

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**SIMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE TÚNEIS
ESCAVADOS EM MEIOS POROELÁSTICOS**

Evandro Esteban Pandia Cayro

Porto Alegre
2020

EVANDRO ESTEBAN PANDIA CAYRO

SIMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE TÚNEIS ESCAVADOS EM MEIOS POROELÁSTICOS

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título
de Doutor em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Samir Maghous

Orientadora: Profa. Dra. Denise Bernaud Maghous

Porto Alegre
2020

CIP - Catalogação na Publicação

Pandia Cayro, Evandro Esteban
SIMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE TÚNEIS ESCAVADOS EM
MEIOS POROELÁSTICOS / Evandro Esteban Pandia Cayro. --
2020.
248 f.
Orientadores: Samir Maghous, Denise Bernaud
Maghous.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre,
BR-RS, 2020.

1. túneis. 2. poroelasticidade. 3. elementos
finitos. 4. tirantes. 5. homogeneização. I. Maghous,
Samir, orient. II. Bernaud Maghous, Denise, orient.
III. Título.

EVANDRO ESTEBAN PANDIA CAYRO

**SIMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE TÚNEIS
ESCAVADOS EM MEIOS POROELÁSTICOS**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, Estruturas, e aprovada em sua forma final pelos professores orientadores e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 2020

Denise Bernaud Maghous
Docteur École Nationale des
Ponts et Chaussées
Orientadora

Samir Maghous
Docteur École Nationale des
Ponts et Chaussées
Orientador

Nilo Cesar Consoli
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Américo Campos Filho (UFRGS)
Dr. Universidade de São Paulo

Mauro de Vasconcellos Real (FURG)
Dr. Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Liércio André Isoldi (FURG)
Dr. Universidade Federal do Rio Grande do Sul

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela oportunidade de estudar com bolsa durante o tempo do Doutorado, sem a qual, não seria possível a apresentação deste trabalho.

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (PPGEC) pelo acolhimento e aceitação nas suas prestigiosas aulas, aos meus professores que me formaram e aos companheiros com os quais compartilhamos histórias e conhecimento.

Um imenso agradecimento aos meus orientadores: ao professor Samir Maghous e a professora Denise Bernaud Maghous pelos todos os ensinamentos na minha formação nesta área de túneis e poroelasticidade, ficarei sempre grato pelas contribuições, acompanhamento, revisão e apoio durante toda a elaboração deste trabalho.

A minha família pelo apoio e compreensão, em especial ao meu pai Esteban Pandia que desde o céu move os fios do destino guiando-me no caminho correto do estudo e perseverança, também a minha mãe, minhas tias e namorada pelo ajuda constante nesta caminhada.

“A poroelasticidade são um conjunto de equações matemáticas elegantes, cujo tratamento leva a sentir satisfação”. Cheng, 2016

RESUMO

PANDIA, E. E. **Simulação tridimensional de túneis escavados em meios poroelásticos**. 2020. 264 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

O objetivo deste trabalho de tese é a formulação de um modelo constitutivo e computacional para a análise das deformações induzidas pela escavação de um túnel em um meio poroelástico saturado. O campo de deformações, tensões e poropressões que se desenvolvem no entorno do túnel dependerão da profundidade, da geometria da seção, da distribuição de cargas na superfície, da heterogeneidade e distribuição espacial das camadas de solo, do comportamento mecânico conjunto do maciço-revestimento-tirantes passivos, bem como do processo de escavação e colocação do revestimento e tirantes. Foram descritas soluções analíticas e semi-analíticas (em deformações planas) do túnel circular em meios homogêneos, anisótropicos e anisótropicos rotados os quais servem de verificação para o código computacional desenvolvido. A aplicação final consiste na análise tridimensional do túnel em um meio poroelástico - anisotrópico e rotacionado, considerando o processo de escavação sequencial e colocação de tirantes passivos radiais e frontais, para estes foram empregados o método de ativação/desativação no processo de escavação e o método de homogeneização nas zonas do maciço com incorporação de tirantes. Observa-se que quando são incorporados os tirantes, o maior deslocamento na parte superior da superfície do túnel e no começo da distância escavada apresenta uma notável diminuição do seu valor, enquanto que a poropressão monitorada no meio da distância escavada e cima da superfície do túnel apresenta um incremento de valor logo que o frente de escavação passa por baixo do ponto monitorado. Uma ênfase é dada aos maciços com estratos dispostos em diferentes posições espaciais, resultando que a resposta em deslocamentos e poropressões depende principalmente do conjunto de parâmetros mecânicos e hidráulicos do maciço poroelástico.

Palavras Chave: Túneis, poromecânica, poroelasticidade, anisotropia, solos saturados, homogeneização, método de elementos finitos, escavação túneis.

ABSTRACT

PANDIA, E. E. **Tridimensional Simulation in tunnels driven in poroelastic media**. 2020. 245 f. Thesis (Doctorate in Civil Engineering) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The objective of this thesis is the formulation of a constitutive and computational model for the analysis of the deformations induced by tunneling in a saturated poroelastic medium. The field of deformations, stresses and pore pressures that develop around the tunnel will depend on the depth, the geometry of the section, the distribution of the initial loads, the heterogeneity and spatial distribution of the soil layers, the mechanical behavior of the rock mass-liner-grouted bolts, as well as the process of the excavation and placement of the lining and bolts. Have been described analytical and semi-analytical solutions (in-plane deformations) of circular tunnel in homogeneous, anisotropic and anisotropic rotated media and this serves as verification for the developed computational code. The final application consists of the three-dimensional analysis of the tunnel in a poroelastic medium - anisotropic and rotated medium, considering sequential excavation and placement of passive radial and frontal bolts, for these purpose the activation/deactivation method is used in excavation process and homogenization method is used in regions of the rock mass with incorporations of bolts. It is observed that when the bolts are incorporated, the greater displacement happen in the top of the tunnel surface and at the beginning of the excavated distance with the excavation process presents a meaningful decrease in its value, while the pore pressure monitored in the middle of the excavated distance and above the surface of the tunnel presents an increase in value as soon as the excavation face passes below the monitored point. Emphasis is given to rock mass with strata arranged in different spatial positions, resulting that the response in displacements and poropressures depends mainly on the set of mechanical and hydraulic parameters of the poroelastic rockmass.

Keywords: Tunnels, poromechanics, poroelasticity, anisotropic, saturated soils, homogenization, finite element method, tunneling, excavation

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1. INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 OBJETIVOS..... | 5 |
| 1.2 PARTES DO TRABALHO..... | 5 |
| 2. TÚNEIS: PROBLEMÁTICA E MÉTODOS DE ANÁLISE | 8 |
| 2.1 PROBLEMÁTICA DE TÚNEIS | 11 |
| 2.1.1 ASPECTOS GEOLÓGICOS GEOTÉCNICOS..... | 11 |
| 2.1.2 ASPECTOS RELATIVOS À MODELAGEM..... | 17 |
| 2.2 MÉTODOS DE ESCAVAÇÃO DE TÚNEIS | 19 |
| 2.2.1 MÉTODO DE VALA RECOBERTA..... | 19 |
| 2.2.2 MÉTODO DE ESCAVAÇÃO MINEIRA (EM) | 20 |
| 2.2.3 MÉTODO DE ESCAVAÇÃO MECANIZADA (TM)..... | 23 |
| 2.3 SUPORTE DE TÚNEIS..... | 26 |
| 2.3.1 REVESTIMENTO DE TÚNEIS | 26 |
| 2.3.2 REFORÇO DE TÚNEIS | 27 |
| 2.3.3 MÉTODO DE CONVERGÊNCIA-CONFINAMENTO..... | 28 |
| 2.4 ANÁLISES MECÂNICAS DE TÚNEIS EM MACIÇOS SECOS..... | 32 |
| 2.4.1 TÚNEIS EM MACIÇOS ISOTRÓPICOS | 32 |
| 2.4.2 TÚNEIS EM MACIÇOS ANISOTRÓPICOS | 39 |
| 2.4.3 MODELAGEM DO TÚNEL | 43 |
| 2.5 ANÁLISES MECÂNICAS DE TÚNEIS EM MACIÇOS POROELÁSTICOS | 45 |
| 2.5.1 ESTUDO BIBLIOGRÁFICO | 45 |
| 3. ELEMENTOS DA POROMECÂNICA | 49 |
| 3.1 BREVE HISTÓRICO..... | 49 |
| 3.2 ELEMENTOS DO COMPORTAMENTO PORO-ELÁSTICO MACROSCÓPICO .. | 50 |
| 3.2.1 DEFINIÇÕES..... | 51 |

| | |
|---|------------|
| 3.2.2 EQUAÇÕES DE ESTADO DA POROELASTICIDADE | 55 |
| 4. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL..... | 78 |
| 4.1 BREVE HISTÓRICO SOBRE A ABORDAGEM NUMÉRICA DA MECÂNICA DOS MEIOS POROSOS..... | 78 |
| 4.2 HIPÓTESES DA ANÁLISE | 82 |
| 4.3 EQUAÇÕES DE CAMPO | 83 |
| 4.4 FORMA FRACA DAS EQUAÇÕES DE CAMPO..... | 83 |
| 4.5 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL..... | 84 |
| 4.6 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL DAS EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS | 85 |
| 4.7 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL E ESPACIAL DAS EQUAÇÕES DE CAMPO | 86 |
| 4.8 APROXIMAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS | 88 |
| 4.9 ELEMENTO FINITO UTILIZADO | 89 |
| 4.10 MODELAGEM DO PROCESSO DE ESCAVAÇÃO | 92 |
| 5. ANÁLISE DE TÚNEIS EM POROELASTICIDADE | 94 |
| 5.1 ANÁLISE POROELÁSTICA ISOTRÓPICA DE TÚNEIS | 94 |
| 5.1.1 HIPÓTESE E GEOMETRIA DO PROBLEMA..... | 94 |
| 5.1.2 CONDIÇÕES LIMITES MECÂNICAS | 95 |
| 5.1.3 CONDIÇÕES LIMITES HIDRÁULICAS | 95 |
| 5.1.4 RESPOSTA INSTANTÂNEA..... | 95 |
| 5.1.5 RESPOSTA EM REGIME HIDRÁULICO PERMANENTE..... | 97 |
| 5.1.6 RESPOSTA TRANSITÓRIA A ESCAVAÇÃO UNIDIMENSIONAL EM UM MEIO POROELÁSTICO..... | 103 |
| 5.2 ANÁLISE POROELÁSTICA ANISÓTROPICA DE TÚNEIS | 117 |
| 6. ANÁLISE EM POROELASTICIDADE DE TÚNEIS REFORÇADOS COM TIRANTES PASSIVOS VIA O MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO | 136 |
| 6.1 MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO PARA TÚNEIS REFORÇADOS COM TIRANTES PASSIVOS: CASO DO MACIÇO ELÁSTICO SECO..... | 137 |

| | |
|---|------------|
| 6.1.1 MÓDULOS ELÁSTICOS HOMOGENEIZADOS DO MATERIAL REFORÇADO COM TIRANTES RADIAIS | 138 |
| 6.1.2 MÓDULOS ELÁSTICOS HOMOGENEIZADOS DO MATERIAL REFORÇADO COM TIRANTES FRONTAIS | 140 |
| 6.2 MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO PARA TÚNEIS REFORÇADOS COM TIRANTES PASSIVOS: CASO DO MACIÇO POROELÁSTICO SATURADO..... | 144 |
| 7. APLICAÇÕES..... | 149 |
| 7.1 ANÁLISE POROELÁSTICA ISOTRÓPICA TRIDIMENSIONAL DE UM TÚNEL PROFUNDO..... | 149 |
| 7.2 ANÁLISE POROELÁSTICA ANISOTRÓPICA TRIDIMENSIONAL DE UM TÚNEL PROFUNDO | 156 |
| 7.2.1 INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DE ESCAVAÇÃO E PERMEABILIDADE | 160 |
| 7.2.2 VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE MERGULHO DO ESTRATO NO MACIÇO SECO..... | 163 |
| 7.2.3 VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE MERGULHO DO ESTRATO NO MACIÇO SATURADO | 165 |
| 7.2.4 VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE MERGULHO E DIREÇÃO DO ESTRATO NO MACIÇO SATURADO | 169 |
| 7.3 ANÁLISE POROELÁSTICA ANISOTRÓPICA TRIDIMENSIONAL DE UM TÚNEL PROFUNDO COM TIRANTES PASSIVOS | 175 |
| 8. CONCLUSÕES..... | 183 |
| 9. RECOMENDAÇÕES DE TRABALHOS FUTUROS..... | 186 |
| BIBLIOGRAFIA..... | 187 |
| ANEXO 1..... | 199 |
| ANEXO 2..... | 201 |
| ANEXO 3..... | 207 |
| ANEXO 4..... | 211 |
| ANEXO 5..... | 214 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 Etapas envolvidas nos projetos de túneis (adaptado de I.T.A (1998))..... | 10 |
| Figura 2 Valores do coeficiente de tensão lateral K_l com a profundidade (HOEK e BROWN, 1980)..... | 12 |
| Figura 3 Tensão vertical σ_z com a profundidade (HOEK e BROWN, 1980)..... | 13 |
| Figura 4 a) Mecanismo de falha formando uma chaminé e cratera b) e c) Falha no túnel em Munique-Alemanha, adaptado de Kolymbas (2005)..... | 15 |
| Figura 5 a) Mecanismo de falha pelo peso excessivo do maciço na parte superior do túnel b) e c) Falha em túnel na estação da linha 4 do metrô de São Paulo, adaptado de Bernaud (2017). | 15 |
| Figura 6 Assentamento da superfície enquanto ocorre a escavação (ANAGNOSTOU, 2006) | 15 |
| Figura 7 Tensões do maciço expansivo sobre o túnel (ANAGNOSTOU, 1995)..... | 16 |
| Figura 8 Evolução da quantidade de trabalhos em túneis nos casos: drenado, não drenado e acoplado segundo Mestat et al. (2004) | 18 |
| Figura 9 Métodos de escavação de túneis (adaptado de I.T.A (2009)) | 19 |
| Figura 10 (a) Cut and Cover (b) Cover and Cut (NATIONAL HIGHWAY INSTITUTE, 2009)..... | 20 |
| Figura 11 Sequência executiva do método de construção com uso de escavadeira | 20 |
| Figura 12 Avanço escavação com utilização de carapaça..... | 21 |
| Figura 13 Sequência executiva do método de construção por perfuração e detonação (HEINIO, 1999)..... | 21 |
| Figura 14 Esquema de parcialização na escavação do Túnel Lainzer (BERNAUD, 2017)..... | 22 |
| Figura 15 Esquema de trabalho no túnel liner (ARMCO STACO, 2018) | 23 |
| Figura 16 Escavação do túnel liner (ARMCO STACO; 2018)..... | 23 |
| Figura 17 Processo de execução da tuneladora tradicional com um único escudo | 24 |
| Figura 18 Processo de execução da tuneladora SPB (NFM TECHNOLOGIES, 2017). | 25 |
| Figura 19 Partes da tuneladora SPB (Guglielmetti et al., 2007) | 25 |
| Figura 20 Processo de execução da tuneladora EPBs (NFM TECHNOLOGIES, 2017). | 26 |
| Figura 21 Partes da tuneladora EPBs (Guglielmetti et al., 2007)..... | 26 |
| Figura 22 a) Chumbador b) Detalhe da cabeça (LIMA, 2007) | 28 |
| Figura 23 a) Geometria do túnel b) Gráfico de convergência (BERNAUD, 2017) | 29 |
| Figura 24 Princípio de determinação da curva de convergência do maciço | 30 |

| | | |
|-----------|--|-----|
| Figura 25 | Curvas de convergência do maciço e confinamento do suporte | 31 |
| Figura 26 | Influência da rigidez do suporte no perfil de convergências do túnel e no parâmetro U_0 (adaptado de BERNAUD & ROUSSET, 1992, p. 13) | 31 |
| Figura 27 | Condições da análise elástica considerada | 33 |
| Figura 28 | Representação do estado de tensões em pontos representativos do túnel, sendo $K_I=0$ (PEREZ, 2017) | 34 |
| Figura 29 | Campo de tensões e deslocamento em um maciço elástico linear | 35 |
| Figura 30 | Estado de tensões principais e linhas de corrente (tensões principais) ao redor de uma cavidade circular escavada em um meio elástico com $K_I = 0,5$. (HOEK e BROWN, 1980)..... | 36 |
| Figura 31 | Tensões principais maiores e tensões principais menores (linhas descontinuas) em um túnel rodoviário o ferroviário | 37 |
| Figura 32 | Mobilização da resistência ao cisalhamento devido ao efeito de arco (FRANÇA, 2006)..... | 38 |
| Figura 33 | Natureza tridimensional do arqueamento das tensões nas proximidades da frente de um túnel com suporte, a partir de Eisenstein et al. (1984) | 39 |
| Figura 34 | Superposição de efeitos em um maciço ortotrópico | 41 |
| Figura 35 | (a) Revestimento colocado a uma distancia d_0 da face de escavação; (b) Avanço da face de escavação; (c) Avanço do revestimento até a distancia d_0 da nova face. (HANAFY; EMERY, 1980, 1982)..... | 44 |
| Figura 36 | Idealização macroscópica do meio poroso (COUSSY, 2004) | 51 |
| Figura 37 | Detalhe configuração de referência..... | 53 |
| Figura 38 | Fluxo de fluido atravessando a superfície de referência | 54 |
| Figura 39 | Plano de simetria de um material monoclinico | 72 |
| Figura 40 | Tipos de anisotropia dos materiais a) Material ortotrópico b) Material isotrópico transversal ou ortotrópico axissimétrico..... | 73 |
| Figura 41 | (a) Elemento hexaédrico de 20 nós (b) Elemento hexaédrico de 8 nós. | 89 |
| Figura 42 | Representação do túnel unidimensional adaptado de Benamar (1996) | 94 |
| Figura 43 | Evolução da poropressão no espaço no caso do regime hidráulico permanente..... | 99 |
| Figura 44 | Evolução da tensão radial efetiva no espaço para o caso do regime hidráulico permanente..... | 100 |
| Figura 45 | Geometria e carregamento do anel elástico adaptado de Carranza-Torres e Diederichs (2008) | 100 |

| | |
|--|-----|
| Figura 46 Evolução da tensão radial efetiva no espaço para o caso do regime hidráulico permanente em um túnel revestido e não revestido..... | 103 |
| Figura 47 Geometria do modelo e condições de borde | 112 |
| Figura 48 Valores analíticos poropressão vs raio para distintos valores de N | 112 |
| Figura 49 Comparação dos resultados da Análise Numérica-A.N. e Elementos Finitos-E.F (Benamar, 1995). | 113 |
| Figura 50 Comparação resultados numéricos analíticos e semi-analíticos da poropressão com o raio..... | 114 |
| Figura 51 Evolução da poropressão com o raio para diversos instantes t^* | 114 |
| Figura 52 Evolução do deslocamento com o raio para diversos instantes t^* | 115 |
| Figura 53 Evolução da tensão radial com o raio para diversos instantes t^* | 115 |
| Figura 54 Evolução da tensão tangencial com o raio para diversos instantes t^* | 116 |
| Figura 55 Evolução da tensão vertical com o raio no tempo..... | 116 |
| Figura 56 a) Condições iniciais para o modelo numérico bi-dimensional, b) Malha de elementos finitos (GUAYACAN et al., 2016) | 118 |
| Figura 57 Evolução da poropressão ao longo do eixo x | 119 |
| Figura 58 a) Túnel profundo em um maciço isotrópico transverso b) Túnel profundo em um maciço isotrópico transverso modificado após a rotação, adaptado de Bobet (2011)..... | 120 |
| Figura 59 Decomposição de efeitos em um túnel com revestimento impermeável | 123 |
| Figura 60 Decomposição dos efeitos de tensão e poropressão | 124 |
| Figura 61 Esquema da barragem, túneis e poço nas rochas sedimentares “Waichecheng series”, adaptado de Wittke (1990)..... | 128 |
| Figura 62 a) Malha de elementos finitos e carregamento considerado na modelagem b) proximidade do túnel..... | 130 |
| Figura 63 Deslocamentos numéricos e analíticos do túnel com revestimento no maciço seco | 130 |
| Figura 64 Deslocamentos numéricos e analíticos do túnel com revestimento no maciço saturado..... | 131 |
| Figura 65 Esquema da orientação dos estratos, adaptado de ABGE/CBMR (1983) | 132 |
| Figura 66 Eixos rotados em três dimensões | 132 |
| Figura 67 Características geométricas dos tirantes passivos, adaptado de Bernaud et al. (2009) | 138 |
| Figura 68 Malha de elementos finitos túnel reforçado com tirantes passivos..... | 143 |
| Figura 69 Convergência radial do túnel ao longo do raio | 144 |

| | |
|--|-----|
| Figura 70 Esquema e condições de borde modelo axissimétrico de Prassetyo e Gutierrez (2018) | 150 |
| Figura 71 Esquema do túnel (a) Geometria e condições de borde longitudinal (b) passos de escavação (c) condições de bordo na seção transversal (PRASSETYO e GUTIERREZ, 2018) | 151 |
| Figura 72 Malha de elementos finitos tridimensional do túnel (a) vista Frontal (b) vista longitudinal (c) amplificação na zona perto do túnel | 152 |
| Figura 73 Resposta transiente mecânica-hidráulica da convergência do túnel, durante o período de escavação progressiva no ponto do meio da escavação sem revestimento | 153 |
| Figura 74 Resposta transiente mecânica-hidráulica da convergência do túnel, durante o periodo de escavação progressiva com revestimento | 154 |
| Figura 75 Resposta transiente mecânica-hidráulica da poropressão a 1m acima da parede, no meio do túnel, durante o período de escavação progressiva, sem revestimento | 155 |
| Figura 76 Resposta transiente mecânica-hidráulica da poropressão a 1m acima da parede, no meio do túnel, durante o período de escavação progressiva, com revestimento | 156 |
| Figura 77 Esquema da represa Mingtam (WITTKE, 1990) | 157 |
| Figura 78 Orientação da “Waichecheng series” na zona escavada (WITTKE, 1990) | 157 |
| Figura 79 Esquema do túnel exploratório da represa Mingtam: Geometria, condições de contorno e passos de escavação..... | 158 |
| Figura 80 Malha de elementos finitos (a) Vista frontal (b) Na zona próxima do túnel..... | 158 |
| Figura 81 Metade esquerda da malha tridimensional de elementos finitos..... | 159 |
| Figura 82 Porosidade vs permeabilidade horizontal e vertical em arenitos e siltitos na Formação Szolnok (EL SAYED et al., 2017) | 160 |
| Figura 83 Deslocamento no ponto inicial do túnel em função do número de escavações para diferentes velocidades de escavação considerando uma permeabilidade $k=10^{-8}$ m/s..... | 161 |
| Figura 84 Deslocamento no ponto do meio do túnel em função do número de escavações para diferentes velocidades de escavação considerando uma permeabilidade $k=10^{-8}$ m/s..... | 161 |
| Figura 85 Deslocamento no ponto inicial do túnel em função do número de escavações com diferentes velocidades de escavação para uma permeabilidade $k=10^{-12}$ m/s..... | 162 |
| Figura 86 Deslocamento no ponto do meio do túnel em função do número de escavações com diferentes velocidades de escavação para uma permeabilidade $k=10^{-12}$ m/s..... | 163 |
| Figura 87 Deslocamento no ponto inicial do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso seco..... | 164 |

| | |
|--|-----|
| Figura 88 Deslocamento no ponto do meio do comprimento do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso seco. | 164 |
| Figura 89 Deslocamento no ponto final do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso seco. | 165 |
| Figura 90 Deslocamento radial no topo da superfície do túnel ao longo do eixo, nas escavações 1,15 e 30 e com ângulos de inclinação do estrato de $\beta=0^\circ$ e $\beta=90^\circ$ | 165 |
| Figura 91 Deslocamento no ponto inicial do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso saturado. | 166 |
| Figura 92 Deslocamento no ponto do meio do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso saturado. | 167 |
| Figura 93 Deslocamento no ponto final do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso saturado. | 167 |
| Figura 94 Poropressão no meio do túnel a 4,5 cm da superfície do túnel (na direção do eixo x) vs o número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato, no caso saturado. | 168 |
| Figura 95 Poropressão no meio do túnel a 4,5 cm da superfície do túnel (no eixo z) vs o número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato, no caso saturado... .. | 169 |
| Figura 96 Deslocamento vertical no ponto inicial do túnel vs o número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = 30^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado. | 170 |
| Figura 97 Deslocamentos verticais instantâneos no ponto inicial para vários valores de α nas escavações 1, 15 e 30 com $\beta=30^\circ$ | 170 |
| Figura 98 Deslocamento vertical no ponto inicial do túnel vs o número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado. | 171 |
| Figura 99 Deslocamentos verticais instantâneos no ponto inicial para vários valores de α nas escavações 1, 15 e 30 com $\beta=-40^\circ$ | 171 |
| Figura 100 Deslocamento no ponto do meio do túnel em função do número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado. | 172 |
| Figura 101 Deslocamentos verticais instantâneos no ponto meio para vários valores de α nas escavações 1, 15 e 30 com $\beta = -40^\circ$ | 172 |
| Figura 102 Deslocamento no ponto do final do túnel em função do número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado. | 173 |
| Figura 103 Deslocamentos verticais instantâneos no ponto final para vários valores de α nas escavações 1, 15 e 30 com $\beta=-40^\circ$ | 173 |

| | |
|---|-----|
| Figura 104 Poropressão no meio do túnel a 4,5 cm da superfície do túnel (na direção do eixo x) vs o número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado | 174 |
| Figura 105 Poropressão no meio do túnel a 4,5 cm da superfície do túnel (na direção do eixo z) vs o número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado | 175 |
| Figura 106 Esquema do túnel para o caso reforçado: Geometria, condições de contorno e passos de escavação..... | 176 |
| Figura 107 (a) Vista frontal da malha de elementos finitos (b) amplificação na zona perto do túnel | 176 |
| Figura 108 Malha tridimensional de elementos finitos | 177 |
| Figura 109 Deslocamento radial no ponto inicial do túnel em função do número de escavações com inclusão progressiva de tirantes passivos (radiais e frontais) e sem tirantes passivos no maciço saturado | 179 |
| Figura 110 Deslocamento no meio do túnel em função do número de escavações com inclusão progressiva de tirantes passivos e sem tirantes passivos no maciço saturado. | 179 |
| Figura 111 Deslocamento no ponto final do túnel em função do número de escavações com inclusão progressiva de tirantes passivos e sem tirantes passivos no maciço saturado..... | 180 |
| Figura 112 Poropressão no meio do túnel a uma distância d da superfície do túnel (na direção do eixo x) vs o número de escavações com a inclusão progressiva de tirantes passivos e sem tirantes passivos, no caso saturado. | 181 |
| Figura 113 Poropressão no meio do túnel a uma distância d da superfície do túnel (na direção do eixo z) vs o número de escavações com a inclusão progressiva de tirantes passivos e sem tirantes passivos, no caso saturado. | 182 |
| Figura 114 Deslocamento radial ao redor da superfície do túnel em um maciço isotrópico transversal com vários valores de coeficiente lateral. | 200 |
| Figura 115 Tensão tangencial ao redor da superfície do túnel em um maciço isotrópico transversal com vários valores de coeficiente lateral. | 200 |
| Figura 116 Esquema de condições de contorno e medidas do problema | 202 |
| Figura 117 Malha de elementos finitos do túnel superficial | 202 |
| Figura 118 Evolução do recalque superficial na seção 8..... | 203 |
| Figura 119 Evolução do campo da tensão vertical na seção 8 | 204 |
| Figura 120 Sequência de escavação e colocação do revestimento | 205 |

| | |
|---|-----|
| Figura 121 Evolução do recalque superficial na seção 8 incluindo a colocação de revestimento | 205 |
| Figura 122 Campo da tensão vertical na seção 8 com revestimento e sem revestimento | 206 |
| Figura 123 Condições de contorno | 207 |
| Figura 124 Malha tridimensional de elementos finitos, (ANAGNOSTOU, 1995)..... | 208 |
| Figura 125 Poropressão vs altura acima do túnel | 210 |
| Figura 126 Poropressão vs comprimento horizontal que parte da face de escavação | 210 |
| Figura 127 Malha tridimensional (NAM e BOBET; 2007). | 211 |
| Figura 128 Detalhe da malha na zona escavada (NAM e BOBET; 2007). | 211 |
| Figura 129 Túnel profundo embaixo do lençol freático adaptado de Bobet (2007)..... | 212 |
| Figura 130 Deslocamento radial normalizado na parede do túnel nos casos saturado e não saturado..... | 213 |
| Figura 131 Força superficial sobre o meio poroso | 215 |
| Figura 132 Distribuição instantânea de sobrepressão no fluido | 217 |
| Figura 133 Evolução da poropressão P versus χ no tempo | 222 |
| Figura 134 Evolução da poropressão $P(2)$ | 223 |
| Figura 135 Evolução da poropressão em $\chi = 0$ | 223 |
| Figura 136 – Evolução do recalque. | 224 |
| Figura 137 a) Representação analítica do problema, b) coluna de solo a ser representado para a análise em elementos finitos | 225 |
| Figura 138 Discretização da coluna do solo em elementos finitos..... | 226 |
| Figura 139 Variação da poropressão com a altura | 227 |
| Figura 140 Relação do recalque na superfície com o tempo dimensionalizado τ | 227 |
| Figura 141 Relação da tensão vertical com respeito a profundidade | 228 |
| Figura 142 Relação da tensão vertical com respeito a profundidade | 228 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 1 Parâmetros do túnel em regime hidráulico permanente sem revestimento | 98 |
| Tabela 2 Parâmetros do túnel em regime hidráulico permanente com revestimento | 102 |
| Tabela 3 Parâmetros do problema do túnel unidimensional em regime transitório | 111 |
| Tabela 4 Parâmetros do maciço nos casos de análise (GUAYACAN et al., 2016) | 118 |
| Tabela 5 Dados do material isotrópico transverso seco (WITTKE, 1990) | 129 |
| Tabela 6 Dados do material isotrópico transverso seco (WITTKE, 1990) | 131 |
| Tabela 7 Cossenos diretores entre eixos..... | 133 |
| Tabela 8 Dados do material isotrópico transverso seco (WITTKE, 1990) | 143 |
| Tabela 9 Dados do problema (PRASSETYO E GUTIERREZ, 2018)..... | 149 |
| Tabela 10 Dados do problema proposto | 159 |
| Tabela 11 Parâmetros mecânicos e hidráulicos do maciço | 177 |
| Tabela 12 Parâmetros dos tirantes passivos | 178 |
| Tabela 13 Dados do maciço..... | 199 |
| Tabela 14 Dimensões dos passos das escavações do túnel superficial..... | 201 |
| Tabela 15 Dados do problema (ANAGNOSTOU, 1995)..... | 208 |
| Tabela 16 Propriedades geométricas do maciço no caso seco | 212 |
| Tabela 17 Propriedades geométricas do maciço no caso saturado | 212 |
| Tabela 18 – Parâmetros do problema | 225 |

LISTA DE SÍMBOLOS

E : Módulo de Young

E_u : Módulo de Young não-drenado

Λ : Taxa de desconfinamento

d_0 : Comprimento não suportado do túnel

r_0, R_i : Raio do túnel

K_f : Módulo tangente do fluido

K : Módulo de compressão drenado

K_S : Módulo de compressibilidade do grão constituyente

K_u : Módulo de compressão não-drenado

K_l : Coeficiente de tensão lateral

K_p : coeficiente de empuxo passivo

K_S : rigidez do revestimento

k : Condutividade hidráulica ou permeabilidade anisotrópica

J_0, Y_0 : Funções de Bessel de primer tipo de ordem 0

M : Módulo de Biot

\underline{M} : Vetor de fluxo referenciado a configuração inicial

$\underline{\underline{b}}$: Tensor de tensões de Biot

b : Coeficiente de Biot

$\underline{\underline{\Delta}}$: Deformações de Green-Lagrange

$\underline{\underline{\varepsilon}}$: Tensor de deformações

$\underline{\underline{\pi}}$: Tensor de tensões de Piola-Kirchhoff

$\underline{\underline{K}}_{JJ}$: Sub-matrizes de rigidez globais

\underline{F}_J : Sub-vetores de forças globais

$\underline{\underline{B}}_{es}$: Matriz gradiente da função interpoladora de deslocamentos

$\underline{\underline{\tilde{B}}}_e$: Matriz gradiente de funções interpoladoras de pressão

$\underline{\underline{N}}_e$: Matriz de funções interpoladoras para deslocamentos

$\underline{\underline{\tilde{N}}}_e$: Matriz de funções interpoladoras de pressões

$\underline{\underline{C}}$: Tensor constitutivo elástico tangente do esqueleto

$\underline{\underline{\underline{C}}}$

$\underline{\underline{C}}_u$: Tensor constitutivo elástico tangente do esqueleto não drenado

B : Módulo de Skempton

\underline{T}^d : Tensões impostas sobre uma parte específica do contorno $\partial\Omega$ do domínio poroso

$\underline{\xi}_k^d$: Vetor de deslocamentos impostas sobre uma parte específica do contorno $\partial\Omega$ do domínio poroso

p^d : Pressão do fluido impostas sobre uma parte específica do contorno $\partial\Omega$ do domínio poroso

v^d : quantidade de massa do fluido impostas sobre uma parte específica do contorno $\partial\Omega$ do domínio poroso

\underline{U} : Vetor de deslocamentos

\underline{P} : Vetor das variações de pressão nodais

N_i : Funções de interpolação

$\underline{\underline{\sigma}}$: Tensor de tensões

$\underline{\underline{\sigma}}''$: Tensor de tensões efetivas de Biot

σ_h : tensão horizontal

σ_z : tensão vertical

σ_∞ : Campo de tensão total

σ_i : Tensão aplicada nas paredes internas do túnel

σ_θ : tensão ortoradial

σ_r : Tensão radial

$\underline{\underline{s}}$: Tensor desviador do tensor de tensões

$\underline{\underline{e}}$: Tensor desviador do tensor de deformações

p_∞ : Pressão de poro inicial

p : Valor da poropressão

p_i : Pressão na parede interna de um tubo circular

p_a : Pressão na parede externa de um tubo circular

p_0 : Pressão inicial exercida no intradorso do túnel antes da escavação

SPT: Standart Penetration Test

$3\alpha_f$: Coeficiente tangente de dilatação termal volumétrico do fluido,

3α : Coeficiente de dilatação térmica volumétrica do esqueleto drenado

$3\alpha_u$: Coeficiente de dilatação térmica volumétrica do esqueleto não-drenado

ϵ : Dilatação volumétrica

γ : peso específico do maciço

c^f : coeficiente de difusividade hidráulica

z : profundidade vertical

r_i : raio interno de um tubo circular

r_a : raio externo de um tubo circular

r_e : Raio de plastificação

$\underline{\xi}$: Vetor deslocamento

u_r : deslocamento radial

\hat{u} : deslocamento virtual

U_i : convergência do túnel

R_i : Raio interno do túnel de seção circular

R_e : Raio externo do túnel de seção circular

r : coordenada radial

λ : Coeficientes de Lamé

λ : Primer coeficiente de Lamé drenado

λ_u : Primer coeficiente de Lamé não drenado

μ : Segundo coeficiente de Lamé o módulo de cisalhamento drenado

ν : coeficiente de Poisson

ν_u : Coeficiente de Poisson não drenado

ξ, η e ζ : Eixos locais dos elementos finitos

φ : Porosidade euleriana

ϕ : Porosidade langrangiana

$div ()$: Operador divergência

$\underline{\nabla} ()$: Operador gradiente

$\underline{\nabla} \times$: Operador rotacional

τ :Tempo característico da difusão hidráulica

$d\Omega^p$: Volume de poros conectados no meio poroso

$d\Omega_t$: Volume total atual no meio porosos

$d\Omega_0$: Volume inicial de referência

J : Jacobiano da transformação do esqueleto.

Γ : Massa específica do meio poroso

ρ_0^m : Massa específica da matriz do solo no instante inicial

ρ^m : Massa específica da matriz do solo no instante atual

ρ_0^f : Massa específica do fluído

\underline{w} : Vetor de fluxo eurliano

\underline{q}_f : Vetor velocidade relativa ao fluído em relação ao esqueleto (velocidade de Darcy), vetor de filtração.

v^f, v^s : Velocidades de fluído e de matriz sólida respectivamente.

m : Variação da massa fluída

e : Densidade de energia interna por unidade de volume

e^s : Energia interna específica da matriz

e^f : Energia interna específica do fluído

$\mathcal{P}_{f,T}$: Taxa total de energia fornecida externamente

J_Q : Taxa de calor superficial fornecido por condução

\underline{f}^s : Densidade de força de corpo sobre volume elementar do esqueleto

\underline{f}^f : Densidade de força de corpo sobre volume elementar do fluído

h_f : Entalpia específica do fluído

\underline{q}_h : Vetor de fluxo de calor

$\frac{d^f}{dt}$: Derivada particular relacionada as partículas do esqueleto

$\frac{d^f}{dt}$: Derivada particular relacionada as partículas do fluído

E_T : Densidade total lagrangiana por unidade de volume inicial

\underline{Q} : Vetor de fluxo lagrangiano

s^s : Entropia específica da matriz

s^f : Entropia específica do fluído

S : Densidade Lagrangiana total de entropia por unidade de volume inicial

Ψ : Densidade Lagrangiana total da energia livre de Helmholtz

Ψ^s : Densidade Lagrangiana de energia livre do esqueleto

S^s : Entropia do esqueleto por unidade de volume inicial

$\underline{\gamma}^f$: Campo de acelerações de uma partícula do fluído

\underline{f} : Densidade média da força do corpo por unidade de massa do meio poroso

T : Temperatura

$\underline{\underline{\alpha}}$: Tensor de dilatação térmica

C : Capacitância térmica volumétrica tangente do esqueleto

C_d : Capacitância térmica volumétrica tangente drenada

C_p : Capacitância térmica específica volumétrica tangente do fluido a pressão constante

C_u : Capacitância térmica volumétrica tangente não drenada

δ : Ângulo de atrito

c : Valor da coesão do solo

V : Velocidade de escavação

Δy : Passo de escavação

β : Ângulo de mergulho

δ : Ângulo de atrito

l_i, m_i, n_i : Cosenos diretores

$\underline{\underline{R}}$: Matriz de rotação

1. INTRODUÇÃO

O estudo dos túneis é de muita relevância, especialmente nas grandes cidades, porque permitem um bom planejamento para a gestão do espaço tanto em áreas urbanas como nas zonas montanhosas. Levando em conta o custo de manutenção ao longo da vida útil da obra, economia de energia, impactos ambientais, distúrbios durante a construção, desapropriações e a prioridade do uso de espaço da superfície, a maioria das vezes é preferível a construção de túneis em vez de outras estruturas superficiais como pontes ou rodovias elevadas.

O modelamento de túneis é uma questão de pesquisa em constante desenvolvimento, de fato varias análises tridimensionais, bidimensionais e axissimétricas são apresentadas na literatura, sendo as análises tridimensionais mais precisas e coerentes com a realidade.

Entre alguns estudos importantes tridimensionais podemos citar: Callari e Casini (2005) apresentou um procedimento de simulação com escavação sequencial de túneis em meios poroplásticos saturados. Bae et al. (2005) mostra um procedimento de análise elastoplástico com o método de homogeneização (GREUELL; 1993) nas zonas de enfilagens, isto é a análise da denominada técnica de reforçamento em forma de guarda-chuva (“umbrella reinforcement technique”). Kloté e Bourgeois (2019) estudou uma modelagem de escavação sequencial, incluiu o reforçamento em forma de guarda-chuva considerando os tirantes como vigas tridimensionais com acoplamento perfeito com o maciço, tirantes frontais tratados com método de multifase (BUHAN e SUDRET; 2000) e revestimento de concreto com moldes metálicos tratados com o método de homogeneização. Hernandez et al. (2019) modelou sequencialmente um túnel superficial em um maciço elasto-plástico seco e explorou o efeito do sobrepeso em função da profundidade do túnel incluindo o efeito que produz um poço já existente no caminho da escavação. Nematollahi e Dias (2019) desenvolveram um modelo numérico para analisar túneis gêmeos baseado no método de diferenças finitas, pesquisaram a interação entre o túnel-macício e fundações pré-existentes. Neuner et al. (2020) realizou uma análise comparativa entre modelos 2D e 3D usando um modelo de plasticidade com dano tempo dependente para o revestimento e um modelo elasto-plástico para o maciço com tirantes incorporados. Dos trabalhos cima mencionados só o primeiro estuda um modelo que inclui o fluido, isto é um modelo acoplado, neste trabalho estuda-se um processo de escavação sequencial incluindo

tirantes frontais e radiais tratados com o método de homogeneização e com uma formulação poroelástica acoplada.

Deve-se salientar que a maioria dos túneis são construídos em maciços rochosos abaixo do lençol freático, principalmente nas áreas urbanas. Neste contexto, o fluido tem influência decisiva na estabilidade e deformação em um amplo espectro de condições geotécnicas, portanto é importante levar em consideração o acoplamento hidráulico-mecânico do maciço para uma avaliação adequada dos efeitos na escavação do túnel. Neste trabalho, o problema da poromecânica é tratado no âmbito da poroelasticidade, que relaciona os campos de tensão e pressão do fluido as deformações do esqueleto e às mudanças de porosidade (COUSSY, 2004; DORMIEUX et al., 2006). Assim o comportamento constitutivo do maciço e do revestimento é considerado do tipo poroelástico com duas variáveis independentes: o deslocamento e a poropressão.

O meio onde são escavados os túneis nem sempre são maciços isotrópicos e homogêneos, sendo assim a existência de estruturas estratificadas de formação sedimentar e/ou metamórfica acarretam um comportamento anisotrópico, isto é propriedades hidráulicas e mecânicas definidas em cada direção da anisotropia ainda mais da disposição espacial dos estratos do maciço e a presença de descontinuidades. Estas descontinuidades representam zonas de baixa rigidez onde as propriedades do maciço estão degradadas, reduzindo a resistência do mesmo (estas descontinuidades constituem também caminhos para fluxo de fluidos no interior da rocha). Entre alguns estudos importantes sobre anisotropia em túneis podem ser citados os seguintes trabalhos: Green e Taylor (1939,1945), Lekhnitskii (1963), Amadei (1983), Hefny e Lo (1999), Tonon e Amadei (2002) em maciço seco e Abousleiman (1996), Cheng (1997), Wang (2000), Bobet (2011), Cheng e You (2015), Tran (2016), Guayacan-Carrillo et al. (2017) em maciço rochoso poroelástico.

Quando o maciço rochoso é instável ou é necessário controlar as deformações causadas pela escavação, a solução é reforçar o maciço com inclusões como os tirantes frontais e radiais. Os tirantes contribuem para a rigidez e resistência do material na direção longitudinal do mesmo. Do ponto de vista da modelagem a ideia de modelar o maciço reforçado como um meio anisotrópico homogeneizado resulta adequado para avaliar o comportamento do túnel. De outro modo o grande número de tirantes colocados como reforço resulta em uma forte heterogeneidade no material reforçado, o que por sua vez torna a simulação numérica direta

computacionalmente custosa e complexa, sempre que os tirantes sejam discretizados como elementos estruturais individuais incorporados dentro do maciço. No contexto de uma discretização de elementos finitos, o tamanho dos elementos na zona reforçada deve ser normalmente da mesma ordem que o diâmetro dos tirantes, levando assim a um problema numérico superdimensionado que está além do propósito das abordagens de um projeto prático. Uma vez que essas inclusões (tirantes) são arranjadas seguindo uma matriz densa e periódica, é possível modelar o maciço reforçado como um meio anisotrópico homogeneizado, isto é substituindo o maciço reforçado por um maciço homogêneo equivalente, de forma que não é mais necessário modelar cada componente separadamente.

Esta abordagem de homogeneização foi sucessivamente aplicada para modelar em escala macroscópica o comportamento das estruturas do solo reforçadas por inclusões lineares rígidas (ver por exemplo de Buhan et al. (1989) ou de Buhan e Salençon (1990)). Os primeiros trabalhos em túneis reforçados com tirantes passivos aparecem em Wullschläger e Natau (1983), Wullschader e Natau (1987), Greuell (1993) e Greuell et al. (1994), onde é analisada a situação simplificada do túnel reforçado sob condições de deformação plana axissimétrica. A extensão e a implementação em elementos finitos 3D considerando uma modelagem homogeneizada foi desenvolvida nos trabalhos subsequentes de Bernaud et al. (1995), Bernaud et al. (2009), Couto (2011) e Maghous et al. (2012). Assim, o presente trabalho baseia-se principalmente nestes últimos trabalhos além de adicionar uma formulação original que inclui o efeito do fluido no meio poroelástico.

O processo de escavação é simulado pelo método de ativação/desativação proposto por Hanafy e Emery (1980), este método originalmente é apresentado para caso de maciço seco, a extensão do método ao caso poroelástico requereu da introdução de algumas modificações. A desativação (escavação) é realizada com uma redução considerável do módulo de Young e do módulo de Biot a valores bem pequenos comparados com os valores do maciço, de modo contrario o valor da permeabilidade é incrementado de modo substancial comparado com a permeabilidade do maciço. Uma vez escavados os elementos (elementos desativados), as tensões e as poropressões em seu interior são igualadas a zero. A ativação consiste em substituir as propriedades dos elementos que estiveram apagados (módulo de Young próximo de zero) com as propriedades dos elementos introduzidos (elementos tipo revestimento). Na medida em que a face de

escavação do túnel avança em etapas de construção sequenciais os elementos vão-se ativando e desativando.

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo numérico de análise tridimensional para túneis escavados em maciços rochosos em meios poroelásticos, analisando principalmente o processo construtivo. Para este fim foi desenvolvido um código computacional em linguagem FORTRAN como continuação do trabalho em elementos finitos elaborado por Bruch (2016). O código apresenta elementos finitos tridimensionais, com elementos isoparamétricos quadráticos de 20 nós para a aproximação dos deslocamentos e 8 nós para a aproximação da poropressão.

Ao final, o código é utilizado na modelagem tridimensional de um túnel na represa Mingtan, onde foram explorados os conceitos de anisotropia do material, rotação espacial dos estratos e colocação de tirantes passivos frontais e radiais.

O código é testado e verificado com exemplos de diversos autores:

- O caso do túnel em maciço seco é testado com o programa ANSYS e também com um exemplo de um túnel superficial analisado por Moraes (1999).
- São verificadas e comparadas as soluções analíticas e semi-analíticas com as soluções numéricas do túnel em estado de deformações planas para o caso isotrópico, anisotrópico e anisotrópico rotacionado.
- Foi verificado com o exemplo de Anagnostou (1995) o comportamento da poropressão cima da superfície do túnel e em direção da escavação, considera-se só o efeito do fluxo desprezando o aporte da parte sólida (esqueleto), também assume-se um estado de fluxo estacionário.
- Com o exemplo de Nam e Bobet (2007) comparou-se um túnel profundo em duas condições: maciço saturado e maciço seco, na condição de fluxo em estado estacionário.
- O regime de fluxo transiente (isto é considerando a dissipação da poropressão ao longo do tempo) é estudado com o exemplo de Prassetyo e Gutierrez (2018) comparando o modelo axissimétrico do autor mencionado com o modelo tridimensional do presente trabalho.
- O regime de fluxo instantâneo é avaliado comparando os resultados de Guayacan et al. (2017), onde analisam-se poços circulares considerando o meio como ortotrópico

axissimétrico, coloca-se ênfase na evolução do campo de poropressões ao redor de poços circulares.

- O revestimento de concreto é testado em estado estacionário em um túnel profundo considerando o material poroelástico isotrópico sendo comparado com os resultados de Carranza-Torres e Zhao (2009).
- A solução analítica obtida com o método de homogeneização de um túnel circular profundo reforçado com tirantes radiais apresentada em Greuell (1993) foi comparada com os resultados numéricos do presente trabalho.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral desta pesquisa consiste em formular um modelo constitutivo e computacional para analisar as deformações induzidas pelo processo de escavação de um túnel em um meio poroelástico saturado, incorporando a interação tridimensional forte entre o maciço e o sistema de reforço constituído por um revestimento (concreto) colocado na parede do túnel ou por tirantes passivos incorporados no solo.

Como objetivos específicos têm-se:

- Desenvolvimento de uma ferramenta numérica baseada em elementos finitos tridimensionais, levando em consideração as etapas construtivas.
- Levar em consideração a anisotropia natural do solo constituindo o maciço.
- Formulação via teoria de homogeneização do comportamento poroelástico macroscópico do solo reforçado por tirantes passivos.
- Verificação do código desenvolvido com resultados analíticos, semi-analíticos e numéricos dados na literatura.
- Aplicação no modelamento tridimensional de um túnel na represa Mingtan na China.

1.2 PARTES DO TRABALHO

Como estruturação do trabalho e orientação à leitura, detalha-se a seguir o desenvolvimento sequencial dos capítulos:

No capítulo 2 apresenta-se uma revisão da problemática de túneis e conceitos gerais, dando ênfase à problemática da modelagem numérica. Estuda-se o caso do maciço seco, analisando

as soluções analíticas bidimensionais em maciços isotrópicos e anisotrópicos os quais servirão para verificar o código tridimensional implementado, com e sem revestimento. Também analisou-se o comportamento da poropressão para o caso de uma análise poroelástica desacoplada, isto é, levando em consideração somente o comportamento mecânico do fluido, desprezando o acréscimo do esqueleto sólido (considerando o mesmo muito rígido). Na última parte também foi realizada uma análise tridimensional poroelástica, mas somente para o caso do regime do fluido estacionário.

No capítulo 3 são apresentados os elementos da poromecânica segundo Coussy (2004). Descrevem-se as deduções da formulação poroelástica isotrópica e anisotrópica e as deduções dos parâmetros com maior relevância.

No capítulo 4 apresenta-se uma abordagem numérica considerando um acoplamento hidromecânico completo. Mostram-se as expressões para a implementação em elementos finitos, também a adaptação do método de ativação/desativação do processo de escavação e colocação de revestimento para o caso do meio poroelástico.

No capítulo 5 exploram-se as deduções analíticas do problema do túnel em estado plano de deformações para o meio poroelástico. Amplia-se ao caso tridimensional para materiais isotrópicos e anisotrópicos.

No capítulo 6 apresenta-se o estudo de túneis reforçados por tirantes passivos via o método de homogeneização, mostrando as formulações de túneis com tirantes em maciços secos e a ampliação ao caso de túneis em maciços reforçados por tirantes em solos saturados.

No capítulo 7 mostram-se as aplicações numéricas tridimensionais: no primeiro exemplo estuda-se a modelagem das etapas construtivas do túnel em um meio poroelástico isotrópico, no segundo exemplo explora-se um túnel da represa Mingtan na China, considerando o meio como anisotrópico e analisando o efeito da disposição espacial do estrato rochoso na resposta do túnel, finalmente no terceiro exemplo estuda-se o mesmo túnel do exemplo anterior, porém incorporando os tirantes radiais e frontais.

No capítulo 8 apresentam-se as considerações finais do trabalho, onde são expostas as conclusões sobre os temas desenvolvidos, e são apresentadas sugestões para o desenvolvimentos de futuras pesquisas.

.

2. TÚNEIS: PROBLEMÁTICA E MÉTODOS DE ANÁLISE

No Congresso Internacional sobre túneis realizado em Washington em junho de 1970 ficou estabelecido, internacionalmente, que “túnel refere-se à construção, por qualquer método, de uma cavidade aberta de geometria pré-dimensionada e cuja área da seção transversal seja superior a 2 m²” (TEXEIRA, 1994). Um túnel é chamado de túnel profundo quando as deformações não chegam à superfície. Isto é considerado quando a profundidade do túnel é no mínimo 4 vezes seu diâmetro ou diâmetro equivalente no caso contrario é considerado túnel superficial (QUEVEDO, 2017; FERRÃO, 2018). Encontram-se túneis para diferentes fins como o transporte do tráfego: –rodoviários, ferroviários, metroviários, passagem de pedestres; túneis para utilidades públicas –água, esgoto, gás, dejetos radiativos e para outros fins como estacionamentos, bibliotecas, museus, recreação e lazer.

A história de túneis remonta ao homem pré-histórico que já detinha algum conhecimento sobre a dureza das rochas e os planos em que deveria atacar uma pedra para criar utensílios. Cavernas como Font de Gaume e Lascaux na França e Zhoukoudian na China já demonstram que, tanto na busca quanto na construção de um abrigo, o homem já se envolvia com obras subterrâneas (MOREIRA, 2006). Há relatos de escavações a partir de 40000 a.C. quando Neandertais escavaram manualmente uma antiga mina em Bomvu, Suazilândia. Outros registros de túneis datam de 2000 anos A.C. na Babilônia com o túnel construído pela rainha Semiramis de 1 km de extensão sob o rio Eufrates com fins de comunicação entre o Palácio Real e o Templo. Até na atualidade onde a China pretende construir o túnel do Estreito de Bohai de 123 km de comprimento dos quais 90 km serão subaquáticos, para ligar Dalian, na Península de Liaodong, a Yantai, na Península de Shandong com fins comerciais e de transporte. (Encontra-se uma evolução histórica dos túneis em Couto (2011) e Quevedo (2016)).

Também têm-se grandes trabalhos subterrâneos nos mares: o túnel de Seikan (54 km) entre as ilhas de Honshu e Hokkaido no Japão, o túnel da Mancha ou Eurotúnel (50,5 km) que liga Folkestone, Kent no Reino Unido com Coquelles em Pas de Calais perto de Calais no norte de França. Túneis profundos transalpinos: túnel de Saint Gotthard (57 km) – recorde mundial, recentemente inaugurado em junho do 2016, Lötshberg (33 km) na Suíça, o túnel de Brenner (55 km) –em construção- entre a Áustria e a Itália, e o túnel Mont Cenis (55 km) entre a França e Itália. Na América Latina o túnel Tunelão em Minas Gerais (8,6 km), túnel Água Negra entre

Argentina e Chile (13,9 km) (ainda em projeto), túnel de Occidente (4,6 km) na Colômbia, túnel El Sargento (14 km) no Peru, entre muitos outros.

Segundo Duddeck (1979) e Duddeck e Erdman (1985) a construção de um túnel segue as seguintes etapas (Figura 1):

- Fase 1 : Reconhecimento geológico do local.
- Fase 2: Determinação das constantes e das características do maciço *in situ*.
- Fase 3: Escolha de um método de escavação.
- Fase 4: Escolha de um modelo mecânico: Métodos estáticos simplificados, métodos numéricos detalhados ou ambos.
- Fase 5: Conceitos da segurança, pressupostos de ruptura e falha.
- Fase 6: Escavação do túnel.
- Fase 7: Instrumentação *in situ*

Após a fase de reconhecimento geológico e caracterização de parâmetros *in situ*, segue a escolha de um método de escavação. O método de escavação escolhido deve, por um lado, garantir o equilíbrio e a continuidade do trabalho durante e após a execução, e por outro lado, satisfazer os critérios de economia e tempo. Para determinar o método construtivo mais adequado a ser empregado, devem ser considerados os parâmetros do maciço a ser escavado, a geometria, os efeitos ambientais (incluindo os movimentos induzidos pela escavação e suas consequências em estruturas e instalações próximas), os prazos de obra, os níveis de segurança desejados e também as condições locais (ZAMORA, 2016).

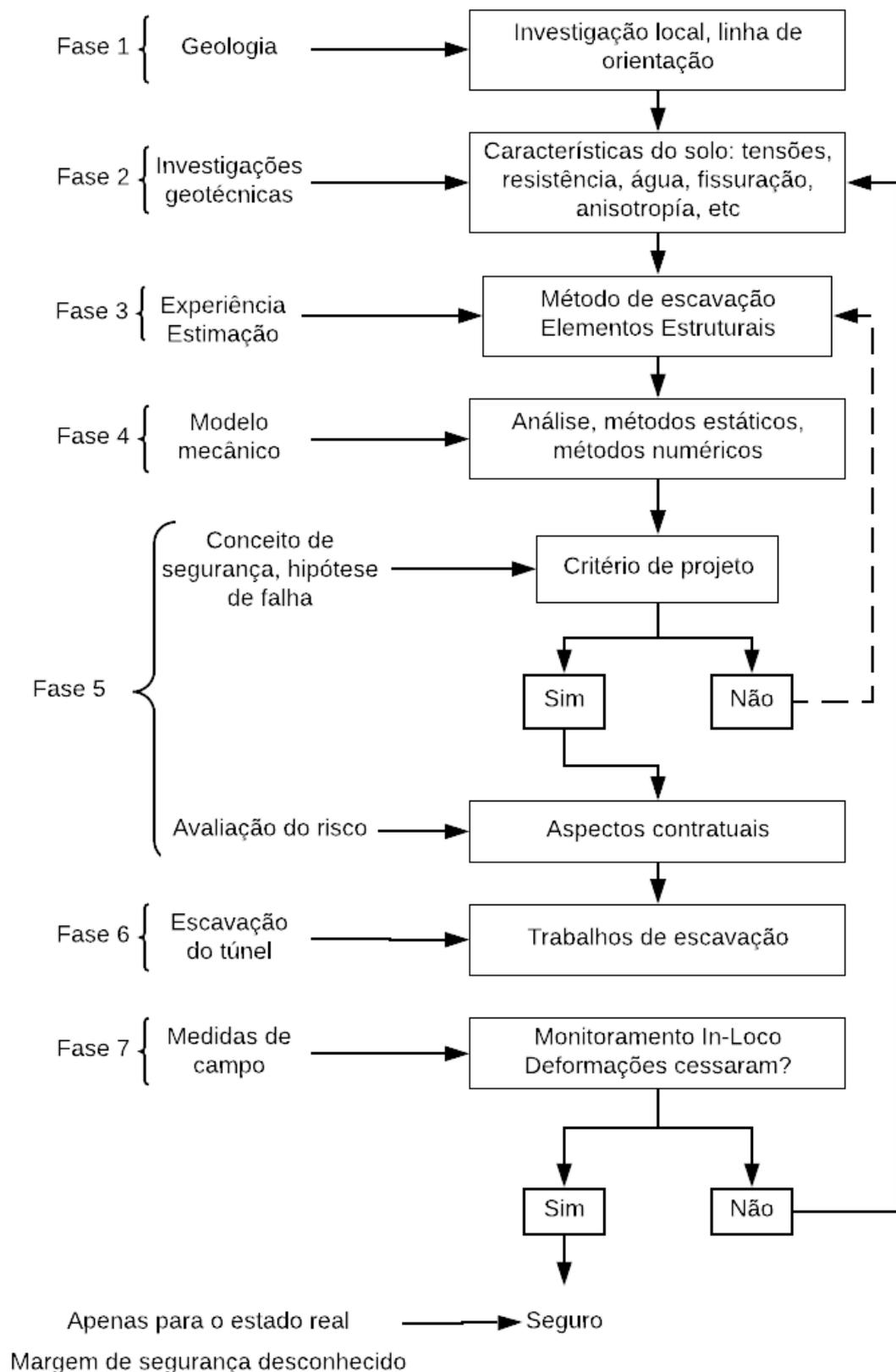


Figura 1 Etapas envolvidas nos projetos de túneis (adaptado de I.T.A (1998))

2.1 PROBLEMÁTICA DE TÚNEIS

O contínuo crescimento da população mundial está ligado ao aumento das obras subterrâneas, isto é devido a percepção da superfície como um espaço “mais nobre” para a moradia e lazer, deixando as outras infraestruturas subterrâneas como a construção de túneis rodoviários e ferroviários. Neste sentido os túneis em áreas urbanas e montanhosas, além de transpor as barreiras geográficas, eles também podem ter como objetivo a solução dos problemas de trânsito, em cidades com muita população. Existem outras alternativas como as vias elevadas, mas estas produzem impactos no ambiente urbano, tais como: deterioração do entorno, geração de poluição e desvalorização imobiliária.

Precisam-se estudar todos os fatores que influenciam no desenho, projeto e construção dos túneis, sendo esses fatores fundamentais na diminuição dos custos e na prevenção de acidentes. Eliminando-se os acidentes, evitam-se os prejuízos pessoais, financeiros, políticos e empresariais. Antigamente se dizia que na primeira metade do século XX, a construção de túneis cobrava uma vida por quilômetro e ainda hoje acontecem acidentes não previstos durante a construção (TENDER et al., 2020).

O impacto da água é outro aspecto que deve ser analisado durante o ciclo de vida de uma infraestrutura como um túnel. Uma investigação detalhada da hidrologia da superfície e subsuperfície devem ocorrer antes e durante a construção. A rota menos prejudicial e os elementos estruturais devem ser escolhidos para obter o mínimo de interrupção e alteração dos padrões e processos hidrológicos. A secagem causada pela maneira de construir a infraestrutura é um assunto que está se tornando cada vez mais importante. Vários estudos podem ser realizados para dar uma visão sobre os efeitos da infraestrutura na hidrologia das áreas no entorno do túnel e como mitigar esses efeitos. A poluição da água causada pelo vazamento de materiais de construção durante os locais de trabalho pode ser reduzida usando recipientes que são projetados para excluir vazamentos.

2.1.1 ASPECTOS GEOLÓGICOS GEOTÉCNICOS

Hoek e Brown (1980) apresentam uma compilação de informações correspondentes aos estados de tensões (*in situ*) a diferentes profundidades no maciço em projetos de diferentes tipos e em materiais similares a escala global. Nestas informações pode-se apreciar o grau de incerteza ao

assumir as relações da tensão geostática σ_z apresentada na equação (2) e do coeficiente de tensão lateral apresentado na equação (2).

$$\sigma_z \approx \gamma z \quad (1)$$

$$K_l = \frac{\sigma_h}{\sigma_z} \quad (2)$$

Os maciços apresentam pesos específicos na faixa de $\gamma = 20 - 30 \text{ kN/m}^3$. sendo z a profundidade. Na Figura 3 mostra-se uma relação aproximadamente lineal, embora que nas profundidades baixas observa-se uma maior dispersão, que pode se atribuir a outros fatores como os erros nos aparatos de medida, presença de estruturas geológicas desconhecidas o grau elevado de tectonização do solo.

Sendo K_l coeficiente de tensão lateral, σ_h tensão horizontal, σ_z tensão geostática o tensão vertical. Na Figura 2 mostra-se o grau de incerteza na determinação do coeficiente K_l , observa-se que em zonas com uma profundidade menor a 500 m, as tensões horizontais σ_h são significativamente maiores que as tensões verticais σ_v , nesta faixa de profundidade o valor de K_l pode flutuar entre 1 e 3,5. Portanto não se pode afirmar que segue um critério definido. Em profundidades maiores a 1000 m as elevadas tensões horizontais induzem fraturamento, fluxo plástico e deformações tempo-dependentes diminuindo consequentemente o valor da tensão horizontal, isto é expresso na redução do valor de K_l para valores na faixa do 0,5 a 1.

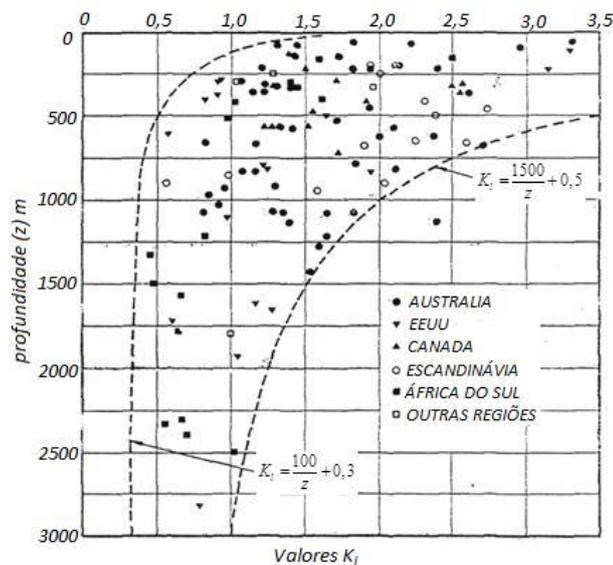


Figura 2 Valores do coeficiente de tensão lateral K_l com a profundidade (HOEK e BROWN, 1980)

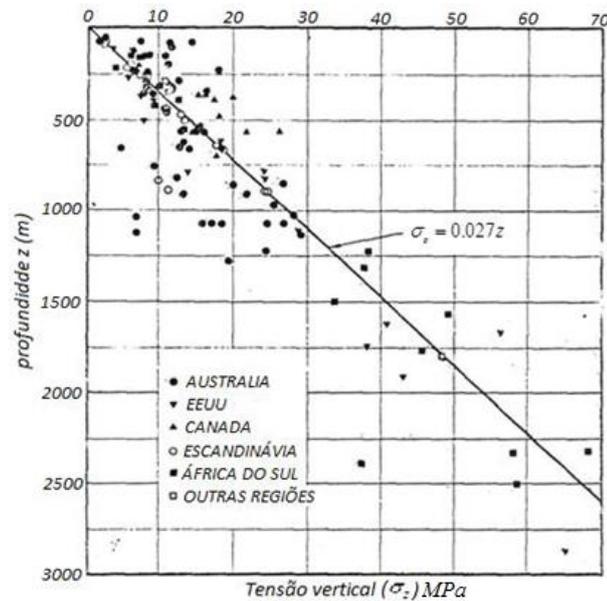


Figura 3 Tensão vertical σ_z com a profundidade (HOEK e BROWN, 1980)

A complexidade na construção de túneis é em geral, baseada no fato do maciço, na maioria das vezes, não ser plenamente conhecido ao longo de toda a extensão da escavação, precisando-se informação geotécnica detalhada. Um exemplo disso é o que ocorre frequentemente em relação ao aparecimento de estruturas geológicas não identificadas no programa de investigações, como aconteceu no túnel do Morro alto (na rodovia BR101) onde não foi prevista encontrar uma falha geológica longitudinal à escavação; presença de água, e alternância de diferentes materiais (WIENSKOSKI, 2013).

Cada vez é mais frequente a execução de obras em maciços terrosos ou rochosos de baixa qualidade, como por exemplo, a escolha de sítios para a construção de usinas hidroelétricas, onde as obras mais “fáceis” sobre o ponto de vista geológico, já foram executadas. Restando assim, maciços mais complexos e de características e propriedades desconhecidas para os túneis, ou também nos projetos de túneis urbanos onde não se tem grande flexibilidade em relação ao traçado pois é necessário unir dois pontos já conhecidos (WIENSKOSKI, 2013). Portanto túneis escavados nestes maciços muito fracos e não autoportantes precisam conceber sistemas de suporte adequados que garantam a estabilidade, entre os principais sistemas podemos mencionar: o revestimento de concreto ou metálico, enfilangens, pregagens, injeções de concreto, colocação de tirantes ativos(tensionados) e/ou passivos(não tensionados).

A maioria de túneis urbanos e de mineração são construídos embaixo do lençol freático, sendo que a pressão da água pode gerar ruptura da estrutura por percolação ou pode abrir pontos de infiltração nas paredes do túnel, geralmente estes problemas manifestam-se em maciços muito permeáveis. Zonas perto do mar, de lagos ou rios podem gerar problemas de inundação mesmo que se tenha bombeamento e/ou impermeabilização (HERBERT e NICHOLS, 1955), além de influenciar no tempo de serviço na fase de operação. Conseqüentemente a poropressão originada pela água é em muitas situações o problema principal para a estabilidade dos túneis, assim, a exploração geotécnica deve detectar o nível do lençol freático, a poropressão e a localização de possíveis falhas geológicas.

Geralmente assume-se que os maciços são homogêneos e isotrópicos, no entanto nem sempre pode se considerar esta suposição, quando o maciço tem um alto grau de anisotropia, devem estudar-se as propriedades hidráulicas e mecânicas em cada direção de anisotropia visando uma melhor representação do comportamento no processo de escavação do túnel. Desde o ponto de vista do tempo, o túnel pode apresentar no curto prazo fraturamento de rochas frágeis ou grandes deformações de rochas dúcteis enquanto que no longo prazo manifestam-se as deformações diferidas devidas à fluência da rocha e a dissipação da poropressão (EGGER, 1989).

Existem vários mecanismos de falha nos túneis superficiais. Na Figura 4a é idealizada uma superfície de falha formada por uma chaminé e uma cratera, geralmente devido a pouca resistência do maciço, este tipo de falha aconteceu no túnel em Munique-Alemanha como é mostrado na Figura 4b e Figura 4c, mas foi devido ao fluxo de água não previsto em uma zona ao redor da face de escavação, este fluxo diminuiu as tensões efetivas do maciço e ocasionou o desabamento da face (KOLYMBAS, 2005). Na Figura 5a mostra-se a falha devido ao peso excessivo do maciço na parte superior do túnel, este mecanismo ocorreu em uma estação da linha 4 do metrô de São Paulo na estação Pinheiros onde não se tinha previsto a aparição de uma rocha com um peso muito maior ao maciço circundante como é mostrado na Figura 5b e Figura 5c, o fluido presente e as fraturas ainda aumentaram o deslizamento desta rocha, desabando a superfície superior do túnel.

Em geral enquanto acontece a escavação do túnel, ocorre também um recalque na superfície, um rebaixamento do lençol freático e um incremento da convergência do túnel (Figura 6), portanto na face do túnel é necessária a instalação rápida do suporte para garantir as condições

de estabilidade. O controle do recalque na superfície é importante quando trata-se de túneis contruídos em meios urbanos a baixa profundidade (ANAGNOSTOU, 2006).

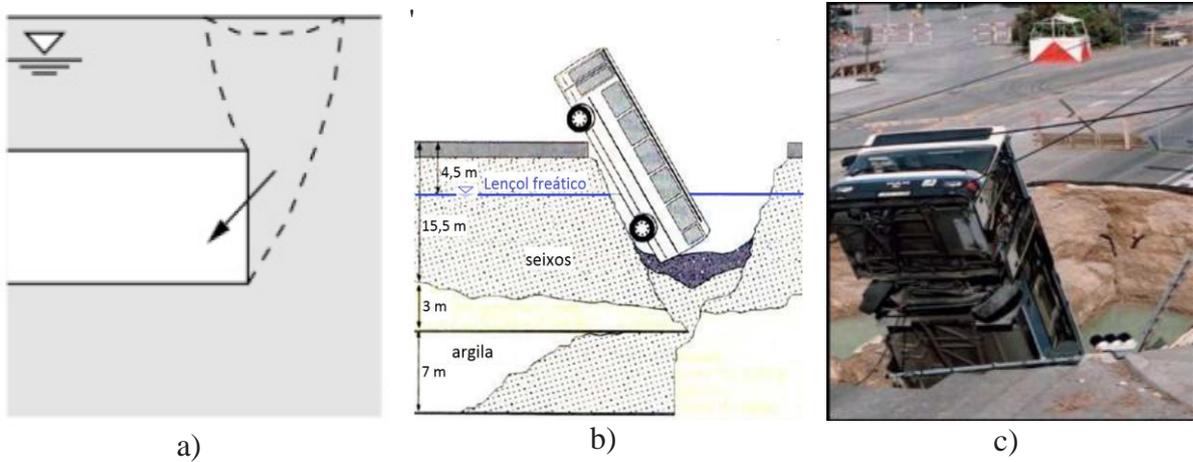


Figura 4 a) Mecanismo de falha formando uma chaminé e cratera b) e c) Falha no túnel em Munique-Alemanha, adaptado de Kolymbas (2005)

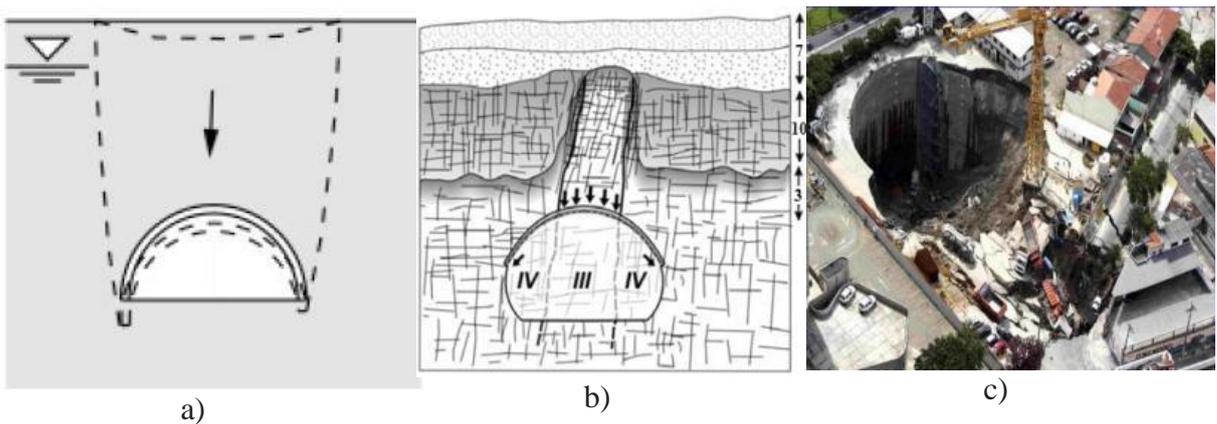


Figura 5 a) Mecanismo de falha pelo peso excessivo do maciço na parte superior do túnel b) e c) Falha em túnel na estação da linha 4 do metrô de São Paulo, adaptado de Bernaud (2017).

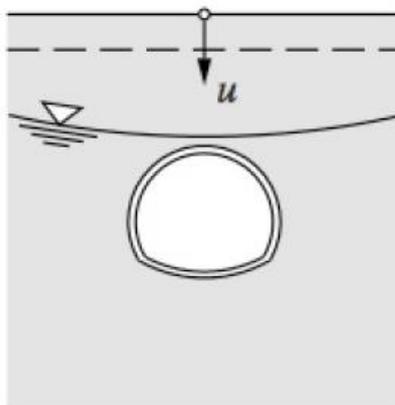


Figura 6 Assentamento da superfície enquanto ocorre a escavação (ANAGNOSTOU, 2006)

Os solos são compostos de uma variedade de materiais, a maioria dos quais não expande na presença de água. No entanto, um conjunto de minerais são expansivos, e segundo Nuhfer et al. (1997) distribuem-se essencialmente em três grupos: os minerais argilosos expansivos, os sulfatos de cálcio e os sulfuretos de ferro. Esta expansão é mais notável na montmorilonite sódica, podendo ascender a 2000% do volume original (GRIM, 1952). A illite pode expandir até 15%, mas se estiver misturada com montmorilonite, pode expandir cerca de 60 a 100% do seu volume. A expansão na montmorilonite cálcica é muito menor do que na variedade sódica, variando entre cerca de 50 a 100% (BELL, 1992). O International Rice Research Institute (1972) acrescenta ainda que os minerais argilosos que são ricos em sódio podem expandir mais de 1000% quando lhes é adicionado água. Como os solos não são geralmente compostos inteiramente por minerais argilosos, a sua expansão é tipicamente muito menor do que em argilas puras. No entanto, as estruturas (como os túneis) podem ser danificadas quando há expansão de apenas 5% dos minerais que compõem os solos.

O maciço expansivo gera tensões no suporte do túnel na parte inferior, como mostrado na Figura 7. Em caso de túneis com a seção inferior plana (Figura 7a), a tensão aplicada tem direção vertical e vão se arqueando segundo a curvatura da seção (Figura 7b), em túneis superficiais pode acontecer ao redor de toda seção (Figura 7c) (ANAGNOSTOU, 1995).

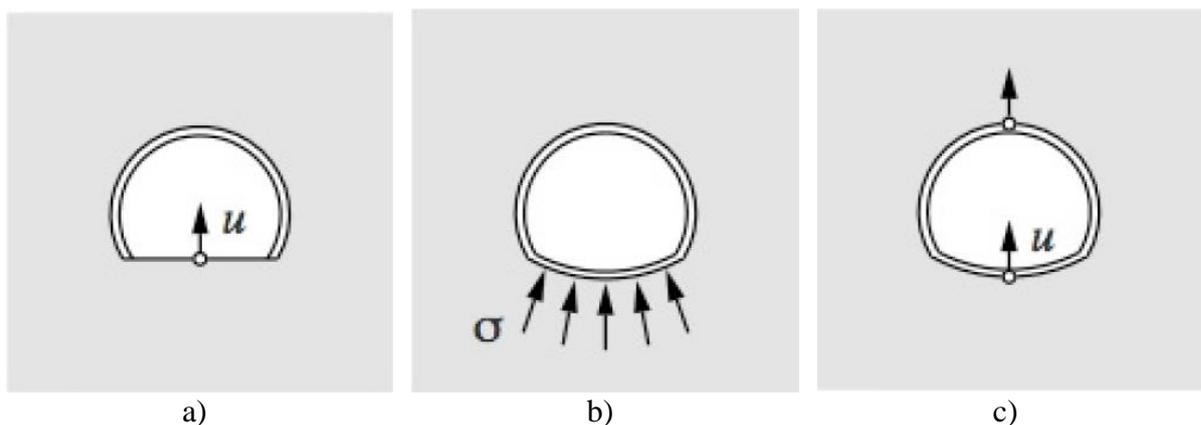


Figura 7 Tensões do maciço expansivo sobre o túnel (ANAGNOSTOU, 1995).

A intensidade da expansão pode variar consideravelmente em pequenas distâncias ao longo do túnel, isto pode ser explicado como consequência da variação dos caminhos de circulação do fluido. O estudo do processo acoplado mecânico-hidráulico-químico é ainda limitado. A heterogeneidade das rochas sulfatadas (na escala do espécimen) em combinação com a extrema duração das provas de expansão (muitos anos para pequenos espécimes) faz a pesquisa

experimental difícil, além das condições de circulação serem em geral diferentes *in situ* daquelas dos testes odométricos. Observações mostram que a velocidade de expansão pode ser reduzida aplicando uma contrapressão no teto do túnel. A pressão que o maciço sulfatado transmite ao suporte é então desconhecida, sendo este parâmetro importante no projeto (ANAGNOSTOU, 1995).

2.1.2 ASPECTOS RELATIVOS À MODELAGEM

Uma dificuldade é a determinação correta dos parâmetros que vão intervir no modelo. Estes parâmetros são características mecânicas, hidráulicas, térmicas ou de outro tipo. Às vezes estes parâmetros são medidos com muita incerteza, a qual influi na precisão dos cálculos tanto no modelo analítico como no modelo numérico, porque mesmo se esses ensaios de laboratório sejam sofisticados e rigorosos, o efeito de escala e a falta de conhecimento das condições das amostras *in situ*, pode representar um problema. Por exemplo, a extração de amostras do maciço rochoso muito resistente que é submetido a ensaios triaxiais no laboratório enquanto que o maciço na realidade pode estar fissurado, isto deve levar a coeficientes de redução da resistência à compressão e do módulo de Young.

Considerando um carregamento homogêneo em túneis profundos, é possível fazer simplificações para que a análise seja considerada bidimensional. No caso de túneis superficiais (isto é quando a profundidade é menor que 4 vezes seu diâmetro ou diâmetro equivalente), é preciso realizar uma análise tridimensional, devido ao fato que os campos de tensões e deformações perto da face de escavação tem um comportamento completamente tridimensional. Como a análise tridimensional apresenta um custo computacional elevado quando comparado com a análise bidimensional, as análises bidimensionais podem simular o efeito tridimensional impondo carregamentos na parede do túnel, isto é, com aproximações simplificadas como as do método de convergência-confinamento.

Uma característica comum do comportamento do maciço é o amolecimento de tensões com uma perda progressiva de resistência. Então podem ser consideradas leis de comportamento elastoplástico com amolecimento (Berest e Nguyen, 1979, Rousset, 1988, Bernaud, 1991), leis viscoplásticas, entre outras. Sendo que para estabelecer o tipo de lei a considerar devem ser consideradas as condições locais e também os resultados dos ensaios de laboratório das amostras do maciço tomadas na sua respectiva profundidade.

Se nas condições locais a água está presente, podem-se considerar leis poromecânicas, sendo que são pouco frequentes as modelagens numéricas de túneis em meios saturados considerando métodos de acoplamento numérico (esqueleto-fluido), menos de 20% segundo o estudo do Mestat et al. (2004). Geralmente o problema é tratado como uma aproximação limite desacoplada, assumindo respostas drenadas e não drenadas do maciço (Figura 8). Estas aproximações não são efetivas quando os tempos de consolidação e escavação são comparáveis. A aproximação hidromecânica acoplada não tem estas restrições, assim permite simular certamente o processo de dissipação da poropressão e do estado das tensões aoredor do túnel em qualquer tempo.

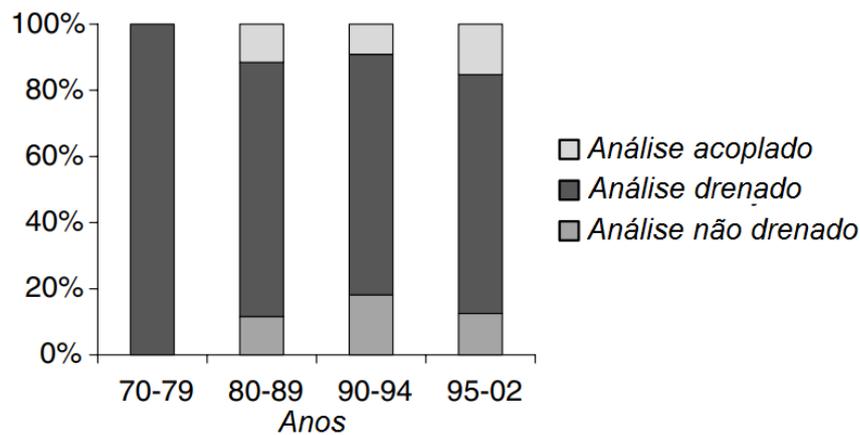


Figura 8 Evolução da quantidade de trabalhos em túneis nos casos: drenado, não drenado e acoplado segundo Mestat et al. (2004)

Em maciços fracos existe a necessidade de melhorar o comportamento mecânico, sendo os tirantes passivos uma boa alternativa dado que aportam rigidez ao meio. A modelagem numérica tradicional deste meio reforçado pelo método dos elementos finitos, requer uma discretização da malha a um tamanho significativamente menor que o comprimento característico do reforço, ou seja, o espaçamento entre dois tirantes. Isso leva a um problema numérico de dimensões irracionais, mesmo pelo padrão dos recursos modernos do computador, uma opção que evita esta discretização em elementos muito pequenos é o uso do método de homogeneização (BERNAUD et al., 2009).

2.2 MÉTODOS DE ESCAVAÇÃO DE TÚNEIS

As técnicas de escavação podem se agrupar em duas principais correntes de técnicas disponíveis: A técnica de túneis mecanizados (TM) utilizando tuneladoras (TBM) e o método de escavação mineira (EM), considerando também os túneis superficiais, os métodos de escavação podem se resumir conforme indicado na Figura 9 (I.T.A, 2009):

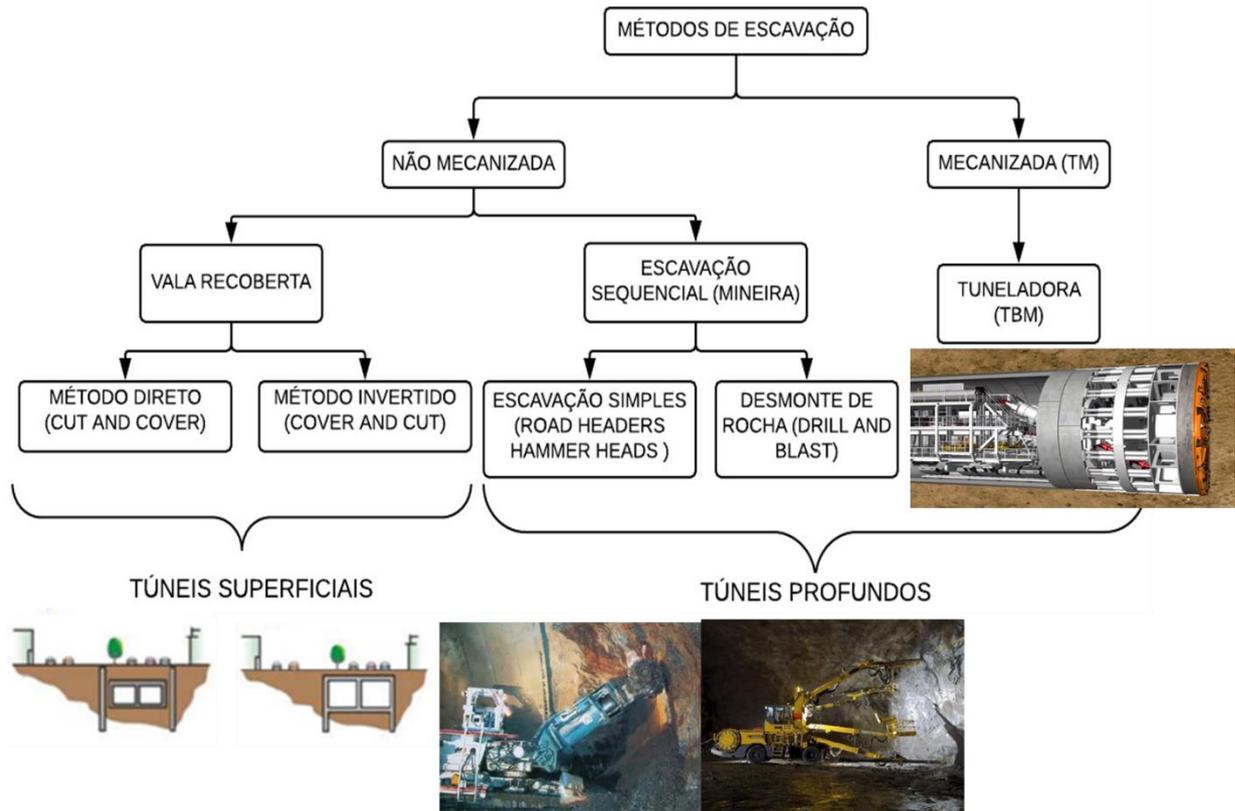


Figura 9 Métodos de escavação de túneis (adaptado de I.T.A (2009))

2.2.1 MÉTODO DE VALA RECOBERTA

O método da vala recoberta é utilizado para túneis superficiais (neste caso, também chamado de método a céu aberto) e submersos. Pode ser executado de duas formas: direta (Cut and Cover) ou invertida (Cover and Cut). A Figura 10 ilustra esse método de construção.

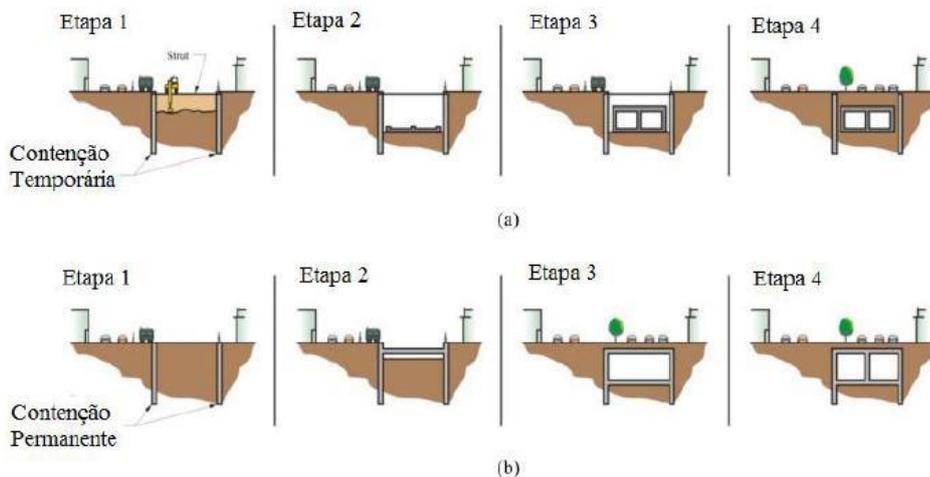


Figura 10 (a) Cut and Cover (b) Cover and Cut (NATIONAL HIGHWAY INSTITUTE, 2009)

2.2.2 MÉTODO DE ESCAVAÇÃO MINEIRA (EM)

Em solos moles significa utilizar uma escavadeira ou fresa com a escavação avançando incrementalmente. O suporte do solo em cada incremento de escavação é feito imediatamente, passo a passo, com concreto projetado, cambotas treliçadas, tirantes, enfilagens de barra, etc., como é mostrado na Figura 11.



Figura 11 Sequência executiva do método de construção com uso de escavadeira

Também na escavação mineira pode-se utilizar apenas ferramentas simples como pás e alavancas, podendo ser necessário utilizar uma carapaça durante a escavação. A escavação do solo e o escoramento são feitos de cima para baixo, sendo que a plataforma de trabalho e a carapaça avançam empurradas por macacos hidráulicos (Figura 12).

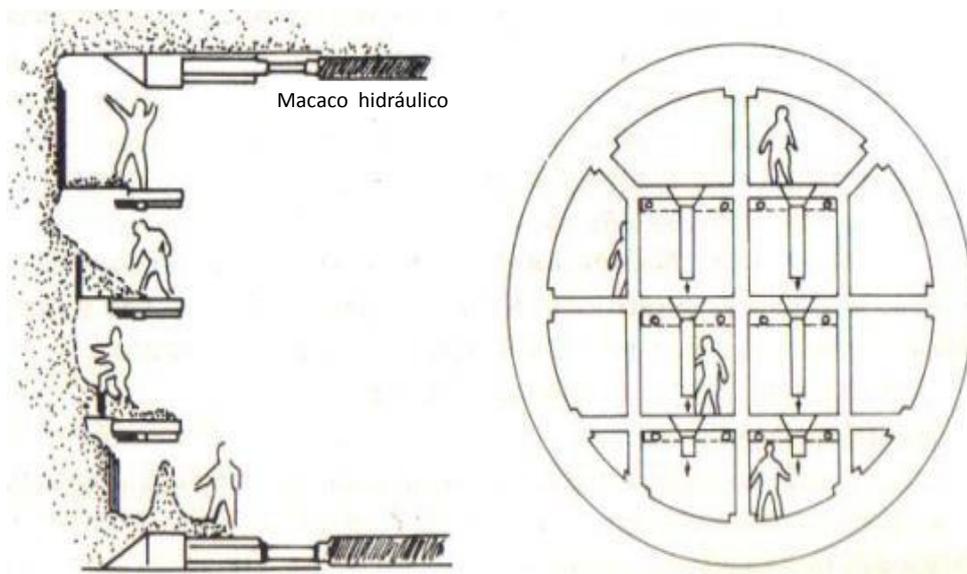


Figura 12 Avanço escavação com utilização de carapaça

Em rocha dura utiliza-se técnicas de escavação a fogo, com perfuratrizes tipo “jumbo” automáticas para perfuração de furos de detonação, com elementos de suporte similares aos utilizados em condições de solos moles, a sequência de escavação pelo método de perfuração e detonação é mostrada na Figura 13.

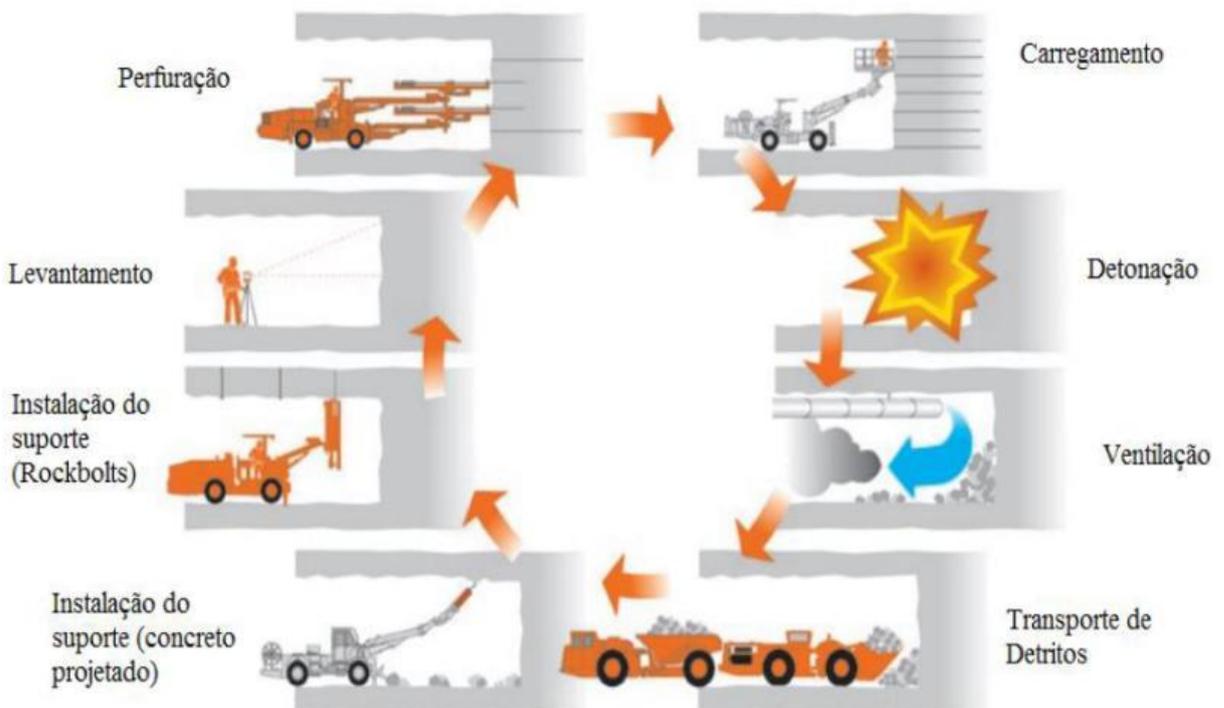


Figura 13 Sequência executiva do método de construção por perfuração e detonação (HEINIO, 1999)

O modo de ataque da seção transversal é avaliado segundo as condições geológico-geotécnicas do maciço, caso o túnel seja autoportante pode ser escavado em seção plena, do contrário o ataque é realizado sequencialmente por regiões. Por exemplo, no Túnel Lainzer (Austria-2011), uns tramos apresentaram rochas brandas e outros rochas duras, sendo o ataque da frente parcializado em diferentes formas dependendo do tramo, como é ilustrado na Figura 14.

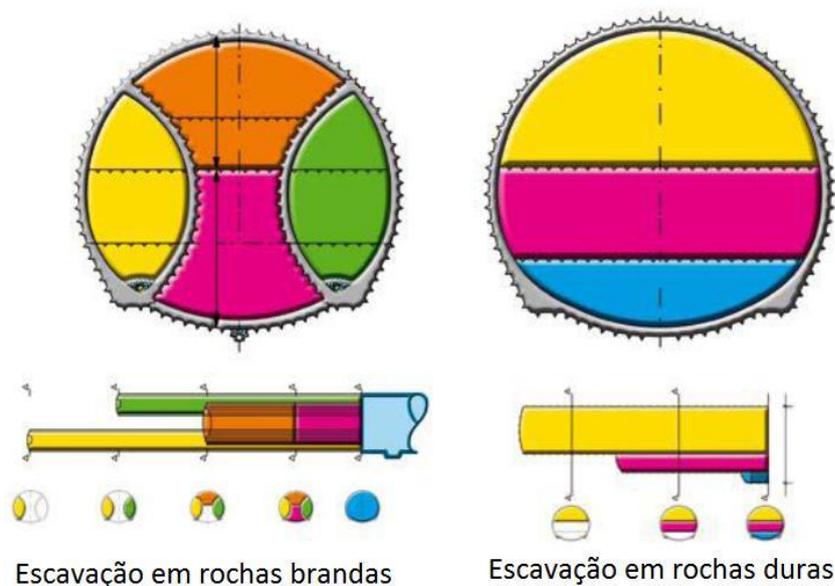


Figura 14 Esquema de parcialização na escavação do Túnel Lainzer (BERNAUD, 2017)

Existe um processo denominado “Tunnel Liner” (túnel revestido) caracterizado pela escavação manual com ferramentas ou com maquinarias básicas, sendo a colocação simultânea do revestimento de couraças metálicas unidas por parafusos, este método é aplicável em quase todos os tipos de solo, tanto nos moles, como nos muito rígidos, adaptando-se muito bem às mais variadas condições (ROCHA, 2014).

Devido ao uso de couraças por toda sua extensão, esse método construtivo é apropriado para túneis de pequenos diâmetros, portanto muito utilizado em meios urbanos para drenagens como desvio de rios e de esgoto, além de transporte de cabos de todo tipo. O fato de ser um túnel revestido tem como vantagem a alta produtividade, a elevada estanqueidade e a baixa interferência com a superfície devido à execução do acabamento e da escavação (ROCHA, 2014), sendo rentável em comprimentos curtos, no máximo 600 m. Na Figura 15 e na Figura 16 mostra-se o processo construtivo empregando este método.

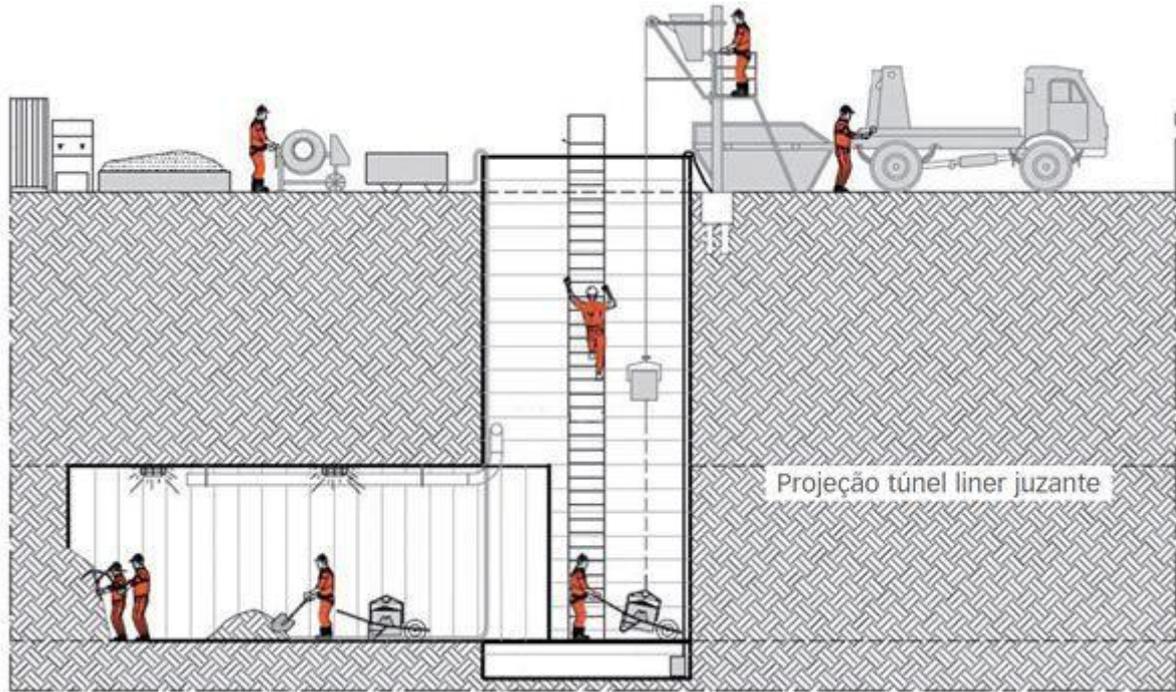


Figura 15 Esquema de trabalho no túnel liner (ARMCO STACO, 2018)



Figura 16 Escavação do túnel liner (ARMCO STACO; 2018)

2.2.3 MÉTODO DE ESCAVAÇÃO MECANIZADA (TM)

A escavação mecanizada é efetuada por tuneladoras TBM (*Tunnel Boring Machine*), que são os veículos terrestres de maior tamanho já construídos (com aproximadamente 200 m de comprimento). Na ponta da TBM, lâminas de aço perfuram o maciço através da rocha para logo

imediatamente instalar o revestimento formado por blocos-pré-fabricados de concreto ou suporte metálico (Figura 17). As lâminas podem triturar as partes mais duras, mas as partes brandas são as mais problemáticas porque se apegam às cabeças cortantes como se fosse concreto, danificando as mesmas e precisando de manutenção ou substituição por pessoal qualificado. Se a rocha é mole couraças são utilizadas como proteção (ROCHA, 2014).

Dependendo do tipo da rocha e das condições, as tuneladoras tem um avanço rápido (aproximadamente de 20 a 26 m/dia), muito superior do que a velocidade do equipamento de escavação mineira de 6-10 m/dia (BERNAUD, 2017). São aplicáveis em seções transversais geometricamente uniformes (círculos) e formações geológico-geotécnicas também uniformes, normalmente são empregados em túneis de mais de 1 km de extensão, tendo como desvantagem o mau desempenho no desenvolvimento nas curvas devido ao seu comprimento. Em uma tuneladora tradicional de escudo único para maciços de rochas duras, o tempo de escavação representa aproximadamente 80% do tempo de operação, sendo que os 20% restantes correspondem à colocação do revestimento pré-moldado.

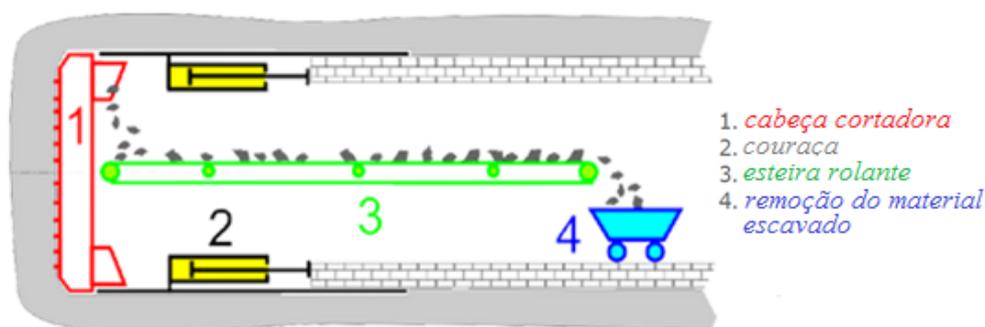


Figura 17 Processo de execução da tuneladora tradicional com um único escudo

Guglielmetti et al. (2007) ressaltam que os dois principais tipos de tuneladoras feitas para escavar em solos são a *Slurry Pressure Balanced* (SPB) e a *Earth Pressure Balanced* (EPB). Ainda segundo esses autores, a escolha da máquina está relacionada a vários parâmetros e condições, tais como o tipo de solo a ser escavado, as distribuições das várias litologias que o solo poderá apresentar, a presença ou ausência de água, a altura do lençol freático (quando houver) e a profundidade do túnel, dentre outros.

As tuneladoras SPBs são adequadas em maciços altamente instáveis ou altamente saturados. A pressão exercida pelo terreno é diretamente governada pela profundidade na qual a escavação é realizada. O escudo frontal da “Slurry TBM” é preenchido com material escavado, com

exceção de uma parte cheia de ar e injetada de uma massa de lama feita de bentonita que impermeabiliza a parte frontal da face e melhora sua resistência (NFM TECNOLOGIES, 2017). Guglielmetti et al. (2007) destacam que o balanceamento entre a entrada e a saída da lama bentonítica proporciona o controle da pressão de suporte da face de escavação, o que torna a escavação com a máquina SPB mais precisa que a escavação utilizando a EPB.

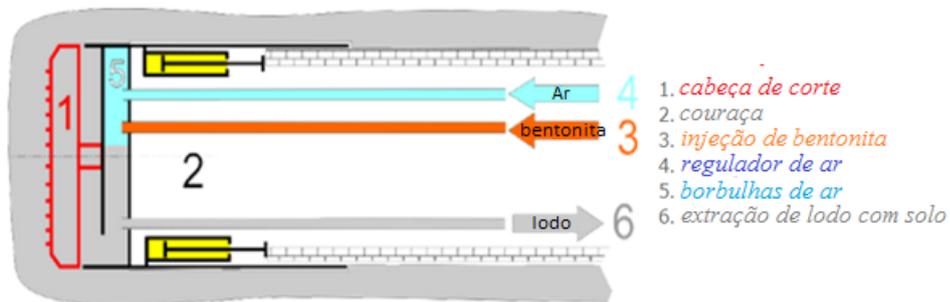


Figura 18 Processo de execução da tuneladora SPB (NFM TECNOLOGIES, 2017).

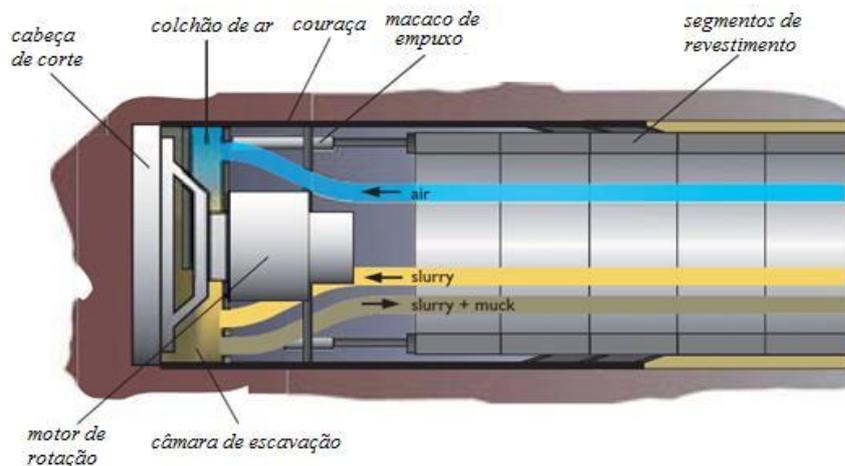


Figura 19 Partes da tuneladora SPB (Guglielmetti et al., 2007)

As tuneladoras denominadas EPBs são adequadas para escavar túneis em terrenos instáveis, como argila, areia ou cascalho. As EPBs usam o próprio material escavado para suportar a face do túnel durante a escavação do maciço, O material escavado é mantido dentro de uma câmara que mantém a pressão necessária para tornar estável a frente escavada. Essa pressão aplicada pela tuneladora é definida em projeto e controlada na máquina por um parafuso de Arquimedes, onde é feito o contrabalanceamento entre o que entra e o que sai da tuneladora extraídos por meio de um transportador tipo parafuso (ROCHA, 2014). A injeção de espuma torna o material mais homogêneo, facilitando assim sua escavação (NFM TECNOLOGIES, 2017).

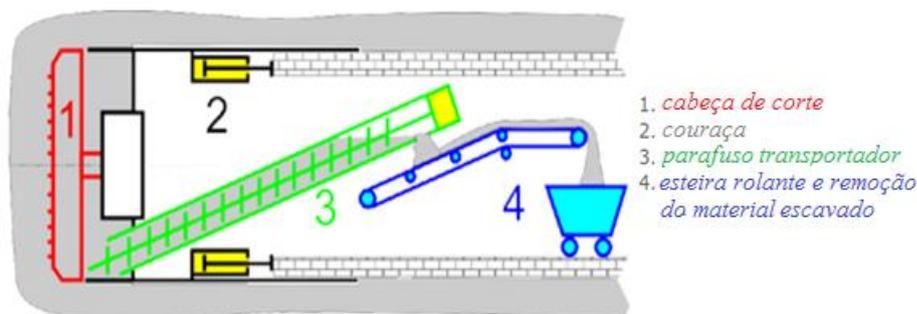


Figura 20 Processo de execução da tuneladora EPBs (NFM TECHNOLOGIES, 2017).

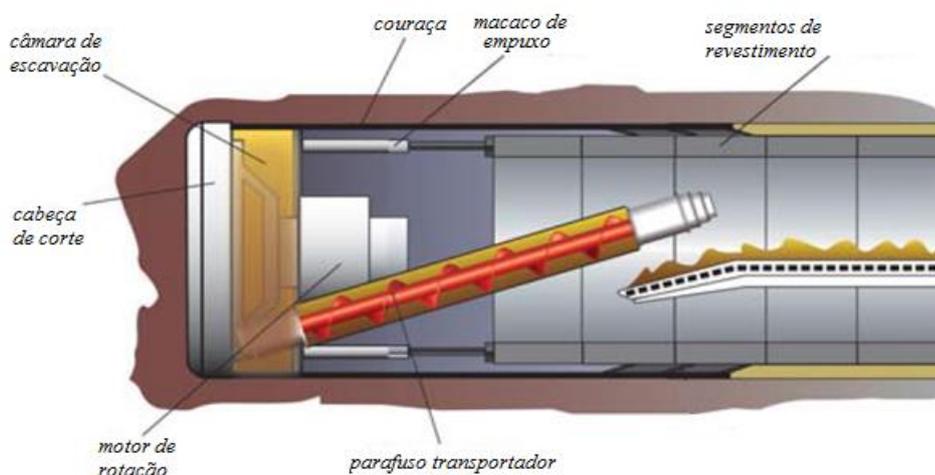


Figura 21 Partes da tuneladora EPBs (Guglielmetti et al., 2007)

2.3 SUPORTE DE TÚNEIS

Segundo Da Silva (2010), costuma-se classificar as estruturas em 3 grupos de sustentação: a) em suportes contínuos como: tela, concreto projetado (shotcrete), straps e selantes (TSLs); b) em reforço ou tratamento do maciço: ancoragens, injeções, congelamentos de terreno e enfilagens; c) em suportes descontínuos: esteios, arcos ou cambotas, quadros, pilares naturais ou artificiais, fogueiras e suportes hidráulicos automarchantes. No presente trabalho dá-se ênfase ao concreto projetado na parede lateral do túnel referido como revestimento e às inserções de tirantes passivos radiais e frontais colocados no teto do túnel e na face respectivamente referidas como reforço.

2.3.1 REVESTIMENTO DE TÚNEIS

Formado de concreto projetado lançado sob alta pressão contra as paredes do túnel. O impacto do concreto contra a base promove sua compactação, resultando em um revestimento de alta

resistência, tem como vantagem principalmente permitir acompanhar irregularidades da superfície escavada, mantendo a espessura especificada em projeto.

O revestimento tem três funções:

- A estabilidade da escavação em curto prazo.
- Suporta as pressões do maciço que podem se desenvolver no longo prazo isto é o comportamento diferido.
- Limita as deformações com o objetivo de que sejam compatíveis com a funcionalidade da obra, não afetando as estruturas vizinhas sejam elas enterradas ou superficiais.

O carregamento no revestimento, os esforços nele mobilizados e os deslocamentos que nele ocorrem, são interdependentes e correlacionados, não sendo apenas função das tensões iniciais e das características geométricas da abertura, mas também das propriedades mecânicas do maciço envolvente ao túnel e do processo construtivo adotado, nomeadamente o sistema de escavação, a velocidade de avanço, o tipo e as características do suporte e o momento de sua colocação (SOUSA, 1998). O estudo do equilíbrio do túnel com revestimento é de grande importância, desde o ponto de vista da mecânica, é um problema de interação complexo de duas estruturas com diferentes comportamentos, o maciço por um lado e o revestimento por outro, sendo que ambos constituem um sistema altamente hiperestático. Se um revestimento é necessário no túnel, o estudo do comportamento de interação maciço-revestimento deve ser realizado da forma mais rigorosa possível (BERNAUD,1991).

2.3.2 REFORÇO DE TÚNEIS

Considera-se o reforço como o elemento inserido no maciço que melhora seu comportamento e ajuda na estabilização do túnel. Abaixo descreve-se os chumbadores e as pregagens:

Os chumbadores são tirantes passivos colocados no teto ou nas paredes do túnel em direções radiais ou laterais. Formadas de barras de aço coladas ao maciço, ao longo de todo o seu comprimento, com calda de cimento ou resina. Para evitar o possível deslocamento de fragmentos do maciço, nas proximidades da cabeça do chumbador, coloca-se uma placa fixada por uma porca (Figura 22). Nenhuma protensão é aplicada ao chumbador. A resistência do chumbador é ativada pelo deslocamento do maciço, por isso, sua instalação, deve ocorrer antes de acontecerem grandes movimentos, isto é, logo após a escavação e próxima à face do túnel.

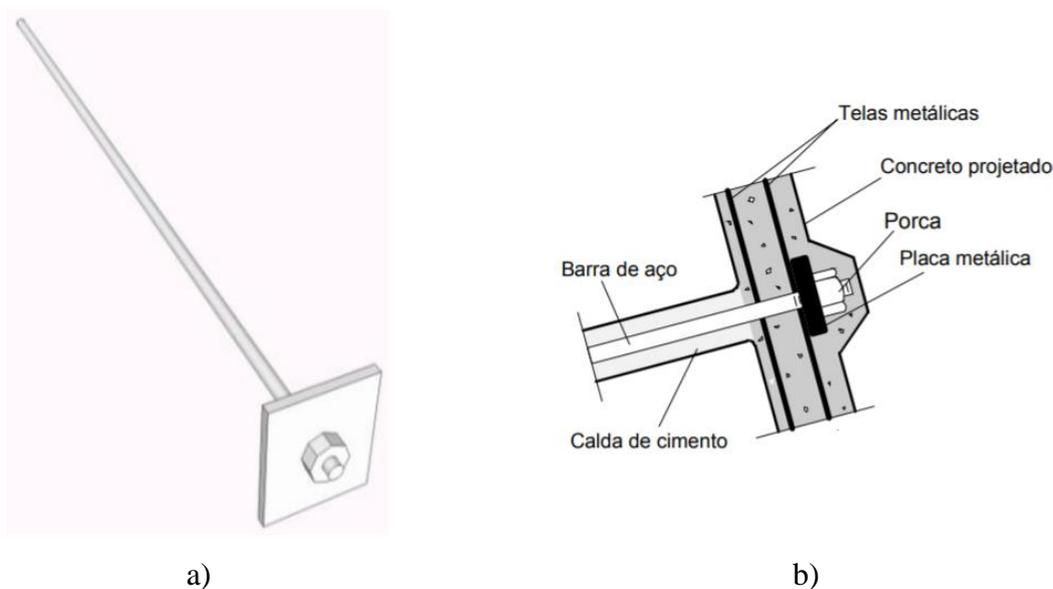


Figura 22 a) Chumbador b) Detalhe da cabeça (LIMA, 2007)

As pregagens são tirantes passivos que diferem dos chumbadores pelo local de colocação e material do qual são constituídas. São colocadas na face do túnel e podem ser de fibras de vidro ou tubos de PVC. Semelhante aos chumbadores que são ancoradas ao longo de todo o seu comprimento e têm sua resistência ativada pelo deslocamento do maciço. Sua função é ancorar a face e o núcleo de escavação no interior do maciço, a fim de reduzir os riscos de ruptura da face e controlar a resposta em termos de deformação da cavidade. Essa resposta sempre se manifesta primeiro na frente de avanço com fenômenos de extrusão e de pré-convergência (SOUSA, 1998).

Para considerar a contribuição dos tirantes passivos nas características mecânicas do maciço, na análise numérica com elementos finitos, pode-se utilizar o método incorporado ou o método de homogeneização como é realizado em Couto (2011), o método de homogeneização é descrito em detalhe no capítulo 6.

2.3.3 MÉTODO DE CONVERGÊNCIA-CONFINAMENTO

Pode-se definir a convergência em uma seção do túnel e em uma direção α , como o deslocamento relativo entre dois pontos nas paredes opostas que seguem a direção α . A convergência é positiva se os dois pontos tendem a se aproximar e vice-versa. A medida é realizada com ajuda de extensômetros localizados ao redor de uma seção perpendicular ao eixo

da escavação (PANET, 1995). Estas medidas permitem controlar o bom comportamento do maciço, antecipando o uso do revestimento se for necessário.

A convergência do túnel representa a relação entre o deslocamento radial do terreno em $r=R$ para o interior da cavidade, devido à relaxação das tensões, em relação ao raio do túnel. Isto é, a convergência é expressa pela equação:

$$U_i = -\frac{u_r(r = R_i)}{R_i} \quad (3)$$

A convergência do túnel não revestido é uma função da lei de comportamento do maciço, da distância do ponto medido à face do túnel e do tempo. Se o túnel for revestido, a convergência depende dos parâmetros anteriores, também da rigidez do revestimento K_s e da distância de colocação do revestimento à face do túnel d_0 (BERNAUD, 1991). A região de influência da face do túnel é de $5R_i$ antes e depois dela, como mostra a Figura 23.

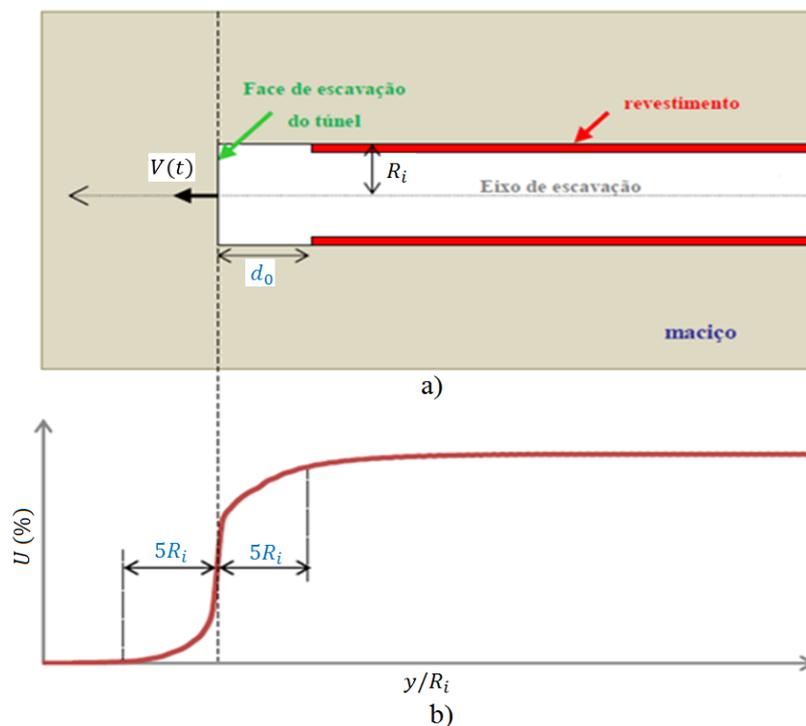


Figura 23 a) Geometria do túnel b) Gráfico de convergência (BERNAUD, 2017)

Para o maciço seco, o perfil de deslocamentos radiais normalizados (convergência do túnel em direção do avanço da escavação) na parede do túnel logo da escavação é descrito por vários autores: Panet e Guenot (1983), Panet (1995), Corbeta et al. (1991) e Carranza-Torres e Fairhurst (1999).

O método de convergência-confinamento (CV-CF), proposto por primeira vez por Pacher (1964), substitui o problema tridimensional a um problema de deformação plana, desacoplando o problema de interação com uma curva de convergência para o maciço e uma curva de confinamento para o revestimento.

A curva de convergência (Figura 24) é obtida plotando a convergência da cavidade u_r/R_i (fechamento da abertura normalizado pelo raio) em função da pressão interna σ_i atuante na superfície interior da cavidade da abertura, decrescendo essa tensão desde a tensão geostática até zero. Esta função σ_i representa os efeitos tridimensionais e é expressa na equação (4). Nota-se que a curva de convergência é independente do suporte e carrega consigo o comportamento do maciço frente a uma descompressão simulada pela variação de σ_i .

$$\sigma_i = (1 - \Lambda)\sigma_0 \quad (4)$$

Sendo σ_0 a tensão inicial exercida no intradorso do túnel, o coeficiente Λ representa a taxa de desconfinamento, e é igual a zero no estado inicial da rocha intacta e vai aumentando até 1 no estado final quando é alcançado o equilíbrio, nos estados intermediários o valor oscila entre zero e um (PANET, 1995).

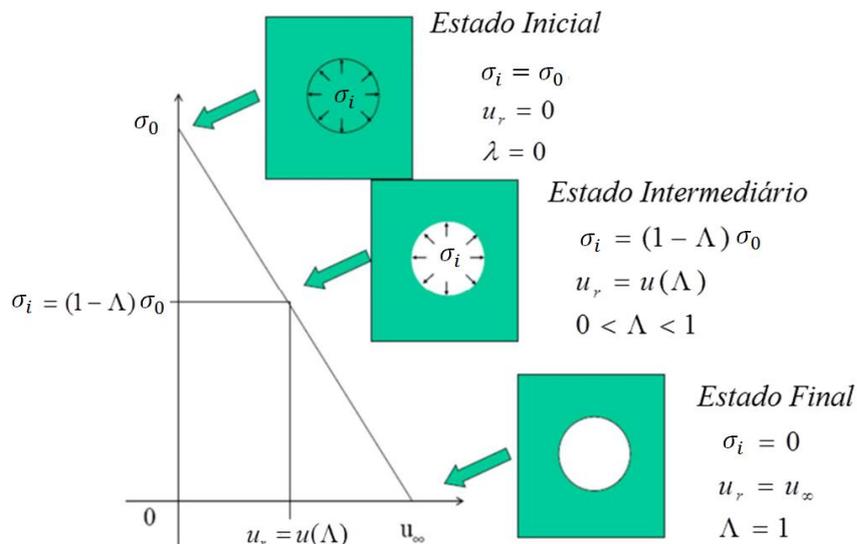


Figura 24 Princípio de determinação da curva de convergência do maciço

O suporte é uma estrutura com comportamento mecânico, pode então ser descrita por uma curva de confinamento que relaciona a tensão no intradorso σ_i e o deslocamento normalizado

correspondente u_r/R_i . O suporte não pode ser colocado em um lugar qualquer, tem que ser colocado a uma distância d_0 da face do túnel, isto é, quando uma convergência $U(d_0)$ já ocorre no maciço, portanto a curva do suporte tem como ponto inicial o valor de $U_0(d_0)$.

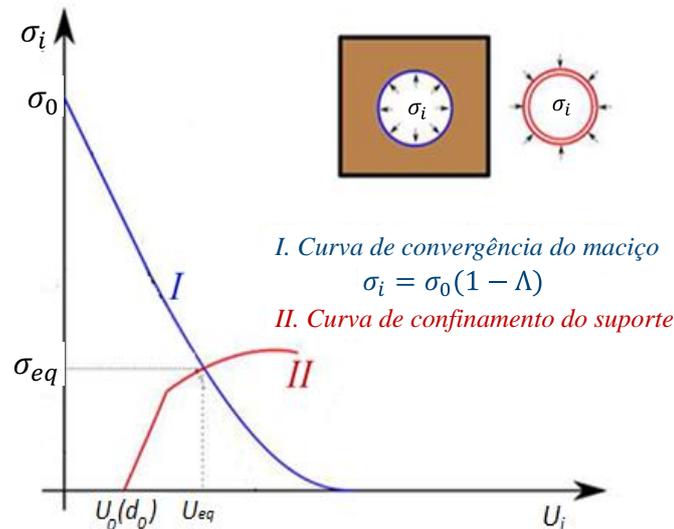


Figura 25 Curvas de convergência do maciço e confinamento do suporte

A curva de convergência do maciço pode ser obtida utilizando tanto soluções analíticas como numéricas, em estado plano de deformações. Os métodos simplificados diferenciam-se justamente nas propostas de $U_0(d_0)$. Nesse aspecto, Bernaud & Rousset (1991), mostraram que o método convergência confinamento, proposto até então, estava em desfavor da segurança, pois desconsiderava a rigidez do revestimento no valor de U_0 . A Figura 26 ilustra a diferença encontrada pelos autores em U_0 no perfil de convergências ao longo do eixo longitudinal do túnel, onde d_0 é a distância não suportada logo atrás da frente de escavação.

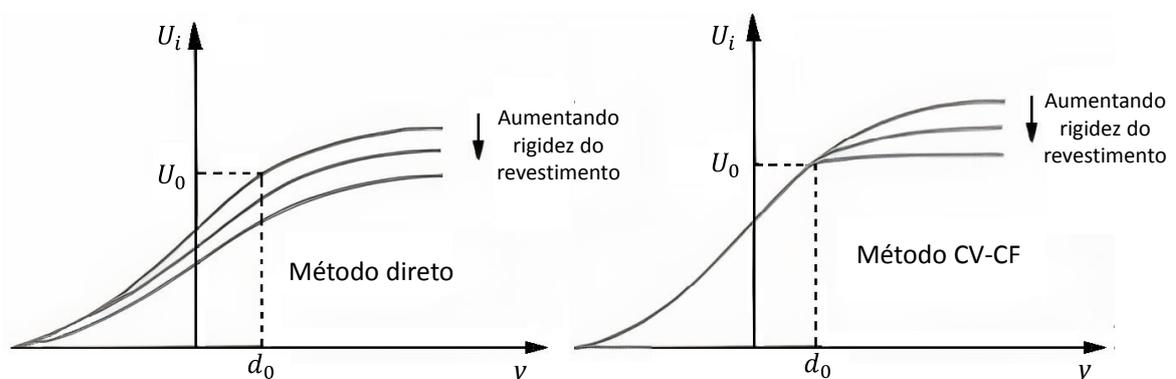


Figura 26 Influência da rigidez do suporte no perfil de convergências do túnel e no parâmetro U_0 (adaptado de BERNAUD & ROUSSET, 1992, p. 13)

Portanto, Bernaud e Rousset (1991), propuseram um aprimoramento desse método através de estudos utilizando um modelo numérico bidimensional axissimétrico em elementos finitos considerando o revestimento elástico. O método resultante, baseado nos mesmos princípios do método da Convergência-Confinamento, foi chamado de Novo Método Implícito (NMI), conhecido como método implícito, pois U_0 vai depender tanto da rigidez do revestimento quanto da convergência ao equilíbrio U_{eq} . Ele foi desenvolvido para maciços elásticos, elastoplásticos e elastoviscoplasticos (BERNAUD et al., 1996).

2.4 ANÁLISES MECÂNICAS DE TÚNEIS EM MACIÇOS SECOS

2.4.1 TÚNEIS EM MACIÇOS ISOTRÓPICOS

A representação analítica do campo de tensão-deformação ao redor do túnel é calculada considerando um material seco, elástico-linear e isotrópico, o domínio de análise é um espaço semi-infinito, o qual está vinculado com uma superfície horizontal (a superfície do maciço). O túnel é idealizado como uma cavidade tubular com seção transversal circular. Então no caso elástico se requer que um conjunto de equações de equilíbrio e equações de compatibilidade de deslocamento sejam resolvidas para certas condições de fronteira e equações constitutivas do material.

No caso do túnel profundo, a solução analítica pode ser simplificada se assumimos as tensões geostáticas na vizinhança do túnel como constantes, ou seja que as condições de tensão horizontal e vertical aplicadas são valores constantes como é mostrado na Figura 27. Nesta situação podem-se citar as soluções de Lamé (1852), Kirsch (1898), Mindlin (1939), Terzaghi e Richard (1952), Obert e Duvall (1967), Burns e Richard (1964) entre outros. No caso do túnel superficial pode-se mencionar a Park(2004). Seguidamente descreve-se brevemente a solução de Kirsch (1898).

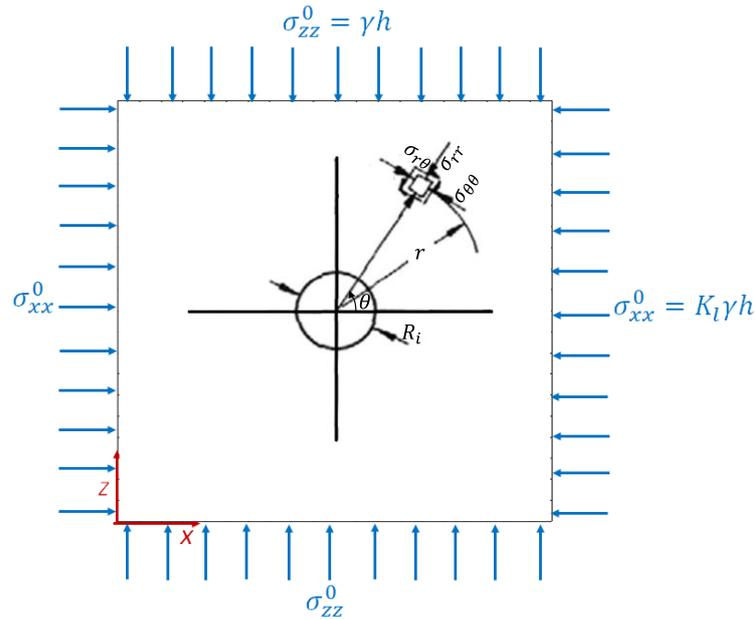


Figura 27 Condições da análise elástica considerada

No caso de um túnel em deformações planas, o campo de tensões ao redor do túnel pode ser representado em coordenadas polares como:

$$\sigma_{rr} = \gamma h \left[\frac{1+K_l}{2} \left(1 - \frac{R_i^2}{r^2} \right) \right] - \gamma h \left[\frac{1-K_l}{2} \left(1 + 3 \frac{R_i^4}{r^4} - 4 \frac{R_i^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \right] \quad (5)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \gamma h \left[\frac{1+K_l}{2} \left(1 + \frac{R_i^2}{r^2} \right) \right] + \gamma h \left[\frac{1-K_l}{2} \left(1 + 3 \frac{R_i^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (6)$$

$$\sigma_{r\theta} = \gamma h \frac{1-K_l}{2} \left(1 - 3 \frac{R_i^4}{r^4} + 2 \frac{R_i^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \quad (7)$$

sendo: γ peso específico do maciço, K_l coeficiente de tensão lateral e h profundidade do túnel.

Observa-se no caso do maciço elástico que as soluções são independentes das constantes propriedades mecânicas (Módulo de Young, coeficiente de Poisson), portanto é indiferente escavar um túnel em uma litologia ou em outra. A ideia da solução é que as tensões não estão controladas pelas características do material senão pela geometria do túnel.

Quando o coeficiente de tensão lateral é nulo, $K_l = 0$ o estado de tensões mais desfavorável (tensões de cisalhamento máximas) ocorre no contorno da escavação, isto é a parte do maciço mais susceptível aos rompimentos. Conforme aumenta a profundidade no maciço as tensões de cisalhamento decrescem melhorando a estabilidade. Na Figura 28 mostra-se uma representação

do estado de tensões, note-se que nas tensões ortoradiais $\sigma_{\theta\theta}$ no ponto B , o efeito de concentração de tensões começa desaparecer quando $r = 3R_i$, que é quando a tensão ortoradial começa igualar a pressão aplicada (HOEK e BROWN, 1980). No ponto A ao início as tensões ortoradiais σ_{θ} são de tração enquanto que no ponto B são de compressão.

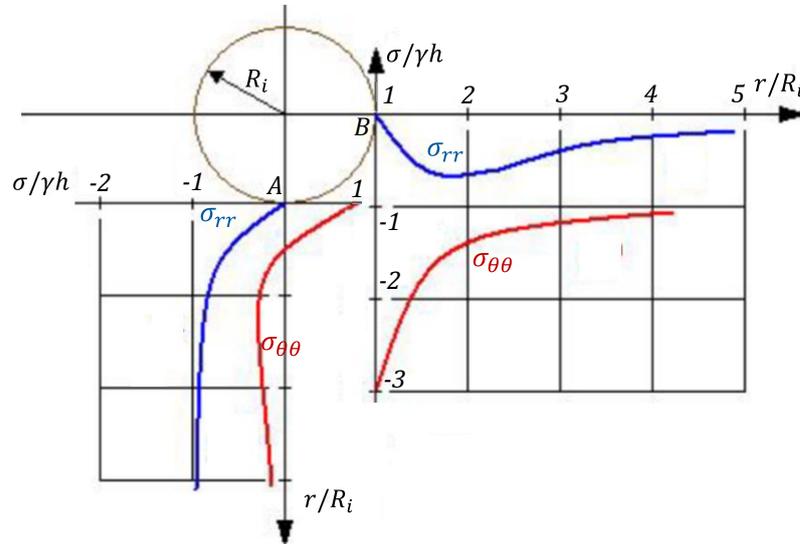


Figura 28 Representação do estado de tensões em pontos representativos do túnel, sendo $K_l=0$ (PEREZ, 2017)

Quando o coeficiente de tensão lateral é 1, $K_l = 1$, isto é quando $\sigma_{xx} = \sigma_{zz}$, pode-se particularizar e desenvolver as equações (5), (6) e (7). Lamé (1852) mostra que para um tubo circular de material elástico linear, onde R_i e R_a são o raio do tubo interno e externo respectivamente, σ_i e σ_a são as pressões interna e externa respectivamente e r é a coordenada radial do ponto, as tensões principais σ_r , σ_{θ} e σ_z são mostradas em (8), (9) e (10) respectivamente.

$$\sigma_r = -\frac{\sigma_a R_a^2 - \sigma_i R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} + \frac{\sigma_a - \sigma_i}{R_a^2 - R_i^2} \frac{R_i^2 R_a^2}{r^2} \quad (8)$$

$$\sigma_{\theta} = -\frac{\sigma_a R_a^2 - \sigma_i R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} + \frac{\sigma_i - \sigma_a}{R_a^2 - R_i^2} \frac{R_i^2 R_a^2}{r^2} \quad (9)$$

$$\sigma_z = 2\nu \frac{\sigma_a R_a^2 - \sigma_i R_i^2}{R_a^2 - R_i^2}, \quad \sigma_{r\theta} = 0 \quad (10)$$

Quando o valor do raio externo tende ao infinito $R_a \rightarrow \infty$ e a pressão externa tende ao infinito $\sigma_a \rightarrow \sigma_{\infty}$, obtêm-se o campo de tensões para σ_r e σ_{θ} como se pode observar na Figura 29.

$$\sigma_r = -\sigma_\infty \left(1 - \frac{R_i^2}{r^2}\right) - \sigma_i \frac{R_i^2}{r^2} = (\sigma_\infty - \sigma_i) \frac{R_i^2}{r^2} - \sigma_\infty \quad (11)$$

$$\sigma_\theta = -\sigma_\infty \left(1 + \frac{R_i^2}{r^2}\right) + \sigma_i \frac{R_i^2}{r^2} = (\sigma_i - \sigma_\infty) \frac{R_i^2}{r^2} - \sigma_\infty \quad (12)$$

$$\sigma_{r\theta} = 0 \quad (13)$$

O deslocamento u é obtido pela expressão (14). O primeiro termo é independente da tensão interna σ_i e representa o deslocamento que resulta da aplicação da pressão geostática σ_∞ . O segundo termo é devido à escavação do túnel, isto é pela redução da tensão até a pressão interna da cavidade de σ_∞ a σ_i .

$$u = -\frac{\sigma_\infty}{2(\lambda + \mu)} r - \frac{\sigma_\infty - p_i}{2\mu} \frac{r_0^2}{r} \quad (14)$$

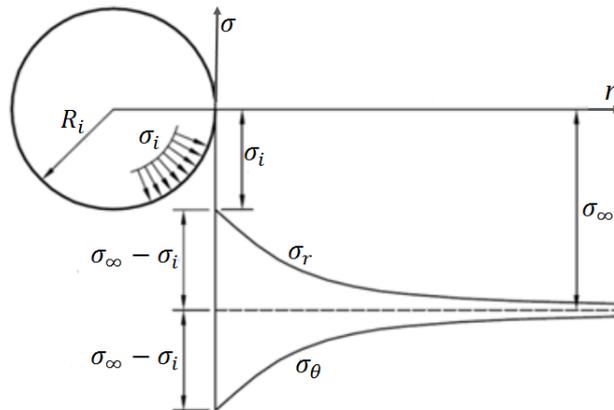


Figura 29 Campo de tensões e deslocamento em um maciço elástico linear.

A falha de uma típica rocha dura depende da magnitude da tensão principal maior e menor atuando em um ponto de consideração, conseqüentemente na Figura 30 e na Figura 31 graficam-se os contornos destas tensões principais em seções típicas, sendo as linhas de traço contínuo as tensões principais maiores e as descontínuas as tensões principais menores, considera-se o coeficiente de tensão lateral $K_l = 0,5$. Em Hoek e Brook (1980) mostra-se um conjunto de 50 geometrias com os contornos das tensões principais maiores e menores.

Na Figura 30 mostra-se uma geometria de túnel circular, (por exemplo, pode ser um túnel exploratório), apresentam-se as trajetórias das tensões e os valores das tensões principais

normalizadas, nota-se que as zonas de maior concentração de tensões estão nos vértices inferiores e na coroa, isto é as zonas onde a diferença das tensões principais é maior. Na Figura 31 mostra-se uma geometria típica de um túnel ferroviário ou rodoviário, onde apresentam-se maiores diferenças nos vértices inferiores e na parte media superior.

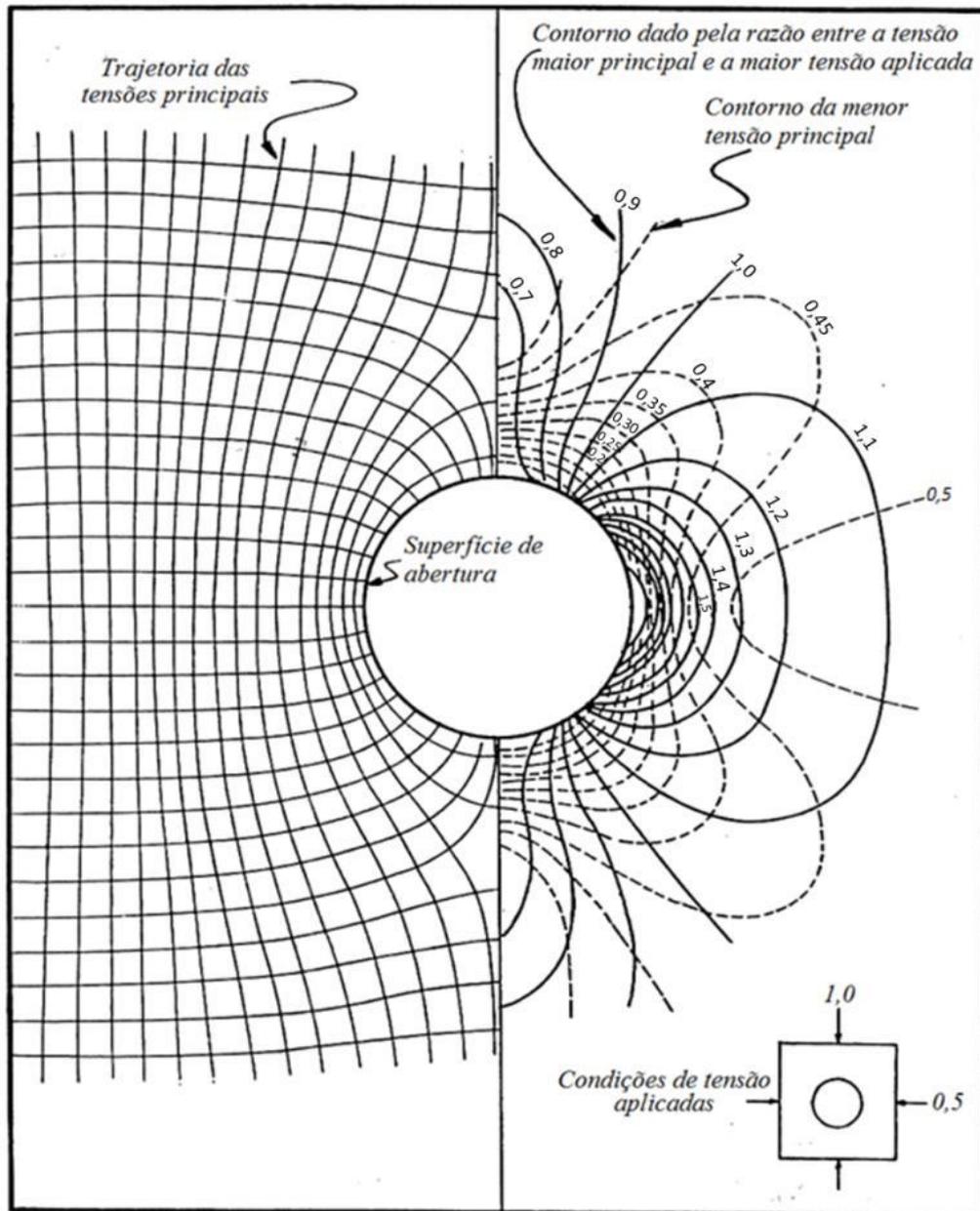


Figura 30 Estado de tensões principais e linhas de corrente (tensões principais) ao redor de uma cavidade circular escavada em um meio elástico com $K_1 = 0,5$. (HOEK e BROWN, 1980).

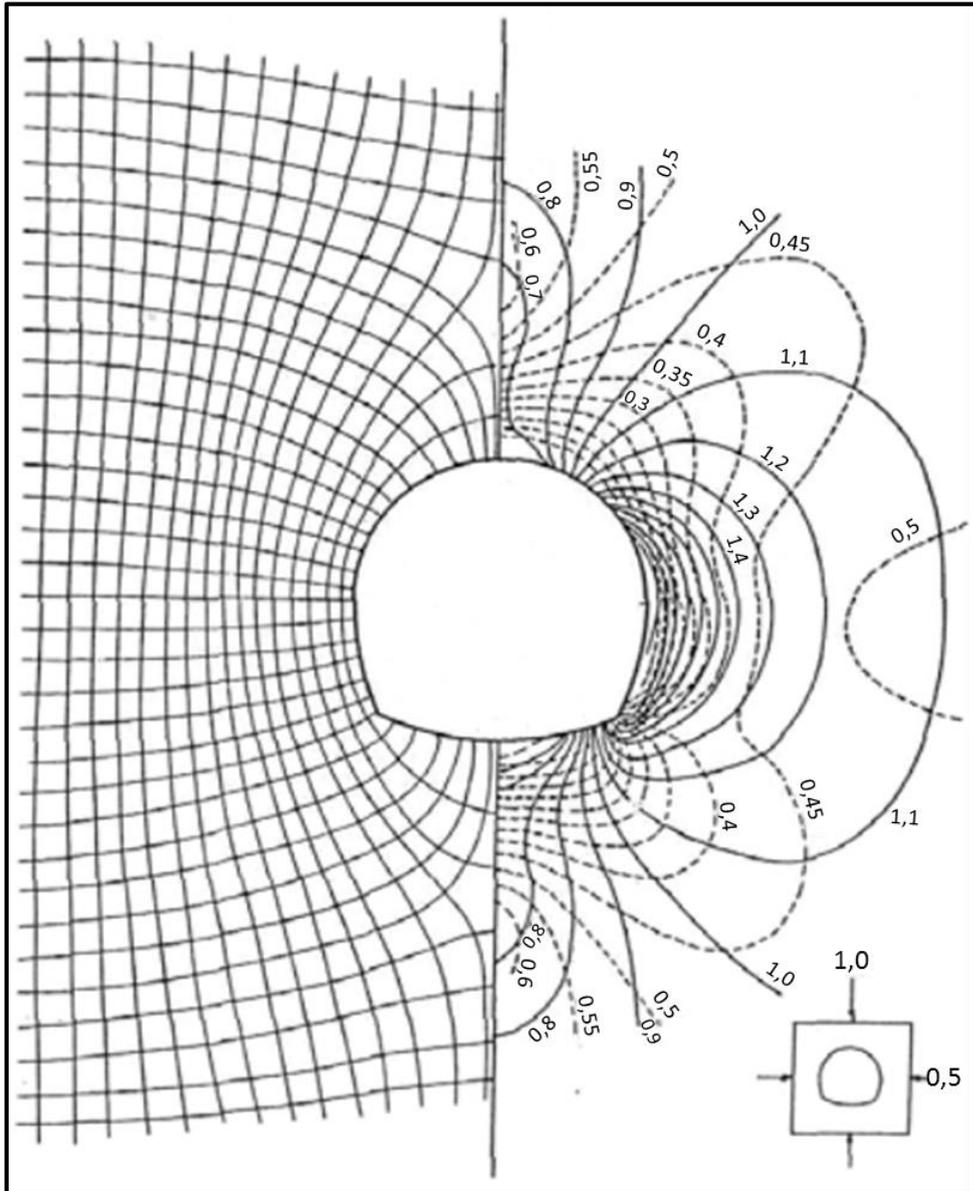


Figura 31 Tensões principais maiores e tensões principais menores (linhas descontinuas) em um túnel rodoviário o ferroviário

Quando se faz uma escavação em um maciço rochoso, o campo de tensões do maciço vai se modificando a medida que a escavação avança. O maciço tende a se deslocar para dentro, pela pressão que age no maciço circundante, assim como também se origina uma convergência das paredes, até que um novo estado de equilíbrio seja alcançado. Este novo estado de tensões pode ser atingido com uma mobilização parcial ou total da resistência do maciço, a qual pode ser complementada pela adição de sistemas auxiliares de suporte. Em casos menos frequentes, o equilíbrio final pode ser atingido sem a necessidade de uma estrutura de suporte. Nestes casos, o maciço é considerado autoportante, capaz de suportar o descarregamento ocasionado pela

remoção das tensões no contorno da escavação, em condições de estabilidade e com deformações limitadas (OLIVEIRA, 2009).

Segundo Langer e Stockmann (1985), o arqueamento das tensões somente ocorre quando há mobilização de resistência ao cisalhamento do maciço envolvente. Esse fenômeno pode ser melhor compreendido ao analisar-se uma faixa de solo situada acima da abóbada do túnel, como ilustrado na Figura 32. Os elementos A, B e C situam-se exatamente no perímetro da escavação, antes da execução da abertura; após a escavação, o elemento A se desloca mais do que o elemento B, o qual se desloca mais do que o elemento C. Essa diferença de deslocamento induz tensões de cisalhamento entre os elementos e, caso o maciço seja incapaz de mobilizar sua resistência ao cisalhamento, os elementos se deslocam por igual e o túnel entra em colapso.

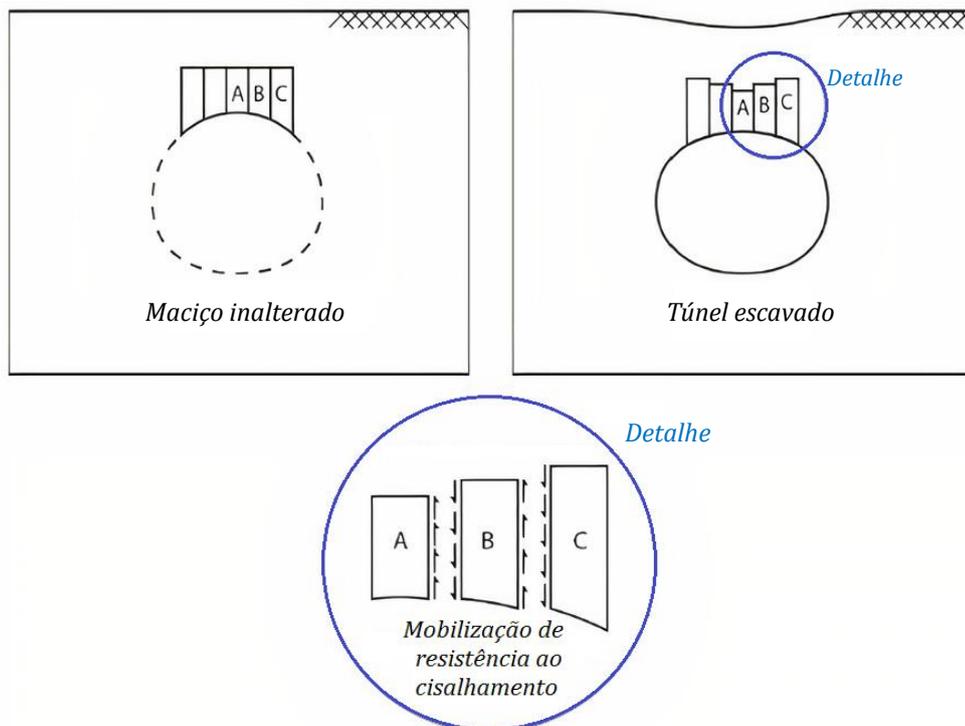


Figura 32 Mobilização da resistência ao cisalhamento devido ao efeito de arco (FRANÇA, 2006)

Eisenstein et al. (1984) salientaram que o arqueamento das tensões não ocorre apenas na seção transversal do túnel, como ilustrado na Figura 32. Mecanismos análogos também se desenvolvem em seções longitudinais verticais e horizontais, sendo responsáveis pelas transferências de tensões da região já escavada (ainda sem suporte) para a região ainda não escavada à frente e para o suporte (situado logo atrás).

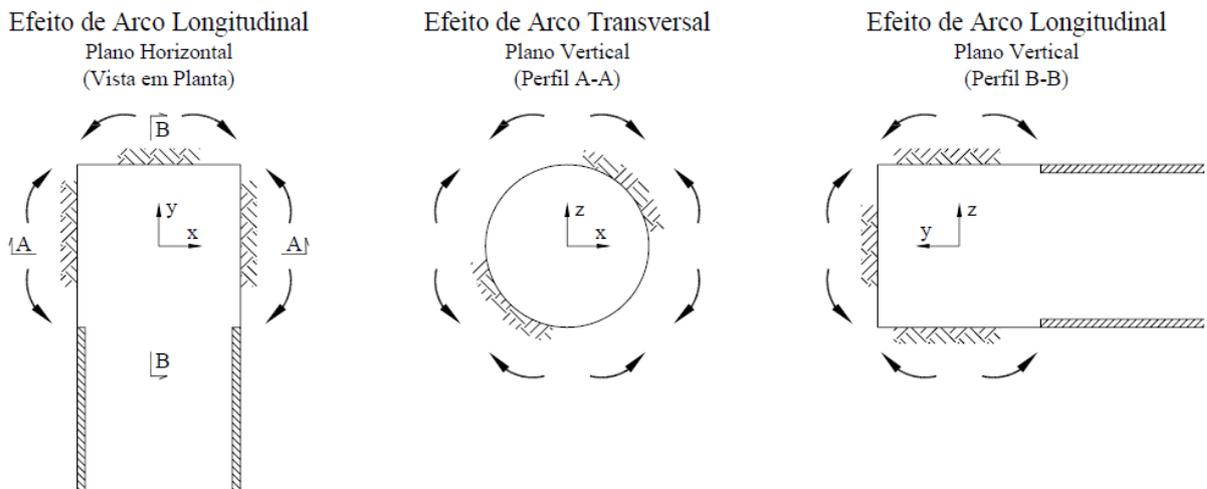


Figura 33 Natureza tridimensional do arqueamento das tensões nas proximidades da frente de um túnel com suporte, a partir de Eisenstein et al. (1984)

2.4.2 TÚNEIS EM MACIÇOS ANISOTRÓPICOS

O maciço pode apresentar diferentes propriedades quando medido em diferentes direções denominadas direções de anisotropia. Neste trabalho são de interesse a anisotropia das propriedades mecânicas expostas no Módulo de Young e coeficientes de Poisson, também a anisotropia das propriedades hidráulicas reveladas na permeabilidade, estudadas em maior detalhe no item 5.2. Considera-se também anisotropia de carregamentos quando os carregamentos aplicados no maciço são de diferentes magnitudes e em diferentes direções.

A distribuição das tensões e deformações ao redor de um furo circular em uma placa infinita ortotrópica (isto é, que os eixos de anisotropia seguem as direções dos eixos tridimensionais) carregada somente em uma direção foi estudada por Green e Taylor (1939) e Green e Taylor (1945). Hefny e Lo (1999) apresentam uma solução analítica para placas elásticas e ortotrópicas carregadas diferentemente em duas direções (isto é variando o valor de K_I).

A relação constitutiva elástica ortotrópica mostra-se na equação (15), no estado plano de deformação as componentes ε_{33} , ε_{23} e ε_{31} são nulos, isto é considerando o eixo y como o eixo vertical, portanto obteve-se o arranjo mostrado na equação (16).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{21}/E_2 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{31}/E_3 & -\nu_{32}/E_3 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$S_{11} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} \quad (17)$$

$$S_{22} = \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{E_1} \quad (18)$$

$$S_{12} = S_{21} = -\frac{\nu_{21}(1+\nu_1)}{E_2} \quad (19)$$

$$S_{33} = \frac{1}{G_{21}} \quad (20)$$

Sendo E_i o módulo elástico de Young no sentido i , ν_{ij} o coeficiente de Poisson para a tensão no sentido i sobre a deformação no sentido j e G_{ij} é o módulo de cisalhamento no plano iOj .

Hefny e Lo (1999) resolveram o problema analítico para um maciço ortotrópico em estado plano, os autores mencionados usaram o princípio de superposição ao descompor os efeitos em i) um maciço sem túnel que representa o estado inicial e ii) os efeitos iniciais produzidos na superfície do túnel, como é ilustrado na Figura 34. A solução analítica é obtida usando duas funções de tensão potenciais de variável complexa que satisfazem as condições de borde como foi mostrado por Green e Zerna (1968). Considerando as tensões aplicadas: horizontal σ_h e vertical σ_v , a solução analítica em tensões tangenciais é dada na expressão (21) e em deslocamentos radiais e tangenciais nas equações (28) e (29) respectivamente.

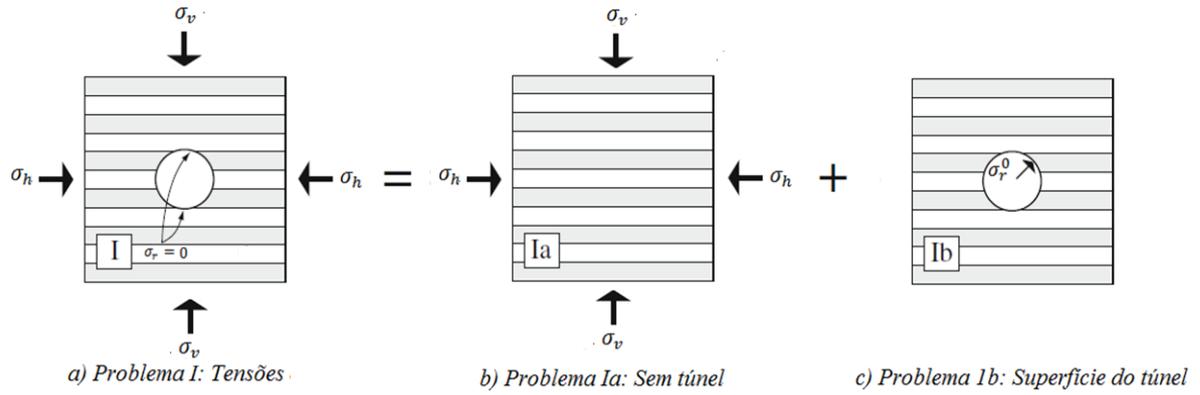


Figura 34 Superposição de efeitos em um maciço ortotrópico

$$\sigma_{\theta} = \frac{2 + 2(\gamma_1 + \gamma_2)^2 - 2\gamma_1^2\gamma_2^2 - 4(\gamma_1 + \gamma_2)\cos(2\theta)}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1\cos(2\theta))(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2\cos(2\theta))} P_0 + \frac{4(\gamma_1 + \gamma_2) - 4(1 + \gamma_1\gamma_2)\cos(2\theta)}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1\cos(2\theta))(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2\cos(2\theta))} Q_0 \quad (21)$$

onde:

$$\alpha_1^2 \alpha_2^2 = \frac{S_{11}}{S_{22}} \quad (22)$$

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = \frac{2S_{12} + S_{33}}{S_{22}} \quad (23)$$

$$\gamma_1 = \frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1 + 1}, \quad |\gamma_1| < 1 \quad (24)$$

$$\gamma_2 = \frac{\alpha_2 - 1}{\alpha_2 + 1}, \quad |\gamma_2| < 1 \quad (25)$$

$$P_0 = \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \quad (26)$$

$$Q_0 = \frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \quad (27)$$

$$u_r(r = R_i) = \frac{R_i}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} \left\{ P_0(\gamma_2\rho_1 - \gamma_1\rho_2) + Q_0(\rho_1 - \rho_2) + [P_0(\gamma_2\delta_1 - \gamma_1\delta_2) + Q_0(\delta_1 - \delta_2)]\cos(2\theta) \right\} \quad (28)$$

$$u_{\theta}(r = R_i) = \frac{R_i}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} \{P_0(\gamma_1\delta_2 - \gamma_2\delta_1) + Q_0(\delta_2 - \delta_1)\sin(2\theta)\} \quad (29)$$

Sendo:

$$\beta_1 = S_{12} - S_{22} \alpha_1^2 \quad (30)$$

$$\beta_2 = S_{12} - S_{22} \alpha_2^2 \quad (31)$$

$$\delta_1 = (1 + \gamma_1)\beta_2 - (1 - \gamma_1)\beta_1 \quad (32)$$

$$\delta_2 = (1 + \gamma_2)\beta_1 - (1 - \gamma_2)\beta_2 \quad (33)$$

$$\rho_1 = (1 + \gamma_1)\beta_2 + (1 - \gamma_1)\beta_1 \quad (34)$$

$$\rho_2 = (1 + \gamma_2)\beta_1 + (1 - \gamma_2)\beta_2 \quad (35)$$

No caso de uma pressão interna σ_i na parede do túnel, as soluções são:

$$\sigma_{\theta} = \frac{2 + 2(\gamma_1 + \gamma_2)^2 - 2\gamma_1^2\gamma_2^2 - 4(\gamma_1 + \gamma_2)\cos(2\theta)}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1\cos(2\theta))(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2\cos(2\theta))} (P_0 - \sigma_i) + \frac{4(\gamma_1 + \gamma_2) - 4(1 + \gamma_1\gamma_2)\cos(2\theta)}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1\cos(2\theta))(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2\cos(2\theta))} Q_0 \quad (36)$$

$$u_r(r = R_i) = \frac{R_i\sigma_i}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} \{(\gamma_1\rho_2 - \gamma_2\rho_1) + (\gamma_1\delta_2 - \gamma_2\delta_1)\cos(2\theta)\} \quad (37)$$

$$u_{\theta}(r = R_i) = \frac{R_i\sigma_i}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} (\gamma_2\delta_1 - \gamma_1\delta_2)\sin(2\theta) \quad (38)$$

Entre as principais conclusões do trabalho de Hefny e Lo (1999) podemos mencionar: 1) O efeito do módulo de Poisson em sentido dos eixos horizontais não influi significativamente nas tensões tangenciais e nos deslocamentos radiais 2) O valor parâmetro adimensionalizado E_1/G_{21} tem resposta altamente sensível nas tensões e deslocamentos 3) O coeficiente de tensão lateral K_l influi nas respostas no campo de tensões 4) O parâmetro adimensionalizado E_1/E_2 influi nas respostas de deslocamentos. Foi verificada a solução analítica com a solução numérica do presente trabalho no ANEXO 1.

2.4.3 MODELAGEM DO TÚNEL

Na modelagem de túneis apresentam-se alternativas segundo o grau de detalhamento e o tipo de cálculo, sendo a análise mais completa aquela que considera o túnel em estado tridimensional. Em túneis profundos é possível aproximar o estado tridimensional por um estado axissimétrico, como é mostrado por Eisentein e Branco (1991) que fazem uma comparação de resultados com medidas experimentais *in situ*.

Pode-se usar também uma análise em estado plano de deformação com a aplicação de uma pressão fictícia no intradorso do túnel, a qual deve ser calibrada mediante um análise tridimensional. Em túneis superficiais não é possível fazer simplificações, devido ao comportamento tridimensional das tensões e deformações, mesma situação acontece na análise de túneis gêmeos com galerias transversais.

Fatores complexos afetam a solução do campo de tensões e deformações do túnel, que podem ser: efeitos tridimensionais, tensões em longo prazo, gradientes de deslocamento, comportamento não linear, resposta do revestimento, interação suporte-macijo-fluido e detalhes construtivos (NAM; BOBET, 2007).

2.4.3.1 MODELAGEM DO PROCESSO DE ESCAVAÇÃO

Durante o processo construtivo, quando a face do túnel está avançando (em túneis com revestimento), o revestimento é usualmente instalado a uma distância limitada da face. Essa distância, chamada de comprimento não suportado d_0 , refere-se ao início de cada ciclo de escavação como é ilustrada na Figura 35 (a). Para um passo de escavação, a face do túnel avança e assume uma nova posição mostrada na Figura 35 (b). A seguir, uma nova seção de suporte é instalada, como mostra a Figura 35 (c), e o ciclo de construção se repete (HANAFY; EMERY, 1980).

Devido a esse passo de escavação na etapa b (Figura 35b) , há uma mudança no campo de tensões, com muito da carga redistribuída transferida para o suporte do túnel já instalado, particularmente para a última seção do suporte instalado. Uma significativa porção da carga também é transferida para o maciço não escavado adiante da face, a qual não é comumente

considerada no projeto. Essa redistribuição da carga causa um padrão de movimentos de massa dentro do maciço (efeitos mostrados na Figura 33).

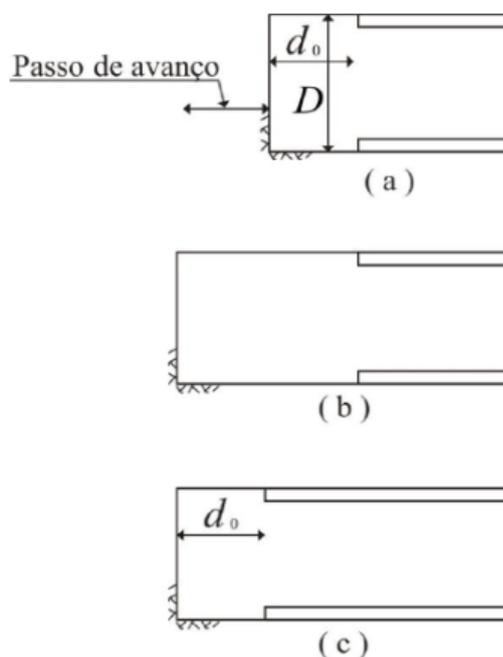


Figura 35 (a) Revestimento colocado a uma distancia d_0 da face de escavação; (b) Avanço da face de escavação; (c) Avanço do revestimento até a distancia d_0 da nova face. (HANAFY; EMERY, 1980, 1982)

Durante a simulação numérica no presente trabalho, o processo de escavação, isto é, a remoção do maciço na parte escavada é feita no contexto de elementos finitos pelo método de desativação de elementos. A desativação consiste em multiplicar a rigidez do maciço natural por um severo fator de redução, (foi assumido um fator de 10^{-8}), também zerou-se as tensões internas nos elementos finitos escolhidos para a escavação. O processo de colocação de revestimento é feito mediante o método de ativação de elementos, isto é a colocação das propriedades do concreto nos elementos finitos correspondentes ao revestimento.

No ANEXO 2, com o propósito de verificar o código computacional desenvolvido, (isto é o processo de escavação e colocação de revestimento) apresenta-se um estudo de uma modelagem tridimensional de um túnel superficial, este túnel tem uma geometria e parâmetros próprios ao metrô de Brasília. Foram comparados os resultados do trabalho de Moraes (1999), do presente código desenvolvido e uma modelagem no programa ANSYS, mostrando boa concordância entres os três resultados.

2.5 ANÁLISES MECÂNICAS DE TÚNEIS EM MACIÇOS POROELÁSTICOS

2.5.1 ESTUDO BIBLIOGRÁFICO

Entre alguns estudos poroelásticos importantes podemos mencionar:

Wood e Fice (1975) estabeleceram uma solução analítica para um túnel revestido em estado plano e material elástico melhorando a solução de Morgan (1961) que não considerou as tensões de cisalhamento entre o revestimento e o maciço. Ambos estudos consideram o efeito do carregamento nas paredes do túnel em forma elíptica. Também consideram o acréscimo das forças de percolação do fluido (em estado estacionário) levando em consideração que o gradiente de poropressão é inversamente proporcional ao comprimento na direção radial, mostrando resultados práticos que servem como uma primeira aproximação do problema.

Carter e Booker (1982) apresentaram uma solução analítica para o campo de deslocamentos, poropressões e tensões ao redor do túnel em estado plano e regime transiente. O maciço foi considerado como um material elástico e a poropressão uma função da deformação volumétrica. As soluções obtidas são evoluções do tempo. Carter e Booker (1983) seguem o trabalho anterior incluindo a lei de Darcy para o fluxo e leis para análise viscoelástica.

Anagnostou (1995) apresenta uma solução numérica considerando o maciço muito rígido, isto é, considerando somente os efeitos do fluido que apresenta uma condição estacionária. Desenvolveu uma análise desacoplada das equações de fluxo (usualmente formuladas com respeito a um sistema coordenado fixo), reformulando as equações em um sistema de referência móvel junto com a face do túnel. Nestas condições a velocidade de escavação é tratada como um parâmetro adicional e as equações são resolvidas usando o método de elementos finitos. O processo de escavação é realizado sem modificar a malha de elementos finitos, considerando que para um novo passo de escavação as poropressões são interpoladas do passo anterior e atualizadas no novo passo de escavação nos nós de análise. No ANEXO 4 apresenta-se resultados comparativos do exemplo desenvolvido em Anagnostou (1995) e no presente trabalho, os resultados mostraram-se coerentes.

Cuvillier et al. (1999) realizaram uma análise numérica para a estabilidade da face de um túnel superficial em um maciço saturado usando o teorema de “upper bound solution” da análise limite. Também Lee e Nam (2004) resolveram as equações de fluxo, usaram a análise limite

para calcular as forças de infiltração que acontecem nas paredes do túnel. Analizaram a relação entre a velocidade de escavação e as forças de percolação, mostrando que estas são fortemente influenciadas pela velocidade de escavação no caso de maciços com permeabilidade baixa.

Bobet (2003) apresentou soluções analíticas e numéricas para um túnel revestido em estado plano de deformação, profundo, considerando o maciço e o revestimento elásticos e o fluxo do fluido em estado estacionário. Foram analisadas as condições do revestimento permeável e impermeável (na interface do revestimento e maciço), concluindo que as tensões no revestimento não apresentam variação com a condição de permeabilidade do revestimento (permeável ou não permeável), porém no maciço estas condições de permeabilidade afetam consideravelmente as tensões e deformações.

Callari (2004) analisou tridimensionalmente um túnel considerando o acoplamento hidráulico completo em um meio poroplástico, para uma velocidade finita de escavação (frente do túnel), e estendeu o conceito de convergência-confinamento para o meio poroplástico. Considerou-se um regime transiente enquanto dura o tempo de escavação.

Anagnostou (2006) apresenta casos de estudo práticos na escavação de túneis, dá ênfase aos mecanismos que governam a estabilidade e deformação, salientando a importância da permeabilidade nestas análises. Explica o processo de cálculo numérico em uma análise poroelástica desacoplada aplicando o método de análise limite, conjuntamente mostra a prioridade de usar as análises acopladas para uma melhor representação da realidade. Também expressa a influência da percolação como um problema importante e as soluções como: drenagem e revestimento, congelamento do solo e injeção de concreto ou enfilagens.

Nam e Bobet (2007) modelaram numericamente um túnel profundo circular não revestido, sob um campo de tensões isotrópicas em dois cenários. No primeiro cenário um túnel em maciço seco foi considerado (não existe o efeito da poropressão), no segundo cenário foi avaliado o túnel embaixo do lençol freático com drenagem nas paredes do túnel e condições de estado estacionário. Comparando estes cenários consegue-se observar o efeito do fluido manifestado na curva de convergência do maciço, isto é, maiores deslocamentos radiais na zona não escavada no caso saturado. Portanto quando acontece a escavação em um maciço saturado, as tensões iniciais no maciço variam devido à escavação e às forças de percolação. O fluxo de percolação segue a direção de onde se remove o material porque a pressão na fronteira da

escavação é, em geral, atmosférica e o maciço ao redor do túnel atua com uma parede drenante. O fluido tem como efeito alterar as deformações, devido à redução da tensão efetiva e a resistência ao corte, estas conclusões foram corroboradas com código computacional do presente trabalho, esta verificação encontra-se no ANEXO 4.

Zangerl et. al., (2008a), estudaram o caso do túnel Gotthard na Suíça. O recalque da superfície associado ao processo de fraturamento do maciço da rocha cristalina é raramente considerado o suficiente grande para ser levado em conta. Entretanto recentes medidas de alta precisão no trajeto do túnel mostraram um assentamento de 12 cm, ao longo de seções que passam por várias centenas de metros embaixo o túnel de Gotthard. A consolidação em longa escala associada à redução da poropressão no maciço devido à drenagem do túnel parece contribuir ao mecanismo. As medidas são comparadas com os resultados de analíticos. Descrevem-se possíveis mecanismos de consolidação devido ao acoplamento hidromecânico baseado em uma teoria poroelástica. Em Zangerl et al. (2008b) uma análise numérica focada nos processos hidromecânicos responsáveis do assentamento foram desenvolvidos com modelos numéricos 2D contínuos e descontínuos (isto é, elementos finitos e distintivos “distinct element”).

Cheng e Yu (2015) mostram uma solução à resposta poroelástica ao redor de um túnel circular profundo, o qual é formulado analiticamente baseado na teoria de consolidação de Biot (1941). A solução proposta considera tensões iniciais anisotrópicas no meio e constituiu uma melhoria para soluções prévias (Carter e Booker, 1982, 1983) com e sem revestimento, porque considera o coeficiente de Biot, a compressibilidade combinada do líquido e a fase sólida no meio poroso e um revestimento de parede delgada. A solução é expressa usando o domínio da transformada de Laplace, e técnicas de inversão numérica para obter resultados no domínio de tempo atual. A nova solução é verificada por comparação com soluções analíticas prévias e numéricas obtidas pelo software COMSOL (COMSOL; 2008). Estudos paramétricos são realizados para determinar a influencia do coeficiente de Biot e a compressibilidade combinada e propriedades do revestimento durante o processo de consolidação.

Guayacan et al. (2017) reportaram os resultados do monitoramento nas galerias experimentais em Meuse/Haute-Marne na França (com diâmetros na faixa de 4 m a 9 m). Mostraram o desenvolvimento de zonas fraturadas induzidas pela escavação, também um campo de pressão de poro anisotrópico com zonas de acentuada sobrepressão. Em zonas paralelas horizontais à maior tensão principal, o estado de tensão é quase isotrópico, a evolução da pressão de poro e

a resposta mecânica são anisotrópicas. Estas observações sugerem que a anisotropia intrínseca ao material desempenha um papel fundamental na resposta do maciço. Uma análise poroelástica acoplada é realizada usando o método de elementos finitos para simular a evolução da poropressão com o processo de escavação levando em consideração a anisotropia do material. Mostrou-se que dependendo da permeabilidade e do grau de anisotropia do maciço, fortes sobrepressões podem ser induzidas durante a escavação. Além disso, observa-se que a distribuição de sobrepressão depende também da orientação da anisotropia.

Prassettyo e Gutierrez (2018) realizaram uma análise poroelástica axissimétrica com acoplamento hidráulico em um meio poroelástico, considerando uma velocidade finita de escavação e propuseram curvas de convergência-confinamento em um material poroelástico.

O presente trabalho está baseado no trabalho de Bruch (2016), na teoria da poroelasticidade de Biot (1941) e Coussy (2004). Estuda-se o processo de escavação em túneis tridimensionais escavados em meios poroelásticos, analisa-se o efeito da velocidade de escavação, da anisotropia e da disposição espacial dos estratos, além de incluir tirantes radiais e frontais mediante o método de homogeneização.

3. ELEMENTOS DA POROMECÂNICA

3.1 BREVE HISTÓRICO

Historicamente duas abordagens são usadas para a modelagem dos materiais porosos:

A primeira é baseada sobre a teoria das misturas (BOWEN, 1982), onde a primeira componente é a fase sólida enquanto as outras fases são os fluidos, (ver também Cowin e Cardoso (2012) e Wilmanski (2003), entre outros). O campo de pesquisa se desenvolveu rapidamente com estudos no regime de deformação finita e modelos não lineares, nas quais as grandes deformações do esqueleto são incorporadas e a porosidade é tratada como uma função da deformação volumétrica do esqueleto sólido (ver Hassanizadeh (1986)).

A segunda abordagem que é seguida no presente trabalho, decorre da teoria macroscópica de Biot (1941, 1956, 1972), que generalizou o modelo de Terzaghi para três dimensões, incorporando à formulação os efeitos de distorção induzidos pelas tensões de cisalhamento no esqueleto poroso. De modo geral, a solução descrita por Biot é idêntica à solução de um problema em elasticidade, ou seja, um problema em poroelasticidade deve obedecer aos critérios de deslocamentos cinematicamente admissíveis e tensões estaticamente admissíveis, isto é uma formulação matemática em poroelasticidade linear isotérmica.

Sendo a poroelasticidade uma vertente da poromecânica, podemos afirmar que o primeiro pesquisador a propor os fundamentos da poroelasticidade foi Terzaghi (1936). Através de sua teoria, para problemas unidimensionais de adensamento de meios porosos elásticos saturados por um único fluido e microscopicamente incompressíveis, ele explicou o mecanismo de transferência de uma carga aplicada para o solo, conjecturando que a pressão hidrostática do fluido intersticial não produzia compactação da matriz porosa. Portanto Terzaghi estabeleceu o pilar central do acoplamento hidromecânico postulando a decomposição da tensão total aplicada sobre a mistura em duas componentes: uma dada pela pressão hidrostática do fluido, também chamada de pressão do poro, e outra parcela de natureza constitutiva governante da deformação da matriz porosa denominada de tensão efetiva, explicando assim o seu adensamento. No entanto, apesar de seu pioneirismo, sua teoria ficou restrita a explicar o adensamento de uma coluna de solo carregada axialmente, sem prever deformações laterais (WILSON, 2008).

Biot e Willis (1957) dão origem ao coeficiente de Biot-Willis que serve para estender o conceito da tensão efetiva de Terzaghi para o caso da matriz compressível, multiplicando a pressão de poro pelo valor do coeficiente de Biot-Willis (pode-se apreciar na expressão (109)). Biot (1955) estendeu sua teoria para o caso geral de anisotropia, considerando o fluido compressível. Biot, (1956) adicionou em sua teoria anisotrópica os efeitos de viscoelasticidade linear na parte sólida do meio, o que a tornou mais geral, levando em consideração fenômenos dissipativos até então desconsiderados.

Coussy (1991 e 1995) apresentou modelos poro-elásticos e poro-plásticos descrevendo o comportamento de materiais porosos saturados com grande enfoque nos processos termodinâmicos envolvidos.

Entretanto, a formulação macroscópica das leis de comportamento dos solos parcialmente saturados ainda não possui unanimidade em seus conceitos gerais, mesmo que grandes avanços tenham sido realizados (DELAGE e GRAHAM, 1995). A aproximação energética pode ajudar a esclarecer os conceitos do modelo poroelástico não saturado. Embora o princípio das tensões efetivas seja bem estabelecido para escoamento monofásico, suas extensões para escoamento multifásico não foram unificadas, seguindo diferentes caminhos que deram origem a diversas formulações e interpretações, em particular para o caso bifásico água-ar. Nesse contexto Bishop (1959) generalizou a forma do princípio das tensões efetivas de Terzaghi postulando a dependência do coeficiente de Biot-Willis com a saturação. Modificações da teoria de Bishop foram sendo gradualmente propostas, destacando-se o trabalho de Fredlund e Morgenstern (1977) os quais consideram a dependência da deformação da matriz porosa em duas variáveis termodinâmicas independentes: a tensão líquida, definida pela diferença entre a tensão total e a pressão do ar, e a pressão capilar. A utilização destas duas variáveis para descrever o estado de tensões efetivas da matriz porosa representou avanço significativo no desenvolvimento de leis constitutivas entre tensão-deformação para meios porosos não saturados (FREDLUND e RAHARDJO (1993) apud WILSON (2008)).

3.2 ELEMENTOS DO COMPORTAMENTO PORO-ELÁSTICO MACROSCÓPICO

O primeiro conceito considerado nos meios porosos é a superposição de vários contínuos que se movem indistintamente, enquanto interatuam mecanicamente e transferem energia e matéria. O segundo conceito é levar as equações físicas que governam a superposição do fluido com o

sólido contínuo, de uma configuração atual a uma configuração inicial de referência, relativas ao esqueleto do sólido. Sequencialmente apresentam-se os princípios de conservação de massa, e a lei de fluxo que são necessários para a caracterização do problema de fluxo do meio poroso.

Os meios porosos são estudados em uma escala macroscópica em que cada ponto do meio é um volume elementar composto por suficiente matéria (sólidos e fluidos) para ser representativo dos fenômenos estudados. A mecânica do contínuo usualmente trata o meio poroso como sendo a superposição no tempo e no espaço de dois domínios ou duas fases (Figura 36): esqueleto (solo) e fluido, ambos contínuos, onde as posições das partículas do esqueleto e do fluido coincidem sobre o mesmo volume infinitesimal geométrico, e em um instante de tempo qualquer (COUSSY, 2004).

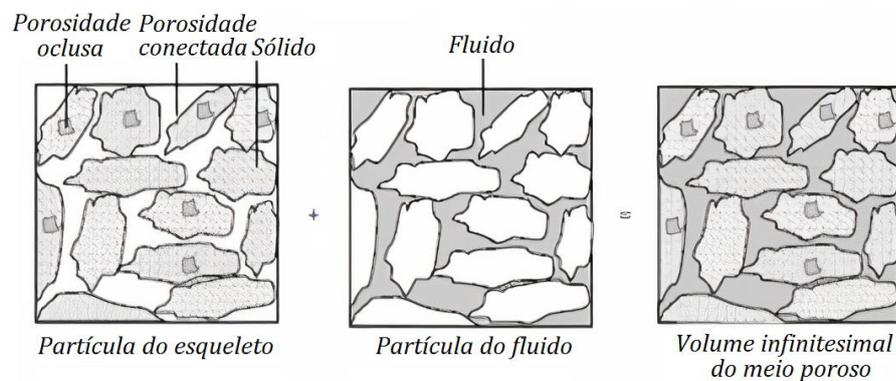


Figura 36 Idealização macroscópica do meio poroso (COUSSY, 2004)

3.2.1 DEFINIÇÕES

A porosidade (Euleriana φ - ou Lagrangiana ϕ) descrita na equação (39), quantifica os vazios conectados que podem ser completamente saturados de fluido. Os poros não conectados são tratados como parte da matriz sólida.

$$\varphi = \frac{d\Omega^P}{d\Omega_t} \quad (39)$$

Sendo $d\Omega^P$ o volume de poros conectados, $d\Omega_t$ o volume total atual da partícula no meio poroso.

Quando um meio poroso de volume Ω_t sofre uma deformação, a porosidade φ não quantifica adequadamente a variação do volume relativo ao volume do material inicial Ω_0 . Assim a mudança no espaço poroso é quantificada melhor pela porosidade Langrangeana ϕ , a qual é a

relação entre o volume de poros atual e o volume inicial Ω_0 . A equação (40), fornece a relação entre ambas porosidades sendo $J = d\Omega_t/d\Omega_0$ o jacobiano da transformação do esqueleto.

$$\phi d\Omega_0 = \varphi d\Omega_t \quad ; \quad \phi = J\varphi \quad (40)$$

A formulação macroscópica das leis de comportamento dos solos saturados deformáveis é baseada em um conceito geral bem estabelecido. No contexto das deformações infinitesimais, a deformação de um solo isotrópico, ε_{ij} , é então governada pelas tensões efetivas $\sigma_{ij} + bp\delta_{ij}$ no esqueleto, σ_{ij} são as tensões totais, p a pressão intersticial e b o coeficiente de Biot. Ele permite a aplicação do modelo clássico da mecânica dos sólidos (elástico, plástico, visco-plástico, etc.) aos solos saturados, utilizando-se o tensor de tensões efetivas. Baseando-se neste princípio podemos desenvolver modelos de comportamento mais específicos adaptando-os a complexidade de cada tipo de solo (areia, argila, etc.) (COUSSY, 2004).

Na teoria poro-elástica o comportamento da fase sólida ou matriz sólida é descrito pelos princípios da elasticidade e o fluido é tratado como um material viscoso, que escoar segundo uma lei de fluxo (Lei de Darcy). O meio poroso é então caracterizado pelas propriedades de deformação de seu esqueleto e pelas características que definem o fluxo no meio, tais como porosidade e permeabilidade.

A lei de conservação de massa é um princípio físico fundamental. Inicialmente adota-se a hipótese de que toda a variação de massa do volume poroso será dada pela variação de massa fluída. A matriz porosa passa a ser considerada deformável e sua variação é descrita em função da porosidade (COUSSY, 2004).

Para a descrição da variação de massa considera-se uma partícula na configuração de referência (Figura 37) de volume $d\Omega_0$ e massa descrita por

$$dM_0 = \Gamma_0 d\Omega_0 \quad (41)$$

Onde:

$$\Gamma_0 = \rho_0^m (1 - \phi_0) + \rho_0^f \phi_0 \quad (42)$$

Sendo Γ_0 a massa específica do meio poroso no estado de referência, e ρ_0^m e ρ_0^f , são as massas específicas da matriz o do fluido respectivamente.

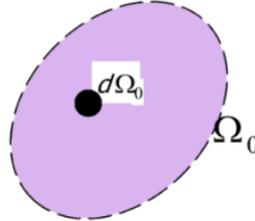


Figura 37 Detalhe configuração de referência

Designando por m à variação de massa fluída por unidade de volume inicial, a massa da partícula do meio poroso no instante t é:

$$dM = (\Gamma_0 + m) d\Omega_0 \quad (43)$$

Não havendo variação de massa da fase sólida chega-se a seguinte igualdade:

$$\rho_0^m(1 - \phi_0)d\Omega_0 = \rho(1 - \phi)d\Omega_t \quad (44)$$

que em pequenas deformações ($J = d\Omega_t/d\Omega_0 \approx 1$) pode ser escrita como:

$$\rho_0^m(1 - \phi_0) = \rho^m(1 - \phi) \quad (45)$$

Sendo ρ_0^m e ρ^m , as massas específicas da matriz no instante inicial e atual respectivamente.

Igualando os dois valores de dM tem-se:

$$(\Gamma_0 + m)d\Omega_0 = \Gamma d\Omega_0 \quad (46)$$

Sendo Γ_0 e Γ a massa específica do meio poroso no estado inicial e no estado atual respectivamente.

Logo a variação da massa fluída, é dada por:

$$m = \Gamma - \Gamma_0 \quad (47)$$

podendo ser reescrita como:

$$m = [\rho^m(1 - \phi) + \rho^f\phi] - [\rho_0^m(1 - \phi_0) + \rho_0^f\phi_0] \quad (48)$$

Considerando que não há variação da massa específica da fase sólida, $\rho_0^m(1-\phi_0) = \rho^m(1-\phi)$, chega-se à equação de conservação da massa fluída por unidade de volume do meio poroso segundo a equação:

$$m = \rho^f \phi - \rho_0^f \phi_0 \quad (49)$$

$$m = m^f - m_0^f \quad (50)$$

Sendo m^f e m_0^f o conteúdo de massa fluída lagrangiana atual e inicial respectivamente.

Para a quantificação da quantidade de massa fluída que atravessa um dado sistema de referência, em um dado intervalo de tempo, define-se inicialmente uma quantidade de massa fluída que pode ser expressa por $J_f da$ - quantidade de massa fluída que atravessa uma superfície de referência de área da e o vetor normal \underline{n} , num intervalo de tempo t a $t + dt$. Com base nesta definição verifica-se que a variação da massa fluída com o tempo pode ser escrita por um vetor fluxo de massa fluída, $\underline{w} = \underline{w}(\underline{x}, t)$ (vetor de fluxo relativo Euleriano), segundo equação (51), Figura 38.

$$J_f da = \underline{w} \cdot \underline{n} da \quad (51)$$

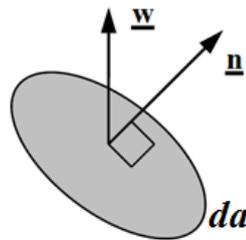


Figura 38 Fluxo de fluido atravessando a superfície de referência

onde o vetor de fluxo w é descrito como:

$$\underline{w}(\underline{x}, t) = \rho^f(\underline{x}, t) \underline{q}_f(\underline{x}, t) \quad (52)$$

Com:

$$\underline{q}_f(\underline{x}, t) = \varphi(\underline{x}, t) (\underline{V}^f - \underline{V}^s) \quad (53)$$

Onde $\underline{q}_f(\underline{x}, t)$ é o vetor velocidade relativa ao fluido em relação ao esqueleto (também denominado velocidade de Darcy), \underline{V}^f e \underline{V}^s são as velocidades de fluido e da matriz sólida respectivamente.

Definido o vetor de massa fluída, a taxa de variação da massa fluída com o tempo pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(m) + \frac{\partial}{\partial x_i}(w_i) = 0 \quad (54)$$

$$\dot{m} + \text{div}(\underline{w}) = 0 \quad (55)$$

3.2.2 EQUAÇÕES DE ESTADO DA POROELASTICIDADE

A termodinâmica considera intercambio material de um sistema com seu meio exterior, sendo $\Psi(t)d\Omega_0$ a densidade lagrangiana de energia total livre material (do esqueleto e do fluido) contido em um volume $d\Omega_t$ (obtida da transformação do volume inicial $d\Omega_0$).

A desigualdade fundamental da termodinâmica (desigualdade de Clausius-Duhem) expressa a positividade da dissipação intrínseca na forma (COUSSY;1991):

$$\Phi = \Phi^s + \Phi^f \geq 0 \quad (56)$$

A dissipação do esqueleto (Φ^s) representa a dissipação relacionada ao esqueleto. Utilizando a equação Lagrangiana de continuidade do fluido, obtida da primeira lei da termodinâmica (conservação de energia), pode-se reescrever Φ^s como:

$$\Phi^s = \underline{\underline{\pi}} : \underline{\underline{\frac{d\Delta}{dt}}} - g^f \frac{dm^f}{dt} - \frac{d\Psi}{dt} \quad (57)$$

onde m^f é o conteúdo de massa fluída lagrangiana e $\underline{\underline{\pi}}$ o tensor de tensões de Piola-Kirchhoff, g^f é a entalpia livre da massa do fluido. Devido ao carácter aditivo da energia, a densidade Lagrangiana de energia livre Ψ^s por unidade de volume é dada por:

$$\Psi^s = \Psi - m^f \psi^f \quad (58)$$

Também:

$$\frac{dm^f}{dt} = \text{div}_x(\underline{M}) \quad (59)$$

A dissipação do fluido Φ^f envolve o gradiente relacionado ao fluido $(\underline{\nabla}_x(g^f))$ e consequentemente o estado de energia das partículas de fluido contíguo à $d\Omega_t$, sendo:

$$\Phi^f = \left[-(\underline{\nabla}_x(g^f)) + (\underline{f} - \underline{\gamma}^f) \cdot \underline{F} \right] \cdot \underline{M} \quad (60)$$

sendo \underline{F} o gradiente de deformação, \underline{f} a densidade média da força de corpo por unidade de massa do meio poroso e $\underline{\gamma}^f$ é a aceleração do fluido.

A dissipação do fluido Φ^f também contabiliza a dissipação viscosa devido ao movimento relativo do fluido em relação ao esqueleto. Ela pode ser expressa de forma mais conveniente sob a forma Euleriana mostrada na expressão (61).

$$\Phi^f = \left(-\underline{\nabla}_x(p) + \rho^f (\underline{f} - \underline{\gamma}^f) \right) \cdot \underline{q}_f \quad (61)$$

Onde $\Phi^f d\Omega_t = \Phi^f d\Omega_0$ e \underline{q}_f é o vetor de percolação.

3.2.2.1 A LEI DE DARCY

A equação (61) da dissipação Φ^f associada ao fluxo viscoso do fluido através de um meio contínuo poroso pode ser reescrita na forma:

$$\Phi^f = \underline{\mathcal{L}} \cdot \underline{q}_f \geq 0 \quad (62)$$

Onde:

$$\underline{q}_f = \varphi(\underline{V}^f - \underline{V}^s) \quad (63)$$

$$\underline{\mathcal{L}} = -\underline{\nabla}_x(p) + \rho^f (\underline{f} - \underline{\gamma}^f) \quad (64)$$

A dissipação Φ^f é o produto do vetor filtração \underline{q}_f pela força $\underline{\mathcal{L}}$ que produz a filtração. A lei que rege a condução de fluidos ou filtração tem, portanto, que relacionar \underline{q}_f para $\underline{\mathcal{L}}$. A sua forma mais simples é a lei de Darcy, que relaciona linearmente o fluxo \underline{q}_f à força $\underline{\mathcal{L}}$. No caso isotrópico, a lei de Darcy resulta em:

$$\underline{q}_f = \underline{k} \underline{\mathcal{L}} \quad (65)$$

$$\varphi(\underline{V}^f - \underline{V}^s) = k \left(-\underline{\nabla}_x(p) + \rho^f (\underline{f} - \underline{\gamma}^f) \right) \quad (66)$$

Onde \underline{k} é a permeabilidade do fluido. Ele deve ser positivo, a fim de assegurar a positividade da dissipação associada ao fluxo de fluido:

$$\Phi^f = \frac{\varphi^2}{\underline{k}} (\underline{V}^f - \underline{V}^s)^2 = \frac{q_f^2}{\underline{k}} \geq 0 \quad (67)$$

A forma mais geral da lei de Darcy é:

$$\underline{q}_f = \varphi(\underline{V}^f - \underline{V}^s) = \underline{k} \cdot \left(-\underline{\nabla}_x(p) + \rho^f (\underline{f} - \underline{\gamma}^f - \underline{a}) \right) \quad (68)$$

Sendo \underline{k} é o tensor de permeabilidade, também denominado condutividade hidráulica e \underline{a} representa o efeito da tortuosidade e p a poropressão no fluido. Para o caso isotrópico $\underline{k} = k \underline{1}$

A lei de Darcy estabelece que, quando desprezados os efeitos gravitacionais, a velocidade de fluxo é função linear do gradiente de pressão, ou seja:

$$\frac{w(\underline{x}, t)}{\rho^f} = \varphi(\underline{V}^f - \underline{V}^s) = \underline{k} \cdot \underline{\nabla}_x p \quad (69)$$

Partindo do pressuposto da lei de Darcy, a equação de conservação de massa pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(m) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho^f \underline{k} \cdot \underline{\nabla}_x p) = 0 \quad (70)$$

E se ρ^f é considerado constante tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{m}{\rho^f} \right) = \underline{k} \cdot \nabla^2 p \quad (71)$$

Que pode ser rescrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Delta \phi) = \underline{k} \cdot \nabla^2 p \quad (72)$$

Também pode se expressar a força de interação macroscópica $f_{int}^{\rightarrow f}$ exercida pelo esqueleto sobre o fluido, com ajuda do teorema dinâmico de momento e as expressões (65) e (66).

$$\underline{f}_{int}^{\rightarrow f} = p \nabla_x \varphi - \frac{\varphi^2}{k} (\underline{V}^f - \underline{V}^s) \quad (73)$$

O primeiro termo, $p \nabla_x \varphi$, leva em consideração o efeito da pressão resultante da variação da seção ao fluxo de fluido; o segundo termo, $-\frac{\varphi^2}{k} (\underline{V}^f - \underline{V}^s)$, leva em conta a resistência viscosa devido à tensão de corte através do arrasto nas paredes internas da rede porosa.

3.2.2.2 POROELASTICIDADE NÃO LINEAR DO ESQUELETO

A dissipação relacionada ao esqueleto elástico é zero (da equação (57)), isto é:

$$\underline{\pi} : d\underline{\Delta} - p d\phi - d\Psi^s = 0 \quad (74)$$

A transformações infinitesimais estabelecem a hipótese $|\underline{\nabla}(\underline{\xi})| \ll 1$. Esta condição depende da intensidade de tensão aplicada quando comparada à rigidez do material e só pode ser verificada a posteriori. De fato, a ordem de grandeza do gradiente de deslocamento $\underline{\nabla} \underline{\xi}$ só pode ser avaliada quando as propriedades dos materiais são conhecidas e o campo de deslocamento $\underline{\xi}$ ter sido derivado para o problema em questão.

Quando a condição de hipótese de transformações infinitesimais é satisfeita, o tensor de deformações de Green-Lagrange $\underline{\underline{\Delta}}$ e o tensor de tensões de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{\pi}}$ podem ser substituídos pelo tensor linearizado de deformações $\underline{\underline{\varepsilon}}$ e pelo tensor de tensões de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$. Então, tem-se:

$$\underline{\underline{\sigma}}: d\underline{\underline{\varepsilon}} - p d\phi - d\Psi^s = 0 \quad (75)$$

Alternativamente, pode se definir o potencial G^s , definido como:

$$G^s = \Psi^s - p\phi \quad (76)$$

Substituindo a equação (76) na equação (75) resulta:

$$\underline{\underline{\sigma}}: d\underline{\underline{\varepsilon}} - \phi dp - dG^s = 0 \quad (77)$$

Da equação (77), finalmente deriva-se as equações de estado na forma:

$$G^s = G^s(\underline{\underline{\varepsilon}}, p) \quad (78)$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial G^s}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (79)$$

$$\phi = -\frac{\partial G^s}{\partial p} \quad (80)$$

Para as equações anteriores pode-se observar as relações de simetria de Maxwell:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} = \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (81)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial p} = -\frac{\partial \phi}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (82)$$

Sendo σ e $\underline{\underline{s}}$ a tensão hidrostática e o tensor desviador do tensor de tensões, e sendo ε e $\underline{\underline{e}}$ a dilatação volumétrica e o tensor desviador do tensor de deformações, tem-se:

$$\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii} = \frac{1}{3} tr(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (83)$$

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \sigma \underline{\underline{1}} \quad (84)$$

$$\epsilon = \epsilon_{ii} = tr(\underline{\underline{\epsilon}}) \quad (85)$$

$$\underline{\underline{e}} = \underline{\underline{\epsilon}} - \frac{1}{3} \epsilon \underline{\underline{1}} \quad (86)$$

O que permite reescrever a equação (77), na forma:

$$\sigma d\epsilon + \underline{\underline{s}}: d\underline{\underline{e}} - \phi dp - dG^s = 0 \quad (87)$$

Então, (78), (79) e (80) podem ser reescritas de forma equivalente como:

$$G^s = G^s(\epsilon, \underline{\underline{e}}, p) \quad (88)$$

$$\sigma = \frac{\partial G^s}{\partial \epsilon} \quad (89)$$

$$\underline{\underline{s}} = \frac{\partial G^s}{\partial \underline{\underline{e}}} \quad (90)$$

$$\phi = -\frac{\partial G^s}{\partial p} \quad (91)$$

3.2.2.3 PROPRIEDADES POROELÁSTICAS TANGENTES

Diferenciando as equações de estado, (78), (79) e (80) e considerando as relações de simetria de Maxwell, (81) e (82), tem-se:

$$d\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}: d\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{b}} dp \quad (92)$$

$$d\phi = \underline{\underline{b}}: \underline{\underline{\epsilon}} + \frac{dp}{N} \quad (93)$$

As quantidades $\underline{\underline{C}}$, $\underline{\underline{b}}$ e $1/N$, representam as propriedades poroelásticas tangentes e são funções das variáveis de estado $\underline{\underline{\epsilon}}$, p e devem satisfazer as relações que expressam a integrabilidade de (92) a (93).

As relações que expressam a integrabilidade de (92) e (93).são:

$$\frac{\partial C_{ijkl}}{\partial \varepsilon_{mn}} = \frac{\partial C_{ijmn}}{\partial \varepsilon_{kl}} \quad (94)$$

$$\frac{\partial C_{ijkl}}{\partial p} = -\frac{\partial b_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} \quad (95)$$

Se $dp = 0$ (isto é, se não existe o efeito da poro-pressão) nas equações (92) e (93) obtém-se a formulação da elasticidade, com as seguintes propriedades:

$C_{ijkl} = \partial^2 G^s / \partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}$ é o $ijkl$ ésimo componente do tensor constitutivo elástico tangente do esqueleto. Devido às relações de simetria de Maxwell e as condições de simetria $\underline{\underline{\sigma}} = {}^t \underline{\underline{\sigma}}$ e $\underline{\underline{\varepsilon}} = {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}$, o tensor constitutivo do esqueleto $\underline{\underline{\underline{C}}}$ admite as seguintes simetrias:

$$C_{ijkl} = C_{klij}; \quad C_{ijkl} = C_{ijlk}; \quad C_{ijkl} = C_{jikl}; \quad (96)$$

O que reduz os 81 componentes de $\underline{\underline{\underline{C}}}$ à 21 componentes independentes.

Com respeito à elasticidade, a poroelasticidade inclui a equação de estado incremental (93) relacionada à mudança de porosidade envolvendo novas propriedades poroelásticas:

$b_{ij} = -\partial^2 G^s / \partial \varepsilon_{ij} \partial p$ é o ij ésimo componente do tensor de tensões de Biot, com a simetria $b_{ij} = b_{ji}$. Ele relaciona de forma linear a mudança da porosidade com a deformação. Devido às relações de simetria de Maxwell, $-b_{ij}$ também relaciona de forma linear o incremento de tensões ao incremento de pressão em uma evolução a deformações constantes ($d\varepsilon_{ij} = 0$).

$1/N = -\partial^2 G^s / \partial p^2$ é o inverso do módulo tangente de Biot, que relaciona a variação de pressão dp à variação de porosidade $d\phi$ em uma evolução à deformações e temperaturas constantes ($d\varepsilon_{ij} = 0$).

3.2.2.4 MATRIZ IMCOMPRESSÍVEL E TENSÃO EFETIVA

Sendo a dilatação volumétrica ϵ , obtida de um balanço de volume:

$$\epsilon = (1 - \phi_0)\epsilon_s + \phi - \phi_0 \quad (97)$$

Na ausência de porosidade oclusa, os grãos sólidos que formam a matriz sofrem uma mudança negligenciável de volume, fazendo a hipótese de uma matriz incompressível ($\epsilon_s = 0$) a expressão (97) vira na expressão (98), derivando a expressão (98) resulta em (99).

$$\epsilon = \phi - \phi_0 \quad (98)$$

$$d\epsilon = d\phi \quad (99)$$

Reduzindo a equação (93) a uma condição de incompressibilidade (99), quaisquer que sejam os valores dos incrementos dp , resultam em:

$$\underline{\underline{b}} = \underline{\underline{1}} \quad (100)$$

$$\frac{1}{N} = 0 \quad (101)$$

3.2.3.5 ESQUELETO POROELÁSTICO LINEAR

As funções de energia podem depender unicamente do tensor desviador do tensor de deformações $\underline{\underline{e}}$ e o primeiro invariante do tensor de deformações $\epsilon = tr(\underline{\underline{\epsilon}})$. Deste modo a poroelasticidade linear consiste em escolher uma expressão quadrática para a função de energia G^s (levando em consideração a expressão (78)), dada a seguir:

$$G^s = \sigma_0 \epsilon + s_{0ij} e_{ji} - \phi_0 p + \frac{1}{2} K \epsilon^2 - b(p - p_0) \epsilon - \frac{1}{2} \frac{(p - p_0)^2}{N} + G e_{ij} e_{ji} \quad (102)$$

Então as equações de estado para o caso isotrópico são derivadas de (88) à (91) e (102) na forma:

$$\sigma - \sigma_0 = K \epsilon - b(p - p_0) \quad (103)$$

$$\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{s}}_0 = 2G \underline{\underline{e}} \quad (104)$$

$$\phi - \phi_0 = b \epsilon + \frac{(p - p_0)}{N} \quad (105)$$

Onde K e G são, respectivamente, o módulo de compressão e o módulo de cisalhamento. As equações (103) e (104) podem ser condensadas como:

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0 = \left(K - \frac{2}{3}G\right)\underline{\underline{\epsilon}}\underline{\underline{1}} + 2G\underline{\underline{\epsilon}} - b(p - p_0)\underline{\underline{1}} \quad (106)$$

A equação constitutiva (106) pode ser escrita de forma mais conveniente considerando os coeficientes de Lamé, que são $\lambda = \left(K - \frac{2}{3}G\right)$ e G .

O coeficiente b é o coeficiente de Biot. De acordo com (105), ele quantifica a parte $b\epsilon$ da deformação volumétrica, sendo ϵ causada pela mudança da porosidade, quando a pressão é mantida constante ($dp = 0$). No contexto da poroelasticidade linear, o coeficiente de Biot permite estender a tensão efetiva de Terzaghi para o caso de uma matriz compressível. A equação (103) pode ser reescrita na forma:

$$\sigma'' - \sigma_0'' = K\epsilon \quad (107)$$

E a equação (106) pode ser invertida na forma:

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1 + \nu}{E}(\underline{\underline{\sigma}}'' - \underline{\underline{\sigma}}_0'') - \frac{\nu}{E}(tr(\underline{\underline{\sigma}}'') - tr(\underline{\underline{\sigma}}_0'')) \quad (108)$$

Onde $\underline{\underline{\sigma}}''$ denota o tensor de tensões efetivas de Biot, definido por:

$$\underline{\underline{\sigma}}'' = \underline{\underline{\sigma}} + bp\underline{\underline{1}} \quad (109)$$

$$\sigma'' = \frac{1}{3}tr(\underline{\underline{\sigma}}'') \quad (110)$$

3.2.3.6 POROELASTICIDADE LINEAR ISOTRÓPICA

A abordagem poroelástica para descrição dos deslocamentos pode, como em elasticidade, adotar os critérios de deformações lineares (pequenas perturbações) ou não lineares (grandes deformações). Na poroelasticidade linear as deformações da fase sólida devem ser suficientemente pequenas de modo a respeitar a hipótese de pequenas perturbações. Estas hipóteses garantem a linearidade do problema e são as seguintes (COUSSY, 2004):

- A hipótese de transformações infinitesimais:

$$\left| \underline{\underline{\nabla}}(\underline{\underline{\xi}}) \right| \ll 1 \quad (111)$$

Sob esta hipótese as aproximações Lagrangianas e Eulerianas coincidem na primeira ordem de aproximação. Em particular o tensor linearizado de deformação $\underline{\underline{\varepsilon}}$ pode ser substituído pelo tensor de deformação de Lagrange $\underline{\underline{\Delta}}$. As transformações do esqueleto permanecem infinitesimais.

- A hipótese de pequenos deslocamentos, para as partículas do esqueleto:

$$\left| \underline{\underline{\xi}}/L \right| \ll 1 \quad (112)$$

Sendo L o comprimento de escala das dimensões da estrutura porosa. A hipótese de pequenos deslocamentos permite relacionar a configuração inicial e a configuração atual referido ao argumento de espaço de um campo desconhecido. Isto é equivalente a escrever em algum campo desconhecido f como uma função de localização inicial \underline{X} ou da localização atual da partícula do esqueleto \underline{x} , isto é $\underline{X} \cong \underline{x}$, $f(\underline{X}) \cong f(\underline{x})$. Pode-se notar que: $\Omega \equiv \Omega_0 \equiv \Omega_t$, e também na borda $\partial\Omega \equiv \partial\Omega_0 \equiv \partial\Omega_t$. Os deslocamentos são pequenos em relação à dimensão característica da estrutura.

- A hipótese das pequenas variações da porosidade Lagrangeana é:

$$\left| \frac{\phi - \phi_0}{\phi_0} \right| \ll 1 \quad (113)$$

- A hipótese das pequenas variações na densidade de massa fluída é:

$$\left| \frac{\rho^f - \rho_0^f}{\rho_0^f} \right| \ll 1 \quad (114)$$

Esta hipótese permite substituir ρ^f por ρ_0^f onde seja necessário.

Adotando a hipótese das pequenas perturbações e fazendo as forças de corpo \underline{f} serem as forças de gravidade \underline{g} , o balanço de momentum é:

$$\text{em } \Omega: \underline{\text{div}}(\underline{\sigma}) + \rho \underline{g} = \underline{0} \quad (115)$$

Onde $\rho = \rho_0^s(1 - \phi_0) + \rho_0^f \phi_0$. Na verdade, a densidade de massa global inicial é $\rho_0 = \rho_0^s(1 - \phi_0) + \rho_0^f \phi_0$, enquanto a densidade de massa global atual por unidade volume inicial $d\Omega_0$ é $\rho = \rho_0^s(1 - \phi) + \rho^f \phi$. As premissas (113) e (114) permitem utilizar $\rho = \rho_0$.

No limite quase-estático, a lei de Darcy (66) requer:

$$\underline{q}_f = \frac{\underline{w}}{\rho_0^f} = k \left(-\underline{\nabla}(p) + \rho_0^f \underline{g} \right) \quad (116)$$

Além disso, no limite das pequenas perturbações, a equação de continuidade do fluido torna-se:

$$\frac{\partial m^f}{\partial t} + \text{div}(\underline{w}) = 0 \quad (117)$$

Substituindo a lei de Darcy na equação de continuidade do fluido, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{m^f}{\rho_0^f} \right) = k \text{div} \left(\underline{\nabla}(p) \right) \quad (118)$$

Onde a densidade de massa fluída inicial ρ_0^f é assumida como uniforme.

Com exceção de aplicações especiais como injeção de fluido ou aplicação de cargas concentradas, a pressão do fluido é uma função regular do espaço e $\text{div} \left(\underline{\nabla}(p) \right)$ permanece

finito em todos os lugares. A equação (118) mostra então que a derivada $\frac{\partial m^f}{\partial t}$ deve continuar

também finita, de modo que o conteúdo de massa fluída não pode sofrer descontinuidades em relação ao tempo. De fato, as forças viscosas resistentes associadas ao fluido impedem quaisquer deslocamento instantâneo. O resultado é que, independentemente de equações constitutivas específicas, a resposta instantânea do meio poroso para qualquer carga externa é não drenada. Tem-se:

$$m^f(t = 0^+) = m_0^f \quad (119)$$

3.2.3.6.1 Equações de campo e condições de contorno

A linearização completa requer que as equações constitutivas dos materiais sejam lineares e, para isso, adicionam-se duas hipóteses:

- A hipótese da poroelasticidade linear do esqueleto. Com tensões e pressão do fluido iniciais iguais a zero, tem-se:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \left(K - \frac{2}{3} G \right) \underline{\underline{\epsilon}} + 2G \underline{\underline{\epsilon}} - b p \underline{\underline{1}} \quad (120)$$

Para o caso geral com tensões iniciais $\underline{\underline{\sigma}}_0$ e comportamento anisotrópico tem-se:

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0 = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{b}}(p - p_0) \quad (121)$$

- A hipótese do comportamento linear do fluido, que consiste em considerar o módulo tangente de compressão K^f constante.

Deve-se notar que a hipótese de pequenas perturbações e a hipótese de um comportamento linear para os constituintes não são verdadeiramente independentes. Por exemplo, há sempre certa gama de deformação e pressão, tais como as equações constitutivas de um esqueleto poroelástico, que pode ser linearizado na forma (120). Da mesma forma, há sempre um intervalo de variação para a densidade de massa fluída, isto é $(\rho^f - \rho_0^f)/\rho_0^f$ de tal modo que K^f pode ser considerado como praticamente constante. No entanto, a validade desses intervalos depende do esqueleto e do fluido que formam o material poroso. Por exemplo, esse intervalo não será o mesmo para um líquido e para um gás. Além disso, o intervalo de validade da hipótese de pequenas variações de qualquer quantidade pode, eventualmente, ser comprovada a posteriori, apenas quando a solução linear for derivada para o problema.

O parâmetro b (equação(122)), coeficiente de Biot para o meio isótropo, relaciona a compressibilidade K com a compressibilidade do grão constituinte K_s .

$$b = 1 - \frac{K}{K_s} \quad (122)$$

Tendo-se uma estimativa de K_s , o parâmetro b pode ser obtido através de K medido em ensaios de compressão, onde uma amostra de solo é submetida a uma deformação ϵ em condições

drenadas ($p = p_0$). Sob estas condições o coeficiente de Biot pode ser entendido como o parâmetro que fornece a fração da variação volumétrica, que se traduz na variação do volume poroso. O parâmetro b é considerado unitário quando o grão constituinte é incompressível $K_s \gg K$.

Desenvolvendo e substituindo (120) em (115), deriva-se:

$$\left(K + \frac{4}{3}\mu\right)\underline{\nabla}\left(\text{div}(\underline{\xi})\right) - G\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{\xi}) - b\underline{\nabla}(p) + \rho\underline{g} = \underline{0} \quad (123)$$

Denominada a equação de Navier. Sob o pressuposto de pequenas perturbações isotérmicas e pressão inicial do fluido igual à zero, é possível expressar a equação (105) na forma:

$$v^f = b\varepsilon + \frac{p}{M} \quad (124)$$

Onde $v^f d\Omega$ é a variação atual no conteúdo de massa fluída, isto é:

$$v^f = \frac{m^f - m_0^f}{\rho_0^f} = \frac{m}{\rho_0^f} \quad (125)$$

No caso geral com poropressões iniciais p_0 e comportamento anisotrópico as equações (124) e (125), podem ser escritas pela equação (126).

$$\phi - \phi_0 = \underline{b} : \underline{\varepsilon} + \frac{(p - p_0)}{N} \quad (126)$$

Sendo M é o módulo de Biot definido em (127), que visa representar a variação da poropressão em função da variação da massa fluída.

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{N} + \frac{\phi_0}{K^f} \quad \text{com} \quad \frac{1}{N} = \frac{b - \phi_0}{K^f} \quad (127)$$

Sendo K^f o módulo de compressão tangente do fluido e ϕ_0 a porosidade Lagrangeana inicial. O módulo M pode ser obtido em ensaios onde as deformações da amostra são impedidas ($\varepsilon = 0$), enquanto é fornecida massa fluída por unidade de volume do material poroso $\Delta\phi$. Neste caso particular a relação da variação de poropressão *versus* variação de massa fluída é descrita pela equação (128).

$$\Delta p = M \Delta \phi \quad (128)$$

A substituição de (124) em (118) fornece:

$$b \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} = k \operatorname{div}(\underline{\nabla}(p)) \quad (129)$$

Essa equação governa a difusão do fluido através do meio poroso. De acordo com (119), (124) e (125), a resposta não-drenada instantânea pode ser expressa na forma:

$$\epsilon(t = 0^+) = -\frac{1}{bM} p(t = 0^+) \quad (130)$$

As equações de campo (123) e (129) devem ser completadas pelas condições de contorno da estrutura porosa $\partial\Omega$:

- As condições mecânicas dizem respeito tanto ao campo de deslocamentos quanto ao vetor de tensões, tem-se:

$$\text{em } \partial_T \Omega: \sigma_{ij} n_j = T_i^d; \text{ em } \partial_\xi \Omega: \xi_k = \xi_k^d; (i \neq j, \partial\Omega = \partial_T \Omega \cup \partial_\xi \Omega, \partial_T \Omega \cap \partial_\xi \Omega = \emptyset) \quad (131)$$

- As condições hidráulicas dizem respeito tanto à pressão do fluido quanto ao fluxo de massa fluída. Tem-se:

$$\text{em } \partial_p \Omega: p = p^d; \text{ em } \partial_w \Omega: \underline{w} \cdot \underline{n} = M^d; (\partial\Omega = \partial_p \Omega \cup \partial_w \Omega, \partial_p \Omega \cap \partial_w \Omega = \emptyset) \quad (132)$$

Onde T_i^d , ξ_k^d , p^d e v^d , representam as componentes, respectivamente, do vetor de tensões e do vetor de deslocamentos, da pressão do fluido e da quantidade de massa do fluido, todas elas impostas sobre uma parte específica do contorno $\partial\Omega$ do domínio poroso.

Em relação às propriedades tangentes do material poroso, as propriedades do esqueleto K , α e μ são propriedades “drenadas”, isto é, as propriedades que podem ser medidas em testes em que a pressão do fluido é mantida constante ($dp = 0$). No caso de um esqueleto linear, as propriedades tangentes drenadas K , G e b são constantes.

Alternativamente poderiam se usar valores não drenados, substituindo (125) em (121), obtemos a seguinte expressão:

$$d\underline{\underline{\underline{\sigma}}} = (\underline{\underline{\underline{C}}} + M\underline{\underline{\underline{b}}}\otimes\underline{\underline{\underline{b}}}) : d\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} - \underline{\underline{\underline{b}}}M \frac{dm^f}{\rho^f} \quad (133)$$

Sendo que na condição não drenada, as propriedades tangentes do material poroso, são medidas em ensaios onde não há variação do conteúdo de massa fluida ($dm^f = 0$), podendo se usar a matriz de rigidez $\underline{\underline{\underline{C}}}_u$ como matriz com valores não drenados (o índice u refere-se à condição não drenada das propriedades tangentes do material poroso).

Onde:

$$\underline{\underline{\underline{C}}}_u = \underline{\underline{\underline{C}}} + M\underline{\underline{\underline{b}}}\otimes\underline{\underline{\underline{b}}} \quad (134)$$

Para um esqueleto poroelástico isotrópico linear, tem-se:

$$d\sigma = K_u d\varepsilon - b M \frac{dm^f}{\rho^f} \quad (135)$$

$$d\underline{\underline{\underline{s}}} = 2Gd\underline{\underline{\underline{e}}} \quad (136)$$

Onde K_u é o módulo de compressão não-drenado, dado por:

$$K_u = K + b^2 M \quad (137)$$

$$G_u = G \quad (138)$$

As equações constitutivas (135) e (136) podem ser invertidas e fornecem:

$$d\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} = \frac{1 + \nu_u}{E_u} d\underline{\underline{\underline{\sigma}}} - \frac{\nu_u}{E_u} \text{tr}(\underline{\underline{\underline{\sigma}}}) \underline{\underline{\underline{1}}} + \frac{1}{3} B \frac{dm^f}{\rho^f} \underline{\underline{\underline{1}}} \quad (139)$$

Onde E_u e ν_u representam o módulo de Young não-drenado e o coeficiente de Poisson não-drenado, respectivamente, enquanto que B é o coeficiente de Skempton, dado por:

$$B = \frac{bM}{K_u} \quad (140)$$

3.2.3.6.2 Equação de difusão

Recorda-se que $\text{div}(\underline{\underline{\underline{\xi}}}) = \varepsilon$ e aplicando o operador divergência $\text{div}(\)$ em (123), deriva-se:

$$\left(K + \frac{4}{3}G\right) \operatorname{div}(\underline{\nabla}(\epsilon)) - b \operatorname{div}(\underline{\nabla}(p)) = \underline{0} \quad (141)$$

Essa equação relaciona a dilatação volumétrica ϵ à pressão p e é conhecida como a equação da dilatação. Além disso, a aplicação do operador Laplaciano $\operatorname{div}(\underline{\nabla}(\))$ em (124) fornece:

$$\operatorname{div}(\underline{\nabla}(v^f)) = b \operatorname{div}(\underline{\nabla}(\epsilon)) + \frac{1}{M} \operatorname{div}(\underline{\nabla}(p)) \quad (142)$$

Com $K_u = K + b^2M$, (118), (141) e (142) pode-se estabelecer a equação de difusão:

$$\frac{\partial v^f}{\partial t} = c^f \operatorname{div}(\underline{\nabla}(v^f)) \quad (143)$$

Onde c^f é o coeficiente de difusividade do fluido:

$$c^f = k M \frac{K + \frac{4}{3}G}{K_u + \frac{4}{3}G} \quad (144)$$

Onde $K + \frac{4}{3}G$ e $K_u + \frac{4}{3}G$ são, respectivamente, os módulos oedométricos drenados e não-drenados.

É interessante notar que, qualquer que seja o problema considerado, a mesma equação de difusão desacoplada (143) governa a evolução do conteúdo fluido. Em contraste, a equação de difusão (129) que governa a pressão do fluido permanece geralmente acoplada, devido à presença do termo $\partial\epsilon/\partial t$. No entanto, há um caso de especial interesse em que a equação de difusão para a pressão de fluido p torna-se desacoplada. Este é o caso onde o deslocamento é irrotacional. De fato, quando $\underline{\nabla} \times \underline{\xi} = 0$ em (123), tem-se:

$$\epsilon = \frac{b}{K + \frac{4}{3}G} p + f(t) \quad (145)$$

Onde $f(t)$ é uma função de integração e onde, por questão de simplicidade, não se consideraram as forças de gravidade. Quando a extensão do domínio é infinita, tanto ϵ e p devem desaparecer no infinito e a função de integração $f(t)$ passa a ser zero, de modo que:

$$\epsilon = \frac{b}{K + \frac{4}{3}G} p \quad (146)$$

Substituindo (143) em (124), tem-se:

$$p = M \frac{K + \frac{4}{3}G}{K_u + \frac{4}{3}G} v_f \quad (147)$$

$$\epsilon = \frac{bM}{K_u + \frac{4}{3}G} v_f \quad (148)$$

Utilizando (147) em (143) , obtém-se a equação de difusão com pressão desacoplada:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c^f \operatorname{div}(\underline{\nabla}(p)) \quad (149)$$

Estes conceitos foram validados analítica e computacionalmente no estudo da consolidação de uma camada de solo poroelástico, cuja solução é dada no ANEXO I.

3.2.3.7 POROELASTICIDADE ANISOTRÓPICA

O material anisotrópico geral é denominado material triclínico, isto é, que possui 21 constantes elásticas independentes, embora que alguns materiais apresentam simetrias, as quais reduzem o número de constantes elásticas independentes, como é mostrado a seguir:

3.2.3.7.1 Material monoclínico

Se através de cada ponto dentro de um corpo há um plano de simetria que divide o meio em lados equivalentes entre si em relação às propriedades elásticas, o plano é dito que é um plano de simetria elástica do material.

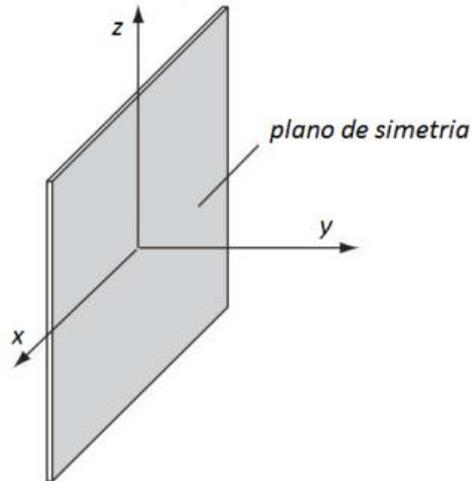


Figura 39 Plano de simetria de um material monoclinico

A matriz de rigidez tem os seguintes elementos, como mostrada na equação (150)

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (150)$$

3.2.3.7.2 Material poroelástico ortotrópico

Um material ortótropo admite três planos de simetria material, ortogonais entre si, como é mostrado na Figura 40. Adota-se uma base ortonormal formado pelos vetores unitários \underline{e}_1 , \underline{e}_2 e \underline{e}_3 paralelas às três linhas de interseção entre o conjunto dos três planos de simetria material. Sendo que as equações constitutivas de um material ortotrópico devem ser independentes de quaisquer mudanças de orientação dos vetores \underline{e}_i , o número de constantes independentes elásticas são reduzidas a 9, em poroelasticidade linear estas equações são escritas nas expressões (151) à (157).

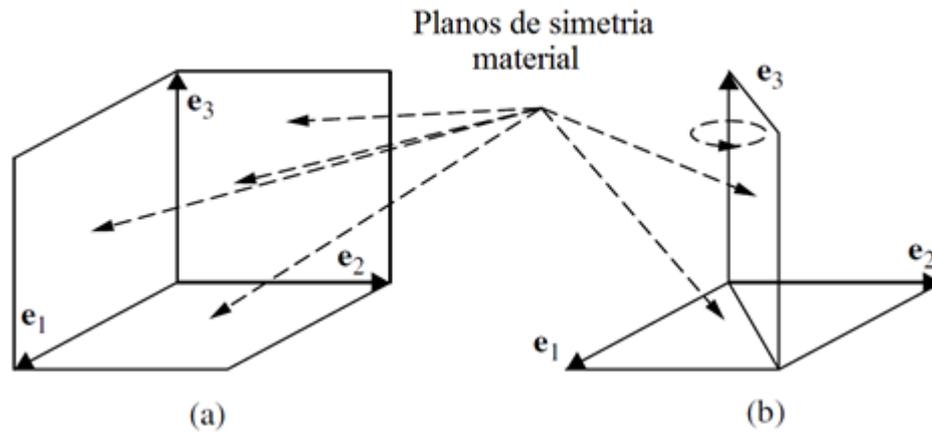


Figura 40 Tipos de anisotropia dos materiais a) Material ortotrópico b) Material isotrópico transversal ou ortotrópico axissimétrico

$$\sigma_{11} - \sigma_{11}^0 = c_{11}\varepsilon_{11} + c_{12}\varepsilon_{22} + c_{13}\varepsilon_{33} - b_1(p - p_0) \quad (151)$$

$$\sigma_{22} - \sigma_{22}^0 = c_{12}\varepsilon_{11} + c_{22}\varepsilon_{22} + c_{23}\varepsilon_{33} - b_2(p - p_0) \quad (152)$$

$$\sigma_{33} - \sigma_{33}^0 = c_{13}\varepsilon_{11} + c_{23}\varepsilon_{22} + c_{33}\varepsilon_{33} - b_3(p - p_0) \quad (153)$$

$$\sigma_{12} - \sigma_{12}^0 = c_{66}\varepsilon_{12} \quad (154)$$

$$\sigma_{13} - \sigma_{13}^0 = c_{55}\varepsilon_{13} \quad (155)$$

$$\sigma_{23} - \sigma_{23}^0 = c_{44}\varepsilon_{23} \quad (156)$$

$$\phi - \phi_0 = b_1\varepsilon_{11} + b_2\varepsilon_{22} + b_3\varepsilon_{33} + \frac{p - p_0}{N} \quad (157)$$

Por analogia ao caso isotrópico, pode-se inverter as expressões na forma:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E_1}(\sigma_{11}'' - \sigma_{11}''^0) - \frac{\nu_{21}}{E_2}(\sigma_{22}'' - \sigma_{22}''^0) - \frac{\nu_{31}}{E_3}(\sigma_{33}'' - \sigma_{33}''^0) \quad (158)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E_2}(\sigma_{22}'' - \sigma_{22}''^0) - \frac{\nu_{13}}{E_1}(\sigma_{11}'' - \sigma_{11}''^0) - \frac{\nu_{32}}{E_3}(\sigma_{33}'' - \sigma_{33}''^0) \quad (159)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{E_3}(\sigma_{33}'' - \sigma_{33}''^0) - \frac{\nu_{13}}{E_1}(\sigma_{11}'' - \sigma_{11}''^0) - \frac{\nu_{23}}{E_2}(\sigma_{22}'' - \sigma_{22}''^0) \quad (160)$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2G_{12}}(\sigma_{12}'' - \sigma_{12}''^0) \quad (161)$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{2G_{13}} (\sigma''_{13} - \sigma''_{13}{}^0) \quad (162)$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1}{2G_{23}} (\sigma''_{23} - \sigma''_{23}{}^0) \quad (163)$$

Sendo σ''_{ij} a tensão efetiva de Biot, expressada como:

$$\sigma''_{ij} = \sigma_{ij} + b_i p \delta_{ij} \quad (164)$$

Onde E_i e ν_{ij} são os módulos de Young do esqueleto e os coeficientes de Poisson, que satisfazem a condição:

$$\nu_{ij} E_j = E_i \nu_{ji} \quad (165)$$

Assim a matriz de flexibilidade é dada na expressão (176) e a matriz de rigidez na expressão (177).

$$S = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{21}/E_2 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{31}/E_3 & -\nu_{32}/E_3 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} \end{bmatrix} \quad (166)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{31} \end{bmatrix} \quad (167)$$

Sendo:

$$C_{11} = \frac{E_1 E_2 (E_3 - E_2 \nu_{32}^2)}{A} \quad (168)$$

$$C_{22} = \frac{E_2^2 (E_3 - E_1 \nu_{31}^2)}{A} \quad (169)$$

$$C_{33} = \frac{E_3^2 (E_2 - E_1 \nu_{21}^2)}{A} \quad (170)$$

$$C_{12} = \frac{E_1 E_2 (E_3 \nu_{21} + E_2 \nu_{31} \nu_{32})}{A} \quad (171)$$

$$C_{13} = \frac{E_1 E_2 E_3 (\nu_{31} + \nu_{21} \nu_{32})}{A} \quad (172)$$

$$C_{23} = \frac{E_2 E_3 (E_1 \nu_{21} \nu_{31} + E_2 \nu_{32})}{A} \quad (173)$$

Com

$$A = E_2 E_3 - E_1 E_2 \nu_{21}^2 - E_1 E_2 \nu_{31}^2 - E_2^2 \nu_{32}^2 - 2E_1 E_2 \nu_{21} \nu_{31} \nu_{32} \quad (174)$$

3.2.3.7.3 Material isotrópico transverso

O material isotrópico transverso (ou ortotrópico axissimétrico) admite uma simetria rotacional material ao redor de um eixo e os planos materiais de simetria formados um conjunto de planos também ortogonais ao eixo ou incluindo o eixo. Adota-se uma base ortonormal formado pelos vetores unitários \underline{e}_1 , \underline{e}_2 e \underline{e}_3 , com a particularidade que \underline{e}_1 e \underline{e}_2 encontram-se em planos ortogonais ao eixo de simetria enquanto \underline{e}_3 pertence ao eixo de simetria como é mostrado na Figura 40. Por tanto os módulos de Young ficam estabelecidos como $E_1 = E_2 = E$, os coeficientes de Biot $b_1 = b_2 = b$, os modulos de corte $G_{23} = G_{31} = G_3$ e os coeficientes de Poisson $\nu_{21} = \nu$, $\nu_{32} = \nu_{31} = \nu_3$. Sendo que as equações constitutivas de um material isotrópico transverso em poroelasticidade linear são escritas como:

$$\sigma_{11} - \sigma_{11}^0 = c_{11} \varepsilon_{11} + c_{12} \varepsilon_{22} + c_{13} \varepsilon_{33} - b(p - p_0) \quad (175)$$

$$\sigma_{22} - \sigma_{22}^0 = c_{12} \varepsilon_{11} + c_{11} \varepsilon_{22} + c_{13} \varepsilon_{33} - b(p - p_0) \quad (176)$$

$$\sigma_{33} - \sigma_{33}^0 = c_{13} \varepsilon_{11} + c_{13} \varepsilon_{22} + c_{33} \varepsilon_{33} - b_3(p - p_0) \quad (177)$$

$$\sigma_{12} - \sigma_{12}^0 = (c_{11} - c_{22}) \varepsilon_{12} \quad (178)$$

$$\sigma_{13} - \sigma_{13}^0 = c_{44} \varepsilon_{13} \quad (179)$$

$$\sigma_{23} - \sigma_{23}^0 = c_{44} \varepsilon_{23} \quad (180)$$

$$\phi - \phi_0 = b(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + b_3 \varepsilon_{33} + \frac{P - P_0}{N} \quad (181)$$

Por analogia ao caso isotrópico, pose se inverter as expressões na forma:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E}(\sigma''_{11} - \sigma''_{11}{}^0) - \frac{\nu}{E}(\sigma''_{22} - \sigma''_{22}{}^0) - \frac{\nu_3}{E}(\sigma''_{33} - \sigma''_{33}{}^0) \quad (182)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E}(\sigma''_{22} - \sigma''_{22}{}^0) - \frac{\nu}{E}(\sigma''_{11} - \sigma''_{11}{}^0) - \frac{\nu_3}{E_3}(\sigma''_{33} - \sigma''_{33}{}^0) \quad (183)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{E_3}(\sigma''_{33} - \sigma''_{33}{}^0) - \frac{\nu}{E}(\sigma''_{11} - \sigma''_{11}{}^0) - \frac{\nu}{E}(\sigma''_{22} - \sigma''_{22}{}^0) \quad (184)$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1 + \nu}{2E}(\sigma''_{12} - \sigma''_{12}{}^0) \quad (185)$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1 + \nu}{2E}(\sigma''_{13} - \sigma''_{13}{}^0) \quad (186)$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1 + \nu_3}{2E_3}(\sigma''_{23} - \sigma''_{23}{}^0) \quad (187)$$

Assim a matriz de flexibilidade é dada na expressão (188) e a matriz de rigidez na expressão (189).

$$S = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu_3/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu_3/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_3/E_3 & -\nu_3/E_3 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_3 \end{bmatrix} \quad (188)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_3 \end{bmatrix} \quad (189)$$

Sendo:

$$C_{11} = \frac{E(E_3 - E\nu_3^2)}{(1 + \nu)(E_3 - E_3\nu - 2E\nu_3^2)} \quad (190)$$

$$C_{12} = \frac{E(E_3\nu + E\nu_3^2)}{(1+\nu)(E_3 - E_3\nu - 2E\nu_3^2)} \quad (191)$$

$$C_{13} = \frac{EE_3\nu_3}{E_3 - E_3\nu - 2E\nu_3^2} \quad (192)$$

$$C_{33} = \frac{E_3^2(1-\nu)}{E_3 - E_3\nu - 2E\nu_3^2} \quad (193)$$

$$G_{12} = \frac{G}{2(1+\nu)} \quad (194)$$

4. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

4.1 BREVE HISTÓRICO SOBRE A ABORDAGEM NUMÉRICA DA MECÂNICA DOS MEIOS POROSOS

Sandhu e Wilson (1969) descrevem a abordagem física e matemática do problema de fluxo de fluido em meios porosos saturados. As equações de campo são expostas (balanço de momentum e balanço de massa fluida) e a elas é aplicada a teoria variacional. É feita a discretização espacial e temporal, sendo apresentado um sistema linear do tipo:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{JUJ} & \underline{\underline{K}}_{JUP} \\ \underline{\underline{K}}_{PUJ} & \underline{\underline{K}}_{PPP} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_J \\ \underline{F}_P \end{bmatrix} \quad (195)$$

A primeira linha do sistema corresponde à equação de balanço de momentum, e a segunda linha corresponde à equação de balanço de massa fluída. A sub-matriz $\underline{\underline{K}}_{JUJ}$ representa os termos de esforços internos. As sub-matrizes $\underline{\underline{K}}_{JUP}$ e $\underline{\underline{K}}_{PUJ}$ são simétricas e correspondem aos termos de acoplamento hidro-mecânico. A sub-matriz $\underline{\underline{K}}_{PPP}$ representa os termos relativos à permeabilidade. \underline{F}_J e \underline{F}_P são os vetores de força e pressão.

O problema é tratado de forma que o sistema seja simétrico, apresentando termos negativos em $\underline{\underline{K}}_{PPP}$. Após a aplicação de um esquema de integração temporal, as incógnitas do problema correspondem aos deslocamentos \underline{U} e a variação de poropressão \underline{P} .

Christian (1968) desenvolve a análise numérica das equações de balanço de momentum e de balanço de massa fluída em diferenças finitas e em elementos finitos. Nesse mesmo artigo ele trata o problema dessas abordagens numéricas para um material incompressível, com a posterior resolução do problema através do conceito de tensão efetiva. Christian (1970) apresenta de forma mais detalhada o desenvolvimento do problema em elementos finitos. A abordagem feita ao sistema de equações coloca os campos de deslocamento e poropressão como função da deformação volumétrica.

Yokoo et al. (1971) apresentam o desenvolvimento variacional das equações de campo da teoria de consolidação de Biot. É apresentada a formulação de elementos finitos para problemas

unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. A formulação é semelhante ao sistema (195).

Ghaboussi e Wilson (1973) segundo a dedução de Sandhu e Wilson (1969) mostraram que os solos parcialmente saturados podem ser tratados escolhendo uma forma da compressibilidade do fluido como uma função das variáveis de estado.

Lewis et al. (1976), Zienkiewics et al. (1977) e Zienkiewics et al. (1978) apresentam uma abordagem ao problema de fluxo não-linear e deformação. A equação de balanço de momentum é derivada em relação ao tempo. Combinando as formas fracas das equações de campo, tem-se o sistema de equações na forma:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{H}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_T & -\underline{\underline{L}} \\ -\underline{\underline{L}}^T & -\underline{\underline{S}} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \underline{F}_U + \underline{C} \\ \underline{F}_P \end{bmatrix} \quad (196)$$

Após a aplicação de um esquema de integração temporal, chega-se ao sistema:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_T_{t+\Delta t} & -\underline{\underline{L}}_{t+\Delta t} \\ -\underline{\underline{L}}_{t+\Delta t}^T & -\frac{\Delta t}{2} \underline{\underline{H}} - \underline{\underline{S}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix}_{t+\Delta t} - \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_T_{t+\Delta t} & -\underline{\underline{L}}_{t+\Delta t} \\ -\underline{\underline{L}}_{t+\Delta t}^T & -\frac{\Delta t}{2} \underline{\underline{H}} - \underline{\underline{S}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix}_t = \Delta t \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \underline{F}_U + \underline{C} \\ \underline{F}_P \end{bmatrix} \quad (197)$$

Onde $\underline{\underline{S}}$ é a matriz de compressibilidade do fluido, $\underline{\underline{H}}$ é a matriz de permeabilidade, $\underline{\underline{K}}_T$ é a matriz de rigidez tangente.

Lewis e Schrefler (1978) apresentaram uma formulação ligeiramente diferente:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{H}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_T & \underline{\underline{L}} \\ \underline{\underline{L}}^T & -\underline{\underline{S}} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \underline{F}_U + \underline{C} \\ \underline{F}_P \end{bmatrix} \quad (198)$$

Após a aplicação de um esquema de integração temporal, chega-se ao sistema:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_T_{t+\Delta t} & \underline{\underline{L}}_{t+\Delta t} \\ \underline{\underline{L}}_{t+\Delta t}^T & \frac{\Delta t}{2} \underline{\underline{H}} + \underline{\underline{S}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix}_{t+\Delta t} - \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_T_{t+\Delta t} & \underline{\underline{L}}_{t+\Delta t} \\ \underline{\underline{L}}_{t+\Delta t}^T & \frac{\Delta t}{2} \underline{\underline{H}} + \underline{\underline{S}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix}_t = \Delta t \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \underline{F}_U + \underline{C} \\ \underline{F}_P \end{bmatrix} \quad (199)$$

Krause (1978) estuda três esquemas de análise por elementos finitos aplicados à abordagem de Sandhu e Wilson (1969): método completo, método dos deslocamentos e o método da pressão. O método completo lida com o sistema (195), resolvendo o sistema de forma completa. O método dos deslocamentos aplica condições numéricas de forma que a variação de pressão \underline{P} do sistema (195) é calculada de forma indireta, por diferenciação numérica dos deslocamentos \underline{U} encontrados e não mais através da resolução do sistema. O método das pressões aplica condições numéricas de forma que os deslocamentos \underline{U} do sistema (195) são calculados de forma indireta, através da variação de pressão \underline{P} encontrados e não mais através da resolução do sistema.

Borja (1986) apresenta a sua formulação em termos de taxas temporais de deslocamentos e poropressões. Após a aplicação de um esquema de integração temporal é apresentado um sistema de equações semelhante ao sistema (195).

Lewis e Schrefler (1998) apresentaram um modelo acoplado hidromecânico abordado por duas aproximações distintas. A primeira aproximação é com respeito à teoria apresentada por Hassanizadeh e Gray (1979a e 1979b). A segunda deriva diretamente da teoria de Biot. As equações de balanço de momentum e de balanço de massa fluida são desenvolvidas e apresentadas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_c & -\underline{Q} \\ \underline{0} & \underline{H} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{Q}^T & \underline{S} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_U \\ \underline{F}_P \end{bmatrix} \quad (200)$$

Sendo \underline{K}_c a matriz de rigidez elástica e \underline{Q}^T a matriz de acoplamento.

Lewis e Schrefler (1998) tornam o sistema simétrico diferenciando em relação ao tempo e multiplicando por -1 a primeira linha:

$$\begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{H} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\underline{K}_c & \underline{Q} \\ \underline{Q}^T & \underline{S} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{d}{dt} \underline{F}_U \\ \underline{F}_P \end{bmatrix} \quad (201)$$

Aplicando um método implícito de integração temporal, tem-se:

$$\begin{bmatrix} -\underline{\underline{K}}_T & \underline{\underline{Q}} \\ \underline{\underline{Q}}^T & \Delta t \theta \underline{\underline{H}} + \underline{\underline{S}} \end{bmatrix}_{n+\theta} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{U}} \\ \underline{\underline{P}} \end{bmatrix}_{n+1} - \begin{bmatrix} -\underline{\underline{K}}_T & \underline{\underline{Q}} \\ \underline{\underline{Q}}^T & -(1-\theta)\Delta t \underline{\underline{H}} + \underline{\underline{S}} \end{bmatrix}_{n+\theta} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{U}} \\ \underline{\underline{P}} \end{bmatrix}_n = \Delta t \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \underline{\underline{F}}_U \\ \underline{\underline{F}}_P \end{bmatrix} \quad (202)$$

Sloan e Abbo (1999) apresentam um algoritmo para a solução de problemas acoplados de consolidação elástica e elasto-plástica. A diferença dessa abordagem é que o seu equacionamento é feito com taxas temporais de deslocamentos e poropressões:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_e & \underline{\underline{L}} \\ \underline{\underline{L}}^T & \theta h \underline{\underline{H}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{\dot{U}}} \\ \underline{\underline{\dot{P}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{R}}_U \\ \underline{\underline{R}}_P \end{bmatrix} \quad (203)$$

Deslocamentos e poropressões são calculados posteriormente. Os autores justificam a abordagem alegando que as variáveis extras permitem a utilização de uma família de algoritmos de integração incondicionalmente estáveis com avaliação e truncamento de erro a cada passo de tempo.

Ferronato et. al. (2001) trataram da formulação da poroelasticidade em elementos finitos, salientando que para pequenos valores de passo de tempo o sistema linear pode ser severamente mal condicionado o que dificulta a obtenção da solução. Também foi apontado por Ghaboussi e Wilson (1972), que sugeriram um critério a um mínimo valor de passo de tempo. Segundo os autores mencionados o mal condicionamento é devido à grande diferença entre os termos da integração da equação equilíbrio e aqueles da equação de fluxo.

Kim (2010) apresenta um estudo sobre as formas de acoplamento em problemas de fluxo de fluidos na geomecânica. São comparadas abordagens pelo Método das Diferenças Finitas e pelo Método dos Elementos Finitos. Ele descreve uma classificação das técnicas de acoplamento hidráulico-mecânico sendo:

- *Acoplamento completo (Fully Coupled)*: As equações de fluxo e geomecânicas são resolvidas simultaneamente em cada passo de tempo, a convergência é obtida em cada iteração. Geralmente utiliza-se o algoritmo de Newton Raphson. O presente trabalho pertence a esta classificação mas na resolução do sistema de equações usou-se o método de gradientes conjugados.

- *Acoplamento iterativo (Iteratively Coupled)*: Resolve-se em primeiro lugar o problema de fluxo ou mecânico logo o outro problema é resolvido usando informação da solução intermediária.
- *Acoplamento escalonado (Staggered)*: é um caso especial do método iterativo acoplado, quando analisa-se só em uma iteração
- *Acoplamento Folgado (Loosely Coupled)*: o acoplamento entre os dois problemas é resolvido somente depois de um certo número de passos de fluxo.

Para cada método são feitas análises de estabilidade, convergência, precisão e eficiência de cada método e forma de acoplamento. Baqersad et. al. (2016) compara as equações de consolidação, nas condições acoplada e não acoplada usando elementos finitos, assumindo que a deformação volumétrica é uma função da tensão efetiva isotrópica. As comparações mostraram uma considerável diferença nos exemplos estudados.

Constanzo e Milner (2016) apresentaram uma formulação poroelástica em elementos finitos para o caso da teoria das misturas, considerando o esqueleto hiperelástico incompressível saturado e o fluido incompressível.

Li et al., (2017), apresentaram um esquema computacional completamente explícito usando uma discretização temporal como a mostrada por Lewis e Schrefler (1998) (equação (201)). Este esquema de alta precisão é obtido através de uma abordagem multi-escala, isto é, aproximando a solução exponencial da equação (201), ressaltando que dito modelo é estável e apresenta um custo computacional baixo. São ilustrados exemplos com carregamento cíclico variado e carga bilinear a longo prazo.

4.2 HIPÓTESES DA ANÁLISE

São consideradas as seguintes hipóteses:

- a) Hipótese de evoluções quase-estáticas
- b) Hipótese de transformações infinitesimais para o esqueleto
- c) Hipótese de isotropia do meio poroso
- d) Hipótese de pequenas contribuições da massa fluída
- e) Hipótese de pequenos deslocamentos
- f) Hipótese de pequenas variações de pressão do fluido

4.3 EQUAÇÕES DE CAMPO

Resumindo as equações obtidas para a poroelasticidade linear isotrópica a temperatura constante sob pequenas perturbações.

Sendo a equação constitutiva do material (equação (204)) e do fluido (equação (205)):

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_0 = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{B}}(p - p_0) \quad (204)$$

$$\phi - \phi_0 = \underline{\underline{B}} : \underline{\underline{\varepsilon}} + \frac{(p - p_0)}{M} \quad (205)$$

A expressão do balanço de momentum resulta:

$$\text{Em } \Omega : \text{div} \underline{\underline{\sigma}} + \rho \underline{\underline{g}} = 0 \quad (206)$$

onde $\rho = \rho_s^0(1 - \phi_0) + \rho_f^0\phi_0$

Das expressões de balanço de massa fluída obtém-se:

$$\frac{\partial(\phi)}{\partial t} + \text{div}(\underline{\underline{q}}_f) = 0 \quad (207)$$

A lei de Darcy no limite quase estático é:

$$\underline{\underline{q}}_f = \underline{\underline{k}} \cdot (-\nabla p + \rho^f \underline{\underline{g}}) \quad (208)$$

4.4 FORMA FRACA DAS EQUAÇÕES DE CAMPO

Multiplicando a equação (206) por um deslocamento virtual $\hat{\underline{\underline{u}}}$ definido em Ω , cinematicamente admissível com valor nulo em $\partial\Omega$, tem-se:

$$\delta\Pi = \int_{\Omega} [\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) + \rho \underline{\underline{g}}] \cdot \hat{\underline{\underline{u}}} d\Omega = 0 \quad (209)$$

Aplicando a relação tensorial $div(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\hat{u}}) = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\nabla}(\underline{\hat{u}}) + \underline{div}(\overset{T}{\underline{\underline{\sigma}}}) \cdot \underline{\hat{u}}$, e sendo $\underline{\underline{\sigma}}$ um tensor simétrico, tem-se que $\underline{div}(\overset{T}{\underline{\underline{\sigma}}}) = \underline{div}(\underline{\underline{\sigma}})$. Integrando por partes e aplicando o teorema de Gauss, tem-se:

$$\int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\nabla}(\underline{\hat{u}}) d\Omega = \int_{\Omega} \rho \underline{g} \cdot \underline{\hat{u}} d\Omega + \int_{\partial\Omega_T} \overset{T}{\underline{\underline{\sigma}}} \cdot \underline{\hat{u}} d\partial\Omega \quad (210)$$

Onde $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \overset{T}{\underline{\underline{\sigma}}}$.

Multiplicando a equação por uma pressão virtual \hat{p} definida em Ω , cinematicamente admissível com valor nulo em $\partial\Omega$, obtém-se:

$$\delta\Pi = \int_{\Omega} \left[\frac{\partial(\phi)}{\partial t} + div(\underline{q}_f) \right] \hat{p} d\Omega = 0 \quad (211)$$

Aplicando a relação tensorial $div(\underline{q}_f \hat{p}) = \underline{q}_f \cdot \underline{\nabla}(\hat{p}) + \hat{p} div(\underline{q}_f)$, integrando por partes e aplicando o teorema de Gauss, obtém-se:

$$\int_{\Omega} \underline{q}_f \cdot \underline{\nabla}(\hat{p}) d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial(\phi)}{\partial t} \hat{p} d\Omega + \int_{\partial\Omega_{q_f}} q_f^d \hat{p} d\partial\Omega \quad (212)$$

Onde $\underline{q}_f \cdot \underline{n} = q_f^d$.

Introduzindo a lei de Darcy, $\underline{q}_f = \underline{k} \cdot (-\underline{\nabla}(p) + \rho^f \underline{g})$ pode-se escrever:

$$\int_{\Omega} \left[\underline{k} \cdot (-\underline{\nabla}(p) + \rho^f \underline{g}) \right] \cdot \underline{\nabla}(\hat{p}) d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial(\phi)}{\partial t} \hat{p} d\Omega + \int_{\partial\Omega_{q_f}} q_f^d \hat{p} d\partial\Omega \quad (213)$$

4.5 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

O balanço de massa fluída é feito utilizando a variação temporal do conteúdo de massa fluída. Supõe-se que em um tempo t o conteúdo de massa fluída seja conhecido. Deve-se, então, determinar o conteúdo de massa fluída para um tempo t' :

$$t' = t + \delta t \quad (214)$$

Assim, os valores para uma determinada variável nos tempos t e t' serão dados através do sobrescrito à esquerda (por exemplo, ${}^t\underline{\underline{\sigma}}$ e ${}^{t'}\underline{\underline{\sigma}}$). Essa simbologia não é aplicada nem ao volume nem à superfície do material poroso. Para eles, a convenção é a do sobrescrito à direita (por exemplo, Ω_t e $\Omega_{t'}$).

Seja ${}^t\underline{x}$ as coordenadas no tempo t de uma determinada partícula do esqueleto e ${}^{t'}\underline{x}$ as coordenadas no tempo t' para esta mesma partícula, e seja \underline{U} o vetor deslocamento definido sobre o volume Ω_t . Define-se o vetor \underline{U} para esta partícula do esqueleto entre os tempos t e t' :

$$\underline{U} = {}^{t'}\underline{x} - {}^t\underline{x} \quad (215)$$

As variações do tensor de tensões $\underline{\underline{\sigma}}$, da poropressão p e da massa fluída entre t e t' são calculadas de forma implícita (Euler backward):

$$\delta t \, {}^{t'}\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = {}^{t'}\underline{\underline{\sigma}} - {}^t\underline{\underline{\sigma}} = {}^{t'}\Delta\underline{\underline{\sigma}} \quad (216)$$

$$\delta t \, {}^{t'}\dot{p} = {}^{t'}p - {}^tp = P \quad (217)$$

$$\delta t \, {}^{t'}\dot{\phi} = {}^{t'}\phi - {}^t\phi \quad (218)$$

4.6 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL DAS EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

As equações constitutivas (204) e (205) são definidas para o tempo t' (BRÜCH; 2016)

$${}^{t'}\underline{\underline{\sigma}} = {}^t\underline{\underline{\sigma}} + {}^{t'}\Delta\underline{\underline{\sigma}} = {}^t\underline{\underline{\sigma}} + {}^{t'}\underline{\underline{C}} : \left\{ {}^{t'}\underline{\underline{\nabla}}(\underline{U}) \right\}_s - {}^{t'}\underline{\underline{b}}P \quad (219)$$

$${}^{t'}\dot{\phi} = \frac{{}^{t'}\phi - {}^t\phi}{\delta t} = \frac{1}{\delta t} \left({}^{t'}\underline{\underline{b}} : \left\{ {}^{t'}\underline{\underline{\nabla}}(\underline{U}) \right\}_s + \frac{P}{{}^{t'}M} \right) \quad (220)$$

Onde $\left\{ {}^{t'}\underline{\underline{\nabla}}(\underline{U}) \right\}_s = {}^{t'}\underline{\underline{\varepsilon}}$.

4.7 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL E ESPACIAL DAS EQUAÇÕES DE CAMPO

A discretização espacial está relacionada às variáveis \underline{U} e P , sendo aproximadas mediante as funções de forma \underline{N}_e e $\underline{\tilde{N}}_e$, mediante as expressões (221) e (222) (BRÜCH; 2016).

$$\underline{U} = \underline{N}_e \cdot \underline{U}_e \quad (221)$$

$$P = \underline{\tilde{N}}_e \cdot \underline{P}_e \quad (222)$$

Onde \underline{N}_e e $\underline{\tilde{N}}_e$ são as matrizes de funções interpoladoras para os deslocamentos (matriz de funções de forma) e o vetor de funções interpoladoras de pressões, as quais estão especificadas em termos de coordenadas espaciais. \underline{U}_e e \underline{P}_e são o vetor de deslocamentos e de variação de pressão nos nós dos elementos que formam o domínio do problema.

Definem-se as equações (210) e (213) para o tempo t' :

$$\int_{\Omega_{t'}} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}}(\underline{\hat{u}}) d\Omega_{t'} = \int_{\Omega_{t'}} \underline{\underline{\rho g}} \cdot \underline{\hat{u}} d\Omega_{t'} + \int_{\partial\Omega_T} \underline{\underline{T}}^d \cdot \underline{\hat{u}} d\partial\Omega_{t'} \quad (223)$$

$$\int_{\Omega_{t'}} \left[\underline{\underline{k}} \cdot \left(-\underline{\underline{\nabla}}(t'p) + \underline{\underline{\rho^f g}} \right) \right] \cdot \underline{\underline{\nabla}}(\hat{p}) d\Omega_{t'} = \int_{\Omega_{t'}} \frac{\partial t' \phi}{\partial t} \hat{p} d\Omega_{t'} + \int_{\partial\Omega_{q_f}} t' q_f^d \hat{p} d\partial\Omega_{t'} \quad (224)$$

Substituindo as equações constitutivas (219) e (220) em (223) e (224), obtém-se:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_{t'}} \left[\underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{C}} : \left\{ \underline{\underline{\nabla}}(\underline{U}) \right\}_s - \underline{\underline{bP}} \right] : \underline{\underline{\nabla}}(\underline{\hat{u}}) d\Omega_{t'} \\ = \int_{\Omega_{t'}} \underline{\underline{\rho g}} \cdot \underline{\hat{u}} d\Omega_{t'} + \int_{\partial\Omega_T} \underline{\underline{T}}^d \cdot \underline{\hat{u}} d\partial\Omega_{t'} \end{aligned} \quad (225)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_{t'}} \left[\underline{\underline{k}} \cdot \left(-\underline{\underline{\nabla}}(t'p) + \underline{\underline{\rho^f g}} \right) \right] \cdot \underline{\underline{\nabla}}(\hat{p}) d\Omega_{t'} \\ = \int_{\Omega_{t'}} \left[\frac{1}{\delta t} \left(\underline{\underline{b}} : \left\{ \underline{\underline{\nabla}}(\underline{U}) \right\}_s + \frac{P}{t'M} \right) \right] \hat{p} d\Omega_{t'} + \int_{\partial\Omega_{q_f}} t' q_f^d \hat{p} d\partial\Omega_{t'} \end{aligned} \quad (226)$$

Substituindo o termo $t'p = t'p + P$ no gradiente do primeiro termo à esquerda da igualdade (226), obtém-se:

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_{t'}} \left[{}^{t'}\underline{k} \cdot \left(-{}^{t'}\underline{\nabla}({}^t p) - {}^{t'}\underline{\nabla}(P) + {}^{t'}\rho^f \underline{g} \right) \right] \cdot {}^{t'}\underline{\nabla}(\hat{p}) d\Omega_{t'} \\
& = \int_{\Omega_{t'}} \left[\frac{1}{\delta t} \left({}^{t'}\underline{b} : \left\{ {}^{t'}\underline{\nabla}(\underline{U}) \right\}_s + \frac{P}{{}^{t'}M} \right) \right] \hat{p} d\Omega_{t'} + \int_{\partial\Omega_{qf}} {}^{t'}q_f^d \hat{p} d\partial\Omega_{t'}
\end{aligned} \tag{227}$$

No limite da transformação infinitesimal as configurações no tempo t e t' se fundem fazendo com que (225) e (227) possam ser reescritas como:

$$\int_{\Omega_t} \left[{}^t\underline{\sigma} + {}^t\underline{C} : \left\{ {}^t\underline{\nabla}(\underline{U}) \right\}_s - {}^t\underline{b}P \right] : {}^t\underline{\nabla}(\hat{u}) d\Omega_t = \int_{\Omega_t} {}^t\rho \underline{g} \cdot \hat{u} d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_T} {}^t\underline{T}^d \cdot \hat{u} d\partial\Omega_t \tag{228}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_t} \left[{}^t\underline{k} \cdot \left(-{}^t\underline{\nabla}({}^t p) - {}^t\underline{\nabla}(P) + {}^t\rho^f \underline{g} \right) \right] \cdot {}^t\underline{\nabla}(\hat{p}) d\Omega_t \\
& = \int_{\Omega_t} \left[\frac{1}{\delta t} \left({}^t\underline{b} : \left\{ {}^t\underline{\nabla}(\underline{U}) \right\}_s + \frac{P}{{}^tM} \right) \right] \hat{p} d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_{qf}} {}^tq_f^d \hat{p} d\partial\Omega_t
\end{aligned} \tag{229}$$

As equações acima podem ser rearranjadas como:

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_t} {}^t\underline{\nabla}(\hat{u}) : \left({}^t\underline{C} : \left\{ {}^t\underline{\nabla}(\underline{U}) \right\}_s - {}^t\underline{b}P \right) d\Omega_t \\
& = - \int_{\Omega_t} {}^t\underline{\nabla}(\hat{u}) : {}^t\underline{\sigma} d\Omega_t + \int_{\Omega_t} \hat{u} \cdot {}^t\rho \underline{g} d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_T} \hat{u} \cdot {}^t\underline{T}^d d\partial\Omega_t
\end{aligned} \tag{230}$$

$$\begin{aligned}
& -\delta t \int_{\Omega_t} {}^t\underline{\nabla}(\hat{p}) \cdot {}^t\underline{k} \cdot {}^t\underline{\nabla}(P) d\Omega_t - \int_{\Omega_t} \hat{p} \left({}^t\underline{b} : \left\{ {}^t\underline{\nabla}(\underline{U}) \right\}_s + \frac{P}{{}^tM} \right) d\Omega_t \\
& = +\delta t \int_{\Omega_t} {}^t\underline{\nabla}(\hat{p}) \cdot {}^t\underline{k} \cdot \left(+{}^t\underline{\nabla}({}^t p) - {}^t\rho^f \underline{g} \right) d\Omega_t \\
& + \delta t \int_{\partial\Omega_{qf}} \hat{p} {}^tq_f^d d\partial\Omega_t
\end{aligned} \tag{231}$$

Defasando os coeficientes do tempo t' para o tempo t :

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_t} {}^t\underline{\nabla}(\hat{u}) : \left({}^t\underline{C} : \left\{ {}^t\underline{\nabla}(\underline{U}) \right\}_s - {}^t\underline{b}P \right) d\Omega_t \\
& = - \int_{\Omega_t} {}^t\underline{\nabla}(\hat{u}) : {}^t\underline{\sigma} d\Omega_t + \int_{\Omega_t} \hat{u} \cdot {}^t\rho \underline{g} d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_T} \hat{u} \cdot {}^t\underline{T}^d d\partial\Omega_t
\end{aligned} \tag{232}$$

$$\begin{aligned}
& -\delta t \int_{\Omega_t} {}^t \underline{\nabla}(\hat{p}) \cdot {}^t \underline{k} \cdot {}^t \underline{\nabla}(P) d\Omega_t - \int_{\Omega_t} \hat{p} \left({}^t \underline{b} : \{ {}^t \underline{\nabla}(\underline{U}) \}_s + \frac{P}{{}^t M} \right) d\Omega_t \\
& = +\delta t \int_{\Omega_t} {}^t \underline{\nabla}(\hat{p}) \cdot {}^t \underline{k} \cdot \left(+{}^t \underline{\nabla}({}^t p) - {}^t \rho^f \underline{g} \right) d\Omega_t + \delta t \int_{\partial\Omega_{q_f}} \hat{p}^t q_f^d d\partial\Omega_t
\end{aligned} \tag{233}$$

Particularizando para o caso isotrópico, onde $\underline{b} = b\underline{1}$ e $\underline{k} = k\underline{1}$, obtém-se:

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_t} {}^t \underline{\nabla}(\hat{u}) : \left({}^t \underline{C} : \{ {}^t \underline{\nabla}(\underline{U}) \}_s - {}^t b\underline{1}P \right) d\Omega_t \\
& = - \int_{\Omega_t} {}^t \underline{\nabla}(\hat{u}) : {}^t \underline{\sigma} d\Omega_t + \int_{\Omega_t} \hat{u} \cdot {}^t \rho \underline{g} d\Omega_t + \int_{\partial\Omega_T} \hat{u} \cdot {}^t \underline{T}^d d\partial\Omega_t
\end{aligned} \tag{234}$$

$$\begin{aligned}
& -\delta t \int_{\Omega_t} {}^t \underline{\nabla}(\hat{p}) \cdot {}^t k\underline{1} \cdot {}^t \underline{\nabla}(P) d\Omega_t - \int_{\Omega_t} \hat{p} \left({}^t b\underline{1} : \{ {}^t \underline{\nabla}(\underline{U}) \}_s + \frac{P}{{}^t M} \right) d\Omega_t \\
& = +\delta t \int_{\Omega_t} {}^t \underline{\nabla}(\hat{p}) \cdot {}^t k\underline{1} \cdot \left({}^t \underline{\nabla}({}^t p) - {}^t \rho^f \underline{g} \right) d\Omega_t + \delta t \int_{\partial\Omega_{q_f}} \hat{p}^t q_f^d d\partial\Omega_t
\end{aligned} \tag{235}$$

4.8 APROXIMAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

A metodologia dos elementos finitos é baseada na hipótese de que os campos envolvidos no problema podem ser aproximados através de funções de interpolação que utilizam como parâmetros pontos discretos desses campos. O domínio do problema é dividido em um número finito de subdomínios (chamados de elementos), onde são utilizadas funções interpoladoras locais que utilizam como parâmetros os pontos que delimitam a fronteira de cada elemento (chamados de “nós” do elemento). Os campos são calculados em seus domínios como o somatório dos subcampos em seus subdomínios, como é mostrado nas expressões (221) e (222).

Os gradientes dos campos podem ser estimados como:

$$\{ \underline{\nabla}(\underline{U}) \}_s = \underline{B}_{es} \cdot \underline{U}_e \tag{236}$$

$$\underline{\nabla}(P) = \underline{\tilde{B}}_e \cdot P_e \tag{237}$$

Onde \underline{B}_{es} e $\underline{\tilde{B}}_e$ são as matrizes de gradientes das funções interpoladoras para deslocamentos e pressão, respectivamente.

4.9 ELEMENTO FINITO UTILIZADO

Conforme exposto por Brüch (2014), o elemento finito utilizado na modelagem numérica está baseado no método de superposição de elementos. Para a aproximação dos deslocamentos, utiliza-se um elemento hexaédrico isoparamétrico quadrático de 20 nós, com três graus de liberdade por nó. Para a aproximação da poropressão é utilizado o elemento hexaédrico isoparamétrico linear de 8 nós, com um grau de liberdade por nó. Os dois elementos são mostrados na Figura 41.

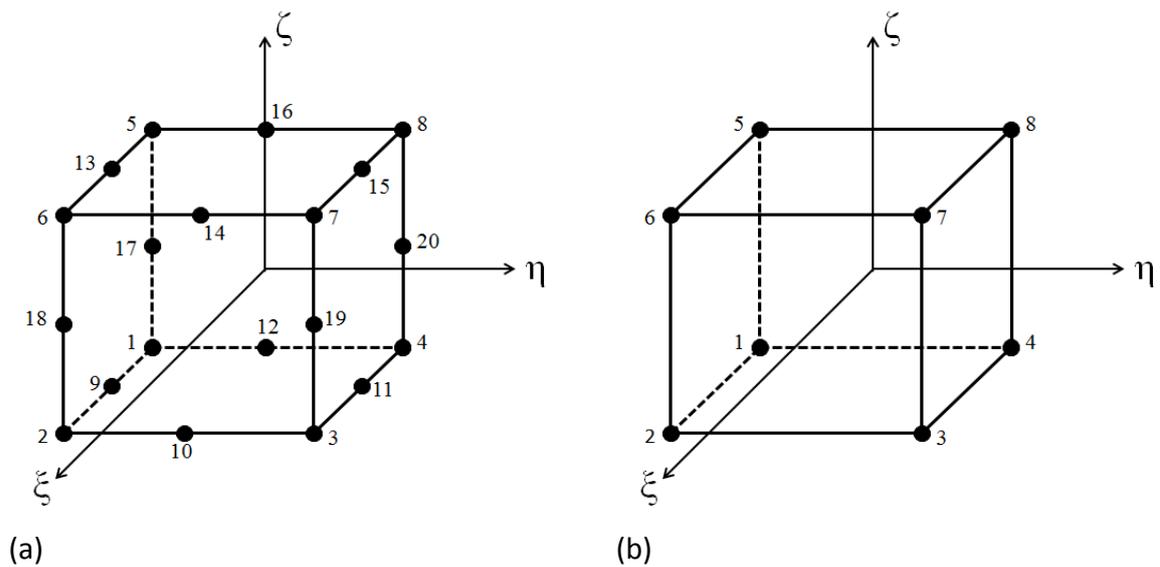


Figura 41 (a) Elemento hexaédrico de 20 nós (b) Elemento hexaédrico de 8 nós.

As funções de interpolação N_i dos nós dos vértices (1 a 8) são representadas pela expressão:

$$N_i(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = \frac{1}{8} (1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)(-2 + \xi\xi_i + \eta\eta_i + \zeta\zeta_i) \quad (238)$$

As funções de interpolação dos nós pertencentes ao plano $\xi_i = 0$ (nós 9,11,13,15) são:

$$N_i(\eta_i, \zeta_i) = \frac{1}{4} (1 - \xi^2)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i) \quad (239)$$

Para os nós pertencentes ao plano $\eta_i = 0$ (nós 10,12,14,16) tem-se:

$$N_i(\xi_i, \zeta_i) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2)(1 + \zeta\zeta_i) \quad (240)$$

E para o plano $\zeta_i = 0$ (nós 17,18,19,20) tem-se:

$$N_i(\xi_i, \eta_i) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 - \zeta^2) \quad (241)$$

Para a aproximação da pressão, é utilizado o elemento hexaédrico isoparamétrico linear de 8 nós, com 1 grau de liberdade por nó. A Figura 41b apresenta o elemento, seus eixos locais e a posição e identificação de cada um de seus nós.

Suas funções de interpolação são representadas pela expressão:

$$N_i(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i) \quad (242)$$

As equações (234) e (235) são rearranjadas na forma matricial e, para um único elemento, o sistema de equações resultantes fica na forma:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_{UU} & \underline{\underline{K}}_{UP} \\ \underline{\underline{K}}_{PU} & \underline{\underline{K}}_{PP} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U} \\ \underline{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_U \\ \underline{F}_P \end{bmatrix} \quad (243)$$

Onde $\underline{\underline{K}}_{IJ}$ são as sub-matrizes de rigidez globais e \underline{F}_I são os sub-vetores de forças globais. Os vetores \underline{U} e \underline{P} correspondem aos vetores de deslocamentos e variações de pressão nodais entre os tempos t e t' . A sub-matriz $\underline{\underline{K}}_{PU}$ é igual à matriz ${}^T\underline{\underline{K}}_{UP}$.

As sub-matrizes são dadas por:

$$\underline{\underline{K}}_{UU} = \int_{V_e} {}^T\underline{\underline{B}}_{es} \cdot {}^t\underline{\underline{C}}_e \cdot \underline{\underline{B}}_{es} dV_e \quad (244)$$

$$\underline{\underline{K}}_{UP} = {}^T\underline{\underline{K}}_{PU} = - \int_{V_e} {}^t b^T \underline{\underline{B}}_{es} \cdot \underline{1} \cdot \tilde{N}_e dV_e \quad (245)$$

$$\underline{\underline{K}}_{PPU} = - \int_{V_e} {}^t b^T \underline{\underline{N}}_e \cdot {}^T \underline{\underline{1}} \cdot \underline{\underline{B}}_{es} dV_e \quad (246)$$

$$\underline{\underline{K}}_{PP} = - \int_{V_e} \frac{1}{{}^t M} {}^T \underline{\underline{N}}_e \cdot \underline{\underline{N}}_e dV_e - \delta t \int_{V_e} {}^t k^T \underline{\underline{B}}_e \cdot \underline{\underline{B}}_e dV_e \quad (247)$$

$$\underline{\underline{F}}_U = - \int_{V_e} {}^T \underline{\underline{B}}_{es} \cdot {}^t \underline{\underline{\sigma}}_e dV_e + \int_{S_e^T} {}^T \underline{\underline{N}}_e \cdot {}^t \underline{\underline{T}}_e^d dS_e^T + \int_{V_e} {}^t \rho^T \underline{\underline{N}}_e \cdot \underline{\underline{g}}_e dV_e \quad (248)$$

$$\underline{\underline{F}}_P = \delta t \int_{V_e} {}^t k^T \underline{\underline{B}}_e \cdot \underline{\underline{B}}_e \cdot {}^t \underline{\underline{p}}_e dV_e - \delta t \int_{V_e} {}^t k \rho^T \underline{\underline{B}}_e \cdot \underline{\underline{g}}_e dV_e + \delta t \int_{S_e^Q} {}^t q_e^d {}^T \underline{\underline{N}}_e dS_e^Q \quad (249)$$

As matrizes e vetores utilizados são apresentados a seguir:

$$\underline{\underline{N}}_{e(3 \times 60)} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_{20} & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_{20} & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_{20} \end{bmatrix} \quad (250)$$

$$\underline{\underline{B}}_{es(6 \times 60)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_{20}}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_{20}}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_{20}}{\partial z} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{1}{2} \frac{\partial N_{20}}{\partial y} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_{20}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial N_{20}}{\partial z} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_{20}}{\partial y} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{1}{2} \frac{\partial N_{20}}{\partial z} & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial N_{20}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (251)$$

$${}^T \underline{\underline{U}} \rightarrow {}^T \underline{\underline{U}}_{e(60 \times 1)} = [u_x^1 \quad u_y^1 \quad u_z^1 \quad \dots \quad u_x^{20} \quad u_y^{20} \quad u_z^{20}] \quad (252)$$

$${}^T \underline{\underline{\sigma}}_{e(6 \times 1)} = [\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{xz}] \quad (253)$$

$${}^T \underline{\underline{T}}_{e(3 \times 1)}^d = [T_x \quad T_y \quad T_z] \quad (254)$$

$${}^T \underline{\underline{g}}_e = [0 \quad 0 \quad -9.806] \quad (255)$$

$$\underline{\underline{C}}_{e(6 \times 6)} = \begin{bmatrix} (\lambda + 2G) & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & (\lambda + 2G) & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & (\lambda + 2G) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G \end{bmatrix} \quad (256)$$

$$\underline{\underline{N}}_{e(1 \times 8)} = [\tilde{N}_1 \quad \dots \quad \tilde{N}_{20}] \quad (257)$$

$$\underline{\underline{B}}_{e(3 \times 8)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{N}_1}{\partial x} & \frac{\partial \tilde{N}_8}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{N}_1}{\partial y} & \dots & \frac{\partial \tilde{N}_8}{\partial y} \\ \frac{\partial \tilde{N}_1}{\partial z} & \frac{\partial \tilde{N}_8}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (258)$$

$${}^T \underline{\underline{P}} = {}^T \underline{\underline{P}}_{e(8 \times 1)} = [P_1 \quad \dots \quad P_8] \quad (259)$$

$${}^T \underline{\underline{t}}_p = {}^T \underline{\underline{t}}_{p(8 \times 1)} = [{}^t p_1 \quad \dots \quad {}^t p_8] \quad (260)$$

$${}^T \underline{\underline{1}} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (261)$$

4.10 MODELAGEM DO PROCESSO DE ESCAVAÇÃO

Para modelar os elementos escavados (elementos que representam o vazio), devem ser colocados parâmetros físicos que indiquem que as tensões e poropressões dentro do elemento escavado sejam próximas a zero.

Da equação (126), a variação de pressão Δp , pode ser escrita como:

$$\Delta p = M(\Delta \phi - \underline{\underline{b}} : \underline{\underline{\varepsilon}}) \quad (262)$$

A condição de $\Delta p = 0$ (nos elementos escavados) é obtida quando $M \approx 0$, isto é: $M_{esc} \ll M$ (O valor do módulo de Biot dos elementos escavados M_{esc} é consideravelmente menor que o módulo de Biot do resto do maciço M).

Da equação (121), a variação do tensor de tensões pode ser escrito como

$$\underline{\underline{\Delta \sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{b}} \Delta p \quad (263)$$

A variação do tensor de tensões $\underline{\underline{\Delta\sigma}}$ é nulo quando $\underline{\underline{C}} \approx 0$, já que o valor Δp é nulo (da condição anterior), por tanto os seguintes parâmetros, também devem ser nulos: $E \approx 0$, $\lambda \approx 0$, $G \approx 0$, isto é $E_{esc} \ll E$ (O valor do módulo de Young dos elementos escavados E_{esc} é consideravelmente menor que o módulo de Young do resto do maciço E).

Da equação (68), o vetor de fluxo pode ser escrito como

$$\underline{q}_f = \underline{\underline{k}} \cdot (-\underline{\nabla}_x(p)) \quad (264)$$

Sendo que o valor $\underline{\nabla}_x(p) = 0$, o tensor de permeabilidade $\underline{\underline{k}}$ deve tender ao infinito, isto é $\underline{\underline{k}} \rightarrow \infty$, para que o resultado \underline{q}_f seja um número real.

Resumindo, os parâmetros que simulam o elemento escavado devem ter os seguintes valores:

$$E_{esc} \approx 0, \lambda \approx 0, G \approx 0 \quad (265)$$

$$\underline{\underline{k}} \approx \infty \quad (266)$$

$$M_{esc} \approx 0 \quad (267)$$

5. ANÁLISE DE TÚNEIS EM POROELASTICIDADE

O presente capítulo aborda o estudo dos efeitos de acoplamento hidráulico em túneis escavados em meios porosos saturados em condição isotérmica. O maciço será suposto com comportamento poro-elástico, considerando que a fase fluida está composta somente por água que enche todos os poros da matriz sólida. A resposta da matriz porosa induz um efeito acoplado da deformação do esqueleto com a difusão do fluido intersticial.

Para uma melhor compreensão do comportamento hidráulico acoplado, comparam-se alguns resultados analíticos com os resultados numéricos obtidos com o programa desenvolvido.

5.1 ANÁLISE POROELÁSTICA ISOTRÓPICA DE TÚNEIS

5.1.1 HIPÓTESE E GEOMETRIA DO PROBLEMA

Considera-se um túnel em estado plano de deformação, profundo, de secção circular (radio R_i) escavado em um meio saturado, homogêneo e isotrópico, sendo $\underline{\underline{\sigma}}_\infty = \sigma_\infty \underline{\underline{1}}$ e p_∞ respectivamente o campo de tensão total e de poropressões iniciais (Figura 42). Consideramos que o túnel é um cilindro oco, infinitamente longo, de raio interno R_i e raio externo R_e muito maior que R_i . A seção estudada é suposta fora da zona de influência da face de escavação. As deformações são planas (perpendiculares ao eixo do túnel), sendo um problema unidimensional. No intradorso da seção do túnel é aplicada uma tensão $\sigma_i(t)$, função monótona do tempo, simulando aproximadamente o processo de escavação como pode-se observar na Figura 42. Em uma seção longe da frente do túnel, as tensões radiais efetivas são reduzidas a zero e as poropressões à pressão atmosférica.

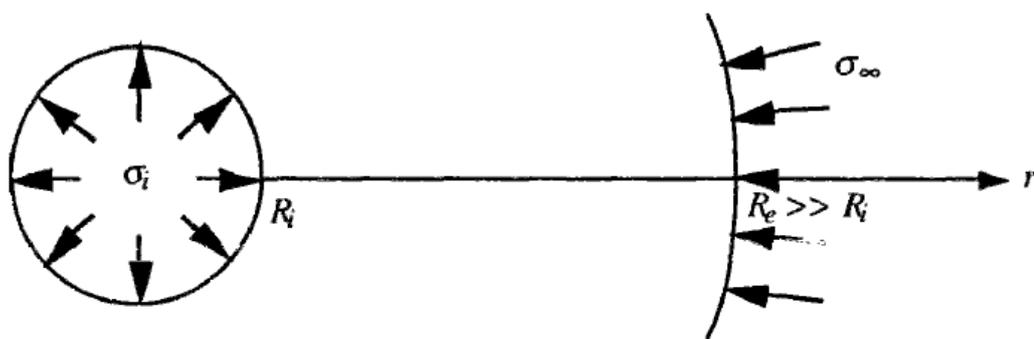


Figura 42 Representação do túnel unidimensional adaptado de Benamar (1996)

5.1.2 CONDIÇÕES LÍMITES MECÂNICAS

A tensão radial no intradorso do túnel ($r = R_i$) é $\sigma_i(t)$ e a tensão radial total longe do centro do túnel ($r = R_e$) é igual a σ_∞ , escreve-se:

$$\sigma_r(r = R_i, t) = \sigma_i(t) \quad \sigma_r(r = R_e, t) = \sigma_\infty \quad (268)$$

5.1.3 CONDIÇÕES LÍMITES HIDRÁULICAS

Consideram-se dois tipos de condição para o limite hidráulico.

Condição 1:

$$p(r = R_i, t > 0) = 0 \quad p(r = R_e, t) = p_\infty \quad (269)$$

Correspondente a uma parede com drenagem permanente onde prevalece a pressão atmosférica. Devido à geometria do problema considerado, o regime permanente se estabelece após um tempo, sendo o tempo maior quando menor é a permeabilidade.

Condição 2:

$$\frac{dp}{dr}(r = R_i, t > 0) = 0 \quad p(r = R_e, t) = p_\infty \quad (270)$$

Neste caso, a parede do túnel é considerado impermeável. Mesmo assim se sabe-se que um regime permanente será estabelecido e corresponderá ao caso $p = p_\infty$ em todo o maciço.

Devido às simetrias do problema, o vetor deslocamento só tem componente radial segundo a expressão (269).

$$\underline{\xi}(x, t) = u(r, t)\underline{e}_r \quad (271)$$

5.1.4 RESPOSTA INSTANTÂNEA

Procura-se a resposta instantânea (em $t = 0^+$) em deslocamentos, tensões e pressão intersticial no maciço devido a um carregamento mecânico: a tensão total aplicada na parede passa de um

valor inicial σ_∞ (antes da escavação), a um valor σ_i ($\sigma_\infty < \sigma_i \leq 0$). No caso instantâneo é observado que a transformação é efetuada em condição não drenada, pelo princípio de equivalência o problema se reduz a um problema monofásico equivalente.

Portanto pode-se considerar uma resposta elástica com coeficientes não drenados e uma pressão intersticial que não varia de seu valor inicial p_∞ :

$$\sigma_r(r, 0^+) = \sigma_\infty + (\sigma_i - \sigma_\infty) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 \quad (272)$$

$$\sigma_\theta(r, 0^+) = \sigma_\infty - (\sigma_i - \sigma_\infty) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 \quad (273)$$

$$\sigma_z(r, 0^+) = \sigma_\infty \quad (274)$$

$$u_r(r, 0^+) = -\frac{1}{2\mu} (\sigma_i - \sigma_\infty) \frac{R_i^2}{r} \quad (275)$$

$$\varepsilon_r(r, 0^+) = \frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{1}{2\mu} (\sigma_i - \sigma_\infty) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 \quad (276)$$

$$\varepsilon_\theta(r, 0^+) = \frac{u_r}{r} = -\frac{1}{2\mu} (\sigma_i - \sigma_\infty) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 \quad (277)$$

$$\varepsilon_z(r, 0^+) = \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (278)$$

Sendo $tr\underline{\underline{\varepsilon}}(r, 0^+) = 0$, a condição de pressão é:

$$p(r, t = 0^+) - p_\infty = -Mbtr\underline{\underline{\varepsilon}}(r, 0^+) \quad (279)$$

$$p(r, t = 0^+) = p_\infty \quad (280)$$

Observa-se que a distribuição da poropressão respeita a condição de contorno (270) de parede impermeável, mas viola a condição de contorno (269) de parede drenada.

5.1.5 RESPOSTA EM REGIME HIDRÁULICO PERMANENTE

Quando a velocidade do carregamento mecânico é insignificante (CUVILLIER et al., 1999) ou após um tempo grande consecutivo à aplicação da carga (escavação), podemos supor que o regime hidráulico permanente já é estabelecido quando o carregamento mecânico é aplicado, isto é, que não existe desacoplamento entre o comportamento mecânico e o hidráulico, então a pressão intersticial do maciço verifica a equação de Laplace.

A equação de Laplace para o caso unidimensional, em um túnel profundo infinitamente longo de seção circular em um meio poroso saturado e isótropo, é descrita pela equação (281), que se deduz da equação (149):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (281)$$

Onde a solução da equação (281) é da forma: $p = A \log(r) + B$, com A e B constantes que dependem das condições de limites hidráulicos.

Considerando a condição 1 na parede do túnel (parede drenante), isto é $p(R_i) = 0$, dada a geometria do problema, a solução da equação de Laplace é:

$$p(r, \infty) = p_\infty \frac{\log(r/R_i)}{\log(R_e/R_i)} \quad (282)$$

No caso da condição 2 (parede impermeável), a única solução para a equação (281) é:

$$p(r, \infty) = p_\infty \quad (283)$$

É introduzido o campo de pressão intersticial $p(r)$ na lei de comportamento poroelástico. O papel desempenhado pela função $p(r)$ é similar a uma força de volume, e tem uma solução clássica, sendo que $p(r)$ é um campo de pressão variável no tempo e espaço.

A solução poroelástica é:

$$\sigma_r(r, \infty) = \sigma_\infty + (\sigma_i - \sigma_\infty) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{G(r)}{r^2} \quad (284)$$

$$\sigma_\theta(r, \infty) = \sigma_\infty - (\sigma_i - \sigma_\infty) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda + 2\mu} \left(p(r) - p_\infty - \frac{G(r)}{r^2} \right) \quad (285)$$

$$\sigma_z(r, \infty) = \sigma_\infty - \frac{2b\mu}{\lambda + 2\mu} (p(r) - p_\infty) \quad (286)$$

$$\frac{u_r}{r} = -\frac{1}{2\mu} (\sigma_i - \sigma_\infty) + \frac{b}{\lambda + 2\mu} \frac{G(r)}{r^2} \quad (287)$$

Sendo que $G(r)$ é uma função definida por:

$$G(r) = \int_{R_i}^r r' (p(r') - p_\infty) dr' \quad (288)$$

No caso da condição 1:

$$G(r) = \frac{P_\infty}{2 \ln(R_e)} \left(R_i^2 \ln \left(\frac{R_e}{R_i} \right) + r^2 \ln \left(\frac{r}{R_e} \right) + \frac{1}{2} (R_i^2 - r^2) \right) \quad (289)$$

No caso da condição 2:

$$G(r) = 0 \quad (290)$$

Para o caso do regime hidráulico permanente e considerando o esquema da Figura 42, apresenta-se uma comparação entre os resultados analíticos e numéricos cujos parâmetros de cálculo são dados na Tabela 1.

Tabela 1 Parâmetros do túnel em regime hidráulico permanente sem revestimento

| | | |
|-------------------|-----------|------------------------------|
| $E =$ | 10000 MPa | Módulo de Young |
| $\sigma_\infty =$ | 20 MPa | Módulo de Biot |
| $\sigma_i =$ | 0 | Tensão inicial no intradorso |
| $\nu =$ | 0,25 | Coefficiente de Poisson |
| $p_\infty =$ | 10 MPa | Poropressão inicial |
| $R_i =$ | 1 m | Raio interno |
| $R_e =$ | 5 m | Tensão inicial |

Segundo a equação (282), a equação analítica para a poropressão no espaço é representado na Figura 43, para um túnel com raio $r = 1$ m. O resultado é semelhante ao resultado numérico obtido no programa desenvolvido, a poropressão estabelece-se independente do tempo.

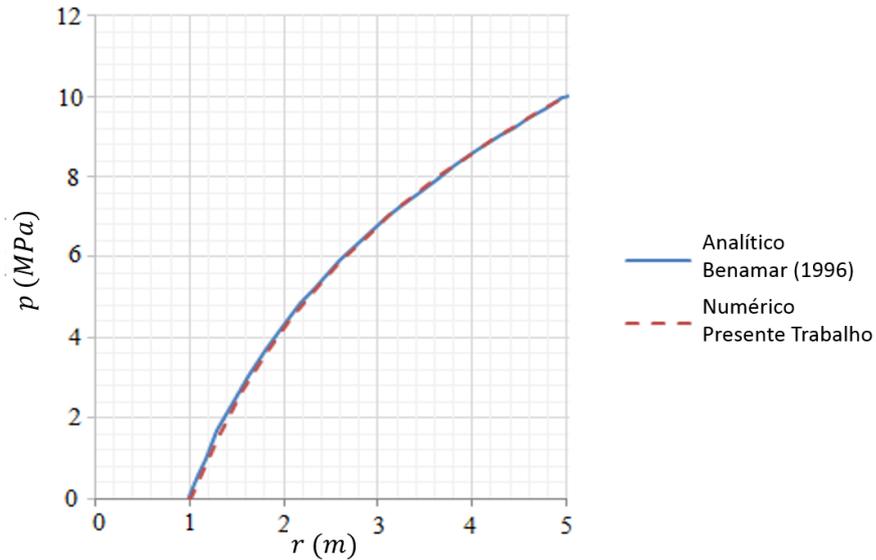


Figura 43 Evolução da poropressão no espaço no caso do regime hidráulico permanente.

Segundo a equações (109), (284) e (282), a tensão radial efetiva analítica é:

$$\sigma'_r(r, \infty) = \sigma_r(r, \infty) + p(r, \infty) \quad (291)$$

A Figura 44 mostra a comparação da solução analítica da tensão radial (equação (291)) com a solução numérica. As soluções mostram uma ótima concordância, apresentando uma diferença máxima de 1,8 % no trecho final.

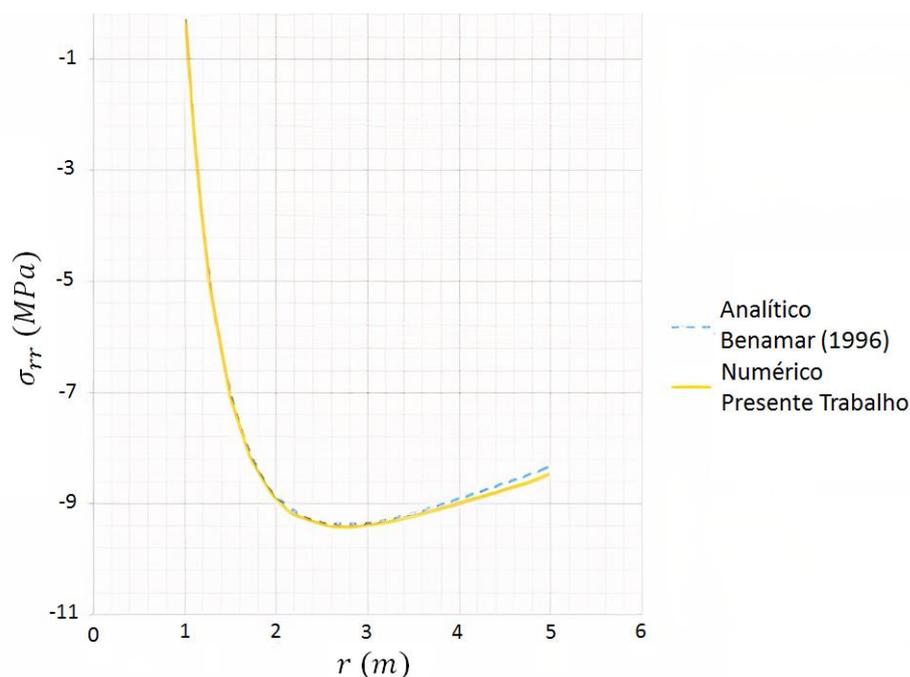


Figura 44 Evolução da tensão radial efetiva no espaço para o caso do regime hidráulico permanente.

5.1.5.1 REVESTIMENTO ELÁSTICO CIRCULAR

Considerando um túnel circular suportado por um revestimento, sendo considerado o caso simples de comportamento elástico com aderência perfeita entre o revestimento e maciço do túnel, com compatibilidade de deslocamentos entre os mesmos.

O anel de raio R e espessura t_s encontra-se com pressão externa uniforme σ_i (esta reação representa a reação do maciço sobre o revestimento). O revestimento elástico tem módulo de Young E_s e coeficiente de Poisson ν_s . Em estado plano de deformações pode-se resolver analiticamente mediante a teoria de placas delgadas descrito em Carranza-Torres e Diederichs (2008).

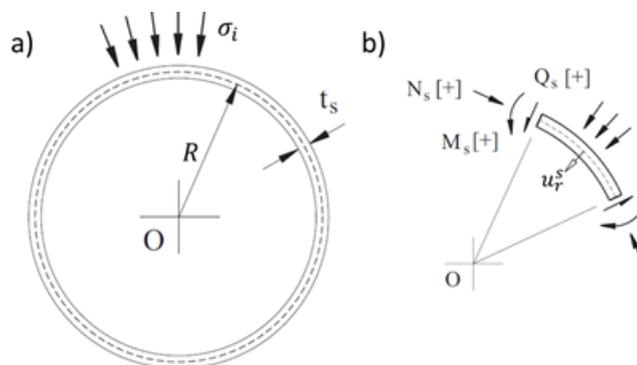


Figura 45 Geometria e carregamento do anel elástico adaptado de Carranza-Torres e Diederichs (2008)

O deslocamento radial no revestimento u_r^s , segundo a Figura 45b é:

$$u_r^s = \frac{\eta_{CF} R^2 \sigma_i}{(1 + \eta_{CF}) C_{sf}} \quad (292)$$

Sendo C_{sf} o coeficiente de compressibilidade do revestimento que, em condições de estado plano de deformação é dado como:

$$C_{sf} = \frac{E_s}{(1 - \nu_s^2)} t_s \quad (293)$$

Na equação (292), o valor do coeficiente η_{CF} é:

$$\eta_{CF} = 12 \left(\frac{R}{t_s} \right)^2 \quad (294)$$

Devido à compatibilidade de deslocamentos entre o revestimento e o maciço igualamos as expressões (292) e (287) em $r = R$, obtêm-se:

$$\sigma_i = \frac{\frac{\sigma_\infty}{2\mu}}{\frac{R\eta_{CF}}{(1 + \eta_{CF})C_{sf}} + \frac{1}{2\mu}} \quad (295)$$

Apresenta-se um exemplo para o caso do regime hidráulico permanente em um túnel com revestimento formado por um anel elástico. Na Tabela 2 mostram-se os valores das constantes mecânicas, hidráulicas e geométricas, (considerando o esquema da Figura 42 e Figura 45). São comparados resultados analíticos, numéricos e os resultados obtidos por Carranza-Torres e Zhao (2009).

Tabela 2 Parâmetros do túnel em regime hidráulico permanente com revestimento

| | | |
|---------------------|-----------|---|
| $E =$ | 10000 MPa | Módulo de Young |
| $E_s =$ | 20000 MPa | Módulo de Young do revestimento |
| $\sigma_{\infty} =$ | 20 MPa | Tensão inicial |
| $\nu =$ | 0,25 | Coefficiente de Poisson do maciço |
| $\nu_s =$ | 0,15 | Coefficiente de Poisson do revestimento |
| $p_{\infty} =$ | 10 MPa | Poropressão inicial |
| $R_i =$ | 0,975 m | Raio interno |
| $R_e =$ | 1,025 m | Raio externo |
| $R =$ | 1 m | Raio meio |
| $t_s =$ | 0,05 m | Espessura do revestimento |

O valor da tensão inicial na parede do túnel $\sigma_i = 2,27$ MPa é calculado com a equação (295), que representa a tensão uniforme que o revestimento atua sobre o maciço. Considerando este resultado avalia-se a tensão efetiva radial no maciço (expressão (291)) isto é, quando o túnel é revestido por um anel elástico de espessura $t_s = 0,05$ m.

Foi verificado que o comportamento da poropressão mantém-se igual à Figura 43, devido a que no caso de regime hidráulico permanente a poropressão é independente dos parâmetros mecânicos dos materiais (segundo equação (282)).

A tensão efetiva radial no túnel com revestimento elástico é maior que no caso do túnel não revestido. No intradorso do túnel a diferença é $\sigma_i = 2,27$ MPa, que vai diminuindo conforme afasta-se do túnel. As soluções analíticas, numéricas e as soluções de Carranza-Torres e Zhao (2009), são mostradas na Figura 46, onde pode-se observar a boa concordância das soluções, com um erro de 2,2% no trecho final.

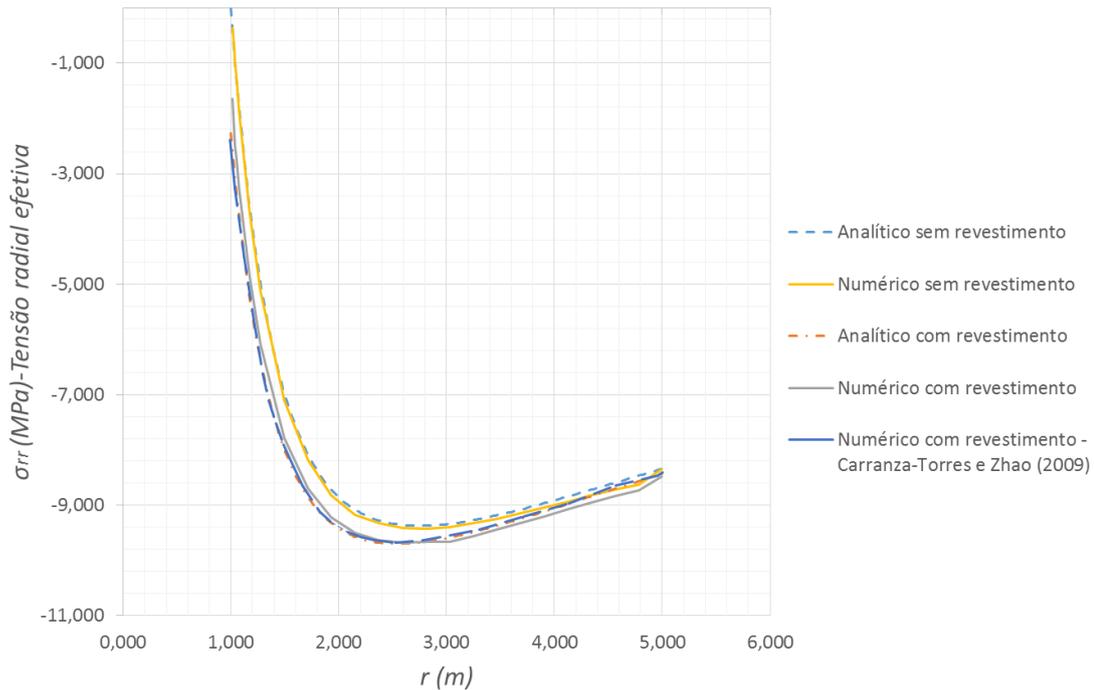


Figura 46 Evolução da tensão radial efetiva no espaço para o caso do regime hidráulico permanente em um túnel revestido e não revestido

5.1.6 RESPOSTA TRANSITÓRIA A ESCAVAÇÃO UNIDIMENSIONAL EM UM MEIO POROELÁSTICO

Para um o maciço com um comportamento poroelástico, utiliza-se a solução semianalítica descrita por Detournay e Cheng (1988). Em deformação plana e carregamento isotrópico, o tensor de tensões e deformações é escrito como:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (296)$$

Considerando transformações infinitesimais, as deformações são:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \quad (297)$$

A equação de equilíbrio na geometria cilíndrica unidimensional é dada por:

$$\sigma_\theta = \sigma_r + r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \quad (298)$$

Com as equações de (297), a equação de difusão generalizada é escrita como:

$$k\Delta p = \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{b}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial t} \right) \quad (299)$$

5.1.6.1 RESOLUÇÃO DE CAMPOS DE TENSÃO E DESLOCAMENTO EM POROELASTICIDADE

A projeção das equações de estado poroelásticas projetadas nos eixos radial, ortoradial e transversal são dadas por:

$$\sigma_r - \sigma_\infty = \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} - b(p - p_\infty) \quad (300)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_\infty = \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) + 2\mu \frac{u_r}{r} - b(p - p_\infty) \quad (301)$$

$$\sigma_z - \sigma_\infty = \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) - b(p - p_\infty) \quad (302)$$

Ao combinar (300) e (301) e tendo em conta a relação de equilíbrio (298) e integrar em relação à variável espaço, as duas relações abaixo são obtidas:

$$\frac{u_r}{r} + \frac{1}{2\mu} \sigma_r = C_1(t) \quad (303)$$

$$\sigma_r - \sigma_\infty - 2(\lambda + \mu) \frac{u_r}{r} + 2b \frac{G(r,t)}{r^2} = \frac{C_2(t)}{r^2} \quad (304)$$

Sendo C_1 e C_2 duas constantes de integração que dependem unicamente do tempo. $G(r,t)$ representa uma função definida por:

$$G(r,t) = \int_{R_i}^r r' (p(r',t) - p_\infty) dr' \quad (305)$$

Da relação (303), quando $r = R_e$, tem-se:

$$\frac{u_r}{r} - \frac{u_e}{R_e} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_r - \sigma_\infty) = 0 \quad (306)$$

Sendo $u_e = u(R_e, t)$

Aplicando a mesma abordagem na relação (304), obtém-se:

$$\sigma_r - \sigma_\infty - 2(\lambda + \mu) \left[\frac{u_r}{r} - \frac{u_e}{R_e} \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 \right] + 2b \frac{G(r, t) - G(R_e, t)}{r^2} = 0 \quad (307)$$

Eliminando u_r/r das equações anteriores obtém-se:

$$\sigma_r - \sigma_\infty - \frac{2\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \left[1 - \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 \right] \frac{u_e}{R_e} + \frac{2b}{\lambda + 2\mu} \frac{G(r, t) - G(R_e, t)}{r^2} = 0 \quad (308)$$

Das equações (306) e (307) pode se obter:

$$\frac{u_r}{r} - \frac{1}{\lambda + 2\mu} \left[\mu + (\lambda + \mu) \left(\frac{R_e}{r} \right)^2 \right] \frac{u_e}{R_e} - \frac{b}{\lambda + 2\mu} \frac{G(R_i, t) - G(R_e, t)}{r^2} = 0 \quad (309)$$

Considerando $r = R_i$ em (307) e levando em conta a condição do limite mecânico escrito na equação (268) obtém-se:

$$\frac{u_e}{R_e} = \frac{1}{1 - (R_e/R_i)^2} \left[\frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(\lambda + \mu)} (\sigma_i - \sigma_\infty) + \frac{b}{\lambda + \mu} \frac{G(R_i, t) - G(R_e, t)}{R_i^2} \right] \quad (310)$$

Por definição em (305), temos, para todo instante:

$$G(R_i, t) = 0 \quad (311)$$

Considerando o maciço infinito, isto é: $R_e \gg R_i$ ($R_e \rightarrow \infty$), portanto $u_e/R_e = 0$ em qualquer instante, assim a relação (310) resulta:

$$\frac{G(R_e, t)}{R_e^2} = 0 \quad (312)$$

Levando em conta (310) e (312), considerando as relações (308) e (309) e usando a equação de equilíbrio (298), deduz-se as seguintes soluções:

$$\sigma_r(r,t) = \sigma_\infty + (\sigma_i(t) - \sigma_\infty) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{G(r,t)}{r^2} \quad (313)$$

$$\sigma_\theta(r,t) = \sigma_\infty - (\sigma_i(t) - \sigma_\infty) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 - \frac{2b\mu}{\lambda + 2\mu} \left(p(r,t) - p_\infty - \frac{G(r,t)}{r^2} \right) \quad (314)$$

$$\sigma_z(r,t) = \sigma_\infty - \frac{2b\mu}{\lambda + 2\mu} (p(r,t) - p_\infty) \quad (315)$$

$$\frac{u_r}{r}(r,t) = -\frac{1}{2\mu} (\sigma_i(t) - \sigma_\infty) \left(\frac{R_i}{r} \right)^2 + \frac{b}{\lambda + 2\mu} \frac{G(r,t)}{r^2} \quad (316)$$

Levando em conta a expressão (311), a convergência na parede do túnel é escrita como:

$$U_i = -\frac{u_r(R_i, t)}{R_i} = \frac{1}{2\mu} (\sigma_i(t) - \sigma_\infty) \quad (317)$$

Portanto a expressão da convergência é independente da pressão intersticial. Nota-se também que as condições dos limites hidráulicos vão se manifestar no valor da pressão de poros p ainda não conhecida.

5.1.6.2 EQUAÇÃO DE DIFUSÃO EM POROELASTICIDADE

Considera-se válida a equação de difusão (320) quando o rotacional do deslocamento é nulo, isto é $\underline{\nabla} \times \underline{\xi} = 0$, dado que o deslocamento depende somente do raio r e é da forma: $\underline{\xi} = u_r(r)\underline{e}_r$, sendo $u_\theta = u_z = 0$:

$$\underline{\nabla} \times \underline{\xi} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) \underline{e}_r + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \underline{e}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(ru_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \underline{e}_z \quad (318)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{\xi} = 0 \quad (319)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c^f \operatorname{div}(\underline{\nabla}(p)) \quad \text{ou} \quad \frac{1}{c^f} \frac{\partial p}{\partial t} = \Delta p \quad (320)$$

Sendo c^f o coeficiente de difusividade hidráulica:

$$c^f = k M \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda_u + 2\mu} \quad (321)$$

Sendo:

$$\lambda = K - \frac{2}{3}\mu \quad (322)$$

Onde K é o módulo de compressão e μ o coeficiente de Lamé

A solução da pressão intersticial é independente do carregamento mecânico, enquanto que a difusividade hidráulica inclui as características mecânicas do maciço.

Em conclusão, as relações da (313) à (316) e a equação (320), com as condições dos limites hidráulicos permitem resolver completamente o problema do túnel 1D escavado em um meio poroelástico linear sob carga isotrópica.

Podemos reescrever a equação (320) em forma adimensional como:

$$\Delta^* p^* = \frac{\partial p^*}{\partial t^*} \quad (323)$$

Sendo p^* e t^* duas variáveis adimensionais definidas como:

$$p^* = \frac{(p - p_\infty)}{p_\infty} \quad \text{e} \quad t^* = \frac{t}{\tau} \quad (324)$$

Com $\tau = R_i^2 / c^f$ considerado como o tempo característico da difusão hidráulica. Δ^* representa o operador laplaciano reduzido, definido como:

$$\Delta^* = \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial}{\partial r^*} \right) \quad (325)$$

Com a variável adimensional $r^* = r/R_i$.

Conforme mencionado nas condições de contorno hidráulicas, têm-se dois casos de análise para a parede do túnel: parede impermeável (fluxo zero) ou parede drenante, isto é, uma pressão

intersticial p_i (inferior a p_∞) é fixa na parede, sendo constante ao longo do tempo (se o túnel é seco, $p_i = 0$).

Em ambos os casos, considera-se que longe da parede, a pressão não é perturbada:

$$p(r \rightarrow \infty, t) = p_\infty.$$

Se a parede é impermeável, a única solução para a equação (320) é $p = p_\infty$ em qualquer parte do maciço e em qualquer instante. Portanto vai se abordar a solução da equação (320) para o caso de parede drenante.

Existe uma solução analítica ao problema em Carslaw e Jaeger (1960):

$$\frac{p(r, t) - p_\infty}{p_i - p_\infty} = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \exp(-u^2 c^f t) \frac{I(u, r)}{u} du \quad (326)$$

Com:

$$I(u, r) = \frac{J_0(ur)Y_0(uR_i) - J_0(uR_i)Y_0(ur)}{Y_0^2(uR_i) + J_0^2(uR_i)} \quad (327)$$

Sendo que J_0 e Y_0 representam as funções de Bessel de ordem 0

Esta solução (326) não admite expressões mais simples. Os desenvolvimentos da mesma são limitados a certos intervalos de tempo e de espaço, apresentando problemas de estabilidade numérica por causa dos limites de integração. Por outro lado, optamos por uma solução semi-analítica da equação (320), a qual é mostrada a seguir.

5.1.6.3 SOLUÇÃO SEMI-ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO

O problema a resolver é escrito como:

$$\Delta \delta p = \frac{1}{c^f} \frac{\partial \delta p}{\partial t} \quad (328)$$

$$\delta p(r, t = 0) = 0 \quad (329)$$

$$\delta p(r = R_i, t > 0) = p_i - p_\infty \quad (330)$$

$$\delta p(r \rightarrow \infty, t) = 0 \quad (331)$$

Sendo $\delta p(r, t) = p(r, t) - p_\infty$

Aplicando a transformada de Laplace, o problema fica:

$$\Delta \overline{\delta p} = \frac{s}{c^f} \partial \overline{\delta p} \quad (332)$$

$$\overline{\delta p}(r = R_i, s) = \frac{P_i - P_\infty}{s} \quad (333)$$

$$\overline{\delta p}(r \rightarrow \infty, t) = 0 \quad (334)$$

Com $\overline{\delta p}(r, s) = \int_0^\infty \exp(-st) \delta p(r, t) dt$ que representa a transformada de Laplace de $\delta p(r, t)$.

A solução geral da equação diferencial (332), é a seguinte:

$$\overline{\delta p}(r, s) = AI_0(qr) + BK_0(qr) \quad (335)$$

Com $q = \sqrt{s/c^f}$, A e B são duas constantes que dependem somente de s , I_0 e K_0 são funções modificadas de Bessel de ordem 0.

Levando em consideração as condições limites (333) e (334), e do fato que $I_0(x)$ e $K_0(x)$ tendem respectivamente a $+\infty$ e 0 quando x tende a $+\infty$, deduz-se a expressão final:

$$\overline{\delta p}(r, s) = \frac{P_i - P_\infty}{s} \frac{K_0(qr)}{K_0(qR_i)} \quad (336)$$

Prova:

Da condição da equação (328):

$$\Delta \delta p = \frac{1}{c^f} \frac{\partial \delta p}{\partial t} = \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\delta p)}{\partial r} \quad (337)$$

Aplicando a transformada de Laplace à equação (337):

$$\frac{\partial^2(\delta p(r, s))}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\delta p(r, s))}{\partial r} = \frac{s}{c^f} \delta p(r, s) \quad (338)$$

Sendo a solução proposta da equação (335), substituindo nas derivadas parciais:

$$\frac{\partial(\delta p(r,s))}{\partial r} = A \frac{\partial I_0(qr)}{\partial r} + B \frac{\partial K_0(qr)}{\partial r} \quad (339)$$

$$\frac{\partial^2(\delta p(r,s))}{\partial r^2} = Aq \left[qI_0(qr) - \frac{I_1(qr)}{r} \right] + (-B)q \left[-K_0(qr)q - \frac{K_1(qr)}{r} \right] \quad (340)$$

Substituindo na parte esquerda da equação (338):

$$\frac{\partial^2(\delta p(r,s))}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\delta p(r,s))}{\partial r} = Aq^2 I_0(qr) + Bq^2 K_0(qr) \quad (341)$$

Da parte direita da equação (338), com condição $q = \sqrt{s/c^f}$, obtém-se:

$$\frac{s}{c^f} \delta p(r,s) = Aq^2 I_0(qr) + Bq^2 K_0(qr) \quad (342)$$

Como as equações (341) e (342) são iguais então a solução (335) é válida.

Substituindo na equação (335) a condição (334), o valor de $I_0(qr) = \infty$ e $K_0(qr) = 0$, portanto $A = 0$. Portanto a equação (335) pode ser escrita como a equação (336).

A inversão direta da equação (336), resulta na solução analítica mostrada em (326). Existe um algoritmo para a inversão numérica de uma transformada de Laplace, mostrada em Stehfest (1970).

O algoritmo aproxima a função real $\delta p(r,t)$, para todo $t > 0$, a partir da transformada de Laplace $\overline{\delta p}(r,s)$ como:

$$\delta p(r,t) = \frac{\ln(2)}{t} \sum_{n=1}^N c_n \overline{\delta p} \left(r, n \frac{\ln(2)}{t} \right) \quad (343)$$

$$p(r,t) = p_\infty + \delta p(r,t) \quad (344)$$

Com:

$$c_n = (-1)^{n+\frac{N}{2}} \sum_{k=E(\frac{n+1}{2})}^{\text{Min}(n,N/2)} \frac{k^{N/2} (2k)!}{(N/2-k)! k! (k-1)! (n-k)! (2k-n)!} \quad (345)$$

Sendo:

$k!$ indica o fatorial de um número natural

$E(x)$ designa a parte inteira de x

$\text{Min}(a,b)$ é o mínimo de a e b .

O algoritmo de Stehfest fornece a solução $\delta p(r,t)$ que será inserido nas equações (305) (313) e (316) para estabelecer a solução semi-analítica do problema do túnel 1D em um meio poroelástico linear, sendo que N pode assumir valores pares entre 10 e 20.

Apresenta-se um exemplo com os parâmetros da Tabela 3 e com a geometria ilustrada na Figura 47.

Tabela 3 Parâmetros do problema do túnel unidimensional em regime transitório

| | | |
|-------------------|--|--|
| $c^f =$ | 0,00805 m ² /dia | Coeficiente de difusividade |
| $\lambda =$ | 80 MPa | Primeiro coeficiente de Lamé drenado |
| $\lambda_u =$ | 7580 Mpa | Primeiro coeficiente de Lamé não drenado |
| $M =$ | 7500 MPa | Módulo de Biot |
| $b =$ | 1 | Coeficiente de Biot |
| $k =$ | 3,46 10 ⁻⁵ MPa ⁻¹ m ² dia ⁻¹ | Condutividade hidráulica |
| $\nu =$ | 0,3 | Coeficiente de Poisson |
| $p_\infty =$ | 2 MPa | Poropressão inicial |
| $R_i =$ | 1 m | Raio interno |
| $\sigma_\infty =$ | -4 MPa | Tensão inicial total |

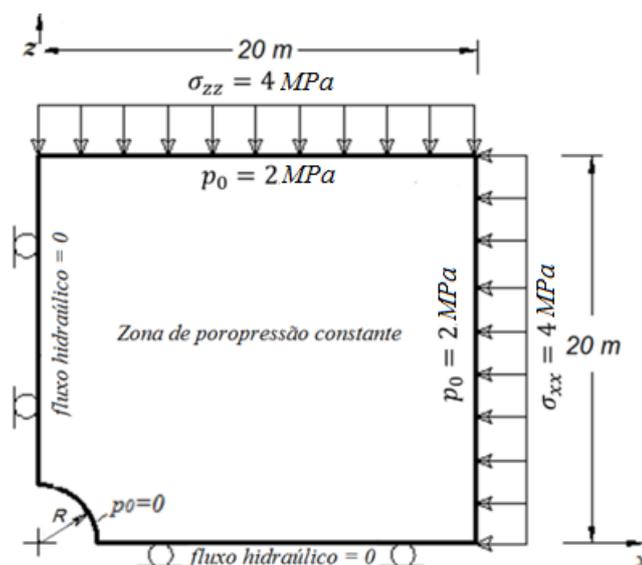


Figura 47 Geometria do modelo e condições de borda

Na Figura 48 mostra-se os valores de poropressão conforme aumenta o valor de N , notando, que a partir de $N=6$, os valores convergem.

Na Figura 49 mostra-se uma comparação de resultados obtidos com o método de elementos finitos dados por Benamar (1996) e uma solução semi-analítica (equação (344)). Enquanto que a solução em elementos finitos obedece a uma lei constitutiva poroelastoplástica (BENAMAR, 1996, p. 89) e a solução analítica obedece a uma lei constitutiva poroelástica, nota-se que no ponto inicial (isto é $r=1$), as soluções coincidem na mesma poropressão inicial. No meio, isto é de $r=1$ até $r=6$ apresenta-se uma diferença nas evoluções de poropressão devido ao fato de ter diferentes leis constitutivas. No caso da análise dos elementos finitos aparece uma zona de plastificação ao redor da face do túnel com um raio plástico analítico com o critério de Tresca igual a 1,87 m, como mostrado em Benamar (1996, p. 101). Nota-se também que todas as soluções convergem a partir de $r=6$, para todas as análises realizadas.

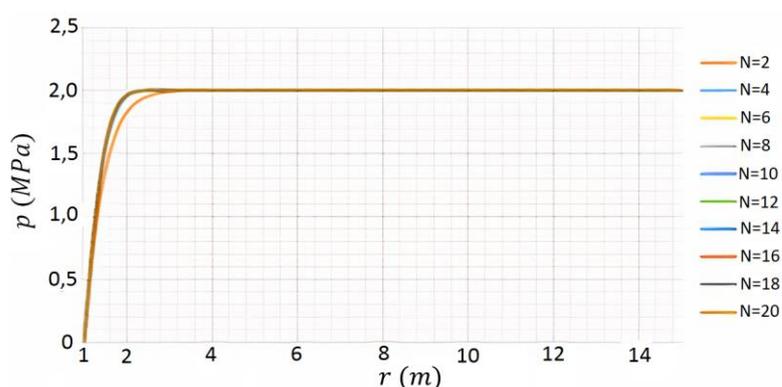


Figura 48 Valores analíticos poropressão vs raio para distintos valores de N

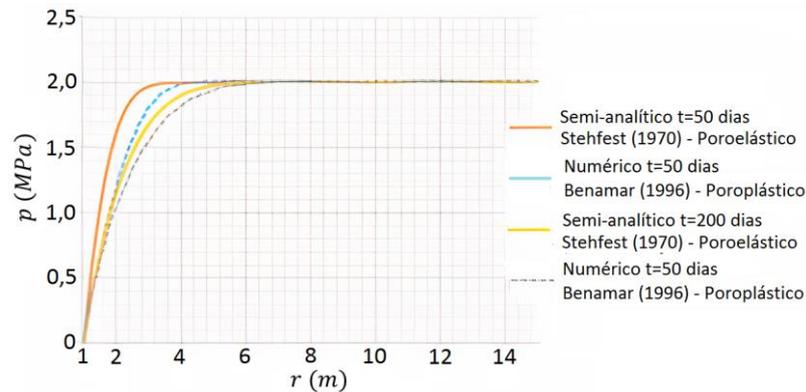


Figura 49 Comparação dos resultados da Análise Numérica-A.N. e Elementos Finitos-E.F (Benamar, 1995).

Coussy (2004) apresenta uma solução analítica para a poropressão (equação (346)), para tempos menores que o tempo característico de difusão hidráulica, isto é: $t \ll \tau = R_i^2/c^f$.

$$p(r,t) = p_i - (p_\infty - p_i)\bar{p}(r,t) \quad (346)$$

Sendo:

$$\bar{p}(r,t) = \sqrt{\frac{R_i}{r}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{r-R_i}{2\sqrt{c^f t}} \right) \right] - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{R_i}{r}} \frac{r-R_i}{2r} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{c^f t}}{R_i} \exp \left(-\frac{(r-R_i)^2}{4c^f t} \right) - \frac{r-R_i}{R_i} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{r-R_i}{2\sqrt{c^f t}} \right) \right) \right] \quad (347)$$

Na Figura 50 apresenta-se a comparação entre a expressão semi-analítica obtida com o algoritmo de Stehfest (equação (344)), a expressão analítica dada por Coussy (2004) (equação (346)) e os resultados do presente trabalho em elementos finitos (MEF).

A solução analítica foi verificada, confirmando que esta solução é válida para tempos pequenos, isto é para tempos característicos muito menores que 1 ou para tempos menores que o tempo característico ($t \ll \tau$). Os valores analíticos coincidem com os valores semi-analíticos e também com os valores obtidos pelo método de elementos finitos.

A solução semi-analítica é válida sem restrição do tempo e coincide com os resultados obtidos pelo método de elementos finitos para tempos maiores que o tempo característico.

A análise em elementos finitos foi avaliada de dois modos: O primeiro modo não considera elementos finitos na parte da malha que constitui o túnel, já no segundo modo considerou-se

elementos na malha, mas na parte escavada usou-se o método de ativação/desativação de elementos (descrito no item 4.10), ambos modos resultaram em valores coincidentes.

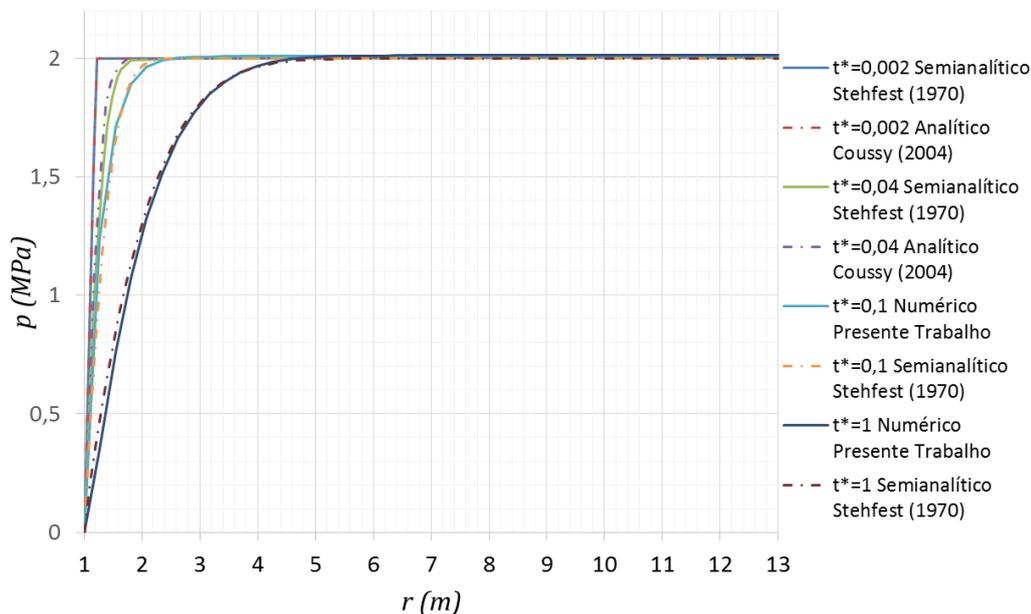


Figura 50 Comparação resultados numéricos analíticos e semi-analíticos da evolução da poropressão com o raio

Na Figura 51 apresenta-se a evolução da poropressão em função do raio obtida com o algoritmo de Stehfest (expressão (344)). Nota-se que a poropressão no início para todos os tempos é nula e a medida que passa o tempo vai aumentando até convergir para à pressão de 2 MPa no infinito para todos os casos. Em tempos menores, o valor de convergência de 2 MPa é alcançado em valores de raio menores.

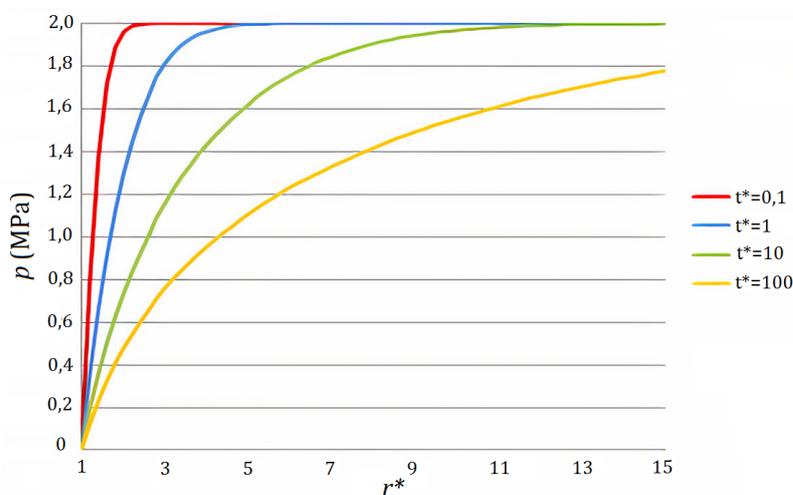


Figura 51 Evolução da poropressão com o raio para diversos instantes t^*

Na Figura 52 mostra-se a evolução do deslocamento em função do raio do túnel em diferentes tempos. Nota-se que o deslocamento é o mesmo para o tempo inicial sendo que para tempos menores obteve-se menores deslocamentos para o mesmo raio.

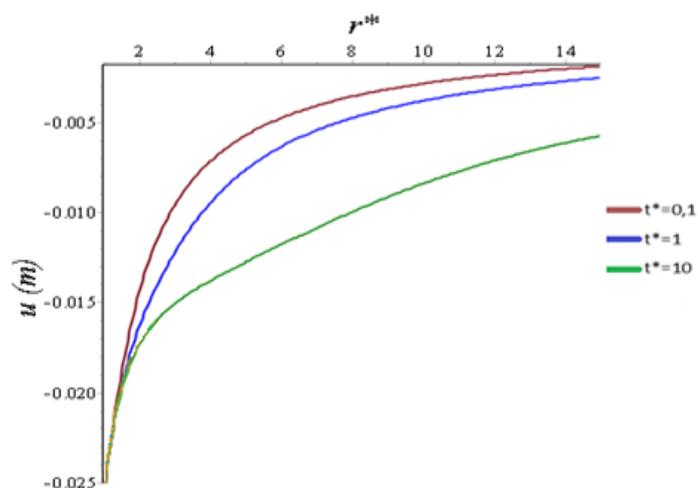


Figura 52 Evolução do deslocamento com o raio para diversos instantes t^*

Na Figura 53 mostra-se a evolução da tensão radial em função do raio do túnel em diversos tempos. Nota-se que as curvas partem do mesmo valor de tensão e para o mesmo raio obtêm-se maiores tensões para tempos menores.

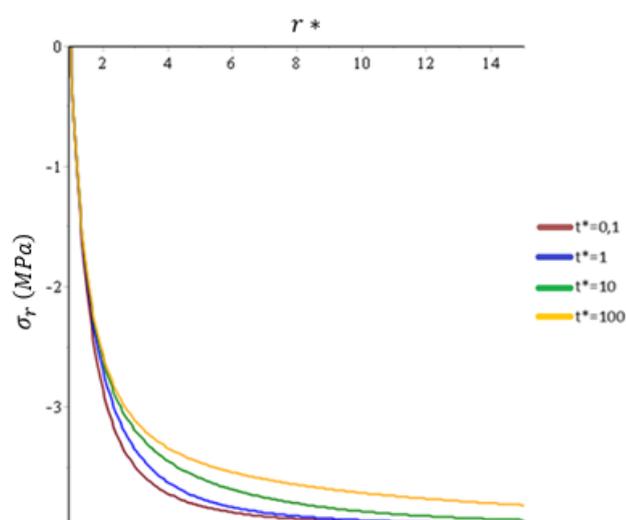


Figura 53 Evolução da tensão radial com o raio para diversos instantes t^*

Na Figura 54 mostra-se a evolução da tensão ortoradial em função do raio do túnel em distintos tempos. Nota-se que partem do mesmo valor de tensão e vão evoluindo indistintamente conforme o raio até convergir no mesmo valor no infinito.

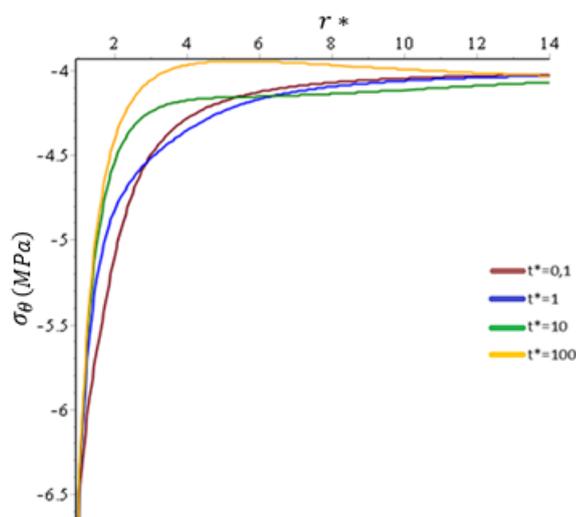


Figura 54 Evolução da tensão tangencial com o raio para diversos instantes t^*

Na Figura 55 mostra-se a evolução da tensão vertical versus o raio do túnel em tempos distintos. Nota-se que partem do mesmo valor de tensão sendo que para tempos menores obteve-se maiores tensões para o mesmo raio. Exceto para $t^* = 100$ as outras curvas tendem a convergir a -4 MPa no infinito.

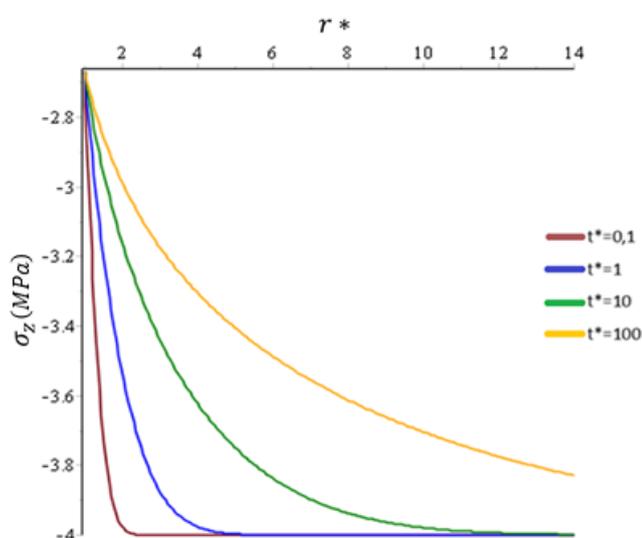


Figura 55 Evolução da tensão vertical com o raio no tempo

5.2 ANÁLISE POROELÁSTICA ANISÓTROPICA DE TÚNEIS

O processo de sedimentação dos solos dão origem a um comportamento anisotrópico, característica que também pode ser causada pelos processos diagenéticos ou metamórficos, resultado da formação de planos fracos nas interfaces da rocha. Estas rochas denominadas sedimentares e metamórficas representam o maciço onde o túnel será escavado. Estes tipos de rochas têm propriedades que variam com a direção e pode-se dizer que tem anisotropia inerente (CARRILLO et al., 2017), isto é, a diferença principal entre a elasticidade anisotrópica e a elasticidade isotrópica é que a deformação depende da orientação.

Como mostrado anteriormente, soluções analíticas foram desenvolvidas para túneis escavados em meios isotrópicos poroelásticos e para meios com poroelasticidade transversa como mostrado em Coussy (2014). Para a resposta estacionária tem-se as soluções analíticas em Bobet (2010), Bobet (2011) e Wang (2000).

Em Cheng e Yu (2015) mostra-se uma solução analítica para o meio poroelástico ao redor de túneis circulares profundos (com e sem revestimento) considerando o estado inicial anisotrópico e a teoria de Biot (1957).

Guayacan et al. (2017) mostram uma análise em estado plano de deformações de um túnel em um meio poroelástico isótropo transversa, em um tempo instantâneo de $t = 1 \text{ seg}$. Dá-se ênfase na evolução do campo de poropressões ao redor de poços circulares, e mostra-se a similitude dos resultados Guayacan et al. (2017) e o presente trabalho.

O material considerado é a da argila compactada: “Callovo Oxfordian claystone”, a qual foi monitorada ao redor de poços escavados na URL (Underground Research Laboratory) da ANDRA (The French National Radioactive Waste Management Agency). Esta argila tem sido estudada há mais de uma década como material potencial para a estocagem de dejetos radioativos de longa duração, considerando suas características: condutividade hidráulica muito baixa, pequena difusão molecular e uma capacidade significativa na retenção de radionucleídeos.

Inicialmente contruiu-se o modelo da malha completa (100 m x 100 m), na qual são aplicadas as condições iniciais de tensão e pressão. Após realiza-se a escavação do túnel (isto é, são desativados os elementos que pertencem ao túnel dentro do raio R de 2,6 m) e impõe-se poropressão nula na parede do intrados do túnel. Aplicam-se também as condições de tensão

$\sigma_{0,x}$ e $\sigma_{0,z}$ e poropressão p_0 nas bordas, como mostrado na Figura 56a, e a resposta instantânea (em $t = 1 \text{ seg}$) é calculada. Análisa-se para os diferentes casos (vários parâmetros) mostrados na Tabela 4. Na Figura 56b mostra-se a malha de elementos finitos com 4717 hexaedros. A matriz de rigidez do maciço isotrópico transverso e os elementos são mostrados nas expressões (184) ao (194).

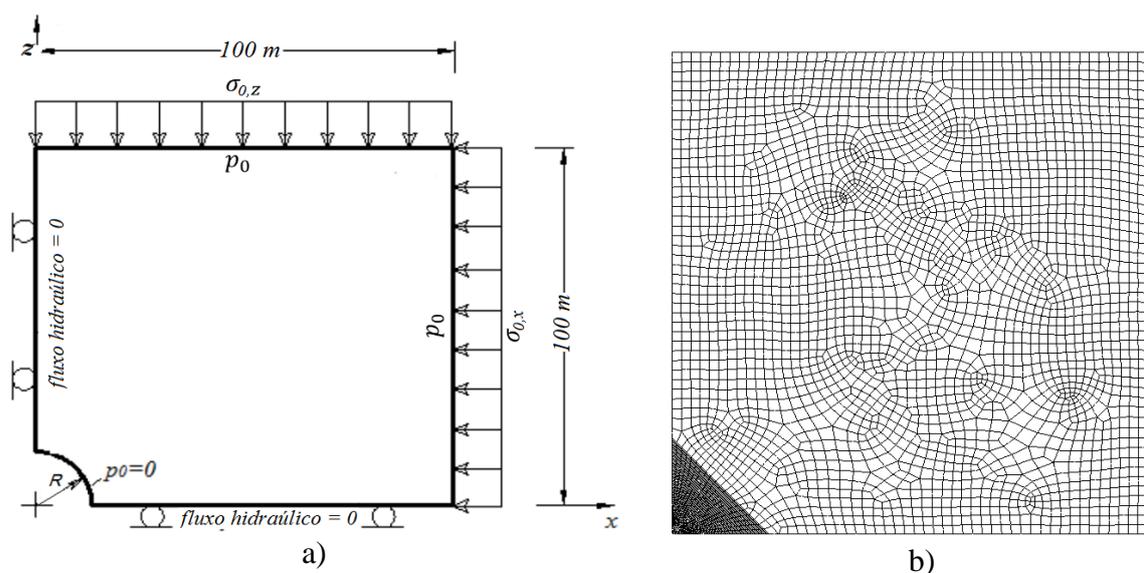


Figura 56 a) Condições iniciais para o modelo numérico bi-dimensional, b) Malha de elementos finitos (GUAYACAN et al., 2016)

Os parâmetros mecânicos e hidráulicos estão dados na Tabela 4, sendo ϕ_0 a porosidade inicial.

Tabela 4 Parâmetros do maciço nos casos de análise (GUAYACAN et al., 2016)

| Casos | $\sigma_{0,x}$ (MPa) | $\sigma_{0,z}$ (MPa) | E_x (MPa) | E_z (MPa) | ν_{xy} | ν_{zx} | μ (MPa) | b | k_x (m/s) | k_z (m/s) | ϕ_0 |
|-------|-------------------------|-------------------------|----------------|----------------|------------|------------|----------------|-----|----------------------|----------------------|----------|
| 1 | 12,4 | 12,4 | 4000 | 4000 | 0,3 | 0,3 | 1540 | 0,6 | $2,7 \cdot 10^{-13}$ | $2,7 \cdot 10^{-13}$ | 0,18 |
| 2 | 12,4 | 12,7 | 4000 | 4000 | 0,3 | 0,3 | 1540 | 0,6 | $2,7 \cdot 10^{-13}$ | $2,7 \cdot 10^{-13}$ | 0,18 |
| 3 | 12,4 | 12,7 | 5200 | 4000 | 0,2 | 0,3 | 1700 | 0,6 | $4 \cdot 10^{-13}$ | $1,3 \cdot 10^{-13}$ | 0,18 |

Os resultados são ilustrados na Figura 57: O caso 1 correspondente a um caso de propriedades isotrópicas: as tensões aplicadas no sentido x e z tem o mesmo valor de 12,4 MPa. Imediatamente após a escavação do túnel o valor máximo da poropressão ocorre na interseção do eixo x com a superfície do túnel, e na interseção do eixo z com a superfície do túnel, (mesmo valor de poropressão em ambos pontos), sendo o valor máximo 0,25% maior que a poropressão inicial do maciço. Na Figura 57 mostra-se a poropressão ao longo do eixo x (que seria equivalente a tensão radial). A diferença nos valores da poropressão máxima entre o presente trabalho e os resultados de Guayacan et. al (2017) é de 0,94%.

No caso 2 a tensão aplicada na direção z é incrementada em 0,3 MPa, sendo os demais parâmetros iguais ao caso 1. Este aumento de tensão origina também um incremento na poropressão máxima com respeito ao caso 1, sendo 3% maior que a poropressão do caso 1. Comparando com os resultados de Guayacan et. al. (2017), existe uma diferença de 0,6 % nos valores da poropressão máxima.

No caso 3, varia-se além da tensão na direção z, o valor do módulo de elasticidade na direção x, os coeficientes de poisson, o módulo de corte e as permeabilidades em x e z. Estas variações originam um incremento de 23% da poropressão com relação ao caso 1. Comparando com os resultados de Guayacan et al. (2017) existe uma diferença de ordem de 1,5% no valor da poropressão máxima.

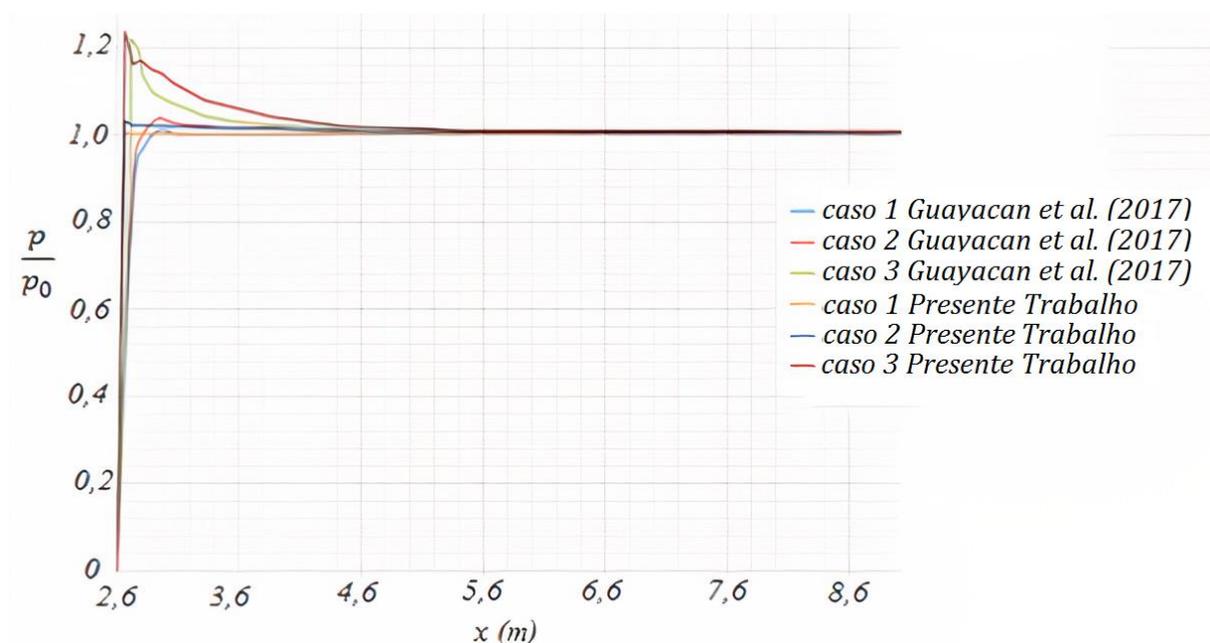


Figura 57 Evolução da poropressão ao longo do eixo x

Segundo observações feitas no trabalho de Guayacan et al. (2017), a distribuição de poropressões ao redor de poços escavados na argila Callovo Oxfordian (argila anisotrópica), mostra que o processo de escavação gera uma zona danificada e fraturada. O monitoramento da poropressão durante a escavação mostra um campo de poropressão anisotrópico ao redor dos poços e zonas de sobrepressão, sugere-se portanto que o material apresente uma anisotropia intrínseca na formação do solo. Guayacan et al. (2017) concluiu que dependendo da permeabilidade e do grau de anisotropia do maciço, fortes sobrepressões podem aparecer, como pode-se observar na Figura 57.

Também foram feitas comparações com o trabalho de Bobet (2011), que apresenta soluções analíticas (tensões e deslocamentos) e numéricas para o caso do túnel circular profundo escavado em um maciço transverso isotrópico saturado com carregamento estático e com revestimento impermeável, considerando as seguintes hipóteses: (1) O túnel é profundo, isto é as tensões atuantes podem ser assumidas uniformes, sendo que a tensão vertical pode ser calculada como o produto do peso específico do maciço pela altura do centro do túnel, (2) A seção do túnel é circular, (3) o maciço é poroelástico, (4) o maciço tem isotropia transversa, (5) o revestimento tem comportamento elástico e tem espessura pequena comparada com o raio do túnel, (6) tem união perfeita entre o maciço e revestimento, (7) condições de estado plano ao longo do eixo. Também é considerado que a escavação do túnel e a colocação do revestimento são realizadas simultaneamente.

No maciço isotrópico transverso os eixos de simetria elástica fazem um ângulo β com o eixo vertical (Figura 58a). O problema é equivalente ao mostrado na Figura 58b, após uma rotação do ângulo β , com a rotação o campo de tensões atuantes é transformado ao mostrado na Figura 58b. Considerando este sistema de transformação Bobet (2011) deduz expressões analíticas levando em conta as superposições de efeitos:

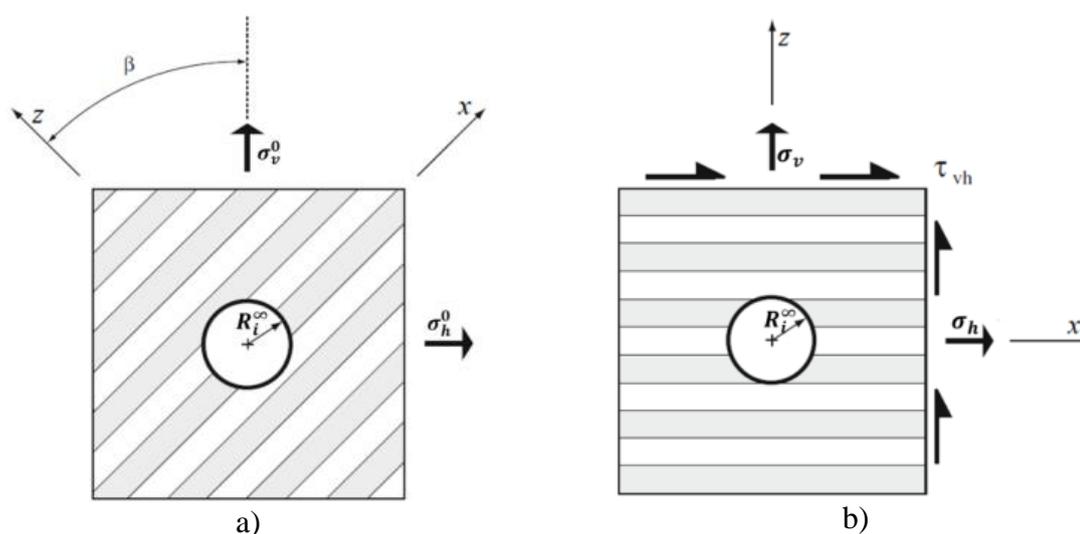


Figura 58 a) Túnel profundo em um maciço isotrópico transverso b) Túnel profundo em um maciço isotrópico transverso modificado após a rotação, adaptado de Bobet (2011)

Das equações (182)-(187), as equações poroelásticas em estado plano pode ser escrito como:

$$\varepsilon_{xx} = \alpha_1 \sigma''_{xx} - \alpha_2 \sigma''_{zz} \quad (348)$$

$$\varepsilon_{zz} = -\alpha_2 \sigma''_{xx} + \alpha_3 \sigma''_{zz} \quad (349)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\varepsilon_{xz}}{G_{xz}} \quad (350)$$

$$\sigma''_{yy} = \nu_{xy} \sigma''_{xx} + \frac{E_x}{E_z} \nu_{zx} \sigma''_{zz} \quad (351)$$

Sendo:

$$\alpha_1 = \frac{1 - \nu_{xy}^2}{E_z} \quad (352)$$

$$\alpha_2 = \frac{(1 - \nu_{xy})\nu_{zx}}{E_z} \quad (353)$$

$$\alpha_3 = \left(1 - \frac{E_x}{E_z} \nu_{zx}^2\right) \frac{1}{E_z} \quad (354)$$

$$\sigma''_{xx} = \sigma_{xx} + b_x p \quad (355)$$

$$\sigma''_{zz} = \sigma_{zz} + b_z p \quad (356)$$

Sendo: σ_{xx} , σ_{zz} e τ_{xz} as tensões totais, σ''_{xx} , σ''_{zz} tensões efetivas de Biot, b_x e b_z coeficientes de Biot nas direções x e z.

Segundo Lekhnitskii (1963), as equações de equilíbrio podem ser satisfeitas por uma função $F(x, z)$ que satisfaz:

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \quad (357)$$

$$\sigma_{zz} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (358)$$

$$\tau_{xz} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} \quad (359)$$

A equação de compatibilidade pode ser escrita em termos da função $F(x, z)$

$$\alpha_1 \frac{\partial^4 F}{\partial z^4} + \alpha_3 \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \left(\frac{1}{G_{xz}} - 2\alpha_2\right) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial z^2} = -\beta_1 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \beta_2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (360)$$

Sendo:

$$\beta_1 = \alpha_1 b_x - \alpha_2 b_z \quad (361)$$

$$\beta_2 = -\alpha_2 b_x + \alpha_3 b_z \quad (362)$$

Lekhnitskii (1963) propôs uma solução da equação (360) introduzindo uma variável complexa: $z_k = x + \mu_k z$, sendo μ_k um número complexo, introduzindo também uma função $\vartheta(z_k) = F'(z_k) = (\delta F / \delta z_k)$, as tensões podem ser obtidas de:

$$\sigma_{xx} = 2Re[\mu_1^2 \vartheta'_1(z_1) + \mu_2^2 \vartheta'_2(z_2)] + \frac{\partial^2 F_0}{\partial z^2} \quad (363)$$

$$\sigma_{zz} = 2Re[\vartheta'_1(z_1) + \vartheta'_2(z_2)] + \frac{\partial^2 F_0}{\partial x^2} \quad (364)$$

$$\tau_{xz} = -2Re[\mu_1 \vartheta'_1(z_1) + \mu_2 \vartheta'_2(z_2)] - \frac{\partial^2 F_0}{\partial x \partial y} \quad (365)$$

Sendo F_0 uma solução particular da equação (360), e μ_1 e μ_2 as raízes da equação:

$$\alpha_1 \mu_k^4 + \left(\frac{1}{G_{xz}} - 2\alpha_2 \right) \mu_k^2 + \alpha_3 = 0 \quad (366)$$

A solução de Lekhnitskii (1963) é geral podendo se substituir as funções $\vartheta(z_k)$ para cada um dos subproblemas descompostos pelo princípio de superposição, como é mostrado a seguir:

O problema então pode ser descomposto em 4 problemas: Figura 59a mostra o problema com tensões totais.

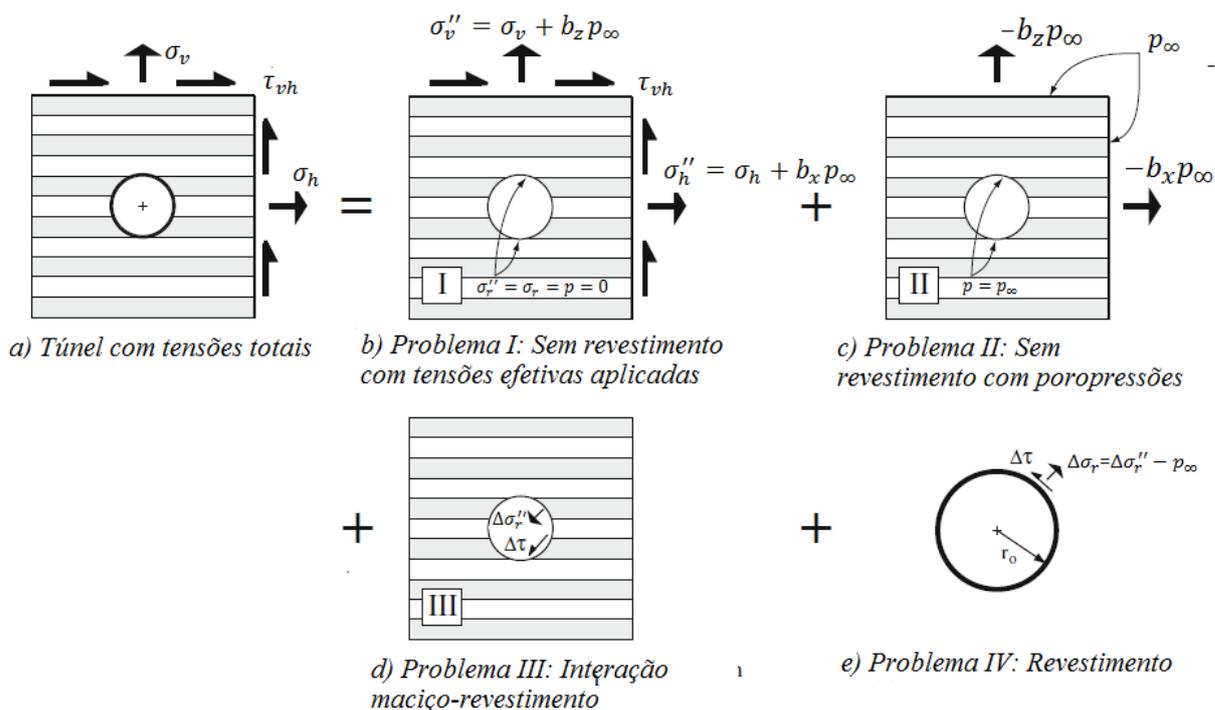


Figura 59 Decomposição de efeitos em um túnel com revestimento impermeável

O problema I: Figura 59b corresponde ao túnel sem revestimento e sujeito a tensões efetivas. As tensões totais, radiais e cortantes são zero na superfície do túnel.

O problema II: Inclui a contribuição da poropressão. A figura descreve uma superfície circular preenchida com fluido e com pressão p_∞ na superfície igual à poropressão no infinito. Nota-se que as tensões totais aplicadas com magnitude $-b_z p_\infty$ e $-b_x p_\infty$ são as tensões verticais e horizontais respectivamente necessárias para a soma dos campos totais do problema I e problema II.

O problema III: A Figura 59d representa a interação entre o maciço e o revestimento, isto é as tensões induzidas no maciço devido a presença do revestimento sendo que as deformações no maciço e no revestimento são as mesmas.

O problema IV: Representa o revestimento sujeito às tensões do maciço. Na interface entre o maciço e revestimento, as tensões totais atuando no revestimento devem ser as mesmas atuando no maciço. A poropressão no contato são iguais as poropressões no infinito e os deslocamentos do revestimento e o maciço são os mesmos.

O problema I pode ser ainda decomposto nos problemas Ia e Ib (Figura 60 a,b e c). O problema Ia representa o maciço sem túnel sujeito aos campos de tensões efetivas. O problema Ib inclui

as tensões efetivas que precisam ser colocadas no intradorso do túnel do modo que a superposição de efeitos do problema Ia e Ib sejam igual ao problema I, isto é que as tensões em Ib são as mesmas com sinal oposto ao problema Ia na superfície do intradorso.

O problema II pode ser decomposto em um problema de poropressões (Figura 60e) e um problema de tensões efetivas (Figura 60f).

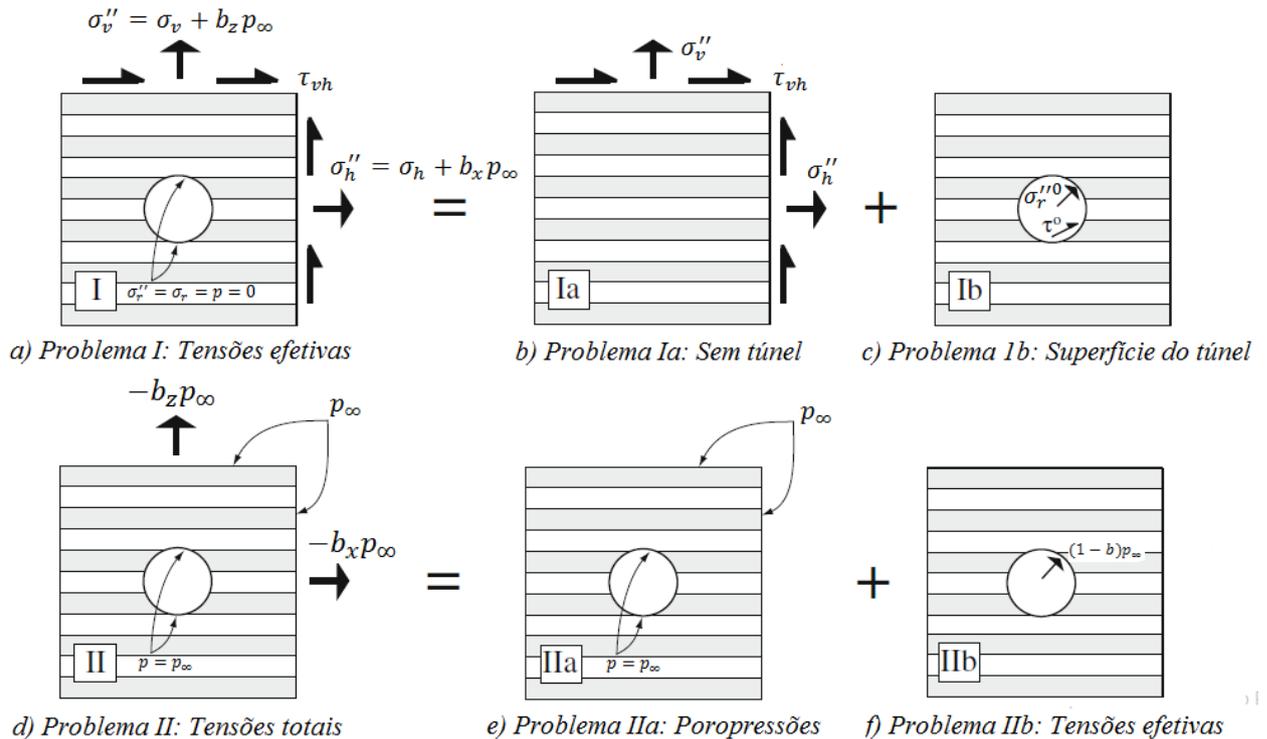


Figura 60 Decomposição dos efeitos de tensão e poropressão

Devido ao princípio de superposição, pode se resolver os subproblemas em distinta ordem sempre que somados resultem os efeitos totais, assim:

O estado de *tensões iniciais* pode ser representado como o problema Ia mais o problema IIa.

As *tensões no intradorso do túnel* pode ser representado como o problema Ib mais o problema IIb, exceto uma parte da tensão radial relativa à poropressão, isto é a soma das tensões radiais dos problemas Ib mais IIb são: $\sigma_r''^0 + (1-b)p_\infty = (\sigma_r''^0 - bp_\infty) + p_\infty$, o valor no parênteses representa a tensão total radial no intradorso do túnel, a parte p_∞ é incluído no problema III.

No problema III (*tensões da interação maciço-revestimento*) é adicionado o valor de p_∞

No estado inicial as tensões no maciço (em termos de tensões efetivas), são:

$$\sigma_x = \sigma_h'' \quad (367)$$

$$\sigma_y = \sigma_v'' \quad (368)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{vh} \quad (369)$$

$$U_x = U_y = 0 \quad (370)$$

As tensões no intradorso do túnel (problema Ib mais o problema IIb) representam as tensões radiais e de cisalhamento aplicadas na superfície do túnel que são da forma:

$$\sigma_r''^0 = -\frac{1}{2}(\sigma_v'' + \sigma_h'') + \frac{1}{2}((\sigma_v'' - \sigma_h'') \cos(2\theta) - \tau_{vh} \text{sen}(2\theta)) \quad (371)$$

$$\tau^0 = -\frac{1}{2}(\sigma_v'' - \sigma_h'') \text{sen}(2\theta) - \tau_{vh} \cos(2\theta) \quad (372)$$

As funções de tensão neste caso (intradorso do túnel) são:

$$\vartheta_1 = -\frac{1}{2} \frac{r_0}{\mu_1 - \mu_2} * [(1 + \mu_2)\tau_{vh} + (\mu_2\sigma_v'' - \sigma_h'')i] \frac{i}{\zeta_1} \quad (373)$$

$$\vartheta_2 = \frac{1}{2} \frac{r_0}{\mu_1 - \mu_2} [(1 + \mu_1)\tau_{vh} + (\mu_1\sigma_v'' - \sigma_h'')i] \frac{i}{\zeta_2} \quad (374)$$

O problema III incorpora as tensões radiais e de cisalhamento que serão induzidas pelo revestimento, que são os mesmos valores com sinal trocado da Figura 59e. As tensões devido à interação maciço-revestimento são da forma: (BOBET, 2011):

$$\Delta\sigma_r'' + p_\infty = \sigma^0 + \sum_{n=2,4,6}^{\infty} \sigma_n^a \cos(n\theta) + \sum_{n=2,4,6}^{\infty} \sigma_n^b \text{sen}(n\theta) \quad (375)$$

$$\Delta\tau = \sum_{n=2,4,6}^{\infty} \tau_n^a \text{sen}(n\theta) + \sum_{n=2,4,6}^{\infty} \tau_n^b \cos(n\theta) \quad (376)$$

Sendo σ^0 , σ_n^a , σ_n^b , τ_n^a , τ_n^b constantes que dependem das condições de contorno em deslocamentos em x e y, isto é:

$$u_x^{\text{revestimento}} = u_x^{\text{intradós do túnel}} + u_x^{\text{maciço-revestimento}} \quad (377)$$

$$u_y^{\text{revestimento}} = u_y^{\text{intradós do túnel}} + u_y^{\text{maciço-revestimento}} \quad (378)$$

Os deslocamentos no maciço podem ser obtidos pela integração das tensões:

$$u_x = 2\text{Re}[(\alpha_1\mu_1^2 - \alpha_2)\vartheta_1(z_1) + (\alpha_1\mu_2^2 - \alpha_2)\vartheta_2(z_2)] \quad (379)$$

$$u_y = 2\text{Re}\left[\left(-\alpha_2\mu_1 + \frac{\alpha_3}{\mu_1}\right)\vartheta_1(z_1) + \left(-\alpha_2\mu_2 + \frac{\alpha_3}{\mu_2}\right)\vartheta_2(z_2)\right] \quad (380)$$

O deslocamento do revestimento segundo Flugge (1966) é:

$$\frac{d^2u_\theta^s}{d\theta^2} + \frac{du_r^s}{d\theta} = -\frac{(1 - \nu_s^2)}{E_s A_s} r_0^2 \tau^s \quad (381)$$

$$\frac{du_\theta^s}{d\theta} + u_r^s + \frac{I_s}{r_0^2 A_s} \left(\frac{d^4 u_r^s}{d\theta^4} + 2 \frac{d^2 u_r^s}{d\theta^2} + u_r^s \right) = \frac{(1 - \nu_s^2)}{E_s A_s} r_0^2 \sigma_r^s \quad (382)$$

Sendo A_s a área da seção transversal do revestimento, I_s momento de inércia da seção transversal do revestimento, E_s e ν_s o módulo de Young e o coeficiente de Poisson do revestimento respectivamente, u_r^s e u_θ^s deslocamentos radiais e ortorradiais do revestimento, σ_r^s e τ^s são a tensão radial e a tensão de cisalhamento aplicados ao revestimento, neste caso seria: $u_r^s = u_r^{IV}$, $u_\theta^s = u_\theta^{IV}$, $\sigma_r^s = \Delta\sigma_r'' + p_\infty$ e $\tau^s = \Delta\tau$.

As funções de tensão neste caso (problema III) são:

$$\begin{aligned}
\vartheta_1 = \frac{1}{4} \frac{r_0}{\mu_1 - \mu_2} & \left\{ [(2 - \mu_2)\sigma_0 + (\sigma_2^a - \tau_2^a)(1 + \mu_2) + (\sigma_2^b + \tau_2^b)(1 + \mu_2)i] \frac{i}{\zeta_1} \right. \\
& + \sum_{n=3,5,7}^{\infty} \frac{1}{n} [(1 - \mu_2)(\sigma_{n-1}^a + \tau_{n-1}^a + i\sigma_{n-1}^b - i\tau_{n-1}^b) + (1 + \mu_2)(\sigma_{n+1}^a \\
& \left. - \tau_{n+1}^a + i\sigma_{n+1}^b + i\tau_{n+1}^b)] \frac{1}{\zeta_1^n} \right\}
\end{aligned} \tag{383}$$

$$\begin{aligned}
\vartheta_2 = -\frac{1}{4} \frac{r_0}{\mu_1 - \mu_2} & \left\{ [2(1 - \mu_1)\sigma_0 + (\sigma_2^a - \tau_2^a)(1 + \mu_1) + (\sigma_2^b + \tau_2^b)(1 + \mu_1)i] \frac{i}{\zeta_2} \right. \\
& + \sum_{n=3,5,7}^{\infty} \frac{1}{n} [(1 - \mu_1)(\sigma_{n-1}^a + \tau_{n-1}^a + i\sigma_{n-1}^b - i\tau_{n-1}^b) + (1 + \mu_1)(\sigma_{n+1}^a \\
& \left. - \tau_{n+1}^a + i\sigma_{n+1}^b + i\tau_{n+1}^b)] \frac{1}{\zeta_2^n} \right\}
\end{aligned} \tag{384}$$

As tensões no maciço são a soma das: tensões iniciais, tensões no intradorso do túnel e tensões da interação do maciço com revestimento. Enquanto que os deslocamentos são a soma dos deslocamentos devido à interação do maciço com o revestimento e as tensões no intradorso do túnel.

No caso do modelamento computacional com o método de elementos finitos, conseguimos o mesmo efeito de rotação das tensões externas (Figura 58), modificando a matriz de rigidez do maciço $\underline{\underline{C}}^C$, com uma rotação segundo a matriz $\underline{\underline{R}}$ mostrado na equação (387), sendo $\underline{\underline{C}}^C$ a matriz de rigidez nos eixos que seguem a direção da anisotropia, $\underline{\underline{R}}$ a matriz de rotação e $\underline{\underline{R}}^T$ a matriz transposta, sendo o tensor de tensões nos eixos rotados $\underline{\underline{\sigma}}^T$

$$\underline{\underline{\sigma}}^T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yy} & \sigma_{zz} & \sigma_{xy} & \sigma_{yz} & \sigma_{xz} & \sigma_{yx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zx} \end{bmatrix} \tag{385}$$

$$\underline{\underline{R}} = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta & 0 & \sin^2 \beta & 0 & 0 & -\sin \beta \cos \beta & 0 & 0 & -\sin \beta \cos \beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin^2 \beta & 0 & \cos^2 \beta & 0 & 0 & \sin \beta \cos \beta & 0 & 0 & \sin \beta \cos \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \cos \beta & -0,5 \sin \beta & 0 & 0,5 \cos \beta & -0,5 \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \sin \beta & 0,5 \cos \beta & 0 & 0,5 \sin \beta & 0,5 \cos \beta & 0 \\ \sin \beta \cos \beta & 0 & -\sin \beta \cos \beta & 0 & 0 & 0,5(\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) & 0 & 0 & 0,5(\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \cos \beta & -0,5 \sin \beta & 0 & 0,5 \cos \beta & -0,5 \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \sin \beta & 0,5 \cos \beta & 0 & 0,5 \sin \beta & 0,5 \cos \beta & 0 \\ \sin \beta \cos \beta & 0 & -\sin \beta \cos \beta & 0 & 0 & 0,5(\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) & 0 & 0 & 0,5(\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) \end{bmatrix} \quad (386)$$

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{R}}^T \underline{\underline{C}}^c \underline{\underline{R}} \quad (387)$$

No exemplo a seguir, considera-se como material o maciço “Waichecheng series” que são uma sequência alternada de arenito e siltito, situados na represa de Mingtan, na China, sendo um reservatório para uma usina hidroelétrica, onde foram construídos túneis e poços, como é mostrado na Figura 61 (WITTKE; 1990).

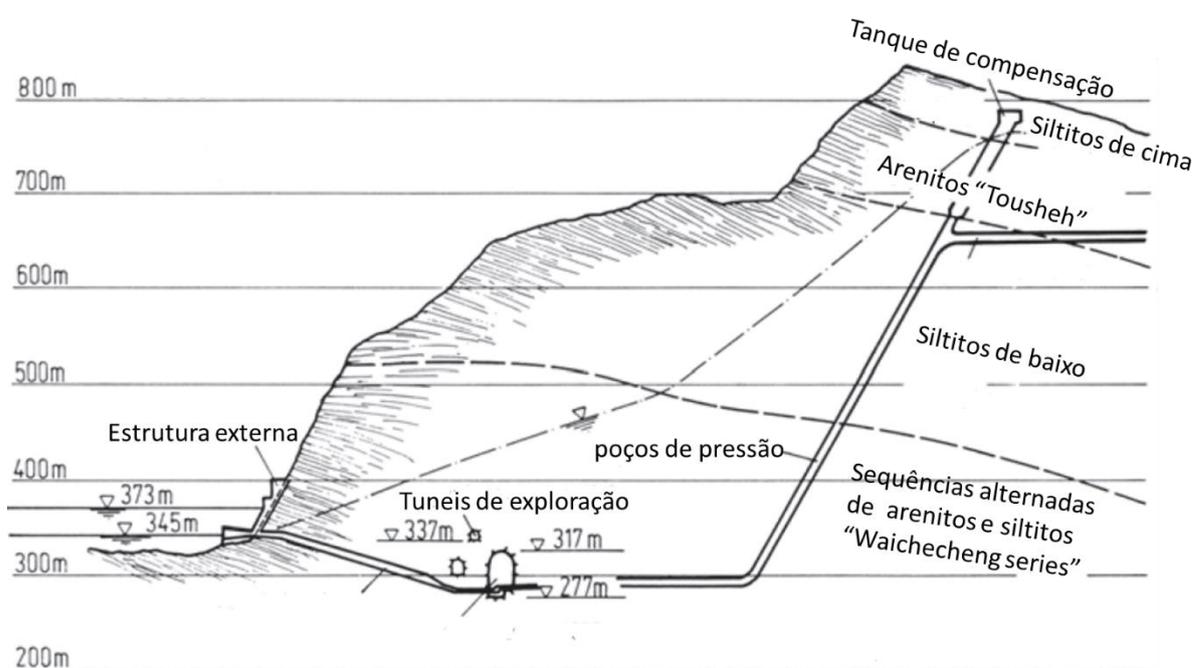


Figura 61 Esquema da barragem, túneis e poço nas rochas sedimentares “Waichecheng series”, adaptado de Wittke (1990)

a) Análise no caso seco: O maciço é transversalmente isotrópico, com as constantes elásticas das rochas sedimentares “Waichecheng series” descrita por Wittke (1990), com os parâmetros mostrados na Tabela 5.

A malha de elementos finitos foi de 80 m x 80 m (1132 elementos-hexaedros), o raio do túnel é 2 m e o revestimento tem uma espessura de 0,1 m, como é mostrado na Figura 62.

A Figura 63 mostra os deslocamentos radiais e ortorradiais no contorno do maciço (entre o maciço e o revestimento), quando o maciço é seco, isto é $p_\infty = 0$. Esta solução analítica mostrada por Bobet (2011) para maciços secos se reduz a solução mostrada por Hefny e Lo (1999) que foi avaliada anteriormente no item 2.4.2. Observa-se o maior deslocamento radial e tangencial quando $\theta = 60^\circ$ e $\theta = 10^\circ$ respectivamente. A comparação dos resultados da solução analítica de Bobet (2011) com os resultados numéricos do presente trabalho mostraram uma boa concordância.

Tabela 5 Dados do material isótopo transverso seco (WITTKE, 1990)

| Propriedades do maciço | | |
|------------------------------|-----------|--|
| $E_x =$ | 7800 MPa | Módulo de Young em direção o eixo x |
| $E_z =$ | 2400 MPa | Módulo de Young em direção o eixo z |
| $G_{xz} =$ | 830 MPa | Módulo de cisalhamento em direção xz |
| $\nu_{xz} =$ | 0,07 | Coefficiente de Poisson em direção xz |
| $\nu_{xy} =$ | 0,22 | Coefficiente de Poisson em direção xy |
| $\nu_{zy} =$ | 0,02 | Coefficiente de Poisson em direção zy |
| $\beta =$ | 45° | Ângulo de inclinação do estrato |
| Propriedades do revestimento | | |
| $E_s =$ | 20000 MPa | Módulo de Young do revestimento |
| $\nu_s =$ | 0,3 | Coefficiente de Poisson do revestimento |
| $t =$ | 0,1 m | Espessura do revestimento |
| Carregamento | | |
| $\sigma_x =$ | -0,5 MPa | Tensão total inicial no eixo x (no infinito) |
| $\sigma_z =$ | -1 MPa | Tensão total inicial no eixo z (no infinito) |

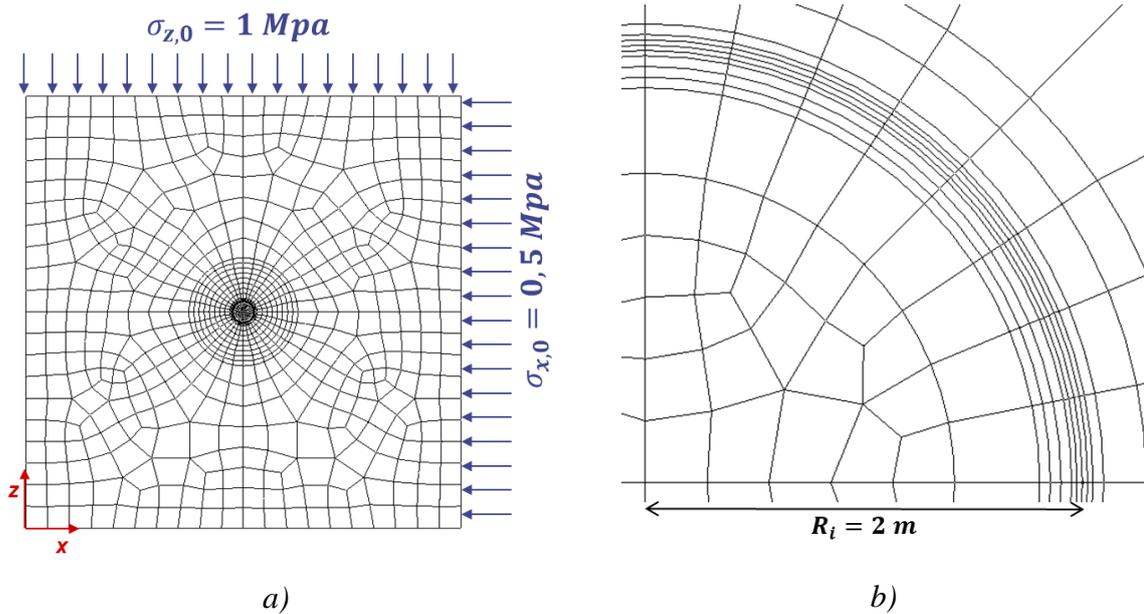


Figura 62 a) Malha de elementos finitos e carregamento considerado na modelagem b) proximidade do túnel

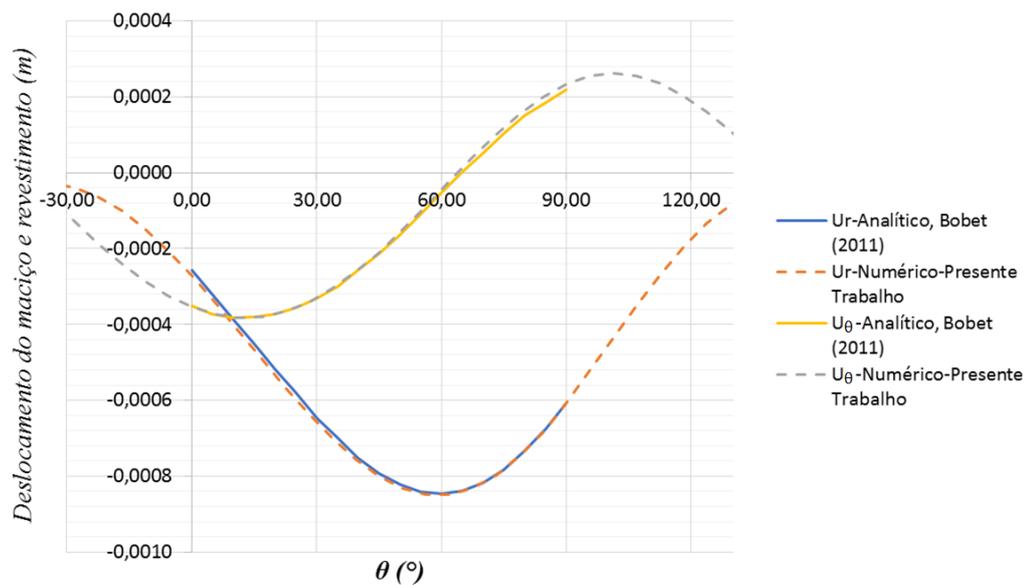


Figura 63 Deslocamentos numéricos e analíticos do túnel com revestimento no maciço seco

a) Análise no caso saturado: Apresenta-se os parâmetros para o caso saturado na Tabela 6, a geometria do túnel e a malha utilizada é a mesma da Figura 62, o revestimento é considerado impermeável (isto é $p = p_\infty$ em $r=2$ m).

Tabela 6 Dados do material isótopo transverso seco (WITTKE, 1990)

| Propriedades do maciço | | |
|------------------------------|-----------|--|
| $E_x =$ | 7800 MPa | Módulo de Young em direção o eixo x |
| $E_z =$ | 2400 MPa | Módulo de Young em direção o eixo z |
| $G_{xz} =$ | 830 MPa | Módulo de cisalhamento em direção xz |
| $\nu_{xz} =$ | 0,07 | Coefficiente de Poisson em direção xz |
| $\nu_{xy} =$ | 0,22 | Coefficiente de Poisson em direção xy |
| $\nu_{zy} =$ | 0,02 | Coefficiente de Poisson em direção zy |
| $\beta =$ | 0° | Ângulo de inclinação do estrato |
| Propriedades do revestimento | | |
| $E_s =$ | 20000 MPa | Módulo de Young do revestimento |
| $\nu_s =$ | 0,3 | Coefficiente de Poisson do revestimento |
| $t =$ | 0,1 m | Espessura do revestimento |
| Condições iniciais | | |
| $\sigma_x =$ | -1,5 MPa | Tensão total inicial no eixo x (no infinito) |
| $\sigma_z =$ | -2 MPa | Tensão total inicial no eixo z (no infinito) |
| $p_\infty =$ | 0,45 MPa | Poropressão inicial |

A Figura 64 mostra os deslocamentos radiais e ortoradiais de um túnel em um maciço saturado, sendo os maiores valores de deslocamentos radiais e tangenciais em $\theta = 90^\circ$ e $\theta = 46^\circ$ respectivamente, a solução numérico do presente trabalho apresenta coincidência com a solução analítica de Bobet (2011).

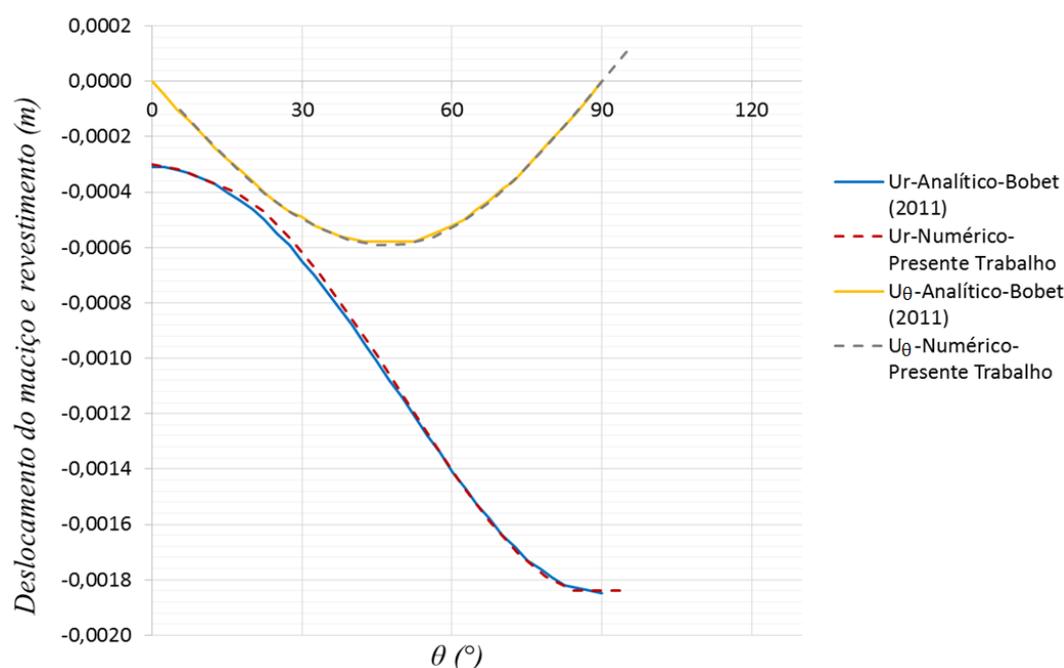


Figura 64 Deslocamentos numéricos e analíticos do túnel com revestimento no maciço saturado

Definimos no caso tridimensional a orientação de um estrato com dois ângulos, mergulho β e direção do mergulho α' , os quais são suficientes para a completa representação da orientação de uma descontinuidade. O traço é a linha de interseção da descontinuidade com o plano de observação (plano horizontal). Mergulho é o ângulo (0 a 90°) formado entre a linha perpendicular ao traço, inserida no plano da descontinuidade e a projeção desta no plano de observação. A direção do mergulho é o ângulo (0 a 360°), entre o norte e o traço (no plano de observação), a Figura 65 esquematiza esta definição.

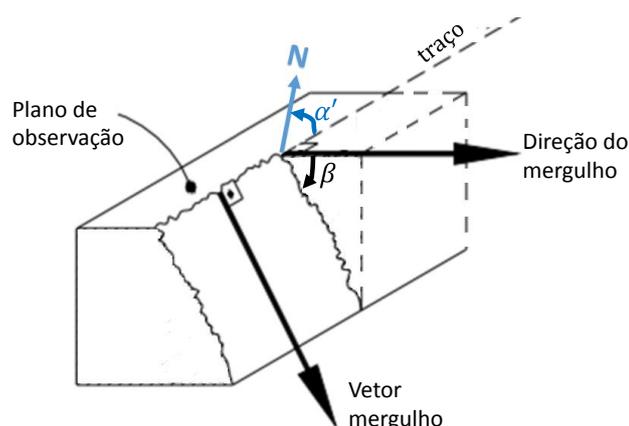


Figura 65 Esquema da orientação dos estratos, adaptado de ABGE/CBMR (1983)

No presente trabalho definimos os ângulos de rotação no espaço segundo a Figura 66, sendo o ângulo de mergulho β (no sentido vertical) e α o ângulo de rotação no plano OAB, definimos o eixo x' na direção da linha OA e o eixo y' ortogonal ao eixo x' mas no plano definido por OAB, o eixo z' segue a direção do produto vetorial de x' e y' . Logo as propriedades do maciço nos eixos rotados (x',y',z') são transformadas dos eixos gerais (x,y,z) mediante uma matriz de rotação.

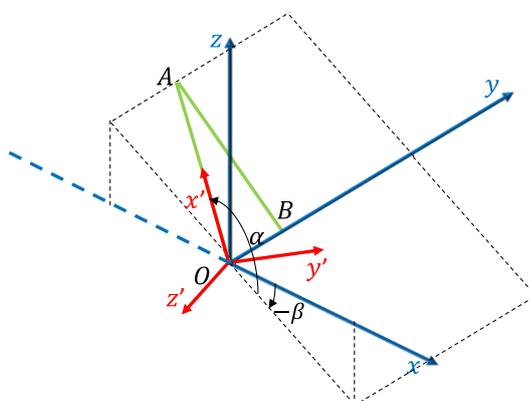


Figura 66 Eixos rotados em três dimensões

Dados os ângulos β e α , e a Tabela 7, os cosenos diretores são:

$$l_x = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1 + \tan^2\beta}} \quad (388)$$

$$l_y = -\frac{\cos\alpha \tan\beta}{\sqrt{1 + \tan^2\beta}} \quad (389)$$

$$l_z = -\sin\alpha \quad (390)$$

$$m_x = \frac{\tan\beta}{\sqrt{1 + \tan^2\beta}} \quad (391)$$

$$m_y = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\beta}} \quad (392)$$

$$m_z = 0 \quad (393)$$

$$n_x = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1 + \tan^2\beta}} \quad (394)$$

$$n_y = -\frac{\sin\alpha \tan\beta}{\sqrt{1 + \tan^2\beta}} \quad (395)$$

$$n_z = \cos\alpha \quad (396)$$

Se os estratos do maciço estão rotados tridimensionalmente segundo cossenos diretores (l_i , m_i , n_i) dos ângulos formados entre os eixos rotados (x', y', z') e os eixos globais (x, y, z) que são dados na Tabela 7.

Tabela 7 Cossenos diretores entre eixos

| EIXOS | x | y | z |
|-------|-------|-------|-------|
| x' | l_x | l_y | l_z |
| y' | m_x | m_y | m_z |
| z' | n_x | n_y | n_z |

A matriz de rotação tridimensional $\underline{\underline{R}}$ mostra-se na equação (397), para a obtenção da matriz constitutiva do maciço $\underline{\underline{C}}$ nos eixos cartesianos gerais, substitui-se a equação (397) em (387).

$$\underline{\underline{R}} = \begin{bmatrix} l_x^2 & l_y^2 & l_z^2 & l_x l_y & l_y l_z & l_x l_z & l_x l_y & l_y l_z & l_x l_z \\ m_x^2 & m_y^2 & m_z^2 & m_x m_y & m_y m_z & m_x m_z & m_x m_y & m_y m_z & m_x m_z \\ n_x^2 & n_y^2 & n_z^2 & n_x n_y & n_y n_z & n_x n_z & n_x n_y & n_y n_z & n_x n_z \\ l_x m_x & l_y m_y & l_z m_z & 0,5(l_y m_x + m_y l_x) & 0,5(l_z m_y + m_z l_y) & 0,5(l_z m_x + l_x m_z) & 0,5(l_y m_x + m_y l_x) & 0,5(l_z m_x + l_x m_z) & 0,5(l_z m_x + l_x m_z) \\ m_x n_x & m_y n_y & m_z n_z & 0,5(m_y n_x + m_x n_y) & 0,5(m_z n_y + n_z m_y) & 0,5(m_z n_x + m_x n_z) & 0,5(m_y n_x + m_x n_y) & 0,5(m_z n_x + m_x n_z) & 0,5(m_y n_x + m_x n_y) \\ l_x n_x & l_y n_y & l_z n_z & 0,5(m_y n_x + m_x n_y) & 0,5(l_z n_y + l_y n_z) & 0,5(l_z n_x + l_x n_z) & 0,5(m_y n_x + m_x n_y) & 0,5(l_z n_y + l_y n_z) & 0,5(l_z n_x + l_x n_z) \\ l_x m_x & l_y m_y & l_z m_z & 0,5(l_y m_x + m_y l_x) & 0,5(l_z m_y + m_z l_y) & 0,5(l_z m_x + l_x m_z) & 0,5(l_y m_x + m_y l_x) & 0,5(l_z m_x + l_x m_z) & 0,5(l_z m_x + l_x m_z) \\ m_x n_x & m_y n_y & m_z n_z & 0,5(m_y n_x + m_x n_y) & 0,5(m_z n_y + n_z m_y) & 0,5(l_z n_x + l_x n_z) & 0,5(m_y n_x + m_x n_y) & 0,5(l_z n_y + l_y n_z) & 0,5(l_z n_x + l_x n_z) \\ l_x n_x & l_y n_y & l_z n_z & 0,5(m_y n_x + m_x n_y) & 0,5(l_z n_y + l_y n_z) & 0,5(l_z n_x + l_x n_z) & 0,5(m_y n_x + m_x n_y) & 0,5(l_z n_y + l_y n_z) & 0,5(l_z n_x + l_x n_z) \end{bmatrix} \quad (397)$$

Abousleiman (1996) indicou que é difícil medir os coeficientes anisotrópicos de Biot. No entanto, é possível determiná-los sob suposições de micro-isotropia e micro-homogeneidade, isto é que os grãos sólidos são individualmente homogêneos e isotrópicos, e a anisotropia macroscópica é consequência do arranjo dos grãos ou poros. Os componentes do coeficiente de Biot relativos aos módulos elásticos drenados podem ser calculados em função dos componentes da matriz $\underline{\underline{C}}$ e do módulo de compressibilidade do esqueleto sólido K_s como:

$$b_x = 1 - \frac{C_{xx} + C_{xy} + C_{xz}}{3K_s} \quad (398)$$

$$b_y = 1 - \frac{C_{xy} + C_{yy} + C_{yz}}{3K_s} \quad (399)$$

$$b_z = 1 - \frac{C_{xz} + C_{yz} + C_{zz}}{3K_s} \quad (400)$$

O módulo de Biot M pode ser avaliado como: (ABOUSLEIMAN; 1996)

$$M = \frac{K_s^2}{K_s \left[1 + \phi \left(\frac{K_s}{K_f} - 1 \right) \right] - \frac{C_{xx} + C_{yy} + C_{zz} + 2(C_{xy} + C_{yz} + C_{xz})}{9}} \quad (401)$$

Também a permeabilidade deverá ser rotada para os eixos cartesianos gerais. A matriz de rotação para a permeabilidade $\underline{\underline{R}}^p$ mostra-se na expressão (402) e permeabilidade nos eixos gerais $\underline{\underline{k}}$ na expressão (403).

$$\underline{\underline{R}}_p = \begin{bmatrix} l_x & l_y & l_z \\ m_x & m_y & m_z \\ n_x & n_y & n_z \end{bmatrix} \quad (402)$$

$$\underline{\underline{k}} = \underline{\underline{R}}_p^T \underline{\underline{k}}' \underline{\underline{R}}_p \quad (403)$$

A seguir descrevemos as modificações realizadas na matriz de rigidez e permeabilidade para um túnel circular com os estratos orientados espacialmente.

1. Calculam-se os elementos da matriz de rigidez $\underline{\underline{C}}^c$ com os parâmetros drenados do maciço anisotrópico segundo os eixos de anisotropia.
2. Com os elementos da matriz de rigidez calcula-se o módulo de Biot segundo a expressão dada por Abouleiman (1996) na expressão (401).
3. Rota-se a matriz de rigidez com os ângulos em que esteja disposto espacialmente. Isto é feito com os cossenos diretores mostrados na Tabela 7, usando a matriz de rotação dada na expressão (397) e substituindo na equação (387).
4. Com os elementos da matriz constitutiva obtida após rotação, calculam-se os coeficientes de Biot com as expressões (398) até (400).
5. Rota-se a matriz de permeabilidade $\underline{\underline{k}}'$ para os eixos cartesianos da análise com as expressões (402) e (403).

6. ANÁLISE EM POROELASTICIDADE DE TÚNEIS REFORÇADOS COM TIRANTES PASSIVOS VIA O MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO

Devido ao fato que nem sempre o maciço tem uma rigidez capaz de suportar as tensões solicitantes e para evitar deslocamentos que possam ocasionar a ruptura do túnel (destaca-se que o fluido origina ainda um aumento desses deslocamentos), são inseridos elementos no solo partindo da superfície do túnel, que permitem a estabilização do mesmo. Assim os tirantes passivos em direção radial estabelecem valores de deslocamento radiais (convergência) aceitáveis e compatíveis para a continuação dos trabalhos operativos em condições de segurança, similarmente aos tirantes frontais que dão estabilidade a frente de escavação (Bernaud et al; 2009; Maghous et al., 2012). Uma vantagem desse método de homogeneização é que ele trata o problema dos tirantes indiretamente, sem realizar a discretização da malha de elementos finitos para um comprimento menor que o tamanho característico do tirante como seria feito se a análise fosse realizada separadamente.

Entre os primeiros trabalhos realizados considerando intrusões lineares no solo estão de Buhan et al. (1989) e Buhan e Saleçom (1990). Já nos primeiros trabalhos em túneis reforçados por tirantes passivos estão Wullschager e Natau (1983), Wullschader e Natau (1987), Greuell (1993) e Greuell et al. (1994). A formulação tridimensional assim como a implementação numérica do modelo homogeneizado no contexto de elementos finitos foi originalmente desenvolvida em Bernaud et al. (1995(a)) e Bernaud et al. (1995(b)). A extensão desta abordagem para casos mais gerais, incluindo leis de comportamento elastoplásticas adaptadas para materiais friccionais e esquemas de reforço nas direções radial e frontal, foram o objeto de vários trabalhos (Maghous et al., 1998; Bernaud et al, 2009; Maghous et al., 2012). O presente trabalho é baseado nestas abordagens.

Para a formulação do comportamento homogeneizado do material reforçado com tirantes passivos, adotam-se as seguintes hipóteses (Bernaud et al, 2009; Maghous et al., 2012):

- a) As inclusões (tirantes passivos) são lineares e distribuídas periodicamente no meio segundo direções preferenciais. No caso de reforços radiais, isto significa que os tirantes são regularmente introduzidos no maciço segundo uma periodicidade angular. Os tirantes frontais são dispostos a partir da face paralelamente ao eixo do túnel segundo uma distribuição igualmente periódica.

- b) O espaçamento entre tirantes assim como o diâmetro da seção transversal têm valores muito pequenos quando comparados ao comprimento característico da estrutura em consideração (aqui o raio do túnel).
- c) As propriedades mecânicas do material de reforço, tais como as propriedades de rigidez e de resistência, são significativamente maiores que as do material constituindo o maciço. Observa-se que na prática, o módulo de Young dos tirantes é em geral 100-10000 vezes maior que o módulo de Young do maciço.

O princípio da formulação do comportamento homogeneizado para o maciço reforçado com tirantes será descrito primeiramente no caso elástico seco, ou seja, na ausência de fluido intersticial. Em seguida, a extensão da formulação à situação do maciço poroelástico saturado será abordada considerando o meio homogeneizado seco como sendo o esqueleto sólido do meio poroso.

6.1 MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO PARA TÚNEIS REFORÇADOS COM TIRANTES PASSIVOS: CASO DO MACIÇO ELÁSTICO SECO

Considera-se um túnel em um maciço seco (ausência de fluido intersticial), de geometria circular com um raio interno R_i , escavado em um meio homogêneo. Os tirantes radiais localizam-se em direções radiais ao redor da superfície circular do túnel, geralmente são colocados somente na parte superior do túnel como é mostrado na Figura 67a e Figura 67b. Os tirantes frontais são colocados paralelamente à direção horizontal do túnel a partir da superfície vertical de escavação (face do túnel), como ilustrado na Figura 67a e Figura 67c. Os tirantes radiais estão distribuídos ao longo do eixo do túnel espaçados de uma distância p_r e transversalmente espaçados um ângulo β_r entre eles. Os tirantes frontais estão separados horizontalmente por uma distância b_f e verticalmente por uma distância p_f (Bernaud et al., 2009; Maghous et al, 2012). Do ponto de vista da interação mecânica local entre os elementos de reforço e o material constituindo o maciço, uma condição de aderência perfeita é assumida ao longo da interface solo/ tirante.

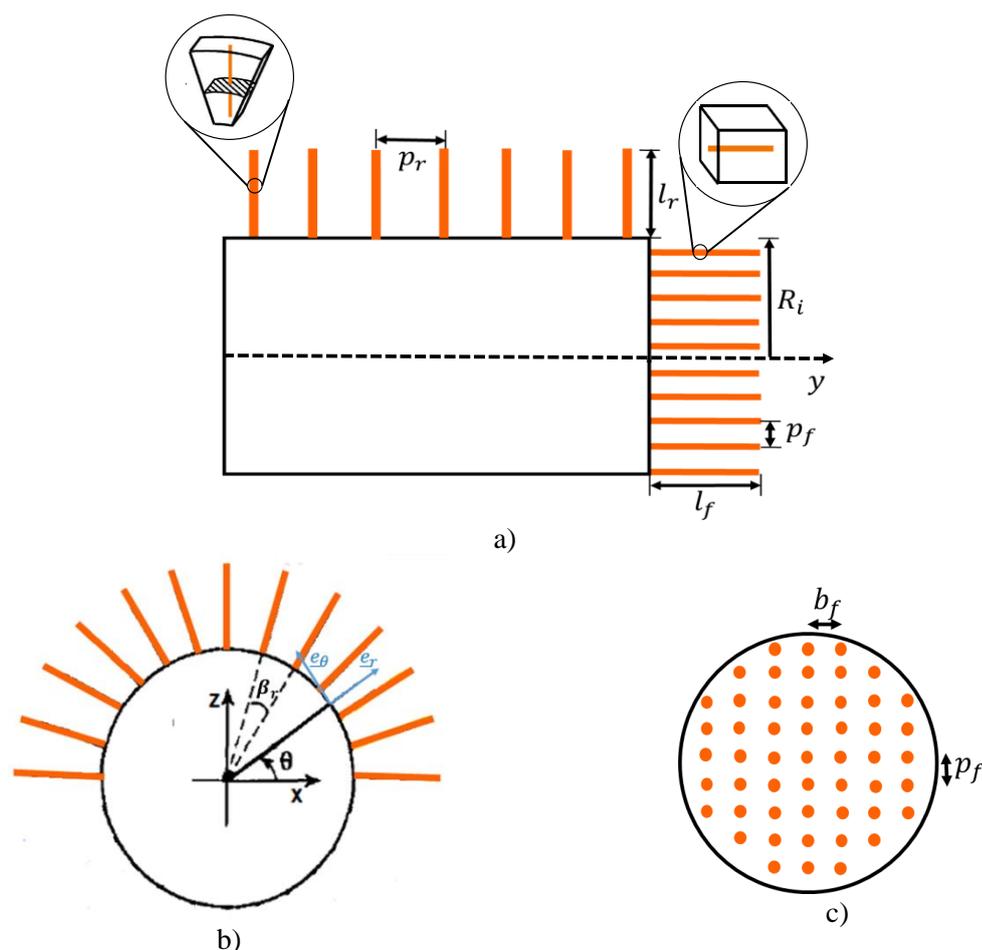


Figura 67 Características geométricas dos tirantes passivos, adaptado de Bernaud et al. (2009)

Considerando que os padrões de reforço dos tirantes são suficientemente densos, isto é, que o ângulo β_r e as razões p_r/R_i , b_f/R_i , p_f/R_i são suficientemente pequenos, então o maciço reforçado pode se aproximar macroscopicamente a um meio contínuo localmente ortotrópico ao redor do eixo radial \underline{e}_r no caso dos tirantes radiais e ao redor do eixo \underline{e}_y no caso dos tirantes frontais.

6.1.1 MÓDULOS ELÁSTICOS HOMOGENEIZADOS DO MATERIAL REFORÇADO COM TIRANTES RADIAIS

Abordagens variacionais em elasticidade, aplicados ao problema de concentração elástico definido sobre o volume elementar representativo do maciço reforçado com tirantes radiais, mostram que a contribuição dos tirantes para a rigidez do meio homogeneizado equivalente reduz a um termo na direção radial (Greuell, 1994). Na escala macroscópica do maciço, a relação constitutiva homogeneizada relaciona os tensores de tensão $\underline{\underline{\sigma}}$ e de deformação $\underline{\underline{\varepsilon}}$ via o

tensor de rigidez homogeneizado $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}}$. Referindo-se ao sistema de coordenadas cilíndricas, a expressão $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}} : \underline{\underline{\varepsilon}}$ é dada no caso da isotropia para o material reforçado através da expressão (404). Observa-se que no contexto de um sistema cartesiano global será necessário girar as matrizes de rigidez isto é, girar o ângulo que forma o tirante com o eixo x .

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}} : \underline{\underline{\varepsilon}}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{ry} \\ \sigma_{y\theta} \\ \sigma_{r\theta} \\ \sigma_{yr} \\ \sigma_{\theta y} \\ \sigma_{\theta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu + K(r) & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{ry} \\ \varepsilon_{y\theta} \\ \varepsilon_{r\theta} \\ \varepsilon_{yr} \\ \varepsilon_{\theta y} \\ \varepsilon_{\theta r} \end{bmatrix} \quad (404)$$

$$K(r) = \frac{K_{0d}}{r} \quad (405)$$

$$K_{0d} = \frac{E_r S_r}{\beta_r p_r} \quad (406)$$

sendo r a distância ao eixo y do túnel, E_r o módulo de Young do tirante passivo radial, S_r a área da seção transversal do tirante passivo, β_r o ângulo de espaçamento entre os tirantes radiais, p_r o espaçamento dos tirantes passivos na direção do eixo y .

O tensor de rigidez homogeneizado $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}}$ do meio reforçado com tirantes radiais pode ser caracterizado pelos seguintes parâmetros:

- a) Módulo longitudinal de Young, segundo a direção do tirante \underline{e}_r

$$E_l^{\text{hom}} = E + K(r) \quad (407)$$

- b) Módulo transversal de Young, segundo a direção transversal do tirante

$$E_t^{\text{hom}} = E \frac{E + K(r)}{E + (1 + \nu^2)K(r)} \quad (408)$$

c) Módulo de cisalhamento

$$\mu_t^{\text{hom}} = \mu_t^{\text{hom}} = \mu \quad (409)$$

onde E e ν referem ao módulo do Young e coeficiente de Poisson do meio não reforçado.

6.1.2 MÓDULOS ELÁSTICOS HOMOGENEIZADOS DO MATERIAL REFORÇADO COM TIRANTES FRONTAISIS

Um raciocínio análogo ao desenvolvido para o caso de reforço com tirantes radiais indica que a contribuição dos tirantes passivos frontais para a rigidez do maciço se traduz através de um termo na direção do eixo y . Na escala macroscópica do maciço, a relação constitutiva homogeneizada relacionando os tensores de tensão $\underline{\underline{\sigma}}$ e de deformação $\underline{\underline{\varepsilon}}$ envolve o tensor de rigidez homogeneizado $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}}$, como descrito em coordenadas cartesianas pela expressão (410).

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}} : \underline{\underline{\varepsilon}}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} \\ \sigma_{zy} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu + K & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} \\ \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{zx} \end{bmatrix} \quad (410)$$

$$K = \frac{E_f S_f}{p_f b_f} \quad (411)$$

sendo E_f o módulo de Young do tirante passivo frontal, S_f a área da seção transversal do tirante passivo, p_f o espaçamento dos tirantes na direção do eixo z e b_f o espaçamento dos tirantes na direção do eixo x .

A generalização das relações constitutivas (404) e (410) ao caso de maciço anisotrópico se escrevem:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad \text{com} \quad \underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}} = \underline{\underline{C}} + K(r) \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \quad (412)$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad \text{com} \quad \underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}} = \underline{\underline{C}} + K \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y \quad (413)$$

onde $\underline{\underline{C}}$ é o tensor de elasticidade do maciço não reforçado, $K(r)$ e K representando as contribuições de reforço dadas respectivamente por (405) e (411).

Com objetivo de verificar a implementação do modelo computacional, apresenta-se a seguir uma comparação da solução analítica desenvolvida por Greuell (1993) num caso acadêmico com a solução numérica do presente trabalho. A solução analítica fornece a convergência de um túnel, escavado em uma rocha homogênea isótropa, com seção transversal circular e reforçado com tirantes infinitamente longos distribuídos regularmente em todo seu entorno circular (tirantes radiais). Esse túnel é profundo o suficiente com relação ao seu raio R_i para permitir uma análise em deformações planas. Este esquema de reforço acadêmico possibilita a determinação de solução analítica para o problema de convergência de túnel reforçado.

Segundo Greuell (1993) e Buhan e Sudret (2000), a solução analítica (deformações planas com simetria de revolução) da convergência do túnel reforçado com tirantes passivos radiais é dada na equação (414).

$$u_r(r) = \frac{-\sigma_\infty R_i \left(1 - \frac{r}{k_d R_i} \ln \left(1 + \frac{k_d R_i}{r}\right)\right)}{(\lambda + 2\mu) \ln(1 + k_d) - 2(\lambda + \mu) \left[1 - \ln(1 + k_d)/k_d\right]} \quad (414)$$

Com:

$$k_d = \frac{K_{0d}/R_i}{\lambda + 2\mu} \quad (415)$$

Sendo:

$$\sigma_\infty = \gamma h \quad (416)$$

Para confrontar este resultado analítico com as predições do programa computacional, é necessário calcular os valores homogeneizados da matriz de rigidez $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}}$ segundo a expressão (404) (isto é que o valor de $K(r)$ avalia-se em cada ponto de Gauss). Sendo que o programa desenvolvido utiliza coordenadas cartesianas e o material homogeneizado tem as propriedades da equação (404), será preciso fazer uma rotação da matriz de rigidez a uma expressão em coordenadas cartesianas, para o qual é usada a matriz de rotação da equação (417). A matriz de rigidez em coordenadas cartesianas é dada na equação (418).

$$\underline{\underline{R}} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & 0 & \sin^2 \theta & 0 & 0 & -\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & -\sin \theta \cos \theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin^2 \theta & 0 & \cos^2 \theta & 0 & 0 & \sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & \sin \theta \cos \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \cos \theta & -0,5 \sin \theta & 0 & 0,5 \cos \theta & -0,5 \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \sin \theta & 0,5 \cos \theta & 0 & 0,5 \sin \theta & 0,5 \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & 0 & -\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0,5(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) & 0 & 0 & 0,5(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \cos \theta & -0,5 \sin \theta & 0 & 0,5 \cos \theta & -0,5 \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 \sin \theta & 0,5 \cos \theta & 0 & 0,5 \sin \theta & 0,5 \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & 0 & -\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0,5(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) & 0 & 0 & 0,5(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix} \quad (417)$$

$$\underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}} \equiv \underline{\underline{R}}^T : \underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}} : \underline{\underline{R}} \quad (418)$$

Os dados para a simulação numérica e comparação são definidos na Tabela 8. O modelo geométrico considera uma malha de elementos finitos (234 elementos) mostrada na Figura 68, onde as simetrias em relação aos eixos x e z foram utilizadas.

Tabela 8 Dados do material isótopo transverso seco (WITTKE, 1990)

| Propriedades do maciço | | |
|---------------------------------|------------|--|
| $E =$ | 100 MPa | Módulo de Young do maciço |
| $\nu =$ | 0,4 | Coefficiente de Poisson do maciço |
| Propriedades do tirante passivo | | |
| $E_r =$ | 210000 MPa | Módulo de Young do tirante passivo |
| $\beta_r =$ | 20° | Ângulo de espaçamento entre tirantes radiais |
| $p_r =$ | 0,5 m | Espaçamento dos tirantes ao longo do eixo |
| Carregamento | | |
| $\sigma_x =$ | -1 MPa | Tensão total inicial na direção x |
| $\sigma_z =$ | -1 MPa | Tensão total inicial na direção z |
| Geometria do túnel | | |
| $R_i =$ | 1 m | Raio do túnel |

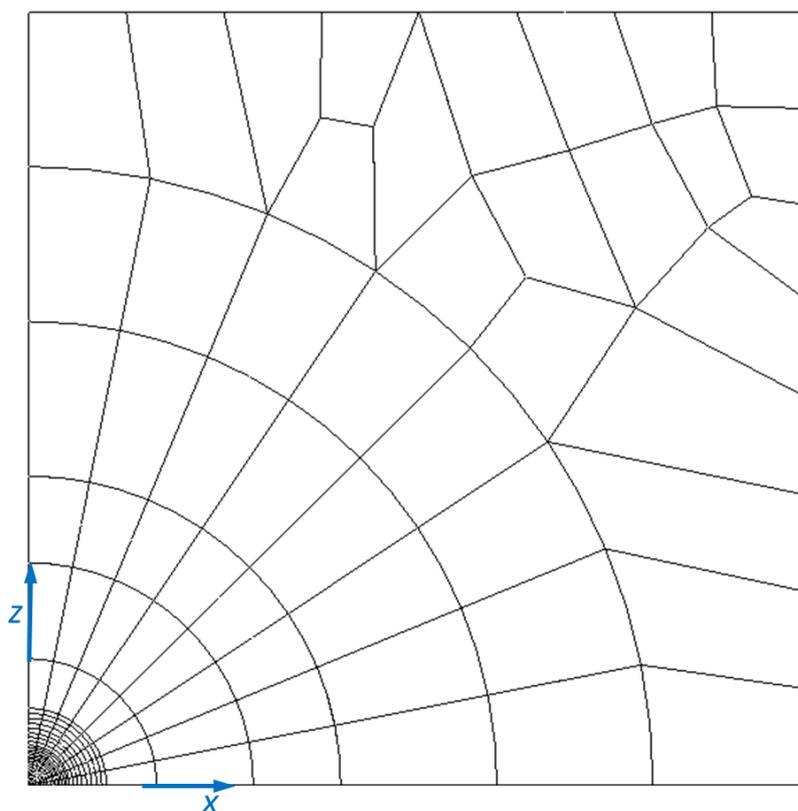


Figura 68 Malha de elementos finitos túnel reforçado com tirantes passivos

A Figura 69 mostra os resultados da convergência radial do resultado analítico dado em Buhar e Sudret (2010) e o resultado numérico do presente trabalho. Os resultados mostram uma boa concordância e um erro máximo de 6%.

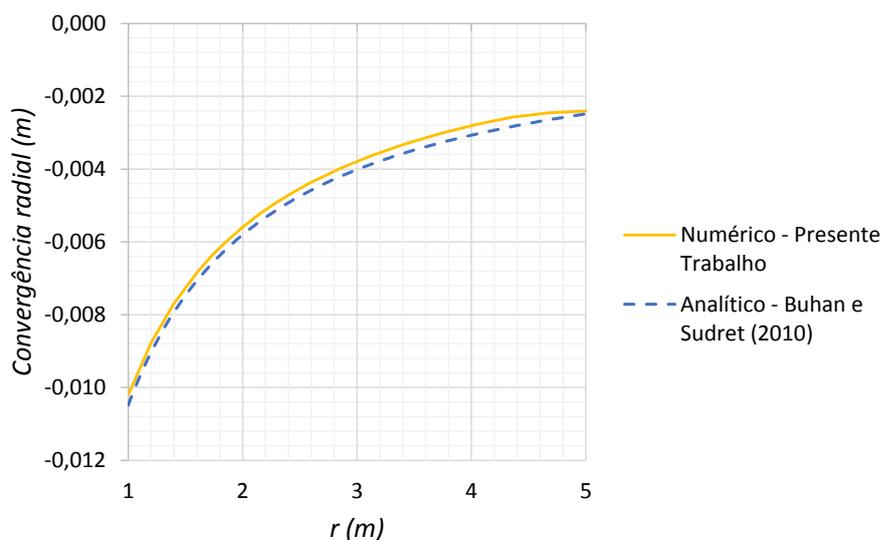


Figura 69 Convergência radial do túnel ao longo do raio

6.2 MÉTODO DE HOMOGENEIZAÇÃO PARA TÚNEIS REFORÇADOS COM TIRANTES PASSIVOS: CASO DO MACIÇO POROELÁSTICO SATURADO

Embora que os tirantes sejam amplamente usados e eficientes nas obras subterrâneas, os mecanismos que governam a complexa interação entre os tirantes e o maciço saturado ainda não é bem entendido, por esta razão as previsões do desempenho do maciço reforçado permanece difícil de avaliar. Neste contexto, o presente trabalho é inovador.

A ideia da abordagem consiste em estender os resultados obtidos no caso de meio elástico seco para o caso poroelástico saturado.

Do ponto de vista conceitual, o meio poroelástico reforçado com tirantes é visto na escala macroscópica como a superposição de duas partículas localizada no mesmo ponto geométrico:

- uma partícula de esqueleto constituída de um material idêntico ao meio homogeneizado seco, isto é
- uma partícula de fluido saturando o espaço poroso conectado.

O aspecto fundamental desta visão é que, ao contrário do caso não reforçado (meio poroso ordinário) para o qual o esqueleto é definido pela partícula de solo seco, o esqueleto é agora constituído pelo meio homogeneizado introduzido na **seção 6.1**.

Os conceitos da poroelasticidade para os meios porosos ordinários podem ser diretamente generalizados ao caso reforçado com tirantes radiais ou frontais. Os tensores elásticos homogeneizados $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}}$ e $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}}$ constituem então os tensores dos módulos drenados do meio poroso saturado nas regiões reforçadas por tirantes.

O tensor de elasticidade $\underline{\underline{C}}_d$ do esqueleto (rigidez drenada) definindo o comportamento poroelástico é dado por:

$$\underline{\underline{C}}_d = \begin{cases} \underline{\underline{C}} & \text{região não reforçada} \\ \underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}} = \underline{\underline{C}} + K(r) \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r & \text{região com reforço radial} \\ \underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}} = \underline{\underline{C}} + K \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y & \text{região com reforço frontal} \end{cases} \quad (419)$$

O tensor $\underline{\underline{C}}$ refere ao tensor de elasticidade drenado do maciço não reforçado. A partir do tensor de elasticidade drenada $\underline{\underline{C}}_d$, o comportamento poroelástico completo é formulado definindo o tensor de Biot $\underline{\underline{b}}$ e o coeficiente de Biot M como (Dormieux, 2006; Dormieux e Maghous, 2000):

$$\underline{\underline{b}} = \underline{\underline{1}} - \underline{\underline{1}} : \underline{\underline{\bar{c}}}_s^{-1} : \underline{\underline{C}}_d \quad ; \quad \frac{1}{M} = \underline{\underline{1}} : \underline{\underline{\bar{c}}}_s^{-1} : (\underline{\underline{b}} - \phi_0 \underline{\underline{1}}) \quad (420)$$

Nestas relações, $\underline{\underline{\bar{c}}}_s$ representa o tensor de elasticidade da fase sólida constituindo o esqueleto (meio homogeneizado) e ϕ_0 a porosidade inicial do meio não reforçado (assumindo que a presença dos tirantes não afetam seu valor). A principal dificuldade conceitual desta visão reside no fato que a fase sólida constituindo o esqueleto não é mais definida pelos grãos sólidos, como é caso para o material não reforçado. Em outros termos, se $\underline{\underline{c}}_s$ designa o tensor de elasticidade da fase sólida constituindo o material original (não reforçado), tem-se $\underline{\underline{\bar{c}}}_s = \underline{\underline{c}}_s$ na região não reforçada, enquanto $\underline{\underline{\bar{c}}}_s \neq \underline{\underline{c}}_s$ nas regiões reforçadas por tirantes. Antes de propor uma metodologia para estimar os módulos elásticos definindo $\underline{\underline{\bar{c}}}_s$, é importante ressaltar que

$\underline{\underline{c}}_s$ representa propriedades elásticas físicas dos grãos sólidos que podem ser determinadas a partir de ensaios clássicos no laboratório. Por sua vez, $\overline{\underline{\underline{c}}}_s$ refere a propriedades elásticas de um meio fictício correspondendo a uma fase sólida no processo de upscaling: o resultado do processo da homogeneização elástica aplicado ao compósito constituído por esta fase e dos poros é o tensor $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}}$ ou $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}}$.

O tensor $\overline{\underline{\underline{c}}}_s$ envolvido na determinação de \underline{b} e M pode ser avaliado adotando por exemplo um dos procedimentos descritos a seguir:

(i) Uma primeira aproximação consiste em considerar que a rigidez da fase sólida fictícia coincide com a rigidez da fase sólida do esqueleto constituindo o material poroso não reforçado: $\overline{\underline{\underline{c}}}_s \approx \underline{\underline{c}}_s$. Esta aproximação subestima a priori a rigidez fase sólida do meio homogeneizado.

Entretanto, apresenta a vantagem de não requerer análise teórica suplementar para caracterizar as propriedades poroelásticas do meio homogeneizado, já que $\underline{\underline{c}}_s$ é considerado como um dado do problema.

(ii) A segunda abordagem para avaliar o tensor $\overline{\underline{\underline{c}}}_s$ é baseado numa análise inversa em homogeneização elástica, na qual o meio homogeneizado é visto na escala microscópica como um material bifásico constituído da fase sólida fictícia e dos poros. A rigidez macroscópica $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}}$ ou $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}}$ é conhecida, enquanto a rigidez da fase sólida $\overline{\underline{\underline{c}}}_s$ é incógnita. A fração volumétrica da fase sólida no volume elementar representativo é $1-\phi_0$ e a fração volumétrica dos poros é igual justamente à porosidade ϕ_0 do material poroso não reforçado. Lembra-se que esta última é considerada não afetada (ou pouca afetada pela presença dos tirantes). Recorrendo a um esquema de homogeneização linear, o processo de upscaling leva a relações de tipo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}} \\ \underline{\underline{C}} + K(r) \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \end{array} \right. = \mathcal{H} \left(\overline{\underline{\underline{c}}}_s, \phi_0 \right) \quad \text{na região com reforço radial} \\ \left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}} \\ \underline{\underline{C}} + K \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y \end{array} \right. = \mathcal{H} \left(\overline{\underline{\underline{c}}}_s, \phi_0 \right) \quad \text{na região com reforço frontal} \quad (421)$$

Nestas expressões, o operador \mathcal{H} refere ao esquema de homogeneização elástica adotado para o processo de upscaling. Uma vez o esquema de homogeneização linear é escolhido, a ideia da abordagem é usar as equações (421) para determinar via análise inversa $\underline{\underline{\bar{c}}}_s$ em função de $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}}$ ou $\underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}}$ e da porosidade ϕ_0 . Entre os esquemas empregados usualmente para avaliar as propriedades elásticas de um meio poroso, podemos citar o esquema de Voigt, o esquema de Mori-Tanaka ou o esquema auto-consistente (Zaoui, 2002). O esquema de Voigt, fornecendo um limite superior das propriedades elásticas do meio homogeneizado, é o esquema de homogeneização mais simples:

$$\mathcal{H}\left(\underline{\underline{\bar{c}}}_s, \phi_0\right) = (1 - \phi_0) \underline{\underline{\bar{c}}}_s \quad (422)$$

o que leva a aproximação $\underline{\underline{\bar{c}}}_s = \frac{1}{1 - \phi_0} \underline{\underline{C}}^{\text{hom-r}}$ ou $\underline{\underline{\bar{c}}}_s = \frac{1}{1 - \phi_0} \underline{\underline{C}}^{\text{hom-f}}$ de acordo com a região de reforço. No contexto dos meios porosos, a abordagem mais satisfatória consistiria em recorrer ao esquema de Mori-Tanaka, sendo este último reconhecido como fornecendo estimativas precisas para a rigidez de meios porosos.

Neste trabalho, adota-se o procedimento simplificado (i) $\underline{\underline{\bar{c}}}_s \approx \underline{\underline{c}}_s$ como primeira aproximação da rigidez da fase sólida de esqueleto homogeneizado para calcular os parâmetros poroelásticos $\underline{\underline{b}}$ e M .

A seguir descrevemos as modificações realizadas na matriz de rigidez no caso de um túnel reforçado com tirantes passivos radiais na metade superior do túnel e tirantes frontais como é mostrado na Figura 67:

1. Calculam-se os elementos da matriz de rigidez com os parâmetros drenados do maciço anisotrópico.
2. Com os elementos da matriz de rigidez, calcula-se o módulo de Biot segundo a expressão dada pela expressão (401).

3. Na zona envolvendo os tirantes radiais, adiciona o termo $K(r)$ dado pela equação (405) (nota-se que esta expressão depende de r) na posição do elemento $\underline{e}_r \otimes \underline{e}_r$ da matriz de rigidez como é mostrado na expressão (404). Esta matriz é rotada de um ângulo igual ao formado pela direção longitudinal do tirante com o eixo x segundo a expressão (418), com a matriz de rotação mostrada em (417).
4. Na zona envolvendo os tirantes frontais, introduz o termo aditivo K dado pela expressão (411) na localização do elemento $\underline{e}_y \otimes \underline{e}_y$ da matriz de rigidez, conforme expresso pela expressão (410).
5. Com os elementos da matriz homogeneizada, calculam-se os coeficientes de Biot que serão usados na análise com as expressões (398) até (400).

7. APLICAÇÕES

7.1 ANÁLISE POROELÁSTICA ISOTRÓPICA TRIDIMENSIONAL DE UM TÚNEL PROFUNDO

Prasetyo e Gutierrez (2018) realizaram uma análise poroelástica axissimétrica de um túnel profundo na argila Boom Clay no Laboratório HADES na Bélgica, como é mostrado na Figura 71. No presente trabalho faremos comparações entre os resultados obtidos por Prasetyo e Gutierrez (2018) que usou um modelo axissimétrico e o presente trabalho onde foi utilizado um modelo tridimensional.

Considera-se um túnel circular não revestido de raio $R_i = 2,5$ m escavado em um meio poroelástico saturado. O túnel corresponde às condições de um túnel circular com uma profundidade de 225 m (túnel profundo), a condição inicial de tensão total isotrópica tem o valor $\sigma_\infty = -4,5$ MPa e a poropressão isotrópica inicial $p_\infty = 2,25$ MPa.

O processo de escavação é simulado pela desativação progressiva dos elementos escavados em cada um dos 40 passos de escavação, sendo o passo de escavação Δy igual a 1,25 m. Neste processo de escavação, a face é instantaneamente removida por um período de tempo $\Delta t \approx 0$ (descarregamento não drenado), seguido por uma consolidação drenada por um período $\Delta t = 1/4$ dia (descarregamento drenado), com o que resulta uma velocidade de escavação $V = 5$ m/dia, as propriedades do maciço saturado são mostradas na Tabela 9.

Tabela 9 Dados do problema (PRASSETYO E GUTIERREZ, 2018)

| | | |
|-------------------|------------------------|--------------------------------|
| $E =$ | 292,5 MPa | Módulo de Young |
| $\nu =$ | 0,125 | Coefficiente de Poisson |
| $k =$ | $5 \cdot 10^{-10}$ m/s | Permeabilidade do maciço |
| $M =$ | 5096 MPa | Módulo de Biot |
| $b =$ | 1 | Coefficiente de Biot |
| $\rho =$ | 1200 kg/m^3 | Massa específica do maciço |
| $\gamma_h =$ | 9807 N/m^3 | Peso volumétrico do fluido |
| $R_i =$ | 2,5 m | Raio do túnel |
| $t_s =$ | 0,1 m | Espessura do revestimento |
| $k_s =$ | $5 \cdot 10^{-10}$ m/s | Permeabilidade do revestimento |
| $\sigma_\infty =$ | -4,5 MPa | Tensão total inicial |
| $p_\infty =$ | 2,25 MPa | Poropressão inicial |

As condições do modelo axissimétrico analisado por Prassetto e Gutierrez (2018) é mostrado na Figura 70, condições semelhantes foram aplicadas no presente análise tridimensional como é mostrado na Figura 71, aproveitando a simetria (geométrica, do material e carregamento) foi modelada só a quarta parte do maciço. São restringidos os deslocamentos nas caras laterais do modelo: o deslocamento vertical u_z é restringido nos planos horizontais da cara superior e inferior, isto é em $z = 50$ m e $z = -50$ m, o deslocamento u_y é restringido nos planos verticais xz quando $y = 0$ m e $y = 100$ m e o deslocamento u_x é restringido nos planos verticais yz quando $x = 0$ m e $x = 50$ m. As condições hidráulicas são impermeáveis no contorno do modelo inteiro, na face do túnel é considerada uma condição permeável, na superfície lateral do túnel são avaliados os casos permeável e impermeável, similares condições são consideradas no caso do túnel revestido com concreto. Na Figura 72 mostra-se a malha tridimensional de elementos finitos, que possui 97630 elementos hexaédricos com 129506 nós.

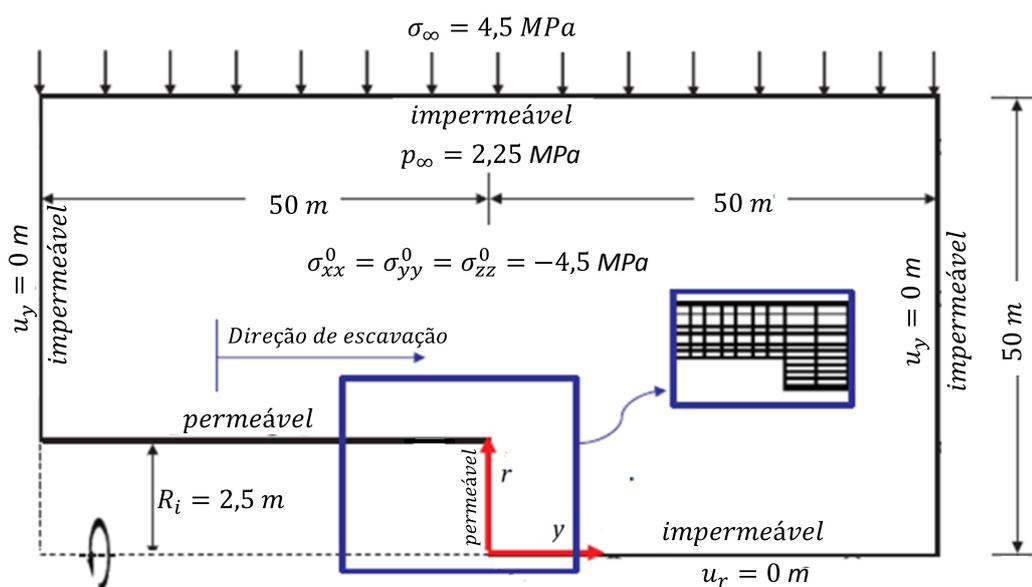


Figura 70 Esquema e condições de borde modelo axissimétrico de Prassetto e Gutierrez (2018)

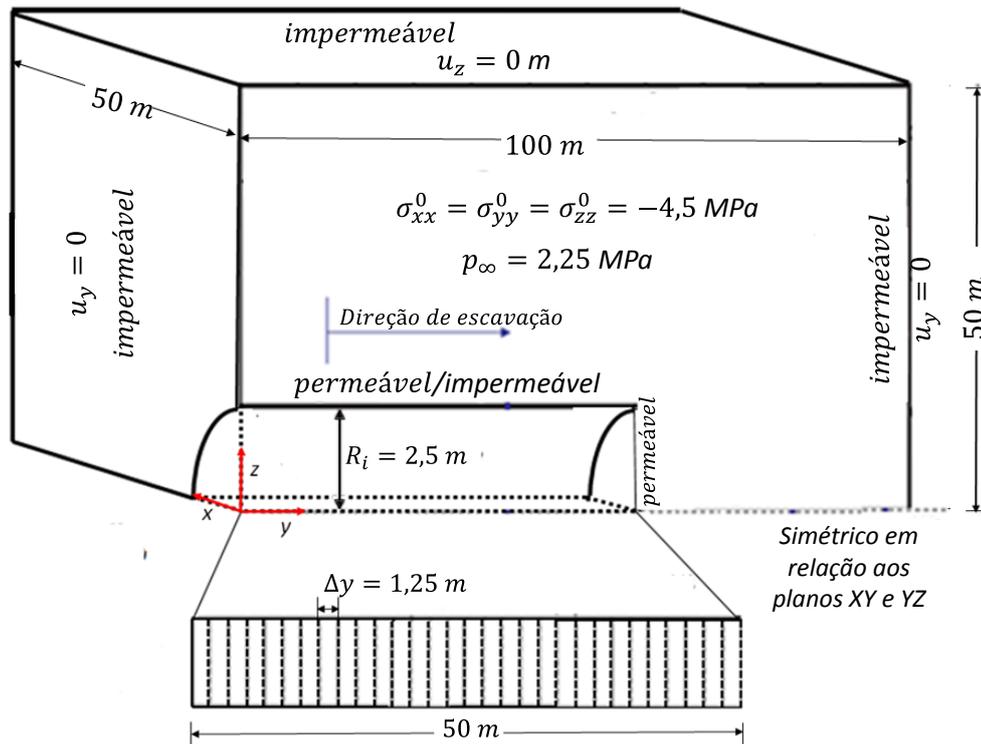


Figura 71 Esquema do túnel (a) Geometria e condições de borde longitudinal (b) passos de escavação (c) condições de bordo na seção transversal (PRASSETYO e GUTIERREZ, 2018)

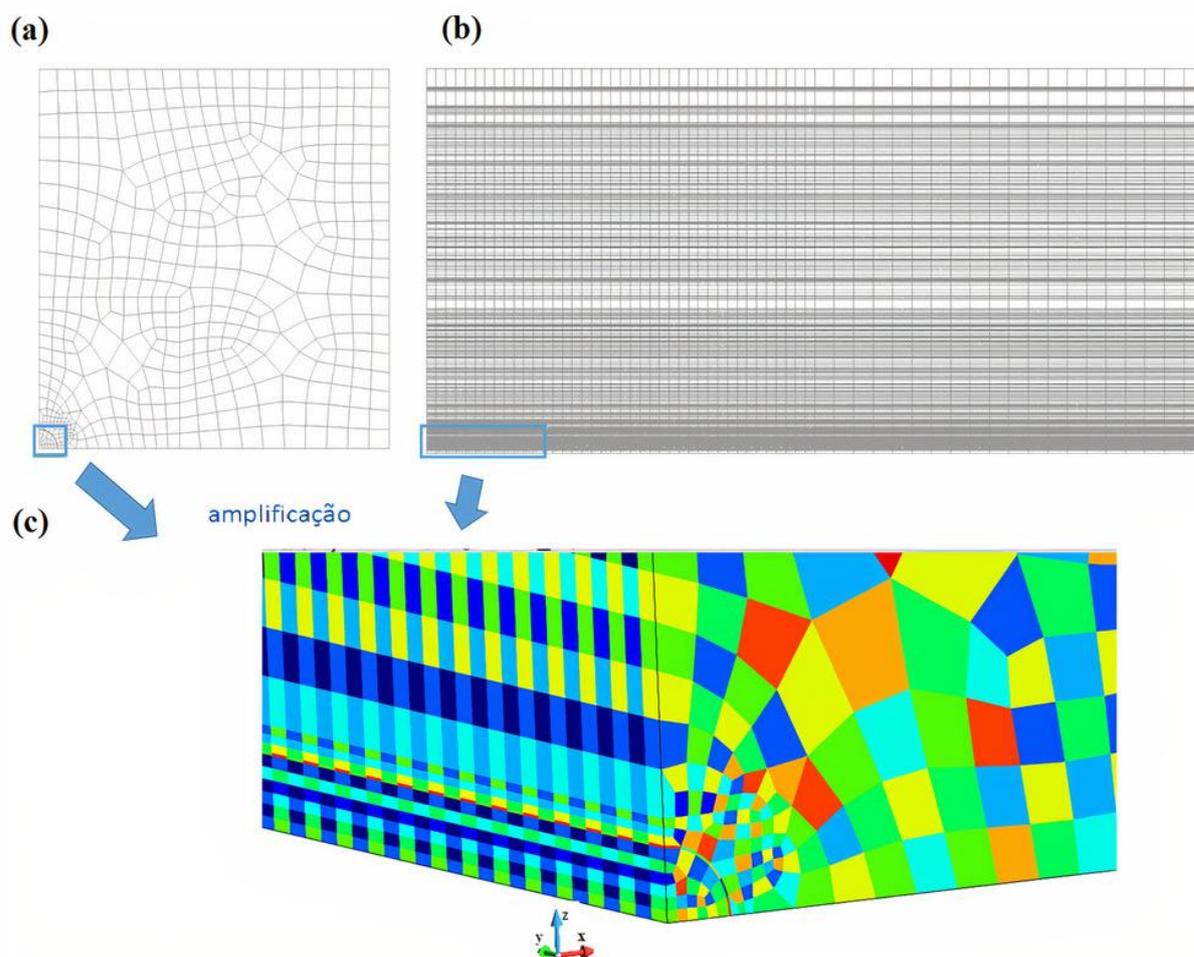


Figura 72 Malha de elementos finitos tridimensional do túnel (a) vista Frontal (b) vista longitudinal (c) amplificação na zona perto do túnel

A Figura 73 mostra o deslocamento radial (convergência), monitorado na parede do túnel, em $y = 25$ m (metade do comprimento do túnel), medido em cada uma das 40 escavações, quando a parede do túnel tem uma condição hidráulica permeável e impermeável, sem colocação de revestimento.

No caso permeável, o deslocamento decresce lentamente até $t = 3$ dias, onde começa a diminuir bruscamente até um valor de -3 cm em $t = 5$ dias (que é quando a escavação passa no ponto monitorado), depois decresce lentamente até estabilizar-se em $t = 10$ dias com um deslocamento de $-4,33$ cm. Na comparação com os resultados de Prassetyo e Gutierrez (2018) mostra-se similitude, sendo que os valores de respostas instantâneas (em cada escavação) de Prassetyo e Gutierrez (2018) são maiores, mas coincidindo nas respostas no tempo final do passo de tempo. No caso de túnel impermeável (coloca-se a condição de fluxo nulo nas paredes imediatamente após a escavação em cada passo) mostrou-se valores de deslocamento similares ao caso

permeável, mas com os valores instantâneos maiores. Na primeira escavação o deslocamento com a condição hidráulica impermeável resultou 16 % menor e na última escavação 0,2 % menor que na condição hidráulica permeável.

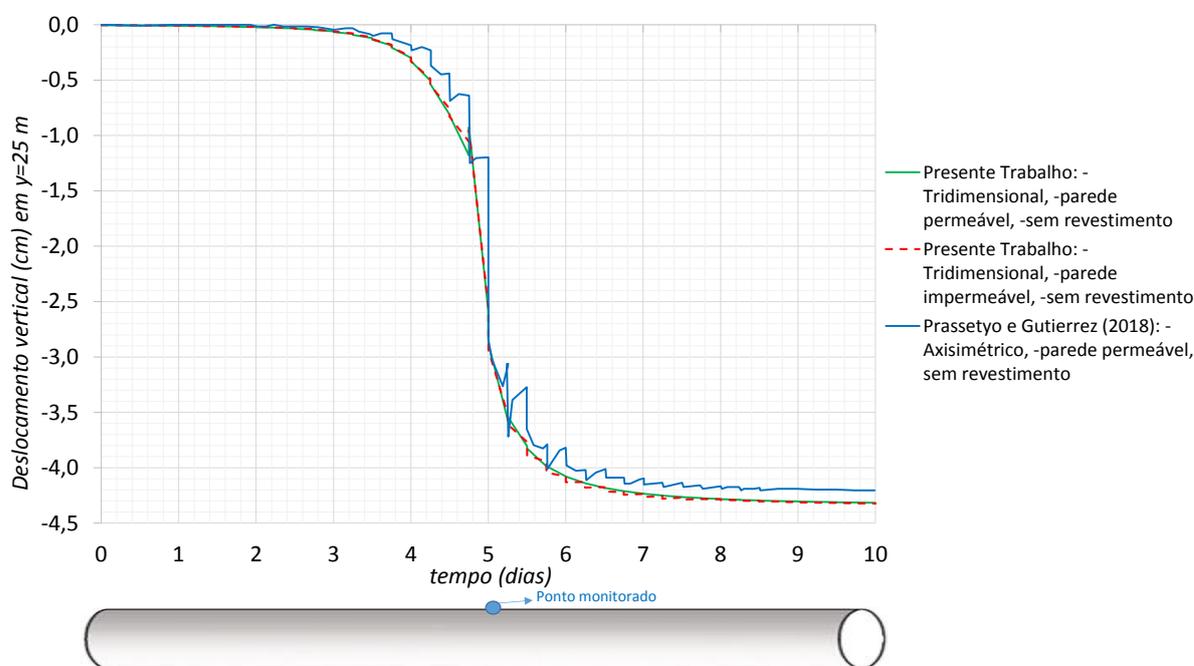


Figura 73 Resposta transiente mecânica-hidráulica da convergência do túnel, durante o período de escavação progressiva no ponto do meio da escavação sem revestimento

A Figura 74 mostra o deslocamento radial (convergência), monitorado na parede do túnel, em $y = 25$ m, medido em cada uma das 40 escavações, quando a parede do túnel tem uma condição hidráulica permeável e impermeável com a colocação do revestimento (considera-se que o revestimento é colocado instantaneamente após a escavação). O caso permeável e impermeável tem deslocamentos similares, o caso impermeável apresenta valores levemente menores a partir da escavação 20, na ordem de 2%. Nota-se que para obter a condição de impermeabilidade consideramos um valor baixo da permeabilidade do concreto, no exemplo trocamos a permeabilidade do concreto de $k_c = 0,5 \cdot 10^{-10}$ m/s a $k_c = 0,5 \cdot 10^{-15}$ m/s.

Comparando a Figura 73 e Figura 74, isto é o caso revestido e caso não revestido, pode-se observar que quando $t = 5$ dias, a diferença de deslocamento no caso revestido e não revestido na condição permeável é de 49% e na condição impermeável é de 67%. No tempo final de escavação ($t = 10$ dias) a diferença é aproximadamente 63% para ambos casos, esta diminuição do deslocamento é devido ao acréscimo das propriedades resistentes do concreto colocado.

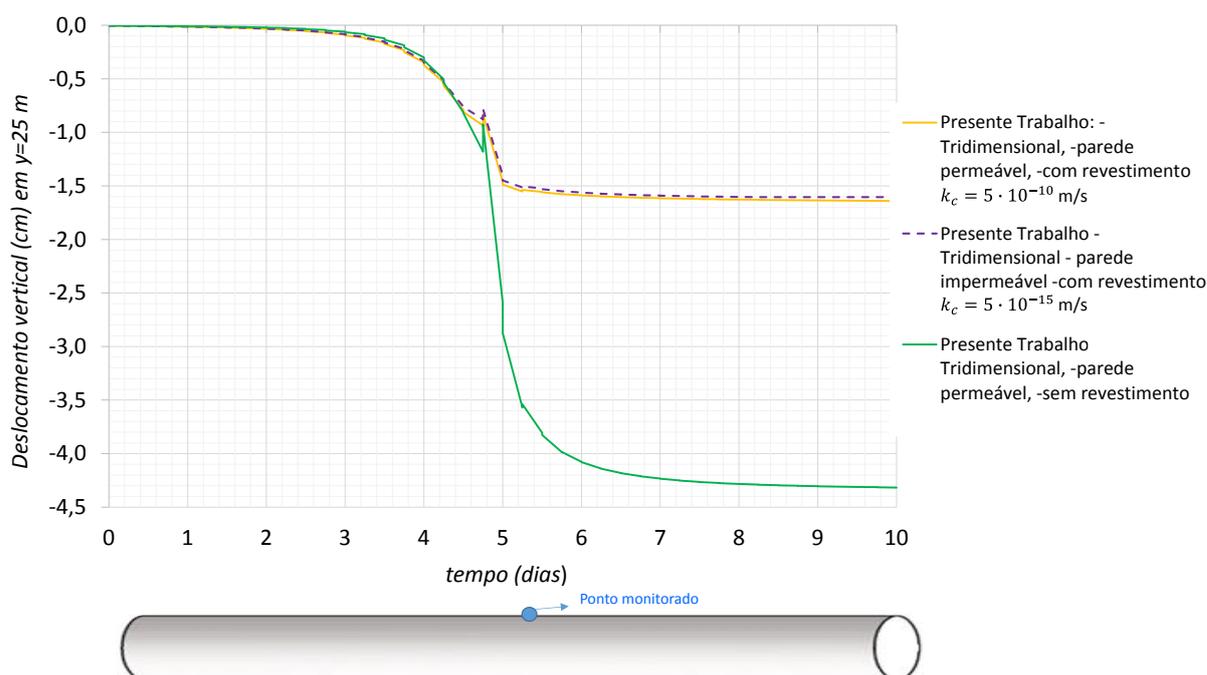


Figura 74 Resposta transiente mecânica-hidráulica da convergência do túnel, durante o período de escavação progressiva com revestimento

A Figura 75 mostra a poropressão em um ponto, monitorado a 1 m da parede do túnel em $y = 25$ m, medido em cada uma das 40 escavações, quando a parede do túnel tem uma condição hidráulica permeável e impermeável, sem colocação de revestimento, (nota-se nas curvas que as poropressões têm saltos em cada passo de tempo, isto é devido a que é avaliada a resposta instantânea imediatamente após a escavação):

- No caso permeável, a poropressão começa a aumentar lentamente, a seguir aumenta rapidamente até alcançar um pico de 2,63 MPa quando $t = 4,5$ dias, (o ponto monitorado é atingido pela escavação quando $t=5$ dias). Logo a poropressão cai bruscamente a 1,45 MPa e decresce lentamente até um valor de 0,75 MPa em $t= 10$ dias. Comparando com os resultados de Prassetyo e Gutierrez (2019), tem-se um erro de 4% no valor pico, o resto da curva tem um comportamento similar ao presente trabalho, apresentando um erro máximo de 20%, na parte final da curva, que deve ser devido as diferenças da análise axissimétrica e tridimensional. Na análise axissimétrica a direção do fluxo é considerada radial, enquanto que no caso tridimensional é segundo as direções x, y, z , além de diferenças na malha e no método de acoplamento mecânico hidráulico.
- No caso impermeável, observa-se um comportamento similar ao caso permeável até $t = 5$ dias (ambos casos tem o mesmo valor máximo). Depois a poropressão diminui com um

gradiente menor, estabelecendo valores maiores que no caso permeável, com uma diferença de 92%, isto é, quase o dobro do valor comparado com o caso permeável para $t=10$ dias.

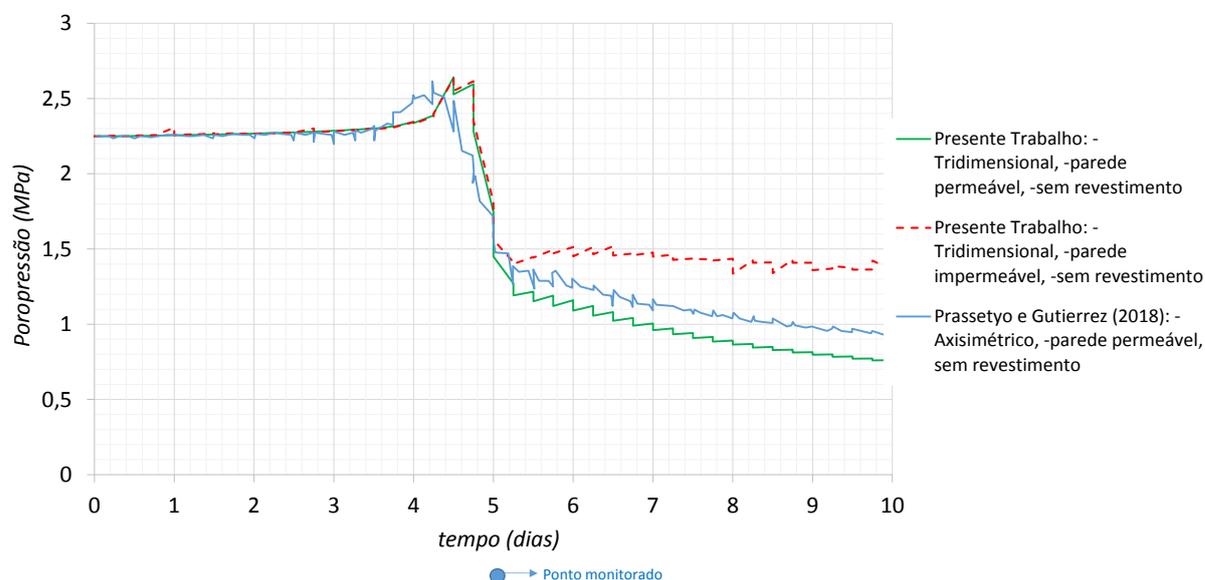


Figura 75 Resposta transiente mecânica-hidráulica da poropressão a 1m acima da parede, no meio do túnel, durante o período de escavação progressiva, sem revestimento

A Figura 76 mostra a poropressão em um ponto, monitorado a 1 m da parede do túnel em $y=25$ m, medido em cada uma das 40 escavações, quando a parede do túnel tem uma condição hidráulica permeável e impermeável, com colocação de revestimento. Nestes casos o pico de poropressão é menor ($p=2,32$ MPa e $p=2,28$ MPa para os casos de parede permeável e impermeável respectivamente) comparado com o caso não revestido. Entre $t=5$ e $t=6,5$ dias os valores da poropressão no caso revestido são maiores que no caso não revestido, depois de $t=6,5$ dias os valores comportam-se similarmente ao caso sem revestimento. Nota-se que no caso de parede impermeável a resposta instantânea em cada passo é maior (maiores saltos).

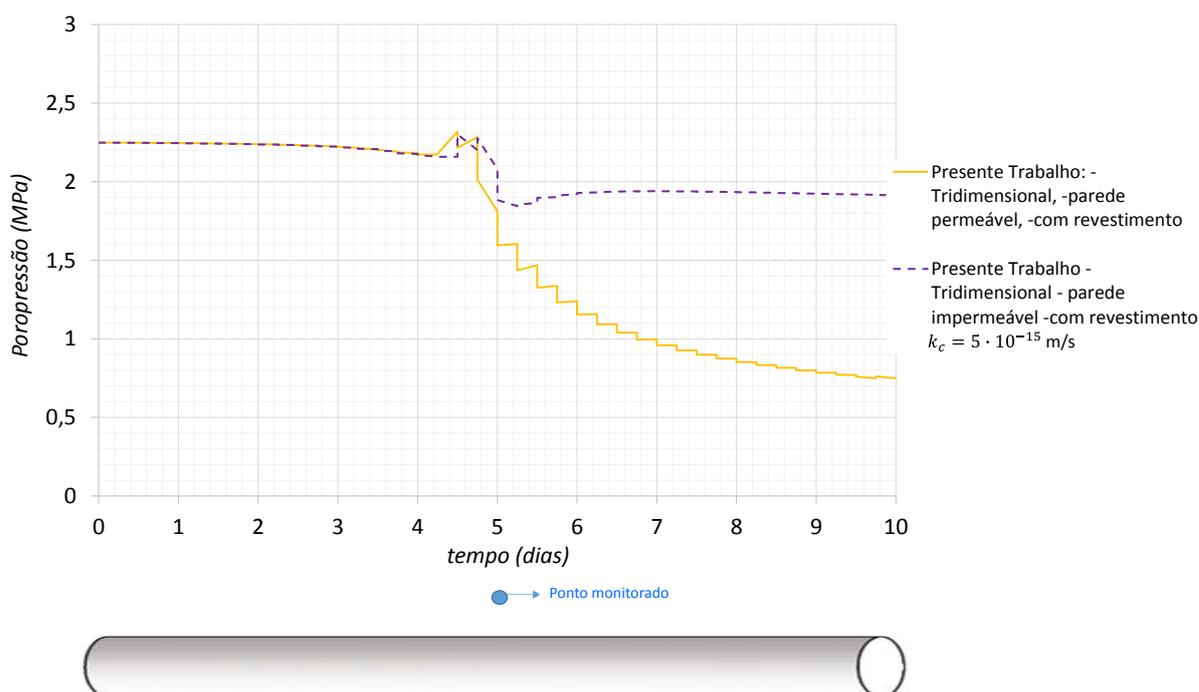


Figura 76 Resposta transiente mecânica-hidráulica da poropressão a 1m acima da parede, no meio do túnel, durante o período de escavação progressiva, com revestimento

7.2 ANÁLISE POROELÁSTICA ANISOTRÓPICA TRIDIMENSIONAL DE UM TÚNEL PROFUNDO

O exemplo escolhido pertence a um dos túneis de exploração que formam parte da represa hidroelétrica de Mingtan na China. O material que constitui a parte onde encontra-se a represa e os túneis são formados por camadas de rocha sedimentares: siltitos (camada superior), arenitos e siltitos (camada intermediária e superior). Especificamente na localidade do túnel em questão o material do maciço é uma mistura de arenitos e siltitos denominado “Waichecheng series” (80-90% da Waichecheng séries são formados por arenitos e o resto por inclusões de arenitos com siltitos ou siltitos somente), cujo esquema é apresentado na Figura 77. Espacialmente o estrato encontra-se inclinado com respeito à horizontal um ângulo $\beta = -40^\circ$ e com respeito ao norte um ângulo $\alpha' = 40^\circ$ no plano de observação, como é mostrado na Figura 78.

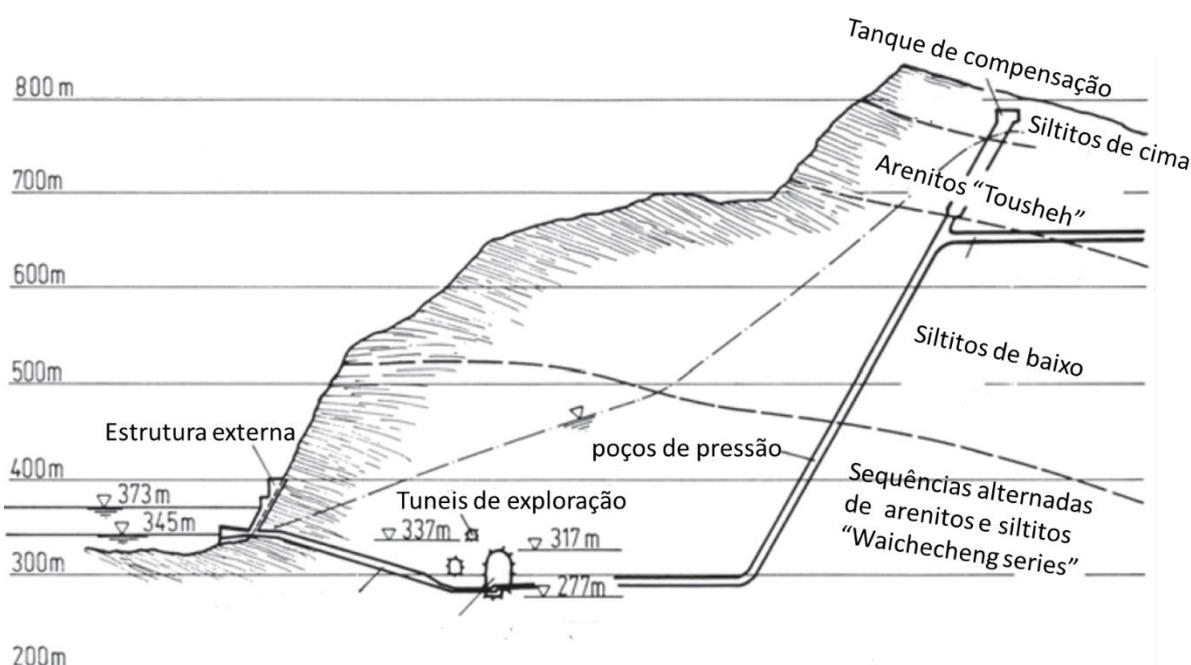


Figura 77 Esquema da represa Mingtam (WITTKE, 1990)

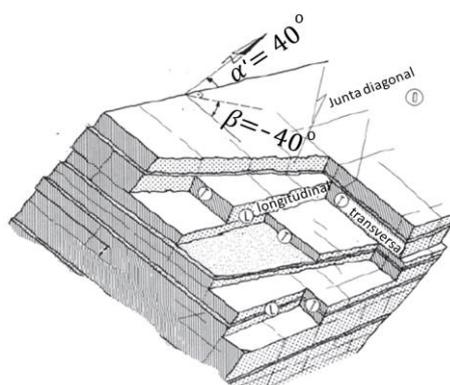


Figura 78 Orientação da "Waichecheng series" na zona escavada (WITTKE, 1990)

O tamanho do modelo para análise de elementos finitos segue a recomendação de Bobet (2003) para análises poroelásticas que indica 20 vezes o valor do raio do túnel, portanto o modelo tem dimensões: na direção x de 36m, na direção y de 36 m e na direção z de 72 m. Os deslocamentos são restringidos nas bordas em direção ao vetor perpendicular à superfície, também nas bordas do modelo é aplicada uma condição impermeável. Na parede lateral e na face do túnel aplicam-se uma poropressão nula ($p = 0$). As tensões e poropressões iniciais são aproximadas para o túnel exploratório de raio $R_i = 1,8$ m ubicado a uma profundidade de 305 m da superfície, sendo as tensões totais iniciais de $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = -5,4$ MPa e $\sigma_{zz}^0 = -11,1$ MPa e poropressão inicial $p_\infty = 3$ MPa como mostrado na Figura 79. São realizadas 30 escavações sequenciais com um passo de escavação Δy de 0,9 m, no caso de colocar revestimento este é considerado

com uma espessura de 0,1 m. Na Figura 80 e Figura 81 mostra-se a malha de elementos finitos utilizada, contendo 25440 elementos hexaedros e 106189 nós.

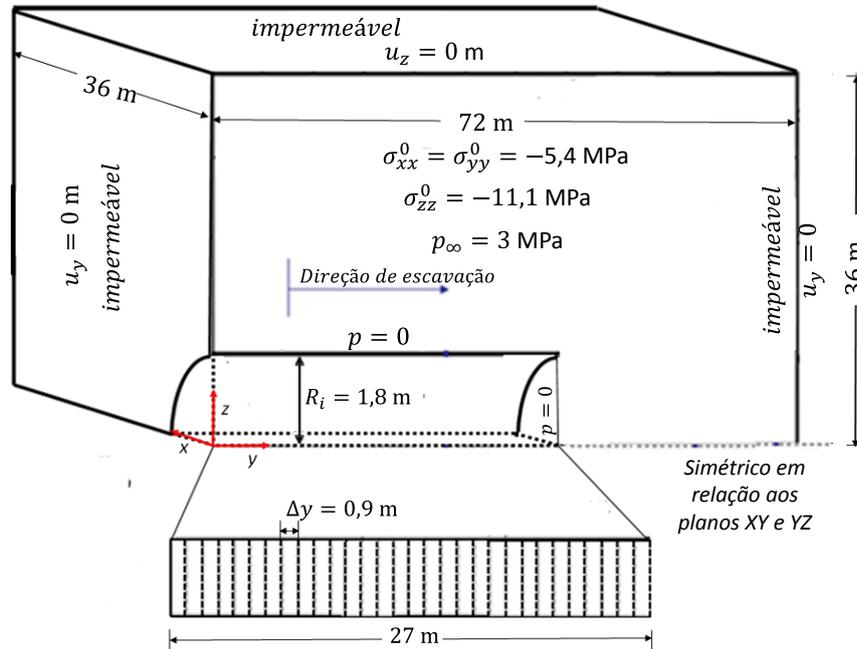
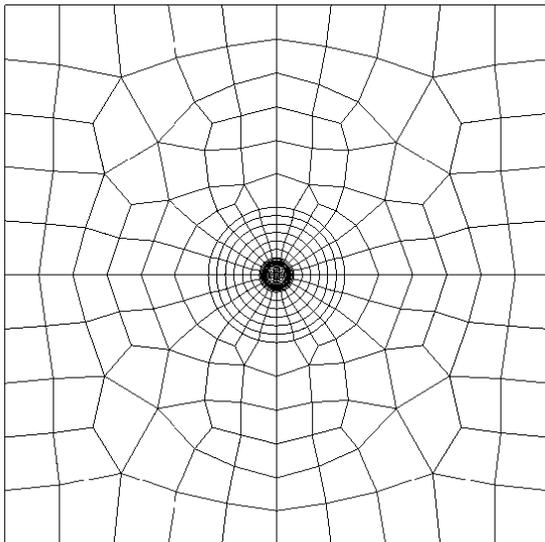


Figura 79 Esquema do túnel exploratório da represa Mingtam: Geometria, condições de contorno e passos de escavação.

(a)



(b)

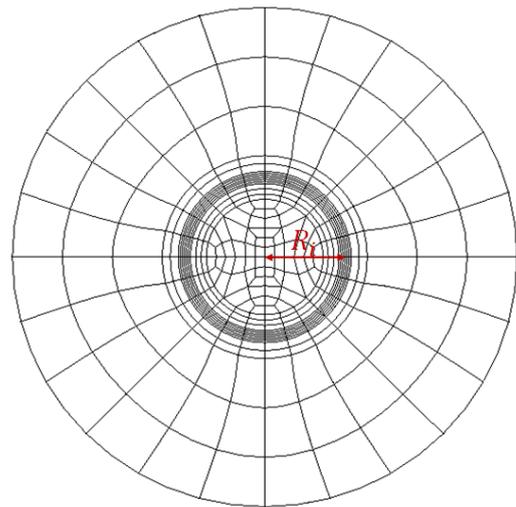


Figura 80 Malha de elementos finitos (a) Vista frontal (b) Na zona próxima do túnel

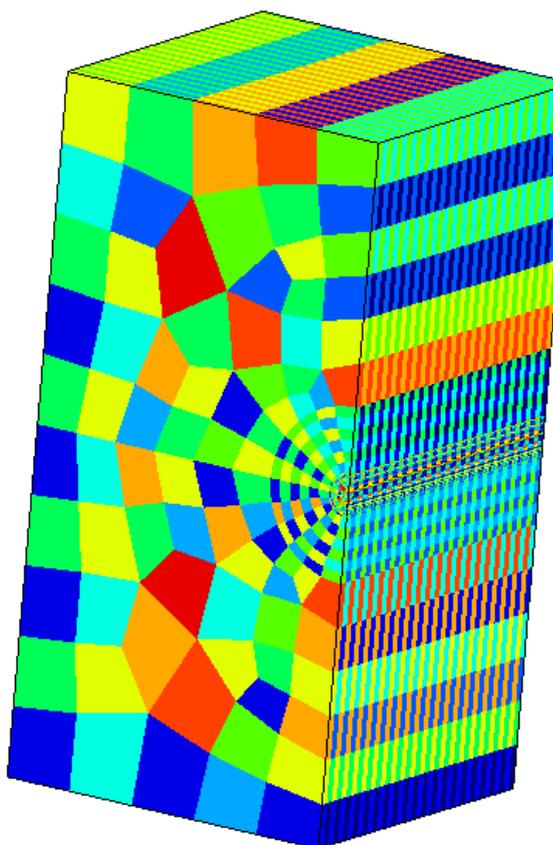


Figura 81 Metade esquerda da malha tridimensional de elementos finitos

O cálculo dos parâmetros e interpretação deste maciço encontra-se em Wittke (1990), cujos parâmetros finais são dados na Tabela 10:

Tabela 10 Dados do problema proposto

| | | |
|--------------|---------------------------|---------------------------------------|
| $E_x =$ | 7800 MPa | Módulo de Young em direção x |
| $E_z =$ | 2400 MPa | Módulo de Young em direção z |
| $\nu_{xy} =$ | 0,22 | Coefficiente de Poisson em direção xy |
| $\nu_{zx} =$ | 0,02 | Coefficiente de Poisson em direção zx |
| $\rho =$ | 2753,23 kg/m ³ | Massa específica do maciço |
| $\gamma_w =$ | 9807 N/m ³ | Peso volumétrico do fluido |
| $R =$ | 1,8 m | Raio do túnel |

A permeabilidade da camada do maciço pode ser determinada pelas discontinuidades que são formadas as camadas de arenito e siltito (WITTKE, 1990), segundo El Sayed et al. (2017) o valor da permeabilidade do arenito e siltito na formação Szolnok está compreendido entre 10^{-12} e 10^{-8} m/s com porosidades que variam entre 2% e 22% como mostra-se na Figura 82, sendo que Wittke (1990) não apresenta-se o valor da permeabilidade, assumimos valores de permeabilidade k de 10^{-8} , 10^{-12} m/s e 10% de porosidade ϕ .

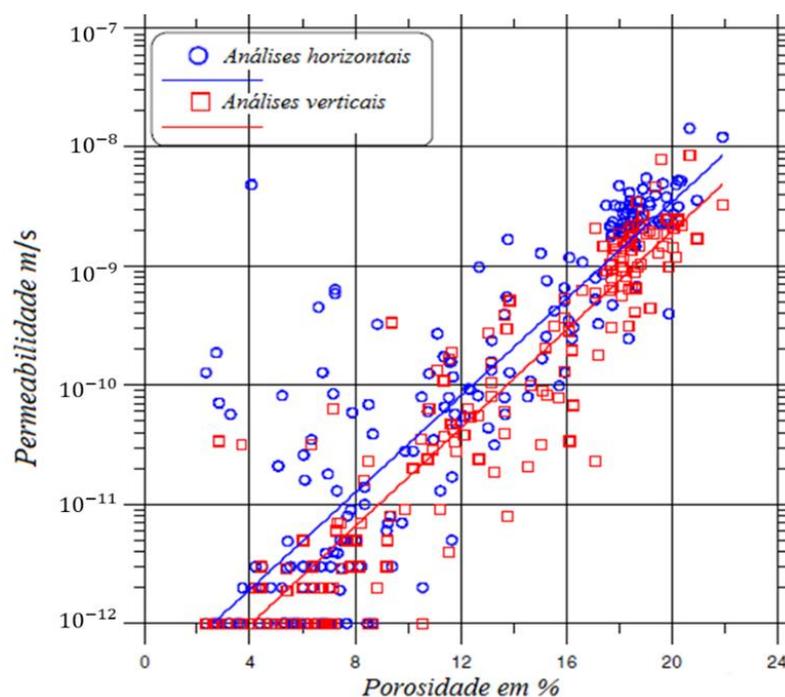


Figura 82 Porosidade vs permeabilidade horizontal e vertical em arenitos e siltitos na Formação Szolnok (EL SAYED et al., 2017)

7.2.1 INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DE ESCAVAÇÃO E PERMEABILIDADE

Foram realizadas análises variando os parâmetros de velocidade de escavação e permeabilidade avaliadas em dois pontos da superfície do túnel: em um ponto inicial ($y = 0$ m), e em um ponto no meio ($y = 13,5$ m), na parte superior do túnel, para as sucessivas etapas de escavação, consideramos que o maciço não encontra-se rotacionado, isto é $\beta = 0^\circ$ e $\alpha' = 0^\circ$.

Quando foi considerada uma permeabilidade alta do maciço, isto é $k = 10^{-8}$ m/s nas três direções espaciais x, y, z pode-se descrever: No ponto inicial (Figura 83), observa-se que os deslocamentos maiores ocorrem com as velocidades maiores, sendo que quando a velocidade de escavação é muito baixa ($V=0,0001$ m/dia) os valores do deslocamento aproximam-se ao caso de túnel seco. Em um tempo muito longo todos os deslocamentos coincidem. No ponto do meio (Figura 84) o comportamento também segue a relação de maiores deslocamentos com maiores velocidades, quando a escavação passa pelo ponto de monitoramento ($y = 13,5$ m), isto é na escavação 15, todos os deslocamentos apresentam o valor aproximado de 0,31 cm, exceto o deslocamento para a maior velocidade (20 m/dia) que começa a ter maiores valores logo após a escavação passar pelo ponto monitorado.

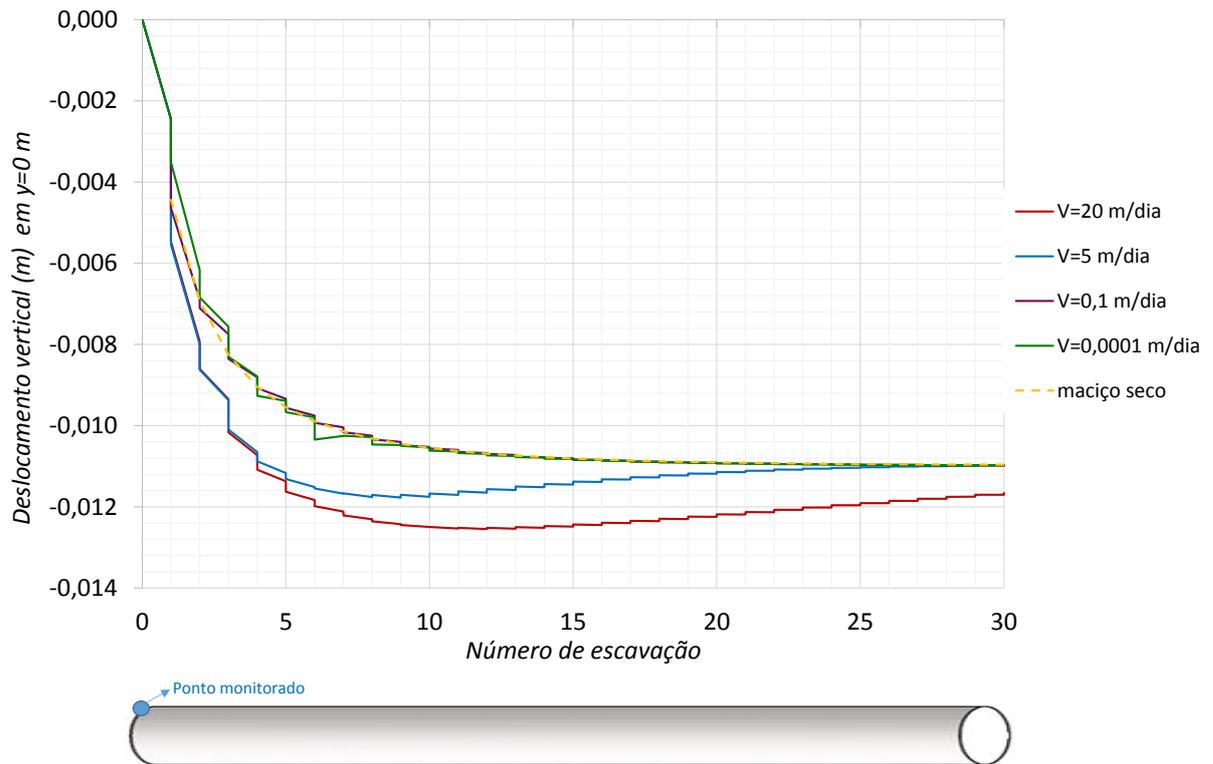


Figura 83 Deslocamento no ponto inicial do túnel em função do número de escavações para diferentes velocidades de escavação considerando uma permeabilidade $k=10^{-8}$ m/s.

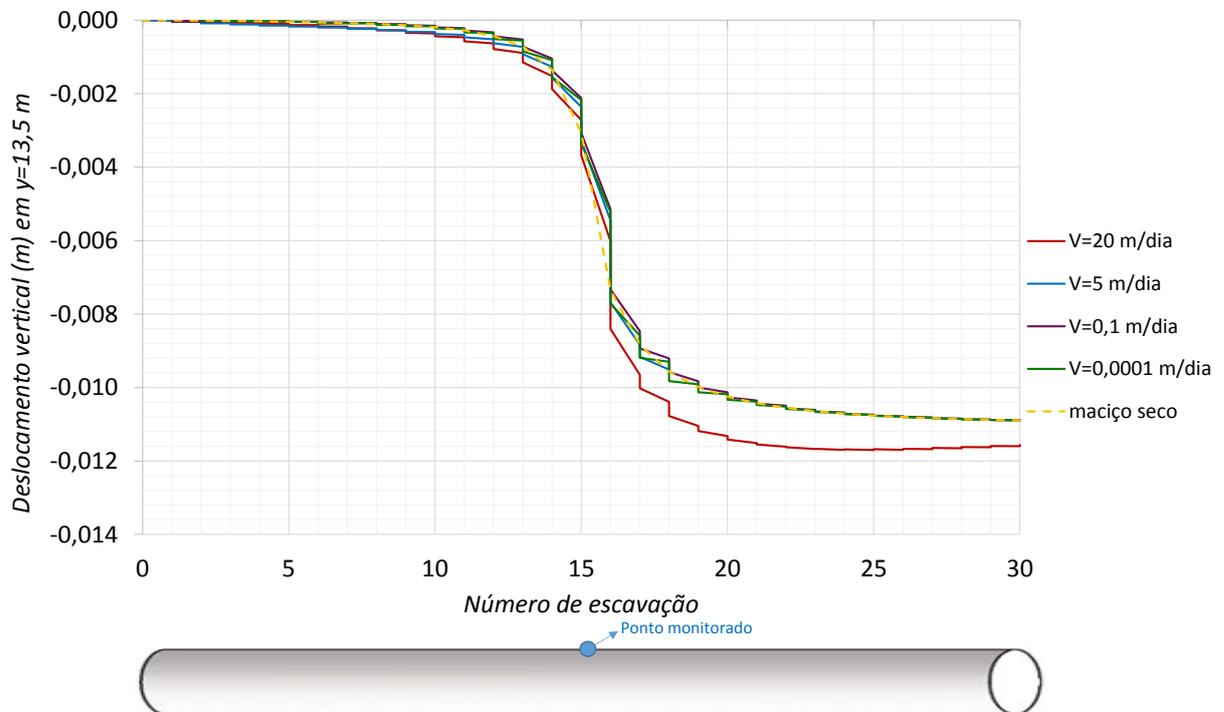


Figura 84 Deslocamento no ponto do meio do túnel em função do número de escavações para diferentes velocidades de escavação considerando uma permeabilidade $k=10^{-8}$ m/s.

Quando foi considerada uma permeabilidade baixa do maciço, isto é $k = 10^{-12}$ m/s nas três direções espaciais x , y , z . No ponto inicial (Figura 85), observa-se que os deslocamentos

maiores ocorrem com as velocidades de escavação menores, observa-se similitude entre os deslocamentos com menor velocidade ($V=0,0001$ m/dia) e o caso seco. Entretanto acontece um comportamento diferente quando a velocidade é $V=0,1$ m/dia que começa a ter maiores deslocamentos logo após a escavação 8, que podem ser devido à força de percolação, a anisotropia do material e de carregamentos. No ponto do meio (Figura 86), distinguem-se similitude de deslocamentos nas escavações (sendo que quando a escavação passa pelo ponto de monitoramento ($y = 13,5$ m), isto é na escavação 15, os deslocamentos apresentam o valor aproximado de 0,2 cm). E para a maior velocidade menor deslocamento, exceto o deslocamento da velocidade ($V=0,1$ m/dia) que começa a ter maiores deslocamentos passando o ponto monitorado ($y=13,5$ m). Note-se que quando a velocidade é pequena ($V=0,0001$ m/dia) a solução aproxima-se do caso seco.

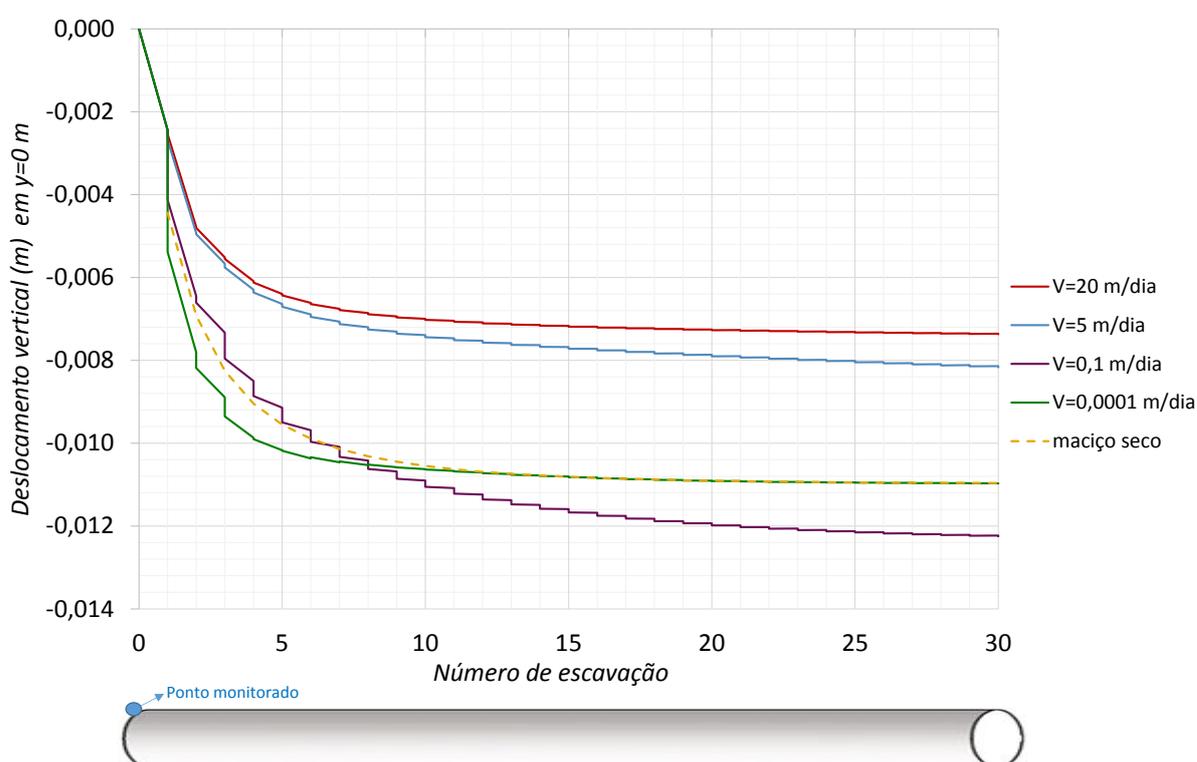


Figura 85 Deslocamento no ponto inicial do túnel em função do número de escavações com diferentes velocidades de escavação para uma permeabilidade $k=10^{-12}$ m/s.

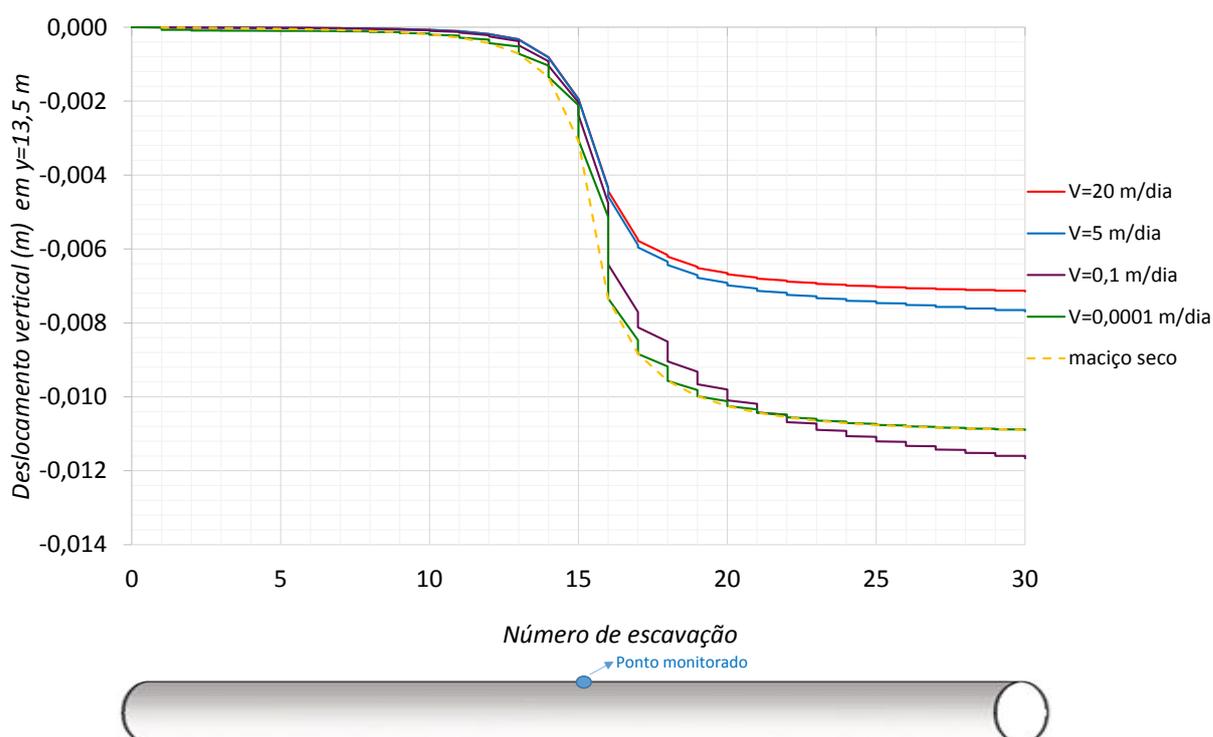


Figura 86 Deslocamento no ponto do meio do túnel em função do número de escavações com diferentes velocidades de escavação para uma permeabilidade $k=10^{-12}$ m/s.

7.2.2 VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE MERGULHO DO ESTRATO NO MACIÇO SECO

Considerou-se tensões totais iniciais de $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = -5,4$ MPa e $\sigma_{zz}^0 = -11,1$ MPa com a poropressão nula e a variação somente do ângulo de mergulho β . São avaliados três pontos na superfície do túnel, na parte superior, um ponto no início ($y=0$ m), um ponto no meio ($y=13,5$ m) e um ponto final ($y=27$ m), para cada um dos 30 passos de escavação. Nas Figura 87, Figura 88 e Figura 89 mostra-se que o maior deslocamento radial ocorre quando o estrato encontra-se com um ângulo de inclinação de $\beta=0^\circ$, diminuindo seu valor conforme aumenta-se o valor de β , sendo o menor deslocamento radial quando $\beta=90^\circ$, este comportamento pode ser explicado devido à ordem dos módulos de Young dado que $E_x = E_y$ e $E_x > E_z$. Nota-se também que quando se faz uma rotação β ao longo dos 360° , obtém-se os mesmos deslocamentos que $\beta = 0$, igualmente acontecem os mesmos deslocamentos quando $\beta=0^\circ=180^\circ=360^\circ$; $\beta=45^\circ=135^\circ=225^\circ=315^\circ$ e $\beta=90^\circ=270^\circ$ devido ao material que é isotrópico transverso. Na Figura 90 mostra-se os perfis de deslocamento radial na superfície do túnel ao longo do eixo y para as escavação 1, escavação 15, escavação 30 variando com ângulos de inclinação do estrato β de 0° e 90° . Nota-se que como previsto o deslocamento no ponto inicial é maior que no ponto do meio, e este é maior que o deslocamento no ponto final em cada passo de escavação. Além

disso os deslocamentos, quando o ângulo de inclinação é $\beta=0^0$, são maiores do que quando o ângulo é $\beta=90^0$, isto é, os deslocamentos vão diminuindo conforme β aumenta.

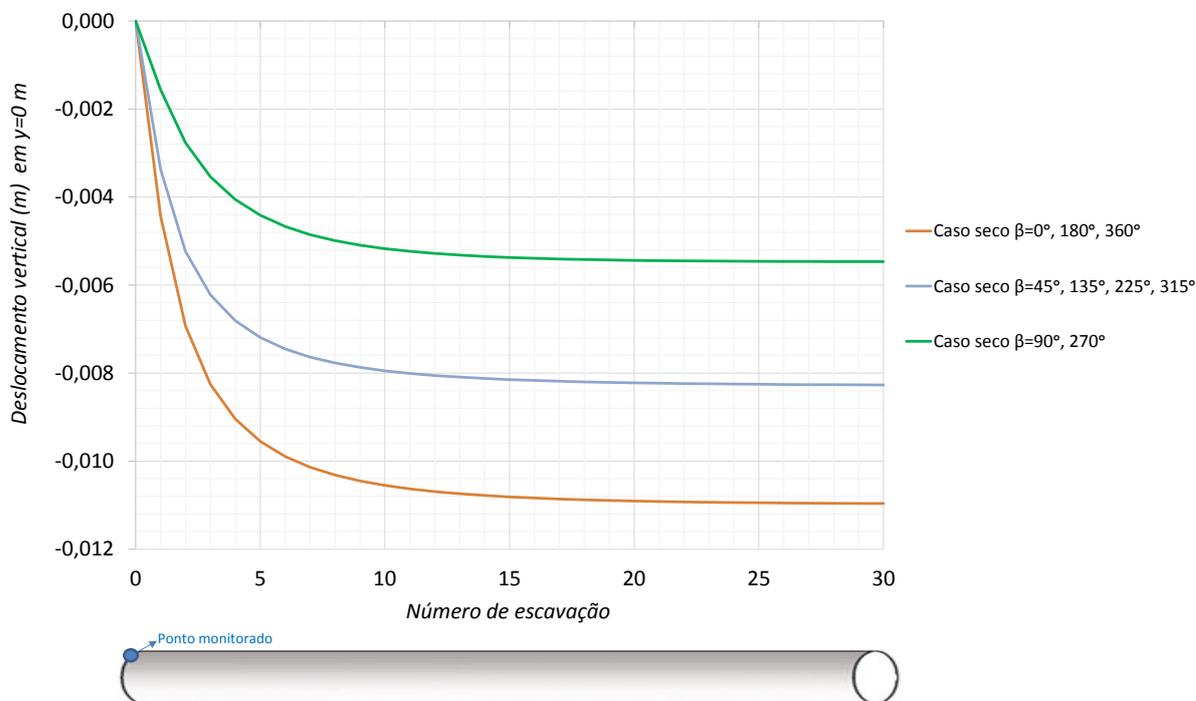


Figura 87 Deslocamento no ponto inicial do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso seco.

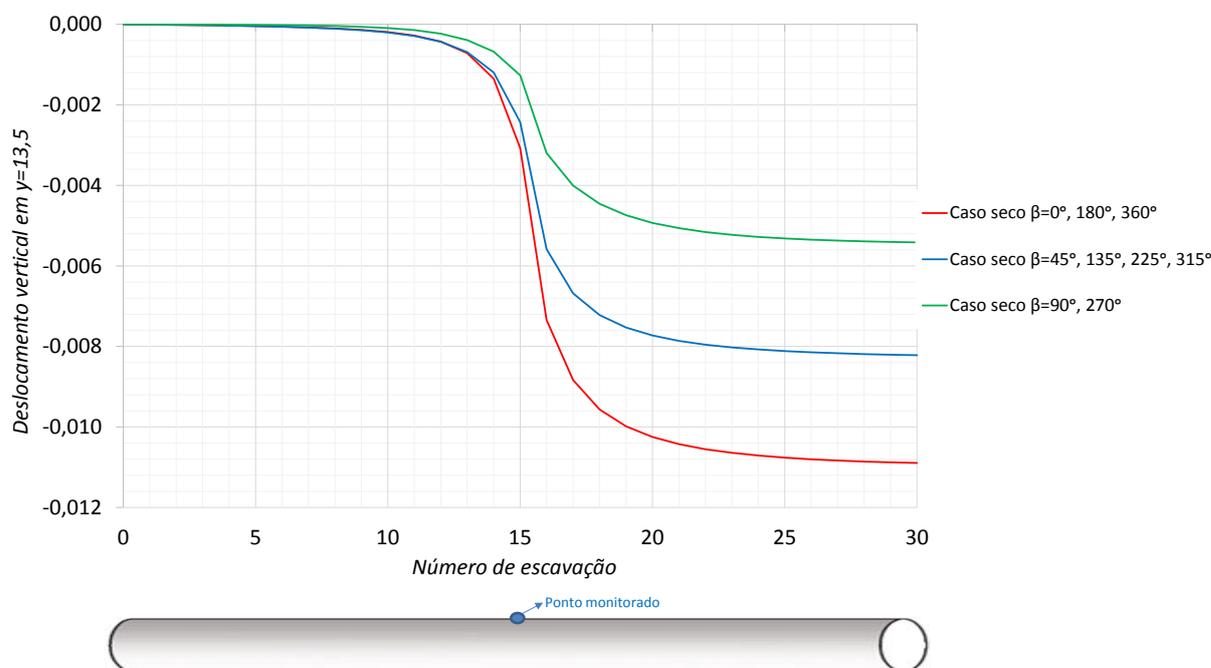


Figura 88 Deslocamento no ponto do meio do comprimento do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso seco.

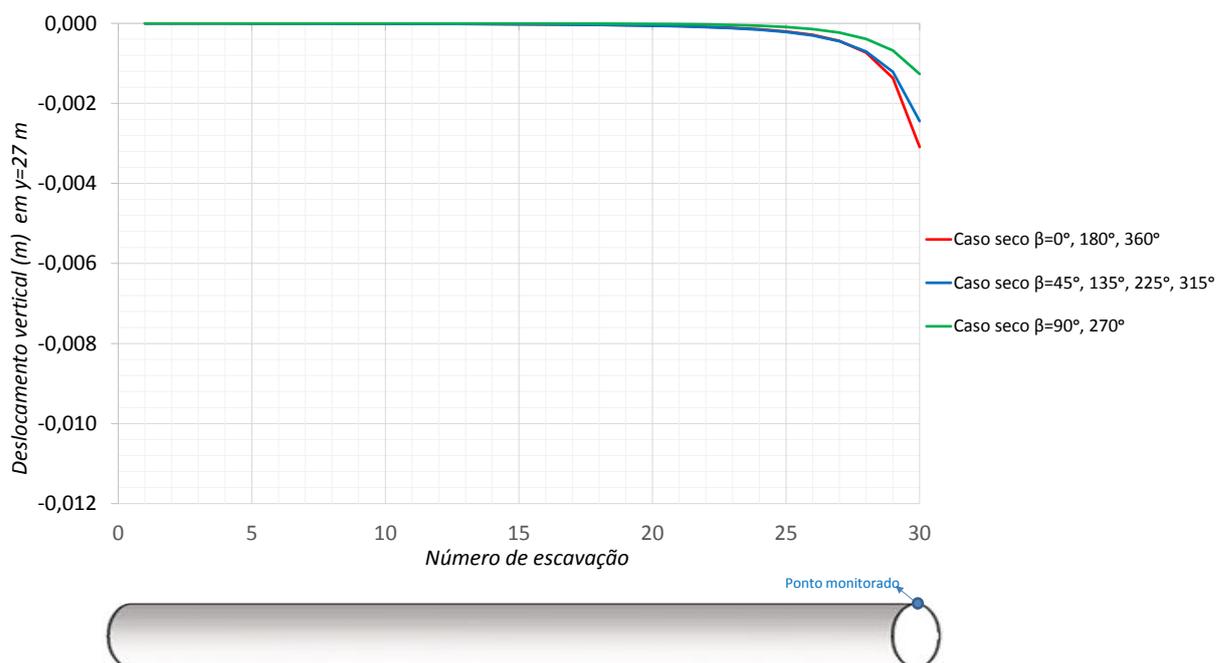


Figura 89 Deslocamento no ponto final do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso seco.

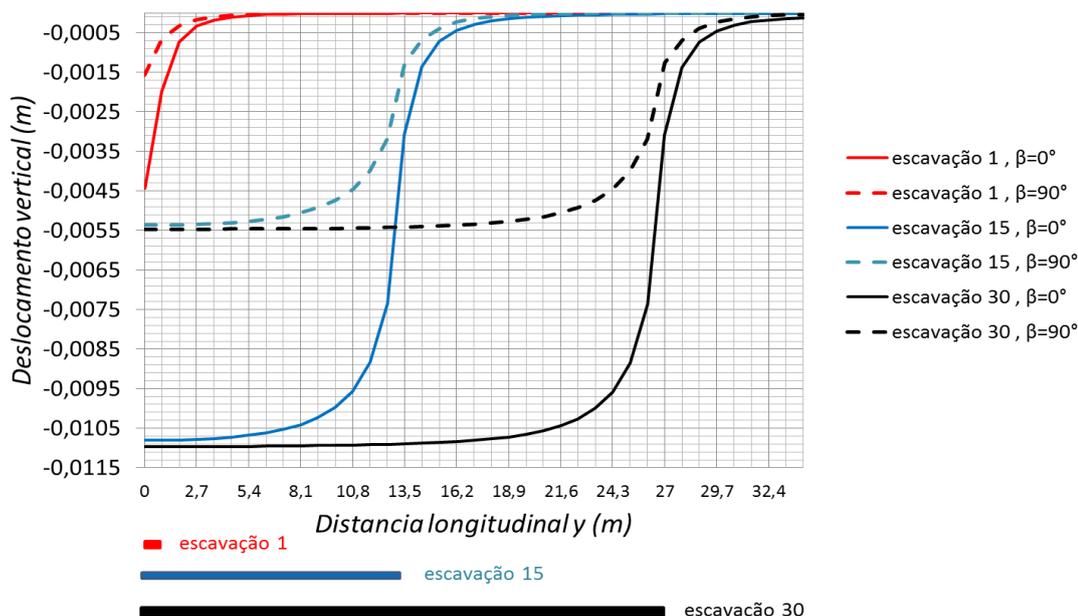


Figura 90 Deslocamento radial no topo da superfície do túnel ao longo do eixo, nas escavações 1, 15 e 30 e com ângulos de inclinação do estrato de $\beta=0^\circ$ e $\beta=90^\circ$.

7.2.3 VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE MERGULHO DO ESTRATO NO MACIÇO SATURADO

São avaliados três pontos na superfície do túnel ao longo do comprimento: um ponto inicial (em $y = 0$ m), um ponto no meio (em $y = 13,5$ m) e um ponto final (em $y = 27$ m), para cada um dos 30 passos de escavação. O maciço considera-se completamente saturado. A Figura 91

representa os deslocamentos no ponto inicial, observando a seguinte ordem de deslocamentos de maior a menor: $\beta=30^\circ=210^\circ$, $\beta=0^\circ=180^\circ=360^\circ$, $\beta=45^\circ=135^\circ=225^\circ=315^\circ$, $\beta=60^\circ=240^\circ$, e $\beta=90^\circ=270^\circ$. Pode-se notar que segue uma tendência de aumento do deslocamento quando o módulo de Young diminui em uma direção ($E_x = E_y$ e $E_x > E_z$), exceto quando $\beta=30^\circ=210^\circ$ que resultaram os maiores deslocamentos, devido ao fato da anisotropia e a interação da pressão do fluido com o esqueleto sólido. Comparando os deslocamentos com o caso seco nota-se que o valor do deslocamento em caso seco quando $\beta=90^\circ=270^\circ$ é menor que todos os casos saturados, quando $\beta=0^\circ=180^\circ$ no caso seco resultam deslocamentos maiores a todos os casos saturados.

No ponto do meio (Figura 92) o deslocamento é similar nas primeiras 14 escavações, nas seguintes escavações os deslocamentos diferenciam-se seguindo uma ordem igual ao ponto inicial, isto é de maior a menor na seguinte ordem: $\beta=30^\circ=210^\circ$, $\beta=0^\circ=180^\circ=360^\circ$, $\beta=45^\circ=135^\circ=225^\circ=315^\circ$, $\beta=60^\circ=240^\circ$, e $\beta=90^\circ=270^\circ$. No ponto final (Figura 93) os deslocamentos em $\beta=30^\circ=210^\circ$, $\beta=0^\circ=180^\circ=360^\circ$, $\beta=45^\circ=135^\circ=225^\circ=315^\circ$ e $\beta=60^\circ=240^\circ$ apresentam valores semelhantes enquanto que no caso $\beta=90^\circ=270^\circ$ apresenta-se um deslocamento menor na última escavação.

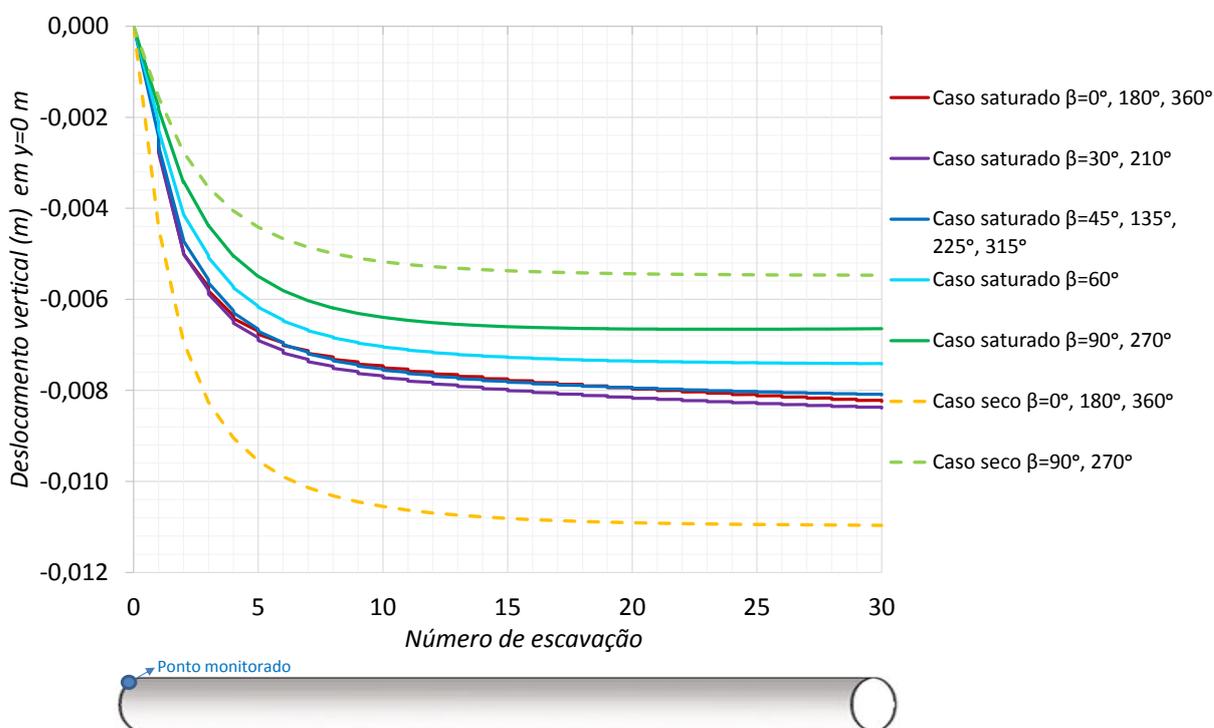


Figura 91 Deslocamento no ponto inicial do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso saturado.

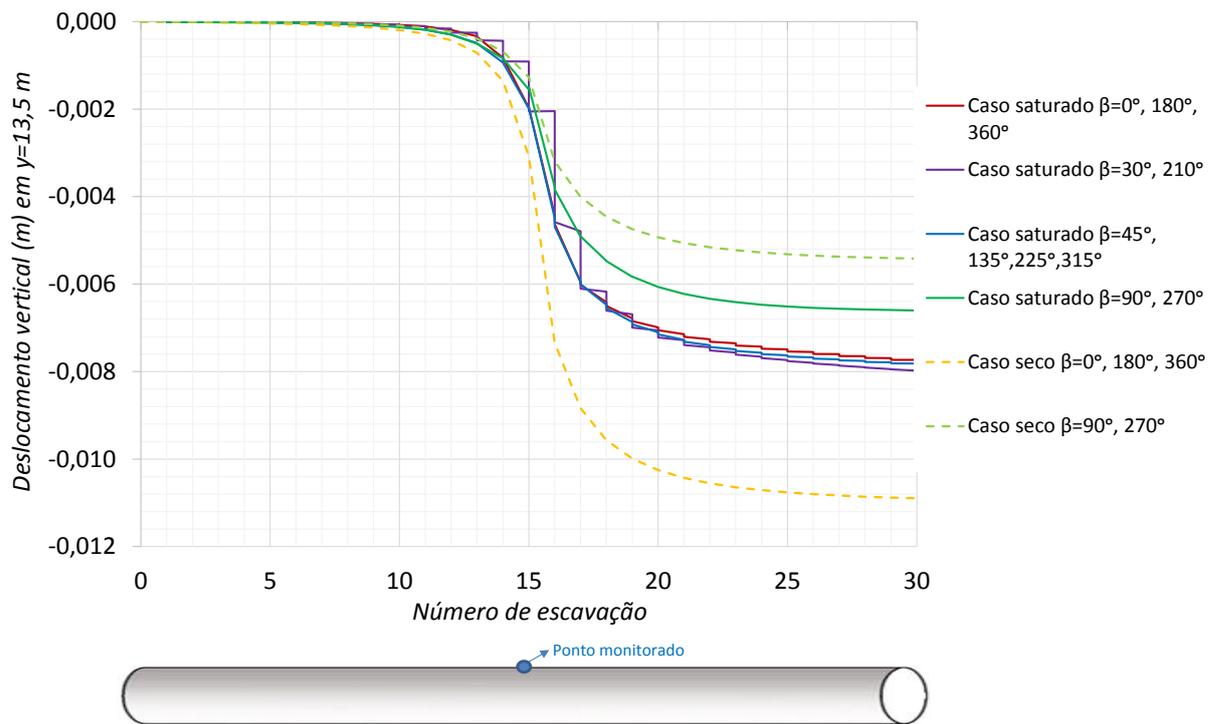


Figura 92 Deslocamento no ponto do meio do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso saturado.

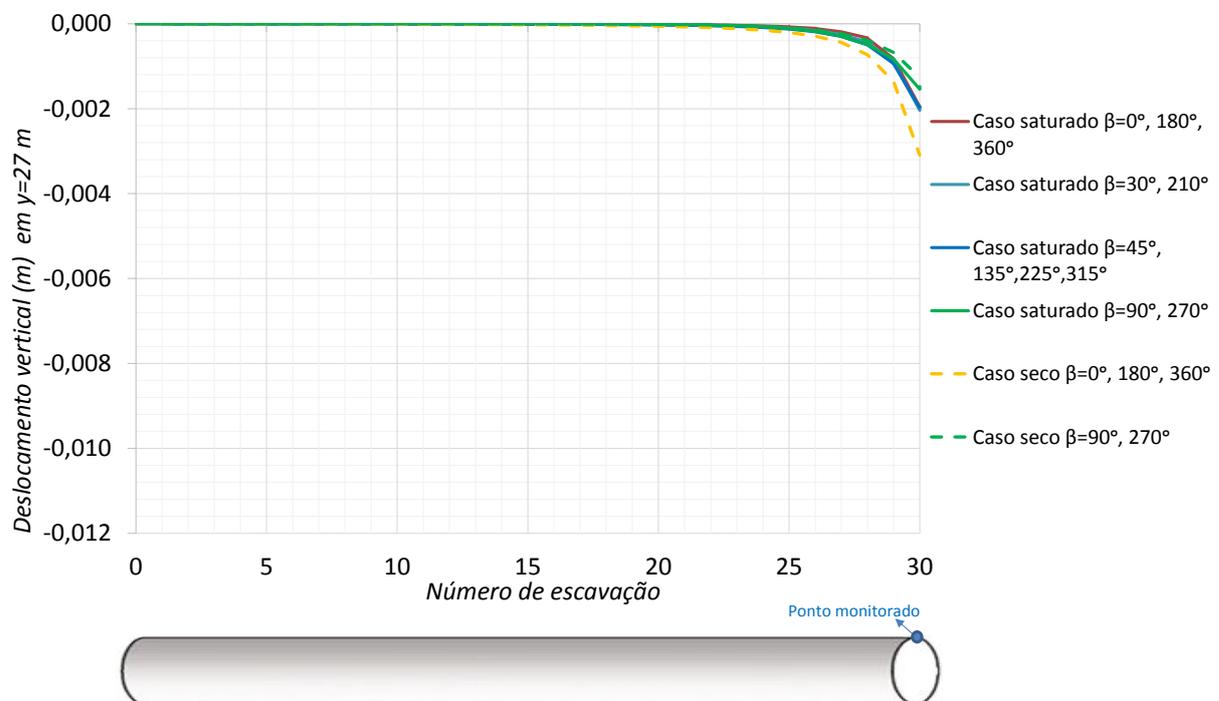


Figura 93 Deslocamento no ponto final do túnel em função do número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato no caso saturado.

Na Figura 94 mostra-se a poropressão no meio do túnel a uma distância de 4,5 cm da superfície na altura do centro do túnel em direção ao eixo x para vários valores de inclinação do estrato do solo. Pode-se observar um comportamento semelhante até quando a escavação passa pelo

ponto de monitoramento (escavação 15), logo a poropressão apresenta uma queda até chegar a um valor negativo e logo depois a poropressão aumenta gradualmente. Mas isto não acontece quando $\beta=0^\circ$, onde a poropressão continua aumentando na escavação 15 para logo diminuir progressivamente. Acontece um pico de 21,5 Mpa na resposta instantânea quando $\beta=0^\circ$ (pode ser devido a um erro numérico).

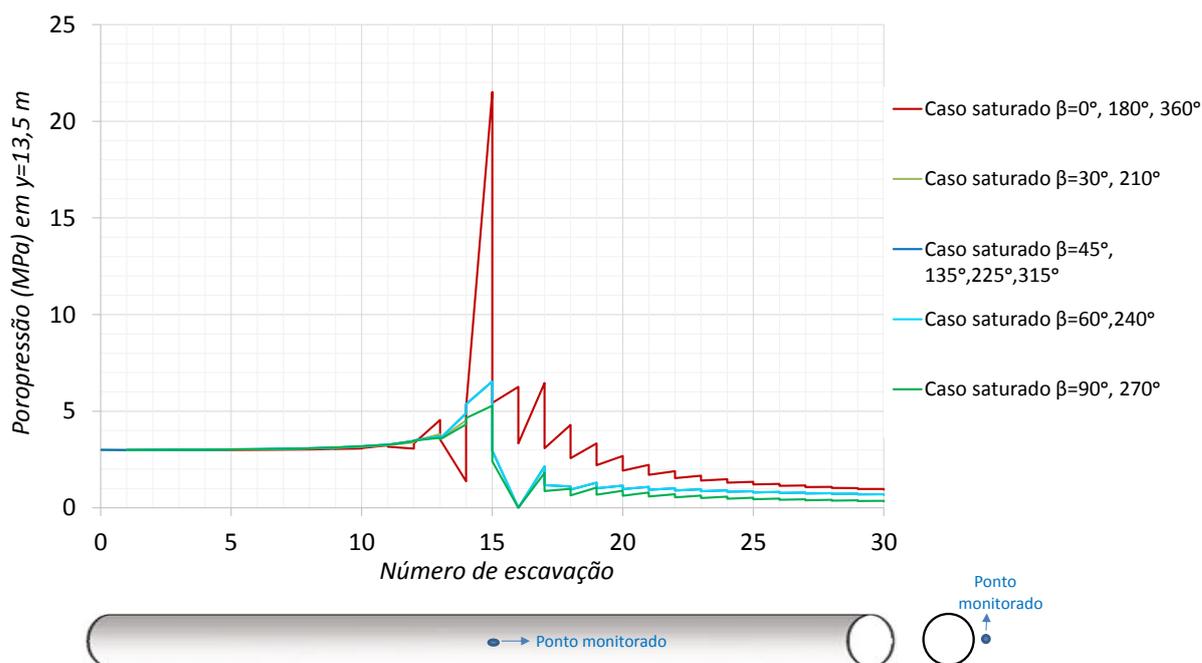


Figura 94 Poropressão no meio do túnel a 4,5 cm da superfície do túnel (na direção do eixo x) vs o número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato, no caso saturado.

Na Figura 95 mostra-se a poropressão no meio do túnel a uma distância de 4,5 cm da superfície na altura do centro do túnel em direção ao eixo z para vários valores de inclinação do estrato do solo. Os valores apresentam um comportamento similar nas primeiras escavações aumentando até a escavação 14, para logo diminuir na escavação 15 e na escavação 16, depois a poropressão aumenta gradualmente. Nota-se que o gradiente de poropressão é maior para $\beta=90^\circ$ e menor quando $\beta=0^\circ$.

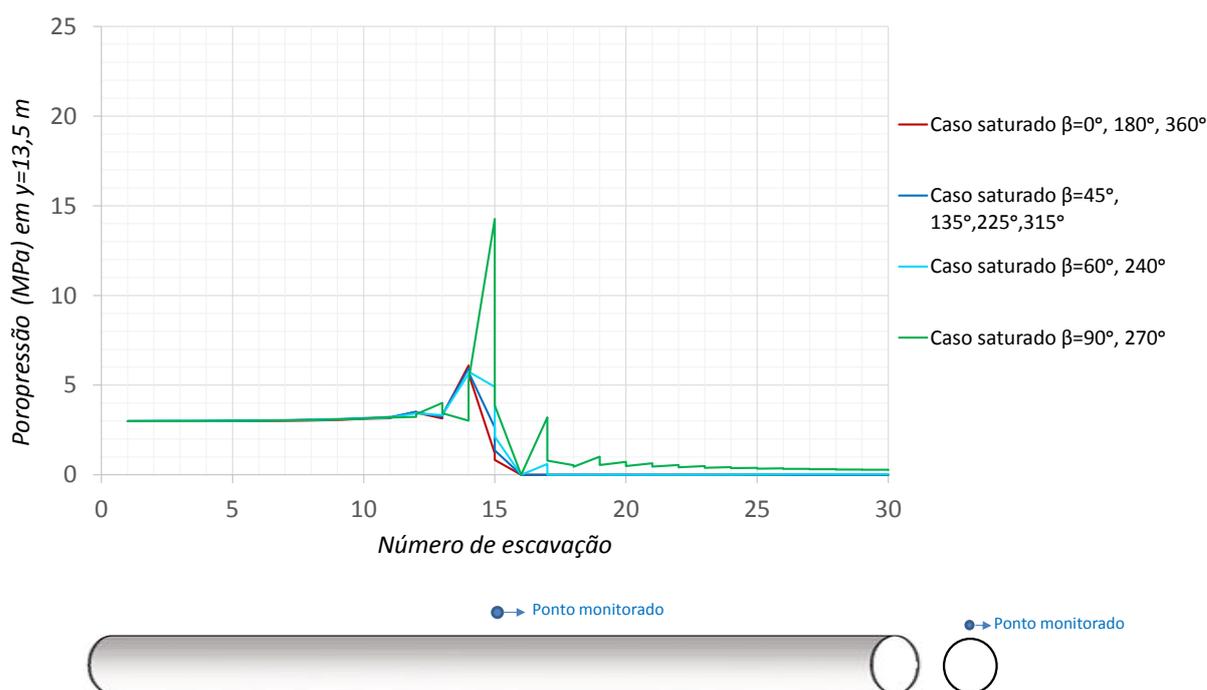


Figura 95 Poropressão no meio do túnel a 4,5 cm da superfície do túnel (no eixo z) vs o número de escavações para diferentes ângulos de inclinação do estrato, no caso saturado.

7.2.4 VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE MERGULHO E DIREÇÃO DO ESTRATO NO MACIÇO SATURADO

Segundo as definições do ângulo de mergulho β e do ângulo α dadas no item 5.2, isto é Figura 66 e as expressões (388) - (396). Avalia-se na Figura 96 os deslocamentos em um ponto no início do túnel na superfície ($y = 0$ m), para cada um dos 30 passos de escavação, considerando um ângulo de mergulho fixo $\beta = 30^\circ$ com vários valores do ângulo $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$. Nota-se que para cada configuração os deslocamentos variam, sendo o maior deslocamento quando o valor de $\alpha = 30^\circ$ e o menor deslocamento quando $\alpha = 60^\circ$ (Figura 97).

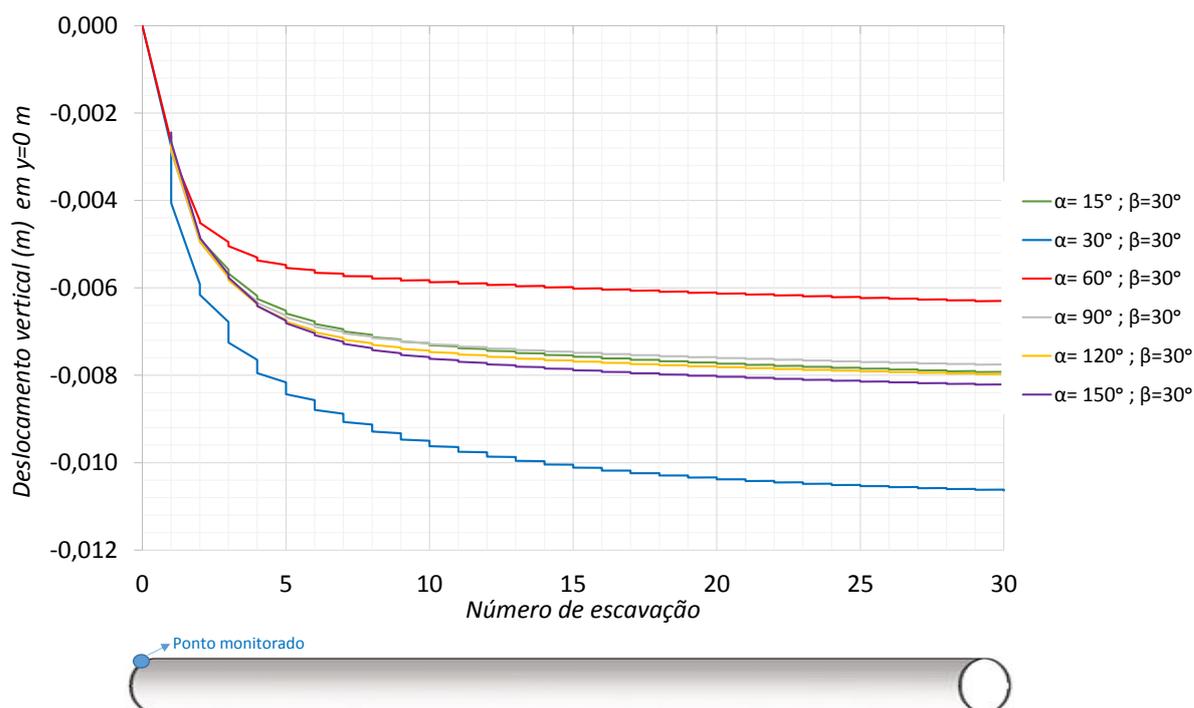


Figura 96 Deslocamento vertical no ponto inicial do túnel vs o número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = 30^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado.

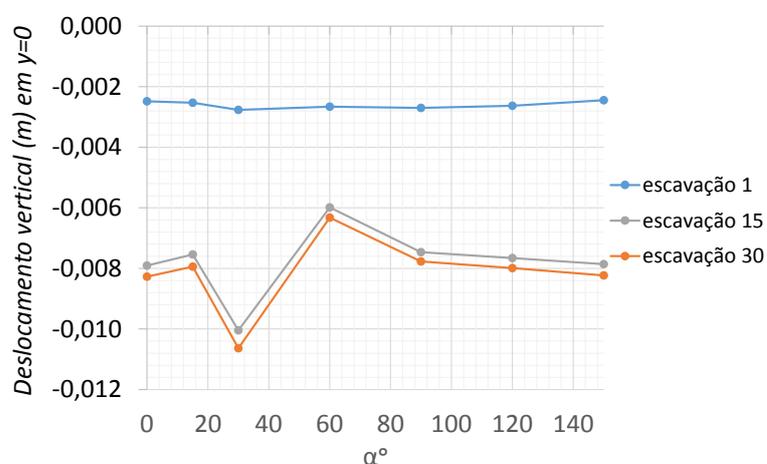


Figura 97 Deslocamentos verticais instantâneos no ponto inicial para vários valores de α nas escavações 1, 15 e 30 com $\beta=30^\circ$

Na situação real a orientação dos estratos da “Waichecheng series” na zona escavada tem um ângulo de mergulho $\beta = -40^\circ$ (Figura 78). Na Figura 98 avalia-se os deslocamentos em um ponto, no início do túnel na superfície, para cada um dos 30 passos de escavação, considerando um ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ com vários valores do ângulos $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 150^\circ$. Nota-se que para cada configuração os deslocamentos variam, sendo maiores os deslocamentos quando o valor de $\alpha = 30^\circ$ ($u_r =$

$-8,34 \cdot 10^{-3}$ m) e o menores quando $\alpha = 90^\circ$ ($u_r = -4,97 \cdot 10^{-3}$ m), a diferença entre o máximo e mínimo valor na escavação 30 é 68% (Figura 82).

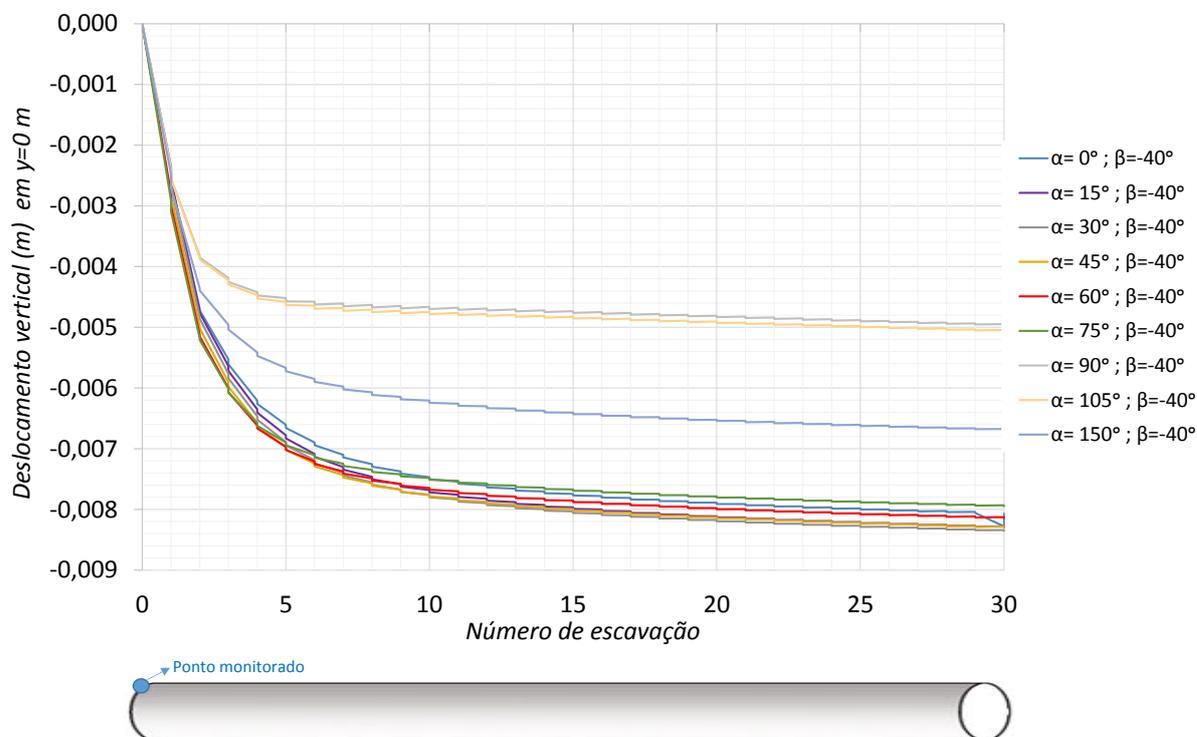


Figura 98 Deslocamento vertical no ponto inicial do túnel vs o número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado.

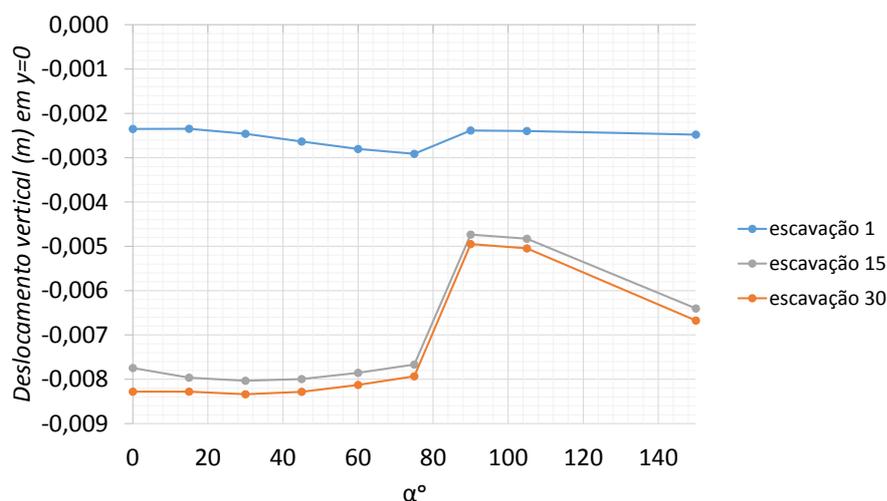


Figura 99 Deslocamentos verticais instantâneos no ponto inicial para vários valores de α nas escavações 1, 15 e 30 com $\beta = -40^\circ$

No ponto do meio (Figura 111), mostra-se os deslocamentos radiais com as escavações. Nas primeiras 4 escavações os deslocamentos são similares em todos os casos, a medida que aumenta o número das escavações os deslocamentos vão se diferenciando e na escavação 30 o

deslocamento menor acontece quando $\alpha = 90^\circ$ ($u_r = -6,74 \cdot 10^{-3}$) e o deslocamento maior quando $\alpha = 0^\circ$ ($u_r = -7,76 \cdot 10^{-3}$), sendo a diferença entre ambos de 15%.

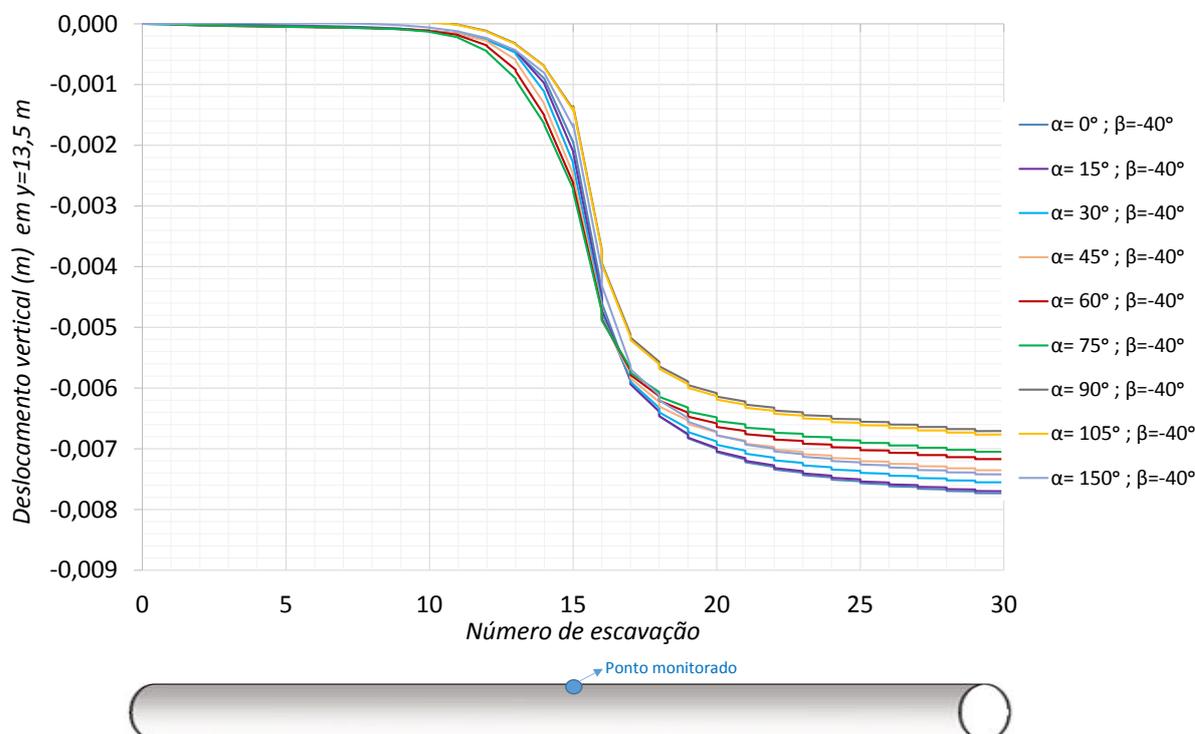


Figura 100 Deslocamento no ponto do meio do túnel em função do número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado.

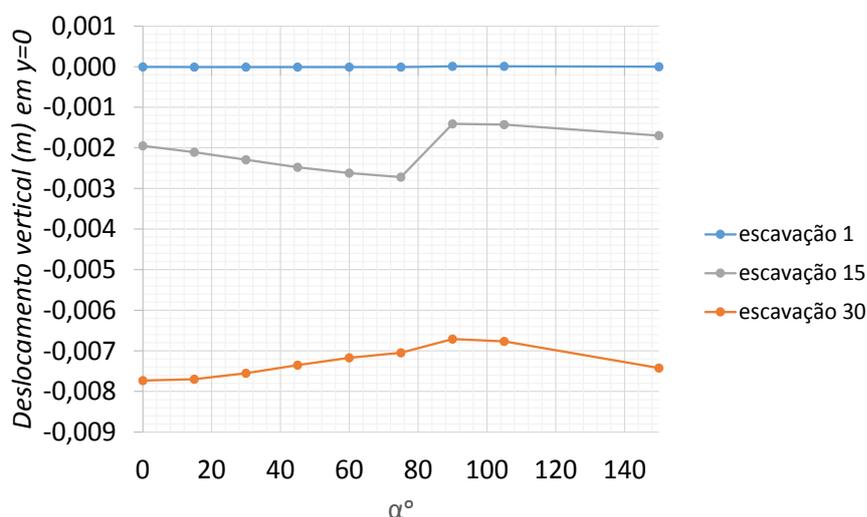


Figura 101 Deslocamentos verticais instantâneos no ponto meio para vários valores de α nas escavações 1, 15 e 30 com $\beta = -40^\circ$

No ponto do final (Figura 102), mostra-se os deslocamentos radiais com as escavações, os deslocamentos em todos os casos são semelhantes até a escavação 22, logo os deslocamentos vão se diferenciando a medida que as escavações aumentam e na escavação 30 o deslocamento

menor acontece para $\alpha = 90^\circ$ ($u_r = -1,50 \cdot 10^{-3}$ m) e o deslocamento maior para $\alpha = 75^\circ$ ($u_r = -2,55 \cdot 10^{-3}$ m), a diferença entre ambos valores é 70%.

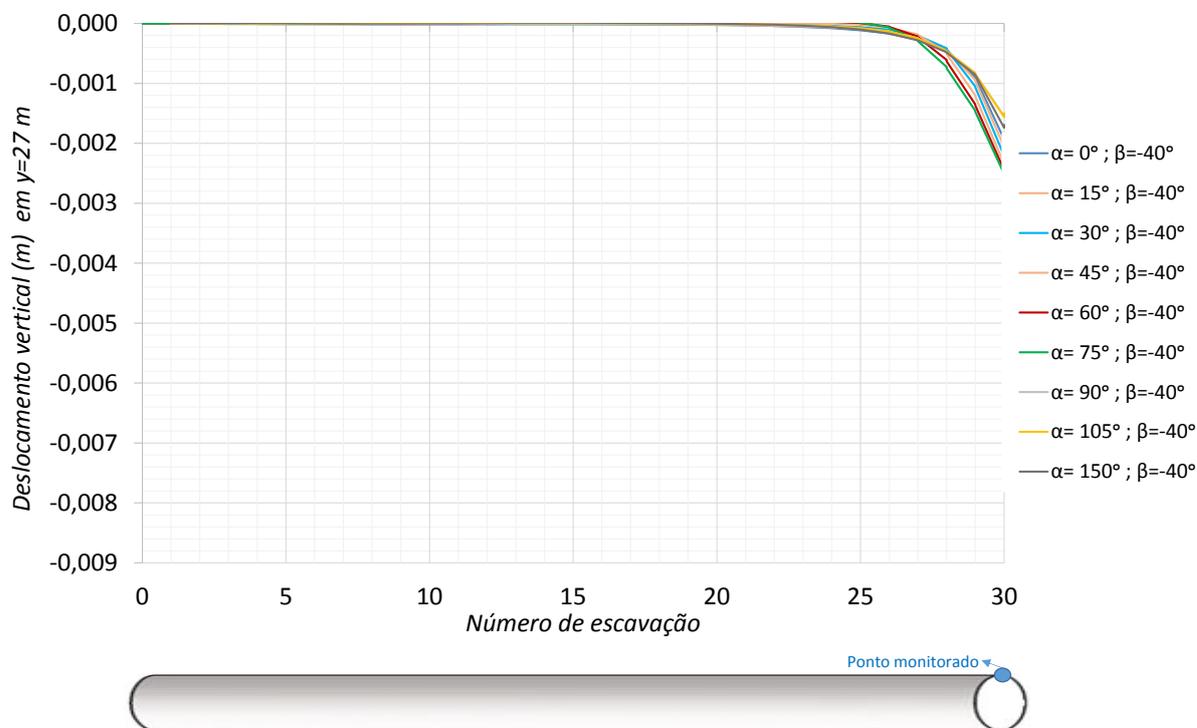


Figura 102 Deslocamento no ponto do final do túnel em função do número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado.

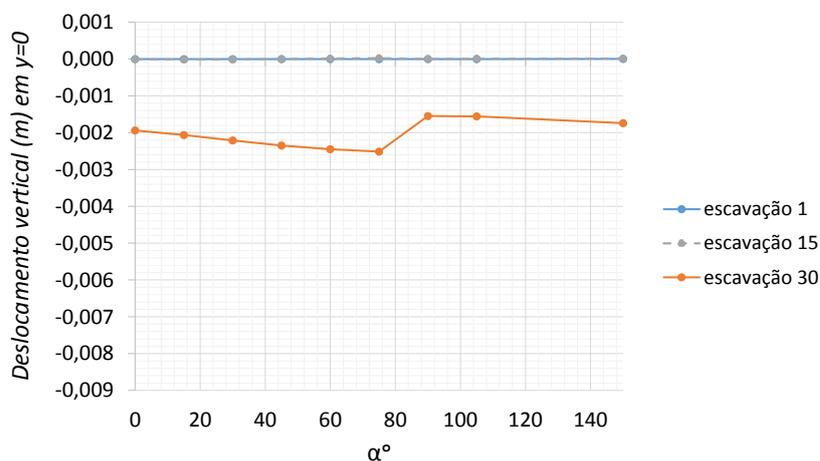


Figura 103 Deslocamentos verticais instantâneos no ponto final para vários valores de α nas escavações 1, 15 e 30 com $\beta=-40^\circ$

Na Figura 104 mostra-se a poropressão no meio do túnel a uma distância de 4,5 cm da superfície na altura do centro do túnel em direção ao eixo x para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando valores do ângulo α . Pode-se observar um comportamento similar, isto é, quando a escavação passa pelo ponto de monitoramento (escavação 15), a poropressão apresenta uma

queda, logo depois a poropressão aumenta nas escavações 16 e 17, logo diminui gradualmente, na escavação 30 em todos os casos atingem o mesmo valor. Pode-se observar que imediatamente após a escavação 15, (isto é a resposta instantânea) a poropressão atinge os valores extremos, sendo o maior valor quando $\alpha = 75^\circ$ ($p = 20,87$ MPa) e o menor quando $\alpha = 105^\circ$ ($p = 2,65$ MPa). Na escavação 16, na resposta instantânea em alguns casos acontece uma poropressão chega a valores nulos na resposta instantânea, assim a poropressão varia com extremos de $p = 0$ MPa quando $\alpha = 30^\circ$ e $p = 4,11$ MPa quando quando $\alpha = 105^\circ$.

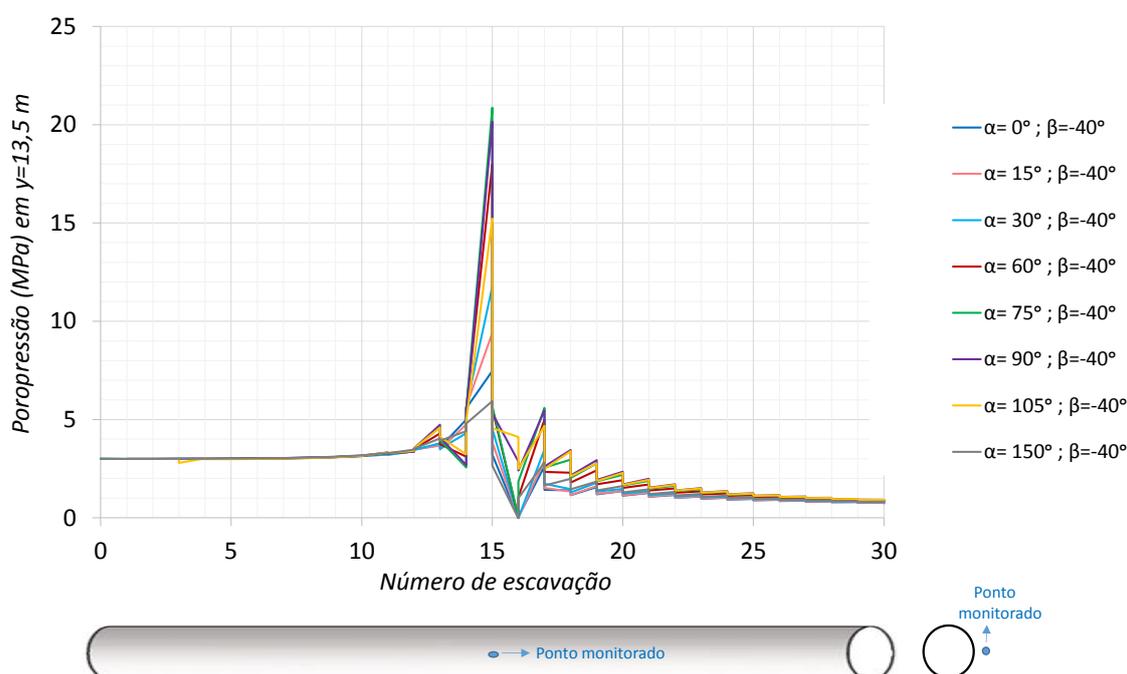


Figura 104 Poropressão no meio do túnel a 4,5 cm da superfície do túnel (na direção do eixo x) vs o número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado

Na Figura 105 mostra-se a poropressão no meio do túnel a uma distância de 4,5 cm da superfície em direção ao eixo z para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando valores do ângulo α . Pode-se observar um comportamento de crescimento até atingir os valores máximos nas escavações 14 e 15, exceto quando $\beta = 60^\circ$ e $\beta = 75^\circ$ onde as poropressões decrescem até valores nulos. Pode-se observar que imediatamente acontecida a escavação 15, (isto é a resposta instantânea) a poropressão atinge o valor máximo de $p = 6,59$ MPa quando $\alpha = 105^\circ$, logo em todos os casos a poropressão após a escavação 16 tem valores nulos.

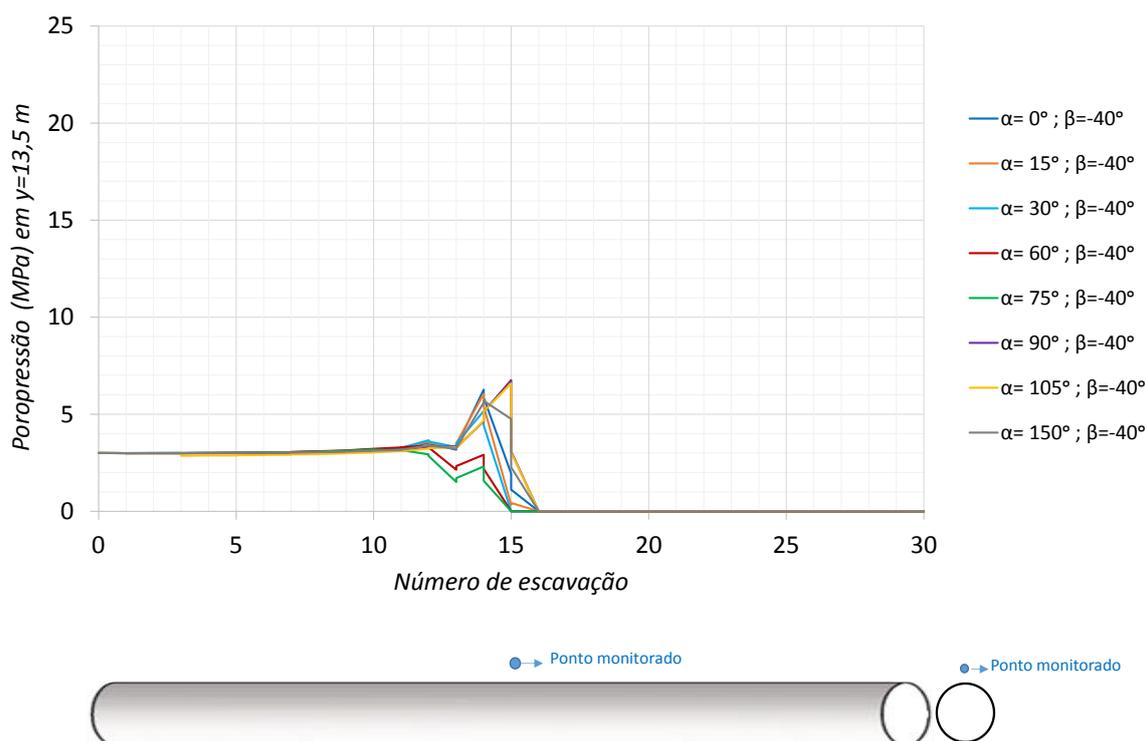


Figura 105 Poropressão no meio do túnel a 4,5 cm da superfície do túnel (na direção do eixo z) vs o número de escavações para o ângulo de mergulho fixo $\beta = -40^\circ$ variando o ângulo α no caso saturado

7.3 ANÁLISE POROELÁSTICA ANISOTRÓPICA TRIDIMENSIONAL DE UM TÚNEL PROFUNDO COM TIRANTES PASSIVOS

Neste exemplo estudamos um túnel de radio $R_i = 2$ m, escavado no maciço “Wachecheng series”. O avanço do túnel é simulado pela desativação progressiva de 30 regiões de escavação com o passo de escavação $\Delta y = 1$ m durante um período de escavação de 5,4 dias, o que implica uma velocidade de escavação de 5,6 m/dia. Instantaneamente durante a desativação também são inseridos os tirantes frontais e radiais (em cada passo de escavação), salienta-se que os tirantes radiais são colocados somente na parte superior e os tirantes frontais em toda a face de escavação como foi mostrado na Figura 67. O tempo característico τ tem um valor de 0,42 dias para as direções x e y e 153 dias para a direção z .

Nas condições de contorno, o deslocamento é restringido em todas as caras laterais do modelo em direção ao vetor normal ao plano, também são aplicadas condições impermeáveis em todas as caras externas do modelo como é mostrado na Figura 106. O maciço apresenta tensões totais iniciais de $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = -5,1$ MPa e $\sigma_{zz}^0 = -5,8$ MPa e poropressão inicial $p_\infty = 3$ Mpa.

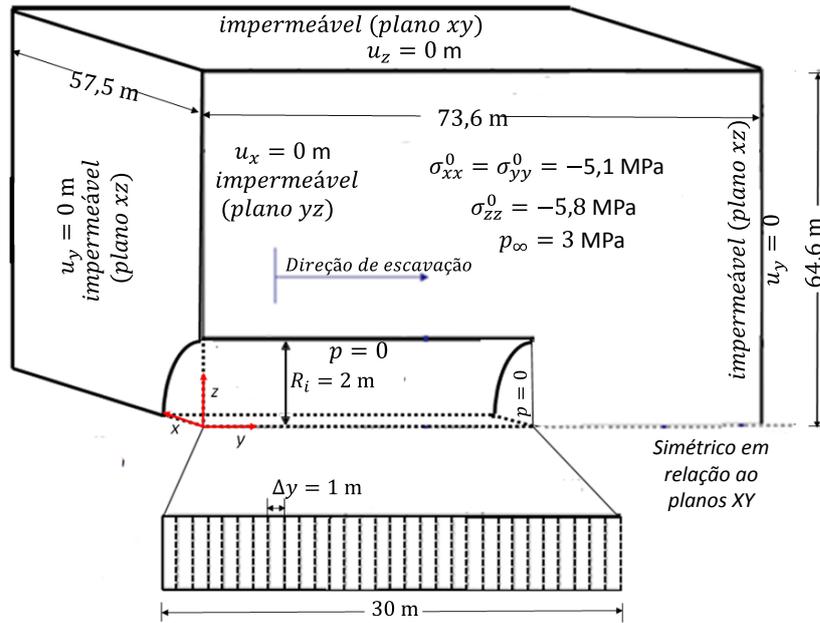


Figura 106 Esquema do túnel para o caso reforçado: Geometria, condições de contorno e passos de escavação.

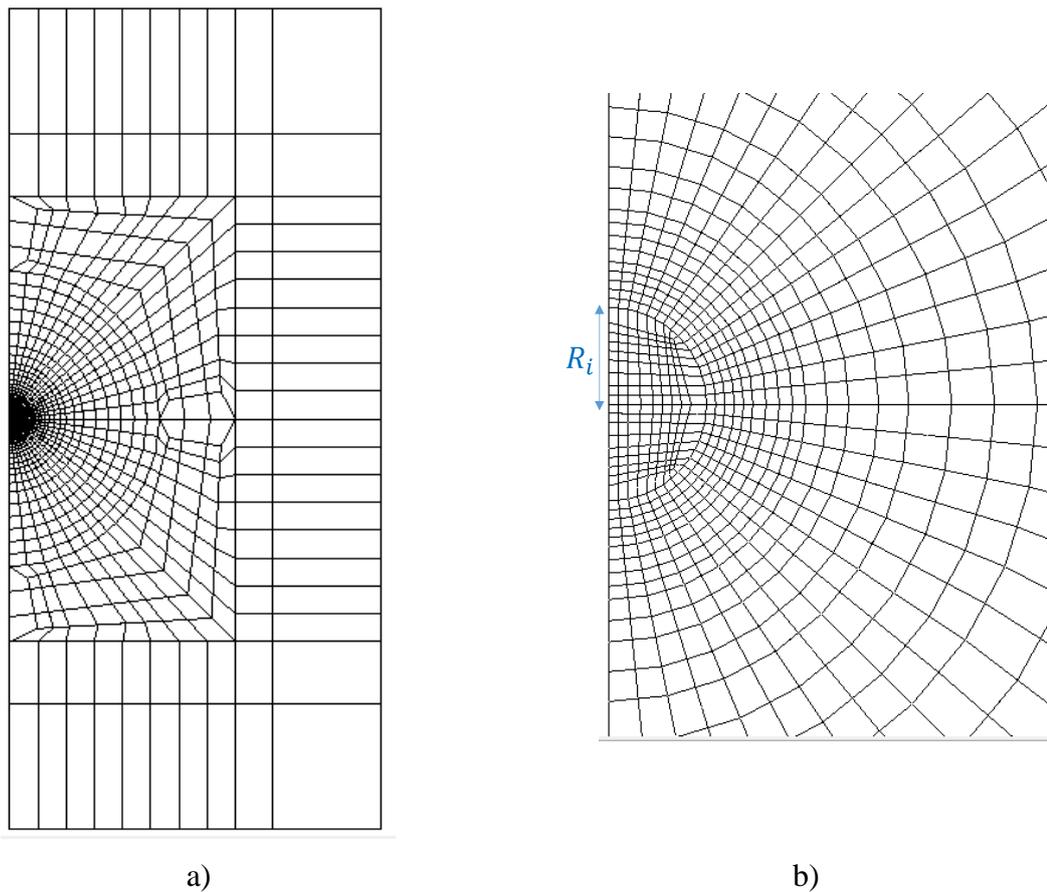


Figura 107 (a) Vista frontal da malha de elementos finitos (b) amplificação na zona perto do túnel

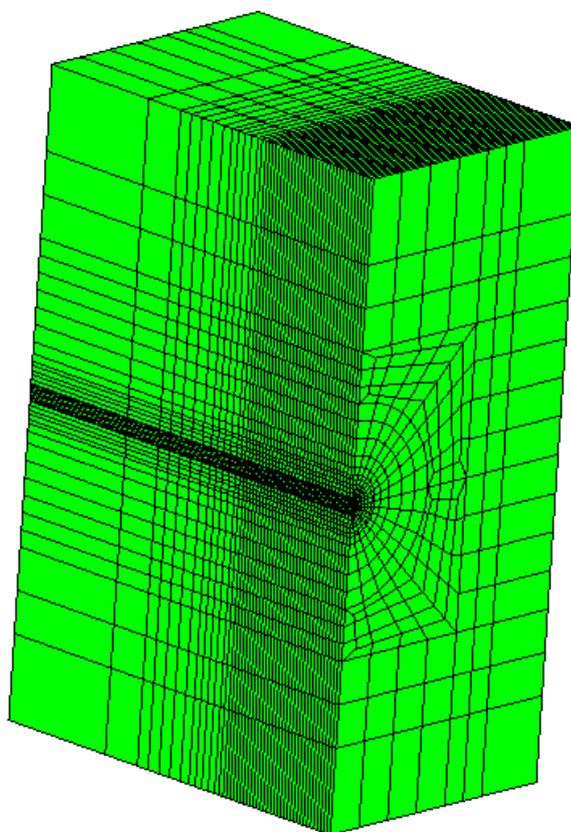


Figura 108 Malha tridimensional de elementos finitos

Para a análise em elementos finitos foi modelado só a metade aproveitando a simetria, sendo as dimensões do modelo de 57,5 m x 73,6 m x 129,1 m nas direções x , y e z respectivamente, a malha tridimensional usada tem 51568 elementos hexaedros e 221589 como é mostrado na Figura 107 e Figura 108.

Os parâmetros mecânicos e hidráulicos do maciço mostram-se na Tabela 11, e as características dos tirantes mostram-se na Tabela 12.

Tabela 11 Parâmetros mecânicos e hidráulicos do maciço

| Propriedades do maciço | | |
|--------------------------|---------------------------|---|
| $E_x =$ | 7800 MPa | Módulo de Young em direção x |
| $E_z =$ | 2400 MPa | Módulo de Young em direção y |
| $\nu_{xy} =$ | 0,22 | Coefficiente de Poisson em direção xy |
| $\rho =$ | 2753,23 kg/m ³ | Massa específica do maciço |
| $\gamma_w =$ | 9807 N/m ³ | Peso volumétrico do fluido |
| $\nu_{zx} =$ | 0,02 | Coefficiente de Poisson na direção zx |
| $\beta, \alpha =$ | 0° | Ângulos de rotação do estrato |
| Propriedades hidráulicas | | |
| $k_h =$ | 1·10 ⁻¹⁰ m/s | Permeabilidade horizontal do estrato |
| $k_v =$ | 1·10 ⁻¹² m/s | Permeabilidade vertical do estrato |

Tabela 12 Parâmetros dos tirantes passivos

| Propriedades dos tirantes passivos radiais | | |
|---|------------|--|
| $E_r =$ | 210000 MPa | Módulo de Young do tirante passivo radial |
| $p_r =$ | 0,5 m | Espaçamento dos tirantes ao longo do eixo y |
| $\beta_r =$ | 25° | Ângulo de espaçamento entre tirantes radiais |
| $l_r =$ | 10 m | Comprimento do tirante radial |
| Propriedades dos tirantes passivos frontais | | |
| $E_f =$ | 210000 Mpa | Módulo de Young do tirante passivo frontal |
| $p_f =$ | 0,8 m | Espaçamento dos tirantes ao longo do eixo x |
| $b_f =$ | 0,5 m | Espaçamento dos tirantes ao longo do eixo z |
| $l_f =$ | 1,8 m | Comprimento do tirante frontal |

A Figura 109 mostra o deslocamento vertical no ponto inicial das escavações nos casos reforçado e não reforçado com tirantes. A taxa de variação da magnitude do deslocamento aumenta acentuadamente nas primeiras etapas de escavação para logo diminuir gradualmente até o final da análise, em todas as escavações o caso reforçado apresenta menores deslocamentos, por exemplo a diferença de deslocamentos na primeira escavação entre os dois casos na resposta instantânea e transitória foi 9,5% e 12,6% respectivamente (a resposta transitória é considerada no final do tempo do passo de escavação), na última escavação a diferença foi de 9% e 8,97% na resposta instantânea e transitória respectivamente.

A Figura 110 mostra o deslocamento vertical no ponto do meio no túnel, na parte superior. Pode-se observar que os deslocamentos são similares em ambos casos (reforço e não reforçado) até a escavação 15, logo da escavação 15 (ou seja quando a escavação atinge e passa longitudinalmente pelo ponto monitorado) as escavações distinguem diferenças, na escavação 16, as diferenças são 8,4% e 11,3% para as respostas instantânea e transitória, respectivamente, Essas diferenças aumentam nas seguintes escavações, até a escavação 30 onde as diferenças são de 10,25% e 10,19% para a resposta instantânea e transitória, respectivamente.

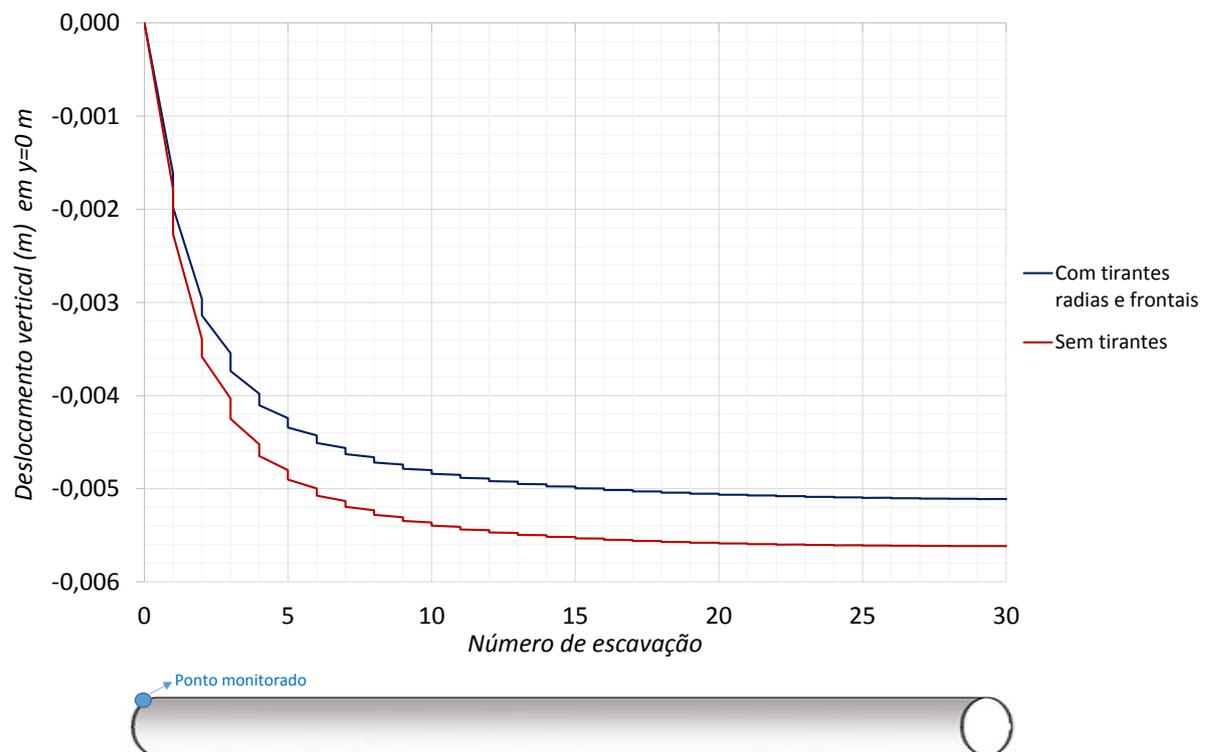


Figura 109 Deslocamento radial no ponto inicial do túnel em função do número de escavações com inclusão progressiva de tirantes passivos (radiais e frontais) e sem tirantes passivos no maciço saturado

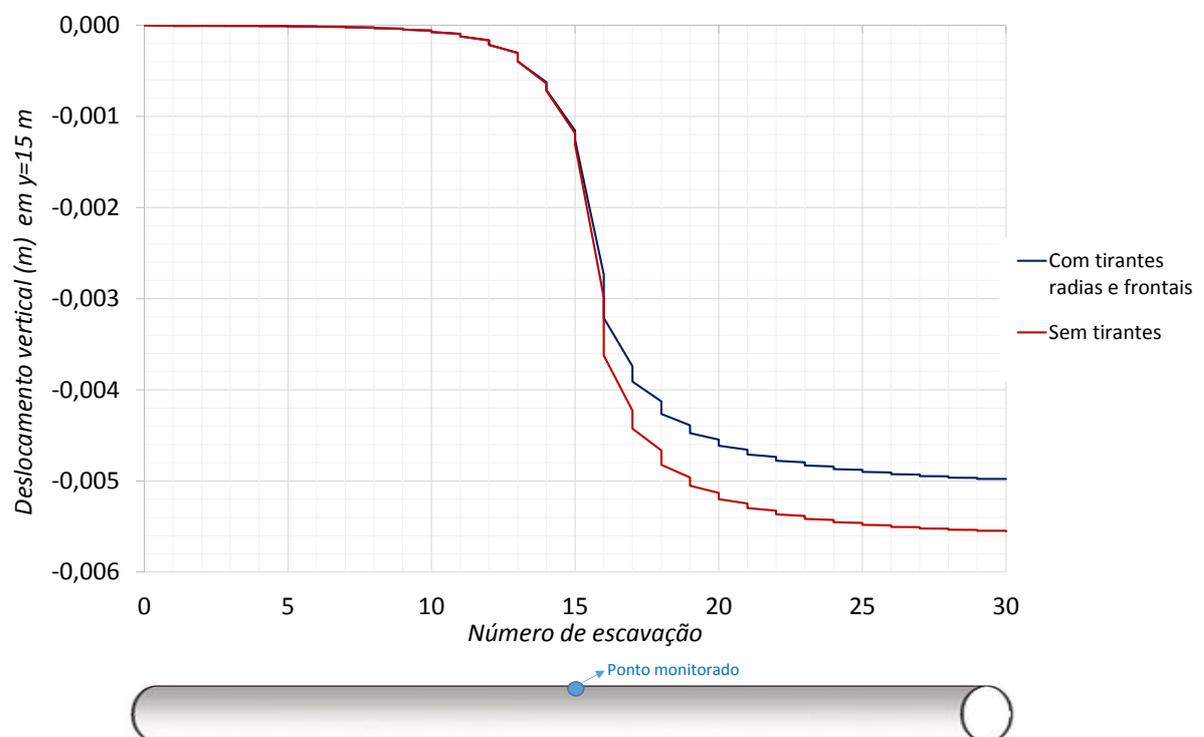


Figura 110 Deslocamento no meio do túnel em função do número de escavações com inclusão progressiva de tirantes passivos e sem tirantes passivos no maciço saturado.

A Figura 111 mostra o deslocamento vertical no ponto final do túnel, ambos casos reforçado e não reforçado apresenta valores de deslocamentos similares, o caso reforçado apresenta valores levemente menores, Em ambos os casos o gradiente é aproximadamente nulo até a escavação 22, logo começam a diminuir até a última escavação onde apresentam uma diferença de 2,66% e 3,89% na resposta instantânea e transitória respectivamente.

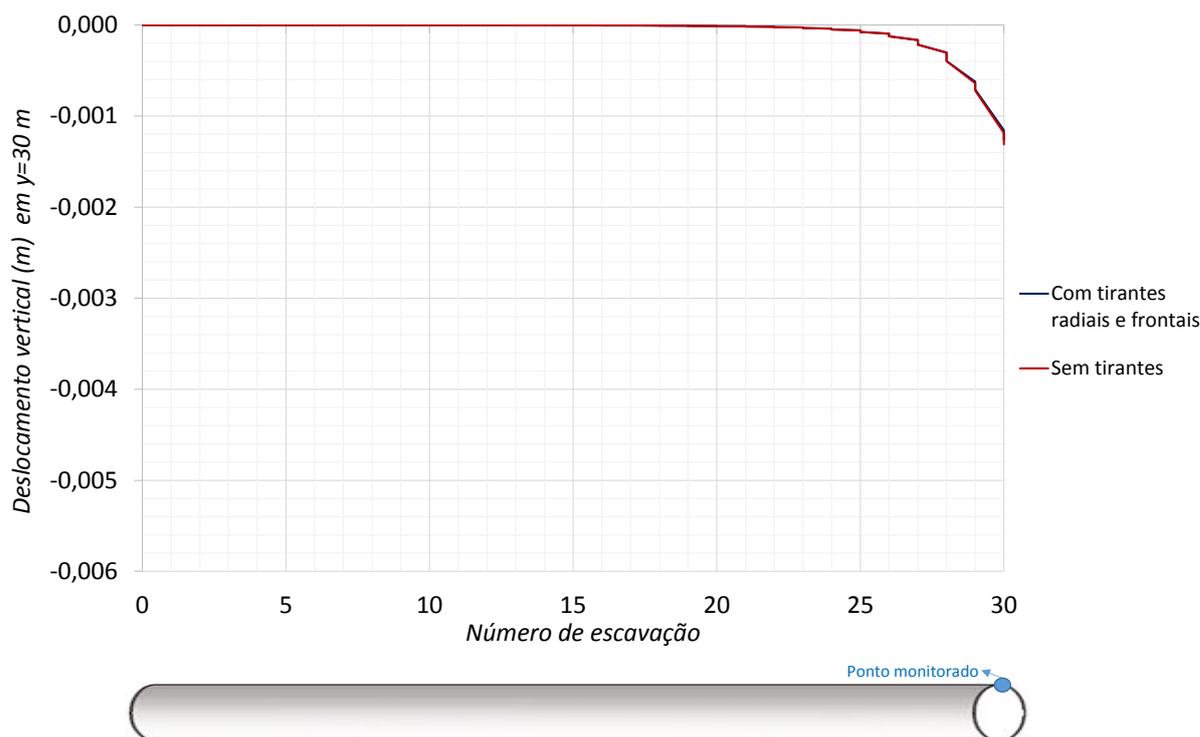


Figura 111 Deslocamento no ponto final do túnel em função do número de escavações com inclusão progressiva de tirantes passivos e sem tirantes passivos no maciço saturado

A Figura 112 mostra a evolução de poropressões em dois pontos localizados a 19 cm e 76 cm de distância da parede do túnel (no comprimento médio da escavação) na altura do centro do túnel (em direção do eixo x) monitorado em cada uma das 30 escavações. Observa-se que os gráficos começam na poropressão inicial de 3 Mpa nas seguintes escavações o valor aumenta gradualmente até atingir o valor máximo na resposta instantânea da escavação 15, logo na resposta transitória da escavação 15 o valor cai bruscamente, logo da escavação 16 a poropressão decresce gradualmente. A inclusão de tirantes frontais e radiais acrescenta levemente os valores da poropressão, a diferença máxima de poropressões acontece na escavação 16 com 3,6% e 8,4% no ponto próximo ($d=19$ cm) e afastado ($d=76$ cm) respectivamente.

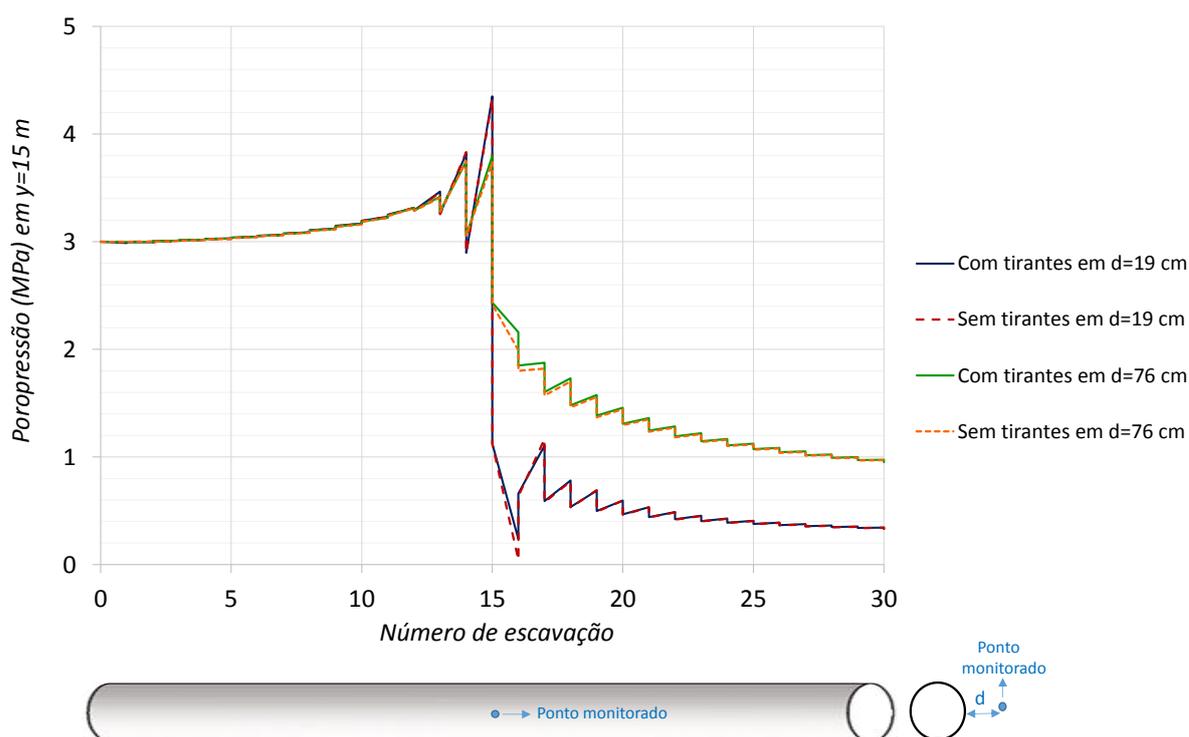


Figura 112 Poropressão no meio do túnel a uma distância d da superfície do túnel (na direção do eixo x) vs o número de escavações com a inclusão progressiva de tirantes passivos e sem tirantes passivos, no caso saturado.

A Figura 113 mostra a evolução de poropressões em dois pontos localizados a 19 cm e 76 cm de distância da parede do túnel (em direção do eixo z), igual que o caso anterior a poropressão aumenta até a escavação 15, logo cai bruscamente. A inclusão de tirantes frontais e radiais acrescenta levemente os valores da poropressão, a diferença máxima de poropressões acontece na escavação 17 com 17% e 19,4% no ponto próximo ($d=19\text{ cm}$) e afastado ($d=76\text{ cm}$) respectivamente.



Figura 113 Poropressão no meio do túnel a uma distância d da superfície do túnel (na direção do eixo z) vs o número de escavações com a inclusão progressiva de tirantes passivos e sem tirantes passivos, no caso saturado.

8. CONCLUSÕES

Este trabalho abordou a formulação de um modelo constitutivo e computacional para analisar as tensões e deformações induzidas pelo processo de escavação de túneis em um meio poroelástico saturado, incorporando a interação tridimensional entre o maciço e o sistema de reforço constituído por um revestimento (concreto) colocado na parede do túnel ou por tirantes passivos incorporados no solo. Deu-se ênfase nos efeitos de anisotropia do maciço.

Na modelagem do processo de escavação, o método de desativação de elementos com a dedução realizada para o material poroelástico, mostrou-se perfeitamente compatível e representativo, sendo verificado no meio isotrópico e anisotrópico, tanto no caso bidimensional quanto no tridimensional com soluções analíticas, semi-analíticas e com outros resultados numéricos dados na literatura. O método de ativação de elementos no processo de colocação de revestimento (na parede do túnel) também foi validado, apresentando similitude com as soluções analíticas dadas na literatura.

No caso do túnel isotrópico tridimensional em regime estacionário e parede permeável (pode-se ver o exemplo de Nam e Bobet (2007)- Figura 130), compara-se o caso do maciço seco com o maciço saturado. Quando acontece a escavação em um maciço saturado, as tensões iniciais no maciço variam devido à escavação (eliminação do material) e às forças de percolação. O fluxo de percolação segue a direção de onde se remove o material porque a pressão na parede do túnel é nula (pressão atmosférica) e o maciço ao redor do túnel atua como uma parede drenante. Portanto percebe-se claramente a diferença de deslocamentos comparando o caso saturado com o caso seco, sendo maiores os deslocamentos no caso saturado. Salienta-se que o efeito das forças de percolação é de causar o aumento da magnitude e distribuição das deformações radiais perto da face, enquanto que a distribuição dos deslocamentos atrás da face do túnel (zona escavada) é semelhante para o caso seco e saturado.

No caso do túnel isotrópico tridimensional em regime instantâneo e em regime transiente, com parede permeável, foi estudado o exemplo dado por Gutierrez e Prassetyo (2018), onde assemelhamos o modelo tridimensional ao modelo axissimétrico de Gutierrez e Prassetyo (2018) com as respectivas restrições de deslocamentos e pressões. Em geral o comportamento entre ambos foi coincidente, tendo algumas diferenças na poropressão (na zona não escavada), devido às condições diferentes dos modelos como 1) o método de acoplamento (de

completamente acoplado no presente trabalho ao iterativamente acoplado no Gutierrez e Prassetyo (2018)) 2) a diferença na direção do fluxo enquanto que no Gutierrez e Prassetyo foi considerado radial e no presente trabalho foi considerando segundo os eixos de análise 3) existe também uma diferença na malha de elementos finitos. Neste exemplo podemos concluir:

- Quando colocou-se a condição de parede impermeável sequencialmente com a escavação (sem revestimento), os deslocamentos na superfície resultaram semelhantes com diferenças menores entre 0,2% a 15%. As poropressões nesta condição impermeável tem comportamento similar na zona não escavada enquanto que na zona escavada as poropressões resultam maiores em até 92%.
- Quando colocou-se revestimento, o deslocamento entre o caso revestido e não revestido foi similar sendo o deslocamento no caso não revestido levemente maior entre 0 e 2%. As poropressões nesta condição impermeável com revestimento tem comportamento similar na zona não escavada enquanto que na zona escavada as poropressões resultam maiores em até 155%. Nota-se que é possível obter resultados semelhantes da condição impermeável considerando um valor alto da permeabilidade do revestimento (concreto por exemplo).

A anisotropia do maciço revela que mesmo que o problema apresente condições de simetria (de geometria e de tensões), as tensões e deformações vão depender do conjunto de propriedades mecânicas e hidráulicas nas direções inerentes da anisotropia. Este fenômeno ficou representado quando analisou-se o caso do túnel no maciço isotrópico transversal escavado na argila Callovo-Oxfordian, que gerou fortes poropressões.

Com os parâmetros mecânicos do maciço “Waichecheng series” do túnel da Represa Mingtam e fazendo variar os parâmetros hidráulicos e a velocidade de escavação podemos concluir:

- Com respeito à velocidade de escavação, assumindo uma permeabilidade alta de $k = 10^{-8}$ m/s, aparecem maiores deslocamentos (na superfície do túnel) quanto maiores forem as velocidades de escavação. Portanto a velocidade de escavação deve ser um parâmetro importante a ser levado em consideração nas análises, exceto nos casos do maciço com alta permeabilidade ou velocidade de escavação muito lenta.
- O efeito da rotação, isto é, a distribuição espacial das camadas de um maciço sedimentar, poroelástico e anisotrópico, foi modelado satisfatoriamente com a transformação da matriz constitutiva de parâmetros drenados via uma matriz de rotação para os eixos de referencia

da análise. Uma situação similar é realizada na matriz de permeabilidade que também é rotacionada segundo os eixos da análise. Nesta nova configuração os novos parâmetros poroelásticos são calculados em função dos elementos da matriz constitutiva rotada (coeficientes de Biot, módulo de Biot). No caso estudado quando analisou-se, para diferentes ângulos de rotação, a diferença entre o mínimo valor de deslocamento e o máximo valor de deslocamento obteve-se um valor de 68%.

No túnel escavado no maciço poroelástico reforçado por tirantes passivos radiais e frontais, estendeu-se o conceito de homogeneização de tirantes passivos do meio elástico seco para o meio poroelástico saturado, substituindo a partícula do esqueleto sólido do maciço poroelástico por uma partícula homogeneizada do maciço com tirantes passivos, esta abordagem foi aplicada na modelagem tridimensional obtendo menores deslocamentos e poropressões levemente maiores no maciço reforçado como consequência do incremento de rigidez do maciço na zona reforçada.

9. RECOMENDAÇÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Recomenda-se estender o trabalho para outros tipos de relações constitutivas próprias das argilas com a inclusão da plasticidade e viscosidade, que ajudaria à melhor representação e interpretação dos resultados.

Estender a outros métodos de escavação principalmente à escavação mecanizada com tuneladoras, recomenda-se ampliar o modelo para conseguir modelar o avanço contínuo da tuneladora nos meios poroelásticos.

Também recomenda-se estender o trabalho nos modelos de falha e no estudo do processo de fraturamento no maciço perto da zona do túnel, estes estudos seriam de grande interesse, no sentido de controlar desabamentos.

Não encontrou-se trabalhos comparativos tridimensionais de resultados dos diferentes métodos de acoplamento, isto é, entre os métodos: completamente acoplado, iterativamente acoplado, acoplamento escalonado e acoplamento folgado. Também não encontrou-se trabalhos comparativos dos métodos de análise: elementos finitos, diferenças finitas, volumes finitos entre outros.

Recomenda-se continuar com análises paramétricas dos diferentes parâmetros envolvidos no modelo homogeneizado e também ampliar o estudo de outros métodos de homogeneização.

BIBLIOGRAFIA

ABGE/CBMR. Métodos para a Descrição Quantitativa de Descontinuidades em Maciços Rochosos. ABGE/CBMR. São Paulo, SP, 132 p, 1983.

ABOUSLEIMAN, Y. et al. Mandel's problem revisited. **Geotechnique**, v. 46, n. 2, p. 187-195, 1996

ANAGNOSTOU, G. Tunnel stability and deformations in water-bearing ground. Eurock, p.3-13, 2006.

ANAGNOSTOU, G. The influence of tunnel excavation on the hydraulic head. **International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 19, n. 10, p. 725-746, 1995.

ARMCO STACO. Catálogo: Tunnel Liner. Rio de Janeiro. Armco Staco. n1. a. 2013. 12 p. Catálogo Disponível em:
<http://www.armcostaco.com.br/armco/upload/download/folder_TL_novaID.pdf> Acesso em: 18 de nov. 2018.

BAQERSAD, M. et al. Comparison of coupled and uncoupled consolidation equations using finite element method in plane-strain condition. **Civil Engineering Journal**, v. 2, n. 8, p. 375-388, 2016.

BAUMBACH, P. S. “Comportamento Poroplástico em pequenas deformações.” Qualificação de doutorado, Porto Alegre, 2015.

BELL, Frederic Gladstone. **Engineering properties of soils and rocks**. Elsevier, 2013.

BENAMAR, I. **Etude des effets différés dans les tunnels profonds**. 1996. Thèse (PhD) Marné-la-Vallée, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.

BEREST, P.; NGUYEN, M. Etude em grandes deformations de la concentration et de l'expansion de cylindres creux de revolution elastoplastiques avec radoucissement. **J MEC APPL**, v. 3, n. 4, 1979.

BERNAUD, D. **Tunnels profonds dans les milieux viscoplastiques: approches expérimentale et numérique**. 1991. Thèse(PhD) Marne-la-Vallée, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris,France.

_____. **Notas de aula da disciplina Tópicos de Problemas de Interação Solo-Estrutura**. 2017. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre,Brasil.

BERNAUD, D; MAGHOUS, S. ; BUHAN, P ; COUTO E. A numerical approach for design of bolt-supported tunnels regarded as homogenized structures. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 24, n. 5, p. 533-546, 2009.

BERNAUD, D.; ROUSSET, G. La «nouvelle méthode implicite» pour l'étude du dimensionnement des tunnels. *Revue Française de Géotechnique*, n. 60, p. 5-26, 1992.

BERNAUD, D.; DE BUHAN, P.; MAGHOUS, S. Numerical simulation of the convergence of a bolt-supported tunnel through a homogenization method. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 19, n. 4, p. 267-288, 1995(a).

BERNAUD, D.; DE BUHAN, P.; MAGHOUS, S. Calcul numérique des tunnels boulonnés par une méthode d'homogénéisation. *Revue française de géotechnique*, n. 73, p. 53-65, 1995(b).

BIOT, M.; WILLIS, D. The elastic coefficients of the theory of consolidation. **J. appl. Mech**, v. 24, p. 594-601, 1957.

BIOT, M. A. General theory of three-dimensional consolidation. **Journal of applied physics**, v. 12, n. 2, p. 155-164, 1941.

_____. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. **Journal of applied physics**, v. 26, n. 2, p. 182-185, 1955.

_____. General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material. **J. appl. Mech**, v. 23, n. 1, p. 91-96, 1956a.

_____. Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid. **Journal of Applied Physics**, v. 27, n. 5, p. 459-467, 1956b.

_____. A new approach to the mechanics of orthotropic multilayered plates. **International Journal of Solids and Structures**, v. 8, n. 4, p. 475-490, 1972.

BISHOP, A. W. The principle of effective stress. **Teknisk ukeblad**, v. 39, p. 859-863, 1959.

BOBET, A. Effect of pore water pressure on tunnel support during static and seismic loading. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 18, n. 4, p. 377-393, 2003.

BOBET, Antonio. Lined circular tunnels in elastic transversely anisotropic rock at depth. **Rock mechanics and rock engineering**, v. 44, n. 2, p. 149-167, 2011.

BORJA, R.; CHAO, L. **Finite element formulation of poro-elasticity suitable for large deformation dynamic analysis**. 2004. Stanford University

BORJA, R. I. Finite element formulation for transient pore pressure dissipation: A variational approach. **International journal of solids and structures**, v. 22, n. 11, p. 1201-1211, 1986.

BOWEN, R. M. Compressible porous media models by use of the theory of mixtures. **International Journal of Engineering Science**, v. 20, n. 6, p. 697-735, 1982.

BUHAN, P.; SUDRET, B. Micropolar multiphase model for materials reinforced by linear inclusions. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, v. 19, n. 4, p. 669-687, 2000.

BURNS, Jerome Q.; RICHARD, Ralph M. Attenuation of stresses for buried cylinders. In: **Proceedings of the Symposium on Soil-Structure Interaction, September, 1964**.

BRÜCH, A. R. **Simulação numérica tridimensional de processos de deformação em bacias sedimentares**. 2016. Tese (Doutorado em Engenharia). Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

CALLARI, Carlo. Coupled numerical analysis of strain localization induced by shallow tunnels in saturated soils. **Computers and Geotechnics**, v. 31, n. 3, p. 193-207, 2004.

CARRANZA-TORRES, Carlos; ZHAO, Jian. Analytical and numerical study of the effect of water pressure on the mechanical response of cylindrical lined tunnels in elastic and elasto-plastic porous media. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 46, n. 3, p. 531-547, 2009.

CARRANZA-TORRES, Carlos; FAIRHURST, Ch. The elasto-plastic response of underground excavations in rock masses that satisfy the Hoek–Brown failure criterion. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 36, n. 6, p. 777-809, 1999.

CARSLAW, H. S.; JAEGER, J. C. **Conduction of heat in solids**. Clarendon Press, 1960.

CARTER, J. P.; BOOKER, J. R. Elastic consolidation around a deep circular tunnel. **International journal of Solids and Structures**, v. 18, n. 12, p. 1059-1074, 1982.

_____. Elastic consolidation around a lined circular tunnel. **International journal of solids and structures**, v. 20, n. 6, p. 589-608, 1984.

CELESTINO, T.; TELLES, R.; ASSIS, A. Túneis do Brasil. **Comitê Brasileiro de Túneis, São Paulo: Dórea Books and Art**, 2006.

CHEN, G.; YU, L. Consolidation around a tunnel in a general poroelastic medium under anisotropic initial stress conditions. **Computers and Geotechnics**, v. 66, p. 39-52, 2015.

CHENG, A. H.-D. **Poroelasticity**. Springer, 2016. ISBN 331925202X.

CHENG, A. H. D.; LIGGETT, J. A. Boundary integral equation method for linear poro-elasticity with applications to soil consolidation. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 20, n. 2, p. 255-278, 1984.

CHRISTAIN, J. Undrained stress distribution by numerical method. Proc. ASCE, 1968. p.1333-1345.

CHRISTIAN, J. T.; BOEHMER, J. W. Plane strain consolidation by finite elements. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division - Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, p. 1435-1457, 1970.

COMSOL. MULTIPHYSICS, I software and User's Guide, version 3.5a. COMSOL AB, Stockholm, Sweden; 2008

CORBETTA, F.; BERNAUD, D.; MINH, D. Nguyen. Contribution à la méthode convergence-confinement par le principe de la similitude. **Revue française de géotechnique**, n. 54, p. 5-11, 1991.

COSTANZO, F.; MILLER, S. T. Finite Element Formulation for a Poroelasticity Problem Stemming from Mixture Theory. **arXiv preprint arXiv:1610.00079**, 2016.

COUSSY, O. **Mécanique des milieux poreux**. Editions Technip, 1991. ISBN 2710805952.

_____. **Mechanics of porous continua**. Wiley, 1995. ISBN 0471952672.

_____. **Poromechanics**. John Wiley & Sons, 2004. ISBN 047009270X.

COUTO, E. C. **Um modelo tridimensional para túneis escavados em rocha reforçada por tirantes passivos**. 2011. Tese (Doutorado em engenharia). Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

COWIN, S. C.; CARDOSO, L. Mixture theory-based poroelasticity as a model of interstitial tissue growth. **Mechanics of Materials**, v. 44, p. 47-57, 2012.

COYETTE, J.; WYNENDAELE, H. A finite element model for predicting the acoustic transmission characteristics of layered structures. INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, 1995. Institute of Noise Control Engineering. p.1279-1282.

CHRISTIAN, John T. Undrained stress distribution by numerical methods. **Journal of Soil Mechanics & Foundations Div**, 1968.

CHRISTIAN, John T.; BOEHMER, Jan Willem. Plane strain consolidation by finite elements. **Journal of Soil Mechanics & Foundations Div**, 1970.

CUVILLIER, A.; DORMIEUX, L.; BUHAN, P. ;MAGHOUS, S. Face stability of shallow circular tunnels driven under the water table: a numerical analysis. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 23, n. 1, p. 79-95, 1999.

DA SILVA, José Margarida. DEMIN/EM/UFOP MIN 746 Estabilidade de Escavações Subterrâneas. 2010.

DELAGE, P.; GRAHAM, J. Understanding the behaviour of unsaturated soils requires reliable conceptual models: state of the art report. **Unsaturated soils. Edited by EE Alonso and P. Delage. Balkema, Rotterdam**, v. 3, p. 1223-1256, 1995.

DETOURNAY, E.; CHENG, AH-D. Poroelastic response of a borehole in a non-hydrostatic stress field. In: **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**. Pergamon, v.25, p. 171-182, 1988

DHATT, G.; LEFRANÃ, E.; TOUZOT, G. **Finite element method**. John Wiley & Sons, 2012. ISBN 1118569709.

Di, H.G.; ZHOU, S.H.; HE, C.; ZHANG, X.H.; LUO, Z. Three-dimensional multilayer cylindrical tunnel model for calculating train-induced dynamic stress in saturated soils. **Computers and Geotechnics**, v. 80, p. 333-345, 2016.

DORMIEUX, L.; COUSSY O. **Introduction à la mécanique des milieux poreux**. Cours de Mécanique de L'ENPC, 1994.

DORMIEUX, L.; MAGHOUS, S. Evolution of elastic properties in finite poroplasticity. **Comptes Rendues de l'Académie des Sciences**, v. 328(IIb), p. 593-600, 2000.

DORMIEUX, L.; KONDO, D.; ULM, F.J. **Microporomechanics**. John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2006.

DUDDECK, H. Commentaires des règle fondamentales pour l'application de la méthode convergence confinement. **Tunnels et Ouvrages Souterrain**, n. 32, p. 82-86, 1979.

DUDDECK, H.; ERDMANN, H. On structural design models for tunnels in soft soil. **Underground Space**, v. 9, n. 56, 1985

EGGER, P. Geotechnical problems in deep tunnelling and construction methods. Maury, V., Formaintraux, D., Rock at great depth, ISRM-SPE Int. Symposium, Pau, Balkema, Rotterdam, 1989. p.1191-1198.

EISENSTEIN, Z.; BRANCO, P. Convergence—Confinement method in shallow tunnels. **Tunnelling and underground space technology**, v. 6, n. 3, p. 343-346, 1991.

EISENSTEIN, Z.; HEINZ, H.; NEGRO, A. On three-dimensional ground response to tunnelling. *Tunnelling in Soil and Rock*, 1984. ASCE. p.107-127.

EL SAYED, Abdel Moktader A.; ABUSEDA, Hesham; EL SAYED, Nahla A. Petrophysical study of Szolnok Formation, Endrod gas field, Hungary. **Egyptian Journal of Petroleum**, v. 26, n. 1, p. 189-202, 2017.

FANG, X.-Q.; JIN, H.-X. Dynamic response of a non-circular lined tunnel with visco-elastic imperfect interface in the saturated poroelastic medium. **Computers and Geotechnics**, v. 83, p. 98-105, 2017.

FERRONATO, M.; GAMBOLATI, G.; TEATINI, P. Ill-conditioning of finite element poroelasticity equations. **International Journal of Solids and Structures**, v. 38, n. 34-35, p. 5995-6014, 2001.

FERRÃO, W. C. Estudo de túneis superficiais: influência na convergência e no perfil de assentamento. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

FRANÇA, P. T. **Estudo do comportamento de túneis: análise numérica tridimensional com modelos elasto-plásticos**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Geotécnica). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

FREDLUND, D. G.; MORGENSTERN, N. R. Stress state variables for unsaturated soils. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 103, n. ASCE 12919, 1977.

FREDLUND, D. G.; RAHARDJO, H. **Soil mechanics for unsaturated soils**. John Wiley & Sons, 1993. ISBN 047185008X.

GERRARD, C. M. Equivalent elastic moduli of a rock mass consisting of orthorhombic layers. In: **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, v.19, n. 1. p. 9-14, 1982.

GHABOUSSI, J.; WILSON, E. L. Variational formulation of dynamics of fluid-saturated porous elastic solids. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 98, n. 4, p. 947-963, 1972.

GIBSON, R.; MCNAMEE, J. A three-dimensional problem of the consolidation of a semi-infinite clay stratum. **The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics**, v. 16, n. 1, p. 115-127, 1963.

GIBSON, R.; SCHIFFMAN, R.; PU, S. Plane strain and axially symmetric consolidation of a clay layer on a smooth impervious base. **The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics**, v. 23, n. 4, p. 505-520, 1970.

GÖRANSSON, P. A weighted residual formulation of the acoustic wave propagation through a flexible porous material and a comparison with a limp material model. **Journal of Sound and Vibration**, v. 182, n. 3, p. 479-494, 1995.

GREEN, A. ; TAYLOR, G. Stress systems in aelotropic plates I', **Proc. Roy. Soc.**, v.173, n.953, p 162-172, 1939.

GREEN, A. ; TAYLOR, G. Stress systems in aelotropic plates III', **Proc. Roy. Soc.**, v.184, p 181-195, 1945.

GREEN, A. E.; ZERNA, W. **Theoretical Elasticity**, At the Clarendon Press. 1968.

GREUELL, E. **Etude du soutènement des tunnels par boulons passifs dans les sols et les roches tendres par une méthode d'homogénéisation**. 1993. Tese de Doutorado. Palaiseau, Ecole polytechnique.

GRIM, Ralph Early. **Applied clay mineralogy**. 1962.

GUAYACAN-CARRILLO, L.-M. et al. Effect of anisotropy and hydro-mechanical couplings on pore pressure evolution during tunnel excavation in low-permeability ground. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 97, p. 1-14, 2017.

GUGLIELMETTI, V. et al. **Mechanized tunnelling in urban areas: design methodology and construction control**. CRC Press, 2008. ISBN 0203938518.

HANAFY, E.; EMERY, J. Advancing face simulation of tunnel excavation and lining. Placement. Underground Rock Engineering, 13th Canadian Rock Mechanics Symposium, 1980. p.119-125.

_____. Three-dimensional simulation of tunnel excavation in squeezing ground. Numerical methods in geomechanics. International conference on numerical methods in geomechanics. 4, 1982. p.1203-1209.

HASSANIZADEH, M.; GRAY, W. G. General conservation equations for multi-phase systems: 1. Averaging procedure. **Advances in water resources**, v. 2, p. 131-144, 1979a.

_____. General conservation equations for multi-phase systems: 2. Mass, momenta, energy, and entropy equations. **Advances in Water Resources**, v. 2, p. 191-203, 1979b.

HASSANIZADEH, S. M. Derivation of basic equations of mass transport in porous media, Part 1. Macroscopic balance laws. **Advances in Water Resources**, v. 9, n. 4, p. 196-206, 1986.

HEFNY, A. M.; LO, K. Y. Analytical solutions for stresses and displacements around tunnels driven in cross-anisotropic rocks. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 23, n. 2, p. 161-177, 1999.

HEINIÖ, Matti. Rock excavation handbook for civil engineering. Sandvik, Tamrock, 1999.

HERBERT, L ; NICHOLS, Jr. **Moving the earth-the workbook of excavation**. North Castle Books, 1955.

HOEK, E.; BROWN, E. T. **Underground excavations in rock**. E&FN Spon, 1980. ISBN 0900488557.

ITA, W. G. O. G. A. T. T. D. O. T. Guidelines for the design of tunnels. **Tunnelling and underground space technology**, v. 3, n. 3, p. 237-249, 1988.

ITA, WGCT. General report on Conventional Tunnelling Method. International Tunnelling and Underground Space Association, Chatelaine, Switzerland, 2009.

JOHANSEN, T.; ALLARD, J.; BROUARD, B. FINITE-ELEMENT METHOD FOR PREDICTING THE ACOUSTICAL PROPERTIES OF POROUS SAMPLES. **Acta Acustica**, v. 3, n. 5, p. 487-491, 1995.

KANG, Y. J.; BOLTON, J. S. Finite element modeling of isotropic elastic porous materials coupled with acoustical finite elements. **The journal of the acoustical society of america**, v. 98, n. 1, p. 635-643, 1995.

KIM, J. **Sequential methods for coupled geomechanics and multiphase flow**. Stanford University, 2010. ISBN 1109712782.

KOLYMBAS, D. **Tunnelling and tunnel mechanics: A rational approach to tunnelling**. Springer Science & Business Media, 2005. ISBN 3540285008.

KRAUSE, G. Finite element schemes for porous elastic media. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 104, n. 3, p. 605-620, 1978.

LAME, G. Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides. **Gauthier-Villars, Paris**, 1852.

LANGER, F. T.; STOCKMANN, K. Stability analysis of tunnels using the program ADINA. **Computers & Structures**, v. 21, n. 1-2, p. 341-351, 1985.

LEE, In-Mo; NAM, Seok-Woo. Effect of tunnel advance rate on seepage forces acting on the underwater tunnel face. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 19, n. 3, p. 273-281, 2004.

LEKHNITSKII, S. G. On the problem of the elastic equilibrium of an anisotropic strip. **Journal of Applied Mathematics and Mechanics**, v. 27, n. 1, p. 197-209, 1963.

LEWIS, R.; ROBERTS, G.; ZIENKIEWICZ, O. A non-linear flow and deformation analysis of consolidation problems. **Numerical Methods in Geomechanics**, v. 2, p. 1106-1118, 1976.

LEWIS, R.; SCHREFLER, B. A fully coupled consolidation model of the subsidence of Venice. **Water Resources Research**, v. 14, n. 2, p. 223-230, 1978.

LEWIS, R. W.; SCHREFLER, B. A. **The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media**. John Wiley, 1998. ISBN 0471928097.

LI, Gen; WANG, Kai; LI, You-Wei. Multi-timescale high-accuracy modeling of hydro-mechanically coupled processes in fluid-saturated poroelastic media. **Computers and Geotechnics**, v. 85, p. 41-50, 2017.

LIMA, A. P. **Comportamento de uma escavação grampeada em solo residual de gnaiss**. 2007. Tese (Doutorado em Geotecnia). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, Rio de Janeiro, Brasil.

LORENCI, G. V. S. **Formulação micromecânica do comportamento poroelástico de um meio rochoso fraturado**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Escola da Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

MAGHOUS, S.; SUDRET, B.; BUHAN, P.; BERNAUD, D. Elastoplastic analysis of inclusion reinforced structures. **Metals and Materials International, USA**, v. 4, p. 252-255, 1998.

MAGHOUS, S.; BERNAUD, D.; COUTO, E. Three-dimensional numerical simulation of rock deformation in bolt-supported tunnels: a homogenization approach. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 31, p. 68-79, 2012.

MCNAMEE, J.; GIBSON, R. Plane strain and axially symmetric problems of the consolidation of a semi-infinite clay stratum. **The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics**, v. 13, n. 2, p. 210-227, 1960.

MINDLIN, R. D. Stress distribution around a tunnel. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, v. 195, n. 1, p. 1117-1140, 1940.

MORAES JUNIOR, **Simulação numérica tridimensional de túneis escavados pelo NATM**, 123p. Dissertação (mestrado)-Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 1999.

MOREIRA, C. M. D. C. Túneis, uma herança ancestral rumo ao futuro. **Instituto Superior de Engenharia de Coimbra. Coimbra, Portugal**, 2006.

MORGAN, H. D. A contribution to the analysis of stress in a circular tunnel. **Geotechnique**, v. 11, n. 1, p. 37-46, 1961.

NAM, S.-W.; BOBET, A. Radial deformations induced by groundwater flow on deep circular tunnels. **Rock mechanics and rock engineering**, v. 40, n. 1, p. 23, 2007.

NATIONAL HIGHWAY INSTITUTE (US) et al. **Technical manual for design and construction of road tunnels--civil elements**. AASHTO, 2009.

NFM-TECNOLOGIES. 2017. Disponível em: < <http://www.nfm-technologies.com/-Soft-ground-machines-.html> >. Acesso em: 27 mar. 2017.

NGUYEN, M. D.; BEREST, P. Etude de la stabilité des cavités souterraines avec un modèle de comportement élastoplastique radoucissant. Proceedings of the 4th International Congress of Rock Mechanics, 1979.

NICHOLS, H. M. **Manual of hand injuries**. Year Book Publishers, 1955.

NUHFER, Edward B.; PROCTOR, Richard J.; MOSER, Paul H. (Ed.). **Guía ciudadana de los riesgos geológicos: guía para comprender los riesgos geológicos, incluyendo suelos expansivos, asbestos, radón, terremotos, volcanes, deslizamientos, subsidencia, inundaciones y riesgos costeros**. Ilustre Colegio Oficial de Geólogos de España, 1997.

OBERT, L., DUVALL, W. **Rock mechanics and the design of structures in rock**. J. Wiley, 1967

OLIVEIRA, C. **Estudo do comportamento de um túnel em solo residual de gnaiss por meio de ensaios triaxiais com controle de trajetórias de tensões**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Geotécnica). Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

PACHER, F. Measurements of deformation in a test gallery as a means of investigating the behaviour of the rock mass and of specifying lining requirements. **Rock Mechanics and Engineering Geology, Supplement I**, p. 146-161, 1964.

PANET, M. **Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement**. Presses ENPC, 1995. ISBN 2859782303.

PANET, M ; GUENOT, A. Numerical Analysis Of Rock Masses With Planar Structure. In: **5th ISRM Congress**. International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering, 1983.

PARK, K. H. Elastic Solution for Tunneling-Induced Ground Movements in Clays, **International Journal of Geomechanics**, v. 4, p. 310-318, 2004.

PEREZ, E. Apuntes de la asignatura de Túneles. Teoría 1ª Parte.: Tensiones en torno a excavaciones. **UPC, ETSECCPB Edición**, 27 mar. 2017. Disponível em: < <http://www.nfm-technologies.com/-Soft-ground-machines-.html> >.

PRASSETYO, S.; GUTIERREZ, M. Effect of transient coupled hydro-mechanical response on the longitudinal displacement profile of deep tunnels in saturated ground. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 75, p. 11-20, 2018.

QUEVEDO, F. P. D. M. **Comportamento a longo prazo de túneis profundos revestidos com concreto: modelo em elementos finitos**. 2017. Dissertação (Mestrado em engenharia). Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

ROCHA, H. Panorama do Mercado Brasileiro de Túneis: Passado, Presente e Futuro. 54o Congresso Brasileiro do Concreto do Instituto Brasileiro do Concreto (IBRACON), Maceió, 2012.

ROCHA, M. D. O. **Estudo da estabilidade da frente de escavação de túneis rasos em solo**. 2014. Dissertação (mestrado em geotecnia e transportes). Escola da Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.

ROUSSET, G. **Comportement mécanique des argiles profondes: application au stockage de déchets radioactifs**. 1988. Thèse(PhD) Marne-la-Vallée, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.

SANDHU, R. S.; WILSON, E. L. Finite-element analysis of seepage in elastic media. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 95, n. 3, p. 641-652, 1969.

SAWICKI, A. On application of effective moduli theory to layered soil. **Rozprawy Hydrotechniczne**, n. 39, 1978.

SCHIFFMAN, R. L.; FUNGAROLI, A. Consolidation due to tangential loads. **Soil Mech & Fdn Eng Conf Proc/Canada/**, 1965.

SHANKER, N. B.; SARMA, K.; RATNAM, M. Consolidation due to shear loads distributed over a rectangular area. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 2, n. 4, p. 329-342, 1978.

SLOAN, S. W.; ABBO, A. J. Biot consolidation analysis with automatic time stepping and error control Part 1: theory and implementation. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 23, n. 6, p. 467-492, 1999.

SOUSA, J. **Túneis em Maciços Terrosos. Comportamento e Simulação Numérica**. 1998. Tese de Doutorado, FCTUC, Coimbra, Portugal.

STEHFEST, H. Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transforms [D5]. **Communications of the ACM**, v. 13, n. 1, p. 47-49, 1970.

TENDER, M., MARTINS, F., COUTO, J., PÉREZ, A. Study on prevention implementation in tunnels construction: Marão Tunnel's (Portugal) singularities. *Journal of Construction*, v. 16, n. 2, p. 262-273, 2020.

TERZAGHI, K. V. The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear. First International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering 1936. p.54-59.

TERZAGHI, K., RICHART, F. Stresses in rock about cavities. Institution of Civil Engineers, 1952.

TERZAGHI, K. Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. F. Deuticke, 1925.

TEXEIRA, A. S. N. **Estudo do comportamento do túnel do metrô do Distrito Federal escavado em solos porosos colapsíveis**. 1994. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

WIENSKOSKI, S. **Análise de comportamento geomecânico de túnel escavado em rochas carbonáticas**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

WILSON, W. W. **Formulação do método dos elementos de contorno para materiais porosos reforçados**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Escola da Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

WITTKÉ, Walter. **Rock mechanics**. Berlin: Springer, 1990.

WOOD, A. ; FICE, M. The circular tunnel in elastic ground. *Geotechnique*, v. 25, n. 1, p. 115-127, 1975.

YOKOO, Y.; YAMAGATA, K.; NAGAOKA, H. Finite element method applied to Biot's consolidation theory. **Soils and foundations**, v. 11, n. 1, p. 29-46, 1971.

ZAMORA HERNÁNDEZ, Y. **Comportamento da frente de escavação de túneis rasos**. 2016. Dissertação (Mestrado em geotecnia). Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

ZANGERL, C. et al. Consolidation settlements above deep tunnels in fractured crystalline rock: Part 2—Numerical analysis of the Gotthard highway tunnel case study. **International journal of rock mechanics and mining sciences**, v. 45, n. 8, p. 1211-1225, 2008.

ZANGERL, C. et al. Consolidation settlements above deep tunnels in fractured crystalline rock: Part 1—Investigations above the Gotthard highway tunnel. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 45, n. 8, p. 1195-1210, 2008.

ZAOUI, A. Continuum micromechanics: survey. **Journal of Engineering Mechanics ASCE**, v. 128, n. 8, p. 808-816.

ZHOU, X.-L.; WANG, J.-H.; JIANG, L.-F. Dynamic response of a pair of elliptic tunnels embedded in a poroelastic medium. **Journal of Sound and Vibration**, v. 325, n. 4-5, p. 816-834, 2009.

ZIENKIEWICZ, O.; HUMPHESON, C.; LEWIS, R. A unified approach to soil mechanics problems (including plasticity and viscoplasticity). In: (Ed.). **Finite elements in geomechanics**: Wiley London, 1977. p.151-177.

ZIENKIEWICZ, O. et al. A unified approach to the soil mechanics problems of offshore foundations. **In: Numerical methods in offshore engineering**, 1978.

ANEXO 1

**VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO ANALÍTICA-NUMÉRICA DE MACIÇO
ORTOTRÓPICO EM CASO SECO**

Segue uma comparação entre os resultados analíticos de Hefny e Lo (1999) com os resultados numéricos desenvolvido no presente trabalho.

Em um túnel circular de raio interno R_i igual a 2 m, escavado em um meio transverso anisotrópico com planos de estratificação horizontais, faz-se uma variação do coeficiente de tensão lateral para três casos $K_l = 0,8$ ($\sigma_h=32$ MPa, $\sigma_v=40$ MPa) ; $K_l = 1$ ($\sigma_h=40$ MPa, $\sigma_v=40$ MPa); $K_l = 1,25$ ($\sigma_h=50$ MPa, $\sigma_v=40$ MPa), com os dados do maciço apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 Dados do maciço

| | | |
|--------------|-----------|--|
| $E_1 =$ | 10500 MPa | Módulo de Young em direção 1 (vertical) |
| $E_3 =$ | 15800 MPa | Módulo de Young em direção 3 (horizontal) |
| $G_{13} =$ | 3950 MPa | Módulo de cisalhamento no plano 103 |
| $\nu_{31} =$ | 0,3 | Coefficiente de Poisson para uma tensão no sentido i sobre a deformação em sentido j |
| $\nu_3 =$ | 0,3 | Coefficiente de Poisson no plano de isotropia |

Os resultados para os deslocamentos radiais no espaço ao redor do túnel é mostrado na Figura 114, onde são comparados os resultados analíticos das expressões (21) e (28) com os resultados numéricos, existindo uma boa correlação.

A Figura 114 mostra os deslocamentos normalizados pelo raio (em percentagem) para cada ângulo que forma a superfície do túnel com a horizontal. . Os deslocamentos radiais máximos encontram-se em $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 90^\circ$ para os 3 casos analisados (3 valores de coeficiente de tensão lateral K_l). Quando $\theta = 0^\circ$ os deslocamentos incrementam-se conforme incrementam-se o valor de K_l (em $K_l = 0,8$ resulta $u_r/R_i = 0,61\%$; em $K_l = 1$ resulta $u_r/R_i = 0,83\%$ e $K_l = 1,25$ resulta $u_r/R_i = 1,10\%$) isto é devido ao incremento da tensão lateral. Para o valor de $\theta = 61^\circ$ os três deslocamentos radiais tem aproximadamente o valor de $u_r/R_i = 0,5\%$, no intervalo de $\theta = 61^\circ$ até $\theta = 90^\circ$ invertem-se a ordem dos deslocamentos com os valores de K_l . Quando $\theta = 90^\circ$ os valores de deslocamentos radiais são: em $K_l = 0,8$ resulta $u_r/R_i = 1,09\%$, em $K_l = 1$ resulta $u_r/R_i = 1,04\%$ e $K_l = 1,25$ resulta $u_r/R_i = 0,97\%$.

Pode-se observar na Figura 115 que as tensões tangenciais radiais no intervalo $-32^\circ \leq \theta \leq 32^\circ$ são maiores quando o valor de K_l é menor ($\sigma_{\theta\theta}$ quando $K_l = 0,8 \geq \sigma_{\theta\theta}$ quando $K_l = 1 \geq \sigma_{\theta\theta}$ quando $K_l = 1,25$). Esta ordem se inverte quando $(-90^\circ \leq \theta \leq -32^\circ$ e $32^\circ \leq \theta \leq 90^\circ)$, sendo que nos três casos em $\theta = 32^\circ$ os valores são aproximadamente $\sigma_{\theta\theta} = 77$ MPa.

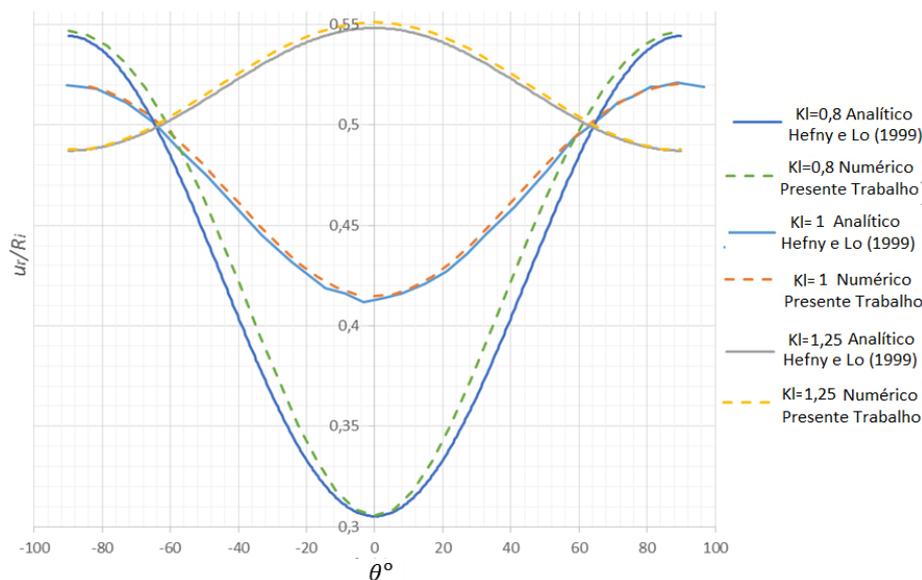


Figura 114 Deslocamento radial ao redor da superfície do túnel em um maciço isotrópico transversal com vários valores de coeficiente lateral.

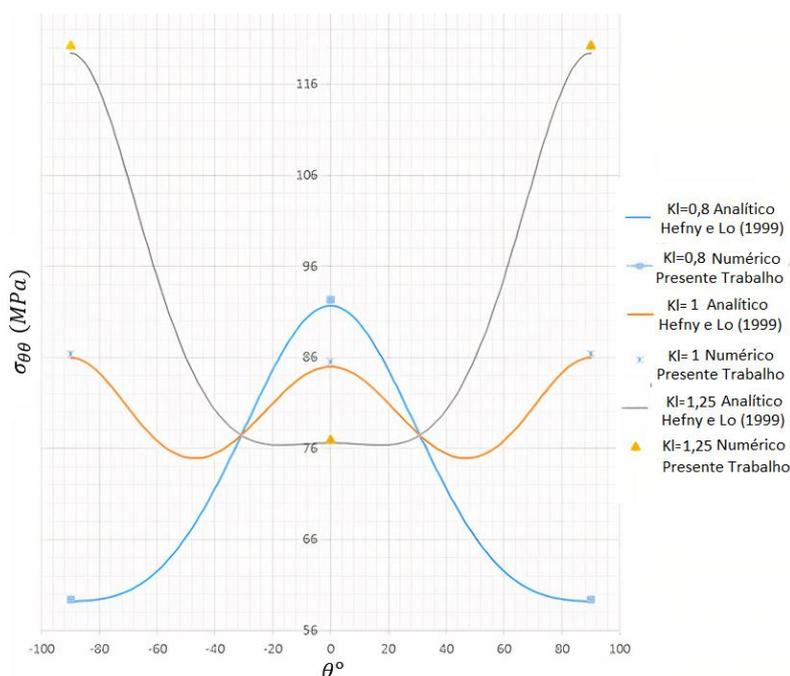


Figura 115 Tensão tangencial ao redor da superfície do túnel em um maciço isotrópico transversal com vários valores de coeficiente lateral.

ANEXO 2

MODELAGEM TRIDIMENSIONAL DA ESCAVAÇÃO EM UM TÚNEL SUPERFICIAL SECO

Em Moraes (1999) apresenta-se uma análise numérica em elementos finitos de um trecho típico do túnel superficial do metrô de Brasília, como é mostrado na Figura 117, o qual é comparado com os resultados do presente trabalho e com os resultados do programa ANSYS. O túnel apresenta uma seção simétrica entorno ao eixo vertical que passa pelo centro do túnel, as dimensões são mostradas na Figura 116 (38,8 m x 24 m x 57,6 m), também na mesma figura são mostradas as restrições, onde é restringido o movimento na direção dos vetores unitários dos 4 cantos laterais e no canto inferior como é mostrado na Figura 116.

O maciço apresenta um módulo isotrópico de Young E de 13,5 MPa, um peso específico γ de 15 kN/m³, um coeficiente de Poisson ν de 0,375 e um coeficiente lateral K_0 de empuxo de 0,5. A malha de elementos finitos é similar ao trabalho de Moraes (1999) e apresenta-se na Figura 117.

Os passos de escavação são dados na Tabela 1, sendo d o diâmetro do túnel igual a 9,6 m.

Tabela 14 Dimensões dos passos das escavações do túnel superficial

| Seções | 1° Seção | 2°-3° Seção | 4°-11° Seção | 12°-13° Seção | 14° Seção |
|--------------------|----------|-------------|--------------|---------------|-----------|
| Passo de escavação | d | $0,5d$ | $0,25d$ | $0,5d$ | d |

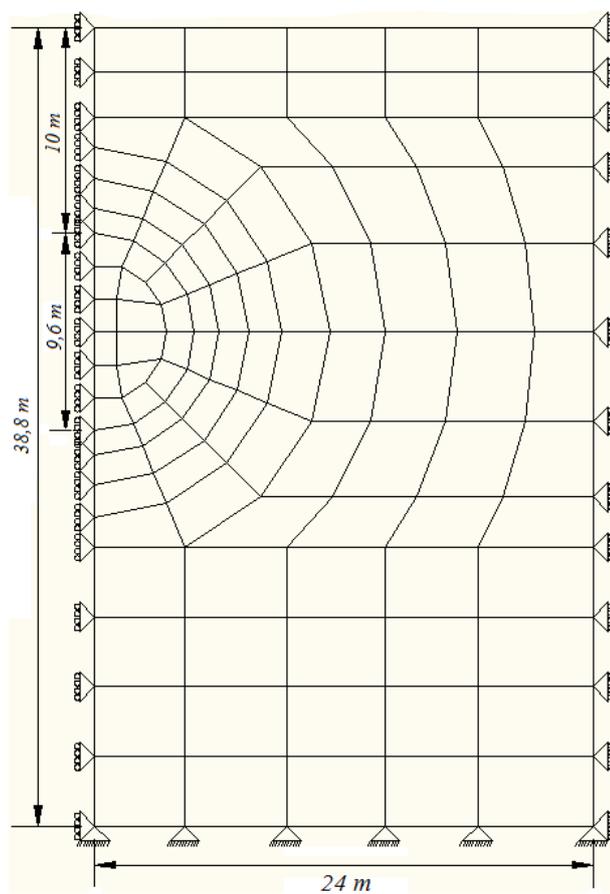


Figura 116 Esquema de condições de contorno e medidas do problema

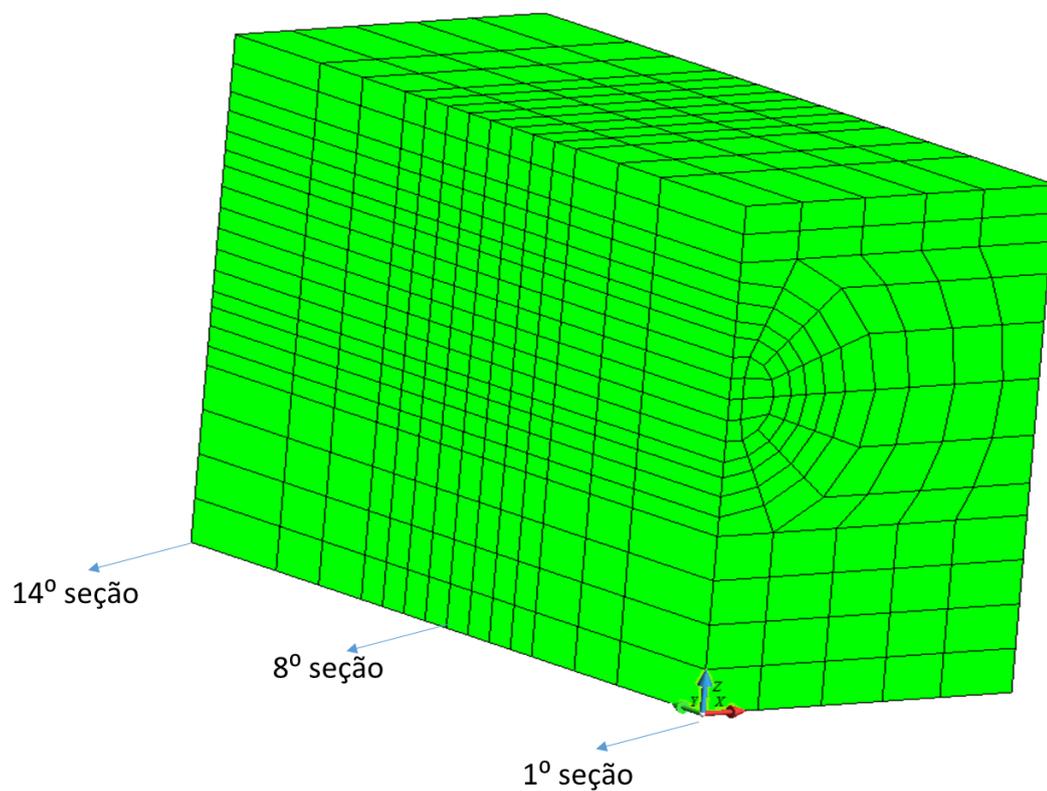


Figura 117 Malha de elementos finitos do túnel superficial

Na Figura 118 apresenta-se resultados da evolução do recalque superficial no sentido do eixo x , na seção número 8 que é atingida na sétima escavação. Mostra-se os resultados do presente trabalho (PT), do mesmo problema rodado programa ANSYS e os resultados de Moraes (1999). Sendo comparadas a primeira e sétima escavação, mostrando resultados semelhantes. A diferença no início da sétima escavação (compara-se o ANSYS com o presente trabalho) é 0,7% e no final do tramo é 1,9%.

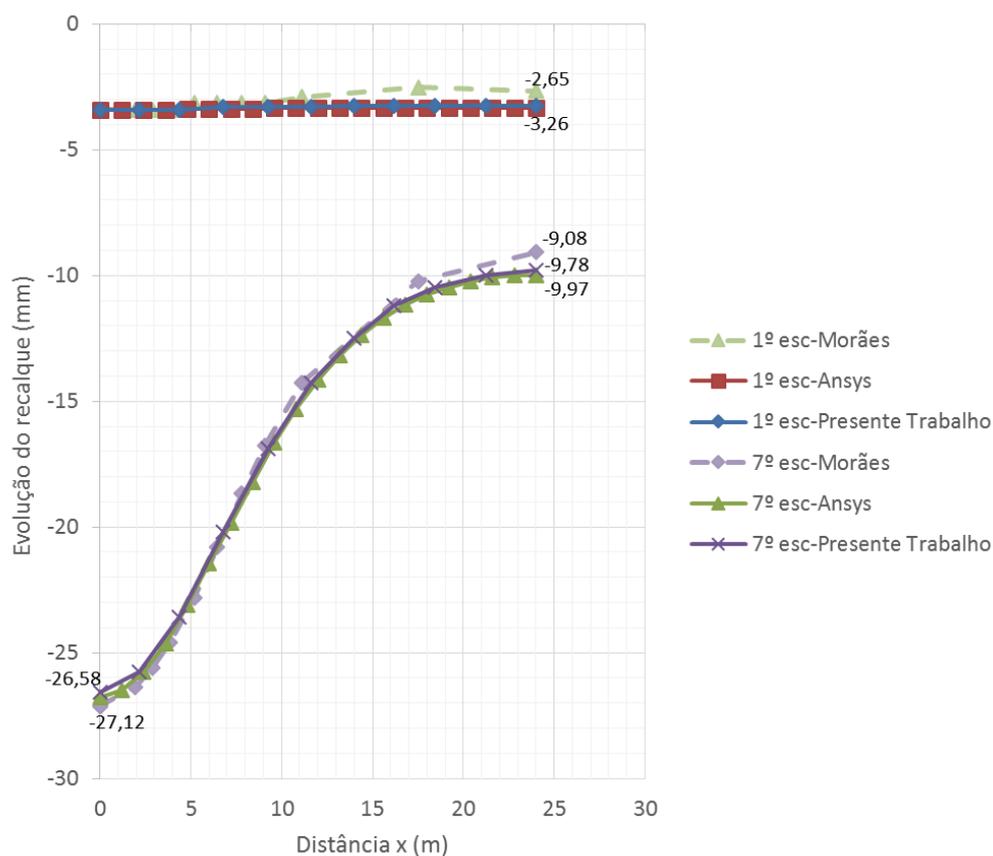


Figura 118 Evolução do recalque superficial na seção 8

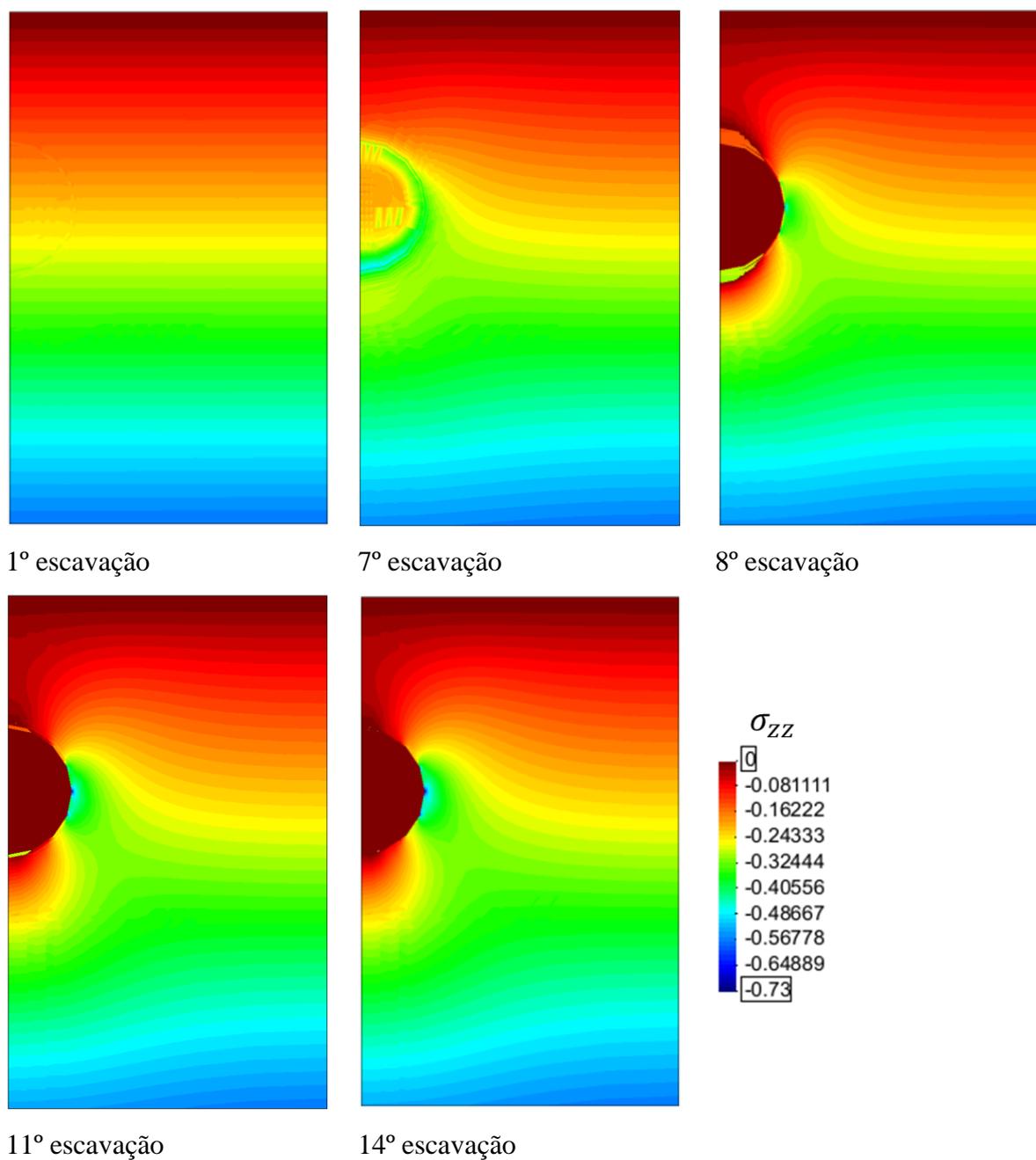


Figura 119 Evolução do campo da tensão vertical na seção 8

Considerando um revestimento de 25 *cm* cima do raio do túnel, colocado segundo a sequência mostrada na Figura 120. O revestimento é considerado de concreto com um módulo de Young E_s de 10 000 MPa e coeficiente de Poisson ν_s de 0,3.

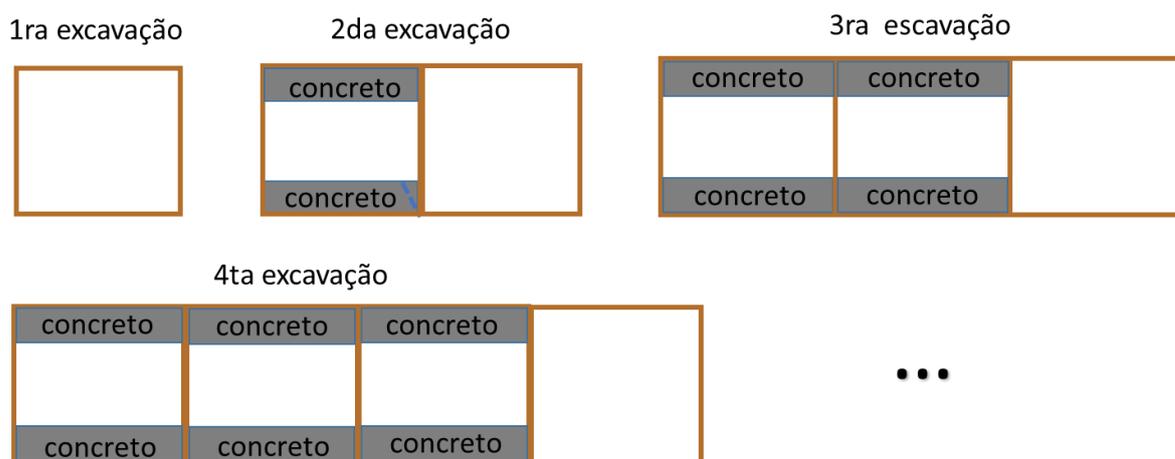


Figura 120 Sequência de escavação e colocação do revestimento

O recalque na superfície da seção 8 diminui devido à colocação do revestimento exceto na primeira escavação. Na primeira escavação não é colocado revestimento, mas é escavado 25 cm adicionais ao raio. Devido a este incremento o deslocamento aumenta de 10%. Na sétima escavação o recalque diminui em 22% e na escavação quatorze o recalque diminui em 17% devido à colocação do revestimento. Na Figura 122 pode-se observar que existe uma maior concentração de tensões no revestimento, diminuindo as tensões do maciço.

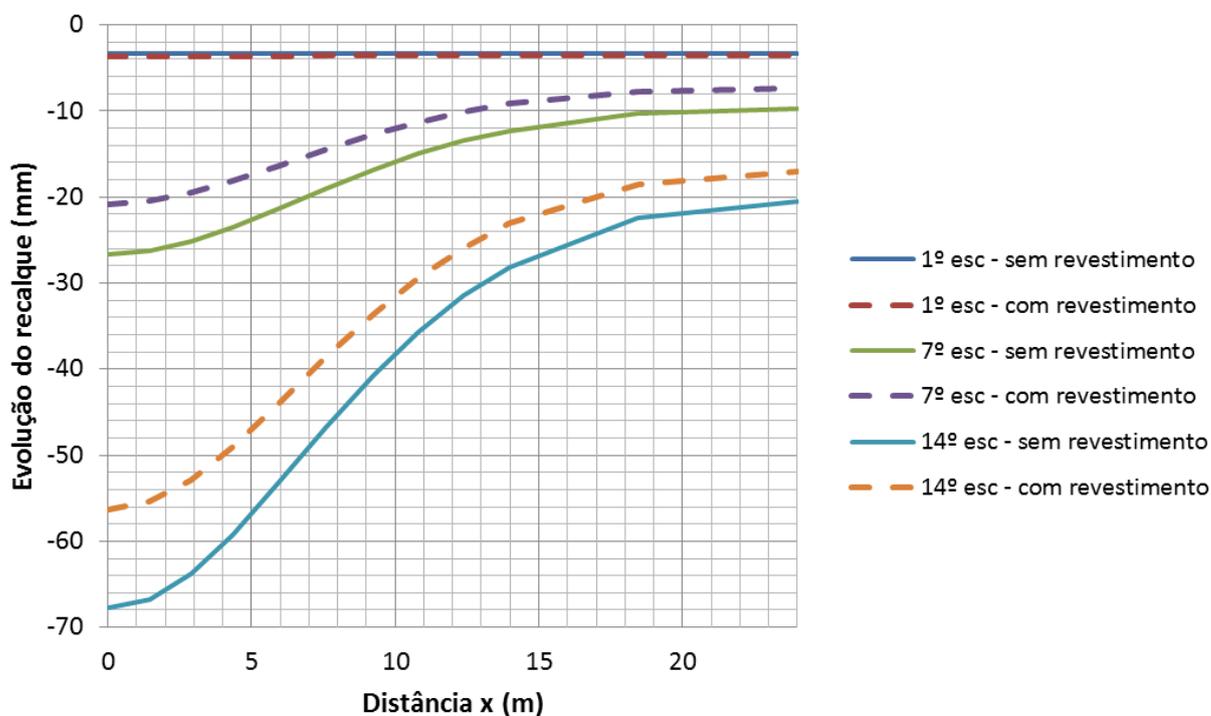
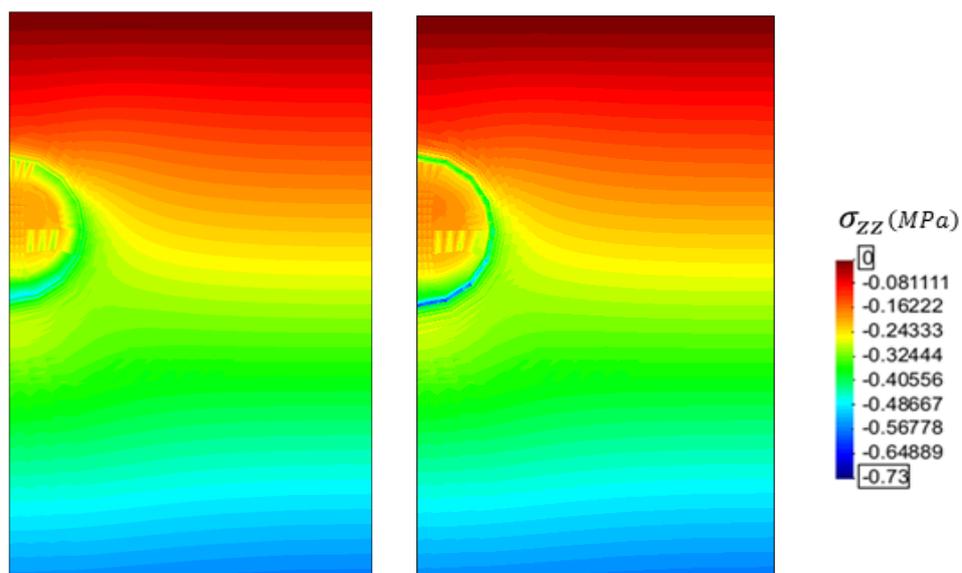
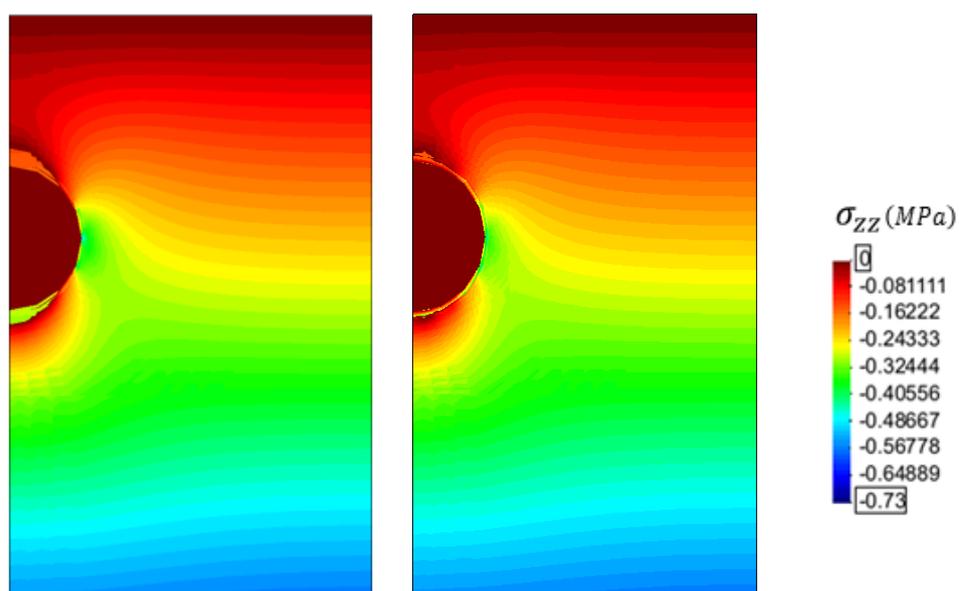


Figura 121 Evolução do recalque superficial na seção 8 incluindo a colocação de revestimento



7° escavação sem
revestimento

7° escavação com
revestimento



8° escavação sem
revestimento

8° escavação com
revestimento

Figura 122 Campo da tensão vertical na seção 8 com revestimento e sem revestimento

ANEXO 3

ESTUDO TRIDIMENSIONAL DE UM TÚNEL COM FLUXO EM ESTADO ESTACIONÁRIO

Compara-se os resultados numéricos do exemplo de Anagnostou (1995) e do presente trabalho. Trata-se o problema do comportamento da poropressão gerada pelo avanço da frente de escavação (só um passo de escavação) considerando a condição de parede impermeável nas paredes do túnel, a face do túnel apresenta uma condição permeável, e na fronteira ABCD considera-se uma poropressão nula (Figura 123). O maciço é considerado muito rígido e o fluido seguindo a lei de Darcy. Como o maciço é considerado muito rígido, despreza-se o incremento dos efeitos do esqueleto, considerando principalmente o efeito do fluido. Na comparação foi usada uma malha similar ao autor mencionado mostrada na Figura 124.

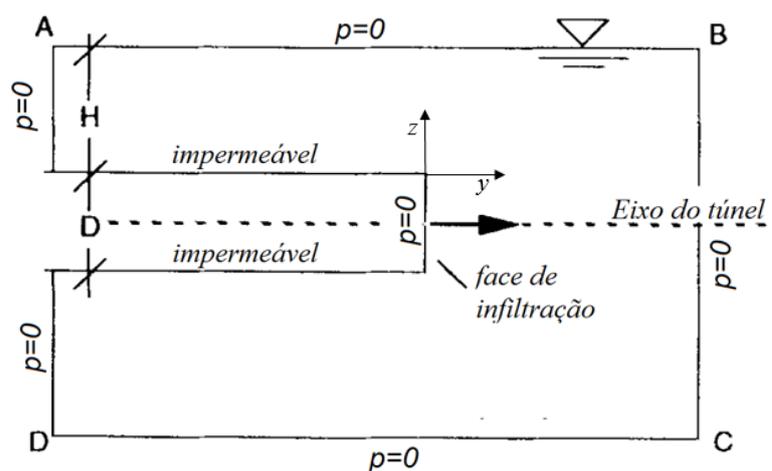


Figura 123 Condições de contorno

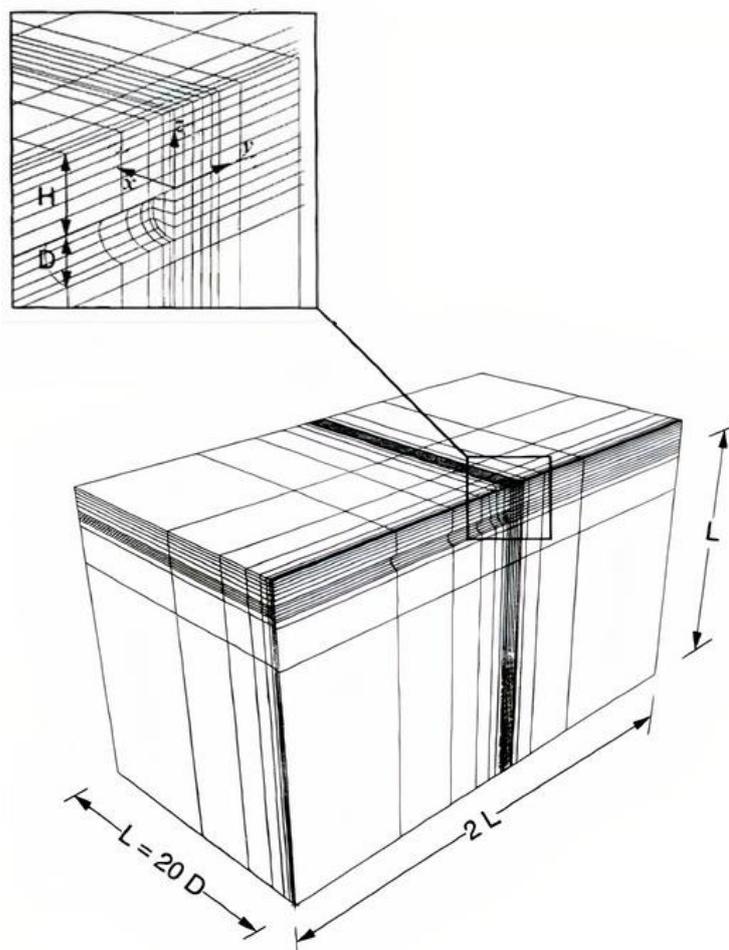


Figura 124 Malha tridimensional de elementos finitos, (ANAGNOSTOU, 1995)

Os valores das propriedades do maciço e do fluido são indicados na Tabela 15

Tabela 15 Dados do problema (ANAGNOSTOU, 1995)

| | | |
|--------------|--------------------------|----------------------------|
| $E =$ | 10^{12} MPa | Módulo de Young |
| $\nu =$ | 0,2 | Coefficiente de Poisson |
| $k =$ | 10^{-7} m/s | Permeabilidade |
| $M =$ | 98,07 MPa | Módulo de Biot |
| $b =$ | 1 | Coefficiente de Biot |
| $\rho =$ | 1000 kg/m ³ | Massa específica do maciço |
| $\gamma_h =$ | 9807 N/m ³ | Peso volumétrico do fluido |
| $D =$ | 10 m | Diâmetro do túnel |
| $H =$ | 15 m | Altura cima do túnel |
| $L =$ | 200 m | Largura |

Foi realizada a escavação de um passo com três velocidades de escavação diferentes, sendo DsV/k o parâmetro adimensionalizado para cada uma delas, sendo o D (diâmetro), s (coeficiente de armazenamento) e k (permeabilidade) valores constantes e V a velocidade de

escavação. Esta velocidade calcula-se como a relação entre a distância do passo e o tempo do mesmo).

A Figura 125 ilustra a distribuição de poropressões no sentido vertical, isto é, apresenta-se uma comparação em valores adimensionais da razão da altura (H) com o diâmetro (D) vs a razão entre poropressão e a pressão geostática do fluido, para o parâmetro DsV/k , obteve-se uma boa concordância entre os valores dados por Anagnostou (1995) e o presente trabalho. Quando o tempo é quase-instantâneo ($DsV/k = 6$), obtém-se um erro de 3,2%. Quando passa um tempo considerável ($DsV/k = 0$), obtém-se um erro de 6.5%. Em um valor intermediário de tempo ($DsV/k = 2$), obtém-se um erro de 9.2%. Estas diferenças são devidas às diferentes malhas utilizadas, ao método de escavação e principalmente as diferenças nas equações do comportamento do problema. No entanto Anagnostou (1995) considerou uma velocidade de escavação constante, sendo que a velocidade no presente trabalho foi calculada como a razão entre a distância do passo de escavação e o tempo. Pode-se notar que as poropressões máximas ocorrem a uma distância de 20 a 25 % da altura H (altura que parte da cima do túnel até a superfície na face de escavação).

Na Figura 126 mostra-se a distribuição de poropressões no sentido horizontal a partir da face de escavação. Nota-se que o gradiente da poropressão é positivo para valores de $x > 0$, aumentando o seu valor conforme aumenta o valor de dsV/k . Pode-se interpretar também como uma dissipação da poropressão com o tempo devido ao fato que uma maior dissipação de poropressão acontece quando a velocidade de escavação tende a zero.

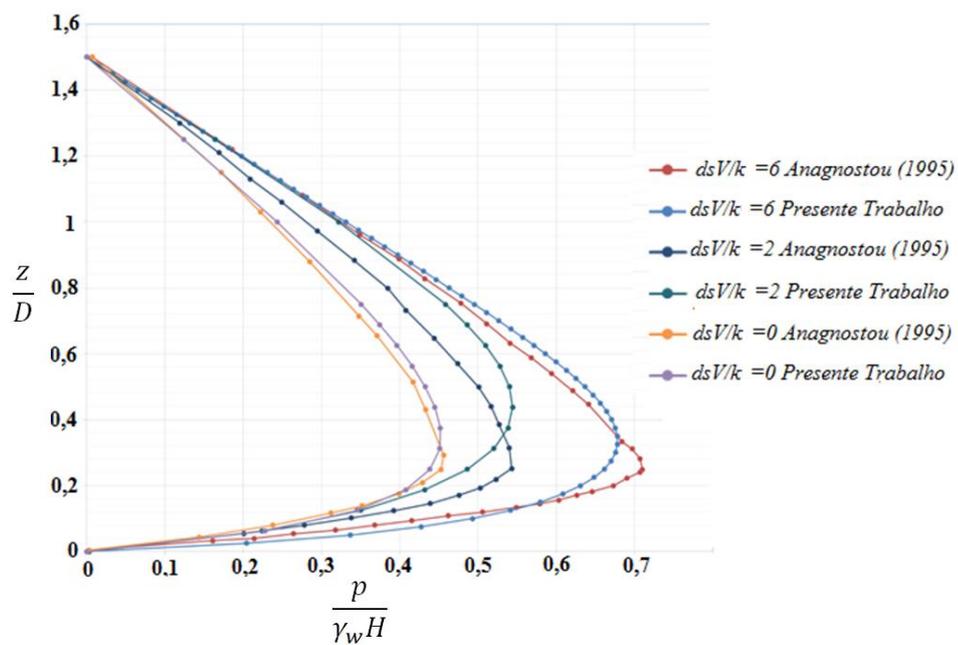


Figura 125 Poropressão vs altura acima do túnel

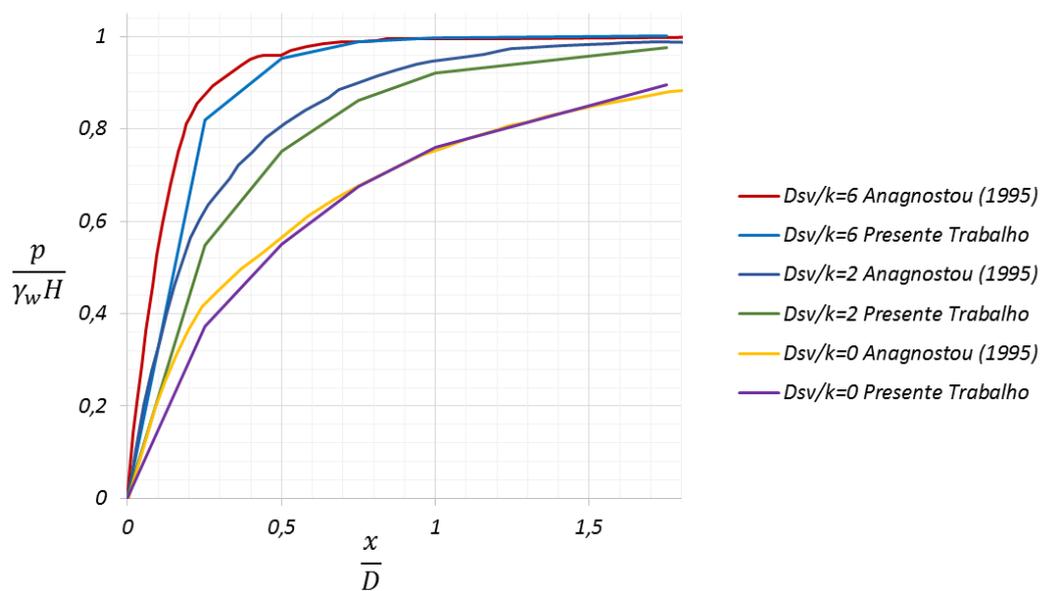


Figura 126 Poropressão vs comprimento horizontal que parte da face de escavação

ANEXO 4**ESTUDO TRIDIMENSIONAL DE UM TÚNEL ESCAVADO EM UM MEIO SECO E SATURADO EM CONDIÇÃO DE FLUXO ESTACIONÁRIO**

Compara-se o exemplo do trabalho de Nam e Bobet (2007) com o presente trabalho. Considera-se um túnel profundo não revestido. Dois cenários são considerados: (1) O túnel em maciço seco considera uma lei constitutiva elástica e (2) o túnel em maciço saturado considera uma lei constitutiva elástica para o esqueleto sólido e o fluido em estado estacionário, toda a superfície do túnel é considerada permeável.

A malha utilizada é similar à usada por Nam e Bobet (2007) mostrada nas Figura 127 e Figura 128, esta malha apresenta 14127 hexaedros com 63177 nós.

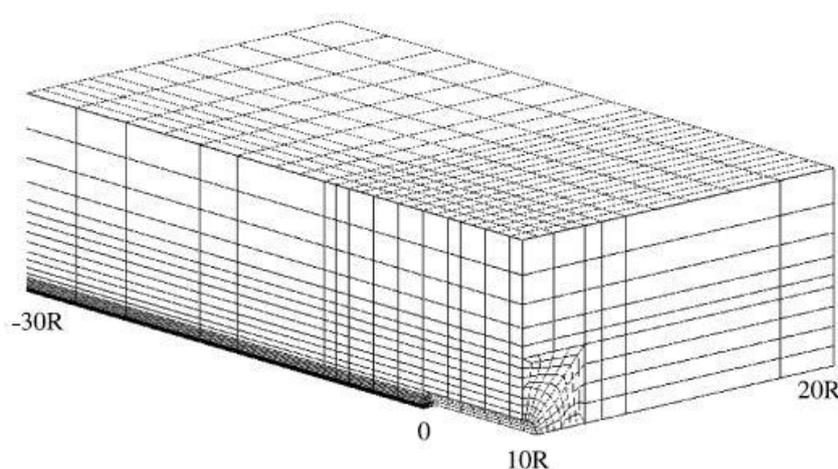


Figura 127 Malha tridimensional (NAM e BOBET; 2007).

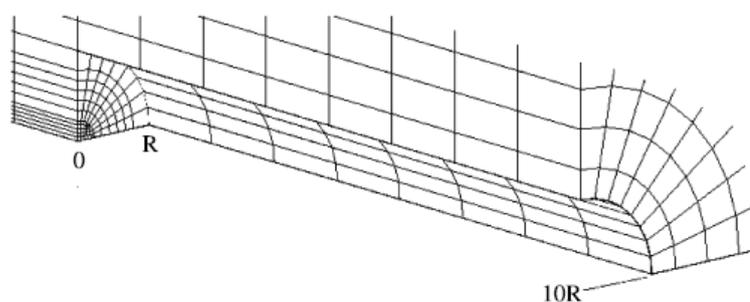


Figura 128 Detalhe da malha na zona escavada (NAM e BOBET; 2007).

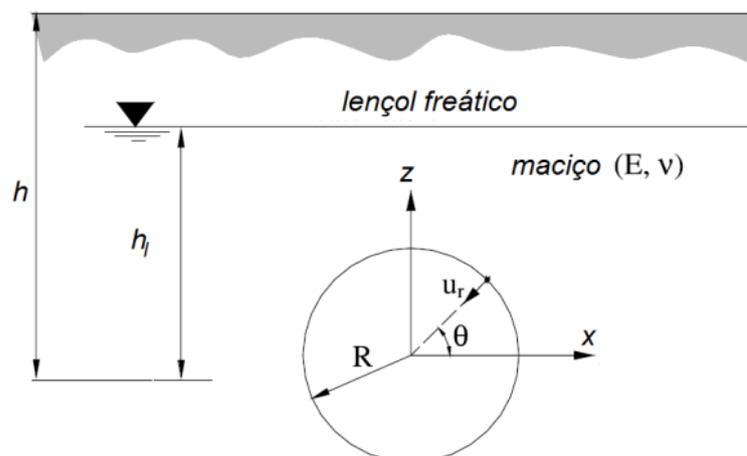


Figura 129 Túnel profundo embaixo do lençol freático adaptado de Bobet (2007)

Tabela 16 Propriedades geométricas do maciço no caso seco

| Caso | Maciço seco | | | | | |
|------|-------------|-----------|---------|-----------|-------|-------------------------------|
| 1 | h (m) | h_l (m) | R (m) | E (MPa) | ν | γ (KN/m ³) |
| | 50 | 50 | 2,5 | 1000 | 0,15 | 23 |

Tabela 17 Propriedades geométricas do maciço no caso saturado

| Caso | Maciço saturado | | | | | | |
|------|-----------------|-----------|---------|-----------|-------|-------------------------------|---------------|
| 2 | h (m) | h_l (m) | R (m) | E (MPa) | ν | γ (KN/m ³) | p/σ'_3 |
| | 50 | 50 | 2,5 | 1000 | 0,15 | 23 | 0,744 |

Na Figura 130 mostra-se os resultados normalizados para o deslocamento radial (u_r/u_{r0}) versus distância da face do túnel (y/R), para os casos do maciço seco e saturado:

Para o maciço saturado, na face e nas paredes do túnel origina-se uma força produzida pela escavação do maciço e também uma força adicional devida à percolação do fluido. Esta força de percolação aumenta as deformações, e aumenta as tensões tangenciais e as tensões efetivas no maciço. Neste exemplo existe duas zonas diferentes onde pode se observar o efeito do fluido. Na zona escavada os deslocamentos radiais tendem a ser iguais ao caso não saturado, mas na zona não escavada e na frente de escavação os deslocamentos variam consideravelmente. Na frente de escavação o deslocamento aumentou de ordem de 30% e a uma distância de 6,25 m ($y=2,5$ m na Figura 130) da face da escavação o deslocamento aumentou 288%. Assim Nam e Bobet (2007) concluíram que o efeito das forças de percolação é o aumento da magnitude e

distribuição das deformações radiais perto da face, embora que a distribuição do deslocamento não tenha muita variação atrás da face do túnel.

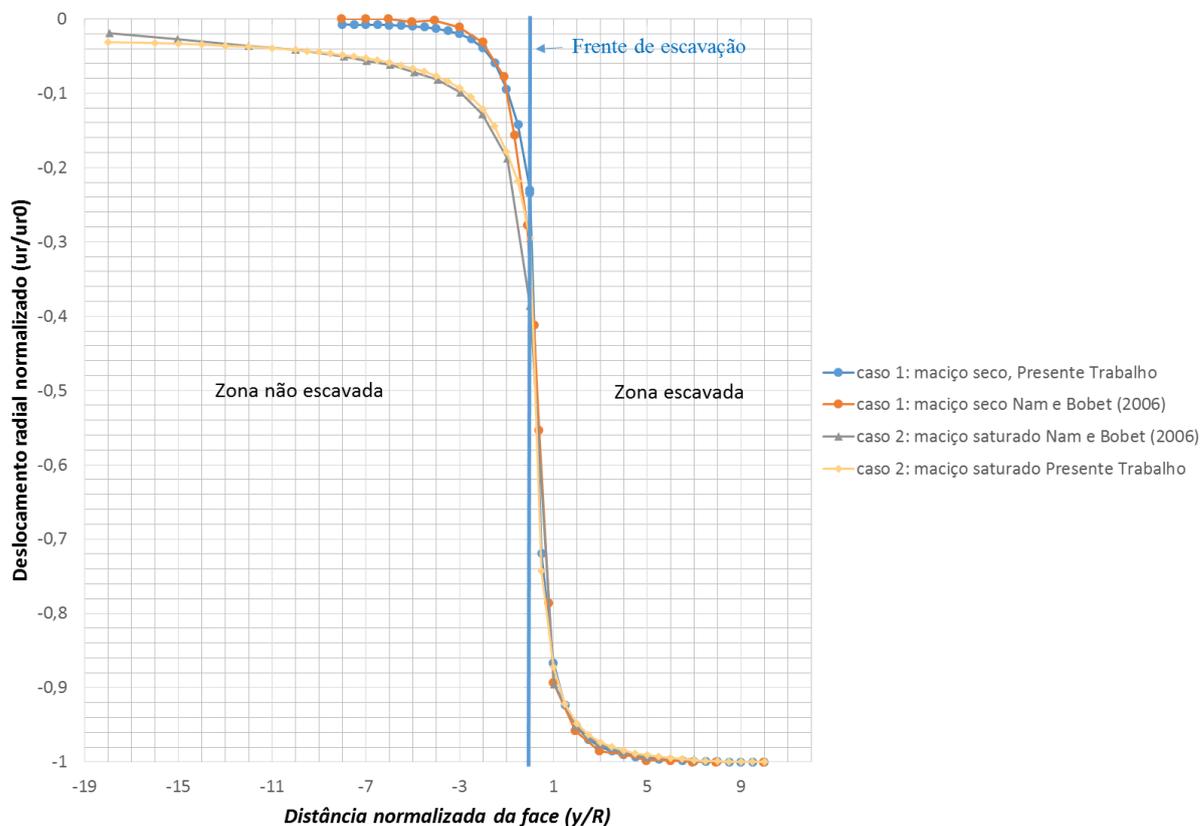


Figura 130 Deslocamento radial normalizado na parede do túnel nos casos saturado e não saturado

Quando acontece a escavação (em um maciço saturado), as tensões iniciais no maciço variam devido à escavação e às forças de percolação. O fluxo de percolação segue a direção de onde se remove o material porque a pressão na fronteira da escavação é, em geral, atmosférica e o maciço ao redor do túnel atua com uma parede drenante. Logo o fluxo transiente em um maciço de baixa permeabilidade é uma das principais causas dos efeitos diferidos na escavação. O fluido tem como efeito alterar as deformações, devido à redução da tensão efetiva e a resistência ao corte.

ANEXO 5

CONSOLIDAÇÃO DE UMA CAMADA DE SOLO POROELÁSTICO

A aplicação de uma sobrecarga no topo de uma camada de solo poroso saturado induz uma elevação da poropressão. Esta sobrepressão desaparece progressivamente, devido ao processo de difusão do fluido em direção do topo da camada de solo que permanece drenado. Progressivamente, o esqueleto tem de sustentar sozinho a carga extra, ocorrendo um assentamento defasado da camada de solo. O processo é o problema de consolidação abordado por Terzaghi (1925). A seguir mostra-se as deduções analíticas dadas em Dormieux e Coussy (1994), que são verificadas o presente programa computacional desenvolvido.

Considera-se uma camada de solo homogênea, com espessura H , com extensão lateral infinita nas direções x_1 e x_3 (Figura 131). A camada de solo está assentada sobre uma rocha rígida impermeável (plano $x_2 = 0$). Supõe-se aderência perfeita entre o solo e a rocha. No estado inicial, o plano superior ($x_2 = H$) está livre de tensões. A água de saturação da camada de solo está inicialmente em equilíbrio hidrostático e o lençol freático encontra-se no nível da superfície ($x_2 = H$). Modela-se o solo como um material poroelástico isotrópico saturado, de massa específica ρ_0 .

O campo de tensões inicial $\underline{\underline{\sigma}}_0$ equilibra as forças volumétricas gravitacionais $\rho_0 \underline{\underline{g}}$:

$$\underline{\underline{div}}(\underline{\underline{\sigma}}_0) + \rho_0 \underline{\underline{g}} = \underline{\underline{0}} \quad (423)$$

E considerando esforços nulos iniciais sobre o plano $x_2 = H$, tem-se:

$$\underline{\underline{\sigma}}_0 \cdot \underline{\underline{e}}_2 = \underline{\underline{0}} \quad \text{em } x_2 = H \quad (424)$$

O fluido encontra-se inicialmente em repouso, isto é o fluxo é nulo ($\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{0}}$), a lei de Darcy mostra que o campo de pressões p_0 é hidrostático:

$$-\underline{\underline{\nabla}}(p_0) + \rho^f \underline{\underline{g}} = \underline{\underline{0}} \Rightarrow p_0 = \rho^f \underline{\underline{g}}(H - x_2) \quad (425)$$

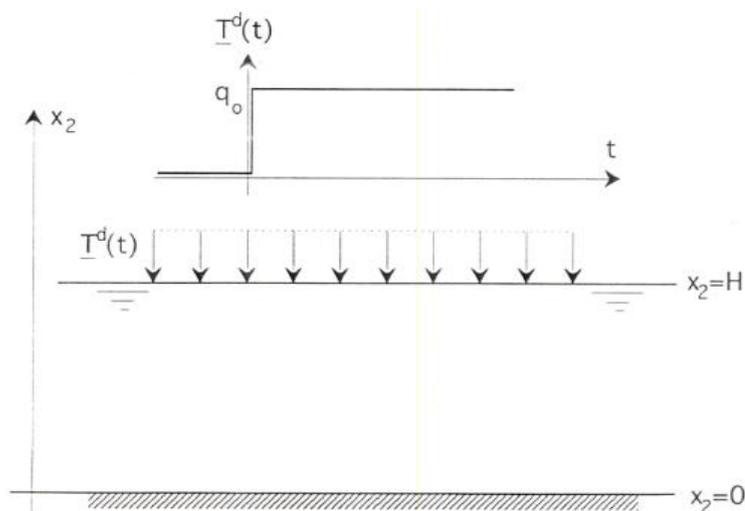


Figura 131 Força superficial sobre o meio poroso

O estado inicial é tomado como referência para o estudo da transformação do sistema sob a ação do carregamento descrito a seguir.

No instante $t = 0$, uma carga de pressão é aplicada instantaneamente na face superior do maciço (Figura 131):

$$\underline{T}_d = -q_0 Y(t) \underline{e}_2 \quad \text{em } x_2 = H \quad (426)$$

Onde $Y(t)$ é a função *Heaviside*, nula em $t < 0$, igual a 1 quando $t > 0$. A aderência perfeita entre o solo e a rocha é escrita como:

$$\underline{\xi}_d = \underline{0} \quad \text{em } x_2 = 0 \quad (427)$$

A impermeabilidade do substrato rochoso é expressa como uma condição de nulidade do fluxo de massa fluída:

$$\underline{M}_d \cdot \underline{e}_2 = 0 \quad \text{em } x_2 = 0 \quad (428)$$

Que se transforma, com a ajuda da lei de Darcy, em uma condição na derivada normal do campo de pressão em $x_2 = 0$:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x_2} \right|_{x_2=0} = -\rho^f \underline{g} \quad (429)$$

Enfim, a invariância do nível do lençol freático em $x_2 = 0$ se traduz pela condição:

$$p_d = 0 \quad (430)$$

O problema será estudado em três partes: o problema instantâneo, o problema transiente e o problema estacionário.

a) Resposta Instantânea

Em virtude da descontinuidade no instante inicial da força superficial exercida sobre o plano $x_2 = H$, tanto o carregamento quanto a solução serão descontínuas também.

Em virtude da continuidade de m em relação à t , é estabelecido que o problema instantâneo é não-drenado, ou seja, formalmente idêntico à um problema de elasticidade tradicional em que a lei de comportamento envolve o tensor $\underline{\underline{C}}$ de módulos elásticos não-drenados.

O campo de tensões $\underline{\underline{\sigma}}(0^+)$ equilibra as forças volumétricas gravitacionais $\rho_0 \underline{g}$ e as forças de superfície $-q_0 \underline{e}_2$ sobre o plano $x_2 = H$. Fazendo $\delta \underline{\underline{\sigma}}(0^+) = \underline{\underline{\sigma}}(0^+) - \underline{\underline{\sigma}}_0$, e considerando (423) e (424) bem como (426) e (427), o problema se particulariza como:

$$\underline{\underline{div}} \left(\delta \underline{\underline{\sigma}}(0^+) \right) = \underline{0} \quad (431)$$

$$\delta \underline{\underline{\sigma}}(0^+) \cdot \underline{e}_2 = -q_0 \underline{e}_2 \quad em \ x_2 = H \quad (432)$$

$$\delta \underline{\underline{\sigma}}(0^+) = \lambda_u \left(tr \ \underline{\underline{\varepsilon}}(0^+) \right) \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}(0^+) \quad (433)$$

$$\underline{\underline{\xi}}(0^+) = \underline{0} \quad em \ x_2 = 0 \quad (434)$$

A solução em deslocamentos analisada é da forma:

$$\underline{\underline{\xi}}(\underline{x}, 0^+) = f(x_2) \underline{e}_2 \quad (435)$$

Onde $f(0) = 0$ para satisfazer (434). Sucessivamente, tem-se:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{x}, 0^+) = f'(x_2) \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 \quad (436)$$

Substituindo (436) em (433)

$$\delta \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, 0^+) = f'(x_2) \{ (\lambda_u + 2\mu) \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + \lambda_u (\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 + \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3) \} \quad (437)$$

Para satisfazer a equação (431) o valor de $f''(x_2) = 0$ na equação (437), se o valor $f(x_2) = ax_2$, substituindo (437) em (432) obtém-se:

$$a = -\frac{q_0}{\lambda_u + 2\mu} \quad (438)$$

Finalmente:

$$\underline{\underline{\xi}}(\underline{x}, 0^+) = -s(0^+) \left(\frac{x_2}{H}\right) \underline{e}_2 \quad \text{com } s(0^+) = \frac{q_0}{\lambda_u + 2\mu} H \quad (439)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, 0^+) = -q_0 \left\{ \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + \frac{\lambda_u}{\lambda_u + 2\mu} (\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 + \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3) \right\} \quad (440)$$

Onde $s(0^+)$ representa o recalque instantâneo sob a ação da força superficial q_0 . A parcela de pressão sustentada pelo fluido é dada por:

$$p(0^+) - p_0 = -M b \operatorname{tr} \left(\underline{\underline{\varepsilon}}(0^+) \right) = \frac{M b}{\lambda_u + 2\mu} q_0 \quad (441)$$

A distribuição de pressões $p(0^+)$ no maciço, instantaneamente após a aplicação da carga superficial apresenta uma variação uniforme em relação à distribuição hidrostática inicial:

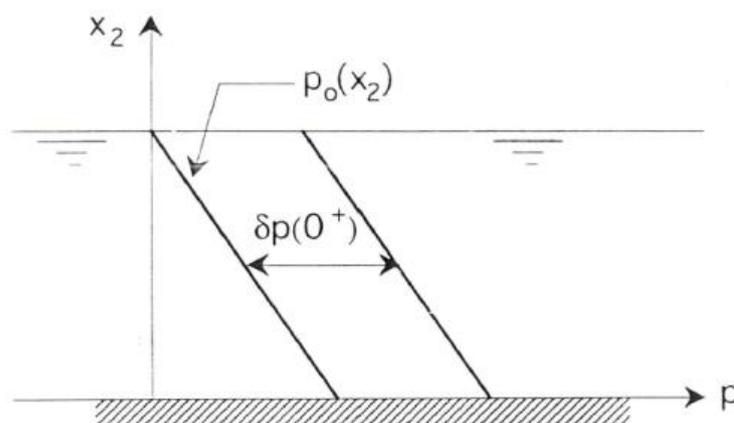


Figura 132 Distribuição instantânea de sobrepressão no fluido

b) Resposta transiente

Admite-se provisoriamente (isto é que será corroborado logo do estudo da fase estacionária) que a solução tende a um valor assintótico quando $t \gg T = H^2/c^f$. A seguir, sabe-se que o

campo de pressões assintótico p_∞ é a solução da equação de difusão em regime permanente e que satisfaz as condições de contorno hidráulicas invariáveis.

Da lei de conservação da massa fluída, sendo \dot{m} a taxa da massa fluída, pode-se afirmar que \dot{m} tende a um valor assintótico $\dot{m}_\infty(\underline{x})$:

$$\dot{m}_\infty(\underline{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{m}(\underline{x}, t) = \rho_0^f \operatorname{div} \left(\underline{k} \cdot \nabla(p_\infty) \right) = 0 \quad (442)$$

A distribuição transiente de pressão é hidrostática é:

$$p_\infty = p_0 \quad (443)$$

Em outros termos, a diferença de pressão observada instantaneamente após a aplicação da carga de superfície q_0 é inteiramente dissipada.

O estado de tensões $\underline{\underline{\sigma}}_\infty$ e o campo de deslocamentos $\underline{\underline{\xi}}_\infty$ são a solução do problema transiente.

Em virtude da igualdade (443), o problema torna-se um problema de elasticidade tradicional, idêntico ao problema instantâneo, substituindo $\underline{\underline{C}}$ por $\underline{\underline{C}}_0$, o que equivale, no caso isotrópico, a

substituir λ_u por λ . Assim, tem-se:

$$\underline{\underline{\xi}}_\infty(\underline{x}, 0^+) = -s_\infty \left(\frac{x_2}{H} \right) \underline{e}_2; \quad s_\infty = \frac{q_0}{\lambda + 2\mu} H \quad (444)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_\infty(\underline{x}, 0^+) = -q_0 \left\{ \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} (\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 + \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3) \right\} \quad (445)$$

Onde s_∞ representa o recalque assintótico. A relação existente entre o módulo de elasticidade drenado e não drenado é dado por:

$$\underline{\underline{C}}_0 = \underline{\underline{C}} - M (\underline{\underline{B}} \otimes \underline{\underline{B}}) \quad (446)$$

$$\lambda = \lambda_u - Mb^2 \quad (447)$$

$$\mu_u = \mu \quad (448)$$

Em virtude da desigualdade $\lambda < \lambda_u$ resultante de (447), a comparação entre (439) e (444) permite concluir que $s_\infty > s(0^+)$. Assim, a dissipação da sobrepressão instantânea $p(0^+) - p_0$ é acompanhada por um aumento progressivo do recalque.

c) Resposta estacionária

Em virtude das simetrias do problema, será pesquisado uma solução em deslocamentos $\underline{\xi}(\underline{x}, t)$ sob a forma de um campo vetorial colinear com \underline{e}_2 , independente das coordenadas x_1 e x_3 :

$$\underline{\xi}(\underline{x}, t) = \xi(x_2, t)\underline{e}_2 \quad (449)$$

$$\underline{\varepsilon} = \frac{\partial \xi}{\partial x_2} \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 \quad (450)$$

Em seguida, utilizando a relação constitutiva para o caso isotrópico (120), tem-se:

$$\delta \underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \xi}{\partial x_2} (\lambda \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2) - b\delta p \underline{\underline{1}} \quad (451)$$

A equação de equilíbrio em projeção sobre \underline{e}_1 e \underline{e}_3 impõe que δp seja independente de x_1 e x_3 . Na projeção sobre \underline{e}_2 , ela mostra que $\delta \sigma_{22}$ é uniforme em todo o maciço. Com (426), tem-se:

$$\delta \sigma_{22}(x_2, t > 0) = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \xi}{\partial x_2}(x_2, t) - b\delta p(x_2, t) = -q_0 \quad (452)$$

Que permite com (451) expressar $\delta \sigma_{11}$ e $\delta \sigma_{33}$ em função de $\delta \sigma_{22}$, t e δp :

$$\delta \sigma_{11} = \delta \sigma_{33} = \frac{1}{\lambda + 2\mu} (\lambda_0 \delta \sigma_{22} - 2\mu b \delta p) \quad (453)$$

$$\delta \sigma = \frac{1}{3} tr(\delta \underline{\underline{\sigma}}) = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \left(K_0 \delta \sigma_{22} - \frac{4}{3} \mu b \delta p \right) \quad (454)$$

Levando em conta o fato que $\delta \sigma_{22}$ é uma constante uniforme (igual à $-q_0$), a introdução de (454) em:

$$\frac{\partial}{\partial t} ((p - p_0) + B_s(\sigma - \sigma_0)) = C_m \Delta ((p - p_0) + B_s(\sigma - \sigma_0)) \quad (455)$$

$$B_s = \frac{bM}{K} \quad (456)$$

$$C_m = kM \frac{\lambda + 2\mu_0}{\lambda_u + 2\mu} \quad (457)$$

Fornece uma equação de evolução da sobrepressão intersticial no maciço:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\delta p) = C_m \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x_2^2} \quad (458)$$

Que deve ser convenientemente completada pela condição inicial de resposta instantânea dada por (441):

$$\delta p(x_2, 0^+) = Rq_0 \quad (459)$$

$$R = b \frac{M}{\lambda_u + 2\mu} \quad (460)$$

E pelas condições de contorno em $x_2 = 0$ e H . Considerando (425), (429) e (430), tem-se:

$$\delta p(x_2 = H, t > 0) = 0 \quad (461)$$

$$\frac{\partial(\delta p(x_2 = H, t > 0))}{\partial x_2} = 0 \quad (462)$$

Adimensionalizando as expressões através de:

$$P = \frac{\delta p}{\delta p(0^+)} \quad (463)$$

$$\tau = \frac{t}{T} \quad (464)$$

$$\chi = \frac{x_2}{H} \quad (465)$$

Tem-se o problema de evolução definido pelas equações (458), (459), (460), (461) e (462), na forma:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(P) = \frac{\partial^2(P)}{\partial \chi^2} \quad (466)$$

$$P(\chi, \tau = 0^+) = 1 \quad (467)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \chi}(\chi = 0, \tau > 0) = 0 \quad (468)$$

$$P(\chi = 1, \tau > 0) = 0 \quad (469)$$

A solução das equações (466) à (469) se dá em duas etapas:

Na primeira etapa se busca uma forma geral de uma solução da equação de evolução e condições de contorno, separando as variáveis χ e τ .

Na segunda, se forma a solução sob uma série de Fourier das soluções da primeira etapa.

Se buscam soluções particulares das equações (466) à (469) sob o método de separação de variáveis fazendo a solução da forma $a(\chi)b(\tau)$, substituindo na equação (466) obtém-se:

$$\frac{b'(\tau)}{b(\tau)} = \frac{a''(\chi)}{a(\chi)} = cte \quad (470)$$

Somente os valores negativos da *cte* de (470) conduzem a soluções não triviais:

$$a(\chi) = A_1 \cos(\omega\chi) + A_2 \sin(\omega\chi) \quad (471)$$

$$b(\tau) = B \exp(-\omega^2\tau) \quad (472)$$

Substituindo nas condições de fronteira (468) e (469) se tem respectivamente:

$$A_2 = 0 \quad ; \quad \omega = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad (473)$$

Forma-se a solução como uma combinação linear das soluções particulares sob a forma:

$$P(\chi, \tau) = \sum_0^{\infty} A_k \cos\left((2k+1)\frac{\pi}{2}\chi\right) \exp\left(-\frac{\pi^2}{4}(2k+1)^2\tau\right) \quad (474)$$

Da condição inicial (467) em (474) tem-se:

$$(\forall \chi \in [0,1]) \quad ; \quad \sum_0^{\infty} A_k \cos\left((2k+1)\frac{\pi}{2}\chi\right) = 1 \quad (475)$$

Sendo A_k um coeficiente de Fourier, tem a forma:

$$(\forall \chi \in [0,1]) \quad ; \quad \sum_0^{\infty} A_k \cos\left((2k+1)\frac{\pi}{2}\chi\right) = 1 \quad (476)$$

$$A_k = 2 \int_0^1 \cos\left((2k+1)\frac{\pi}{2}\chi\right) d\chi \quad (477)$$

$$A_k = \frac{4(-1)^k}{\pi(2k+1)} \quad (478)$$

A solução finalmente é da forma:

$$\delta p(x_2, t) = Rq_0 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4(-1)^k}{\pi(2k+1)} \cos\left((2k+1)\frac{\pi}{2}\chi\right) e^{\left(-\frac{\pi^2}{4}(2k+1)^2\tau\right)} \quad (479)$$

Plotando a equação, para $k = 1000$, tem-se:

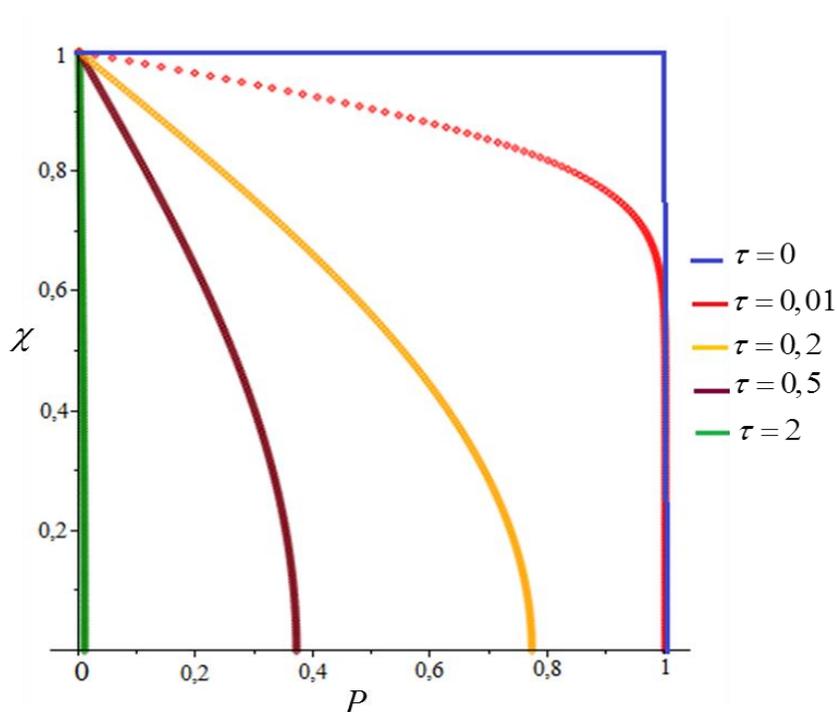


Figura 133 Evolução da poropressão P versus χ no tempo

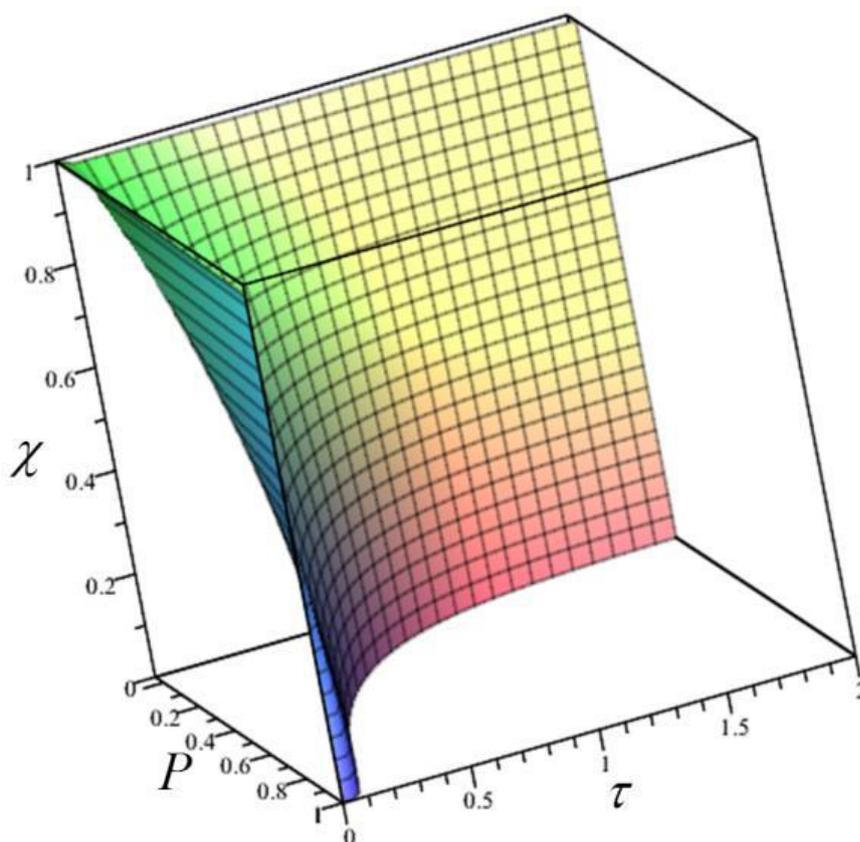


Figura 134 Evolução da poropressão P (2)

A evolução da poropressão na coordenada $\chi = 0$ para $k = 1000$, é mostrada na Figura 135

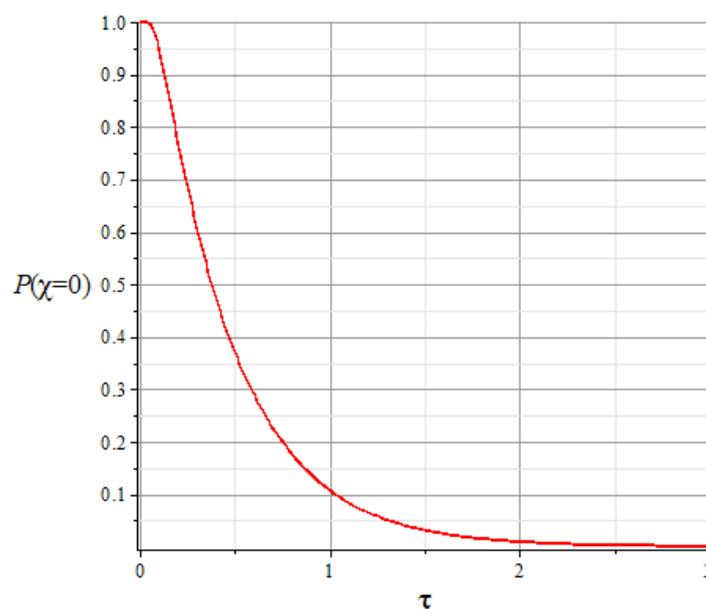


Figura 135 Evolução da poropressão *em* $\chi = 0$

A resposta do recalque pode se obter de (452) como:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x_2}(x_2, t) = -\frac{q_0}{\lambda + 2\mu} + b \frac{\delta p(x_2, t)}{\lambda + 2\mu} \quad (480)$$

Que quando integrada, fornece:

$$s(t) = \frac{q_0}{\lambda + 2\mu} \left(1 - \left(\frac{8}{\pi^2} \right) Rb \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} e^{\left(-\frac{\pi^2}{4} (2k+1)^2 \tau \right)} \right) \quad (481)$$

Plotando a equação (481), para $k = 1000$, tem-se:

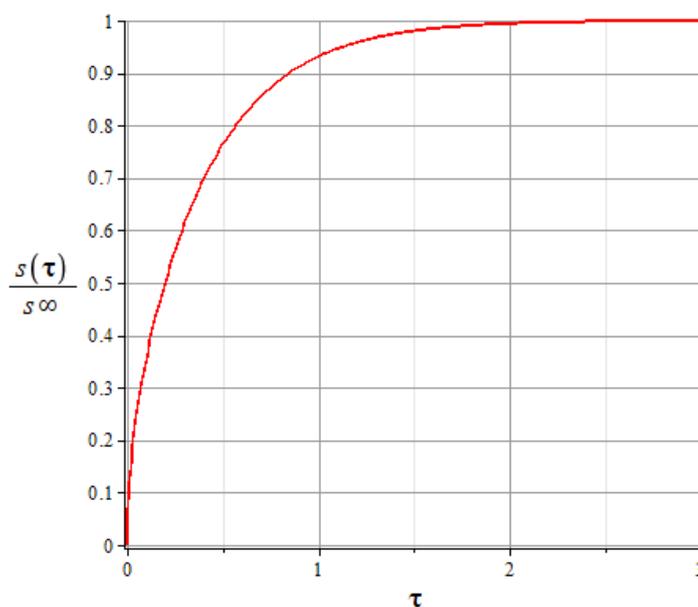
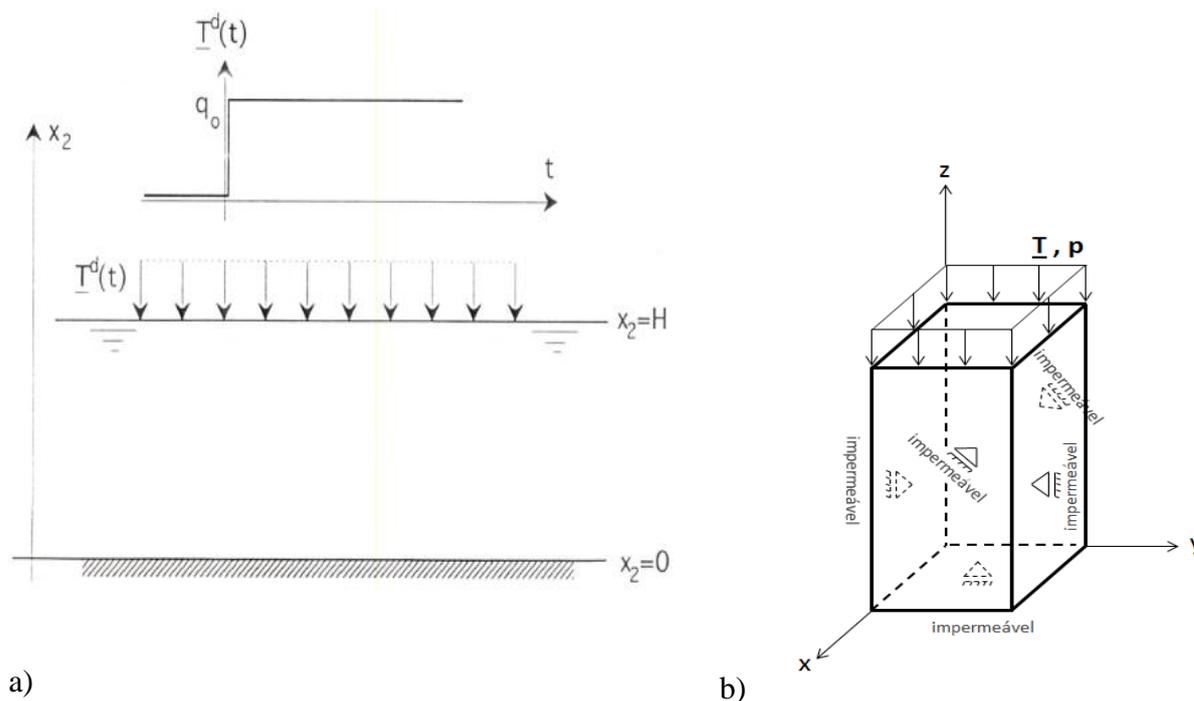


Figura 136 – Evolução do recalque.

A seguir estes resultados analíticos, são comparados com a análise numérico no programa de elementos finitos desenvolvido por Bruch (2016). As comparações serão feitas em termos de deslocamento vertical, poropressões, tensões totais (verticais e horizontais) no espaço e tempo.

A geometria definida para o problema é o seguinte:



a) Representação analítica do problema, b) coluna de solo a ser representado para a análise em elementos finitos

Os parâmetros do problema são definidos na Tabela 18.

Tabela 18 – Parâmetros do problema

| Parâmetro | Notação | Valor definido |
|--|----------|-------------------------------|
| Altura da Camada de Solo | H | 1 m |
| Módulo da Tensão Aplicada | q_0 | 3,9 MPa |
| Massa Específica Homogeneizada do Solo | ρ | 1200 kg/m ³ |
| Módulo de Elasticidade Homogeneizado do Solo | E | 16,68 MPa |
| Coefficiente de Poisson do Solo | ν | 0,3369 |
| Coefficiente de Permeabilidade do Solo | k | 1,0787 · 10 ⁻⁹ m/s |
| Coefficiente de Biot do Solo | b | 0,9989 |
| Módulo de Biot do Solo | M | 56902 MPa |
| Massa Específica da Água | ρ^f | 1000 kg/m ³ |

Para representar a consolidação da camada, é modelada uma coluna de solo que foi discretizada em 10 elementos hexaedros (dimensões 0.1 m × 0.1 m × 1 m), conforme a Figura 138.

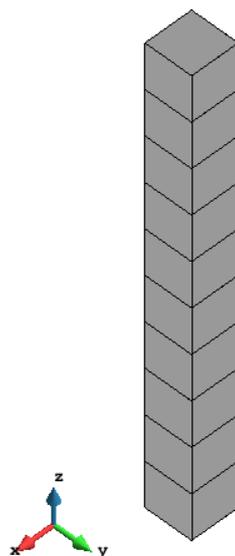


Figura 138 Discretização da coluna do solo em elementos finitos

As condições de contorno para o análise do elementos finitos são mostradas na Figura 131, onde são restringidos os deslocamentos nas faces na direção do vetor normal das áreas exceto a face superficial e também são considerados impermeáveis todas as faces exceto a face superficial.

O tempo característico é calculado como:

$$T_c = \frac{H^2}{k} \left(\frac{1}{M} + \frac{b^2(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} \right) = 3,6487 \cdot 10^7 \text{ s} \quad (482)$$

O valor do tempo normalizado é:

$$\tau = \frac{t}{T_c} \quad (483)$$

Sendo o t , o tempo em segundos.

Seguidamente mostra-se a comparação de resultados numéricos e analíticos:

Na Figura 139 apresenta-se uma comparação entre os valores da poropressão em diferentes profundidades, note-se uma boa correlação entre os resultados numéricos e os resultados analíticos nos tempo infinito e quando $\tau = 0,3$. Para o caso de $t=0^+$, o resultado analítico é representado por uma reta vertical enquanto que para o caso numérico quando $t=0,1$ s, mantém a poro-pressão nula na superfície, para logo virar vertical segundo a resposta instantânea analítica.

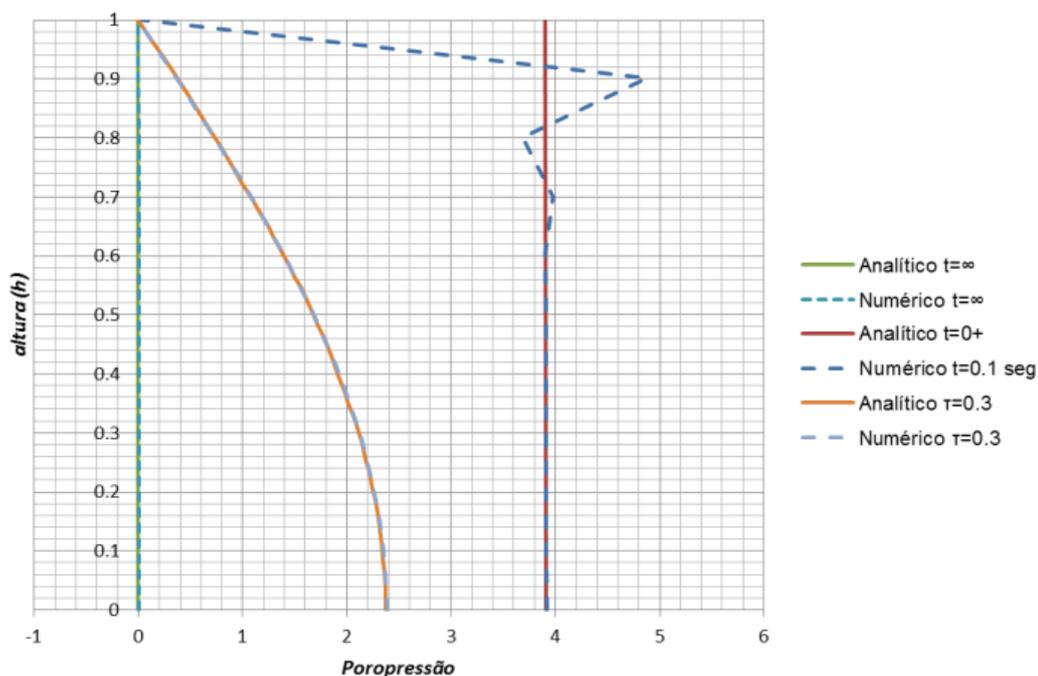


Figura 139 Variação da poropressão com a altura

Na Figura 140 apresenta-se a relação entre o recalque em diferentes tempos, tomando como referência o tempo característico τ . A comparação analítica e numérica mostram-se quase superpostos com um erro de 0%, sendo o deslocamento final de 0,1538 m para ambos casos.

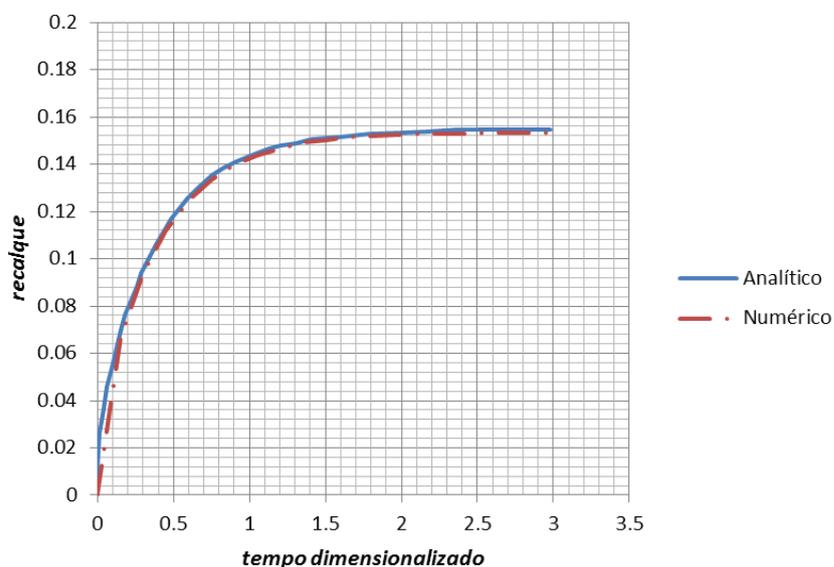


Figura 140 Relação do recalque na superfície com o tempo dimensionalizado τ

Na Figura 141 apresenta-se a relação de tensão vertical total em relação à profundidade, observando-se que resulta o valor constante de -3,9 MPa, para todos os casos, em todos os tempos.

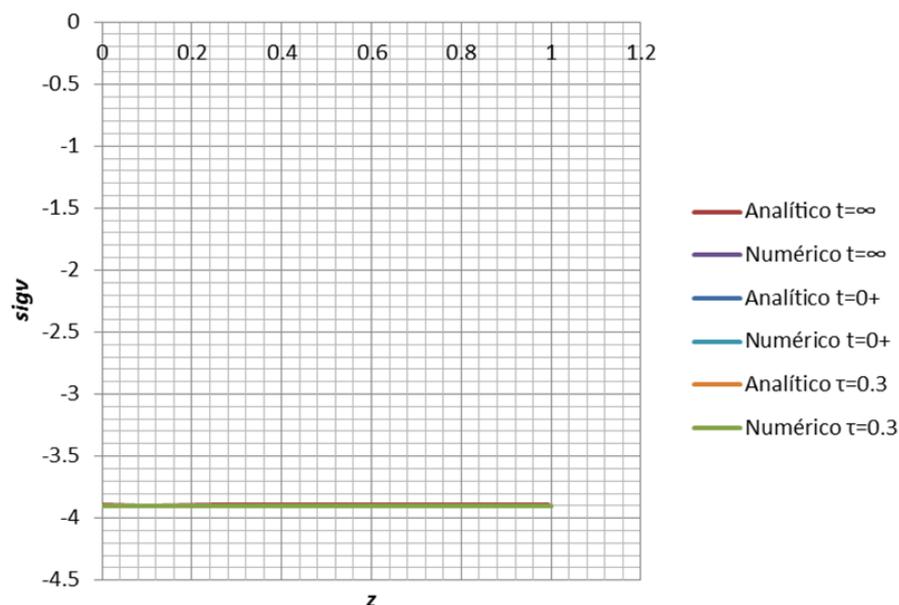


Figura 141 Relação da tensão vertical com respeito a profundidade

Na Figura 142 apresenta-se uma comparação entre os valores da tensão horizontal total em diferentes profundidades, note-se uma boa correlação entre os resultados numéricos e os resultados analíticos nos tempo infinito e quando $\tau = 1$. Para o caso de $t=0^+$, o resultado analítico é representado por uma reta horizontal enquanto para o caso numérico quando $t=0.01$ s, começa com uma reta horizontal até o valor da profundidade $z=0,7$, para logo aumentar até uma pressão de $-1,98$ MPa.

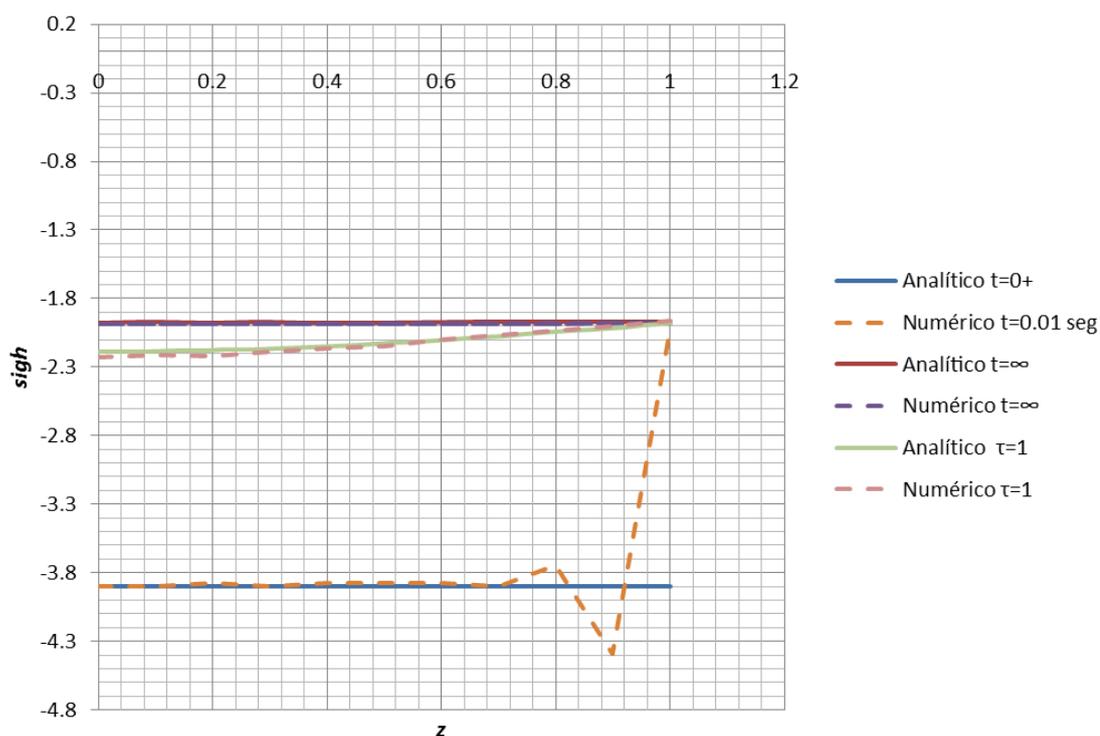


Figura 142 Relação da tensão vertical com respeito a profundidade