Jutta Cornelia Reuwsaat Justo

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS:
possibilidades da ação docente

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito para obtenção do título de Doutor em Educação.

Orientadora:
Profa. Dra. Beatriz Vargas Dorneles

Linha de Pesquisa: Psicopedagogia, Sistemas de Ensino /Aprendizagem e Educação em Saúde

Porto Alegre
2009

Jutta Cornelia Reuwsaat Justo

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS:
possibilidades da ação docente

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito para obtenção do título de Doutor em Educação.

Orientadora:
Profa. Dra. Beatriz Vargas Dorneles

Linha de Pesquisa: Psicopedagogia, Sistemas de Ensino /Aprendizagem e Educação em Saúde

Aprovada em 15 dez. 2009.

Profa. Dra. Beatriz Vargas Dorneles – Orientadora

Profa. Dra. Clarissa Seligman Golbert – UFRGS

Prof. Dr. Francisco Egger Moellwald – UFRGS

Profa. Dra. Maria Cecília Bueno Fischer – UNISINOS

Para Zeca, Gláucia e Alice - meus amores, minha força e minhas alegrias.

AGRADECIMENTOS

Ao concluir este trabalho, gostaria de agradecer aos parceiros dessa construção...

... às minhas filhas Gláucia e Alice e ao meu marido José, por todo o carinho, compreensão e incentivo que demonstraram durante a elaboração dessa tese. Sem vocês, certamente, eu não conseguiria.

... à Gláucia, pela parceria e colaboração durante o estudo experimental. Tua participação e companheirismo foram essenciais para a concretização dessa jornada.

... à Beatriz, pela companhia nos estudos e desafios percorridos nesses nove anos; pela confiança que sempre depositou em mim; pela competência profissional na orientação desse trabalho.

... ao Francisco e à Clarissa, pelas contribuições no projeto dessa pesquisa.

... às colegas Adriana, Isabel, Luciana, Maria Teresa, Neila, Rosane, Rosângela e Virgínia, pelas discussões e contribuições para a minha formação acadêmica.

... aos colegas professores da Escola S, por todos os desafios lançados e enfrentados coletivamente em minha vida profissional; pela inspiração e curiosidade provocada para buscar novos conhecimentos.

... a todos meus alunos, da escola e da universidade, pelo incentivo e despertar de novos questionamentos em busca de alternativas para melhorar o ensino e a aprendizagem.

... às professoras Cátia, Ingrid, Marga, Rosi, Tatiane e Viviane, pelo convívio e parceria na implementação da formação continuada e do ensino; pela inspiração e desejo de saber mais.

... à Direção e Coordenação das escolas F e S, pelo apoio à realização de nossa pesquisa.

... à Dita, pelas transcrições e traduções; pelo incentivo e apoio.

... à Simone, pela parceria na análise estatística dos dados.

... à June e Karine, pelos depoimentos e diálogos que compartilhamos.

... a todos que, em algum momento de minha trajetória, tiveram a sua participação, marcando-a com as suas histórias, e que foram interlocutores ocultos dessa produção. Minha caminhada e construção, certamente, não foi solitária.

RESUMO

Que influência tem um programa de formação continuada dos professores em exercício na escola e um programa de ensino sobre o campo conceitual aditivo no desempenho dos alunos em problemas matemáticos aditivos? Para buscar respostas a essa questão foi realizado um estudo experimental nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de duas escolas, uma pública e outra privada. Com o objetivo de aprimorar o desempenho dos alunos dos Anos Iniciais na resolução de problemas matemáticos aditivos, implementou-se um programa de formação continuada junto a um grupo de professores das duas escolas para proporcionar a eles avanços no conhecimento do processo de ensino e aprendizagem do campo conceitual aditivo; e construir com eles um programa de ensino que levasse em conta a construção de significados das operações de adição e subtração, a compreensão das relações semânticas encontradas nos problemas matemáticos aditivos, o ensino de procedimentos, de representações e de habilidades metacognitivas. O estudo não tratou de comparar a escola pública e a privada. A pesquisa envolveu a avaliação do desempenho em problemas aditivos de um total de 320 estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Desses, 167 alunos também participaram de um programa de ensino dos problemas aditivos. No estudo desenvolvido, a maioria das turmas experimentais evidenciou um pico no desempenho em comparação às turmas controle. A taxa de acertos mais acentuada das turmas experimentais pôde ser explicada pelo programa de formação continuada de suas professoras e pelo programa de ensino proposto a esse grupo de estudantes por intermédio delas, indo ao encontro do que várias pesquisas na área da eficácia escolar atualmente estão apontando: o professor tem um efeito maior do que anteriormente se pensava no desempenho do aluno. Os resultados evidenciam a importância de políticas e de ações de formação *continuada* de professores em exercício no próprio âmbito escolar, em que o coletivo dos professores esteja envolvido. Considera-se que mudanças em algumas escolas possam ser um passo inicial para a ampliação de transformações que atinjam, com o tempo, mais escolas, qualificando o ensino e a aprendizagem e desmitificando a ideia de que o conhecimento matemático só é para alguns.

Palavras-chave: **Matemática. Adição. Subtração. Resolução de problemas. Processo ensino-aprendizagem. Professor. Educação continuada.**

JUSTO, Jutta Cornelia Reuwsaat. **Resolução de Problemas Matemáticos Aditivos**: possibilidades da ação docente – Porto Alegre, 2009. 198 f. + Apêndices. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

ABSTRACT

What influence does a program of continued formation for teachers in exercise in a school have? And concerning a program of education on the additive conceptual field in the performance of the pupils in additive mathematical problems, what influence can this program have? To answer these questions an experimental study in the initial years of Elementary School was developed, and two schools were studied, a private and a public one. With the objective to improve the performance of the pupils of the initial years in the resolution of additive mathematical problems, a program of continued formation for a group of teachers from the two schools was implemented to provide advances in the knowledge of the teaching and learning processes related to the additive conceptual field; to construct with these teachers an educational program that took in consideration the construction of meanings of the operations of addition and subtraction, the understanding of the semantic relations found in the additive mathematical problems, the teaching process of procedures, representations and metacognitive abilities. The study did not compare the public school and the private one, but involved the evaluation of the performance in additive problems of a total of 320 students from the initial years of Elementary School. From these 320, 167 pupils had also joined a program on teaching process of the additive problems. In this study, the majority of the experimental groups evidenced a higher improvement in their performance in comparison to the control groups. The most relevant tax of accuracy on the experimental groups could be explained by the program of continued formation which their teacher joined, as well as the program of education in which these students took part and was presented to them by their teachers. All these results are similar to other studies' results in the area, which are related to school effectiveness on how the teacher affects more than what was previously expected, in relation with the performance of their pupils. These results evidence the importance of politics and action of continued formation of teachers in their own school and where all the teachers are involved. Those changes in some schools can be an initial step considering the improvement of the transformations that will, after a period of time, happen in more schools, what will qualify the teaching and the learning processes, what will change the idea that the mathematical knowledge is only possible for some students.

KEY-WORDS: **Math. Addition. Subtraction. Solving problems. Teaching-learning process. Teacher. Continuing education.**

JUSTO, Jutta Cornelia Reuwsaat. **Resolução de Problemas Matemáticos Aditivos**: possibilidades da ação docente – Porto Alegre, 2009. 198 f. + Apêndices. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

> *Era 1969. Em uma escola de irmãs franciscanas, enquanto a turma realizava uma atividade, a professora do 2º ano primário "tomava" a tabuada dos alunos. Cada criança tinha a sua vez: em pé, ao lado da mesa da professora, a criança deveria recitar, sem vacilar, a tabuada solicitada. Era chegada a minha vez: as tabuadas do 2 e do 4. Sem titubear, recitei: "1X2=2; 2X2=4; 3X2=6 [...] 9X4=36; 10X4=40." A professora, então, disse a frase que serviu de estopim para a paixão que sinto pela matemática: "Essa menina vale ouro!"*

O episódio acima, de alguma forma, marcou a minha trajetória acadêmica e profissional. O que aquela professora disse influenciou a minha crença de que eu sabia matemática; de que a matemática era algo fácil para mim. Como diz Tardif (2004), essa crença possivelmente foi modelada ao longo do tempo por minha história de vida e minha socialização escolar[1]. Sempre me senti bem com a Matemática. Ela acabou sendo uma companheira em minha trajetória acadêmica e profissional. Trabalhei durante 20 anos como professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e atuei como coordenadora pedagógica da Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental durante 12 anos. Nesse tempo de trabalho desenvolvido na educação básica, sempre me interessei e dediquei a entender melhor como se aprende e como se ensina matemática.

Atualmente, sou formadora de professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e, em minhas aulas, ouço muitos depoimentos de experiências que os estudantes do Curso de Pedagogia tiveram durante a sua vida escolar em relação à Matemática. Essas experiências marcaram de tal forma a vida acadêmica de muitos deles que estes desenvolveram um sentimento de aversão, de temor à Matemática. Poucos são aqueles que relatam ter uma relação amigável com esse componente curricular. Apesar de esse não ser o foco da pesquisa aqui apresentada, exemplifico com o fato destacado no início como uma simples ação do professor pode marcar a trajetória das pessoas. Com isso, desejo reforçar a importância de o professor que vai ensinar matemática possuir uma relação mais positiva com esse componente curricular e, assim, poder influenciar favoravelmente seus alunos para que a aprendam. O foco de nossa[2] pesquisa está na formação continuada dos professores e na

---

[1] Tardif (2004) refere a *socialização escolar* como a bagagem de conhecimentos anteriores, de crenças, de representações e de certezas sobre a prática docente.

[2] Optamos por escrever a tese na primeira pessoa do plural por entendermos que a nossa construção acadêmica e profissional não se deu de forma solitária. Sempre estivemos acompanhados por colaboradores que, em muitos momentos, foram nossos interlocutores "ocultos" e, em vários outros, participaram conosco de reflexões e estudos (colegas professores na escola; colegas de faculdade, de mestrado e doutorado; nossos professores; nossos alunos da disciplina de Matemática Aplicada à Educação Infantil e Anos Iniciais) ou foram fonte de inspiração e curiosidade de saber mais sobre como as crianças aprendem: os alunos dos Anos Iniciais e da Educação Infantil. Apenas na introdução ousamos usar a primeira pessoa, quando tratamos de questões bem particulares.

aprendizagem dos problemas matemáticos aditivos. Mais precisamente, nosso problema de pesquisa é: *Que influência tem um programa de formação continuada dos professores em exercício na escola e um programa de ensino sobre o campo conceitual aditivo no desempenho dos alunos em problemas matemáticos aditivos?* A questão da relação mais positiva com a Matemática perpassa, é pano de fundo desse estudo.

A minha experiência como educadora e formadora de professores revela que os professores que atuam nos Anos Iniciais e na Educação Infantil, além de medo, têm pouco conhecimento de conteúdo e de didática da matemática, especialmente sobre a variedade dos problemas aditivos e o raciocínio mais sofisticado que alguns exigem para serem solucionados. Aliás, é comum encontrar sujeitos que apresentaram dificuldades em Matemática durante o período em que eram alunos e optaram pelos cursos de Pedagogia ou Normal Superior por acreditarem que, desse modo, não teriam que estudá-la novamente. Com esta perspectiva, alunos que apresentam deficiências em Matemática, ao tornarem-se professores, terão que ensinar Matemática. (ARAÚJO, 1994). Ensinar bem Matemática é um empenho complexo e não há receitas fáceis para isso. Não há um caminho único para ensinar e aprender Matemática, dizem Onuchic e Allevato (2005). Mas entendemos que é necessário e possível que se encontrem caminhos mais eficazes, pois, na escola, a Matemática ainda continua sendo um dos componentes curriculares mais temidos pelos alunos.

Uma consequência da falta de conhecimento do professor sobre os problemas do campo aditivo, foco desta tese, pode ser vislumbrada em uma das práticas escolares mais tradicionais e importantes: a avaliação. Os instrumentos de avaliação usados pelo professor são uma fonte de construção de crenças para os alunos sobre suas próprias capacidades e habilidades de aprender. Caso o professor não tenha conhecimento sobre a diversidade de situações e categorias semânticas que envolvem o campo aditivo, ele possivelmente entende que os problemas podem ser classificados pela operação matemática que os resolve. Assim, em uma situação de avaliação, ele pode escolher os problemas matemáticos segundo esse critério de classificação, não considerando a amplitude de conceitos e nem as diferenças em termos de dificuldade que os problemas aditivos apresentam. Isso pode implicar em que o professor escolha como atividade de avaliação a resolução de um tipo de problema aditivo que nunca havia sido proposto por ele antes e, assim, o aluno pode estar se defrontando pela primeira vez com um problema aditivo dos mais difíceis e, justamente, em um momento de avaliação. A consequência disso pode ser desastrosa para o aluno, pois se ele não consegue ter sucesso nesse instrumento avaliativo, o professor pode avaliá-lo como tendo dificuldades de aprendizagem na matemática e, o que é ainda pior, o aluno pode assumir-se como tal.

Entretanto, nesse caso, a dificuldade não poderia ser atribuída ao aluno, pois ela se encontra no desconhecimento do professor sobre o conteúdo a ser ensinado. Infelizmente, essa situação em relação à avaliação não é hipotética, ela é real e muito comum. O conhecimento matemático do professor, ou melhor, a falta desse conhecimento, ainda é um dos fatores do insucesso dos estudantes na Matemática. Creio ser essa uma justificativa importante para que estudos continuem sendo feitos e que, manifestadamente, cheguem até as escolas e seus professores, alcançando a aprendizagem dos alunos.

Para o estudo, organizamos uma experiência na qual atuamos junto aos professores com o objetivo de aprimorar o desempenho dos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos aditivos, qualificando a prática docente. Assim, nos propusemos a investigar a influência de um programa de formação continuada dos professores em exercício em duas escolas, pública e privada, e um programa de ensino de problemas matemáticos aditivos para a melhoria do desempenho dos alunos dessas escolas na resolução de problemas de estrutura aditiva. Ou seja, procuramos verificar se o conhecimento matemático do professor sobre o conteúdo que ele ensina, no caso específico a resolução de problemas matemáticos aditivos, e o conhecimento didático sobre como ensinar esse conteúdo contribui para a melhoria da aprendizagem das crianças. Em nosso estudo o conceito de educação de qualidade ou a melhoria da qualidade na educação está diretamente identificado com a melhoria dos níveis de aprendizagem dos alunos, ou seja, a melhoria de seu desempenho escolar; apesar de reconhecermos que uma educação de qualidade não se restringe apenas a esse aspecto.

Portanto, para realizarmos a pesquisa, desenvolvemos um programa de formação continuada com professores de uma escola pública e outra privada sobre o campo aditivo e a resolução de problemas desse campo conceitual, baseados na teoria dos campos conceituais de Vergnaud e de outros pesquisadores que seguiram e ampliaram os estudos nesse campo. Acompanhamos, através de planejamentos e observações, a implantação de um programa de ensino às turmas experimentais dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Avaliamos a aprendizagem dos estudantes nesse campo conceitual através da aplicação de testes em três momentos diferentes do período escolar.

Apesar de, no Brasil, ainda se fazer presente a polêmica sobre a pertinência das pesquisas em eficácia escolar, principalmente em razão das posições distintas sobre os sistemas de avaliação educacional e sobre em que se constitui uma educação de qualidade e como melhorar a educação brasileira (SOARES, 2007), acreditamos que estudos sobre o ensino podem contribuir para a melhoria da aprendizagem. Como afirmam Fiorentini, Souza

Jr. e Melo (2003, p. 314) “a prática docente e os saberes pedagógicos e epistemológicos, relativos ao conteúdo escolar a ser aprendido/ensinado [...], parecem continuar sendo, ao menos no Brasil, pouco valorizados pelas investigações e pelos programas de formação de professores.”

A tese está dividida em seis capítulos. Neste primeiro apresentamos uma justificativa ao nosso estudo e os capítulos subsequentes. O segundo capítulo traz uma revisão teórica sobre a resolução de problemas matemáticos aditivos. Partindo da teoria dos campos conceituais (VERGNAUG, 1990), apresenta a diversidade de categorias semânticas envolvidas no campo conceitual aditivo e os processos cognitivos e metacognitivos envolvidos na resolução de problemas aditivos. Finaliza apresentando os princípios e método da resolução de matemáticos aditivos.

No terceiro capítulo, enfocamos o professor e sua ação docente para a melhoria da aprendizagem. Revisamos a literatura sobre a formação continuada de professores e sobre o conhecimento matemático do professor. Além disso, consideramos importante, em função das características de nosso estudo, verificar as aproximações com a pesquisa em eficácia escolar, apesar de nosso estudo não se caracterizar propriamente dessa área.

O Capítulo 4 traz os caminhos que percorremos para realizar a pesquisa, como organizamos os instrumentos de coleta de dados sobre a aprendizagem, o programa de formação continuada e o programa de ensino. Nele também contextualizamos as duas escolas, pública e privada, do município de São Leopoldo/RS, nas quais desenvolvemos a pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem de problemas aditivos. O estudo foi realizado com o coletivo dos alunos em suas salas de aula, ou seja, não houve uma pré-seleção de alunos e nem momentos especiais em que determinadas crianças foram submetidas a intervenções em espaço e tempo fora do contexto da turma a que pertencem. Mesmo que o estudo tenha sido feito dentro de escolas da mesma cidade, com alunos de nível socioeconômico próximo, não enfatizamos a comparação entre as escolas e sim o trabalho docente realizado para a melhoria da aprendizagem dos problemas aditivos.

Os resultados, sua análise e discussão são o foco do quinto capítulo. Nele, apresentamos os dados relativos a cada escola, cada turma e cada professora, interpretando-os à luz do referencial teórico. Por fim, apresentamos as nossas considerações finais em relação ao programa de formação continuada dos professores, ao programa de ensino dos problemas aditivos e a aprendizagem desses pelas crianças.

Ressaltamos que o foco do estudo centrou-se nos processos de ensino e de aprendizagem dos problemas aditivos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando que ensino e aprendizagem são processos distintos, no entanto, complementares. Canôas (1997) apresenta três aspectos que consideram a complementaridade dos processos de ensino e aprendizagem: “o saber que o professor tem (adquirido na sua formação), o saber a ser ensinado por ele (para o seu aluno) e o rendimento escolar de seu aluno (consequência da prática desse profissional)” (p. 39). Acreditamos que esse último aspecto apresente muitas controvérsias, pois entendemos que o rendimento escolar do aluno não é consequência direta ou somente da prática do professor. Se o fosse, não teríamos rendimentos tão diferenciados em uma mesma sala de aula. No presente estudo, entretanto, enfatizamos que a prática do professor também é um fator relevante para o rendimento satisfatório ou não do aluno, mesmo que não seja o único.

Ao apresentarmos nosso estudo, fizemos a opção didática de separar o processo de aprendizagem e de ensino na tentativa de enfatizarmos o papel do professor. No entanto, defendemos que alunos e professores são verdadeiros e importantes protagonistas do processo e corresponsáveis pelos resultados, embora saibamos que a relação professor-aluno é apenas um dos fatores intervenientes para a eficácia escolar.

Dentro do contexto nacional atual, em que várias ações governamentais estão sendo implantadas para a melhoria na qualidade da educação, acreditamos que esta pesquisa possa contribuir para o debate sobre ações eficazes para o avanço na aprendizagem matemática das crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS

Viver é resolver problemas a cada dia: como fazer para não chegar atrasado se não ouvimos o despertador tocar? O pneu do carro furou e o estepe está murcho, o que fazer? Como recuperar a nota daquela prova em que fomos mal? Como secar as páginas do livro que recebeu um banho de água? Como pagar aquele caríssimo exame que o médico solicitou? Essas e muitas outras situações cotidianas podem ser consideradas como problemas - alguns no diminutivo e outros no aumentativo, depende da visão de quem os precisa resolver. Assim, podemos pensar que um problema é qualquer situação que nos desafia a encontrar uma alternativa para modificá-la.

Rabelo (2002) apresenta três características que a maioria dos psicólogos afirma que um problema deve apresentar para ser considerado como tal: uma situação estabelecida sob certas condições, a existência de um desejo para alterar o estado dela e, ainda, a falta de uma maneira óbvia e imediata de realizar a mudança dessa situação. Considerando essas características para uma classificação dos problemas matemáticos escolares, podemos pensar que nem tudo que a escola chama de problema matemático poderia ser definido como tal. Na escola, aos estudantes são propostas atividades de resolução de problemas[3] que nem sempre correspondem a essas características.

Em nosso estudo consideramos problemas aquelas situações que oferecem a possibilidade de estudar a resolução de problemas matemáticos na escola e favorecem a aprendizagem de conceitos e estratégias que podem ser usados para resolver os problemas da vida. Assim, os problemas matemáticos propostos pela escola deveriam ter alguns aspectos em comum aos problemas que surgem fora dela, para que os alunos mais facilmente estabeleçam relações entre eles e façam uso de estratégias aprendidas na escola para resolver também os problemas da vida.

Chamamos de problemas matemáticos as formulações de questões, em linguagem oral ou escrita, ligadas a um contexto significativo para as crianças, que exijam delas um raciocínio matemático para encontrar uma resposta a determinada questão. Para que a questão

---

[3] Por vezes, os problemas são chamados nas escolas de *histórias matemáticas*, *situações-problema* ou *desafios matemáticos*. Em nossa pesquisa optamos em usar a expressão problemas matemáticos por esta ser a mais usada nos espaços acadêmicos. A denominação histórias matemáticas é bastante usada no meio escolar, principalmente no Rio Grande do Sul, local de realização da pesquisa. As justificativas para essa denominação são especialmente de que os problemas matemáticos apresentam um enredo - possuem um começo, um meio e um fim (ou resultado) – assemelhando-se a narrativas ou histórias. Outra justificativa muito comum dada pelos professores é de que a palavra problema assusta e pode desmotivar as crianças a quererem resolvê-lo.

seja realmente considerada um problema, deve ser desafiadora ao aluno, fazendo com que ele sinta necessidade ou desejo de solucioná-la, como propõe Medeiros (1994, p. 25): "um problema só é *problema* quando o indivíduo se apropria dele e é apropriado por ele, deseja pensar a respeito dele, estabelece uma busca contínua para a compreensão e solução do mesmo." Nesse sentido, entendemos que o papel do professor, como aquele a quem cabe propor e desafiar, é fundamental para despertar o desejo e a necessidade no aluno de encontrar soluções para as questões que só assim passam a ter o status de problemas.

No entanto, nem sempre aquilo que é chamado de problema pelos professores pode ser considerado um problema para os alunos. Muitas vezes, os problemas são apenas exercícios em razão da forma como são propostos. A prática de resolução de problemas matemáticos na escola costuma ter o seguinte ritual: o professor escreve o problema no quadro e os alunos o copiam e resolvem individualmente; o professor circula pela sala entre as classes, atendendo os alunos com dificuldade (quando não fica em sua mesa, esperando que os alunos o procurem); estes pedem a confirmação dos resultados obtidos para o professor; quando a maioria da turma está pronta, um aluno é chamado ao quadro para a correção coletiva; a turma acompanha a solução do colega: se alguém erra, apaga os cálculos de seu caderno e copia os do quadro, sem aparente reflexão sobre o erro. Essa prática transforma aquilo que deveria ser desafiador e instigante em uma tarefa cansativa, pouco produtiva e com poucos ganhos para a aprendizagem.

Ainda muito comum é a prática adotada por professores de ensinar os algoritmos das operações e, em seguida, propor alguns exercícios de aplicação desses cálculos, que costumam ser chamados de problemas ou histórias matemáticas. Dessa forma, o aluno logo aprende que não necessita pensar para encontrar uma solução, pois só precisa organizar os números dados no problema na forma algorítmica recentemente ensinada e encontrar a resposta à pergunta, desvirtuando a essência dessa tarefa que é pensar por si próprio. Assim, em consonância com Vergnaud (1990), consideramos que trata-se de resolução de problemas quando as situações em jogo ainda não se tornaram familiares para os alunos.

Comungamos com a posição de Quaranta e Wolman (2006) de que a resolução de problemas é uma atividade indispensável para construir o sentido dos conhecimentos. Sendo assim, os problemas são um meio fundamental para o ensino de um conceito. Entretanto, a escola ainda usa a resolução de problemas matemáticos para determinar o saber do aluno, ou seja, ela aparece vinculada à avaliação e seria muito mais producente se os problemas fossem tratados como possibilidade de construção de conhecimentos matemáticos e de modelização de situações, o que ajuda a compreender o mundo que nos rodeia (CHAMORRO e VECINO, 2003). Resolvendo problemas o estudante põe em prática os conhecimentos que já possui, adaptando-os a novas situações. Para resolver um problema matemático ele precisa escolher a operação que o resolve e efetuar o cálculo, o que exige, portanto, conhecimentos que vão além de realizar contas adequadamente. Para escolher uma operação que resolve um problema é necessário que se tenha uma rede de conceitos sobre as operações matemáticas, construindo significados ligados a diversas situações a que elas pertencem.

Piaget (1975) define a ação como a base das operações. As coordenações das ações que o sujeito realiza acionam estruturas de pensamento já existentes, anteriormente construídas, que se ampliam e se generalizam, delineando estruturas cada vez mais complexas e elaboradas. As operações podem ser representadas simbolicamente, no entanto serão sempre as representações de ações sobre objetos. As operações vão sendo construídas pela ação das crianças sobre os objetos, na interação com o meio. Progressivamente coordenadas e interiorizadas, interagem, também, com informações verbalizadas e com representações escritas ou simbólicas. Piaget (1975) reconhece a importância da linguagem na construção das estruturas operatórias, porém enfatiza que ela não é absoluta nessa construção.

Sobre essa mesma questão, Dorneles (1998) considera que as crianças se liberam das configurações perceptivas iniciais e consolidam suas possibilidades operatórias enquanto interagem com os sistemas simbólicos em diferentes situações. "Na medida em que os procedimentos vão se tornando mais operatórios e econômicos, mais próximas da convenção social se encontram as notações [...]." (DORNELES, 1998, p. 96). Os sistemas simbólicos ligados às operações são convenções que as crianças precisam aprender e, portanto, são objetos de ensino em que os professores traduzem as operações concretas ou mentais para a linguagem simbólica da matemática.

As operações matemáticas, como resultados da aprendizagem, envolvem conteúdos conceituais e procedimentais. Conceituais, porque a compreensão de conceitos matemáticos permite atribuir significados às operações. Procedimentais, porque as diferentes situações em que uma mesma operação serve como uma estratégia de solução são informações que precisam se relacionar entre si, a fim de que o aluno ative as estruturas de conhecimentos que já possui e as adapte à nova informação e, dessa forma, realize diferenciações e/ou generalizações que traduzam quando a operação é ou não uma estratégia adequada de solução ao problema apresentado.

As operações podem ser resolvidas através de cálculos. A história da Matemática traz exemplos de que o homem, desde os tempos mais remotos, buscava técnicas práticas para realizar operações, técnicas que foram denominadas de cálculos (IFRAH, 1989). Vergnaud

(1990, 1996) faz uma distinção entre cálculo numérico e cálculo relacional. O cálculo numérico reporta-se aos algoritmos de adição, subtração, multiplicação e divisão, podendo ser considerados como técnicas. O cálculo relacional reúne as operações de pensamento necessárias para trabalhar com as relações envolvidas nas situações. Por exemplo, no problema “Joana tem 8 balas e ganhou de sua avó 5 balas. Quantas balas ela tem agora?”, o cálculo relacional seria aplicar uma transformação aditiva ao estado inicial, e o cálculo numérico implica a adição 8+5=13. Para melhor entendermos e interpretarmos as estratégias de crianças frente a problemas de adição e de subtração, por exemplo, essa distinção elaborada por Vergnaud é importante, pois “os diversos tipos de problemas considerados parecem se diferenciar pelo caráter semântico dos elementos em jogo e pelas relações que entre eles se mantêm” (FAYOL, 1996, p.129) – o que vem a caracterizar o cálculo relacional.

O planejamento de situações didáticas é a condição externa que serve para promover a aprendizagem da resolução de problemas. Pozo (2002) refere que o componente externo da aprendizagem é aquilo que o professor propõe aos alunos. As atividades de aprendizagem “são o que podemos manipular e fazer variar, independentemente das características e necessidades do aluno” (POZO, 2002, p. 90). É no planejamento dessas condições que o papel do professor assume sua importância, podendo incrementar as condições para que os alunos estejam motivados, que prestem atenção, que recuperem e construam conhecimento.

A partir dessas questões podemos pensar que o ensino tem relevância para a aprendizagem matemática. Sutherland (2009) reconhece que a escola assume o importante papel de

> habilitar os estudantes a apreender conhecimentos que eles não teriam, de outra forma, probabilidade de apreender fora da escola de um jeito empírico-indutivo. Isso sugere que quase toda a matemática que é parte do currículo deverá ser aprendida dentro de algum tipo de sistema escolar. (SUTHERLAND, 2009, p. 51).

Assim, colocamos a questão: como ensinar melhor a resolução de problemas aditivos na escola? Em uma tentativa de respondê-la, aprofundamos o estudo da resolução de problemas matemáticos aditivos que, a partir da variedade de situações e de seus significados, auxiliam a aprendizagem do campo conceitual aditivo.

2.1 PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS

Para tratar dos problemas matemáticos aditivos, iniciamos com uma síntese da Teoria dos Campos Conceituais e, então, discorremos sobre especificidades do campo conceitual aditivo.

2.1.1 A Teoria dos Campos Conceituais e as Estruturas Aditivas

A teoria dos campos conceituais foi desenvolvida pelo professor e pesquisador francês Gerard Vergnaud. Um campo conceitual define-se pelo conjunto de situações cuja compreensão necessita do domínio de vários conceitos de naturezas diferentes. Vergnaud (1990) atesta que a primeira entrada de um campo conceitual é a das situações e que a segunda entrada seria a dos conceitos e dos teoremas. As situações estão ligadas à realidade que dá significado[4] aos conceitos. Para Vergnaud (1990), é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. O conceito de "situação" está relacionado com os processos cognitivos e com as respostas do sujeito frente àquilo com o que ele se defronta. Nesse sentido, duas ideias são fundamentais: existe uma grande variedade de situações num dado campo conceitual e as variáveis de situação são um meio de gerar, de maneira sistemática, o conjunto das classes de problemas possíveis; e os conhecimentos dos alunos são modelados pelas situações que eles encontraram e dominaram progressivamente, sobretudo pelas primeiras situações suscetíveis de dar sentido aos conceitos e aos procedimentos que se quer ensinar a eles.

Qualquer situação, de acordo com Vergnaud (1990), em princípio, pode ser reduzida a uma combinação de relações de base, com dados conhecidos e com incógnitas que correspondem a diferentes situações-problema. A classificação dessas relações, ou das classes de problemas que podem ser generalizados a partir delas, é um trabalho científico indispensável. Nas estruturas aditivas, Vergnaud (1990) identificou seis relações de base[5], a partir das quais é possível gerar todos os problemas de adição e de subtração da aritmética elementar: a composição de duas medidas numa terceira, a transformação (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final, a relação (quantificada) de comparação entre duas medidas, a composição de duas transformações, a transformação de uma relação e a composição de duas relações.

---

[4] No contexto da tese, usamos o termo *significado* como os conceitos que estão atrelados às situações, ou seja, referem-se às ideias matemáticas oficiais (ou formais) vinculadas às situações em jogo. O termo *sentido* refere o conjunto de representações e associações evocadas pelo sujeito em interação com as situações e seus significados, ou seja, está ligado a fatores internos de significação. Portanto, a significação é generalizada, de forma a propiciar a compreensão de todos os envolvidos no evento e o sentido é o significado único, individual, retirado por nós da significação generalizada e interpretado de acordo com a nossa história, os acontecimentos relacionados e a cultura a que estamos submetidos. Dessa forma, o fizemos em consonância a Senna e Bedin (2007, 2008) e também a Mourão (2002), de forma análoga, quando distingue os termos conceito [significado] e concepção [sentido].

[5] Estudos sobre o campo conceitual aditivo vêm sendo realizados por diversos pesquisadores desde que Gerard Vergnaud, em 1976, publicou um trabalho sobre 12 problemas aditivos, pertencentes a duas de seis categorias classificadas por ele.

Então, o campo conceitual das estruturas aditivas é definido por Vergnaud (1990) como o conjunto de situações que pedem uma adição, uma subtração ou uma combinação das duas operações para serem resolvidas e, ao mesmo tempo, pelo conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. Antes de Vergnaud, Piaget (2004) já apresentava a adição e subtração como operações de mesmo gênero:

> [...] as ações tornam-se operatórias, logo que duas ações do mesmo gênero possam compor uma terceira, que pertence ainda a esse gênero, e desde que estas diversas ações possam ser invertidas. Assim, é que a ação de reunir (adição lógica ou adição aritmética) é uma operação, porque várias reuniões sucessivas equivalem a uma só reunião (composição das adições) e as reuniões podem ser invertidas em dissociações (subtração). (p. 51)

No campo conceitual aditivo, a modelização aritmética das situações tem uma característica comum: os números são significantes de um mesmo nível, isto é, cada termo da operação refere-se a quantidades ou a elementos (ALCALÁ, 2002). Nas situações ligadas às estruturas aditivas, os números, no entanto, podem representar medidas[6] estáticas ou transformações e, ainda, medidas de relações estáticas (NUNES; BRYANT, 1997). Esse aspecto será detalhado na seção seguinte quando apresentarmos as diferentes situações aditivas.

A construção de um conhecimento tem a sua história. Vergnaud (1990) enfatiza que a história da aprendizagem das matemáticas é individual. Podemos, entretanto, identificar algumas regularidades de uma criança à outra, na maneira como elas abordam e tratam uma mesma situação, nas concepções primitivas que elas formam dos objetos, de suas propriedades e de suas relações, e nas etapas pelas quais elas passam para a aprendizagem. O conjunto dessas regularidades forma um todo coerente que constitui a justificativa principal da teoria dos campos conceituais, segundo a qual, para que a criança construa o campo conceitual das estruturas aditivas, ela precisa de tempo e de um número expressivo de experiências com variadas e diversas situações, assim como experimentar diferentes procedimentos de resolução para os problemas.

Na teoria dos campos conceituais, a noção de esquema é central, pois Vergnaud (1990) assume que os *esquemas* são os recursos de base para a construção do campo conceitual, constituindo-se por procedimentos, condutas organizadas por regras de ações e antecipações para situações específicas. Eles são ações repetíveis para uma mesma classe de situações, ou seja, a automatização de um esquema acontece numa mesma classe de situações em que a

---

[6]Os números podem representar medidas no caso de quantidades contínuas, como comprimentos, e também no caso de quantidades discretas, como o tamanho de conjuntos. (NUNES; BRYANT, 1997).

criança já é competente. Todo o esquema está acompanhado de um *teorema-em-ação* ou de um *conceito-em-ação*, que são os aspectos estruturais dos esquemas[7].

A análise dos esquemas informa ao professor quais *objetos de pensamento* a criança usa, quais *conceitos-em-ação* e *teoremas-em-ação* ela já possui. Vergnaud (1990) complementa que essa análise nos permite averiguar a competência da criança nas situações que compõem o campo conceitual, o que é importante para auxiliar a organizar a ação didática do professor.

Os objetos de pensamento são conceitos ou conhecimentos utilizados para resolver situações-problema, ou seja, quando um conhecimento passa a ter estatuto de objeto ou nome e não mais de predicado para resolver um problema, ele passa a ser um objeto de pensamento (VERGNAUD, 1996). Por exemplo, a invariância de um significante (por exemplo, o cálculo numérico da subtração) contribui para a melhor identificação do significado (em variadas situações) e para sua transformação em objeto de pensamento (VERGNAUD, 1990).

O conceito-em-ação é uma invariante operatória que se dá a conhecer na utilização de um esquema e que confere a ele conteúdo, podendo ser pertinente ou não, o que depende da situação em que é usado. Assim, conhecer a sequência numérica usada em uma contagem e a ideia de cardinal são exemplos de conceitos-em-ação (VERGNAUD, 1990).

Os teoremas-em-ação mostram uma relação entre duas invariáveis unidas por uma lógica (*se... então...*), podendo ser verdadeiros ou falsos. Se falsos, representam um erro; mas a análise desse teorema-em-ação falso ajuda a elucidar a compreensão do sujeito sobre determinada situação (VERGNAUD, 1990). Um exemplo de um teorema-em-ação, pertencente a uma situação aditiva de todo-parte, é “se eu conheço o cardinal de uma das partes, então é só acrescentar a outra parte para encontrar o total.”

Nem sempre os teoremas-em-ação, os conceitos-em-ação e os objetos de pensamento são facilmente reconhecidos nos esquemas que as crianças utilizam na resolução dos problemas. Muitas vezes, encontram-se tão fortemente imbricados que se torna difícil diferenciá-los. Podem encontrar-se implícitos, quando a criança não tem consciência dos invariantes que está usando, no entanto, podem ser desvendados pela sua ação; ou explícitos, quando são expressos pela criança de modo oral ou escrito.

As estruturas aditivas são compostas por conceitos e/ou relações de cardinalidade, transformação temporal de grandezas por acréscimo ou decréscimo, comparação quantificada, composição binária de grandezas, composição de transformações e de relações, inversão do

[7] Vergnaud definiu a noção de esquema a partir de Piaget, assim como tomou emprestado dele o termo “teorema-em-ação”, ampliando sua conceituação (MAGINA *et al.*, 2001).

número natural e do número relativo (VERGNAUD, 1990). Na fase de iniciação aritmética, o autor assevera que as crianças são colocadas frente a situações de adição e de subtração, devendo estas serem respeitadas pelo significado natural das transformações que as envolvem. A subtração não deve estar subordinada à adição, ou seja, não pode ser introduzida somente após a adição. O que precisa ser trabalhado é o caráter inverso e recíproco das duas operações.

As crianças podem demonstrar dificuldades na resolução de problemas no campo aditivo. Nunes e Bryant (1997) garantem que essas têm uma ligação com questões de sentido dos números e também com questões relacionadas a diferentes situações de adição e de subtração. Fayol (1996) destaca que as dificuldades podem estar relacionadas a duas categorias de fatores: aos aspectos semânticos (conhecimentos conceituais relativos a aumentos, diminuições, combinações e comparações de conjuntos de elementos; os "conteúdos" evocados - bolas, livros; o tipo de incógnita); ou ao impacto das formulações e formas de apresentação dos problemas (influência da colocação da questão - presença ou não de imagens e material - e do vocabulário utilizado).

Reconhecemos que esses fatores reforçam a necessidade de se propor problemas específicos para desenvolver determinados conceitos, pois o campo conceitual aditivo possui uma complexidade que deve ser levada em conta para compreender a sua aprendizagem. Entendemos que a aprendizagem desse campo conceitual envolve a resolução de situações experimentais de forma que os estudantes possam fazer abstrações necessárias, partindo de uma linguagem comum a eles, privilegiando a negociação e a coordenação de significados, conforme aponta Golbert (2002). Esse entendimento nos desafiou a propor um programa de ensino de resolução de problemas aditivos, que é detalhado no quarto capítulo.

Resolver um problema matemático escolar, em termos gerais, inicia-se com a leitura de um texto e termina com uma operação que dá lugar a uma solução numérica (ORRANTIA, 2003). A integração da contagem[8] e dos esquemas protoquantitativos[9] é apresentada por Orrantia (2006) como um importante papel para a aprendizagem da resolução de problemas matemáticos. A integração desses esquemas se manifesta com bastante clareza na resolução

---

[8] A contagem é usada como um procedimento para a resolução de problemas. Para a contagem ser considerada como um procedimento adequado, é necessário que o sujeito respeite os seguintes princípios: *correspondência termo-a-termo* (dizer um nome de número para cada elemento do conjunto somente uma vez), *ordem estável* (repetir a mesma sequência numérica a cada vez que conta), *cardinalidade* (entender que o último nome de número dito ao contar corresponde à quantidade total de objetos do conjunto), *abstração* (entender que os princípios anteriores podem ser aplicados a qualquer tipo de conjunto) e i*rrelevância da ordem* (entender que não importa a ordem pela qual se começa a contar que a quantidade permanece a mesma). Esses princípios foram desenvolvidos em um trabalho pioneiro de Gelman e Gallistel (1978).

[9] Os esquemas protoquantitativos, definidos por Resnick (1989), são relações numéricas que expressam juízo de quantidade, mas sem precisão numérica, por exemplo, maior, menor, mais ou menos.

de problemas que envolvem as operações de adição e subtração. A próxima seção trata especificamente dos problemas aditivos que envolvem essas duas operações.

2.1.2 O Campo Conceitual Aditivo

Desde os estudos de Vergnaud sobre as estruturas aditivas, publicados em 1976, pesquisas na área da resolução de problemas aditivos têm aprofundado a resolução desses problemas que vêm sendo classificados por diversos autores em categorias semânticas (CARPENTER; HIEBERT; MOSER, 1983; FAYOL, 1996; NESHER; GREENO; RILEY, 1982; NUNES; BRYANT, 1997; RILEY; GREENO; HELLER, 1983) e não mais pelas operações matemáticas que os resolvem.

Em um trabalho recente, Nunes e Bryant (2009) afirmam que enfocar a estrutura do problema, e não as operações aritméticas utilizadas para resolver problemas, se tornou dominante na pesquisa em educação matemática nas últimas três décadas ou mais. Esse enfoque está baseado em algumas hipóteses sobre como as crianças aprendem matemática, três das quais eles explicitam. Em primeiro lugar, presume-se que, para compreender adição e subtração corretamente, as crianças também devem compreender a relação inversa entre elas; o mesmo acontecendo com a multiplicação e a divisão. Assim, um foco específico em operações distintas, que era o modo mais típico de pensar no passado, se justifica apenas quando o foco do ensino está nas habilidades de cálculo. Em segundo lugar, presume-se que as relações entre adição e subtração, por um lado, e multiplicação e divisão, por outro lado, são conceituais: elas se relacionam com as conexões entre as quantidades de cada um destes domínios de raciocínio. As conexões entre adição e multiplicação e entre subtração e divisão são processuais: a multiplicação pode ser realizada por adições repetidas e a divisão usando repetidas subtrações. Finalmente, supõe-se que, apesar das ligações processuais entre adição e multiplicação, essas duas formas de raciocínio são diferentes o suficiente para serem consideradas como distintos domínios conceituais. Assim, os termos *raciocínio aditivo* e *multiplicativo* são usados para as relações conceituais ao invés de se referirem às operações aritméticas.

A semântica dos problemas matemáticos verbais[10] influencia a compreensão dos problemas pelas crianças. Nesses problemas as ideias matemáticas são comunicadas através de palavras para as quais as crianças vão associando significados, buscando interpretar e

---

[10] Problemas verbais são aqueles que possuem um enredo e são apresentados oralmente ou por escrito. A expressão é bastante utilizada na literatura da área.

entender a mensagem que está sendo expressa, ou seja, procurando dar sentido ao problema. Nesse momento, para conseguir resolver o problema, se faz necessário que o *resolvedor* conecte os conhecimentos matemáticos que possui ao seu entendimento da situação apresentada no problema. Aqui vale ressaltar o pensamento de Machado sobre a impregnação mútua entre a língua materna e a matemática: “tanto a matemática quanto a língua materna constituem sistemas de representação, construídos a partir da realidade e a partir dos quais se constrói o significado dos objetos, das ações, das relações.” (MACHADO, 1991, p. 83). A compreensão do problema implica em que o *resolvedor* interprete a situação-problema através da semântica e, a partir dela, estabeleça relações entre os números do problema, para então buscar a operação matemática que o auxiliará a encontrar a solução.

Vieira (2001), ao estudar a competência de 26 professores das séries iniciais do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos, constatou que as dificuldades não dependem somente das dimensões numéricas e lógicas, mas, especialmente, de características ligadas à sintaxe e à semântica encontradas no interior dos problemas verbais, que são diretamente responsáveis pela construção de representações mentais adequadas para encontrar soluções. A autora reafirma “o que a maior parte das teorias sobre *mathematical word problem solving* postula: o primeiro estágio na resolução de problemas é a atividade de compreensão do texto.” (VIEIRA, 2001, p.444).

Considerando a semântica dos problemas matemáticos, foram discriminados 20 problemas aditivos classificados em quatro categorias de situações: transformação, combinação, comparação e igualação (BRANDÃO e SELVA, 1999; GARCÍA, JIMÉNEZ e HESS, 2006; JIMÉNEZ e GARCÍA, 2002; MIRANDA e GIL-LLARIO, 2001; ORRANTIA, 2006). Duas dessas categorias referem-se explicitamente a uma ação - transformação e igualação, enquanto as outras duas estabelecem uma relação estática entre as quantidades do problema - combinação e comparação (ORRANTIA, 2006). Cada uma das quatro categorias semânticas de situações pode identificar distintos tipos de problemas, dependendo de que quantidade é desconhecida, ou seja, qual é o lugar da incógnita. Essas variações são importantes, porque indicam um problema diferente que exigirá da criança diferentes raciocínios e estratégias de solução.

Em função da posição da incógnita, ou seja, dependendo de qual valor é desconhecido, os problemas possuem diferentes níveis de dificuldade, pois exigem raciocínios mais sofisticados. De acordo com isso, em cada categoria que apresentamos a seguir, encontramos situações classificadas em canônicas e não-canônicas (GARCÍA, JIMÉNEZ e HESS, 2006) ou consistentes e inconsistentes (ORRANTIA, 2003, 2006). Uma definição mais clara dessa classificação dos problemas encontra-se no quadro 1.

Quadro 1 - Problemas matemáticos verbais canônicos e não-canônicos.

PROBLEMAS MATEMÁTICOS VERBAIS	
CANÔNICOS ou **CONSISTENTES**	**NÃO-CANÔNICOS** ou **INCONSISTENTES**
A quantidade desconhecida é o resultado da operação. (GARCÍA, JIMÉNEZ e HESS, 2006). Podem ser resolvidos a partir de uma modelagem direta em que o modelo da situação é construído sequencialmente, tal como se apresenta no texto do problema. O modelo de translação direta pode ser funcional para resolver esse tipo de problema. (ORRANTIA, 2003, 2006).	A quantidade desconhecida é o primeiro ou o segundo termo da operação. (GARCÍA, JIMÉNEZ e HESS, 2006). Apresentam uma situação aditiva que requer uma subtração ou, ainda, uma situação subtrativa que requer uma adição para encontrar a resposta. (ORRANTIA, 2003, 2006). São mais difíceis de resolver, necessitando de um conhecimento conceitual mais avançado que os consistentes ou canônicos. (GARCÍA, JIMÉNEZ e HESS, 2006; JIMÉNEZ e GARCÍA, 2002; MIRANDA e GIL-LLARIO, 2001; ORRANTIA, 2006; PESSOA, 2002; SÁ, 2002).

Os problemas inconsistentes, conforme Orrantia (2003, 2006), exigem um conhecimento conceitual mais avançado, pois requerem projetar a informação textual do enunciado a um esquema parte-todo. Isso significa conhecer que, dos três conjuntos que aparecem no texto-base, um atua como o "todo" e os outros dois, como "partes" dentro de uma relação parte-parte-todo, sendo que essa relação não se trata da mesma estrutura parte-todo, característica dos problemas de combinação.

Em cada uma das categorias semânticas dos problemas aditivos encontramos problemas canônicos e não-canônicos. Vejamos cada categoria semântica em separado.

2.1.2.1 Problemas de Transformação (T)

Os problemas de transformação expressam uma ação direta sobre uma quantidade que causa um aumento ou um decréscimo, quer dizer, uma situação inicial sofre uma mudança e transforma-se em uma situação final. A quantidade desconhecida (incógnita) pode ser a situação final, a mudança ou a situação inicial, o que gera, para cada uma das condições, de acrescentar ou diminuir, três tipos de problemas, totalizando seis problemas de transformação. O quadro 2 ilustra as diferentes possibilidades:

Quadro 2 - Problemas de transformação

TRANSFORMAÇÃO (T)	**T1.** ***Acrescentar. Resultado desconhecido.*** Antônio tinha 12 figurinhas. Ganhou de seu amigo Bruno mais 8 figurinhas. Quantas figurinhas Antônio tem agora?
	T2. ***Diminuir. Resultado desconhecido.*** Gláucia tinha 14 moedas. Ela deu 3 moedas para Mônica. Com quantas moedas ela ficou?
	T3. ***Acrescentar. Mudança desconhecida.*** Sara tinha 5 chaveiros. Então ganhou de Cristina mais alguns chaveiros. Agora Sara tem 12 chaveiros. Quantos chaveiros Sara ganhou de Cristina?
	T4. ***Diminuir. Mudança desconhecida.*** Janaína tinha 22 lápis de cor. Na escola, ela deu alguns para suas amigas. Janaína agora tem 8 lápis. Quantos lápis ela deu?
	T5. ***Acrescentar. Início desconhecido.*** No meu aquário, há alguns peixes. Então eu coloquei mais 4 peixes. Agora eu tenho 12 peixes. Quantos peixes eu tinha antes?
	T6. ***Diminuir. Início desconhecido.*** Em uma partida, perdi 12 bolinhas de gude, ficando com 21. Quantas bolinhas de gude eu tinha no início do jogo?

Dentre os seis problemas de transformação, encontramos três canônicos (T1, T2, T4) pois a operação que resolve o problema é a mesma da situação apresentada: se aditiva, adição; se subtrativa, subtração. Os problemas T3, T5 e T6 são não-canônicos, pois a situação do problema pede a operação inversa para que este seja resolvido. Várias pesquisas (GARCÍA, JIMÉNEZ e HESS, 2006; JIMÉNEZ e GARCÍA, 2002; MIRANDA e GIL-LLARIO, 2001; ORRANTIA, 2006; PESSOA, 2002; SÁ, 2002) apresentaram os problemas T3, T5 e T6 como os mais difíceis para serem resolvidos dentre os problemas de transformação.

2.1.2.2 Problemas de Comparação (CP)

A comparação entre duas quantidades é a semântica encontrada nos problemas de comparação. A relação entre os números do problema é estática, ou seja, eles não sofrem mudanças. A quantidade desconhecida pode ser o conjunto de referência, o de comparação ou a diferença, e, como o conjunto de referência pode ser o maior ou o menor, encontramos seis tipos diferentes de problemas de comparação. Apresentamos exemplos de cada uma das situações no quadro 3:

Quadro 3 - Problemas de comparação

COMPARAÇÃO (CP)	**CP1.** ***Mais que. Diferença desconhecida.*** Alice tinha 12 balas. Irene tinha 5 balas. Quantas balas Alice tinha a mais que Irene?
	CP2. ***Menos que. Diferença desconhecida.*** Meu tio tem 48 anos e minha tia tem 29. Quantos anos minha tia tem a menos que meu tio?
	CP3. ***Mais que. Quantidade menor desconhecida.*** Luciana colheu 34 laranjas, ela colheu 16 a mais do que sua irmã Lúcia. Quantas laranjas Lúcia colheu?
	CP4. ***Menos que. Quantidade menor desconhecida.*** Minha mãe tem 42 anos, e minha tia tem 14 anos a menos do que ela. Qual a idade da minha tia?
	CP5. ***Mais que. Quantidade maior desconhecida.*** Roberto comprou uma lapiseira por 12 reais e um caderno que custou 9 reais a mais que a lapiseira. Quanto custou o caderno?
	CP6. ***Menos que. Quantidade maior desconhecida.*** Joel ganhou em uma partida 43 bolinhas de gude. Ele ganhou 18 a menos do que André. Quantas bolinhas André ganhou?

Os problemas de comparação inconsistentes ou não-canônicos e, portanto, mais difíceis de resolver são CP1, CP3 e CP6, pois necessitam de um conhecimento conceitual mais avançado que os consistentes ou canônicos CP2, CP4 e CP5, conforme as pesquisas de García, Jiménez e Hess (2006), Jiménez e García (2002), Miranda e Gil-Llario (2001), Orrantia (2006), Pessoa (2002) e Sá (2002).

2.1.2.3 Problemas de Igualação (I)

Os problemas de igualação acarretam a comparação de duas quantidades e uma mudança de uma dessas quantidades para que uma igualdade seja estabelecida. Essa categoria de situações pode ser considerada como uma mescla de comparação e de transformação, já que a diferença entre duas quantidades se expressa mediante a ação de acrescentar ou diminuir e não sobre a comparação estática das duas quantidades (ORRANTIA, 2006). Se a situação for de acréscimo ou de decréscimo, se o valor desconhecido ou o valor conhecido é o que deve igualar, e ainda se o valor desconhecido for o de igualação, podemos ter seis tipos diferentes de problemas. O quadro 4 traz exemplos dessas seis possibilidades:

Quadro 4 - Problemas de igualação

IGUALAÇÃO (I)	**I1.** ***Acréscimo. Valor de igualação desconhecido.*** Na casa de Adalberto existem 22 árvores e na de Roberto existem 14. Quantas árvores Roberto precisa plantar para ficar com a mesma quantidade de árvores que Adalberto?
	I2. ***Decréscimo. Valor de igualação desconhecido.*** Na 4ª série, há 35 cadeiras e 26 crianças. Quantas cadeiras eu preciso retirar da sala para ficar com a mesma quantidade do que de crianças?
	I3. ***Acréscimo. Fazer o valor conhecido igualar.*** Marcelo tem 15 reais. Se a sua mãe lhe der mais 9, ele terá a mesma quantia que Davi. Quantos reais tem Davi?
	I4. ***Decréscimo. Fazer o valor desconhecido igualar.*** No ônibus que vai para POA, há 17 pessoas; se 6 pessoas descerem do ônibus que vai a Feliz, haverá o mesmo número de pessoas nele como no ônibus que vai para POA. Quantas pessoas estão no ônibus que vai a Feliz?
	I5. ***Acréscimo. Fazer o valor desconhecido igualar.*** Meu vestido tem 12 botões. Se o vestido de minha irmã tivesse 5 botões a mais, ele teria o mesmo número de botões que o meu. Quantos botões tem o vestido de minha irmã?
	I6. ***Decréscimo. Fazer o valor conhecido igualar.*** Neco tem 13 carrinhos. Se ele der 9 dos seus carrinhos, ele terá o mesmo número de carrinhos que Zeca. Quantos carrinhos tem Zeca?

Os problemas de igualação inconsistentes ou não-canônicos I1, I4 e I5 necessitam de um conhecimento conceitual mais avançado que os consistentes ou canônicos I2, I3 e I6, sendo portanto mais difíceis de resolver. (GARCÍA, JIMÉNEZ e HESS, 2006; JIMÉNEZ e GARCÍA, 2002; MIRANDA e GIL-LLARIO, 2001; ORRANTIA, 2006; PESSOA, 2002; SÁ, 2002).

2.1.2.4 Problemas de Combinação (CB)

Os problemas de combinação implicam situações estáticas entre uma quantidade e suas partes. Nesse tipo de situações, podemos desconhecer uma parte, outra parte ou o todo, no entanto, como são estáticas, somente podemos considerar dois tipos de situações de combinação: quando o todo é desconhecido ou uma das partes é desconhecida. O quadro 5 apresenta exemplos dos dois tipos possíveis de combinação:

Quadro 5 - Problemas de combinação

COMBINAÇÃO (CB)	**CB1.** ***Todo desconhecido.*** Alexandre tem 8 bombons e Leandro tem 14. Quantos bombons eles têm ao todo?
	CB2. ***Parte desconhecida.*** Patrícia e Gabriel colecionam chaveiros. Eles têm, juntos, 22 chaveiros. Gabriel tem 14. Quantos chaveiros Patrícia tem?

Dentre esses dois problemas de combinação, o mais difícil de ser resolvido é o que tem uma das partes desconhecida (CB2).

A fim de possibilitar uma melhor visão da classificação dos problemas canônicos e não-canônicos, elaboramos um quadro-síntese:

Quadro 6 - Síntese dos problemas aditivos classificados em canônicos ou não-canônicos.

Problemas Canônicos ou Consistentes	**Problemas Não-Canônicos ou Inconsistentes**
Transformação: T1, T2 e T4 Comparação: CP2, CP4 e CP5 Igualação: I2, I3 e I6 Combinação: CB1	Transformação: T3, T5 e T6 Comparação: CP1, CP3 e CP6 Igualação: I1, I4 e I5 Combinação: CB2

Portanto, dentre os 20 problemas aditivos, existem aqueles que são mais difíceis de serem resolvidos por exigirem um conhecimento conceitual mais avançado e um raciocínio mais sofisticado do que os outros. Como já foi abordado anteriormente, a influência da compreensão do problema matemático está apoiada na significação semântica que a situação do problema sugere.

García, Jiménez e Hess (2006) propuseram a resolução de 40 problemas verbais aditivos para uma amostra de 148 crianças espanholas, estudantes de diversas escolas públicas, variando na idade de 7 anos e um mês a 9 anos e quatro meses. Um grupo apresentava dificuldades em matemática e outro não, no entanto não havia uma diferença estatística significativa no QI entre ambos. As crianças com dificuldades aritméticas receberam suporte pedagógico em salas de recurso por algumas horas na semana.

Duas situações-problema foram elaboradas para cada um dos 20 tipos de problemas aditivos, rendendo um total de 40 problemas. O comprimento das frases, a complexidade sintática e a dificuldade do vocabulário foram controlados quando os problemas foram projetados, assim como o valor da quantidade. As soluções foram consideradas certas quando a criança realizava os procedimentos corretamente e sem nenhum erro da operação.

Os resultados encontrados por García, Jiménez e Hess (2006) mostraram que a estrutura semântica por si não era o suficiente para determinar o grau de dificuldade dos problemas, embora os de transformação fossem apreciavelmente diferentes das outras categorias, talvez por serem o único tipo em que ocorre uma mudança e isso pode ter uma influência no melhor desempenho das crianças. Os resultados a que eles chegaram indicam que a posição da quantidade desconhecida tem uma influência maior no nível da dificuldade dos problemas do que outras variáveis. Ficou claro que os problemas não-canônicos são aqueles em que as crianças mostram um número mais baixo de respostas corretas.

Assim, segundo esses autores (GARCÍA; JIMÉNEZ; HESS, 2006), os problemas mais fáceis para crianças sem dificuldades são moderadamente difíceis para estudantes com dificuldades de aprendizagem de aritmética, e aqueles moderadamente difíceis para o grupo mais hábil transformam-se, na maior parte, em problemas de elevada dificuldade para estudantes com baixo desempenho. Embora, em geral, os problemas de adição sejam mais fáceis, a sua dificuldade não é ocasionada pela operação (adição ou subtração) exigida para a solução, mas muito mais pela posição do termo desconhecido. Os problemas com o termo desconhecido no primeiro lugar que requerem a subtração são mais difíceis para as crianças sem dificuldades do que aqueles que requerem a adição. Não há nenhuma diferença entre estes dois tipos de problemas para estudantes com dificuldades de aprendizagem da aritmética; nesse caso, a subtração e a adição apresentam o mesmo nível da dificuldade.

Os autores da pesquisa ressaltam que os resultados mais significativos do estudo sugerem que os problemas com termos desconhecidos no primeiro lugar são mais difíceis para crianças com dificuldades de aprendizagem da aritmética do que para crianças sem dificuldades. A dificuldade relativa dos problemas é claramente diferente para esses dois grupos de estudantes. (GARCÍA; JIMÉNEZ; HESS, 2006).

A ordem da dificuldade foi estabelecida por García, Jiménez e Hess (2006) em três níveis, de menos difícil a mais difícil. Os problemas mais difíceis para o grupo de estudantes sem dificuldades em matemática por eles estudados foram os de igualação I4[11] e o de comparação CP6. Como de dificuldade média, eles encontraram os de comparação CP1 e CP3, o de igualação I5 e o de transformação T6. Os resultados desse grupo sem dificuldades em matemática interessam, especificamente, à nossa pesquisa.

García, Jiménez e Hess (2006) lembram que os currículos escolares devem respeitar as características de desenvolvimento e as características cognitivas do estudante e não serem organizados nos termos da estrutura lógica da Matemática. Defendem, também, que o conhecimento das variáveis envolvidas na dificuldade dos problemas é extremamente importante e tem implicações educacionais significativas para a avaliação e o ensino adequado da Matemática, particularmente para crianças com dificuldades nessa área de conhecimento. Acreditam que uma pesquisa adicional é necessária para avaliar os efeitos

[11] Para a definição de exemplos dos problemas, recorrer aos Quadros 2, 3, 4 e 5.

positivos de uma sequência instrutiva dos problemas aditivos em programas de intervenção para crianças com dificuldades de aprendizagem.

Podemos, então, inferir que tanto a semântica como a posição da incógnita influenciam na construção do conhecimento conceitual da criança. Esse conhecimento interfere na escolha das estratégias para a resolução dos problemas. Assim, apresentamos alguns processos cognitivos e metacognitivos envolvidos na resolução dos diferentes problemas aditivos. Trataremos desses processos em separado, no entanto isso não significa que cremos que sejam independentes, apenas optamos em considerá-los separadamente por uma questão de conveniência, já que na bibliografia da área costuma-se encontrar estudos específicos para cada um desses processos.

2.2 PROCESSOS COGNITIVOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS

As estratégias que as crianças desenvolvem para resolver situações-problema têm relação com os conhecimentos conceituais já construídos por elas (ORRANTIA, 2003, 2006). Ao resolver os problemas aditivos, as crianças usam uma variedade significativa de estratégias. Fayol (1996) e Nunes e Bryant (1997) descrevem estratégias cognitivas infantis correspondentes ao domínio progressivo das adições e subtrações, que foram organizadas em três categorias básicas: modelagem direta, contagem e fatos numéricos. A modelagem direta se refere às situações em que a criança usa objetos manipuláveis para representar as quantidades que aparecem no problema e encontrar a resposta. Na contagem, silenciosa ou em voz alta, a criança usa seus dedos como registro ou controle da sequência verbal. Os fatos numéricos podem ser subdivididos em duas categorias: recordação direta dos fatos da memória e uso de fatos derivados (composição ou decomposição).

Orrantia (2006) analisa algumas dificuldades relacionadas ao cálculo e à resolução de problemas aditivos, apresentando uma perspectiva evolutiva sobre o desenvolvimento da aritmética. Considera que o processo de desenvolvimento do pensamento matemático se dá através da aprendizagem conjunta de conceitos e procedimentos, iniciando-se por volta dos 3 anos de idade, quando a integração dos esquemas protoquantitativos e da contagem verbal assume importante papel na aprendizagem da resolução de problemas.

Nos anos pré-escolares, as crianças já são capazes de resolver problemas matemáticos envolvendo operações de adição e de subtração, mesmo sem saber realizá-las formalmente. As crianças usam diferentes estratégias de contagem para isso, modelando, de maneira direta, as ações representadas nas situações. Orrantia (2006) distingue três níveis de desenvolvimento das estratégias que as crianças utilizam para resolver os diferentes problemas de estrutura aditiva e que são mediados pelo seu conhecimento conceitual de contagem. No primeiro nível, as crianças modelam diretamente a situação com seu conhecimento mais elementar de contagem integrado a seus esquemas protoquantitativos. No segundo nível, seu conhecimento conceitual de contagem avança e elas podem usar procedimentos mais econômicos em que não há necessidade de usar objetos concretos. O terceiro nível se caracteriza pelo aparecimento da composição aditiva e da reversibilidade, o que permite uma maior flexibilidade na resolução de problemas.

A composição aditiva significa decompor qualquer número na soma de, pelo menos, outros dois. Esse conhecimento

> [...] permite operar com o conceito parte-todo, no qual qualquer tríade numérica se pode integrar dentro de um esquema parcela-parcela-soma. A adição é então vista como qualquer situação na qual duas parcelas são conhecidas, e a subtração como qualquer situação em que se conhece a soma e uma das parcelas. Isto permite a aparição da reversibilidade entre a adição e a subtração, o que supõe uma enorme flexibilidade na resolução de qualquer situação-problema. (ORRANTIA, 2006, p. 169).

Em continuidade ao processo de desenvolvimento, verifica-se a resolução de problemas e o cálculo das operações, como um componente a mais. Nesse mesmo trabalho, Orrantia (2006) também faz uma análise das diferenças entre os quatro tipos de problemas do campo conceitual aditivo (transformação, comparação, igualação e combinação) e evidencia diferentes estratégias de contagem que as crianças usam para resolvê-los. Enfatiza que "o grau de dificuldade dos problemas aditivos vem marcado pelo tipo de conhecimento conceitual implicado na resolução dos mesmos" (p. 170).

Finalizando, o pesquisador apresenta as dificuldades que podem surgir na aprendizagem das operações e na resolução de problemas. Afirma que as crianças precisam desenvolver certos conhecimentos conceituais como, por exemplo, a reversibilidade, as relações parte-todo, o valor posicional, a composição aditiva. Ainda, diz que o ponto de partida para o ensino da Matemática deve ser o conhecimento informal que as crianças possuem, as representações manipulativas que elas realizam, para desenvolver estratégias e conhecimentos cada vez mais complexos, pois é fundamental considerar que a resolução de problemas é um processo complexo.

Outro aspecto interessante foi trazido por Brandão e Selva (1999). Elas verificaram que números inferiores a dez em problemas matemáticos parecem conduzir à utilização quase exclusiva de estratégias de modelagem, não estimulando as crianças a buscarem novos meios de encontrar soluções.

Em nossa pesquisa de mestrado (JUSTO, 2004), ao analisarmos os esquemas que as crianças utilizam na resolução de diferentes tipos de problemas aditivos, verificamos algo semelhante e concluímos que uma forma de fazer com que as crianças avancem na construção dos conceitos e saberes é propor problemas que sejam desafiadores, que provoquem conflitos cognitivos, forçando-as a usarem ou criarem outras ferramentas de pensamento para resolvê-los. Uma alternativa seria oferecer questões que elas não possam resolver tão facilmente, como, por exemplo, ir aumentando a magnitude das quantidades apresentadas nos problemas. Assim, as crianças precisariam elaborar novos esquemas para solucioná-los. Nas entrevistas analisadas, identificamos uma relativa variedade de estratégias usadas pelas crianças para chegarem ao resultado da operação matemática (adição ou subtração) que elas escolheram como adequada para resolver o problema proposto. Os esquemas foram procedimentos de cálculo mental e de algoritmos formais, além de outros, como contagem, complementaridade, modelagem, composição e decomposição de números. A complementaridade manifesta-se pelo uso da contagem, em que as crianças se valem da seqüência numérica completando uma totalidade. A contagem é usada por muitas crianças como uma ferramenta de pensamento para auxiliar na solução dos problemas, demonstrando ser um esquema bastante influente. Ela é empregada em conjunto com a modelagem de situações, com a complementaridade e, também, como auxiliar na resolução da operação aritmética propriamente dita.

A partir da análise desses esquemas, encontramos indicadores de que a noção de subtração é bastante complexa, uma vez que, em cada situação em que ela é necessária, uma série de esquemas e conhecimentos prévios são condições *sine qua non* para que ela possa ser construída. Por exemplo, em situações de combinação em que uma das partes não é conhecida, sem que a noção de inclusão de classes esteja completamente construída, a subtração não aparece como a operação adequada. Na literatura consultada (FAYOL, 1996; MAGINA *et al.*, 2001; NUNES; BRYANT, 1997) e em nossa análise (JUSTO, 2004), verificamos que o domínio da comutatividade da adição, da operação inversa, da inclusão de classes e das relações de transformação são algumas das condições fundamentais para a plena construção e compreensão da subtração pelas crianças. Podemos pensar que, sem esses conhecimentos, as crianças não usam a subtração para resolver diferentes problemas. Apesar da adição e da subtração serem operações de mesmo gênero (PIAGET, 2004) e pertencentes a uma mesma estrutura – a estrutura aditiva (VERGNAUD, 1990) – a adição[12] é inicialmente mais usada pelas crianças que a subtração para resolver problemas (JUSTO, 2000).

Enquanto a criança permanece ligada ao contexto da situação apresentada no problema, sem dominar as relações entre as operações de adição e de subtração, ela tenta resolver pela operação que caracteriza o problema, ou seja, se a situação é aditiva, ela resolve pela adição, se a situação é subtrativa, ela usa a subtração. Ou, por vezes, ela se liga a palavras-chave como "mais", "ganhou" ou outras para escolher a operação. Em crianças escolarizadas, verificamos que, até a 2ª série, o uso da adição para resolver diferentes problemas aditivos, canônicos ou não-canônicos, que pedem uma subtração, ainda é muito frequente. O avanço no uso da subtração para a resolução desse tipo de problema aditivo se dá, mais comumente, no período que compreende a 2ª e a 3ª séries, entre os 8 e 9 anos de idade (JUSTO, 2000, 2004).

A questão "É de mais... ou de menos?..." permeia a resolução dos problemas aditivos pelas crianças (JUSTO, 2004). A oscilação entre a adição e a subtração aparece de forma explícita ou mesmo implícita em suas tentativas de solução, transparecendo na fala de algumas crianças, nas dúvidas apresentadas, nas suas ações sobre os materiais, nas estratégias de contagem, de composição e de modelagem, assim como na escrita das operações. Em literatura da área, encontramos que a dúvida das crianças "É de mais ou de menos?" traduz-se como um problema de ensino (VASCONCELOS, 1998) que pode se expressar pela ênfase excessiva no cálculo numérico, pelo trabalho com "palavras-chave", por não se trabalhar com a compreensão dos problemas[13], por não se identificarem nem se analisarem as diferenças entre diversos tipos de problemas e pelo uso indiscriminado de material concreto. Acreditamos, porém, que a questão é muito mais complexa. Nosso estudo (JUSTO, 2004) levou-nos a pensar que uma possível fonte dessa problemática aparece na gênese desses problemas e dessas operações, ou seja, em sua estrutura aditiva, e que, talvez por isso, somente um ensino adequado não seja o suficiente para dar conta dessa problemática. Entendemos que ela também é de aprendizagem. A dúvida "mais... ou menos?..." surge no raciocínio das crianças pelo trabalho de construção desse campo conceitual, no qual a adição e a subtração encontram-se profundamente imbricadas, em que relações, esquemas, operações, estruturas operatórias, propriedades e invariáveis são construídas e reconstruídas num

[12] Kamii e DeClark (1992) enfatizam que a adição é uma operação construída anteriormente à subtração, apoiando-se na pesquisa de Piaget que destacou que todas as ações, percepções e cognições funcionam primeiro positivamente. "Os aspectos negativos, como inverso e recíproco, são construídos mais tarde." (KAMII e DECLARK, 1992, p. 140)

[13] Conforme enfatizamos na seção 2.1.2, a compreensão do problema implica em que o *resolvedor* interprete a situação-problema através da semântica e, a partir dela, estabeleça relações entre os números do problema, para então buscar a operação matemática que o auxiliará a encontrar a solução.

constante ir e vir. Cremos que não há como evitar essa dúvida ou oscilação durante a construção desse campo conceitual, pois se constitui num conflito cognitivo importante, que passa por diferentes caminhos ou formas de raciocinar sobre a solução de problemas aditivos. Assim, entendemos que o segredo da aprendizagem pode estar muito mais na relação entre como se ensina e como se aprende – razão pela qual realizamos o presente estudo.

Na última década, as pesquisas têm demonstrado que os alunos com dificuldades de aprendizagem na Matemática experimentam déficits no plano metacognitivo: na predição do rendimento diante de uma tarefa específica, no planejamento do trabalho, no estabelecimento de submetas para avançar no cumprimento dos objetivos, na autorregulação da execução e na avaliação final sobre os resultados obtidos (MIRANDA *et al.*, 2005). Passamos a detalhar o plano metacognitivo.

2.3 PROCESSOS METACOGNITIVOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS

Possuir competência na resolução de problemas, afirmam Smole e Diniz (2001), envolve compreender uma situação que exige resolução, identificar seus dados, mobilizar conhecimentos, construir uma estratégia ou um conjunto de procedimentos, ter organização e perseverança, analisar constantemente o processo de resolução e a validade da resposta e, se for o caso, formular outras situações-problema. Considerando essas habilidades, podemos dizer que resolver problemas matemáticos exige a aprendizagem de conceitos, a construção de estratégias e de procedimentos, assim como habilidades metacognitivas. Atualmente, há um consenso de que a metacognição assume um importante papel nesse processo.

Metacognição é um termo introduzido na literatura da área da memória por J. H. Flavell, definindo-a como o conhecimento que o sujeito tem de seu próprio conhecimento, ou seja, o conhecimento dos próprios processos e produtos cognitivos, ou algo relacionado com eles. (FIGUEIRA, 2003). Através da metacognição, ao resolver problemas o sujeito assume um papel mais autônomo em relação ao processo de resolução, pois ele supervisiona suas ações e estratégias, avaliando os resultados encontrados durante e após a resolução.

Possuir uma informação ou ter domínio de um algoritmo de uma operação matemática é diferente do que ser capaz de acessá-las quando necessário, assim como é diferente ter uma habilidade e saber como aplicá-la. O conhecimento metacognitivo inclui o conhecimento das capacidades e limitações dos processos do pensamento humano, do que se pode esperar que saibam as pessoas em geral e as características de pessoas em específico – especialmente de si mesmo – como indivíduos com saberes. Nickerson, Perkins e Smith (1994, p.125) consideraram que as habilidades metacognitivas são aquelas habilidades cognitivas "necessárias, ou úteis, para a aquisição, o emprego e o controle do conhecimento, e das demais habilidades cognitivas. Incluem a capacidade de planificar e regular o emprego eficaz dos próprios recursos cognitivos."

Assim, saber planejar, tomar decisões e controlar a aplicação de uma operação matemática para resolver determinados problemas são habilidades necessárias na aprendizagem matemática. Pozo (2002) correlaciona as habilidades cognitivas e metacognitivas ao afirmar que as estratégias são adquiridas

> por processos de reestruturação da própria prática, produto de uma reflexão e tomada de consciência sobre o que fazemos e como fazemos. Aprendemos estratégias à medida que tentamos compreender ou conhecer nossas próprias técnicas e suas limitações, e isso requer que tenhamos aprendido a tomar consciência e refletir sobre nossa própria atividade e como torná-la mais efetiva. (POZO, 2002, p. 78)

Portanto, encontrar estratégias, escolhê-las adequadamente, controlar o processo de resolução de um problema são habilidades que exigem a metacognição. Nickerson, Perkins e Smith (1994), assim como Desoete, Roeyers e Huylebroeck (2006), identificam as habilidades metacognitivas como sendo a planificação, a predição, a comprovação da realidade e a supervisão e controle (ou avaliação) das ações deliberadas para executar tarefas intelectualmente exigentes.

A planificação consiste em encontrar uma forma de solucionar um problema organizando as etapas de execução de um plano. Os resolvedores mais experimentados planificam e avaliam qualitativamente suas estratégias de solução do problema antes de fazer qualquer cálculo. (NICKERSON; PERKINS; SMITH, 1994). Desoete, Roeyers e Huylebroeck (2006) referem que as habilidades de predição permitem à criança antecipar metacognitivamente tarefas difíceis, fazendo-a trabalhar firmemente nessas tarefas e rapidamente em tarefas mais fáceis. Além disso, a predição possibilita à criança associar certos problemas a outros, desenvolver conhecimento intuitivo sobre as condições necessárias para executar uma tarefa e para distinguir entre dificuldades aparentes ou atuais na resolução de problemas matemáticos. A avaliação pode ser definida como a reflexão metacognitiva que ganha lugar depois de um acontecimento; por ela, as crianças olham para as estratégias usadas e verificam se estas conduziram ou não ao resultado desejado. As habilidades de avaliação oportunizam que as crianças tomem consciência de seu desempenho, para compará-lo ao de outros e descobrir erros dentro do processo de resolução do problema. (DESOETE; ROEYERS; HUYLEBROECK, 2006).

Os pesquisadores Desoete, Roeyers e Huylebroeck (2006) estudaram a relação entre matemática, metacognição e inteligência na resolução de problemas em crianças de terceira série com e sem dificuldades de aprendizagem. Perceberam uma significativa relação entre predição, avaliação, inteligência, habilidades processuais e habilidade de recuperação de fatos aritméticos em crianças sem dificuldades de aprendizagem em matemática. Em crianças com dificuldades na área, a relação foi encontrada entre habilidades metacognitivas e habilidades processuais. Nenhuma ligação foi encontrada entre inteligência e metacognição ou entre metacognição e habilidades de recuperação de fatos aritméticos da memória.

Os pesquisadores verificaram que a maioria das crianças com dificuldades de aprendizagem em matemática e habilidades metacognitivas inadequadas têm problemas com as habilidades de predição e de avaliação. A maioria das crianças de terceira série com baixas habilidades metacognitivas só pareciam ter problemas em função do nível de dificuldade das tarefas. Desoete, Roeyers e Huylebroeck (2006) também encontraram com mais regularidade avaliações inadequadas em crianças com dificuldades em matemática e habilidades de metacognição inadequadas, em oposição à amostra de crianças com habilidades metacognitivas inadequadas, mas sem dificuldades de aprendizagem, sendo a ocorrência da inadequação de avaliações menos frequente nesse último grupo.

Uma importante relação entre habilidades procedimentais na resolução de problemas matemáticos e habilidades metacognitivas foi encontrada pelos pesquisadores Desoete, Roeyers e Huylebroeck (2006) em crianças sem dificuldades em matemática, assim como uma pequena, mas significativa, relação positiva foi revelada entre a recordação automatizada de fatos aritméticos e habilidades metacognitivas. As crianças que mais desenvolveram habilidades metacognitivas tiveram melhor desempenho na resolução de problemas matemáticos. Elas foram capazes de resolver mais exercícios aritméticos e foram rápidas em recuperar fatos aritméticos da memória. Os pesquisadores também revelaram que as crianças com dificuldades de aprendizagem em matemática costumam demonstrar pouca habilidade em recordar fatos da memória e poucas habilidades metacognitivas.

Logo, a partir do que foi exposto até aqui, podemos inferir que, durante a resolução de problemas matemáticos, as crianças também encontram numerosas dificuldades conceituais. A seleção de informações na leitura do enunciado, a tomada de dados físicos (medidas, por exemplo), a busca de informações numa documentação, a combinação adequada dessas informações para as operações de adição, de subtração, de multiplicação e de divisão, tudo está vinculado a esquemas iniciais já conhecidos pelo sujeito, sendo que a habilidade metacognitiva de saber (ou não saber) que tem capacidade de resolver um problema em particular no qual está trabalhando influi na adequação da solução encontrada. Assim, a metacognição funciona como um instrumento regulador do processo de resolver problemas matemáticos.

O comportamento metacognitivo é uma importante ajuda no processo de resolução de problemas, auxiliando a estabelecer um controle sobre o método de representação e dos procedimentos de resolução (LUITEL, 2005) que permeiam a compreensão de conceitos e de sua aplicação na resolução de problemas matemáticos. Nickerson, Perkins e Smith (1994) sugerem alguns procedimentos de metacompreensão que auxiliam na interpretação de problemas mais difíceis de serem resolvidos:

> - quando há uma palavra desconhecida, ver se ela aparece explicada na oração seguinte; se não, perguntar seu significado ou procurar no dicionário;
> - quando uma oração simples é suscetível de dupla interpretação, pedir a quem está falando que resolva a ambiguidade (se estiver lendo, reter ambas interpretações e tentar usar as orações seguintes para resolvê-la).
> - quando se detecta uma incoerência implícita, verificar se há solidez das distintas inferências que conduziram à dita incoerência. (NICKERSON; PERKINS; SMITH, 1994, pp. 130-131).

Vieira (2001) aponta que, para se compreender como o sujeito utiliza a metacognição ao resolver problemas, é preciso observar e acompanhar as tendências cognitivas dele, de forma “a reconhecer seus próprios julgamentos e os elementos sobre os quais ele se apoia para justificar sua metacognição” (p.440). Em sua investigação, Vieira (2001) centrou-se na possibilidade de intervenção sobre as estratégias do sujeito na fase que denominou de monitoramento da gestão cognitiva, caracterizada “como uma estratégia, um mecanismo autorregulador na resolução de problemas matemáticos, relacionado com o funcionamento executivo” (p.440). Ensinar uma estratégia de monitoramento supõe algumas fases, afirma a autora. Inicialmente, o conhecimento da qualidade das respostas do sujeito aos problemas propostos, em seguida, a consciência do sujeito em relação a sua capacidade de aprender melhor a entender como resolver problemas matemáticos, compreendendo que pode gerir seus procedimentos.

Enfim, reconhece-se que os processos cognitivos e metacognitivos são importantes para a resolução de problemas. Portanto, torna-se necessário desenvolver estratégias e processos de metacognição, assim como uma disposição positiva para resolver problemas matemáticos. (VAN DE WALLE, 2009; NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2001; BRASIL, 1997). A eficácia na resolução de problemas pode ser conseguida a partir do ensino, é o que sugerem as evidências até aqui destacadas. Nickerson, Perkins e Smith (1994) ressaltam a complementaridade do ensino de estratégias e do ensino do conhecimento metacognitivo referente a quando se devem aplicar as estratégias e a como se pode averiguar se estão funcionando. Destacam que

> O cultivo de atitudes e habilidades que conduzem a um pensamento sem travas, expansivo e criativo deve equilibrar-se com a capacidade para ser analítico e crítico. Um programa devidamente equilibrado deverá ressaltar de algum modo todos esses aspectos ou tipos de pensamento. [...] Nada do que sabemos sobre a inteligência exclui a possibilidade de ensinar as habilidades de pensamento. (NICKERSON; PERKINS; SMITH, 1994, p.135, 169).

Prosseguimos apresentando uma revisão sobre os princípios e os métodos da resolução de problemas que levam em consideração os diferentes aspectos relativos ao campo conceitual aditivo e seus processos de aprendizagem até aqui destacados.

2.4 PRINCÍPIOS E MÉTODOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Foi no início da década de 70 que investigações sistemáticas sobre a resolução de problemas e suas implicações curriculares ganharam corpo. Elas surgem como uma reação a tendências anteriores que consideravam a matemática "como um conjunto de fatos, como o domínio de procedimentos algorítmicos ou como um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. No fim dos anos 70, a Resolução de Problemas emerge, ganhando espaço no mundo inteiro." (ONUCHIC e ALLEVATO, 2005, p.215).

Resolver problemas deve ser o foco da Matemática escolar para os anos 80. Essa recomendação do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM)[14] apareceu no documento *An Agenda for Action*, publicado em 1980, nos Estados Unidos da América. No entanto, nesse período, o trabalho com a resolução de problemas não surtiu o efeito desejado, segundo Onuchic e Allevato (2005), muito provavelmente devido a uma falta de concordância entre as diferentes concepções que havia sobre o significado desse ser o foco da matemática escolar. Desde então as pesquisas na área da educação matemática e especificamente da resolução de problemas tem se intensificado. Várias publicações do NCTM, nas décadas de 80 e 90, serviram de orientação para o trabalho com a matemática escolar em muitos países, além dos Estados Unidos. No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática

[14] NCTM é a principal organização para professores de Matemática da educação básica nos Estados Unidos. É também uma referência para a educação matemática em muitos países.

foram apoiados em ideias dos *Standards*, publicação do NCTM. (ONUCHIC e ALLEVATO, 2005).

A resolução de problemas, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), surge como um caminho para ‘fazer Matemática’ na sala de aula. Essa ideia, no entanto, ainda é utilizada como uma forma de aplicação de conhecimentos adquiridos pelos alunos. Assim, o professor ensina os algoritmos das operações matemáticas fundamentais (a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão), e os problemas matemáticos são apresentados depois, para que os alunos usem os algoritmos para resolvê-los. A resolução de problemas, então, serviria para verificar se os alunos aprenderam as operações. Os problemas matemáticos seriam, pois, um contexto (ou seriam um pretexto?) para o emprego das operações matemáticas.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997), encontramos alguns princípios que direcionam o ensino da resolução de problemas:

- o ponto de partida da atividade matemática deve ser o problema. Os conceitos, as ideias e os métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, para cuja resolução os alunos desenvolvem algum tipo de estratégia;

- o problema não deve ser visto como um simples exercício para a aplicação de fórmulas ou processos operatórios. Ele só existe se o aluno for levado a interpretar e a estruturar a situação que lhe é proposta;

- as aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um determinado tipo de problema; em um outro momento, o aluno usa o que aprendeu para resolver uma questão diferente, o que exige transferências, retificações, rupturas;

- o aluno constrói um campo de conceitos que tomam sentido em um campo de problemas. Um conceito matemático se estrutura articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;

- a resolução de problemas deve ser desenvolvida como orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Em conformidade com esses princípios para a resolução de problemas aditivos, Nunes *et al.* (2005, pp. 67-68) apresentam cinco princípios que consideramos complementares aos apresentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais. São eles:

- as crianças aprendem mais se estão ativamente engajadas em resolver problemas e raciocinar, do que se sua tarefa consiste em imitar soluções oferecidas pelo professor;

- o raciocínio aditivo baseia-se na coordenação de três esquemas de ação entre si: juntar, separar e colocar em correspondência;

- o raciocínio aditivo precisa ser coordenado com o uso de dois sistemas de sinais: o sistema de numeração e os sinais + e -;

- os alunos precisam encontrar diferentes maneiras de registrar suas estratégias de resolução de problemas para que elas possam ser: discutidas, validadas e comparadas entre si;

- as tarefas propostas às crianças devem ser adequadas ao seu nível de domínio de outros aspectos da educação, como o seu nível de conhecimento geral, a fim de não transformar o conteúdo do problema em um obstáculo à aprendizagem matemática.

Servindo de referência na área da educação matemática, encontramos uma publicação do *National Research Council* (2001) que é produto de um projeto patrocinado pela *National Science Foundation* e pelo *U.S. Department of Education* em que 16 pesquisadores com diversas formações, em forma de comissão, revisaram e sintetizaram relevantes investigações sobre a aprendizagem matemática, desde a pré-escola até a 8ª série, com o objetivo de responder e orientar sobre como melhorar o aprendizado da matemática para todos os alunos.

Os documentos *Adding It Up* e *Helping Children Learn Mathematics* (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2001, 2005) destacam cinco eixos[15] de proficiência em matemática que atendem ao que já apontamos nas diferentes pesquisas da educação matemática aqui descritas sobre a resolução de problemas:

> - compreensão conceitual (*understanding*): a compreensão de conceitos matemáticos, operações e relações; conhecer o significado de símbolos matemáticos, diagramas e procedimentos;
> - fluência processual (*computing*): habilidade na realização de procedimentos de cálculo, de forma flexível, precisa, eficiente e adequada;
> - competência estratégica (*applying*): capacidade de formular, representar e resolver problemas matemáticos utilizando conceitos e procedimentos de forma adequada;
> - raciocínio adaptativo (*reasoning*): usar a lógica para explicar e justificar uma solução para um problema ou para estender algo conhecido a algo ainda não conhecido;
> - disposição produtiva (*engaging*): ver a matemática como sensata, útil e interessante, juntamente com a crença em diligência e em sua própria eficácia.

Outro importante pesquisador na área da resolução de problemas foi Schoenfeld. Schoenfeld (1997), discutindo as heurísticas na resolução de problemas, afirma que o professor deve fazer uso de práticas metodológicas, as quais tornam as aulas mais dinâmicas e não restringem o ensino de matemática a modelos clássicos, como exposição oral e resolução de exercícios. Ele também acredita que a resolução de problemas possibilita compreender os

[15] Os documentos ilustram esses eixos com a figura de uma corda formada por vários fios entrelaçados, na qual cada um deles é um dos cinco eixos de proficiência em matemática, sugerindo que eles são interligados e interdependentes.

argumentos matemáticos e ajuda a vê-los como um conhecimento passível de ser aprendido pelos sujeitos implicados nos processos de ensino e aprendizagem. Schoenfeld (1997) sugere que a quantidade de problemas incluídos em uma aula de uma hora de duração possam ser de apenas quatro ou cinco para que todos eles possam ser discutidos e a ênfase da aula permaneça sobre o processo de resolver problemas.

O professor, ao ensinar a resolver problemas, compreende que as estratégias desempenham uma parte em todas as fases da resolução de problemas: compreender o problema, resolver o problema e refletir sobre a resposta e solução. (VAN DE WALLE, 2009). O método da resolução de problemas leva em conta os objetivos de estratégias e de processos cognitivos e metacognitivos, que Van de Walle (2009, p. 77) define:

> - *Desenvolver habilidades de análise de problema* – para melhorar a habilidade dos alunos em analisar um problema pouco conhecido, identificar a informação desejada e necessária, ignorar informação dispensável e expressar claramente o objetivo ou meta do problema ou tarefa.
> - *Desenvolver e selecionar estratégias* – para ajudar os estudantes a construir uma coleção de estratégias de resolução de problemas úteis em uma variedade de contextos e selecionar e usar essas estratégias adequadamente.
> - *Justificar as soluções* – para melhorar a habilidade dos alunos em avaliar a validez das respostas.
> - *Estender ou generalizar problemas* – para ajudar os alunos a aprender a ir além da solução para os problemas, a considerar resultados ou processos aplicados em outras situações ou usados para formar regras ou procedimentos gerais.

A disposição em aprender matemática é considerada uma importante via para a proficiência em matemática, conforme já colocado anteriormente. (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2001, 2005). Os objetivos atitudinais a serem desenvolvidos com os alunos para atingir essa disposição são os seguintes: desenvolver confiança e convicção em suas habilidades; estar disposto a correr riscos e perseverar; e gostar de fazer matemática. (VAN DE WALLE, 2009). Para alcançar esses objetivos com os alunos, Van de Walle (2009, p. 79) sugere que o professor:

> - *Elabore a partir* dos *sucessos* – o que significa planejar, inicialmente, problemas que os alunos possam resolver sozinhos, pois isso os ajudará a criar confiança em suas próprias capacidades.
> - *Valorize os esforços e as tentativas* – significa ouvir as ideias dos alunos sobre como pensaram para resolver um problema e focar o valor no risco ou no esforço e não no resultado alcançado pela ideia.
> - *Escute todos os alunos* – não termine a discussão de um problema com a primeira resposta correta. Possibilite que mais alunos possam comunicar a sua ideia de solução para um problema.
> - *Promova sucessos especiais para crianças especiais* – as habilidades que as crianças desenvolvem não são iguais, portanto, é importante possibilitar com que as mais lentas e não tão fortes na resolução de problemas também contribuam, fazendo questões mais fáceis no início das discussões para que elas também tenham condições de participar.

O método da resolução de problemas enfoca, portanto, também algumas atitudes que devem ser desenvolvidas pelos estudantes. Entendemos que essas atitudes são princípios que deveriam estar presentes na resolução de problemas e, portanto, precisam ser foco de ensino. Vieira (2001) destaca que uma delas é a consciência do sujeito em relação a sua capacidade de aprender melhor a entender como resolver problemas matemáticos, compreendendo que pode gerir seus procedimentos. A autoconfiança na capacidade de resolver problemas requer uma atitude positiva frente à tarefa.

Ensinar a pensar é uma máxima na educação que pode auxiliar na construção dessa autoconfiança. Raths *et al.* (1977) enfocam essa tendência como a meta da educação. Discutem formas de como ensinar o aluno a pensar, entretanto, sem sugerir "que os professores possam ou devam ensinar às crianças *como devem pensar*. Não existe 'um jeito' de pensar. [...] a coisa mais necessária é ter *oportunidades para pensar* e para discutir o pensamento." (p. 2). Ensinar a pensar em como resolver um problema matemático envolve proporcionar muitas oportunidades de resolução e de discussão de diferentes formas de pensar.

Uma pesquisa realizada com problemas aditivos, e que forneceu auxílio às crianças com dificuldades em matemática, foi elaborada por Orrantia (2003)[16]. De certa forma, podemos pensar que esse estudo contraria o que Raths *et al.* (1977) defendiam, pois Orrantia (2003) oferecia ajudas que sugeriam e interferiam nas formas de pensar dos alunos. No entanto, consideramos que não possa ser totalmente descartada uma aproximação do "ensinar a pensar" de Raths *et al.* (1977) com a proposta de Orrantia (2003) para as crianças com dificuldades de aprendizagem. Orrantia (2003) desenvolveu uma pesquisa com estudantes de 2ª e 3ª série que apresentavam dificuldades na resolução de problemas aditivos, submetendo-os a sessões de instrução com ajudas específicas: *reescrita* (auxílio linguístico para deixar mais clara a relação entre os conjuntos), *representação linguística* (construir um texto base, articulando o que se conhece e o que não se conhece), *representação figurativa* (construir um modelo de situação através de representação gráfica que reflete a estrutura semântica do problema percebida através da representação linguística) e, por último, a ajuda de *raciocínio* (decisão sobre qual operação usar). Os resultados encontrados por Orrantia (2003) mostraram que o maior número de intervenções dos instrutores aconteceram com as ajudas de representação figurativa e de raciocínio. De modo geral, a maior parte das intervenções se

[16] A pesquisa de Orrantia (2003) foi detalhada no projeto de tese (JUSTO, 2007).

dirigiu às ajudas mais relacionadas com a construção de um modelo da situação, ou seja, justamente o componente mais influenciado pelo conhecimento conceitual.

Orrantia (2003) ressalta que o conhecimento conceitual tem papel importante no processo de resolução de problemas e que, possivelmente, seja a causa das dificuldades que muitos alunos encontram para solucionar os mais difíceis (não-canônicos ou inconsistentes). Outra importante consideração feita pelo autor é que a variável curso (série) não influencia nos resultados, mesmo que os alunos de 3ª série já tenham tido mais experiências na resolução de problemas. O importante é contar com ajudas que façam mediação no processo de resolução e permitam bem desenvolver ou bem esclarecer, quando se conta com ele, o conhecimento conceitual necessário. O pesquisador conclui defendendo que não resolve apenas aumentar a variabilidade dos problemas, incluindo os mais difíceis, mas é fundamental proporcionar aos alunos as estratégias apropriadas em função dos modelos teóricos que descrevem o processo de resolução de problemas, ressaltando-se a importância da representação figurativa - sobre a qual vamos nos aprofundar mais adiante.

Três ingredientes básicos são apresentados por Resnick e Ford (1998) para a resolução de problemas, a saber: o conhecimento prévio, o entorno da tarefa e as estratégias. As autoras se referem ao conhecimento que deve estar bem estruturado, maximizando os vínculos com os conceitos e procedimentos relacionados. Isto supõe ensinar todo o conhecimento matemático que seja possível e adequado à habilidade e à idade dos estudantes.

> [...] quanto mais dados, procedimentos e relações caracterizam a estrutura do conhecimento de uma pessoa, mais probabilidades ela terá de inventar e descobrir as conexões existentes. Se faltam a um estudante os conhecimentos de requisitos prévios, não se pode esperar uma resolução hábil de problemas por sua parte." (RESNICK; FORD, 1998, p. 276).

O entorno da tarefa consiste em levar em conta a clareza na apresentação do problema, evitando informações desnecessárias para a solução, e acompanhá-lo de desenhos e diagramas. Auxiliar as crianças para que explorem as características do entorno, permitindo que elas façam livremente conexões em suas mentes, evocando essas características, ou passem a escrever seus pensamentos, desenhar e criar uma representação do problema. Ainda, pode-se auxiliá-las ensinando estratégias concretas de resolução. Por exemplo, ensinando-as a pensar por antecipação e a visualizar muitas vias de ação e suas consequências, antes de iniciar a aplicar procedimentos de resolução. Resnick e Ford (1998) reforçam a ideia do professor como questionador, como aquele que faz perguntas que auxiliam a clarear tanto as características do entorno quanto os objetivos do problema, contribuindo para a evocação do conhecimento relevante e para a seleção de estratégias de resolução adequadas. "O trabalho empírico sobre a resolução de problemas matemáticos, como o que descrevemos, está carregado de promessas para o tipo de compreensão que necessitamos para criar pessoas que resolvam melhor os problemas.” (RESNICK; FORD, 1998, p. 277).

As pesquisadoras valorizam a representação, enfatizando que, em qualquer situação de resolução de problemas, “o primeiro passo é elaborar uma representação do problema.” (RESNICK; FORD, 1998, p.253). Vejamos como a representação assume essa posição.

2.4.1 O papel da representação na resolução de problemas aditivos

Grande parte do trabalho de representação em psicologia se impulsionou pela intenção de elaboração de teorias que explicassem como as pessoas compreendem a linguagem, como associam um significado à linguagem que ouvem ou leem, conectando as palavras e as frases às estruturas do conhecimento já estabelecidas. Atualmente, a elaboração de uma representação é concebida como o processo pelo qual se estabelecem vínculos entre a situação proposta no problema, a rede semântica da pessoa, seu conhecimento de procedimentos e seu conhecimento geral acerca das relações matemáticas e espaciais. (RESNICK; FORD, 1998).

Nickerson, Perkins e Smith (1994) lembram que alguns autores que já escreveram sobre a resolução de problemas observaram que uma forma de alguém que está encontrando muita dificuldade em resolver um problema conseguir solucioná-lo é procurar um modo radicalmente diferente de representá-lo. A isso podemos agregar a ideia de Resnick e Ford (1998) que sugerem àquele que encontra alguma dificuldade na resolução de um problema verbal que utilize uma forma de representação intermediária (física ou visual), não linguística, pois esta representação manteria a informação do problema em um formato que se supõe seja mais acessível, enquanto se executam os cálculos, reduzindo a carga da memória e, portanto, a probabilidade de erros.

Resnick e Ford (1998, p. 257) afirmam que “o delineamento do problema, qualquer que seja a sua forma, proporciona os materiais brutos a partir dos quais o sistema de processamento da informação elabora uma representação do problema. Essa representação determina, por sua vez, que estratégia de solução se escolhe.” Para as situações apresentadas nos problemas aditivos, alguns pesquisadores preocuparam-se em desenvolver representações que auxiliassem os alunos a resolvê-los. Um deles foi Vergnaud (1990), que elaborou uma representação para as relações de base encontradas nos problemas aditivos por ele classificados, dos quais exemplificamos três:

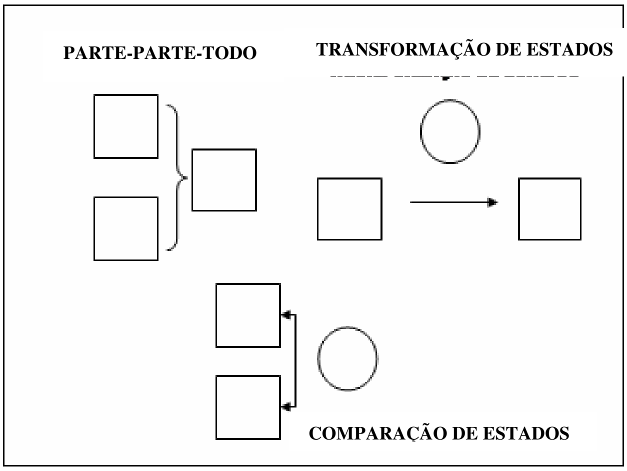


Figura 1 - Relações aditivas de base (VERGNAUD, 1990).

A partir de Vergnaud, outros pesquisadores trabalharam com a representação dos problemas aditivos. Destacamos os trabalhos de Damm (1992, 2003)[17] que ensinou os alunos a usarem representações bidimensionais, em forma de gráfico, com o intuito de auxiliar na compreensão do enunciado do problema. Outro trabalho importante sobre a representação foi estudado por Nunes *et al.* (2005) no qual afirmam que o raciocínio aditivo baseia-se na coordenação de três esquemas de ação entre si: juntar, separar e colocar em correspondência; e precisa ser coordenado com o uso de dois sistemas de sinais: o sistema de numeração e os sinais + e -, conforme já apontamos anteriormente. Nesse trabalho os autores sugerem o uso de calculadoras, de diferentes representações gráficas e de retas numéricas como auxílio para representar o raciocínio matemático usado para resolver os problemas, a partir dos resultados de pesquisas anteriores por eles realizadas: Magina e Campos (2004) e Magina *et al.* (2001). A figura 2 mostra uma proposta de resolver um probelma aditivo com o uso da reta numérica:

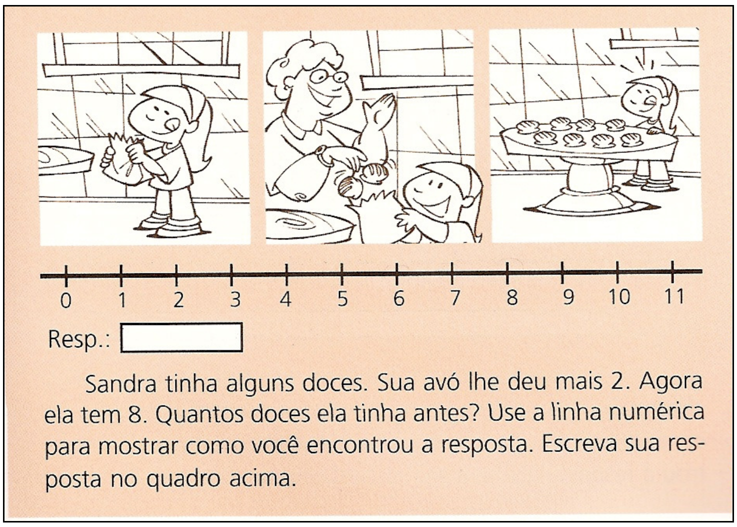


Figura 2 - O uso da reta numérica para a resolução de problema de transformação aditiva com início desconhecido. Fonte: Nunes *et al.* (2005).

[17] As pesquisas de Damm (1992, 2003) foram aprofundadas no projeto de tese (JUSTO, 2007).

Em uma nova pesquisa publicada por algumas dessas pesquisadoras (MENDONÇA *et al.*, 2007), elas concluem que ainda é difícil de responder o quanto as questões de linguagem ou de ensino interferem no desempenho dos alunos, apesar de já existirem pesquisas afirmando que esses dois fatores são intervenientes no desempenho. Também reforçam o valor da representação quando, ao verificarem que há uma estagnação nos grupos estudados na 3ª série em relação ao avanço no desempenho, explicam que a estagnação pode estar relacionada ao fato de que nessa série os professores costumam enfatizar a formalização das operações para resolver os problemas e proíbem o uso de recursos de representação (dedos, desenhos, etc.)

Lembramos novamente o estudo de Orrantia (2003) no qual ele propôs que os problemas aditivos pudessem ser ensinados a partir do uso de representações figurativas ou gráficas. Nesse estudo, conforme já dissemos, Orrantia (2003) usou as representações como *ajudas* para as crianças que apresentavam dificuldades em resolver os problemas aditivos. As representações usadas por ele foram inspiradas nas de Vergnaud (1990), mas adaptadas para a classificação de três categorias semânticas: transformação, combinação e comparação.

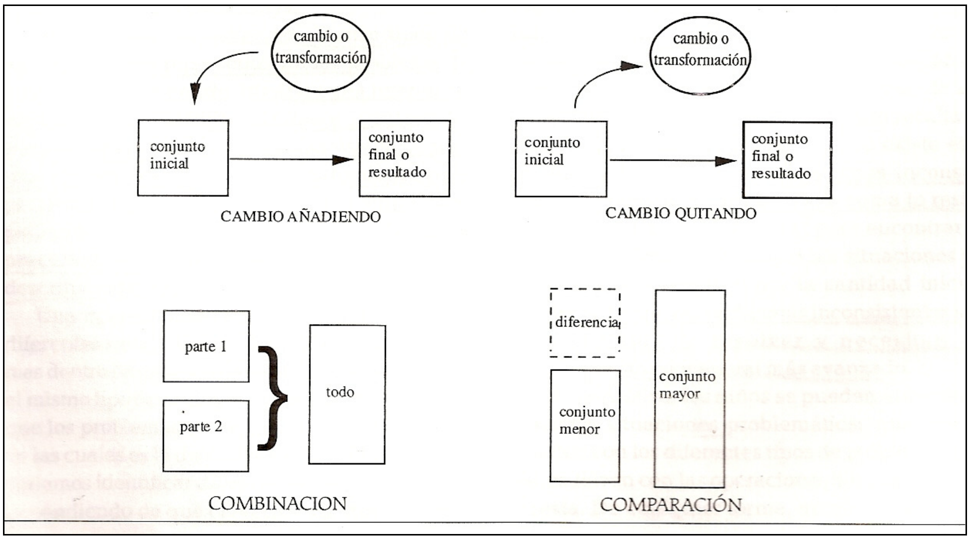


Figura 3 - Representações gráficas para os problemas aditivos. Fonte: Orrantia (2003, 2006).

Para os problemas de igualação, Orrantia (2003, 2006) não apresentou uma representação. Como não encontramos em outro estudo uma representação para essa categoria de problemas, criamos, então, uma semelhante à usada por Orrantia para os problemas das outras categorias, em que usamos uma composição das representações para os problemas de comparação e de transformação:

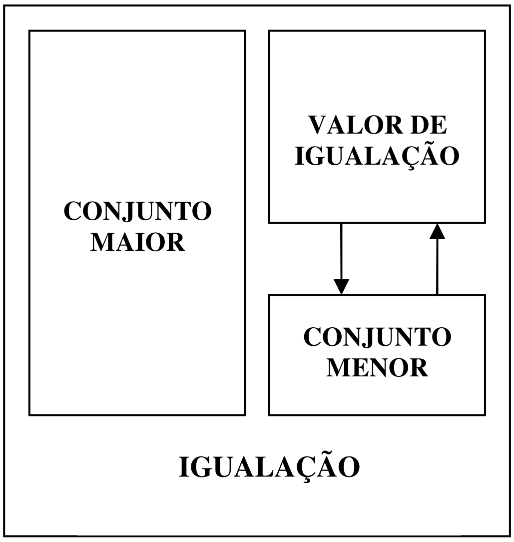


Figura 4 - Representação gráfica para os problemas de igualação.

O uso das representações nos problemas aditivos é uma das estratégias que abordamos em nossa pesquisa sobre o ensino desses problemas. Consideramos essa uma estratégia importante, assim como sugerem Resnick e Ford (1998) ao afirmarem que "no caso da maioria dos problemas que requerem soluções algorítmicas [...], quando se desenvolveu uma representação podemos dizer que se efetuou a parte mais importante do trabalho intelectual" (p. 261).

Partimos para uma síntese dos princípios e método da resolução de problemas que orientaram o programa de ensino dos problemas aditivos e que foi abordado no programa de formação continuada. Os programas estão descritos no Capítulo 4.

2.4.2 O ensino dos problemas aditivos

A construção do campo conceitual aditivo se estende desde as primeiras quantificações até a resolução das mais complexas situações desse campo. Durante a construção ocorre uma sucessão de desequilíbrios, de ajustes, de novos equilíbrios, de conflitos, de contradições, que podem ser traduzidos por condutas inseguras e de indecisão, mas essenciais para que uma compreensão mais avançada se estabeleça. Destacamos uma síntese do que até aqui discutimos, apresentando alguns princípios e método que serviram como balizadores para o estudo que propusemos: a influência, para a melhoria da aprendizagem das crianças, de um programa de formação continuada de professores e um programa de ensino baseado na resolução de problemas aditivos.

Com relação ao planejamento das situações-problema, ressaltamos a importância das seguintes ações do professor:

– promover a vivência de diferentes experiências: os contextos dos problemas devem ser variados (situações diversas da realidade das crianças), assim como as formas de apresentação dos problemas (escritos, orais, impressos, em fichas);

– propor problemas que sejam interessantes aos alunos;

– propor problemas adequados ao nível de desenvolvimento e conhecimento geral dos alunos: o conteúdo do problema não pode ser um obstáculo à aprendizagem matemática;

– propor, no máximo, quatro a cinco problemas por aula, para que possam ser discutidos e analisados por todos em conjunto;

– iniciar com a resolução de problemas que são mais fáceis para a turma e ir, gradativamente, desafiando-os com outros mais complexos.

A etapa essencial na resolução de problemas matemáticos verbais é a atividade de compreensão do texto para que a criança construa uma representação mental do problema. Para trabalhar a compreensão dos problemas:

– questionar as crianças a fim de que captem as ideias essenciais do problema, para a busca de alguns modelos de situação: os modelos de situação são esquemas baseados na experiência prévia, capazes de selecionar os pontos importantes de um texto;

– valorizar as respostas das crianças aos questionamentos sobre as ideias essenciais do problema, para que elas também valorizem essa etapa e deixem de lado a preocupação em encontrar, rapidamente, uma solução (ou cálculo).

Durante a resolução dos problemas, lembrar das seguintes ações:

– promover o diálogo dos alunos, pois aula de resolução de problemas não é aula de silêncio;

– incentivar e valorizar diferentes formas de raciocínio: um problema pode ser resolvido por diversas maneiras;

– oportunizar a discussão de diferentes maneiras de resolução encontradas pelos alunos, para ampliar o conhecimento de conceitos e de estratégias.

O trabalho com a resolução de problemas envolve proporcionar que o aluno desenvolva as seguintes habilidades metacognitivas:

– observar seus próprios processos de compreensão;

– aprender a identificar as alternativas antes de proceder às escolhas;

– verificar os resultados em cada etapa da resolução;

– refletir sobre suas próprias atividades;

– fazer uso de múltiplas representações, sempre que necessário.

Para finalizar, retomamos alguns princípios que devem ser observados pelos professores que desejam melhorar o desempenho de seus alunos na resolução de problemas matemáticos:

– as crianças aprendem mais se estão ativamente engajadas em resolver problemas e raciocinar, do que se sua tarefa consiste em imitar soluções oferecidas pelo professor;

– os alunos precisam encontrar diferentes maneiras de registrar suas estratégias de resolução de problemas para que elas possam ser discutidas, validadas e comparadas entre si;

– o conhecimento conceitual necessário para resolver problemas se desenvolve no próprio processo de resolução de problemas;

– após uma aula de resolução de problemas que promoveu diálogo, representações de problemas, discussão de diferentes estratégias de solução e validação de respostas, proporcionar atividades de sistematização[18] das estratégias discutidas. Ou seja, resolver problemas semelhantes é importante para a permanência da aprendizagem.

Continuando nossa revisão teórica, no próximo capítulo trataremos do conhecimento matemático do professor e da formação continuada dos professores em serviço nas escolas, visando a eficácia da aprendizagem dos alunos sobre os problemas matemáticos aditivos.

[18] Chamamos de atividades de sistematização àquelas planejadas com intuito de elucidar o conhecimento matemático envolvido em um jogo ou em uma situação previamente trabalhados com o objetivo de contextualizar um conceito matemático. Entendemos que dar sentido a uma situação ou conceito está diretamente ligado a contextualizar, no entanto, só isso não basta pois nem sempre o aluno percebe o conhecimento matemático envolvido na situação e nem apropria-se de seu significado sem que lhe sejam oportunizados exercícios que tenham o claro objetivo de destacar o conhecimento matemático presente na atividade anterior.

3 A AÇÃO DOCENTE RUMO A UM MELHOR DESEMPENHO ESCOLAR

Como docente da disciplina de Matemática Aplicada para a Educação Infantil e Anos Iniciais do Curso de Pedagogia, há vários semestres temos nos deparado com a insegurança e o medo de alunos desse curso em relação à Matemática. Em torno de 60% dos alunos matriculados nessa disciplina sentem alguma aversão, medo ou insegurança relacionados ao ensino e à aprendizagem da matemática. Para iniciar esse capítulo trazemos o depoimento[19] de uma das alunas do curso de Pedagogia. Karine exemplifica o sentimento nutrido por muitos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e da Educação Infantil.

MATEMÁTICA? AAAAAHHHHHHHHHH!!!!!!!!!!!!

Está aí algo que realmente me dá medo. Esta disciplina de Matemática Aplicada a Educação Infantil e Anos Iniciais foi daquelas cadeiras que sempre iam ficando para o próximo semestre. Mas chegou o momento de encarar os meus traumas. Nunca gostei de matemática. Era sempre a disciplina que eu gelava só de pensar nela, daquelas que dava dor de barriga quando sabia que teria prova naquele mês. Era sempre nessa matéria que eu ficava em recuperação todo final de ano. E sempre escutava das minhas professoras: - *Karine, tem que estudar mais... Lê o problema de novo... Pensa... Tenha mais atenção...*

Mas não adiantava. Eu dava toda atenção para a matemática, me torcia de tanto estudar, lia e relia o problema milhões de vezes! E, depois de horas de sacrifício tentando compreender, não tinha jeito. Eu e a Dona Matemática não tínhamos afinidade. Além disso, tive uma professora que adorava me chamar para ir ao quadro resolver problemas na frente de todo mundo! Agora sim, eu não tinha mais dor de barriga antes da prova, eu tinha uma infecção gastrointestinal toda vez que tinha aula de matemática. Olha, realmente, detesto matemática.

Sendo assim, me pergunto: *Como farei as crianças gostarem de algo que tenho verdadeira aversão? Como ensinarei matemática se nem sei se de fato sei matemática?*

Muitas dúvidas surgiram neste começo da disciplina. Expectativas e medos se misturam, mas vou encarar. Hei de vencer a matemática... Ou me aliarei a ela... Ou ela me vence de vez. Começaram as aulas e de início já falamos dos nossos medos e isto já ajudou um pouco. Pelo menos fui sincera com a matemática deixando claras as nossas diferenças. Mas isto foi apenas o começo. As aulas de fato começaram e não é que o pesadelo...

... e não é que o pesadelo de fato foi embora!

Ela não é mais assustadora, como de fato me parecia quando era criança. E não é que aos poucos ela foi me cativando? É a pura verdade, percebi que matemática nunca foi e não é nenhum bicho papão. Isto depende de como os educadores farão para apresentar este mundo aos seus alunos. A matemática está em tudo e em todos os lugares. E se soubermos demonstrar isto com a realidade, teremos feito com que as crianças se interessem pelo mundo dos números.

Descobri que o problema que eu tinha com esta matéria não era eu, mas sim minha professora; que nunca respeitou meu tempo de compreensão, minha maneira de ser, e nunca fez com que a aula dela fosse de fato atrativa, interessante e real. Real porque sempre me questionava onde usaria tais conteúdos da disciplina e, hoje, percebo que se ela tivesse contextualizado os números com a realidade, aquilo teria tido outro significado para mim, faria sentido para minha vida. Posso dizer, e não tenho vergonha, que aprendi mesmo, de verdade, matemática, agora, na universidade. Pois foi nesta cadeira que pude vencer meus medos e ser apresentada para uma nova matemática, boazinha, que serve para nos ajudar e não assustar. E agora posso sair tranquila da universidade, sabendo que meus alunos terão tanto amor quanto eu pela matemática e pelo conhecimento. Que não se constrói com medos e sem significados, ele é construído com a união de todos, enfrentando obstáculos juntos, percebendo significados e dando um sentido para nossas vidas. Matemática não se aprende no individual, mas sim no coletivo...

MATEMÁTICA? EBA!!!!!!

[19] *Introdução e Conclusão do Portfólio da Disciplina de Matemática Aplicada à Educação Infantil e Anos Iniciais, do Curso de Pedagogia da ULBRA/Canoas, elaborado pela aluna Karine, no período letivo 2009/1.*

Muitos alunos relatam que, durante a sua vida escolar, a Matemática foi o componente curricular mais difícil e da qual eles não gostavam, assumindo-se como estudantes que fracassaram na matemática escolar, por exemplo:

> Na 5ª série do Ensino Fundamental, outra frustração. Tive que repetir o ano, pois não atingi a média na disciplina de Matemática, matéria que eu detestava e até hoje não gosto. Esta experiência proporcionou-me um sentimento de profunda incompetência. (Depoimento de aluna do Curso de Pedagogia).

As justificativas para esses sentimentos, geralmente, voltam-se a experiências passadas em sua vida escolar, muitas diretamente ligadas aos seus professores e à avaliação. Compilamos algumas ilustrações que expressam os sentimentos de alunas em relação à disciplina de Matemática na figura a seguir:

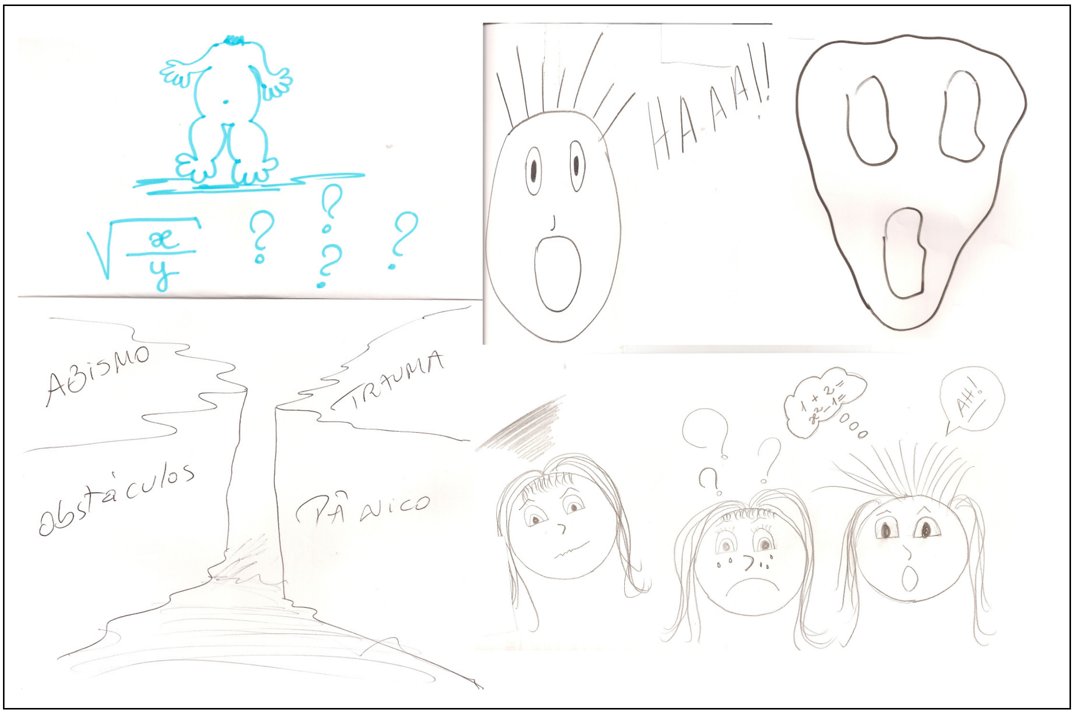


Figura 5 - Expressão de sentimentos de alunas do Curso de Pedagogia em relação à Matemática.

Cremos que as imagens falam por si. A partir delas, podemos nos perguntar: como um professor que tem esses sentimentos em relação à Matemática pode ensinar de forma adequada? Como pode desenvolver em seus alunos o gosto por essa disciplina? Estas questões evidenciam uma preocupação em relação à formação dos educadores matemáticos, pois os alunos do curso de Pedagogia serão ou já são educadores matemáticos. Como eles ensinarão ou ensinam os primeiros conhecimentos matemáticos às crianças? Que sentimentos eles ajudarão a construir em seus alunos com relação à matemática? São questões que preocupam, pois sabe-se que é de fundamental importância na aprendizagem dessa disciplina a construção de atitudes favoráveis que auxiliem os alunos no desenvolvimento do autoconceito positivo, da autonomia intelectual e do prazer na aprendizagem.

Temos feito esses questionamentos durante a nossa trajetória como professora do curso de Pedagogia. Lembramos o pensamento de Guiomar Namo de Mello, em um documento preliminar à elaboração das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (BRASIL, 2001), para o que ela chamou de obviedade:

> Ninguém facilita o desenvolvimento daquilo que não teve oportunidade de desenvolver em si mesmo. Ninguém promove a aprendizagem de conteúdos que não domina, a constituição de significados que não possui, a autonomia que não teve oportunidade de construir. (MELLO, 1999, p.11).

Em conformidade a esse pensamento, confirmamos a nossa crença na importância de um professor mais qualificado para a melhoria da aprendizagem dos alunos, apesar de também acreditarmos que essa não é condição única e nem suficiente para uma educação de qualidade. Essa ideia vem ganhando força no Brasil ao longo da última década. As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (BRASIL, 2001) e os Referenciais para a Formação de Professores (BRASIL, 1999) já vinculavam mudanças na qualidade da educação a uma mudança na formação de professores, apontando várias competências necessárias ao professor que precisam ser desenvolvidas durante a sua formação em nível superior. Recentemente, o Governo Federal lançou o Plano Nacional de Formação do Professor da Rede Pública (BRASIL, 2009)[20], através do qual pretende, gratuitamente, oferecer a formação de professores em exercício nas escolas públicas que não possuem ainda a formação adequada para o nível em que atuam. Os professores beneficiados por essa formação em cursos superiores de licenciatura são aqueles docentes em exercício há pelo menos três anos na rede pública de educação básica, que sejam graduados não licenciados, licenciados em área diversa da atuação docente e de nível médio, na modalidade Normal. Esse Plano reforça a ideia da importância dada atualmente à formação inicial em nível superior e à formação continuada dos professores para a melhoria da qualidade na educação.

Defendemos a posição de que, sendo os professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais as primeiras pessoas que oficialmente ensinarão às crianças as primeiras noções matemáticas, é fundamental que estes sejam profissionais qualificados e que tenham uma relação positiva com este componente curricular para que possam auxiliar numa constituição forte de uma aproximação satisfatória das crianças com a matemática e para o

[20] DECRETO Nº 6.755, de 29 de janeiro de 2009. Institui a Política Nacional de Formação de Profissionais do Magistério da Educação Básica, disciplina a atuação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior -CAPES no fomento a programas de formação inicial e continuada, e dá outras providências.

desenvolvimento dos conceitos matemáticos de seus alunos. Conhecer matemática para auxiliar seu aluno a pensar matematicamente e encontrar caminhos para chegar a determinadas soluções é tarefa do professor preparado para ser um educador matemático. Desta forma, acreditamos que o professor precisa conhecer matemática para que possa melhor orientar o aluno na construção desse saber, assim como precisa conhecer aquele a quem se deseja ensinar. (MICOTTI, 1999).

Como formadora de professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, entendemos que é preciso convencer nossos alunos de que são capazes de entender e compreender uma matemática diferente daquela que conheceram na sua escolarização para que possam, assim, "apaixonar-se"[21] por ela e, então, serem capazes de aprender e ensinar uma matemática com significados e sentidos para si e para seus alunos.

Quando se colocam em pauta de discussão os fatores que levam à aprendizagem, a afetividade é sempre lembrada. A afetividade tem sido enfocada em pesquisas na área da didática da matemática há cerca de vinte anos, evidenciando o seu papel essencial no ensino e aprendizagem da matemática. (GÓMEZ CHACÓN, 2003). Conforme Gómez Chacón (2003), a afetividade na matemática está ligada às atitudes em relação à matemática:

> As *atitudes em relação à matemática* referem-se à valorização e ao apreço desta disciplina, bem como ao interesse por essa matéria e por sua aprendizagem, sobressaindo mais o componente afetivo do que o cognitivo; o componente afetivo manifesta-se em termos de interesse, satisfação, curiosidade, valorização, etc.

Consideramos que a afetividade não está somente relacionada a atitudes, mas engloba também crenças e emoções que envolvem a matemática. Concepções existentes sobre o ensino e aprendizagem desse componente curricular são veiculadas não somente no meio escolar, mas estão diretamente vinculadas ao contexto cultural. Sendo assim, não podemos deixar de considerar que o tema da formação matemática de professores polivalentes[22] é bastante complexo e abrangente. Sabemos da importância de uma relação afetiva com o próprio objeto de conhecimento – aqui, a matemática - e entendemos que essa relação de afeto passa pela compreensão do conteúdo, pela produção de significados e sentidos da prática cotidiana do professor. Acreditamos que somente gostamos daquilo que conhecemos. Quanto

[21] Silva (1994) pensa que o professor apaixonado "estabelece uma relação de troca de 'presentes' com os alunos, troca de amor, de conteúdos, e há uma reciprocidade" (p. 22). Para considerar algo como um "presente", uma troca de amor, o professor deve gostar, deve estar apaixonado pelo que ele vai trocar, vai dar e receber de seus alunos. No contexto deste estudo, o "presente" é o próprio *conhecimento matemático* impregnado pelo trabalho didático em sua concepção mais atualizada que compreende o processo de estudo do qual o processo de ensino e de aprendizagem é apenas uma parte. (CHEVALLARD, BOSCH E GASCÓN, 2001).

[22] Os professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental são considerados professores polivalentes porque a sua formação é generalista e a eles compete o ensino de todas as áreas de conhecimento.

a tudo que não chega à nossa compreensão, ou ignoramos ou, se de alguma forma nos afeta negativamente, nutrimos um sentimento ruim em relação àquilo. Já exemplificamos esse nosso entendimento com os depoimentos que apresentamos dos alunos do Curso de Pedagogia e, corroborando esses exemplos, trazemos o que Polya (1986, p. viii) afirmou no prefácio de seu livro *A Arte de Resolver Problemas*:

> A matemática tem a duvidosa honra de ser a matéria menos apreciada do curso. [...] os futuros professores passam pelas escolas elementares a aprender a detestar a matemática (...) Depois, voltam à escola elementar para ensinar uma nova geração a detestá-la.

Nesse sentido, é importante reconhecer que os professores, como educadores matemáticos, têm um papel significativo na vida escolar dos seus alunos, pois as ideias dos alunos estão relacionadas com as suas experiências escolares e, por isso, refletem o pensamento de seus professores sobre a aprendizagem. (PÉREZ ECHEVERRÍA, 1998).

Assim, no âmbito dessa pesquisa, propomos investigar como a formação continuada dos professores em serviço, por meio de oficinas, acompanhamento de aulas e de planejamentos, pode auxiliar na melhoria da aprendizagem dos alunos, especificamente, considerando a aprendizagem de problemas matemáticos aditivos. Pensamos que o acompanhamento dos professores nas oficinas, nas aulas e planejamentos tem o propósito de ajudá-los a compreender melhor o conhecimento matemático em jogo na resolução de problemas aditivos, assim como a clara intenção de fortificar a relação afetiva positiva desses professores com a Matemática. Usamos o termo fortificar, pois, ao aceitarem participar da pesquisa, esses professores já demonstraram um desejo de ‘saber mais’ e uma ‘preocupação’ em melhorar sua ação docente comprometida com a aprendizagem cognitiva dos alunos, buscando aprender novas estratégias de ensino e novos métodos didáticos. Essa aproximação com a Matemática objetiva maior compreensão dos professores sobre o objeto de conhecimento, estabelecendo uma relação de autoconfiança e segurança com o conteúdo a ser ensinado.

3.1 O CONHECIMENTO MATEMÁTICO DO PROFESSOR E A FORMAÇÃO CONTINUADA

A importância de conhecimento[23] do professor sobre o conteúdo que ele ensina tem sido foco de pesquisa ao longo de alguns anos. Algumas dessas pesquisas têm demonstrado a

[23] Usamos nesse estudo os termos *conhecimento* e *saber* sem distinção rigorosa de significados, ao modo como fazem Fiorentini, Souza Jr. e Melo (2003). No entanto, o conhecimento está mais próximo da produção científica

importância de um maior conhecimento do professor sobre o seu objeto de ensino para que a aprendizagem de seus alunos se qualifique.

Um pesquisador que se dedica a pesquisas na área de formação de professores é o espanhol Carlos Marcelo. Marcelo (1993) apresentou um trabalho no qual revisou a contribuição da pesquisa sobre os conhecimentos do professor, especialmente o conhecimento didático do conteúdo, para explicar o processo de aprender a ensinar. Nesse trabalho, Marcelo (1993) enfoca, principalmente, dois tipos de conhecimentos: o *conhecimento sobre a disciplina que ensina* e o *conhecimento didático do conteúdo* que é revelado pelos professores ao reconstruírem, reordenarem e simplificarem o conteúdo de seu componente curricular para a compreensão de seus alunos.

No entanto, Marcelo (1993) lastima que a formação inicial dos professores ainda dê pouca atenção à didática dos conteúdos, afirmando que o conhecimento didático do conteúdo tem sua relevância pois está vinculado a questões essenciais: ao objetivo de ensinar um conteúdo para um determinado nível escolar, assim como aos estudantes; a como escolher, criticar, adaptar e utilizar materiais e recursos para o conteúdo que se vai ensinar; a compreensão de conhecimentos, destrezas, habilidades e interesses dos estudantes em uma matéria específica. Por exemplo: concepções dos estudantes acerca de suas habilidades para ter êxito naquele componente curricular; autoconceito acadêmico dos estudantes; estilos cognitivos, afetivos e físicos dos estudantes; expectativas dos pais acerca dos alunos e o tipo de ajuda que recebem de suas famílias em termos escolares.

O conhecimento didático do conteúdo requer, de acordo com Marcelo (1993), formas mais apropriadas de representação do conteúdo para um grupo específico de alunos: metáforas, explicações, ilustrações, exemplos, etc.; conhecimento de estratégias e métodos de ensino que tornam o conteúdo compreensível e interessante; estratégias e métodos de avaliação apropriados para uma matéria e alguns alunos em especial; e organização do componente curricular tanto por profissionais como pelos estudantes.

Especificamente com relação ao conteúdo matemático, Marcelo (1993) ressalta que os componentes do conhecimento didático em matemática são quatro: 1) Conhecimento da disciplina: propósitos para ensinar, as ideias mais importantes, conhecimentos prévios a considerar; 2) Conhecimentos sobre os alunos: sobre os seus processos de aprendizagem, o que é mais fácil ou difícil para eles; 3) Meios de ensino: o tratamento que os textos dão ao

---

sistematizada e acumulada historicamente; e o saber aproxima-se de um modo de conhecer/saber mais dinâmico, menos sistematizado ou rigoroso.

conteúdo, às atividades e aos problemas; e 4) Processos de ensino: a atenção aos estudantes, à apresentação do conteúdo e aos meios, tanto textos como materiais.

Mesmo concordando que o conhecimento didático dos professores sobre o objeto de ensino é fundamental, também acreditamos que esse não é o único conhecimento necessário aos professores, assim como são vários os saberes docentes que se concretizam em seu fazer pedagógico. (FIORENTINI; SOUZA JR.; MELO, 2003; LEAL, 2006; TARDIF, 2004). No âmbito da sala de aula, os saberes da prática[24] estão presentes a cada momento e influenciam sobre a aprendizagem dos estudantes. No entanto, entendemos que, sem o conhecimento didático do professor sobre o conteúdo a ser ensinado, a aprendizagem não alcança todo o seu potencial. Consideramos, assim, esta mais uma justificativa ao presente estudo.

Perez (1999) apresenta como características essenciais ao educador matemático os seguintes aspectos: "visão do que vem a ser matemática; visão do que constitui a atividade matemática; visão do que constitui a aprendizagem matemática; visão do que constitui um ambiente propício à atividade matemática." (PEREZ, 1999, p. 266). As experiências necessárias ao educador matemático para que este reconceitue as suas visões sobre a Matemática são as experiências matemáticas pelas quais ele aprende "conteúdos específicos por meio de métodos alternativos, visando à investigação, à resolução de problemas, às aplicações, assim como uma análise histórica, sociológica e política do desenvolvimento da disciplina"; experiências com alunos em programas de formação que as incorporem desde o início. (PEREZ, 1999, p. 266). Pensamos que, apresentando as características descritas, o professor será um educador que levará em conta "a relação do aprendiz com a disciplina, a sua participação em sala de aula considerando-se os aspectos afetivos e cognitivos e o enfoque dado à matemática, para que ela se torne objeto de conhecimento e saber – pessoal e interpessoal dos alunos" (MICOTTI, 1999, p. 164).

Bransford, Brown e Cocking (2007) fazem referência a várias pesquisas atuais que defendem que "aquilo que os professores sabem e acreditam sobre matemática está ligado intimamente a suas decisões e ações instrucionais" (p.213). Compactuamos com esses autores, reconhecendo que, no desenvolvimento de nossa pesquisa, ao analisarmos "o ensino da matemática, precisamos prestar atenção ao conhecimento do assunto por parte dos professores, ao seu conhecimento pedagógico (geral e específico do conteúdo) e ao seu conhecimento das crianças como aprendizes de matemática" (p.214).

---

[24] Os saberes da prática são definidos por Fiorentini, Souza Jr. e Melo (2003) como aqueles que se referem ao modo de ser e agir do professor, ligados às múltiplas dimensões do fazer pedagógico.

Três tipos de conhecimento são apresentados pelo *National Research Council* (2001) como cruciais para o ensino da matemática escolar: o conhecimento matemático, o conhecimento sobre os alunos e o conhecimento de práticas instrucionais. Damos, no momento, ênfase ao que é definido como conhecimento matemático.

O conhecimento matemático do professor inclui conhecer fatos aritméticos, conceitos, procedimentos e a relação existente entre eles; conhecer as formas como as ideias matemáticas podem ser representadas; conhecer a Matemática como uma área de ensino - em particular, como o conhecimento é produzido e a natureza do discurso em matemática. O conhecimento do professor engloba, segundo o *National Research Council* (2001), considerar as metas de ensino da Matemática. Conhecer matemática para ensiná-la acarreta muito mais do que saber matemática para si próprio. Os professores certamente precisam ser capazes de entender conceitos corretamente e executar procedimentos com exatidão, mas eles também necessitam compreender os fundamentos conceituais do conhecimento. No curso de seu trabalho como professores, eles têm que compreender matemática de maneira que lhes permita explicar e esclarecer as ideias matemáticas – o que não é necessário no cotidiano de sua vida adulta.

Reconhecemos, portanto, que, na construção dos significados das operações matemáticas e na resolução de problemas matemáticos, os professores têm um papel fundamental, pois podem promover, partindo do seu conhecimento, atividades adequadamente planejadas, o enfrentamento de situações diversas para a compreensão de conceitos e a elaboração de estratégias para esse fim.

O planejamento para esse fim envolve considerar processos de representação no ensino da resolução de problemas matemáticos aliados ao desenvolvimento de conceitos e de significações que dão lugar à construção do conhecimento. O ensino de procedimentos e representações pode significar um avanço para aquelas crianças que apresentam alguma dificuldade em resolver problemas matemáticos. As estratégias e os procedimentos ensinados podem servir de suporte e auxílio para o encontro de caminhos de solução para situações novas nas quais as crianças se sintam desafiadas a usá-los, a partir da intervenção de um professor, por exemplo.

A aprendizagem de procedimentos aritméticos também tem a sua importância. Eles são habilidades básicas para a resolução de problemas matemáticos verbais, pois as crianças os usam para encontrar uma solução. Apesar disso, não podem ser considerados aspectos únicos ou os mais relevantes na aprendizagem matemática. A construção de conceitos, de significados e a interpretação matemática são componentes essenciais para a aprendizagem.

Curi (2004) defende que o conhecimento matemático do professor dos Anos Iniciais deve ser relacionado a conceitos, a procedimentos e a atitudes em relação à matemática. Ele precisa saber os significados das operações, suas propriedades, a técnica operatória e aplicá-las ao resolver problemas. Polya (1997, p. 3) já afirmava que “ninguém pode ensinar o que não aprendeu. Nenhum professor pode comunicar a experiência da descoberta, se ele próprio não a adquiriu.” É necessário que o professor desenvolva ou aprimore suas capacidades de resolver problemas, argumentar, raciocinar e comunicar-se matematicamente. Além disso, ele precisa estimular uma atitude positiva frente à Matemática, para que possa ter confiança em sua capacidade de ensinar e aprender, influenciando, dessa forma, também a aprendizagem de seus alunos.

Os conhecimentos necessários ao professor que são foco de nosso estudo – o conhecimento do conteúdo matemático e o conhecimento didático do conteúdo matemático – foram intensamente estudados pelo norte-americano Lee Shulman e servem de referência na maioria dos estudos sobre o conhecimento do professor e para a totalidade dos pesquisadores por nós consultados. Shulman (1987) explicita várias categorias dessa base de conhecimento (conhecimento de conteúdo específico, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento dos alunos e de suas características, conhecimentos dos contextos educacionais, conhecimento dos fins, propósitos e valores educacionais) que podem ser agrupadas em: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico geral e conhecimento pedagógico do conteúdo. Conforme apontam Fiorentini, Souza Jr. e Melo (2003), o foco nesses aspectos pode oferecer limitações no contexto da prática reflexiva. No entanto, como já destacamos anteriormente, esse domínio é fundamental para que o professor tenha autonomia intelectual para produzir e planejar as situações didáticas que irá propor aos seus alunos e, assim, não percebemos a prática reflexiva afastada desse foco.

Compreendemos que as capacidades desejáveis ao professor, até aqui discutidas, pressupõem uma formação permanente, ou seja, o professor deveria estar aprendendo sempre em seu ambiente de trabalho, para compor uma equipe de professores capazes de garantir a aprendizagem do aluno mediante uma atuação competente e compromissada. Freire (1998, p. 76) confirma essa posição, dizendo: “Como professor, preciso me mover com clareza na minha prática. Preciso conhecer as diferentes dimensões que caracterizam a essência da prática, o que pode me tornar mais seguro no meu próprio desempenho.” Cremos que, para alcançar o que propõe Freire, a prática reflexiva é um caminho.

Dessa maneira, o programa de formação que propomos, além de aprimorar o conhecimento do conteúdo a ensinar e o componente psicopedagógico[25] (PÉREZ GÓMEZ, 1992), considera a subjetividade do professor ao interpretar e compreender as situações. Nos encontros com os professores da pesquisa, também repensamos a prática como o espaço de aprendizagem e de construção do pensamento prático do professor, a partir de discussões sobre situações vividas em suas salas de aula. Assim, permitimos e provocamos o desenvolvimento de capacidades e competências implícitas no conhecimento produzido em diálogo com a situação real, partindo "do fazer dos professores para melhorar a teoria e a prática." (IMBERNÓN, 2010, p. 57).

Acreditamos que, nesses momentos de reflexão coletiva, nos quais cada um é responsável em dialogar com o outro e consigo mesmo, provocando e desmobilizando, desconstruindo e reconstruindo conceitos, colaborativamente, reflexivamente, o princípio de formação é o da prática reflexiva. Alarcão (1996) afirma que ser professor reflexivo implica em saber quem se é, saber as razões pelas quais fazemos o que fazemos e conscientizar-nos do lugar que ocupamos na sociedade. Alarcão (1996) ainda reforça que se o conceito de professor reflexivo toma a atividade e a função do professor como objeto de reflexão, então, para o aluno, o objeto de reflexão seria a língua que está a aprender e os processos que utiliza na sua aprendizagem, bem como as atitudes que toma em relação à ela. Ou seja, se a reflexão faz parte da prática cotidiana do professor, esta será também a forma como ele procurará ensinar a seus alunos – a refletirem sobre o que fazem e para que e por que o fazem. Cremos ser essa uma atitude que o professor precisa adotar como princípio em suas aulas, como já vimos no capítulo anterior. Essa reflexão sobre *o que* fazem e *para que* e *por que* o fazem está diretamente ligada aos processos de metacognição. É nesse sentido que Paulo Freire (1998, p. 78) fala sobre o papel do professor: "o meu papel fundamental é contribuir positivamente para que o educando vá sendo o artífice de sua formação com a ajuda necessária do educador."

Como profissionais, os professores têm de ser agentes ativos do seu próprio desenvolvimento e do funcionamento das escolas como organização ao serviço do grande projeto social que é a formação dos educandos. (ALARCÃO, 1996). Nesse sentido, não podemos pensar na formação continuada de professores como um processo solitário e eventual, mas, sim, coletivo e contínuo.

Zeichner (1993) fala da importância da reflexão como prática social, por meio da qual grupos de professores podem apoiar e sustentar o crescimento uns dos outros. Se a reflexão é

[25] Competências e habilidades de atuação prática, para que seja capaz de solucionar problemas práticos recorrendo a normas e técnicas derivadas do conhecimento científico. (CHAKUR, 2002).

realizada individualmente, as possibilidades de crescimento do professor ficam limitadas e, por consequência, o professor acaba por ver os seus problemas como sendo só seus, sem terem qualquer relação com os dos outros professores ou com a estrutura das escolas e os sistemas educativos. Assim, o professor pode sentir-se estressado ou esgotado e sua atenção é desviada de uma análise crítica das escolas como instituições para a preocupação com os seus fracassos individuais. Para um verdadeiro desenvolvimento dos professores, temos de ajudá-los a influenciarem coletivamente as condições do seu trabalho.

A prática reflexiva é uma temática que preocupa os formadores de professores pela responsabilidade que estes profissionais possuem perante a sociedade. Assim, cada vez mais, lê-se sobre esta questão e procuram-se formas e estratégias para formar professores competentes e comprometidos, que saibam articular teoria e prática, refletindo sobre ela e que eduquem seus alunos para a reflexão de forma crítica, consciente e autônoma.

A formação continuada de professores nem sempre teve a mesma concepção sobre o que se pensa e deseja dela. Imbernón (2010) apresenta uma genealogia do conceito de conhecimento em sua relação com a formação, apresentando quatro fases que nem sempre podem ser vistas de forma isolada, pois não existiram momentos em que cada concepção de formação tenha sido a única em voga. Assim, na primeira fase a formação de professores foi vista como um produto assimilável de forma individual, mediante conferências ou cursos; na segunda, foi vista como um processo de assimilar estratégias, para mudar os esquemas pessoais e práticos da interpretação dos professores, por meio de seminários e oficinas; a terceira fase focou-se na criação de espaços e recursos para construir aprendizagem, mediante projetos de inovação e intercâmbio nas escolas, considerando processos de prática reflexiva. A última fase Imbernón (2010) considera como sendo aquela desejada, pois prevê a elaboração de projetos de transformação, com a intervenção da comunidade, e pesquisas sobre a prática. Considerando-se todas as fases de concepções apresentadas, podemos sintetizar que, em todas elas, a formação continuada tem a sua relevância para que o professor desenvolva e aprimore a sua capacidade de ensinar.

A formação continuada que planejamos em nosso estudo abarca um pouco de cada uma dessas concepções. Enquanto acompanhamos o processo de formação continuada dos professores mediante atividades de formação como palestra ou curso, oficinas, intercâmbio de ideias entre os professores de diferentes escolas, observações de aula, planejamentos em grupo e individuais, pensamos em, junto com eles, organizar um programa de ensino de problemas aditivos que enfatizasse tanto o raciocínio lógico, a construção de sentidos e de significados, a compreensão das relações semânticas encontradas nos problemas matemáticos verbais, quanto o ensino de procedimentos, representações e habilidades metacognitivas. Enfim, propomos uma relação entre o conhecimento matemático do professor, tanto didático quanto de conteúdo e o desempenho dos alunos.

O *National Research Council* (2001) anuncia que várias pesquisas demonstraram que dados relativos ao conhecimento do professor, como o número de cursos matemáticos realizados, por exemplo, não têm correlação positiva com dados de desempenho dos estudantes. O documento, porém, defende a ideia da necessidade de mais estudos sobre a natureza do conhecimento matemático imprescindível para ensinar e a necessidade de se avaliar isso mais sensivelmente. Vergnaud (2003) também diz que a pesquisa sobre a formação de professores ainda não progrediu o bastante, principalmente em relação ao trabalho concreto do professor em sala de aula, que abarca a riqueza e a diversidade das atividades que lá se passam, tanto por parte dos alunos quanto do professor. O presente estudo é uma tentativa nesse sentido.

Diversas pesquisas vêm sendo desenvolvidas sobre a aprendizagem de problemas matemáticos que envolvem o campo conceitual aditivo. Algumas analisam o desenvolvimento cognitivo das crianças, enfatizando o uso de estratégias de solução e verificando o nível de complexidade das diversas situações nesse campo conceitual. Outras pesquisas enfatizam, além da aprendizagem, o ensino desse conhecimento, preocupando-se em elaborar e estudar métodos de intervenção que auxiliem na aprendizagem do campo conceitual aditivo. Vejamos algumas conclusões de pesquisas em eficácia[26] escolar cujo foco esteve também no professor: em seu conhecimento e na sua formação continuada.

3.2 PESQUISAS EM EFICÁCIA ESCOLAR

Iniciamos essa seção com as palavras de Raths *et al.* (1977), na introdução do livro *Ensinar a pensar*:

> Em parte, o bom ensino é reconhecido pela qualidade das experiências que ocorrem na escola. Se os alunos *não* mudam, isso não significa que não tenha havido experiências valiosas. Se os estudantes não mudam, isso significa apenas que não mudaram. Há necessidade de outras provas para responder à pergunta: houve boas oportunidades? (RATHS *et al.*, 1977, p. 4).

Na pergunta proposta por Raths *et al.* está configurado o papel do professor ao ensinar: oportunizar boas experiências para que os alunos pensem. Contudo, percebe-se, nos dias

---

[26] *Eficácia* é entendida como o alcance de objetivos por meio de ações realizadas para tal. Caso os objetivos tenham sido alcançados, as ações adotadas foram realizadas com eficiência.

atuais, uma falta de delimitação clara das funções do professor, implicando na demanda de soluções dos problemas derivados do contexto social e o aumento de exigências e competências no campo educacional, com a consequente intensificação do trabalho docente. (IMBERNÓN, 2010). A pergunta de Raths *et al.* (1977) poderia, então, ser reformulada: como oportunizar boas experiências de aprendizagem e ainda atender a todas essas demandas?

A resposta a essa questão certamente não é simples e nem única. Várias são as possibilidades e as dificuldades que podem ser buscadas e encontradas na tentativa de se melhorar a qualidade da educação, o que tem sido foco de atenção mundial.

3.2.1 Avaliações de Desempenho em Matemática

Existem, atualmente, sistemas de avaliação da educação em vários países do mundo e, inclusive, testes que avaliam internacionalmente a educação, como o *Programme for International Student Assessment* (PISA). No Brasil, o PISA é coordenado pelo Inep – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais "Anísio Teixeira." O *site* do Inep[27] explica que "o PISA é um programa internacional de avaliação comparada, cuja principal finalidade é produzir indicadores sobre a efetividade dos sistemas educacionais, avaliando o desempenho de alunos na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países." É um programa desenvolvido e coordenado internacionalmente pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). As avaliações são realizadas a cada três anos nas áreas de Matemática, Ciências e Leitura. Em cada edição o foco recai sobre uma dessas áreas, sendo que a Matemática foi avaliada em 2003 com ênfase na resolução de problemas. A avaliação de 2003 consistiu de cerca de 60 perguntas (a maioria de Matemática e o restante dividido entre Leitura e Ciências) e um questionário de pesquisa socioeconômica e cultural. O PISA não só examina os conhecimentos e habilidades dos alunos, mas também seus hábitos de estudo, suas motivações e suas preferências por diferentes tipos de situações de aprendizado.

O país que apresentou o índice de desempenho mais alto em Matemática na avaliação do PISA, em 2003, foi a Finlândia. George Malaty, professor da *University of Joensuu*, na Finlândia, justifica esse sucesso por cinco motivos: a formação inicial qualificada dos professores, a cultura da profissão docente, o sucesso na formação contínua de professores, os

[27] http://www.inep.gov.br/internacional/pisa/. Acesso em 25/10/09.

diferentes esforços que têm sido feitos para desenvolver a educação matemática e as tradições do cotidiano escolar. (MALATY, 2006).

Outra justificativa para as possíveis razões por trás do sucesso contínuo da Finlândia em testes internacionais de desempenho dos alunos foi dada pelo professor finlandês Patrik Scheinin, da *University of Helsinki*. Scheinin disse que a forma como o sistema escolar de um país administra a aprendizagem dos alunos conta potencialmente mais do que a quantidade de dinheiro que o país gasta em educação ou outros fatores socioeconômicos, como a educação dos pais ou a atitude dos alunos para com a escola. Afirmou que os países com os melhores resultados no PISA conseguem garantir que os alunos mais fracos não fiquem para trás em termos de aprendizagem. Scheinin atribuiu o sucesso da Finlândia a uma combinação de fatores, incluindo a alta consideração que a nação tem para a educação e para a profissão docente, o elevado nível dos candidatos para a formação de professores; um currículo nacional e um sistema nacional de escola inclusiva que fornece a todos os alunos uma elevada qualidade de educação geral. A escola sempre teve um papel importante na história da Finlândia e seu patrimônio cultural é notável, disse o professor Scheinin. A educação do povo foi utilizada como uma estratégia para a criação da nação e ser professor tem sido e ainda é uma profissão altamente respeitada na Finlândia. (SCHEININ, 2009).

O aproveitamento do Brasil, na avaliação do PISA de 2003, foi baixo. Foram avaliados 41 países e o Brasil ficou na posição 39ª. Da América Latina, participaram Brasil, Uruguai e México, que foram mal na avaliação em comparação com os outros países. O Brasil ficou com a pior posição entre eles. A OCDE classificou os países participantes em três grupos de acordo com a sua pontuação no teste. O Brasil ficou no grupo considerado abaixo da média, formado por 19 países. Segundo o Inep (BRASIL, [2006]), o baixo desempenho do Brasil pode ter sido influenciado por fatores como a distorção idade-série, anos de escolaridade, escolaridade dos pais, tempo de exposição em sala de aula e outros, sendo que o fator distorção idade-série é considerado o mais influente, em função do alto índice de repetência ainda existente no País.

Em 2006, a situação do Brasil não melhorou. No desempenho em Matemática no PISA 2006, cujo foco foi em Ciências, verificou-se que 72,5% (quase 3/4) dos estudantes brasileiros que participaram da avaliação estavam abaixo do mínimo desejável de letramento matemático[28] definido pela OCDE para que o jovem possa desempenhar plenamente seu

---

[28] O PISA define o *letramento matemático* como a capacidade de um indivíduo para identificar e entender o papel que a matemática representa no mundo, fazer julgamentos matemáticos bem fundamentados e empregar a

papel na sociedade contemporânea. Os estudantes da região Sul do País apresentaram um desempenho superior à média nacional em Matemática, sendo que a média dos alunos das escolas privadas foi superior à média dos alunos das escolas públicas. (BRASIL, 2008). Os estados de São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul apresentam algumas características já apontadas anteriormente em pesquisas de eficácia escolar que qualificam o desempenho dos estudantes de escolas públicas dessa região: “combinam níveis razoáveis de desenvolvimento socioeconômico com boa tradição administrativa e pedagógica.” (SCHWARTZMAN, 2003, p. 28).

Essas avaliações têm gerado o aumento da pesquisa matemática em nível internacional e nacional e a resolução de problemas se converteu em “um dos temas que mais desperta interesse nas investigações relacionadas com a aprendizagem da Matemática e as suas dificuldades” (ORRANTIA, 2003, p. 452), porque as maiores dificuldades que as crianças apresentam encontram-se na resolução de problemas matemáticos. O seu ensino e a sua aprendizagem ainda necessitam de muita investigação e as avaliações nacionais e internacionais do rendimento dos alunos em Matemática mostram que a resolução de problemas é um dos maiores obstáculos que os alunos enfrentam. (BRASIL, 2002, 2003, [2006], 2007, 2008; VILLAGRÁN, 2006). O boletim do Inep sobre os resultados dos alunos de 4ª série nas provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em 2001 (BRASIL, 2003) indica que a formação de professores é

> um dos principais fatores que incidem sobre a melhoria da qualidade da educação. Os resultados de diferentes sistemas de avaliação sugerem uma forte associação entre o desempenho dos alunos e a escolaridade do professor, salientando a urgência de se investir em programas eficazes de formação inicial e continuada dos docentes. (p. 5).

Essa interpretação está em conformidade com o que Malaty (2006) justifica como um dos fatores que influenciam o sucesso da Finlândia nas provas do PISA: a formação continuada dos professores. Declaradamente, os professores têm sido apontados como um dos fatores mais importantes relacionados com uma educação de qualidade. Passamos a destacar algumas pesquisas em eficácia escolar que abordam essa questão.

3.2.2 Pesquisas em Eficácia Escolar: um olhar sobre o professor

As pesquisas em eficácia escolar nem sempre tiveram consenso entre os estudiosos sobre a sua denominação. Há pesquisadores que preferiram usar o termo efeito-escola e outros

---

matemática de formas que satisfaçam as necessidades gerais do indivíduo e de sua vida futura como um cidadão construtivo, preocupado e reflexivo.

a identificação de escolas eficazes (ou seja, eficácia escolar). Entendia-se por efeito-escola o quanto uma determinada instituição escolar, por suas políticas e práticas internas, melhorava o aprendizado dos alunos. A eficácia escolar estava vinculada ao melhor desempenho em comparações entre as escolas. Atualmente, usam-se os dois termos sem distinção, mas a denominação da área passou a ser *pesquisa em eficácia escolar*. (BROOKE; SOARES, 2008).

Nos últimos 15 anos a pesquisa em eficácia escolar no Brasil ganhou impulso, principalmente após a consolidação do SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica e a publicação regular de dados comparáveis sobre o desempenho dos alunos. O Grupo de Avaliação e Medidas Educacionais (GAME), da Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Minas Gerais organizou-se para estudar a metodologia do SAEB e as sínteses analíticas dos resultados. Concluiu que, embora parte importante da explicação do baixo desempenho dos alunos estivesse em fatores extraescolares, verifica-se uma enorme variação entre os resultados de escolas de um mesmo sistema que atendem alunos com condições socioeconômicas similares. Isso levou o grupo a pensar que a escola que o aluno frequenta pode fazer diferença em seu desempenho, passando a ser tema central das discussões do grupo o estudo dos motivos da eficácia dessas escolas. (BROOKE; SOARES, 2008).

Os fatores extraescolares encontram-se justificados quase que exclusivamente nos dados do Censo Demográfico e da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) e acabam por minimizar o papel da escola e priorizar "as possibilidades de mudança via políticas extraescolares e é muito prevalente entre economistas, profissionais que, mais do que quaisquer outros grupos, influenciam a escolha das políticas públicas dos governos em diferentes níveis." (SOARES, 2007, p. 140). Soares (2007) revela que a literatura educacional mostra que os maiores determinantes do desempenho escolar estão fora da escola. Cita o Relatório Coleman que sintetizou essa ideia na frase "as escolas não fazem diferença" e outra vertente, subordinada às ideias de Pierre Bourdieu, em que um certo determinismo social responde à eficácia escolar. No entanto, como algumas escolas têm demonstrado que seus alunos apresentam um desempenho maior que o esperado em função de sua condição social, Soares (2007) defende que "o efeito da escola é relevante e decisivo [...] Planejar o aumento do desempenho escolar de alunos do ensino básico utilizando apenas intervenções escolares implica aceitar, para a questão global, pequenos aumentos." (SOARES, 2007, p. 140-141). No entanto, no plano mais micro, podemos pensar que a melhoria em escolas específicas pode ser uma alavanca para mudanças mais gerais. Soares (2007) justifica essa postura afirmando que "a ação sobre os fatores escolares pode ser feita a curto prazo enquanto a mudança das estruturas sociais só ocorre a longo prazo. Daí a relevância de considerar intervenções escolares.” (SOARES, 2007, p. 141).

Encontramos no trabalho desse pesquisador um modelo de análise conceitual, criado por ele em um trabalho anterior e fruto da consolidação de vários outros modelos existentes na literatura, que apresenta as várias inter-relações entre os fatores explicativos do aprendizado e destes com o resultado final, e que ele tomou como o desempenho cognitivo. Soares (2007, p. 139) explica que

> Ao se analisar esse modelo, é preciso considerar antes de tudo a complexidade do fenômeno que se pretende estudar. Os fatores mais próximos do desempenho do aluno são suas características inatas ou já determinadas por sua história de vida. Além dessas, três outras estruturas concorrem para melhores ou piores desempenhos de alunos: a escola, a família e a sociedade. (SOARES, 2007, p. 139).

O modelo de Soares (2007) coloca as características pessoais do aluno (raça, sexo, saúde, trajetória escolar, talentos) diretamente ligadas com as atitudes em relação à escola e à aprendizagem para a proficiência. Circunscritas ao aluno encontram-se a família e a escola, cada qual com suas características e papéis que influenciam a aprendizagem dele. Ligada à escola aparece a sociedade, mostrando que ela influencia na forma de atuação da escola.

Uma grande contribuição aos estudos na área da eficácia escolar foi realizada com a publicação do livro “Pesquisa em eficácia escolar: origem e trajetórias”, resultado do trabalho do GAME (BROOKE; SOARES, 2008) sobre o qual passamos a discorrer, destacando os aspectos que consideramos mais relevantes para o estudo em questão. Com esta publicação, o GAME espera “contribuir substantivamente para o debate sobre as formas possíveis de se melhorar o desempenho cognitivo dos alunos brasileiros da educação básica.” (BROOKE; SOARES, 2008, p. 12). O livro oferece ao leitor um contato com pesquisas de diferentes épocas e lugares, delineando as discordâncias que foram encontradas entre elas. Em função das tendências encontradas nas pesquisas, os autores organizaram os textos das pesquisas em cinco grandes áreas: “A escola não faz a diferença”, incluindo parte do Relatório Coleman; “A reação” com textos que reagem à visão pessimista anterior; “O que faz a diferença?” apresentando métodos que permitiram avanços na pesquisa em eficácia escolar; “Os usos e abusos da eficácia escolar”, criticando o uso mecânico e imediato dos resultados e métodos pelos governos em políticas educacionais; e, por fim, “Pesquisa em eficácia escolar na América Latina”, onde houve uma tardia introdução dessa linha de pesquisa, mas que permitiu o uso imediato dos métodos mais adequados, facilitando o diálogo com os trabalhos realizados em outras partes do mundo. A organização do livro espelha a trajetória da pesquisa sobre o efeito-escola e da eficácia escolar no mundo. Consideramos importante apresentar alguns achados de pesquisas descritas e outras citadas no livro que mais se aproximam de nosso estudo, mesmo que esses tenham sido algumas vezes criticados por serem uma questão de “senso comum.” Sammons (2008, p. 379) defende essas pesquisas e seus achados porque “por sua própria natureza, [...] [elas] procuram identificar os componentes da boa prática e é inevitável que algumas de suas descobertas não sejam surpreendentes para os profissionais.” Às vezes, falar o óbvio no contexto escolar se torna necessário.

Sob o título de “A escola não faz a diferença” (BROOKE; SOARES, 2008), aparece a descrição de várias pesquisas que concorrem para essa tese. Um marco para essas pesquisas foi o Relatório Coleman, que descreveu a distribuição diferencial das oportunidades educacionais nos Estados Unidos na década de 1960. Coleman (2008) mostrou que as diferenças socioeconômicas entre os alunos são as responsáveis pela diferença no seu desempenho. Outro pesquisador, Jencks (2008), afirmava que os equipamentos e as condições de funcionamento, tradicionalmente considerados como indicadores de qualidade da escola, em pouco influíam no desempenho escolar do aluno, sendo que o determinante mais importante do aproveitamento escolar seria o *background* familiar. Um estudo britânico (CONSELHO CONSULTIVO CENTRAL PARA EDUCAÇÃO, 2008), contemporâneo ao de Coleman, foi realizado com a intenção de fazer uma revisão do estado da arte da escola primária, para identificar tendências e sugerir mudanças. Publicado em 1967, apresentou uma tendência progressista e ajudou a consolidar uma pedagogia calcada na teoria piagetiana, incentivando o tratamento individual e diferenciado nas classes escolares. O relatório dessa pesquisa, denominado Relatório Plowden, reforçou a falta de importância da escola e apontou os fatores familiares, como as atitudes dos pais, como aquilo que faz a diferença. Madaus, Airasian e Kellaghan (2008a), reavaliando as evidências do Relatório Coleman, concluíram que as melhorias nos ambientes escolares, como o investimento em professores adicionais, equipamentos, espaço e enriquecimento curricular, não produziram ganhos significativos na aprendizagem dos alunos. Brooke e Soares (2008, p. 16) contrapõem a tese de que a escola não faz diferença, pois “a capacidade do aluno ler, escrever e de adquirir todos os outros conhecimentos, atitudes e valores ao longo da sua experiência escolar se deve, em grande medida, àquilo que a escola consegue realizar.”

Uma *reação* a esses resultados que corroboraram o Relatório Coleman surgiu na década de 1970. Mesmo admitindo a relevância dos fatores socioeconômicos, os pesquisadores se propuseram a mostrar que as escolas não são iguais. Madaus, Airasian e Kellaghan (2008a,b) apresentaram críticas ao trabalho de Coleman, principalmente ao método de análise usado por ele, e apontaram que são as variáveis de "processo", aquelas que captam a *atividade* da escola, que mais afetam o desempenho dos estudantes. Afirmam que:

> É o que as pessoas fazem nas escolas e salas de aula – como elas se estimulam, interagem, gastam seu tempo e perseguem seus objetivos comuns – que parece influenciar o rendimento em avaliações específicas de desempenho. (MADAUS; AIRASIAN; KELLAGHAN, 2008b, p. 140).

Rutter *et al.* (2008b,c) também realizaram estudos que evidenciaram diferenças entre as escolas no que se refere ao progresso dos alunos, procurando por novos métodos e incorporando outras variáveis de processo. Eles principalmente preocuparam-se em saber sobre a situação anterior dos alunos (frequência, resultados em exames públicos, comportamento na e fora da escola) para poder avaliar o que realmente dizia respeito à atuação da escola. Uma pesquisa longitudinal realizada em 50 escolas primárias do norte da Inglaterra acompanhou 2 mil alunos durante quatro anos, na qual muitas variáveis que dizem respeito a características dos alunos foram controladas para que o efeito-escola pudesse ser realmente avaliado. Mortimore e colegas (2008a,b) encontraram como resultado que o nível absoluto do desempenho depende muito mais das características do aluno, em especial, o efeito da autoavaliação tem uma associação significativa com o progresso na matemática, no entanto a capacidade de progredir é muito mais função da escola. As pesquisas de Rutter e Mortimore demonstraram que, para os alunos mais necessitados, uma escola de melhor qualidade podia ser crucial para suas chances de melhoria de vida. O que ainda faltava descobrir eram as causas das diferenças de eficácia entre as escolas.

As próximas seções do livro falam das diferenças entre as escolas em termos de eficácia, apresentando métodos e evidências da pesquisa sobre o efeito escola e destacam as principais características das escolas eficazes. Dessas seções destacamos as pesquisas que apresentam as características apontadas como relevantes para a eficácia escolar e que têm vinculação com o estudo que ora apresentamos, e acrescentamos outras que também encontramos em nossas buscas. Apesar da dificuldade de se delimitar, no âmbito escolar, os aspectos que se referem ao professor e a sua prática, trazemos aqueles apontados na literatura consultada que poderiam ser por nós analisados em função do método da pesquisa pelo qual optamos.

O impacto da maximização do tempo de aprendizagem na eficácia, apesar de ser considerado uma indicação grosseira do foco em aprendizagem (SAMMONS, 2008), foi justificado na correlação positiva entre os resultados da aprendizagem e medidas como: proporção do tempo das aulas devotadas à atividade acadêmica e à interação entre os alunos;

proporção do tempo dos professores gasto na discussão do conteúdo do trabalho com os alunos, em oposição a assuntos rotineiros e à manutenção de atividades de trabalho (cópias de problemas do quadro, ordens de disciplina); menos interferências externas, como interrupções para avisos da secretaria.

A dinâmica da sala de aula também é considerada um fator importante para a aprendizagem. Rutter *et al*. (2008a, p. 230) a descrevem:

> A tarefa inicial de ensinar é montada pelas atitudes, comportamento, interesses e habilidades dos alunos em sala de aula. Assim sendo, as ações dos professores influenciam o comportamento dos alunos, que, por sua vez, influenciam o procedimento do professor, que, de novo, irá afetar os alunos. Dessa forma, espirais vão sendo formadas, ora orientando o comportamento (desempenho) em direção ao progresso, ora promovendo sua deterioração.

Sobre a formação continuada dos professores, Reynolds e Teddlie (2008) destacam que treinamentos de qualidade feitos na própria escola precisam estar sincronizados com as prioridades de desenvolvimento escolar e a criação de uma cultura de equipe envolvendo aprendizado mútuo, monitoramento e colaboração. Isso reforça a ideia da importância de um corpo docente harmonizado com a proposta pedagógica da escola e de uma equipe pedagógica (diretores, supervisores, etc.) que compartilha a liderança acadêmica com o corpo docente. Essa forma de ação tem sido apresentada como um aspecto importante para a eficácia escolar. Sammons (2008) reforça essa posição afirmando que “escolas eficazes são organizações que aprendem, com professores e administradores experientes continuando a ser aprendizes, mantendo-se a par de suas disciplinas e dos avanços na compreensão de práticas eficazes.” (SAMMONS, 2008, p. 375).

Grande parte das pesquisas sobre a influência da formação continuada para a eficácia escolar apontam que a formação deve ocorrer na própria escola e o professor precisa sentir-se motivado a participar, tanto por necessidade profissional quanto por interesse pessoal. As atividades de formação nas escolas eficazes geralmente ocorrem na escola e são focadas em prover assistência para melhorar o programa e o ensino em sala de aula, e são contínuas e frequentes. O que também surte um efeito bastante positivo é quando a formação na escola entra no processo de planejamento colaborativo, garantindo que “as ideias sobre as atividades de desenvolvimento sejam rotineiramente compartilhadas.” (SAMMONS, 2008, p. 376).

O conhecimento do conteúdo pelo professor foi “visto como um pré-requisito necessário, apesar de não ser, por si só, uma condição suficiente para um ensino e uma aprendizagem eficazes.” (SAMMONS, 2008). Vergnaud (2003) aponta algumas questões que o professor deve se fazer para que o aluno se sinta comprometido com a sua aprendizagem:

> O que é importante escolher nas situações para favorecer o desequilíbrio? Como desequilibrar o aluno e, ao mesmo tempo, conduzi-lo nessa nova situação de maneira que ele focalize a atenção sobre os aspectos necessários? Qual o interesse das situações que serão escolhidas, com vistas a favorecer a surpresa do aluno nessas situações de aprendizagem? (VERGNAUD, 2003, pp. 53-54).

Entendemos que o professor necessita de conhecimento de conteúdo e conhecimento sobre como o aluno aprende esse conteúdo para conseguir responder essas questões apropriadamente.

Um fator considerado como fundamental pelas pesquisas, diz Sammons (2008), emerge daquilo que é chamado *ensino e objetivos claros*. Isso tem uma série de elementos:

- organização eficaz: inclui organizar clara e objetivamente as atividades, sem perder tempo, com a aula já iniciada, em preparar material, pois a atenção dos alunos é desviada. Dividir as atividades em unidades manejáveis pelos alunos e ensiná-las em uma sequência bem planejada;

- clareza de objetivos: implica em que os alunos saibam o propósito daquilo que está sendo proposto a eles fazerem desde o princípio da atividade e, no decorrer, o professor relembra o objetivo para que eles mantenham o foco. Tornar claro o que tem que ser aprendido.

- aulas estruturadas: preparar perguntas eficazes, para focar os alunos nos elementos-chave da lição, sendo formuladas questões abertas em que as respostas dos alunos sejam seguidas de *feedback* imediato do professor, durante a execução do trabalho pelas crianças. Ou seja, a ênfase na comunicação e interação entre professor e alunos durante a aula.

- prática adaptativa: ser sensível às diferenças de estilos de aprendizagem dos alunos e, quando possível, identificar e usar estratégias apropriadas, flexibilizando a modificação e adaptação de sua aula.

Também é trazido por Sammons (2008) outro fator considerado relevante para a eficácia escolar: o professor ter altas expectativas sobre o desempenho de seus alunos. Assim, o professor faz os alunos saberem o que se espera deles, propondo atividades intelectualmente desafiadoras que correspondam a suas altas expectativas em relação ao seu desempenho - o que corresponde a um papel mais ativo do professor em auxiliar os alunos a aprenderem. No entanto, por si só, expectativas altas fazem pouco, mas quando aliadas a uma forte ênfase em desempenho acadêmico monitorado frequentemente e a um ambiente disciplinado, fazendo parte de uma cultura geral, em que haja uma demanda para todos na escola, a aprendizagem se torna mais eficaz. Sammons (2008) faz referência à Bandura para dizer que as expectativas devem ser comunicadas aos alunos, mas que elas não agem diretamente no desempenho do aluno e, sim, através da atitude do professor e o efeito consequente dessa atitude na autoestima do aluno. As atitudes dos professores que favorecem a autoestima dos alunos podem ser expressas pela “maneira como eles se comunicam com os alunos; até que ponto o aluno é respeitado e sente que é compreendido; e os esforços que os professores fazem para atender as necessidades pessoais do aluno.” (SAMMONS, 2008, p. 372).

Daí a importância que se deu ao elogio como aliado à aprendizagem. Sobre o elogio vale reforçar que “devem ser dados para respostas corretas e progresso em relação ao desempenho passado, mas seu uso deve ser comedido e não pode ser sem merecimento ou ao acaso.” (SAMMONS, 2008, p.370). O elogio é eficaz quando é específico, eventual, espontâneo e variado, em que o professor usa “as realizações prévias do aluno como um contexto para descrever realizações presentes e atribuir sucesso ao esforço e habilidade.” (SAMMONS, 2008, p.370).

Para concluir a nossa revisão das pesquisas em eficácia escolar, é ainda importante trazermos o debate sobre elas em realidades mais próximas, como a América Latina e Brasil, pois esses conhecimentos locais evidenciados pela pesquisa consideram as especificidades sociais, culturais e econômicas de nosso contexto, podendo, assim, contribuir com conclusões mais acertadas e políticas educacionais mais adequadas a nossa realidade.

Murillo (2008) afirma que existiu um mau entendimento conceitual na América Latina que dificultou, inicialmente, a aceitação de pesquisadores educacionais da legitimidade das pesquisas em eficácia escolar. Aponta que um dos motivos a essa resistência foi de caráter ideológico e repousou na ideia de “responsabilização, que coloca aos pés da escola a responsabilidade pelos seus bons ou maus resultados.” (BROOKE; SOARES, 2008, p. 461). Atualmente, conforme apresenta Murillo (2008), as pesquisas em eficácia escolar são orientadas para a busca de fatores escolares associados que possam servir de subsídios para as políticas públicas, tendo como finalidade a melhoria dos resultados cognitivos dos alunos. Conclui que as pesquisas na América Ibérica encontraram elementos próprios que explicam a eficácia escolar, apontando principalmente dois: os recursos humanos e materiais, e a qualidade do professor e de suas condições para desempenhar sua docência.

Paul e Barbosa (2008), em pesquisa realizada em quatro países (Brasil, Argentina, Chile e México), na qual evidenciaram que os professores mais experientes e com maior tempo (anos) de docência na escola têm alunos com melhor desempenho, concluem que

> os alunos que mais necessitam de professores experientes e estáveis são os que recebem os professores menos experientes e com maior rotatividade. Em países que são tão desiguais socialmente, os sistemas escolares parecem estar contribuindo para aprofundar essas desigualdades. Por ironia, isso está associado ao grupo de agentes

> sociais cujo discurso tem os tons mais críticos em relação ao funcionamento das escolas e às políticas educacionais, os professores. (PAUL e BARBOSA, 2008, p. 131).

No Brasil, as pesquisas em eficácia escolar, de modo geral, confirmam os resultados internacionais em que a escola apresenta um papel claro na aprendizagem e desempenho dos alunos, assim como o nível socioeconômico é fator preponderante. No entanto, "há hoje ampla evidência empírica de que as escolas brasileiras podem ter um papel mais decisivo na melhoria do aprendizado cognitivo dos alunos de ensino básico brasileiro." (BROOKE; SOARES, 2008, p. 464).

Franco *et al.* (2007), em um artigo em que enfocam as características escolares associadas ao aumento do desempenho médio das escolas medido por meio dos testes de Matemática da 4ª série do Ensino Fundamental (SAEB/2001), sintetizam que

> a revisão da literatura brasileira sobre eficácia escolar tem achados convergentes sobre o efeito positivo dos *recursos escolares* – ainda que os pesquisadores entendam que recursos só podem ser eficazes quando efetivamente utilizados – da *organização e gestão da escola* – baseada em liderança do diretor e em comprometimento coletivo do corpo docente com o aprendizado de seus alunos – e do *clima acadêmico* orientado para as exigências acadêmicas do processo de ensino e de aprendizagem. A literatura examinada produziu também evidências, ainda que mais esparsas, em favor do efeito positivo do nível educacional de professores, do salário de professores e de estilo pedagógico sintonizado com o movimento de renovação do ensino de Matemática. (FRANCO *et al.*, 2007, p. 284).

Dentre os fatores escolares destacados por esses pesquisadores, selecionamos aqueles que são mais pertinentes ao nosso estudo: o clima acadêmico, principalmente no que concerne ao respeito, à disciplina e a um bom clima de trabalho; e a ênfase pedagógica, a partir das intervenções de nossa pesquisa sobre a atuação do professor na resolução de problemas aditivos pelas crianças.

Para finalizarmos este capítulo, realçamos que compactuamos com Sammons (2008, p. 379) quando a pesquisadora afirma que "a flexibilidade, a habilidade de adaptar as abordagens de ensino para propósitos e grupos diferentes é mais importante do que noções de um único 'estilo' como sendo melhor que os outros." Ao propormos um programa de ensino para os problemas aditivos, procuramos fazê-lo em conjunto com cada professor para que os princípios que abordamos na formação fossem adaptados a cada realidade de sala de aula – ambiente físico, relação professora/alunos e alunos/alunos, características dos alunos e de cada professora em particular. Nossa conduta, em parte, pode ser comparada aos projetos da "terceira onda"[29], da década de 2000, em que um plano *único* de melhoramento escolar é

---

[29] Reynolds *et al.* (2008) denominaram os projetos de melhoramento escolar da década de 1980 de "primeira onda", os da década de 1990 de "nova onda" e os da década de 2000, então, de "terceira onda." Cada uma das

desenvolvido para a escola, "aproveitando procedimentos genéricos, mas também enfatizando informação compilada de estudos sensíveis ao contexto." (REYNOLDS *et al.*, 2008, p. 452).

O breve apanhado que fizemos sobre as pesquisas em eficácia escolar serviu para que pudéssemos fazer um entrelaçamento com a nossa pesquisa na busca de interpretações. No entanto, é importante ressaltarmos que o nosso estudo não se classifica como uma pesquisa em eficácia escolar, pois ela não possui todas as características que atualmente são consideradas padrão para a área[30].

Antes de iniciar a descrição do método delineado para a pesquisa, ressaltamos que a investigação foi desenhada a partir do estudo piloto com alunos e professores realizado pela própria pesquisadora durante o ano de 2007. O estudo piloto foi apresentado no projeto de pesquisa. (JUSTO, 2007).

---

ondas introduziu concepções e medidas um pouco diferentes se comparados. Não consideramos importante para a essência desta tese apresentarmos essas diferenças.

[30] No Brasil, ainda são poucas e relativamente recentes as pesquisas na área (BROOKE; SOARES, 2008; FRANCO *et al.*, 2007), o que dificultou o nosso acesso a elas na época de elaboração do projeto (JUSTO, 2007) e na de implementação da nossa pesquisa em 2008. Muitas das pesquisas encontradas usam os resultados do SAEB para encontrarem justificativas para a eficácia escolar – o que se diferencia de nosso propósito.

4 OS CAMINHOS DA PESQUISA

Este capítulo tem como objetivo esboçar os caminhos percorridos pela pesquisa para encontrar algumas respostas ao problema proposto: *Que influência tem um programa de formação continuada dos professores em exercício na escola e um programa de ensino sobre o campo conceitual aditivo no desempenho dos alunos em problemas matemáticos aditivos?* O problema evidencia a nossa crença inicial de que o conhecimento matemático do professor sobre os problemas aditivos é um fator importante para a melhoria da aprendizagem dos alunos e que um programa de ensino dos problemas aditivos pode auxiliar na aprendizagem desses. Pensamos, então, em um estudo experimental, já que esse tipo de pesquisa se traduz por

> demonstrar a existência de uma relação de *causa* e *efeito* entre duas variáveis. Essa demonstração apoia-se em uma *experiência* na qual o pesquisador *atua sobre a variável independente* associada à causa para, em seguida, *medir os efeitos* engendrados no plano da *variável dependente*. (LAVILLE e DIONNE, 1999, p. 139).

Para tanto, organizamos uma experiência na qual atuamos junto aos professores com o objetivo de aprimorar o desempenho dos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos aditivos, qualificando a prática docente. Mais especificamente, os objetivos envolveram proporcionar aos professores avanços no conhecimento do processo de ensino e aprendizagem, especialmente do campo conceitual aditivo; e construir com os professores um programa de ensino que levasse em conta a construção de significados das operações de adição e subtração, a compreensão das relações semânticas encontradas nos problemas matemáticos aditivos, o ensino de procedimentos, de representações e de habilidades metacognitivas.

Alguns caminhos foram traçados delineando o método da pesquisa. Cada um deles está detalhado neste capítulo com o intuito de esclarecer o modo como os dados qualitativos e quantitativos foram obtidos a partir das intervenções planejadas para esse estudo.

4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa empírica foi realizada, durante o ano letivo de 2008, em uma escola pública e em uma escola privada[31]. Ambas escolas localizam-se no município de São Leopoldo, na região metropolitana de Porto Alegre (RS). A escolha por essas duas realidades se justifica na composição de um número significativo de dados para avaliar a eficácia de um programa de formação continuada aliado a um programa de ensino. Os resultados das escolas foram analisados separadamente e estabeleceu-se a comparação entre os resultados das turmas controle e experimental da mesma série e da mesma escola.

Consideramos que essas realidades diferentes são importantes para a nossa pesquisa, pois investigamos o processo de ensino e aprendizagem que ocorre em sala de aula, focando a necessidade de conhecimento do professor sobre os conceitos relativos aos problemas aditivos e sobre o ensino destes aos seus alunos. Nosso enfoque, portanto, foi no professor: seu conhecimento sobre o objeto de ensino e sua didática de ensino. Acreditamos que, tendo como parâmetro duas realidades diferentes, pudemos avaliar, com maior propriedade, a eficácia de um programa de formação continuada dos professores em exercício na escola. Ressaltamos, no entanto, que não tivemos a intenção de fazer um estudo comparativo entre as duas realidades, pública e privada[32]. O que pretendemos foi, a partir das características diferentes dessas duas redes de ensino, compilar dados consistentes para a análise. A comparação entre as duas escolas somente foi considerada quando esta fornecia elementos para auxiliar na interpretação e compreensão dos resultados encontrados.

Ao contextualizarmos cada escola, procuramos abordar as cinco categorias de fatores encontradas na literatura brasileira como fatores ligados à eficácia escolar: recursos escolares, organização e gestão da escola, clima acadêmico, formação [...][33] docente e ênfase pedagógica. (ALVES; FRANCO, 2008; FRANCO *et al.*, 2007). No entanto, nosso foco de análise concentra-se nas categorias *clima acadêmico* e *ênfase pedagógica*, para as quais buscamos maior número de elementos através das intervenções da pesquisa, principalmente durante as observações de aula.

4.1.1 A Escola Pública Municipal – Escola F

A escolha da escola pública aconteceu após um encontro que tivemos com a direção da Secretaria Municipal de Educação, Esporte e Lazer (Smed) de São Leopoldo. Essa Secretaria

---

[31] Na escola privada esta pesquisadora já desempenhou atividades profissionais, assim como desenvolveu estudos anteriores (JUSTO, 2000; 2004).

[32] Essa opção está fundamentada no que recomendam pesquisadores brasileiros especialistas na área da eficácia escolar. Alves e Franco (2008, p. 491) afirmam que “no Brasil, alunos com perfis socioeconômicos distintos frequentam escolas distintas”, e essas condições desiguais produzem resultados escolares distintos. Assim, defendem que não faz sentido analisar o efeito de variáveis sobre a eficácia escolar sem que esses fatores sejam controlados.

[33] A categoria inclui o salário dos professores, mas não enfocamos essa questão em nossa contextualização.

fornece assessoria pedagógica e administrativa às escolas municipais, sendo de competência da Smed a implementação dos Conselhos Escolares e a qualificação das equipes diretivas das escolas. Ao explicarmos os objetivos e o método de nossa pesquisa, a secretária de educação considerou que esse seria um estudo relevante para contribuir na melhoria da qualidade de educação da rede municipal e, assim, indicou duas escolas municipais cujo corpo docente teria uma boa aceitação para participação no estudo. Das duas indicadas, uma delas era bem próxima à escola privada, então, optamos em realizar a pesquisa nessa escola, que passamos a denominar Escola F. A escolha pela Escola F se deu por ser uma das escolas municipais com melhores condições gerais e de desempenho, o que pode ser confirmado pelo índice de desenvolvimento da educação básica da escola (IDEB)[34] comparado ao da rede municipal e pela descrição que fizemos da escola. Pensamos que as diferenças entre as escolas poderiam ser diminuídas dessa forma, mas, mesmo assim, optamos por não comparar as duas realidades.

IDEBs observados em 2005, 2007 e Metas para Escola – **ESCOLA F**

Ensino Fundamental	IDEB Observado		Metas Projetadas							
	2005	2007	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Anos Iniciais	4,8	**5,1**	4,8	5,2	5,6	5,8	6,1	6,3	6,5	6,8

Fonte: Prova Brasil e Censo Escolar.

IDEBs observados em 2005, 2007 e Metas para rede Municipal – **SAO LEOPOLDO**

Ensino Fundamental	IDEB Observado		Metas Projetadas							
	2005	2007	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Anos Iniciais	4,2	**4,3**	4,3	4,6	5,0	5,3	5,5	5,8	6,1	6,3

Fonte: Prova Brasil e Censo Escolar

Figura 6 - IDEBs da Escola F e da rede Municipal de São Leopoldo. Fonte: http://ideb.inep.gov.br/Site/

Marcamos, então, um encontro com a diretora e a supervisora dessa escola pública para esclarecermos a pesquisa. A escola pública municipal situa-se em um bairro de classe média, vizinho ao da escola privada, composto basicamente por residências e alguns estabelecimentos comerciais (videolocadoras, padarias, lojas de vestuário, de material de construção, de veículos automotores usados, entre outros de mesmo tipo). Os alunos pertencem à classe média baixa e são residentes no próprio bairro ou em bairros vizinhos.

---

[34] O Ideb é um indicador de qualidade educacional que combina informações de desempenho em exames padronizados (Prova Brasil ou Saeb) – obtido pelos estudantes ao final das etapas de ensino (4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e 3ª série do ensino médio) – com informações sobre rendimento escolar (aprovação). (Nota Técnica, IDEB, disponível em: www.inep.gov.br/download/Ideb/Nota_Tecnica_n1_concepcaoIDEB.pdf)

Segundo informações da direção da escola, os alunos se dividem em três grupos na modalidade de locomoção para a escola: um grupo vai caminhando (60%); outro é levado de carro por seus pais ou responsáveis e outro usa transporte escolar. Essa informação foi útil para caracterizar a comunidade escolar, principalmente em relação ao seu local de residência.

A escola está localizada em uma esquina com um terreno de aproximadamente 1.000m^2. Compõe-se por um prédio de dois andares com, aproximadamente 825m^2. As salas de aula são arejadas e bem iluminadas, possuindo ventiladores de teto e cortinas para conforto térmico dos alunos e professores. Todas as salas têm espaço adequado ao número de alunos que nela estudam. A Escola possui um refeitório onde é servido o lanche aos alunos, uma biblioteca com um bom acervo de livros e um laboratório de informática com 15 computadores conectados à Internet. O pátio é pequeno. Possui um espaço aberto e uma cancha de esportes coberta para que os alunos possam brincar e jogar durante o recreio e no horário de Educação Física. Percebe-se que existe cuidado e zelo por parte da direção, professores, funcionários e alunos com o espaço escolar.

A escola municipal funciona em dois turnos, matutino e vespertino, sendo que no turno da manhã estudam as turmas de 3ª, 4ª e 5ª séries do Ensino Fundamental de 8 anos de duração e, no turno da tarde, as turmas de 1º, 2º e 3º ano do Ensino Fundamental de 9 anos. O Ensino Fundamental de 9 anos de duração já estava com três séries implantadas: 1º, 2º e 3º ano. Ainda estavam em funcionamento as 3ª, 4ª e 5ª séries do Ensino Fundamental de oito anos de duração. Apresentamos um quadro de equivalência entre o Ensino Fundamental de nove anos e o de oito anos de duração para melhor entendimento da estrutura escolar:

Quadro 7 - Equivalência entre o Ensino Fundamental de 9 anos e o Ensino Fundamental de 8 anos

Ensino Fundamental de 9 anos								
Anos Iniciais					**Anos Finais**			
1º ano	**2º ano**	**3º ano**	**4º ano**	**5º ano**	**6º ano**	**7º ano**	**8º ano**	**9º ano**
Ensino Fundamental de 8 anos (em extinção)								
Anos Iniciais					**Anos Finais**			
XXXXX	**1ª série**	**2ª série**	**3ª série**	**4ª série**	**5ª série**	**6ª série**	**7ª série**	**8ª série**

Em 2008, na Escola F estudavam um total de 282 alunos nos dois turnos. O índice de evasão e repetência na Escola, no ano de 2008, chegou a 8%.

A equipe diretiva da Escola F é constituída por uma diretora e uma supervisora pedagógica. Seu corpo docente é formado por 36 professores que atuam do 1º ano à 5ª série do Ensino Fundamental. A diretora está cursando Pedagogia em Gestão e Supervisão e a supervisora que atuou durante o primeiro semestre letivo é formada em Pedagogia e pós-graduada em Gestão Escolar. No segundo semestre, essa supervisora entrou em licença-maternidade e foi substituída por uma das professoras da escola que estava cursando Pedagogia em Gestão e Supervisão.

A escola organiza reuniões pedagógicas quinzenais que se realizam à noite e têm a duração de quatro horas. Sobre o conteúdo dessas reuniões, a diretora enfatizou que, em 2007, houve um esforço intenso em reflexões sobre o Projeto Político Pedagógico da Escola, mas que não foram suficientes para concluir a sua redação. Em 2008, as reuniões tiveram seu foco em questões pedagógicas apenas durante o primeiro semestre letivo, pois no segundo semestre a supervisora estava em licença-maternidade. Assim, a diretora ressaltou que essas reflexões só seriam retomadas em 2009 com o retorno da supervisora.

No entanto, em razão de necessidades emergentes, no segundo semestre de 2008, a escola organizou em seu espaço escolar, utilizando as horas destinadas a reuniões com o corpo docente, um projeto de formação continuada com uma profissional da área de Psicologia, tendo como tema central "a disciplina na escola."

A diretora registra a sua prioridade em favorecer os professores para que participem de cursos e seminários de formação continuada fora da escola em troca de carga horária, ou seja, as horas cumpridas nesses cursos podem ser aproveitadas no ano, como folgas. Nas reuniões pedagógicas é fornecido um espaço para que esses professores compartilhem com seus colegas o conhecimento trabalhado nas formações das quais participaram.

Na carga horária de cada professor está previsto um turno de planejamento semanal[35] no qual os professores de séries paralelas se encontram para discutir e trocar ideias sobre questões específicas de seus alunos e, especialmente, para planejar as atividades a serem realizadas com sua turma. Nesse dia, os alunos têm as atividades dirigidas por uma professora substituta e, também, têm aulas com professores especialistas (informática, educação física, biblioteca e artes).

As dificuldades de aprendizagem dos alunos são trabalhadas com atividades extras de intervenção, realizadas por outra professora, no contraturno, uma vez por semana. Um dado importante fornecido pela diretora da Escola é que, em 2008, a 5ª série contava com 50 alunos dos quais 35 apresentavam dificuldades em Matemática. Ressalvamos que a partir da 5ª série os professores são licenciados em sua área de conhecimento, possuindo, portanto, uma formação inicial diferente daquela apresentada pelos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Esse dado foi apresentado com preocupação por ela, pois acreditava que havia um descompasso entre a proposta de trabalho com os Anos Iniciais e os Anos Finais. Aliás, a

[35] Esse planejamento ocorre no mesmo turno em que o professor exerce docência com a sua turma.

preocupação com esse descompasso é real em várias outras escolas, não sendo uma realidade vivenciada apenas por esta comunidade escolar. A reprovação na 5ª série, no ano de 2008, foi a maior dos últimos anos, chegando a 10%.

O método adotado pelos professores nas aulas de Matemática, segundo a diretora, é tradicional. As atividades são praticamente exercícios e cálculos que solicitam do aluno o conhecimento de algumas técnicas operatórias (algoritmos tradicionais) e de memorização de fatos aritméticos básicos. Sobre a resolução de problemas matemáticos, a diretora lembra que há dez anos, aproximadamente, havia um grupo de estudos de matemática que se formou voluntariamente por acreditarem que o ensino nesta área estava muito mecânico na Escola. Esse grupo foi perdendo a motivação e acabou se dissolvendo. No entanto, as preocupações ainda se mantêm. Continuam as deficiências na aprendizagem do sistema de numeração decimal e na resolução de problemas matemáticos. A diretora entende que um grupo de professores mais coeso, de trabalho coletivo e em equipe, é uma necessidade da Escola.

4.1.2 A Escola Privada – Escola S

A escola privada em que foi realizada a pesquisa pertence a uma rede particular de escolas vinculadas à Igreja Evangélica de Confissão Luterana no Brasil (IECLB) e foi fundada em 1936. A Escola S ocupa um espaço nobre no bairro em que está situada, pois se encontra em meio a uma área verde. Essa escola fica a cinco quadras de distância da escola pública também participante do estudo, localizando-se na divisa com o bairro em que essa se situa.

O bairro da escola privada é de classe média alta, composto praticamente somente por residências, além de uma Instituição de Educação Superior também vinculada à IECLB. Os alunos que frequentam a Escola S pertencem às classes média alta e alta. Residem no bairro da escola ou em outros bairros da cidade e também de municípios vizinhos. A maioria dos alunos vem para a escola de carro trazidos por seus pais ou responsáveis, alguns usam transporte escolar e poucos alunos vem a pé.

O espaço escolar é amplo, apresenta uma área total de 41.598m^2 com uma vasta área verde. A Escola S possui quatro prédios grandes e dois ginásios de esportes, sendo sua área total construída de 7.620m^2. O prédio “Principal”, como é denominado, é usado pelos alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Médio. Nesse encontram-se três pisos nos quais estão distribuídas várias salas de aula arejadas e bem iluminadas, a Biblioteca Central, um auditório, a sala de direção, sala de reuniões, sala de professores, um pequeno ginásio de esportes, laboratórios de Informática, de Robótica, de Biologia, de Química e de Física, além de vários banheiros. O prédio do “Fundamental” é frequentado pelas crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Tem dois andares e salas de aula amplas, arejadas e bem iluminadas. Possui ainda um auditório e salas específicas para aulas de Alemão e Inglês, de Música, de Lego Zoom[36], um laboratório de Informática, a sala das coordenações, a sala de professores e uma ampla área coberta. No prédio “Administrativo”, além das salas dos vários setores administrativos, também se encontra o Instituto de Idiomas da Escola, um restaurante[37] e uma sala para eventos (miniauditório). O prédio da Educação Infantil é amplo e possui vários espaços de uso exclusivo das crianças de zero a cinco anos.

Em 2008, a Escola S tinha um total de 900 alunos matriculados na Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Destes, 223 alunos frequentavam os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nos Anos Iniciais, em 2008, o índice de evasão e de repetência foi nulo.

A equipe diretiva dessa escola é composta pelo diretor, pelo administrador, pelo vice-diretor, pelos três coordenadores de ensino, pelos três coordenadores pedagógicos, pelo pastor escolar e pelo psicólogo. As coordenações estão divididas por níveis: um coordenador de ensino para a Educação Infantil, outro para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental e outro para os Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio; a mesma distribuição é obedecida para os coordenadores pedagógicos.

Em 2008, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental trabalhavam 10 professoras regentes de turma e outros oito professores especialistas (Artes Plásticas, Música, Alemão, Inglês, Educação Física, Informática), totalizando 18 professores. Neste mesmo ano, a escola implantou o Ensino Fundamental de 9 anos de duração, iniciando com o 1º Ano e, em função disso, optaram em não realizar a pesquisa com essa série. Assim, nesta escola o estudo foi realizado com a 2ª, a 3ª e a 4ª série do Ensino Fundamental de 8 anos.

A Escola S oferece espaços formais de formação continuada ao seu corpo docente organizados sistemática e periodicamente. Os professores têm reuniões semanais, com uma hora de duração, no final da tarde de terça-feira. Dessas reuniões, duas tem caráter pedagógico (estudo e planejamento) e as outras duas tratam de questões administrativas (organizações de eventos escolares, principalmente). Além do espaço de reunião, as professoras regentes dos Anos Iniciais têm encontros individuais de planejamento e supervisão com a coordenadora pedagógica que ocorrem, no mínimo, duas vezes ao mês. Nesses encontros são discutidos aspectos didático-metodológicos e dificuldades específicas de alunos e do professor, assim

[36] LEGO ZOOM é um projeto de educação tecnológica desenvolvido pela EDAcom Tecnologia, representante no Brasil da LEGO Education. Esse projeto foi implementado em várias escolas, inclusive públicas, de municípios vizinhos.
[37] O restaurante é terceirizado e frequentado, principalmente, pelos professores, alunos e seus familiares.

como são planejadas atividades em conformidade aos planos de estudos da série. Os encontros acontecem enquanto os alunos estão tendo aulas com os professores especialistas.

Em seu Projeto Político-Pedagógico, a Escola S expressa o seu compromisso e sua concepção de prática reflexiva em relação à formação continuada dos professores. Descreve como uma de suas tarefas sensibilizar os professores sobre as normas existentes na escola para que compreendam a sua necessidade e que, a partir da reflexão, não apenas as aceitem, mas as respeitem como suas. Isto requer a promoção da participação ativa do professor, potencializando o intercâmbio entre os professores para debater opiniões e ideias sobre tudo que os afeta em seu trabalho, pedindo compromissos derivados dos valores e atitudes aceitos livremente. Esse processo tem o intuito de permitir que os professores se sintam protagonistas de suas aprendizagens e agentes na formulação das propostas de trabalho e de convivência, participando no controle do processo e dos resultados. Essas medidas de sensibilização são de responsabilidade, principalmente, dos coordenadores pedagógicos e de ensino, que têm um convívio quase diário com o professor e sua prática.

A participação em cursos e seminários externos à escola também é incentivada, principalmente naqueles que são promovidos pela rede de ensino a que a escola pertence[38]. Como o tempo semanal de reunião é curto (uma hora de duração), os espaços para compartilhar os saberes adquiridos nessas participações são pouco favorecidos.

Aos alunos que durante o ano apresentam dificuldades de aprendizagem são oferecidas atividades extras de intervenção. Essas atividades são propostas pela própria professora ou, ainda, por uma professora especialista quando a criança é convidada a vir no contraturno, por duas horas semanais. Alguns alunos que apresentam necessidades educativas especiais também são atendidos por profissionais externos.

O método dos professores nas aulas de Matemática obedece a alguns princípios, como: favorecer a troca de ideias entre as crianças durante a resolução de cálculos, exercícios e problemas matemáticos; explorar diferentes formas de resolução; oferecer material concreto para elaborar soluções e contextualizar as situações-problema apresentadas. Outra questão importante a ser destacada diz respeito ao conteúdo específico de nosso estudo que são os problemas aditivos. Em 1997 foi iniciado um estudo com os professores dos Anos Iniciais sobre a diversidade de situações-problema desse campo conceitual. Muitas professoras atuantes em 2008 participaram de pesquisas anteriores (JUSTO, 2000, 2004), aplicando e corrigindo testes com problemas aditivos, cujos resultados encontrados eram discutidos em

[38] A rede de ensino organiza, periódica e sistematicamente, encontros de professores para estudo de temas diversos.

reuniões pedagógicas e em encontros individuais com as professoras[39]. Os achados da pesquisa que foi publicada em 2000 eram informações importantes para o planejamento das professoras, pois elas, a partir da evidência daqueles problemas que eram mais difíceis para as crianças, planejavam suas atividades de ensino para ampliar a aprendizagem do campo conceitual. Essa forma de investigar junto com os professores atende, pelo menos em parte, a "prática informada por evidências" (CORDINGLEY, 2007), pois a participação na coleta de dados sobre a sua turma de alunos e a discussão dos resultados auxiliava em seus processos contínuos de aprendizagem profissional e na tentativa de aprimorar o ensino e a aprendizagem dos alunos.

4.1.3 Sujeitos

Realizamos uma visita para apresentação de nossa pesquisa à equipe diretiva das duas escolas, pública e privada. Após a aprovação, no final de 2007 em uma reunião pedagógica realizada em cada uma das escolas, a equipe comunicou que a escola iria participar de uma pesquisa no próximo ano letivo e convidaram as professoras que voluntariamente[40] quisessem participar mais ativamente dela.

Assim, para cada uma das séries dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental foram escolhidas uma turma experimental e outra de controle, a partir do aceite de participação voluntária dos professores (Apêndice A). As turmas cujas professoras aceitaram participar da formação continuada compuseram o grupo experimental. Nessas turmas as professoras

---

[39] Os aspectos pedagógicos referentes à Escola S são de nosso conhecimento, pois trabalhamos nessa escola durante 23 anos e desempenhamos a função de coordenação pedagógica dos Anos Iniciais de 1996 a 2007. Consideramos importante salientar que o corpo docente dos Anos Iniciais, em 2008, permaneceu o mesmo do que no ano anterior, sendo, portanto, por nós conhecido.

[40] Marcelo (1997) e Tardif (2004) fazem menção ao ciclo vital dos professores para o qual foram estabelecidas cinco etapas na carreira profissional. Acreditamos que os professores que optaram em participar da nossa pesquisa encontravam-se na terceira e na quarta etapa desse ciclo das quais destacamos apenas aquelas que consideramos condizerem com as características que percebemos nas professoras que participaram do estudo. Ressaltamos que foi difícil classificar as professoras com as características de uma etapa somente, geralmente elas se mesclavam. A terceira fase denomina-se experimentação ou diversificação. Nesta fase, para alguns deles, suas energias se canalizam principalmente na melhora de sua capacidade como docente: diversificam métodos de ensino, experimentam novas práticas e frequentemente buscam fora da classe um estímulo profissional. Outros professores caracterizam-se por ir, pouco a pouco, diminuindo seus compromissos profissionais, abandonando alguns a docência ou dedicando-se paralelamente a alguma outra coisa. A quarta etapa representa a busca de uma situação profissional estável, e desenvolve-se entre os 40 e os 50-55 anos. Este é um período que pode ser de mudança mais ou menos traumática para os professores, que frequentemente se questionam sobre a própria eficácia como docentes. Alguns professores caracterizam-se pela serenidade e distanciamento afetivo, em que sentem-se menos enérgicos, até mesmo menos capacitados, porém mais relaxados, menos preocupados com os problemas cotidianos da classe. Esses são professores que deixam de preocupar-se com a promoção profissional e se preocupam mais em ter prazer com o ensino. Esses professores convertem-se na coluna vertebral da escola, os guardiães de suas tradições. A última etapa identificada é a preparação para a aposentadoria. Encontram-se três padrões de reação diante dessa etapa dos quais destacamos um enfoque positivo, que supõe um interesse em especializar-se ainda mais, preocupando-se mais com a aprendizagem dos alunos, trabalhando com os colegas com quem se dá melhor; e uma espécie de cansaço, de fadiga e queixas, vislumbrando o momento de parar.

aplicaram um programa de ensino que foi planejado conjuntamente com esta pesquisadora. Nas turmas controle não foi executado o programa de ensino e suas professoras regentes não participaram das atividades de formação continuada.

A pesquisa envolveu a avaliação do desempenho em problemas aditivos de um total de 320 estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando as duas escolas. Desses, 167 alunos também participaram de um programa de ensino dos problemas aditivos. A tabela 1 mostra a distribuição desses estudantes por escola, séries e turmas experimentais e de controle:

Tabela 1 - Número de alunos e professores de cada escola, série e turma

ESCOLAS	SÉRIES	TURMAS CONTROLE		TURMAS EXPERIMENTAIS		Total Alunos	Total Professores
		Alunos	**Prof. Regentes**	**Alunos**	**Prof. Regentes**		
PÚBLICA (F)	*2º Ano*	20	1*	21	1*	41	2
	3º Ano	21	1	20	1	41	2
	3ª Série	26	1	26	1	52	2
	4ª Série	24	1*	22	1*	46	2
	TOTAL	**91**	**4***	**89**	**4***	**180**	**8***
PRIVADA (S)	*2ª Série*	14	1	21	1	35	2
	3ª Série	18	1	31	1	49	2
	4ª Série	30	1	26	1	56	2
	TOTAL	**62**	**3**	**78**	**3**	**140**	**6**
TOTAL GERAL		**153**	**7***	**167**	**7***	**320**	**14***

Na escola pública, as professoras regentes do 2º Ano (turno tarde) e da 4ª série (turno da manhã) foram as mesmas durante o ano de 2008. O asterisco na tabela 1 identifica esses casos. No segundo semestre, a professora dessas turmas experimentais[41] entrou em licença no turno da tarde e continuou seu trabalho apenas com a 4ª série. Na tabela 1 fizemos a contagem do número de professores regentes para as turmas envolvidas, mas a quantidade de professoras regentes que participaram da formação continuada na escola pública foi três.

Nas duas escolas optamos em considerar apenas uma turma controle para cada série, pois, na escola pública uma das turmas controle estava tendo aulas com uma estagiária do curso de Magistério em nível médio, fato esse que poderia ter alguma influência no desempenho do grupo de alunos, já que ela não fazia parte do corpo docente da escola e estava recebendo orientações de uma supervisora de estágio vinculada à outra instituição de ensino. Assim, decidimos que na escola privada, também só consideraríamos uma turma controle por série.

[41] O caso dessa professora e de sua substituição é abordado com maior detalhamento no próximo capítulo quando fazemos a descrição e a análise do trabalho realizado com a turma do 2º ano.

A partir desse momento, sempre que nos referirmos a alguma das professoras regentes das turmas experimentais, a identificaremos conforme o seguinte código: F (escola pública), S (escola privada), C (turma controle), E (turma experimental), nº (série de regência de classe equivalente ao Ensino Fundamental de 8 anos). Assim, o quadro 8 identifica cada professora regente:

Quadro 8 - Denominação adotada para as professoras regentes

	SÉRIES	PROFESSORAS REGENTES
ESCOLA PÚBLICA (F)	2º ano*	FE1** e FE1substituta; FC1***
	3º ano	FE2; FC2
	3ª série	FE3; FC3
	4ª série*	FE4**; FC4***
ESCOLA PRIVADA (S)	2ª série	SE2; SC2
	3ª série	SE3; SC3
	4ª série	SE4; SC4

Os asteriscos colocados no quadro 8 identificam uma particularidade. Na Escola F, as mesmas professoras trabalharam com a turma do 2º ano e a turma de 4ª série, tanto no grupo experimental quanto no controle. Portanto, as professoras FE1 e FE4, assim como as professoras FC1 e FC4, são as mesmas pessoas. No entanto, a professora da turma experimental entrou em licença-saúde na turma de 2º ano (FE1) a partir do segundo semestre, quando, então, a turma recebeu uma nova professora a qual denominamos FE1substituta.

Um aspecto importante a ser destacado é que as duas escolas, em 2008, tinham um corpo docente composto por professores que atuavam há alguns anos na mesma instituição de ensino – o que, como afirmam Paul e Barbosa (2008), é fator relevante para a eficácia escolar. Apenas SE3 havia sido contratada recentemente e SC4 estava no seu primeiro ano de docência nos Anos Iniciais, mas já atuava na Educação Infantil da Escola S em anos anteriores. Na Escola F, todas as professoras das turmas controle e experimentais eram docentes há vários anos na Escola, com exceção da FE1substituta, cujo caso veremos mais adiante.

4.2 INTERVENÇÕES PLANEJADAS

A pesquisa se constituiu de duas etapas: a aplicação de testes com os alunos e o trabalho com as professoras das turmas experimentais, que correspondeu a um programa de formação continuada e a um programa de ensino. Alguns momentos dessas duas etapas ocorreram de forma concomitante. Detalharemos a seguir essas duas etapas em seus pormenores, objetivando esclarecer o caminho percorrido durante o estudo experimental.

4.2.1 Aplicação de Testes

Os testes propunham a resolução de vinte problemas aditivos pelos alunos das turmas controle e experimentais dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sendo que eram resolvidos em blocos de dez problemas cada (Apêndice B), sempre em dias diferentes para não sobrecarregar as crianças – o que pensamos que poderia afetar o desempenho delas. Nunes *et al.* (2005) argumentam que um ensino baseado em evidências necessita de instrumentos de avaliação do desenvolvimento conceitual dos alunos. Assim, defendem que é fundamental que usemos os mesmos instrumentos em diferentes momentos do ano escolar. Brooke e Soares (2008) admitem que a eficácia de uma escola deva ser verificada através de dados do aprendizado de seus alunos. "A medida do aprendizado exige o acompanhamento longitudinal dos alunos, com o registro de sua proficiência no ponto inicial de uma trajetória escolar e, depois, em outros pontos subsequentes." (BROOKE; SOARES, 2008, p. 222). Portanto, foram organizados três momentos para avaliar a aprendizagem das crianças, usando os mesmos testes e os mesmos critérios de aplicação.

A etapa de aplicação dos testes, a todos os alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental das duas escolas, aconteceu em três momentos. A saber:

Primeiro Momento) **Pré-teste:** Com o objetivo de verificar o desempenho das crianças em relação aos problemas matemáticos aditivos, antes de iniciado o programa de ensino, aplicamos os problemas aditivos às turmas das duas escolas na última quinzena do mês de março de 2008.

Segundo Momento) **1º Pós-teste (Pós1):** Os testes com os vinte problemas aditivos foram aplicados nas turmas controle e experimentais das duas escolas, logo após o término de implementação do programa de ensino – o que somente ocorreu na última semana do mês de setembro de 2008, devido ao atraso na implementação do programa de ensino[42]. Esses testes tiveram o objetivo de verificar se houve melhora no desempenho das crianças logo após o período de intervenção pedagógica do professor no ensino desses problemas.

Terceiro Momento) **2º Pós-teste (Pós2):** Essa segunda aplicação foi realizada com o intuito de verificar a permanência da aprendizagem das crianças. Ela estava prevista,

[42] As causas desse atraso são apresentadas mais adiante quando discorremos sobre o programa de ensino.

inicialmente, para final de novembro de 2008, pois pensávamos em um intervalo mínimo de três meses entre os dois pós-testes. No entanto, como foi preciso estender o prazo do programa de ensino por questões próprias de cada escola, o 2º Pós-teste somente foi aplicado após um intervalo de seis meses da aplicação do 1º Pós-teste. Ele aconteceu na primeira quinzena do mês de março do ano letivo seguinte, ou seja, em 2009, após o período das férias escolares de verão. Assim, os testes tiveram que ser aplicados com as crianças em uma nova série. Como algumas crianças haviam trocado de turno, e consequentemente de turmas, tivemos uma demanda extra para reorganizar os grupos após a realização dos testes, a fim de avaliar as turmas com a mesma configuração do que no ano anterior.

Em todas as etapas (pré e pós), as crianças receberam os problemas por escrito e puderam resolvê-los da forma que considerassem conveniente (com ou sem uso de material de contagem, através de desenhos). Deveriam, no entanto, escrever um cálculo matemático que resolvesse o problema, assim como escrever a resposta ao problema. As crianças leram sozinhas os problemas. Apenas no 2º ano as professoras poderiam ler cada problema para as crianças, para que a habilidade de leitura não fosse um fator limitante. As professoras receberam junto com os testes (pré e pós) uma folha com orientações de como conduzir a aplicação (Apêndice C).

A correção dos testes foi realizada por esta pesquisadora e por uma auxiliar de pesquisa, considerando-se os seguintes critérios:

Quadro 9 - Critérios de correção usados nos testes

Solução	**Característica observada na resolução do estudante**
Correta	Usa estratégia apropriada e responde corretamente. Responde incorretamente por um erro de cópia ou de cálculo (Ex: 3+5=7).
Parcialmente correta	Usa estratégia apropriada, mas não encontra a solução correta por erro no algoritmo (por exemplo, não usa a técnica do “vai um”) ou de contagem. O desenvolvimento da solução reflete entendimento do problema. Apresenta resposta correta, mas não mostra procedimento de solução.
Incorreta	O problema está “em branco” (sem solução). Os números foram copiados do problema, mas a operação realizada não demonstra entendimento e não resolve o problema. Apresenta uma resposta incorreta, sem evidenciar o desenvolvimento da solução. Usa estratégia inapropriada, sem concluir a solução do problema.

Os dados quantitativos obtidos a partir dos testes foram tratados estatisticamente para depois serem interpretados qualitativamente. Os procedimentos adotados para a análise e interpretação dos resultados estão apresentados no final deste capítulo.

4.2.2 Trabalho com as Professoras

Essa fase da pesquisa compôs-se pelo trabalho direto com as professoras regentes das turmas experimentais, realizado em duas etapas: um programa de formação continuada e um programa de ensino dos problemas aditivos com as turmas experimentais.

4.2.2.1 Programa de Formação Continuada

O programa de formação continuada se constituiu pela realização de quatro oficinas sobre o ensino e a aprendizagem dos problemas aditivos e pelo acompanhamento de planejamentos e observações de aulas durante a implementação do programa de ensino. A escola pública estava representada por quatro séries e três professoras regentes[43] e a escola privada participou com três séries e três professoras regentes. As professoras participantes desse programa de formação continuada foram consideradas das turmas experimentais. As oficinas foram realizadas com o grupo de professoras das duas escolas em conjunto, aos sábados pela manhã, em um espaço fornecido pela escola privada e os encontros individuais ou por grupo de escolas aconteceram na instituição de origem de cada professora. As atividades de formação foram elaboradas e coordenadas pela pesquisadora com a colaboração de uma auxiliar de pesquisa.

O programa procurou assegurar o conhecimento dos diferentes problemas matemáticos pertencentes ao campo aditivo e privilegiar questões didático-metodológicas que permitissem refletir e aprender sobre uma atuação mais eficaz na sala de aula, para favorecer a aprendizagem dos problemas aditivos. Nos encontros com as professoras, procuramos repensar a prática como o espaço de aprendizagem e de construção do pensamento prático do professor (PÉREZ GOMEZ, 1992), permitindo e provocando o desenvolvimento de capacidades e competências sempre em diálogo com situações reais.

A seguir, destacamos o trabalho realizado em cada uma das oficinas de formação:

4.2.2.1.1 Oficinas

Oficina 1 - A primeira oficina ocorreu no dia 15 de março de 2008, em um sábado pela manhã, com a duração de três horas e meia. Para auxiliar a integração entre o grupo, esperamos as professoras com um café da manhã. Nesse momento mais informal, fizemos as apresentações e agradecemos a participação delas na pesquisa. Em seguida, iniciamos apresentando os objetivos e questões centrais da pesquisa, assim como o método que

---

[43] Como já destacamos anteriormente, a professora FE2/FE4 era regente do 2º ano e da 4ª série. Como essa professora mostrou interesse em participar ativamente da pesquisa, consideramos importante que as duas turmas de regência dela fossem experimentais, pois ela poderia aplicar seu conhecimento nas duas turmas.

utilizaríamos segundo os princípios que embasam nosso trabalho. Nesse momento inicial, as professoras também expuseram as suas expectativas com relação a sua participação no estudo, principalmente no sentido de corresponder a nossa expectativa quanto ao trabalho delas. Tranquilizamo-las para que entendessem que o esperado por nós é que conseguíssemos trabalhar em parceria, que poderiam contar conosco sempre que sentissem necessidade e que estaríamos acompanhando o trabalho para dar todo o suporte que elas precisassem.

Apresentamos as diferentes categorias de problemas aditivos e conceitos relativos a eles, refletindo sobre as relações semânticas, as diferenças de significados em cada um deles e discutindo as dificuldades que poderiam apresentar para as crianças. As professoras da escola pública, principalmente, mostraram-se surpresas com a diversidade de problemas e reconheceram a dificuldade que pode representar para as crianças compreender que um mesmo cálculo pode ser a solução para problemas diferentes (Ver Apêndice J).

As professoras ainda responderam a um questionário com o objetivo de verificarmos os conhecimentos prévios delas sobre o ensino e a aprendizagem dos problemas aditivos (Ver Apêndice D). As respostas delas a esse questionário encontram-se no próximo capítulo.

Oficina 2 - Em 29 de março de 2008 aconteceu a segunda oficina, na qual trabalhamos aspectos relativos à aprendizagem dos problemas aditivos. Para isso, assistimos a um vídeo em que aparecia uma menina de 8 anos resolvendo um problema aditivo de combinação em que uma das partes é desconhecida e outro problema de transformação aditiva com início desconhecido[44]. Após, passamos a analisar as duas situações-problema em relação a sua estrutura semântica e às dificuldades que a menina apresentou ao tentar resolvê-las. No vídeo, a menina evidenciava o seu processo cognitivo através da fala e de ações. Dessa forma, foi possível pontuar com as professoras os principais aspectos sobre a construção relativa ao campo conceitual aditivo[45] já apresentados no Capítulo 2.

Depois dessa atividade, fizemos o "Jogo do Ratinho" (LARA, 2005, p. 106) com o objetivo de problematizar a atividade de forma a envolver diferentes problemas aditivos. O jogo consistia em tentar colocar cinco bolinhas de gude em copinhos de plástico cortados e numerados de 0 a 9. Em cada rodada eram somados os números dos copos em que as bolinhas entraram. Somente poderia entrar uma bolinha em cada copinho. Ganhava o jogo aquele que somasse o maior número de pontos após um determinado número de rodadas. Na medida em que jogávamos, preenchíamos uma tabela com os pontos realizados e fazíamos questionamentos que envolviam diferentes categorias de problemas aditivos, como: *Qual é o*

[44] O vídeo foi realizado durante a coleta de dados da nossa pesquisa de mestrado (JUSTO, 2004).
[45] Ver no Apêndice J a apresentação usada na Oficina 2.

máximo de pontos que podem ser feitos em cada rodada? (Combinação); Quem fez a rodada com o maior número de pontos? Quantos pontos as outras jogadoras teriam que fazer para ficar com o mesmo número de pontos que ela? (Igualação); Qual foi a diferença de pontos entre a vencedora e a perdedora? (Comparação). Com essa atividade pretendemos mostrar as possibilidades de problematizar um jogo, ou seja, formular perguntas para situações com clareza nos objetivos a serem alcançados. Nesse sentido, a problematização inclui a metacognição, pois faz pensar sobre o que se fez ou se pensou. (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2007).

A segunda parte da manhã foi dedicada à seleção de problemas aditivos pertencentes às categorias semânticas de transformação, combinação, comparação e igualação. As professoras consultaram livros didáticos de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de onde retiravam um problema dos vinte tipos existentes. Se algum tipo não fosse encontrado, elas deveriam modificar ou criar um problema que atendesse às características desse. Durante essa seleção, as professoras puderam verificar quais são os problemas mais frequentes e aqueles que quase não são trabalhados nos livros didáticos, chegando à conclusão de que a frequência dos problemas considerados mais difíceis é praticamente nula. O que vai ao encontro do estudo de Orrantia, González e Vicente (2005), que evidenciaram que os problemas de transformação mais simples, ou seja, os de acréscimo e os de decréscimo com o resultado desconhecido, assim como os problemas de combinação, são os mais frequentes nos livros usados nas escolas pelos alunos ou no planejamento dos professores. Essa atividade não ficou concluída e as professoras decidiram concluí-la até o próximo encontro. A seleção dos problemas foi compilada em um único documento que pôde ser usado como um banco de problemas aditivos na preparação de suas aulas (Apêndice E).

Oficina 3 – A terceira oficina foi realizada em 5 de abril de 2008. Nesse dia trabalhamos aspectos metodológicos da resolução de problemas aditivos[46]. Essa oficina esteve apoiada nos trabalhos de vários pesquisadores sobre a resolução de problemas matemáticos, em especial, os aditivos. Destacamos as pesquisas de Desoete, Roeyers, e Huylebroeck (2006), de Miranda *et al.* (2005), de Nunes *et al.* (2005) e de Orrantia (2003, 2006) que orientaram a organização dessa terceira oficina e foram apresentadas nas seções 2.2 e 2.3 da tese em que tratamos dos processos envolvidos na resolução de problemas aditivos.

Assim, o estudo sobre a resolução de problemas aditivos enfatizou as habilidades cognitivas e metacognitivas, a estrutura de pensamentos envolvidos em um problema, as

---
[46] No Apêndice J, encontra-se uma cópia da apresentação usada na Oficina 3.

estratégias de contagem mais usadas pelas crianças, diferentes formas de representação gráfica de resoluções em função do tipo de problema aditivo, formas de apresentação dos problemas e de recursos para apoio à resolução.

Com intuito de refletir sobre o método, aproveitando para mostrar que podemos estabelecer relações entre o trabalho matemático e as outras áreas de conhecimento, jogamos um jogo de trilha criado e confeccionado pela auxiliar de pesquisa, que envolveu a temática "animais." Dessa forma, também enfatizamos que o professor pode e deve construir relações entre a matemática e outros componentes curriculares, assim como os recursos pedagógicos usados nas aulas de matemática podem ser criados a partir de materiais simples e de fácil acesso.

O jogo da trilha possibilitou que, ao problematizarmos algumas situações ocorridas durante o jogo, as professoras percebessem como a trilha pode servir de suporte para a adição e a subtração. Por exemplo, em determinada rodada do jogo, a professora FE4 (também FE1) estava na posição 9 da trilha. Tirou 6 no dado e avançou até a posição 15. Nesta posição havia um dizer: "Não jogue lixo no chão. Por favor, junte-o e volte 3 casas." Assim, ela foi parar na posição 12. Então, discutimos sobre os cálculos que estariam representados nessas jogadas (9+6=15, 15-3=12) e questionamos: "quantas posições a FE4 avançou nessa rodada? Poderíamos pensar em outra forma de representar o quanto ela avançou?" Ao final do jogo vimos que os jogos de trilha podem servir como ponto de partida para o uso da reta numérica como recurso representacional para problemas aditivos, conforme sugerem Nunes *et al.* (2005), para que possam explicitar seu raciocínio.

Oficina 4 – A última oficina aconteceu em 12 de abril de 2008. O trabalho nesse dia concentrou-se na organização do programa de ensino. Iniciamos assistindo a um vídeo sobre a resolução de problemas[47] a partir do qual foi solicitado que as professoras discutissem os aspectos que consideraram relevantes sobre o método da resolução de problemas explorados no vídeo. As discussões giraram em torno de como o professor pode promover a aprendizagem da resolução de problemas em sala de aula. Os aspectos mais discutidos pelo grupo a partir do vídeo podem ser resumidos pela promoção de diferentes experiências, de problemas interessantes aos alunos, do diálogo deles durante a resolução, do incentivo e valorização de diferentes formas de raciocínio.

[47] Esse vídeo é uma produção do Ministério da Educação (MEC), da TVE e Fundação Roquette Pinto para o Programa TV Escola, Série: Conversa de Professor. Disponível em: http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=50503

Os princípios que deveriam constituir o programa de ensino foram trabalhados e discutidos com as professoras[48]. Dentre eles, destacaram-se aqueles propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), por Smole e Diniz (2001), por Nunes *et al.* (2005) para a resolução de problemas, já apresentados no segundo capítulo da tese. A ênfase dada na reflexão com as professoras recaiu sobre a importância de um ensino que desenvolvesse as habilidades cognitivas e metacognitivas correspondentes à leitura do problema, à sua compreensão, à análise da situação, ao planejamento de uma solução, à avaliação de resultados, através da discussão em classe de diferentes procedimentos de solução encontrados pelas crianças, promovendo a ampliação dos conhecimentos, a partir da interação entre os alunos e a professora.

A questão dos recursos representacionais trabalhados na oficina anterior foi retomada para destacar a sua importância, tais como: o uso da reta numérica como sugerem Nunes *et al.* (2005); as ajudas propostas por Orrantia (2003), como a "reescrita", a "representação linguística", a "representação figurativa" e o "raciocínio"; as representações gráficas de Orrantia (2003, 2006) e a criada por nós para os problemas de igualação.

Outro aspecto abordado na oficina foi a ordem de apresentação dos problemas que deveria seguir dos mais fáceis aos mais difíceis, conforme os resultados do pré-teste, primeiro dentro da mesma categoria e depois de outra, como sugerido na pesquisa de Orrantia (2003). As professoras já puderam ter uma primeira ideia dos problemas em que seus alunos tiveram mais dificuldades e aqueles que foram os mais fáceis, pois, nessa oficina, também lhes foi apresentado um gráfico com os resultados de suas turmas no pré-teste. Esse gráfico ficou com elas para que pudessem consultá-lo sempre que necessário em seus planejamentos, "para que se possa, a partir daí, trabalhar, gradativamente, com novas classes de problemas que requeiram raciocínios mais sofisticados desses alunos e assim expandir o campo conceitual envolvido." (MAGINA; CAMPOS, 2004, p. 59).

Finalizando essa última oficina, ressaltou-se que o programa de ensino seria planejado e organizado com cada uma delas, respeitando-se as especificidades das turmas e de suas professoras, assim como os fundamentos da prática reflexiva. (ALARCÃO, 1996; SCHÖN, 1992; ZEICHNER, 1993). O professor reflexivo toma a sua atividade e a sua função de professor como objeto de reflexão, ou seja, entende que a reflexão faz parte da prática cotidiana do professor, sendo esta também a forma como ele procurará ensinar a seus alunos – a refletirem sobre o que fazem e para que e por que o fazem. (ALARCÃO, 1996).

---

[48] A apresentação da Oficina 4 encontra-se no Apêndice J.

As professoras, então, manifestaram a sua ansiedade e preocupação quanto ao início do programa. Solicitaram muito apoio e auxílio para o planejamento de suas atividades. Combinou-se com elas o próximo passo da pesquisa, que seria acompanhá-las no planejamento e na implementação do programa de ensino com as suas turmas de alunos. Para isso, foram agendados encontros em suas escolas em horários em que elas tivessem disponibilidade. Dessa forma, percebemos que elas ficaram um pouco mais tranquilas.

4.2.2.1.2 Observações de aula e encontros para planejamentos

Durante a implementação do programa foram realizadas observações de aula para acompanhar os aspectos didático-metodológicos com seus respectivos registros (Apêndice F) que foram fonte de reflexão com as professoras nos planejamentos e, assim, puderam aprimorar o programa de ensino que vinha sendo implementado por elas. Filmagens foram realizadas apenas na escola pública. A filmagem não foi autorizada pelo diretor da escola privada por alegar que poderia haver indisposição com alguns pais. Para que as crianças acostumassem com a presença de um observador e também com a câmera, fizemos uma primeira observação-piloto com filmagem. As observações de aula e as discussões ocorridas nos encontros de planejamento contribuíram para a realização da análise qualitativa do presente estudo. Portanto, alguns desses momentos estão detalhados no próximo capítulo, quando se procede a descrição e a análise dos dados quantitativos e qualitativos.

4.2.2.2 Programa de Ensino

A duração do programa de ensino havia sido prevista para, pelo menos, dois meses, a fim de que pudesse ser implementado com qualidade e quantidade de tempo suficientes, pois o programa deveria abordar a *variedade* das situações-problema, assim como uma certa *quantidade* de problemas matemáticos para que as aprendizagens fossem realmente assimiladas e duradouras. Dessa forma, era fundamental que o programa garantisse às crianças o *tempo* necessário de interação, para que possibilitasse uma ampliação de seu conhecimento no campo conceitual aditivo. Estes três aspectos, *variedade*, *quantidade* e *tempo*, devem ser levados em consideração para um ensino adequado e uma aprendizagem significativa. (JUSTO, 2004).

Alguns percalços determinaram que o prazo de implementação do programa precisasse ser estendido. Na escola privada, algumas atividades programadas no calendário escolar, como o aniversário da Escola em maio, a Festa Junina e a homenagem aos pais, provocaram o atraso das professoras quanto à implementação do programa. Já na escola pública, além das atividades escolares já agendadas em seu calendário, também houve problemas com a professora FE1 (também FE4) que não se sentia segura o suficiente para realizar as atividades e necessitou de mais tempo para iniciá-lo e, além disso, ela passou a apresentar um quadro depressivo, o que provocou a sua licença na turma do 2º ano, permanecendo somente com a 4ª série. Assim, a turma do 2º ano ficou sem professora regente por duas semanas e, somente depois disso, retomamos as atividades do programa de ensino com essa turma[49].

Nos encontros com as professoras procuramos sempre trazer à tona os princípios para a resolução de problemas, destacados no segundo capítulo da tese, e, da mesma forma, ressaltar que o campo conceitual aditivo é formado por várias e variadas situações-problema, pelas relações numéricas e propriedades das operações (invariantes) e pelas representações simbólicas (VERGNAUD, 1990).

Os primeiros encontros para planejar o programa de ensino ocorreram, inicialmente, em grupos por escola. O primeiro grupo com o qual nos encontramos foi o da escola privada em 15/04/08. Nesse encontro estavam presentes as professoras SE2, SE3 e SE4, a auxiliar da pesquisa e esta pesquisadora. Durante uma hora, discutimos os principais erros apresentados pelas crianças nos pré-testes e planejamos um jogo para iniciar o programa. Elas escolheram o Jogo do Ratinho[50] que aprenderam em uma de nossas oficinas. Pensamos em conjunto alguns questionamentos que elas poderiam fazer aos alunos enquanto jogassem, assim como atividades de sistematização e formas de representação de soluções às situações-problema propostas.

Na semana seguinte, realizamos um segundo encontro com as professoras da escola privada, no dia 22/04/08, e tivemos o primeiro encontro com as professoras da escola pública no dia 23/04/08. Nesses dois encontros levamos uma sugestão de questionamentos que as professoras pudessem fazer durante e após o Jogo do Ratinho, um modelo de atividade de sistematização e um modelo de tabela para registro do jogo (Apêndice G). Na escola pública esse encontro teve a duração de duas horas e pudemos trabalhar os mesmos aspectos já desenvolvidos com as professoras da escola privada. Nesses encontros, nos dois grupos de professoras, foi possível perceber um clima de ansiedade e expectativa para o início do programa de ensino, sendo que especialmente duas professoras da escola pública, FE1 (também FE4) e FE2, demonstraram-se apreensivas e inseguras. Assim sentimos que os

[49] O relato detalhado dessa situação está posto no próximo capítulo, na seção referente ao 2º ano experimental da escola pública.

[50] Em função da proximidade com a Páscoa, as professoras resolveram fazer uma adaptação, chamando de Jogo do Coelhinho. Elas solicitaram ao setor de manutenção da Escola que fizesse cinco jogos de madeira de modo que fosse de um material mais resistente e, portanto, eles pudessem ser usados por mais turmas e mais vezes ao ano.

rumos dali para frente deveriam seguir conforme as características dos grupos e de cada professora em particular.

Na escola privada as professoras manifestaram o desejo de que os próximos encontros fossem de planejamentos e orientações individuais. Marcamos planejamentos que foram realizados durante um período de aula em que as crianças estavam com professores especialistas.

Para a primeira semana de junho havíamos marcado planejamentos e observações que, no entanto, foram desmarcados por elas em função de compromissos e tarefas com a avaliação dos alunos na escola. Da mesma forma houve outros encontros e observações marcados e desmarcados por motivos de eventos e compromissos das escolas em outras épocas até o final dessa etapa do trabalho.

As professoras da escola pública tiveram um segundo encontro, realizado com o grupo em conjunto, que aconteceu em 07/05/08, no qual discutimos sobre as suas dúvidas e inseguranças. Elas trouxeram questões relativas às dificuldades que percebiam em seus alunos, como erros em cálculos, leitura de numerais e tabuada. Elas ficaram de iniciar o trabalho na semana seguinte, quando combinamos algumas datas com filmagem e observação de suas aulas para que as crianças se acostumassem e, assim, minimizássemos as influências de nossa presença com a filmadora sobre o comportamento delas e da própria professora antes de realmente começar o programa de ensino.

Após terem iniciado as suas aulas de resolução de problemas aditivos, combinamos algumas datas em que nós observaríamos as aulas e, depois de cada aula observada, discutiríamos aspectos relevantes para o aprimoramento do ensino e da aprendizagem desse campo conceitual, planejaríamos novas situações de aprendizagem, assim sucedendo-se até a aplicação do primeiro pós-teste. Um questionário sobre o método de resolução de problemas empregado pelas professoras foi entregue para que elas o preenchessem durante a aplicação do primeiro pós-teste. (Apêndices H e I).

As intervenções planejadas para o estudo serviriam de fonte de informações para encontrarmos algumas respostas ao problema de pesquisa. Os caminhos que trilhamos para interpretar os resultados e chegarmos a algumas conclusões seguem descritos na próxima seção.

4.3 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Os dados quantitativos encontrados através da aplicação dos testes para verificar o desempenho dos alunos de 1ª a 4ª série na resolução dos diferentes tipos de problemas aditivos, antes e depois do programa de ensino, foram analisados estatisticamente com o *software SPSS* (*Statistical Package for the Social Science*) versão 10.0, pois os testes estatísticos constatam a presença de relações estatisticamente significativas ou não, apreciando a sua intensidade. No entanto, o valor desses testes só obtém alcance ao passar por uma interpretação do pesquisador que

> Deve ir além da leitura apressada, para integrá-los [os resultados] em um universo mais amplo em que poderão ter um sentido. Esse universo é o dos fundamentos teóricos da pesquisa e o dos conhecimentos já acumulados em torno das questões [...]. Trata-se da bagagem que levou o pesquisador à sua hipótese e que vai agora ajudá-lo a dar uma significação ao que a pesquisa trouxe, a captar os mecanismos das relações percebidas e a compreender o como e o porquê de sua presença. (LAVILLE e DIONNE, 1999, p.213).

A interpretação foi possível a partir da discussão dos resultados, analisando-os em confronto com outros dados obtidos através das ações e intervenções realizadas por esta pesquisadora. Dessas, destacamos o planejamento e execução de atividades de formação continuada junto aos professores das turmas experimentais; a implementação de um programa de ensino; a observação do método usado pelas professoras nas aulas de Matemática; a análise do registro (caderno de alunos) das atividades desenvolvidas; e a identificação e planejamento de ajustes metodológicos no programa de ensino durante sua execução.

Portanto, a análise e a interpretação dos dados adotou um caminho tanto quantitativo como qualitativo, pois entendemos que os resultados encontrados somente têm sua significação ao serem discutidos e pensados por essas duas vias. Conforme Laville e Dionne (1999), as perspectivas quantitativas e qualitativas “podem até parecer complementares, cada uma ajudando à sua maneira o pesquisador a cumprir sua tarefa, que é a de extrair as significações essenciais da mensagem.” (p. 225). A eficácia do programa de ensino e do programa de formação continuada para o melhor desempenho dos alunos somente pode ser avaliada após a exaustiva reflexão e interpretação das diversas unidades que buscaram dar sentido aos resultados encontrados. A figura a seguir ilustra os caminhos e relações que estabelecemos para analisar e interpretar os resultados da pesquisa:

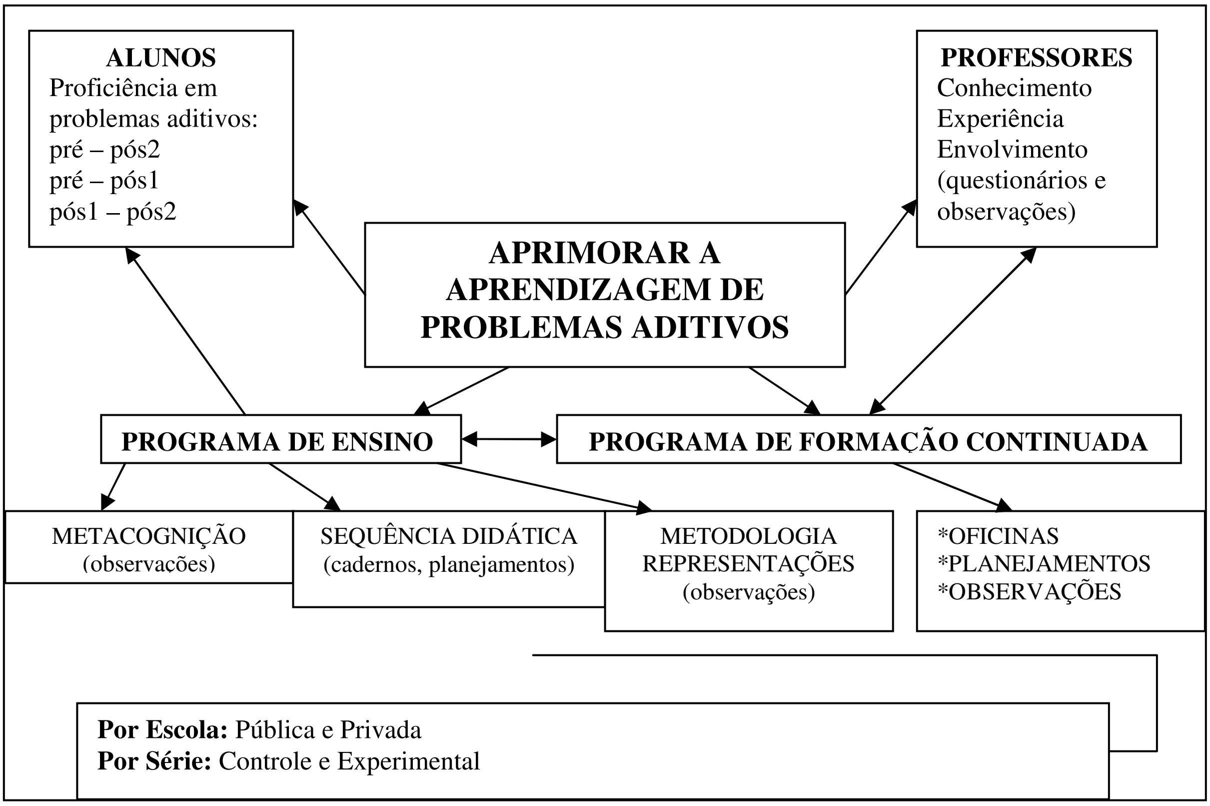


Figura 7 - Quadro de relações para análise entre os sujeitos, as fases, as intervenções, os resultados e as informações.

A análise dos resultados por categoria de problemas matemáticos aditivos não foi por nós enfatizada, pois o foco de nosso estudo está em encontrar a influência do programa de formação continuada e do programa de ensino para a melhoria da aprendizagem desse campo conceitual.

É importante realçar que não realizamos a análise comparativa entre as escolas, mesmo a escola pública sendo considerada uma das melhores da rede municipal, pois as escolas privadas costumam atender alunos com nível socioeconômico muito mais elevado que as escolas públicas e as pesquisas na área da eficácia escolar mostram que elas produzem resultados escolares muito distintos, conforme já apontamos no início desse capítulo.

Outro aspecto importante a ressaltar é que existem vários fatores extraescolares, como o *background* familiar e as características individuais dos alunos (RUTTER *et al.*, 2008a,b,c) que causam efeitos sobre o rendimento escolar. Entretanto, nesta pesquisa tratamos de estudar os fatores intraescolares, principalmente aqueles enfatizados pelo programa de formação continuada e pelo programa de ensino, que influenciam no desempenho cognitivo dos alunos, especificamente na resolução de problemas aditivos.

O desempenho foi analisado por turma e escola, lembrando que os sujeitos da pesquisa foram o coletivo de cada uma das turmas, assim como seus professores regentes, com características de complexidade que cada sujeito agrega, composta pela diversidade dos sujeitos, pelas conexões ou relações com diferentes graus de importância e pela sua integralidade ou totalidade como um sistema. O que queremos ver são as características que levam a uma aprendizagem eficaz dos problemas aditivos em situações escolares comuns. No entanto, lembramos que "escolas e salas de aula são sistemas complexos, não-lineares e adaptativos, assim o seu comportamento deixa de ser estatisticamente direto", conforme refere Hamilton (2008, p. 385). Portanto, a interpretação qualitativa do pesquisador é fundamental.

Não queremos correr o risco de tornar nossas descobertas "simplistas e estéreis", pois entendemos que "organização eficiente, adequação de propósito, flexibilidade da abordagem e desafio intelectual são da maior importância." (SAMMONS, 2008, p. 379). Não temos a intenção de adotar uma conduta prescritiva, portanto o que encontramos não pode ser visto como uma receita simplista para a eficácia. Sabemos que a nossa interpretação do ocorrido é uma de várias possíveis.

Os resultados são descritos, analisados, discutidos e interpretados no próximo capítulo.

5 APRENDIZAGEM DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ADITIVOS: Uma Análise sobre a Docência

Neste capítulo discutimos a resolução de problemas matemáticos aditivos a partir da análise e interpretação dos resultados alcançados em relação ao programa de ensino e de formação. Os resultados no pré-teste e nos pós-testes 1 e 2 são apresentados, lançando-se o olhar sobre cada uma das escolas, pública e privada, inicialmente focando-os de uma forma mais ampla e, logo após, sobre cada série e grupo, considerando-se o desempenho alcançado em cada uma das etapas dos testes.

Por meio do programa *SPSS for Windows* (versão 10.0) foram realizadas análises estatísticas dos dados obtidos nos pré-teste e pós-testes, análise comparativa do desempenho dos estudantes, antes e depois do grupo experimental ser submetido ao programa de ensino. A diferença entre o desempenho das turmas nos pré-teste e pós-testes permite definir a eficácia ou não da aprendizagem de acordo com o acréscimo ou decréscimo no desempenho das turmas acima ou abaixo dos níveis alcançados no pré-teste. (BROOKE; SOARES, 2008).

A análise do desempenho de cada uma das turmas e a discussão dos resultados considera, em relação ao professor, o conhecimento prévio e posterior aos programas de formação e de ensino, o método adotado por ele em suas aulas e a sequenciação didática dos problemas propostos aos alunos, partindo da análise e interpretação das informações obtidas através dos questionários, observações e planejamentos.

5.1 RESULTADOS DA ESCOLA PÚBLICA – ESCOLA F

Os estudantes da escola pública mostraram uma melhora de desempenho na resolução de problemas aditivos, de uma forma geral, tanto as turmas controle quanto as turmas experimentais. Levando em consideração os acertos dos alunos na resolução dos problemas, verificamos a média percentual de acertos em cada um dos períodos de aplicação dos testes e analisamos se houve diferença estatisticamente significativa ao comparar-se os resultados entre os períodos Pré e Pós1, Pré e Pós2, e Pós1 e Pós2.

O gráfico 1 mostra o desempenho dos grupos controle e experimental em cada um dos períodos, verificando-se um aumento gradual no grupo controle e um aumento mais acentuado no grupo experimental no período Pós1.

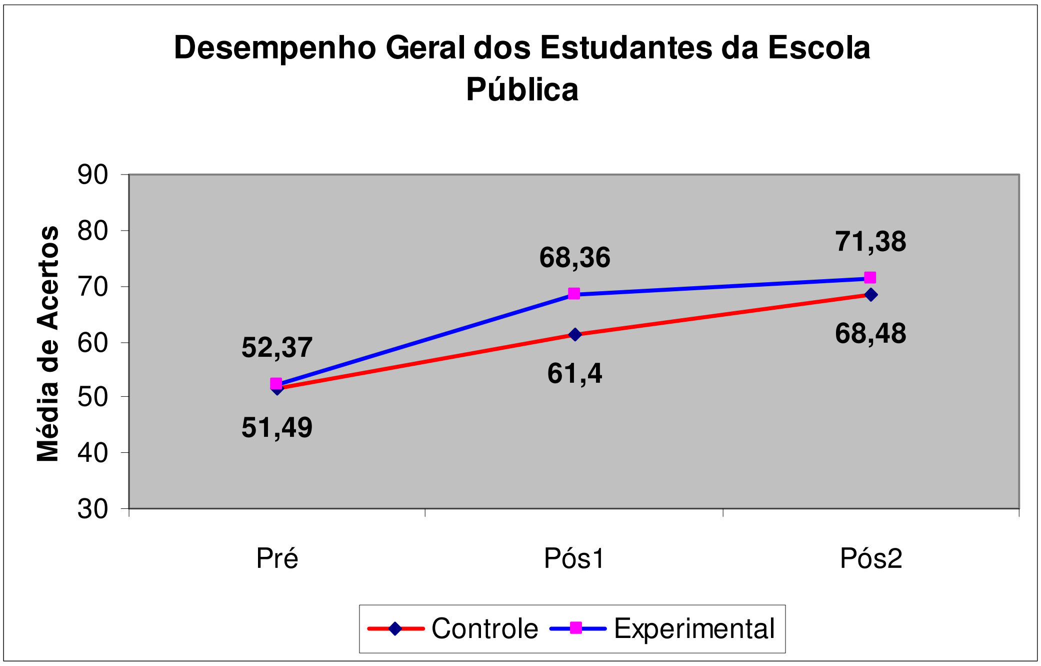


Gráfico 1 - Desempenho Geral dos Estudantes da Escola F

A tabela 2 apresenta a comparação do percentual de acertos entre os períodos de aplicação dos testes nos grupos controle e experimental da Escola F, sendo o total de problemas avaliados (n = 80), o número de problemas de cada teste (20) multiplicado pelo número de turmas (4) de cada grupo que realizou os testes.

Tabela 2 - Comparação do percentual de acertos dos grupos controle e experimental entre os períodos Pré, Pós1 e Pós2: Escola F

Comparação	*N*	*Média de Acertos*	*Desvio-padrão*	*P*
Controle				
Acertos Pré	80	51,49	22,98	0,000
Acertos Pós1	80	61,40	23,88	
Acertos Pré	80	51,49	22,98	0,000
Acertos Pós2	80	68,48	19,28	
Acertos Pós1	80	61,40	23,88	0,000
Acertos Pós2	80	68,48	19,28	
Experimental				
Acertos Pré	80	52,37	22,42	0,000
Acertos Pós1	80	68,36	19,96	
Acertos Pré	80	52,37	22,42	0,000
Acertos Pós2	80	71,38	20,69	
Acertos Pós1	80	68,36	19,96	0,152
Acertos Pós2	80	71,38	20,69	

Comparando-se os resultados[51] apresentados entre os períodos, verificamos que existe diferença significativa entre eles, com exceção do grupo experimental na comparação Pós1 e Pós2. Observa-se para as outras comparações um aumento significativo no percentual de

[51] Resultados do teste t-student para amostras pareadas (mesmos sujeitos).

acertos em cada período. Os resultados, que foram apresentados em uma visão abrangente, sugerem que existe melhora no desempenho dos estudantes independentemente das intervenções realizadas pela pesquisa. Os resultados do grupo controle estão em consonância com os encontrados por Mendonça *et al.* (2007), que encontraram uma tendência linear crescente da taxa de acertos, ao longo das séries, em problemas aditivos, quando investigaram o desempenho de estudantes das séries iniciais nos estados de São Paulo e Bahia, sendo que esses alunos não receberam nenhuma instrução especial para a aprendizagem do campo aditivo além da que normalmente a escola adota. Já o grupo experimental mostrou um pequeno pico em seu desempenho no Pós1.

Ao realizar uma comparação do desempenho entre os grupos controle e experimental, através do teste não-paramétrico Mann-Whitney, verificamos que não existe diferença significativa entre os grupos.

Tabela 3 - Comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental: Escola F

Grupo	*N*	*Média*	*Desvio-padrão*	*P*
Acertos Pré				
Controle	80	51,49	22,98	0,719
Experimental	80	52,37	22,42	
Acertos Pós1				
Controle	80	61,40	23,88	0,077
Experimental	80	68,36	19,96	
Acertos Pós2				
Controle	80	68,48	19,28	0,179
Experimental	80	71,38	20,69	

No entanto, o grupo experimental apresentou um desempenho superior ao do grupo controle, principalmente no Pós1, o que sugere que o programa de ensino qualificou a aprendizagem dos estudantes.

Uma visão mais detalhada se faz necessária para buscar um entendimento mais apurado do que pode qualificar a aprendizagem dos estudantes em relação aos problemas aditivos. Passamos a buscar esse entendimento nas próximas seções, quando então descrevemos e discutimos os resultados encontrados em cada uma das séries.

5.1.1 Segundo Ano – Escola F

A seguir encontra-se a comparação entre o percentual de acertos nos períodos Pré, Pós1 e Pós2 de cada uma das turmas de 2º ano da escola pública. Cada turma respondeu a 20 problemas (*n*) em cada período de testes. O gráfico 2 apresenta a média de acertos das turmas nos diferentes períodos de testes e a tabela 4 traz o desvio-padrão e o grau de significância (*p*) da diferença de desempenho.

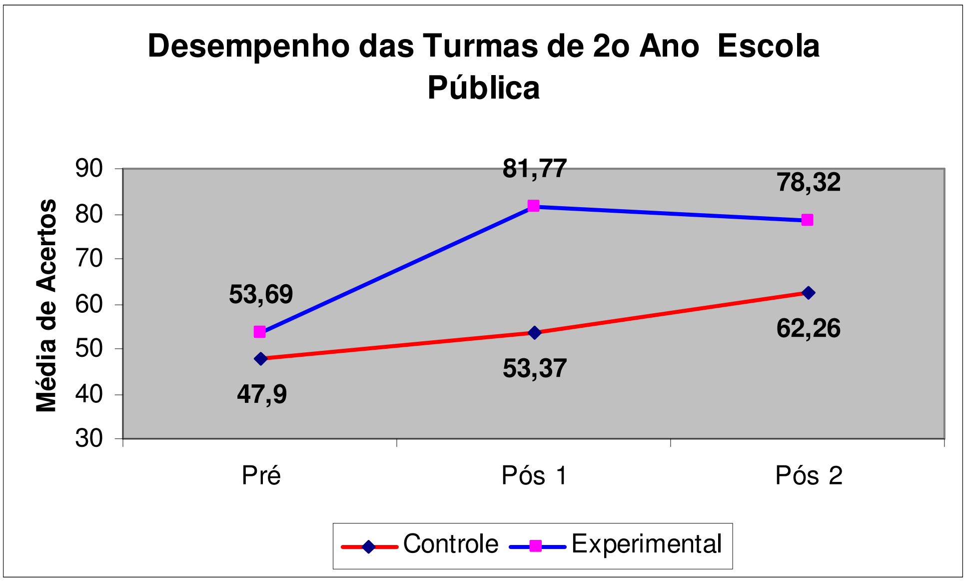


Gráfico 2 - Média de acertos (%) em cada período de teste: 2º Ano - Escola F

Tabela 4 - Comparação da média do percentual de acertos entre os períodos Pré, Pós1 e Pós2: 2º Ano - Escola F

Comparação	*N*	*Média Acertos (%)*	*Desvio-padrão*	*P*
2º Ano Controle				
Acertos Pré	20	47,90	26,04	0,368
Acertos Pós 1	20	53,37	32,76	
Acertos Pré	20	47,90	26,04	0,034
Acertos Pós 2	20	62,26	23,76	
Acertos Pós 1	20	53,37	32,76	0,176
Acertos Pós 2	20	62,26	23,76	
2º Ano Experimental				
Acertos Pré	20	53,69	24,71	0,000
Acertos Pós1	20	81,77	15,69	
Acertos Pré	20	53,69	24,71	0,001
Acertos Pós2	20	78,32	24,49	
Acertos Pós1	20	81,77	15,69	0,498
Acertos Pós2	20	78,32	24,49	

Através dos resultados do teste de comparações t-student para amostras pareadas, verificamos as seguintes situações nos períodos comparados:

- Controle: O Pós2 foi significativamente superior ao Pré. Entre os períodos Pré e Pós1, assim como entre Pós1 e Pós2, as diferenças não foram significativas.

- Experimental: Tanto o Pós1 quanto o Pós2 foram significativamente superiores ao Pré. Entre o Pós2 e o Pós1 não houve diferença significativa.

Comparando-se o desempenho entre as turmas, apesar de ambas terem apresentado avanços em suas aprendizagens, verificamos que a turma experimental obteve um avanço significativamente superior ao da turma controle nos dois períodos de pós-testes. A turma controle apresentou um avanço linear pouco acentuado. A tabela 5 registra os resultados do teste não-paramétrico Mann-Whitney, apontando que existe diferença significativa entre os grupos nos períodos Pós1 e Pós2, e que no pré-teste a diferença entre o desempenho dos dois grupos não foi significativo, apesar da turma controle ter tido um desempenho inferior ao da experimental.

Tabela 5 - Comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental: 2º Ano - Escola F

Grupo	*N*	*Média*	*Desvio-padrão*	*P*
Acertos Pré				
Controle	20	47,90	26,04	0,461
Experimental	20	53,69	24,71	
Acertos Pós1				
Controle	20	53,37	32,76	0,001
Experimental	20	81,77	15,69	
Acertos Pós 2				
Controle	20	62,26	23,76	0,011
Experimental	20	78,32	24,49	

Analisando o desvio-padrão, verificamos que no Pós1, realizado logo após o programa de ensino, a turma experimental teve um desempenho mais homogêneo na resolução dos diversos problemas do que a turma controle, avançando na aprendizagem dos vários problemas propostos. No entanto, no Pós2, percebe-se que alguns problemas apresentaram-se bem mais difíceis que outros, pois houve novamente um aumento no desvio-padrão.

Procurando um melhor entendimento do ocorrido, passamos a detalhar os resultados das turmas de 2º ano, analisando o desempenho alcançado nos vinte problemas aditivos em cada um dos períodos avaliados. Os resultados de cada turma são apresentados em ordem crescente do percentual de acertos. Portanto, iniciamos com os problemas que se apresentaram mais difíceis, concluindo-se com os mais fáceis para os estudantes em cada um dos períodos. Verificamos que em cada momento de aplicação dos testes houve diferenças em relação à ordem dos problemas em função da dificuldade na resolução. Vejamos caso a caso.

5.1.1.1 Resultados da Turma Controle do 2º Ano – Escola F

Essa turma de alunos avançou significativamente de um período letivo a outro, ou seja, do pré-teste (março 2008) até o Pós2 (março 2009), conforme observamos na tabela anterior. No entanto, a diferença no desempenho dos estudantes do 2º ano controle não foi significativa durante o ano letivo, do Pré ao Pós1 (março a setembro de 2008).

A tabela 6 mostra a sequência dos problemas que foram mais difíceis até os mais fáceis em função do desempenho da turma em sua resolução nos diferentes períodos avaliados[52].

Tabela 6 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 2º Ano Controle - Escola F

Ordem	Problema	Pré	Problema	Pós1	Problema	Pós2
1º.	**CP5**	0,00	**T6**	0,00	**I4**	14,29
2º.	**I5**	6,25	**I5**	0,00	**CP6**	14,29
3º.	**T3**	14,29	**CP6**	0,00	**I2**	35,71
4º.	**CP1**	14,29	**I4**	5,88	**CP1**	40,00
5º.	**CP4**	28,57	**CP4**	22,22	**CP3**	42,86
6º.	**I4**	31,25	**CB2**	33,33	**I6**	46,67
7º.	**CB2**	35,71	**T5**	41,18	**T5**	57,14
8º.	**T5**	37,50	**CP1**	44,44	**CP4**	60,00
9º.	**CP6**	40,00	**T3**	50,00	**T6**	60,00
10º.	**T6**	46,67	**I1**	66,67	**T3**	66,67
11º.	**CP3**	56,25	**I6**	66,67	**CB2**	66,67
12º.	**T2**	64,29	**CB1**	72,22	**I5**	71,43
13º.	**I1**	66,67	**CP5**	75,00	**CP5**	71,43
14º.	**I6**	66,67	**CP3**	76,47	**CB1**	80,00
15º.	**I2**	66,67	**CP2**	82,35	**I1**	80,00
16º.	**CP2**	70,59	**T4**	82,35	**I3**	80,00
17º.	**CB1**	71,43	**I3**	83,33	**CP2**	85,71
18º.	**I3**	78,57	**T1**	88,24	**T4**	85,71
19º.	**T4**	80,00	**I2**	88,24	**T2**	86,67
20º.	**T1**	82,35	**T2**	88,89	**T1**	100,00

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

Para melhor visualizarmos a progressão no desempenho dos alunos, sombreamos a tabela com a ordem de dificuldade na resolução dos problemas aditivos. Assim, verificamos que a turma avançou na quantidade de acertos, passando de 10 problemas com menos de 50% de acertos no pré-teste para seis no Pós2.

Percebemos, também, que há uma variabilidade na sequência dos problemas em cada período avaliado, no entanto, considerando-se o percentual de acertos, pudemos perceber que alguns problemas tiveram um ganho maior do que outros no desempenho. Os problemas de transformação que mais apresentaram avanço foram os T2 e T3, sendo T3 um problema não-canônico considerado um dos mais difíceis. No entanto, os outros problemas de transformação tiveram avanços com menos de seis pontos percentuais de diferença, com exceção do T6 (não-canônico) que apresentou uma queda de 46,67% do Pré para o Pós1.

[52] Para a identificação dos tipos de problemas reportar-se aos quadros 2, 3, 4, 5 e 6 na seção 2.1.2.

Um dos problemas em que mais houve avanço foi o de comparação CP5 (em torno de 70%). No entanto, essa foi uma das categorias considerada mais difícil pelas crianças. Nos problemas de igualação, a turma controle apresentou poucos avanços, com exceção do problema I5, que na comparação entre o Pré e o Pós2 teve em torno de 65% de avanço. No problema de combinação CB2, a turma controle apresentou um avanço bastante significativo.

Trazemos algumas informações sobre a professora dessa turma e a respeito de seu método de ensino obtidas através de um questionário preenchido por ela. (Apêndice H).

5.1.1.1.1 A professora FC1

A professora FC1 possui Magistério e o curso de Pedagogia incompleto. Ela tem vinte anos de regência de classe em Educação Infantil e Anos Iniciais e participou de vários cursos de formação continuada com o tema matemática. Conforme suas palavras, ela adora matemática e considera a resolução de problemas um importante tema para programas de formação continuada de professores.

Sobre a sua prática pedagógica, a professora diz planejar uma vez por semana atividades de resolução de problemas matemáticos para os seus alunos, sendo que a cada aula propõe a resolução de no máximo cinco problemas. Tem como prática usual apresentá-los em folha xerocada ou mimeografada sem a necessidade de cópia dos problemas pelos alunos. Os problemas contêm situações do cotidiano dos alunos e propõe que a resolução seja individual e, por vezes, a correção é coletiva no quadro. Também costuma corrigir o material de cada aluno individualmente. Propõe a leitura coletiva do problema por um aluno ou pelo professor antes da resolução, a discussão da solução correta, assim como de diferentes soluções (corretas ou incorretas); usa palavras-chave associadas às operações (Ex: ganhar- adição; perdeu- subtração...), estimula que as crianças desenhem ou usem material concreto para representar o problema. Tem como prática eventual que as crianças copiem o problema do quadro ou de outro local (livro, folha...). Propõe que resolvam em grupo (duplas ou mais), leiam silenciosa e individualmente o problema. Apresenta problemas com diferentes tipos de solução (operação) no mesmo dia. Não faz parte de sua prática propor todos os problemas de mesmo tipo de solução no mesmo dia.

A professora acredita que a maior dificuldade que as crianças encontram na resolução de problemas é montar o cálculo da situação. Muitas vezes elas sabem a resposta, porém não sabem montar a frase matemática. Ela diz que sua maior dificuldade para ensinar a resolução de problemas apresenta-se quando percebe a falta de estímulo nas crianças. Através de suas colocações, podemos inferir que a professora FC1 tem conhecimento das tendências didáticas atuais para o ensino da resolução de problemas. No entanto, o resultado da sua turma nos pós-testes sugere que ela não possui um maior conhecimento sobre a variedade dos problemas do campo aditivo.

5.1.1.2 Resultados da Turma Experimental do 2º Ano – Escola F

Essa turma de estudantes apresentou um avanço em seu desempenho de forma muito significativa. No pré-teste, eles tiveram desempenho inferior a 50% em 7 problemas, no Pós1, em apenas um problema e, no Pós2, em dois problemas. Com desempenho acima de 70%, no pré-teste foram 8 problemas e no Pós1 e 2, 16 problemas. Vejamos a tabela 7:

Tabela 7 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 2º Ano Experimental - Escola F

Ordem	Problema	Pré	Problema	Pós1	Problema	Pós2
1º.	**CP5**	0,00	**I6**	45,00	**CP6**	7,69
2º.	**CP2**	22,22	**CP2**	50,00	**I4**	23,08
3º.	**CP3**	22,22	**CP1**	60,00	**CP3**	61,54
4º.	**I4**	22,22	**CP3**	62,50	**CP1**	64,29
5º.	**CP6**	31,25	**I1**	76,47	**CP4**	71,43
6º.	**CP4**	33,33	**T2**	76,47	**T6**	71,43
7º.	**T5**	47,06	**CB1**	77,78	**CP2**	76,92
8º.	**CP1**	50,00	**I3**	85,00	**I1**	78,57
9º.	**I6**	50,00	**CP4**	88,24	**I2**	84,62
10º.	**CB1**	55,56	**CP6**	88,24	**T3**	85,71
11º.	**T4**	55,56	**I2**	88,24	**I3**	85,71
12º.	**T2**	66,67	**T3**	88,24	**T4**	92,31
13º.	**I2**	70,59	**T6**	88,24	**T5**	92,31
14º.	**I5**	72,22	**CB2**	90,00	**T1**	92,31
15º.	**T3**	75,00	**I4**	92,86	**I6**	92,86
16º.	**CB2**	77,78	**T1**	94,12	**CB2**	92,86
17º.	**I1**	77,78	**T5**	94,12	**T2**	92,86
18º.	**T1**	77,78	**CP5**	95,00	**I5**	100,00
19º.	**I3**	83,33	**I5**	95,00	**CP5**	100,00
20º.	**T6**	83,33	**T4**	100,00	**CB1**	100,00

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

Pelos dados da tabela, podemos verificar que houve avanço considerável em praticamente todos os problemas aditivos. Nota-se que nos três períodos avaliados a categoria de problemas que concentrou-se nos dez primeiros lugares, ou seja, na metade inferior da tabela, foi a de comparação. Os seis tipos de problemas de comparação, no pré-teste ficaram entre a 1ª e 8ª posição, sendo que apenas o problema CP5, que havia sido o mais difícil no primeiro teste, passou a ser resolvido pela quase totalidade da turma no Pós1 e pela totalidade no Pós2. Ou seja, podemos afirmar que os problemas de comparação permaneceram como sendo os mais difíceis para essa turma, mesmo que apresentando um avanço significativo na aprendizagem dessa categoria. Entretanto, o resultado sugere que esses problemas foram bastante trabalhados, como podemos ver adiante na descrição do trabalho realizado com a turma. Com exceção do problema T6, os outros problemas de transformação tiveram um avanço importante. No entanto, o desempenho em todos problemas dessa categoria foi acima dos 70% no Pós2. Nos problemas de igualação a turma também apresentou avanços mesmo que não tão significativos quanto os de comparação ou transformação. O problema de combinação CB1 apresentou avanço importante nos Pós1 e 2. Já no CB2, a turma apresentava um bom desempenho desde o pré-teste.

O trabalho pedagógico desenvolvido com essa turma foi bastante peculiar, pois alguns fatos interferiram de forma significativa no trabalho com esse grupo de estudantes. A professora FE1 (também FE4) trabalhou com essa turma apenas durante o primeiro semestre letivo, pois apresentou um quadro depressivo e solicitou uma licença na turma do 2º ano, permanecendo somente com a 4ª série. Assim, a turma do 2º ano ficou sem professora regente por duas semanas e, somente depois disso, retomamos as atividades do programa de ensino com essa turma.

5.1.1.2.1 A professora FE1 e sua atuação

Essa professora possui formação em Magistério em nível médio e o curso de Pedagogia incompleto. Ela tem vinte e nove anos de regência de classe em Anos Iniciais. Já participou de cursos de formação continuada com o tema matemática e tem interesse nessa área, considerando a resolução de problemas como um importante tema para programas de formação continuada de professores, assim como cálculos de adição e subtração, cálculos de multiplicação e divisão, frações e geometria. Ela foi uma das primeiras professoras da Escola F a manifestar o desejo em participar da pesquisa.

A professora FE1, ao iniciarmos as oficinas de formação, demonstrava não ter conhecimento prévio sobre os diferentes tipos de problemas aditivos. Como exemplo, trazemos a sua concepção sobre um problema de transformação aditiva com início desconhecido: *Cristina tinha uma quantia em dinheiro. Ganhou mais 15 reais de seu avô e ficou com 32 reais. Quantos reais Cristina tinha?* Para essa questão (ver Apêndice D) FE1 (e FE4) respondeu que considerava o problema mal formulado e com dados imprecisos, justificando que o problema não diz a quantia que Cristina tinha inicialmente, que era confuso em sua redação e, portanto, a criança precisaria organizar o problema mentalmente. Ela ainda respondeu que o conteúdo do problema estava dentro da realidade da criança, no entanto, era difícil de resolver devido a sua formulação confusa.

Ao solicitar que formulasse um problema para cada uma das operações: 24+57= e 83-37=, FE1 elaborou um problema de combinação com o todo desconhecido e outro de comparação solicitando o cálculo da diferença. Esses dois tipos de problemas são comuns em livros didáticos (BRANDÃO; SELVA, 1999; ORRANTIA; GONZÁLEZ; VICENTE, 2005).

Os dois exemplos apresentados de sua concepção prévia sugerem que a professora não possuía um conhecimento mais aprofundado do campo conceitual aditivo, especialmente das diversas situações que o compõem. Além disso, também deixou transparecer, em suas falas, questionamentos e contribuições, um certo desconhecimento sobre um método mais apropriado de resolução de problemas matemáticos e como se dá a aprendizagem da criança nesse campo.

Durante o primeiro semestre, a professora FE1 não se sentia segura o suficiente para realizar as atividades e necessitou de mais tempo para iniciá-las. Em nosso primeiro planejamento na Escola F, realizado em final do mês de abril de 2008, no qual estiveram presentes o grupo de professoras das turmas experimentais e essa pesquisadora, a professora FE1 manifestou abertamente a sua insegurança e solicitou que assistíssemos a algumas aulas antes que ela iniciasse os trabalhos. Realizamos as observações e a cada uma delas a incentivávamos para iniciar. No entanto, em um novo encontro de planejamento na segunda quinzena de maio, FE1 ainda não havia começado o programa de ensino, assim como também não o fez a professora FE2. A primeira aula sobre problemas aditivos, por nós observada, ocorreu no dia 10 de junho[53].

Nesse dia ela trabalhou seis problemas aditivos, distribuídos em quatro folhas. Assim que a criança terminasse a primeira atividade, ela entregava a próxima folha com mais atividades. As atividades propostas foram cinco problemas de transformação subtrativa com o resultado desconhecido (T2) e um de transformação aditiva com o resultado desconhecido (T1). Três problemas apresentavam o apoio de desenhos e os outros três somente a escrita.

As atividades foram realizadas em quarenta minutos. As crianças resolveram os três primeiros problemas sem dificuldades, pois tiveram o apoio dos desenhos para realizar as contagens. A professora foi lendo o que estava escrito e orientava as crianças sobre o lugar em que deveriam escrever as respostas. Nas próximas atividades, os problemas não tinham o apoio de desenhos. O primeiro desses problemas FE1 leu com as crianças e chamou um dos alunos para desenhar no quadro a HM[54]. Depois questionou como poderia ser feita uma FM[55] e a conta.

[53] Adotamos para os relatos das aulas observadas apresentá-los dentro de uma moldura e com fonte menor do que o corpo do texto.
[54] HM é a abreviatura de História(s) Matemática(s). Essa expressão é muito usada pelos professores dos Anos Iniciais em substituição à expressão "problemas matemáticos."
[55] FM é a abreviatura de Frase Matemática. É usada pelos professores dos Anos Iniciais para expressar a operação matemática escrita na forma horizontal. Também é conhecida como sentença matemática. A conta, ou o cálculo, é interpretada como a expressão da operação em sua forma algorítmica tradicional escrita na forma vertical.

Pediu que as crianças fizessem na sua folha o desenho, a FM, a conta e preenchessem as lacunas. As crianças, então, copiaram do quadro a resolução do colega. Nos dois últimos problemas propostos, FE1 leu a HM e algumas crianças logo responderam oralmente. Quando elas fizeram isso no penúltimo problema, a professora imediatamente repreendeu, solicitando que não dissessem a resposta, pois deveriam primeiro desenhar a quantidade de bombons que ele tinha e a que ele deu. Já no último problema, quando as crianças disseram a resposta, assim que terminou a leitura da professora, a atitude dela foi outra. Ela perguntou: "Como vocês sabem que é essa a resposta?." Com essa atitude ela incentivou que as crianças explicassem e expusessem o seu modo de pensar. No entanto, quando uma criança respondeu que fez nos dedos, ela pediu que eles fizessem desenhos e não solicitou que a criança explicasse como fez para resolver com os dedos.

Dessa forma, FE1 perdeu a oportunidade de um momento que poderia ser útil para toda a turma, discutindo procedimentos sobre a sua pertinência, seu sentido, sua validez. (QUARANTA; WOLMAN, 2006; SMOLE; DINIZ, 2001).

Nas observações que realizamos nessa turma, percebemos que a professora FE1 preocupava-se muito com a disciplina, chamando constantemente a atenção das crianças para que não conversassem e que se concentrassem nas atividades. Ao conversarmos com ela sobre as observações, comentamos que ela estava se desgastando em fazer isso sem muito retorno por parte das crianças. Incentivamos que ela tentasse motivar as crianças pela atividade que estaria propondo. (RUTTER *et al.*, 2008a,b; SAMMONS, 2008; VERGNAUD, 2003). Também a orientamos que procurasse não controlar tanto para que as crianças trabalhassem no mesmo ritmo, ou seja, ela acelerava as mais lentas e não deixava que as mais rápidas expusessem suas formas de pensar ou as respostas que encontravam rapidamente.

No mês de julho a professora FE1 desmarcou várias observações, pois encontrava-se doente, faltando à escola. Em agosto, após a semana de férias escolares de inverno, a diretora me comunicou que FE1 entraria em licença na turma do 2º ano. Assim, a turma experimental do 2º ano ficou sem professora regente durante as duas primeiras semanas do mês de agosto. As aulas eram ministradas por várias substitutas, uma professora foi contratada, mas ficou apenas três dias com o grupo e não quis continuar. Após duas semanas, assumiu a regência da turma a professora que denominamos FE1substituta. Ela é formada em Biologia e possui Magistério. Tem dez anos de regência de classe em Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental. Ela não participou de cursos de formação continuada com o tema matemática, mas tem interesse nessa área, considerando a resolução de problemas como um importante tema para programas de formação continuada de professores, assim como cálculos de adição e subtração, multiplicação e divisão. Ela relata que a turma possui sete crianças com dificuldade de aprendizagem em matemática.

Como a FE1substituta não participou das oficinas de formação, consideramos mais apropriado para o andamento do estudo que a auxiliar de pesquisa realizasse atividades de resolução de problemas aditivos com essa turma, sendo que a professora FE1substituta acompanharia esse trabalho para dar continuidade a ele na medida do possível. A auxiliar de pesquisa realizou as atividades com a turma em seis encontros de uma hora cada, que ocorreram na última semana do mês de agosto e na primeira semana de setembro. Os planejamentos das atividades foram realizados com o auxílio da pesquisadora.

5.1.1.2.2 As aulas de resolução de problemas aditivos

Em sua primeira aula, a auxiliar de pesquisa propôs o Jogo do Ratinho.

A turma foi dividida em 4 equipes, um integrante de cada equipe jogava por rodada e o resto da turma observava. A professora FE1substituta fez no quadro uma tabela onde ela preenchia os pontos de cada equipe. Quando o aluno que estava jogando acabava de colocar as bolinhas nas casinhas, a auxiliar de pesquisa contava com eles quantos pontos eles tinham somado, alguns alunos contavam nos dedos, outros faziam a soma de cabeça. Durante a primeira rodada, a auxiliar de pesquisa fez questionamentos do tipo: “Em quais casinhas temos que acertas as bolinhas para fazer o maior número de pontos?.” Depois da primeira rodada ela perguntou: “Qual grupo está na frente? E quantos pontos o grupo que está em segundo lugar precisa fazer pra empatar com o primeiro? E o terceiro? E o último?” Depois da segunda rodada, a auxiliar de pesquisa entregou uma tabela e eles tinham que copiar as informações do quadro e fazer o total de cada grupo nas duas rodadas. As crianças tiveram um pouco de dificuldade em preencher a tabela e de fazer a soma das duas rodadas, mas imediatamente elas recorreram ao material concreto e aos dedos para ajudar.

No segundo encontro com a turma, a auxiliar de pesquisa propôs problemas sobre o Jogo do Ratinho.

Ela entregou uma folha com 4 problemas sobre o jogo realizado na aula anterior. Os problemas foram resolvidos em conjunto. A auxiliar de pesquisa leu a primeira história: *Se, no jogo do ratinho, uma equipe fez 6 pontos na segunda rodada. E, no total ela fez 10 pontos, quantos pontos ela fez na primeira rodada?* Ela perguntou para a turma o que a história queria dizer e como eles poderiam resolver. Perguntou se eles se lembravam ainda do jogo do dia anterior e lembrou que eles tinham feito isso, somado os pontos das duas rodadas. Então uma menina logo disse e mostrou nos dedos: “É 6 + 4, profe!” E a auxiliar de pesquisa perguntou: “Por que 6 + 4?” E ela: “Ah, porque 6 + 4 dá 10!” A auxiliar de pesquisa continuou questionando: “E 10 é o que na história?” E ela: “O total que a equipe fez nas duas rodadas!” Depois disso, a auxiliar de pesquisa desenhou no quadro uma representação figurativa (ORRANTIA, 2003, 2006), explicou e perguntou se eles concordavam.

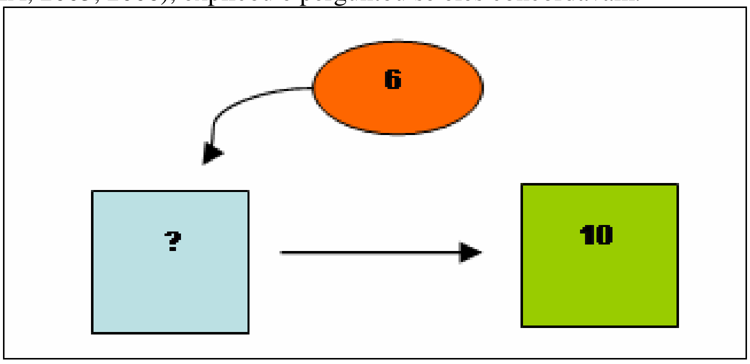


Figura 8 - Representação de uma situação de transformação aditiva com o início desconhecido.

A auxiliar de pesquisa ainda pegou palitos de picolé para ajudar na explicação, mostrou 10 palitos e depois mostrou os 6 da segunda rodada e então ficou claro que os 4 que restaram eram os pontos da primeira rodada. Escreveram a FM: 4 + 6 = 10.

O segundo problema trabalhado nesse mesmo dia foi: *Ao final do jogo, o grupo vencedor fez 12 pontos. O grupo que ficou em segundo lugar fez 8. Quantos pontos o grupo que ficou em segundo lugar precisaria ter feito a mais para ficar com o mesmo número de pontos que o grupo vencedor?* Depois de ler o problema para a turma, a auxiliar de pesquisa questionou: “Quantos pontos fez o grupo que venceu? E o segundo lugar? Então, quantos pontos que o grupo que estava em segundo lugar precisaria ter feito para empatar com o primeiro lugar?” Alguns contaram nos dedos e disseram: “4!.” A auxiliar de pesquisa perguntou: “4? E por que 4?” Uma menina respondeu mostrando nos dedos: “Olha aqui, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e pra chegar no 12 falta quatro, 9, 10, 11 e 12.”

A auxiliar de pesquisa fez ainda a representação gráfica por nós adaptada de Orrantia (2003, 2006) e a FM ficou 8+4=12.

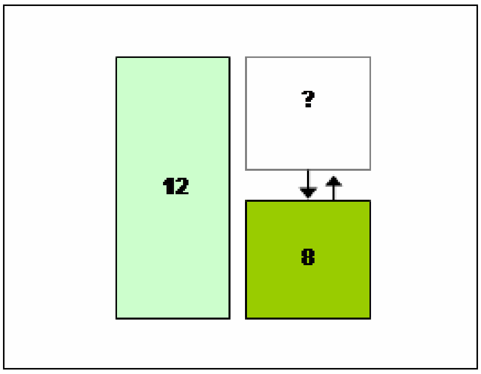


Figura 9 - Representação para situações de igualação

Antes que a auxiliar de pesquisa lesse o terceiro problema para o grupo, uma aluna já disse: "Professora, essa é a mais fácil! É 9!" E a auxiliar de pesquisa perguntou: "9? Então vamos ler a questão e ver se é isso mesmo?" *O grupo dois fez 4 pontos na primeira rodada e 5 pontos na segunda. Quantos pontos ele fez no total?* "Como nós fizemos ontem para saber o total de pontos que tínhamos feito nas duas rodadas? Então, agora vamos fazer a mesma coisa, né?" Mostrou em uma mão o 4 e na outra o 5 e depois contou quanto dava. Escreveram a FM: 4+5=9.

A última questão foi a que os alunos tiveram mais dificuldade: *Na primeira rodada do jogo do ratinho, o grupo três fez 9 pontos e o grupo quatro fez 6 pontos. Quantos pontos o grupo três tem a mais que o grupo quatro?* Muitas crianças somaram o 9 e o 6 ao invés de diminuir. A auxiliar de pesquisa perguntou: "O que o problema está pedindo? A diferença de pontos entre os grupos, né? Quer saber quantos pontos que o grupo que fez 9 pontos tem a mais que o grupo que fez 6..." Um menino disse: "Ah, é de completar." Mostrou nos dedos 7, 8, 9... são três." A auxiliar de pesquisa questionou: "Então como fica a FM?" Eles disseram: "3+6=9." A auxiliar de pesquisa fez ainda a representação figurativa, perguntando se eles concordavam com ela.

Talvez o vocabulário possa ter influenciado na dificuldade de resolução das crianças, pois o nome dos grupos (que eram números) pode ter atrapalhado na compreensão. Algumas crianças perguntaram: "Professora, eu não entendi... primeiro é 3 e depois 9?" Na terceira aula, a turma jogou novamente o Jogo do Ratinho, porém com regras diferentes.

A turma foi dividida em 5 grupos com 3 a 5 alunos. Na primeira rodada eles teriam que acertar as 3 bolinhas nas casinhas e somar os pontos respectivos. Já na segunda e terceira rodada, eles jogaram com apenas uma bola de gude e o número acertado teria que ser diminuído dos pontos da primeira rodada. Ganhava o jogo quem tivesse mais pontos ao final do jogo. Alguns alunos não entenderam a proposta, porém a auxiliar de pesquisa disse que durante o jogo eles iriam entender. Ela questionou-os sobre quais casinhas eles teriam que acertar para obter mais pontos na primeira rodada. "5, 5 e 4! Aí dá 14" - eles logo responderam, pois se lembraram do jogo passado. "E, se ganha o jogo quem tiver mais pontos no final, quais as casinhas que vamos precisar acertar pra diminuir o mínimo de pontos possível?" Algumas crianças responderam 5. "5? Mas eu tenho que perder o menor número de pontos possível para ganhar... é 5 mesmo? 5 é o menor número que a gente pode acertar aí nas casinhas?" "Ah, é 1, sora!". Eles começaram a jogar então, no quadro, a auxiliar de pesquisa registrava, em uma tabela, os pontos de cada equipe.

Logo as crianças entenderam a proposta do jogo e ficaram todas muito animadas, torcendo para sua equipe. Na segunda rodada, as equipes estavam empatando. Quando a terceira equipe empatou, a auxiliar de pesquisa perguntou: "Em qual casinha o grupo 4 teria que acertar para empatar com as outras equipes? E qual ele pode acertar para ficar com mais pontos que as equipes anteriores?" A turma ficou muito atenta durante as jogadas seguintes, torcendo muito, principalmente pelo empate da segunda rodada. Ao final da rodada de cada grupo, a auxiliar de pesquisa ia ao quadro e perguntava como seria a FM daquela jogada. Quando o jogo terminou, os alunos perceberam que dois grupos haviam empatado em terceiro lugar e dois em segundo. Assim, a auxiliar de pesquisa falou que teriam duas medalhas de bronze duas de prata e uma de ouro na turma. Todos ficaram felizes!

A auxiliar de pesquisa propôs atividades com a reta numérica na quarta aula.

Ela iniciou perguntando se eles lembravam do jogo do dia anterior e pediu que um aluno contasse para a professora FE1substituta como havia sido o jogo. Após isto, ela desenhou no quadro uma reta numérica, começou a fazer questionamentos sobre os resultados do dia anterior e a mostrá-los na reta, pedindo para eles

contarem com ela os pulos e pedindo ajuda de como usá-la: “O grupo da Carol fez 5 pontos e o da Luana fez 7, quem fez mais pontos? Quantos a mais?” “Se o grupo do Léo fez 2 pontos a menos que o grupo da Luana, quantos pontos fez o grupo do Leo?” “O grupo do Bruno fez 3 pontos a mais que o grupo da Carol e do Léo, quantos fez o grupo do Bruno?” “E o do Marcos? Quantos pontos precisava ter feito para empatar com o grupo do Bruno?”
Enquanto a auxiliar de pesquisa fazia os questionamentos, também perguntava qual poderia ser a FM para encontrar aquele resultado. Depois de mostrar na reta, as crianças tiveram mais facilidade em ver que a conta era de subtração e montavam a FM com subtração e não com adição, como haviam feito na semana anterior.
Após esta introdução, a auxiliar de pesquisa passou um problema no quadro e pediu que elas resolvessem usando a reta: *Um grupo fez 13 pontos na primeira rodada e depois da segunda rodada ficou com 8 pontos. Quantos pontos eles fizeram na segunda rodada?* Algumas crianças tiveram dificuldade em usar a reta, a auxiliar de pesquisa passava de mesa em mesa e ia ajudando-os.

Em seu quinto encontro com a turma, a auxiliar de pesquisa continuou propondo problemas com o uso da reta numérica.

Ela distribuiu uma folha com quatro problemas matemáticos e pediu que elas resolvessem em grupo, usando a reta desenhada junto a cada problema.

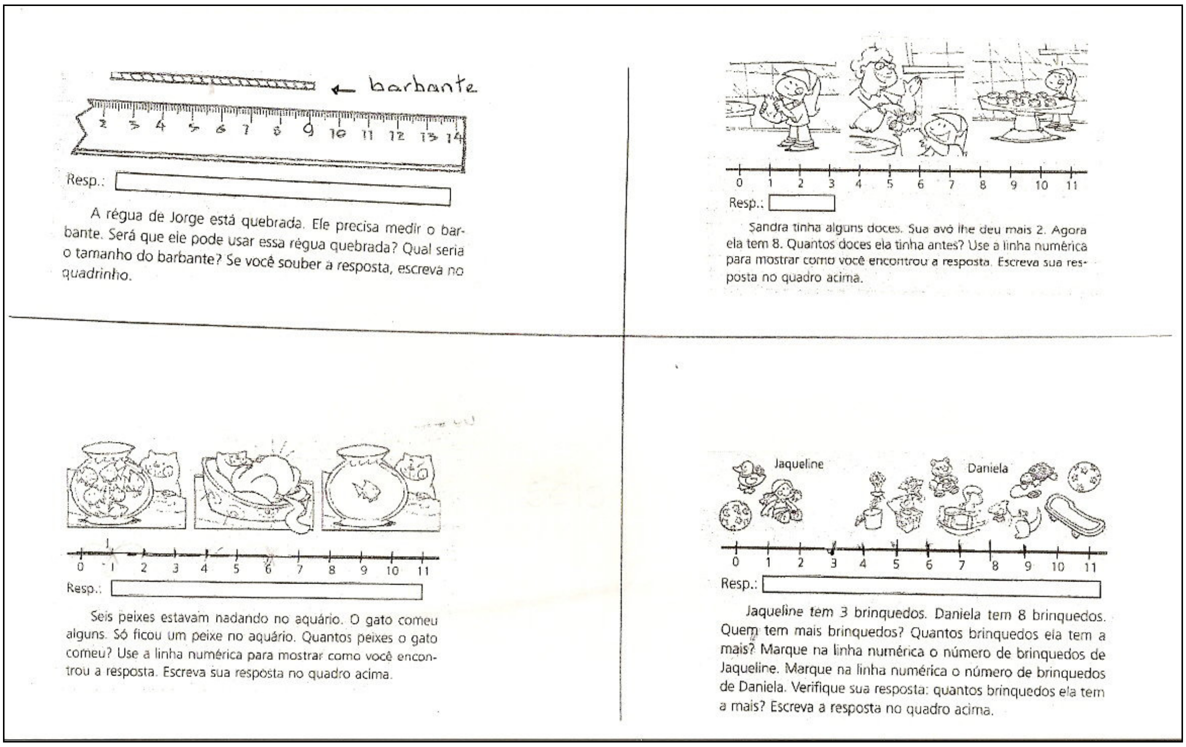


Figura 10 - Problemas aditivos com o uso da reta numérica. Fonte: Nunes *et al*. (2005).

Enquanto elas resolviam, a auxiliar de pesquisa circulava pela sala e os ajudava. A maioria das crianças resolvia os problemas usando os desenhos ou fazendo a conta, mesmo assim a professora pedia que elas usassem a reta. A turma estava muito agitada neste dia, o que dificultou o desenvolvimento da atividade.

Na sexta aula da auxiliar de pesquisa, a reta numérica ainda continuou a ser usada para resolver problemas aditivos.

Ela distribuiu uma folha com seis problemas matemáticos e pediu que elas resolvessem em grupo. Os problemas foram apresentados da seguinte forma:

1 - FERNANDA TINHA 4 LÁPIS E GANHOU MAIS ALGUNS DE SUA MÃE. ELA TEM AGORA 10 LÁPIS. QUANTOS LÁPIS ELA GANHOU DE SUA MÃE?	**2 -** ANA TEM 7 BALAS E SEU IRMÃO TEM 3 BALAS. QUANTAS BALAS ANA TEM A MAIS QUE SEU IRMÃO?

3 - PAULO TEM 9 BOLINHAS, 4 SÃO AZUIS E AS OUTRAS SÃO AMARELAS. QUANTAS SÃO AMARELAS?	**4 –** MARCOS TEM 8 CARRINHOS E MARCELO TEM 3 A MENOS QUE ELE. QUANTOS CARRINHOS TEM O MARCELO?
5 - BIA TEM 5 BALAS. SE ELA GANHAR MAIS 4 BALAS, ELA VAI FICAR COM O MESMO NÚMERO DE BALAS QUE O ZÉ. QUANTAS BALAS TEM O ZÉ?	**6 -** NECO TEM 9 CARRINHOS. SE ELE DER 3 DOS SEUS CARRINHOS, ELE FICARÁ COM O MESMO NÚMERO DE CARRINHOS QUE O ZECA. QUANTOS CARRINHOS TEM O ZECA?

A auxiliar de pesquisa orientou que precisava ser feito um desenho ou que utilizassem a reta numérica para resolver e ainda deveriam fazer a FM. Alguns perguntaram se poderiam fazer só a FM e ela respondeu que sim. As crianças tiveram mais dificuldade nos problemas 2 (CP1), 4 (CP4) e 6 (I6). A auxiliar de pesquisa os ajudava a resolver mostrando nos dedos os números e explicando as histórias. Algumas crianças escreviam as FM com adição, poucas conseguiam resolver pela subtração.

A resolução pela adição nesta etapa da escolaridade parece ser uma estratégia bastante comum. A adição foi a forma mais usada por crianças da mesma faixa etária dessas em outro estudo por nós realizado (JUSTO, 2000).

Sobre o trabalho da auxiliar de pesquisa, a professora FE1substituta comentou que percebeu o interesse dos alunos quando foi utilizado material concreto como no "Jogo do Ratinho" e após, relacionando-se os problemas matemáticos com o jogo. Esse comentário reforça a ideia da importância de propor atividades interessantes para as crianças, em que elas participem ativamente, sentindo-se envolvidas, atuantes e capazes de aprender, e não meras executoras de exercícios insípidos, sem atrativos e sem finalidade aparente para elas.

Outro aspecto a destacar diz respeito à aprendizagem apresentada por essa turma na resolução de problemas aditivos. O avanço que os alunos apresentaram nos resultados do Pós1 sugere que as atividades propostas, o método usado e as problematizações conseguiram fazer essas crianças canalizarem seu potencial para a aprendizagem. Elas participaram de forma autônoma, sem a necessidade de outros artifícios para chamar a sua atenção que não fosse a própria tarefa proposta (RUTTER *et al.*, 2008a,b; SAMMONS, 2008; VERGNAUD, 2003), ou seja, as atividades provocaram a motivação das crianças para a aprendizagem.

O trabalho realizado com essa turma foi atípico, comparativamente ao realizado nas outras turmas, pois nosso estudo propõe desenvolver a aprendizagem em condições normais de sala de aula, ou seja, desenvolver o que está ao alcance do professor para melhorar a aprendizagem de seus alunos. Nesse sentido, com essa turma, não conseguimos avaliar a atuação do professor regente da turma para a melhora da aprendizagem. No entanto, entendemos que a atuação da auxiliar de pesquisa considerou algumas atitudes metodológicas importantes que reforçam as ideias relacionadas ao método de resolução de problemas destacadas e sintetizadas no final do Capítulo 2.

A auxiliar de pesquisa encontrou uma situação de ensino de certa forma semelhante àquela planejada em pesquisas em sessões especiais de intervenção (MORO; SOARES, 2006;

ORRANTIA, 2003) pois, apesar de não estar com um grupo reduzido de alunos, mas estar acompanhada pela professora titular, ela pode ocupar-se somente com a gestão do conteúdo e conseguir a motivação dos alunos a partir dela. Assim, os resultados desse grupo foram acentuadamente mais promissores e semelhantes aos encontrados em pesquisas em que grupos reduzidos de alunos em sessões especiais recebem instrução sobre determinado objeto de aprendizagem. Desse modo, a auxiliar de pesquisa não necessitou ocupar-se de parte daquilo que compete ao professor na sala de aula: a transposição didática, a gestão da matéria (conhecimento da matéria e conhecimento pedagógico da matéria), a gestão da classe, a motivação dos alunos, a relação professor/alunos, etc. - ao que Tardif (2004) chamou *pedagogia*.

5.1.2 Terceiro Ano – Escola F

Na sequência, encontra-se a comparação entre o percentual de acertos nos períodos Pré, Pós1 e Pós2 de cada uma das turmas de 3º ano da escola pública. Do mesmo modo que as outras turmas investigadas, no gráfico apresentamos a média de acertos das turmas nos diferentes períodos de testes e a tabela traz o desvio padrão e o grau de significância (*p*) da diferença de desempenho.

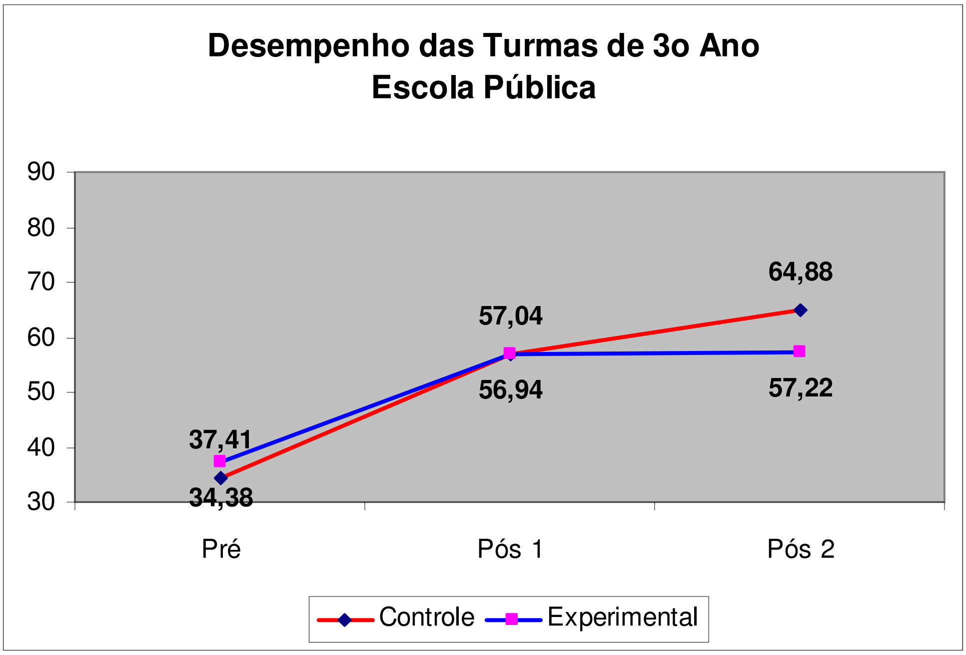


Gráfico 3 - Média de acertos (%) em cada período de teste: 3º Ano – Escola F

Percebemos que os dois grupos tiveram um desempenho semelhante antes (pré-teste) e logo após (Pós1) a aplicação do programa de ensino na turma experimental, sugerindo que para esse grupo de estudantes o programa não fez diferença em seu desempenho. No pós-teste postergado, realizado no ano letivo seguinte, a turma controle teve desempenho superior à turma experimental.

Através dos resultados do teste de comparações t-student para amostras pareadas que se encontram na tabela 8, obtivemos as seguintes informações:

Tabela 8 - Comparação da média do percentual de acertos entre os períodos Pré, Pós1 e Pós2: 3º Ano - Escola F

Comparação	*N*	*Média Acertos (%)*	*Desvio-padrão*	*P*
3º Ano Controle				
Acertos Pré	20	34,38	15,15	0,000
Acertos Pós 1	20	56,94	17,95	
Acertos Pré	20	34,38	15,15	0,000
Acertos Pós 2	20	64,88	15,71	
Acertos Pós 1	20	56,94	17,95	0,001
Acertos Pós 2	20	64,88	15,71	
3º Ano Experimental				
Acertos Pré	20	37,41	21,34	0,000
Acertos Pós1	20	57,04	24,29	
Acertos Pré	20	37,41	21,34	0,000
Acertos Pós2	20	57,22	17,19	
Acertos Pós1	20	57,04	24,29	0,962
Acertos Pós2	20	57,22	17,19	

Verificamos que no 3º ano controle as diferenças foram significativas entre todos os períodos comparados. Já no 3º ano experimental, a diferença foi significativa entre o Pós1 e o Pré, o Pós2 e o Pré. Entre os períodos Pós1 e Pós2 não houve diferença significativa no desempenho das crianças.

Esses resultados estão em acordo com outras pesquisas por nós realizadas (JUSTO, 2000, 2004), em que um avanço mais acentuado no desempenho de problemas aditivos é verificado nessa etapa da escolarização se comparado a outras séries.

Ao realizarmos a comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental, através do teste não-paramétrico Mann-Whitney, verificamos que não existe diferença significativa entre os grupos.

Tabela 9 - Comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental: 3º Ano - Escola F

Grupo	N	Média	Desvio-padrão	*P*
Acertos Pré				
Controle	20	34,38	15,15	0,512
Experimental	20	37,41	21,34	
Acertos Pós				
Controle	20	56,94	17,95	0,989
Experimental	20	57,04	24,29	
Acertos Pós 2				
Controle	20	64,88	15,71	0,265
Experimental	20	57,22	17,19	

No entanto, o desvio-padrão verificado em cada etapa e grupo demonstra que a turma controle teve uma variação mais estável entre os problemas com menos e mais acertos do que a turma experimental. Este grupo apresentou uma variação maior do que o grupo controle no pré-teste e ainda teve um aumento nessa diferença no Pós1. No Pós2, a turma experimental teve uma variação menor entre os problemas com mais e menos acertos. Esse resultado parece estar relacionado com diferenças na composição das turmas, já que na turma experimental havia um número maior de crianças com dificuldades em matemática do que na turma controle. Vejamos o detalhamento do ocorrido em cada turma de 3º ano.

5.1.2.1 Resultados da Turma Controle do 3º Ano – Escola F

A turma controle avançou significativamente entre os períodos investigados na resolução dos problemas aditivos. Esse grupo de estudantes apresentou, no pré-teste, um desempenho semelhante ao do grupo experimental e avançou entre os três períodos de forma gradativa. Segundo a professora do grupo controle, essa turma tem cinco alunos com dificuldades de aprendizagem em matemática.

Um aspecto a ser observado no desempenho desse grupo, como grifado na tabela 10, é que no pré-teste a turma apresentou um desempenho inferior a 50% em dezesseis problemas aditivos e nos pós-testes esse índice passa a seis no Pós1 e para quatro problemas no Pós2. Verificamos um avanço gradativo de desempenho a cada etapa de testes avaliados.

Tabela 10 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 3º Ano Turma Controle - Escola F

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	**CP6**	11,76	**I4**	10,53	**I4**	33,33
2º.	**T3**	15,79	**T3**	36,84	**T5**	46,67
3º.	**T5**	16,67	**T5**	38,89	**CP3**	46,67
4º.	**I5**	16,67	**CP6**	40,00	**I5**	46,67
5º.	**CP1**	26,32	**CP3**	47,37	**T3**	50,00
6º.	**CP4**	26,32	**CB2**	47,37	**CP6**	60,00
7º.	**CP3**	27,78	**I1**	52,63	**T4**	60,00
8º.	**I4**	29,41	**I5**	55,56	**CB2**	64,29
9º.	**CB2**	30,00	**CP1**	55,56	**I1**	64,29
10º.	**CP2**	33,33	**I6**	55,56	**CP1**	64,29
11º.	**T4**	33,33	**T4**	57,89	**I6**	64,29
12º.	**I2**	33,33	**CP2**	60,00	**CP4**	64,29
13º.	**I1**	36,84	**CP4**	61,11	**T6**	64,29
14º.	**T6**	36,84	**T6**	63,16	**I3**	71,43
15º.	**I6**	36,84	**CB1**	63,16	**CP2**	73,33
16º.	**CP5**	38,89	**CP5**	68,75	**CB1**	78,57
17º.	**CB1**	50,00	**I2**	73,68	**T2**	78,57
18º.	**T1**	61,11	**I3**	76,47	**I2**	80,00
19º.	**T2**	63,16	**T2**	84,21	**CP5**	86,67
20º.	**I3**	63,16	**T1**	90,00	**T1**	100,00

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

Um interessante aspecto do desempenho desse grupo encontra-se na ordem dos problemas. Verificamos que houve avanço no desempenho, mas a ordem de dificuldade dos problemas parece ter apresentado pouca variação.

5.1.2.1.1 A Professora FC2

Quanto à professora desse grupo de alunos, ela possui formação de nível médio em Magistério e tem trinta e três anos de regência de classe em Educação Infantil e Anos Iniciais (menos em 4ª série). FC2 participou, há algum tempo, de cursos de formação continuada com o tema matemática e tem interesse nessa área, considerando a resolução de problemas um importante tema para programas de formação continuada de professores.

Sobre a sua prática pedagógica, a professora FC2 planeja, de três a quatro vezes por semana, atividades de resolução de problemas matemáticos aos seus alunos, sendo que a cada aula propõe a resolução de no máximo cinco problemas. Tem como prática usual na resolução de problemas a cópia do quadro ou de outro local (livro, folha...), problemas do cotidiano dos alunos, resolução individual, correção individual pelo professor no material do aluno, leitura coletiva do problema por um aluno ou pelo professor antes da resolução, discussão da solução correta, discussão de diferentes soluções (corretas ou incorretas), problemas com diferentes tipos de solução (operação) no mesmo dia, estímulo ao uso de desenho ou de material concreto para representar o problema. Tem como prática eventual uso de folha xerocada ou mimeografada sem cópia do problema pelos alunos, a partir de um jogo realizado, resolução em grupo (duplas ou mais), correção coletiva no quadro ou outra forma, leitura silenciosa e individual do problema pelo aluno, uso de palavras-chave associadas às operações (Ex: ganhar - adição; perder - subtração...). Não é sua prática o uso de todos os problemas de mesmo tipo de solução no mesmo dia.

A professora FC2 acredita que a maior dificuldade que as crianças encontram na resolução de problemas é na compreensão. Afirma que os alunos não conseguem imaginar a situação proposta no problema acontecendo. Ela diz não encontrar dificuldades para ensinar a resolução de problemas, buscando ensiná-los através de encenações, mas que a solução eles devem encontrar sozinhos.

5.1.2.2 Resultados da Turma Experimental do 3º Ano – Escola F

A turma experimental avançou significativamente comparando-se o desempenho dos períodos Pré e Pós. Entre os períodos Pós1 e 2, a turma não apresentou uma diferença significativa no desempenho, permanecendo este praticamente inalterado. O grupo de estudantes apresentou no pré-teste um desempenho semelhante ao do grupo controle. Segundo a professora do grupo experimental, essa turma tem nove alunos com dificuldades de aprendizagem em matemática.

Um aspecto a ser observado no desempenho desse grupo é que no pré-teste a turma apresentou um desempenho inferior a 50% em quinze problemas aditivos e nos pós-testes esse índice passa a seis, tanto no Pós1 quanto no Pós2. Verificamos que houve um avanço significativo de desempenho do Pré ao Pós1.

Tabela 11 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 3º Ano Experimental - Escola F

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	**T3**	0,00	**T3**	6,67	**I4**	18,75
2º.	**CP3**	6,67	**I4**	18,75	**T3**	29,41
3º.	**CP1**	15,00	**CP1**	26,67	**CP6**	37,50
4º.	**CB2**	15,38	**T5**	37,50	**CB2**	41,18
5º.	**CP6**	16,67	**I5**	37,50	**CP1**	47,06
6º.	**I4**	22,22	**I1**	40,00	**T6**	47,06
7º.	**T5**	23,08	**CP6**	50,00	**CP3**	50,00
8º.	**CP5**	33,33	**CB2**	53,33	**I1**	52,94
9º.	**CP4**	37,50	**CP4**	53,33	**CP4**	52,94
10º.	**CP2**	38,89	**I6**	53,33	**T5**	56,25
11º.	**T4**	41,18	**CP3**	56,25	**T2**	56,25
12º.	**I2**	41,67	**T4**	62,50	**I5**	62,50
13º.	**I3**	45,45	**I2**	68,75	**CP2**	68,75
14º.	**I5**	45,45	**I3**	73,33	**I6**	70,59
15º.	**T2**	47,37	**T6**	73,33	**I3**	70,59
16º.	**I1**	53,33	**CP2**	75,00	**T4**	75,00
17º.	**T6**	53,85	**CB1**	80,00	**I2**	75,00
18º.	**I6**	55,56	**CP5**	87,50	**CP5**	75,00
19º.	**T1**	72,22	**T2**	93,33	**CB1**	76,47
20º.	**CB1**	83,33	**T1**	93,75	**T1**	81,25

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

Os problemas T2, T4 e T1 foram os que apresentaram um maior avanço na categoria de transformação e o problema T3 continuou sendo um dos mais difíceis nos três períodos avaliados. A turma não apresentou avanço nos problemas I4 e I1, sendo que somente avançou nas comparações pré e pós-testes nos problemas de Igualação I2, I3 e I6, que são considerados os mais fáceis dentro dessa categoria. Com relação aos problemas de comparação, a turma progrediu em todos os tipos, mas a aprendizagem não foi tão duradoura no Pós2. A ordem de dificuldade apresentada por essa turma está semelhante ao apresentado pela pesquisa de García, Jiménez e Hess (2006).

5.1.1.3.1 A professora FE2 e sua atuação

Sobre a professora dessa turma, destacamos que ela tem formação em curso de Pedagogia e está há dezesseis anos com a regência de classe nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sendo que já trabalhou também com a Educação Especial. A professora FE2 participou de cursos de formação continuada cujo tema era matemática e possui interesse nessa área, pois sente “a necessidade de trabalhar a matemática inserida e problematizada dentro da realidade das crianças” (*sic*). Ela considera que os cálculos e a resolução de problemas com as quatro operações fundamentais são os temas mais importantes para um programa de formação continuada de professores.

FE2 mostrou-se preocupada com a compreensão dos problemas pelas crianças. No questionário sobre suas concepções prévias (Apêndice D) solicitamos que ela explicasse como auxiliaria seus alunos a resolverem a seguinte situação-problema: *Cristina tinha uma quantia em dinheiro. Ganhou mais 15 reais de seu avô e ficou com 32 reais. Quantos reais Cristina tinha?* A sua resposta mostra como ela pensava e trabalhava ao iniciarmos as oficinas de formação: “quando eu vou explicar e resolver em grande grupo, procuro dizer para eles que devemos imaginar o que está descrito em cada história matemática. Muitas vezes eu desenho, de forma que fique mais ‘palpável’, para que todos consigam realmente compreender o problema.” (*sic*). FE2 ainda exemplificou desenhando:

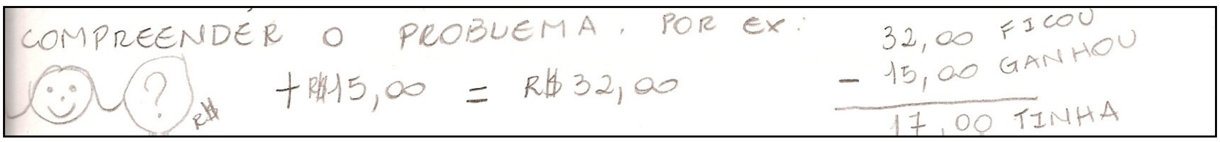


Figura 11 - Desenho da professora FE2 exemplificando sua resposta.

O uso de desenhos para auxiliar na resolução de problemas é um recurso facilitador para a compreensão dos alunos. (VICENTE; ORRANTIA; VERSCHAFFEL, 2008). Ao solicitar que FE2 formulasse um problema para cada uma das operações: 24+57= e 83-37=, ela elaborou um problema de transformação com o final desconhecido e outro de comparação solicitando o cálculo da diferença. Esses dois tipos de problemas são comuns em livros didáticos (BRANDÃO; SELVA, 1999; ORRANTIA; GONZÁLEZ; VICENTE, 2005). Suas respostas ao questionário denotam preocupação com a aprendizagem das crianças, assim como com a sua maneira de ensinar. Ela percebia que a resolução de problemas não é uma aprendizagem fácil para as crianças e nem para o professor a ensinar.

A professora FE2 sentia-se insegura para iniciar o programa de ensino, assim como a professora FE1. Em seu planejamento, trabalha com regularidade a matemática, sendo mais frequente a proposição de cálculos e exercícios relativos ao sistema de numeração decimal. Apareceram alguns problemas aditivos semanticamente mais simples e comuns em livros didáticos. No entanto, não foram frequentes essas aparições. Por exemplo, no mês de maio, às crianças foi proposto apenas uma vez que resolvessem problemas aditivos.

A primeira observação de uma aula de resolução de problemas aditivos aconteceu em 13 de junho. Nesse dia, a professora FE2 solicitou que resolvessem os problemas em duplas. Entregou uma folha com seis problemas, sendo dois de transformação subtrativa com resultado desconhecido (T2), dois de transformação subtrativa com a mudança desconhecida (T4), um de transformação subtrativa com o início desconhecido (T6) e um de comparação menos que com a diferença desconhecida (CP2).

A professora entregou a folha e disse que eles se reunissem em duplas para se ajudarem e resolverem como quisessem. Orientou que deveriam pensar, imaginar o que está acontecendo no problema matemático, trabalhando juntos. Poderiam usar desenhos. Depois, ela leu os problemas para a turma, pedindo que as crianças acompanhassem a leitura em suas folhas.
Uma dupla perguntou à FE2 sobre o problema da doceira (Uma doceira fez 165 doces. No final do dia ela ainda tinha 38 doces. Quantos doces ela vendeu?) e ela fez, então, um desenho no quadro na tentativa de ajudá-los:

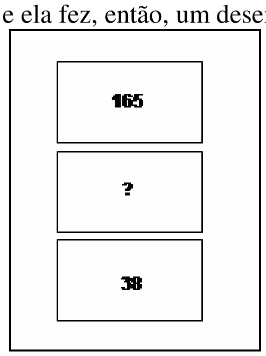


Figura 12 - Desenho de FE2

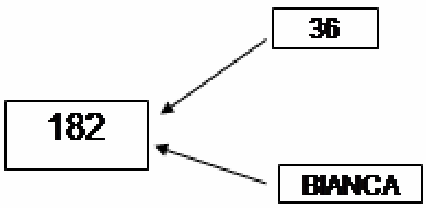
No entanto, antes de voltar ao quadro para discutir os outros problemas, a professora consultou seu material e já fez uso das representações gráficas (ORRANTIA, 2003, 2006) sem, no entanto, questioná-los sobre as relações entre as quantidades como, por exemplo: *Alice tinha 12 carrinhos, mas ela perdeu alguns. Agora ela tem 5. Ela ficou com mais ou menos que antes?* Dessa forma ela possibilitaria que as crianças percebessem a operação que teria de ser feita para encontrar a informação desconhecida.

Sugerimos a ela, quando conversamos após a observação, que usasse a representação figurativa (ORRANTIA, 2003, 2006) que trabalhamos nas oficinas. Ao trabalhar com as representações, ela poderia questioná-los sobre as relações entre as quantidades: *A quantidade que ela vendeu será maior ou menor que a quantidade de doces que ela tinha feito?*

Outra orientação que fizemos foi que a professora FE2 realizasse atividades de resolução de problemas aditivos pelo menos duas vezes por semana. Sugerimos que ela trabalhasse alguns problemas coletivamente com a turma. Por exemplo, que escrevesse um problema no quadro e fizesse a leitura e a interpretação coletiva através de questionamentos sobre o que se conhece e o que não se conhece no problema, o que acontece no problema, inferir resultados. Em seguida, usasse as representações figurativas (ORRANTIA, 2003, 2006), fazendo com que estabelecessem relações entre as quantidades e somente depois solicitar que resolvessem. Após, fazer a discussão das formas que encontraram para resolver. Dessa maneira, ela estaria oferecendo o que Orrantia (2003) chamou de ajudas: representação linguística, representação figurativa e raciocínio.

Mais uma aula observada de resolução de problemas ocorreu no dia 26 de junho. Nesse dia, a professora propôs três problemas que foram lidos e dramatizados por ela antes que as crianças os recebessem por escrito. O primeiro problema foi apresentado e trabalhado por ela dessa forma:

Professora - A Valentina quis me ajudar e eu pedi para ela fazer bandeirinhas para a festa de São João e aí eu falei para todo mundo: “Quem quiser fazer em casa, confeccionar as bandeirinhas e trazer para a escola, pode fazer.” A Valentina, no outro dia, me trouxe 36 bandeirinhas feitas por ela e eu guardei no canto as 36 bandeirinhas. A Bianca fez também, só que ela me trouxe um saco fechado e eu não consegui parar para contar. A Valentina tinha contado, a Bianca não contou. Eu sabia que eram algumas, mas não sabia quantas eram. A Valentina me trouxe 36, a Bianca me trouxe algumas e eu não sabia quantas eram essas algumas. Eu tinha o saco da Valentina guardado aqui, que tinha quantas?
Alunos – 36.
P – E o saco fechado da Bianca, que eu não sabia quantas tinha. As duas entregaram para a professora. Depois que vocês foram embora, eu comecei a contar quantas bandeirinhas tinha. Peguei o saco da Valentina e o saco da Bianca e comecei a contar tudo junto. Tudo junto deu 182 bandeirinhas. Eu sabia que a Valentina tinha me dado 36 e que, quando contei tudo junto, deu 182 bandeirinhas. O que eu quero saber?
A – Quantas a Bianca deu.
P – É isso mesmo que eu quero saber. A Valentina me deu 36, a Bianca não sei, e quando juntei tudo deu 182. E aí o que vocês acham?
A – (maioria) é de mais. (alguns) menos.
P – Antes de pensar, se é de menos e de mais, o que eu posso fazer para tentar resolver?
A – Menos, mais.
P – (Escreveu no quadro)



P - E daí? O que tenho que perguntar? Quanto eu juntei com os 36 da Valentina para dar os 182. Esses dois juntos (36 e os da Bianca) vão dar 182 (colocou duas setas direcionadas para o 182).
A – Mais, menos.
A – Tu tens 36 e vais colocando até dar o resultado e depois separa os 36 e ...
P – Por exemplo, tem 36 bandeirinhas e depois que eu contei as 36 da Valentina eu começo a pegar as da Bianca, a primeira que eu pegar da Bianca como eu vou fazer?
A – 37, 38...
P – Até chegar no 182? Vocês concordam com isso?
(Alguns respondem sim e outros não.)

A – Vai demorar uma meia hora até contar uma por uma...
P – Tu achas que vai demorar? E aí, como podemos fazer? Alguém quer vir no quadro me dizer como fazer?
Uma aluna é convidada a vir ao quadro.
P – Eu quero que todo mundo se ajude primeiro para resolver.
A – (no quadro)

C D U
1 8 2
- 3 6

(A menina está com dificuldades em diminuir a coluna das unidades.)
P – Está todo mundo aprendendo, ninguém sabe. Todo mundo tem que tentar. Estamos todos aprendendo. Vamos ver o que estás pensando?
P – Quem quer ajudar? Errar é humano! Todos pensando. Atenção! Vocês concordam?
(Alguns respondem sim e outros não.)
P – Quem concorda com a conta? (Alguns levantam a mão.)
P – Quem não concorda? Por quê?
A – É de mais.
P – Olha bem para mim. Eu tinha no final 182. Como eu vou pegar os 182 e somar com 36? É isso?
A – Não.
P – Eu já tenho 182. Eu já sei quanto eu tenho. Eu só quero saber quanto a Bianca me deu para chegar nos 182. Vocês acham que a colega está certa?
A – Sim.
P – O que ela fez? Ela pegou todas as bandeirinhas que eu tinha, ela tirou as 36 da Valentina, e contou só as da Bianca. Entenderam? Ela pegou aquele montão de bandeiras e tirou 1, 2, 3, tirou 36 e o que sobrou é o que a Bianca tinha feito: 146. Está certo ou não está?
A – É.
P – Concordam?
A – Sim.
P – Vocês têm que imaginar o que está acontecendo.
A – Professora, tu vai ensinar tudo pra gente? (Se referindo a que ela não está deixando-os resolverem sozinhos.)
P - Eu estou ajudando vocês a pensar junto. Por enquanto eu estou dando umas dicas para vocês. Depois, outra hora, a gente vai fazer sozinho... Primeiro vocês vão fazer e depois a gente vai para o quadro.

A seguir encontra-se como o problema foi representado e resolvido em conjunto, depois copiado pelas crianças em seus cadernos:

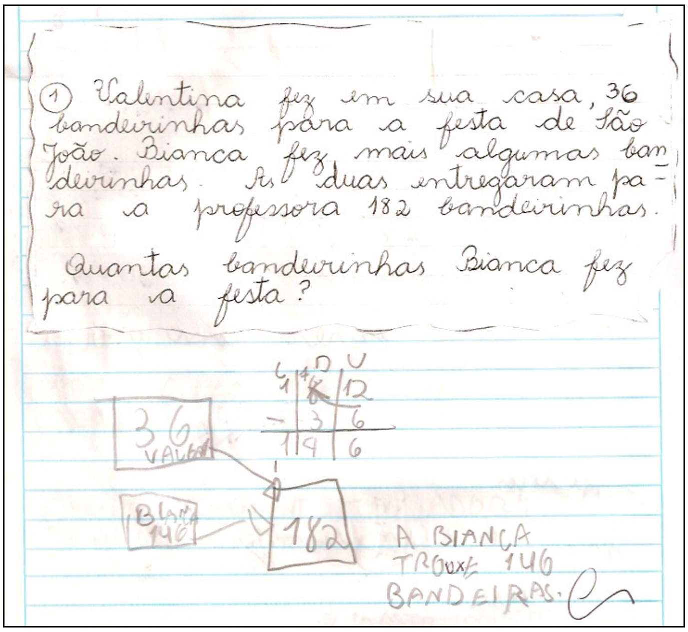


Figura 13 - Problema resolvido no dia 26 de junho pelo 3º ano.

A professora FE2 estava procurando ajudá-los a interpretar os problemas e perceber as relações entre as quantidades que o problema informa. Vimos essa aula como muito importante para que as crianças entendessem o que é "pensar e ler com atenção" – frase muito usada pelas professoras quando as orientam como resolver problemas. Nessa aula, FE2 conseguiu provocar atitudes que envolvessem o processo metacognitivo tão importante para o êxito na resolução de problemas (DESOETE; ROEYERS; HUYLEBROECK, 2006; LUITEL, 2005; NICKERSON; PERKINS; SMITH, 1994; VIEIRA, 2001).

Quando conversamos após a observação dessa aula, combinamos que, para nossa próxima observação no dia 04 de julho, ela proporia problemas de somente uma classe semântica, usando as representações figurativas. (ORRANTIA, 2003, 2006).

No dia 04 de julho, FE2 propôs a resolução de seis problemas, sendo cinco de transformação e um de combinação com uma das partes desconhecida, possivelmente confundido por ela ao tentar elaborar um de transformação aditiva com início desconhecido (T5).

Inicialmente, a professora leu todos os problemas da folha. Depois ela discutiu cada um deles com as crianças coletivamente antes que elas resolvessem em duplas. Solicitou que uma dupla viesse ao quadro para resolver cada um dos problemas. Ela questionava os alunos sobre as relações entre os números do problema e fazia a representação figurativa (ORRANTIA, 2003, 2006), deixando que a dupla fizesse o cálculo depois.

Após resolvidos todos os problemas, a professora apagou o quadro e pediu que eles resolvessem cada problema na sua folha, em duplas. Enquanto resolviam, um dos meninos mostrou-nos admirado que iria fazer 208 palitinhos. Perguntamos a ele: "não tem outro jeito de resolver sem ter que fazer 208 palitinhos?" Ele não nos respondeu e foi falar para outros colegas dos 208 palitinhos que iria desenhar. Algumas crianças chamaram a professora para que lhes auxiliasse na resolução. A maioria das crianças não usou a representação figurativa, algumas tentaram e não concluíram. Muitas crianças recorreram ao desenho de palitinhos ou bolinhas para representar as quantidades.

Desenhar palitinhos ou bolinhas é uma situação que precisa ser problematizada pelos professores, pois é uma estratégia que pode ser adequada para quantidades menores, mas em quantidades grandes ela pode provocar equívocos de contagem, exaustão e, assim, perder a sua eficácia.

Consideramos que o fato de a professora ter proposto problemas de mesma classe semântica e, portanto, ter usado o mesmo tipo de representação figurativa, pode ter provocado com que mais crianças ensaiassem o uso dessas representações. Ainda seria preciso que as crianças tivessem outras oportunidades para explorar essa estratégia e passassem a usá-la com mais segurança.

Em 29 de agosto realizamos mais uma observação de aula com a resolução de seis problemas aditivos. A professora organizou-os em grupos para que encontrassem juntos uma maneira de resolvê-los.

FE2 entregou uma folha com seis problemas matemáticos de igualação e leu o primeiro problema, depois o outro logo em seguida, sem fazer nenhum comentário. Naquele dia, ela parecia estar irritada, menos tolerante do que nas outras observações. O terceiro problema foi lido e explicado sem que as crianças o tivessem solicitado: “O Jonathan está colecionando figurinhas. Eu sei quanto o álbum tem, sei quantas faltam, mas não sei quantas o Jonathan tem.” Em seguida leu o quarto e o quinto problema sem explicar e, depois de ler o sexto, explicou: “eu não sei quantas a Juliana tem. Eu sei que se eu acrescentar mais 69 ela vai ter 78. Quantos anos ela tem?”
Em seguida, ela perguntou: “lembram como a gente fazia?” Então começa a fazer no quadro a representação figurativa de cada um dos problemas em ordem inversa:

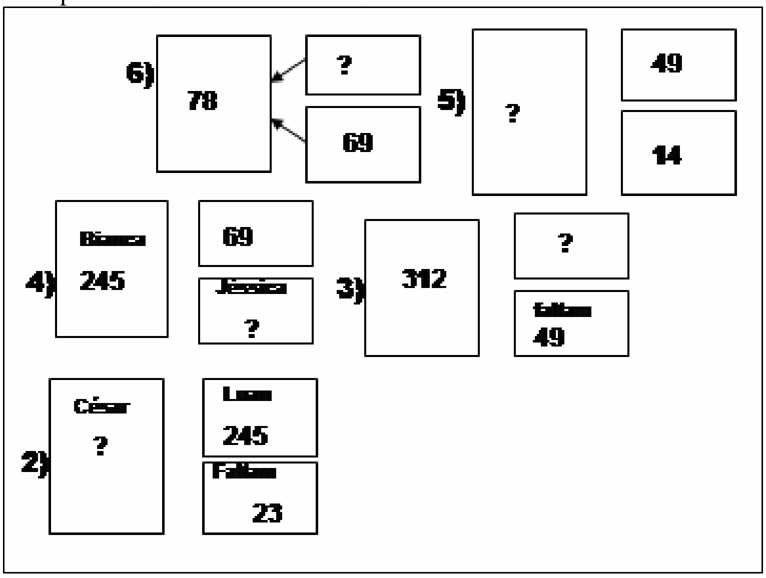


Figura 14 - Representação figurativa realizada pela professora FE2 no quadro.

Ao terminar de fazer a representação do segundo problema a professora disse que o primeiro problema ela não iria mostrar, que eles deveriam encontrar uma maneira de resolvê-lo. Ela sentou-se em sua mesa e fez algumas anotações em seu caderno por alguns minutos, interrompendo o que fazia apenas para recriminar algum comportamento das crianças. Depois, circulou por entre elas e iniciou a correção coletiva no quadro, sorteando um problema para cada grupo de crianças.

A partir da análise de cadernos das crianças e das observações realizadas, verificamos que os problemas em que os alunos apresentaram maior avanço foram os mais propostos pela professora FE2. Por exemplo, o problema T3, que foi um dos mais difíceis para a turma, somente foi proposto uma vez.

Quanto a sua prática pedagógica, após a participação nas oficinas da pesquisa, dos encontros de planejamento e do programa de ensino, segundo a professora FE2, ela começou “a ver a resolução de problemas, não como um trabalho silencioso e solitário, mas uma exposição de estratégias de como resolver o mesmo problema de formas diferentes.” Ela relata que “conversando e dando abertura para eles exporem suas ideias, também conquistei a confiança deles em mim e também a autoconfiança deles mesmos. O medo de errar e de não ser igual a maneira que a professora faz, desapareceu. Propiciando um estímulo para criar estratégias e resolver".

FE2 percebia, até o período de aplicação do Pós1, que seus alunos ainda tinham dificuldades de "interpretar os problemas e criar uma imagem mental do que realmente eles devem procurar para chegar ao resultado". Da mesma forma, a professora também sentia dificuldades em "ajudá-los a compreender o que se passa em cada problema, tornar mais concreto (com várias estratégias) o processo para resolução de cada problema. É fazer eles apropriarem-se do conteúdo de cada problema". Nunes e Bryant (2009) sugerem que os professores auxiliem as crianças, com instrução explícita, a perceberem as relações existentes em contextos de problemas de raciocínio aditivo o que pode conduzir a avanços significativos no desempenho das crianças. Fazer matemática também envolve pensar sobre relações entre quantidades. Pesquisas mostram que é mais difícil para as crianças resolverem problemas que envolvem relações do que resolverem problemas que envolvem somente quantidades. (NUNES; BRYANT, 2009). E isto é justamente a dificuldade das crianças em relação aos problemas aditivos: perceber as relações semânticas entre as quantidades e associá-las à operação que os resolva.

A professora FE2 fez um depoimento sobre a sua participação na pesquisa que consideramos importante transcrever:

Gostei muito de ver os alunos apropriarem-se da compreensão dos problemas de formas diferentes, não só com a preocupação de saber qual conta deveriam fazer.
A turma no início estava "trancada", restrita a resolver cálculos. No decorrer do trabalho feito, se soltaram e se aventuraram a utilizar várias estratégias.
Esta autoconfiança e a cumplicidade comigo cresceram e foram evidenciadas de forma crescente, durante as aulas que envolviam resolução de problemas e exercícios matemáticos.
Estou muito feliz com os avanços, mas sei que eu também tenho que deixar meus "medos" de lado e propor atividades que desafiem mais a turma, pois a capacidade deles é incrível!!! Amei!!

Esse depoimento confirma a importância de se trabalhar também os conteúdos atitudinais da matemática. Van de Walle (2009), assim como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997), destacam que precisam ser desenvolvidos nos alunos a confiança e a convicção em suas habilidades, a disposição em correr riscos e perseverar, o gosto pela matemática, entre outros.

5.1.3 Terceira Série – Escola F

As turmas de 3ª série evidenciaram avanços em seu desempenho. As duas turmas partiram de um desempenho semelhante no pré-teste, sendo que o grupo experimental avançou até o período de realização do Pós1, enquanto que o grupo controle praticamente manteve o mesmo desempenho. Os resultados sugerem que o programa de ensino influenciou o avanço das crianças na resolução de problemas aditivos. Vejamos os resultados apresentados no gráfico e na tabela que seguem.

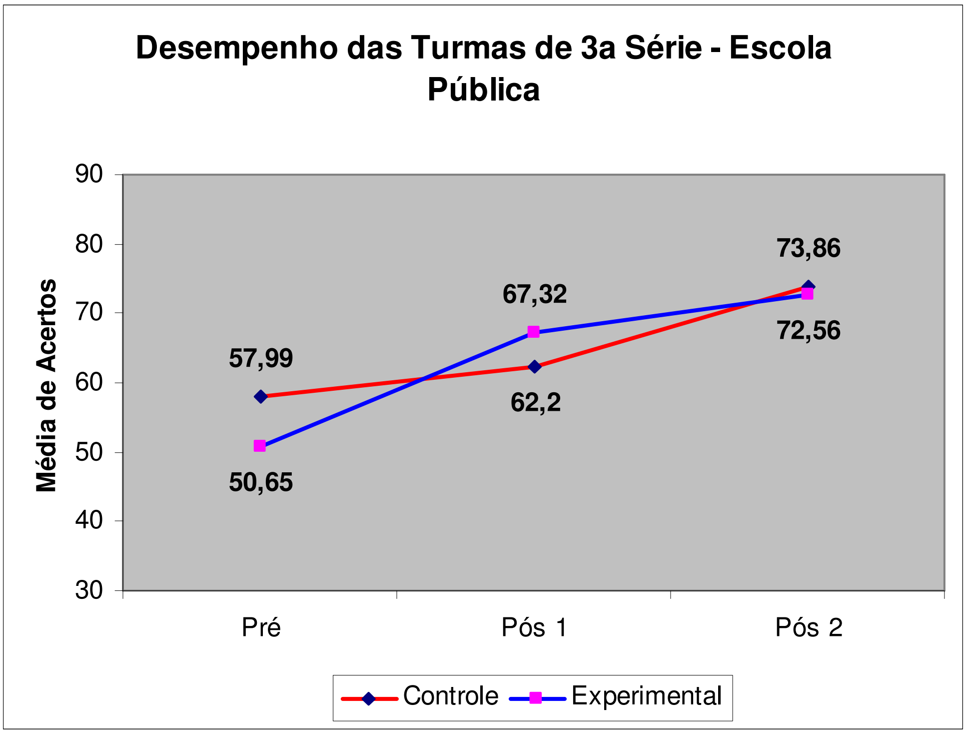


Gráfico 4 - Média de acertos (%) em cada período de teste: 3ª Série - Escola F

O avanço demonstrado pelas turmas foi comparado através dos resultados do teste de comparações t-student para amostras pareadas, os quais se encontram na tabela 12.

Tabela 12 - Comparação do percentual de acertos entre os períodos Pré, Pós1 e Pós2: 3ª Série - Escola F

Comparação	*N*	*Média Acertos (%)*	*Desvio-padrão*	*P*
3ª Série Controle				
Acertos Pré	20	57,99	18,54	0,241
Acertos Pós 1	20	62,20	19,41	
Acertos Pré	20	57,99	18,54	0,001
Acertos Pós 2	20	73,86	16,23	
Acertos Pós 1	20	62,20	19,41	0,002
Acertos Pós 2	20	73,86	16,23	
3ª Série Experimental				
Acertos Pré	20	50,65	16,93	0,000
Acertos Pós1	20	67,32	15,18	
Acertos Pré	20	50,65	16,93	0,000
Acertos Pós2	20	72,56	16,96	
Acertos Pós1	20	67,32	15,18	0,168
Acertos Pós2	20	72,56	16,96	

Analisando os resultados, verificamos que existe diferença significativa nos períodos acima comparados nas seguintes situações:

- Controle: A diferença não foi significativa entre os períodos Pré e Pós1. Comparando-se os períodos Pré e Pós2 e Pós1 e Pós2, as diferenças entre os desempenhos são significativas.

- Experimental: As diferenças foram significativas entre os períodos Pré e os Pós1 e 2. No entanto, entre os períodos Pós1 e 2, a turma apresentou avanço, mas não significativo estatisticamente.

Fazendo uma comparação entre os grupos, através do teste não-paramétrico Mann-Whitney, verificamos que não existe diferença significativa entre eles.

Tabela 13 - Comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental: 3ª Série - Escola F

Grupo	*N*	*Média*	*Desvio-padrão*	*P*
Acertos Pré				
Controle	20	57,99	18,54	0,149
Experimental	20	50,65	16,93	
Acertos Pós				
Controle	20	62,20	19,41	0,547
Experimental	20	67,32	15,18	
Acertos Pós 2				
Controle	20	73,86	16,23	0,904
Experimental	20	72,56	16,96	

As turmas também apresentaram uma homogeneidade na variação do desempenho entre o percentual de acertos dos problemas com menos e mais acertos em cada uma das etapas de testes avaliados, o que pode ser verificado pelo desvio-padrão. Vejamos como isso se procedeu em cada uma das turmas.

5.1.3.1 Resultados da Turma Controle da 3ª Série – Escola F

A turma controle apresentou um avanço significativo somente no segundo pós-teste. Esse grupo de estudantes teve, no pré-teste, um desempenho um pouco superior ao do grupo experimental, sem que tenha sido uma diferença estatisticamente significativa. Segundo a professora FC3, essa turma tem 15 alunos com dificuldades de aprendizagem em matemática.

Observando a ordem de dificuldade apresentada na resolução em cada momento avaliado, verificamos que no pré-teste a turma obteve um percentual inferior a 50% em sete problemas. Nos pós-testes, esse percentual apresentou-se em quatro problemas no Pós1 e em dois no Pós2.

Tabela 14 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 3ª Série Turma Controle - Escola F

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	T3	12,50	I4	18,18	CP6	46,67
2º.	I5	35,00	CP6	27,27	T5	46,67
3º.	I4	36,36	T5	38,10	T3	52,94
4º.	CP1	40,91	I5	45,45	I4	53,33
5º.	T5	45,00	T3	50,00	CB2	64,71
6º.	CB2	45,45	T6	50,00	CP4	64,71
7º.	CP3	45,45	CP3	59,09	I2	66,67
8º.	CP2	54,17	CP2	59,09	CP5	66,67
9º.	T6	57,14	CB2	60,00	CP1	70,59
10º.	CP6	59,09	I2	61,90	I6	70,59
11º.	T4	63,64	CP1	63,64	CP3	73,33
12º.	I1	65,00	I6	68,18	I5	80,00
13º.	I2	65,22	I1	72,73	T1	80,00
14º.	I3	69,57	CP4	75,00	T6	88,24
15º.	CP5	69,57	I3	81,82	I1	88,24
16º.	CB1	75,00	CP5	81,82	CB1	88,24
17º.	I6	78,26	CB1	81,82	T2	88,24
18º.	T2	79,17	T2	81,82	CP2	93,33
19º.	CP4	80,00	T1	81,82	I3	94,12
20º.	T1	83,33	T4	86,36	T4	100,00

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	*Problemas entre 50% e 69% de acertos*	*Problemas entre 70% e 99% de acertos*	*Problemas com 100% de acertos*

Verificamos um avanço gradativo desse grupo de estudantes a cada etapa de testes avaliados, mas a ordem dos problemas com mais e menos dificuldades não variou muito. Os problemas não-canônicos continuaram sendo os mais difíceis, mesmo apresentando progressos em sua aprendizagem.

5.1.3.1.1 A professora FC3

A professora FC3 possui ensino superior incompleto e tem trinta anos de regência de classe em Anos Iniciais. Ela participou, há cinco anos, de um curso de formação continuada com o tema matemática e tem interesse nessa área, pois diz que "é a base para as séries futuras." Considera a resolução de problemas como um importante tema para programas de formação continuada de professores.

Sobre a sua prática pedagógica, a professora FC3 planeja duas vezes por semana atividades de resolução de problemas matemáticos aos seus alunos, sendo que a cada aula propõe a resolução de no máximo cinco problemas. Tem como prática usual na resolução de problemas a cópia do quadro ou de outro local (livro, folha...), resolução individual, correção coletiva no quadro ou outra forma, correção individual pelo professor no material do aluno, leitura silenciosa e individual do problema, leitura coletiva do problema por um aluno ou pelo professor antes da resolução, discussão da solução correta, discussão de diferentes soluções (corretas ou incorretas), problemas com diferentes tipos de solução (operação) no mesmo dia. Tem como prática eventual o uso de folha xerocada ou mimeografada sem cópia do problema pelos alunos, a partir de um jogo realizado, resolução em grupo (duplas ou mais), problemas do cotidiano dos alunos, uso de palavras-chave associadas às operações (Ex: ganhar- adição; perdeu- subtração...), estímulo ao uso de desenho ou de material concreto para representar o problema. Não é sua prática o uso de todos os problemas de mesmo tipo de solução no mesmo dia.

A professora acredita que a maior dificuldade que as crianças encontram na resolução de problemas é na interpretação, na escolha de que cálculo precisa ser utilizado para aquela situação e a falta de concentração das crianças. Ela diz encontrar dificuldades para ensinar a resolução de problemas ao fazer com que os alunos entendam "a maneira correta de colocar as respostas."

É comum ouvir a queixa dos professores de que as crianças não escrevem a resposta "completa" para os problemas. A resposta completa para eles é escrever uma frase que responde a pergunta do problema. Por exemplo: *Mariana tem 28 figurinhas. Dessas, 15 são de flores e as outras são de pássaros. Quantas figurinhas são de pássaros?* A resposta completa seria *13 figurinhas são de pássaros.* Muitas crianças colocam apenas o número (no caso, 13) ou o número e o referente (13 pássaros). Será que essa forma de responder pode ser considerada incorreta? Cremos que não. O mais importante sobre a resposta do problema seria trabalhar a validação da resposta (DESOETE; ROEYERS; HUYLEBROECK, 2006; LUITEL, 2005; NICKERSON; PERKINS; SMITH, 1994) ou seja, o resultado encontrado responde o problema? É um resultado possível? O número encontrado se refere a quê?

5.1.3.2 Resultados da Turma Experimental da 3ª Série – Escola F

Essa turma avançou significativamente entre o pré-teste e o Pós1. Ela teve um desempenho inferior ao da turma controle no Pré e teve um desempenho superior no Pós1. No pré-teste, em sete problemas a turma teve menos de 50% de acertos, passando a somente dois problemas com esse percentual nos pós-testes. Segundo a professora FE3, a sua turma tem 10 alunos com dificuldades de aprendizagem em matemática.

Tabela 15 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 3ª Série Turma Experimental - Escola F

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	**T5**	17,39	**I4**	30,43	**CP6**	38,89
2º.	**I4**	25,00	**CP6**	47,83	**I5**	44,44
3º.	**CP3**	28,00	**T5**	52,17	**T3**	50,00
4º.	**I5**	30,00	**CP3**	52,17	**CP1**	55,00
5º.	**CP1**	35,00	**T3**	58,33	**CB2**	60,00
6º.	**T3**	38,10	**I6**	58,33	**I4**	61,11
7º.	**CB2**	45,00	**I5**	65,22	**I6**	65,00
8º.	**CP2**	52,00	**I2**	65,22	**CP3**	66,67
9º.	**I2**	52,00	**CP5**	65,22	**I2**	66,67
10º.	**T4**	52,17	**I1**	66,67	**T5**	77,78
11º.	**CP6**	52,63	**I3**	66,67	**T4**	77,78
12º.	**I1**	55,56	**CP2**	69,57	**T6**	80,00
13º.	**CB1**	57,14	**CB2**	70,83	**CP4**	80,00
14º.	**T1**	60,00	**T6**	70,83	**I1**	85,00
15º.	**T6**	62,50	**T4**	78,26	**T2**	85,00
16º.	**CP5**	65,00	**CP1**	79,17	**T1**	88,89
17º.	**I6**	66,67	**CP4**	79,17	**I3**	90,00
18º.	**CP4**	68,42	**T1**	86,96	**CB1**	90,00
19º.	**T2**	72,73	**CB1**	91,67	**CP5**	94,44
20º.	**I3**	77,78	**T2**	91,67	**CP2**	94,44

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

Essa turma apresentou avanços, pequenos ou grandes, em todos os problemas aditivos, com exceção dos problemas não-canônicos de comparação CP6 e de igualação I3 e I6 que apresentaram uma pequena queda do Pré para o Pós1. Os problemas em que houve avanços mais acentuados, comparando-se o período Pré e Pós1, foram os não-canônicos CP1, T5, T3 e I5 e o canônico CB1. Analisando os problemas resolvidos no caderno das crianças, os problemas mais frequentes foram os canônicos do tipo T2, CB1. Vejamos mais detalhes sobre essa professora e sua atuação.

5.1.3.2.1 A Professora FE3 e sua atuação

A professora da 3ª série experimental é formada em Nutrição com curso de extensão em Formação Pedagógica, fez especialização em Gestão Escolar e possui curso de Magistério em nível médio. Ela tem vinte anos de regência de classes em Anos Iniciais e já lecionou em cursos de ensino técnico como Nutrição e Enfermagem. A professora FE3 já participou de vários cursos de formação continuada com o tema matemática, pois gosta muito do assunto e sempre que surge a oportunidade ela participa. Tem muito interesse nessa área, pois considera relevante "a utilização da matemática para desenvolver o raciocínio, para a compreensão do mundo. A aprendizagem por parte dos alunos depende do conhecimento do professor para explorar e estimular". Ela entende que a resolução de problemas é um tema importante para programas de formação continuada de professores, assim como cálculos de adição e subtração e cálculos de multiplicação e divisão.

No questionário sobre concepções prévias dos problemas aditivos e a resolução de problemas (Apêndice D), onde solicitamos que formulasse um problema para cada uma das operações: 24+57= e 83-37=, ela elaborou dois problemas de transformação com o final desconhecido, um com situação aditiva (T1) e outro subtrativa (T2). Esses dois tipos de problemas são muito comuns em livros didáticos (BRANDÃO; SELVA, 1999; ORRANTIA; GONZÁLEZ; VICENTE, 2005).

Nesse mesmo questionário, solicitamos que a professora analisasse um problema aditivo sob alguns aspectos: *Cristina tinha uma quantia em dinheiro. Ganhou mais 15 reais de seu avô e ficou com 32 reais. Quantos reais Cristina tinha?* Ao que ela respondeu que o problema estava bem formulado e possuía dados precisos, explicando que a criança precisaria interpretá-lo, pois é necessário um raciocínio mais complexo, já que não há a quantidade inicial para alguns alunos poderia ser mais difícil esse raciocínio. FE3 também colocou que auxiliaria os alunos questionando-os sobre cada frase do problema: "quem ganhou dinheiro? De quem? Quanto ganhou? Quanto ficou no final? Como resolver? Do 15 para chegar ao 32 (quanto falta), como fazer?".

A partir dessa sua resposta e de sua postura nas oficinas e planejamentos posteriores, pudemos observar que a professora FE3 tinha como postura didática questionar seus alunos auxiliando-os na interpretação dos problemas. Os questionamentos que ela trazia para auxiliar os alunos sugerem uma preocupação em orientar para a sistematização de raciocínio metacognitivo.

A professora FE3 mostrou-se envolvida e participativa no estudo. Desde os encontros nas oficinas ela já manifestava interesse e trazia exemplos de como trabalhava a resolução de problemas com sua turma. Nos encontros de planejamento, ela incentivava as colegas a iniciarem o trabalho.

A primeira observação de uma aula de resolução de problemas aditivos foi realizada no dia 27 de maio. Nesse dia, os alunos conversavam com a professora enquanto ela entregava a folha com os problemas. Conversavam sobre como era difícil acordar cedo. A professora os ouvia e também dialogava com eles.

Ela entregou uma folha com 14 problemas nos quais os seus alunos eram as personagens. Disse que não fariam todos no mesmo dia. Solicitou que dobrassem a folha logo após cada problema e recortassem no vinco. Após deveriam ler o problema, colá-lo no caderno e já ir pensando numa forma de como representá-lo.

Um aluno leu o problema em voz alta e a professora questionou: “Quais as personagens dessa história? O que são adesivos? Juntos eles têm mais ou menos do que 1000? E separados? O que o problema está pedindo? Quem sabe um desenho que representa o todo e as partes da história como nós fizemos ontem?”
No dia anterior, FE3 havia resolvido problemas em que as crianças deveriam representar “as partes e o todo”, conforme mostra a figura 15:

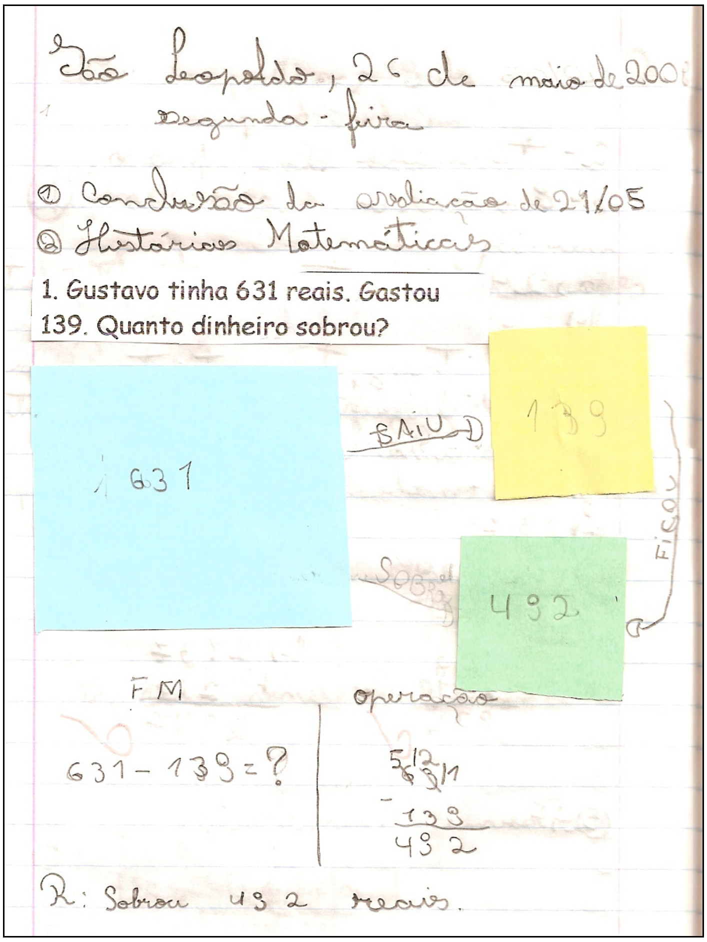


Figura 15 - Problema aditivo trabalhado com a representação gráfica adaptada pela professora FE3.

A professora FE3 resolveu três problemas com eles nesse dia: três do tipo T2 e um CB2. Para todos eles, questionou as crianças somente após a resolução delas.

A forma que a professora FE3 encontrou para trabalhar as representações com as crianças ajusta-se à estrutura parte-todo concernente às operações aditivas sem confundir-se com a semântica parte-todo dos problemas de combinação (ORRANTIA, 2006). Em nosso encontro posterior à observação, elogiamos o seu trabalho, sua criatividade e iniciativa, pois percebemos um bom resultado na maneira como as crianças demonstraram entender os problemas e usar a representação gráfica, assim como o uso da linguagem adequada às situações propostas.

Orientamos à ela que a compreensão do problema e os questionamentos para incentivar a resolução inicialmente poderiam ser feitos antes de solicitar que eles resolvam, pois as crianças precisam aprender a fazê-los para si mesmos antes de iniciar a solução. Dessa forma, mais alunos conseguiriam chegar a uma solução possível e se sentiriam mais capazes – o que certamente influenciará no seu desempenho. (SAMMONS, 2008).

FE3, nessa aula, insistia que as crianças mostrassem formas diferentes de resolver os problemas. Caso ninguém tivesse encontrado outra forma, ela própria mostrava outra maneira de resolver. Por exemplo, as crianças haviam resolvido facilmente um problema pela subtração e ela demonstrou uma forma de pensar pela adição. Dissemos à ela, quando conversamos sobre a aula, que caso isso acontecesse novamente ela não insistisse na solução pela adição, pois, se eles haviam resolvido pela subtração, já haviam encontrado a forma mais avançada de resolver esse tipo de problema.

A professora mostrou-se atenta às nossas orientações e disse que iria segui-las, pois estava bastante motivada com o resultado que percebia nas crianças. Ela também relatou que na entrega de boletins um pai elogiou a forma como ela estava trabalhando os problemas matemáticos. Esse fato lembra o que Brooke e Soares (2008) apontam sobre algumas pesquisas que definem que, quando os pais acreditam no trabalho do professor, existe uma tendência de o filho ir melhor na escola.

Uma característica que se destacou no trabalho dessa docente foi sua intervenção nas discussões sobre diferentes formas de solução encontradas pelos estudantes. Ela organizava de forma intencional e sistemática a comunicação de procedimentos e resultados, difundindo-os, de forma que os alunos podiam compreender os procedimentos de outros, valorizando os aspectos positivos das diferentes produções, argumentando com os conhecimentos matemáticos em questão. (QUARANTA; WOLMAN, 2006).

FE3 afirmou que, através das oficinas, percebeu e aprendeu que existem diferentes raciocínios para resolução de problemas matemáticos e que "é necessário apresentá-los aos alunos." Desde o início do ano letivo, quando iniciou sua participação nas oficinas e começou a aplicar com sua turma o aprendido, ela diz que percebeu melhora no desempenho dos alunos devido ao método empregado, mas que ainda percebe que alguns alunos não se arriscam e não perseveram para tentar fazer, pois ainda possuem medo de errar. No entanto, refere que o mais significativo que percebeu durante o trabalho realizado é que, "utilizando a metodologia desenvolvida neste programa, muitos alunos estão conseguindo resolver histórias matemáticas e, quando questionados, sabem responder 'porque' utilizaram tal estratégia para resolução." Isso mostra que a professora conseguiu trabalhar os processos metacognitivos na resolução de problemas.

Quando questionamos a professora FE3 sobre as dificuldades que ainda tem para ensinar a resolução de problemas, ela referiu-se ao pouco tempo, pois "isso impede muitas vezes que se desenvolva o trabalho.” Essa questão é apontada nas pesquisas em eficácia escolar como uma medida que não favorece o bom desempenho dos estudantes. (BROOKE; SOARES, 2008). Rodrigues (2004) refere-se a questão do tempo como preocupante nas escolas: “o tempo escolar, fragmentado, esquartejado em deslocamentos, interrupções, rotinas arraigadas e inquestionáveis, também podem exemplificar o tempo de perda, de dispersão, de alienação.” (RODRIGUES, 2004, p. 35). FE3 entendia que havia excesso de fragmentação e de interrupções no tempo escolar, manifestando-se diversas vezes sobre essa questão.

Percebemos que FE3 tinha uma boa organização geral do ensino na sala de aula. Os alunos estavam engajados nas atividades planejadas antecipadamente por ela. Observamos que em sua aula não havia desperdício de tempo na preparação de material, pois ela já estava com todos os recursos necessários sempre à mão. Outra questão importante é que em sua aula a sua atenção era dirigida para o coletivo da turma. Rutter *et al.* (2008a) destacam que o tempo consumido com locomoção, espera, organização ou recolhimento de material é um fator importante para a aprendizagem, assim como quando o professor trata a turma como um todo, conseguindo manter o conjunto dos alunos envolvidos e interessados.

5.1.4 Quarta Série – Escola F

As turmas de 4ª série não evidenciaram muitos avanços em seu desempenho. Vejamos os resultados apresentados no gráfico e na tabela que seguem.

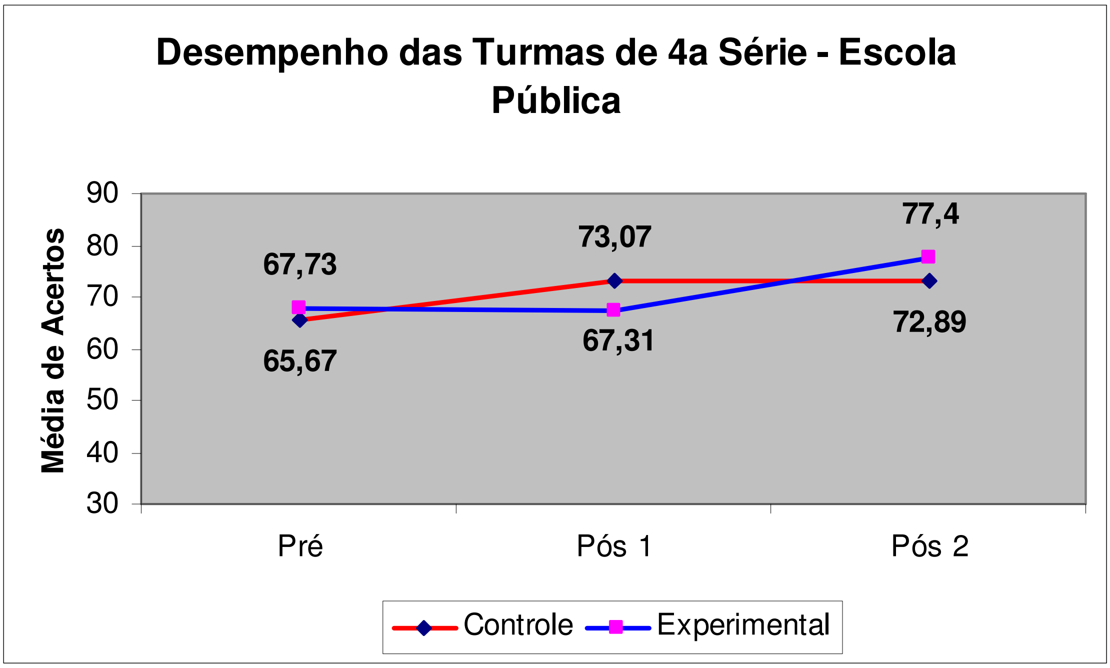


Gráfico 5 - Média de acertos (%) em cada período de teste: 4ª Série - Escola F

Percebemos que os dois grupos tiveram um desempenho semelhante no pré-teste. No entanto, a turma experimental apresentou no Pós1 um desempenho levemente inferior ao Pré, avançando somente no Pós2. Esse tipo de resultado somente foi verificado nessa série. Nenhuma das turmas de outras séries, controle ou experimental, apresentou um declínio no desempenho entre o Pré e o Pós1, ou seja, em todas as outras séries verificamos avanço na aprendizagem mesmo que não tenha sido significativo estatisticamente.

Através dos resultados do teste de comparações t-student para amostras pareadas, que se encontram na tabela 16, obtivemos as seguintes informações:

Tabela 16 - Comparação do percentual de acertos entre os períodos Pré, Pós1 e Pós2: 4ª Série - Escola F

Comparação	*N*	*Média Acertos (%)*	*Desvio-padrão*	*P*
4ª Série Controle				
Acertos Pré	20	65,67	19,13	0,063
Acertos Pós 1	20	73,07	19,11	
Acertos Pré	20	65,67	19,13	0,056
Acertos Pós 2	20	72,89	19,11	
Acertos Pós 1	20	73,07	19,11	0,916
Acertos Pós 2	20	72,89	19,11	
4ª Série Experimental				
Acertos Pré	20	67,73	15,77	0,913
Acertos Pós1	20	67,31	16,23	
Acertos Pré	20	67,73	15,77	0,028
Acertos Pós2	20	77,40	17,21	
Acertos Pós1	20	67,31	16,23	0,016
Acertos Pós2	20	77,40	17,21	

Verificamos que existe diferença significativa nos períodos comparados nas seguintes situações:

- Controle: Essa turma não apresentou diferenças significativas entre os períodos comparados.

- Experimental: Verificamos uma diferença significativa entre o Pré e o Pós2, assim como entre o Pós1 e o Pós2. Essa turma não apresentou desempenho significativo entre os períodos Pré e Pós1.

Ao comparar-se os grupos experimental e controle através do teste não-paramétrico Mann-Whitney, percebemos que não existe diferença significativa entre os grupos.

Tabela 17 - Comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental: 4ª Série - Escola F

Grupo	*N*	*Média*	*Desvio-padrão*	*P*
Acertos Pré				
Controle	20	65,67	19,13	0,512
Experimental	20	67,73	15,77	
Acertos Pós	20			
Controle	20	73,07	19,11	0,211
Experimental	20	67,31	16,23	
Acertos Pós 2	20			
Controle	20	72,89	19,11	0,242
Experimental	20	77,40	17,21	

O desvio-padrão informa que os dois grupos tiveram um desempenho homogêneo em cada uma das etapas de testes. A variação entre o problema de menor e o de maior desempenho manteve-se estável no grupo controle, e no grupo experimental houve uma diferenciação um pouco maior.

5.1.4.1 Resultados da Turma Controle da 4ª Série – Escola F

A turma controle não apresentou avanço significativo em nenhuma das etapas testadas. Esse grupo de estudantes teve no pré-teste um desempenho um pouco inferior ao do grupo experimental sem que tenha sido uma diferença estatisticamente significativa. Segundo a professora FC4, essa turma tem seis alunos com dificuldades de aprendizagem em matemática.

Observando-se a ordem de dificuldade apresentada na resolução em cada momento avaliado, verificamos que no pré-teste a turma obteve um percentual inferior a 50% em três problemas. Nos pós-testes, esse percentual apresentou-se em dois problemas no Pós1 e em um no Pós2. Observamos que essa turma teve um avanço gradual no seu desempenho.

Tabela 18 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 4ª Série Turma Controle - Escola F

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	T3	18,75	I4	25,00	I4	15,79
2º.	I4	33,33	CP3	47,62	CP3	52,63
3º.	I6	44,44	CP6	50,00	CP6	52,63
4º.	T5	53,33	I5	53,33	I5	57,89
5º.	I5	58,82	CB2	59,09	T5	57,89
6º.	CP6	60,00	T5	61,11	T3	63,16
7º.	CP3	61,11	T3	63,64	I2	63,16
8º.	CB2	62,50	I1	68,18	CB2	73,68
9º.	I1	63,16	CP1	71,43	CP1	73,68
10º.	T2	65,00	I2	72,22	I1	78,95
11º.	I2	66,67	I6	85,71	CP5	78,95
12º.	CP1	68,42	T1	85,71	CP4	78,95
13º.	CP4	68,42	CB1	86,36	T2	84,21
14º.	T4	70,00	I3	86,36	T4	84,21
15º.	CP5	77,78	CP5	88,89	I6	89,47
16º.	CB1	80,00	CP2	90,00	T1	89,47
17º.	T6	83,33	T6	90,48	CB1	89,47
18º.	I3	88,89	T2	90,91	I3	89,47
19º.	CP2	89,47	CP4	90,91	T6	89,47
20º.	T1	100,00	T4	94,44	CP2	94,74

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	*Problemas entre 50% e 69% de acertos*	*Problemas entre 70% e 99% de acertos*	*Problemas com 100% de acertos*

A turma manteve uma certa regularidade na ordem de dificuldade dos problemas em cada etapa avaliada, mesmo que apresentando progresso no desempenho. A ordem de dificuldade que o grupo apresentou esteve em consonância com a classificação dos problemas canônicos (mais fáceis) e não-canônicos (mais difíceis). O problema T6 foi o único não-canônico que manteve um resultado superior a 80% de acertos nos três testes.

5.1.4.1.1 A professora FC4

A professora FC4 também é professora da turma de 2º ano controle (FC1). Ela possui curso de Magistério e o curso de Pedagogia incompleto. Tem vinte anos de regência de classe em Educação Infantil e Anos Iniciais. Segundo ela, participou de muitos cursos de formação continuada com o tema matemática e tem interesse nessa área, pois, em suas palavras, adora matemática. Considera a resolução de problemas como um importante tema para programas de formação continuada de professores.

Sobre a sua prática pedagógica, FC4 diz planejar uma vez por semana atividades de resolução de problemas matemáticos aos seus alunos, sendo que a cada aula propõe a resolução de no máximo cinco problemas. Tem como prática usual na resolução de problemas apresentá-los em folha xerocada ou mimeografada sem a necessidade de cópia do problema pelos alunos. Os problemas contêm situações do cotidiano dos alunos. Propõe que a resolução seja individual, a correção é coletiva no quadro ou outra forma. Também costuma corrigir o material de cada aluno individualmente. Propõe a leitura coletiva do problema por um aluno ou pelo professor antes da resolução, a discussão da solução correta, assim como de diferentes soluções (corretas ou incorretas); usa palavras-chave associadas às operações (Ex: ganhar-adição; perdeu- subtração...), estimula que as crianças desenhem ou usem material concreto para representar o problema. Tem como prática eventual que as crianças copiem o problema do quadro ou de outro local (livro, folha...). Propõe que resolvam em grupo (duplas ou mais), leiam silenciosa e individualmente o problema. Apresenta problemas com diferentes tipos de solução (operação) no mesmo dia. Não faz parte de sua prática fazer problematizações a partir de jogos.

A professora FC4 acredita que a maior dificuldade que as crianças encontram na resolução de problemas é montar o cálculo da situação, que pode estar ligada à "preguiça de ler e pensar"; afirma que muitas vezes elas sabem a resposta, porém não sabem montar a frase matemática. Ela diz que não sente dificuldades importantes em ensinar a resolução de problemas. Mas, às vezes, percebe "falta de estímulo das crianças".

O pensamento dessa professora sobre a dificuldade das crianças é um discurso comum no meio escolar. Guimarães e Vasconcellos (2007) realizaram uma pesquisa na qual verificaram que 62,4% dos professores responsabilizam os alunos por suas dificuldades no momento de escolher a operação que será empregada na resolução dos problemas aditivos propostos pelo professor. Conjecturam que há um discurso comum entre os professores em relação à justificativa que apresentam para as dificuldades dos alunos. Diante das limitações dos alunos tendem a culpá-los por não saberem como agir. (GUIMARÃES; VASCONCELLOS, 2007).

5.1.4.2 Resultados da Turma Experimental da 4ª Série – Escola F

A turma experimental avançou significativamente considerando-se o pré-teste e o Pós2, assim como a diferença entre o Pós1 e o Pós2. Ela teve um desempenho um pouco superior ao da turma controle no Pré e teve um desempenho inferior no Pós1. No pré-teste e no Pós1, em três problemas a turma teve menos de 50% de acertos, passando a dois problemas com esse percentual no Pós2. Entre o Pré e o Pós1, na média geral do desempenho, essa turma não apresentou avanço, no entanto, se observados particularmente cada um dos problemas, verifica-se que houve avanços em alguns deles.

Tabela 19 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 4ª Série Turma Experimental - Escola F

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	**I4**	35,00	**T3**	35,00	**I4**	30,00
2º.	**T5**	38,10	**CP6**	38,10	**CP6**	40,00
3º.	**CP3**	45,00	**CP3**	47,62	**I1**	66,67
4º.	**CP1**	52,38	**I6**	50,00	**I5**	70,00
5º.	**T3**	55,00	**I1**	50,00	**CP5**	70,00
6º.	**I5**	61,90	**I4**	57,14	**T3**	71,43
7º.	**T6**	66,67	**CB2**	65,00	**I3**	71,43
8º.	**I6**	66,67	**T5**	66,67	**T5**	75,00
9º.	**CB2**	70,00	**I5**	66,67	**I2**	75,00
10º.	**I2**	70,00	**CP1**	70,00	**CP3**	80,00
11º.	**CP4**	71,43	**I2**	71,43	**T4**	85,00
12º.	**T4**	71,43	**CP4**	75,00	**CP1**	85,71
13º.	**T2**	75,00	**CB1**	75,00	**T2**	85,71
14º.	**I3**	75,00	**T4**	76,19	**T1**	90,00
15º.	**CP6**	76,19	**CP2**	76,19	**I6**	90,48
16º.	**CP5**	78,95	**T6**	80,00	**CB2**	90,48
17º.	**I1**	80,00	**I3**	80,00	**CB1**	90,48
18º.	**CP2**	85,00	**CP5**	85,71	**T6**	90,48
19º.	**CB1**	90,48	**T2**	90,00	**CP2**	95,00
20º.	**T1**	90,48	**T1**	90,48	**CP4**	95,24

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

O problema não-canônico que apresentou o avanço mais acentuado foi o T5, sendo seguido pelo CP1. O problema não-canônico I4 mostrou avanço no Pós1, mas baixou o resultado no Pós2. O problema não-canônico T3 mostrou-se mais difícil para os estudantes no Pós1, mas teve seu rendimento acentuadamente aumentado no Pós2.

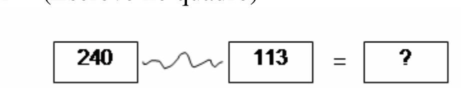
5.1.4.2.1 A Professora FE4 e sua atuação

A professora FE4 também é a professora FE1 que entrou em licença na turma de 2º ano. Ela possui formação em nível médio no Magistério e graduação incompleta em Pedagogia. Tem vinte e nove anos de regência de classes em Anos Iniciais. Ela participou de vários cursos de formação continuada com o tema matemática e tem interesse nessa área, pois entende que “a Matemática faz parte do cotidiano de todos.” Considera a resolução de problemas um importante tema para programas de formação continuada de professores, assim como cálculos de adição e subtração, cálculos de multiplicação e divisão, frações e geometria.

Como já observado quando nos referimos a professora FE1, a professora FE4 demonstrava não ter conhecimento prévio sobre os diferentes tipos de problemas aditivos, quando iniciamos as oficinas de formação. Demonstrou bastante insegurança durante as oficinas e também durante o programa de ensino, levando mais tempo que as outras professoras para iniciá-lo com suas turmas (2º ano e 4ª série experimentais).

A primeira aula observada de resolução de problemas ocorreu em 10 de junho. Nessa manhã os alunos receberam uma folha com cinco problemas matemáticos de transformação (T3, T2, T2, T2, T4) e um de igualação (I4) para serem resolvidos em duplas. Conforme a orientação de FE4, deveriam ler primeiro para depois começarem a resolver. Enquanto trabalhavam, a professora ia auxiliando as duplas, fazendo questionamentos que os levavam a interpretar o contexto do problema. Algumas duplas trabalharam individualmente e somente comparavam os resultados, sem discuti-los. A correção foi realizada no quadro. Cada dupla recebeu um número para ser sorteado. Descrevemos parte do momento da correção.

Professora – Sempre que alguém vem na frente, prestem atenção. Pode ser que a dúvida do colega é sua também.
P – Por sorteio! Quem é a dupla 7? Então vem o Gui e o Rob.
Alunos – Leem o problema: *A caixa fechada tinha 240 copos, mas 113 já foram vendidos. Quantos copos ainda estão na caixa?*
P – Então tinha uma caixa e tinha quantos copos?
A – 240.
P – E aí, o que aconteceu? Venderam quantos?
A – 113.
P – Daí o que eu quero saber? Quantos copos ainda tem na caixa?
P – (Escreve no quadro)



P – Como fizeram? Pegaram os 240 e tiraram 113? Então faz a conta.
A – (fazem a conta usando o algoritmo tradicional da subtração)

$$\begin{array}{r} {}^{3\,1} \\ 2\cancel{4}0 \\ -\ 113 \\ \hline 127 \end{array}$$

P – 127. E vocês acharam 127? (perguntando para o restante dos alunos).
A – Sim!

P – Vamos ver outra dupla. (sorteia) Dupla 8.
A – Leem o problema: *O aquário de um criador de peixes tinha 225 peixes. Destes, ele vendeu 175 peixes. Quantos peixes restaram no aquário?*
P – 225 peixes (desenha um aquário). O que aconteceu?
P – Venderam 175. O que eu quero saber?
A – Quanto ainda tem no aquário.
P – O que vocês tem que fazer?
A – Tirar do aquário os 175.
P – Quantos peixes sobraram ainda?
A – 50 peixes.

P- (novo sorteio) Dupla 4.
A – Leem o problema: *Eu tinha 225 reais. Gastei 149 reais comprando um tênis, duas meias e uma camiseta. Quanto sobrou do dinheiro que eu tinha?*
P – Ganhei minha mesada de 225, me emocionei e comprei...
P – (desenha no quadro) 225 ___ 149 = ??
O que eu quero saber?
A – Quanto sobrou.
P – O que vocês tem que fazer?
A – 225 menos 149.

P – O que era o 225?
A – O que tinha.
P – E o 149?
A – O que ele comprou.
A – (fazendo a conta)

$$\begin{array}{r} 225 \\ -\ 149 \\ \hline 76 \end{array}$$

P – (novo sorteio) Dupla 11.
A – Leem o problema: *Uma doceira fabricou 965 doces. No final do dia, ela ainda tinha 135 doces. Quantos doces ela vendeu?*
P – 965, o que aconteceu? (escreve no quadro)
965 - ?? =
P – Ela tinha 965, foi perdendo, perdendo e não contava quantos ela perdia. No final contou quantos sobraram. Ela pode saber quantos ela perdeu, sabendo quantos ela tinha e quantos sobraram?
A – Sim.
P – Ela pega o que ela tinha e diminui os que sobraram. O que ela vai fazer? Pegar o que ela tinha e tirar os que sobraram.
A – (Fazem a conta.)
P - Quantos ela perdeu?
A – 830.

Após essa observação, ao nos encontrarmos novamente com FE4, sugerimos que ela fizesse questionamentos às crianças que as levassem a entender a relação entre as quantidades. Por exemplo: *Tinha – chegou – agora tem.* A quantidade que chegou deve ser maior ou menor do que a que tem agora? Verificamos com ela que as representações gráficas que estava propondo não auxiliavam as crianças a compreender a relação entre as quantidades do problema e nem a situação que o problema propunha. Trabalhamos novamente com ela as representações figurativas propostas por Orrantia (2003, 2006) para cada tipo de situação do campo aditivo.

Em 01 de julho, voltamos a observar uma aula de resolução de problemas. Nesse dia, FE4 propôs três problemas de transformação: T5, T3 e T2. Descrevemos como foi proposto o primeiro problema (T5).

A professora fez menção à festa de São João e lembrou que há alguns anos atrás a Escola distribuía figurinhas a quem recolhia papéis do chão. Então sugeriu que iria colocar no quadro um problema matemático sobre isso. Solicitou que copiassem e depois tentassem resolvê-lo.

João tinha algumas figurinhas. Na festa de São João da escola ganhou 28 figurinhas por recolher papéis do chão. Agora João tem 309 figurinhas. Quantas figurinhas João tinha no início?

A professora circulou entre as classes e foi auxiliando quem precisava. Ela lembrou que todo problema tem uma pergunta e essa pergunta precisava ser respondida. Uma aluna lhe pediu ajuda e ela explicou: “João tinha algumas figurinhas daí ele ganhou mais 28 figurinhas e ficou com 309 figurinhas. Como eu vou saber quantas ele tinha no início?” A aluna usou a adição para resolver e FE4 falou que ela fez a “prova real” e que o correto seria fazer a subtração.

Ao fazer a correção dos problemas coletivamente, quando FE4 questionava sobre porque eles tinham pensado nesse cálculo, alguns diziam que era outro cálculo e justificavam que era por causa da “cara da professora.”

Os questionamentos que FE4 fazia não surtiam o efeito desejado, pois as crianças ou não usavam justificativas e argumentos que demonstrassem sua compreensão (por exemplo: “a cara da professora”), ou, quando o faziam, a professora parecia não entendê-los (por exemplo: “a prova real”). Aliás, este último exemplo também pode refletir um conhecimento pouco aprofundado da professora sobre como as crianças pensam e compreendem as situações aditivas de transformação com início desconhecido, no caso um problema não-canônico. No fato citado, a menina usou a adição que representa a situação do problema.

FE4 planejou muitos momentos de resolução de cálculos para as aulas de matemática que tinham a periodicidade de acontecerem duas vezes por semana. A resolução de problemas foi proposta menos vezes se comparada aos cálculos. A forma como os problemas eram apresentados evidenciava mais uma aplicação de cálculos do que a solução de problemas propriamente. Quaranta e Wolman (2006, p.113) afirmam que “não é suficiente saber desenvolver algum procedimento de soma, nem basta poder resolver um conjunto restrito de problemas. É necessário trabalhar sobre a gama de situações que um conceito permite resolver.”

Sobre as oficinas de formação e os momentos de planejamento na escola dos quais participou pela pesquisa, FE4 afirma que de alguma forma mudaram sua prática pedagógica, pois agora procura fazer seus alunos pensarem sobre o conteúdo do problema e as várias formas para resolvê-lo. Também percebeu que os alunos não reclamam mais, pois sentem que há uma continuidade no trabalho e “a forma como resolver estimula-os como um desafio”. As dificuldades que ainda percebe em seus alunos na resolução de problemas é que eles ainda perguntam muito: “Qual é a conta?” FE4 confessa ainda sentir dificuldades em como trabalhar essa questão.

A professora FE4 relata que houve vários momentos significativos durante o período do programa de ensino, dentre eles, relata o seguinte: “tenho um aluno hiperativo que não consegue parar para se concentrar e realizar as atividades. Ele nunca consegue concluir ou sequer iniciar. Neste dia eles estavam com dificuldade em resolver o problema que tinha o nome do aluno no seu conteúdo. O aluno sentiu-se importante, conseguiu resolver e ainda explicou a resolução no quadro para os colegas”.

Esse relato evidencia a grande preocupação que esta professora tinha com esse aluno. Em vários planejamentos, FE4 manifestou a sua dificuldade em lidar com essa criança e o pouco rendimento que ela apresentava. Durante as aulas observadas, pudemos perceber o quanto FE4 chamava a atenção desse menino, mas sem conseguir efeitos positivos quanto a isso. Em um de nossos encontros, discutimos a sua postura em lidar com o garoto, sendo que sugerimos que ela tentasse não chamar tanto a atenção dele reprimindo suas atitudes e, sim, apenas comentar algo com ou sobre ele quando esse fizesse algo adequado ao momento. Ela reconheceu que a forma como agia com ele não estava surtindo o efeito desejado. Aliás, percebia-se que a turma toda se agitava também com a forma como a professora tratava esse caso. Portanto, era muito difícil que encontrassem um clima apropriado para concentrarem-se na tarefa de resolução de problemas. Agindo assim, pensamos que FE4 conseguiria dar mais ênfase à própria tarefa fazendo com que o grupo de estudantes também desse uma maior importância à resolução. Beard (2008, p. 402) aponta "um ambiente concentrado no trabalho [...] no qual professores passam mais tempo discutindo o conteúdo das atividades com os alunos e menos tempo em assuntos de rotina e manutenção da ordem" como um dos fatores de política de sala de aula ligados à eficácia escolar.

O gerenciamento de grupo na sala de aula requer habilidade, eficiência e sensibilidade do professor em "manter os alunos ativamente engajados em atividades produtivas [...] quando, numa aula dirigida a todos da turma, um professor gasta tempo demais lidando com os problemas e atividades de alunos específicos, a atenção do resto da classe pode se perder." (RUTTER *et al.*, 2008a, p. 233). Em praticamente todas as aulas observadas na turma da professora FE4, essa situação se sucedeu.

Os resultados alcançados por essa turma sugerem a importância de o professor se encontrar bem consigo mesmo para poder estabelecer uma boa relação de ensino e aprendizagem com os seus alunos. A professora FE4 parece encontrar-se nas fases finais do ciclo vital dos professores (MARCELO, 2007; TARDIF, 2004) em função de sua instável motivação. Apesar de mostrar-se inicialmente entusiasmada em participar da pesquisa, ela manifestou já nos primeiros encontros o seu cansaço com o trabalho e seu desejo de aposentar-se em breve.

5.1.5 Discussão dos Resultados da Escola F

Desenhamos um quadro-síntese sinalizando se houve ou não avanço significativo no desempenho de cada grupo e série entre os períodos avaliados, comparando-se a diferença de desempenho entre o pré-teste e os Pós1 e Pós2.

Quadro 10 - Síntese dos períodos de avanços estatisticamente significativos realizados por cada grupo e série da Escola F.

ESCOLA PÚBLICA – F	GRUPOS			
	EXPERIMENTAL		CONTROLE	
	PERÍODOS		PERÍODOS	
	PRÉ – PÓS1	PRÉ – PÓS2	PRÉ – PÓS1	PRÉ – PÓS2
2º ANO	**Avançou**	**Avançou**	*Não*	**Avançou**
3º ANO	**Avançou**	**Avançou**	**Avançou**	**Avançou**
3ª SÉRIE	**Avançou**	**Avançou**	*Não*	**Avançou**
4ª SÉRIE	*Não*	**Avançou**	*Não*	*Não*

Após a análise do desempenho da Escola e do detalhamento de cada uma das turmas, a reunião sobre os avanços ou não dos grupos e séries fornece uma visão condensada do que aconteceu na Escola F. Os resultados da aplicação dos testes sugerem que uma intervenção mais intencional e qualificada sobre a resolução de problemas aditivos influencia positivamente sobre o avanço nessa aprendizagem. Isso justifica a formação dos professores e o programa de ensino.

Contudo, os resultados do Pós2 dessa Escola evidenciam que, após um ano letivo, todas as turmas avançaram significativamente no desempenho dos problemas aditivos, com exceção da 4ª série controle. O que explicaria esse fato? Talvez pudéssemos pensar que a aprendizagem do campo aditivo acompanha o desenvolvimento cognitivo, necessitando de tempo para sua aprendizagem. Essa questão é assim explicada por Magina e Campos (2004), Nunes *et al.* (2005) e por Vergnaud (1990).

Os problemas que permaneceram ao longo do estudo como os mais difíceis na Escola F foram os não-canônicos, principalmente os de igualação I4 e de comparação CP6 – o que corrobora o resultado de outras pesquisas. (GARCÍA; JIMÉNEZ; HESS, 2006; MENDONÇA *et al.*, 2007).

Sobre a atuação das professoras, percebemos que as professoras FE1 (e FE4) e FE2 muitas vezes precisaram desviar o foco da aprendizagem dos conceitos matemáticos em função da disciplina dos alunos. O ainda pouco conhecimento dessas professoras sobre como seu aluno aprende matemática pode ter sido um fator interveniente na forma como as atividades foram propostas e de intervenções que motivassem o aluno a querer aprender. Elas ainda não se sentiam seguras o suficiente em relação ao conhecimento matemático em jogo para provocar e desafiar os alunos para a aprendizagem matemática. Acreditamos que o professor que compreende bem a matéria que ensina e que conhece bem como seu aluno aprende o conteúdo a ser ensinado tem melhores condições de elaborar atividades que interessem ao aluno, que atendam a sua capacidade cognitiva e a sua curiosidade. Assim, a disciplina em sala de aula é monitorada pela própria atividade.

Nas aulas observadas, o ambiente mais apropriado para o trabalho, no qual os alunos estavam envolvidos na realização da tarefa de resolução de problemas, foi percebido quando as professoras das turmas experimentais conseguiram fazer com que os alunos se sentissem "pertencentes e participantes" daquilo que lhes era proposto por meio de uma atmosfera harmoniosa e desafiadora. (SAMMONS, 2008). Essas aulas foram percebidas principalmente nas turmas das professoras FE2 e FE3.

Um aspecto importante informado pelas professoras das turmas controle foi que todas elas usam palavras-chave associadas às operações para auxiliar os alunos na resolução de problemas. (JUSTO, 2000; MENDONÇA *et al.*, 2007; NUNES; BRYANT, 1997, 2009; VASCONCELOS, 1998; VERGNAUD, 1990). No entanto, os diferentes problemas do campo aditivo não atendem a essa lógica, pois é preciso que analisemos semanticamente as relações existentes entre as quantidades para que se compreenda a situação que o problema apresenta e se encontre a operação que a resolve. (MENDONÇA *et al.*, 2007; NUNES; BRYANT, 1997, 2009; VERGNAUD, 1990).

Passamos aos resultados da escola privada para então verificar se é possível chegar a algum denominador comum sobre o ensino e a aprendizagem de problemas aditivos e o quanto um programa de formação influencia a aprendizagem.

5.2 RESULTADOS DA ESCOLA PRIVADA – ESCOLA S

Assim como na escola pública, os estudantes da escola privada também mostraram melhora de desempenho na resolução de problemas aditivos. Apresentamos os resultados da mesma forma como fizemos com os da escola pública e a discussão desses também se faz de forma semelhante. Os resultados são apresentados em gráficos e tabelas e a discussão leva em consideração, também, informações que são tratadas qualitativamente.

A tabela 20 apresenta a comparação do percentual de acertos entre os períodos de aplicação dos testes nos grupos controle e experimental da Escola S, sendo o total de problemas avaliados (n = 60), o número de problemas de cada teste (20) multiplicado pelo número de turmas (3) de cada grupo que realizou os testes.

Tabela 20 - Comparação do percentual de acertos entre os períodos Pré, Pós1 e Pós2: Escola S

Comparação	*N*	*Média de Acertos*	*Desvio-padrão*	*P*
Controle				
Acertos Pré	60	65,74	21,71	0,000
Acertos Pós1	60	80,49	17,10	
Acertos Pré	60	65,74	21,71	0,000
Acertos Pós2	60	83,14	14,11	
Acertos Pós1	60	80,49	17,10	0,154
Acertos Pós2	60	83,14	14,11	
Experimental				
Acertos Pré	60	64,14	23,45	0,000
Acertos Pós1	60	83,99	18,24	
Acertos Pré	60	64,14	23,45	0,000
Acertos Pós2	60	82,23	14,01	
Acertos Pós1	60	83,99	18,24	0,428
Acertos Pós2	60	82,23	14,01	

Através dos resultados do teste t-student para amostras pareadas, verificamos que existe diferença significativa entre os períodos com exceção da comparação Pós1 e Pós2 nos dois grupos estudados. Observamos, para as outras comparações, um aumento significativo no percentual de acertos em cada período, sendo que o grupo experimental apresentou um desempenho melhor que o grupo controle no Pós1. O gráfico 6 ilustra o desempenho semelhante dos dois grupos, onde fica visualmente evidente que o grupo controle parte (Pré) e chega (Pós2) em um desempenho superior ao grupo experimental. No entanto, o grupo experimental teve um desempenho superior no Pós1, o que sugere que o programa de ensino influenciou positivamente sobre esse grupo de alunos no período em que fora desenvolvido.

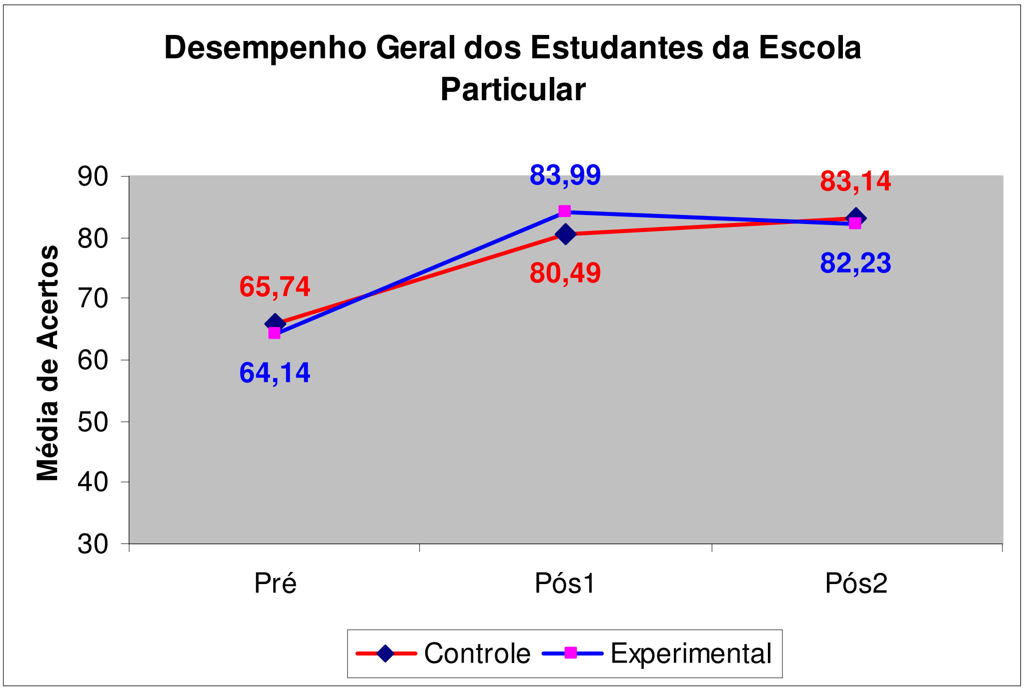


Gráfico 6 - Desempenho Geral dos Estudantes da Escola S

No entanto, o desempenho superior do grupo experimental no Pós1 não é significativo quando comparado ao desempenho do grupo controle a partir do teste não-paramétrico Mann-Whitney. A tabela 21 apresenta essa comparação.

Tabela 21 - Comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental: Escola S

Grupo	*N*	*Média*	*Desvio-padrão*	*P*
Acertos Pré				
Controle	60	65,74	21,71	0,759
Experimental	60	64,14	23,45	
Acertos Pós1				
Controle	60	80,49	17,10	0,098
Experimental	60	83,99	18,24	
Acertos Pós2				
Controle	60	83,14	14,11	0,707
Experimental	60	82,23	14,01	

Observamos que a diferença de desempenho dos grupos controle e experimental não é significativa nos períodos avaliados. No entanto, verificamos que tanto o grupo experimental quanto o controle tiveram um avanço significativo do Pré para o Pós1, sendo que o desempenho do grupo experimental foi melhor que o do controle, apesar dessa diferença não ser significativa estatisticamente.

Para uma melhor compreensão do ocorrido, passamos a descrever os resultados de cada série e turma, discutindo-os em confronto com outros dados e informações que possibilitam uma análise qualitativa dos desempenhos encontrados.

5.2.1 Segunda Série – Escola S

As turmas de 2ª série mostraram um avanço acentuado do desempenho. O avanço acentuado da aprendizagem na resolução de problemas aditivos nessa série já foi verificado em outras pesquisas por nós realizadas (JUSTO, 2000, 2004). O gráfico 7 ilustra o desempenho e a tabela apresenta os dados relativos a esse desempenho, ao desvio padrão e o grau de significância.

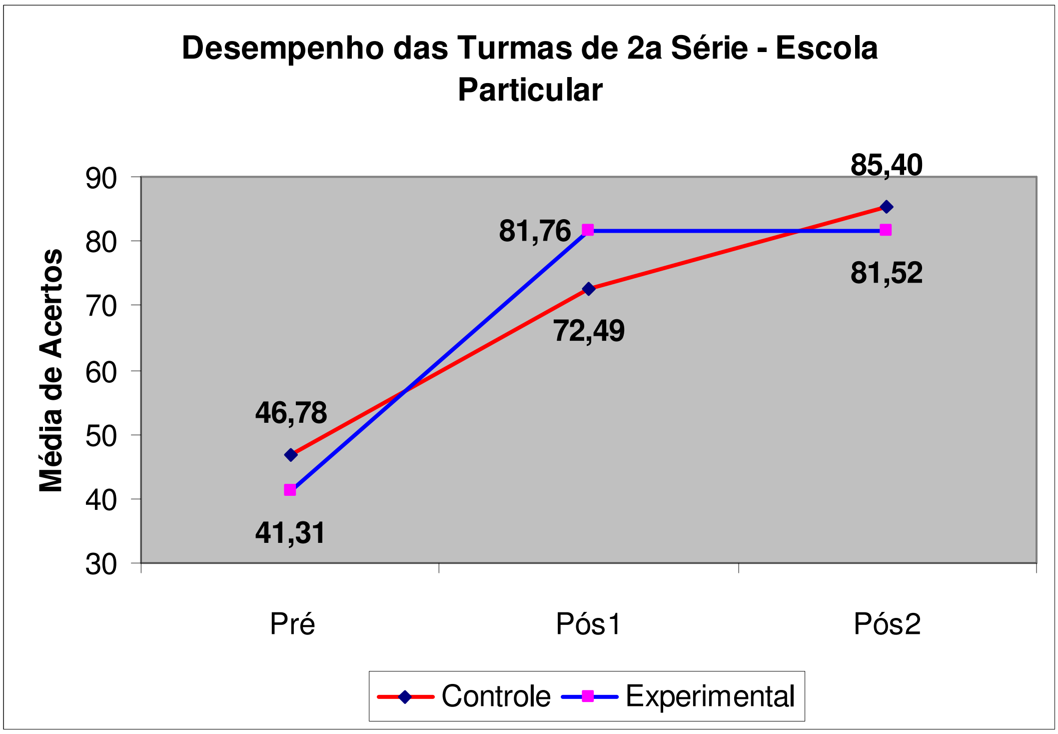


Gráfico 7 - Média de acertos (%) em cada período de teste: 2ª Série - Escola S

A diferença de desempenho da turma experimental foi significativamente maior em relação ao da turma controle no Pós1. Já no Pré e no Pós2 a turma controle apresentou um melhor desempenho, sendo que, no entanto, essa diferença não foi significativa. A tabela 22 apresenta a comparação entre esses dois grupos através do teste não-paramétrico Mann-Whitney.

Tabela 22 - Comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental: 2ª Série - Escola S

Grupo	*N*	*Média*	*Desvio-padrão*	*P*
Acertos Pré				
Controle	20	46,78	19,00	0,289
Experimental	20	41,31	23,66	
Acertos Pós1				
Controle	20	72,49	22,14	0,020
Experimental	20	81,76	27,83	
Acertos Pós2				
Controle	20	85,40	19,05	0,429
Experimental	20	81,52	18,40	

Já o teste de comparações t-student, para amostras pareadas (tabela 23), evidencia que houve diferença significativa em cada um dos grupos, considerando-se seu desempenho nos períodos comparados nas seguintes situações:

Tabela 23 - Comparação do percentual de acertos entre os períodos Pré, Pós1 e Pós2: 2ª Série - Escola S

Comparação	*N*	*Média Acertos (%)*	*Desvio-padrão*	*P*
2ª Série: Controle				
Acertos Pré	20	46,78	19,00	0,000
Acertos Pós1	20	72,49	22,14	
Acertos Pré	20	46,78	19,00	0,000
Acertos Pós2	20	85,40	19,05	
Acertos Pós1	20	72,49	22,14	0,001
Acertos Pós2	20	85,40	19,05	
2ª Série: Experimental				
Acertos Pré	20	41,31	23,66	0,000
Acertos Pós1	20	81,76	27,83	
Acertos Pré	20	41,31	23,66	0,000
Acertos Pós2	20	81,52	18,40	
Acertos Pós1	20	81,76	27,83	0,970
Acertos Pós2	20	81,52	18,40	

A turma controle teve avanço significativo entre todos os períodos analisados. Já na turma experimental, o desempenho foi significativamente superior, comparando-se o período Pré com os períodos Pós1 e 2. No entanto, entre os períodos Pós1 e 2, o grupo experimental praticamente não apresentou variação em seu desempenho.

O avanço da aprendizagem verificou-se nos dois grupos, significativamente. O avanço do grupo controle foi gradativo e significativo. Já o grupo experimental avançou de forma mais acentuada que o grupo controle entre a aplicação do pré-teste e do primeiro pós-teste, sugerindo que o programa de ensino influenciou positivamente para a aprendizagem desses estudantes.

Passamos a apresentar e discutir os resultados do desempenho de cada um dos grupos.

5.2.1.1 Resultados da Turma Controle da 2ª Série – Escola S

A turma controle da 2ª série avançou significativamente entre os períodos investigados na resolução dos problemas aditivos. Esse grupo de estudantes apresentou no pré-teste um desempenho superior ao do grupo experimental e avançou entre os três períodos de forma praticamente linear e gradativa. Segundo a professora SC2, essa turma não tem alunos com dificuldades de aprendizagem em matemática.

Um aspecto a ser observado no desempenho desse grupo, como grifado na tabela 24, é que no pré-teste a turma apresentou um desempenho inferior a 50% em doze problemas aditivos e nos pós-testes esse índice passa a dois no Pós1 e a apenas um problema no Pós2.

Tabela 24 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 2ª Série Turma Controle - Escola S

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	**I4**	7,69	**I4**	8,33	**I4**	20,00
2º.	**CP6**	15,38	**CP6**	35,71	**CP6**	53,33
3º.	**T3**	28,57	**T3**	53,85	**T6**	71,43
4º.	**CP3**	30,77	**I5**	57,14	**CP5**	80,00
5º.	**CP1**	35,71	**T5**	64,29	**CP2**	80,00
6º.	**CB2**	35,71	**I6**	66,67	**T3**	85,71
7º.	**T5**	38,46	**I2**	69,23	**T2**	85,71
8º.	**I2**	41,67	**CP3**	71,43	**T1**	86,67
9º.	**T4**	42,86	**I3**	71,43	**I6**	92,86
10º.	**CP4**	46,15	**CP1**	76,92	**CP4**	92,86
11º.	**T6**	46,15	**T4**	76,92	**I1**	92,86
12º.	**I5**	46,15	**T6**	76,92	**I5**	93,33
13º.	**T2**	50,00	**CP5**	78,57	**T5**	93,33
14º.	**I3**	61,54	**CP2**	78,57	**I2**	93,33
15º.	**I6**	61,54	**CP4**	85,71	**CP3**	93,33
16º.	**CP5**	61,54	**CB1**	85,71	**T4**	93,33
17º.	**I1**	64,29	**CB2**	92,31	**I3**	100,00
18º.	**CP2**	64,29	**T2**	100,00	**CP1**	100,00
19º.	**T1**	71,43	**I1**	100,00	**CB1**	100,00
20º.	**CB1**	85,71	**T1**	100,00	**CB2**	100,00

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

Ainda observando os índices de acertos, verificamos que no pré-teste apenas dois problemas tiveram mais de 70% de acertos e nenhum problema teve 100% de acertos. No Pós1, treze problemas apresentaram índice de acertos maior que 70% e, desses, três tiveram 100% de acertos.

Os dois problemas em que as crianças apresentaram maior dificuldade foram os não-canônicos de Igualação (tipo 4) e de Comparação (tipo 6), e esses permaneceram como os mais difíceis nos três momentos de aplicação de testes. Em relação aos outros problemas não-canônicos, no pré-teste elas tiveram um desempenho inferior a 50%, com exceção do problema de igualação I1 (64,29%) e a maioria encontrava-se concentrada nos primeiros sete lugares. No Pós1, apesar de ter havido avanço no rendimento, cinco desses problemas ainda eram os mais difíceis para a turma. Já no Pós2, apenas três permaneceram os primeiros da lista, sendo que os outros pulverizaram suas posições. Isso sugere que houve ensino dos problemas aditivos que levou em consideração a variedade deles, possibilitando a expansão do domínio desse campo conceitual. (MENDONÇA *et al.*, 2007).

5.2.1.1.1 A professora SC2

A professora SC2 é formada em Pedagogia e uma informação importante para esse estudo é que seu trabalho de conclusão de curso focou o ensino da Matemática. Ela tem vinte anos de regência de classe em Educação Infantil e Anos Iniciais (menos na 1ª série). Ela participou, já há algum tempo, de dois cursos de formação continuada com o tema matemática e tem interesse nessa área, pois entende que "a matemática ajuda a desenvolver o raciocínio lógico e a compreensão." SC2 considera a resolução de problemas um importante tema para programas de formação continuada de professores.

A professora SC2 trabalha na Escola S há sete anos e participou de uma das pesquisas anteriores por nós realizadas (JUSTO, 2004). Sobre a sua prática pedagógica, a professora diz planejar de duas a três vezes por semana atividades de resolução de problemas matemáticos aos seus alunos, sendo que a cada aula propõe a resolução de no máximo três problemas. É sua prática usual ao planejar a resolução de problemas propor: a cópia do quadro ou de outro local (livro, folha...), assim como apresentar problemas em folha xerocada ou mimeografada sem cópia desses pelos alunos; problemas do cotidiano dos alunos; a resolução individual; a correção coletiva no quadro ou outra forma; a correção individual pelo professor no material do aluno; a leitura silenciosa e individual do problema; a leitura coletiva do problema por um aluno ou pelo professor antes da resolução; a discussão da solução correta; a discussão de diferentes soluções (corretas ou incorretas); problemas com diferentes tipos de solução (operação) no mesmo dia; o estímulo ao uso de desenho ou de material concreto para representar o problema. Eventualmente, SC2 propõe a resolução em grupo (duplas ou mais). Não é sua prática propor a resolução de problemas a partir de jogos, nem propor todos os problemas de mesmo tipo de solução (operação) no mesmo dia, assim como não usa palavras-chave associadas às operações (Ex: ganhar- adição; perdeu- subtração...).

A professora SC2 acredita que a maior dificuldade das crianças na resolução de problemas reside em compreender o problema para solucioná-lo. Ressalta que as crianças logo costumam querer saber se é mais ou menos, não gostando de ler e entender. Ela relata que não encontra dificuldades para ensinar a resolução de problemas. Procura usar o dia a dia nas questões, nas explicações usa desenhos e material concreto para que as crianças entendam as histórias e não tentem adivinhar quando tem a presença de palavras como “a mais” e “a menos.”

A partir desses dados, podemos concluir que essa professora possui conhecimento sobre os problemas aditivos, além de conhecimento didático sobre esse conteúdo. Isso corrobora a nossa hipótese de que esses são fatores importantes para que a aprendizagem das crianças seja qualificada – o que é apontado nas pesquisas em eficácia escolar. (BROOKE; SOARES, 2008).

5.2.1.2 Resultados da Turma Experimental da 2ª Série – Escola S

Essa turma avançou significativamente entre o pré-teste e o Pós1. Ela teve um desempenho inferior ao da turma controle no Pré e teve um desempenho superior no Pós1. No pré-teste, em treze problemas, a turma teve menos de 50% de acertos, passando a somente dois problemas com esse percentual no Pós1 e um no Pós2. Segundo a professora SE2, em sua turma há três alunos com dificuldades de aprendizagem em matemática.

Tabela 25 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 2ª Série Turma Experimental - Escola S

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	**T3**	5,00	**CP5**	0,00	**I4**	25,00
2º.	**CP6**	7,69	**CP6**	5,00	**CP6**	50,00
3º.	**I5**	17,65	**I4**	75,00	**T5**	60,00
4º.	**CB2**	20,00	**CP4**	80,95	**I5**	70,00
5º.	**T4**	23,53	**CP2**	85,00	**T4**	75,00
6º.	**CP3**	23,53	**I6**	85,71	**T3**	76,19
7º.	**T5**	23,53	**T6**	85,71	**T6**	80,95
8º.	**CP4**	30,00	**T4**	90,00	**CP5**	85,00
9º.	**I2**	33,33	**T1**	90,00	**CB2**	85,71
10º.	**CP1**	35,00	**T3**	90,48	**I3**	85,71
11º.	**I6**	42,11	**CB2**	90,48	**CP3**	90,00
12º.	**T2**	45,00	**CP1**	90,48	**CP4**	90,48
13º.	**I4**	47,06	**T2**	90,48	**I1**	90,48
14º.	**T6**	55,00	**I1**	90,48	**CP2**	95,00
15º.	**CP5**	57,14	**T5**	95,00	**T1**	95,00
16º.	**I1**	57,89	**CB1**	95,24	**I2**	95,00
17º.	**CP2**	58,82	**I3**	95,24	**I6**	95,24
18º.	**CB1**	75,00	**I5**	100,00	**CP1**	95,24
19º.	**T1**	78,95	**CP3**	100,00	**T2**	95,24
20º.	**I3**	90,00	**I2**	100,00	**CB1**	95,24

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

Nessa turma também houve um ganho significativo na aprendizagem. Os problemas não-canônicos mostraram-se como os mais difíceis e oito deles apresentaram um rendimento inferior a 50% no pré-teste. No Pós1, apenas o problema não-canônico CP6 permaneceu com desempenho baixo e o problema canônico CP5 não teve acertos nesse teste[56], mas melhorou no Pós2 para 85% de acertos. No Pós2, os problemas CP6 e I4 foram os que apresentaram maiores dificuldades.

5.2.1.2.1 A professora SE2 e sua atuação

A professora SE2 é formada em Pedagogia e cursou o Magistério em nível médio. Ela tem vinte e sete anos de regência de classe em Educação Infantil e Anos Iniciais (2ª e 3ª série). Ao ser questionada sobre cursos de formação continuada com o tema matemática, ela faz referência às reuniões pedagógicas da escola que seguidamente têm esse foco, não ressaltando sua participação em cursos com esse tema. Ela manifesta ter interesse nessa área, considerando a resolução de problemas como um importante tema para programas de formação continuada de professores, assim como cálculos de adição e subtração e cálculos de multiplicação e divisão.

A professora SE2 já trabalha na Escola S há doze anos e participou das pesquisas anteriores por nós realizadas (JUSTO, 2000, 2004). SE2 demonstrou ter um certo conhecimento sobre a variedade semântica de problemas aditivos ao responder o questionário de concepções prévias (Apêndice D). Para a questão sobre um problema de transformação aditiva com início desconhecido (T5): *Cristina tinha uma quantia em dinheiro. Ganhou mais 15 reais de seu avô e ficou com 32 reais. Quantos reais Cristina tinha?,* SE2 respondeu que considerava o problema bem formulado e com dados precisos, justificando que o problema informava o valor final e o quanto Cristina ganhou, faltando o dado inicial. Ela ainda respondeu que o conteúdo do problema estava dentro da realidade da criança, no entanto, era difícil de resolver pois envolve interpretação. Assim, SE2 afirmou que partiria da vivência prática para ajudar as crianças a interpretarem melhor o problema.

Ainda no mesmo questionário sobre concepções prévias dos problemas aditivos e a resolução de problemas, solicitamos que SE2 formulasse um problema para cada uma das operações: 24+57= e 83-37=, para as quais ela elaborou um problema de combinação com o todo desconhecido e um de comparação do tipo CP1. Esses dois tipos de problemas são muito

[56] Sobre esse caso conversamos com a professora SE2 para verificar se havia acontecido algo em especial durante o teste para que esse problema não tivesse acertos. Ela disse que também ficou surpresa com o resultado, não sabendo explicar o que poderia tê-lo provocado.

comuns em livros didáticos. (BRANDÃO; SELVA, 1999; ORRANTIA; GONZÁLEZ; VICENTE, 2005).

Apesar de SE2 já ter participado das outras pesquisas sobre o campo aditivo (JUSTO, 2000, 2004), ainda percebemos uma certa insegurança dela em relação à abrangência de situações que envolvem esse campo. Aliás, uma das justificativas dada por ela para participar na pesquisa atual foi o desejo de se aprofundar mais no tema e sentir-se mais segura em como trabalhar com as crianças a resolução de problemas.

A primeira aula de resolução de problemas aditivos que observamos aconteceu em 26 de maio. SE2 propôs a atividade: “Brincando com figurinhas.”

A professora organizou a turma em equipes de quatro crianças. Cada equipe tinha uma dupla que seriam o Tico e o Teco. Essas duplas receberam uma quantidade diferente de figurinhas adesivas. Depois a professora distribuiu uma folha com questionamentos e solicitou que eles realizassem as atividades em grupo. As questões eram as seguintes: Quantas figurinhas recebeu o Tico? Quantas figurinhas recebeu o Teco? Quantas figurinhas receberam ao todo? (CB1) Com quantas figurinhas o Tico ficaria se recebesse mais 6 figurinhas do Teco? (T1) Quantas figurinhas o Tico tem a mais do que o Teco? (CP1) Dois amigos estão trocando figurinhas. Neco tem 24 figurinhas. Se ele der 5 das suas figurinhas, ele terá o mesmo número de figurinhas que Zeca. Quantas figurinhas tem Zeca? (I6) Joana perdeu 12 figurinhas, ficando com 21. Quantas figurinhas Joana tinha no início do jogo? (T6). As crianças estavam resolvendo as questões trocando e discutindo ideias umas com as outras em sua equipe. Usavam as figurinhas para fazer contagem e também recorreram ao uso dos dedos. As crianças estavam bastante motivadas em função de trabalharem com as figurinhas.

Quando as equipes já tinham terminado as atividades, a professora explorou uma tabela que estava no quadro de giz com os nomes das equipes e as quantidades de figurinhas que cada dupla, Tico e Teco, havia recebido.

Professora - Como posso saber quantas figurinhas nós usamos nessa atividade? (CB1)

Surgiram as seguintes soluções:

- Somando todos os Tico e Teco de cada equipe e depois somar todos os resultados. Ex: (Tico + Teco) + (Tico + Teco) + (Tico + Teco) + (Tico + Teco) + (Tico + Teco) =
- Somando todos os Ticos, todos os Tecos e depois somar os resultados.
Ex: todas figurinhas dos Tico + todas figurinhas dos Teco =
- Somar todos as quantidades que começam com uma dezena e depois todos os que começam com duas dezenas e juntar os resultados. Ex: todos com 1_ + todos com 2_ =

A professora seguiu fazendo mais questionamentos:

- Qual foi a dupla que recebeu mais figurinhas?
- E a que recebeu menos?
- Quantas figurinhas eles receberam a menos que a outra dupla de sua equipe? (CP2)

As crianças respondiam, fazendo cálculos mentais nessa última questão.

Verificamos durante essa observação que muitas crianças utilizavam os dedos para fazer os cálculos, realizando estratégias semelhantes àquelas detalhadas por Orrantia (2006) e apresentadas em nosso projeto (JUSTO, 2007). As soluções que as crianças propunham evidenciava que elas já faziam uso da propriedade comutativa da adição. Essa propriedade é importante que seja compreendida pela criança, pois através dela as crianças podem chegar a resultados de problemas mais complexos do campo aditivo como, por exemplo, situações de transformação com o início desconhecido (T5 e T6) em que as crianças usam a comutatividade para modelar a situação e chegar a um resultado (JUSTO, 2004; NUNES; BRYANT, 1997).

Ao conversarmos com SE2 após essa observação, sugerimos que ela explorasse num próximo momento o uso da reta numérica como forma de representação nessa mesma atividade, elaborando problemas de comparação. Ao explorar a reta numérica, ela poderia traduzir o que eles fizeram na reta para a linguagem matemática (cálculo). Observamos mais três aulas em que SE2 trabalhou os problemas aditivos com a reta numérica.

Percebemos que SE2 estava mais segura ao planejar as aulas de resolução de problemas a cada vez que a observávamos. Ela aproveitou vários jogos para fazer problematizações, fazendo com que as crianças também se interessassem por resolver os problemas. A professora passou a auxiliar seus alunos a interpretar melhor os problemas a partir dos questionamentos que fazia de forma sistemática e planejada, pois a intencionalidade e a objetividade estavam mais presentes em suas aulas. Essa é uma evidência apontada nas pesquisas sobre a eficácia escolar para a melhoria da aprendizagem. (BROOKE; SOARES, 2008). Para cada jogo, SE2 planejava problemas que envolvessem diferentes situações do campo aditivo, conseguindo, dessa forma, aprimorar o seu domínio desse campo conceitual assim como a aprendizagem das crianças.

No questionário a ser respondido após o programa de ensino (Apêndice I), SE2 citou como mudanças que percebeu em si após as oficinas de formação e os momentos de planejamento na escola que, atualmente, dá muito mais relevância à resolução de problemas do que anteriormente. Segundo suas palavras, "há na resolução de problemas um raciocínio lógico-matemático, uma possibilidade de compreensão da realidade e de seu meio, e a possibilidade de observarmos como nosso aluno se comporta frente às dificuldades, através de várias maneiras para resolver cada história matemática".

Durante o ano letivo, ela percebeu algumas mudanças em sua turma quanto ao desempenho e atitudes em relação à resolução de problemas matemáticos, principalmente com relação à postura mais motivada dos alunos frente à possibilidade em resolver situações de jogos e brincadeiras. As dificuldades que ela ainda percebia em seus alunos na resolução de problemas diziam respeito à variedade de possibilidades de resolução. Segundo SE2, "antes ficavam muito presos às frases matemáticas e cálculo, agora eles tem outros meios: desenhos, reta numérica, representações através de desenhos". Essa afirmação corrobora as pesquisas sobre o uso de representações para a resolução de problemas. (DAMM, 2003; NICKERSON; PERKINS; SMITH, 1994; NUNES *et al.*, 2005; ORRANTIA, 2003, 2006; RESNICK; FORD, 1998; VERGNAUD, 1990). Já as dificuldades que ela ainda tinha para ensinar estão ligadas à falta de atenção dos alunos na interpretação dos dados do problema, mesmo que ela sempre os propunha de acordo com a realidade das crianças.

A professora SE2 comentou que percebeu vários momentos significativos de aprendizagem que aconteceram relacionados com o programa de formação e de ensino. Ela relata: "Os momentos significativos foram muitos, principalmente quando resolviam histórias matemáticas a partir de jogos como: do coelhinho, figurinhas, fecha caixa, confecção de bandeirinhas de São João, jogos de varetas, dados da Olimpíada de Pequim na reta numérica e trilha". Os jogos geram boas oportunidades para favorecer a aprendizagem da matemática, para que isso ocorra eles devem ser bem planejados e orientados. (LARA, 2005; SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2007).

5.2.2 Terceira Série – Escola S

As turmas de 3ª série mostraram avanço de desempenho na resolução de problemas aditivos. Nessa série, observou-se um desempenho melhor na turma controle.

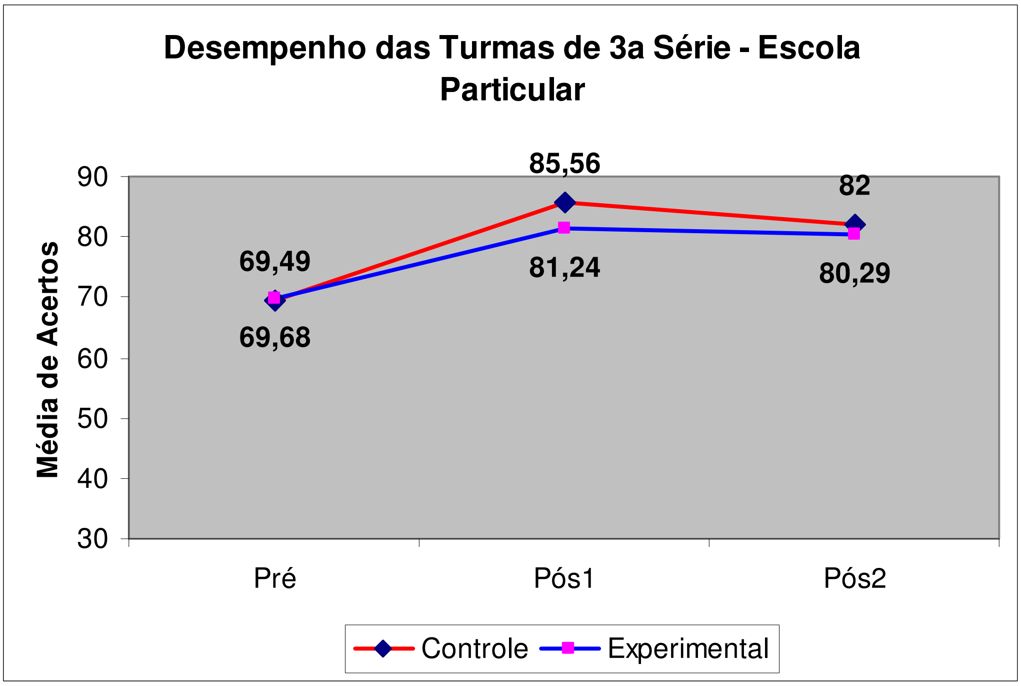


Gráfico 8 - Média de acertos (%) em cada período de teste: 3ª série – Escola S

As duas turmas apresentaram um desempenho inicial muito próximo e progrediram em seus resultados no pós-teste aplicado no final do programa de ensino. Na segunda aplicação do pós-teste, verificamos que as duas turmas tiveram um decréscimo em seu rendimento. Na tabela 26 observa-se uma comparação do desempenho de cada turma entre os períodos de aplicação de testes.

Tabela 26 - Comparação do percentual de acertos entre os períodos Pré, Pós1 e Pós2: 3ª Série - Escola S

Comparação	*N*	*Média Acertos (%)*	*Desvio-padrão*	*P*
3ª Série: Controle				
Acertos Pré	20	69,49	17,12	0,000
Acertos Pós1	20	85,56	13,54	
Acertos Pré	20	69,49	17,12	0,006
Acertos Pós2	20	82,00	8,94	
Acertos Pós1	20	85,56	13,54	0,183
Acertos Pós2	20	82,00	8,94	
3ª Série: Experimental				
Acertos Pré	20	69,68	13,06	0,000
Acertos Pós1	20	81,24	10,92	
Acertos Pré	20	69,68	13,06	0,000
Acertos Pós2	20	80,29	12,77	
Acertos Pós1	20	81,24	10,92	0,600
Acertos Pós2	20	80,29	12,77	

Através dos resultados do teste de comparações t-student para amostras pareadas, verificamos que existe diferença significativa nos períodos acima comparados nas seguintes situações:

- Controle: O desempenho do grupo controle foi significativamente superior comparando-se os períodos Pré entre Pós1 e 2. Entre os períodos Pós1 e Pós2 a diminuição no percentual de acertos não foi significativa.

- Experimental: O mesmo sucedeu com o grupo experimental. A queda de desempenho entre os períodos Pós1 e Pós2 foi inferior a apresentada pelo grupo controle, sendo, portanto, também não significativa.

Fazendo uma comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental, através do teste não-paramétrico Mann-Whitney, encontramos o seguinte:

Tabela 27 - Comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental: 3ª Série - Escola S

Grupo	*N*	*Média*	*Desvio-padrão*	*P*
Acertos Pré				
Controle	20	69,49	17,12	0,779
Experimental	20	69,68	13,06	
Acertos Pós				
Controle	20	85,56	13,54	0,134
Experimental	20	81,24	10,92	

Acertos Pós 2				
Controle	20	82,00	8,94	0,779
Experimental	20	80,29	12,77	

Portanto, verificamos que não existe diferença significativa entre os grupos controle e experimental nessa série. Seguimos com a descrição de cada uma das turmas.

5.2.2.1 Resultados da Turma Controle da 3ª Série – Escola S

Essa turma apresentou um bom rendimento na resolução dos problemas aditivos já no pré-teste, quando apenas dois problemas não-canônicos (T5 e T3) foram resolvidos corretamente por menos de 50% da turma e sete, dos quais dois eram canônicos (CP2 e T4), ficaram entre 50% e 63,16%. Vejamos a tabela com os problemas em ordem de dificuldade nos testes.

Tabela 28 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 3ª Série Turma Controle - Escola S

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	**T5**	36,84	**I4**	55,56	**I4**	66,67
2º.	**T3**	42,11	**CP6**	55,56	**CP6**	73,33
3º.	**CP3**	50,00	**I5**	61,11	**T4**	73,33
4º.	**I1**	52,38	**CP3**	77,78	**I2**	73,33
5º.	**I5**	52,63	**T3**	83,33	**T1**	73,33
6º.	**CP2**	57,89	**T4**	83,33	**I6**	73,33
7º.	**I4**	57,89	**I2**	83,33	**I5**	80,00
8º.	**T4**	63,16	**I1**	88,89	**CP3**	80,00
9º.	**CP6**	63,16	**CB1**	88,89	**T3**	80,00
10º.	**CB1**	76,19	**CB2**	88,89	**CB2**	80,00
11º.	**CB2**	76,19	**I3**	88,89	**I3**	80,00
12º.	**CP4**	76,19	**CP1**	88,89	**CP1**	80,00
13º.	**I3**	76,19	**T6**	88,89	**T5**	80,00
14º.	**T1**	78,95	**T5**	94,44	**I1**	86,67
15º.	**I2**	84,21	**CP2**	94,44	**CB1**	86,67
16º.	**T2**	85,00	**T1**	94,44	**T6**	93,33
17º.	**CP5**	89,47	**T2**	94,44	**T2**	93,33
18º.	**CP1**	90,48	**CP4**	100,00	**CP4**	93,33
19º.	**T6**	90,48	**CP5**	100,00	**CP5**	93,33
20º.	**I6**	90,48	**I6**	100,00	**CP2**	100,00

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

No Pós1, a turma apresentou avanço, sendo que nenhum problema mostrou um índice menor que 55,56% de acertos e apenas três não-canônicos ficaram abaixo de 61,11% (I4, CP6 e I5). No Pós2, o índice de acertos continuou avançando e apenas um problema (I4) ficou abaixo de 73,33% de acertos. Segundo a professora SC3, a turma possui apenas um aluno com dificuldade de aprendizagem em matemática. Outro aspecto a destacar é que nos pós-testes os dois problemas mais difíceis para a turma, ou seja, que apresentaram um menor índice de acertos, permaneceram os mesmos, I4 e CP6, mesmo tendo havido melhora na resolução desses. O desempenho desse grupo parece estar relacionado com um bom ensino. Vejamos.

5.2.2.1.1 A professora SC3

A professora SC3 fez curso de Magistério em nível médio e tem graduação incompleta em Pedagogia. Possui dezoito anos de regência de classe em Educação Infantil e Anos Iniciais (menos na 4ª série). Ela participou, já há algum tempo, de quatro cursos de formação continuada com o tema matemática, sendo o último em 2006. Possui interesse nessa área, pois relata que quando iniciou sua carreira como professora "a Matemática parecia um pouco esquecida." Considera a resolução de problemas um importante tema para programas de formação continuada de professores.

Essa professora trabalha na Escola S há dez anos e participou das pesquisas anteriores por nós realizadas (JUSTO, 2000, 2004). Sobre a sua prática pedagógica, SC3 diz planejar três vezes por semana atividades de resolução de problemas matemáticos aos seus alunos, sendo que a cada aula propõe a resolução de pelo menos três problemas. No entanto, reforça que nem sempre é possível cumprir esse planejamento. Tem como prática usual na resolução de problemas a cópia do quadro ou de outro local (livro, folha...), folha xerocada ou mimeografada sem cópia do problema pelos alunos, a partir de um jogo realizado, problemas do cotidiano, resolução individual, resolução em grupo (duplas ou mais), correção coletiva no quadro ou outra forma, correção individual pelo professor no material do aluno, leitura silenciosa e individual do problema, leitura coletiva do problema por um aluno ou pelo professor antes da resolução, discussão da solução correta, discussão de diferentes soluções (corretas ou incorretas), problemas com diferentes tipos de solução (operação) no mesmo dia, uso de palavras-chave associadas às operações (Ex: ganhar- adição; perdeu- subtração...), estímulo ao uso de desenho ou de material concreto para representar o problema. Tem como prática eventual o uso de todos os problemas de mesmo tipo de solução no mesmo dia.

A professora acredita que a maior dificuldade que as crianças encontram na resolução de problemas é na interpretação e na compreensão de que cálculo precisa ser utilizado para aquela situação. Ela diz não encontrar dificuldades para ensinar a resolução de problemas, pois gosta muito da área de Matemática. "Talvez tenha que controlar a minha ansiedade com relação ao tempo que as crianças precisam para resolver as questões. Quero logo vê-las compreendendo e gostando do trabalho".

O bom desempenho dessa turma parece ter sido influenciado pelo trabalho realizado pela professora, que tem conhecimento sobre os problemas aditivos e sobre sua didática e, possivelmente, por apresentar apenas uma criança com dificuldades em Matemática, segundo a professora da turma. A alta expectativa do professor quanto ao rendimento de seus alunos é trazido na literatura da área de pesquisa em eficácia escolar como um fator influente na boa aprendizagem. (BROOKE; SOARES, 2008).

5.2.2.2 Resultados da Turma Experimental da 3ª Série – Escola S

A turma experimental também teve uma boa evolução em seu desempenho. Segundo a professora SE3, a turma possui nove alunos com dificuldade de aprendizagem em matemática. Vejamos o resultado pela ordem de dificuldade dos problemas em cada período avaliado.

Tabela 29 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 3ª Série Turma Experimental - Escola S

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	**I5**	41,38	**I4**	56,67	**I4**	57,69
2º.	**I4**	51,85	**I5**	63,33	**CP6**	57,69
3º.	**T5**	53,57	**CP3**	70,00	**T5**	61,54
4º.	**I1**	58,62	**CP6**	70,00	**I5**	65,38
5º.	**CP3**	59,26	**T5**	73,33	**CP5**	69,23
6º.	**CP6**	60,71	**T3**	75,86	**CB2**	72,00
7º.	**T3**	62,07	**CB2**	75,86	**CP3**	73,08
8º.	**CB2**	62,07	**I2**	76,67	**I1**	76,00
9º.	**CP2**	70,37	**T6**	79,31	**T3**	80,00
10º.	**T4**	70,37	**I6**	82,76	**CP1**	84,00
11º.	**I3**	72,41	**CP4**	82,76	**T6**	88,00
12º.	**I2**	74,07	**I1**	86,21	**I6**	88,00
13º.	**CP1**	75,86	**CP1**	86,21	**CP4**	88,00
14º.	**T6**	75,86	**T2**	89,66	**I3**	88,00
15º.	**T2**	79,31	**T4**	90,00	**I2**	88,46
16º.	**T1**	81,48	**CP5**	90,00	**CB1**	92,00
17º.	**I6**	82,76	**I3**	93,10	**T4**	92,31
18º.	**CB1**	85,71	**CB1**	93,10	**T1**	92,31
19º.	**CP5**	86,21	**T1**	93,33	**T2**	96,00
20º.	**CP4**	89,66	**CP2**	96,67	**CP2**	96,15

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

No pré-teste, apenas um problema não-canônico teve índice de acertos menor que 50% (I5) e sete não-canônicos ficaram entre 51,85% e 62,07%. No pós-teste imediato (Pós1), apenas dois problemas não-canônicos tiveram menos que 70% de acertos (I4 e I5) e, no pós-teste postergado (Pós2), esse número aumentou para cinco problemas. Os problemas que se apresentaram mais difíceis nas três avaliações foram os de igualação I4 e I5. Os problemas não-canônicos ficaram concentrados em todos os períodos na ordem dos mais difíceis, apesar de terem apresentado avanços.

5.2.2.2.1 A Professora SE3 e sua atuação

A professora desse grupo de alunos é graduada em Filosofia e possui curso de Magistério em nível médio. SE3 tem nove anos de regência de classes em Educação Infantil, Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental. Ela participou de cursos de formação continuada com o tema matemática e tem interesse nessa área, "porque o ensino/aprendizagem da matemática se relaciona com diversas aprendizagens e conceitos importantes". Considera a resolução de problemas um importante tema para programas de formação continuada de professores.

O conhecimento prévio de SE3 sobre a variedade de problemas do campo conceitual está limitada a sua experiência docente na Escola S. Esse ano, 2008, foi seu primeiro ano como professora regente de uma turma nessa Escola, pois no ano anterior, em 2007, ela ingressou no segundo semestre para substituir a professora regente da turma de 3ª série que estava em licença-maternidade. Portanto, a professora SE3 não participou das pesquisas anteriores (JUSTO, 2000, 2004) como as professoras SC2, SE2, SC3 e SE4.

Ao responder o questionário sobre suas concepções prévias (Apêndice D), SE3 disse que o problema de transformação aditiva com início desconhecido (T5), *Cristina tinha uma quantia em dinheiro. Ganhou mais 15 reais de seu avô e ficou com 32 reais. Quantos reais Cristina tinha?,* estava bem formulado e era fácil ou difícil de resolver dependendo do raciocínio da criança e dos tipos de exercícios que ela estaria acostumada a fazer. Para resolver o problema, SE3 pensou em 15+17=32, mas disse que provavelmente resolveria com as crianças 32-15=17. Esse tipo de problema (T5) é um dos mais difíceis de transformação e é bastante comum que crianças até a etapa da 2ª série o resolvam pela adição como SE3 disse que resolveria. (JUSTO, 2000; 2004).

No mesmo questionário, solicitamos que FE3 formulasse um problema para cada uma das operações: 24+57= e 83-37=. Ela elaborou um problema de combinação com o todo desconhecido e outro de transformação subtrativa com o final desconhecido. Esses dois tipos de problemas são muito comuns em livros didáticos (BRANDÃO; SELVA, 1999; ORRANTIA; GONZÁLEZ; VICENTE, 2005;). Suas respostas ao questionário evidenciam que ela ainda não possuía um conhecimento mais especializado sobre o tema.

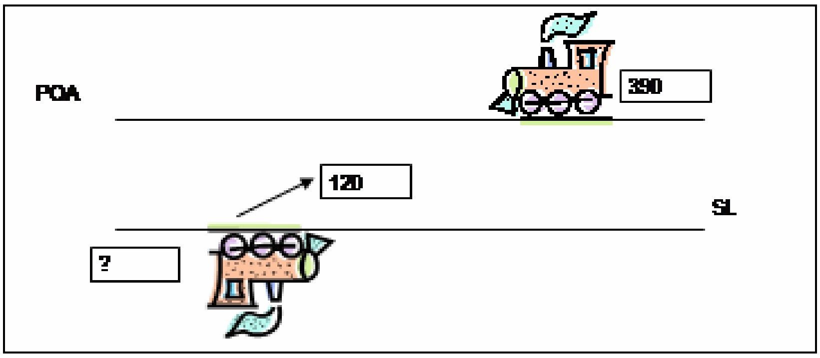
A primeira observação de aula sobre resolução de problemas aditivos ocorreu em 29 de maio. Nesse dia, a professora propôs cinco problemas aditivos: de transformação aditiva com início desconhecido (T5), de comparação mais que com a quantidade menor desconhecida (CP3), de transformação subtrativa com a mudança desconhecida (T4), de igualação decréscimo fazendo o valor desconhecido igualar (I4) e de igualação acréscimo fazendo o valor desconhecido igualar (I5).

As crianças foram organizadas pela professora em grupos de cinco. Um dos critérios da professora na escolha dos grupos foi deixar juntas crianças com facilidade e com dificuldade na resolução dos problemas propostos, segundo o desempenho delas no pré-teste. Outro critério utilizado por ela foi separar os alunos que não conseguem trabalhar juntos. Essa turma possui muitos problemas disciplinares, alunos sem limites e muitas lideranças que não conseguem entrar em acordo.
Cada grupo recebeu um problema de tipo diferente. Os problemas estavam escritos em fichas de cores diferentes e cada componente do grupo recebia uma cópia dessa ficha. A professora orientou que cada um deveria resolvê-lo individualmente primeiro e depois discutir a forma de resolução que cada um encontrou com os outros membros do seu grupo.
Após os grupos terem resolvido o problema, a professora os convidou para fazerem a correção todos juntos. Cada grupo deveria apresentar aos outros o seu problema e as soluções que encontraram: um integrante lia o problema e outro fazia a resolução no quadro.
a) Transformação aditiva com início desconhecido (T5)
A professora questionou-os muito bem: “Por que tem que ser de mais e não de menos?”
Responderam: “Se fizermos de mais iria dar um número maior que 93 que era quanto ele tinha no final do jogo.
R: 93-29=64
b) Comparação (CP3)
A justificativa das crianças para a sua solução foi que João fez 9 a mais que Isabela, então ela fez menos que João, por isso tem que tirar: 23-9=14
c) Transformação subtrativa com mudança desconhecida (T4)
É 12-5=7, porque o que ela tinha menos o que ela ficou, dava os 7 que ela perdeu no jogo.
Outra aluna disse que fez 5+7=12 para ver se estava certa a conta que haviam feito.
d) Igualação (I4)
O problema proposto foi: *No shopping tem duas salas de cinema. Na primeira sala em que está passando o filme do Homem Aranha estão 139 pessoas. Na segunda sala está passando o filme Shrek. Se 15 pessoas saírem da segunda sala, ela ficará com o mesmo número de pessoas que na primeira. Quantas pessoas estão assistindo Shrek?*
Esse problema causou certa polêmica, porque as crianças que haviam sido escolhidas para apresentar a solução do seu grupo não conseguiram explicar o porquê de ser adição. Então o menino que havia defendido essa ideia desde o início teve de vir à frente para explicar. Disse: “Se 15 pessoas saíram para ficar o mesmo número de pessoas, então nesse filme tinha 15 a mais. Daí tem que somar 139+15=154.”
e) Igualação (I5)
As crianças responderam que fizeram as 15 pipas de Fernando menos as 3 pipas que ele poderia ter feito a mais e ficado com o mesmo que Fernando, dava as pipas que o adversário fez.

Orientamos que SE3 usasse a forma de representação sugerida nas oficinas (ORRANTIA, 2003; 2006) para a resolução, pois poderia ajudar as crianças a entenderem melhor os problemas. Também comentamos que faltou questionar às crianças sobre as relações entre as quantidades dos problemas como no problema de igualação (I4), em que poderia ter perguntado a elas em qual sala tinha mais pessoas assistindo ao filme. Esse questionamento poderia ajudá-las a compreender melhor o problema e perceber a operação a ser feita. Outro aspecto que destacamos com SE3 ao conversarmos sobre a aula observada foi que trabalhasse primeiro a compreensão do problema para que elas aprendessem a interpretar. Por exemplo, orientar que primeiro leiam o problema e o discutam: o que se sabe? O que não se sabe? O que o problema quer saber? Como deve ser a resposta? Mais que...? Menos que...? Menor que...? Ou maior que...? Depois poderiam resolver individualmente e discutir as soluções ou discutir logo todos juntos as possibilidades de resolução.

Em outra aula observada, pudemos verificar que SE3 trabalhou conforme as sugestões recebidas.

A professora escreveu no quadro e pediu que copiassem:
"Vamos resolver a historinha matemática:
No trem que vai a Porto Alegre estão 390 passageiros. Se 120 descessem do trem que vai a São Leopoldo, os dois ficariam com o mesmo número de passageiros. Quantos passageiros estão no trem que vai a São Leopoldo?"
A professora questionava os alunos para que explicassem a HM. Alguns alunos explicaram que se 120 pessoas descerem do trem que vai a SL ele vai ficar com 390 como o de POA. Entenderam que no de SL tem mais passageiros do que no de POA. 120 pessoas têm a mais no trem de SL.
A professora resolveu desenhar:



As crianças logo encontraram a solução do problema, calculando 390+120=510
A professora então solicitou que eles inventassem em duplas uma HM semelhante a essa. Algumas duplas inventaram HM de comparação ou de transformação. Três duplas conseguiram criar um problema de igualação do tipo proposto pela professora. Foi sugerido que eles trocassem com outra dupla para resolverem os problemas criados.

Após a aula, conversamos novamente com ela e elogiamos a forma como ela conduziu essa aula. Sugerimos a ela que propusesse, numa próxima vez, que os alunos resolvessem as HM das três duplas que criaram problemas de igualação. Também sugerimos que ela poderia deixar que as crianças copiassem depois o problema para não perderem a motivação inicial.

Um fato curioso aconteceu em outra aula. SE3 propôs um problema cuja informação numérica não condizia com a realidade e as crianças logo se manifestaram sobre a questão, demonstrando ter bom conhecimento de mundo e noção de quantidade. Esse é um ingrediente básico apresentado por Orrantia (2003, 2006) para a resolução de problemas.

No ônibus que vai para Novo Hamburgo, há 170 pessoas; se 60 pessoas descerem do ônibus que vai para Feliz haverá o mesmo número de pessoas nele como há no ônibus que vai a NH. Quantas pessoas estão no ônibus que vai para Feliz?
As crianças começaram a comentar:
"Nossa, não sabia que cabia tanta gente num ônibus!"
A professora disse que tinha gente em pé.
"Então deve ter gente até em cima do ônibus!"
"Deve ser daqueles que tem uma gaitinha!"
"Ou é daqueles de dois andares."
"Deve ser triplo!"
O assunto encerrou e as crianças resolveram individualmente ou em duplas.
Um menino foi ao quadro e explicou:
"Eu pensei do mesmo jeito que o outro problema" (referindo-se ao do trem).

$$\begin{array}{r} \text{C D U} \\ 1\ 7\ 0 \\ \underline{-\ 0\ 6\ 0} \\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

Outro menino explicou de outro jeito:

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 1\ 7\ 0 \\ \underline{+\ \ \ 6\ 0} \\ 2\ 3\ 0 \end{array}$$

A professora questionou: "Vamos ler novamente o que o problema diz. Então, o ônibus que vai para Feliz tem mais pessoas que o que vai para NH ou tem menos pessoas?"
Alunos: "Tem mais".
P - "Isso, porque, se 60 pessoas saíssem. Mas é uma hipótese, e então tem mais."

A intervenção realizada pela professora na correção desse problema levou em consideração o que havíamos discutido com ela nos planejamentos. Nesse dia ela solicitou que eles resolvessem os problemas discutindo com os colegas e a correção também foi realizada de forma bem interativa.

Ao questionarmos SE3 no final de nossa intervenção na escola (Apêndice I), ela afirmou acreditar que as oficinas de formação e os momentos de planejamento na escola serviram para mudar a sua prática pedagógica, pois "me apropriei dos diferentes problemas matemáticos que antes desconhecia e da importância de trabalhar diferentes estratégias para que os alunos consigam resolver diferentes problemas matemáticos e se permitam pensar diferentes maneiras de resolução". Com essas palavras a professora parece confirmar que o objetivo do programa de formação continuada foi alcançado, pelo menos em parte, com ela.

Desde o início do ano letivo, ela percebeu que "a postura dos alunos em relação à resolução das HM está diferente. Eles já não dão tanta ênfase ao cálculo, mas sabem que tem que "raciocinar" sobre a HM e que tem diferentes maneiras de resolvê-las. Penso que isso é consequência dos questionamentos, dos incentivos e dos jogos propostos para que realizassem os cálculos de diferentes maneiras".

SE3 ainda percebeu que seus alunos têm dificuldades em interpretar o que o problema está propondo. Ela também sentiu dificuldades em auxiliar os alunos a pensar e tentar diferentes alternativas de resolução, sem "dar" as respostas, enfim, problematizá-los adequadamente.

A professora relatou como um momento importante de aprendizagem durante o programa de ensino "o fato de, depois de apresentar e explicar para a turma os esquemas dos quadrados para compreender, interpretar e resolver as HM, mais de um aluno conseguiu 'transpor' o mesmo raciocínio para outras atividades matemáticas".

Os alunos parecem ter desenvolvido procedimentos de metacognição durante as aulas de resolução de problemas. A formação da professora em Filosofia parece ter sido uma grande aliada nessas aulas quando ela questionava as crianças sobre os porquês de suas escolhas e soluções.

5.2.3 Quarta Série – Escola S

As turmas de 4ª série mostraram avanço de desempenho na resolução de problemas aditivos. Nessa série, observamos um desempenho melhor na turma experimental, apesar de as diferenças serem pouco significativas.

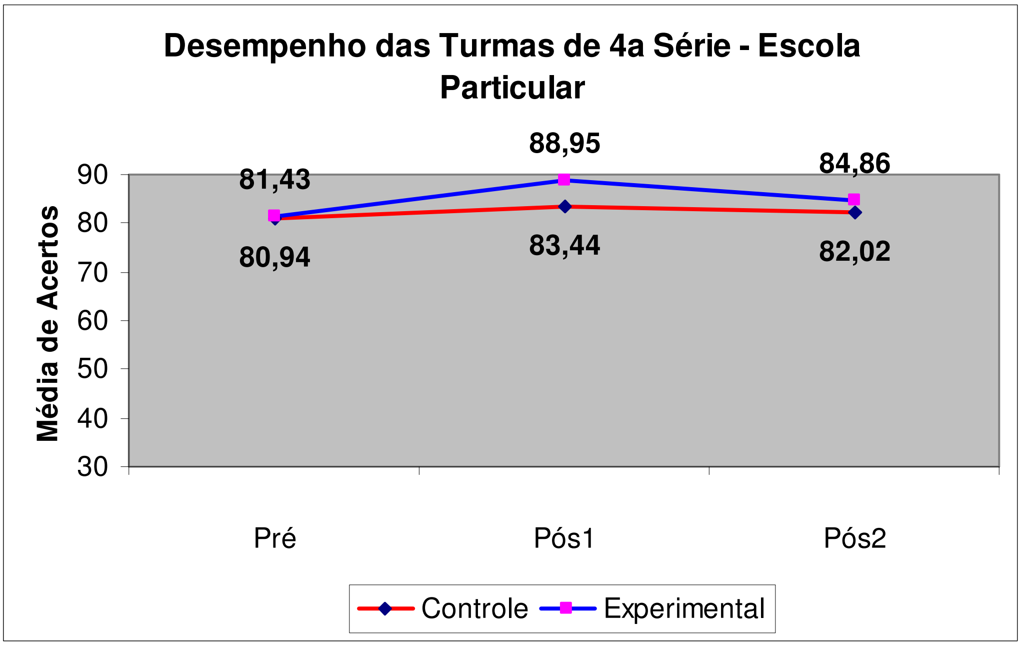


Gráfico 9: Média de acertos (%) em cada período de teste: 4ª série – Escola S

Comparando-se o desempenho dos dois grupos (tabela 30), verificamos, através do teste não-paramétrico Mann-Whitney, que não existe diferença significativa entre eles.

Tabela 30 - Comparação do percentual de acertos entre os grupos controle e experimental: 4ª Série - Escola S

Grupo	*N*	*Média*	*Desvio-padrão*	*P*
Acertos Pré				

Controle	20	80,94	13,15	0,989
Experimental	20	81,43	9,05	
Acertos Pós				
Controle	20	83,44	11,47	0,157
Experimental	20	88,95	10,00	
Acertos Pós 2				
Controle	20	82,02	12,95	0,820
Experimental	20	84,86	9,82	

Na tabela 31 observamos uma comparação do desempenho de cada turma entre os períodos de aplicação de testes.

Tabela 31 - Comparação do percentual de acertos entre os períodos Pré, Pós1 e Pós2: 4ª Série - Escola S

Comparação	*N*	*Média Acertos (%)*	*Desvio-padrão*	*P*
4ª Série: Controle				
Acertos Pré	20	80,94	13,15	0,266
Acertos Pós1	20	83,44	11,47	
Acertos Pré	20	80,94	13,15	0,663
Acertos Pós2	20	82,02	12,95	
Acertos Pós1	20	83,44	11,47	0,522
Acertos Pós2	20	82,02	12,95	
4ª Série: Experimental				
Acertos Pré	20	81,43	9,05	0,008
Acertos Pós1	20	88,95	10,00	
Acertos Pré	20	81,43	9,05	0,153
Acertos Pós2	20	84,86	9,82	
Acertos Pós1	20	88,95	10,00	0,016
Acertos Pós2	20	84,86	9,82	

Através dos resultados do teste de comparações t-student para amostras pareadas, verificamos que existe diferença significativa nos períodos comparados nas seguintes situações:

- Controle**:** Esse grupo apresentou diferenças não significativas em seu desempenho, apesar de ter mostrado avanços no rendimento.

- Experimental**:** Apresentou avanço significativo entre os períodos Pré e Pós1. Também foi significativa a queda no desempenho apresentada entre o Pós1 e o Pós2, o que desencadeou um avanço não significativo entre os períodos Pré e Pós2.

Para melhor entendimento do ocorrido, passamos a detalhar aspectos relativos a cada uma das turmas em separado.

5.2.3.1 Resultados da Turma Controle da 4ª Série – Escola S

A turma controle da 4ª série não avançou significativamente entre os períodos investigados na resolução dos problemas aditivos. Esse grupo de estudantes apresentou, no pré-teste, um desempenho semelhante ao do grupo experimental e avançou seu rendimento no pós-teste imediato (Pós1). Teve, ainda, pequena queda no rendimento no pós-teste postergado (Pós2). Segundo a professora, essa turma possui cinco alunos com dificuldade de aprendizagem em matemática.

Um aspecto a ser observado no desempenho desse grupo, como grifado na tabela 32, é que nos testes a turma não apresentou desempenho inferior a 50%. O problema não-canônico de igualação I4 foi aquele no qual os estudantes apresentaram maior dificuldade, sendo que o desempenho desse nos três testes se manteve na faixa dos 50%.

Tabela 32 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 4ª Série Turma Controle - Escola S

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	**I4**	53,57	**I4**	55,56	**I4**	51,85
2º.	**I5**	57,14	**CP3**	64,29	**I5**	62,96
3º.	**CP6**	64,29	**I5**	71,43	**CP6**	62,96
4º.	**T5**	67,86	**CP6**	71,43	**I2**	66,67
5º.	**CP2**	71,43	**I2**	77,78	**CP5**	74,07
6º.	**CP3**	71,43	**I6**	78,57	**CP2**	74,07
7º.	**I6**	76,67	**T5**	82,14	**I1**	78,57
8º.	**T3**	80,00	**I1**	82,14	**CP3**	81,48
9º.	**T4**	81,48	**T6**	82,14	**T3**	82,14
10º.	**I2**	82,14	**CP5**	82,14	**T4**	85,19
11º.	**CP1**	86,67	**T3**	85,71	**T1**	85,19
12º.	**I1**	86,67	**T4**	85,71	**T5**	88,89
13º.	**I3**	86,67	**CB1**	85,71	**CB1**	89,29
14º.	**T6**	86,67	**CP1**	89,29	**CB2**	89,29
15º.	**CB2**	90,00	**I3**	92,59	**I6**	92,86
16º.	**CP4**	90,00	**CB2**	92,86	**T6**	92,86
17º.	**T1**	92,86	**CP2**	96,43	**CP1**	92,86
18º.	**T2**	93,33	**CP4**	96,43	**T2**	92,86
19º.	**CB1**	100,00	**T2**	96,43	**I3**	96,43
20º.	**CP5**	100,00	**T1**	100,00	**CP4**	100,00

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

Apenas quatro problemas não-canônicos (I4, I5, CP6 e T5) apresentaram um rendimento entre 50% e 69% no pré-teste e foram os mais difíceis para essa turma. No Pós1, apenas dois problemas não-canônicos (I4 e CP3) continuaram nessa faixa. Já no Pós2, novamente quatro problemas voltaram a faixa entre 50% e 69% (I4, I5, CP6 e I2), sendo que apenas o problema I2 é canônico e os outros três não-canônicos são os mesmos do pré-teste.

5.2.3.1.1 A professora SC4

A professora SC4 possui formação superior em Pedagogia e cursou o Magistério em nível médio. Ela tem cinco anos de regência de classe em Educação Infantil e esta é sua primeira experiência nos Anos Iniciais. A professora SC4 não participou das pesquisas anteriores por nós realizadas (JUSTO, 2000, 2004). Ela frequentou, entre 2000 e 2007, quatro cursos de formação continuada com o tema matemática e tem interesse nessa área, pois entende que, mesmo sendo um tema trabalhado na formação inicial de professores, “ainda temos que discutir e desenvolver métodos de trabalho que possibilitem um bom desenvolvimento lógico-matemático.” Ela considera a resolução de problemas um importante tema para programas de formação continuada de professores.

Sobre a sua prática pedagógica, a professora diz planejar três vezes por semana atividades de resolução de problemas matemáticos aos seus alunos, sendo que a cada aula propõe a resolução de no máximo cinco problemas. Tem como prática usual na resolução de problemas o uso de folha xerocada ou mimeografada sem cópia do problema pelos alunos, problemas do cotidiano, resolução individual, correção coletiva no quadro ou outra forma, leitura silenciosa e individual do problema, discussão de diferentes soluções (corretas ou incorretas), problemas com diferentes tipos de solução (operação) no mesmo dia. Tem como prática eventual a cópia do quadro ou de outro local (livro, folha...), a partir de um jogo realizado, resolução em grupo (duplas ou mais), correção individual pelo professor no material do aluno, leitura coletiva do problema por um aluno ou pelo professor antes da resolução, discussão da solução correta, o uso de todos os problemas de mesmo tipo de solução no mesmo dia, uso de palavras-chave associadas às operações (Ex: ganhar- adição; perdeu- subtração...), estímulo ao uso de desenho ou de material concreto para representar o problema.

A professora SC4 acredita que a maior dificuldade que as crianças encontram na resolução é na compreensão dos problemas e dos cálculos a que se referem. Ela diz encontrar dificuldades para ensinar a resolução de problemas, a ajudá-los a compreender o cálculo necessário sem dar muitas dicas ou a resposta.

SC4 demonstra ter um bom conhecimento sobre o método da resolução de problemas, no entanto, ela também usa, eventualmente, palavras-chave associadas às operações na tentativa de auxiliar os alunos a encontrarem uma solução. (JUSTO, 2000; MENDONÇA *et al.*, 2007; NUNES; BRYANT, 1997, 2009; VASCONCELOS, 1998; VERGNAUD, 1990). Essa prática evidencia um desconhecimento sobre a diversidade semântica existente no campo conceitual aditivo.

5.2.3.2 Resultados da Turma Experimental da 4ª Série – Escola S

A turma experimental avançou significativamente entre os períodos Pré e Pós1. Esse grupo de estudantes apresentou uma queda significativa no desempenho se comparados os resultados do Pós1 e Pós2. Apesar de não ter havido diferença significativa em relação à turma controle, o avanço foi significativo se comparado com ela própria. Isso sugere que o programa de ensino promoveu a qualificação da aprendizagem, pelo menos logo após a sua aplicação. Segundo a professora, essa turma possui três alunos com dificuldade de aprendizagem em matemática.

Um aspecto a ser observado no desempenho desse grupo, como grifado na tabela 33, é que nos testes a turma não apresentou desempenho inferior a 60%. O problema não-canônico de igualação I4 foi aquele no qual os estudantes apresentaram maior dificuldade, sendo que o desempenho nos três testes se manteve na faixa dos 60%.

Tabela 33 - Ordem de dificuldade na resolução de problemas aditivos em cada período de testes: 4ª Série Turma Experimental - Escola S

Ordem	Problema	Acertos Pré	Problema	Acertos Pós1	Problema	Acertos Pós2
1º.	CP3	60,00	I4	68,00	I4	60,00
2º.	I4	62,50	CP6	68,00	I5	64,00
3º.	CB2	69,23	I5	72,00	CP6	72,00
4º.	T3	72,00	I6	80,77	CB1	81,48
5º.	T2	80,00	T5	84,00	I2	84,00
6º.	CP2	80,00	T3	84,62	CP3	84,00
7º.	I5	80,77	I2	88,00	T3	85,19
8º.	CP6	80,77	I1	88,46	I1	85,19
9º.	T6	82,61	CP3	92,00	CB2	85,19
10º.	CB1	84,00	T1	92,00	T6	85,19
11º.	CP4	84,00	CB2	92,31	I3	85,19
12º.	I2	84,00	CP4	92,31	T5	88,00
13º.	CP1	87,50	CP1	92,31	T1	88,00
14º.	I3	87,50	T6	96,00	CP5	88,00
15º.	I6	87,50	CP5	96,00	T4	88,00
16º.	T1	87,50	T2	96,15	I6	88,89
17º.	T4	87,50	CB1	96,15	T2	92,59
18º.	T5	87,50	CP2	100,00	CP2	96,00
19º.	CP5	87,50	I3	100,00	CP1	96,30
20º.	I1	96,15	T4	100,00	CP4	100,00

Legenda do Sombreamento:

Problemas <50% de acertos	***Problemas entre 50% e 69% de acertos***	***Problemas entre 70% e 99% de acertos***	***Problemas com 100% de acertos***

Outros problemas não-canônicos, além do I4, que apresentaram desempenho entre 60 e 69% foram CP3 e CB2 no pré-teste, CP6 no Pós1 e I5 no Pós2. Novamente verificamos que os problemas que apresentaram mais dificuldades foram os não-canônicos.

5.2.3.2.1 A professora SE4 e sua atuação

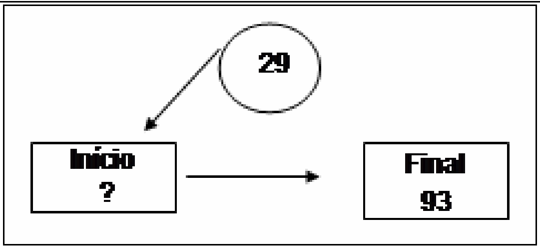
A professora SE4 é formada em Letras, com especialização em Linguística Textual. Ela tem vinte e oito anos de regência de classes nos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental. Participou, já há alguns anos, de três cursos de formação continuada com o tema matemática e tem interesse nessa área, em função das dificuldades de aprendizagem e de ensino. Considera a resolução de problemas um importante tema para programas de formação continuada de professores.

A professora SE4 trabalha na Escola S há catorze anos e participou das pesquisas anteriores por nós realizadas (JUSTO, 2000, 2004). SE4 demonstra ter conhecimento sobre a variedade semântica de problemas aditivos ao responder o questionário de concepções prévias dos problemas aditivos e a resolução de problemas (Apêndice D). Sobre o problema, *Adriana e Patrícia colecionam CDs. Adriana tem 64 CDs e Patrícia tem 49. Quantos CDs Adriana tem a mais que Patrícia?*, a professora considerou-o bem formulado e com dados precisos, pois ao ler "os números, vemos que uma tem a mais que a outra, ou a outra tem a menos que uma". Disse que o problema é difícil de resolver "porque a criança talvez não 'veja' o 'a mais' como uma subtração".

No mesmo questionário, SE4 formulou dois problemas para cada uma das operações: 24+57= e 83-37=. Para a adição ela elaborou um problema de combinação com o todo desconhecido e um de transformação aditiva com o final desconhecido. Esses dois tipos de problemas são muito comuns em livros didáticos (BRANDÃO; SELVA, 1999; ORRANTIA; GONZÁLEZ; VICENTE, 2005). Já para a subtração, ela elaborou um problema de transformação subtrativa com o final desconhecido, tipo de problema bastante comum em livros didáticos, e um problema de transformação aditiva em que a mudança é desconhecida, não tão comum de se encontrar em livros didáticos.

Observamos uma aula em que a professora SE4 usou as representações gráficas durante a correção dos problemas. Essa aula aconteceu em 17 de junho.

Os alunos sentaram em grupos e receberam, cada grupo, um problema diferente. As crianças deveriam resolver o problema e discutir suas estratégias e resultados. Após os grupos terem resolvido, iniciaram as apresentações de seus problemas. O primeiro grupo apresentou um problema de transformação aditiva com início desconhecido (T5). As crianças resolveram 93–29=64. A professora foi ao quadro e interpretou o problema usando a representação figurativa.



Os alunos logo pensaram em uma subtração.
Outro grupo resolveu um problema de combinação em que uma das partes é desconhecida (CB2), outro um problema de comparação mais que com a quantidade menor desconhecida (CP3), outro de igualação de decréscimo fazendo o valor desconhecido igualar (I4). Para a correção de todos a professora usou a representação gráfica trabalhada nas oficinas.

Conversamos com SE4 após essa aula e discutimos a importância de sempre questionar as crianças sobre a relação entre as quantidades: *Qual o conjunto maior? Quem deve ter mais?* (NUNES *et al.*, 2005; NUNES; BRYANT, 2009). Como a maioria das crianças já estava dominando relativamente bem esses problemas, combinamos que ela não iria insistir na representação gráfica com sua turma, mas que essa poderia ser uma estratégia a ser usada nas aulas de recuperação no contraturno com as crianças que ainda apresentam alguma dificuldade.

SE4 afirma que as oficinas de formação e os momentos de planejamento na escola serviram para mudar a sua prática pedagógica por duas razões: "Em primeiro lugar, a 'escolha' da HM, o pensar sobre o que se pede em cada HM escolhida. Em segundo, a segurança do que se quer com essas atividades". A intencionalidade e o conhecimento do professor parecem ser reconhecidos por essa professora como fatores importantes para a melhoria da aprendizagem. (BROOKE; SOARES, 2008).

Desde o início do ano letivo, ela percebeu a turma mais interessada em realizar as HM, seus alunos motivados ao explicar como pensavam, como resolveram. Além disso, as discussões nos grupos ao resolver os problemas foram momentos interessantes na opinião da professora: "Trabalhando em grupos com HM, um dos grupos encontrou dificuldades em resolver e discutiram bastante, refletiram, perguntaram, questionaram. Foi estimulante. No momento em que expuseram ao grande grupo a HM, foi o momento de 'clarear' as dúvidas. Foi produtivo." Aqui sobressai a aprendizagem em relação aos processos metacognitivos.

SE4 ainda percebia como dificuldades em seus alunos na resolução de problemas "a interpretação do que o problema pede, de ordem, também semântica, de como as questões são apresentadas." Isso também se reflete nas dificuldades que ela ainda tinha para ensinar a resolução de problemas, pois "também tenho que analisar muito cuidadosamente as questões apresentadas." A dificuldade dos professores na interpretação dos problemas aditivos foi observada por nós no estudo que apresentamos em nosso projeto de tese. (JUSTO, 2007).

5.2.4 Discussão dos Resultados da Escola S

Desenhamos um quadro-síntese sinalizando se houve ou não avanço significativo no desempenho de cada grupo e série entre os períodos avaliados, comparando-se a diferença de desempenho entre o pré-teste e os Pós1 e Pós2.

Quadro 11 - Síntese dos períodos de avanços estatisticamente significativos realizados por cada grupo e série da Escola S.

ESCOLA PRIVADA – S	GRUPOS			
	EXPERIMENTAL		CONTROLE	
	PERÍODOS		PERÍODOS	
	PRÉ – PÓS1	PRÉ – PÓS2	PRÉ – PÓS1	PRÉ – PÓS2
2ª SÉRIE	Avançou	Avançou	Avançou	Avançou
3ª SÉRIE	Avançou	Avançou	Avançou	Avançou
4ª SÉRIE	Avançou	*Não*	*Não*	*Não*

O quadro fornece uma visão condensada do que ocorreu na Escola S, mas só faz sentido interpretá-lo após a análise do desempenho e do detalhamento do trabalho individual de cada turma que discutimos até agora, pois, à primeira vista, ele pode fornecer uma interpretação equivocada sobre a eficácia da formação de professores e do programa de ensino. Então, vamos à nossa interpretação.

Apesar de todas as turmas, controle e experimentais, terem apresentado avanços significativos, com exceção da 4ª série controle, entendemos que os resultados apresentados pela Escola S confirmam que um conhecimento mais aprofundado dos problemas aditivos por parte do professor favorece a aprendizagem dos alunos em consequência de haver um ensino mais intencional e orientado. Ou seja, consideramos que, com os professores dessa escola, o programa de ensino e o programa de formação mostraram ser eficazes, pois os avanços mais acentuados que as turmas experimentais apresentaram a partir deles confirmam essa hipótese (vide gráficos 7, 8 e 9). Justificamos essa inferência por duas razões.

A primeira explica a influência do programa de formação e do programa de ensino em virtude das turmas experimentais da 2ª e da 4ª série terem mostrado um avanço maior que as controle da mesma série no Pós1. Possivelmente isso tenha ocorrido porque as professoras SE3 e SC4 não tinham um conhecimento prévio sobre os problemas aditivos como as outras professoras e, assim, o programa de formação e o de ensino proporcionaram o conhecimento dos problemas aditivos e de sua didática à professora SE3 – o que auxiliou a aprendizagem de sua turma. O mesmo não ocorreu com a professora SC4 e sua turma. Acreditamos que esses dois fatos podem explicar o quanto o programa de formação e o de ensino influenciaram na melhoria do desempenho das crianças.

A segunda razão explica a influência positiva do programa de ensino, que teve seu apoio no programa de formação. O bom desempenho das turmas controle pode ser justificado pelo conhecimento prévio dos professores sobre a diversidade de problemas do campo aditivo e o desempenho mais acentuado no Pós1 das turmas experimentais da 2ª e da 4ª série pelo programa de ensino, que entendemos ter sido o diferencial no trabalho dessas professoras. Na Escola S, como já apontamos no Capítulo 4, vinha sendo trabalhada com os professores, desde 1997, a variedade de problemas aditivos. O programa de formação realizado na pesquisa incrementou o trabalho, que já vinha sendo praticado, com alguns procedimentos metacognitivos como a planificação (DESOETE; ROEYERS; HUYLEBROECK, 2006; NICKERSON; PERKINS; SMITH, 1994) associada à representação gráfica dos problemas (NUNES *et al.*, 2005; ORRANTIA, 2003, 2006). A metacognição e a representação eram assuntos que as professoras SE2 e SE4 ainda não haviam visto ou trabalhado.

5.3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Depois de analisado o trabalho realizado nas duas escolas, podemos buscar algumas congruências. Os problemas aditivos que foram os mais difíceis para as turmas da Escola S e da Escola F foram os não-canônicos de igualação I4 e o de comparação CP6. Mesmo na 4ª série, esses problemas ainda apresentam um índice baixo de acertos: média de 23% (I4) e 46% (CP6) na escola pública, e 56% (I4) e 67,5% (CP6) na escola privada. Esse fato corrobora os achados de outras pesquisas, em que os problemas não-canônicos são considerados os mais difíceis por alunos de mesma faixa etária. (GARCÍA; JIMÉNEZ; HESS,

2006; JIMÉNEZ; GARCÍA, 2002; MIRANDA; GIL-LLARIO, 2001; ORRANTIA, 2006; PESSOA, 2002; SÁ, 2002).

Nosso estudo mostrou que há uma tendência linear crescente ao longo das séries nas duas escolas em relação à taxa de acertos nos problemas aditivos, evidenciada principalmente nas turmas controle. Mendonça *et al.* (2007) também verificaram isso em um estudo realizado em escolas públicas da Bahia e São Paulo. Elas justificam que esse é um resultado já esperado, pelo menos em parte, devido ao grau de maturidade inerente a cada faixa etária das séries estudadas. Conforme já indicado por Vergnaud (1990), um campo conceitual é construído normalmente pela criança através da experiência na vida diária e na escola, sendo um conhecimento desenvolvido dentro de um longo período de tempo por meio da experiência, maturação e aprendizagem. A aprendizagem é competência da escola. Não que não haja aprendizagem fora dela, mas "a aprendizagem é, por excelência, de responsabilidade da escola." (MENDONÇA *et al.*, 2007, p. 225). Como é grande a diversidade dos conceitos envolvidos nas estruturas aditivas, a sua aprendizagem se dá "a médio e longo prazo, devendo [o trabalho nesse campo conceitual] ser proposto ao longo das quatro séries iniciais." (MENDONÇA *et al.*, 2007, p. 225).

As turmas experimentais evidenciaram um pico no desempenho em comparação com as controle, exceto aquelas em que já indicamos e interpretamos o ocorrido. A taxa de acertos mais acentuada das turmas experimentais pode ser explicada pelo programa de formação continuada de suas professoras e pelo programa de ensino proposto a esse grupo de estudantes por intermédio delas. Essa afirmação vai ao encontro do que vários pesquisadores da área da eficácia escolar atualmente estão apontando: que o professor tem um efeito maior do que anteriormente se pensava no desempenho do aluno. (BROOKE; SOARES, 2008; MARZANO; PICKERING; POLLOCK, 2008).

Fizemos, ainda, uma comparação dos resultados das turmas controle, confrontando a taxa de acertos no Pós2, realizado no início do ano letivo de 2009, com o pré-teste da mesma série realizado no início do ano letivo de 2008. Por exemplo, comparamos o Pós2 da turma controle da 2ª série de 2008 (que em 2009 já estavam na 3ª série) com o Pré da turma controle da 3ª série de 2008, pois, para elas, em princípio, esses testes encontrariam as mesmas condições. Verificamos que havia diferenças na taxa de acertos, em certos casos até grandes, como no 3º ano da Escola F (62% em 2009 e 34% em 2008) e na 3ª série da Escola S (85% em 2009 e 69% em 2008). Essa situação é explicada por Brooke e Soares (2008) ao afirmarem que as escolas podem apresentar variações importantes de desempenho de um ano para outro, "mostrando que a eficácia não era uma característica tão estável e que era preciso estudar a escola por um período mais longo de tempo antes de estabelecer seu grau de eficácia." (BROOKE; SOARES, 2008, p. 220). De uma forma geral, a taxa de acertos das turmas controle em 2008 foram mais baixas do que as de 2009. Por intuição[57], poderíamos pensar que o trabalho desenvolvido em 2008, de certo modo, influenciou as outras turmas também? Muitas turmas não se encontravam mais com a mesma composição do que no ano anterior e nem estavam com os mesmos professores. Isso poderia ter causado a diferença no desempenho? Não podemos responder a essas questões. Para isso, são necessários mais elementos informativos e mais tempo para pesquisa, tanto para uma revisão de literatura quanto para uma investigação *in loco*.

Como já indicamos no Capítulo 3, existem vários fatores na literatura especializada em eficácia escolar que explicam a melhoria da aprendizagem. Alguns foram percebidos por nós durante a investigação, ligados a atuação dos professores, principalmente, e os discutimos na apresentação dos resultados, segundo a nossa interpretação à luz das diferentes teorias e pesquisas consultadas. No entanto, a título de fechamento deste capítulo, destacamos ainda algumas questões relacionadas à atuação dos professores e aos seus saberes colocados em prática.

Tardif (2004) destaca as principais características do saber experiencial que ele afirma estarem presentes no professor quando atua em sala de aula. Ressaltamos algumas características desse saber que foram por nós evidenciadas durante a pesquisa com o grupo de professoras participantes. O saber mobilizado pelos professores em suas aulas é "sincrético e plural" (p. 109), pois envolve vários conhecimentos, inclusive um saber-fazer, mobilizados e utilizados em função dos contextos variáveis e contingentes da prática profissional. Exemplificamos esses saberes com algumas falas das professoras durante as aulas: "Quando a gente está em dupla, tem que aceitar a opinião do colega." "Quando a gente não entende, a gente desenha." "Sempre que alguém vem na frente, prestem atenção. Pode ser que a dúvida do colega é sua também."

É um saber "aberto, poroso, permeável" (TARDIF, 2004, p. 110), pois integra experiências novas, conhecimentos adquiridos ao longo do caminho e um saber-fazer que se remodela em função das mudanças na prática, nas situações de trabalho. Aqui lembramos, como exemplo, a professora FE3, que fez uma adaptação das representações de Orrantia (2003, 2006) que surtiram um efeito positivo na prática com as crianças.

---

[57] A intuição seria a expressão de uma evidência *prima facie* que precisa ser examinada para que se encontrem ou não outras evidências que a corroborem. (THOMAS; PRING e cols, 2007).

Encontramos, no postulado de Tardif (2004), que "os saberes estão ligados ao trabalho", uma explicação para as diferenças que se evidenciam nas duas realidades investigadas. Quando Tardif (2004, p.217) afirma que "os saberes do professor deviam ser compreendidos numa relação direta com as condições que estruturam seu trabalho", significa que o trabalho docente é um trabalho humano especializado, comportando um repertório de saberes típicos desse ofício, que não são perenes e universais, nem processos cognitivos gerais, peculiares a todo ser humano. Assim, os saberes docentes dos professores da escola pública e os da escola privada estão, cada qual, circunscritos pelo seu ambiente escolar (físico e social), pela sua organização (curricular e administrativa), pela sua especialização (formação inicial e continuada de seus professores) e outros "condicionantes objetivos e subjetivos com os quais os professores têm que lidar" (TARDIF, 2004, p. 218). Da mesma forma, o contexto e o discurso social (já consensual de que os alunos da escola privada são melhor preparados) sobre as diferenças das realidades vividas em escolas públicas e privadas influenciam os saberes exigidos e adquiridos no exercício da profissão. Isso ficou evidenciado já nos primeiros encontros com as professoras da escola pública, nas oficinas e depois nos encontros individuais, quando elas manifestavam um certo sentimento de inferioridade, se considerada a escola privada, sobre o desempenho de seus alunos e a sua capacidade ou conhecimento para ensinar melhor. A curiosidade sobre como estava evoluindo o trabalho na outra escola esteve presente em ambos grupos de professores.

Nickerson, Perkins e Smith (1994) nos convidam a continuar estudando quando afirmam que as pesquisas sobre resolução de problemas não revelaram nada ainda que fosse em direção oposta à possibilidade de se ensinar a pensar. Pelo contrário, muitos dos resultados encontrados acenam para aspectos específicos do pensamento que são passíveis de ensino. Há muito o que ser feito em relação ao "aprender a ensinar" para que os professores possam assumir a tarefa de "ensinar a aprender e a pensar" com maior conhecimento de conteúdo e didático de conteúdo, de maneira mais consciente, autônoma e eficaz.

Contudo, nossa maior motivação foi impulsionada pelos resultados de nossa própria pesquisa. A caminhada não está terminada. Por esta razão, uma das medidas que pretendemos tomar é dar continuidade ao nosso projeto de formação continuada de professores em exercício na escola, atendendo a todos os professores da escola pública, como compromisso já assumido anteriormente com a direção da Escola F. Com isso, estaríamos colaborando para a solução do dito "problema de escala", de dimensão temporal, como sugerem Doerr e Wood (2006), "que a duração das pesquisas sobre o desenvolvimento do conhecimento docente precisaria ser da ordem de vários anos, em vez dos vários meses [...], que poderiam ser suficientes para a investigação do desenvolvimento conceitual em crianças." (p. 115). Com mais tempo para "aprender a ensinar", assim como já tiveram, e ainda têm, os professores da Escola S, os professores da Escola F poderiam melhorar a aprendizagem de seus alunos. Um recurso que poderíamos usar para a formação dos professores na escola seriam as gravações de aulas de resolução de problemas que fizemos durante nosso estudo, servindo de "ferramentas operacionais para a análise e para a reflexão sobre práticas registradas observáveis, [...] considerando questões relacionadas ao conteúdo e à natureza da aprendizagem" (ARCAVI; SCHOENFELD, 2006, p. 94), caso as professoras protagonistas aceitassem. Baseadas em Arcavi e Schoenfeld (2006), a análise e a reflexão partiriam de perguntas a serem discutidas, tais como: *O que de importante sobre a Matemática apareceu nessa aula? Quais conteúdos e processos? A abordagem foi orientada para os conceitos ou para os procedimentos? Que mensagens o ensino transmitiu sobre o que significa aprender e fazer Matemática? Haveria possibilidades diferentes daquelas escolhidas? Se sim, quais e o que a escolha feita revelaria de concepções e crenças subjacentes à Matemática?,* entre outras tantas que podem surgir. A meta para a continuidade de nosso estudo seria ampliar para o âmbito de toda a escola o conhecimento didático e de conteúdo com relação aos problemas aditivos e a resolução de problemas com vistas a melhorar ainda mais a aprendizagem dos alunos da Escola F.

No próximo capítulo encontram-se as considerações finais que sintetizam as nossas reflexões.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sob a perspectiva de que a pesquisa em educação escolar geralmente revela o já esperado, trazemos as nossas conclusões sobre o estudo realizado com a expectativa de ajudar a mostrar aspectos positivos do trabalho docente que levam à melhoria da aprendizagem. Porém, não sem antes reafirmar que as conclusões que apontamos são apenas uma das interpretações possíveis, sujeitadas às nossas crenças e conhecimentos, delimitadas pelo nosso tempo e afazeres. Por isso, sem dúvida, são transitórias, sendo justamente essa característica de possível transitoriedade que lhes dá credibilidade, pois a complexidade do meio escolar, seu entorno e entrelaçamentos não permitem soluções únicas e permanentes.

O propósito de nosso estudo foi verificar que influência um programa de formação continuada dos professores em exercício na escola e um programa de ensino em problemas matemáticos aditivos oferecem para o desempenho dos alunos. Para isso, desenvolvemos um programa de formação continuada com professores de uma escola pública e outra privada e implementamos um programa de ensino às turmas experimentais dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Avaliamos a aprendizagem dos estudantes nesse campo conceitual através da aplicação de testes em três momentos diferentes do período escolar.

Verificamos que as turmas experimentais tiveram uma taxa de acertos mais elevada que as turmas controle em ambas escolas, pública e privada. Mesmo que tenha havido exceções, estas puderam ser explicadas e não comprometeram a nossa interpretação de que o programa de formação e o programa de ensino foram relevantes para a qualificação da aprendizagem das crianças.

O grupo controle nas duas escolas apresentou um avanço gradual, enquanto que as turmas experimentais tiveram um avanço mais acentuado, principalmente logo após a implementação do ensino (Pós1). Esse fato nos leva a pensar que, quando há maior intencionalidade no ensino, maior planejamento, maior acompanhamento do professor sobre a aprendizagem, assim como maior envolvimento dos alunos sobre o seu fazer, a aprendizagem avança melhor.

O avanço dos dois grupos, especialmente o do grupo controle, evidencia que os Anos Iniciais do Ensino Fundamental é o tempo escolar em que as crianças mais desenvolvem a aprendizagem da estrutura aditiva. Essa aprendizagem faz parte do currículo escolar e costuma ser objeto de ensino em qualquer instituição escolar, mesmo que de forma incompleta e tradicional como o destacamos no Capítulo 2. No entanto, o professor, com a sua forma de ensinar e de estar em sala de aula, pode trazer vantagens ou desvantagens para a aprendizagem dos alunos – o que foi evidenciado pelo melhor desempenho das turmas cujos professores possuíam um conhecimento mais avançado sobre o campo conceitual aditivo.

Encontramos evidências de que a maneira como o professor ensina os problemas aditivos faz diferença na aprendizagem do aluno. Nas turmas em que o professor fez intervenções que possibilitaram atividades de metacognição houve melhor avanço na aprendizagem do campo aditivo. Da mesma maneira, verificamos que o uso de representações gráficas e o uso da reta numérica foram um auxílio importante na compreensão das relações semânticas e numéricas existentes nos problemas aditivos. Nosso estudo não permitiu verificar o quanto essas representações influenciaram na aprendizagem das crianças. Esse tema mereceria um outro estudo.

Pudemos observar, também, que alguns problemas aditivos exigem raciocínios mais sofisticados do que outros para serem resolvidos, principalmente aqueles em que a situação apresentada no problema exige a operação inversa para que sejam resolvidos – os problemas não-canônicos ou inconsistentes. Entre esses problemas há aqueles que permaneceram como mais difíceis ao longo das séries, apresentando uma evolução de aprendizagem mais lenta do que outros. Dois problemas não-canônicos, em nosso estudo, se mostraram como os mais difíceis para as crianças, de forma semelhante a outras pesquisas: o de igualação que apresenta uma situação de decréscimo, em que o valor desconhecido deve igualar (I4), e o de comparação que usa a expressão "menos que" e o referente maior é desconhecido (CP6).

A mudança de atitude dos professores e dos alunos perante a resolução de problemas matemáticos refletiu positivamente no desempenho. E, mesmo naqueles casos em que o desempenho não tenha sido melhor que o da turma controle, podemos dizer que houve um avanço na qualidade da aprendizagem, principalmente em relação aos conteúdos atitudinais da matemática, como sentir-se confiante da sua capacidade em resolver problemas matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança; e interagir cooperativamente no trabalho com os colegas na busca de soluções aos problemas matemáticos.

Percebemos que os professores aprenderam a ensinar com maior conhecimento de conteúdo, pois eles passaram a conhecer a variedade semântica dos problemas aditivos e também a identificar a sua diferença em termos daqueles que exigem raciocínios mais sofisticados do que outros para serem resolvidos. Isso aprimorou a escolha dos problemas matemáticos que eram propostos nas aulas, qualificando as situações de aprendizagem. Para isso, o conjunto das ações do programa de formação continuada como as oficinas, os planejamentos e as observações foram fundamentais.

Apesar das constatações que fizemos, não podemos afirmar que exista uma *relação determinista* entre o conhecimento do campo aditivo pelo professor e o melhor desempenho de seus alunos, pois também encontramos evidências de melhora na aprendizagem em grupos da escola pública na qual os professores não tinham conhecimento sobre os diferentes problemas do campo aditivo e de sua complexidade de ensino. O que verificamos foram evidências de vantagens na aprendizagem das crianças cujos professores tinham mais conhecimento de conteúdo e didático de conteúdo.

O estudo mostrou que os resultados dos testes, apesar de apresentarem vantagens nas turmas experimentais, não foram acentuadamente contrastantes se comparados com as turmas controle. Essa questão não surpreende, já que são vários os fatores intervenientes para a aprendizagem. As diferenças de desempenho das turmas não apresentaram uma regularidade para que pudéssemos alcançar uma explicação ou resposta simples e única. Pelo contrário, evidenciaram a complexidade que encontramos em cada sala de aula relacionada a características individuais dos estudantes, composição das turmas, características individuais e profissionais dos professores, entre tantos outros fatores. Isso revigora a premissa de que em educação não existem receitas prontas e únicas. A diversidade e a dinâmica das relações impõem a sua força, marcando sua imponência, definindo cada sala de aula, cada escola, como um espaço de reflexão e formação, original e sempre novo, mesmo que antigo, estagnado, repetitivo. A mudança, a renovação, o jeito novo de olhar e entender esse espaço e tempo escolar precisam compreendê-lo como um lugar de individualidades e de coletividades, de diversidades e de igualdades, de diferentes aprendizagens, de existência própria e independente do querer de uma única pessoa (o professor ou o aluno); é um espaço de relações, por isso dinâmico. O espaço e tempo escolar exigem uma ação planejada, intencionada pelo professor, prevendo uma reação dos estudantes que nem sempre será a esperada por ele – o que solicita uma nova ação planejada e intencional por parte do professor. Ação e reação previsível, mas incerta.

O fato de a turma do 2º ano experimental da Escola F ter apresentado um avanço acentuado em seu desempenho, após o programa de ensino com a auxiliar de pesquisa, faz-nos inferir que um ensino intencional, bem planejado, em que os alunos e o professor estão engajados na tarefa, tem maior efeito sobre a aprendizagem das crianças. A auxiliar de pesquisa não precisava ocupar-se, por exemplo, com a disciplina dos alunos e nem com as rotinas escolares, isso continuava sendo tarefa da professora que acompanhava as atividades. Em decorrência dessa constatação, pensamos que, em condição normal de sala de aula, a aprendizagem precisa de mais tempo para ocorrer e se consolidar, pois os professores estão ocupados com outras atividades que não a aprendizagem em si, como organização do material da sala, interrupções para pedir silêncio e atenção, transições de atividades e outros fatores. Assim, defendemos a posição de que a formação continuada dos professores exige tempo e precisa ocorrer no ambiente escolar com o corpo docente como um todo, para que reflexões e ações coletivas ocorram de maneira a favorecer a construção de verdadeiros ambientes de aprendizagem.

Nosso estudo, igualmente, encontrou aquilo que é verificado em outras avaliações do desempenho escolar em se tratando de instituições públicas e privadas: a escola pública mostrou um desempenho inferior à escola privada. Isso já havia sido verificado em nossa pesquisa piloto e foi a motivação para o estudo atual. No entanto, o avanço, mesmo ainda pequeno que as turmas experimentais da escola pública apresentaram, confirmam a importância da formação continuada do professor, da necessidade de um conhecimento mais aprofundado da matéria que ensina e de como o aluno aprende esse conteúdo.

Considerando-se a abrangência dos fatores influentes na aprendizagem escolar, os resultados encontrados em nossa pesquisa podem ser vistos como indícios, vestígios de que o conhecimento didático do professor sobre o conteúdo que ele ensina, a formação continuada e um ensino mais sistematizado são aspectos relevantes, mas não únicos e nem determinantes, para a melhoria da aprendizagem dos problemas matemáticos aditivos. Esses indícios, mesmo que não evidenciados de forma acentuada e marcante, nos alertam da importância de políticas e de ações de formação continuada de professores em exercício no próprio âmbito escolar, em que o coletivo dos professores esteja envolvido. A continuidade que apontamos não se refere a oficinas, cursos, seminários, palestras, etc. como ações isoladas. Sublinhamos a relevância de verdadeiros programas de formação continuada que enfatizam o estudo dos professores sobre aspectos de sua prática nas escolas que são de grande valia para a melhoria da aprendizagem dos alunos. Estudos esses que precisam de tempo. Sendo assim, não bastam ações pontuais, é preciso investimento, continuidade, sistematização, diversidade e aprofundamento, para que se atinja, o máximo possível, a amplitude e complexidade daquilo que compete ao professor: a transposição didática, conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo, a gestão da classe, a motivação dos alunos, a relação entre professor e alunos. Tudo isso demanda tempo e tem melhor qualidade quando desenvolvido e aprendido colaborativamente, quando todos na escola estão em formação: professores, supervisores, diretores, funcionários.

Entendemos que a pesquisa precisa de continuidade para chegar a ter resultados mais promissores em relação à aprendizagem das crianças e à compreensão conceitual dos professores, de modo que estes se transformem em autores de práticas pedagógicas e discursivas, próprias e consistentes, para que compartilhem suas aprendizagens, saberes e fazeres e mobilizem a equipe de professores de sua escola rumo a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem. A formação dos professores em exercício na Escola F precisa ampliar-se para a totalidade do corpo docente e, em nosso caso, incluir os professores das turmas experimentais como colaboradores e agentes ativos e reflexivos em continuidade a sua própria formação e abranger a de seus colegas professores.

Acreditamos que a mudança em uma escola pública municipal possa ser o passo inicial para transformações mais gerais que atinjam aos poucos mais escolas da rede. A ação sobre um número menor de escolas pode ser feita a curto prazo, enquanto a mudança de toda a rede municipal só ocorre a médio e longo prazo.

Ainda, lembramos o momento atual que vivemos em nosso País, quando ações governamentais estão sendo implantadas para a melhoria da formação dos professores. O Ministério da Educação lança o Plano Nacional de Formação do Professor da Rede Pública, pelo qual os docentes em exercício nas escolas públicas sem formação adequada podem se graduar em cursos gratuitos de Licenciatura de todas as áreas de conhecimento da educação básica. Esse plano de ação evidencia a importância que o Governo Federal está dando ao professor como agente da melhoria da qualidade na educação. Isso certamente está alicerçado nas pesquisas educacionais que apontam nessa direção. Contudo, a responsabilização do professor como agente relevante para a melhoria da escola não pode ser vista e nem tratada como única fonte de qualificação da educação.

Concluindo, nosso estudo fornece alguns indicativos para a melhoria do ensino e da aprendizagem dos problemas aditivos que podem ser generalizados para a aprendizagem da Matemática de uma maneira mais abrangente. Entretanto, precisam ser compreendidos no tempo e no espaço em que surgiram e não podem ser vistos como receitas para qualquer tempo e lugar. Pois tudo o que foi planejado para este estudo, e aqui foi interpretado, considerou a singularidade e a complexidade de cada escola, de cada professor e de cada turma.

Nosso desejo, ao chegar ao final deste estudo, é de que muitas crianças e professores ainda possam se encantar com a Matemática. E, assim, lembramos o início da tese, quando relatamos um fato ocorrido há 40 anos entre uma aluna e sua professora - época em que ser bom em matemática levava em conta a eficiência da memorização da tabuada desvinculada de qualquer compreensão, no qual a atitude da professora sensibilizou de forma positiva a aluna - para poder encerrar nosso texto com um fato recente que traz uma visão diferente da matemática escolar, em que professora e aluno encantam-se com a matemática, e que evidencia alguns dos princípios para a resolução de problemas defendidos atualmente:

> *Era 2009. Durante uma aula de matemática em uma escola pública, um aluno de 4ª série começou a chorar. A professora foi até ele e perguntou o que estava acontecendo. O menino respondeu que estava chorando de felicidade, pois já fazia algum tempo que não conseguia tirar suas dúvidas com uma professora. "Mas agora acho que estou curado, porque consigo perguntar para a senhora e ninguém ri de mim aqui. Essas aulas de matemática que a tua 'profe' da faculdade te ensinou, que a gente aprende juntos, que depois de tentar fazer nossas atividades sozinhos podemos sair do nosso lugar, conversar e ver como os colegas resolveram as suas continhas e problemas, para aprender outros jeitos de fazer a mesma conta, fica bem mais fácil e eu não tenho medo. Diz para a tua 'profe' que esse jeito novo de dar matemática funciona e é bem legal. Eu gostei. Eu estou aprendendo."*
>
> Fato narrado por June, aluna do Curso de Pedagogia.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, Isabel. Ser Professor Reflexivo. In: ALARCÃO, Isabel (Org). *Formação Reflexiva de Professores:* Estratégias de Supervisão. Porto: Porto Editora, Lda-1996.

ALCALÁ, Manuel. *La Construcción del Lenguaje Matemático.* Graó Editorial, 2002.

ALVES, M.T.G.; FRANCO, Creso. A pesquisa em eficácia escolar no Brasil: evidências sobre o efeito das escolas e fatores associados à eficácia escolar. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

ARAÚJO, M. A. S. Por que ensinar Geometria nas séries iniciais de 1º grau. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, Ano 2, n. 3, p. 12-16, 1994.

ARCAVI, Abraham; SCHOENFELD, Alan. Usando o não-familiar para problematizar o familiar. In: BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). *Tendências Internacionais em formação de professores de Matemática.* Tradução: Antonio Olímpio Jr. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BEARD, Roger. Estratégia Nacional de Alfabetização: resenha da pesquisa e outras evidências. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

BRANDÃO, A.C.; SELVA, A.C.V. O livro didático na Educação Infantil: reflexão versus repetição na resolução de problemas matemáticos. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 25, n. 2, p. 69-83, jul./dez. 1999.

BRANSFORD, J.D.; BROWN, A.L.; COCKING, R.R. (orgs.) *Como as pessoas aprendem:* cérebro, mente, experiência e escola. Tradução: Carlos David Szlak. São Paulo: Editora Senac São Paulo, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica*, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, DF: MEC/CNE, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Diretoria de Avaliação da Educação Básica (DAEB). *Primeiros Resultados:* Médias de desempenho do SAEB/2005 em perspectiva comparada. Fevereiro de 2007. Disponível em http://www.Inep.gov.br. Acesso em 01/04/07.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Diretoria de Avaliação da Educação Básica (DAEB). *Qualidade da Educação:* uma nova leitura do desempenho dos estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental. Abril de 2003. Disponível em http://www.Inep.gov.br. Acesso em 25/04/07.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Diretoria de Avaliação da Educação Básica (DAEB). *Relatório SAEB 2001 – Matemática*. Brasília, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). *PISA 2003 – Brasil*. Brasília, [2006]. Disponível em: http://www.Inep.gov.br/download/internacional/pisa/result_pisa2003_resum_tec.pdf. Acesso em 25/10/09.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). *Resultados Nacionais*: PISA 2006. Brasília, 2008. Disponível em: http://www.Inep.gov.br/download/internacional/pisa/Relatorio_PISA2006.pdf. Acesso em: 25/10/09.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática*. Vol. 3. Brasília, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Fundamental. *Referenciais para a formação de professores*. Brasília, DF: MEC/SEF, 1999.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. *Decreto No. 6755 de 29 de janeiro de 2009*. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2009/Decreto/D6755.htm.

BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

CANÔAS, Silvia Swain. *O Campo Conceitual Multiplicativo na Perspectiva do Professor das Séries Iniciais (1ª a 4ª série).* Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1997.

CARPENTER, T.P.; HIEBERT, J.; MOSER, J.M. The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. *Educational Studies in Mathematics*, Boston, v. 14, n. 1, pp. 55-72, 1983.

CHAKUR, Cilene Ribeiro de Sá Leite. A profissionalidade docente em uma abordagem construtivista. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo, n. 117, Nov. 2002. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15742002000300008&lng=en&nrm=iso. Acesso em 26/10/09.

CHAMORRO, M. C. e VECINO, F. El tratamiento y la resolución de problemas. In: CHAMORRO, Maria Del Carmen (Coord.) *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson Educación, 2003.

CHEVALLARD, Y., BOSCH, M. e GASCÓN, J. *Estudar Matemáticas*: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

COLEMAN, James S. Desempenho nas escolas públicas. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

CONSELHO CONSULTIVO CENTRAL PARA EDUCAÇÃO (Inglaterra). O lar, a escola e a vizinhança. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

CORDINGLEY, Philippa. Professores usando evidências: utilizar o que sabemos sobre ensino e aprendizagem para reconceituar a prática baseada em evidências. In: THOMAS, G; PRING, R. e cols. Educação baseada em evidências: a utilização dos achados científicos para a qualificação da prática pedagógica. Tradução: Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CURI, Edda. *Formação de Professores Polivalentes:* uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2004.

DAMM, R. F. *Apprentissage des problèmes additifs et compréhension de texte*. Tese de Doutorado. Estrasburgo, ULP, 1992.

DAMM, R. F.. Representação, Compreensão e Resolução de Problemas Aditivos. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em Matemática:* registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DESOETE, A.; ROEYERS, H. e HUYLEBROECK, A. Metacognitive skills in Belgian third grade children (age 8 to 9) with and without mathematical learning disabilities. *Metacognition Learning*, 1, p. 119-135, 2006.

DOERR, Helen M.; WOOD, Terry. Pesquisa-Projeto (design research): aprendendo a ensinar Matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). *Tendências Internacionais em formação de professores de Matemática.* Tradução: Antonio Olímpio Jr. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

DORNELES, B. V. *Escrita e Número*: Relações iniciais. Porto Alegre: Artmed, 1998.

FAYOL, Michel. *A criança e o número:* da contagem à resolução de problemas. Tradução: Rosana Severino Di Leone. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

FIGUEIRA, Ana Paula Mendes Correia Couceiro. Metacognição e seus contornos. *Revista Iberoamericana de Educación*, junho de 2003. Disponível em: http://www.rieoei.org/deloslectores/446Couceiro.pdf. Acesso em 04/10/2009.

FIORENTINI, D.; SOUZA JR., A.J.; MELO, G.F.A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C.M.G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E.M.A. (Orgs.). *Cartografias do trabalho docente*: professor(a)-pesquisador(a). 3ª reimpressão. Campinas: Mercado de Letras : Associação de Leitura do Brasil – ALB, 2003.

FRANCO, Creso *et al.* Qualidade e equidade em educação: reconsiderando o significado de "fatores intra-escolares." *Ensaio: aval.pol.públ.Educ.*, Rio de Janeiro, v. 15, n. 55, Junho 2007, pp. 277-298. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php? Acesso em 30/10/09.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia:* saberes necessários à prática educativa. 9ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 1998.

GARCÍA, A. I.; JIMÉNEZ, J. E. and HESS, S. Solving Arithmetic Word Problems: An analysis of classification as a function of difficulty in children with and without arithmetic LD. *Journal of Learning Disabilities*, vol. 39(3), p. 270-281, May/June 2006.

GELMAN, R. e GALLISTEU, C. R. *The child's understanding of number*. Massachusets: Harvard Press, 1978.

GOLBERT, Clarissa S. Percepção, representação e operação na aprendizagem da matemática. In: BECKER, Fernando (coord). *Função Simbólica e Aprendizagem.* Coleção Epistemologia Genética e Educação. Porto Alegre, 2002.

GÓMEZ CHACÓN, Inés Mª. *Matemática Emocional*: os afetos na aprendizagem matemática. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

GUIMARÃES, S. D.; VASCONCELLOS, M. Resolução de problemas aditivos e formação inicial: uma análise das concepções de acadêmicos e de professores da Educação Básica. In: *Reunião Anual da ANPEd*, 2007, Caxambu. ANPED: 30 anos de pesquisa e compromisso social, 2007.

HAMILTON, David. "Mascateando ficções para agradar o público" (Apêndice 1) de SAMMONS, Pam. As características-chave das escolas eficazes. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

IFRAH, Georges. *Os Números*: História de uma grande invenção. Tradução: Stella M. De Freitas Senra. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

IMBERNÓN, Francisco. *Formação continuada de professores*. Tradução: Juliana dos Santos Padilha. Porto Alegre: Artmed, 2010.

JENCKS, Christopher. Desigualdade no aproveitamento escolar. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

JIMÉNEZ, J. E., & GARCÍA, A. I. Strategy choice in solving arithmetic word problems: are there differences between students with learning disabilities, G-V poor performance and typical achievement students? *Learning Disability Quarterly*, 25, p. 113-122, Spring 2002.

JUSTO, Jutta C.R. Os Significados das Operações Matemáticas de Adição e Subtração: a evolução da compreensão de 1ª a 4ª séries. In: *V Reunión de Didactica Matemática del Cono Sur*. Universidad de Santiago de Chile, janeiro/2000.

JUSTO, Jutta C.R. *Mais... Ou Menos?...:* A construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: UFRGS, 2004.

JUSTO, Jutta C.R. *Aprendizagem de problemas do campo aditivo*. Projeto de Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: UFRGS, 2007.

KAMII, Constance e DECLARK, Georgia. *Reinventando a aritmética:* implicações da teoria de Piaget. 6.ed. Tradução: Elenisa Curt, Marina Célia Moraes Dias, Maria do Carmo Domith Mendonça. Campinas, SP: Papirus, 1992.

LARA, Isabel Cristina Machado de. *Jogando com a matemática na Educação Infantil e séries iniciais.* Catanduva, SP: Editora Rêspel; São Paulo: Associação Religiosa Imprensa da Fé, 2005.

LAVILLE, Christian e DIONNE, Jean. *A construção do saber*: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Tradução: Heloísa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda.; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

LEAL, Regina Barros. Professor: saberes e fazeres para além do pedagógico. *Revista Iberoamericana de Educación* – De los Lectores, n.37/4, 10/01/2006. Disponível em: http://www.rieoei.org/1120.htm. Acesso em: 13/10/2009.

LUITEL, Bal Chandra. *Multiple representations of addition and subtraction:* related problems by third, fourth and fifth graders. 2005. Disponível em: http://au.geocities.com/bcluitel/bcproject.htm. Acesso em 09/05/2007.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e língua materna*: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1991.

MADAUS, George F.; AIRASIAN, Peter W.; KELLAGHAN, Thomas. Estudos empíricos. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008a.

MADAUS, George F.; AIRASIAN, Peter W.; KELLAGHAN, Thomas. Insumos escolares, processos e recursos. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008b.

MAGINA, Sandra e*t al. Repensando Adição e Subtração:* contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM Editora, 2001.

MAGINA, S. e CAMPOS, T. As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. Educação Matemática Pesquisa. Educ. São Paulo, v.6 n.1, 2004. pp. 53-71.

MALATY, George. What are the reasons behind the success of Finland in PISA? SMF – Gazette – 108, Avril, 2006. pp. 59-66. Disponível em:

http://smf.emath.fr/en/Publications/Gazette/2006/108/smf_gazette_108_59-66.pdf. Acesso em: 25/10/09.

MARCELO, Carlos. *Cómo conocen los profesores la materia que enseñan*: algunas contribuciones de la investigación sobre el conocimiento didáctico del contenido. (1993). Disponível em: http://ocw.pucv.cl/cursos-1/epe1137/materiales-de-clases-1/unidad-2/construccion-conocimiento-profesional. Acesso em 24/10/09.

MARCELO, Carlos. Pesquisa sobre a formação de professores: o conhecimento sobre aprender a ensinar. Tradução: Lólio Lourenço de Oliveira. *XX Reunião Anual da ANPEd*, Caxambu, setembro de 1997. Disponível em: http://www.anped.org.br/rbe/rbedigital/RBDE09/RBDE09_06_CARLOS_MARCELO.pdf. Acesso em 24/10/09.

MARZANO, R.J.; PICKERING, D.J.; POLLOCK, J.E. *O ensino que funciona:* estratégias baseadas em evidências para melhorar o desempenho dos alunos. Tradução: Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MEDEIROS, Cleide Farias de. Por uma Educação Matemática como intersubjetividade. In: BICUDO, M.A.V. (org.). *Educação Matemática*. São Paulo: Editora Moraes, 1994.

MELLO, Guiomar Namo de. *Formação inicial de professores para a educação básica:* uma (re)visão radical. Documento principal; versão preliminar para discussão interna, out./nov. 1999. 21p. (mimeo).

MENDONÇA, T.M. *et al*. As estruturas aditivas nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2007, vol.10, n.2. pp. 219-239.

MICOTTI, Maria Cecília Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. (org) *Pesquisa em Educação Matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

MIRANDA, A.C. *et al*. *Nuevas tendencias en la evaluación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas:* el papel de la metacognición. Revista de Neurologia, 40(supl 1), p. 97-102, 2005.

MIRANDA, A.; GIL-LLARIO, M.D. Las Dificultades de Aprendizaje en las Matemáticas: concepto, manifestaciones y procedimientos de manejo. *Revista de Neurologia Clínica*, 2(1), p. 55-71, 2001.

MORO, M.L.F.; SOARES, M.T.C. A aprendizagem de estruturas aditivas elementares: alunos, professores e pesquisadores como parceiros de uma construção conceitual. In: BRITO, M.R.F. (Org.). *Solução de Problemas e a Matemática Escolar*. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006.

MORTIMORE, Peter *et al*. A busca pela eficácia: por que fazer um estudo das escolas primárias? In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008a.

MORTIMORE, Peter *et al*. A importância da escola: a necessidade de se considerar as características do alunado. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008b.

MOURÃO, Ana Paula. A teoria da reificação de Anna Sfard: O caso das funções. In: Ponte, J. P. *et al* (Orgs.) *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. Coimbra: Secção de Educação e Matemática da SPCE (Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação), 2002: pp. 275-289.

MURILLO, Francis Javier Torrecilla. Um panorama da pesquisa ibero-americana sobre eficácia escolar. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. *Adding It Up:* Helping Children Learn Mathematics. KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B. (Eds.). Washington, DC, USA: National Academy Press, 2001.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. *Helping Children Learn Mathematics*. Mathematics Learning Study Committee. KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J. (Eds.). 7ª. ed. Washington, DC, USA: National Academy Press, 2005.

NESHER, P.; GREENO, J.G.; RILEY, M.S. The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, Boston, v. 13, n.4, pp. 373-394, nov-dec. 1982.

NICKERSON, R.S.; PERKINS, D.N.; SMITH, E.E. *Enseñar a pensar*: aspectos de la aptitud intelectual. 3ª. ed. Tradução: Luis Romano y Catalina Ginard. Barcelona, España: Paidós/M.E.C., 1994.

NUNES, T. e BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática.* Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artmed, 1997.

NUNES, T. e BRYANT, P. *Paper 4: Understanding relations and their graphical representation*. Key understandings in mathematics learning. Nuffield Foundation, London, 2009. Disponível em: www.nuffieldfoundation.org.

NUNES, T. *et al*. *Educação Matemática*: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

ONUCHIC, L.R. e ALLEVATO, N.S.G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M.A.V. e BORBA, M.C. (orgs.) *Educação Matemática*: pesquisa em movimento. 2. ed. rev. São Paulo: Cortez, 2005. pp. 213-231.

ORRANTIA, Josetxu. *Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas:* una perspectiva evolutiva. Revista de Psicopedagogia, vol 23(71), 2006. pp. 158-180.

ORRANTIA, Josetxu. *El rol del conocimiento conceptual em la resolución de problemas aritméticos com estructura aditiva.* Infancia y Aprendizaje, vol. 26(4), p. 451-468, 2003.

ORRANTIA, J.; GONZÁLEZ, L.B.; VICENTE, S. Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria. Infancia y Aprendizaje, vol. 28(4), pp 429-451, 2005.

PAUL, Jean-Jacques; BARBOSA, Maria Ligia de Oliveira. Qualidade docente e eficácia escolar. *Tempo Social*, Revista de Sociologia da USP, v. 20, n. 1, junho de 2008. pp. 119-133. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ts/v20n1/a06v20n1.pdf. Acesso em 27/10/09.

PESSOA, C. A. S. Interação Social: uma análise do seu papel na superação de dificuldades de resolução de problemas aditivos. In: *Anais da 25ª ANPED*, set/out, 2002. Disponível em: http://www.anped.org.br/25 Acesso em 09 jan. 2004.

PEREZ, Geraldo. Formação de Professores de Matemática sob a Perspectiva do Desenvolvimento Profissional. In: BICUDO, M. A. V. (org) *Pesquisa em Educação Matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PÉREZ ECHEVERRÍA, M. D. P. A Solução de Problemas em Matemática. In: POZO, Juan Ignácio (org). *A Solução de Problemas*: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

PÉREZ GÓMEZ, Angel. O pensamento prático do professor: A formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, António (org). *Os professores e a sua formação.* Lisboa : Publicações Dom Quixote, 1992.

PIAGET, Jean. *Problemas de Psicologia Genética*. Coleção Os Pensadores, volume LI, 1ª Ed. São Paulo: Abril Cultural, 1975, p.337-422.

PIAGET, Jean. *Seis Estudos de Psicologia.* Tradução: Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 24ª ed. Rio de Janeiro: Editora Forense Universitária, 2004.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas.* 1ª reimpressão. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciências, 1986.

POLYA, George. Sobre a resolução de problemas de matemática na *high school*. In: KRULIK, S.; REYS, R.E. *A resolução de problemas na matemática escolar.* Tradução: Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual,1997.

POZO, Juan Ignacio. *Aprendizes e Mestres:* a nova cultura da aprendizagem. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2002.

QUARANTA, M.E. e WOLMAN, S. Discussões nas aulas de matemática: o que, para que e como se discute. In: PANIZZA, Mabel e colaboradores. *Ensinar matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais:* análise e propostas. Tradução: Antonio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006.

RABELO, E.H. Textos *Matemáticos*: produção, interpretação e resolução de problemas. 3.ed.rev. e ampl. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

RATHS, L.E. *et al*. *Ensinar a pensar*: teoria e aplicação. Tradução: Dante Moreira Leite. 2ª ed. São Paulo: EPU, 1977.

RESNICK, Lauren B. Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 1989; v44, n2, pp. 162-169.

RESNICK, Lauren B.; FORD, Wendy W. *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Tradução: Alejandro Pareja. Barcelona, España: Paidós, M.E.C., 1998.

REYNOLDS, David e TEDDLIE, Charles. Os processos da eficácia escolar. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

REYNOLDS, David *et al*. Conectando a eficácia e o melhoramento escolar. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

RILEY, M. S., GREENO, J. G., & HELLER, J. I. Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In: GINSBURG, H. (Ed.). *The Development of Mathematical Thinkin.* New York: Academic Press, 1983.

RODRIGUES, Maria Bernadette Castro. Inclusão, humana docência e alegria cultural como finalidades da prática pedagógica. In: ÁVILA, Ivany Souza (Org.). *Escola e sala de aula – Mitos e ritos:* um olhar pelo avesso do avesso. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2004.

RUTTER, Michael *et al*. Conclusões: especulações e implicações. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008a.

RUTTER, Michael *et al*. Introdução: estudos anteriores. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008a.

RUTTER, Michael *et al*. Resultados escolares: frequência, comportamento e desempenho dos alunos. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008b.

SÁ, Pedro F. Porque alguns problemas aditivos são mais difíceis que outros? In: *Anais do V Encontro Pernambucano de Educação Matemática*, out, 2002. Disponível em: http://www.dmat.ufpe.br/~mro/extensao/v_epem/anais. Acesso em 09 jan. 2004.

SAMMONS, Pam. As características-chave das escolas eficazes. In: BROOKE, N. e SOARES, J.F. (Orgs.) *Pesquisa em eficácia escolar:* origem e trajetórias. Tradução: Viamundi Idiomas e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

SCHEININ, Patrik. High regard for education a key to Finland's success. Media Release. Australian Council for Educational Research. ACER Research Conference 2009, *Assessment and Student Learning: Collecting interpreting and using data to inform teaching*. Perth, Australia, 16-18 August 2009. Disponível em: http://www.acer.edu.au/documents/090818-Scheinin.pdf. Acesso em: 25/10/09.

SCHOENFELD,A.H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R.E. *A resolução de problemas na matemática escolar.* Tradução: Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual,1997.

SCHÖN, Donald. Formar professores como profissional reflexivo. In: NÓVOA, António (org). Os professores e a sua formação. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1992.

SCHWARTZMAN, Simon. The challenges of education in Brazil. Version 3. Feb 26, 2003. Disponível em: http://www.schwartzman.org.br/simon/pdf/challenges.pdf. Acesso em: 27/10/09.

SENNA, Maria Teresa T.R.; BEDIN, Virginia. Formação do Conceito de Número em Crianças da Educação Infantil. In: *30ª Reunião Anual da Anped*, 2007, Caxambu. Anped: 30 anos de pesquisa e compromisso social, 2007. p. 1-13.

SENNA, Maria Teresa T.R.; BEDIN, Virginia. A Autoria Discursiva da Criança nas Relações Sociais da Educação Infantil. *Atos de Pesquisa em Educação* PPGE/ ME FURB. 2008, v. 3, p. 125-137.

SILVA, Maria Cecília Pereira da. *A paixão de formar*: da psicanálise à educação. Porto Alegre: Artmed, 1994.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1987, p. 1-22. Disponível em: http://ci.unlv.edu/files/Week3_Shulman_Knowledge_Teaching.pdf.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I e CÂNDIDO, P. *Jogos de matemática de 1º a 5º ano.* Série Cadernos do Mathema – Ensino Fundamental. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SMOLE, K.S. e DINIZ, M.I. (orgs). *Ler, escrever e resolver problemas:* habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOARES, José Francisco. Melhoria do desempenho cognitivo dos alunos do Ensino Fundamental. *Cad. Pesqui.* [online]. 2007, vol.37, n.130, pp. 135-160.

SUTHERLAND, Rosamund. *Ensino eficaz de matemática*. Tradução: Adriano Moraes Migliavaca. Porto Alegre: Artmed, 2009.

TARDIF, Maurice. *Saberes docentes e formação profissional*. Tradução: Francisco Pereira. 4ª ed. Petrópolis: Vozes, 2004.

VAN DE WALLE, John.A. *Matemática no Ensino Fundamental:* formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VASCONCELOS, Leila. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas de ensino. In: SCHLIEMANN, A. e CARRAHER, D. (orgs). *A compreensão de conceitos aritméticos:* ensino e pesquisa. Campinas, SP: Papirus, 1998.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. *Recherches em Didactiques des Mathématiques*, 10 (23), p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, Gérard. A Trama dos Campos Conceituais na Construção do Conhecimento. *Revista do Geempa*, Porto Alegre, p. 9-19, 1996.

VERGNAUD, Gérard. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E.P. (Org.). *Por que ainda há quem não aprende?* A teoria. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

VICENTE, S.; ORRANTIA, J.; VERSCHAFFEL, L. Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 2008, 31 (4), 463-483.

VIEIRA, Elaine. Representação Mental: as dificuldades na atividade cognitiva e metacognitiva na resolução de problemas matemáticos. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 2001, 14(2), pp. 439-448.

VILLAGRÁN, M.A. Prevenir las Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas. *International Symposium on Early Mathematics.* Proceedings Book, Cadiz (Spain), May 2006. pp. 11-59.

ZEICHNER, K. M. A *Formação Reflexiva de Professores*: Ideias e Práticas. Lisboa: EDUCA, 1993.