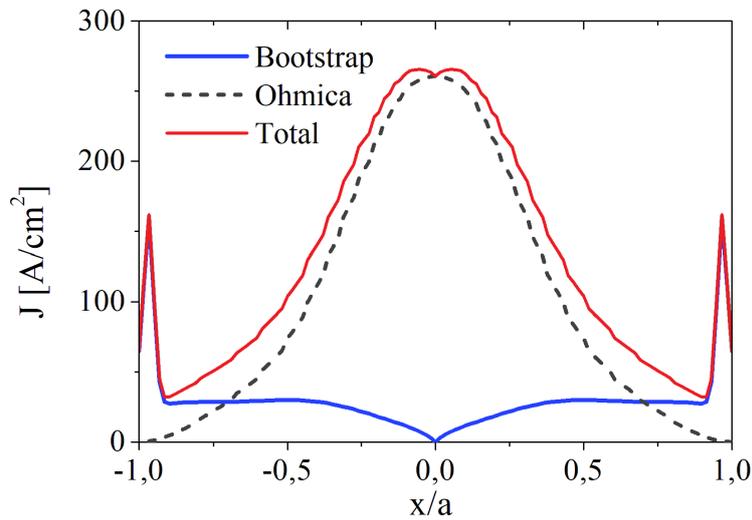


Figura 5.14: Perfil de densidade de corrente no plasma sem a presença da ilha magnética. A corrente total (em vermelho) no plasma antes da injeção das ondas é a soma da corrente ôhmica (em preto tracejado) e a corrente de *bootstrap* (em azul)

A evolução do sistema sem ilhas nos instantes iniciais, antes da injeção das ondas, é apresentada na figura 5.15 continua semelhante à evolução mostrada na Figura 5.2. O sistema evolui rapidamente para um estado do equilíbrio da densidade de corrente.

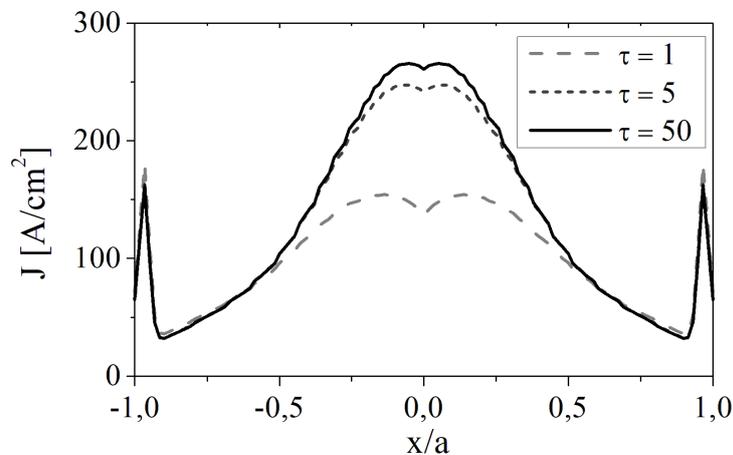


Figura 5.15: Perfil de densidade de corrente total no plasma em 3 momentos da evolução do sistema: em $\tau = 1$ (cinza claro tracejado) logo no início da simulação, $\tau = 5$ (cinza escuro tracejado) e $\tau = 50$ (em preto)

O "novo" perfil de densidade de corrente (Figura 5.15) gera o campo poloidal no plasma (Figura 5.16) que fica ligeiramente maior perto da borda da coluna de plasma em comparação ao perfil anterior sem a presença da corrente de *bootstrap*.

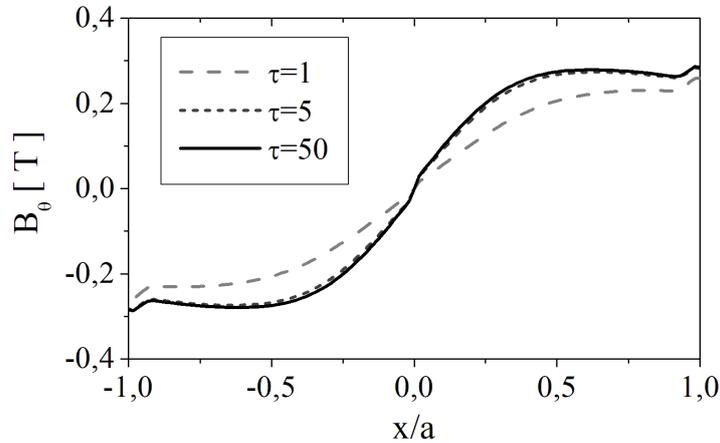


Figura 5.16: Perfil de campo poloidal no plasma em 3 momentos da evolução do sistema: em $\tau = 1$ (cinza claro tracejado) logo no início da simulação, $\tau = 5$ (cinza escuro tracejado) e $\tau = 50$ (em preto)

O perfil de fator de segurança (Figura 5.17) em $\tau = 50$ é utilizado para a localização do modo $3/2$ na posição $x/a = 0,517$. Apesar da mudança de parâmetros a ilha continua sendo localizada na mesma posição do plasma dos resultados anteriores. Devido a isso não é necessário mudanças nos parâmetros das ondas de cíclotron injetadas em $\tau = 50$. Como feito anteriormente esses são os perfis que serão utilizados para o cálculo da equação para evolução da largura da ilha quando suposta a existência da ilha magnética.

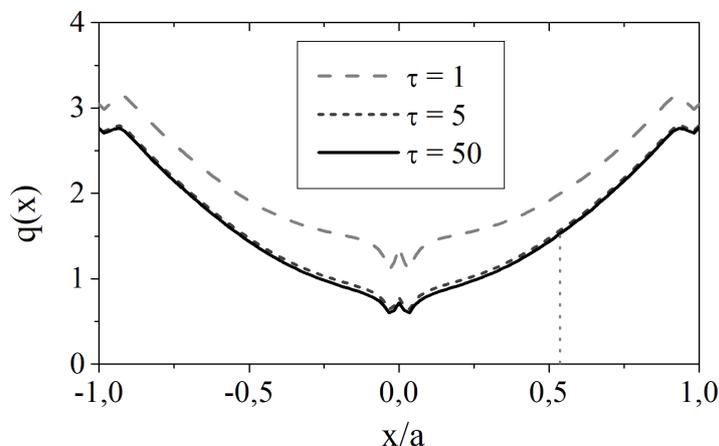


Figura 5.17: Perfil de fator de segurança no plasma em 3 momentos da evolução do sistema: em $\tau = 1$ (cinza claro tracejado) logo no início da simulação, $\tau = 5$ (cinza escuro tracejado) e $\tau = 50$ (em preto)

5.2.1 Comparação entre os métodos MRE e GRE

A principal intenção dessa parte do trabalho era testar uma nova versão da equação de evolução da largura da ilha. Primeiramente, é de interesse comentar, foi feita uma modificação na equação utilizada na abordagem GRE, em comparação com a que tinha sido utilizada para obtenção dos resultados da primeira parte do trabalho. A constante κ_r , que na primeira aplicação tinha valor 1, nessa nova etapa terá valor 1,22, para que a normalização seja a mesma tanto na abordagem GRE quanto na abordagem MRE. Além disso, agora apresentaremos todos os termos da equação de Rutherford já renormalizados e com unidade de [cm/s].

A primeira análise a ser feita é a comparação da evolução da largura da ilha nas duas abordagens. Como tínhamos interesse em estudar o comportamento da evolução com diferentes valores de potência das ondas de cíclotron injetadas no plasma (que serão abordados na seção 5.2.2), apresentamos na figura 5.18 a comparação para evolução da largura da ilha para 3 valores de potência de onda. Os valores de potência foram escolhidos de forma "arbitrária", entretanto são semelhantes com uma faixa de valores usual do experimento usado como referência. Para potência 2 e 3 MW, a simulação "parou" ao encontrar um valor mínimo. No caso de potência 1 MW, a simulação parou ao chegar no valor máximo de tempo normalizado $\tau = 20000$.

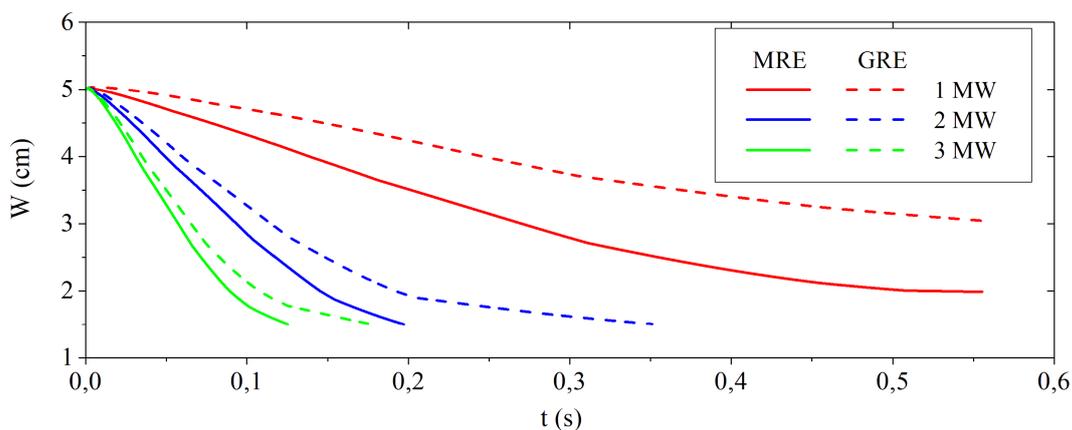


Figura 5.18: Evolução da largura da ilha, para 3 diferentes valores de potência das ondas de cíclotron. Comparando as duas abordagens para evolução da largura da ilha

Como esperado, quanto maior a potência, mais rápida é a diminuição da largura das ilhas. Os resultados para evolução da largura da ilha são semelhantes nas duas abordagens.

A diferença entre as duas abordagens aumenta quando diminuimos a potência das ondas injetadas.

Para tentarmos entender melhor as diferenças entre as duas abordagens vamos observar cada termo da equação da evolução da largura da ilha em separado. Cada termo é apresentado na figura 5.19 no caso de potência $P_{EC} = 1$ MW, e é representado multiplicado por r_s^2/τ_s , de modo a ficar com unidades de distância/tempo, como aparece no lado direito da equação para dW/dt . Na Figura 5.19 no eixo x é representada a largura da ilha. Assim o tempo transcorre da direita para esquerda neste gráfico. Escolhemos abordar essa figura dessa forma pois o propósito é ver o comportamento dos termos em relação à largura da ilha. E como a evolução da largura da ilha é diferente no tempo entre as duas abordagens, seria mais complicado comparar os resultados pois não saberíamos a largura da ilha em cada momento.

Vamos começar a discussão de "baixo para cima" no gráfico. O termo relacionado a injeção de ondas, "ECCD", é calculado da mesma forma nas duas abordagens, entretanto o mesmo depende fortemente do tamanho da largura da ilha, e como visto na figura 5.18, a evolução temporal das ondas é diferente em cada abordagem, e assim temos uma pequena diferença no comportamento deste termo. Para potência 3 MW, quando as duas abordagens se assemelham mais, o termo Δ_{ECCD} fica mais semelhante ainda nas duas abordagens.

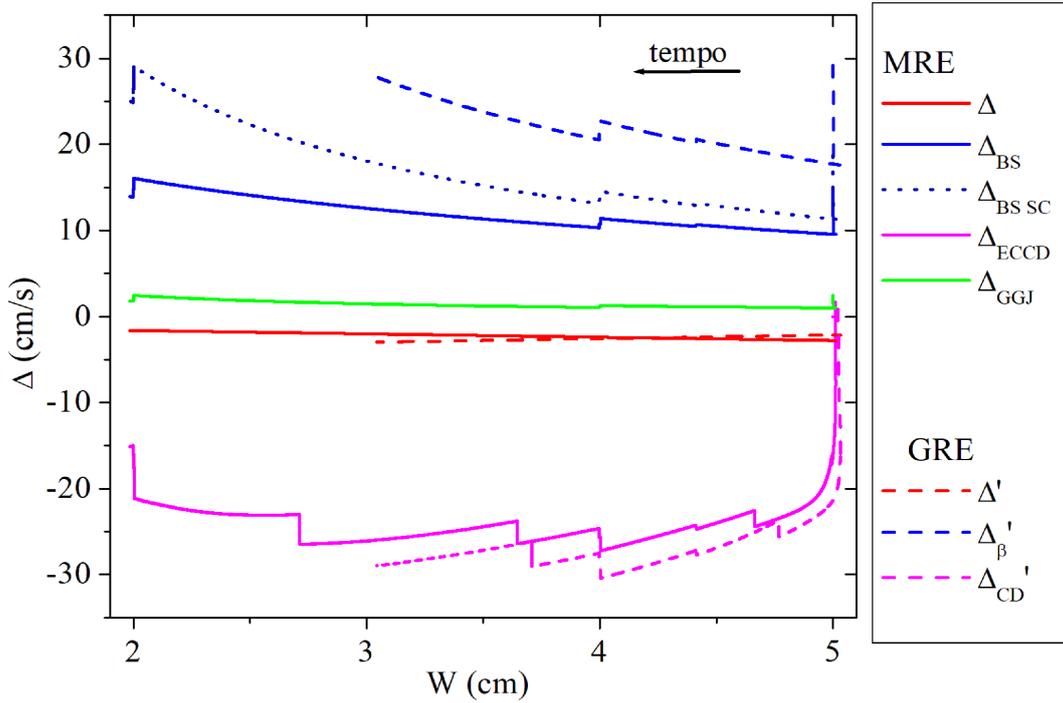


Figura 5.19: Termos da equação da evolução temporal da largura da ilha magnética em relação à largura da ilha no momento em que cada um foi calculado. Esses termos são representados multiplicados por r_s^2/τ_s , de modo que aparecem em unidades de distância/tempo. Apresentamos na mesma figura as duas metodologias que estão sendo comparadas: MRE e GRE. MRE: Δ Termo de Rutherford clássico com *fitting* para o modo 3/2, Δ_{BS} termo relacionado a corrente de *bootstrap*, $\Delta_{BS SC}$ é o mesmo termo sem que sejam aplicadas as correções para ilha pequenas, ver eq. (4.60), Δ_{ECCD} termo relacionado a corrente gerada pelas ondas de cíclotron eletrônica e Δ_{GGJ} termo relacionado a curvatura do *tokamak*; GRE: Δ' Termo de Rutherford clássico, Δ'_β termo neoclássico, e Δ'_{CD} termo relacionado a corrente gerada pelas ondas de cíclotron eletrônica

Existe uma diferença no comportamento do termo clássico entre as duas abordagens. Na abordagem apresentada na MRE para o modo 3/2 Δ é diretamente proporcional à diminuição da largura da ilha, e na abordagem anterior ele aumenta. Entretanto essas diferenças tem menor efeito sobre a evolução da ilha, devido a magnitude dos termos serem muito semelhantes e muito menores que o termo das ondas e da corrente *bootstrap*. O termo Δ_{GGJ} , para os parâmetros abordados, é crescente em relação à evolução da largura da ilha, porém fica entre 1,0 e 2,5 cm/s e assim como o termo clássico, apresenta efeito menos relevante sobre a simulação em relação a Δ_{ECCD} e Δ_{BS} .

Os termos relacionados a corrente de *bootstrap* apresentam diferenças interessantes. Na figura 5.19 também é apresentado o termo de *bootstrap* sem a correção que se torna

mais importante no limite de ilha pequenas, descrito pela equação (4.60). O termo de *bootstrap* sem essa correção é apresentado como Δ_{BSSC} . Primeiramente, pode-se observar que Δ_{BSSC} e Δ'_β possuem comportamentos semelhantes, a menos de uma constante (cerca de 1,5 vezes menor na abordagem MRE). As duas abordagens estão representando o mesmo fenômeno, a presença da corrente de *bootstrap*, assim esse resultado é, no mínimo, plausível. O termo de *bootstrap* com a correção para ilhas pequenas, descrito pela equação (4.68), é apresentado como Δ_{BS} . Em comparação com Δ_{BSSC} , as correções aplicadas diminuem a magnitude do efeito da corrente de *bootstrap* na evolução da ilha, mas o termo aumenta com a diminuição da largura da ilha. Supondo que a correção para ilhas pequenas, e a maior complexidade dessa abordagem nos traz uma representação mais confiável do fenômeno, então, anteriormente, estávamos superestimando o efeito da corrente de *bootstrap*.

Resumindo, a diferença no resultado da evolução da largura da ilha entre as duas abordagens se dá principalmente porque a soma dos termos desestabilizadores (BS+GGJ) é menor na abordagem MRE do que o termo neoclássico da abordagem GRE.

5.2.2 Variação da potência das ondas e potência mínima

Nesta seção abordaremos a variação da potência das ondas injetadas e seu impacto na evolução da largura da ilha. Como mostrado anteriormente na figura 5.18, quanto maior a potência mais rápida é a diminuição da largura das ilhas e mais semelhantes se tornam as duas abordagens.

Na seção anterior observamos que a relação entre a velocidade da diminuição da largura da ilha ($\Delta W/\Delta t$) e a potência das ondas de cíclotron eletrônicas (P_{EC}) se dá de forma linear, e construímos uma equação que nos permite encontrar a potência mínima para controle dos modos, isto é, para evitar o crescimento da ilha magnética durante um certo período de tempo. A intenção nesta seção é comparar a equação que encontramos em cada abordagem para evolução da equação da ilha, usando os mesmos parâmetros.

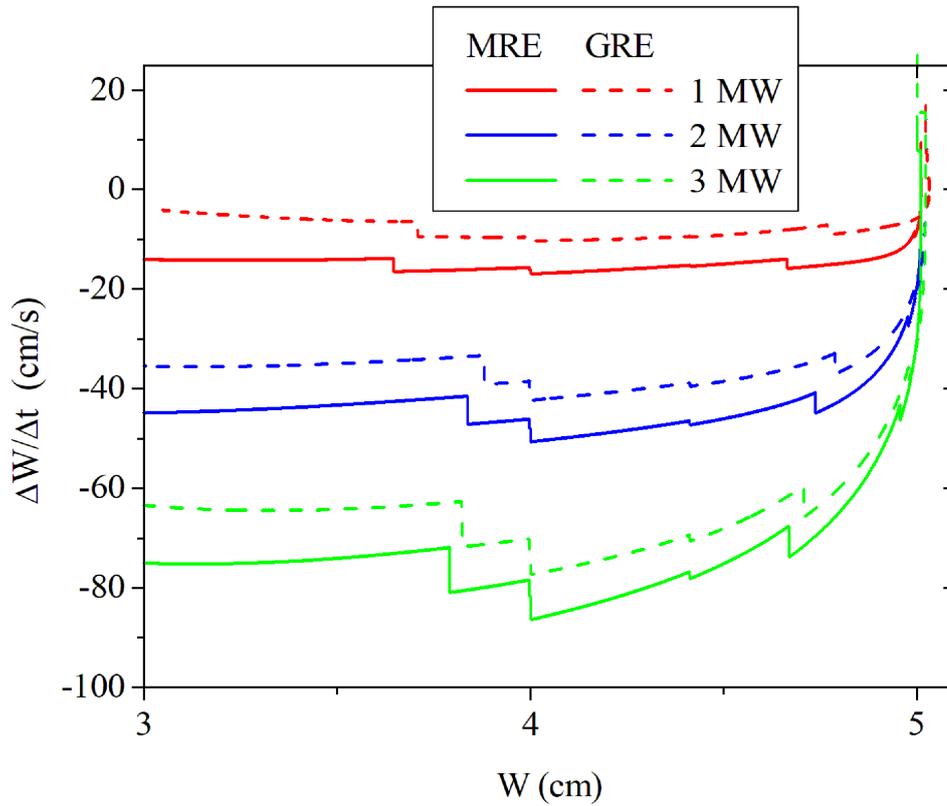


Figura 5.20: Velocidade da diminuição da largura da ilha em relação ao tamanho da ilha

Como anteriormente essa equação é obtida a partir do ajuste de uma equação de reta aos valores médios da variação da largura da ilha no tempo para cada valor de potência das ondas. O comportamento da variação da largura da ilha é apresentado na figura 5.20 em cada uma das abordagens em relação ao tamanho da largura da ilha em cada instante. Escolhemos observar o comportamento de $\Delta W/\Delta t$ desde o início da simulação até $W = 3\text{cm}$, por dois motivos: para $P_{EC} = 1\text{ MW}$, a simulação parou em $W \simeq 3\text{ cm}$, pois acabou o tempo limite de simulação da máquina; em segundo lugar para valores de ilha menores que 3 cm , o comportamento de $\Delta W/\Delta t$ começa a diminuir e se torna mais imprecisa a suposição de que $\Delta W/\Delta t$ é aproximadamente constante e por isso podemos fazer uso do seu valor médio para o cálculo da relação entre $\Delta W/\Delta t$ e P_{EC} . A equação obtida na abordagem GRE é dada por

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} \simeq 19,76 - 26,99P_{EC}. \quad (5.6)$$

Considerando a equação de reta obtida, o valor mínimo de potência no qual é esperado que

a largura da ilha se mantenha constante, ou seja $\Delta W/\Delta t = 0$, é $P_{EC} = 0,73$ MW.

Ja na abordagem MRE, encontramos a seguinte equação,

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} \simeq 13,76 - 28,38P_{EC}. \quad (5.7)$$

Para essa equação de reta, o valor mínimo de potência no qual, durante o período de tempo simulado, é esperado que a largura da ilha se mantenha constante, ou seja $\Delta W/\Delta t = 0$, é $P_{EC} = 0,48$ MW.

As duas equações, os valores médios de $\Delta W/\Delta t$ e a potência mínima para cada abordagem são mostrada na Figura 5.21. Ao compararmos os dois resultados, vemos que na abordagem antiga (GRE) encontramos um valor de potência maior do que para a nova abordagem (MRE). Como já comentado, isso ocorre pois os termos desestabilizadores da GRE são maiores do que a MRE, portanto é necessário maior potência de ondas para compensá-los.

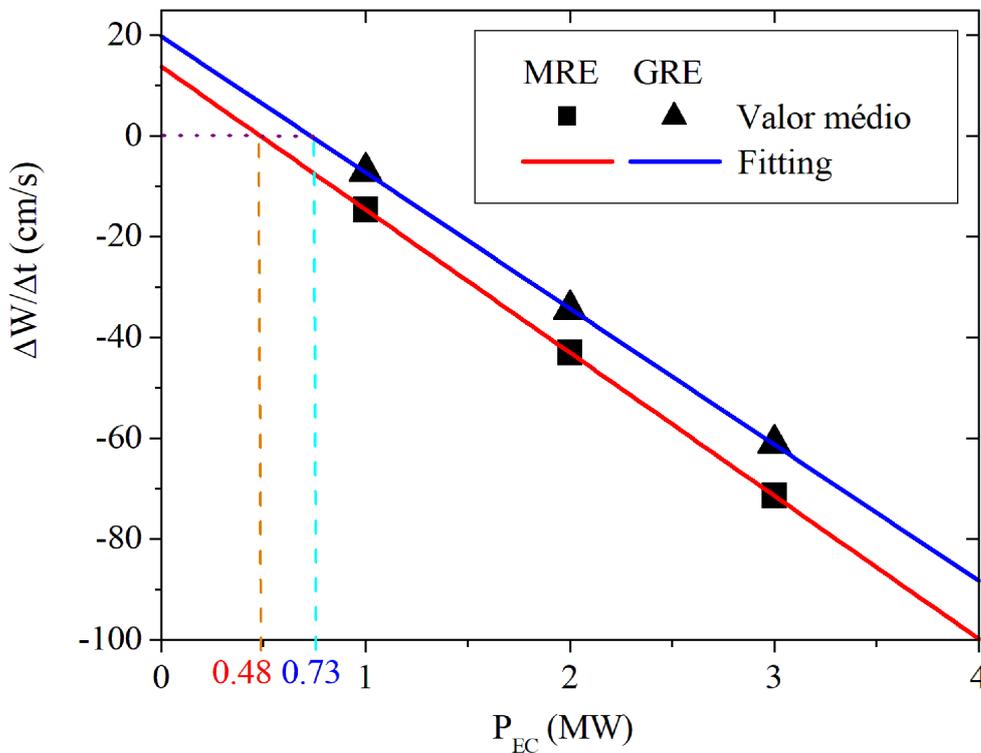


Figura 5.21: Comparação entre as duas equações para relação entre velocidade da variação da largura da ilha magnética e a potência das ondas injetadas

Realizamos testes para avaliar se os valores obtidos para potência mínima funcionam dentro de nossa simulação, isto é, para avaliar se usando a potência mínima, a largura da ilha magnética não iria aumentar. Os valores encontrados não resultam em $\Delta W/\Delta t$ exatamente 0. Isso ocorre porque a corrente gerada pelas ondas não ocorre de forma instantânea. Se formos analisar a evolução temporal da corrente gerada pelas ondas, a mesma pode ser dividida em 3 partes: durante a parte inicial de nossa simulação a corrente gerada pelas ondas cresce rapidamente. Em um segundo momento, a corrente continua a crescer muito lentamente e muito pouco em comparação ao crescimento da primeira fase. E finalmente tende a se estabilizar se a ilha não muda de tamanho. Assim, durante as duas primeiras fases o tamanho da ilha acaba sofrendo um aumento muito pequeno pois ainda não há corrente suficiente gerada pelas ondas para conter os efeitos desestabilizadores. Por volta de 0,2 s o sistema parece estabilizar, e a ilha para de crescer. Para abordagem MRE, por exemplo, usando $P_{EC} = 0,48$ MW esse aumento foi da ordem de $\simeq 0,08$ cm. Lembrando que o valor inicial da largura da ilha é 5 cm, este parece ser um resultado bastante satisfatório para o nosso método aproximado de cálculo de valor mínimo para potência das ondas.

Capítulo 6

Conclusões

Nesse trabalho buscamos investigar a geração de corrente via ondas do tipo cíclotron depositadas em ilhas magnéticas. Em especial a relação entre a evolução da largura da ilha de acordo com os efeitos das correntes geradas, e o efeito da variação da largura da ilha no processo de geração de corrente. Os resultados foram obtidos a partir de um código baseado principalmente em teoria cinética de plasmas, e que descreve a evolução temporal da função distribuição dos elétrons de um plasma em um modelo de lâmina para o tokamak.

Foi obtido que com os parâmetros utilizados, a ilha diminui devido à corrente gerada e quando isso acontece diminui a densidade de corrente gerada pelas ondas dentro da ilha. Apesar disso, como no nosso caso a corrente gerada pelas ondas é uma pequena fração da corrente total (a maior parte é gerada via processos ôhmicos), temos um pequeno aumento da corrente total com a diminuição da ilha, em comparação a um modelo no qual a largura da ilha é considerada constante. Portanto, à medida que a largura das ilhas diminui, o efeito das ondas se torna menos eficiente.

Foi possível traçar uma relação entre a potência das ondas injetadas e a evolução da largura da ilha. A partir da simulação de alguns valores de potência, foi possível interpolar uma relação linear entre $\Delta W/\Delta t$ e P_{EC} . A partir da equação linear obtida foi possível estimar qual o valor mínimo de potência das ondas necessário para impedir o crescimento da largura da ilha para os parâmetros estudados.

O valor de potência mínima obtido utilizando parâmetros típicos do Tokamak ASDEX-Update para o modo (3,2) está abaixo dos valores utilizados em trabalhos experimentais encontrados na literatura [3, 41, 42]. Portanto nosso resultado parece estar de acordo com os valores utilizados para controle dessas instabilidades. Com a alteração dos parâmetros, é de se esperar diferentes relações, e valores limites diferentes.

Uma vez que a sistemática de nossa simulação parecia estar surtindo bons resultados, escolhemos adotar uma abordagem mais complexa para a evolução da largura da ilha, que leva em conta mais fenômenos e possuía embutida correções em certos limites de tamanho da ilha. Além disso incluímos no nosso sistema a existência de uma corrente de *bootstrap* que era calculada separadamente a partir de um modelo onde a densidade de corrente depende dos gradientes de pressão, temperatura e densidade no plasma. Assim, a fim de se obter um perfil de densidade de corrente de *bootstrap* coerente com os experimentos que estamos simulando, alguns parâmetros foram alterados e adicionamos uma descrição do perfil de temperatura dos íons (anteriormente suposto igual a dos elétrons quando necessário).

Nessa nova fase de simulações o uso dessa nova abordagem foi bem sucedido e foi feito uma comparação com a abordagem anterior. Os resultados foram semelhantes entre si à primeira vista. Entretanto a descrição dos termos desestabilizadores mais detalhada trouxe efeito no cálculo da relação linear entre $\Delta W/\Delta t$ e P_{EC} e do valor mínimo de potência das ondas necessário para impedir o crescimento da largura da ilha para os parâmetros estudados. Em comparação, a nova abordagem traz valores menores de potência mínima para os parâmetros estudados, pois os fenômenos desestabilizadores possuem menor magnitude nesta descrição e portanto é necessário uma menor quantidade de corrente gerada pelas ondas para compensá-los.

Apêndice A

Projeto *kinesis*

Como contribuição para a revisão bibliográfica e para melhor entendimento do projeto no qual esse trabalho se insere, iremos descrever brevemente um pouco da história e as possíveis competências do código *kinesis*, usado neste trabalho. Escrito em linguagem FORTRAN 90, o código implementa o cálculo quase-linear da evolução temporal da função distribuição eletrônica na presença de vários possíveis fatores como: ondas de cíclotron eletrônica, onda híbrida inferior, transporte radial de partículas, colisões (elétron-elétron e elétron-ion, com elétrons e íons do plasma de fundo, ou “*background*”), geração de corrente via efeito Ohm, barreiras internas de transporte, efeitos de um campo elétrico induzido e presença de ilhas magnéticas (“*neoclassical tearing modes*”). Assim, ele pode ser usado para estudar absorção de ondas *EC* e *LH*, emissão de ondas de cíclotron pelo plasma, estudos sobre criação de corrente (“*current drive*”), o transporte radial de partículas na presença de barreiras, origens do transporte de partículas, a sinergia entre ondas *EC* e *LH*, modelos de confinamento, e, por fim, na mais recente atualização, o estudo dos modos *tearing* neoclássico e sua evolução temporal. Como se vê, o código incorpora uma série de mecanismos complexos na dinâmica do sistema. Por outro lado, faz uso de uma abordagem relativamente simplificada de aspectos geométricos de um *tokamak*, tratando o *tokamak* como uma lâmina de plasma, e incorporando alguns efeitos toroidais de forma aproximada.

O desenvolvimento desse código começou durante o Doutorado de P. R. da S. Rosa sob a supervisão de L. F. Ziebell, no início dos anos 90. A introdução do tratamento

de ilhas magnéticas foi feita posteriormente, sob a supervisão de G. Giruzzi, durante o Pós-Doutorado de P. R. da S. Rosa feito no *Centre d'Études Nucléaires* de Cadarache, França, entre 1998 e 1999. Na versão atual estão incluídas rotinas de cálculo da absorção de ondas de cíclotron com injeção oblíqua, e emissão de ondas de cíclotron a 90 graus em relação à direção do campo magnético toroidal. Além disso, o código incorpora efeitos de correção na temperatura devido às ondas de cíclotron, bem como *lower hybrid waves*, e a partir de 2001, inclui diversas formas de abordar efeitos de transporte de partículas. Na versão atual há também a possibilidade da presença de uma superfície ressonante com *tearing modes*, e em torno dessa superfície, pode haver distorção do campo magnético de equilíbrio, formando as ilhas magnéticas. De forma geral, podem ser usados dois tipos de renormalização da densidade de partículas: Local, se não está presente o transporte de partículas, e global, quando o transporte é levado em conta. Dessa forma, a função de distribuição é normalizada para 1 no caso sem transporte e para a densidade local quando o transporte está presente. Isso significa que o código permite compensar a perda de partículas na borda do plasma, o que significa ou uma situação em que o confinamento é muito bom, ou uma situação em que a perda de partículas é compensada pela injeção de novas partículas.

Fenômenos físicos que podem ser simulados, tanto separadamente quanto todos ao mesmo tempo, são, por exemplo:

- Somente plasma com colisões;
- interação entre ondas do tipo Híbridas Inferior com plasmas na presença, ou não, de difusão de partículas e/ou tempo finito do confinamento de energia;
- interação das ondas EC com plasmas na presença, ou não, de difusão de partículas e/ou tempo finito do confinamento de energia. A injeção das ondas pode ser contínua ou pulsada;
- interação de ondas e plasma na presença de ilhas magnéticas.

Ainda, é interessante comentar que existe no código a possibilidade de usar duas opções para o termo colisional da equação de Fokker-Planck,

- Quando a interação predominante das ondas é com partículas de alta velocidade

(limite de altas velocidades): Pode-se usar uma forma expandida do termo de colisões.

- Quando ocorre interação significativa com partículas mais próximas do “corpo” da distribuição de velocidade: Usa-se a forma completa do termo de colisão.

Por fim, como discutido no presente trabalho, a versão atual do código incorpora novas contribuições, como o cálculo autoconsistente da largura das ilhas e de outras quantidades, como o campo poloidal e o fator de segurança, melhoramento na descrição das posições das superfícies magnéticas com a evolução da largura da ilhas, e em todas quantidades dependentes da posição das superfícies.

Referências Bibliográficas

- [1] A. I. Akhiezer, Akhiezer, Polovin I. A., Sitenko R. V., A. G., and K. N. Stepanov. *Plasma Eletrodynamics*, volume Vol. 1 and 2. Pegamon, Oxford, 1975.
- [2] B. Ayten and E. Westerhof. Consequences of plasma rotation for neoclassical tearing mode suppression by electron cyclotron current drive. *Phys. Plasmas*, 19(09):2506, 2012.
- [3] B. Ayten, E. Westerhof, and ASDEX Upgrade Team. Non-linear effects in electron cyclotron current drive applied for the stabilization of neoclassical tearing modes. *Nucl. Fusion*, 54(7):073001, 2014.
- [4] D. de O. Berto, L. F. Ziebell, and P. R. da S. Rosa. On the effect of electron cyclotron waves on the evolution of neoclassical tearing modes in tokamak plasmas. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 61(6):065021, 2019.
- [5] C. M. Bishop, J. W. Connor, R. J. Hastie, and S. C. Cowley. On the difficulty of determining tearing mode stability. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 33(4):389–395, apr 1991.
- [6] J. A. Bittencourt. *Fundamentals of Plasma Physics*, volume 2a. ed. INPE-FAPESP, José dos Campos, 1995.
- [7] B. Carnahan, H. Luther, and J. Wilkes. *Applied Numerical Methods*. John Wiley, New York, 1969.
- [8] R. Carrera, R D Hazeltine, and M. Kotschenreuter. Island bootstrap current modification of the nonlinear dynamics of the tearing mode. *Phys. Fluids*, 29:899, 1986.

- [9] F. F. Chen. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, volume 2a. ed. Plenum, New York, 1984.
- [10] R. C. Davidson. *Methods in Nonlinear Plasma Theory*. Academic Press, New York, 1972.
- [11] R. C. Davidson. *Physics of Non-neutral Plasmas*. Addison-Wesley, Redwood City, 1990.
- [12] C. I. de Oliveira. *Efeito do transporte radial de partículas na eficiência da geração de corrente por ondas do tipo híbrida inferior em tokamaks*. Dissertação de Mestrado, UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Física, Porto Alegre, 2002.
- [13] C. I. de Oliveira. *Estudo de processos de geração de correntes em tokamaks por meio de interações onda-partícula*. Tese de Doutorado, UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Física, Porto Alegre, 2006.
- [14] EFDA. European Fusion Development Agreement. Heating of JET Plasmas. Garching, Germany. EFDA: Fusion. <http://www.efda.org/fusion/focus-on/plasma-heating-current-drive/ohmic-heating/n>, 2012.
- [15] I. Fidone, G. Granata, and R. L. Meyer. Role of the relativistic mass variation in electron cyclotron resonance wave absorption for oblique propagation. *Phys. Fluids*, 25(12):2249–2263, 1982.
- [16] R. Fitzpatrick. Helical temperature perturbations associated with tearing modes in tokamak plasmas. *Phys. Plasmas*, 2:825, 1995.
- [17] J. Freidberg. *Plasma Physics and Fusion Energy*, volume 1st ed. Cambridge University Press, Cambridge, 2007.
- [18] G. Giruzzi, I. Fidone, and X. Garbet. Kinetic effects of magnetic turbulence in tokamaks. *Nucl. Fusion*, 32(6):1011–1021, 1992.
- [19] G Giruzzi, R F Steimle, D R Roberts, D Sing, and A J Wootton. Identification and measurement of core plasma turbulence by observation of fast electrons in TEXT-U. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 38(9):1593–1602, sep 1996.

- [20] G. Giruzzi, M. Zabiego, T. A. Gianakon, X. Garbet, A. Cardinali, and S. Bernabei. Dynamical modelling of tearing mode stabilization by RF current drive. *Nucl. Fusion*, 39:107–125, 1999.
- [21] A. H. Glasser, J. M. Greene, and J. L. Johnson. Resistive instabilities in general toroidal plasma configurations. *Phys. Fluids*, v. 18, no. 7, pp. 875-888.
- [22] R. W. Harvey, M. G. McCoy, and G. D. Kerbel. Power dependence of electron-cyclotron current drive for low- and high-field absorption in tokamaks. *Phys. Rev. Lett.*, 62(3):426–429, 1989.
- [23] N. Hayashi, T. Ozeki, K. Hamamatsu, and T. Takizuka. ECCD power necessary for the neoclassical tearing mode stabilization in ITER. *Nucl. Fusion*, 44(4):477–487, 2004.
- [24] C. C. Hegna. The physics of neoclassical magnetohydrodynamic tearing modes. *Phys. Plasmas*, 5:1767–1774, 1998.
- [25] C. C. Hegna and J. D. Callen. On the stabilization of neoclassical magnetohydrodynamic tearing modes using localized current drive or heating. *Phys. Plasmas*, 4:2940, 8pp, 1997.
- [26] S.P. Hirshman and D.J. Sigmar. Neoclassical transport of impurities in tokamak plasmas. *Nuclear Fusion*, 21(9):1079–1201, sep 1981.
- [27] A. Isayama, G. Matsunaga, T. Kobayashi, S. Moriyama, N. Oyama, Y. Sakamoto, T. Suzuki, H. Urano, N. Hayashi, Y. Kamada, T. Ozeki, Y. Hirano, L. Urso, H. Zohm, M. Maraschek, J. Hobirk, K. Nagasaki, and the JT-60 Team. Neoclassical tearing mode control using electron cyclotron current drive and magnetic island evolution in JT-60U. *Nucl. Fusion*, 49:055006, 9p., 2009.
- [28] A. Isayama, N. Oyama, H. Urano, T. Suzuki, M. Takechi, N. Hayashi, K. Nagasaki, Y. Kamada, S. Ide, T. Ozeki, and JT-60 Team. Stabilization of neoclassical tearing modes by electron cyclotron current drive in JT-60U. *Nucl. Fusion*, 47(8):773–782, Aug. 2007.

- [29] A. W. Krall, N. A. & Trivelpiece. *Principles of Plasma Physics*. McGraw-Hill, New York, 1973.
- [30] Paulett C. Liewer. Measurements of microturbulence in tokamaks and comparisons with theories of turbulence and anomalous transport. *Nuclear Fusion*, 25(5):543–621, may 1985.
- [31] C. G. L. Martins. *Topologia de Campos Magnéticos em Tokamaks*. PhD thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, São Paulo, 2013.
- [32] J. P. Meskat, H. Zohm, G. Gantenbein, S. Günter, M. Maraschek, W. Suttrop, Q. Yu, and ASDEX Upgrade Team. Analysis of the structure of neoclassical tearing modes in ASDEX Upgrade. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 43(10):1325–1332, sep 2001.
- [33] L. T. Petruzzellis. *Evolução não linear de ondas eletrostáticas no contexto da teoria de turbulência fraca em plasmas*. Dissertação de Mestrado, UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Física, Porto Alegre, dezembro de 2014.
- [34] P. R. da S. Rosa and G. Giruzzi. RF current drive by electron cyclotron waves in the presence of magnetic islands. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 42(7):755–769, Jul. 2000.
- [35] P. R. da S. Rosa and L. F. Ziebell. Quasilinear evolution of electron cyclotron absorption by an RF-generated extended tail in tokamak plasmas. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 35(4):511–529, 1993.
- [36] P. R. da S. Rosa and L. F. Ziebell. EC + LH current drive in the presence of an internal transport barrier. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 44(10):2065, Sep. 2002.
- [37] P. R. da S. Rosa and L. F. Ziebell. Current drive by EC waves in the presence of magnetic islands and transport. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 50(9):095002, 20p., Sep. 2008.
- [38] P. R. da S. Rosa and L. F. Ziebell. The role of the RF induced electric field in the current drive by EC waves in the presence of magnetic islands. *Nucl. Fusion*, 50(11):115009, 11p., Nov. 2010.

- [39] P. H. Rutherford. Nonlinear growth of tearing mode. *Phys. Fluids*, 16:1903–1908, 1973.
- [40] O. Sauter, R. J. La Haye, Z. Chang, D. A. Gates, Y. Kamada, H. Zohm, A. Bondeson, D. Boucher, J. D. Callen, M. S. Chu, T. A. Gianakon, O. Gruber, R. W. Harvey, C. C. Hegna, L. L. Lao, D. A. Monticello, F. Perkins, A. Pletzer, A. H. Reiman, M. Rosenbluth, E. J. Strait, T. S. Taylor, A. D. Turnbull, F. Waelbroeck, J. C. Wesley, H. R. Wilson, and R. Yoshino. Beta limits in long-pulse tokamak discharges. *Physics of Plasmas*, 4(5):1654–1664, 1997.
- [41] L. Urso, R. Fischer, A. Isayama, ASDEX Upgrade Team, and JT-60 Team. Application of the Bayesian analysis to the modified Rutherford equation for NTM stabilization. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 52(5):055012, 2010.
- [42] L. Urso, M. Maraschek, H. Zohm, and the ASDEX Upgrade Team. Fitting of the Rutherford Equation for Neoclassical Tearing Mode stabilisation in ASDEX Upgrade. *Journal of Physics: Conference Series*, 25:266–273, 2005.
- [43] J. Wesson and D.J. Campbell. *Tokamaks*. International series of monographs on physics. Clarendon Press, 2004.
- [44] R. B. White, D. A. Monticello, Rosenbluth, M. N., and B.V. Waddell. Saturation of the tearing mode. *Phys. Fluids*.
- [45] Q. Yu, S. Gunter, and K. Lackner. Numerical modeling of nonlinear growth and saturation of neoclassical tearing modes. *Physics of Plasmas*, 11:140, 2004.
- [46] H. Zohm, G. Gantenbein, G. Giruzzi, S. Gunter, F. Leuterer, M. Maraschek, J. Meskat, A. G. Peeters, W. Suttrop, D. Wagner, and M. Zabiego. Experiments on neoclassical tearing mode stabilization by ECCD in ASDEX Upgrade. *Nucl. Fusion*, 39:577–580, 1999.