

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

Kamila Kniphoff Jandrey Holzmann

ARITMÉTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

Dois estudos com alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental

Porto Alegre

2020

KAMILA KNIPHOFF JANDREY HOLZMANN

ARITMÉTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

Dois estudos com alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof. Dra. Beatriz Vargas Dorneles

Linha de Pesquisa: Aprendizagem e Ensino

Porto Alegre

2020

KAMILA KNIPHOFF JANDREY HOLZMANN

ARITMÉTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

Dois estudos com alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof. Dra. Beatriz Vargas Dorneles

Profa. Dra. Beatriz Vargas Dorneles – Orientadora

Profa. Dra. Luciana Vellinho Corso – UFRGS

Profa. Dra. Rosane da Conceição Vargas – Externo

Profa. Dra. Jutta Cornelia Reuwsaat Justo – ULBRA

CIP - Catalogação na
Publicação

Holzmann, Kamila Kniphoff Jandrey
ARITMÉTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: Dois estudos
com alunos de 3° e 4° anos do Ensino Fundamental /
Kamila Kniphoff Jandrey Holzmann. -- 2020.
96 f.
Orientadora: Beatriz Vargas Dorneles.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de
Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, BR-RS, 2020.

1. Aritmética. 2. Resolução de Problemas. 3.
Educação Matemática. I. Dorneles, Beatriz Vargas,
orient. II. Título.

AGRADECIMENTOS

A minha estimada orientadora, Prof.^a Dr.^a Beatriz Dorneles, pelo privilégio de com ela aprender e pesquisar.

Ao querido grupo de pesquisa, por todos os momentos compartilhados.

A minha amada família, por entender cada ausência e incentivar cada vitória.

A todos que participaram da pesquisa ou nela acreditaram, meu muito obrigada.

RESUMO

A aritmética e a resolução de problemas matemáticos são temáticas recorrentes dentro do campo de pesquisa da educação matemática. A aritmética contempla relações entre quantidades e a realização de cálculos. Já a resolução de problemas implica leitura, compreensão do enunciado e da relação imposta entre as quantidades, e, por fim, a utilização de estratégias para chegar a um resultado, contemplando cálculos ou outras representações. Juntas, aritmética e resolução de problemas possuem grande relevância nos anos iniciais da escolarização, servindo de base para outros conhecimentos mais complexos que serão aprendidos. Nesse contexto, esta pesquisa investigou a relação entre as duas temáticas por meio de dois estudos complementares. A amostra de ambos é composta por 127 estudantes de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas de Porto Alegre, com idades entre 8 e 11 anos. O primeiro estudo, de cunho qualitativo, é uma comparação entre os erros cometidos em duas tarefas: a) de resolução de problemas e b) da transformação dos algoritmos implícitos nos enunciados, compondo a tarefa de aritmética. O segundo estudo, de natureza quantitativa, correlacionou os desempenhos dos estudantes, a partir do Subteste de Aritmética do Teste de Desempenho Escolar (TDE) e da tarefa de resolução de problemas, também utilizada no estudo 1. Os resultados de ambos os estudos se complementam e apontam a associação entre as duas áreas analisadas. Por meio da exploração e categorização dos erros, foi possível perceber categorias em comum, sugerindo que existem habilidades compartilhadas por ambas as áreas. Também se constatou que os estudantes tendem a ter melhor performance na aritmética e que existe um aumento de desempenho de acordo com o ano escolar ou tempo de escolaridade. Além disso, por meio do estudo de correlação - que assinalou correlação significativa e moderada entre as variáveis - verificou-se que estudantes que têm bom desempenho em aritmética também o têm na resolução de problemas, de modo que aqueles que possuem desempenho inferior em aritmética também apresentam desempenho inferior na resolução de problemas. Também foi visto que, na medida em que o desempenho em aritmética vai aumentando, o desempenho na resolução de problemas aumenta. Dessa forma, a pesquisa sugere que a aritmética e a resolução estão relacionadas e que possuem conhecimentos em comum.

Palavras-chave: Aritmética. Resolução de problemas. Erros matemáticos.

ABSTRACT

Arithmetic and mathematics problem solving are recurrent themes within the field of research in mathematics education. Arithmetic contemplates relations between quantities and calculations. Problem solving, on the other hand, involves reading, understanding a statement and the relation imposed between quantities, and, finally, using strategies to reach a result, including calculations or other representations. Together, arithmetic and problem solving have great relevance in the first grades of school, serving as a basis for other more complex knowledge that will be learned. In that context, this research investigated the relationship between the two themes through two complementary studies. The sample of both is composed of 127 students of 3rd and 4th grades of elementary school from two public schools in Porto Alegre, aged between 8 and 11 years old. The first study, of a qualitative nature, is a comparison between the mistakes made by the students in two tasks: a) mathematics problem solving and b) the transformation of the algorithms that are implicit in the statements of the problem solving task, composing the arithmetic task. The second study, of a quantitative nature, correlated the students' performances, from the Arithmetic Subtest of the School Performance Test (TDE) and the problem solving task, also used in the first study. The results of both complement and point to the association between the two areas analyzed. Through the exploration and categorization of errors, it was possible to perceive categories in common in both tasks, suggesting that there are skills shared by both areas. It was also found that students tend to perform better in arithmetic and that there is an increase of performance according to the school grade or schooling time. In addition, through the correlation study - which indicated significant and moderate correlation between the variables - it was found that students who have good performance in arithmetic also have it in problem solving, so that those who have worse performance in arithmetic also perform poorly in problem solving. It was also seen that as the performance in arithmetic increases the performance in problem solving also increases. Thus, this research suggests that arithmetic and problem solving are related and that they have knowledge in common.

Keywords: Arithmetic. Problem solving. Mathematical errors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Questões da tarefa de Resolução de Problemas (níveis fácil, médio e difícil, respectivamente)	45
Figura 2 – Exemplos de algoritmos da tarefa de Aritmética (implícitos na Figura 1)	46
Figura 3 – Exemplos de estratégias para resolver a questão 9 (Resolução de Problemas)	53
Figura 4 – Exemplo de diferenças nas resoluções entre as tarefas (questão 9 – RP)	54
Figura 5 – Exemplo de diferenças nas resoluções entre as tarefas (questão 4 – RP)	54
Figura 6 – Questões da tarefa de Resolução de Problemas (níveis fácil, médio e difícil, respectivamente)	75

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Quadro 1 – Exemplos de categorias	43
Tabela 1 – Caracterização da amostra.....	44
Tabela 2 – Erros de Aritmética	49
Tabela 3 – Erros de Resolução de Problemas	49
Tabela 4 – Categorização da amostra.....	76
Tabela 5 – Desempenho dos participantes em cada tarefa.....	76
Tabela 6 – Classificação dos grupos de desempenho.....	77

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Porcentagem de ocorrência dos erros aritméticos em cada ano escolar.....	50
Gráfico 2 – Porcentagem de ocorrência dos erros na resolução de problemas em cada ano escolar	51
Gráfico 3 – Porcentagem de erros nas categorias em comum - 3º ano	55
Gráfico 4 – Porcentagem de erros nas categorias em comum - 4º ano	56
Gráfico 5 – Associação entre os grupos de desempenho nas duas tarefas avaliadas	78

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	13
1 INTRODUÇÃO GERAL	15
1.1 ARITMÉTICA	16
1.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	20
1.3 O ERRO NA PESQUISA COGNITIVA	26
1.4 HIPÓTESES E OBJETIVO	30
1.5 MÉTODO.....	31
REFERÊNCIAS	31
2 COMPARAÇÃO ENTRE ERROS ARITMÉTICOS E ERROS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ALUNOS DE 3º E 4º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL	36
2.1 INTRODUÇÃO	36
2.2 MÉTODO.....	44
2.2.1 Participantes	44
2.2.2 Instrumentos	45
2.2.3 Análise	46
2.3 RESULTADOS.....	48
2.4 DISCUSSÃO.....	56
REFERÊNCIAS	59
3 RELAÇÃO ENTRE DESEMPENHO ARITMÉTICO E DESEMPENHO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ALUNOS DE 3º E 4º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL	63
3.1 INTRODUÇÃO	64
3.2 MÉTODO.....	74
3.2.1 Participantes	74
3.2.2 Instrumentos	74
3.2.3 Análise	75
3.3 RESULTADOS.....	76
3.4 DISCUSSÃO.....	78
REFERÊNCIAS	80
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
APÊNDICE A – TAREFA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	88
APÊNDICE B – TAREFA DE CÁLCULOS ARITMÉTICOS	90
ANEXO A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA SMED	91
ANEXO B – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DAS ESCOLAS	92

ANEXO C – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DOS PROFESSORES.....	94
ANEXO D – TCLE DOS RESPONSÁVEIS.....	95
ANEXO E – TERMO DE ASSENTIMENTO DOS ALUNOS	96

APRESENTAÇÃO

Esta pesquisa tem dois objetivos norteadores: a) comparar e analisar erros em cálculos aritméticos e erros na resolução de problemas e b) verificar se existe relação entre o desempenho de alunos de 3º e 4º anos em aritmética e resolução de problemas.

A escolha por essa temática deu-se a partir do “chão” da sala de aula e da reflexão motivada na universidade, através da combinação de ser pedagoga e professora de anos iniciais e de ser pesquisadora em um grupo que estuda a aprendizagem. Por vezes, incomodada com a distância entre teoria e prática, entre universidade e escola. O estudo em questão é motivador, antes de mais nada, do meu próprio fazer docente, e parte das inquietações que presencio em minha sala. Nesse sentido, a pesquisa mistura-se com a prática de quem escreve e é imbricada também por esta.

A aritmética, um dos temas centrais dessa pesquisa, é indicada como uma das bases da aprendizagem matemática, sendo necessária para o desenvolvimento de outros conhecimentos mais complexos, apresentados no decorrer da escolaridade. Na literatura, ela é relacionada a aspectos cognitivos (ligados à memória e à velocidade de processamento, por exemplo), procedimentais (em uma análise de erros ou estratégias), conceituais (quanto à compreensão da área) e sociais (no que tange a currículo, por exemplo).

A resolução de problemas – também assunto central deste trabalho - é parte importante da educação matemática e contempla habilidades de domínio geral (como leitura e compreensão leitora do enunciado), aspectos linguísticos próprios das relações matemáticas (como mais e menos, menor e maior, por exemplo), além dos cálculos mentais ou escritos que são exigidos, uma vez que todas as etapas anteriores tenham sido concluídas. Na literatura, é ligada a questões procedimentais (de estratégias e erros), didáticas (quanto ao ensino) e linguísticas (relacionadas a conceitos matemáticos ou próprias da leitura).

A pesquisa que deu origem a esta dissertação foi desenvolvida com alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental de duas escolas da rede pública municipal de Porto Alegre - Rio Grande do Sul. Os estudos apresentados no decorrer desta dissertação fazem parte de um projeto mais abrangente intitulado “Precursores do desempenho matemático nas séries iniciais” (inserido na Plataforma Brasil e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFRGS, sob o número 82570618.9.0000.5347), coordenado pela professora Beatriz Vargas Dorneles, e que possui como objetivo geral analisar as habilidades

cognitivas que são precursoras do desempenho matemático, estabelecendo como essas habilidades definem o desempenho e como estimulá-las para facilitar a aprendizagem.

Para atender o objetivo principal desta dissertação – que é compreender a relação entre aritmética e resolução de problemas a partir do desempenho de crianças de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental - foram realizados dois estudos complementares apresentados em formato de artigo. O trabalho organiza-se em quatro capítulos. O primeiro é de introdução e descreve o problema e as questões da pesquisa, além de identificar breve revisão da literatura. No segundo capítulo é apresentado o primeiro estudo da dissertação, intitulado “Comparação entre erros aritméticos e erros na resolução de problemas de alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental”, que categoriza e analisa os erros nas tarefas de aritmética e de resolução de problemas. No Capítulo 3 é descrito o segundo estudo, “Relação entre desempenho aritmético e desempenho na resolução de problemas de alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental”, que investiga a relação e associação entre as duas variáveis em questão. Esta dissertação é concluída no quarto capítulo, em que são apresentadas as conclusões gerais dos estudos.

1 INTRODUÇÃO GERAL

O número possui dois tipos de significados: representacional e analítico, como bem nos lembram Nunes e colaboradores (2016). O primeiro deles se refere à representação das quantidades e o segundo ao sistema numérico. É possível exemplificar esses dois significados, evidenciados no desempenho das crianças, ao pensar na relação entre resolução de problemas e aritmética. Os cálculos aritméticos expressam a exigência bruta da habilidade matemática, diferentemente do mundo real e com sentido que é oportunizado pela resolução de problemas.

Além disso, a aritmética e a resolução de problemas, juntamente com o raciocínio lógico, a memória de trabalho e o sistema de contagem, são habilidades fundamentais para a aprendizagem de conhecimentos mais complexos (DORNELES; LIMA; NOGUES, 2018). Assim sendo, se legitima analisar a forma como duas dessas habilidades poderiam se relacionar.

Pesquisas nacionais no âmbito da educação matemática se justificam pela relevância de uma maior compreensão acerca dos processos de ensino e de aprendizagem que permeiam a área, também considerando as avaliações nacionais e internacionais que ressaltam o alto índice de não-proficiência dos estudantes brasileiros no desempenho matemático. Dados de 2017 do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), presentes no portal do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), apontam que mais de 70% dos estudantes brasileiros concluem o Ensino Médio sem as noções básicas do conhecimento matemático, com destaque alarmante aos mais de 22% destes que se encontram no nível zero da avaliação (o mais baixo). Já as provas realizadas em 2015 pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) - cujo objetivo é apontar indicadores que contribuam para a educação de qualidade dos países participantes - identificaram que o desempenho dos estudantes brasileiros se encontra abaixo da média (OECD, 2015). Tal constatação é feita em todas as áreas avaliadas (ciências, leitura e matemática), mas a média da prova de matemática é que a mais apresenta disparidade quando comparada a de outros países (377 pontos, comparados à média de 399 dos países da América Latina que participam do PISA). É importante salientar que investimentos, salários de professores, incentivos à qualificação e situação socioeconômica da população apresentam diferenças significativas, mesmo neste grupo. Tais fatores contribuem para um resultado tão pouco eficiente nas avaliações internacionais (DORNELES, 2017).

Esses indicadores, somados à importância da pesquisa nacional, no âmbito da educação matemática, motivaram a realização desta dissertação.

A seguir, são descritos cada um dos assuntos a serem abordados no texto: aritmética, resolução de problemas e categorização de erros na pesquisa cognitiva. Essa retomada de literatura tem o objetivo de situar quais perspectivas teóricas servem de base para os estudos, além de identificar conceitos importantes que fazem parte desse conjunto.

1.1 ARITMÉTICA

“A Aritmética é o estudo e o uso das relações entre os números para chegar a conclusões” como enfatizam Nunes e colaboradores (2016, p. 04). Sua importância evidencia-se pelas exigências cotidianas da sociedade. Utilizamos as habilidades aritméticas em diferentes momentos do dia, desde o ato de ir a compras até dividir uma hora para realizar atividades.

Em uma outra concepção, a Aritmética é compreendida como ciência que analisa o comportamento dos números, como destacam Dorneles e Haase (2017) baseados em Guedj (1998). Para Guedj, a aritmética envolve muito mais do que aprender a calcular, abrangendo habilidades como, por exemplo, classificar números, criar padrões e analisar conjecturas.

Já a realização de cálculos é um dos objetivos do estudo da matemática e possui suas próprias características e relevância. É preciso cuidado para não criar oposição entre práticas e conhecimentos que, na verdade, se complementam (PANIZZA, 2006). Nesse sentido, Presmeg (2012) utiliza a dança como alegoria para destacar a importância da instrução e da construção. Considerar que ambas sejam dicotômicas é um equívoco que ignora a possibilidade de que sejam partes complementares no processo de aprendizagem (PRESMEG, 2012). De modo mais específico, também como uma dança, em que ambos os dançarinos têm papel fundamental, pode-se considerar o duo aritmética e resolução de problemas. Quando ambas interagem de forma harmônica, memorização e compreensão entrelaçam-se na dança.

É necessário recordar que a matemática possui uma ordem hierárquica de complexidade. Por isso, para a aprendizagem de cada conteúdo, são exigidos um ou mais conceitos que previamente foram desenvolvidos. Dessa forma, quando os conhecimentos de base não estão bem estabelecidos, a criança terá dificuldade de dominar conhecimentos

mais complexos, aumentando cada vez mais a defasagem na aprendizagem da área como um todo (CORSO; ASSIS, 2018).

Também é importante compreender que números e quantidades são coisas distintas, como afirmam Nunes e colaboradores (2016). Pode-se dizer, por exemplo, que Vinícius é mais alto que Nicolás, que é mais alto que Larissa. Quem é o mais baixo do grupo? Ou, ainda, consegue-se falar que Yasmin nasceu depois de Nicoli, mas antes de Eduarda. Qual delas é a mais velha? E assim por diante. Também seria possível quantificar relações entre quantidades usando números sem explicitá-los: Diego tem 7 livros a mais que Gabriela e ela tem 2 livros a mais que Jéssica. Então é possível afirmar que Diego tem 9 livros a mais que Jéssica, mesmo sem saber quantos livros cada um deles tem ao total.

Esses exemplos mostram que a quantidade pode ser analisada sem estar atrelada ao número. O número, por sua vez, é a representação da quantidade. Compreender as relações existentes entre as quantidades é fundamental para entender o sistema numérico e as operações aritméticas (NUNES *et al.*, 2016). Nunes e colaboradores (2005) já apresentavam as relações lógicas que existem entre as quantidades e que são essenciais para o entendimento das operações básicas (adição, subtração, divisão e multiplicação). No caso da adição, a composição aditiva (qualquer número pode ser decomposto ou representar a soma de dois outros elementos) e a relação inversa entre operações matemáticas são exemplos de tais relações lógicas.

Além disso, a criança utiliza procedimentos de contagem que poderão influenciar seu desempenho aritmético e que mostram o caminho que ela está trilhando no que tange a sua capacidade de representação (NUNES; BRYANT, 1997). Dentre as possibilidades de procedimentos constam: contar todos, quando a criança conta todos os elementos do conjunto a ser quantificado; contar a partir de, quando começa por uma das parcelas; contar a partir da parcela maior, quando já inicia pelo valor maior; e utilizar estratégias apoiadas na memória, referentes ao armazenamento ou decomposição de fatos. Cada uma dessas estratégias acarretará economia e fluência que poderão ser relacionadas ao desempenho final de cada criança (GEARY, 2005).

É possível perceber que a resolução das operações matemáticas não é uma tarefa simples para as crianças, nem para alguns adultos. Antes das habilidades exigidas pelo algoritmo, perpassam outras mais que se referem a compreensões básicas sobre as quantidades e a contagem. A seguir, serão apresentados alguns estudos que indicam a importância de algumas habilidades para o desempenho na aritmética. Essa retomada

literária contempla aspectos didáticos ligados à aritmética, contextualizando, de maneira breve e geral, achados da área.

Dorneles C. e Dorneles B. (2015) indicam a importância da compreensão da relação inversa entre as operações. A pesquisa-intervenção, realizada no Rio Grande do Sul, com 24 adultos do Ensino Fundamental, explorou a relação inversa entre adição e subtração por meio de três avaliações (pré-teste, pós-teste após a última sessão e pós-teste tardio). Seus resultados indicam que, assim como as crianças, os adultos tiveram mais dificuldade com as questões que possuíam o início desconhecido, que impossibilitavam uma relação inversa imediata entre adição e subtração. Tais resultados evidenciam que, apesar das vivências cotidianas, os adultos podem apresentar lacunas relacionadas às operações básicas da aritmética (DORNELES, C.; DORNELES, B., 2015). Nesse sentido, reafirma-se a importância de estudos que observem, desde os primeiros anos da escolarização, as dificuldades e características da aprendizagem aritmética, na tentativa de dirimir lacunas que podem acompanhar os sujeitos durante grande parte da vida.

Já sobre a temática das estratégias de cálculo, Núñez-Peña, Gracia-Bafalluy e Tubau (2011) afirmam que a seleção de estratégias está ligada à magnitude dos numerais e ao nível da habilidade aritmética do aluno. Através de um estudo que examinou a atividade elétrica cerebral dos participantes, divididos entre as categorias de baixa e alta habilidade matemática, os pesquisadores verificaram que a magnitude dos numerais envolvidos nos problemas parece influenciar no uso da recuperação de fatos ou de procedimentos para realização dos cálculos. A pesquisa também indicou que a habilidade aritmética alta está vinculada a procedimentos, enquanto a baixa está relacionada à recuperação de fatos. Para tanto, foram medidos o tempo de resposta, a taxa de erros e a atividade cerebral de 37 sujeitos. Os participantes tiveram que decidir se os resultados indicados eram verdadeiros ou não para uma série de adições pequenas (com números entre 2 e 5), médias (entre 6 e 9) e grandes (multidígitos). No que tange à magnitude dos numerais, o estudo sugere que numerais maiores implicam mais tempo para sua resolução, também acarretando um número mais elevado de erros (NÚÑEZ-PEÑA; GRACIA-BAFALLUY; TUBAU, 2011).

Estudillo e colaboradores (2015) também enfatizam que as subtrações pequenas (consideradas até o número 10 no estudo destes autores) podem ser recuperadas rapidamente pela memória, evidenciando que o tamanho dos numerais tem efeito sobre o desempenho aritmético. A pesquisa contou com a participação de 62 estudantes de psicologia, na Espanha, com idades entre 21 e 43 anos, e teve como objetivo principal

averiguar se as subtrações são armazenadas na memória e se são moduladas de acordo com o tamanho dos numerais. Os participantes foram colocados frente a monitores para que rapidamente respondessem se as subtrações e adições apresentadas possuíam ou não seus resultados corretos. Percebeu-se que os participantes levaram mais tempo para rejeitar as adições que tinham resultado correspondente às subtrações dos mesmos dígitos (por exemplo $7+5=2$) em comparação às que não apresentavam correspondência de resultados (por exemplo $7+5=3$). Essa constatação sugere que a representação da subtração é ativada pela memória ($7-5=2$). Também foi verificada a ocorrência de modulação pela magnitude dos numerais, já que tal fato não se repetiu com numerais maiores (por exemplo $17+8=9$). Tais achados indicam que o uso da memória ou de procedimentos não está vinculado ao tipo de operação envolvida, mas à experiência vivida anteriormente com esses problemas. Os fatos aritméticos com numerais inferiores a dez são mais comuns na vida diária e, por isso, são rapidamente evocados pela memória, através de um acesso automatizado. Já os numerais maiores são exigidos com menos frequência no cotidiano, por isso impedem a busca automatizada à memória e evitam, conseqüentemente, que a operação envolvida seja ignorada. Nesse caso, o sujeito é obrigado a buscar procedimentos para resolver os cálculos propostos (ESTUDILLO *et al.*, 2015).

Ainda com relação aos aspectos presentes na aprendizagem da aritmética, Trindade (2009) averiguou a possível relação entre as dificuldades de aprendizagem em leitura e aritmética, partindo do pressuposto de que a matemática e o código escrito têm competências comuns. A pesquisa de intervenção foi realizada com a participação de 54 alunos de 2º e 4º anos, em Portugal. Com a hipótese inicial de que uma intervenção na área da leitura resultaria em melhoras também na aritmética e vice-versa, o estudo procurou aferir se uma intervenção relacionada à decodificação facilitaria o desempenho nas operações matemáticas e se uma proposta com ênfase na compreensão leitora influenciaria o desempenho na resolução de problemas. Para isso, o estudo seguiu as seguintes etapas: pré-teste de leitura (referente à decodificação e compreensão), pré-teste de operações matemáticas (adição e subtração para o 2º ano; multiplicação e divisão para o 3º), teste de inteligência fluida, composição de grupos experimentais e grupo controle, sessões de intervenção, pós-teste e teste da memória de dígitos. O pós-teste do estudo identificou uma grande melhora no desempenho da realização das operações matemáticas, em ambos os anos analisados, ainda que estatisticamente não tenha sido significativa na comparação entre os grupos. Os resultados apresentados indicam que essa

performance é ainda mais elevada no grupo de treino das operações, evidenciando a eficácia da intervenção proposta. Essa mesma tendência foi comprovada por todas as outras variáveis e grupos de intervenção observados no estudo. Tal constatação pode indicar relação entre leitura e aritmética, como é sugerido pela autora, além de reforçar o potencial existente entre as intervenções para ambas as áreas (TRINDADE, 2009). Ao considerar que a leitura e a aritmética têm aspectos relacionados, é possível mais uma vez justificar a possibilidade de que a resolução de problemas também possua conexão com a aritmética, uma vez que a resolução de problemas matemáticos depende da leitura e de sua compreensão.

A partir dos estudos destacados, podemos pensar na relevância de pesquisar acerca do desempenho aritmético dos estudantes brasileiros e relacioná-lo à resolução de problemas. Tal análise pode repercutir implicações pedagógicas que atrelem práticas e perspectivas, por vezes tidas como antagônicas, que, na verdade, possuem caráter complementar.

1.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

De maneira geral, o problema introduz uma situação desafio sem solução aparente (ITACARAMBI, 2010). É uma forma potente de promover a busca por conhecimentos anteriores e a reflexão para optar pelo que é pertinente para chegar a um resultado (MORENO, 2006). Os problemas são apresentados por meio de situações-problema que direcionam para o questionamento, a pesquisa e a escolha e inserção das operações matemáticas. Além disso, essas situações são capazes de estabelecer relação com o contexto social dos sujeitos envolvidos, dando sentido a sua execução (ITACARAMBI, 2010).

Nunes e Bryant (1997) descrevem tipos de situações que podem motivar a compreensão infantil acerca das relações entre quantidades e operações. Elas podem ser categorizadas entre situações de raciocínio aditivo (que se referem à adição e subtração) e situações de raciocínio multiplicativo (envolvendo multiplicação e divisão). Dentro do campo aditivo, os autores contemplam: composição de quantidades, em que é necessário juntar ou retirar quantidades; transformação, em que a quantidade sofre uma mudança através das operações de soma ou subtração; e comparação, com a utilização dos termos “mais” e “menos” para contrapor quantidades. Quanto ao campo do raciocínio multiplicativo, constam: relação direta entre as quantidades, através das operações de

divisão ou multiplicação; relação inversa entre as quantidades; situações de produto de medidas, em que duas quantidades formam uma terceira; e situações de proporcionalidade, em que determinada quantidade é proporcional a uma outra (NUNES; BRYANT, 1997).

Para resolver situações-problema, é importante ter claros os passos a seguir, desde a compreensão do problema até a estruturação do raciocínio e a escolha das operações necessárias para solucioná-lo. Nesse sentido, Polya (2006) apresenta um roteiro dos caminhos necessários para resolver um problema. Inicialmente, busca-se compreender o problema, observando a incógnita e os dados indicados. No segundo momento, estipula-se um plano, estabelecendo conexão entre os dados e a incógnita e relembrando problemas semelhantes já resolvidos. A execução do plano configura-se como terceiro momento. E, por fim, o quarto passo seria a retrospectiva verificação e confirmação do plano utilizado.

Acerca do assunto, Panizza (2006) questiona a forma como os problemas são utilizados pelos professores, podendo reduzi-los ao mesmo fazer mecânico dos tradicionais cálculos matemáticos. Quando o problema já apresenta o tipo de operação que se faz necessária ou quando a professora responde ou induz nesse mesmo aspecto, o problema perde sua finalidade e é reduzido a um simples cálculo aritmético.

A seguir, serão apresentados estudos que ajudam a pensar acerca da resolução de problemas matemáticos e dos aspectos a ela ligados, também estabelecendo conexões com esta dissertação.

Correa e Oliveira (2011) examinaram a relação entre a escrita e a resolução de problemas envolvendo a noção de combinatória (produto cartesiano, combinação, arranjo e permutação). Os autores definem que a análise combinatória contempla a contagem de agrupamentos concebidos em determinadas condições. O objetivo do estudo foi observar a dificuldade dos problemas e a importância que a descrição dos valores das variáveis acarretaria às resoluções dos participantes. Para tanto, 279 alunos brasileiros (de 5º a 9º ano do Ensino Fundamental) resolveram cinco problemas diferentes que envolviam o raciocínio combinatório. Os problemas foram apresentados de duas maneiras: 1) com a descrição dos valores das variáveis na narrativa do problema; e 2) com o enunciado tradicional que indica apenas o número de valores das variáveis. A partir de tais propostas, constatou-se que os alunos têm mais sucesso quando os enunciados descrevem os valores das variáveis no caso dos problemas de combinação e arranjo. Já nas situações mais fáceis, com produtos de medida, ou mais difíceis, com permutação, os enunciados não

influenciaram os desempenhos. Tais achados indicam que a escrita dos enunciados pode ser uma estratégia pedagógica no que tange ao ensino de problemas envolvendo combinação e arranjo (CORREA; OLIVEIRA, 2011). Além disso, pode-se destacar a relação entre a apresentação do problema e a dificuldade a ele vinculada. Esse é um aspecto importante a ser considerado na tarefa utilizada nesta pesquisa para mensurar o desempenho na resolução de problemas. Nesse sentido, os enunciados e a forma como estão apresentados podem ser um dos fatores que ajudam a explicar os resultados do estudo, apresentados posteriormente.

Também identificando aspectos relacionados à apresentação das informações e ao desempenho dos estudantes, Orrantia e colaboradores (2015) estudaram os efeitos de usar dígitos arábicos (João tinha 13 maçãs e vendeu 5) e palavras que expressem esses dígitos (João tinha treze maçãs e vendeu cinco) nos enunciados dos problemas matemáticos. O objetivo dos pesquisadores era observar de que maneira o formato de apresentação dos problemas pode alterar o desempenho de dois grupos distintos, com alta e baixa fluência aritmética. Para isso, 67 estudantes da Universidade de Salamanca, com idade média de 22,3 anos, realizaram um teste que aferiu o nível de fluência de cada participante. Com o intuito de maximizar a heterogeneidade dos dois grupos, em relação às suas fluências aritméticas, aqueles com resultados próximos da classificação mediana foram eliminados do estudo. A partir da análise do tempo utilizado para resolução e da porcentagem de erros nas questões, foi possível constatar que o uso de dígitos arábicos favorece um melhor desempenho, principalmente nas questões de subtração. Além disso, em comparação, o grupo de baixa fluência aritmética teve maior impacto da apresentação dos enunciados. De acordo com os autores, uma hipótese que pode explicar esses resultados diz respeito às áreas de processamento das informações, que no caso dos dígitos e das palavras, seriam localizadas em lugares diferentes. Isso também implicaria dizer que a área das magnitudes numéricas é mais eficiente com dígitos arábicos do que com palavras que representem números (ORRANTIA *et al.*, 2015). Essa é outra questão a ser ponderada, uma vez que a tarefa de resolução de problemas utilizada nesta pesquisa utiliza a apresentação das quantidades por meio de dígitos arábicos, constatada como fator que favorece um melhor desempenho no estudo mencionado.

Também acerca dos enunciados, mas com o intuito de entender a construção da operação de subtração, Justo (2004) investigou as situações que apresentam mais dificuldades para as crianças: situação aditiva de transformação com início desconhecido, situação aditiva com transformação desconhecida, situação de composição parte-todo e

situação de composição parte-todo com uma das partes desconhecida. Para compreender de que maneira as crianças utilizavam seus esquemas (com base em Vergnaud e Piaget), a pesquisadora aplicou problemas matemáticos através de entrevistas individuais com os participantes, para que explicassem seu pensamento ao resolver cada situação proposta. No total, participaram 22 alunos, sendo 9 de uma turma de 2ª série e 13 da 3ª série do Ensino Fundamental, no Rio Grande do Sul. A partir do estudo citado, Justo encontrou uma relativa variedade de estratégias das crianças para chegarem ao resultado das adições e subtrações. Evidenciou-se que as crianças, por vezes, são induzidas a escolher as operações por termos constantes no enunciado, como “ganhar” ou “menos”, por exemplo. A autora justifica tal fato pela ausência de relação entre os conceitos e seus significados. Os participantes também tiveram insegurança ao optar entre adição e subtração para resolver as questões. Para a autora, isso demonstra a complexidade da relação entre as duas operações e seus conceitos. Dessa forma, a dúvida entre qual operação utilizar faz parte do raciocínio que move o processo de construção conceitual. Como repercussão pedagógica, o estudo ainda destaca que, para que a criança compreenda a subtração como inversa à adição, é necessário trabalhá-las em conjunto, como parte de um mesmo processo de ensino e aprendizagem (JUSTO, 2004). Esse aspecto também poderá ser identificado nesta pesquisa, já que um dos problemas estabelece relação entre quantidades utilizando o termo “a mais”. Dessa forma, conversando com Justo (2004), a presente dissertação tem o potencial de apontar indícios de como os participantes compreendem a linguagem matemática, atrelando-a ou não aos conceitos nela implícitos.

Além das dificuldades próprias da resolução de problemas, é importante destacar as estratégias que são utilizadas pelos estudantes. Um estudo chileno de 2017 ajuda a pensar sobre esse aspecto. A pesquisa focou-se em 18 estudantes, entre 12 e 14 anos, considerados talentosos por uma normativa do Ministério da Educação do Chile. Os problemas envolveram o conjunto dos Naturais com números consecutivos que se distribuem segundo uma ou mais condições dadas. A partir da análise e categorização das resoluções, as estratégias que se destacaram foram as de ensaio e erro, de busca de regularidades e do uso de listas. Os resultados apontam que tais estratégias estão ao alcance dos estudantes dessa idade em geral, mas o que se diferencia em relação aos ditos talentosos é a forma como as estratégias são empregadas, sistematizando a informação na medida em que se operam os recursos. Portanto, é o uso do pensamento matemático que suscita melhor desempenho na resolução de problemas (RODRIGUEZ *et al.*, 2017).

Já com ênfase no nível de complexidade e nos procedimentos adotados, Magina, Spinillo e Melo (2018) analisaram a resolução de problemas de produto cartesiano diretos e inversos. Os diretos se caracterizam pelo uso da multiplicação para sua execução, enquanto os inversos exigem a utilização da divisão. A pesquisa brasileira contou com 269 alunos, entre 3º e 5º ano do Ensino Fundamental, e - como já era apontado pela literatura – identificou que os problemas inversos são mais difíceis para as crianças. Essa dificuldade se explica pelo fato de que as relações de um-para-muitos são mais implícitas nos problemas inversos do que nos diretos. Tal constatação só foi possível porque o estudo investigou também as estratégias que as crianças usaram em cada tipo de problema. Ainda sobre as estratégias, se tratando dos problemas diretos, é possível perceber uma linha hierárquica de compreensão entre as quatro categorias encontradas. Através dos dados, evidenciou-se que existe uma progressão no processo de resolução de problemas de produto cartesiano diretos, mas isso não ocorre nos inversos. Nos inversos, essa ruptura de progressão parece significar um comportamento do tipo tudo-ou-nada, visto que as crianças passam da ausência de solução combinatória para seu uso adequado, sem uma aparente gradação de pensamento. Essas evidências sugerem que o ensino introdutório da combinatória deve ser iniciado através dos problemas diretos, para que os inversos sejam colocados em perspectiva (MAGINA; SPINILLO; MELO, 2018).

Dessa forma, através dos estudos de Rodriguez *et al.* (2017) e de Magina, Spinillo e Melo (2018), mostra-se que o estudo das estratégias é relevante para compreender melhor o desempenho dos alunos, identificando aspectos presentes no raciocínio e na construção dos caminhos que levam às resoluções. Essa análise tem o potencial de enriquecer dados quantitativos, fornecendo indícios que expliquem os resultados ou tragam hipóteses sobre os achados.

Ademais, além dos aspectos relacionados ao ensino e às estratégias, não se pode ignorar as questões linguísticas e de compreensão leitora que envolvem a resolução de problemas proposta por meio de enunciados. Talvez, em algumas situações, a criança tenha domínio dos conhecimentos matemáticos exigidos, mas não consiga perceber de que maneira os utilizar. Haghverdi, Semnani e Seifi (2012) realizaram um estudo, com 89 alunos da sétima série de uma escola iraniana, cujo objetivo era examinar a relação entre diferentes tipos de erros e os conhecimentos exigidos para resolver problemas. Foram avaliadas álgebra, aritmética e geometria, através de um teste matemático com seis questões e entrevistas dirigidas. A pesquisa evidenciou que, tratando-se do conhecimento aritmético, a maior defasagem dos participantes está interligada a lacunas nos

conhecimentos semântico, estrutural, linguístico e comunicativo. Já com relação ao conhecimento algébrico, as lacunas estão relacionadas às operações matemáticas (HAGHVERDI; SEMNANI; SEIFI, 2012).

Ainda nesse sentido, em outro estudo, com o objetivo de analisar as produções escritas de um problema matemático da Prova de Questões Abertas de Matemática da Avaliação do Rendimento Escolar do Estado do Paraná (AVA/2002), Dalto e Buriasco (2009) investigaram 97 resoluções, entre 8ª série do Ensino Fundamental à 3ª série do Ensino Médio. A partir da correção e de agrupamentos para análise, os autores destacaram que: a) as estratégias não diferem de uma série para outra; b) o desempenho dos alunos da 3ª série do Ensino Médio foi melhor do que da 8ª série do Ensino Fundamental; c) a maioria dos participantes utilizou operações aritméticas para resolução da questão. Além disso, o estudo indica que o baixo desempenho dos alunos está mais atrelado à dificuldade de compreensão leitora do que relacionado ao conteúdo matemático (DALTO; BURIASCO, 2009).

As duas últimas pesquisas mencionadas fornecem contribuições necessárias para o estudo da resolução de problemas matemáticos. É importante considerar a relação com a leitura e com a compreensão leitora, para analisar a performance dos participantes. Nesse sentido, o ano escolar da amostra ganha ainda mais relevância. No caso desta dissertação, que tem em sua amostra alunos de 3º anos, esse é um destaque a ser feito. Até então, o Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e o Plano Nacional de Educação (PNE) previam que o 3º ano seria o término do ciclo de alfabetização, habilitando o sujeito para uma vida letrada. Com a chegada da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), essa conclusão foi antecipada para o 2º ano. De qualquer forma, essa transição ainda não mudou o fato de que os alunos de 3º nem sempre dominam bem a leitura e sua compreensão. Dessa forma, os resultados da resolução de problemas só podem ser pensados a partir desse contexto e de suas peculiaridades.

De forma geral, tais estudos ajudam a identificar algumas dimensões presentes na resolução de problemas e suas possibilidades didáticas no ambiente escolar. Esta pesquisa percebe o potencial existente em uma análise que estabeleça relação entre o desempenho na aritmética e na resolução de problemas, considerando mais detalhes que possam contribuir ao campo de pesquisas na área, para, também, complementar e elucidar maneiras de se pensar o ensino e aprendizagem da resolução de problemas.

1.3 O ERRO NA PESQUISA COGNITIVA

A análise de erros no campo da educação matemática pode ser observada de duas perspectivas: como forma de avaliação da aprendizagem e como estratégia didática (SPINILLO *et al.*, 2016). A primeira modalidade de análise se dedica aos instrumentos utilizados para avaliar e aos níveis e categorias por eles produzidos. Já o segundo grupo de pesquisa observa as principais dificuldades evidenciadas pelos sujeitos em tarefas matemáticas (SPINILLO *et al.*, 2016). Nesse sentido, é importante destacar que este estudo, desenvolvido numa perspectiva cognitiva, se aproxima da segunda forma de análise dos erros, uma vez que observa e categoriza os erros com o objetivo de entender o pensamento matemático no processo de aprendizagem.

Em um estudo de revisão, Spinillo e colaboradores (2014) descrevem a concepção cognitiva como aquela que percebe o erro como forma de conhecer o raciocínio da criança. Dessa forma, o erro está atrelado aos mecanismos de aquisição do conhecimento e revela a organização do pensamento de seu autor. O erro torna-se, então, além de inevitável, necessário. Importante salientar que os erros não são todos iguais e que apresentam diferentes níveis de raciocínio (alguns mais elementares, outros mais sofisticados). Observar e compreender a ocorrência desses erros pode ajudar o professor a intervir e auxiliar seus alunos a progredirem na aprendizagem. Os autores citados ainda destacam a possibilidade de teorização acerca do erro na sala de aula, diferentemente da tentativa comum de correção e supressão. Para tanto, o professor pode questionar quais caminhos foram feitos pelos alunos para chegar a seus resultados, explicitando o pensamento e refletindo sobre ele. Dessa forma, o aluno conheceria o próprio raciocínio e teria a oportunidade de interpretá-lo e modificá-lo, em um processo de metacognição (SPINILLO *et al.*, 2014). A metacognição, compreendida nesse estudo pela perspectiva de Flavell (1987), se refere à capacidade de conhecer e regular os próprios saberes, estando relacionada à análise dos próprios erros nesse processo.

Também acerca do erro e da metacognição, Sperafico (2013) identificou a relação entre as competências cognitivas, o uso de estratégias metacognitivas e a compreensão do erro. Com uma amostra de 38 alunos de 8º ano do Ensino Fundamental, foram utilizados como instrumentos o *Whimbey Analytical Skills Inventory* (WASI) e a Escala de Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas (E-EMRP), além de observações e entrevistas clínicas. Os resultados indicaram correlação significativa entre o WASI e a E-EMRP, demonstrando que a competência cognitiva, o desempenho na

resolução de problemas e a compreensão acerca do erro estão relacionados. Tal estudo brasileiro também identificou uma diferença significativa entre os desempenhos dos estudantes com alto e baixo nível de competência cognitiva com relação às variáveis analisadas, indicando que estudantes com melhor desempenho têm melhor compreensão acerca dos próprios erros e os cometem em menor número (SPERAFICO, 2013). Sendo assim, pesquisas que identifiquem aspectos relacionados aos erros, tanto na aritmética quanto na resolução de problemas, podem ajudar os professores a compreender melhor o raciocínio de seus alunos e incentivar, desde a sala de aula, um trabalho que considere tais aspectos.

Numa abordagem diferente, Puerto, Minnaard e Seminara (2006) enfatizam o potencial de análise presente na observação e compreensão dos erros na área matemática. As autoras destacam a relevância da classificação e categorização dos erros matemáticos, observando a regularidade de padrões e de aparições, visto que, por meio de uma investigação rigorosa, é possível avaliar e diagnosticar aspectos cognitivos e carências dos estudantes que não são visíveis diretamente. Com o objetivo de identificar os erros algébricos mais cometidos por alunos dos últimos anos dos níveis médio e terciário e por aqueles que ingressam no Ensino Superior, na Argentina, Puerto e colaboradoras (2006) analisaram as provas, com questões de múltipla escolha e uma questão aberta, de 130 participantes. As respostas foram classificadas de acordo com Radatz (1979):

- a) Erros resultantes de dificuldade de linguagem: se mostram no uso de conceitos que envolvam vocabulário matemático;
- b) Erros resultantes da dificuldade de obter informação espacial: se evidenciam em situações que contenham representações espaciais ou problemas geométricos;
- c) Erros resultantes de uma aprendizagem prévia deficiente em conceitos e habilidades: são característicos das lacunas de conhecimento sobre a realização de algoritmos, fatos básicos, procedimentos, símbolos e conceitos matemáticos;
- d) Erros resultantes de associações incorretas ou da rigidez do pensamento: motivados pela falta de flexibilidade do pensamento para adaptar-se a novas situações, compreendendo também erros de associação, de interferência e de assimilação;

- e) Erros resultantes da aplicação de regras e estratégias irrelevantes: devidos ao uso de regras ou estratégias iguais para situações distintas que envolvam diferentes conteúdos.

A partir de tal análise, os resultados identificaram erros distintos em cada etapa de ensino que foi analisada, indicando a possibilidade de uma ordem de erros relacionada ao ano escolar (PUERTO; MINNAARD; SEMINARA, 2006). Esses resultados reafirmam que os erros podem representar diferentes momentos da aprendizagem de um conhecimento, além da possibilidade de serem considerados a partir da escolarização.

Em uma análise de erros, categorias com maior incidência conseguem evidenciar onde as crianças têm maior dificuldade de compreensão ou execução. Essa dificuldade pode ser mensurada pela incidência de ocorrência nas tarefas. Além disso, as categorias são capazes de indicar uma progressão do pensamento matemático, como já referido em outro estudo (MAGINA; SPINILLO; MELO, 2018).

Ainda com ênfase na classificação, Radatz (1980) alerta que os erros não são acidentes ou falhas que resultam da ignorância ou falta de conhecimentos matemáticos. Os erros podem ser: provenientes de uma causa, sistemáticos, persistentes (quando não há intervenção), passíveis de análise e descrição e derivados das experiências do aluno durante o processo de aprendizagem (RADATZ, 1980). Dessa forma, os erros fornecem informações que vão além do resultado do processo de ensino e aprendizagem, eles podem funcionar como uma radiografia para compreender esse processo e modificá-lo em seu desenvolvimento, quando necessário (PUERTO; MINNAARD; SEMINARA, 2006).

Um bom exemplo de estudo recente que propõe a classificação de erros é observado na pesquisa de Krinzinger (2019). Com o foco na comorbidade entre o transtorno do déficit de atenção com hiperatividade (TDAH) e a discalculia, a autora pesquisou as diferenças existentes nos erros entre 51 crianças e jovens que foram testados no *Basis-Math 4-8*, entre 2011 e 2015, para discalculia pelo departamento de psiquiatria infantil do *RWTH Aachen University Hospital*, na Alemanha. Os erros foram distribuídos dentro das seguintes categorias:

- a) Erros procedimentais (somar no lugar de subtrair, por exemplo);
- b) Não identificáveis (erros que não se encaixaram em nenhuma das categorias elencadas);
- c) Compreensão decimal (proveniente da incompreensão do sistema decimal);

- d) Generalização incorreta (extrapolação de estratégias para situações distintas);
- e) Contagem incorreta;
- f) Procedimentos complexos (mais do que um erro procedimental, ainda que diferente dos erros de contagem e troca combinados);
- g) Zero como resultado de subtração;
- h) Erros com 5 para mais ou para menos (devidos à falha em manter o controle da contagem utilizando as mãos);
- i) “Não sei” (ausência de tentativa do participante);
- j) Erros consecutivos (sequência de erros em cascata, motivada pelo erro inicial);
- k) Erros de tabela (exclusivos da divisão e multiplicação);
- l) Erros de troca (+/- 10, 100 ou 1000);
- m) Contagem e troca combinados (+/- 9, 11, 90, 110, 900, 1100);
- n) Subtrair o menor do maior ($88-59 = 31$);
- o) Resultado maior que o minuendo.

Através da comparação entre os dois grupos analisados, o estudo destacou não terem sido encontradas diferenças significativas para nenhuma distribuição do tipo de erro de cálculo entre crianças sem TDAH ($n = 20$), com TDAH não medicado ($n = 22$) e com TDAH medicado ($n = 9$). Os resultados identificaram que o grupo com possível dificuldade na leitura e na matemática (DLM) primária não diferiu do grupo com DLM secundária (devido a TDAH ou distúrbios psiquiátricos) em uma variedade de erros (por exemplo, erros de negociação) e em erros de tabuada. O estudo afirma que qualquer um pode estar propenso a esses tipos de erro, principalmente em situações cansativas, que também são conhecidas por diminuir a atenção e a memória de trabalho. Por outro lado, existem tipos de erro que só podem ser explicados pela compreensão conceitual incorreta dos procedimentos de cálculo ou por equívocos relacionados ao sistema decimal e estes são significativamente mais frequentes nos desempenhos de crianças com DLM primário (KRINZINGER, 2019).

Também com relação à classificação dos erros, Spinillo e colaboradores (2016) apontam que os professores são, em sua maioria, capazes de identificar os diferentes aspectos e naturezas presentes em cada tipo de erro. O estudo brasileiro, realizado com 12 professores, solicitou que os docentes identificassem erros de natureza procedimental, linguística e conceitual e concluiu que o tipo de problema influencia mais do que a

formação e a experiência dos professores no momento de interpretação dos erros (SPINILLO *et al.*, 2016). Novos estudos nesse sentido possuem o potencial de aperfeiçoar as habilidades de leitura de erros que os professores já possuem, indicando a organização mental de seus alunos.

Ainda nessa temática, uma revisão sistemática (GRIS; PALOMBARINI; CARMO, 2019) aponta que as pesquisas acerca do assunto têm falhado em apresentar com clareza informações essenciais sobre participantes e suas peculiaridades, além da especificação dos instrumentos e procedimentos adotados nas pesquisas. Essa ausência impede a replicação e comparação de resultados de diferentes estudos. Ainda se tratando da revisão citada, foi apontada a tendência de que pesquisas que analisem os erros se limitem a apresentar a produção de erros, sem análise aprofundada que discuta as implicações educacionais de seus resultados (GRIS; PALOMBARINI; CARMO, 2019).

Nesse cenário, ressalta-se a necessidade de um trabalho que contemple todos os aspectos contextuais que fazem parte do estudo, contribuindo e ampliando o tema de maneira consistente e qualitativa. Considerando a discussão realizada até o momento, fica nítido o potencial existente em utilizar os erros na pesquisa matemática como objeto de análise, visto que são um caminho para compreender com mais clareza o pensamento matemático, um dos objetivos amplos que guiam esta dissertação. O estudo realizado sobre erros, abordado posteriormente, pode contribuir ao âmbito educacional, evidenciando possibilidades de análise para os professores dos anos iniciais.

1.4 HIPÓTESES E OBJETIVO

O objetivo geral desta pesquisa é relacionar aritmética e resolução de problemas e, especificamente, categorizar os erros apresentados pelos estudantes ao resolver as tarefas, bem como identificar os erros mais frequentes em aritmética e em resolução de problemas. As questões que nortearam o estudo foram:

- a) Quais são as semelhanças e as diferenças entre os erros cometidos por alunos de 3º e 4º ano em tarefas de aritmética e de resolução de problemas?
- b) Existe correlação entre o desempenho na aritmética e o desempenho na resolução de problemas?

Em resumo, as hipóteses que guiaram o trabalho foram: há diferenças entre os erros que são cometidos na tarefa de aritmética e na tarefa de resolução de problemas; há correlação direta entre os desempenhos na aritmética e na resolução de problemas.

1.5 MÉTODO

Esta pesquisa teve como finalidade compreender como se relacionam a aritmética e a resolução de problemas. Para lograr tal objetivo, foram realizados dois estudos complementares. O primeiro, do tipo qualitativo, comparou os erros cometidos na tarefa de resolução de problemas e os erros da tarefa de aritmética. O segundo, do tipo quantitativo, correlacionou os desempenhos das crianças nas tarefas de resolução de problemas e nas tarefas de aritmética. O método de cada um dos estudos está descrito nos próximos capítulos.

A pesquisa contou com 127 crianças participantes de 3º e 4º anos de duas escolas municipais da cidade de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. A participação na pesquisa foi autorizada pela secretaria municipal de educação (ANEXO A), pelas direções (ANEXO B) e pelas professoras (ANEXO C) das escolas envolvidas. Além disso, termos de consentimento e assentimento foram assinados pelos responsáveis (ANEXO D) e pelos alunos (ANEXO E), respectivamente.

Como critério para inclusão na amostra, foi analisado o nível intelectual (QI) dos alunos através do resultado do teste de raciocínio não-verbal, avaliado pelas Matrizes Progressivas Coloridas de Raven – Escala Especial (ANGELINI *et al.*, 1999). Considerou-se o ponto de corte no percentil 25, classificado como intelectualmente médio, de acordo com o teste. Se inferior a esse percentil, classifica-se como abaixo da média ou como deficiência intelectual. Tal critério foi utilizado com a intenção de homogeneizar a amostra e seus resultados.

O conjunto de instrumentos utilizados foi escolhido na tentativa de tornar mais claro de que maneira a resolução de problemas e a aritmética estão conectadas. Além disso, os métodos qualitativo e quantitativo possibilitam um olhar complementar na análise, tornando mais ricos ambos os achados.

REFERÊNCIAS

ANGELINI, A. L.; ALVES, I. C. B.; CUSTÓDIO, E. M.; DUARTE, W. F.; DUARTE, J. L. M. **Matrizes Progressivas Coloridas de Raven: Escala Especial**. 1. ed. São Paulo: Centro Editor de Testes e Pesquisas em Psicologia, 1999.

BRASIL. Portaria nº 867, de 4 de julho de 2012. Institui o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e as ações do Pacto e define suas diretrizes gerais. Diário

Oficial da União, Brasília, DF., 5 jul 2012. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=11125-05072012-portaria-867&category_slug=junho-2012-pdf&Itemid=30192. Acesso em: agosto de 2020.

BRASIL. Lei n.13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF., 26 jun 2014. Disponível em: <http://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>. Acesso em: agosto de 2020.

BRASIL. Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017. Institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular, a ser respeitada obrigatoriamente ao longo das etapas e respectivas modalidades no âmbito da Educação Básica. Diário Oficial da União, Brasília, DF., 22 dez 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/RESOLUCAOCNE_CP222DE_DEZEMBRODE2017.pdf. Acesso em: agosto de 2020.

CORREA, J.; OLIVEIRA, G. A escrita do problema e sua resolução: o entendimento intuitivo acerca da combinatória. **Educar em Revista**, Curitiba: Editora UFPR, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 77-91, 2011.

CORSO, L. V.; ASSIS, E. F. Reflexões acerca da aprendizagem inicial da matemática: contribuições de aspectos externos ao aluno. In: PICCOLI, L.; CORSO, L. V.; ANDRADE, S. S.; SPERRHAKE, R. (Orgs.) **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa PNAIC UFRGS: práticas de alfabetização, aprendizagem da matemática e políticas públicas**. São Leopoldo: Oikos, p. 114-138, 2018.

DALTO, J. O.; BURIASCO, R. L. C. Problema proposto ou problema resolvido: qual a diferença?. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 35, n. 3, p. 449-461, set./dez. 2009.

DORNELES, B. V. Mathematical Learning and Its Difficulties in Latin-American. In: FRITZ, A.; HAASE, V. G.; RÄSÄNEN, P. **International Handbook of Math Learning Difficulties: From the Lab to the Classroom**. Springer, 2017.

DORNELES, C. L.; DORNELES, B. V. Relação inversa entre adição e subtração em alunos adultos do Ensino Fundamental. **Acta Scientiae**, v. 17, n. 1, jan./abr. 2015.

DORNELES, B. V.; HAASE, V. G. Aprendizagem numérica em diálogo: neurociências e educação. In: LENT, R.; BUCHWEITZ, A.; MOTA, M. B. **Ciência para educação: uma ponte entre dois mundos**. CpE, 2017.

DORNELES, B. V.; LIMA, E. M.; NOGUES, C. P. Aprendizagem da matemática nos anos iniciais: conceitos e desafios. In: PICCOLI, L.; CORSO, L. V.; ANDRADE, S. S.; SPERRHAKE, R. (Orgs.) **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa PNAIC UFRGS: práticas de alfabetização, aprendizagem da matemática e políticas públicas**. São Leopoldo: Oikos, p. 139-158, 2018.

ESTUDILLO, A. J.; ROMERO, E. B.; CASADO, N.; DAS, J. P.; GARCIA-ORZA, J. Automaticity in subtractions depends on problem-size. **Anales de psicología**, v. 31, n. 2, p. 697-704, mayo 2015.

FLAVELL, J. Speculations about the nature and development of metacognition. In: WEINERT, F.; KLUWE, R. (Orgs.). **Metacognition, motivation and understanding**. Hillsdale, NJ.: Lawrence Erlbaum, p. 21-29, 1987.

GEARY, D. C. Cognitive predictors of individual differences in achievement growth in mathematics: A five-year longitudinal study. **Developmental Psychology**, 47, p. 1539–1552, 2005.

GRIS, G.; PALOMBARINI, L. S.; CARMO, J. S. Uma revisão sistemática de variáveis relevantes na produção de erros em matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 64, p. 649-671, 2019.

GUEDJ, D. **Numbers: A Universal Language**. London: Thame and Hudson, 1998.

HAGHVERDI, M.; SEMNANI, A. S.; SEIFI, M. The Relationship between Different Kinds of Students' Errors and the Knowledge Required to Solve Mathematics Word Problems. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42B, p. 649-665, abril 2012.

ITACARAMBI, R. R. **Resolução de problemas: construção de uma metodologia: (ensino fundamental)**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

JUSTO, J. **Mais... ou menos?... a construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas**. 2004. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, BR-RS, 2004.

KRINZINGER, H. Comorbidity and Differential Diagnosis of Dyscalculia and ADHD. In: FRITZ, A.; HAASE, V. G.; RÄSÄNEN, P. (Editors). **International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: from the laboratory to the classroom**. Springer, 2019.

MAGINA, S. M. P.; SPINILLO, A. G.; MELO, L. M. S. A Resolução de Problemas de Produto Cartesiano por Alunos do Ensino Fundamental. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 43, n. 1, p. 293-311, jan./mar. 2018.

MORENO, B. R. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, M. (Org). **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas**. Tradução de Antonio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Artmed ed. Porto Alegre, 1997.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação matemática: Números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, T.; DORNELES, B. V.; LIN, P.; RATHGEB-SCHNIERER, E. Teaching and Learning About Whole Numbers in Primary School. In: **ICME-13 Topical Surveys**. Springer O ed. Hamburg, 2016.

NÚÑEZ-PEÑA, M. I.; GRACIA-BAFALLUY, M.; TUBAU, E. Individual differences in arithmetic skill reflected in event-related brain potentials. **International Journal of Psychophysiology**, n. 80, p. 143–149, 2011.

OECD. Programme for international student assessment (PISA) results from PISA. 2015. Disponível em: <http://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Brazil-PRT.pdf>. Acesso em: jan. de 2019.

ORRANTIA, J.; MÚÑEZ, D.; SAN ROMUALDO, S.; D.; VERSCHAFFEL, L. Effects of numerical surface form in arithmetic word problems. **Psicológica**, v. 36, p. 265-281, 2015.

PANIZZA, M. Reflexões gerais sobre o ensino da matemática. In: PANIZZA, M. (Org). **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas**. Tradução de Antonio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e interpretação Heitor Lisboa de Araújo – 2 reimp. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PRESMEG, N. A Dance of Instruction with Construction in Mathematics Education. In: KORTENKAMP, U; BRANDT, B; BENZ, C; KRUMMHEUER, G; LADEL, S; VOGEL, R. **Early mathematics learning**. Selected papers of the POEM 2012 conference, Frankfurt am Main, Germany, February 27–29, 2012.

PUERTO, S. M.; MINNAARD, C. L.; SEMINARA, S. A. Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 38, n. 4, p. 1-13, 2006.

RADATZ, H. Error Analysis in Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.10, n.2, p. 163-172. Maio, 1979.

RADATZ, H. Student's errors in the Mathematical Learning Process: a survey. **For the learning of mathematics**, v. 1. July/1980.

RODRÍGUEZ, M.; GREGORI, P.; RIVEROS, A.; ACEITUNO, D. Análisis de las estrategias de resolución de problemas en matemática utilizadas por estudiantes talentosos de 12 a 14 años. **Educación Matemática**, v. 29, n. 2, agosto de 2017.

SAEB, 2017. Disponível em: <https://medium.com/@inep/resultados-do-saeb-2017-f471ec72168d>. Acesso em: jan. de 2019.

SPERAFICO, Y. L. S. **Competências cognitivas e metacognitivas na resolução de problemas e na compreensão do erro: um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos de 8º ano**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, BR-RS, 2013.

SPINILLO, A. G.; PACHECO, A. B.; GOMES, J. F.; CAVALCANTI, L. O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? **Boletim Gepem** (Online) ISSN: 2176-2988, n. 64 – Jan./Jun. 2014.

SPINILLO, A. G.; SOARES, M. T. C.; MORO, M. L. F.; LAUTERT, S. L. Como professores e futuros professores interpretam erros de alunos ao resolverem problemas de estrutura multiplicativa? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1188-1206, 2016.

TRINDADE, M. N. As Dificuldades de Aprendizagem em Leitura e Aritmética: indicações de um Estudo Piloto. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 22, n. 32, p. 61- 81, 2009.

2 COMPARAÇÃO ENTRE ERROS ARITMÉTICOS E ERROS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ALUNOS DE 3º E 4º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Resumo

Este estudo analisou a relação entre aritmética e resolução de problemas matemáticos. Para tanto, comparou e categorizou os erros cometidos por alunos de 3º e 4º anos de duas escolas públicas de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. No total, 127 estudantes, com idades entre 8 e 11 anos, foram avaliados por meio de duas tarefas: de aritmética e de resolução de problemas. A tarefa aritmética foi composta por todos os algoritmos implícitos nos enunciados da tarefa de resolução de problemas. Dessa forma, o estudo comparou e categorizou os erros de ambas as tarefas, identificando semelhanças e diferenças. Os resultados indicaram 5 categorias de erros comuns nas duas tarefas (ausência de resposta, contagem, adição com muitas parcelas, no dividir e tabuada), sugerindo que existem habilidades compartilhadas pelas duas áreas em destaque. Também apontaram uma melhora no desempenho de acordo com o ano letivo, tendo o 4º ano melhor performance do que o 3º. Além disso, a aritmética se mostrou mais fácil ou familiar para os estudantes de ambos os anos, os quais apresentaram melhores escores em tal tarefa.

Palavras-chave: Aritmética. Resolução de problemas. Erros matemáticos.

Abstract

This study analyzed the relationship between arithmetic and mathematical problem solving. To do so, it compared and categorized the errors made by students from the 3rd and 4th grades of two public schools in Porto Alegre, Rio Grande do Sul/Brazil. In total, 127 students, aged between 8 and 11 years old, were evaluated through two tasks: arithmetic and problem solving. The arithmetic task was composed of all the algorithms implicit in the statements of the problem solving task. Thus, the study compared and categorized the errors of both tasks, identifying similarities and differences. The results indicated 5 common errors categories in the two tasks (lack of response, counting, addition with many plots, when dividing and multiplication table), suggesting that there are skills shared by the two areas highlighted. The findings also pointed out an improvement in performance according to the school year, with the 4th grade performing better than the 3rd grade. In addition, arithmetic proved to be easier or more familiar for the students of both grades, showing better scores.

Keywords: Arithmetic. Problem solving. Mathematical Errors.

2.1 INTRODUÇÃO

A Aritmética é a área da educação matemática que envolve o uso das relações entre os números para chegar a deduções (NUNES *et al.*, 2016). Também pode ser

compreendida como ciência que explora o comportamento dos números, envolvendo classificação, criação de padrões e análise de conjecturas (GUEDJ, 1998). Na escola, é conhecida e, muitas vezes, reduzida à prática de realizar cálculos ou algoritmos (PANIZZA, 2006). Na vida, é evocada em inúmeros momentos pelas exigências do cotidiano. Apesar disso, nem sempre é tarefa fácil para as crianças, nem para alguns adultos.

De maneira semelhante, a resolução de problemas é um desafio iniciado na vida escolar que se perpetua até a fase adulta. O problema instaura uma situação, ou desafio, sem resposta aparente (ITACARAMBI, 2010) e envolve a retomada de aprendizagens anteriores e a reflexão para escolher o que é importante para chegar a um resultado (MORENO, 2006). No ambiente escolar, os problemas são apresentados por meio de enunciados que descrevem situações-problema que implicam questionamento, pesquisa e inserção de operações matemáticas (ITACARAMBI, 2010). No decorrer da vida, pode ser evocada para enfrentar situações reais diversas. A resolução de problemas é uma tarefa árdua que envolve mais habilidades do que a realização de cálculos. Além da exigência procedural, os problemas contemplam conceitos e relações matemáticas (TONG; LOC, 2017).

Essas duas áreas da educação matemática são complementares, assim como dois dançarinos. Como já referimos anteriormente, na dança, ambos têm importância similar, da mesma forma como a combinação entre instrução e construção (PRESMEG, 2012). De modo mais específico, pode-se pensar na aritmética e na resolução de problemas: quando ambas são estimuladas e exercitadas no processo de ensino e aprendizagem, dançam juntas instrução e construção, acarretando numa aprendizagem mais significativa. A partir dessa perspectiva, este estudo tenta entender de que forma é possível compreender e relacionar duas práticas escolares, que muitas vezes são tidas como antagônicas, mas que possuem caráter complementar.

Pesquisas na área da educação matemática têm dado atenção à aritmética (GIMENO; NÚÑEZ-PEÑA, 2012; ESTUDILLO *et al.*, 2015; TRINDADE, 2009; CORSO, 2018, GARCÍA; SORIA, 2015; FORMOSO *et al.*, 2018) relacionando-a a aspectos cognitivos e analisando o uso de estratégias empregadas em seu desempenho. Para o desenvolvimento deste estudo, as pesquisas que tratam de estratégias e aspectos didáticos ganham maior relevância. Por isso foram utilizadas, a seguir, numa breve retomada literária.

Núñez-Peña, Gracia-Bafalluy e Tubau (2011) assinalam que a seleção de estratégias pode estar vinculada à magnitude dos numerais e ao nível da habilidade aritmética do sujeito. Tais considerações foram verificadas a partir do estudo que avaliou a atividade elétrica cerebral dos participantes, divididos entre as categorias de baixa e alta habilidade matemática. A pesquisa, realizada na Espanha, teve amostra de 37 estudantes universitários. Os participantes avaliaram uma série de adições pequenas (com números entre 2 e 5), médias (entre 6 e 9) e grandes (multidígitos) e tiveram que determinar se os resultados indicados estavam corretos ou não. Com base nessa testagem, foram mensurados tempo de resposta, taxa de erros e atividade cerebral. Constatou-se que a magnitude dos numerais envolvidos nos cálculos parece influenciar no uso da recuperação de fatos ou de procedimentos. Além disso, a habilidade aritmética alta foi vinculada ao uso procedimentos, enquanto a baixa mostrou relação com a recuperação de fatos. Ainda no que se refere ao tamanho dos numerais, o estudo aponta que numerais maiores parecem acarretar mais tempo para sua resolução, também ocasionando mais erros (NÚÑEZ-PEÑA; GRACIA-BAFALLUY; TUBAU, 2011).

Resultados semelhantes foram encontrados por um estudo, também espanhol, com 62 estudantes de psicologia. De modo similar ao descrito pelo estudo anterior, Estudillo e colaboradores (2015) apresentaram subtrações e adições a fim de que os participantes respondessem se os resultados indicados estavam ou não corretos. A análise sinalizou que as subtrações pequenas (consideradas até o número 10 no estudo destes autores) podem ser recuperadas rapidamente pela memória, sugerindo que o tamanho dos numerais pode ter relação com o desempenho aritmético.

Os dois estudos mencionados (NÚÑEZ-PEÑA; GRACIA-BAFALLUY; TUBAU, 2011; ESTUDILLO *et al.*, 2015) indicaram a relação entre a magnitude dos numerais e a performance aritmética. Sendo assim, a tarefa empregada por esta pesquisa pode ser classificada como difícil, visto que contém, em sua maioria, cálculos considerados grandes (multidígitos).

Considerando aspectos relacionados às estratégias empregadas, também há de se pensar que as representações que utilizam os dedos e os números estão associados. Com base nessa relação, uma pesquisa estadunidense de 2015 investigou os fundamentos neurais da representação e movimentação dos dedos em problemas aritméticos de um dígito. Como operações diferentes dependem de redes diferentes, comparou-se problemas de subtração e multiplicação de forma independente, considerando áreas somatossensoriais e motoras localizadas dos dedos. As ativações cerebrais de crianças

entre 8 e 13 anos revelaram que apenas problemas de subtração ativaram significativamente as áreas motoras dos dedos, indicando confiança nesse tipo de estratégia. Além disso, identificou-se uma maior dependência da representação dos dedos para valores numéricos mais elevados, uma vez que problemas de subtração com números grandes produziram mais ativação somatossensorial do que problemas menores. Esses resultados sugerem a importância da representação fina dos dedos na habilidade aritmética, além de sugerirem o uso de diferentes estratégias baseadas em dedos como facilitadoras da compreensão aritmética nas práticas educacionais (BERTELETTI; BOOTH, 2015).

Na mesma temática, um estudo recente investigou a relação causal entre o treinamento da contagem nos dedos e o desempenho aritmético em 100 crianças com idade pré-escolar. O grupo experimental recebeu 50 sessões diárias de treinamento por 10 semanas, enquanto o grupo de controle participou de um treinamento fonológico com duração e intensidade semelhantes. Com base no pré e no pós-teste, os resultados mostraram que todas as crianças melhoraram na contagem dos dedos e nas tarefas aritméticas, independentemente do treinamento que receberam. Os pesquisadores indicam que razões conceituais e metodológicas podem estar associadas a esses resultados, já que a intervenção proposta não aumentou as habilidades aritméticas iniciais além dos efeitos inespecíficos da intervenção controle (SCHILD; BAUCH; NUERK, 2020).

Ambos os estudos (BERTELETTI; BOOTH, 2015; SCHILD; BAUCH; NUERK, 2020) apontam que o uso dos dedos para representação e contagem tem um papel importante na aprendizagem e compreensão da aritmética, acarretando melhores desempenhos. Infelizmente, por ter sido aplicada de modo coletivo, não será possível aferir tal dimensão nesta pesquisa.

Da mesma forma, a resolução de problemas é um assunto recorrente nas pesquisas do campo da educação matemática (ORRANTIA *et al.*, 2012; BALTACI; YILDIZ; GUVEN, 2014; MALLART; DEULOFEU, 2017; MAGINA; SPINILLO; MELO, 2018). Pensada a partir da escolha e criação de estratégias, pode tornar mais claro o raciocínio do estudante e identificar padrões na ordem de aquisição do conhecimento. Nesse sentido, alguns estudos ajudam a compreender melhor o tema.

Um estudo chileno, por exemplo, constatou que as estratégias de 18 alunos, com idades entre 12 e 14 anos, tidos como talentosos - de acordo com uma normativa do Ministério da Educação - são acessíveis a estudantes da mesma idade, destacando-se o

uso que é feito dessas estratégias, durante a sistematização da informação e a utilização dos recursos. Sendo o uso do pensamento matemático a chave para um melhor desempenho na resolução de problemas. Os problemas empregados na pesquisa envolviam números naturais consecutivos (RODRIGUEZ *et al.*, 2017). Sendo assim, um desempenho melhor talvez esteja vinculado à forma como o estudante articula as estratégias e os conceitos que possui, sistematizando a informação do enunciado e estipulando um plano de ação para solucionar o problema.

Importante distinguir conhecimento conceitual e procedural, nesse âmbito. Em um trabalho publicado em 2015, Egodawatte e Stoilescu explicam os dois tipos de conhecimento através da retomada dos principais autores que estudam a área (HIEBERT; LEFEVRE, 1986; GAGNE; BRIGGS; WAGNER, 1988; HIEBERT; CARPENTER, 1992; BULGREN *et al.*, 1995; GOLDMAN; HASSELBRING, 1997). O conhecimento conceitual, como o próprio nome indica, contempla a compreensão de conceitos matemáticos, como uma rede que conecta e vincula informações conceituais armazenadas, por isso envolvendo a memória. É evocado na resolução de problemas para criar novas estratégias ou retomar e adaptar estratégias já conhecidas, por meio da capacidade de deduzir regras ou procedimentos a partir de relações matemáticas implícitas no enunciado. Já o conhecimento procedural se refere às habilidades necessárias para resolver cálculos, seguindo-se um conjunto de etapas sequenciais para resolver uma operação matemática. Em outras palavras, é saber fazer, mesmo que sem saber o porquê (EGODAWATTE; STOILESCU, 2015).

Dito isso, um estudo português, de cunho qualitativo, analisou a criatividade em 10 resoluções de um campeonato de resolução de problemas matemáticos, dentro da categoria de 10 e 12 anos. A análise das estratégias possibilitou identificar a importância do domínio dos conhecimentos matemáticos de base para combinar diferentes formas e solucionar um desafio (AMARAL; CARREIRA, 2017). A pesquisa evidenciou a importância da fluência do conhecimento matemático como decisiva para que o estudante crie caminhos diferentes, considerados criativos no estudo em questão, para chegar a um resultado. Essa fluência teria como base o domínio dos conhecimentos conceituais para com eles operar e manipular as informações do problema.

Além disso, de acordo com Orrantia e colaboradores (2012), frente à necessidade de solucionar problemas, o aluno tende a usar estratégias baseadas na situação e, quando essas não são eficientes, os conhecimentos conceituais são evocados. Essas estratégias começam a ser elaboradas antes mesmo do ensino formal e se perpetuam na vida adulta.

Nesse sentido, é possível perceber a importância de compreender que diferentes níveis de representação são utilizados para resolver problemas, além de saber que nem todos os níveis são exclusivamente matemáticos. Tais constatações surgiram a partir de dois experimentos realizados por Orrantia e colaboradores (2012) na Espanha. O primeiro estudo contou com 38 participantes, com idades entre 12 e 15 anos, que solucionaram problemas matemáticos que mediam conhecimentos conceituais e problemas de situação (modelados de acordo com a situação). Metade do grupo havia recebido apoio na área matemática e a outra metade não tinha recebido nenhum tipo de acompanhamento. Já no segundo experimento, foram analisadas as resoluções de 24 estudantes universitários, entre 19 e 24 anos. Foram utilizados os mesmos problemas do primeiro experimento, com variações nas quantidades. De forma complementar, os resultados dos dois estudos indicaram que os problemas de situação são mais fáceis do que aqueles que exigem o conhecimento conceitual (ORRANTIA *et al.*, 2012). Os resultados dessa pesquisa podem servir de base para uma análise individual entre as tarefas, observando se os estudantes de 3º ano, que ainda não tinham sido ensinados formalmente sobre divisão, criaram estratégias nas questões que envolviam a operação na tarefa de resolução de problemas.

Ainda é preciso lembrar que, além dos conhecimentos matemáticos, existem as dimensões linguísticas e de compreensão leitora demandadas pelos enunciados dos problemas. O baixo desempenho dos alunos pode estar mais associado à dificuldade de compreensão leitora do que ao conteúdo matemático em si (DALTO; BURIASCO, 2009). Tal aspecto foi destacado em uma pesquisa brasileira que analisou 97 resoluções, de alunos entre 8ª série do Ensino Fundamental à 3ª série do Ensino Médio, da Prova de Questões Abertas de Matemática da Avaliação do Rendimento Escolar do Estado do Paraná (AVA/2002). Ainda de acordo com o estudo, mesmo que o aluno possua os conhecimentos necessários é imprescindível que ele saiba como e quando empregá-los (DALTO; BURIASCO, 2009). Nesse sentido, na presente dissertação, a comparação individual entre as tarefas de resolução de problemas e de aritmética permitirá aferir melhor a relação entre os conhecimentos matemáticos, evidenciados na aritmética, e sua aplicabilidade na resolução de problemas.

Como visto até aqui, a resolução de problemas e a aritmética possuem muitos caminhos e possibilidades para se pensar o ensino matemático e as práticas escolares. Por meio da combinação dessas duas temáticas, este estudo comparou os erros de alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental em duas tarefas (uma de aritmética e outra de resolução de problemas), examinando semelhanças e padrões, e analisou a frequência e

ocorrência desses erros, enquadrando-os em categorias. A observação atenta dos erros permite apontar as principais dificuldades e etapas de desenvolvimento dos estudantes. Dessa forma, professores poderão entender melhor a performance e evolução de seus alunos, tentando dirimir lacunas conceituais ou procedimentais.

A análise de erros como forma de pesquisa é descrita por estudos anteriores (PUERTO; MINNAARD; SEMINARA, 2006; SPERAFICO, 2013; SPINILLO *et al.*, 2014; SPINILLO *et al.*, 2016; MAGINA; SPINILLO; MELO, 2018; KRINZINGER, 2019; GRIS; PALOMBARINI; CARMO, 2019) e pode ser pensada por meio de dois olhares teóricos: como forma de avaliação da aprendizagem e como estratégia didática (SPINILLO *et al.*, 2016). O primeiro deles se detém nos instrumentos e níveis utilizados para avaliar, enquanto o segundo grupo analisa as dificuldades indicadas pelas tarefas matemáticas (SPINILLO *et al.*, 2016). Pautada numa perspectiva cognitiva, esta pesquisa pertence à segunda forma de análise dos erros, já que destaca e categoriza os erros na tentativa de melhor compreender o raciocínio matemático.

A literatura aponta exemplos de categorias utilizadas para analisar os erros na pesquisa matemática. O quadro a seguir mostra alguns desses estudos.

Quadro 1 – Exemplos de categorias

Pesquisadores	Participantes	País	Categorias
Krinzinger (2019)	51 crianças e jovens testados para discalculia	Alemanha	<ol style="list-style-type: none"> 1. Erros procedimentais; 2. Não identificáveis; 3. Compreensão decimal; 4. Generalização incorreta; 5. Contagem incorreta; 6. Procedimentos complexos; 7. Zero como resultado de subtração; 8. Erros com 5 para mais ou para menos; 9. “Não sei”; 10. Erros consecutivos; 11. Erros de tabela; 12. Erros de troca; 13. Contagem e troca combinados; 14. Subtrair o menor do maior; 15. Resultado maior que o minuendo.
Uclés, Martínez e Uclés (2018)	25 alunos com idades entre 13 e 16 anos	Espanha	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estipular falsa analogia entre plano e espacial; 2. Extrair conclusões ao examinar só alguns casos dentre outros possíveis; 3. Raciocinar a partir de exemplos limitados; 4. Erro ao utilizar os elementos matemáticos implicados no raciocínio; 5. Erro no manejo de conteúdos e procedimentos matemáticos.
Tong e Loc (2017)	160 alunos da 3ª série do primário	Vietnã	<ol style="list-style-type: none"> 1. Falta de cuidado; 2. Subjetividade; 3. Aplicação equivocada das regras matemáticas; 4. Inexatidão na realização de cálculos.
Spinillo, Soares, Moro e Lautert (2016)	12 futuros professores e 12 professores de matemática do Ensino Fundamental		<ol style="list-style-type: none"> 1. Erro conceitual; 2. Erro procedimental.
Haghverdi, Semnani e Seifi (2012)	89 alunos de 7ª série do nível médio	Irã	<ol style="list-style-type: none"> 1. Conhecimento linguístico; 2. Conhecimento semântico; 3. Conhecimento da intuição; 4. Conhecimento estrutural; 5. Conhecimento comunicacional; 6. Conhecimento em cálculo.
Puerto, Minnaard e Seminara (2006)	130 alunos dos níveis médio, terciário e ingressantes na universidade	Argentina	<ol style="list-style-type: none"> 1. Erros decorrentes da dificuldade na linguagem; 2. Erros decorrentes da dificuldade de obter informação espacial; 3. Erros resultantes de uma aprendizagem prévia deficiente em conceitos e habilidades; 4. Erros decorrentes de associações incorretas ou da rigidez do pensamento; 5. Erros decorrentes da aplicação de regras e estratégias irrelevantes.

Dentre estes e outros exemplos de categorização de erros, a pesquisa de Krinzinger (2019) é a que mais se assemelha ao modo como os dados deste estudo foram analisados, através de categorias mais detalhadas.

2.2 MÉTODO

2.2.1 Participantes

A amostra foi composta por 127 estudantes de 3º e 4º anos, com idades entre 8 e 11 anos ($M=9,3$ anos, $DP=0,7$), de duas escolas municipais da cidade de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. As escolas foram escolhidas por critérios de conveniência, quantidade de alunos e por atenderem comunidades de classe socioeconômica semelhante. A coleta de dados foi realizada em dois momentos: nos meses de abril e maio de 2018 e, por fim, em novembro e dezembro do mesmo ano.

Como critério para inclusão na amostra, foi analisado o nível intelectual (QI) dos alunos através do resultado do teste de raciocínio não-verbal, avaliado pelas Matrizes Progressivas Coloridas de Raven – Escala Especial (ANGELINI *et al.*, 1999). A tarefa foi aplicada de forma coletiva, em grupos com até 10 crianças. Considerou-se o ponto de corte no percentil 25, considerado intelectualmente médio, de acordo com o teste. Se inferior a esse percentil, classifica-se como abaixo da média ou como deficiência intelectual. Tal critério foi utilizado com a intenção de homogeneizar a amostra e seus resultados. A tabela a seguir apresenta a caracterização da amostra.

Tabela 1 – Caracterização da amostra

		N	%
Gênero	Feminino	79	62,20
	Masculino	48	37,80
Escolaridade	3º ano	55	43,31
	4º ano	72	56,69
Idade	8	38	29,92
	9	65	51,18
	10	19	14,96
	11	5	3,94



Fonte: Elaborada pela autora.

2.2.2 Instrumentos

Tarefa de Resolução de Problemas

A tarefa de resolução de problemas é uma adaptação dos autores Bonilha e Vidigal (2016) realizada pelos doutorandos Camila Nogueis e Elielson Lima. A tarefa é composta por 10 problemas, distribuídos em três níveis de dificuldade: fácil, quando exigido o uso de apenas uma operação; médio, com duas operações; e difícil, com três ou mais operações envolvidas. Dessa forma, 4 questões foram consideradas fáceis, 3 médias e 3 difíceis. Tal configuração resulta de aplicações realizadas em Porto Alegre e Arapiraca (RN), com 109 alunos de idade e ano escolar idênticos aos da amostra posteriormente utilizada. Essa testagem inicial permitiu constatar a necessidade de modificar a dificuldade da tarefa, inclusive retirando elementos distratores dos problemas. Na Figura 1, verificam-se alguns exemplos de questões propostas e dos níveis anteriormente descritos. Os problemas foram aplicados de forma coletiva na sala de aula.

Figura 1 – Questões da tarefa de Resolução de Problemas (níveis fácil, médio e difícil, respectivamente)

<p>10. Depois de realizarem um trabalho de artes, a professora pediu para que os alunos guardassem todos os gizes de cera nas caixinhas. Os alunos juntaram os gizes e perceberam que ao todo tem 30 gizes de cera. Em cada caixinha cabem 6 gizes de cera. Então de quantas caixinhas eles precisam para guardarem todos os gizes?</p> 	<p>8. Renato foi à feira e comprou 56 frutas. Sabe-se que 12 são maçãs. As demais frutas são laranjas, que ele guardou em 4 saquinhos com a mesma quantidade em cada um. Quantas laranjas Renato colocou em cada saquinho?</p>	<p>6. Ana mora em um sítio onde há porcos, vacas e galinhas. Em seu sítio ela contou 24 pés. Sabe-se que 4 animais são vacas e porcos. Quantas galinhas há em seu sítio?</p> 
---	--	--

Fonte: Elaborada pela autora.

Tarefa de Aritmética

Para fins de análise e comparação, os cálculos implícitos na tarefa de resolução de problemas (anteriormente descrita) foram transformados em algoritmos escritos, totalizando 23 questões. Os cálculos foram organizados de acordo com o grau de

dificuldade, de forma crescente. A tarefa foi aplicada de forma coletiva, na sala de aula. Abaixo estão alguns exemplos das questões apresentadas (Figura 2).

Figura 2 – Exemplos de algoritmos da tarefa de Aritmética (implícitos na Figura 1)

$\begin{array}{r} 30 \overline{) 6} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 56 \\ - 12 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 44 \overline{) 4} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 24 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \overline{) 2} \\ \hline \end{array}$
--	---	--	--	---	---

Fonte: Elaborada pela autora.

2.2.3 Análise

Para a análise, foram criadas 13 categorias mediante a necessidade de agrupar os erros aritméticos. As categorias foram criadas de acordo com as resoluções dos participantes. São elas:

1. Ausência de resposta: quando não houve registro na tarefa (cálculo em branco);
2. Contagem: erros de 5 para mais ou 5 para menos ($6-2=3$);
3. Adição com muitas parcelas: quando o aluno parece saber os procedimentos necessários para realizar a adição, mas equivoca-se pela quantidade de parcelas presentes no algoritmo (o aluno acertou mais de um cálculo de adição com 2 parcelas, mas errou quando o cálculo possuía mais parcelas);
4. No dividir: o aluno demonstra conhecer as etapas necessárias para realizar a divisão, mas equivoca-se em seu exercício ($15/3=4$);
5. Tabuada: erros de multiplicação ($4*4=12$);
6. Subtrair o menor do maior: o aluno demonstra conhecer a subtração, mas subtrai o menor do maior, independentemente da posição dos numerais ($24-16=12$);
7. Troca de operação: trocas de multiplicação por adição, subtração por adição ou adição por subtração ($34+23=11$);
8. Multiplicação com dois dígitos: quando o aluno parece saber a tabuada, sem ainda dominar os procedimentos exigidos pela multiplicação com dois dígitos (o aluno acertou mais de um cálculo de multiplicação com um dígito, mas errou o cálculo $3*35$);
9. Adição: erros baseados na falta de conhecimento procedural da adição ($41+12=11$);

10. Subtração: erros baseados na falta de conhecimento procedural da subtração ($57-16=17$);
11. Divisão: erros baseados na falta de conhecimento procedural da divisão ($8/2=82$);
12. Multiplicação: erros baseados na falta de conhecimento procedural da multiplicação ($6*3=6$);
13. Transposição da casa decimal: o aluno demonstra conhecer a subtração, mas ainda não domina o procedimento de ceder uma dezena à unidade para realizar o cálculo ($24-16=12$).

Os erros encontrados na tarefa de resolução de problemas também foram analisados e categorizados de acordo com as semelhanças evidenciadas nas produções dos participantes da amostra. Foram formadas 12 categorias:

1. Ausência de resposta: quando não houve registro na tarefa (cálculo em branco);
2. Contagem: erros de 5 para mais ou 5 para menos ($6-2=3$);
3. Adição com muitas parcelas: quando o aluno parece saber os procedimentos necessários para realizar a adição, mas equivoca-se pela quantidade de parcelas presentes no algoritmo (o aluno acertou mais de um cálculo de adição com 2 parcelas, mas errou quando o cálculo possuía mais parcelas);
4. No dividir: o aluno demonstra conhecer as etapas necessárias para realizar a divisão, mas equivoca-se em seu exercício ($15/3=4$);
5. Tabuada: erros de multiplicação ($4*4=12$);
6. Incompreensão do problema: nos casos em que o aluno demonstra não ter entendido a questão (em lacunas em que era esperado um número, o aluno marcou um x mostrando não ter compreendido o objetivo do enunciado, por exemplo);
7. Incompreensão da relação entre quantidades: o aluno falha em compreender a relação entre as quantidades que são apresentadas pelo problema (o aluno soma todos os números encontrados no enunciado, mesmo que as informações estabeleçam multiplicação e subtração, por exemplo);
8. Incompreensão dos termos matemáticos: quando o aluno não domina o vocabulário matemático (“a mais”, “a menos”);
9. Resolução correta, sem resposta final (o aluno desenvolve todo o cálculo necessário para resolver o problema, mas não conclui o procedimento);
10. Sem tentativa de resolução: quando não há resolução que indique qual raciocínio foi realizado pelo aluno, apenas um resultado incorreto (há uma resposta errada aparentemente indicando uma tentativa aleatória de resolução, ainda que isso não

possa ser afirmado, visto que a resposta também pode ser resultante de um cálculo mental, por exemplo);

11. Múltiplas etapas: o aluno compreende as relações presentes no problema, mas falha no desenvolvimento das etapas necessárias (o estudante se equivoca na sequência de passos exigidos pelo problema, mesmo tendo realizado o raciocínio e compreensão adequados para sua resolução);
12. Multiplicação e divisão: erros de ambas as operações no mesmo problema (esse tipo de erro foi mais evidenciado na tabela da questão 3 da tarefa, que exigia as duas operações para o preenchimento correto).

Vale ressaltar que as categorias de 1 a 5 são as mesmas para ambas as tarefas. A partir dessa categorização, as respostas dos alunos foram analisadas individualmente, comparando as resoluções nas duas tarefas, e de forma coletiva, levando em conta o somatório de erros.

2.3 RESULTADOS

A partir da categorização apresentada, é possível observar a totalidade de erros em cada tarefa, bem como a quantidade ocorrida em cada ano escolar. As tabelas 3 e 4 listam cada uma das categorias nas tarefas de aritmética e de resolução de problemas, respectivamente, indicando também as quantidades de erros apresentados em cada ano escolar e a correspondente porcentagem equivalente dentro de cada uma das categorias. As porcentagens que representam a ocorrência de cada categoria de erro em cada ano letivo também podem ser comparadas a fim de observar o comportamento de cada um e as diferenças entre eles. Com essa finalidade, são também apresentados, em seguida, os Gráficos 1 e 2.

Tabela 2 – Erros de Aritmética

Categorias Erros Aritmética	3º ano		4º ano	
	Total	(%)	Total	(%)
1- Ausência de resposta	536	71,75	172	42,16
2- Contagem	28	3,75	45	11,03
3- Adição com muitas parcelas	15	2,01	18	4,41
4- No dividir	0	0,00	29	7,11
5- Tabuada	21	2,81	28	6,86
6- Subtrair o menor do maior	11	1,47	6	1,47
7- Troca de operação	47	6,29	40	9,80
8- Multiplicação com dois dígitos	6	0,80	20	4,90
9- Adição	15	2,01	5	1,22
10- Subtração	18	2,41	11	2,70
11- Divisão	20	2,69	24	5,88
12- Multiplicação	19	2,54	7	1,72
13- Transposição da casa decimal	11	1,47	3	0,74
Total de erros	747		408	

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 3 – Erros de Resolução de Problemas

Categorias Erros Resolução de Problemas	3º ano		4º ano	
	Total	(%)	Total	(%)
1- Ausência de resposta	287	59,92	164	30,48
2- Contagem	4	0,83	13	2,42
3- Adição com muitas parcelas	3	0,63	8	1,49
4- No dividir	6	1,25	35	6,50
5- Tabuada	8	1,67	14	2,60
6- Incompreensão do problema	6	1,25	5	0,93
7- Incompreensão da relação entre quantidades	94	19,62	153	28,44
8- Incompreensão dos termos matemáticos	9	1,89	18	3,35
9- Resolução correta, sem resposta final	2	0,42	13	2,42
10- Sem tentativa de resolução	37	7,72	51	9,48
11- Múltiplas etapas	19	3,97	45	8,36
12- Multiplicação e divisão	4	0,83	19	3,53
Total de erros	479		538	

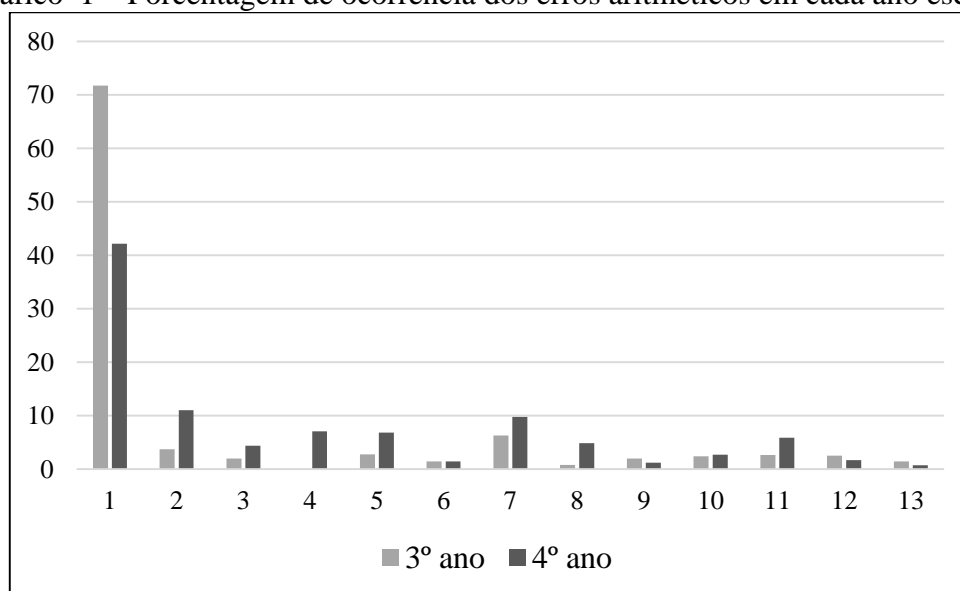
Fonte: Elaborada pela autora.

Com relação à aritmética (Tabela 2), os alunos de 3º ano tiveram um equivalente a 13,58 erros por aluno, enquanto os de 4º ano alcançaram a média de 5,66 erros por aluno. Essa diferença indica um crescimento no desempenho aritmético de um ano para o outro. Da mesma forma, a tarefa de resolução de problemas somou 8,71 erros por aluno no grupo do 3º ano, ao passo que o 4º ano obteve 7,47 erros em média. Mesmo sendo uma diferença menor quando comparada a encontrada no desempenho aritmético, ainda é possível pensar em uma evolução de um ano para o outro, no que tange o desempenho na

resolução de problemas. É importante destacar que o 3º ano é o último na etapa de alfabetização e esse aspecto também pode estar ligado ao desempenho mais baixo desses alunos na tarefa de resolução de problemas.

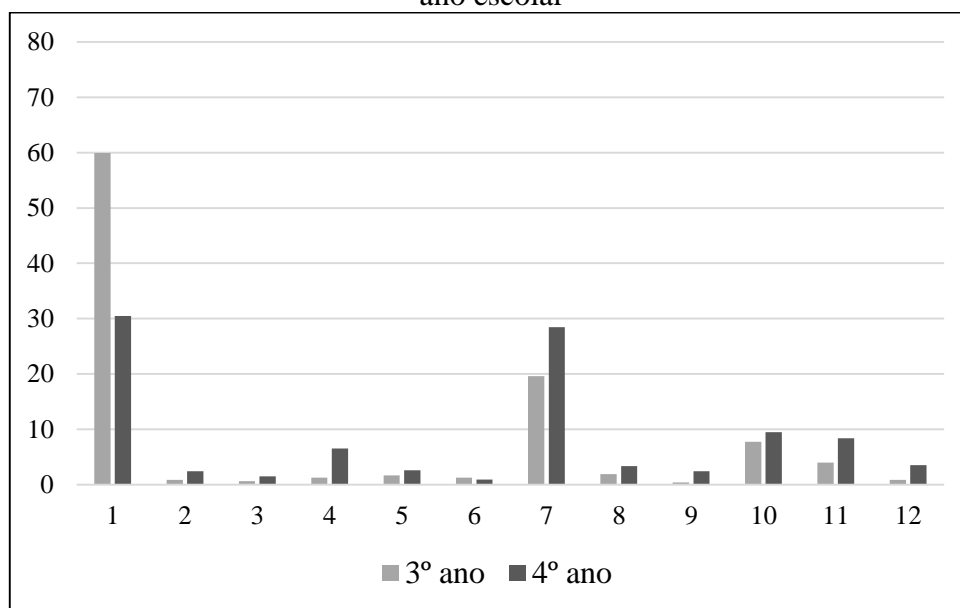
Também é bastante importante enfatizar que a diferença total do número de erros entre aritmética (747 no 3º ano e 408 no 4º) e resolução de problemas (479 no 3º ano e 538 no 4º) está vinculada à disparidade entre o número de questões entre as tarefas. Isso porque cada um dos dez problemas envolve de um a quatro algoritmos da tarefa de aritmética, totalizando 23 cálculos. Sendo assim, apesar de a aritmética possuir um número maior de erros, em ambos os anos, pensando-se na média de erros e o número de questões, os estudantes tiveram melhor desempenho na tarefa aritmética.

Gráfico 1 – Porcentagem de ocorrência dos erros aritméticos em cada ano escolar



Fonte: Elaborado pela autora.

Gráfico 2 – Porcentagem de ocorrência dos erros na resolução de problemas em cada ano escolar



Fonte: Elaborado pela autora.

A partir dos gráficos 1 e 2, podemos verificar que a maioria dos erros cometidos pelos estudantes de 3º ano e 4º ano correspondem à categoria 1 que é ausência de resposta, tanto na tarefa de aritmética (3º ano: 71,75%; 4º ano: 42,16%), quanto na tarefa de resolução de problemas (3º ano: 59,50%; 4º ano: 30,11%). Percebe-se, com isso, que a maioria dos alunos não conseguiu resolver totalmente ambas as tarefas, deixando muitas questões sem resposta. Apenas 14 alunos (11% do total da amostra), todos do 4º ano, conseguiram realizar as duas tarefas completamente, sem deixar respostas em branco.

Dentre as questões que os alunos tentaram resolver, isto é, que existiu alguma tentativa de resolução, é possível verificar algumas diferenças entre os estudantes de 3º ano e 4º ano em cada uma das tarefas. Assim, desconsiderando a categoria 1, que é comum entre as duas tarefas, a maior parte (6,29%) dos erros dos alunos de 3º ano na tarefa de aritmética corresponde à categoria 7 (troca de operação) e as categorias com menor percentual de erros são a categoria 4 (no dividir: 0%) e a categoria 8 (multiplicação com dois dígitos: 0,80%). Os resultados apontam falhas procedimentais que parecem estar relacionadas ao processo de aquisição da aprendizagem dos algoritmos, por isso a troca de operações. Já as categorias com menor incidência podem ser relacionadas aos conteúdos que o grupo de 3º ano ainda não havia aprendido formalmente. Dessa forma, poucos alunos tentaram solucionar cálculos de divisão e multiplicação, tornando os erros raros, já que a maioria do grupo não arriscou resolução, deixando em branco os algoritmos

desconhecidos. No 4º ano, a categoria 2 (contagem) foi a com maior percentual de erros (11,03%) e a com menor percentual de erros (0,74%) foi a categoria 13 (transposição da casa decimal). Tais resultados sugerem a hipótese de que os estudantes utilizaram a memória para realizar os cálculos, o que implicou um número maior de erros na categoria de contagem. Também é possível observar que o grupo de 4º ano já havia melhor consolidado os procedimentos aritméticos, tendo um número menor de erros na categoria de transposição da casa decimal.

Já na tarefa de resolução de problemas, podemos verificar que a maior parte dos erros corresponde à categoria 7 (incompreensão da relação entre quantidades) tanto para o 3º ano (19,62%), quanto para o 4º ano (28,44%). Esse resultado reforça o quanto a resolução de problemas é uma área complexa que demanda o resgate de conhecimentos conceituais prévios, o domínio da leitura e da interpretação e a criação de relações entre informações e quantidades, indo muito além do procedimento do cálculo. Da soma desses vários processos resultam dificuldades específicas da área, dentre elas a relação entre as quantidades apresentadas. O fato dessa categoria ter tido a maior parte dos erros de ambos os anos parece elucidar essa como a principal dificuldade dos estudantes participantes do estudo. Ao passo que as categorias com menor percentual de erros foram a categoria 9 (resolução correta, sem resposta final) entre os alunos de 3º ano (0,42%), e entre os alunos de 4º ano, a categoria 6 (incompreensão do problema), com 0,93% dos erros.

Os gráficos 1 e 2 também destacam questões interessantes com relação aos anos escolares que foram analisados neste estudo. Inicialmente, no que se refere à aritmética (Gráfico 1), pode-se comentar a diferença existente na distribuição do primeiro tipo de erro – de ausência de resposta – entre o grupo de 3º (71,75%) e o de 4º ano (42,16%). Essa diferença pode ser justificada pelo contexto, na medida em que os alunos de 3º ano ainda não tinham aprendido a realizar divisões, mesmo no final do ano. Dessa forma, muitos evitaram qualquer tentativa nesses algoritmos, aumentando a quantidade de lacunas na tarefa. O mesmo ocorre na ausência de resposta da tarefa de resolução de problemas, uma vez que os alunos de 3º ano obtiveram 59,92% de erros nessa categoria, enquanto os de 4º tiveram 30,48%.

Esse aspecto também se vincula à diferença constatada na categoria 4 do Gráfico 1, que evidencia equívocos no processo de divisão daqueles alunos que já aprenderam o procedimento, mas cometem deslizes em sua execução. Os poucos alunos de 3º ano que

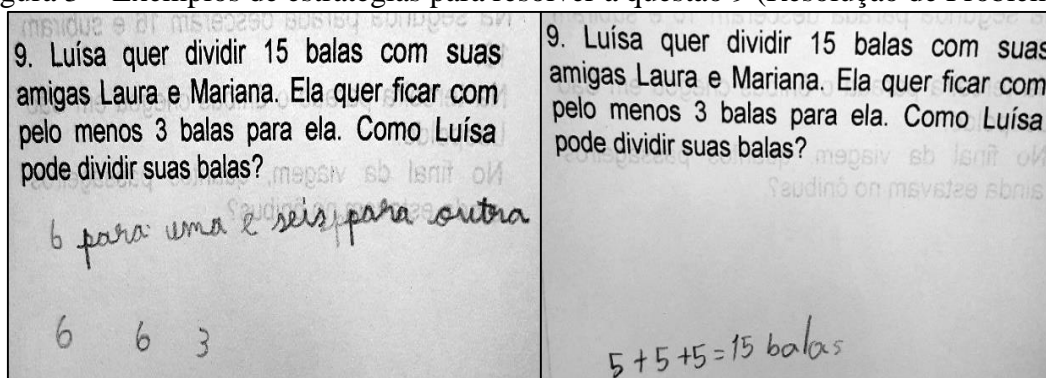
tentaram resolver os cálculos de divisão evidenciaram não conhecer os procedimentos necessários e, por isso, só cometeram erros pertencentes à 11ª categoria (Divisão).

Da mesma forma, as categorias da tarefa de resolução de problemas que abrangem erros mais sofisticados - como dividir, multiplicar ou nos casos que a criança se perde nas várias etapas do problema – são muito mais frequentes nas resoluções de 4º ano.

Por meio de uma análise individual, comparando as duas tarefas de cada estudante, foi possível perceber que um número elevado de alunos do 3º ano – que deixou em branco os algoritmos de divisão e multiplicação – tentou solucionar as questões correspondentes na tarefa de resolução de problemas. No total, constatou-se tal situação com 31 crianças (56,36% do grupo de 3º ano), sendo que 10 destas tiveram sucesso em suas estratégias. Isso pode indicar que os algoritmos, quando desconhecidos ou pouco familiares, podem representar um obstáculo na performance aritmética.

Abaixo, constam duas resoluções que exemplificam tais considerações (Figura 3). Ambas são de estudantes que deixaram o algoritmo correspondente, na tarefa aritmética, em branco. Os dois resolveram a questão – de modo satisfatório - por meio da adição, ainda que tenham pensado de forma distinta sobre o enunciado e a quantidade mínima de balas que poderia ser destinada à Luísa, e ilustram como a criança é capaz de resolver situações em que ainda não conhece a operação envolvida, utilizando outros caminhos.

Figura 3 – Exemplos de estratégias para resolver a questão 9 (Resolução de Problemas)



Fonte: Elaborada pela autora.

Ainda de acordo com a análise individual, pode-se destacar um grupo de participantes que errou, no mínimo uma questão, na tarefa de resolução de problemas cujos cálculos correspondentes, na tarefa de aritmética, foram realizados de maneira correta. Em outras palavras, o aluno acertou o mesmo algoritmo que errou quando apresentado por meio de um problema. No 3º ano, isso aconteceu com 23 crianças

(41,81%) e no 4º, com 54 participantes (75%). Essa constatação pode sugerir que o baixo desempenho na resolução de problemas pode estar vinculado a aspectos linguísticos ou interpretativos e não, necessariamente, procedimentais.

Para exemplificar a relação descrita, podemos comparar as tarefas de dois alunos, de 4º ano. Na figura 4, verifica-se que o aluno resolveu de maneira correta o algoritmo de divisão na tarefa de aritmética. Entretanto, mesmo tendo interpretado e elaborado o cálculo de forma precisa na tarefa de resolução de problemas, equivocou-se em sua execução. De modo diferente, na Figura 5, percebe-se que o estudante respondeu corretamente o cálculo aritmético, mas não compreendeu adequadamente o termo matemático empregado no enunciado do problema e falhou na escolha da operação.

Figura 4 – Exemplo de diferenças nas resoluções entre as tarefas (questão 9 – RP)

$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ -15 \\ \hline 00 \end{array}$	<p>9. Luísa quer dividir 15 balas com suas amigas Laura e Mariana. Ela quer ficar com pelo menos 3 balas para ela. Como Luísa pode dividir suas balas?</p> $\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ \underline{4} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$
--	--

Fonte: Elaborada pela autora.

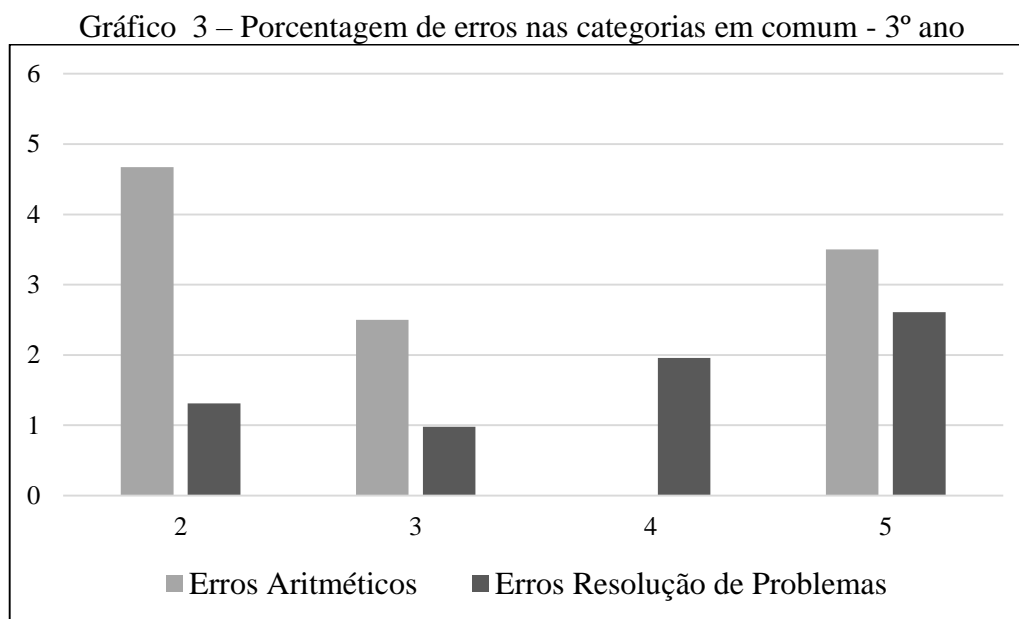
Figura 5 – Exemplo de diferenças nas resoluções entre as tarefas (questão 4 – RP)

$\begin{array}{r} 98 \\ - 56 \\ \hline 42 \end{array}$	<p>4. Francisco e Matheus estavam jogando um jogo de cartas. Ao final do jogo, Francisco fez 98 pontos e Matheus fez 56 pontos. Quantos pontos Francisco fez a mais do que Matheus?</p> $\begin{array}{r} 1 \\ 98 \\ + 56 \\ \hline 154 \end{array}$ <p>Francisco marcou 154 pontos</p>
--	---

Fonte: Elaborada pela autora.

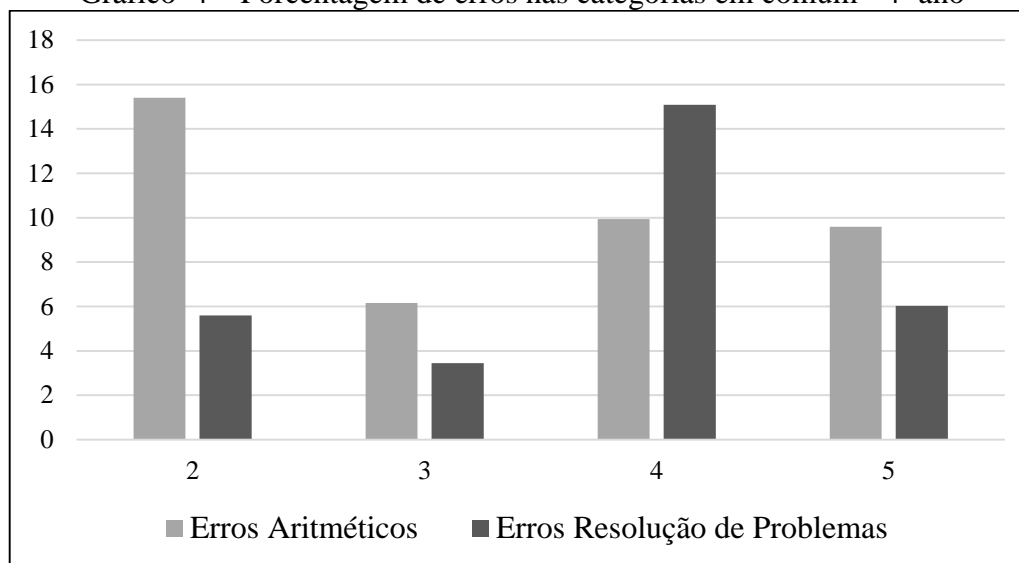
Ademais, através da comparação entre os anos escolares, pode-se perceber erros mais relacionados à adição e subtração no que tange ao 3º ano e erros referentes aos processos de divisão e multiplicação no desempenho do 4º ano. Em contrapartida, erros relacionados à contagem foram mais encontrados entre os alunos mais velhos, tanto no desempenho aritmético quanto na resolução de problemas.

Ao considerarmos apenas as categorias em comum entre as duas tarefas (categorias 1 a 5), verificamos que, excluindo a categoria 1 que corresponde a questões sem respostas, entre as respostas dos estudantes de 3º ano, os erros mais frequentes foram na categoria 2 (Contagem), que compreendeu 4,67% dos erros aritméticos e na categoria 5 (Tabuada), que compreendeu 2,61% dos erros na resolução de problemas. Já entre os alunos de 4º ano, a categoria 2 (Contagem) foi a com maior percentual de erros aritméticos (15,41%) e a categoria 4 (No dividir) compreendeu 15,09% dos erros na resolução de problemas.



Fonte: Elaborado pela autora.

Gráfico 4 – Porcentagem de erros nas categorias em comum - 4º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

Os erros em comum sugerem que habilidades de ambas as áreas podem ser compartilhadas pelo pensamento matemático.

2.4 DISCUSSÃO

O principal objetivo deste estudo foi comparar e analisar os erros aritméticos e de resolução de problemas de 127 alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas de Porto Alegre.

O desempenho na resolução de problemas foi aferido por meio da tarefa adaptada de Bonilha e Vidigal (2016) e, para fins de análise, os cálculos implícitos nos problemas foram transformados em algoritmos escritos para medir o desempenho aritmético, compondo uma segunda tarefa.

A análise qualitativa dos dados permitiu organizar os erros de resolução de problemas em 12 categorias e os erros aritméticos em 13, sendo que 5 tipos de erros foram observados, em comum, nas duas tarefas. Essas categorias de erros em comum sugerem que a aritmética e a resolução de problemas têm habilidades compartilhadas. É imprescindível dedicar mais estudos para melhor entender e desenvolver tal hipótese.

Ademais, como já foi indicado na literatura (MAGINA; SPINILLO; MELO, 2018), é possível enxergar aumento no desempenho matemático em relação aos anos escolares. Em comparação com o 4º, o 3º ano obteve mais erros em ambas as tarefas avaliadas. Os tipos de erros também parecem estar relacionados ao ano letivo analisado.

Também se constatou que o desempenho na tarefa de resolução de problemas foi mais baixo do que na tarefa de aritmética. Essa diferença pode ser atribuída a mais de um aspecto. Primeiramente, a escola brasileira tem focado mais no exercício de cálculos prontos, os algoritmos, em detrimento da prática de resolver problemas propostos por enunciados (PANIZZA, 2006). Dessa forma, os estudantes têm mais familiaridade com a aritmética do que com a resolução de problemas, não sendo a primeira, necessariamente, mais fácil, apenas mais conhecida.

Outro aspecto que pode ser analisado diz respeito às dimensões linguísticas presentes na resolução de problemas. Como já apontado na literatura, mesmo o estudante que possui os conhecimentos matemáticos necessários para resolver um problema pode não alcançar um resultado correto se não souber como ou o que deve acessar por causa do obstáculo linguístico, imposto por um enunciado (DALTO; BURIASCO, 2009; HAGHVERDI; SEMNANI; SEIFI, 2012). Essa hipótese é reforçada pelos casos em que o aluno desenvolveu corretamente o cálculo algorítmico, mas não teve sucesso na questão correspondente da tarefa de resolução de problemas. Nota-se que o aluno possuía o conhecimento matemático essencial para resolver a questão, faltando-lhe compreender o enunciado ou as relações matemáticas que esta apresentava. Dessa forma, os maiores obstáculos envolvidos na resolução de problemas talvez não sejam de ordem procedimental.

É necessário destacar a limitação referente à tarefa de resolução de problemas, que, no decorrer da pesquisa, se mostrou demasiadamente difícil e complexa para os participantes, a despeito de todos os ajustes e reconfigurações feitos depois do teste modelo. Mesmo os problemas classificados como fáceis demonstraram-se complicados para os estudantes, principalmente para o grupo de 3º ano. Além da limitação relacionada ao nível de dificuldade da tarefa de resolução de problemas, há de se considerar a aplicação coletiva de ambas as tarefas. Esse aspecto prejudica a análise e interpretação de erros, não sendo possível indicar quais estratégias aparentes a criança utilizou para contar, por exemplo.

Além desses aspectos, há ainda que se ponderar a dificuldade de ambas as tarefas, em decorrência da magnitude dos numerais (NÚÑEZ-PEÑA; GRACIA-BAFALLUY; TUBAU, 2011; ESTUDILLO *et al.*, 2015). Tanto a tarefa de resolução de problemas quanto a de aritmética contêm, em sua maioria, cálculos considerados grandes (multidígitos). Se pensados a partir das constatações dos dois estudos anteriormente

mencionados, é possível identificar um dos fatores que ajuda a explicar os rendimentos dos participantes.

Se pensado atrelado à prática educacional, o estudo reforça o potencial existente na interpretação e análise dos erros cometidos por estudantes. O erro, nesse contexto, perde seu aspecto tradicionalmente negativo, tornando-se uma pista para mapear a aprendizagem do aluno e um guia direcionador do fazer docente. Por meio do erro, é possível compreender em que etapa do processo de aprendizagem o estudante se encontra ou quais lacunas ele precisa preencher.

Além disso, é por meio da análise dos erros que é possível ao professor identificar em que área consistem as carências de cada um de seus alunos. Se forem relacionadas à interpretação de um problema, por exemplo, talvez o erro não esteja embasado na falta de conhecimento aritmético, como mostrou o estudo. Como já referido anteriormente, a resolução de problemas escritos é pautada na leitura e sistematização da informação. Se o estudante falhar nesse processo inicial, de nada adianta que ele possua as habilidades necessárias para operar e chegar a um resultado. E, para entender essas e outras sutilezas presentes em cada tipo de erro, o professor dependerá de um olhar atento às resoluções de seus alunos. Dessa forma, é evidente a potência existente no ensino matemático que se pautar e que se reformule a partir dos erros de uma turma.

Para além disso, o estudo mostrou que os erros parecem estar relacionados ao ano escolar e que, de um ano para o outro, a ocorrência dentro de cada categoria varia. Assim, pode-se pensar que os erros obedecem uma ordem de desenvolvimento atrelada à aprendizagem do sujeito. Nesse sentido, a partir do erro também pode ser possível categorizar o nível de desenvolvimento matemático em que o aluno se encontra, reconhecendo as etapas que ele já percorreu e trabalhando na sistematização dos próximos níveis a serem vencidos. O erro passa a ter outro valor na avaliação, mais relacionado ao seu caráter qualitativo e informativo, colocando em segundo plano o somatório quantitativo convencional que serve às notas e boletins. Isto é, sem negar a importância do valor numérico atribuído ao desempenho do estudante, mas qualificando e elucidando esse desempenho.

Ademais, o estudo identificou possíveis habilidades compartilhadas pela aritmética e pela resolução de problemas. Essa constatação, pensada no âmbito escolar, aponta a oportunidade de ambos os conteúdos serem combinados no ensino matemático de modo a complementarem-se. Dessa forma, a resolução de problemas não precisa esperar, necessariamente, que a aritmética esteja consolidada. É possível desde o início

desenvolver ambas, mesmo por meio de problemas orais, durante o processo de alfabetização, nos primeiros anos da escolarização.

De forma geral, este estudo indica relações entre o desempenho em aritmética e em resolução de problemas, com destaque para a relevância do erro no processo de aprendizagem. A discussão enfatiza as relevantes implicações educacionais de tal resultado, apontando como a prática pedagógica pode se apoiar nestas evidências e favorecer o processo de ensino e aprendizagem. São necessários outros estudos que tornem mais explícita essa relação, contribuindo no campo de pesquisa e na prática educacional brasileira.

REFERÊNCIAS

AMARAL, N.; CARREIRA, S. A Criatividade Matemática nas Respostas de Alunos Participantes de uma Competição de Resolução de Problemas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 59, p. 880-906, dez. 2017.

ANGELINI, A. L.; ALVES, I. C. B.; CUSTÓDIO, E. M.; DUARTE, W. F.; DUARTE, J. L. M. **Matrizes Progressivas Coloridas de Raven: Escala Especial**. 1. ed. São Paulo: Centro Editor de Testes e Pesquisas em Psicologia, 1999.

BALTACI, S.; YILDIZ, A.; GÜVEN, B. Knowledge Types Used by Eighth Grade Gifted Students While Solving Problems. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1032-1055, dez. 2014.

BERTELETTI, I.; BOOTH, J. R. Perceiving fingers in single-digit arithmetic problems. **Frontiers in Psychology**, v. 6, article 226, 2015.

BONILHA, M. A. C.; VIDIGAL, S. M. P. O recurso problemateca. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Resolução de problemas nas aulas de matemática: o recurso problemateca**. Porto Alegre, Penso, 2016.

BULGREN, J. A.; LENZ, B. K.; DESHLER, D. D.; SCHUMAKER, J. B. **The content enhancement series: The concept comparison routine**. Lawrence, KS: Edge Enterprises, 1995.

CORSO, L. V. Memória de trabalho, senso numérico e desempenho em aritmética. **Revista Psicologia: Teoria e Prática**, 20(1), 141-154. São Paulo, SP, jan.-abr. 2018.

DALTO, J. O.; BURIASCO, R. L. C. Problema proposto ou problema resolvido: qual a diferença?. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 35, n. 3, p. 449-461, set./dez. 2009.

EGODAWATTE, G.; STOILESCU, D. Grade 11 students' interconnected use of conceptual knowledge, procedural skills, and strategic competence in algebra: a mixed

method study of error analysis. **European Journal of Science and Mathematics Education**, Vol. 3, No. 3, 289-305, 2015.

ESTUDILLO, A. J.; ROMERO, E. B.; CASADO, N.; DAS, J. P.; GARCIA-ORZA, J. Automaticity in subtractions depends on problem-size. **Anales de psicología**, v. 31, n. 2, p. 697-704, mayo 2015.

FORMOSO, J.; JACUBOVICH, S., INJOQUE-RICLE, I., BARREYRO, J. P. Resolution of Arithmetic Problems, Processing Speed and Working Memory in Children. **Trends Psychol.**, Ribeirão Preto, v. 26, n. 3, p. 1249-1266 - September/2018.

GAGNE, R. M.; BRIGGS, L. J.; WAGNER, W. W. **Principles of instructional design**. NY: Holt, Rinehart and Winston, 1988.

GARCÍA, P. M.; SORIA, P. M. Desarrollo de la aritmética en la infancia: El papel de la inhibición. **Ciencia Cognitiva**, v. 9, n. 3, p. 43-45, 2015.

GIMENO, E.; NÚÑEZ-PEÑA, M. I. Habilidade aritmética y estrategias de cálculo: No todos los cerebros suman igual. **Ciencia Cognitiva**, v. 6, n. 3, p. 76-79, 2012.

GOLDMAN, S.; HASSELBRING, T. S. Achieving meaningful mathematics literacy for students with learning disabilities. **Journal of Learning Disabilities**, 30(2), p. 198–208, 1997.

GRIS, G.; PALOMBARINI, L. S.; CARMO, J. S. Uma revisão sistemática de variáveis relevantes na produção de erros em matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 64, p. 649-671, 2019.

GUEDJ, D. **Numbers: A Universal Language**. London: Thame and Hudson, 1998.

HAGHVERDI, M.; SEMNANI, A. S.; SEIFI, M. The relationship between different kinds of students' errors and the knowledge required to solve mathematics word problems. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42B, p. 649-665, 2012.

HIEBERT, J.; CARPENTER, T. Learning and teaching with understanding. In: GROUWS, D. (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. NY: Macmillan Publishing Company, p. 65-97, 1992.

HIEBERT, J.; LEFEVRE, P. Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In: HIEBERT, J. (Ed.). **Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics** (pp. 1–28). Hillsdale, NJ: Erlbaum, p. 1-28, 1968.

ITACARAMBI, R. R. **Resolução de problemas: construção de uma metodologia: (ensino fundamental)**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

KRINZINGER, H. Comorbidity and Differential Diagnosis of Dyscalculia and ADHD. In: FRITZ, A.; HAASE, V. G.; RÄSÄNEN, P. (Editors). **International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: from the laboratory to the classroom**. Springer, 2019.

MAGINA, S. M. P.; SPINILLO, A. G.; MELO, L. M. S. A Resolução de Problemas de Produto Cartesiano por Alunos do Ensino Fundamental. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 43, n. 1, p. 293-311, jan./mar. 2018.

MALLART, A.; DEULOFEU, J. Estudio de indicadores de creatividad matemática en la resolución de problemas. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 20, n. 2, p. 193-222, 2017.

MORENO, B. R. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, M. (Org). **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas**. Tradução de Antonio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006.

NUNES, T.; DORNELES, B. V.; LIN, P.; RATHGEB-SCHNIERER, E. Teaching and Learning About Whole Numbers in Primary School. In: **ICME-13 Topical Surveys**. Springer O ed. Hamburg, 2016.

NÚÑEZ-PEÑA, M. I.; GRACIA-BAFALLUY, M.; TUBAU, E. Individual differences in arithmetic skill reflected in event-related brain potentials. **International Journal of Psychophysiology**, n. 80, p. 143–149, 2011.

ORRANTIA, J.; MÚÑEZ, D.; FERNÁNDEZ, M.; MATILLA, L. Resolución de problemas aritméticos: Conocimiento conceptual y nivel de competencia en matemáticas. **Aula Abierta**, ICE. Universidad de Oviedo, v. 40, n. 3, p. 23-32, 2012.

PANIZZA, M. Reflexões gerais sobre o ensino da matemática. In: PANIZZA, M. (Org). **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas**. Tradução de Antonio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006.

PRESMEG, N. A Dance of Instruction with Construction in Mathematics Education. In: KORTENKAMP, U; BRANDT, B; BENZ, C; KRUMMHEUER, G; LADEL, S; VOGEL, R. **Early mathematics learning**. Selected papers of the POEM 2012 conference, Frankfurt am Main, Germany, February 27–29, 2012.

PUERTO, S. M.; MINNAARD, C. L.; SEMINARA, S. A. Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 38, n. 4, p. 1-13, 2006.

RODRÍGUEZ, M.; GREGORI, P.; RIVEROS, A.; ACEITUNO, D. Análisis de las estrategias de resolución de problemas en matemática utilizadas por estudiantes talentosos de 12 a 14 años. **Educación Matemática**, v. 29, n. 2, agosto de 2017.

SCHILD, U.; BAUCH, A.; NUERK, H. A Finger-Based Numerical Training Failed to Improve Arithmetic Skills in Kindergarten Children Beyond Effects of an Active Non-numerical Control Training. **Frontiers in Psychology**, v. 11, article 529, 2020.

SPERAFICO, Y. L. S. **Competências cognitivas e metacognitivas na resolução de problemas e na compreensão do erro: um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos de 8º ano**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio

Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, BR-RS, 2013.

SPINILLO, A. G.; PACHECO, A. B.; GOMES, J. F.; CAVALCANTI, L. O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? **Boletim Gepem** (Online) ISSN: 2176-2988, n. 64 – Jan./Jun. 2014.

SPINILLO, A. G.; SOARES, M. T. C.; MORO, M. L. F.; LAUTERT, S. L. Como professores e futuros professores interpretam erros de alunos ao resolverem problemas de estrutura multiplicativa? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1188-1206, 2016.

TONG, D. H.; LOC, N. P. Student's errors in solving mathematical word problems and their ability in identifying errors in wrong solutions. **European Journal of Educational Studies**, v. 3, p. 226-241, 2017.

TRINDADE, M. N. As Dificuldades de Aprendizagem em Leitura e Aritmética: indicações de um Estudo Piloto. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 22, n. 32, p. 61- 81, 2009.

UCLÉS, R. R.; MARTÍNEZ, P. F.; UCLÉS, I. R. Análisis de los errores en tareas geométricas de argumentación visual por estudiantes con talento matemático. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 21 (1), p. 29-56, 2018.

3 RELAÇÃO ENTRE DESEMPENHO ARITMÉTICO E DESEMPENHO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ALUNOS DE 3º E 4º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Resumo

A aritmética e a resolução de problemas têm sido bastante contempladas nos estudos da educação matemática, demonstrando importância e relevância dentro do campo de pesquisa e para a aprendizagem. Nessa perspectiva, este estudo examinou a relação entre essas duas variáveis. Para tanto, investigou os desempenhos de 127 alunos de 3º e 4º anos de duas escolas públicas de Porto Alegre, com idades entre 8 e 11 anos. Os participantes foram avaliados por meio de duas tarefas: o Subteste de Aritmética do Teste de Desempenho Escolar (TDE) e uma tarefa de resolução de problemas. Foram utilizados o teste de correlação de *Pearson* e o teste exato de *Fisher* com o fito de analisar a relação entre os desempenhos. Os resultados apontaram correlação significativa e moderada entre as áreas analisadas. Também se verificou associação entre os diferentes grupos de desempenho nas medidas de resolução de problemas e aritmética, sugerindo que um bom desempenho em aritmética está associado a um melhor desempenho em resolução de problemas, de modo que a maioria dos alunos com desempenho inferior em aritmética (90%) também apresenta desempenho inferior em resolução de problemas, e na medida que o desempenho em aritmética vai aumentando, o desempenho na resolução de problemas também aumenta. Dessa forma, é possível afirmar que a aritmética e a resolução estão relacionadas.

Palavras-chave: Aritmética. Resolução de problemas. Correlação.

Abstract

Arithmetic and problem solving have been widely considered in the studies of mathematical education, demonstrating importance and relevance within the field of research and for student learning. In this perspective, this study examined the relationship between the two variables. To this end, it investigated the performances of 127 students from 3rd and 4th grades, aged between 8 and 11 years old, of two public schools in Porto Alegre,. Participants were assessed using two tasks: the Arithmetic subtest of the School Performance Test (TDE) and a problem solving task. Pearson's correlation test and Fisher's exact test were used in order to analyze the relationship between student's performance in both tasks. The results showed a significant and moderate correlation between the areas analyzed. There was also an association between different performance groups in problem solving and arithmetic measures, suggesting that a good performance in arithmetic is associated with a better performance in problem solving, so that the majority of students with lower performance in arithmetic (90%) also present lower performance in problem solving, and as the performance in arithmetic increases, the performance in problem solving also increases. Thus, it is possible to state that arithmetic and problem solving are related.

Keywords: Arithmetic. Problem solving. Correlation.

3.1 INTRODUÇÃO

A aritmética e a resolução de problemas são duas áreas importantes da educação matemática. A primeira abrange o estudo das propriedades dos números e das operações que podem ser realizadas com eles (SEABRA; DIAS; MACEDO, 2010), também sendo compreendida como o estudo e o uso das relações entre os números para chegar a conclusões (NUNES *et al.*, 2016) ou como ciência que trata sobre o comportamento dos números (GUEDJ, 1998). Já a resolução de problemas contempla situações desafiadoras que exijam uma solução (JUSTO, 2012), possuindo caráter indispensável para a tomada de sentido dos conhecimentos matemáticos (REBELO; POÇAS; JUSTO, 2012).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) – normativa que descreve as aprendizagens essenciais da Educação Básica - define a resolução de problemas como uma das competências matemáticas que devem ser desenvolvidas no Ensino Fundamental. O documento também enfatiza que a relação entre conceitos e procedimentos, da aritmética e de outros campos, deve ser compreendida e empenhada na aplicação dos conhecimentos e busca de soluções (BRASIL, 2018).

Acreditando na relevância de compreender melhor de que forma essas duas áreas se conectam, este estudo correlacionou os desempenhos de alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental na tentativa de contribuir no âmbito educacional e na literatura nacional. A seguir, são apontados estudos anteriores que contemplam a aritmética e a resolução de problemas, identificando aspectos importantes de cada uma das áreas e que ajudam a pensar com mais propriedade na relação entre ambas.

Estudos sobre desempenho aritmético

A aritmética é observada na literatura a partir de aspectos cognitivos e didáticos (TRINDADE, 2009; NÚÑEZ-PEÑA; GRACIA-BAFALLUY; TUBAU, 2011; BERTELETTI; BOOTH, 2015; DORNELES, C.; DORNELES, B., 2015; ESTUDILLO *et al.*, 2015; SCHILD; BAUCH; NUERK, 2020). Neste estudo, convém mencionar pesquisas que contemplem ambas as dimensões, visto que, para compreender melhor a relação entre aritmética e resolução de problemas, tanto a cognição quanto a didática estão envolvidas.

Dito isso, Iglesias-Sarmiento e colaboradores (2020) analisaram a contribuição dos processos cognitivos (planejamento, atenção, processamento simultâneo e sucessivo)

e habilidades de domínio específico (contagem, processamento numérico e compreensão conceitual) no desempenho aritmético alcançado nas últimas três séries (4^a, 5^a e 6^a) da escola primária, na Espanha. A amostra contou com 110 estudantes, distribuídos em três grupos (de acordo com o nível aritmético): 26 com dificuldades matemáticas, 26 com alto desempenho e 58 com desempenho típico. Os processos cognitivos e as habilidades de domínio específico foram avaliados em duas sessões no final do ano letivo, já a inteligência não-verbal foi avaliada em uma sessão coletiva final com cada turma. Os resultados da pesquisa apontaram que o grupo com dificuldades teve baixo rendimento no processamento simultâneo e sucessivo, no processamento numérico e na compreensão conceitual em comparação com o grupo típico. Já as crianças com alto desempenho obtiveram significativamente melhores resultados do que as crianças com desempenho típico no processamento simultâneo, contagem, processamento numérico e compreensão conceitual. Além disso, o processamento numérico e a compreensão conceitual foram os classificadores mais consistentes, ainda que o processamento sucessivo e simultâneo também tenha contribuído para identificar alunos com dificuldades matemáticas e alto desempenho (IGLESIAS-SARMIENTO *et al.*, 2020). Essa pesquisa aponta a complexidade presente nos processos aritméticos, envolvendo múltiplas áreas cognitivas distintas. Por isso, é plausível pensar que aritmética e resolução de problemas dividam habilidades, uma vez que cada uma delas exija uma rede de domínios cognitivos combinados.

Também com o foco nas habilidades cognitivas, mas com ênfase no processamento visual e na inteligência fluida, uma pesquisa brasileira de 2016 avaliou 51 alunos, entre 7 e 8 anos de idade, dos 2^o e 3^o anos de escolas pública e privada. Por meio da análise de Leiter-R, foram encontradas correlações positivas, significativas e de magnitude moderada entre os subtestes de Analogias e Sequências com habilidades de processamento numérico e cálculo da Prova de Aritmética, explicando 25% da variância em aritmética. Verificou-se que crianças com melhores habilidades de raciocínio tendem a se desempenhar melhor em uma tarefa de aritmética. Todas as correlações se mantiveram em uma análise separada dos resultados da escola privada, diferentemente da escola pública que diminuiu a quantidade de correlações quando vista de forma isolada. De forma geral, esses achados corroboram a literatura no que tange às relações entre habilidades cognitivas e desempenho em aritmética, destacando a importância do contexto escolar como variável a ser considerada nestes estudos, principalmente por esta pesquisa contar com toda amostra oriunda de escolas públicas. Esse aspecto precisa ser

ponderado no momento de análise de desempenhos, já que os resultados talvez fossem diferentes se contassem com estudantes de escolas privadas. Além disso, os dados obtidos - no estudo em questão - a partir da análise de regressão apontam que apenas parte do desempenho em aritmética pode ser explicado pelo raciocínio fluido e processamento visual. Outras habilidades cognitivas, como compreensão, velocidade de processamento e memória estão relacionadas com o desempenho em aritmética (MECCA *et al.*, 2016).

Como retratado pelos estudos indicados, o desempenho aritmético está vinculado a aspectos cognitivos. A memória de trabalho é uma das habilidades cognitivas que possui um papel importante na aritmética. Hubber, Gilmore e Cragg (2014) identificaram, por meio de dois experimentos realizados no Reino Unido, que as estratégias aritméticas dependem da memória de trabalho em diferentes extensões. O primeiro estudo observou o papel da memória visuoespacial no desempenho da recuperação, decomposição e estratégias de contagem em 35 adultos, com 43 anos em média. O segundo experimento foi realizado com amostra de 45 universitários, com idade média de 19 anos, e teve como objetivo analisar a memória visuoespacial e o componente executivo central nos processos de contagem, decomposição e recuperação. Ambos envolveram a solução de 20 problemas de adição em cada uma das nove combinações entre as estratégias de resolução e as áreas da memória de trabalho (recuperação com soma, visuoespacial, executivo central; contagem com soma, visuoespacial, executivo central; decomposição com soma, executivo central visuoespacial). Verificou-se que a memória de trabalho é mais importante para estratégias processuais, como contar e decompor, do que para estratégias de recuperação. De forma complementar, o Experimento 1 sugeriu que a memória de trabalho visuoespacial desempenha um papel importante na aritmética, especialmente na contagem, e os resultados do experimento 2 sugeriram que isso se devia principalmente às demandas executivas de domínio geral (HUBBER; GILMORE; CRAGG, 2014).

Também considerando a cognição, um estudo brasileiro recente (ABREU *et al.*, 2017) relacionou atenção (seletiva e sustentada visual) e desempenho escolar (leitura, escrita e aritmética). Para tanto, a amostra contou com a participação de 258 alunos de 1º a 9º ano do Ensino Fundamental, com idade média de 10 anos. Para avaliar os aspectos propostos, utilizou-se o Teste de Cancelamento do Sinos (TCS) e o Teste de Desempenho Escolar (TDE). A partir dos dados obtidos foi possível encontrar correlações significativas positivas de intensidade fraca entre os escores totais do TCS e TDE e correlação negativas significativas de intensidade fraca entre os escores de erros e

omissões do TCS e escores totais do TDE. Os resultados indicam que, no que tange ao desempenho em aritmética, o desempenho de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental demandaria mais dos processos atencionais controlados, diferentemente dos estudantes de anos finais, em que o desempenho aritmético parece estar mais relacionado à memória semântica e procedural específica para matemática (ABREU *et al.*, 2017). Tais considerações salientam que cada etapa do processo de aprendizagem do conhecimento aritmético tem características específicas.

Nesse sentido, as habilidades aritméticas - analisadas a partir do processamento numérico e do cálculo – desenvolvem-se progressivamente, principalmente nos anos iniciais de escolarização, como apontam Seabra, Dias e Macedo (2010). Com uma amostra de 587 estudantes brasileiros de 1ª a 8ª série, a Prova de Aritmética (composta por 6 subtestes: leitura e escrita numérica, contagem numérica, relação maior-menor, resolução de algoritmos, cálculos apresentados oralmente e problemas apresentados por escrito) indicou que nas crianças mais novas apenas um fator ou variável latente subjaz o desempenho, enquanto que nos estudantes mais velhos, de 5ª a 8ª série, que possuem as habilidades aritméticas melhor consolidadas, é possível identificar dois fatores subjacentes ao desempenho (processamento numérico e cálculo). A progressão entre os anos escolares aponta a influência do ensino na aquisição do conhecimento aritmético. Se for assim, nesta pesquisa, será possível evidenciar melhores desempenhos no 4º ano, em relação ao 3º, sendo esperado o mesmo crescimento na performance da resolução de problemas.

Também considerando a progressão das habilidades aritméticas, mas com o foco no funcionamento cognitivo subjacente às dificuldades aritméticas, uma pesquisa espanhola explorou os preditores de resultados aritméticos nas três últimas séries do Ensino Fundamental (IGLESIAS-SARMIENTO; DEAÑO, 2016). Para tanto, 165 alunos foram divididos em três grupos de acordo com a competência aritmética: 27 participantes com dificuldades de aprendizagem na matemática, 39 com baixo rendimento e 99 com desempenho típico. Foram avaliadas habilidades de domínio geral (memória de trabalho e processos cognitivos) e a competência numérica (contagem e processamento numérico) nos últimos dois meses do ano letivo. O desempenho das crianças com dificuldades foi significativamente pior do que o grupo que possuía baixo desempenho. Além disso, foi detectada uma sequência específica de desenvolvimento entre os dois grupos. A análise de regressão hierárquica também revelou a codificação simultânea e o processamento numérico como preditores específicos do desempenho aritmético. Como esperado, os

resultados revelaram um padrão de menor desempenho para grupos com dificuldades e baixo rendimento em comparação ao grupo com desempenho típico. Os resultados do estudo indicaram que os componentes da memória de trabalho não surgem como únicos preditores de desempenho aritmético, já que o processamento numérico surgiu como um preditor específico da realização aritmética (IGLESIAS-SARMIENTO; DEAÑO, 2016). Mais uma vez é interessante destacar o crescimento de habilidades manifestado de acordo com o ano escolar. Esse aspecto salienta a importância da escola, como fator elementar no desenvolvimento da aprendizagem matemática. Também há de se pensar nesse aspecto considerando a relação com o avanço da maturidade cognitiva dos estudantes no decorrer do processo de escolarização.

Por meio desse breve conjunto de estudos, pode-se depreender que a aritmética é uma área complexa da educação matemática, já que envolve muitos aspectos e variáveis. Vale lembrar que é também um dos primeiros conhecimentos exercitado na escola e serve de base para conteúdos mais complexos que serão aprendidos. Dessa forma, é importante que sejam exploradas suas relações com outros conhecimentos, tornando mais claro o processo de aprendizagem dos estudantes, aos professores e pesquisadores do tema.

Estudos sobre desempenho na resolução de problemas

A resolução de problemas contempla um amplo campo de investigação presente nas áreas da psicologia cognitiva, da história e da filosofia da matemática (CHAHON, 2006). No que tange o campo da psicologia, a literatura é ampla e contempla aspectos cognitivos, ligados às estratégias empregadas ou ainda às questões linguísticas e de compreensão envolvidas (ORRANTIA *et al.*, 2012; BALTACI; YILDIZ; GUVEN, 2014; MALLART; DEULOFEU, 2017; RODRIGUEZ *et al.*, 2017; AMARAL; CARREIRA, 2017; MAGINA; SPINILLO; MELO, 2018). Também, como no caso da aritmética, é oportuno explicar ambas as linhas de análise, tendo em vista o objetivo de melhor explorar a relação entre as temáticas (aritmética e resolução de problemas). A relação entre as duas áreas não pode ser observada apenas pela perspectiva cognitiva, nem unicamente pela dimensão didática, uma vez que é reflexo de ambas.

Posto isso, até mesmo diferentes contextos podem estar conectados ao desempenho na resolução de problemas. Com o objetivo de investigar o nível de abstração dos problemas de adição e subtração, a partir de contextos distintos do México (rural e urbano), Díaz e Bermejo (2007) contaram com a participação de 192 alunos de 1º a 4º

ano da Educação Primária. A metade desse grupo era moradora de zonas rurais, enquanto a outra metade, de zonas urbanas. Os pesquisadores apresentaram problemas matemáticos por meio de objetos, desenhos, algoritmos e de forma verbal. Os resultados indicam que os objetos e desenhos melhoram o rendimento de alunos de 1º e 2º ano, mas prejudicam os de 3º. Os alunos de contexto rural se saíram melhor com os problemas apresentados de forma oral e utilizaram mais as estratégias de contagem, enquanto os de contexto urbano preferiram as de fatos numéricos. O estudo afirma que o rendimento dos estudantes apresenta melhora na comparação entre 1º e 4º anos, destacando evolução. Além disso, existe uma aparente passagem do concreto para o abstrato. Durante os primeiros dois anos o rendimento diminui quando as tarefas aumentam o nível de abstração. Já a partir do 3º ano, os desenhos e objetos parecem atuar como distratores e há um aumento de desempenho em situações abstratas. O estudo ainda mostra que problemas com a incógnita final desconhecida parecem ser mais fáceis para as crianças do que aquelas com a quantidade inicial desconhecida (DÍAZ; BERMEJO, 2007). Há ainda que se pensar nas vivências dessas crianças como ponto relevante para os diferentes desempenhos na resolução de problemas, assim como também já foi constatado na aritmética (MECCA *et al.*, 2016).

Outro fator que parece estar relacionado ao desempenho na resolução de problemas é a capacidade de suprimir informações irrelevantes, por meio do controle cognitivo inibitório. A resolução de problemas é um processo complexo que demanda a participação de funções cognitivas também complexas (SABBAGH, 2008). Marzocchi e colaboradores (2002) apontam, por meio de dois estudos realizados na Itália, que informações irrelevantes afetam principalmente o desempenho de crianças consideradas desatentas com base nos sintomas de transtorno do déficit de atenção e hiperatividade. No primeiro estudo, realizado com 40 alunos de 4ª e 5ª séries (20 considerados desatentos e 20 classificados como típicos), foram administrados 12 problemas, sendo 4 que continham apenas informações essenciais e 8 problemas que possuíam informações irrelevantes (4 no início e 4 no final). Os alunos vistos como desatentos apresentaram desempenho igual aos considerados típicos na resolução dos problemas com informações essenciais, mas tiveram um desempenho pior quando os problemas incluíam informações irrelevantes, independentemente da localização das informações no enunciado (se no início ou no fim). O segundo estudo comparou a influência de informações irrelevantes numéricas e verbais. Participaram 19 crianças desatentas e 18 crianças de controle, selecionadas com critérios semelhantes aos Estudo 1. Os participantes resolveram 12

problemas, 6 com informações numérico-aritméticas irrelevantes e 6 com informações verbais irrelevantes. Ambos os tipos de informações produziram maior número de erros processuais no grupo desatento, mas diferenças nos erros de cálculo foram menos evidentes. Além disso, as crianças desatentas foram mais influenciadas com informações irrelevantes verbais do que numéricas. Esses resultados podem sugerir que as dificuldades das crianças desatentas na resolução de problemas se devem parcialmente à incapacidade de inibir informações irrelevantes (MARZOCCHI *et al.*, 2002). Nesse sentido, é possível considerar que existem aspectos complicadores presentes na resolução de problemas que não são exclusivos da matemática.

Da mesma forma, também destacando o quanto a resolução de problemas é uma atividade complexa que envolve várias habilidades, um estudo belga mostrou que a resolução de problemas matemáticos das crianças não é determinada por um único componente geral. A investigação explorou se as habilidades cognitivas podem ser combinadas em um componente (semântico), dois (semântico e não-semântico) ou três (semântico, visual e auditivo-verbal). Para tanto, foram utilizados o *Kortrijk Arithmetic Test* (teste composto por 60 itens matemáticos de domínio específico), o *Arithmetic Number Fact Test* (teste que contém 200 fatos aritméticos) e o *Cognitive Developmental skills in Arithmetics* (teste de blocos com 90 itens), além de um questionário respondido pelos professores para aferir a percepção docente acerca dos alunos. A pesquisa foi realizada com 376 alunos de 3º ano e 107 de 2º ano da escola primária e identificou que as crianças com dificuldades de aprendizagem matemática tiveram um desempenho semelhante ao das crianças mais novas. Isso poderia sugerir um atraso maturacional no desenvolvimento das habilidades cognitivas das crianças que apresentam dificuldades na área matemática (DESOETE; ROEYERS, 2005). Dessa forma, talvez exista uma ordem de aquisição dos conhecimentos, na resolução de problemas, que esteja relacionada ao desenvolvimento cognitivo do sujeito.

Ainda dentro da temática, mas com enfoque nos aspectos relacionados aos enunciados, uma pesquisa espanhola de 2007 analisou a reformulação dos textos presentes nos problemas matemáticos. Com o intuito de definir e distinguir a reformulação situacional (em que os enunciados descrevem de forma mais rica a situação) e a reformulação conceitual (quando as relações semânticas recebem maior atenção), o estudo testou a eficácia de ambas as reformulações por meio de dois experimentos. No primeiro, a amostra conteve 208 alunos, enquanto a amostra do segundo experimento contou com 192 alunos. Em ambos, os sujeitos eram estudantes da terceira, quarta e quinta

série. O estudo 1 propôs que as crianças alterassem problemas em três versões diferentes: padrão, situacional e conceitual, enquanto o estudo 2 comparou três versões diferentes da versão situacional: um apenas com elaborações temporais, outro com elaborações causais e uma versão combinando as duas elaborações. Os dados mostraram que os problemas reformulados conceitualmente geraram os melhores resultados, especialmente entre crianças mais novas e para problemas considerados mais difíceis. Em nenhum dos estudos, os problemas reformulados situacionalmente produziram melhor desempenho do que itens padronizados. Dessa forma, somente a reformulação conceitual provou ser útil para melhorar o desempenho das crianças (VICENTE; ORRANTIA; VERSCHAFFEL, 2007). Tais considerações salientam que lacunas conceituais podem dificultar a compreensão do enunciado, prejudicando o rendimento do estudante. A resolução de problemas envolve muito além do que o saber fazer, contemplando outros aspectos mais.

Nesse sentido, as pesquisas apontam que grande parte das dificuldades encontradas na resolução de problemas está relacionada a aspectos de natureza específica, como a posição da incógnita nos problemas ou a forma de apresentação (IÉGAS; HAYDU, 2015). Uma pesquisa interventiva de 2015, realizada no Brasil, com 48 alunos de 1ª ano do Ensino Fundamental, mostrou a eficácia da utilização do *software* Arit-Fácil na resolução de problemas de adição e subtração em que as incógnitas se localizavam no início, meio e fim dos enunciados. O software promove o uso de balanças virtuais para resolver as situações. Através da análise do pré e do pós-teste, foi possível identificar o aumento nas porcentagens de acertos dos participantes nos problemas de adição com incógnitas nas três possíveis posições e nas subtrações com incógnita na posição final depois da intervenção (IÉGAS; HAYDU, 2015). Os aspectos próprios da resolução de problemas, quando não bem desenvolvidos e exercitados, podem se tornar obstáculos adicionais, além dos que já são próprios do campo matemático.

Através dessa retomada sucinta, consegue-se contextualizar aspectos significativos presentes na resolução de problemas. Mesmo não recebendo a mesma importância que a aritmética, nem sendo explorada na riqueza de todas as suas possibilidades, a resolução de problemas é bastante trabalhada na escola. Ela tem o potencial de dar sentido aos números, tornando real sua utilização. Por isso, a relevância de melhor compreendê-la, na relação com outros conhecimentos escolares.

Estudos sobre a relação entre aritmética e resolução de problemas

Ao considerar as temáticas em destaque, há de se ponderar aspectos relacionados ao conhecimento conceitual dos estudantes e de que forma esse conhecimento pode afetar o rendimento procedural (SCHNEIDER; STERN, 2010). Nesse sentido, Lautert e Spinillo (2002) compararam o desempenho em problemas de divisão e as concepções sobre a divisão de 80 crianças brasileiras, com idades entre 5 e 9 anos). Além de resolverem dois tipos de problemas de divisão (um de partição e outro por quotas), os participantes responderam o que era dividir, por meio de uma entrevista clínica. Os dados indicaram relação entre o desempenho e as concepções sobre a divisão. Também mostraram que os estudantes atribuem um significado matemático à divisão antes de utilizarem os procedimentos adequados na resolução dos problemas, identificando relação entre conhecimento procedural e conhecimento linguístico (LAUTERT; SPINILLO, 2002).

Dessa forma, fica evidente que para desenvolver conhecimentos aritméticos, as crianças devem compreender princípios aritméticos, além de aprender habilidades de cálculo. Nessa perspectiva, dois experimentos complementares, realizados no Reino Unido, investigaram a compreensão das crianças acerca do princípio de inversão e a relação entre a compreensão conceitual e as habilidades aritméticas (GILMORE; BRYANT, 2006). Participaram 127 crianças de duas faixas etárias (6-7 e 8-9 anos). Avaliou-se a precisão das crianças em problemas inversos e de controle em uma variedade de formatos de apresentação e nas formas canônica e não canônica, além da capacidade aritmética geral. Constatou-se que as crianças obtiveram melhor desempenho em problemas inversos do que os de controle, indicando que elas fizeram uso do princípio inverso. Também foi observado que o formato de apresentação afetou o desempenho. Os problemas apresentados por meio de imagens foram mais fáceis para as crianças, permitindo que aplicassem seus conceitos de compreensão independentemente do tipo de problema. De forma contrária, os problemas apresentados por forma de enunciado restringiram sua capacidade de usar seu conhecimento conceitual. Os dados também revelaram três subgrupos com diferentes perfis de compreensão conceitual e habilidade aritmética. As crianças dos grupos "alta capacidade" e "baixa capacidade" mostraram compreensão conceitual de acordo com sua habilidade aritmética, mas um terceiro grupo de crianças apresentou mais compreensão conceitual do que habilidade aritmética. Dessa forma, os três subgrupos podem representar pontos diferentes de um mesmo

desenvolvimento ou caminhos de desenvolvimento distintos, demonstrando a relevância de considerar o padrão de compreensão conceitual de cada criança no desempenho da resolução de problemas (GILMORE; BRYANT, 2006).

A relação entre os diferentes conhecimentos necessários para resolver um problema é um tema importante e recorrente no campo de pesquisas. Se pensarmos que, antes mesmo da instrução, as crianças resolvem problemas com estratégias informais baseadas na situação descrita no problema, podemos novamente analisar a relação entre os conhecimentos utilizados na resolução de problemas. Principalmente porque, mesmo após a instrução formal, essa estrutura inicial, que se baseia na situação, continua sendo a primeira a ser evocada na resolução de problemas e somente quando não for eficiente é que a representação do problema baseada no conhecimento aritmético será utilizada (BRISSIAUD; SANDER, 2010). Uma pesquisa francesa composta por três experimentos - com 261 alunos de 3º e 4º ano - propôs problemas de subtração, multiplicação e divisão em duas versões envolvendo o mesmo enunciado, mas com valores numéricos diferentes. A primeira versão podia ser resolvida mentalmente com uma estratégia baseada na situação e a segunda com uma estratégia aritmética mental. Os resultados mostraram que os problemas de situação são mais fáceis do que problemas de aritmética mental, mesmo após a escolarização. Além disso, pela análise dos dados, o estudo sugere que uma melhoria no conhecimento conceitual deve resultar em progresso processual, disponibilizando procedimentos que já foram utilizados em outros contextos (BRISSIAUD; SANDER, 2010).

De forma complementar, a retomada de literatura justifica a proposta deste estudo. Tanto a aritmética quanto a resolução de problemas são áreas importantes e presentes desde os anos iniciais da escolarização, sendo imprescindível que se entenda melhor de que maneira elas se relacionam. Em 2006, Panizza já afirmava que, mesmo aritmética e resolução de problemas possuindo caráter complementar no processo de aprendizagem, a aritmética aparentemente recebe mais atenção na escola, com ênfase na realização de cálculos, muitas vezes exercitados de modo mecânico. Nesse sentido, o estudo pode agregar na compreensão do campo de pesquisas, principalmente no âmbito nacional, e contribuir nas práticas educacionais.

3.2 MÉTODO

3.2.1 Participantes

A amostra foi composta por 127 estudantes de 3º e 4º anos, com idades entre 8 e 11 anos ($M=9,3$ anos, $DP=0,7$), de duas escolas municipais da cidade de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. As escolas foram escolhidas por critérios de conveniência, quantidade de alunos e por atenderem a comunidades de classe socioeconômica semelhante. A coleta de dados foi realizada nos meses de abril e maio de 2018 e, novamente, em novembro e dezembro do mesmo ano.

Por meio das Matrizes Progressivas de Raven – Escala Especial (ANGELINI *et al.*, 1999) foi avaliado o nível intelectual (QI) dos participantes, através do resultado do teste de raciocínio não-verbal. Utilizou-se o ponto de corte no percentil 25 - intelectualmente médio - com a intenção de homogeneizar a amostra e seus resultados. O teste foi aplicado em grupos de 10 crianças.

3.2.2 Instrumentos

Tarefa de Aritmética

Com o intuito de aferir o desempenho aritmético aplicou-se o Subteste de Aritmética do Teste de Desempenho Escolar (TDE - STEIN, 1994). O TDE é composto por três subtestes: aritmética, leitura e escrita. O Subteste de Aritmética, que foi utilizado pela pesquisa, é composto de três problemas simples, apresentados oralmente, e 35 cálculos aritméticos exibidos de forma escrita, com nível crescente de complexidade. As crianças são convidadas a realizar o maior número de questões, sem limite de tempo. A pontuação é definida pela quantidade de acertos. A tarefa foi aplicada de maneira coletiva, na sala de aula.

Tarefa de Resolução de Problemas

A tarefa de resolução de problemas foi adaptada de Bonilha e Vidigal (2016), pelos doutorandos Camila Nogueira e Elielson Lima, e contemplou a resolução de 10 problemas, distribuídos em três níveis de dificuldade: fácil, quando exigido o uso de apenas uma operação; médio, com duas operações; e difícil, com três ou mais operações envolvidas. Um teste inicial foi aplicado com 109 alunos, com idades e escolaridade

similares à da amostra mais tarde utilizada, nas cidades de Porto Alegre e Arapiraca (RN). Constatando-se muitas dificuldades, os problemas foram adaptados, retirando-se elementos distratores cujas informações não apresentavam relevância direta para a resolução. A partir da reconfiguração da tarefa, foram elencadas para a tarefa oficial: 4 questões consideradas fáceis, 3 médias e 3 difíceis. A tarefa foi aplicada coletivamente, na sala de aula. A Figura 6 mostra exemplos de problemas utilizados na tarefa, representando também os níveis de dificuldade relatados anteriormente.

Figura 6 – Questões da tarefa de Resolução de Problemas (níveis fácil, médio e difícil, respectivamente)

2. Numa loja perto da casa de Antônio, a caixa registradora não marcou alguns números no papel. Descubra o que está faltando.

LOJA NACIONAL		
CELULAR	<input type="text"/>	7 3
CAIXA DE SOM	2 0	<input type="text"/>
TOTAL	8 7 5	

5. Natalia comprou na papelaria 7 pacotes de cadernos com 5 cadernos em cada um. Cada caderno custa 3 reais. Quanto Natalia pagou pelos cadernos?

3. Fábio fez uma compra aproveitando as ofertas do supermercado, mas a máquina registradora estava com problema e alguns números ficaram apagados. Complete com os números que faltam.

OFERTA

IOGURTE – 3 REAIS
MANTEIGA – 2 REAIS
ARROZ – 8 REAIS
LATA DE ÓLEO – 4 REAIS
REFRIGERANTE – 3 REAIS

QUANTIDADE	ITENS	PREÇO TOTAL
3	IOGURTE	9,00
	ÓLEO	20,00
1	ARROZ	
	MANTEIGA	8,00
6	REFRIGERANTE	
	TOTAL	

Fonte: Elaborada pela autora.

3.2.3 Análise

A fim de verificar a relação entre os desempenhos aritmético e na resolução de problemas, foi utilizado o teste de correlação de *Pearson*. Em seguida, o desempenho dos estudantes foi classificado em inferior, médio e superior de acordo com o escore obtido em cada uma das tarefas avaliadas para, com isso, conduzir teste de associação com a intenção de verificar detalhes entre esses grupos de desempenho, isto é, se um melhor desempenho em aritmética está associado a um melhor desempenho na resolução de problemas.

3.3 RESULTADOS

O presente estudo teve como objetivo compreender a relação entre a aritmética e a resolução de problemas. Primeiramente são apresentadas a Tabela 4 com a categorização da amostra e a Tabela 5 com as análises descritivas do desempenho dos alunos em cada tarefa.

Tabela 4 – Categorização da amostra

		Total (%)	Média (DP)	Mínimo – Máximo
Ano Escolar	3º ano	55 (43,3%)		
	4º ano	72 (56,7%)		
Gênero	Feminino	79 (62,2%)		
	Masculino	48 (37,8%)		
Idade		127 (100%)	9,3 (0,7)	8,2 – 11,3

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 5 – Desempenho dos participantes em cada tarefa

	Média (DP)	Mínimo – Máximo
Subteste de Aritmética	13,17 (4,02)	2 – 23
Resolução de Problemas	1,98 (1,98)	0 – 8

Fonte: Elaborada pela autora.

Por meio do teste de correlação de *Pearson* foi encontrada correlação significativa e moderada ($r=0,561$, $p<0,01$) entre as duas variáveis analisadas. Essa correlação pode sugerir que existem habilidades em comum em ambas as áreas matemáticas. Essa hipótese ganha força quando analisamos, em conjunto, os dados do estudo 1, desta mesma pesquisa, que identifica categorias de erros que aparecem tanto na resolução de problemas quanto na aritmética. Através dos erros compartilhados, podemos pensar qualitativamente essa correlação.

Em seguida, com a intenção de aprofundar a relação entre aritmética e resolução de problemas, os escores em cada tarefa foram classificados em grupos de desempenho inferior, médio e superior. Para isso foram consideradas as médias e desvios padrão apresentados pelos estudantes em cada tarefa, conforme pode ser verificado na Tabela 6. Para o grupo de desempenho superior foi calculada a soma da média com um desvio padrão ($M+DP$), para o grupo de desempenho inferior foi calculado a diferença da média com um desvio padrão ($M-DP$) e para o grupo de desempenho médio foram considerados todos os escores na média, ou seja, aqueles acima de $M-DP$ e abaixo de $M+DP$.

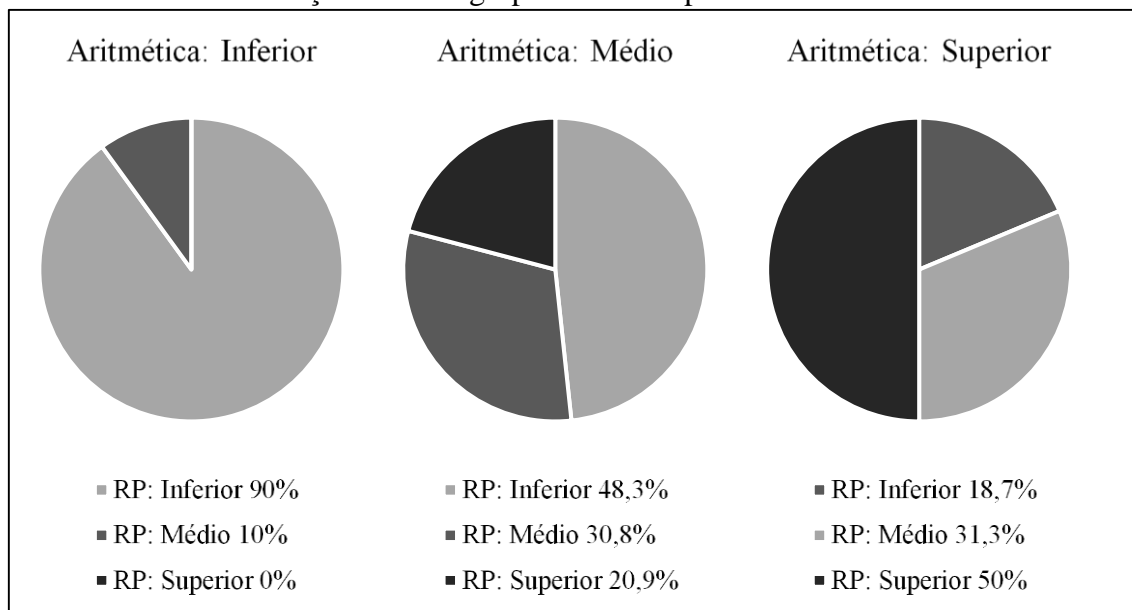
Tabela 6 – Classificação dos grupos de desempenho

Medida	N (%)
Resolução de Problemas	
Inferior (acertos ≤ 1)	65 (51,2%)
Médio ($2 \leq$ acertos ≤ 3)	35 (27,5%)
Superior (acertos ≥ 4)	27 (21,3%)
Subteste de Aritmética	
Inferior (acertos ≤ 9)	20 (15,7%)
Médio ($10 \leq$ acertos ≤ 17)	91 (71,7%)
Superior (acertos ≥ 18)	16 (12,6%)

Fonte: Elaborada pela autora.

Depois disso, foi feita a comparação entre esses diferentes grupos de desempenho. Portanto, a partir do teste exato de Fisher, adaptado para tabelas maiores do que 2×2 , verificou-se que houve associação entre os diferentes grupos de desempenho nas medidas de resolução de problemas e aritmética ($p < 0,05$). Assim, a partir desses resultados, a hipótese do estudo foi confirmada, e pode-se afirmar que um bom desempenho em aritmética está associado a um melhor desempenho em resolução de problemas. Como pode ser verificado no gráfico abaixo (Gráfico 5), a maioria dos alunos com desempenho inferior em aritmética (90%) também apresenta desempenho inferior em resolução de problemas, e conforme o desempenho em aritmética vai aumentando (desempenhos médio e superior), o desempenho na resolução de problemas também aumenta. Isso pode ser verificado a partir da porcentagem de alunos que aumenta nos grupos de desempenho médio e superior e diminui no grupo de desempenho inferior na tarefa de resolução de problemas, conforme aumenta o desempenho na tarefa de aritmética.

Gráfico 5 – Associação entre os grupos de desempenho nas duas tarefas avaliadas



Fonte: Elaborado pela autora.

3.4 DISCUSSÃO

O objetivo deste estudo foi analisar e correlacionar os desempenhos aritmético e na resolução de problemas de 127 alunos de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas de Porto Alegre.

O desempenho na resolução de problemas foi medido por meio da tarefa adaptada de Bonilha e Vidigal (2016). Já o aritmético foi avaliado através do Subteste de Aritmética do TDE. A partir dos resultados foi encontrada correlação entre o desempenho nas duas tarefas. Ressalta-se que, mesmo que a média dos alunos na tarefa de resolução de problemas tenha sido baixa, os dados foram suficientes para apresentar a relação existente entre os desempenhos nessas duas tarefas. Isso vai ao encontro de estudos anteriores que destacam a importância das duas áreas para a educação matemática (MARZOCCHI *et al.*, 2002; IÉGAS; HAYDU, 2015; MECCA *et al.*, 2016; IGLESIAS-SARMIENTO *et al.*, 2020). Ainda é importante destacar que não foram encontrados, através de uma busca rápida, estudos que contraponham a relação entre as duas áreas destacadas.

Além disso, os desempenhos dos alunos foram comparados a partir da classificação em baixo, médio e alto de acordo com os escores nas tarefas. Esse resultado indicou associação entre esses desempenhos, isto é, alunos com baixo desempenho em aritmética também apresentaram baixo desempenho em resolução de problemas, corroborando os resultados da análise de correlação relatada anteriormente. Ademais,

percebeu-se que conforme o desempenho em aritmética aumenta (médio e superior) também cresce o desempenho na resolução de problemas. Conclui-se, então, que um bom desempenho em aritmética está associado a um melhor desempenho em resolução de problemas. Essa associação talvez possa ser pensada a partir da relação entre os conhecimentos procedurais e conceituais, mencionada pela literatura (LAUTERT; SPINILLO, 2002; SCHNEIDER; STERN, 2010). Ainda que a aritmética também possua conhecimentos conceituais implícitos, contempla mais questões procedimentais. Já a resolução de problemas tem os cálculos como último passo de um processo que se baseia, inicialmente, na compreensão de conceitos e relações impostos pelos enunciados, também implicando conhecimentos linguísticos e semânticos.

As diferentes médias das duas tarefas também apontam que a aritmética parece ser mais fácil para os estudantes. Ao se pensar nos múltiplos conhecimentos exigidos pela resolução de problemas, essa diferença de desempenhos parece fazer sentido. Tais conhecimentos perpassam outras áreas que não unicamente matemáticas, como já indicado pela literatura (MARZOCCHI *et al.*, 2002; MOREAU; DESOETE; ROEYERS, 2005; VICENTE; ORRANTIA; VERSCHAFFEL, 2007; IÉGAS; HAYDU, 2015). Como retratado por Gilmore e Bryant (2006), o formato de apresentação parece afetar o desempenho dos estudantes. Dessa forma, além dos enunciados ocasionarem dificuldades adicionais, soma-se a diferença de tempo que é dedicada às duas áreas no contexto escolar de ensino, uma vez que os cálculos têm recebido mais atenção dos professores, em detrimento da prática de resolver problemas (PANIZZA, 2006).

No entanto, é necessário considerar a limitação imposta pela tarefa de resolução de problemas, que se mostrou demasiadamente difícil e complexa para os estudantes. Até mesmo os problemas considerados de fácil resolução foram complicados para muitos participantes, sobretudo para os pertencentes do 3º ano. Esse aspecto também justifica os baixos desempenhos no tópico de resolução de problemas, ainda que tenha sido encontrada correlação.

Apesar disso, o estudo pode ajudar professores dos anos iniciais a entenderem melhor o rendimento de seus alunos, ocasionando também repercussões educacionais, dada a centralidade de ambos os conteúdos na educação matemática e seu caráter basilar para a aquisição de outros conhecimentos mais complexos.

Nesse ângulo, a correlação entre as duas variáveis indica que as áreas não são independentes no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, além de não precisarem ser desenvolvidas isoladamente, também não possuem ordem de aquisição no

processo de escolarização. O aluno não precisa, necessariamente, ter alicerçado a aritmética antes de iniciar a resolução de problemas, como parece ser considerado no cotidiano de boa parte dos professores. De modo prático, os problemas podem ser orais nos primeiros dois anos do Ensino Fundamental, quando a alfabetização ainda está sendo consolidada.

Além disso, o ensino combinado entre as duas áreas de conhecimento talvez minimizasse os baixos rendimentos na resolução de problemas, visto que esses resultados sugerem que é necessário dedicar mais tempo e estratégias em seu ensino. Mesmo que tenha habilidades compartilhadas com a aritmética, ela possui características específicas que podem torná-la um desafio maior para os alunos.

Dessa forma, este estudo pode ajudar os professores a considerarem a importância da utilização dos problemas matemáticos, desde os primeiros anos da escolarização, e sua relação com a aritmética. Através dessa discussão, é possível repensar o ensino, associando aritmética e resolução de problemas e desfrutando do caráter complementar de ambas.

REFERÊNCIAS

- ABREU, E. S.; VIAPIANA, V. F.; HESS, A. R. B.; GONÇALVES, H. A.; SARTORI, M. S.; GIACOMONI, C. H.; STEIN, L. M.; FONSECA, R. P. Relação entre Atenção e Desempenho em Leitura, Escrita e Aritmética em Crianças. **Avaliação Psicológica**, 16(4), p. 458-467, 2017.
- AMARAL, N.; CARREIRA, S. A Criatividade Matemática nas Respostas de Alunos Participantes de uma Competição de Resolução de Problemas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 59, p. 880-906, dez. 2017.
- ANGELINI, A. L.; ALVES, I. C. B.; CUSTÓDIO, E. M.; DUARTE, W. F.; DUARTE, J. L. M. **Matrizes Progressivas Coloridas de Raven**: Escala Especial. 1. ed. São Paulo: Centro Editor de Testes e Pesquisas em Psicologia, 1999.
- BALTACI, S.; YILDIZ, A.; GÜVEN, B. Knowledge Types Used by Eighth Grade Gifted Students While Solving Problems. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1032-1055, dez. 2014.
- BERTELETTI, I.; BOOTH, J. R. Perceiving fingers in single-digit arithmetic problems. **Frontiers in Psychology**, v. 6, article 226, 2015.
- BONILHA, M. A. C.; VIDIGAL, S. M. P. O recurso problemateca. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Resolução de problemas nas aulas de matemática**: o recurso problemateca. Porto Alegre, Penso, 2016.

BRASIL, Ministério da Educação, Base Nacional Comum Curricular – BNCC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em: agosto de 2020.

BRISSIAUD, R.; SANDER, E. Arithmetic word problem solving: a Situation Strategy First Framework. **Developmental Science**, 13:1, p. 92–107, 2010.

CHAHON, M. Metacognição e Resolução de Problemas Aritméticos Verbais: teoria e implicações pedagógicas. **Revista do Departamento de Psicologia - UFF**, v. 18 - n. 2, p. 163-176, 2006.

DESOETE, A.; ROEYERS, H. Cognitive skills in mathematical problem solving in Grade 3. **British Journal of Educational Psychology**, n. 75, p. 119–138, 2005.

DÍAZ, J. J.; BERMEJO, V. Nivel de abstracción de los problemas aritméticos en alumnos urbanos y rurales. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, 10(3), p. 335-364, 2007.

DORNELES, C. L.; DORNELES, B. V. Relação inversa entre adição e subtração em alunos adultos do Ensino Fundamental. **Acta Scientiae**, v. 17, n. 1, jan./abr. 2015.

ESTUDILLO, A. J.; ROMERO, E. B.; CASADO, N.; DAS, J. P.; GARCIA-ORZA, J. Automaticity in subtractions depends on problem-size. **Anales de psicología**, v. 31, n. 2, p. 697-704, mayo 2015.

GILMORE, C. K.; BRYANT, P. Individual differences in children’s understanding of inversion and arithmetical skill. **British Journal of Educational Psychology**, n. 76, p. 309–331, 2006.

GUEDJ, D. **Numbers: A Universal Language**. London: Thame and Hudson, 1998.

HUBBER, P.; GILMORE, C.; CRAGG, L. The roles of the central executive and visuospatial storage in mental arithmetic: A comparison across strategies. **The quarterly journal of experimental psychology**, v. 67, n. 5, p. 936–954, 2014.

IÉGAS, A. L. F.; HAYDU, V. B. Resolução de Problemas Aritméticos: Efeitos de Ensino com uma Balança Virtual. **Trends in Psychology**, v. 23, nº 1, p. 83-96, 2015.

IGLESIAS-SARMIENTO, V.; ALFONSO, S.; CONDE, A.; PÉREZ, L.; DEAÑO, M. Mathematical Difficulties vs. High Achievement: An Analysis of Arithmetical Cognition in Elementary School. **Developmental Neuropsychology**, 2020.

IGLESIAS-SARMIENTO, V.; DEAÑO, M. Arithmetical Difficulties and Low Arithmetic Achievement: Analysis of the Underlying Cognitive Functioning. **The Spanish Journal of Psychology**, 19, e36, p. 1–14, 2016.

JUSTO, J. C. R. Resolução de Problemas Matemáticos no Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista – RS**, n. 13, p. 37-45, 2012.

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. As Relações Entre o Desempenho em Problemas de Divisão e as Concepções de Crianças Sobre a Divisão. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, v. 18, n. 3, pp. 237-246, 2002.

MAGINA, S. M. P.; SPINILLO, A. G.; MELO, L. M. S. A Resolução de Problemas de Produto Cartesiano por Alunos do Ensino Fundamental. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 43, n. 1, p. 293-311, jan./mar. 2018.

MALLART, A.; DEULOFEU, J. Estudio de indicadores de creatividad matemática en la resolución de problemas. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 20, n. 2, p. 193-222, 2017.

MARZOCCHI, G. M.; LUCANGELI, D.; MEO, T.; FINI, F.; CORNOLDI, C. The Disturbing Effect of Irrelevant Information on Arithmetic Problem Solving in Inattentive Children. **Developmental Neuropsychology**, 21:1, p. 73-92, 2002.

MECCA, T. P.; DIAS, N. M.; SEABRA, A. G.; JANA, T. A.; MACEDO, E. C. Relação entre habilidades cognitivas de processamento visual e inteligência fluida com o desempenho em aritmética. **Psico**, Porto Alegre, 47(1), p. 35-45, 2016.

NUNES, T.; DORNELES, B. V.; LIN, P.; RATHGEB-SCHNIERER, E. Teaching and Learning About Whole Numbers in Primary School. In: **ICME-13 Topical Surveys**. Springer O ed. Hamburg, 2016.

NÚÑEZ-PEÑA, M. I.; GRACIA-BAFALLUY, M.; TUBAU, E. Individual differences in arithmetic skill reflected in event-related brain potentials. **International Journal of Psychophysiology**, n. 80, p. 143-149, 2011.

ORRANTIA, J.; MÚÑEZ, D.; FERNÁNDEZ, M.; MATILLA, L. Resolución de problemas aritméticos: Conocimiento conceptual y nivel de competencia en matemáticas. **Aula Abierta**, ICE. Universidad de Oviedo, v. 40, n. 3, p. 23-32, 2012.

PANIZZA, M. Reflexões gerais sobre o ensino da matemática. In: PANIZZA, M. (Org). **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas**. Tradução de Antonio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006.

REBELO, K. S.; POÇAS, M.; JUSTO, J. C. R. Resolução de Problemas Matemáticos: Qualificando o professor do Ensino Fundamental para a melhoria da aprendizagem dos estudantes. **Revista de Iniciação Científica da Ulbra**, n. 10, p. 73-79, 2012.

RODRÍGUEZ, M.; GREGORI, P.; RIVEROS, A.; ACEITUNO, D. Análisis de las estrategias de resolución de problemas en matemática utilizadas por estudiantes talentosos de 12 a 14 años. **Educación Matemática**, v. 29, n. 2, agosto de 2017.

SABBAGH, S. S. Solución de problemas aritméticos redactados y control inhibitorio cognitivo. **Universitas Psychologica**, v. 7, n. 1, 2008.

SCHILD, U.; BAUCH, A.; NUERK, H. A Finger-Based Numerical Training Failed to Improve Arithmetic Skills in Kindergarten Children Beyond Effects of an Active Non-numerical Control Training. **Frontiers in Psychology**, v. 11, article 529, 2020.

SCHNEIDER, M.; STERN, E. The Developmental Relations Between Conceptual and Procedural Knowledge: A Multimethod Approach. **Developmental Psychology**, v. 46, n. 1, p. 178–192, 2010.

SEABRA, A. G.; DIAS, N. M.; MACEDO, E. C. Desenvolvimento das Habilidades Aritméticas e Composição Fatorial da Prova de Aritmética em Estudantes do Ensino Fundamental. **Interamerican Journal of Psychology**, v. 44, n. 3, p. 481-488, 2010.

STEIN, L. **TDE - Teste de Desempenho Escolar: manual para a aplicação e interpretação**. São Paulo: Casa do Os, 1994.

TRINDADE, M. N. As Dificuldades de Aprendizagem em Leitura e Aritmética: indicações de um Estudo Piloto. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 22, n. 32, p. 61- 81, 2009.

VICENTE, S.; ORRANTIA, J.; VERSCHAFFEL, L. Influence of situational and conceptual rewording on word problem solving. **British Journal of Educational Psychology**, n. 77, p. 829–848, 2007.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo desta dissertação foi relacionar aritmética e resolução de problemas. Para tanto, foram desenvolvidos dois estudos.

O primeiro deles, uma análise qualitativa, categorizou e comparou os erros entre aritmética e resolução de problemas. A hipótese que guiou a proposta foi de que existiriam semelhanças e diferenças entre as resoluções dos estudantes participantes. Tal suposição se mostrou verdadeira, visto que foram encontradas 13 categorias de erros em aritmética, e 12 em resolução de problemas, sendo que 5 delas foram idênticas. Diante disso, sugere-se que existem conhecimentos comuns para ambas as áreas matemáticas.

Também se constatou que os estudantes, de ambos os anos escolares, tiveram melhores escores na tarefa aritmética, o que pode indicar uma maior ênfase no ensino nos procedimentos aritméticos e não na resolução de problemas. Além disso, verificou-se uma melhora no desempenho aritmético, indicando crescimento de um ano escolar para o outro. Esse crescimento é menor na resolução de problemas, ainda que também possa ser visto. Tratando-se da ocorrência de erros aritméticos e excluindo-se as respostas em branco, a maioria dos erros dos alunos de 3º ano referiu-se à “troca de operação”, sendo a menor ocorrência “no dividir” e na “multiplicação com dois dígitos”. Esses resultados parecem indicar que o algoritmo ainda estava sendo consolidado (o que explicaria as trocas de operações). No que tange aos erros com menor incidência, é possível relacioná-los aos conteúdos que ainda não haviam sido aprendidos formalmente pelos estudantes e que, por isso, tiveram menos tentativas de resolução (sendo, na maioria, deixados em branco). Já no 4º ano, a categoria com mais erros atribuiu-se à “contagem”, tendo como menor percentual de erros a categoria de “transposição da casa decimal”. Tais resultados podem sugerir que os estudantes possuíam melhor consolidados os procedimentos aritméticos (por isso o número menor de erros na categoria de transposição da casa decimal).

Na tarefa de resolução de problemas, a maioria dos erros, em ambos os anos, correspondeu à categoria “incompreensão da relação entre quantidades”. Esse resultado reforça a complexidade de conhecimentos e habilidades exigida na resolução de problemas. É insuficiente saber realizar os algoritmos se não forem estabelecidas relações entre as quantidades e informações do enunciado. Da mesma forma como não basta interpretar e desconhecer os procedimentos do cálculo. Já as categorias com menor

percentual de erros foram a de “resolução correta, sem resposta final” para os alunos de 3º ano e de “incompreensão do problema” para os de 4º ano.

Também se destacou o número elevado de respostas em branco, ou “ausência de resposta”, em ambas as tarefas. É importante lembrar que os alunos do 3º ano ainda não tinham aprendido, formalmente, a realizar divisões. Ainda assim, foi interessante perceber que, apesar de deixarem em branco os algoritmos da tarefa de aritmética, muitos desses alunos arriscaram estratégias nas mesmas questões da tarefa de resolução de problemas, provavelmente por não perceberem que se tratavam de conteúdos que eles oficialmente não dominassem. Destaca-se ainda que alguns destes tiveram sucesso em suas estratégias, sem envolver algoritmos.

A análise e comparação individual entre as tarefas também indicou um grupo de estudantes que acertou um algoritmo, na tarefa aritmética, e errou sua questão correspondente, quando apresentada por meio de um problema, na tarefa de resolução de problemas. Esse achado levanta a hipótese de que o baixo desempenho na resolução de problemas pode também estar vinculado a aspectos interpretativos e linguísticos, além dos procedimentais.

O segundo estudo, de caráter quantitativo, investigou a relação entre aritmética e resolução de problemas, tendo a hipótese de que ambas estariam diretamente relacionadas. Essa conjectura também se revelou correta, sendo encontrada correlação significativa e moderada entre as duas áreas analisadas. Essa correlação corrobora os achados do primeiro estudo, também insinuando a existência de habilidades comuns em ambas as áreas da aprendizagem matemática.

Além disso, através da classificação dos escores das duas tarefas, verificou-se associação significativa entre os diferentes grupos de desempenho nas medidas de resolução de problemas e aritmética. Os resultados mostraram que um bom desempenho em aritmética está atrelado a um melhor desempenho em resolução de problemas. Percebeu-se que a maioria dos alunos com desempenho inferior em aritmética também apresentou desempenho inferior em resolução de problemas, e, na medida em que o desempenho em aritmética aumentou, o mesmo ocorreu com o desempenho na resolução de problemas.

Os dois estudos mostraram que os estudantes têm melhores escores na área da aritmética. Talvez os conhecimentos exigidos pelos algoritmos sejam mais fáceis para as crianças, talvez exijam menos processos cognitivos, ou ainda menos passos a serem

seguidos, mas também é possível sugerir que esses rendimentos tenham relação com o processo de escolarização.

Como apontado anteriormente, os dois estudos se completam e reafirmam a relação entre aritmética e resolução de problemas. Dessa forma, podem tornar mais claro o processo de aprendizagem dos alunos a seus professores, com destaque aos anos iniciais da escolarização.

O primeiro estudo reforça a perspectiva de que os erros não são um problema, mas uma pista para guiar e redirecionar a prática dos professores, ajudando a estabelecer estratégias ou a repensar o ensino do conteúdo trabalhado. Nesse sentido, o erro não faz parte apenas do processo de aprendizagem do aluno, mas também da formação docente de seu professor.

Se os professores entenderem os processos de aquisição dos conhecimentos e os motivos envolvendo cada tipo de erro, talvez sejam capazes de intervir preventivamente, evitando lacunas no desenvolvimento conceitual e procedural de seus alunos e, de modo interventivo, nos casos em que essas lacunas já foram instauradas.

Ademais, compreender as especificidades que envolvem a resolução de problemas pode ajudar os professores a filtrar os erros estritamente matemáticos daqueles que não são, proporcionando estratégias mais eficazes e melhor direcionadas. É preciso perceber que os erros são diferentes e que possuem ordens distintas.

Além disso, como o trabalho mostrou, os erros parecem estar relacionados ao ano escolar ou ao tempo de escolarização, evidenciando uma aparente linha de desenvolvimento relacionada à aprendizagem. Se for assim, através do tipo de erro seria possível constatar quais níveis já foram ultrapassados, pela consolidação de habilidades e conhecimentos, e quais ainda precisam ser melhor trabalhados no futuro. Dessa forma, o erro auxiliaria a traçar um mapa da aprendizagem individual de cada aluno.

Os desempenhos mais baixos em resolução de problemas também podem indicar aos professores o espaço restrito que esse conhecimento ocupa dentro das aulas de matemática na rotina escolar. Sabendo dos aspectos que aumentam a dificuldade da área, os docentes podem criar mais momentos dedicados para a prática de resolver problemas, explorando essas dificuldades, e tornando-a mais familiar dos alunos.

Se a aritmética e a resolução de problemas possuem conhecimentos compartilhados - como ambos os estudos sugerem - podem ser desenvolvidas em conjunto, respeitando suas características específicas. A correlação, encontrada no segundo estudo, mostra que as duas áreas não são completamente independentes uma da

outra. Dessa forma, podem ser complementares no processo de aprendizagem. De forma mais concreta, é possível exemplificar pensando no aluno que sabe realizar cálculos, mas que não consegue organizar as informações de um problema para solucioná-lo e empregar seu conhecimento aritmético. Da mesma forma, aquele aluno que compreende o que o desafio matemático propõe, mas não sabe calcular de modo a chegar no resultado. Os dois exemplos ajudam a entender que os conhecimentos aritméticos e da resolução de problemas podem caminhar juntos na prática escolar. Se for assim, não necessariamente existirá uma ordem correta para ensinar cada um deles, sendo ambos partes complementares de um mesmo processo.

Como visto, ambos os estudos têm potencial de contribuir no campo educacional. Realizar cálculos e resolver problemas são habilidades importantes que serão evocadas durante toda a vida. Sabendo-se que são correlacionadas na aprendizagem e que podem ser complementares didaticamente, é importante repensar o lugar de cada uma no processo de escolarização.

APÊNDICE A – TAREFA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TAREFA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

NOME: _____

ESCOLA: _____

DATA DA AVALIAÇÃO: _____

Material organizado por Camila Nogueis e Elielson Lima
Doutorandos em Educação – PPGEdu/UFRGS

EB: _____

1. Em um ônibus que partiu de Porto Alegre com destino a São Leopoldo havia 49 passageiros.

Na primeira parada da viagem desceram 15 e subiram 23 pessoas.

Na segunda parada desceram 16 e subiram 12.

Na terceira parada o ônibus chegou em São Leopoldo.

No final da viagem, quantos passageiros ainda estavam no ônibus?

2. Numa loja perto da casa de Antônio, a caixa registradora não marcou alguns números no papel. Descubra o que está faltando.

LOJA NACIONAL			
CELULAR	<input type="text"/>	7	3
CAIXA DE SOM	2	0	<input type="text"/>
TOTAL	6	7	5

3. Fábio fez uma compra aproveitando as ofertas do supermercado, mas a máquina registradora estava com problema e alguns números ficaram apagados. Complete com os números que faltam.



QUANTIDADE	ITENS	PREÇO TOTAL
3	IOGURTE	9,00
	ÓLEO	20,00
1	ARROZ	
	MANTEIGA	8,00
6	REFRIGERANTE	
	TOTAL	_____

4. Francisco e Matheus estavam jogando um jogo de cartas. Ao final do jogo, Francisco fez 98 pontos e Matheus fez 56 pontos. Quantos pontos Francisco fez a mais do que Matheus?

5. Natalia comprou na papelaria 7 pacotes de cadernos com 5 cadernos em cada um. Cada caderno custa 3 reais.

Quanto Natalia pagou pelos cadernos?

6. Ana mora em um sítio onde há porcos, vacas e galinhas. Em seu sítio ela contou 24 pés. Sabe-se que 4 animais são vacas e porcos. Quantas galinhas há em seu sítio?



7. A escola de Manuela está sendo reformada e foram construídas mais duas salas de aula. Na sala A serão colocadas 5 fileiras com 6 cadeiras em cada uma. Na sala B serão colocadas 4 fileiras com 7 cadeiras em cada uma. Qual das duas salas tem menos cadeiras?

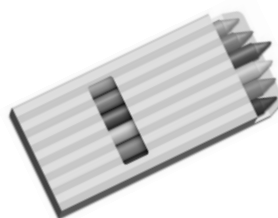
8. Renato foi à feira e comprou 56 frutas. Sabe-se que 12 são maçãs.

As demais frutas são laranjas, que ele guardou em 4 saquinhos com a mesma quantidade em cada um.

Quantas laranjas Renato colocou em cada saquinho?

9. Luísa quer dividir 15 balas com suas amigas Laura e Mariana. Ela quer ficar com pelo menos 3 balas para ela. Como Luísa pode dividir suas balas?

10. Depois de realizarem um trabalho de artes, a professora pediu para que os alunos guardassem todos os gizes de cera nas caixinhas. Os alunos juntaram os gizes e perceberam que ao todo tem 30 gizes de cera. Em cada caixinha cabem 6 gizes de cera. Então de quantas caixinhas eles precisam para guardarem todos os gizes?



APÊNDICE B – TAREFA DE CÁLCULOS ARITMÉTICOS**TAREFA DE CÁLCULOS ARITMÉTICOS**

Cálculos adaptados da tarefa de resolução de problemas (Lima; Nogueis, 2018)

NOME: _____

ESCOLA: _____

DATA DA AVALIAÇÃO: _____ ANO/TURMA: _____

Material organizado por Kamila Kniphoff Jandrey
Mestranda em Educação – PPGEdU/UFRGS

$\begin{array}{r} 6 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 24 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 49 \\ - 15 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 56 \\ - 12 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 57 \\ - 16 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 98 \\ - 56 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 34 \\ + 23 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 41 \\ + 12 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 473 \\ + 202 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ 20 \\ + 6 \\ 8 \\ \hline 18 \end{array}$
$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{r} 35 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$8 \underline{) 2}$	$12 \underline{) 2}$	$15 \underline{) 3}$	$44 \underline{) 4}$	


ANEXO A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA SMED

PREFEITURA MUNICIPAL DE PORTO ALEGRE
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
DIRETORIA PEDAGÓGICA

AUTORIZAÇÃO

Autorizamos os doutorandos Camila Peres Nogue e Elielson Magalhães Lima do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul a realizar a pesquisa intitulada "Precursos do desempenho matemático nas séries iniciais" com os alunos de 3. e 4. anos do Ensino Fundamental das Escolas Municipais de Ensino Fundamental de Porto Alegre durante o ano letivo de 2018 através de coleta de dados com tarefas de avaliação do desempenho aritmético dos estudantes, das habilidades numéricas iniciais, da estimativa numérica, da memória de trabalho, do raciocínio quantitativo, do nível intelectual dos alunos, bem como da consciência fonológica e da compreensão leitora. Em 2019, os pesquisadores reunir-se-ão com a equipe da Diretoria Pedagógica, a fim de relatar os resultados da pesquisa.

Porto Alegre, 14 de março de 2018.


Cláudia Amaral dos Santos Lamprecht
Diretoria Pedagógica
Secretaria Municipal de Educação de Porto Alegre

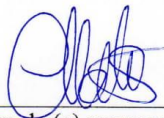
ANEXO B – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DAS ESCOLAS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Pesquisa: Precusores do Desempenho Matemático nas séries iniciais

Eu, Christiane Nunes Mattos, no cargo de supervisora escolar venho representar a escola E.M.E.F. Lauro Rodrigues, situada no endereço Rua Dr. Marino Alvares, nº 240. Idim Inga, em Porto Alegre, no sentido de autorizar o desenvolvimento da pesquisa “Precusores do Desempenho Matemático nas séries iniciais” e a participação livre e espontânea dos alunos das turmas de 3º e 4º anos. Declaro estar ciente que a pesquisa se desenvolverá nas dependências da escola e da necessidade de a instituição disponibilizar uma sala para realizar as avaliações com os alunos participantes.

Porto Alegre, 13 de abril de 2018.



Assinatura do (a) representante da escola

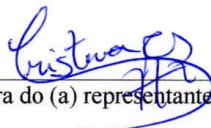
Christiane Nunes Mattos
Supervisão Educacional
Matricula 416396

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Pesquisa: Precusores do Desempenho Matemático nas séries iniciais

Eu, CRISTINA CATTANEO DA SILVEIRA, no cargo de DIRETORA, venho representar a escola EMEF PEPITA DE LEÃO, situada no endereço RUA DO ESTÁDIO, 29, PASSO DAS PEDRAS, em Porto Alegre, no sentido de autorizar o desenvolvimento da pesquisa "Precusores do Desempenho Matemático nas séries iniciais" e a participação livre e espontânea dos alunos das turmas de 3º e 4º anos. Declaro estar ciente que a pesquisa se desenvolverá nas dependências da escola e da necessidade de a instituição disponibilizar uma sala para realizar as avaliações com os alunos participantes.

Porto Alegre, 27 de março de 2018.



Cristina Cattaneo da Silveira
Diretora
Aut: 161/2016

Assinatura do (a) representante da escola

ANEXO C – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DOS PROFESSORES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Projeto: Precusores do Desempenho Matemático nas séries iniciais

TERMO DE PARTICIPAÇÃO DO(A) PROFESSOR(A)

Eu, _____, professor(a)
responsável pela(s) turma(s) _____, na
Escola

_____, aceito participar da pesquisa desenvolvida pelos pesquisadores Camila Peres
Nogues e Elielson Magalhães Lima, intitulada “Precusores do Desempenho Matemático
nas séries iniciais”, fornecendo informações referentes ao desempenho escolar dos
estudantes participantes do estudo, bem como cedendo espaço durante o período de aula
para que seja realizada a pesquisa.

Porto Alegre, ____ de _____ de 2018.

Professor(a) da Escola

ANEXO D – TCLE DOS RESPONSÁVEIS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Autorizo meu (minha) filho(a) a participar da pesquisa intitulada “Precursos do Desempenho Matemático nas séries iniciais” coordenada pelos doutorandos Camila Peres Nogueira e Elielson Magalhães Lima e pela Prof. Dra. Beatriz Vargas Dorneles, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Estou ciente de que meu (minha) filho(a) será avaliado em tarefas importantes para sua aprendizagem: desempenho aritmético, habilidades numéricas iniciais, estimativa numérica, memória de trabalho, raciocínio quantitativo, nível intelectual, consciência fonológica e compreensão leitora. Também estou ciente de que estas atividades serão realizadas em horário de aula, algumas delas serão realizadas na sala de aula com toda a turma, com duração média de 1 hora e meia. Outras atividades serão realizadas individualmente com cada aluno em sala separada, fora do espaço de sala de aula, dentro da escola, com duração média de 30 minutos. Também estou ciente de que meu (minha) filho(a) poderá deixar de participar a qualquer momento que decida sem qualquer prejuízo e de que a escola permitirá que os alunos participem das avaliações, sem nenhum prejuízo sobre o rendimento escolar. Os dados da pesquisa são confidenciais, sem qualquer identificação do participante, sendo utilizados somente para fins científicos. Ao participar desta pesquisa, o jovem não terá nenhum benefício direto, entretanto, esperamos que futuramente os resultados desta pesquisa sejam utilizados em benefício de outros estudantes. A participação na pesquisa é totalmente voluntária e não existe nenhum custo para participar, assim como não existe nenhuma remuneração para aqueles que participarem. Também estou informado(a) de que o grupo de pesquisadores envolvidos se comprometeu em dar uma devolução dos resultados encontrados para a escola.

Em caso de dúvida sobre a pesquisa, o(a) senhor(a) poderá entrar em contato com a direção da escola, ou com um dos responsáveis pelo estudo – Camila Nogueira, telefone: (51) 994619162 ou Elielson Lima (82) 999728398. O Comitê de Ética em Pesquisa da UFRGS também poderá ser contatado para esclarecer dúvidas sobre esta pesquisa, pelo telefone (51) 3308-3738.

Declaro que eu _____, responsável pelo aluno(a) _____ concordo com a sua participação na pesquisa acima referida.

Assinatura do responsável pelo(a) aluno(a):

Data: ____/____/2018

ANEXO E – TERMO DE ASSENTIMENTO DOS ALUNOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado a participar da pesquisa “Precursores do Desempenho Matemático nas séries iniciais”, coordenada pelos doutorandos Camila Peres Nogueira e Elielson Magalhães Lima e pela Prof. Dra. Beatriz Vargas Dorneles, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Seus pais ou responsáveis permitiram que você participe.

Nesta pesquisa pretendemos identificar quais das tarefas que estamos propondo podem ajudar você e outras crianças da sua mesma idade e terem um melhor desempenho em matemática.

Você só precisa participar da pesquisa se quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. As crianças que irão participar desta pesquisa têm de 8 a 11 anos de idade e todas são alunas do 3º ou 4º ano do Ensino Fundamental.

A pesquisa será feita na sua escola, onde você realizará tarefas que envolvem habilidades importantes para sua aprendizagem na matemática, para isso, serão usados somente lápis e papel. Essas atividades serão realizadas em horário de aula, algumas delas serão realizadas na sala de aula com toda a turma, com duração média de 1 hora e meia. Outras atividades serão realizadas individualmente com cada aluno em sala separada, fora do espaço de sala de aula, dentro da escola, com duração média de 30 minutos.

Os resultados da pesquisa vão ser publicados em formato de artigos e trabalhos acadêmicos, mas sem identificar os nomes das crianças que participarem.

Eu _____ aceito participar da pesquisa “Precursores do Desempenho Matemático nas séries iniciais”. Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir. Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e me explicaram como serão feitas as atividades.

Assinatura do(a) aluno(a): _____

Data: ____/____/2018