MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE PROJETO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS PARA CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM PASSARELAS METÁLICAS

por

Gustavo Ayres da Silva

Dissertação para obtenção do Título de Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Janeiro de 2020.

OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE PROJETO DE AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS PARA CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM PASSARELAS METÁLICAS

por

Gustavo Ayres da Silva Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof^a. Dr^a. Letícia Fleck Fadel Miguel

Aprovada por:

Prof. Dr. Ignacio Iturrioz, PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. João Kaminski Junior, PPGEC / UFSM

Prof. Dr. Leandro Luis Corso, PPGMEC / UCS

Prof. Dr. Fernando Marcelo Pereira Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 10 de Janeiro de 2020.

Aos meus pais, irmão e noiva

AGRADECIMENTOS

Sou grato à todos que contribuíram para a elaboração deste trabalho.

À minha família e minha noiva, pelo apoio e incentivo na busca dos meus objetivos.

À minha orientadora, Prof^a. Dr^a. Letícia Fleck Fadel Miguel, por seus ensinamentos, dedicação e importantes contribuições no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores dos Programas de pós-graduação em Engenharia Mecânica e em Engenharia Civil da UFRGS, pelos conhecimentos transmitidos durante o curso.

Aos colegas do GMAp, pelas trocas de conhecimento ao longo do curso e desta pesquisa.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro para a realização do mestrado.

RESUMO

O projeto de estruturas mais resistentes e econômicas é um fator importante para a indústria, e a constante evolução tecnológica permite aprimorar a forma como se projeta. Na área de construção civil, em especial de passarelas, uma das principais preocupações é a minimização de vibrações provenientes de carregamentos dinâmicos como o tráfego de pedestres e de veículos, ventos, sismos, etc. Esses carregamentos podem colocar em risco tanto a estabilidade da estrutura quanto a segurança dos pedestres. Para minimizar a amplitude das vibrações, uma das alternativas é a instalação de dispositivos de controle, como o amortecedor de massa sintonizado (AMS). Sendo um sistema passivo, o AMS não necessita controle externo, e sua estrutura simples facilita a instalação e diminui custos com manutenção. Mesmo com elevada capacidade de redução de vibrações, é possível melhorar a eficiência de AMSs por meio da otimização de seus parâmetros. Neste contexto, o processo de otimização realizado neste trabalho tem por objetivo reduzir a resposta dinâmica de duas passarelas submetidas à carga de pedestres, por meio da instalação de AMSs. Para isso, definiram-se dois parâmetros como variáveis de projeto: a rigidez e a constante de amortecimento dos AMSs. Com os parâmetros obtidos pelo algoritmo de otimização, o Backtracking Search Optimization Algorithm (BSA), determinam-se as respostas dinâmicas otimizadas das estruturas. Foram estudados três casos de otimização para cada passarela, considerando 1, 2 e 3 AMSs posicionados nos nós centrais dessas estruturas. Para a passarela Warren, as reduções por otimização foram em torno de 15%, 40% e 50% maiores em relação ao dimensionamento sem otimização, em termos de deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente. Para a passarela Pratt essas reduções foram acima de 20%, 10% e 5%. Os resultados demonstram a efetividade do método proposto, visto que foi capaz de otimizar os parâmetros dos AMSs, reduzindo a resposta dinâmica das estruturas e assim minimizando os efeitos de vibração sobre as passarelas, o que por sua vez reduz o risco de falhas estruturais. Além disso, após a otimização, a resposta em termos de aceleração se situou dentro da faixa estabelecida nas normas consultadas, o que garante, além da segurança, também o conforto dos pedestres.

Palavras-chave: Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS); Múltiplos Amortecedores de Massa Sintonizados (MAMS); Controle de Vibrações; Passarelas Metálicas; Backtracking Search Optimization Algorithm (BSA).

ABSTRACT

The design of more resistant and economical structures is an important factor for the industry, and the constant technological evolution allows to improve the way it is projected. In the area of civil construction, especially structures as footbridges, one of the main concerns is the minimization of vibrations from dynamic loads such as pedestrian and vehicle traffic, winds, earthquakes, among others. Such loads can endanger both the stability of the structure and the safety of pedestrians. To reduce vibration amplitudes, one of the alternatives is the installation of control devices, such as the tuned mass damper (TMD). As a passive system, the TMD does not require external control, and its simple construction structure facilitates installation and reduces maintenance costs. Even with high vibration reduction capacity, it is possible to improve the efficiency of TMDs by optimizing their design parameters. In this context, the optimization process performed in this work aims to reduce the dynamic response of two footbridges under pedestrian load, through the installation of TMDs. For this, two parameters were defined as design variables: stiffness and damping coefficient of the TMDs. With the parameters obtained by the optimization algorithm, the Backtracking Search Optimization Algorithm (BSA), the optimized dynamic responses of the structures are determined. Three optimization cases were studied for each footbridge, considering 1, 2 and 3 TMDs positioned in the central nodes of these structures. For the Warren footbridge, optimization reduced dynamic response above 15%, 40% and 50% more than non-optimized TMDs, in terms of displacement, speed and acceleration, respectively. For the Pratt footbridge, these reductions were above 20%, 10% and 5% higher. The results demonstrate the effectiveness of the proposed method, since it was able to optimize the parameters of the AMSs, reducing the dynamic response of the structures and thus minimizing the effects of vibration on the footbridges, which in turn reduces the risk of structural failures. In addition, after optimization, the response in terms of acceleration was within the range established in the consulted standards, which guarantees, in addition to safety, also pedestrian comfort.

Keywords: Tuned Mass Damper (TMD); Multiple Tuned Mass Dampers (MTMD); Vibration Control; Metallic Footbridges; *Backtracking Search Optimization Algorithm* (BSA).

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO1
1.1	Justificativa2
1.2	Objetivos
1.3	Organização do Trabalho3
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA5
2.1	Ações Dinâmicas em Passarelas5
2.1.1	Carregamento Humano
2.1.2	Normas Relativas ao Carregamento em Passarelas
2.2	Sistemas de Controle de Vibrações10
2.2.1	Sistemas Passivos
2.2.2	Sistemas Ativos
2.2.3	Sistemas Semi-Ativos
2.2.4	Sistemas Híbridos15
2.3	Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS)17
2.4	Conceitos Básicos em Otimização
2.4.1	Variáveis de Projeto
2.4.2	Função Objetivo
2.4.3	Restrições
2.4.4	Espaço de Decisão21
2.4.5	Variáveis de Estado
2.5	Simulação
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA24
3.1	Aplicações de AMSs

3.2	Aplicações de Algoritmos de Otimização	26
4	MÉTODOS UTILIZADOS	29
4.1	Resposta Dinâmica da Estrutura	29
4.2	Método de Newmark	31
4.3	Método dos Elementos Finitos	34
4.3.1	Elemento de Treliça Bidimensional	35
4.4	Dimensionamento de Amortecedores de Massa	36
4.5	Dimensionamento de Múltiplos AMSs	40
4.6	Algoritmos Meta-heurísticos	41
4.6.1	Backtracking Search Optimization Algorithm (BSA)	43
4.6.1.1	Inicialização	44
4.6.1.2	Seleção-I	45
4.6.1.3	Mutação	45
4.6.1.4	Crossover	46
4.6.1.5	Seleção-II	47
4.6.2	Funcionamento do BSA	49
5	VALIDAÇÃO DOS ALGORITMOS DESENVOLVIDOS	51
5.1	Verificação do Algoritmo de Geração do Sinal de Excitação	51
5.2	Verificação do Algoritmo de Análise Modal	52
5.3	Verificação do Algoritmo de Análise Dinâmica	54
5.4	Verificação do Algoritmo de Otimização BSA	58
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES: APLICAÇÃO EM EXEMPLOS	59
6.1	Passarela Warren	59
6.1.1	Warren: Análise com 1 AMS Centralizado	59
6.1.2	Warren: Análise com 2 AMSs Centralizados	65

6.1.3	Warren: A	nálise com 3 AMSs Centralizados	70
6.2	Passarela	Pratt	75
6.2.1	Pratt: Aná	lise com 1 AMS Centralizado	75
6.2.2	Pratt: Aná	lise com 2 AMSs Centralizados	80
6.2.3	Pratt: Aná	lise com 3 AMSs Centralizados	85
6.3	Considera	ções sobre os Resultados	90
7	CONCLU	JSÕES FINAIS E SUGESTÕES	91
7.1	Conclusõe	2S	91
7.2	Sugestões	para Trabalhos Futuros	93
REFE	RÊNCIAS I	BIBLIOGRÁFICAS	94
APÊN	DICE A	Verificação do Algoritmo BSA	111
ANEX	KO I	Modelos de Carregamento Humano	112
ANEX	KO II	Sistemas de Controle Estrutural	113

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Carregamentos harmônicos (amplitudes de Fourier) das funções direcionais
tempo-carrega	mento [Adaptado de Bachmann e Ammann, 1987, apud Živanović et al., 2005].
Figura 2.2	Modelo de estrutura sem amortecimento sob excitação [Adaptado de Soong e
Spencer, 2000]11
Figura 2.3 2019]	Faixa de operação de vários métodos de amortecimento [Adaptado de Baz,
Figura 2.4	Estrutura sob excitação com Dissipação Passiva de Energia (DPE) [Adaptado
de Soong e Sp	encer, 2000]12
Figura 2.5	Estrutura sob excitação com dissipação ativa de energia [Adaptado de Soong
e Spencer, 200	
Figura 2.6	Estrutura sob excitação com dissipação semi-ativa de energia [Adaptado de
Soong e Spend	cer, 2000]15
Figura 2.7	Estrutura sob excitação com dissipação híbrida de energia [Adaptado de
Soong e Spend	cer, 2000]16
Figura 2.8 2008a]	Representação esquemática de um AMS [Adaptado de Meinhardt et al., 18
Figura 2.9	Espaco de decisão de um problema de otimização bidimensional com
restrições [Ad	aptado de Haddad et al., 2017]
Figura 4.1	Variação linear da aceleração [Cheng, 2001]
Figura 4.2	Elemento de treliça bidimensional [Pavlou, 2015]
Figura 4.3	Modelo representativo passarela-amortecedor com dois graus de liberdade
[Adaptado de	Lebet e Hirt, 2013]
Figura 4.4	Amplificação dinâmica de estruturas amortecidas [Lebet e Hirt, 2013]37
Figura 4.5	Deslocamento relativo máximo entre amortecedor e estrutura [Lebet e Hirt,
2013]	

Figura 4.6 2013]	Frequência ótima para um amortecedor de massa [Adaptado de Lebet e Hirt,
Figura 4.7	Exemplo do efeito da razão de amortecimento ζ_a do amortecedor na
frequência de 1	resposta da estrutura [Adaptado de Bachmann e Natke, 1995]
Figura 4.8 da estrutura	Passarela com n-graus de liberdade com Múltiplos AMS instalados ao longo
Figura 4.9	Estrutura geral do BSA [Adaptado de Civicioglu, 2013] 44
Figura 4.10	Estratégia de crossover de BSA [Adaptado de Civicioglu, 2013] 47
Figura 4.11	Mecanismo de controle de limite do BSA [Adaptado de Civicioglu, 2013] 47
Figura 4.12	Pseudocódigo de BSA [Adaptado de Civicioglu, 2013] 49
Figura 4.13	Esquema de funcionamento do BSA [Adaptado de Sheoran et al., 2015] 49
Figura 5.1	Representação da função de carregamento para uma pessoa caminhando 52
Figura 5.2	Passarela Warren proposta por Miguel et al., 2015a (Esc. 1:300) 53
Figura 5.3	Passarela Pratt proposta por Miguel et al., 2015a (Esc. 1:300) 53
Figura 5.4 deslocamento	Resposta dinâmica das passarelas (a) Warren e (b) Pratt em termos de no nó central
Figura 5.5 velocidade no	Resposta dinâmica das passarelas (a) Warren e (b) Pratt em termos de nó central
Figura 5.6 aceleração no 1	Resposta dinâmica das passarelas (a) Warren e (b) Pratt em termos de nó central
Figura 6.1 1000 e (b) 150	Convergência de deslocamento no nó central 22 da passarela Warren com (a) iterações, otimizando 1 AMS centralizado
Figura 6.2 velocidade no	Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) nó central 22 para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1
Figura 6.3 central 22 para	Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de aceleração no nó otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 161

Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de (a) Figura 6.4 deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1......63 Figura 6.5 Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de aceleração nos Figura 6.6 Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Warren no (a) nó central 22 Convergência de deslocamento no nó central 22 da passarela Warren com (a) Figura 6.7 Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) Figura 6.8 Figura 6.9 Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de aceleração no nó Figura 6.10 Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 2 AMSs centralizados -Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de aceleração nos Figura 6.11 Figura 6.12 Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Warren no (a) nó central 22 e nos (b) nós superiores, sem e com a otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1. 69 Figura 6.13 Convergência de deslocamento no nó central 22 da passarela Warren para as rodadas (a) 1 e (b) 3, otimizando 3 AMSs centralizados.....70 Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) Figura 6.14 velocidade no nó central 22 para otimização de 3 AMSs centralizados - Rodada 3.71 Figura 6.15 Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de aceleração no nó central 22 para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3......71

Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de (a) Figura 6.16 deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 3 AMSs centralizados – Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de aceleração nos Figura 6.17 Figura 6.18 Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Warren no (a) nó central 22 e nos (b) nós superiores, sem e com a otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.74 Figura 6.19 Convergência de deslocamento no nó central 25 da passarela Pratt com (a) Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b) Figura 6.20 Figura 6.21 Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de aceleração no nó central 25 para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.....77 Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento Figura 6.22 e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.....78 Figura 6.23 Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de aceleração nos Figura 6.24 Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Pratt no (a) nó central 25 e Figura 6.25 Convergência de deslocamento no nó central 25 da passarela Pratt com (a) Figura 6.26 Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade no nó central 25 para otimização de 2 AMSs centralizados - Rodada 1......81 Figura 6.27 Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de aceleração no nó central Figura 6.28 Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1...83

Figura 6.29	Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de aceleração nos
nós superiores	para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 183
Figura 6.30	Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Pratt no (a) nó central 25 e
nos (b) nós sup	eriores, sem e com a otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 184
Figura 6.31	Convergência de deslocamento no nó central 25 da passarela Pratt para as
rodadas (a) 1 e	(b) 3, otimizando 3 AMSs centralizados
Figura 6.32	Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b)
velocidade no r	nó central 25 para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3
Figura 6.33	Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de aceleração no nó central
25 para otimiza	ção de 3 AMSs centralizados – Rodada 3
Figura 6.34	Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento
e (b) velocidad	e nos nós superiores para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 388
Figura 6.35	Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de aceleração nos
nós superiores	para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3
Figura 6.36	Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Pratt no (a) nó central 25 e
nos (b) nós sup	eriores, sem e com a otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3 89
Figura I.1	Fatores de carregamento dinâmico para modelos de força de pedestres depois
de diferentes au	utores [Adaptado de Živanović et al., 2005]112
Figura II.1	Classificação dos sistemas de controle estrutural [Adaptado de Islam,
2013]	

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Forças dinâmicas normalizadas atribuídas aos tipos representativos de
atividades [Ad	aptado de Bachmann et al., 1995]6
Tabela 2.2	Correlação entre frequência de passo, velocidade do pedestre e comprimento
do passo para c	caminhada e corrida [Adaptado de Bachmann e Ammann, 1987]7
Tabela 2.3	Resumo de frequências críticas para passarelas dadas por normas
internacionais	[Adaptado de FIB, 2005]9
Tabela 2.4	Classes de tráfego de pedestres [Adaptado de FIB, 2005]9
Tabela 2.5	Níveis de conforto com base na aceleração [Adaptado de Heinemeyer e
Feldmann, 200	8]10
Tabela 4.1	Razões de amortecimento típicas para passarelas [Adaptado de Pretlove et al.,
1995]	
Tabela 5.1	Áreas das seções transversais das barras das passarelas analisadas [Adaptado
de Miguel et al	., 2015a, apud Silva e Miguel, 2019]52
Tabela 5.2	Primeiras cinco frequências naturais obtidas por meio do Ansys e do
Matlab	
Tabela 5.3	Principais parâmetros da análise dinâmica
Tabela 5.4	Principais resultados da análise dinâmica
Tabela 5.5	Limites das variáveis de projeto para otimização de AMSs 58
Tabela 6.1	Variáveis de projeto otimizadas para 1 AMS centralizado e resposta dinâmica
no nó 22	
Tabela 6.2	Redução da resposta dinâmica da passarela Warren para otimização dos
parâmetros de	1 AMS centralizado – Rodada 1
Tabela 6.3	Resposta dinâmica não otimizada da passarela Warren, e redução com a
otimização dos	parâmetros de 1 AMS centralizado, em relação ao caso não otimizado64
Tabela 6.4	Variáveis de projeto otimizadas para 2 AMSs centralizados e resposta
dinâmica no nó	

Tab	oela 6.5	Redução da resposta dinâmica da passarela Warren para otimização dos
parâ	âmetros de 2	2 AMSs centralizados – Rodada 167
Tab	oela 6.6	Resposta dinâmica não otimizada da passarela Warren, e redução com a
otim	nização dos	parâmetros de 2 AMSs centralizados, em relação ao caso não otimizado 69
Tab	oela 6.7	Variáveis de projeto otimizadas para 3 AMSs centralizados e resposta
dinâ	âmica no nó	22
Tab	oela 6.8	Redução da resposta dinâmica da passarela Warren para otimização dos
parâ	âmetros de 3	3 AMSs centralizados – Rodada 3
Tab	oela 6.9	Resposta dinâmica não otimizada da passarela Warren, e redução com a
otim	nização dos	parâmetros de 3 AMSs centralizados, em relação ao caso não otimizado74
Tab	oela 6.10	Variáveis de projeto otimizadas para 1 AMS centralizado e resposta dinâmica
no n	nó 25	
Tab	oela 6.11	Redução da resposta dinâmica da passarela Pratt para otimização dos
parâ	âmetros de 1	AMS centralizado – Rodada 177
Tab	pela 6.12	Resposta dinâmica não otimizada da passarela Pratt, e redução com a
otim	nização dos	parâmetros de 1 AMS centralizado, em relação ao caso não otimizado79
Tab	pela 6.13	Variáveis de projeto otimizadas para 2 AMSs centralizados e resposta
dinâ	âmica no nó	25
Tab	pela 6.14	Redução da resposta dinâmica da passarela Pratt para otimização dos
parâ	âmetros de 2	2 AMSs centralizados – Rodada 1
Tab	pela 6.15	Resposta dinâmica não otimizada da passarela Pratt, e redução com a
otim	nização dos	parâmetros de 2 AMSs centralizados, em relação ao caso não otimizado 84
Tab	oela 6.16	Variáveis de projeto otimizadas para 3 AMSs centralizados e resposta
dinâ	âmica no nó	25
Tab	oela 6.17	Redução da resposta dinâmica da passarela Pratt para otimização dos
parâ	âmetros de 3	3 AMSs centralizados – Rodada 3

Tabela 6.18	Resposta dinâmica não otimizada da passarela Pratt, e redução	com a
otimização dos	s parâmetros de 3 AMSs centralizados, em relação ao caso não otimizado	89
Tabela 6.19	Análise estatística por desvio padrão	90
Tabela A.1	Verificação dos resultados do BSA em algoritmo externo para a respo	osta no
nó central da pa	assarela Warren	111

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ACLD	Active Constrained Layer Damping
ADV	Absorvedor Dinâmico de Vibrações
AMD	Active Mass Damper
AMS	Amortecedor de Massa Sintonizado
APDC	Active Piezoelectric Damping Composites
APDL	Ansys Parametric Design Language
APPN	Active Shunted Piezoelectric Networks
BSA	Backtracking Search Optimization Algorithm
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CSP	Constraint satisfaction problem
DPE	Dissipação Passiva de Energia
DVA	Dynamic Vibration Absorber
EA	Algoritmo Evolutivo
EMDC	Electromagnetic Damping Composites
EVOP	Evolutionary Operation Algorithm
FIB	Fédération Internationale du Béton
FA	Firefly Algorithm
GA	Genetic Algorithm
GDL	Grau de liberdade
HMD	Hybrid Mass Damper
MAMS	Múltiplos Amortecedores de Massa Sintonizados
MTMD	Multiple Tuned Mass Dampers
NMA	Nelder-Mead Algorithm
PSO	Particle Swarm Optimization
SA	Simulated Annealing
SETRA	Serviço de Estudo sobre Transporte, Estradas e suas Instalações / França
SGA	Search Group Optimization Algorithm
SI	Swarm Intelligence
TMD	Tuned Mass Damper

LISTA DE SÍMBOLOS

Α	Área da seção transversal do elemento, m ²
b_{j}	Constante da j-ésima restrição
c	Coeficiente de amortecimento da estrutura isolada, Ns/m
C_a , C_T , C_n	Coeficiente de amortecimento do AMS, Ns/m
С	Matriz de amortecimento do sistema, Ns/m
d_{jx} , d_{jy}	Direções locais no elemento de treliça plana, m
$\frac{d}{dt}, \frac{d^2}{dt^2}$	Operador diferencial de primeira e segunda ordem em função do tempo
E	Módulo de elasticidade, Mpa
f	Frequência do modo de vibração da estrutura a ser amortecido
f_{opt}	Frequência ótima do AMS
f_s	Taxa de passo, Hz
$F_p(t)$	Função de carregamento humano, N
$\vec{F}(t),\mathbf{f}(t)$	Vetor de forças devido à ação dos pedestres, N
$f_i(X)$	i-ésima função objetivo
$g_j(X)$	j-ésima restrição de desigualdade
G_0	Carga estática referente à um pedestre, N
$h_j(X)$	j-ésima restrição de igualdade
k	Rigidez da estrutura isolada, N/m
k_{ij}	Rigidez na i-ésima linha e j-ésima coluna da matriz global, N/m
k_a , k_T , k_n	Rigidez do AMS, N/m
k _{AMSn}	Rigidez do n-ésimo AMS da matriz global, N/m
\mathbf{K}^{e}	Matriz de rigidez do elemento, N/m
K	Matriz de rigidez do sistema, N/m
l_s	Comprimento do passo, m
L	Comprimento do elemento, m
т	Fator de amplificação do carregamento

Μ	Massa da estrutura isolada, kg
M_a, m_T, m_n	Massa do AMS, kg
\mathbf{M}^{e}	Matriz de massa do elemento, kg
Μ	Matriz de massa do sistema, kg
\mathbf{n}_{g} , \mathbf{n}_{e} , \mathbf{n}_{s}	Número de restrições de desigualdades (g), igualdades (e) e laterais (s)
<i>n</i> _{sup}	n-ésimo nó superior da estrutura
$n_{\rm inf}$	n-ésimo nó inferior da estrutura
Ν	Tamanho da população do algoritmo BSA
oldP	Geração anterior no algoritmo BSA
Р	População do algoritmo BSA
P _{best}	Melhor indivíduo de P
P_i	Objetivo individual na população P do BSA
r_{jx}, r_{jy}	Deslocamento local das forças no elemento de treliça plana, m
t	Tempo, s
Т	Forma final da população do BSA
Τ	Matriz de transformação de coordenadas
T_o	Tempo de travessia, s
V _s	Velocidade do pedestre, m/s
<i>x</i> , <i>y</i>	Sistema de coordenadas globais do elemento de treliça plana
\overline{x} , \overline{y}	Sistema de coordenadas locais do elemento de treliça plana
x_i	i-ésima variável de projeto
X _m	m-ésima restrição lateral
$x_i^{(L)}, x_m^l$	Limite inferior da i-ésima variável de projeto
$x_i^{(U)}, x_m^u$	Limite superior da i-ésima variável de projeto
X	Conjunto de variáveis de projeto x_i
$ec{\dot{x}}_{\scriptscriptstyle m\acute{e}d}$	Velocidade média, m/s
$\vec{\dot{x}}_{m\acute{e}d}$	Aceleração média, m/s ²
$\vec{x}(t_0)$	Deslocamento inicial, m

$\vec{\dot{x}}(t_0)$	Velocidade inicial, m/s
$\vec{\ddot{x}}(t_0)$	Aceleração inicial, m/s ²
$\vec{x}(t + \Delta t)$	Deslocamento no tempo t+ Δt , m
$\vec{\dot{x}}(t+\Delta t)$	Velocidade no tempo t+ Δt , m/s
$\vec{\ddot{x}}(t+\Delta t)$	Aceleração no tempo t+ Δt , m/s ²
$\vec{x}(t)$	Deslocamento do sistema, em função do tempo t, m
$\vec{\dot{x}}(t)$	Velocidade do sistema, em função do tempo t, m/s
$\vec{\ddot{x}}(t)$	Aceleração do sistema, em função do tempo t, m/s ²
$W_{\max,a}$	Deslocamento relativo entre o amortecedor e estrutura amortecida
W ₀	Deslocamento estático da estrutura
α	Coeficiente de amortecimento de Rayleigh proporcional à massa
α_n	n-ésimo fator de carregamento humano
$lpha_{\scriptscriptstyle N}$, $\delta_{\scriptscriptstyle N}$	Parâmetros de estabilidade do método de Newmark
β	Coeficiente de amortecimento de Rayleigh proporcional à rigidez
ΔG_n	n-ésimo componente harmônico do carregamento humano, N
Δt	Incremento de tempo, s
ζ_a	Razão de amortecimento do amortecedor
ζ_n	Razão de amortecimento para o n-ésimo modo de vibração do sistema
ζ_{opt}	Razão de amortecimento ótima do amortecedor
λ	Razão de fluxo médio de pessoas, pessoas/s
μ	Razão de massas amortecedor/estrutura
ρ	Densidade, kg/m ³
$\phi_{dym,\max}$	Fator de amplificação dinâmica máximo
ϕ_2 , ϕ_3	Ângulos de fase do carregamento humano
$\omega_i, \omega_j, \omega_n$	Frequências naturais do i, j, k-ésimo modos de vibração do sistema, rad/s
σ	Desvio padrão

1 INTRODUÇÃO

Em diversas áreas, em especial na engenharia, confronta-se com tarefas que demandam o projeto e/ou a operação de sistemas com certas peculiaridades. Na área de construção civil, as estruturas estão sujeitas a inúmeros tipos de cargas provenientes de ventos, sismos, veículos, máquinas, pedestres, entre outros que, em geral, causam problemas relacionados a vibrações. Situações como essas demandam formas de controle que atenuem essas vibrações a fim de evitar problemas estruturais.

Em decorrência disso, diversos estudos vêm sendo desenvolvidos ao longo dos anos a fim de melhorar o desempenho de estruturas como pontes [Javanmardi et al., 2018; An et al., 2016; Yuan et al., 2018], passarelas [Brownjohn et al., 2004; Živanović et al., 2005; Bonelli et al., 2008; Piccardo e Tubino, 2009; De Miranda et al., 2010; Živanović et al., 2010; Piccardo e Tubino, 2012; Živanović et al., 2012; Halpern e Adriaenssens, 2014; Van Nimmen et al., 2014; Russel et al., 2017; Li et al., 2019], e edifícios [Avila, 2009; Miguel, 2016c, Rossato, 2017; Rahmani e Könke, 2019], entre outras. Soma-se a isso o fato da constante busca por menores custos e maior eficiência, estimulando o uso de estruturas mais leves, e assim surge a necessidade de se obter parâmetros ótimos de projeto que atendam a estas limitações. Com isso, ferramentas de otimização têm se tornado cada vez mais comuns.

Conforme Haddad et al., 2017, "otimização é a busca organizada por tais parâmetros de projeto e modos de operação. Ela determina o conjunto de ações ou elementos que devem ser implementados para alcançar sistemas otimizados. No caso mais simples, otimização busca o valor máximo ou mínimo de uma função objetivo correspondente a variáveis definidas em um intervalo ou espaço viável. Ainda, otimização é a busca do conjunto de variáveis que produz os melhores valores de uma ou mais funções objetivo, atendendo a várias restrições."

Com base nesses aspectos, e motivado pela baixa quantidade de estudos relacionados, esta dissertação tratará de uma metodologia de otimização da resposta dinâmica de passarelas treliçadas bidimensionais submetidas ao carregamento humano, que pode ser aplicada facilmente em outros tipos de carregamentos e estruturas. Simulando o comportamento de estruturas com a aplicação de amortecedores de massa sintonizados e, em seguida, aplicando o método meta-heurístico de otimização, busca-se obter os parâmetros ótimos desses amortecedores para cada situação proposta, com o objetivo de minimizar a resposta dinâmica dessas estruturas.

Para isso, utilizam-se abordagens específicas em cada etapa da análise, dentre as quais destacam-se: o Métodos dos Elementos Finitos para a discretização das passarelas, o Método de Newmark para obtenção da resposta dinâmica, e o *Backtracking Search Optimization Algorithm* (BSA) para otimização dos parâmetros de projeto dos amortecedores.

1.1 Justificativa

No contexto atual, em que os projetos demandam ativos escassos como tempo e dinheiro, processos que otimizem esses recursos e melhorem resultados têm se tornado cada vez mais pesquisados.

Em engenharia, estudos envolvendo dinâmica estrutural tornam-se comuns por serem fundamentais para um conhecimento aprofundado das características das estruturas projetadas. Paralelamente, a área de sistemas de controle de vibrações vem se desenvolvendo constantemente a fim de atender essa demanda, com o desenvolvimento de dispositivos capazes de se adaptar automaticamente conforme o comportamento da estrutura varia, como no caso de amortecedores ativos, semi-ativos e híbridos.

Entretanto, esses sistemas antivibrações ainda representam um investimento significativo, e por isso, dependendo da aplicação, sistemas passivos são uma opção viável. Dentre esses, os mais utilizados são os amortecedores de massa sintonizados (AMSs). Esses dissipadores de energia, entretanto, requerem que suas características estejam previamente alinhadas com as da estrutura na qual serão instalados, visto que seu sistema não é adaptável.

Dessa forma, é necessária a busca por parâmetros ótimos, que possibilitem ao mesmo tempo eficiência no controle de vibrações e economia de recursos. Sendo isto, portanto, o que se propõe neste trabalho, com a utilização de ferramentas capazes de otimizar o projeto de dispositivos antivibrações.

1.2 Objetivos

O objetivo principal desta dissertação é otimizar os parâmetros de amortecedores de massa sintonizados (AMS), instalados em passarelas treliçadas submetidas à excitação humana, a fim de minimizar a resposta dinâmica dessas estruturas.

Os objetivos secundários a serem atingidos, a fim de cumprir o objetivo principal, são os seguintes:

- 1. Desenvolver por meio do *software Matlab* uma rotina que gere o sinal de força a ser aplicado sobre a estrutura, baseado na teoria de Bachmann e Ammann, 1987;
- Implementar via *Matlab*, rotina para análise modal e de resposta dinâmica, com base no método de Newmark, a fim de obter a resposta da estrutura em termos de deslocamento, velocidade e aceleração;
- Desenvolver via *Matlab*, rotina de otimização adaptada para determinar os fatores de projeto característicos de AMSs, sendo eles: massa, rigidez e amortecimento;
- Adaptar a rotina de otimização para otimizar múltiplos amortecedores de massa sintonizados (MAMS) aplicados às estruturas;
- 5. Aplicar o método *Backtracking Search Optimization Algorithm* (BSA), otimizando os parâmetros dos AMSs, a fim de reduzir a resposta dinâmica das estruturas;
- Estudar casos da literatura, com a finalidade de comparar os resultados obtidos e mensurar a eficiência do método utilizado;
- Comparar as repostas dinâmicas obtidas com a aplicação de um AMS e de múltiplos AMSs na estrutura, definindo os pontos de destaques de cada abordagem.

1.3 Organização do Trabalho

Este trabalho está divido em 7 capítulos. No Capítulo 1 é feita uma breve introdução ao tema do trabalho, apresentando também o objetivo geral e os específicos.

No Capítulo 2 apresenta-se a fundamentação teórica, tratando de assuntos pertinentes a este estudo, como a ação do carregamento humano em passarelas, sistemas de controle de vibração, e otimização estrutural.

No Capítulo 3, referente à revisão bibliográfica, são apresentados estudos relacionados aos assuntos principais abordados nesta dissertação: amortecedores de massa sintonizados, e otimização com o *Backtracking Search Optimization Algorithm*.

Em seguida, apresentam-se no Capítulo 4 os métodos utilizados, com foco em dinâmica estrutural, método de Newmark, método dos elementos finitos, dimensionamento de amortecedores de massa sintonizados, e o método de otimização.

No Capítulo 5 é realizada a verificação dos algoritmos desenvolvidos, necessários à execução das análises dinâmicas e de otimização.

Em seguida, no Capítulo 6, aplicam-se os algoritmos em exemplos realizando-se a otimização de AMSs instalados em duas passarelas que sofrem ação dinâmica de carregamento humano.

Finalmente, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões finais sobre este trabalho e sugestões para futuros estudos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo é apresentada a fundamentação teórica que serve de embasamento para o desenvolvimento desta dissertação.

2.1 Ações Dinâmicas em Passarelas

Diversos são os fatores que podem causar vibrações em estruturas, dentre os quais citam-se: ventos, sismos, impactos e o tráfego de veículos e pedestres. Visto que neste trabalho a abordagem será estritamente de estruturas bidimensionais, entende-se que os ventos não teriam grande influência sobre as demais direções além da transversal, dessa forma tendo seus efeitos desprezados, assim como os sismos, visto que o território brasileiro é pouco afetado por estes fenômenos.

Com isso, opta-se por abordar neste estudo o carregamento típico ao qual estruturas como passarelas são submetidas, o carregamento humano, que possui sua maior influência na direção vertical das estruturas.

2.1.1 Carregamento Humano

Uma abordagem bem conhecida para as vibrações produzidas por carregamento humano em passarelas é apresentada por Bachmann e Ammann, 1987. Os autores caracterizam a força induzida por uma pessoa nas direções vertical e horizontal. A Equação 2.1 é a forma geral, válida para as direções vertical, lateral e longitudinal. A Equação 2.2 representa a Equação 2.1 expandida, para as forças induzidas na direção vertical, onde: f_s é a frequência de passo, que varia entre $f_s \sim 1.7$ Hz para caminhada lenta, e $f_s > 3.2$ Hz para corrida; G é o peso de uma pessoa, por padrão, considerado igual a 800 N; ΔG_1 , ΔG_2 e ΔG_3 são as componentes de carregamento (amplitudes) do primeiro, segundo e terceiro harmônicos, respectivamente; ϕ_2 e ϕ_3 são os ângulos de fase do segundo e terceiro harmônicos, respectivamente, relativos ao primeiro harmônico, e seus valores são dados pela Tabela 2.1.

$$F_{p}(t) = G_{0} + \sum_{n=1}^{k} \Delta G_{n} \sin(2n\pi f_{s}t - \phi_{n})$$
(2.1)

onde *n* representa o n-ésimo harmônico do movimento do pedestre.

De acordo com Bachmann e Ammann, 1987, os modos mais afetados pelo movimento de pedestres vão até o terceiro harmônico, como pode ser verificado na Figura 2.1.

$$F_{p}(t) = G_{0} + \Delta G_{1} \sin(2\pi f_{s}t) + \Delta G_{2} \sin(4\pi f_{s}t - \phi_{2}) + \Delta G_{3} \sin(6\pi f_{s}t - \phi_{3})$$
(2.2)

Os termos ΔG_n são obtidos pela multiplicação da carga estática G_0 pelos respectivos fatores de carregamento dinâmico α_n . Os fatores α_n foram obtidos ao longo dos anos por meio de inúmeros trabalhos experimentais, conforme consta no Anexo I. A abordagem utilizada neste trabalho é a de Bachmann et al., 1995, conforme a Tabela 2.1.

Tipo do atividado	Tipo de atividade Taxa da atividade (Hz)		Coeficiente de Fourier e diferença de fase				Densidade de projeto	
Tipo de atividade			α_1	α2	\$ 2	α3	\$ 3	(pessoas/m ²)
Caminhando	Vertical	2,0	0,4	0,1	π/2	0,1	$\pi/2$	~ 1
		2,4	0,5					
	Longitudinal	2,0	0,2	0,1				
			$\alpha_{1/2} = 0, 1$					
	Lateral	2,0	$\alpha_{1/2} = 0, 1$	$\alpha_{3/2} = 0, 1$				
Correndo		2,0 a 3,0	1,6	0,7		0,2		-
Pulando	Normal	2,0	1,8	1,3	*)	0,7	*)	Exercícios físicos ~ 0,25
		3,0	1,7	1,1	*)	0,5	*)	(em casos extremos até 0,5)
	Alto	2,0	1,9	1,6	*)	1,1	*)	
		3,0	1,8	1,3	*)	0,8	*)	*) $\phi_2 = \phi_3 = \pi(1 - f_p t_p)$
Dançando		2,0 a 3,0	0,5	0,15		0,1		~ 4 (em casos extremos até 6)
Bater palmas		1,6	0,17	0,10		0,04		Sem assento fixo ~ 4,0
saltando em pé								(em casos extremos até ~ 6,0)
		2,4	0,38	0,12		0,02		Com assento fixo ~ 2,0 a 3,0
Batendo palmas	Normal	1,6	0,024	0,010		0,009		
		2,4	0,047	0,024		0,015		~ 2,0 a 3,0
	Intensivo	2,0	0,170	0,047		0,037		
Corpo balançando	Sentado	0,6	$\alpha_{1/2} = 0,4$	-		-		
lateralmente	Em pé	0,6	$\alpha_{1/2} = 0,5$	-		-		~ 3,0 a 4,0

Tabela 2.1 – Forças dinâmicas normalizadas atribuídas aos tipos representativos de atividades [Adaptado de Bachmann et al., 1995].

Para mais de uma pessoa caminhando simultaneamente na passarela, Bachmann e Ammann, 1987, apontam para o uso do fator de amplificação $m = \sqrt{\lambda T_o}$, que deve ser multiplicado pelas Equações 2.1 ou 2.2, da força de excitação; sendo λ a razão de fluxo médio, dada em pessoas/s sobre a passarela; e T_o é o tempo necessário para atravessar a passarela, dado por $T_o = L_f / v_s$ (sendo L_f o comprimento do vão (m), e v_s a velocidade do pedestre (m/s) dada pela Tabela 2.2, onde l_s representa o comprimento do passo (m)).

Tipo de deslocamento	f_s (Hz)	<i>v_s</i> (m/s)	l_s (m)
Caminhada lenta	~ 1,7	1,1	0,60
Caminhada normal	~ 2,0	1,5	0,75
Caminhada rápida	~ 2,3	2,2	1,00
Corrida lenta (jog)	~ 2,5	3,3	1,30
Corrida rápida (sprint)	> 3,2	5,5	1,75

Tabela 2.2 – Correlação entre frequência de passo, velocidade do pedestre e comprimento do passo para caminhada e corrida [Adaptado de Bachmann e Ammann, 1987].

O carregamento devido à caminhada ou corrida humana é muito menor na direção horizontal (longitudinal e lateral) do que na vertical. Conforme Bachmann e Ammann, 1987, as componentes principais de carga lateral estão associadas à frequências de $f_s/2$ ou $3 \cdot f_s/2$; na direção longitudinal as componentes principais tem f_s e $2 \cdot f_s$, acompanhadas por uma componente em $f_s/2$ devido à passadas mais pronunciadas em um lado. A Figura 2.1 demonstra a diferença entre os carregamentos harmônicos nas direções vertical, lateral e longitudinal.



Figura 2.1 – Carregamentos harmônicos (amplitudes de Fourier) das funções direcionais tempo-carregamento [Adaptado de Bachmann e Ammann, 1987, apud Živanović et al., 2005].

Seguindo o mesmo procedimento realizado para se obter a Equação 2.2 de força na direção vertical, substituem-se os parâmetros $\alpha_n e \phi_n$ da Tabela 2.1 na Equação 2.1, sendo possível obter as equações que representam as excitações nas direções lateral e longitudinal.

2.1.2 Normas Relativas ao Carregamento em Passarelas

O guia para projeto de passarelas da *Fédération Internationale du Béton* (FIB), 2005, resume os limites admissíveis de frequência induzidas por pedestres sobre passarelas, conforme normas internacionais, como mostra a Tabela 2.3. Segundo o guia FIB:

"A maioria dos códigos internacionais observa o primeiro harmônico da análise de Fourier do carregamento do pedestre, levando a limites de frequência natural da ponte igual ou inferior a 3 Hz. [...] As normas Eurocode 5 e BS 5400 fornecem limites até 5 Hz, levando em consideração os harmônicos de maior ordem da excitação do pedestre. Esses harmônicos podem ser problemáticos em estruturas muito leves." ¹ [FIB, 2005].

¹ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

	Valores limites			
Codigo / Norma	Vertical	Horizontal		
American Guide Spec.	< 3 Hz	_		
Eurocode 2 (ENV 1992-2)	1,6 Hz – 2,4 Hz	0,8 Hz – 1,2 Hz		
DIN Eachbariaht 102	1,6 Hz – 2,4 Hz,			
DIN-Facilitement 102	3,5 Hz – 4,5 Hz	_		
Eurocode 5 (ENV 1995-2)	< 5 Hz	< 2,5 Hz		
SBA (former East Germany)	1,0 Hz – 3 Hz	_		
SIA 260 (Switzerland)	16Uz 15Uz	< 1,3 Hz transversal		
SIA 200 (Switzenand)	1,0 HZ – 4,3 HZ	< 2,5 Hz longitudinal		
BS 5400 (Great Britain)	< 5 Hz	_		
Austroads (Australia)	1,5 Hz – 3 Hz	_		
Japanese Footbridge Design Code (1979)	1,5 Hz – 2,3 Hz	_		

Tabela 2.3 – Resumo de frequências críticas para passarelas dadas por normas internacionais [Adaptado de FIB, 2005].

O guia também discorre sobre o carregamento de passarelas segundo o nível de tráfego de pedestres, como mostrado na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Classes de tráfego de pedestres [Adaptado de FIB, 2005].

Classe de tráfego	Densidade [Pessoas/m ²]	Descrição
TC 1	0,3 P/m ²	Tráfego livre
TC 2	0,6 P/m²	Tráfego fraco
TC 3	0,8 P/m²	Tráfego denso
TC 4	1,0 P/m²	Tráfego muito denso
TC 5	1,5 P/m ²	Tráfego extr. denso

Sob a perspectiva de conforto dos pedestres, Heinemeyer e Feldmann, 2008, definem os níveis de conforto, conforme a Tabela 2.5.

Nível de conforto	Grau de conforto	Nível de aceleração	Nível de aceleração
		vertical	horizontal
CL 1	Máximo	$< 0,50 \text{ m/s}^2$	$< 0,10 \text{ m/s}^2$
CL 2	Médio	0,50 a 1,00 m/s ²	0,10 a 0,30 m/s ²
CL 3	Mínimo	1,00 a 2,50 m/s ²	0,30 a 0,80 m/s ²
CL 4	Inaceitável	> 2,50 m/s ²	$> 0,80 \text{ m/s}^2$

Tabela 2.5 – Níveis de conforto com base na aceleração [Adaptado de Heinemeyer e Feldmann, 2008].

Quanto à segurança, o Eurocode EN1990, 2002, assume os limites de 0,7 m/s² para vibrações verticais, e 0,2 m/s² para vibrações horizontais devido ao uso normal, ou 0,4 m/s² para condições excepcionais de carregamento.

A norma Eurocode EN1990, 2002, também recomenda que verificações de conforto da estrutura devem ser executadas para frequências fundamentais de 5 Hz para vibrações verticais, e de 2,5 Hz para vibrações horizontais e torcionais.

2.2 Sistemas de Controle de Vibrações

"Amortecimento é o processo pelo qual sistemas físicos tais como estruturas, dissipam e absorvem a energia de entrada proveniente de fontes externas. O amortecimento reduz o acúmulo de energia de tensão e a resposta do sistema, especialmente perto de condições de ressonância onde o amortecimento controla a resposta." ² [Connor, 2003].

O autor destaca ainda que a dissipação e a absorção de energia se devem a variáveis externas e internas ao mecanismo, sendo algumas delas citadas a seguir [Connor, 2003]:

- Dissipação de energia devido à viscosidade do material;
- Dissipação e absorção de energia causadas pelo material em deformação inelástica cíclica e terminando com alguma deformação residual;
- Dissipação de energia associada à superação do atrito entre corpos em contato durante o movimento, como conexões flexíveis. O amortecimento de Coulomb refere-se ao caso em que a magnitude da força de atrito é constante. O amortecimento estrutural é

² Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

um mecanismo de amortecimento de fricção mais geral que permite uma magnitude variável da força de atrito.

- Dissipação de energia resultante da interação da estrutura com seu ambiente circundante. O movimento relativo da estrutura gera forças que se opõem ao movimento e extraem energia da estrutura. A interação fluido-estrutura é um caso típico. O fluido exerce uma força de arrasto que depende da velocidade relativa e funciona como uma força de amortecimento viscosa equivalente.
- Dispositivos de amortecimento instalados em locais discretos em estruturas para suplementar suas capacidades naturais de dissipação / absorção de energia.

A Figura 2.2 de Soong e Spencer, 2000, mostra um sistema sob efeitos vibratórios.



Figura 2.2 – Modelo de estrutura sem amortecimento sob excitação [Adaptado de Soong e Spencer, 2000].

A forma mais usual para minimizar os efeitos de vibrações em estruturas é a utilização de sistemas antivibrações. Conforme Krysinski e Malburet, 2007, os sistemas antivibrações podem ser classificados, basicamente, quanto à forma de instalação nas estruturas e quanto ao seu modo de ação, que divide esses dispositivos em passivos, semi-ativos e ativos. Ospina, 2008, cita ainda os modelos híbridos. Nas seções a seguir é apresentado um resumo destes quatro diferentes sistemas, e no Anexo II é mostrada uma visão geral classificando os diversos dispositivos antivibrações existentes. A Figura 2.3 de Baz, 2019, demonstra as faixas usuais de frequência de aplicação de amortecedores ativos, passivos e híbridos.



Figura 2.3 – Faixa de operação de vários métodos de amortecimento [Adaptado de Baz, 2019].

2.2.1 Sistemas Passivos

"O controle passivo é um mecanismo que dissipa a energia fornecida ou transfere parte da energia para o sistema de controle, sem necessidade de fontes de energia externa. Estes dispositivos dissipam a energia usando o próprio movimento da estrutura para produzir um movimento relativo ou convertem a energia cinética em calor." [Ospina, 2008].

Segundo Rossato, 2017, por não necessitar de controle externo, esses dispositivos são vantajosos em comparação à sistemas ativos, por exemplo, por razões de custo, instalação, manutenção e facilidade de controle. O AMS, um dos dispositivos passivos mais utilizados, é formado por uma massa conectada à estrutura por uma mola e um amortecedor. A Figura 2.4 esquematiza a aplicação do sistema passivo.



Figura 2.4 – Estrutura sob excitação com Dissipação Passiva de Energia (DPE) [Adaptado de Soong e Spencer, 2000].

Krysinski e Malburet, 2007, citam que em sua maioria, dispositivos passivos incluem viscosidade, atrito, massa sintonizada e amortecedores líquidos.

"Exemplos destes sistemas são os isoladores de base, os amortecedores de massa sintonizados, os amortecedores líquidos sintonizados, amortecedores metálicos, amortecedores viscosos, amortecedores viscoelásticos, amortecedores viscofluidos e amortecedores de atrito." [Ospina, 2008].

2.2.2 Sistemas Ativos

"Os sistemas de controle ativos, como o próprio nome já diz, são dispositivos que demandam de energia e controle externo para o bom desempenho. Esta energia e controle externo são obtidos através de algoritmos, os quais são alimentados por sensores instalados na estrutura. Estes algoritmos calculam e aplicam a força necessária para controlar ou anular as

forças devidas às excitações. As forças são introduzidas na estrutura através de macaco hidráulico, motor elétrico, entre outros." [Rossato, 2017].

A Figura 2.5 mostra o esquema de aplicação do sistema ativo.



Figura 2.5 – Estrutura sob excitação com dissipação ativa de energia [Adaptado de Soong e Spencer, 2000].

O sistema é composto por: sensores colocados na estrutura para medir excitações externas, ou variáveis de resposta estrutural, ou ambos; dispositivos para processar a informação obtida e calcular as forças de controle necessárias; e atuadores, geralmente energizados por fontes externas, para produzir tais forças.

Um exemplo de sistema ativo é o *Active Mass Damper* (AMD) ou amortecedor de massa ativo. Segundo Soong:

"O estudo desse mecanismo de controle foi em parte motivado pelo fato da existência de amortecedores de massa sintonizados passivos para controle de movimento de edifícios altos. Os amortecedores de massa sintonizados são, em geral, sintonizados na primeira frequência fundamental da estrutura, portanto, apenas eficazes para o controle de edifícios quando o primeiro modo é o modo vibracional dominante. Isso pode não ser o caso, no entanto, quando a estrutura é submetida a forças sísmicas, por exemplo, onde a energia vibracional é distribuída por uma faixa de frequência mais ampla." ³ [Soong, 1994].

Os sistemas ativos por sua vez suprem esse problema, pois se adaptam as cargas as quais são submetidos.

³ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

"Entretanto, em contraste aos sistemas de controle passivos, os sistemas ativos demandam grande quantidade de energia para controlar os atuadores. Além disso, as forças produzidas podem ser usadas tanto para adicionar quanto para dissipar energia, com a possibilidade de comprometer a estabilidade da estrutura." ⁴ [Yang, 2001].

Conforme Ospina, 2018, pode-se citar como exemplos destes dispositivos os materiais inteligentes, amortecedores de massa ativos, contraventamento ativo, geradores de pulso, apêndices aerodinâmicos e os cabos tensionados.

2.2.3 Sistemas Semi-Ativos

"Uma combinação entre os sistemas de controle passivo e ativo foi desenvolvida na forma de sistemas de controle semi-ativos, que são baseados em dispositivos semi-ativos. Um dispositivo de controle semi-ativo tem propriedades que podem ser ajustadas em tempo real, mas não podem injetar energia no sistema controlado. Frequentemente, esses dispositivos são chamados de amortecedores passivos controláveis."⁵ [Housner et al., 1997, apud Yang, 2001].

Connor, 2003, define que o termo semi-ativo:

"Refere-se a uma classe particular de dispositivos ativos que requerem uma quantidade relativamente pequena de energia externa e aplicam a força de controle de tal maneira que o movimento resultante seja sempre estável." ⁶ [Connor, 2003].

"Pelo fato de não injetarem energia no sistema estrutural, os dispositivos semi-ativos não possuem o potencial de desestabilizar a estrutura. [...] Alguns exemplos deste tipo de dispositivos são o amortecedor de orifício variável, o amortecedor de atrito variável, o amortecedor viscoso de orifício variável e o amortecedor de viscosidade." ⁷ [Yang, 2001].

A Figura 2.6 mostra o esquema de aplicação do sistema semi-ativo.

^{4 a 7} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.



Figura 2.6 – Estrutura sob excitação com dissipação semi-ativa de energia [Adaptado de Soong e Spencer, 2000].

2.2.4 Sistemas Híbridos

Os sistemas antivibrações híbridos possuem características de dispositivos ativos e passivos, sendo compostos tanto por atuadores como por dissipadores de energia. Segundo Yang:

"Sistemas de controle ativo e passivo podem ser combinados para formar sistemas híbridos. Operar ambos os sistemas juntos aumenta a robustez do sistema passivo e reduz os requisitos de energia do sistema ativo." ⁸ [Yang, 2001].

De acordo Baz, os sistemas híbridos:

"Visam usar vários mecanismos de controle ativo para aumentar o amortecimento passivo de uma maneira que compense sua degradação de desempenho com a temperatura e/ou frequência. Além disso, esses dispositivos combinam a simplicidade do amortecimento passivo com a eficácia do amortecimento ativo, a fim de garantir uma combinação ideal dos atributos favoráveis de ambos os mecanismos de amortecimento." ⁹ [Baz, 2019].

Quanto à parte ativa do sistema, Rossato explica que:

"O sistema ativo só entrará em funcionamento quando a resposta da estrutura for superior a capacidade de dissipação de energia através do controle passivo. Uma grande vantagem sob o sistema de controle ativo é de que como uma parcela da energia é dissipada por um sistema passivo, a energia externa demandada em um sistema híbrido é menor

^{8 e 9} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.
comparada ao ativo, o que gera uma redução considerável no custo, e uma maior confiabilidade. Outra vantagem deste dispositivo é que com a combinação de sistemas ativos e passivos, há uma amplificação na faixa de frequência de atuação do dispositivo, gerando um melhor desempenho." [Rossato, 2017].

Chaves, cita que dentre os tipos de sistemas de amortecimento híbridos:

"Os mais conhecidos são os HMD's (*Hybrid Mass Dampers*) que fazem uma combinação de AMSs com sistemas ativos, através da exploração do efeito passivo dos AMSs e a implementação de um sistema ativo paralelo que aumenta o desempenho do aparelho, aumentando o movimento da massa passiva e aumentando a robustez do dispositivo em face de problemas de sintonização." [Chaves, 2010].

Baz, 2019, aponta outros tipos de sistemas híbridos também utilizados: o *Active Constrained Layer Damping* (ACLD), o *Active Piezoelectric Damping Composites* (APDC), o *Electromagnetic Damping Composites* (EMDC), e o *Active Shunted Piezoelectric Networks*.



A Figura 2.7 mostra o esquema de aplicação do sistema híbrido em estruturas.

Figura 2.7 – Estrutura sob excitação com dissipação híbrida de energia [Adaptado de Soong e Spencer, 2000].

2.3 Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS)

O desenvolvimento e aplicação de dispositivos de controle de vibração iniciou-se em 1909, quando o engenheiro Hermann Frahm propôs um sistema conhecido como *Dynamic Vibration Absorber* (DVA) ou Absorvedor Dinâmico de Vibração. Conforme Preumont et al., o princípio do DVA:

"Baseia-se na ideia simples de transferir a energia cinética da estrutura vibratória para um oscilador com único grau de liberdade (GDL) devidamente ajustado e especialmente concebido, onde esta energia é dissipada. A teoria subjacente foi desenvolvida por Ormondroyd e Den Hartog em 1928. Dependendo da aplicação, ele também pode ser chamado de amortecedor de massa sintonizado (AMS)."¹⁰ [Preumont et al., 2014].

"No campo do controle passivo de vibrações de sistemas estruturais, o amortecedor de massa sintonizado (AMS) é considerado um dos mais antigos dispositivos de controle passivo de vibrações existentes. As aplicações iniciais dos AMSs buscavam mitigar as vibrações induzidas pelo vento. No entanto, atualmente as AMSs também se aplicam a outros tipos de carregamento." ¹¹ [Debnath et al., 2016].

De acordo com Iemura, o amortecedor de massa sintonizado:

"É um dispositivo passivo de controle de vibrações composto por uma massa m_T , uma mola de rigidez k_T e um amortecedor de viscosidade c_T , geralmente instalado no topo de estruturas. Quando a estrutura começa a vibrar, o AMS é excitado pelo movimento da estrutura. Assim, a energia cinética da estrutura é transferida para o AMS, sendo absorvida pelo amortecimento viscoso do AMS. Para alcançar a máxima capacidade de absorção de energia do AMS, a frequência natural do AMS é sintonizada naturalmente com a frequência natural do primeiro modo de vibração da estrutura. O amortecimento do AMS também é ajustado para um valor ótimo, a fim de maximizar a energia absorvida. O AMS é um sistema mecanicamente simples que não precisa de nenhuma fonte de energia externa para funcionar. Devido à fácil manutenção e alta confiabilidade, o AMS é utilizado em diversas estruturas, como torres flexíveis e levemente amortecidas, edifícios e pontes."¹² [Iemura, 1994].

A Figura 2.8 mostra um exemplo de AMS formado pelos componentes principais já citados: massa, mola e amortecedor.

^{10 a 12} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.





Para Maraveas, entre os dispositivos passivos:

"Os AMSs são os mais populares, pois são fáceis de instalar e muito eficazes para amortecer vibrações excessivas. No entanto, a razão de amortecimento deve ser mantida por toda a vida útil do AMS. Além disso, a posição de instalação adequada deve ser escolhida para permitir fácil manutenção e inspeção sem a necessidade de medidas especiais de gerenciamento de tráfego." ¹³ [Maraveas, 2015].

2.4 Conceitos Básicos em Otimização

"A otimização é um ramo da matemática que se preocupa em obter as condições que dão o valor extremo de uma função, ou muitas funções, em determinadas circunstâncias. Em outras palavras, a otimização envolve o esforço na busca para encontrar a melhor solução. [...] A otimização tem aplicações em vários ramos da ciência e engenharia, incluindo engenharia estrutural. Na otimização estrutural, os objetivos do projeto são critérios estruturais usados para avaliar o mérito de um projeto, como custo mínimo de construção, custo mínimo do ciclo de vida, peso mínimo e rigidez máxima." ¹⁴ [Gandomi, 2013].

Conforme Haddad et al., 2017, "um modelo de otimização de objetivo único incorpora diversas expressões matemáticas, incluindo uma função objetivo e restrições", como descrito a seguir.

^{13 e 14} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.

Busca-se $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ que minimize $f_i(X)$, onde $i = 1, 2, ..., n_o$, sujeito à

$$g_j(X) < b_j, \qquad j = 1, 2, ..., m$$
 (2.3)

$$x_i^{(L)} \le x_i \le x_i^{(U)}, \quad i = 1, 2, ..., n$$
 (2.4)

onde $f_i(X)$ são as funções objetivo n_o , X é o conjunto de variáveis x_i que constituem a possível solução para o problema de otimização, x_i é a i-ésima variável de projeto, n é o número de variáveis de projeto que determinam a dimensão do problema de otimização, $g_j(X)$ é a j-ésima restrição, b_j é a constante da j-ésima restrição, m é o número total de restrições, $x_i^{(L)}$ é o limite inferior da i-ésima variável de projeto, e $x_i^{(U)}$ é o limite superior da i-ésima variável de projeto.

A seguir são apresentados os conceitos principais em otimização, os quais podem ser listados como: variáveis de projeto, função objetivo, restrições, espaço de decisão e variáveis de estado.

2.4.1 Variáveis de Projeto

Conforme Haftka e Gürdal, 1992, apud Pérez, 2014, as variáveis de projeto ou de decisão "são parâmetros do problema que podem ser alterados para otimizar o sistema."¹⁵

"As disposições de normas de construção, que fornecem requisitos de segurança e capacidade de manutenção para a estrutura, geralmente aparecem como restrições de projeto. Além disso, algumas restrições não comportamentais, como o tipo e tamanho dos elementos estruturais disponíveis, podem limitar os projetos. As variáveis de projeto podem descrever a forma, a topologia e a geometria da estrutura, ou podem definir o tamanho ou as propriedades dos elementos estruturais." ¹⁶ [Gandomi, 2013].

Classificam-se as variáveis de projeto em contínuas ou discretas. Variáveis contínuas podem assumir qualquer valor dentro de um intervalo. Haddad et al. definem que:

^{15 e 16} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.

"Este tipo de variável de projeto forma um espaço de decisão contínuo. Por exemplo, escolher proporções adequadas de diferentes substâncias para misturá-las envolve variáveis que são parte de um espaço de decisão contínuo no qual as proporções podem ter qualquer valor no intervalo entre 0 e 1."¹⁷ [Haddad et al., 2017].

"Variáveis de projeto discretas referem-se às variáveis que assumem valores específicos, entre um limite inferior e um superior. Valores inteiros são exemplos de variáveis discretas. Os problemas de otimização envolvendo variáveis de decisão contínuas são chamados de problemas contínuos, e os problemas definidos em termos de variáveis de decisão discretas são conhecidos como problemas discretos. Existem, além disso, problemas de otimização que podem envolver variáveis discretas e contínuas, sendo portanto, problemas de tipo misto." ¹⁸ [Haddad et al., 2017].

2.4.2 Função Objetivo

Conforme Lobato e Steffen, a característica do sistema a ser melhorada:

"É representada por uma equação matemática que depende (explicitamente ou não) do número de valores organizados no vetor de variáveis de projeto. Em aplicações é necessário minimizar (ou maximizar) a função objetivo (mono-objetivo) ou as funções objetivo (multi-objetivos)."¹⁹ [Lobato e Steffen, 2017].

"A função objetivo constitui o objetivo de um problema de otimização. Esse objetivo pode ser maximizado ou minimizado escolhendo variáveis, ou variáveis de projeto, que satisfaçam todas as restrições do problema. A conveniência de um conjunto de variáveis como uma possível solução para um problema de otimização é medida pelo valor da função objetivo correspondente a um conjunto de variáveis. Uma informação útil é que um problema de maximização (ou minimização) pode ser facilmente convertido, se desejado, para um problema de minimização (ou maximização) multiplicando a função objetivo por -1."²⁰ [Haddad et al., 2017].

^{17 a 20} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.

2.4.3 Restrições

"Cada problema de otimização deve ter dois tipos de restrições. Algumas restrições limitam diretamente o valor possível das variáveis de projeto, como uma variável de projeto x sendo um número real positivo x > 0, ou análogo à Equação 2.4. Outra forma de restrição é escrita em termos de equações, como por exemplo, quando duas variáveis de projeto x_1 e x_2 são restritas ao espaço $x_1 + x_2 \le b$ ou análogo à Equação 2.3. O objetivo de um problema de otimização é encontrar uma solução viável ideal que satisfaça todas as restrições e produza o melhor valor da função objetivo entre todas as soluções viáveis." ²¹ [Haddad et al., 2017].

Gandomi, 2013, classifica as restrições impostas em otimização em:

$$g_j(X) \le 0, \qquad j = 1, 2, ..., n_g \qquad \text{restrição de desigualdade}$$
(2.5)

$$h_k(X) = 0,$$
 $k = 1, 2, ..., n_e$ restrição de igualdade (2.6)

 $x_m^l \le x_m \le x_m^u, \qquad m = 1, 2, ..., n_s \qquad \text{restrição lateral}$ (2.7)

As Equações 2.5 e 2.6 representam limitações no comportamento ou performance do sistema. Elas são chamadas de restrições comportamentais ou funcionais. As restrições laterais (Equação 2.7) restringem a faixa aceitável de possíveis soluções do problema com base em restrições não comportamentais. Nesta expressão, x_m^l e x_m^u são os limites inferior e superior das variáveis de projeto x_m . Nas equações anteriores, n_g , n_e e n_s são o número de restrições de desigualdades, igualdades e laterais, respectivamente.

2.4.4 Espaço de Decisão

"O conjunto de variáveis de decisão que satisfazem as restrições de um problema de otimização é chamado de espaço de decisão viável. Em um problema de dimensão *N*, cada solução possível é uma variável *N*-vetor com *N* elementos. Cada elemento desse vetor é uma variável de decisão. Os algoritmos de otimização buscam um ponto (ou seja, um vetor de

²¹ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

variáveis de decisão) ou pontos (ou seja, mais de um vetor de variáveis de decisão) no espaço de decisão que otimiza a função objetivo."²² [Haddad et al., 2017].

A Figura 2.9 mostra um espaço de decisão bidimensional restrito com espaços inviáveis e viáveis.



Figura 2.9 – Espaço de decisão de um problema de otimização bidimensional com restrições [Adaptado de Haddad et al., 2017].

O conjunto de todas as soluções viáveis constitui o espaço de decisão viável, e o espaço de decisão inviável é composto de todas as variáveis de decisão inviáveis. Evidentemente, a solução ideal deve estar no espaço viável.

2.4.5 Variáveis de Estado

"Variáveis de estado são variáveis dependentes cujos valores mudam conforme as variáveis de decisão alteram seus valores. As variáveis de estado são importantes em problemas de engenharia porque descrevem o sistema que está sendo modelado, e a função objetivo e as restrições são avaliadas empregando seus valores." ²³ [Haddad et al., 2017].

^{22 e 23} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.

2.5 Simulação

"Cada variável de decisão de um problema de otimização define um valor de função objetivo. O processo de avaliar as variáveis de estado, necessárias para a estimativa da função objetivo e as restrições com qualquer variável de decisão, é conhecido como simulação. Um modelo de simulação recebe as variáveis de decisão como entradas e simula as variáveis de estado do sistema. Às vezes, o modelo de simulação consiste em uma ou mais funções e equações matemáticas simples. No entanto, a maioria dos problemas reais e de engenharia exigem modelos de simulação com procedimentos complexos que solucionam sistemas de equações e várias fórmulas que se aproximam dos processos físicos. A simulação é, portanto, a imitação computacional da operação de um processo ou sistema do mundo real ao longo do tempo." ²⁴ [Haddad et al., 2017].

²⁴ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada a revisão bibliográfica, com trabalhos relevantes relacionados aos temas estudados nesta dissertação.

3.1 Aplicações de AMSs

"Nos últimos anos, surgiram amortecedores de massa sintonizados semi-ativos, ativos e híbridos no campo do controle estrutural como complementares ou alternativos em relação aos AMSs passivos [Housner et al., 1997; Soong e Spencer, 2002; Kela e Vähäoja, 2009]. Tais dispositivos podem alterar seus parâmetros de controle, de modo a ampliar sua faixa de operação e produzir possíveis modificações no comportamento estrutural." ²⁵ [Salvi, 2015].

Entretanto, contra esses dispositivos alternativos aos AMSs pesa o fator custo.

Um ponto desfavorável do AMS é a sua massa, tanto em termos de quantidade quanto de volume. Visando contornar esse problema, Xu e Igusa, 1992, estabeleceram um novo modelo de aplicação de AMS, no qual seriam instalados múltiplos AMSs (MAMS) de forma isolada, a fim de reduzir o espaço ocupado por estes dispositivos e distribuir a carga que antes era aplicada em um local específico. Além disso, a divisão em MAMS permitiu o controle de diferentes modos de vibração da estrutura, o que era improvável de ser feito com apenas um AMS.

Como citado anteriormente, os AMSs são utilizados para atenuar as vibrações geradas por diferentes fontes, entre elas estão os abalos sísmicos, ventos, veículos, pedestres, máquinas, entre outras [Xu e Igusa, 1992; Tsai e Lin, 1993; Fujino e Abé, 1993; Sadek et al., 1997; Hadi e Arfiadi, 1998; Kwon et al, 1998; Krenk, 2005; Krenk e Høgsberg, 2008].

Paredes, 2008, realizou um levantamento sobre os métodos para dimensionamento de AMSs sob diferentes tipos de excitações. São apresentados problemas reais de aplicação desses dispositivos, assim como a simulação da resposta de algumas estruturas com a aplicação de AMSs. As estruturas simuladas foram duas passarelas e uma chaminé sob a ação de vibrações geradas por pedestres e pelo vento, respectivamente. Em maior ou menor grau,

²⁵ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

nas três análises os AMSs se mostraram eficientes no controle de vibrações com bom nível de redução.

São inúmeras as pesquisas que buscam melhorar o desempenho de amortecedores, e também a redução de custos. O posicionamento, e em especial os parâmetros de projeto que influenciam no desempenho dos AMSs, como rigidez e amortecimento, são objetos de várias pesquisas [Zuo e Nayfeh, 2004; Lee et al., 2006; Meinhardt et al., 2008a; Meinhardt, 2008b; Hoang et al., 2008; Avila e Gonçalves, 2009; Li et al., 2010; Marano et al., 2010; Wang et al., 2010; Farshi e Assadi, 2011; Islam e Ahsan, 2012; Bisegna e Caruso, 2012; Miguel et al., 2015a; Wang et al., 2014; Tubino e Piccardo, 2014; Li et al., 2014; Miguel et al, 2016b; Fadel Miguel et al., 2016; Yazdi et al., 2016; Debnath et al., 2016; Lievens et al., 2016; Lievens et al., 2019; Li et al., 2019; Wang e Shi, 2019].

Tubino e Piccardo, 2014, estudaram a aplicação de AMSs na redução de vibrações induzidas por pedestres em passarelas. Os autores introduziram um critério específico de otimização de AMSs, cujo objetivo era maximizar um fator de eficiência baseado na razão entre os desvios padrão das acelerações sem e com o controle por AMS. A abordagem proposta fornece uma estimativa quantitativa da redução da aceleração estrutural em condições normais de tráfego e da eficiência da instalação do AMS. Conforme os autores, essas informações são úteis do ponto de vista técnico, pois permitem projetar adequadamente as características do AMS com um desempenho que atenda aos critérios de conforto esperados.

Segundo Tubino e Piccardo, 2014, "atender a requisitos de manutenabilidade está se tornando cada vez mais comum nos projetos atuais de passarelas. [...] Alguns exemplos bem documentados são dados pela passarela Solferino em Paris, França (SETRA, 2006); passarela do aeroporto Changi, Singapura (Brownjohn et al., 2004); Ponte del Mare em Pescara, Itália (Bonelli et al., 2008); passarela Pedro e Inês em Coimbra, Portugal (Caetano et al., 2010)."

Chen e Duan, 2014, citam o caso da ponte estaiada Normandy na França, com um vão de 856 m, cuja estrutura estava submetida a efeitos de martelamento (*buffeting*) causados pelo vento durante sua construção, o que gerava vibrações horizontais. Neste caso, testes em túnel de vento foram realizados com a instalação de um AMS, resultando em uma redução de 30% nas vibrações, conforme os estudos de Montens, 1997, e Sorensen, 1995.

Miguel et al., 2016b, desenvolveram um estudo na área de otimização de múltiplos AMSs sob excitações sísmicas. Combinando métodos distintos para cada etapa da otimização, os autores desenvolveram um método híbrido estocástico/determinístico com o *Firefly Algorithm* (FA), responsável por localizar a região global da solução, e com o *Nelder-Mead Algorithm* (NMA), que se encarrega da parte local da otimização. O método proposto é testado em modelos numéricos da literatura, demonstrando melhor performance para o mesmo custo computacional, em comparação ao uso do FA otimizando isoladamente.

Lievens et al., 2016, estudaram a manutenabilidade de passarelas levando em conta alguns tipos de incertezas, como a mudança de condições no ambiente, além de degradação da estrutura por tempo de uso. Dessa forma, os autores propõem uma abordagem de otimização para o projeto de AMSs levando em consideração as incertezas que afetam os parâmetros modais da estrutura. Com o objetivo de minimizar a massa do AMS, em virtude de custos, os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento foram otimizados, enquanto que as características de manutenabilidade de vibração da estrutura são satisfeitas para um intervalo de valores de frequência natural e amortecimento modal. Os autores verificaram que a massa e o amortecimento tendem a aumentar conforme o nível de incerteza aumenta, a fim de satisfazer os requisitos de manutenabilidade.

Qin et al., 2018, estudaram a aplicação de AMSs em uma passarela estaiada. Para isso, um modelo em escala reduzida foi desenvolvido e calibrado a partir de testes na passarela real. As análises experimentais confirmaram que as frequências naturais da passarela estavam em uma faixa próxima da frequência de caminhada humana. A partir disso, os autores simularam a aplicação de AMSs no modelo, sendo verificada uma notável redução na resposta de aceleração no meio do vão da passarela. Com esse estudo, os autores entregaram um modelo viável a ser utilizado na passarela em escala real.

Li et al., 2019, estudaram o controle de vibrações em uma passarela suspensa de vão longo, com a aplicação de um sistema de MAMS. Por meio de um modelo em elementos finitos de uma passarela real, os autores analisaram a efetividade do sistema, concluindo sobre o efeito significante de múltiplos AMSs no controle de vibrações induzidas por pedestres sobre pontes suspensas.

3.2 Aplicações de Algoritmos de Otimização

Em decorrência dos recentes avanços computacionais, ferramentas de otimização se difundiram ainda mais entre pesquisadores das mais diversas áreas. Nestas pesquisas aplicam-

se diferentes métodos de otimização, dentre os quais estão: *Firefly Algorithm* (FA) [Yang, 2009; Miguel et al., 2015a; Souza et al., 2016; Rossato, 2017] e suas variações [Khan et al., 2016]; *Backtracking Searching Optimization Algorithm* (BSA) [Civicioglu, 2013; Miguel et al., 2015b; Sheoran et al., 2015; Ao et al., 2016; Souza et al., 2016; Rossato, 2017] e suas variações [Zhao et al., 2014; Wang et al., 2015; Zhao et al., 2016; Assis., 2017; Chen et al., 2018; Wang et al., 2018]; *Evolutionary Operation Algorithm* (EVOP) [Islam e Asha, 2012; Islam, 2013]; *Search Group Optimization Algorithm* (SGA) [Gonçalves et al., 2015]; entre inúmeros outros métodos. Alguns destes estudos envolvendo o BSA, método utilizado neste trabalho, são apresentados na sequência.

O BSA, desenvolvido por Pinar Civicioglu, 2013, diferentemente de outros algoritmos de busca (*search algorithms*), tem um único parâmetro de controle e estrutura simples, o que o torna facilmente adaptável a diferentes problemas de otimização numérica. O próprio autor, em seu trabalho de validação do algoritmo fez a avaliação comparativa utilizando problemas de *benchmark* voltados à área estatística.

Apesar de ser um método recente, diversos são os estudos posteriores ao de Civicioglu, 2013, que fazem uso do BSA como método de otimização, como citado anteriormente. Mostrando a versatilidade do método, sua aplicação é realizada em problemas com características distintas como: especificações de geradores de distribuição [El-Fergany, 2015], controladores eletrônicos para motores [Precup et al., 2015], motores de indução [Ali et al., 2016; Hannan et al., 2017], sistemas de energia [Ayan e Kılıç, 2016; Chaib et al., 2016; Modiri-Delshad e Rahim, 2016; Madasu et al., 2017], gerenciamento energético e ambiental [Lu et al., 2016; Akhtar et al., 2017; Ahmed et al., 2017], processamento digital de imagens [Atasever et al., 2014; Eskandari e Toygar, 2015], conjuntos de antenas de recepção [Guney et al., 2014; Muralidharan et al., 2014], redes neurais artificiais [Agarwal et al., 2015; Zhang e Zhang, 2017; Zou et al., 2017; Zhang et al., 2017], entre outros.

Miguel et al., 2015b, propuseram um método de otimização de amortecedores por atrito baseada no algoritmo BSA. O objetivo era a otimização simultânea de posição e força de atrito desses amortecedores em estruturas submetidas a eventos sísmicos. Foram estudados dois exemplos de edifícios, buscando-se a redução da resposta dinâmica dessas estruturas. O método se mostrou eficaz para as situações estudadas, tendo os resultados das otimizações refletido em um bom controle da resposta estrutural, com redução de cerca de 55% no deslocamento no topo das estruturas. Ao et al., 2016, estudaram o diagnóstico de falhas em rolamentos propondo um método de solução baseado no BSA. A partir de dados reais, os autores verificaram a eficiência do algoritmo, concluindo sobre sua vantagem em termos de tempo computacional sobre metodologias baseadas em outros algoritmos como *Particle Swarm Optimization*, *Genetic Algorithm* e *Ant Colony Optimization*, ao constatarem que o BSA que entregou resultados mais precisos em menos tempo.

Souza, 2016, desenvolveu um estudo na área de otimização de AMSs em estruturas submetidas à ação do vento. Em sua pesquisa, o autor fez uso dos algoritmos BSA e *Harmony Search*, a fim de determinar os parâmetros de projeto desses dispositivos, assim como a quantidade de amortecedores necessários nas estruturas. As simulações realizadas apresentaram bons resultados para ambos os algoritmos, apesar de não terem sido notadas diferenças significativas entre eles, com exceção para os casos com múltiplos AMSs em que o *Harmony Search* se sobressaiu.

Souza et al, 2016, aplicaram o BSA na otimização simultânea de tamanho, forma e topologia de treliças planas e espaciais. A massa foi definida como função objetivo, com restrições de deslocamento, tensão, flambagem e estabilidade cinemática. Por meio de problemas de *benchmark* bi e tridimensionais da literatura, os autores comprovaram a efetividade do algoritmo. Para certos casos, os resultados do BSA se mostraram melhores em comparação aos resultados obtidos por outros métodos como o *Firefly Algorithm*.

Miguel et al., 2016c, utilizaram o BSA para diminuição da probabilidade de falhas de edifícios submetidos à sismos com a aplicação de amortecedores passivos por atrito. Os autores aplicaram o método em um edifício de 10 andares, e os resultados mostraram uma redução de aproximadamente 99% na probabilidade de falha, com apenas 3 amortecedores por atrito otimizados tanto em suas posições quanto em sua principal propriedade, a força de atrito. A metodologia utilizada se mostrou, portanto, uma ferramenta efetiva para a otimização do projeto de amortecedores por atrito.

Rossato, 2017, propôs um método de otimização de AMSs aplicados à edifícios sujeitos a ação de eventos sísmicos. Para isso, utilizou os algoritmos *Firefly Algorithm* e *Backtracking Search Algorithm*. Ambos os métodos apresentaram resultados consistentes, com efetiva redução na resposta das estruturas estudadas, tendo o BSA se destacado pelo uso de menos tempo computacional durante as simulações.

4 MÉTODOS UTILIZADOS

Neste capítulo apresenta-se uma revisão geral dos métodos aplicados no desenvolvimento deste estudo, com as respectivas teorias envolvidas.

4.1 Resposta Dinâmica da Estrutura

A análise dinâmica de sistemas estruturais lineares demanda a solução da Equação 4.1, conforme Soriano e Filho, 1988, que descreve o equilíbrio dinâmico de um sistema com n graus de liberdade (GDL). Ainda, por meio de análise modal, definindo amortecimento e força iguais a zero, as frequências naturais do sistema são determinadas.

$$\mathbf{M}\vec{\ddot{x}}(t) + \mathbf{C}\vec{\dot{x}}(t) + \mathbf{K}\vec{x}(t) = \vec{F}(t)$$
(4.1)

onde:

M é a matriz de massa do sistema;

C é a matriz de amortecimento do sistema;

K é a matriz de rigidez do sistema;

t é o tempo;

 $\vec{x}(t)$ é o vetor de aceleração do sistema, em função do tempo;

 $\dot{x}(t)$ é o vetor de velocidade do sistema, em função do tempo;

 $\vec{x}(t)$ é o vetor de deslocamento do sistema, em função do tempo;

F(t) é o vetor de forças aplicadas na estrutura, variável ao longo do tempo.

A matriz de amortecimento **C** pode ser escrita como uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez, conhecido como amortecimento clássico ou de Rayleigh, de acordo com a Equação 4.2 de Chopra, 2012.

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \tag{4.2}$$

onde α e β são os coeficientes de amortecimento proporcionais de massa e rigidez, respectivamente.

A razão de amortecimento ζ_n para o *n*-ésimo modo de vibração do sistema é dado pela Equação 4.3.

$$\zeta_n = \frac{\alpha}{2\omega_n} + \frac{\beta\omega_n}{2} \tag{4.3}$$

onde ω_n é a frequência natural do *n*-ésimo modo de vibração do sistema.

Os coeficientes α e β são determinados com base em razões de amortecimento específicas para cada modo, de acordo com a Equação 4.4.

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases} = \begin{cases} \zeta_i \\ \zeta_j \end{cases}$$
(4.4)

Assumindo que ambos os modos *i* e *j* possuem a mesma razão de amortecimento ζ , e resolvendo a equação algebricamente, os coeficientes α e β são determinados conforme a Equação 4.5.

$$\alpha = \zeta \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_i} \qquad \beta = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_i} \tag{4.5}$$

onde ω_i e ω_j são as frequências naturais, respectivamente, do *i*-ésimo e do *j*-ésimo modos de vibração do sistema.

Por meio do método de Newmark, 1959, a equação do movimento é solucionada. Visto que se trata de um problema linear, são utilizados dois parâmetros $\alpha_{N} = 0,25$ e $\delta_{N} = 0,50$ para assegurar a estabilidade do método.

Pretlove et al., 1995, definem os valores comuns de razão de amortecimento ζ para passarelas de acordo com alguns tipos materiais, conforme mostrado na Tabela 4.1.

	Razâ	Razão de amortecimento ζ					
Tipo de Passarela	Mínimo	Médio	Máximo				
Concreto armado	0,008	0,013	0,020				
Concreto protendido	0,005	0,010	0,017				
Compósito	0,003	0,006	_				
Aço	0,002	0,004	—				

Tabela 4.1 – Razões de amortecimento típicas para passarelas [Adaptado de Pretlove et al., 1995].

4.2 Método de Newmark

"O método de Newmark (Newmark, 1959), permite a solução direta de uma equação diferencial de segunda ordem ou de um sistema de equações diferenciais de segunda ordem sem a necessidade da transformação em um par de equações diferenciais de primeira ordem simultâneas. O método pode ser aplicado em vários campos da engenharia, em particular em sistemas de resposta dinâmica." ²⁶ [Lindfield e Penny, 2019].

Neste caso, a Equação 4.1 assume a forma $\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + \mathbf{C} \frac{d\mathbf{x}}{dt} + \mathbf{K} \mathbf{x} = \mathbf{f}(t)$, que representa um sistema de equações diferenciais de segunda ordem.

Conforme Cheng, 2001, o Método de Integração de Newmark assume que, durante um tempo incremental Δt , a aceleração varia linearmente, como mostrado na Figura 4.1. A aceleração média de t a $t + \Delta t$ é $\vec{x}_{méd} = \frac{1}{2}(\vec{x}(t) + \vec{x}(t + \Delta t))$. Portanto o vetor velocidade em $t + \Delta t$ pode ser expresso pela Equação 4.6.

$$\vec{\dot{x}}(t + \Delta t) = \vec{\dot{x}}(t) + \Delta t \ \vec{\ddot{x}}_{méd}$$

$$= \vec{\dot{x}}(t) + \frac{\Delta t}{2} (\vec{\ddot{x}}(t) + \vec{\ddot{x}}(t + \Delta t))$$
(4.6)

²⁶ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

O vetor de deslocamento em $t + \Delta t$ pode ser obtido da Equação 4.6 como $\vec{x}(t + \Delta t) = \vec{x}(t) + \Delta t \, \vec{x}_{méd}$ no qual $\vec{x}_{méd} = \frac{1}{2}(\vec{x}(t) + \vec{x}(t + \Delta t))$ ou:

$$\vec{x}(t + \Delta t) = \vec{x}(t) + \vec{x}(t)\Delta t + \frac{(\Delta t)^2}{4}(\vec{x}(t) + \vec{x}(t + \Delta t))$$
(4.7)

As Equações 4.6 e 4.7 representam a regra trapezoidal de Newmark ou método de aceleração média. A integração geral de Newmark pode ser expressa como:

$$\vec{\dot{x}}(t+\Delta t) = \vec{\dot{x}}(t) + \left[(1-\delta_N)\vec{\ddot{x}}(t) + \delta_N\vec{\ddot{x}}(t+\Delta t) \right] \Delta t$$
(4.8)

$$\vec{x}(t+\Delta t) = \vec{x}(t) + \vec{\dot{x}}(t)\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha_N\right)\vec{\ddot{x}}(t) + \alpha_N\vec{\ddot{x}}(t+\Delta t)\right](\Delta t)^2$$
(4.9)

onde α_N e δ_N são parâmetros determinados para obter eficiência e estabilidade na integração. Quando $\delta_N = 1/2$ e $\alpha_N = 1/4$, as Equações 4.8 e 4.9 correspondem ao método da aceleração média. Quando $\delta_N = 1/2$ e $\alpha_N = 1/6$, as Equações 4.8 e 4.9 são associadas com o método da aceleração linear. Da Equação 4.9 tem-se que:

$$\vec{\ddot{x}}(t+\Delta t) = \frac{1}{\alpha_N \Delta t^2} \left[\vec{x}(t+\Delta t) - \vec{x}(t) - \Delta t \vec{\dot{x}}(t) - \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \alpha_N\right) \vec{\ddot{x}}(t) \right]$$
(4.10)



Figura 4.1 – Variação linear da aceleração [Cheng, 2001].

Substituindo a Equação 4.10 na Equação 4.8 chega-se a:

$$\vec{\dot{x}}(t+\Delta t) = \vec{\dot{x}}(t) + \left[(1-\delta_N)\vec{\ddot{x}}(t) + \delta_N \left\{ \frac{1}{\alpha_N \Delta t^2} \right] \\ \left[\vec{x}(t+\Delta t) - \vec{x}(t) - \Delta t\vec{\dot{x}}(t) - \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \alpha_N \right) \vec{\ddot{x}}(t) \right] \right] \Delta t$$

$$(4.11)$$

Empregando as Equações 4.10 e 4.11 na Equação 4.1 no instante $t + \Delta t$ chega-se a:

$$\mathbf{M} \left[\frac{1}{\alpha_N \Delta t^2} \vec{x}(t + \Delta t) - \frac{1}{\alpha_N \Delta t^2} \vec{x}(t) - \frac{1}{\alpha_N \Delta t} \vec{x}(t) - \frac{1}{\alpha_N} \left(\frac{1}{2} - \alpha_N \right) \vec{x}(t) \right] \\ + \mathbf{C} \left[\vec{x}(t) + (1 - \delta_N) \Delta t \, \vec{x}(t) + \frac{\delta_N}{\alpha_N \Delta t} \vec{x}(t + \Delta t) - \frac{\delta_N}{\alpha_N \Delta t} \vec{x}(t) - \frac{\delta_N}{\alpha_N} \vec{x}(t) - \frac{\delta_N \Delta t}{\alpha_N} \left(\frac{1}{2} - \alpha_N \right) \vec{x}(t) \right]$$

$$+ \mathbf{K} \vec{x}(t + \Delta t) = \vec{F}(t + \Delta t)$$

$$(4.12)$$

Baseado na abordagem de incremento de tempo, os parâmetros da resposta são conhecidos em t mas desconhecidos em $t + \Delta t$. Rearranjando a Equação 4.12:

$$\left(\frac{1}{\alpha_{N}\Delta t^{2}}\mathbf{M} + \frac{\delta_{N}}{\alpha_{N}\Delta t}\mathbf{C} + \mathbf{K}\right)\vec{x}(t + \Delta t) = \vec{F}(t + \Delta t) + \mathbf{M}\left[\frac{1}{\alpha_{N}\Delta t^{2}}\vec{x}(t) + \frac{1}{\alpha_{N}\Delta t}\vec{\dot{x}}(t) + \frac{1$$

Atribuindo

$$a_0 = \frac{1}{\alpha_N \Delta t^2}, \quad a_1 = \frac{\delta_N}{\alpha_N \Delta t}, \quad a_2 = \frac{1}{\alpha_N \Delta t}, \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha_N} - 1, \quad a_4 = \frac{\delta_N}{\alpha_N} - 1, \quad e \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta_N}{\alpha_N} - 2\right) (4.14)$$

A Equação 4.13 se torna:

$$(a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{C} + \mathbf{K}) \vec{x}(t + \Delta t) = \vec{F}(t + \Delta t) + \mathbf{M} (a_0 \vec{x}(t) + a_2 \vec{\dot{x}}(t) + a_3 \vec{\ddot{x}}(t))$$

$$+ \mathbf{C} (a_1 \vec{x}(t) + a_4 \vec{\dot{x}}(t) + a_5 \vec{\ddot{x}}(t))$$

$$(4.15)$$

onde o termo $\vec{x}(t + \Delta t)$ pode ser obtido. Substituindo $\vec{x}(t + \Delta t)$ na Equação 4.10 chega-se a:

$$\vec{\ddot{x}}(t+\Delta t) = a_0 \left[\vec{x}(t+\Delta t) - \vec{x}(t) \right] - a_2 \dot{x}(t) - a_3 \vec{\ddot{x}}(t)$$
(4.16)

Aplicando $\vec{x}(t + \Delta t)$ da Equação 4.16 na Equação 4.8, tem-se:

$$\vec{\dot{x}}(t+\Delta t) = \vec{\dot{x}}(t) + a_6 \left[\vec{\ddot{x}}(t) + a_7 \vec{\ddot{x}}(t+\Delta t) \right]$$
(4.17)

onde $a_6 = \Delta t(1 - \delta_N)$ e $a_7 = \delta_N \Delta t$. Sendo o deslocamento obtido isolando-se o termo $\vec{x}(t + \Delta t)$ na Equação 4.15:

$$\vec{x}(t + \Delta t) = (a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1} \left[\vec{F}(t + \Delta t) + \mathbf{M} \left(a_0 \vec{x}(t) + a_2 \vec{x}(t) + a_3 \vec{x}(t) \right) + \mathbf{C} \left(a_1 \vec{x}(t) + a_4 \vec{x}(t) + a_5 \vec{x}(t) \right) \right]$$
(4.18)

No primeiro instante de tempo t_o , considera-se que os vetores de velocidade e deslocamento devem ser conhecidos. Com isso, calcula-se o vetor de aceleração inicial, isolando-se o termo $\vec{x}(t_0)$ na Equação 4.1:

$$\vec{\ddot{x}}(t_0) = \mathbf{M}^{-1} \left[\vec{F}(t_0) - \mathbf{C} \, \vec{\dot{x}}(t_0) - \mathbf{K} \, \vec{x}(t_0) \right]$$
(4.19)

4.3 Método dos Elementos Finitos

"O método dos elementos finitos (MEF) discretiza a estrutura logo no início da análise, de tal forma que as incógnitas se referem a valores discretos de deslocamento ou tensão nos nós do modelo de elementos finitos, ao invés de funções." ²⁷ [Haftka e Gürdal, 1992].

Com isso, ao invés de um sistema de equações diferenciais, tem-se um sistema de equação algébricas para as variáveis que representam o sistema discretizado.

²⁷ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

Dessa forma, a modelagem das estruturas estudadas se fez por meio do MEF. Nas subseções seguintes é apresentado o elemento finito utilizado, especificamente o elemento de treliça plana.

4.3.1 Elemento de Treliça Bidimensional

Os elementos de treliça 2D se caracterizam por conexões rotuladas, apresentando deslocamentos de translação em dois eixos cartesianos, sendo submetidos a apenas carregamentos axiais. A Figura 4.2 exemplifica um elemento plano típico de 2 nós, com 2 GDLs por nó. As coordenadas locais $\overline{x} - \overline{y}$ são alinhadas com o elemento. No sistema de coordenadas globais x - y, que é um sistema comum a todos os elementos de uma estrutura, os deslocamentos globais r_{jx} e r_{jy} devido à forças nodais possuem duas direções, d_{jx} e d_{jy} .



Figura 4.2 – Elemento de treliça bidimensional [Pavlou, 2015].

As matrizes de rigidez \mathbf{K}^{e} e de massa consistente \mathbf{M}^{e} deste elemento são apresentadas na Equação 4.20, assim como a matriz de transformação de coordenadas **T** [Fish e Belytschko, 2007; Cook et al., 1989; Kwon e Bang, 2000].

$$\mathbf{K}^{e} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}^{e} = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0\\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta\\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(4.20)

Aplicam-se às matrizes $\mathbf{K}^e \in \mathbf{M}^e$ a transformação local-global da Equação 4.21 a fim de converter as matrizes elementares para o sistema global de coordenadas.

$$\mathbf{K} = \mathbf{T}^T \mathbf{K}^e \mathbf{T} \qquad \mathbf{e} \qquad \mathbf{M} = \mathbf{T}^T \mathbf{M}^e \mathbf{T} \tag{4.21}$$

4.4 Dimensionamento de Amortecedores de Massa

Lebet e Hirt, 2013, descrevem o procedimento para dimensionamento dos parâmetros principais de um amortecedor: massa M_a , rigidez k_a e amortecimento c_a .

"Quando uma passarela tem um comportamento dinâmico insatisfatório, apesar de ter sido projetada levando em conta a dinâmica, a adição de amortecedores à estrutura é uma solução possível. Amortecedores de massa são frequentemente usados com esta finalidade. A Figura 4.3 mostra um modelo esquemático de uma ponte para pedestres (massa M) com um amortecedor de massa adicional (massa M_a). Este modelo de duas massas é um sistema amortecido com dois graus de liberdade. Se a massa M_a e a rigidez da mola k_a forem escolhidas com cuidado, então a resposta combinada da ponte e do amortecedor pode ser tal que a amplitude das vibrações tende a zero. Fisicamente, a massa suspensa modifica a frequência natural do sistema de forma que ela se afaste suficientemente da frequência de excitação."²⁸ [Lebet e Hirt, 2013].



Figura 4.3 – Modelo representativo passarela-amortecedor com dois graus de liberdade [Adaptado de Lebet e Hirt, 2013].

²⁸ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

A relação de massas $\mu = M_a / M$ influencia diretamente a resposta da estrutura e o movimento do amortecedor em relação à passarela. Ela pode ser escolhida usando as curvas mostradas nas Figuras 4.4 e 4.5.

A Figura 4.4 refere-se ao fator de amplificação dinâmica máximo $\phi_{dym,max}$ de uma estrutura equipada com um amortecedor, como uma função da relação de massas $\mu = M_a / M$ e da razão de amortecimento ζ da estrutura isolada. Conforme Lebet e Hirt:

"Para estruturas com uma relação de amortecimento superior a 5%, a adição de um amortecedor de massa dificilmente tem qualquer efeito. Também pode ser visto que com uma relação de massas μ maior que cerca de 0,02, a redução no fator máximo de amplificação é pequena quando comparada com o aumento na massa do amortecedor, mesmo para valores pequenos de razão de amortecimento."²⁹ [Lebet e Hirt, 2013].

"A Figura 4.5 mostra o deslocamento relativo entre o amortecedor $w_{\max,a}$ e a estrutura amortecida w_{\max} normalizada em relação ao deslocamento estático w_0 , como uma função da relação de massas M_a/M e a razão de amortecimento ζ da estrutura isolada. Quando o espaço abaixo do tabuleiro da passarela é limitado, a magnitude do deslocamento relativo pode ser um parâmetro determinante para a relação M_a/M ." ³⁰ [Lebet e Hirt, 2013].



Figura 4.4 – Amplificação dinâmica de estruturas amortecidas [Lebet e Hirt, 2013].

^{29 e 30} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.



Figura 4.5 – Deslocamento relativo máximo entre amortecedor e estrutura [Lebet e Hirt, 2013].

Definida a relação de massa μ , a Figura 4.6 permite escolher a frequência ótima do amortecedor f_{opt} , a fim de amortecer o modo com frequência f, em função da razão de amortecimento ζ da estrutura isolada.



Figura 4.6 – Frequência ótima para um amortecedor de massa [Adaptado de Lebet e Hirt, 2013].

Para passarelas sem amortecimento ($\zeta = 0$) os valores da frequência ótima f_{opt} e da razão de amortecimento ótima ζ_{opt} do amortecedor devem ser calculados pelas Equações 4.22 e 4.23.

$$f_{opt} = \frac{f}{1 + M_a / M} \tag{4.22}$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3(M_a / M)}{8(1 + M_a / M)^3}}$$
(4.23)

"Amortecedores de massa apenas são efetivos quando estão sintonizados exatamente na frequência natural real da passarela para o modo de vibração que deve ser amortecido. Por outro lado, a diferença entre a razão de amortecimento ζ_a do amortecedor, e o amortecimento ótimo ζ_{opt} que deveria ter, é menos importante." ³¹ [Lebet e Hirt, 2013].

Bachmann e Natke, confirmam o que foi descrito anteriormente, ao afirmarem que:

"A eficácia do absorvedor é menos afetada pela diferença entre o amortecimento real e o amortecimento ideal do absorvedor do que pela diferença entre a frequência ideal e a frequência real dele. Portanto, o mau ajuste do absorvedor após a instalação ou o ajuste do tempo (desgaste) causado por mudanças na rigidez do sistema primário ou nas molas do absorvedor ou por mudanças nas massas pode reduzir fortemente a eficácia do absorvedor." ³² [Bachmann e Natke, 1995].

Como exemplo, os autores mostram o efeito que a mudança de amortecimento no amortecedor causa na resposta da estrutura, conforme a Figura 4.7.



Figura 4.7 – Exemplo do efeito da razão de amortecimento ζ_a do amortecedor na frequência de resposta da estrutura [Adaptado de Bachmann e Natke, 1995].

^{31 e 32} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.

4.5 Dimensionamento de Múltiplos AMSs

A aplicação de Múltiplos AMSs (MAMS) se dá por meio da disposição dos mesmos ao longo da estrutura. Neste caso, a distribuição dos MAMS se dá em pontos específicos como os nós, conforme apresentado na Figura 4.8.



Figura 4.8 – Passarela com n-graus de liberdade com Múltiplos AMS instalados ao longo da estrutura.

Os parâmetros dos MAMS instalados, como massa, rigidez e amortecimento, podem ser determinados por meio de algoritmos de otimização. Busca-se com isso encontrar as propriedades ótimas dos amortecedores, sendo possível também determinar suas posições ótimas (nós) de instalação.

Durante a otimização, obtém-se a resposta dinâmica da estrutura a fim de compará-la com as demais possíveis soluções encontradas pelo algoritmo. Para isso, é necessária a montagem das matrizes globais de massa \mathbf{M} , rigidez \mathbf{K} e amortecimento \mathbf{C} , adequando-as à adição dos amortecedores acoplados à estrutura. A matriz de massa, que é diagonal, terá a massa de cada amortecedor adicionada em uma posição específica da sua diagonal principal, com cada uma delas representando um novo grau de liberdade. A matriz de rigidez segue o procedimento mostrado na Equação 4.24.

<i>k</i> ₁₁	<i>k</i> ₁₂	<i>k</i> ₁₃	k_{14}	•••	k_{1jx}	k_{1jy}	•••	0	0	0	0	
k ₂₁	$k_{22} + k_{AMS1}$	<i>k</i> ₂₃	k ₂₄	•••	k_{2jx}	k_{2jy}	0	$-k_{AMS1}$	0	0	0	
<i>k</i> ₃₁	<i>k</i> ₃₂	<i>k</i> ₃₃	k ₃₄	•••	k_{3jx}	k_{3jy}	0	0	0	0	0	
<i>k</i> ₄₁	k_{42}	<i>k</i> ₄₃	$k_{44} + k_{AMS2}$	•••	k_{4jx}	k_{4jy}	0	0	$-k_{AMS2}$	0	0	
:	:	÷	÷	۰.	0	0	0	0	0	0	0	
k_{i1x}	k_{i2x}	k_{i3x}	k_{i4x}	0	k _{ijx}	0	0	0	0	0	0	(4.24)
k_{i1y}	k_{i2y}	k_{i3y}	k_{i4y}	0	0	$k_{ijy} + k_{AMSn}$	0	0	0	0	$-k_{AMSn}$	()
:	0	0	0	0	0	0	۰.	0	0	0	0	
0	$-k_{AMS1}$	0	0	0	0	0	0	k_{AMS1}	0	0	0	
0	0	0	$-k_{AMS2}$	0	0	0	0	0	k _{AMS2}	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	·.	:	
0	0	0	0	0	0	$-k_{AMSn}$	0	0	0	•••	k _{AMSn}	

A matriz de amortecimento, por sua vez, segue primeiramente o procedimento descrito na Equação 4.2, que considera o amortecimento estrutural. Na sequência, segue-se procedimento análogo ao mostrado na Equação 4.24.

4.6 Algoritmos Meta-heurísticos

Conforme Yang e Karamanoglu, 2013, os algoritmos de otimização podem ser classificados de duas formas quando considera-se o número de agentes. Com isso, tem-se os algoritmos de agente único e os de múltiplos agentes. Algoritmos do tipo *Simulated Annealing* (SA) são de agente único, com a otimização percorrendo um caminho por partes, em zigue-zague. Algoritmos genéticos (*Genectics Algorithms* ou GA), otimização de enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization* ou PSO) e algoritmos de vaga-lume são algoritmos baseados em população, com múltiplos agentes que interagem entre si de forma não linear, configurados pela chamada Inteligência de Enxame (*Swarm Intelligence* ou SI), inspirada em comportamentos em grupo, como apresentado por pássaros, peixes, vaga-lumes, entre outros.

Outra forma de classificação baseia-se no procedimento de cálculo do algoritmo. Se não existirem aleatoriedades envolvidas no processo, o resultado final será sempre o mesmo, independentemente do número de execuções do algoritmo. Portanto, é chamado de algoritmo determinístico.

Se o processo de cálculo for baseado em algum tipo de aleatoriedade, como valores gerados randomicamente, o algoritmo é chamado de estocástico, sendo que nessa categoria estão os algoritmos heurísticos e meta-heurísticos. Segundo Yang e Karamanoglu, em poucas palavras:

"Heurística significa 'por tentativa e erro', e meta-heurística pode ser considerada um método de alto nível por utilizar certos mecanismos de seleção e compartilhamento de informações." ³³ [Yang e Karamanoglu, 2013].

O problema de otimização neste trabalho pode envolver tanto variáveis de projeto contínuas como as propriedades de rigidez e amortecimento, quanto variáveis discretas como a posição dos amortecedores. Dessa forma, o algoritmo de otimização trabalha com um problema de otimização de variáveis mistas, que inclui variáveis contínuas e discretas ao mesmo tempo. Conforme Miguel et al.:

"Este tipo de problema é geralmente não-convexo, ou seja, possui múltiplos pontos de máximos e mínimos em cada região do espaço de busca, e, portanto, deve ser resolvido por métodos de otimização capazes de lidar com este tipo de problema. Dessa forma, algoritmos evolutivos (EA's), são adequados para resolver esses problemas de otimização." ³⁴ [Miguel et al., 2015b].

Algoritmos evolutivos são uma categoria dos chamados algoritmos meta-heurísticos. Estes por sua vez "são geralmente inspirados na natureza, e atualmente estão entre os algoritmos mais usados para otimização [...]. Há vários livros dedicados apenas à algoritmos meta-heurísticos [Talbi, 2009; Yang, 2008, 2010a,b]. Algoritmos meta-heurísticos são muito diversificados, incluindo os *genetic algorithms, simulated annealing, differential evolution, ant e bee algorithms, particle swarm optimization, harmony search, firefly algorithm*, e *cuckoo search.*" ³⁵ [Yang e Karamanoglu, 2013].

"Os EA's são algoritmos de busca estocástica populares, os quais são amplamente utilizados para resolver problemas de otimização numérica não lineares, não diferenciáveis e complexos." ³⁶ [Civicioglu, 2013].

As técnicas de EA's se baseiam em dois pontos principais: exploração global e explotação local. O primeiro se refere à capacidade do algoritmo em utilizar todo o espaço de busca durante a otimização. Já o segundo ponto se baseia na capacidade do algoritmo em

^{33 a 36} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.

pesquisar por soluções melhores em regiões próximas àquela onde uma nova solução já foi encontrada.

"Ao contrário de técnicas clássicas de otimização, EA's não garantem encontrar valores de parâmetros ótimos para um problema. Entretanto, também ao contrário de algoritmos clássicos de otimização, os EA's são suficientemente flexíveis para solucionar diferentes tipos de problemas." ³⁷ [Civicioglu, 2013].

4.6.1 Backtracking Search Optimization Algorithm (BSA)

"Existem três técnicas principais de algoritmos para solucionar um problema com satisfação de restrição (ou *constraint satisfaction problem*, CSP): *backtracking search*, *local search*, e *dynamic programming*. [...] Para solucionar esse tipo de problema, os algoritmos podem ser completos ou incompletos. Com algoritmos completos, há sempre a garantia de que uma solução será encontrada se ela existir, e caso não exista, pode-se usá-lo para mostrar que um CSP não tem uma solução e encontrar uma provável solução ótima. *Backtracking search* e *dynamic programming* são, em geral, exemplos de algoritmos completos. [...] Destes dois, os algoritmos de *backtracking search* são os mais importantes na prática." ³⁸ [van Beek, 2006].

Enquanto que os algoritmos de *dynamic programming* geralmente requerem elevada quantidade de tempo e espaço encontrando todas as soluções para um CSP, os algoritmos de *backtracking search* trabalham com apenas uma solução por vez e, portanto, precisam de menor quantidade de espaço.

Segundo van Beek, 2006, os primeiros registros formais de algoritmos de *backtracking search* referem-se a estudos de Davis et al., 1962, e de Golomb e Baumert, 1965.

O *Backtracking Search Optimization Algorithm* (BSA), de autoria de Civicioglu, 2013, é um algoritmo evolutivo desenvolvido para ser um minimizador global. O BSA utiliza três operações genéticas básicas – seleção, mutação e cruzamento – para gerar as populações de teste.

^{37 e 38} Tradução livre dos textos originalmente publicados em Inglês.

"O BSA tem diversas vantagens sobre outros algoritmos de busca: possui apenas um parâmetro de controle, chamado de *mixrate*; seu desempenho na solução de um problema não é sensível ao valor inicial desse parâmetro de controle; o algoritmo possui uma estrutura simples, eficaz, rápida e capaz de solucionar problemas multimodais e que permite a fácil adaptação a diferentes problemas de otimização numérica; sua estratégia para gerar uma população de teste inclui dois novos operadores de *crossover* e mutação; suas estratégias para gerar populações experimentais e controlar a amplitude da matriz de direção de busca e os limites do espaço de busca proporcionam capacidades de exploração e explotação muito poderosas; possui uma memória na qual armazena uma população de uma geração anterior escolhida aleatoriamente para gerar a matriz de busca e direção e, consequentemente, sua memória permite aproveitar as experiências adquiridas de gerações anteriores quando gera uma população de teste." ³⁹ [Civicioglu, 2013, apud Miguel et al., 2015b].

O BSA pode ser explicado dividindo suas funções em cinco processos, como acontece com outros EA's: inicialização, seleção-I, mutação, cruzamento e seleção-II. Na Figura 4.9 é apresentada a estrutura geral do BSA.

1. Inicialização
Repeat
2. Seleção-I
Geração da População de Teste
3. Mutação
4. Crossover
end
5. Seleção-II
until até serem encontradas condições de parada

Figura 4.9 – Estrutura geral do BSA [Adaptado de Civicioglu, 2013].

4.6.1.1 Inicialização

A inicialização da população P no BSA é feita por meio da Equação 4.25.

$$P_{ij} \sim U(low_j, up_j)$$
 ou $P_{ij} = rand \cdot (up_j - low_j) + low_j$ (4.25)

³⁹ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

para i=1, 2, 3,..., *N* e j=1, 2, 3,..., *D*, onde *N* e *D* são o tamanho da população e a dimensão do problema, respectivamente. U é a distribuição uniforme e cada $P_{i,j}$ é o alvo individual na população *P*.

4.6.1.2 Seleção-I

O estágio de Seleção-I do BSA determina a população histórica *oldP* usada para calcular a direção da busca. A população inicial de histórico é determinada por meio da Equação 4.26.

$$oldP_{i,i} \sim U(low_i, up_i)$$
 ou $oldP_{i,i} = rand \cdot (up_i - low_i) + low_i$ (4.26)

O BSA tem a opção de redefinir *oldP* no início de cada iteração por meio da regra "*if-then*", conforme a Equação 4.27.

if
$$a < b$$
 then $oldP := P \mid a, b \sim U(0, 1)$ (4.27)

onde := é a operação de atualização. A Equação 4.27 assegura que o BSA designe uma população pertencente a uma geração anterior selecionada aleatoriamente como a população histórica e lembre-se dessa população histórica até ela ser alterada. Assim, o BSA tem uma memória.

Depois de determinar oldP, a Equação 4.28 é utilizada para alterar aleatoriamente a ordem dos indivíduos em oldP.

$$oldP \coloneqq permuting (oldP)$$
 (4.28)

A função de permutação utilizada na Equação 4.28 é uma função de "embaralhamento" aleatório.

4.6.1.3 Mutação

O processo de mutação do BSA gera a forma inicial da população de teste *Mutante* utilizando a Equação 4.29.

$$Mutante = P + F \cdot (oldP - P) \tag{4.29}$$

Na Equação 4.29, F controla a amplitude da matriz de direção de busca (oldP - P). Como a população histórica é usada no cálculo da matriz de direção de busca, o BSA gera uma população de teste, aproveitando uma parcela das suas experiências de gerações anteriores.

4.6.1.4 Crossover

O processo de *crossover* (ou cruzamento) do BSA gera a forma final da população de teste *T*. O valor inicial da população de teste é o termo *Mutante*, assim como definido no processo de mutação. Indivíduos de teste com melhores *fitness values*⁴⁰ (ou valores de aptidão) para o problema de otimização são utilizados para evoluir os indivíduos da população alvo. O processo de *crossover* do BSA tem dois passos. O primeiro passo calcula uma matriz de valores inteiros binária (mapa) de tamanho $N \cdot D$ que indica os indivíduos de *T* a serem manipulados usando os indivíduos relevantes de *P*. Se $mapa_{n,m} = 1$, onde $n \in \{1,2,3,...,N\}$ e $m \in \{1,2,3,...,D\}$, *T* é atualizado com $T_{n,m} := P_{n,m}$.

O algoritmo da Figura 4.10 mostra a estratégia de *crossover* único do BSA. O parâmetro de taxa de mistura (*mixrate*) no processo de *crossover* da BSA controla o número de indivíduos que sofrerão mutação em um teste por meio do termo [*mixrate* · *rnd* · *D*].

Para definir o mapa (*map*) do BSA, são usadas duas estratégias. A primeira utiliza o *mixrate* (Figura 4.10, linhas 2-4). A segunda estratégia permite que apenas um indivíduo escolhido aleatoriamente sofra mutação em cada teste (Figura 4.10, linha 6).

⁴⁰ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

	Input: Mutante, mixrate, N e D
	Output: T:População de teste
0	map (1:N,1:D)=1 // O mapa inicial é uma matriz N-por-D de uns
1	if $a < b / a, b \sim U(0,1)$ then
2	for <i>i</i> from 1 to <i>N</i> do
3	$ map_{i,u}(1:[mixrate.rnd.D])=0 u= permutando((1,2,3,,D))$
4	end
5	else
6	for <i>i</i> from 1 to N do, map <i>i</i> , randi(D)=0, end
7	end
8	T := <i>Mutante //</i> Inicial T
9	for <i>i</i> from 1 to <i>N</i> do
10	for <i>j</i> from 1 to D do
11	$ \qquad if map_{i,j} = 1 then T_{i,j} := P_{i,j}$
12	end
13	end

Figura 4.10 – Estratégia de crossover de BSA [Adaptado de Civicioglu, 2013].

Alguns indivíduos da população de teste obtidos no final do processo de cruzamento da BSA podem exceder os limites de espaço de busca permitidos como resultado da estratégia de mutação do BSA. Os indivíduos além dos limites do espaço de busca são regenerados usando o algoritmo apresentado na Figura 4.11.

```
Input: T, Limites do espaço de busca (i.e., lowj, upj)

Output: T

for i from 1 to N do

| for j from 1 to D do

| | if (T_{i,j} < low_j) or (T_{i,j} > up_j) then

| | T_{i,j} = rnd.(up_j - low_j)+low_j

| end

| end

end
```

Figura 4.11 – Mecanismo de controle de limite do BSA [Adaptado de Civicioglu, 2013].

4.6.1.5 Seleção-II

Na fase de seleção-II da BSA, os indivíduos T_i s que possuem melhores *fitness values* que os P_i s correspondentes, são usados para atualizar os P_i s com base em uma seleção gananciosa, ou seja, os melhores se sobrepõem aos piores. Se o melhor indivíduo de $P(P_{best})$ tem um *fitness value* melhor do que o valor mínimo global obtido até agora pela BSA, o minimizador global é atualizado para ser P_{best} , e o valor mínimo global é atualizado para ser o *fitness value* de P_{best} . A estrutura do BSA é bastante simples, sendo assim, é facilmente

adaptada para diferentes problemas de otimização numéricos. Na Figura 4.12 é apresentado o pseudocódigo do BSA.

-	
	Input: ObjFun, N, D, maxcycle, mixrate, low1:D, up1:D
	Output: globalminimum, globalminimizer
	$//rnd \sim U(0,1), rndn \sim N(0,1), w = rndint(.), rndint(.) \sim U(1,.) w \in \{1,2,3,,.\}$
1	function bsa(ObjFun,N,D,maxcycle,low,up)
	//INICIALIZAÇÃO
2	elobalminimum=inf
3	for <i>i</i> from 1 to <i>N</i> do
4	for <i>i</i> from 1 to <i>D</i> do
5	$P_{i} = rnd (uni-lowi) + lowi// Inicialização da população P$
6	ald P:=rnd (un:-low:)+low:// Inicialização para oldP
7	and
2 2	$\int \frac{fitn \cos P}{Ohi Fun(P)} \int \frac{fitn \cos n}{n} dn P$
0	junessi i=Objr un(11)// intiless values iniciais de l
9	enu for itanation from 1 to managele de
10	
11	//SELEÇAUI
11	If $(a < b a, b \sim U(0, 1))$ then $old P := P$ end
12	<i>oldP:=permuting</i> (oldP)// 'permutando' mudanças arbitrárias em posições de dois
	indivíduos em OldP
13	Geração de população de teste
	// MUTAÇAO
14	$ \qquad mutant = P + 3.rndn \ (old P - P)$
	// CROSSOVER
15	<i>map</i> 1: <i>N</i> ,1: <i>D</i> =1// mapa inicial é uma matriz N-por-D de uns
16	if (<i>c</i> < <i>d</i> <i>c</i> , <i>d</i> ~ <i>U</i> (0,1)) then
17	for <i>i</i> from 1 to <i>N</i> do
18	$ map_{i,u} (1:[mixrate.rnd.D])=0 u= permuting ((1,2,3,,D))$
19	end
20	else
21	for <i>i</i> from 1 to <i>N</i> do, <i>mapi</i> , <i>randi</i> (<i>D</i>)=0,end
22	end
	// GERAÇÃO DE POPULAÇÃO DE TESTE, T
23	T:=mutante
24	for <i>i</i> from 1 to <i>N</i> do
25	for <i>i</i> from 1 to D do
26	if $map_{i,j}=1$ then $T_{i,j}=P_{i,j}$
27	end
28	end
20	// Mecanismo de controle de limite
29	for <i>i</i> from 1 to <i>N</i> do
30	$ $ for <i>i</i> from 1 to <i>D</i> do
31	if (T; < low) or (T; > un;) then
31	
32 22	$ 1_{i,j-nu}.(up_j-iow_j)+iow_j$
24	cnu
54 25	ena
33	
36	
27	// SELEÇAU II
37	$ fitness1=Ob_JFnc(T)$
38	for i from 1 to N do
39	if fitnessTi < fitnessPi then

40	$ $ <i>fitnessPi</i> := <i>fitnessTi</i>
	$ P_i:=T_i$
41	end
42	end
43	$ $ fitnessP _{best} =min(fitnessP) best $\in \{1,2,3,\ldots,N\}$
44	if fitnessP _{best} < globalminimum then
45	globalminimum:=fitnessP _{best}
	globalminimizer:=P _{best}
	// Exporta globalminimum e globalminimizer
46	end
47	end

Figura 4.12 – Pseudocódigo de BSA [Adaptado de Civicioglu, 2013].

4.6.2 Funcionamento do BSA

A Figura 4.13 mostra um fluxograma do BSA exemplificando seu funcionamento. Em seguida é apresentado um resumo do processo de otimização do BSA.



Figura 4.13 – Esquema de funcionamento do BSA [Adaptado de Sheoran et al., 2015].

Sheoran et al., detalha o funcionamento do BSA:

"No processo de inicialização, indivíduos da população (*P*) são gerados de modo aleatório conforme a Equação 4.25. No processo seguinte de Seleção-I, inicialmente indivíduos da população histórica (*oldP*) são gerados pela Equação 4.26. Num segundo passo, *oldP* é atualizada por meio da Equação 4.29. Na sequência, os indivíduos de *oldP* são reorganizados aleatoriamente. Este registro de *oldP* é mantido o mesmo até ser alterado em outras iterações. Depois do processo de Seleção-I, uma população de teste inicial (*Mutante*) é gerada pelo processo de mutação de *P* e *oldP* usando a Equação 4.29. No processo seguinte de cruzamento a população de teste final (*T*) é gerada usando *Mutante* e *P*. Na etapa final de Seleção-II, *P* é atualizado com indivíduos de *T* tendo os melhores *fitness values*. No final do processo, os valores mínimos globais e minimizadores globais são atualizados com o melhor *fitness value* e o indivíduo correspondente, respectivamente. Esses processos, exceto a inicialização, são repetidos até que os critérios de parada sejam atingidos." ⁴¹ [Sheoran et al., 2015].

⁴¹ Tradução livre do texto originalmente publicado em Inglês.

5 VALIDAÇÃO DOS ALGORITMOS DESENVOLVIDOS

A fim verificar/validar os algoritmos desenvolvidos, foram utilizados casos conhecidos, disponíveis na literatura, com o intuito de comparar os resultados.

A geração do sinal de excitação baseou-se nos estudos de Bachmann e Ammann, 1987. A verificação do algoritmo de análise modal utilizou os resultados do *software Ansys* e de Miguel et al., 2015a, para comparação.

Por fim, levando em conta a dificuldade em encontrar pesquisas similares com modelos para *benchmarking* – ou seja, estudos que utilizem ao mesmo tempo otimização de AMSs em passarelas treliçadas bidimensionais com o BSA – os resultados foram conferidos utilizando uma rotina externa de análise dinâmica, também desenvolvida em *Matlab*, onde é possível acrescentar massa, rigidez e amortecimento referentes aos AMSs, diretamente nos GDLs específicos definidos durante a otimização.

5.1 Verificação do Algoritmo de Geração do Sinal de Excitação

Primeiramente, a fim de verificar o algoritmo que gera o sinal de força, estabeleceramse os parâmetros da Equação 2.2, com base na teoria apresentada na Seção 2.1.1. Considerando-se uma caminhada normal, a frequência de passo será $f_s = 2,0$ Hz; o peso Gde uma pessoa, segundo Bachmann e Ammann, 1987, é geralmente assumido como G = 800N; os valores das componentes de carregamento dinâmico são, conforme a Tabela 2.1, $\Delta G_1 = 0,4G$, $\Delta G_2 = 0,1G$ e $\Delta G_3 = 0,1G$; da mesma forma os ângulos de fase, de acordo com a Tabela 2.1, serão $\phi_2 = \pi/2$ e $\phi_3 = \pi/2$. Os parâmetros utilizados são os mesmos adotados por Miguel et al., 2015a.

Com isso, a função de carregamento, dada pela Equação 2.2, pode ser representada graficamente por meio da Figura 5.1. Conforme Bachmann e Ammann, 1987, o carregamento devido a caminhadas e corridas é geralmente assumido como uma excitação estacionária, logo, o formato da onda se repete a cada período de tempo $T = 1/f_s$. Observa-se que na representação a seguir o carregamento dinâmico aplicado pelo pedestre foi normalizado com relação ao peso estático do mesmo.


Figura 5.1 – Representação da função de carregamento para uma pessoa caminhando.

Comparando-se o resultado obtido com os estudos de Bachmann e Ammann, 1987, e de Miguel et al. 2015a, conclui-se que o resultado é condizente com a teoria.

5.2 Verificação do Algoritmo de Análise Modal

A fim de verificar/validar o algoritmo de análise modal desenvolvido nesta dissertação, utilizou-se o *software Ansys APDL* 16.0 para comparar os resultados. Além disso, foram analisadas duas passarelas bidimensionais, uma do tipo Warren e outra do tipo Pratt, propostas por Miguel et al. 2015a, tendo assim outra forma de comparar os resultados. Considerou-se uma razão de amortecimento estrutural ζ de 0,4% ou ζ = 0,004, valor este recomendado para aço, conforme a Tabela 4.1. Os valores de módulo de elasticidade e densidade são, respectivamente, E = 200 GPa e $\rho = 7850$ kg/m³. As demais propriedades de ambas as passarelas estão descritas na Tabela 5.1.

	Passarela Warren		Passarela Pratt			
Grupo	Número do elemento	Área (m ²)	Número do elemento	Área (m ²)		
Barras Inferiores	1–13	0,0060	1–16	0,0090		
Barras Diagonais	14–41	0,0040	17–32	0,0065		
Barras Superiores	42–55	0,0080	33–47	0,0055		
Barras Verticais	-	_	48–61	0,0105		

Tabela 5.1 – Áreas das seções transversais das barras das passarelas analisadas [Adaptado de Miguel et al., 2015a, apud Silva e Miguel, 2019].

As Figuras 5.2 e 5.3 apresentam, respectivamente, as passarelas Warren e Pratt propostas por Miguel et al., 2015a.



Figura 5.2 – Passarela Warren proposta por Miguel et al., 2015a (Esc. 1:300).



Figura 5.3 – Passarela Pratt proposta por Miguel et al., 2015a (Esc. 1:300).

Na Tabela 5.2 são mostrados os resultados das primeiras frequências naturais obtidas por meio das análises no *Ansys* e do algoritmo elaborado em *Matlab*.

	Frequências da	a Passarela	a Warren (Hz)	Frequências o	da Passare	la Pratt (Hz)
Modo	Ansys APDL	Matlab	Diferença %	Ansys APDL	Matlab	Diferença %
1	5,9960	5,9960	0,00	4,0016	4,0016	0,00
2	16,036	16,036	0,00	11,385	11,385	0,00
3	33,916	33,916	0,00	24,370	24,370	0,00
4	41,245	41,245	0,00	29,755	29,755	0,00
5	55,977	55,977	0,00	41,043	41,043	0,00

Tabela 5.2 – Primeiras cinco frequências naturais obtidas por meio do Ansys e do Matlab.

Como pode ser visto, os resultados obtidos pelo algoritmo desenvolvido demonstram grande precisão, não apresentando diferenças em relação ao software comercial *Ansys* antes da terceira casa decimal. O mesmo ocorre ao comparar os resultados aos de Miguel et al., 2015a.

5.3 Verificação do Algoritmo de Análise Dinâmica

A verificação do algoritmo de análise dinâmica, que utiliza o Método de Newmark, foi realizada aplicando a Equação 2.2 de força resultante, mostrada na Seção 2.2.1 e representada na Figura 5.1, na Equação 4.1 do movimento.

Antes, porém, obteve-se o fator de amplificação $m = \sqrt{\lambda T_o}$ a ser multiplicado pela Equação 2.2 em casos com mais de um pedestre simultaneamente sobre a estrutura, como definido na Seção 2.1.1. Para isso, estabeleceram-se alguns parâmetros, conforme mostra a Tabela 5.3. Os parâmetros de velocidade de passo v_s e frequência de passo f_s são correlacionados, como mostrado na Tabela 2.2 que indica os valores de referência para cada tipo de caminhada. Definiu-se a caminhada como sendo do tipo normal, e a razão de fluxo médio λ igual a 0,5 pessoas/s para a passarela Warren, e 1,0 pessoas/s para a passarela Pratt, seguindo as referências de Miguel et al., 2015a.

Parâmetros da análise dinâmica		Passarela Warren	Passarela Pratt
Nó da reposta dinâmica	Nó	22	25
Velocidade de passo	Vs	1,5 m/s	1,5 m/s
Frequência de passo	f_s	2,0 Hz	2,0 Hz
Razão de fluxo médio	λ	0,5 pessoas/s	1,0 pessoas/s
Comprimento da passarela	L_{f}	39,0 m	48,0 m
Largura do tabuleiro	L_T	1,0 m	2,0 m
Área do tabuleiro	$A_T = L_f L_T$	39,0 m ²	96,0 m²
Tempo de travessia	$T_o = L_f / v_s$	26,0 s	32,0 s
Fator de amplificação	$m = \sqrt{\lambda T_o}$	3,61	5,66
Número simultâneo de pedestres	$NP = \lambda T_o$	13	32
Densidade de pessoas	$\rho_{Pessoas} = NP / A_T$	0,333 pessoas/m ²	0,333 pessoas/m ²

Tabela 5.3 – Principais parâmetros da análise dinâmica.

Baseando-se na Tabela 2.4, que estabelece a classificação quanto à densidade de pedestres sobre uma passarela, definiu-se, seguindo Miguel et al., 2015a, o tráfego livre, cuja densidade máxima é de aproximadamente 0,30 pessoas/m², como limite de tráfego.

Estabeleceu-se que a aplicação das forças resultantes da multiplicação de m pela Equação 2.2 se dá nos nós inferiores das treliças. Por tratar-se de elementos finitos de barra, tem-se apenas o carregamento vertical sobre os nós.

Considerando o tempo de travessia T_o e o número de elementos na parte inferior da passarela, tem-se que a cada período específico de tempo T_o / N_{eleinf} o pedestre estará sobre um elemento diferente.

Conforme o pedestre se desloca, a distância relativa até cada nó que forma o elemento varia. Com isso, o carregamento é dividido proporcionalmente entre os nós em cada instante de tempo. Logo, quando se trata dos nós intermediários, haverá sempre forças atuando diretamente em dois nós.

A exceção está nos nós das extremidades. Por exemplo, no instante t_o , quando o pedestre está sobre o nó 1, ou no instante T_o , quando o pedestre está sobre o último nó, a força que teoricamente estaria sobre estes nós é anulada, visto que eles possuem restrições de movimento em função do apoio.

Isto feito, tem-se para cada instante de tempo um vetor de forças $\vec{F}_p(t)$ derivado da Equação 2.2, que estará atuando sobre diferentes nós ao longo da análise dinâmica. Ou seja, o carregamento varia tanto no tempo quanto no espaço.

Para obtenção dos resultados das análises, considerou-se o nó central de cada passarela como ponto de referência, como mostrado nas Figuras 5.2 e 5.3. Com isso, tem-se os resultados do nó 22 para a passarela Warren, e do nó 25 para a passarela Pratt.

As Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 apresentam a resposta de ambas as passarelas em termos de deslocamento, velocidade e aceleração.



Figura 5.4 – Resposta dinâmica das passarelas (a) Warren e (b) Pratt em termos de deslocamento no nó central.



Figura 5.5 – Resposta dinâmica das passarelas (a) Warren e (b) Pratt em termos de velocidade no nó central.



Figura 5.6 – Resposta dinâmica das passarelas (a) Warren e (b) Pratt em termos de aceleração no nó central.

Os resultados se aproximam dos valores obtidos por Miguel et al., 2015a, conforme mostra a Tabela 5.4 com o comparativo dos resultados.

	Pass	sarela Warren	Passarela Pratt		
Análise	Atual	Miguel et al., 2015a	Atual	Miguel et al., 2015a	
Deslocamento	0,0074 m	0,0074 m	0,0129 m	0,0130 m	
Velocidade	0,2436 m/s	_	0,2850 m/s	_	
Aceleração	9,3059 m/s²	9,30 m/s²	7,2261 m/s ²	7,31 m/s ²	

Tabela 5.4 – Principais resultados da análise dinâmica.

Salienta-se que Miguel et al., 2015a, utilizaram o método das Diferenças Finitas, enquanto nesta dissertação utilizou-se o método de Newmark para integração direta das equações de movimento.

5.4 Verificação do Algoritmo de Otimização BSA

Conforme comentado anteriormente, não foram encontrados problemas de *benchmark* com as mesmas características dos apresentados neste estudo. O BSA, entretanto, possui diversos estudos que compravam sua eficácia, como os citados no Capítulo 3.

O próprio artigo no qual se basearam os modelos de passarelas utilizados (Miguel et al., 2015a), otimiza amortecedores por atrito, o que envolve tanto uma metodologia distinta de implementação dentro do algoritmo de simulação quanto parâmetros de otimização como força de atrito e posições dos amortecedores, estas limitadas às barras diagonais das treliças, o que inviabiliza a comparação de resultados.

Desta forma, a verificação do algoritmo BSA realizou-se por meio da conferência com um algoritmo desenvolvido à parte, também em *Matlab*, que calcula a resposta dinâmica das passarelas utilizando os parâmetros otimizados.

Definiram-se os limites inferiores e superiores das variáveis de projeto conforme apresentados na Tabela 5.5. A relação de massa μ total para o(s) amortecedor(es) foi definida como 3,0% da massa da estrutura, ou $\mu = 0,030$, conforme as Figuras 4.4 a 4.6.

	Pas	Passarela Warren		Passarela Pratt		
Limite	Rigidez k	Amortecimento c	Rigidez k	Amortecimento c		
Superior	1e+7 N/m	100 Ns/m	1e+7 N/m	500 Ns/m		
Inferior	3e+3 N/m	0 Ns/m	1e+3 N/m	0 Ns/m		

Tabela 5.5 – Limites das variáveis de projeto para otimização de AMSs.

As simulações foram realizadas considerando a população inicial igual a 50 para a passarela Warren, e 100 para a passarela Pratt. O número de iterações para ambas as passarelas variou conforme o caso estudado.

A aplicação dos AMSs no algoritmo de verificação foi realizada utilizando os valores dos parâmetros otimizados pelo BSA diretamente nas matrizes de massa, rigidez e amortecimento, nos graus de liberdade correspondentes, conforme procedimento descrito na Seção 4.5 pela Equação 4.24. Os resultados se mostraram consistentes apresentando diferenças irrelevantes, como pode ser observado na Tabela A.1 no Apêndice A, que mostra o comparativo dos resultados para a passarela Warren.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES: APLICAÇÃO EM EXEMPLOS

Neste capítulo são apresentados os resultados da otimização das propriedades de rigidez e amortecimento de AMSs posicionados em pontos específicos da estrutura. Os limites destas propriedades seguem a Tabela 5.5.

Foram realizadas 3 simulações para cada uma das situações, a fim de verificar a consistência das otimizações, conforme mostrado nas seções seguintes. Primeiramente, o AMS foi posicionado estrategicamente no centro da estrutura, sendo definido o nó 22 para a passarela Warren, e o nó 25 para a passarela Pratt.

Em seguida, analisou-se o comportamento das passarelas sob ação de 2 AMSs. Novamente, foram otimizadas as propriedades de rigidez e amortecimento, para os AMSs posicionados nos nós 21 e 23 da passarela Warren, e nos nós 24 e 26 da passarela Pratt.

Realizou-se também a análise das passarelas sob ação de 3 AMSs, otimizando novamente as propriedades de rigidez e amortecimento, para os AMSs posicionados nos nós 21, 22 e 23 da passarela Warren, e nos nós 24, 25 e 26 da passarela Pratt.

Os resultados otimizados são comparados com o dimensionamento dos AMSs sem otimização, por meio das Equações 4.22 e 4.23. Como não se sabe ao certo todas as frequências com as quais os AMSs otimizados sintonizarão, para os cálculos sem otimização definiram-se como frequências principais para sintonização a primeira frequência natural da estrutura, e a primeira e a segunda frequências harmônicas de passo dos pedestres.

A seguir são mostrados os resultados para as três situações descritas anteriormente.

6.1 Passarela Warren

Realizaram-se as simulações considerando a mesma estrutura utilizada na Seção 5.2, otimizando-se as variáveis de projeto contínuas referentes às propriedades de rigidez e amortecimento dos AMSs.

6.1.1 Warren: Análise com 1 AMS Centralizado

A Tabela 6.1 mostra os resultados da otimização dos parâmetros do AMS para a passarela Warren. Foram realizadas 3 simulações diferentes, com uma população de 50

indivíduos, e 1000, 300 e 150 iterações nas rodadas 1, 2 e 3, respectivamente.

Tendo a relação de massa μ sido definida na Seção 5.4, como sendo 3% da massa da estrutura, a massa do amortecedor será $m_1 = 198,61$ kg. Logo, com base na rigidez otimizada, chega-se a uma frequência $f_1 = 5,98$ Hz para o amortecedor, tendo sintonizado com a primeira frequência natural da passarela Warren (5,996Hz), como esperado.

		110 22.		
Dedede	Parâmetros	Deslocamento	Velocidade	Aceleração
Kouaua	k_1 (N/m) e c_1 (Ns/m)	Máx. (m)	Máx. (m/s)	Máx. (m/s²)
-	Sem amortecedor	0,007356	0,243563	9,305898
Não otimizado	265710,49; 1474,19	0,001326	0,013051	0,460670
1	280253,89; 0,00	0,001119	0,006750	0,191743
2 3	280253,89; 0,00	0,001119	0,006750	0,191743
	280254,57; 0,00	0,001119	0,006750	0,191742
5	280234,57, 0,00	0,001119	0,000750	0,191/42

Tabela 6.1 – Variáveis de projeto otimizadas para 1 AMS centralizado e resposta dinâmica no nó 22.

As Figuras 6.1 (a) e (b) apresentam a convergência da simulação para o deslocamento no nó central 22, comparando os resultados com mais e menos iterações.



Figura 6.1 – Convergência de deslocamento no nó central 22 da passarela Warren com (a) 1000 e (b) 150 iterações, otimizando 1 AMS centralizado.

Conforme se observa nas Figuras 6.1 (a) e (b), a convergência é atingida rapidamente, sendo suficiente o número de iterações igual a 150, ou até menor, para o tamanho de população definido.

As Figuras 6.2 e 6.3 mostram a resposta otimizada em termos de deslocamento, velocidade e aceleração para a passarela Warren.



Figura 6.2 – Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade no nó central 22 para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.



Figura 6.3 – Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de aceleração no nó central 22 para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.

Comparando os resultados da otimização com os resultados da resposta dinâmica sem amortecedor, observa-se uma redução significativa nos valores de deslocamento, velocidade e aceleração. A Tabela 6.2 apresenta a resposta otimizada para os nós superiores da passarela Warren.

Ná	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
INU	otim.(m)	(%)	otim.(m/s)	(%)	otim.(m/s²)	(%)
16	0,000112	83,950	0,001122	95,264	0,103932	99,886
17	0,000356	84,199	0,003345	95,611	0,234245	99,892
18	0,000598	84,301	0,005253	95,900	0,286418	99,898
19	0,000814	84,391	0,006695	96,156	0,319011	99,903
20	0,000984	84,462	0,007428	96,463	0,317500	99,910
21	0,001101	84,427	0,007418	96,834	0,250576	99,918
22	0,001119	84,790	0,006750	97,229	0,191743	99,927
23	0,001075	84,979	0,006472	97,266	0,239840	99,928
24	0,000959	85,217	0,006554	96,940	0,300034	99,920
25	0,000799	85,155	0,005987	96,633	0,331547	99,912
26	0,000591	85,018	0,004907	96,251	0,307715	99,902
27	0,000355	84,858	0,003244	95,838	0,234452	99,892
28	0,000112	84,592	0,001111	95,419	0,092164	99,882

Tabela 6.2 – Redução da resposta dinâmica da passarela Warren para otimização dos parâmetros de 1 AMS centralizado – Rodada 1.

Os resultados demostram grande redução na resposta dinâmica da estrutura, em especial no nó central 22, cuja função objetivo visava minimizar o seu deslocamento. Da mesma forma, velocidade e aceleração tiveram reduções significativas, acima de 95% e 99%, respectivamente, para os nós superiores.

As Figuras 6.4 e 6.5 ilustram a resposta máxima em termos de deslocamento, velocidade e aceleração nos nós superiores da passarela Warren sem amortecedor e depois da otimização de 1 AMS.



Figura 6.4 – Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.



Figura 6.5 – Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de aceleração nos nós superiores para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.

A Figura 6.6 mostra a resposta em termos de deslocamento, comparando os resultados com 1 AMS otimizado e 1 AMS não otimizado.

A Tabela 6.3 apresenta a diferença entre os casos otimizado e não otimizado, para os nós superiores.



Figura 6.6 – Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Warren no (a) nó central 22 e nos (b) nós superiores, sem e com a otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.

A otimização obteve uma redução 15,61%, 48,28% e 58,38% maior nas respostas de deslocamento, velocidade e aceleração no nó central 22, respectivamente.

Nó	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
110	não otim. (m)	(%)	não otim. (m/s)	(%)	não otim. (m/s²)	(%)
16	0,000131	14,490	0,001414	20,662	0,109329	4,936
17	0,000417	14,650	0,004286	21,969	0,303933	22,929
18	0,000700	14,537	0,006896	23,823	0,431076	33,557
19	0,000956	14,844	0,009005	25,652	0,533246	40,176
20	0,001165	15,475	0,010722	30,719	0,577046	44,978
21	0,001302	15,391	0,012240	39,400	0,539468	53,551
22	0,001326	15,613	0,013051	48,279	0,460670	58,377
23	0,001281	16,065	0,013655	52,602	0,414029	42,072
24	0,001130	15,094	0,013067	49,842	0,434100	30,884
25	0,000918	12,984	0,011375	47,365	0,424159	21,834
26	0,000673	12,142	0,008739	43,845	0,370524	16,952
27	0,000400	11,437	0,005412	40,062	0,268195	12,582
28	0,000125	10,518	0,001755	36,718	0,099986	7,823

Tabela 6.3 – Resposta dinâmica não otimizada da passarela Warren, e redução com a otimização dos parâmetros de 1 AMS centralizado, em relação ao caso não otimizado.

6.1.2 Warren: Análise com 2 AMSs Centralizados

A Tabela 6.4 mostra os resultados da otimização dos parâmetros de 2 AMSs para a passarela Warren em 3 simulações diferentes, com uma população de 50 indivíduos, 1000 iterações nas rodadas 1, 2, e 500 iterações na rodada 3.

Tabela 6.4 – Variáveis de projeto otimizadas para 2 AMSs centralizados e resposta dinâmica no nó 22.

Rodada	Parâmetros	Desloc.	Veloc.	Acel.
	k_1, k_2 (N/m), c_1 e c_2 (Ns/m)	Máx. (m)	Máx. (m/s)	Máx. (m/s²)
-	Sem amortecedor	0,007356	0,243563	9,305898
Não otimizado	136811,02; 15221,37; 540,67; 180,34	0,001415	0,016522	0,584510
1	62813,41; 138293,48; 0,00; 0,00	0,000928	0,007725	0,203355
2	62813,40; 138293,61; 0,00; 0,00	0,000928	0,007725	0,203355
3	62803,33; 138366,75; 0,00; 0,00	0,000928	0,007639	0,203392

As Figuras 6.7 (a) e (b) apresentam a convergência da simulação para o deslocamento no nó central 22, comparando os resultados com 1000 e 500 iterações. Conforme se observa na Figura 6.7 (a), a convergência é atingida com aproximadamente 700 iterações.



Figura 6.7 – Convergência de deslocamento no nó central 22 da passarela Warren com (a) 1000 e (b) 500 iterações, otimizando 2 AMSs centralizados.

Dessa vez, por serem 2 AMSs otimizados na estrutura, a relação de massa μ foi dividida igualmente, logo, $m_1 = m_2 = 99,30$ kg. As frequências serão $f_1 = 4,00$ Hz e $f_2 = 5,94$ Hz, sintonizadas com o segundo harmônico da frequência de passo $f_s = 2,00$ Hz, e com a primeira frequência natural da passarela Warren, respectivamente.

As Figuras 6.8 e 6.9 mostram a resposta em termos de deslocamento, velocidade e aceleração para a passarela Warren com 2 AMSs otimizados.



Figura 6.8 – Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade no nó central 22 para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.



Figura 6.9 – Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de aceleração no nó central 22 para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.

A Tabela 6.5 apresenta a resposta otimizada para os nós superiores da passarela Warren.

Nó	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
140	otim.(m)	(%)	otim.(m/s)	(%)	otim.(m/s²)	(%)
16	0,000102	85,407	0,001046	95,584	0,099834	99,894
17	0,000320	85,810	0,003161	95,852	0,225881	99,898
18	0,000531	86,075	0,005042	96,065	0,273421	99,902
19	0,000715	86,291	0,006542	96,244	0,289406	99,905
20	0,000853	86,545	0,007478	96,439	0,289558	99,909
21	0,000913	87,088	0,007759	96,689	0,248237	99,914
22	0,000928	87,386	0,007725	96,828	0,203355	99,917
23	0,000912	87,259	0,007799	96,705	0,215512	99,914
24	0,000854	86,837	0,007485	96,505	0,242642	99,909
25	0,000723	86,568	0,006563	96,309	0,284107	99,904
26	0,000543	86,256	0,005081	96,118	0,273996	99,899
27	0,000329	85,947	0,003188	95,910	0,221138	99,894
28	0,000105	85,554	0,001047	95,683	0,085458	99,889

Tabela 6.5 – Redução da resposta dinâmica da passarela Warren para otimização dos parâmetros de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.

Em relação ao caso anterior com 1 AMS, a resposta de deslocamento no nó central com 2 AMSs teve uma diferença de 17,07%, o que em termos gerais significa uma diferença na redução de 2,60% em comparação a resposta sem AMS. Em termos de velocidade e aceleração a redução em relação ao caso anterior foi de 0,40% e 0,01%, respectivamente.

As Figuras 6.10 e 6.11 ilustram a resposta máxima em termos de deslocamento, velocidade e aceleração nos nós superiores da passarela Warren sem amortecedor e depois da otimização de 2 AMSs.



Figura 6.10 – Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.



Figura 6.11 – Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de aceleração nos nós superiores para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.

A Figura 6.12 mostra a resposta em termos de deslocamento, comparando os resultados com 2 AMSs otimizados e 2 AMSs não otimizados.

A Tabela 6.6 apresenta a diferença entre os casos otimizado e não otimizado, para os nós superiores.



Figura 6.12 – Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Warren no (a) nó central 22 e nos (b) nós superiores, sem e com a otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.

A otimização obteve uma redução 34,43%, 53,24% e 65,21% maior nas respostas de deslocamento, velocidade e aceleração no nó central 22, respectivamente.

Ná	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
NU	não otim. (m)	(%)	não otim. (m/s)	(%)	não otim. (m/s²)	(%)
16	0,000139	26,648	0,001467	28,713	0,100094	0,260
17	0,000443	27,764	0,004577	30,936	0,289705	22,031
18	0,000743	28,609	0,007700	34,524	0,447886	38,953
19	0,001016	29,648	0,010589	38,221	0,570203	49,245
20	0,001239	31,203	0,013242	43,526	0,638558	54,654
21	0,001386	34,123	0,015318	49,347	0,634783	60,894
22	0,001415	34,428	0,016522	53,242	0,584510	65,209
23	0,001370	33,397	0,016789	53,549	0,513183	58,005
24	0,001212	29,503	0,015697	52,319	0,471348	48,522
25	0,000983	26,471	0,013405	51,039	0,422027	32,680
26	0,000718	24,403	0,010124	49,810	0,350795	21,893
27	0,000425	22,517	0,006172	48,354	0,245223	9,822
28	0,000132	20,563	0,001971	46,880	0,089563	4,584

Tabela 6.6 – Resposta dinâmica não otimizada da passarela Warren, e redução com a otimização dos parâmetros de 2 AMSs centralizados, em relação ao caso não otimizado.

6.1.3 Warren: Análise com 3 AMSs Centralizados

A Tabela 6.7 mostra os resultados da otimização dos parâmetros de 3 AMSs para a passarela Warren em 3 simulações diferentes, com uma população de 50 indivíduos, 1000 iterações na rodada 1, 2000 na rodada 2, e 3000 na rodada 3.

Tabela 6.7 – Variáveis de projeto otimizadas para 3 AMSs centralizados e resposta dinâmica no nó 22.

Podede	Parâmetros	Desloc.	Veloc.	Acel.
Kouaua	k_1, k_2, k_3 (N/m), $c_1, c_2 \in c_3$ (Ns/m)	Máx. (m)	Máx. (m/s)	Máx. (m/s^2)
-	Sem amortecedor	0,007356	0,243563	9,305898
Não otimizado	92112,62 ; 10248,30 ; 40993,19 ; 297,96 ; 99,37 ; 198,77	0,001459	0,018515	0,647631
1	42077,14 ; 92534,85 ; 42226,22 ; 0,00 ; 27,72 ; 0,00	0,000918	0,008889	0,225652
2	42219,66 ; 92608,81 ; 42013,04 ; 0,00 ; 21,04 ; 0,00	0,000916	0,008326	0,207440
3	42040,30 ; 92942,64 ; 42127,19 ; 0,00 ; 17,69 ; 0,00	0,000914	0,007799	0,190578

As Figuras 6.13 (a) e (b) apresentam a convergência da simulação para o deslocamento no nó central 22, comparando os resultados das rodadas 1 e 3. Conforme se observa na Figura 6.13 (a), a convergência é atingida com aproximadamente 2000 iterações.



Figura 6.13 – Convergência de deslocamento no nó central 22 da passarela Warren para as rodadas (a) 1 e (b) 3, otimizando 3 AMSs centralizados.

Com 3 AMSs otimizados na estrutura a relação de massa μ , é dividida igualmente entre os 3, sendo as massas $m_1 = m_2 = m_3 = 66,20$ kg. As frequências dos amortecedores serão $f_1 = 4,01$ Hz, $f_2 = 5,96$ Hz e $f_3 = 4,01$ Hz, sintonizando f_1 e f_3 com o segundo harmônico da frequência de passo $f_s = 2,00$ Hz, e f_2 com a primeira frequência natural da passarela Warren.

As Figuras 6.14 e 6.15 mostram a resposta em termos de deslocamento, velocidade e aceleração para a passarela Warren com 3 AMSs otimizados.



Figura 6.14 – Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade no nó central 22 para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.



Figura 6.15 – Resposta dinâmica da passarela Warren em termos de aceleração no nó central 22 para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.

Comparando os resultados da otimização com os resultados da resposta dinâmica sem amortecedor, observa-se uma redução acima de 85%, 95% e 99%, para deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente, nos nós analisados. A Tabela 6.8 apresenta a resposta otimizada para os nós superiores da passarela Warren.

Nó	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
110	otim.(m)	(%)	otim.(m/s)	(%)	otim.(m/s²)	(%)
16	0,000102	85,323	0,000900	96,200	0,095179	99,908
17	0,000322	85,706	0,002776	96,357	0,209107	99,911
18	0,000534	85,999	0,004491	96,494	0,248008	99,913
19	0,000715	86,298	0,005855	96,638	0,259650	99,915
20	0,000844	86,675	0,006749	96,786	0,261436	99,918
21	0,000905	87,201	0,007242	96,910	0,230133	99,920
22	0,000914	87,575	0,007799	96,798	0,190578	99,916
23	0,000914	87,229	0,008228	96,524	0,217087	99,909
24	0,000858	86,777	0,007885	96,319	0,249711	99,904
25	0,000726	86,514	0,006886	96,128	0,248291	99,899
26	0,000546	86,166	0,005303	95,949	0,243997	99,894
27	0,000331	85,864	0,003289	95,780	0,210270	99,890
28	0,000105	85,480	0,001071	95,583	0,084666	99,886

Tabela 6.8 – Redução da resposta dinâmica da passarela Warren para otimização dos parâmetros de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.

Em relação aos dois casos anteriores, com 1 e 2 AMSs, houve um ganho de 2,79% e 0,19% na redução do deslocamento. Por outro lado, ocorreu uma perda de 0,43% e 0,03% na redução da velocidade, e de 0,011% e 0,001% na aceleração.

As Figuras 6.16 e 6.17 ilustram a resposta máxima em termos de deslocamento, velocidade e aceleração nos nós superiores da passarela Warren sem amortecedor e depois da otimização de 3 AMSs.



Figura 6.16 – Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.



Figura 6.17 – Resposta dinâmica máxima da passarela Warren em termos de aceleração nos nós superiores para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.

A Figura 6.18 mostra a resposta em termos de deslocamento, comparando os resultados com 3 AMSs otimizados e 3 AMSs não otimizados.

A Tabela 6.9 apresenta a diferença entre os casos otimizado e não otimizado, para os nós superiores.



Figura 6.18 – Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Warren no (a) nó central 22 e nos (b) nós superiores, sem e com a otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.

A otimização obteve uma redução 37,37%, 57,88% e 70,57% maior nas respostas de deslocamento, velocidade e aceleração no nó central 22, respectivamente.

Nó	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
140	não otim. (m)	(%)	não otim. (m/s)	(%)	não otim. (m/s²)	(%)
16	0,000142	28,176	0,001594	43,518	0,099045	3,904
17	0,000455	29,200	0,005126	45,844	0,292791	28,581
18	0,000766	30,305	0,008702	48,388	0,462166	46,338
19	0,001047	31,720	0,012127	51,717	0,590835	56,054
20	0,001277	33,867	0,015102	55,314	0,670476	61,007
21	0,001428	36,635	0,01734	58,237	0,681726	66,243
22	0,001459	37,374	0,018515	57,876	0,647631	70,573
23	0,001413	35,296	0,018537	55,614	0,584367	62,851
24	0,001252	31,452	0,017174	54,089	0,515247	51,536
25	0,001017	28,635	0,014554	52,688	0,448813	44,678
26	0,000741	26,315	0,010916	51,421	0,365434	33,231
27	0,000439	24,572	0,006613	50,264	0,239894	12,349
28	0,000137	22,752	0,002097	48,935	0,084002	-0,790

Tabela 6.9 – Resposta dinâmica não otimizada da passarela Warren, e redução com a otimização dos parâmetros de 3 AMSs centralizados, em relação ao caso não otimizado.

6.2 Passarela Pratt

Para as análises seguintes, considerou-se a passarela Pratt utilizada na Seção 5.2, otimizando-se as variáveis de projeto: rigidez e amortecimento dos AMSs. Os AMSs foram posicionados novamente no centro da estrutura.

6.2.1 Pratt: Análise com 1 AMS Centralizado

A Tabela 6.10 mostra os resultados da otimização dos parâmetros do AMS para a passarela Pratt. Assim como para a passarela Warren, também foram estudados 3 casos diferentes, desta vez com uma população de 100 indivíduos, e 1000, 300 e 150 iterações nas rodadas 1, 2 e 3, respectivamente.

Tabela 6.10 – Variáveis de projeto otimizadas para 1 AMS centralizado e resposta dinâmica no nó 25.

Rodada	Parâmetros k_1 (N/m) e c_1 (Ns/m)	Deslocamento Máx. (m)	Velocidade Máx. (m/s)	Aceleração Máx. (m/s²)
-	Sem amortecedor	0,012913	0,284961	7,226099
Não otimizado	208440,20; 1732,83	0,002407	0,020085	0,474833
1	256979,61; 0,00	0,001879	0,017373	0,370412
2	256979,60; 0,00	0,001879	0,017373	0,370412
3	256979,61; 0,00	0,001879	0,017373	0,370412

Pela relação de massa μ da Seção 5.4 ($\mu = 0,03$), a massa do amortecedor será $m_1 = 349,81$ kg. E sua frequência, a partir da rigidez otimizada, será $f_1 = 4,31$ Hz, sintonizada com a primeira frequência natural da passarela Pratt.

As Figuras 6.19 (a) e (b) apresentam a convergência da simulação para o deslocamento no nó central 25, nos casos com 1000 e 150 iterações. Observa-se a convergência rápida da otimização com 1 AMS, sendo suficiente o número de iterações igual a 150 para a população definida, assim como no caso da passarela Warren.



Figura 6.19 – Convergência de deslocamento no nó central 25 da passarela Pratt com (a) 1000 e (b) 150 iterações, otimizando 1 AMS centralizado.

As Figuras 6.20 e 6.21 mostram a resposta em termos de deslocamento, velocidade e aceleração para o nó central da passarela Pratt. A Tabela 6.11 apresenta a resposta otimizada para todos os nós superiores.



Figura 6.20 – Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade no nó central 25 para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.



Figura 6.21 – Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de aceleração no nó central 25 para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.

Tabela 6.11 – Redução da resposta dinâmica da passarela Pratt para otimização dos parâmetros de 1 AMS centralizado – Rodada 1.

Nó	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
NU	otim.(m)	(%)	otim.(m/s)	(%)	otim.(m/s²)	(%)
18	0,000289	84,878	0,002553	94,055	0,069258	93,781
19	0,000625	85,094	0,005590	94,042	0,142508	94,132
20	0,000950	85,192	0,008564	94,029	0,211507	94,283
21	0,001247	85,264	0,011305	94,015	0,270881	94,419
22	0,001505	85,278	0,013666	93,996	0,316545	94,567
23	0,001711	85,241	0,015523	93,972	0,348649	94,690
24	0,001842	85,268	0,016776	93,942	0,369271	94,753
25	0,001879	85,447	0,017373	93,903	0,370412	94,874
26	0,001810	85,661	0,016959	93,888	0,351211	94,998
27	0,001677	85,814	0,015857	93,868	0,325772	95,013
28	0,001472	86,025	0,014088	93,853	0,285865	95,053
29	0,001213	86,178	0,011743	93,840	0,234255	95,122
30	0,000916	86,281	0,008953	93,827	0,185383	94,923
31	0,000600	86,291	0,005879	93,811	0,124843	94,781
32	0,000277	86,189	0,002704	93,788	0,059215	94,601

Pela Tabela 6.11, percebe-se que essas reduções se situam em torno de 85% para o deslocamento, 94% para a velocidade e entre 94 e 95% para a aceleração nos nós superiores.

As Figuras 6.22 e 6.23 ilustram a resposta máxima de deslocamento, velocidade e aceleração nos nós superiores da passarela Pratt sem AMS e depois da otimização de 1 AMS.



Figura 6.22 – Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.



Figura 6.23 – Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de aceleração nos nós superiores para otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.

A Figura 6.24 e a Tabela 6.12 mostram a resposta em termos de deslocamento, comparando os resultados otimizado e não otimizado de 1 AMS. A otimização obteve uma redução 21,91%, 13,50% e 21,99% maior nas respostas de deslocamento, velocidade e aceleração no nó central 25, respectivamente, em relação ao caso não otimizado.



Figura 6.24 – Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Pratt no (a) nó central 25 e nos (b) nós superiores, sem e com a otimização de 1 AMS centralizado – Rodada 1.

Tabela 6.12 – Resposta dinâmica não otimizada da passarela Pratt, e redução com a otimização dos parâmetros de 1 AMS centralizado, em relação ao caso não otimizado.

Ná	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
INO	não otim. (m)	(%)	não otim. (m/s)	(%)	não otim. (m/s²)	(%)
18	0,000354	18,364	0,003022	15,527	0,082651	16,204
19	0,000770	18,884	0,006590	15,180	0,178743	20,272
20	0,001178	19,339	0,010050	14,782	0,272699	22,440
21	0,001556	19,815	0,013208	14,404	0,350778	22,777
22	0,001882	20,034	0,015927	14,195	0,411624	23,099
23	0,002141	20,088	0,018087	14,176	0,452133	22,888
24	0,002320	20,580	0,019511	14,016	0,471418	21,668
25	0,002407	21,913	0,020085	13,500	0,474833	21,991
26	0,002318	21,898	0,019520	13,119	0,454908	22,795
27	0,002133	21,369	0,018141	12,594	0,423390	23,056
28	0,001875	21,499	0,016040	12,174	0,375614	23,894
29	0,001547	21,630	0,013318	11,830	0,312863	25,125
30	0,001170	21,731	0,010119	11,524	0,242741	23,630
31	0,000764	21,500	0,006637	11,418	0,162629	23,234
32	0,000351	20,923	0,003058	11,563	0,075525	21,596

6.2.2 Pratt: Análise com 2 AMSs Centralizados

A Tabela 6.13 mostra os resultados da otimização dos parâmetros de 2 AMSs instalados na passarela Pratt. Foram realizadas 3 simulações diferentes, com uma população de 100 indivíduos, 1000 iterações nas rodadas 1, 2, e 500 iterações na rodada 3.

Tabela 6.13 – Variáveis de projeto otimizadas para 2 AMSs centralizados e resposta dinâmica no nó 25.

Podada	Parâmetros	Desloc.	Veloc.	Acel.
Rouada	k_1, k_2 (N/m), c_1 e c_2 (Ns/m)	Máx. (m)	Máx. (m/s)	Máx. (m/s²)
-	Sem amortecedor	0,012913	0,284961	7,226099
Não Otimizado	107323,26;26809,39;635,53;317,64	0,002587	0,024037	0,585783
1	124794,39;242054,95; 0,00;169,73	0,001742	0,019724	0,544760
2	124908,01 ; 241934,26 ; 0,00 ; 167,05	0,001742	0,019849	0,549931
3	241679,02 ; 125012,94 ; 152,90 ; 0,00	0,001742	0,019829	0,555602

As Figuras 6.25 (a) e (b) apresentam a convergência da simulação para o deslocamento no nó central 25, comparando os resultados com mais e menos iterações. Como se observa na Figura 6.25 (a), a convergência é atingida com aproximadamente 500 iterações.



Figura 6.25 – Convergência de deslocamento no nó central 25 da passarela Pratt com (a) 1000 e (b) 500 iterações, otimizando 2 AMSs centralizados.

Com os 2 AMSs na estrutura, a relação de massa μ será $\mu_1 = \mu_2 = 0,0150$, e as massas dos amortecedores serão $m_1 = m_2 = 174,90$ kg. Suas frequências serão $f_1 = 4,25$ Hz e $f_2 = 5,92$ Hz, sintonizadas com a primeira frequência natural da passarela Pratt e a segunda harmônica da frequência de passo, respectivamente. As Figuras 6.26 e 6.27 mostram a resposta otimizada em termos de deslocamento, velocidade e aceleração para o nó central da passarela.



Figura 6.26 – Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade no nó central 25 para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.



Figura 6.27 – Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de aceleração no nó central 25 para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.

Comparando os resultados da otimização com os resultados da resposta dinâmica sem amortecedor, observa-se uma redução significativa nos valores de deslocamento, velocidade e aceleração. A Tabela 6.14 apresenta a resposta otimizada para os nós superiores da passarela Pratt.

Nó	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
	otim.(m)	(%)	otim.(m/s)	(%)	otim.(m/s²)	(%)
18	0,000274	85,676	0,003195	92,559	0,090045	91,914
19	0,000589	85,955	0,006922	92,622	0,192348	92,080
20	0,000890	86,128	0,010493	92,684	0,289257	92,182
21	0,001161	86,287	0,013689	92,752	0,376852	92,236
22	0,001406	86,246	0,016332	92,825	0,452673	92,230
23	0,001601	86,190	0,018281	92,900	0,507034	92,277
24	0,001714	86,295	0,019442	92,979	0,538502	92,349
25	0,001742	86,513	0,019724	93,078	0,544760	92,461
26	0,001694	86,579	0,018937	93,175	0,520995	92,579
27	0,001585	86,589	0,017499	93,233	0,486418	92,553
28	0,001393	86,774	0,015380	93,289	0,434977	92,473
29	0,001158	86,805	0,012729	93,323	0,367314	92,352
30	0,000883	86,773	0,009651	93,345	0,284947	92,196
31	0,000582	86,697	0,006303	93,366	0,190703	92,028
32	0,000271	86,503	0,002876	93,392	0,089431	91,845

Tabela 6.14 – Redução da resposta dinâmica da passarela Pratt para otimização dos parâmetros de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.

Em relação ao caso com 1 AMS, a resposta de deslocamento no nó central com 2 AMSs reduziu cerca de 0,71%. Em termos de velocidade e aceleração, pelo contrário, as respostas tiveram um aumento de 0,83% e 2,54%, respectivamente.

Os resultados demostram uma redução significativa na resposta dinâmica, apesar de isso não representar grande diferença em relação ao caso com apenas 1 AMS.

As Figuras 6.28 e 6.29 ilustram a resposta máxima em termos de deslocamento, velocidade e aceleração nos nós superiores da passarela Pratt antes e depois da otimização de 2 AMSs.



Figura 6.28 – Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.



Figura 6.29 – Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de aceleração nos nós superiores para otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.

A Figura 6.30 e a Tabela 6.15 mostram a resposta em termos de deslocamento, comparando os resultados otimizado e não otimizado de 2 AMSs. A otimização obteve uma redução 32,69%, 17,94% e 7,00% maior nas respostas de deslocamento, velocidade e aceleração no nó central 25, respectivamente, em relação ao caso não otimizado.



Figura 6.30 – Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Pratt no (a) nó central 25 e nos (b) nós superiores, sem e com a otimização de 2 AMSs centralizados – Rodada 1.

Tabela 6.15 – Resposta dinâmica não otimizada da passarela Pratt, e redução com a otimização dos parâmetros de 2 AMSs centralizados, em relação ao caso não otimizado.

Ná	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
INO	não otim. (m)	(%)	não otim. (m/s)	(%)	não otim. (m/s²)	(%)
18	0,000381	28,122	0,003544	9,861	0,097924	8,047
19	0,000830	29,072	0,007752	10,698	0,214517	10,334
20	0,001269	29,881	0,011881	11,681	0,326909	11,518
21	0,001676	30,754	0,015695	12,779	0,423215	10,955
22	0,002028	30,664	0,018978	13,943	0,499423	9,361
23	0,002303	30,476	0,021544	15,144	0,552038	8,152
24	0,002493	31,247	0,023240	16,343	0,579801	7,123
25	0,002587	32,686	0,024037	17,942	0,585783	7,003
26	0,002494	32,062	0,023437	19,201	0,562770	7,423
27	0,002292	30,816	0,021830	19,839	0,519052	6,287
28	0,002009	30,665	0,019330	20,431	0,460097	5,460
29	0,001658	30,179	0,016081	20,842	0,383565	4,237
30	0,001255	29,607	0,012254	21,237	0,297006	4,060
31	0,000820	28,965	0,008049	21,695	0,197703	3,540
32	0,000376	27,965	0,003703	22,337	0,091545	2,309

6.2.3 Pratt: Análise com 3 AMSs Centralizados

A Tabela 6.16 mostra os resultados da otimização dos parâmetros de 3 AMSs para a passarela Pratt. Foram realizadas 3 simulações diferentes, com uma população de 100 indivíduos, 1000 iterações nas rodadas 1, 2, e 3000 iterações na rodada 3.

Tabela 6.16 – Variáveis de projeto otimizadas para 3 AMSs centralizados e resposta dinâmica no nó 25.

Rodada	Parâmetros	Desloc.	Veloc.	Acel.
	k_1, k_2, k_3 (N/m), c_1, c_2 e c_3 (Ns/m)	Máx. (m)	Máx. (m/s)	Máx. (m/s²)
-	Sem amortecedor	0,012913	0,284961	7,226099
Não Otimizado 1	72258,99 ; 18050,33 ; 72201,31 ; 350,24 ; 175,05 ; 350,10	0,002378	0,018933	0,450898
	77424,68 ; 17717,69 ; 165409,74 ; 0,00 ; 0,00 ; 81,08	0,001660	0,013623	0,361080
2	77975,04 ; 17754,00 ; 163669,84 ; 0,00 ; 0,00 ; 90,04	0,001655	0,015980	0,443096
3	78028,04 ; 17721,15 ; 163760,96 ; 0,00 ; 0,00 ; 90,95	0,001655	0,016099	0,442200

As Figuras 6.31 (a) e (b) apresentam a convergência da simulação para o deslocamento no nó central 25, nas rodadas 1 e 3. Conforme a Figura 6.26 (b), a convergência é atingida aproximadamente a partir de 1500 iterações.



Figura 6.31 – Convergência de deslocamento no nó central 25 da passarela Pratt para as rodadas (a) 1 e (b) 3, otimizando 3 AMSs centralizados.

Com os 3 AMSs na estrutura, a relação de massa μ será $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0,010$, e as massas dos amortecedores serão $m_1 = m_2 = m_3 = 116,60$ kg. Suas frequências serão $f_1 = 4,12$ Hz, $f_2 = 1,96$ Hz e $f_3 = 5,96$ Hz, sintonizadas com a primeira frequência natural da passarela Pratt, com a frequência de passo e seu terceiro harmônico.

As Figuras 6.32 e 6.33 mostram a resposta em termos de deslocamento, velocidade e aceleração para a passarela Pratt com 3 AMSs otimizados.



Figura 6.32 – Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade no nó central 25 para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.



Figura 6.33 – Resposta dinâmica da passarela Pratt em termos de aceleração no nó central 25 para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.

Novamente, houve uma redução significativa na resposta em comparação aos resultados sem amortecedor. A Tabela 6.17 apresenta a resposta otimizada para os nós superiores da passarela Pratt.

Nó	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
	otim.(m)	(%)	otim.(m/s)	(%)	otim.(m/s²)	(%)
18	0,000267	86,022	0,002577	93,997	0,074069	93,349
19	0,000571	86,365	0,005595	94,036	0,157617	93,510
20	0,000863	86,552	0,008499	94,074	0,234747	93,655
21	0,001122	86,747	0,011110	94,118	0,309213	93,630
22	0,001351	86,786	0,013279	94,166	0,370385	93,642
23	0,001530	86,803	0,014887	94,219	0,414261	93,690
24	0,001644	86,856	0,015860	94,272	0,438684	93,767
25	0,001655	87,182	0,016099	94,350	0,442200	93,881
26	0,001596	87,360	0,015521	94,406	0,422630	93,980
27	0,001493	87,375	0,014365	94,445	0,393046	93,983
28	0,001323	87,443	0,012647	94,482	0,349148	93,958
29	0,001104	87,417	0,010457	94,515	0,293519	93,888
30	0,000843	87,367	0,007915	94,543	0,227686	93,764
31	0,000560	87,207	0,005160	94,569	0,152268	93,635
32	0,000263	86,916	0,002350	94,602	0,071340	93,495

Tabela 6.17 – Redução da resposta dinâmica da passarela Pratt para otimização dos parâmetros de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.

A diferença na resposta em relação aos casos anteriores com 1 e 2 AMSs foi de 1,74% e 0,99% para o deslocamento, 0,447% e 1,27% para a velocidade e, 0,99% e 1,42% para a aceleração.

As Figuras 6.34 e 6.35 ilustram a resposta máxima em termos de deslocamento, velocidade e aceleração nos nós superiores da passarela Pratt sem amortecedor e depois da otimização de 3 AMSs.


Figura 6.34 – Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de (a) deslocamento e (b) velocidade nos nós superiores para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.



Figura 6.35 – Resposta dinâmica máxima da passarela Pratt em termos de aceleração nos nós superiores para otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.

A Figura 6.36 mostra a resposta em termos de deslocamento, comparando os resultados com 3 AMSs otimizados e 3 AMSs não otimizados.

A Tabela 6.18 apresenta a diferença entre os casos otimizado e não otimizado, para os nós superiores. As reduções do caso otimizado foram 30,19%, 28,04% e 19,92% maiores para deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente, em relação ao caso não otimizado.



Figura 6.36 – Resposta dinâmica de deslocamento da passarela Pratt no (a) nó central 25 e nos (b) nós superiores, sem e com a otimização de 3 AMSs centralizados – Rodada 3.

Tabela 6.18 – Resposta dinâmica não otimizada da passarela Pratt, e redução com a otimização dos parâmetros de 3 AMSs centralizados, em relação ao caso não otimizado.

Ná	Deslocamento	Redução	Velocidade	Redução	Aceleração	Redução
INU	não otim. (m)	(%)	não otim. (m/s)	(%)	não otim. (m/s²)	(%)
18	0,000350	24,298	0,002844	20,536	0,078657	24,586
19	0,000761	25,637	0,006204	21,389	0,171112	25,925
20	0,001165	26,387	0,009467	21,959	0,259207	27,429
21	0,001538	27,006	0,012451	22,614	0,333991	25,448
22	0,001861	27,273	0,015022	23,585	0,391789	23,546
23	0,002117	27,255	0,017020	24,729	0,430102	21,803
24	0,002291	27,709	0,018364	26,073	0,448418	20,276
25	0,002378	30,192	0,018933	28,044	0,450898	19,920
26	0,002288	30,058	0,018379	28,349	0,430880	19,667
27	0,002104	28,347	0,017083	28,756	0,400339	19,648
28	0,001849	27,339	0,015104	29,176	0,354886	19,499
29	0,001526	26,518	0,012541	29,251	0,297617	19,189
30	0,001154	25,697	0,009558	29,495	0,230718	18,833
31	0,000753	24,335	0,006283	29,811	0,154190	18,351
32	0,000346	22,853	0,002894	30,198	0,071581	17,148

6.3 Considerações sobre os Resultados

A fim de comparar os resultados otimizados em termos de convergência, recorreu-se ao cálculo do desvio padrão dos mesmos. Os valores obtidos, mostrados na Tabela 6.19, referem-se aos desvios calculados nos nós centrais para cada situação proposta nas seções anteriores.

	Passarela Warren			Passarela Pratt			
N° de	$\sigma_{\scriptscriptstyle Deslocamento}$	$\sigma_{_{Velocidade}}$	$\sigma_{_{Acelera argca cao}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle Deslocamento}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle Velocidade}$	$\sigma_{_{Acelera arghta cao}}$	
AMSs	(m)	(m/s)	(m/s²)	(m)	(m/s)	(m/s²)	
1 AMS	5,001e-10	3,106e-08	3,428e-07	6,756e-12	5,253e-10	8,723e-09	
2 AMSs	2,866e-07	4,047e-05	1,742e-05	3,014e-07	5,480e-04	4,428e-02	
3 AMSs	1,701e-06	4,448e-04	1,432e-02	2,361e-06	1,140e-03	3,845e-02	

Tabela 6.19 – Análise estatística por desvio padrão.

Os resultados mostram um comportamento similar para as duas passarelas, ou seja, conforme o número de AMSs aumenta, cresce também a variação dos resultados. O aumento do desvio padrão representa maior dispersão dos resultados em torno da média, logo, entendese que o aumento no número de AMSs demanda mais iterações e consequentemente maior tempo computacional para que uma melhor convergência seja atingida.

Conforme se observa nas seções anteriores, a resposta em termos de deslocamento segue o mesmo padrão, ou seja, diminui quando se aumenta o número de AMSs. Por outro lado, o mesmo não ocorre com a velocidade e a aceleração. Enquanto que no caso da passarela Pratt as respostas de velocidade e aceleração reduzem em comparação às otimizações com 1 e 2 AMSs, para a passarela Warren acontece o contrário. Porém este aumento é pequeno e vale lembrar que a função objetivo é a minimização do deslocamento máximo no nó central e não a velocidade ou a aceleração.

Assim, para todos os casos analisados, percebe-se que os resultados se mostraram satisfatórios, visto que atenderam as especificações de conforto apresentadas na Tabela 2.5 (próximo de 0,50 m/s²), se mantendo abaixo do limite estabelecido pela norma Eurocode EN1990, 2002, de 0,7 m/s² para vibrações verticais em estruturas desse tipo.

7 CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES

7.1 Conclusões

Neste trabalho propôs-se um método para a otimização de parâmetros de dispositivos de dissipação de energia, especificamente de amortecedores de massa sintonizados, com o objetivo de minimizar a resposta dinâmica de passarelas, garantindo segurança e conforto aos usuários. Para isso, utilizou-se o algoritmo de otimização *Backtracking Search Optimization Algorithm* (BSA), que se caracteriza por ser uma ferramenta de estrutura simples e de fácil adaptação a problemas complexos de otimização, inclusive quando se trata de problemas multimodais.

Em um primeiro momento, realizou-se a verificação/validação dos algoritmos desenvolvidos. Por meio da comparação de resultados com a literatura e/ou com *softwares* comerciais verificaram-se os algoritmos elaborados de geração de sinal de força de excitação, de análise modal e de análise dinâmica. No caso do algoritmo de otimização utilizado, os resultados foram conferidos com a aplicação dos parâmetros otimizados dos AMSs em algoritmo externo, também desenvolvido em *Matlab*. Como citado anteriormente, isso se deve ao fato de não haver estudos semelhantes que possam ser utilizados para comparação. Ou seja, não se encontrou na literatura outros autores que tivessem otimizado parâmetros de AMSs para as passarelas estudadas.

Com isso, após a validação/verificação dos algoritmos elaborados e a fim de ilustrar a metodologia de otimização proposta, simulou-se a aplicação de AMSs em dois modelos de passarelas, uma de 39,0 m e outra de 48,0 m, submetidas a cargas dinâmicas geradas por pedestres. Considerou-se a instalação de 1, 2 ou 3 AMSs nos nós centrais das passarelas, onde ocorrem os maiores deslocamentos, e realizou-se a otimização dos parâmetros de rigidez e de constante de amortecimento de cada AMS, enquanto a massa total destes AMSs permaneceu fixa em 3% da massa de cada estrutura. Definiu-se a minimização do deslocamento máximo no nó central das passarelas como função objetivo, entretanto, vale ressaltar que o método proposto é flexível, sendo possível definir outras funções objetivo, como por exemplo a minimização da aceleração.

Os resultados se mostraram excelentes, à medida que melhoraram consideravelmente a resposta dinâmica das passarelas. Em todas as simulações realizadas, para todos os casos das

duas passarelas, a redução se manteve acima de 80% para o deslocamento, e acima de 90% para a velocidade e aceleração nos nós centrais.

Em comparação ao dimensionamento sem otimização, os casos otimizados tiveram reduções maiores, com diferenças acima de 15%, 40% e 50% para as respostas no nó central da passarela Warren, e diferenças acima de 20%, 10% e 5% para as respostas no nó central da passarela Pratt, em termos de deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente.

Com relação às frequências dos AMSs, observou-se que para 1 AMS a frequência do mesmo sintonizou com a primeira frequência natural de ambas as passarelas. Para 2 AMSs, uma das frequências sintonizou-se com a primeira frequência natural da passarela, enquanto a outra sintonizou-se com um harmônico da frequência de passo, novamente para ambas as passarelas. Para 3 AMSs, para a passarela Warren, um dos AMSs sintonizou-se com a frequência do primeiro modo, enquanto os outros 2 amortecedores sintonizaram com o mesmo harmônico da frequência de passo. Já para a passarela Pratt, um dos AMSs sintonizou-se com a frequência do primeiro modo, enquanto os outros 2 amortecedores sintonizaram com o mesmo harmônico da frequência de passo. Já para a passarela Pratt, um dos AMSs sintonizou-se com a frequência do primeiro modo, enquanto os outros 2 amortecedores sintonizaram com o

O fato de 2 AMSs terem sintonizado com a mesma frequência, como ocorreu no caso da passarela Warren quando considerou-se a instalação de 3 AMSs, pode ser um indicativo de que, neste caso, 2 AMSs ou até mesmo 1, são suficientes para atingir os objetivos de redução de vibração, visto que não houve melhora tão significativa do primeiro (com 1 AMS) para o terceiro (com 3 AMSs) caso estudado.

Este fato, entretanto, não desabona o uso de múltiplos AMSs, visto que seu uso possibilita a redução da massa individual dos AMSs, facilitando a instalação, além do controle de mais modos de vibração da estrutura. Além disso, em uma estrutura que dependa de dispositivos de controle de vibração para controlar sua resposta dinâmica e assim garantir a segurança dos usuários, a instalação de MAMS assegura que mesmo que algum dos amortecedores falhe, os demais manterão a estrutura com certa estabilidade até que o problema seja detectado e o dispositivo com defeito seja substituído.

Quanto à convergência o método mostrou-se satisfatório, visto que com uma quantidade razoável de iterações ele já foi capaz de convergir. Observou-se que nas 3 simulações de cada caso a mudança no número de iterações não resultou em melhoria significativa nos resultados. Salienta-se, entretanto, que isso varia para cada caso, já que o número de variáveis de projeto, assim como a escolha do tamanho adequado da população e número de iterações, podem ocasionar rapidez ou lentidão na convergência, e consequentemente mudança no tempo computacional. Em casos de subdimensionamento da população, por exemplo, pode ocorrer uma falsa convergência com pouco tempo computacional, visto que o espaço de busca é reduzido. Portanto, uma boa otimização depende também de uma escolha adequada dos parâmetros do processo.

Com base nos resultados apresentados, pode-se concluir que a metodologia proposta atingiu com sucesso o objetivo de reduzir a resposta dinâmica das passarelas, otimizando os parâmetros de AMS e MAMS, sendo relevante para pesquisas posteriores na área de otimização e podendo ser empregada por projetistas que desejem reduzir a resposta dinâmica de estruturas através do uso de AMS e MAMS.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Destacam-se os seguintes pontos como possíveis temas para estudos futuros:

- Estudar problemas com variáveis mistas, otimizando simultaneamente os parâmetros do AMS (variáveis contínuas) e sua posição ao longo da estrutura (variável discreta).
- Otimizar as massas dos AMSs como variáveis de projeto, mantendo a proporção entre elas, limitadas ao percentual de massa total da estrutura, a fim de verificar os efeitos na resposta dinâmica.
- Considerar outras funções objetivo como: minimização de tensões nos elementos; redução de massa dos AMSs; maximização de frequências da estrutura, distanciandoas da frequência de passo; entre outros.
- Implementar outros tipos de elementos finitos, como o de pórtico, avaliando novos efeitos da carga dinâmica sobre a resposta da estrutura.
- Realizar as otimizações por meio de outros métodos de otimização a fim de obter um comparativo de performance.
- Expandir a análise para estruturas tridimensionais, inserindo outros tipos de carregamentos à análise, como por exemplo, a parcela lateral e a longitudinal referentes ao carregamento do pedestre, além de cargas de vento, sismos, etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ahmed, M. S., Mohamed, A., Khatib, T., Shareef, H., Homod, R. Z., e Ali, J. A. Real time optimal schedule controller for home energy management system using new binary backtracking search algorithm. **Energy and Buildings**, vol. 138, p. 215-227, 2017.

Akhtar, M., Hannan, M. A., Begum, R. A., Basri, H., e Scavino, E. Backtracking search algorithm in CVRP models for efficient solid waste collection and route optimization. **Waste Management**, vol. 61, p. 117-128, 2017.

Ali, J. A., Hannan, M. A., Mohamed, A., e Abdolrasol, M. G. M. Fuzzy logic speed controller optimization approach for induction motor drive using backtracking search algorithm. **Measurement**, vol. 78, p. 49-62, 2016.

An, L., Li, D., Yu, P., e Yuan, P. Numerical analysis of dynamic response of vehiclebridge coupled system on long-span continuous girder bridge. **Theoretical and Applied Mechanics Letters**, vol. 6(4), p. 186-194, 2016.

Ao, H., Thoi, T. N., Huu, V. H., Anh-Le, L., Nguyen, T., e Chau, M. Q. Backtracking Search Optimization Algorithm and its Application to Roller Bearing Fault Diagnosis. **The International Journal of Acoustics and Vibration**, vol. 21(4), p. 445-452, 2016.

Assis, A. R. M. G. Adaptação do algoritmo backtracking search optimization para o tratamento de problemas com restrições. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

Atasever, U. H., Civicioglu, P., Besdok, E., e Ozkan, C. A New Unsupervised Change Detection Approach Based On DWT Image Fusion And Backtracking Search Optimization Algorithm For Optical Remote Sensing Data, **Int. Arch. Photogramm. Remote Sens. Spatial Inf. Sci.**, vol. 40(7), p. 15-18, 2014. Avila, S. M., e Gonçalves, P. B. Optimal configurations of composite multiple mass dampers in tall buildings. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, vol. 31(1), p. 75-82, 2009.

Ayan, K., e Kılıç, U. Optimal power flow of two-terminal HVDC systems using backtracking search algorithm. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 78, p. 326-335, 2016.

Baz, A. M. Active and passive vibration damping. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2019, p. 4, 7, 8.

Bachmann, H., e Ammann, W. Vibrations in structures induced by man and machines. IABSE Structural Engineering Document 3E, International Association for Bridges and Structural Engineering, 1987, p. 9-43.

Bachmann, H., e Natke, H. G. **Tuned vibrations absorbers**. In: Vibrations problems in structures: practical guidelines. Basel: Birkhäuser Basel, 1995, p. 171.

Bachmann, H., Pretlove, A. J., e Rainer, H. **Dynamic forces from rhythmical human body motions**. In: Vibrations problems in structures: practical guidelines. Basel: Birkhäuser Basel, 1995, p. 190.

Bisegna, P., e Caruso, G. Closed-form formulas for the optimal pole-based design of tuned mass dampers. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 331(10), p. 2291-2314, 2012.

Bonelli, A., Bonora, M., Bursi, O., Santini, S., Vulcan, L., e Zasso, A. Dynamic analysis and vibration control of the twin deck curved suspension foot/cycle bridge "Ponte del Mare". In: **Proceedings of the Footbridge 2008 Conference**, Porto: FEUP, 2008.

Brownjohn J., Fok P., Roche, M., e Omenzetter, P. Long span steel pedestrian bridge at Singapore Changi Airport - Part 2: Crowd loading tests and vibration mitigation measures. **Structural Engineer**, vol. 82(16), p. 28-34. 2004.

Caetano E., Cunha A., Moutinho C., e Magalhães F. Studies for controlling humaninduced vibration of the Pedro e Inês footbridge, Portugal. Part 2: implementation of tuned mass dampers. **Engineering Structures**, vol. 32, p. 1082-1091, 2010.

Chaib, A. E., Bouchekara, H. R. E. H., Mehasni, R., e Abido, M. A. Optimal power flow with emission and non-smooth cost functions using backtracking search optimization algorithm. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, vol. 81, p. 64-77, 2016.

Chaves, S. N. P. H. Atenuação da resposta sísmica de estruturas de edifícios utilizando amortecedores viscosos. Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto, Porto, 2010, p. 3.

Chen, D., Zou, F., Lu, R., e Li, S. Backtracking Search Optimization Algorithm Based on Knowledge Learning. **Information Sciences**, vol. 473, p. 202-226, 2019.

Chen, W.-F., e Duan, L. Bridge engineering handbook. Boca Raton: CRC Press, 2014, p. 553.

Cheng, F. Matrix analysis of structural dynamics: applications and earthquake engineering. New York: Marcel Dekker, 2001, p. 329-331.

Chopra, A. Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall, 2012, p. 457.

Civicioglu, P. Backtracking Search Optimization Algorithm for numerical optimization problems. **Applied Mathematics and Computation**, vol. 219(15), p. 8121-8144, 2013, p. 1-24.

Connor, J. **Introduction to structural motion control**. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall Pearson Education, 2003, p. 167, 169, 170.

Cook, R., Malkus, D., e Plesha, M. Concepts and applications of finite element analysis. New York, NY: Wiley, 1989, p. 371.

Davis, M., Logemann, G., e Loveland, D. A machine program for theorem-proving. **Communications of the ACM**, vol. 5(7), p. 394-397, 1962.

Debnath, N., Deb, S., e Dutta, A. Multi-modal vibration control of truss bridges with tuned mass dampers under general loading. **Journal of Vibration and Control**, vol. 22(20), p. 4121-4140, 2016, p. 1.

De Miranda, M., De Palma, A., e Zanchettin, A. "Ponte Del Mare": Conceptual Design and Realization of a Long Span Cable-Stayed Footbridge in Pescara, Italy. **Structural Engineering International**, vol. 20(1), p. 21-25, 2010.

El-Fergany, A. Optimal allocation of multi-type distributed generators using backtracking search optimization algorithm. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, vol. 64, p. 1197-1205, 2015.

Eskandari, M., e Toygar, Ö. Selection of optimized features and weights on face-iris fusion using distance images. **Computer Vision and Image Understanding**, vol. 137, p. 63-75, 2015.

Eurocode, **Basis of Structural Design. EN1990: 2002**. European Committee for Standardization, Brussels, Belgium. 2002, p. 78.

Fadel Miguel, L. F., Lopez, R. H., Miguel, L. F. F., e Torii, A. J. A novel approach to the optimum design of MTMDs under seismic excitations. **Structural Control and Health Monitoring**, vol. 23(11), p. 1290-1313, 2016.

Farshi, B., e Assadi, A. Development of a chaotic nonlinear tuned mass damper for optimal vibration response. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, vol. 16(11), p. 4514-4523, 2011.

Fédération Internationale du Béton. **Guidelines for the design of footbridges: Guide to good practice**. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete, 2005, p. 41.

Fish, J., e Belytschko, T. A first course in finite elements. Chichester, England Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2007, p. 28, 29.

Frahm, H. Device for damping vibrations of bodies. U.S. Patent 989958A. 1911.

Fujino, Y., e Abé, M. Design formulas for tuned mass dampers based on a perturbation technique. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, vol. 22(10), p. 833-854, 1993.

Gandomi, A. H. **Metaheuristic Applications in Structures and Infrastructures**. Burlington: Elsevier Science, 2013, p. 25, 26.

Golomb, S. W., e Baumert, L. D. Backtrack Programming. Journal of the ACM, vol. 12(4), p. 516-524, 1965.

Gonçalves, M. S., Lopez, R. H., e Miguel, L. F. F. Search group algorithm: A new metaheuristic method for the optimization of truss structures. **Computers & Structures**, vol. 153, p. 165-184, 2015.

Guney, K., Durmus, A., e Basbug, S. Backtracking Search Optimization Algorithm for Synthesis of Concentric Circular Antenna Arrays. **International Journal of Antennas and Propagation**, vol. 2014, p. 1-11, 2014.

Haddad, O., Solgi, M., e Loaiciga, H. Meta-heuristic and evolutionary algorithms for engineering optimization. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2017, p. 1-7.

Hadi, M. N. S., e Arfiadi, Y. Optimum Design of Absorber for MDOF Structures. **Journal of Structural Engineering**, vol. 124(11), p. 1272-1280, 1998.

Haftka, R., e Gürdal, Z. **Elements of structural optimization**. Dordrecht Boston: Kluwer Academic Publishers, 1992, p. 3.

Halpern, A. B., e Adriaenssens, S. In-plane optimization of truss arch footbridges using stability and serviceability objective functions. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, vol. 51(4), p. 971-985, 2014.

Hannan, M. A., Ali, J. A., Mohamed, A., e Uddin, M. N. A Random Forest Regression Based Space Vector PWM Inverter Controller for the Induction Motor Drive. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, vol. 64(4), p. 2689-2699, 2017.

Heinemeyer, C., e Feldmann, M. European design guide for footbridge vibration. In: Proceedings of the Footbridge 2008 Conference, Porto: FEUP, 2008, p. 4.

Hoang, N., Fujino, Y., e Warnitchai, P. Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas. **Engineering Structures**, vol. 30(3), p. 707-715, 2008.

Housner, G. W., Bergman, L. A., Caughey, T. K., Chassiakos, A. G., Claus, R. O., Masri, S. F., ..., e Yao, J. T. P. Structural Control: Past, Present, and Future. Journal of Engineering Mechanics, vol. 123(9), p. 897-971, 1997.

Iemura, H. Principles of TMD and TLD – Basic Principles and Design Procedure. In: Soong T.T., Costantinou M.C. (eds) Passive and Active Structural Vibration Control in Civil Engineering. CISM International Centre for Mechanical Sciences (Courses and Lectures), vol 345. Springer, Vienna, 1994, p. 242.

Islam, B., e Ahsan, R. Optimization of Tuned Mass Damper Parameters Using Evolutionary Operation Algorithm. In: **Proceedings of the 15th world conference on earthquake engineering** (pp. 0-0). Lisboa, Portugal: Sociedade Portuguesa de Engenharia Sísmica (SPES), 2012.

Islam, B. Optimization of Multiple Tuned Mass Damper Parameters Using Evolutionary Operation Algorithm Considering Soil-Structure Interaction. Master Thesis, Bangladesh University Of Engineering And Technology, Bangladesh, 2013, p. 26.

Javanmardi, A., Ibrahim, Z., Ghaedi, K., Khan, N. B., e Ghadim, H. B. Seismic isolation retrofitting solution for an existing steel cable-stayed bridge. **PLOS ONE**, vol. 13(7), e0200482, 2018.

Kela, L., e Vähäoja, P. Recent Studies of Adaptive Tuned Vibration Absorbers/Neutralizers. **Applied Mechanics Reviews**, vol. 62(6), e060801, 2009.

Khan, W. A., Hamadneh, N. N., Tilahun, S. L., e Ngnotchouye, J. M. T. A Review and Comparative Study of Firefly Algorithm and its Modified Versions. In: **Optimization Algorithms - Methods and Applications**. Ozgur Baskan, IntechOpen, 2016.

Krenk, S. Frequency Analysis of the Tuned Mass Damper. Journal of Applied Mechanics, vol. 72(6), p. 936-942, 2005.

Krenk, S., e Høgsberg, J. B. Tuned mass dampers on damped structures. In: **7th European Conference on Structural Dynamics**, 2008.

Krysinski, T., e Malburet, F. Mechanical vibrations: active and passive control. London Newport Beach, CA: ISTE, 2007, p. 174.

Kwon, H.-C., Kim, M.-C., e Lee, I.-W. Vibration control of bridges under moving loads. **Computers & Structures**, vol. 66(4), p. 473-480, 1998.

Kwon, Y., e Bang, H. **The finite element method using MATLAB**. Boca Raton, FL: CRC Press, 2000, p. 202-204.

Lebet, J.-P., e Hirt, M. Steel bridges: conceptual and structural design of steel and steel-concrete composite bridges. Lausanne, Switzerland Boca Raton, FL: EPFL Press Distributed by CRC Press, 2013, p. 453, 454.

Lee, C.-L., Chen, Y.-T., Chung, L.-L., e Wang, Y.-P. Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. **Engineering Structures**, vol. 28(1), p. 43-53, 2006.

Li, Q., Fan, J., Nie, J., Li, Q., e Chen, Y. Crowd-induced random vibration of footbridge and vibration control using multiple tuned mass dampers. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 329(19), p. 4068-4092, 2010.

Li, X. X., Tan, P., Liu, L. K., Zhang, Y., Yan, W. M., e Zhou, F. L. Parametric optimization and aseismic performance of a TMD system based on power method. **Journal of Vibration and Shock**, vol. 33(17), p. 6-11, 2014.

Li, Z., Li, D., Lu, Y., e Tang, C. Analysis on vibration control of a large-span pedestrian suspension bridge based on a multiple tuned mass damper system. **Noise & Vibration Worldwide**, vol. 50(2), p. 56-63, 2019.

Lievens, K., Lombaert, G., De Roeck, G., e Van den Broeck, P. Robust design of a TMD for the vibration serviceability of a footbridge. **Engineering Structures**, vol. 123, p. 408-418, 2016.

Lievens, K., Lombaert, G., Van Nimmen, K., De Roeck, G., e Van den Broeck, P. Robust vibration serviceability assessment of footbridges subjected to pedestrian excitation: strategy and applications. **Engineering Structures**, vol. 171, p. 236-246, 2018.

Lindfield, G. R., e Penny, J. Numerical methods using MATLAB. Amsterdam: Academic Press, 2019, p. 265.

Liu, J., Li, D., e Yu, P. Study on optimization algorithm of tuned mass damper parameters to reduce vehicle-bridge coupled vibration. **PLOS ONE**, vol. 14(4), e0215773, 2019.

Lobato, F., e Steffen, V. Multi-objective optimization problems: concepts and selfadaptive parameters with mathematical and engineering applications. Cham: Springer, 2017, p. 11.

Lu, C., Gao, L., Li, X., e Chen, P. Energy-efficient multi-pass turning operation using multi-objective backtracking search algorithm. **Journal of Cleaner Production**, vol. 137, p. 1516-1531, 2016.

Madasu, S. D., Kumar, M. L. S. S., e Singh, A. K. Comparable investigation of backtracking search algorithm in automatic generation control for two area reheat interconnected thermal power system. **Applied Soft Computing**, vol. 55, p. 197-210, 2017.

Marano, G. C., Greco, R., e Sgobba, S. A comparison between different robust optimum design approaches: Application to tuned mass dampers. **Probabilistic Engineering Mechanics**, vol. 25(1), p. 108-118, 2010.

Maraveas, C., Fasoulakis, Z. C., e Tsavdaridis, K. D. A Review of Human Induced Vibrations on Footbridges. American Journal of Engineering and Applied Sciences, vol. 8(4), p. 422-433, 2015, p. 8.

Meinhardt, C., Dressen, O., e Dalmer, F. Increase of the structural damping due to the application of tuned mass dampers TMD subject to the footbridge construction, In: **Proceedings of the Footbridge 2008 Conference**, Porto: FEUP, 2008a, p. 7.

Meinhardt, C. Application of tuned mass dampers for bridges decks, In: **Proceedings** of the Footbridge 2008 Conference, Porto: FEUP, 2008b.

Miguel, L. F. F., Fadel Miguel, L. F., e Lopez, R. H. A firefly algorithm for the design of force and placement of friction dampers for control of man-induced vibrations in footbridges. **Optimization and Engineering**, vol. 16(3), p. 633-661, 2015a.

Miguel, L. F. F., Miguel, L. F. F., e Lopez, R. H. Simultaneous optimization of force and placement of friction dampers under seismic loading. **Engineering Optimization**, vol. 48(4), p. 582-602, 2015b, p. 2, 7.

Miguel, L. F. F., Lopez, R. H., Torii, A. J., Miguel, L. F. F., e Beck, A. T. Robust design optimization of TMDs in vehicle–bridge coupled vibration problems. **Engineering Structures**, vol. 126, p. 703-711, 2016a.

Miguel L. F. F., Lopez R. H., Miguel L. F. F., e Torii A. J. A novel approach to the optimum design of MTMDs under seismic excitations. **Structural Control & Health Monitoring**, vol. 23(11), p. 1290-1313, 2016b.

Miguel, L. F. F., Miguel, L. F. F., e Lopez, R. H. Failure probability minimization of buildings through passive friction dampers. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, vol. 25(17), p. 869-885, 2016c.

Modiri-Delshad, M., e Rahim, N. A. Multi-objective backtracking search algorithm for economic emission dispatch problem. **Applied Soft Computing**, vol. 40, p. 479-494, 2016.

Montens, S. Gusty wind action on balanced cantilever bridges. In: International Conference on New Technologies in Structural Engineering, Baptista, A.M. (ets.), Lisboa, Portugal. 1997.

Morbin, R., Faleschini, F., Zanini, M. A., Caldon, M., Marchesini, F. P., Maiorana, E., e Pellegrino, C. Improvement of the Dynamic Behaviour of the Varesine-Garibaldi Footbridge in Milan, Italy by using Tuned Mass Dampers. In: **Proceedings of the Twelfth International Conference on Computational Structures Technology**, 2014. Muralidharan, R., Athinarayanan, V., Mahanti, G. K., e Mahanti, A. QPSO versus BSA for failure correction of linear array of mutually coupled parallel dipole antennas with fixed side lobe level and VSWR. Advances in Electrical Engineering, vol. 2014, p. 1-7, 2014.

Newmark, N. M. A Method of Computation for Structural Dynamics, ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, vol. 85, p. 67-94, 1959.

Ormondroyd, J., e Den Hartog, J. P. The theory of the dynamic vibration absorber. **ASME Journal of Applied Mechanics**, vol. 50, p. 9-22, 1928.

Ospina, C. S. Otimização de amortecedores de massa sintonizados, múltiplos e interligados, para controle de vibrações em edifícios altos. Dissertação de mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, 2008, p. 6, 7.

Paredes, M. M. Utilização de amortecedores de massas sintonizadas no controlo de vibrações em estruturas. Dissertação de mestrado, Universidade do Porto, Portugal, 2008.

Pavlou, D. Essentials of the finite element method: for mechanical and structural engineers. Amsterdam: Academic Press, 2015, p. 81-83.

Pérez, S. P. O. Otimização simultânea de posições e forças de amortecedores de vibração por atrito para controle de vibrações de estruturas. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014, p. 5.

Piccardo, G., e Tubino, F. Simplified procedures for vibration serviceability analysis of footbridges subjected to realistic walking loads. **Computers & Structures**, vol. 87(13-14), p. 890-903, 2009.

Piccardo, G., e Tubino, F. Equivalent spectral model and maximum dynamic response for the serviceability analysis of footbridges. **Engineering Structures**, vol. 40, p. 445-456, 2012. Pretlove, A. J., Rainer, H., e Bachmann, H. Pedestrian Bridges. In: Vibrations problems in structures: practical guidelines. Basel: Birkhäuser Basel, 1995, p. 4.

Precup, R.-E., Balint, A.-D., Radac, M.-B., e Petriu, E. M. Backtracking Search Optimization Algorithm-based approach to PID controller tuning for torque motor systems. In: **Proceedings of the Annual IEEE Systems Conference**, 2015.

Preumont A., Alaluf D., e Bastaits R. **Hybrid Mass Damper: A Tutorial Example**. In: Hagedorn P., Spelsberg-Korspeter G. (eds) Active and Passive Vibration Control of Structures. CISM International Centre for Mechanical Sciences, vol. 558. Springer, Viena, 2014, p. 179.

Qin, S., Zhou, Y.-L., e Kang, J. Footbridge Serviceability Analysis: From System Identification to Tuned Mass Damper Implementation. **KSCE Journal of Civil Engineering**, vol. 23, p. 754-762, 2019.

Rahmani, H. R., e Könke, C. Seismic Control of Tall Buildings Using Distributed Multiple Tuned Mass Dampers. Advances in Civil Engineering, vol. 2019, p. 1-19, 2019.

Rossato, L. V. **Otimização de amortecedores de massa sintonizados em estruturas submetidas a um processo estacionário**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. p. 7, 8, 9.

Russell, J., Wei, X., Živanović, S., e Kruger, C. Dynamic Response of an FRP Footbridge Due to Pedestrians and Train Buffeting. **Procedia Engineering**, vol. 199, p. 3059-3064, 2017.

Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A. W., e Chung, R. M. A Method Of Estimating The Parameters Of Tuned Mass Dampers For Seismic Applications. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, vol. 26(6), p. 617-635, 1997.

Salvi, J., Rizzi, E., Rustighi, E., e Ferguson, N. S. On the optimization of a hybrid tuned mass damper for impulse loading. **Smart Materials and Structures**, vol. 24(8), e085010, 2015, p. 2.

Setra. Footbridges: Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading, Technical Guide. Technical Department for Transport, Roads and Bridges Engineering and Road Safety (SETRA), Ministry of Transport, Republique Française, 2006.

Sheoran, Y., Kumar, V., Rana, K. P. S., Mishra, P.. Kumar, J., e Nair, S. S. Development of Backtracking Search Optimization Algorithm Toolkit in LabVIEW[™]. **Procedia Computer Science**, vol. 57, p. 241-248, 2015, p. 3.

Silva, G. A., e Miguel, L. F. F. Dynamic response analysis of truss footbridges under human load. **Proceedings of the 7th International Symposium on Solid Mechanics**, 2019, p. 3.

Soong, T. T. Active Control Experiments and Structural Testing. In: Soong T.T., Costantinou M.C. (eds) Passive and Active Structural Vibration Control in Civil Engineering. CISM International Centre for Mechanical Sciences (Courses and Lectures), vol 345. Springer: Vienna, 1994, p. 333.

Soong, T. T., e Spencer, B. F. Active, semi-active and hybrid control of structures. **Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering**, vol. 33(3), p. 387-402, 2000, p. 3,4.

Soong, T. T., e Spencer, B. F. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. **Engineering Structures**, vol. 24(3), p. 243-259, 2002.

Sorensen, L. The Normandy bridge, the steel main span. In: **Proceeding of the 12th Annual International Bridge Conference**, Pittsburgh, WV, USA. 1995. Soriano, H. L., e Filho, F. V. On the modal acceleration method in structural dynamics. Mode truncation and static correction. **Computers & Structures**, vol. 29(5), p. 777-782, 1988, p. 1.

Souza, J. V. Determinação ótima do número e dos parâmetros de múltiplos atenuadores dinâmicos sintonizados em estruturas altas submetidos à ação dinâmica do vento. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

Souza, R. R., Miguel, L. F. F., Lopez, R. H., Torii, A. J., e Miguel, L. F. F. A Backtracking Search Algorithm for the Simultaneous Size, Shape and Topology Optimization of Trusses. Latin American Journal of Solids and Structures, vol. 13(15), p. 2922-2951, 2016.

Talbi, E.G. Metaheuristics: From Design to Implementation. Hoboken, N.J: John Wiley & Sons, 2009.

Tsai, H.-C., e Lin, G.-C. Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, vol. 22(11), p. 957-973, 1993.

Tubino, F., e Piccardo, G. Tuned Mass Damper optimization for the mitigation of human-induced vibrations of pedestrian bridges. **Meccanica**, vol. 50(3), p. 809-824, 2014. p.1.

Van Beek, P. **Backtracking Search Algorithms**. In: Handbook of Constraint Programming (p. 85–134). vol. 2, p. 85-134, 2006, p. 85.

Van Nimmen, K., Lombaert, G., De Roeck, G., e Van den Broeck, P. Vibration serviceability of footbridges: Evaluation of the current codes of practice. **Engineering Structures**, vol. 59, p. 448-461, 2014.

Wang, C., e Shi, W. Optimal Design and Application of a Multiple Tuned Mass Damper System for an In-Service Footbridge. **Sustainability**, vol. 11(10), p. 2801-2820, 2019.

Wang, H., Li, A., Jiao, C., e Spencer, B. F. Damper placement for seismic control of super-long-span suspension bridges based on the first-order optimization method. **Science China Technological Sciences**, vol. 53(7), p. 2008-2014, 2010.

Wang, H., Tao, T., Cheng, H., e He, X. Simulation Study on Train-Induced Vibration Control of a Long-Span Steel Truss Girder Bridge by Tuned Mass Dampers. **Mathematical Problems in Engineering**, vol. 2014, p. 1-12, 2014.

Wang, H., Hu, Z., Sun, Y., Su, Q., e Xia, X. Modified Backtracking Search Optimization Algorithm Inspired by Simulated Annealing for Constrained Engineering Optimization Problems. **Computational Intelligence and Neuroscience**, vol. 2018, p. 1-27, 2018.

Xu, K., e Igusa, T. Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, vol. 21(12), p. 1059-1070, 1992.

Yang, G. Large-scale magnetorheological fluid damper for vibration mitigation: modeling, testing and control. Ph.D. Thesis, University of Notre Dame, Indiana, 2001, p. 8, 12, 13, 14.

Yang, X.-S. Nature-inspired metaheuristic algorithms. Frome, U.K: Luniver Press, 2008.

Yang, X.-S. Firefly Algorithms for Multimodal Optimization. Lecture Notes in Computer Science, vol. 2009, p. 169-178, 2009.

Yang, X.-S. Nature-inspired metaheuristic algorithms. Frome, U.K: Luniver Press, 2010a.

Yang, X.-S. Engineering optimization: an introduction with metaheuristic applications. Hoboken, N.J: John Wiley, 2010b.

Yang, X.-S., e Karamanoglu, M. Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation: An Overview. **Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation**, vol. 2013, p. 3-23, 2013, p. 6, 13.

Yuan, P., Li, D., Cai, C. S., e Xu, G. An efficient decoupling dynamic algorithm for coupled multi-spring-systems. **Computers & Structures**, vol. 2018, p. 1-13, 2018.

Yazdi, H., Saberi, H., Saberi, H., e Hatami, F. Designing optimal tuned mass dampers using improved harmony search algorithm. **Advances in Structural Engineering**, vol. 19(10), p. 1620-1636, 2016.

Zhang, C., Zhou, J., Li, C., Fu, W., e Peng, T. A compound structure of ELM based on feature selection and parameter optimization using hybrid backtracking search algorithm for wind speed forecasting. **Energy Conversion and Management**, vol. 143, p. 360-376, 2017.

Zhang, L., e Zhang, D. Evolutionary Cost-Sensitive Extreme Learning Machine. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, vol. 28(12), p. 3045-3060, 2017.

Zhao, W., Wang, L., Yin, Y., Wang, B., Wei, Y., e Yin, Y. An Improved Backtracking Search Algorithm for Constrained Optimization Problems. Lecture Notes in Computer Science, vol. 2014, p. 222-233, 2014.

Zhao, W., Wang, L., Wang, B., e Yin, Y. Best Guided Backtracking Search Algorithm for Numerical Optimization Problems. **Lecture Notes in Computer Science**, vol. 2015, p. 414-425, 2016. Živanović, S., Pavic, A., e Reynolds, P. Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 279(1-2), p. 1-74, 2005, p. 16.

Živanović, S., Pavić, A., e Ingólfsson, E. T. Modeling Spatially Unrestricted Pedestrian Traffic on Footbridges. Journal of Structural Engineering, vol. 136(10), p. 1296-1308, 2010.

Živanović, S. Benchmark Footbridge for Vibration Serviceability Assessment under the Vertical Component of Pedestrian Load. **Journal of Structural Engineering**, vol. 138(10), p. 1193-1202, 2012.

Zou, F., Chen, D., Li, S., Lu, R., e Lin, M. Community detection in complex networks: Multi-objective discrete backtracking search optimization algorithm with decomposition. **Applied Soft Computing**, vol. 53, p. 285-295, 2017.

Zuo, L., e Nayfeh, S. A. Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tunedmass dampers. Journal of Sound and Vibration, vol. 272(3-5), p. 893–908, 2004.

APÊNDICE A – Verificação do Algoritmo BSA

Tabela A.1 – Verificação dos resultados do BSA em algoritmo externo para a resposta no nó central da passarela Warren.

		Rodada 1			Rodada 2			Rodada 3	
	1 AMS			1 AMS			1 AMS		
	BSA	Validação	Diferença	BSA	Validação	Diferença	BSA	Validação	Diferença
m	0,001119	0,001119	0,00e0	0,001119	0,001119	2,2e-16	0,001119	0,001119	-4,9e-16
m/s	0,006750	0,006750	-8,1e-17	0,006750	0,006750	2,3e-16	0,006750	0,006750	2,3e-16
m/s^2	0,191743	0,191743	0,00e0	0,191743	0,191743	0,00e0	0,191742	0,191742	0,00e0
	2 AMSs			2 AMSs			2 AMSs		
	BSA	Validação	Diferença	BSA	Validação	Diferença	BSA	Validação	Diferença
m	0,000928	0,000928	4,61e-17	0,000928	0,000928	-1,3e-16	0,000928	0,000928	5,0e-17
m/s	0,007725	0,007725	8,00e-15	0,007725	0,007725	1,0e-15	0,007639	0,007639	4,0e-15
m/s^2	0,203355	0,203355	4,53e-13	0,203355	0,203355	3,0e-15	0,203392	0,203392	-1,5e-14
	3 AMSs			3 AMSs			3 AMSs		
	BSA	Validação	Diferença	BSA	Validação	Diferença	BSA	Validação	Diferença
m	0,000918	0,000918	-9,0e-17	0,000929	0,000929	-2,3e-17	0,000923	0,000923	9,76e-19
m/s	0,008889	0,008889	-5,0e-15	0,007496	0,007496	1,0e-15	0,007248	0,007248	9,99e-16
m/s²	0,225652	0,225652	-2,6e-13	0,188128	0,188128	1,2e-14	0,171625	0,171625	0,00e0

Autor(es)	Fatores de carregamento dinâmicos (DLFs) para os harmônicos considerados	Comentário	Tipo de atividade e sua direção
Blanchard et al. [34]	$\alpha_1=0,257$	DLF é menor para frequências de 4 a 5 Hz	Caminhada – vertical
Bachmann & Ammann [14]	$\alpha_1 = 0, 4 - 0, 5$ $\alpha_2 = \alpha_3 = 0, 1$	Entre 2,0 e 2,4 Hz Aproximadamente 2,0 Hz	Caminhada – vertical
Schulze (depois de	$\alpha_1 = 0,37 \ \alpha_2 = 0,10 \ \alpha_3 = 0,12 \ \alpha_4 = 0,04$ $\alpha_5 = 0,08$	Em 2,0 Hz	Caminhada – vertical
Bachmann & Ammann.	$\alpha_1 = 0.039$ $\alpha_2 = 0.01 \alpha_3 = 0.043$ $\alpha_4 = 0.012$ $\alpha_5 = 0.015$	Em 2,0 Hz	Caminhada – lateral
[14])	$\alpha_{1/2} = 0,037 \ \alpha_1 = 0,204 \alpha_{3/2} = 0,026 \ \alpha_2 = 0,083 \alpha_{5/2} = 0,024$	Em 2,0 Hz	Caminhada – longitudinal
Rainer et al. [42]	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \alpha_4$	DLFs dependem da frequência	Caminhada, corrida, salto – vertical
Bachmann et al. [48]	$\begin{array}{ll} \alpha_1=0,4/0,5 & \alpha_2=\alpha_3=0,1/-\\ \alpha_1=\alpha_3=0,1 & \\ \alpha_{1/2}=0,1 & \alpha_1=0,2 & \alpha_2=0,1 \\ \alpha_1=1,6 & \alpha_2=0,7 & \alpha_3=0,2 \end{array}$	Entre 2,0 e 2,4 Hz A 2,0 Hz A 2,0 Hz Entre 2,0 e 3,0 Hz	Caminhada – vertical Caminhada – lateral Caminhada – longitudinal Corrida – vertical
Kerr [36]	α_1 , $\alpha_2=0{,}07$, $\ \alpha_3\approx 0{,}06$	α ₁ depende da frequência	Caminhada – vertical
Young [56]	$\begin{aligned} &\alpha_1 = 0,37(f-0.95) \le 0.5\\ &\alpha_2 = 0.054 + 0.0044f\\ &\alpha_3 = 0.026 + 0.0050f\\ &\alpha_4 = 0.010 + 0.0051f \end{aligned}$	Estes são valores médios para os DLFs	Caminhada – vertical
Bachmann et al. [48]	$lpha_1 = 1,8/1,7$ $lpha_2 = 1,3/1,1$, $lpha_3 = 0,7/0,5$	Saltos normais entre 2,0 e 3,0 Hz	Saltos – vertical
	$\alpha_1 = 1,9/1,8$ $\alpha_2 = 1,6/1,3$, $\alpha_3 = 1,1/0.8$	Saltos altos entre 2,0 e 3,0 Hz	Saltos – vertical
	$\alpha_1 = 0,17/0,38$ $\alpha_2 = 0,10/0,12$ $\alpha_3 = 0.04/0.02$	Entre 1,6 e 2,4 Hz	Balanço – vertical
	$\alpha_1 = 0,5$	Em 0,6 Hz	Balanço – lateral
Yao et al. [52]	$\alpha_1=0,7 \alpha_2=0,25$	Balanço livre em uma plataforma flexível com frequência natural de 2,0 Hz	Balanço – vertical

ANEXO I – Modelos de Carregamento Humano

Figura I.1 – Fatores de carregamento dinâmico para modelos de força de pedestres depois de diferentes autores [Adaptado de Živanović et al., 2005].

ANEXO II – Sistemas de Controle Estrutural



Figura II.1 - Classificação dos sistemas de controle estrutural [Adaptado de Islam, 2013].