

SUPERPOSIÇÃO LINEAR EM ENSINO DE MECÂNICA QUÂNTICA **(Linear superposition in the teaching of quantum mechanics)**

Ileana M. Greca

Victoria E. Herscovitz

Instituto de Física, UFRGS. Caixa Postal 15051

Porto Alegre, Brasil. CEP 91501-970.

ilegreca@hotmail.com

victoria@if.ufrgs.br

Resumo

Apresentamos as linhas gerais de um curso organizado para introduzir conteúdos de Mecânica Quântica a estudantes universitários de quarto semestre da área de Ciências Exatas. A proposta foi utilizada em uma disciplina de Física Geral dos cursos de Engenharia. Optamos por apresentar desde o início as características quânticas dos sistemas microscópicos a fim de propiciar que as mesmas se tornem “intuitivas” para os estudantes, recorrendo para isto a resultados de experimentos modernos. O princípio de superposição de estados, um tema geralmente pouco enfatizado nos níveis introdutórios, foi destacado na estruturação do curso. Os resultados indicam que embora algumas concepções errôneas persistam a respeito da Física Quântica, vários estudantes revelam haver adquirido uma boa compreensão deste princípio, em contraste com resultados obtidos com estudantes de turmas que receberam instrução com uma abordagem tradicional e mesmo com estudantes de semestres mais avançados do curso de Física, que se submeteram aos mesmos testes.

Palavras-chave: ensino de Mecânica Quântica; superposição de estados; concepções errôneas

Abstract

We present the main lines of an approach to introduce Quantum Mechanics at the university level, experienced with engineering students of 4th semester. We opted, in order to turn quantum mechanics more "intuitive" for students, to present from the beginning the quantum characteristics of microscopic systems, using modern examples to help to reach this goal. The superposition principle, a subject usually not stressed at the introductory level was pointed up in the organization of the contents. The results indicate that while some misconceptions persist, many students seem to have acquired a good understanding about this principle. This is in contrast with results obtained with students of similar level with a "traditional" instruction and even with more advanced physics students, whom answered the same tests.

Keywords: teaching quantum mechanics; superposition principle; misconceptions

Introdução

Vários aspectos concorrem para dificultar a compreensão da Mecânica Quântica (MQ) em cursos universitários, merecendo atenção do professor, dentre outros, o fato de a Física Quântica não ser “intuitiva”, uma vez que moldamos nossa experiência de vida diária e nossos estudos prévios predominantemente em fenômenos e conceitos clássicos.

Talvez por isto mesmo insiste-se, quase sempre, em disciplinas introdutórias de MQ, em detalhar as primeiras tentativas históricas de descrição dos fenômenos quânticos, recorrendo a uma linguagem e a imagens essencialmente clássicas. A idéia desta metodologia, que caracteriza as disciplinas iniciais sobre o assunto oferecidas aos estudantes de cursos de Ciências Exatas em geral é que, seguindo aproximadamente o caminho histórico, os estudantes possam familiarizar-se com a nova fenomenologia. A insistência nesta abordagem (que denominaremos de tradicional) carece de uma justificativa maior, visto que o sucesso deste enfoque, no que se refere à compreensão pelos alunos dos conceitos fundamentais da MQ, se revela escasso. Uma avaliação com estudantes de Engenharia¹ (Greca e Moreira, 1999), que cursaram conteúdos de MQ em parte de um semestre de Física Geral nesta abordagem tradicional mostra que, para a maioria dos participantes da pesquisa, conceitos e princípios fundamentais para a descrição do mundo microscópico, como o de estado de um sistema físico (função de onda), superposição linear de estados, densidade de probabilidades, dualidade onda-partícula e Princípio de Incerteza, bem como noções sobre o átomo, o elétron e o fóton, ou não possuem significado ou recebem erradamente significados derivados da Física Clássica. Resultados semelhantes, embora em menor proporção, são obtidos para estudantes de curso de Física que cursaram uma disciplina introdutória de MQ e uma de MQ que enfatiza técnicas de resolução de problemas.

Isto parece indicar que se os conceitos fundamentais da MQ não são amplamente discutidos nas disciplinas introdutórias, tanto em seu significado como em suas conseqüências físicas (experimentais), disciplinas correlatas mais avançadas que os alunos venham a cursar posteriormente, em geral preocupadas com abordagens mais técnicas ou formais, dificilmente conseguem modificar a estrutura cognitiva dos estudantes, ou seja, essa primeira visão dos fenômenos quânticos.

A fundamentação da MQ repousa na correspondência entre sistema físico e espaço vetorial, conduzindo à associação de vetor a estado de sistema físico e à possibilidade de superposição linear de estados. Considerado por alguns pesquisadores como o postulado zero da Mecânica Quântica, a superposição linear é um conceito chave tanto para entender-se o comportamento do mundo microscópico, como também para ilustrar uma concepção que, embora com a mesma formulação matemática nas teorias quântica e clássica, implica em significações e conseqüências distintas. Apesar disto, este conceito é normalmente pouco discutido nos cursos introdutórios de MQ e, como veremos mais adiante, freqüentemente mal compreendido até por estudantes de cursos mais avançados. Corroborando esta afirmação, observa-se na literatura em ensino de Física sobre MQ, que praticamente não aparecem trabalhos sobre dificuldades em sua compreensão (Greca e Moreira, 2001). No presente artigo revisaremos brevemente o que diz o princípio de superposição sobre o mundo microscópico e apresentaremos os fundamentos de uma proposta didática que visa facilitar a construção da “intuição” mecano-quântica (Greca, Moreira e Herscovitz, 2001; Greca e Herscovitz, 2002; Greca e Freire Jr., 2003), centrando-nos no princípio de superposição. Discutiremos depois como grupos de estudantes universitários, os que receberam instrução com nossa proposta e os que cursaram disciplinas tradicionais, parecem compreender este princípio.

Superposição linear de estados

¹ Nossa investigação se dá predominantemente com disciplinas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, mas os programas das mesmas não diferem em essência, neste aspecto, de outros programas nacionais e não nacionais.

Concentrando-nos no setor quântico observamos que a superposição linear das funções de onda é facilmente comprovada (visualizada) na formulação ondulatória. Em linguagem vetorial, onde cada vetor representa um estado puro, este princípio pode ser expresso como segue.

Se os vetores $|\varphi_1\rangle$ e $|\varphi_2\rangle$ representam possíveis estados de um sistema físico, qualquer vetor $|\varphi_3\rangle = c_1|\varphi_1\rangle + c_2|\varphi_2\rangle$ representa também um possível estado do sistema.

Este princípio refere-se, então, aos possíveis estados do sistema de forma que, dado um certo sistema físico, é possível encontrar um estado em que esse sistema exista em uma configuração que resulta da superposição de dois (ou mais) autoestados diferentes de um dado operador observável. Em geral, pois, qualquer vetor no espaço dos estados pode representar um possível estado físico, e todos podem ser escritos como combinação linear de vetores do espaço, $\sum_i c_i |\varphi_i\rangle^2$.

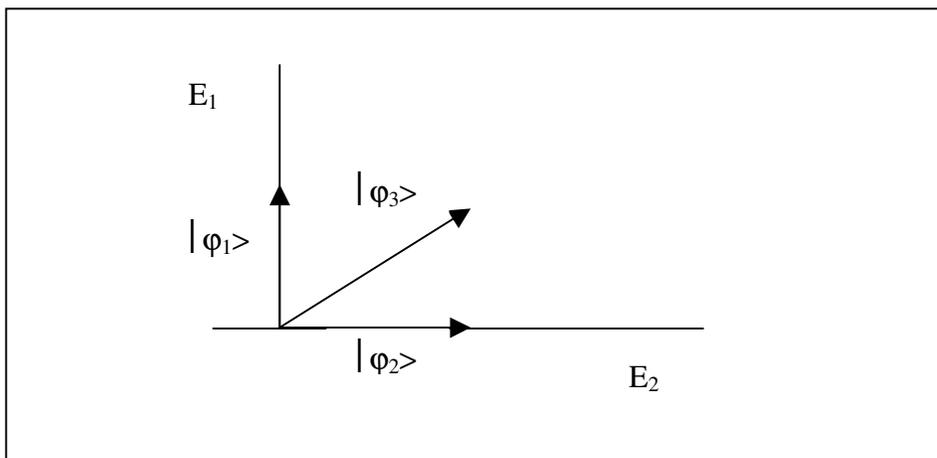


Figura 1: Representação gráfica do princípio de superposição linear em um espaço de duas dimensões.

Tal princípio, contudo, não forma parte de uma teoria determinista, pois nesta os únicos vetores que podem representar estados puros pertencem aos subespaços E_1, E_2, \dots com resultados x_1, x_2, \dots , ou seja, ainda que qualquer vetor $|\varphi\rangle$ possa ser escrito como um somatório de vetores $|\varphi_i\rangle$, não é possível considerá-lo como representando um estado (puro) de um sistema físico. Restringindo-nos ao exemplo bidimensional, onde existem dois possíveis resultados x_1 e x_2 para uma dada medida, caracterizando subespaços E_1 e E_2 , os vetores (normalizados) $|\varphi_1\rangle$ e $|\varphi_2\rangle$, pertencentes respectivamente a E_1 e E_2 , podem representar estados puros, enquanto o vetor $|\varphi_3\rangle = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2}|\varphi_1\rangle + \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2}|\varphi_2\rangle$, em uma teoria determinista, não pode³. Por isto, Dirac (1930) afirma que a maior diferença entre a Mecânica Clássica e a Mecânica Quântica decorre do princípio de superposição de estados.

² Qualquer estado é possível, em princípio, desde que não excluído pelas chamadas regras de superseleção (Schreiber, 1994).

³ Por exemplo, o som correspondente a uma nota de um instrumento (corda vibrante) consiste na mistura das frequências fundamental e harmônicas correspondentes aos distintos modos vibracionais, sendo que as diferentes proporções em que entram os tons harmônicos determinam o timbre do som característico de cada instrumento. Porém o som é único para cada instrumento.

Uma teoria que inclua este postulado, então, deve ser inerentemente probabilística, ou seja, uma tal teoria permite que as probabilidades de resultados de um determinado experimento estejam compreendidas entre 0 e 1 (Hughes, 1989). Seguindo a nomenclatura de Hughes, dados dois estados puros $|p_i\rangle$ e $|p_j\rangle$ tais que, para dois resultados diferentes x_i e x_j , $p_i(x_i) = 1$ (a probabilidade de, para o estado $|p_i\rangle$, se obter o valor x_i , é igual a 1) e $p_j(x_j) = 1$ (a probabilidade de, para o estado $|p_j\rangle$, se obter o valor x_j , é igual a 1), pode-se construir um outro estado puro $|p_k\rangle$ em MQ tal que para qualquer resultado x_n ($n = i$ ou j) do experimento em questão, $p_k(x_n) = c_i p_i(x_n) + c_j p_j(x_n)$, onde $0 \leq c_i \leq 1$, $0 \leq c_j \leq 1$ e $c_i + c_j = 1$. Então, $0 \leq p_k(x_i) = c_i \leq 1$. Rompe-se desta forma a identidade que a Física Clássica estabelece entre estado de um sistema e resultado de uma medição, ou seja, o resultado de uma medição não informa de forma completa sobre o estado do sistema antes da medida, ocorrendo apenas relações em forma probabilística.

Os questionamentos à “realidade física” deste princípio foram formulados por Schrödinger, sob a forma do paradoxo do Gato. Se a Mecânica Quântica é mais fundamental que a Mecânica Clássica e deve servir para explicar não apenas sistemas microscópicos mas também sistemas macroscópicos construídos a partir daqueles, por que não é observada a superposição de estados distintos no nosso cotidiano? Este paradoxo coloca em pauta, também, a questão do limite entre o que se considera clássico e o que se considera quântico. Para ressaltar o que significaria a superposição de estados para objetos macroscópicos e o absurdo a que isso, se fosse verdade, conduziria, Schrödinger em 1935 formulou o seu hoje famoso paradoxo nos termos seguintes.

Um gato encontra-se em uma câmara de aço, juntamente com o seguinte mecanismo diabólico (inacessível ao gato): dentro de um contador Geiger, há uma pequena quantidade de material radioativo, tão pequena que no decurso de uma hora *talvez* um único átomo se desintegre mas, com igual probabilidade, talvez isto não aconteça. Se ocorrer a desintegração, o contador, através de um relé, ativa um martelo que quebra um frasco de ácido prússico, matando o gato. Deixando o sistema isolado durante uma hora resulta que o gato estará vivo caso nenhum átomo se desintegre ao longo deste período mas estará morto se ocorrer a desintegração, pois uma única desintegração basta para envenená-lo. Diríamos pela discussão acima que a MQ descreveria o estado do gato como um estado puro resultante da combinação linear do estado “vivo” e do estado “morto”. Ou seja, não apenas existiria uma possibilidade de o gato estar vivo e uma possibilidade de o gato estar morto, mas também que as duas situações (estar vivo e estar morto) coexistiriam.

Com base em contestações deste tipo muitas foram as vozes a dizer que a “superposição de estados” é só um efeito matemático decorrente do desconhecimento sobre o estado do sistema. Este questionamento, porém, tem se mostrado incorreto conseguindo-se inclusive, experimentalmente, verificar a superposição de estados (não do gato!) em um único sistema.

De fato, sabe-se hoje que a superposição pode persistir não só em escalas subatômicas e atômicas mas em outras ainda maiores e experiências recentes conseguiram não só gerar esses estados ao nível atômico, mas também observar o colapso da superposição e, com ele, a evolução do comportamento de sistemas físicos, de quântico a clássico (Yam, 1997)⁴. Mais ainda, este princípio está

⁴ É interessante destacar que, apesar da sua importância, estas questões quase não são abordadas nos cursos de formação, quer introdutórios quer mais avançados e são, muitas vezes, desconhecidas até pelos próprios físicos (Hobson, 1996). Dentre textos didáticos mais recentes, que se constituem em exceção, podemos citar Nussenzveig (1998), Griffiths (1995) e Sakurai (1995).

na base de uma das discussões em voga nos últimos anos, a saber, a da possibilidade da computação quântica. De fato, ao final do último século cientistas conseguiram criar "Gatos de Schrödinger" em pequena escala⁵. Estes "gatos" são elétrons (individuais) e átomos que podem ser encontrados em dois lugares simultaneamente. Em particular, em 1996, um grupo de cientistas do *National Institute of Standards and Technology*, Colorado, Estados Unidos criou um "gato" com um íon de berílio. Inicialmente o íon foi "aprisionado" com campos eletromagnéticos e com a ajuda de lasers foi "congelado" perto do zero absoluto. A seguir, com feixes de dois lasers, com frequências levemente distintas a projeção do spin do íon foi controlada de forma a que o íon ficasse em uma superposição de projeções de spin "para cima" e "para baixo". Mediante um certo mecanismo foi possível mostrar que a componente da superposição com spin para cima estava separada por uma distância de 80 nanômetros da componente com spin para baixo. Também Davidovich et al. (1996) apresentaram resultados mostrando a possibilidade de preparação e detecção de superposições coerentes de diferentes estados do campo eletromagnético.

Por outra parte, desenvolvimentos teóricos do mesmo período (Zurek, 1991) permitiram tornar mais claro o porquê de não serem observados efeitos de superposição na escala macroscópica: basicamente, porque os sistemas macroscópicos não são sistemas fechados, mas sim interagem dissipativamente com o meio. Estas interações são complexas, envolvendo o emaranhamento⁶ entre o sistema em estudo e o sistema meio e produzindo uma evolução irreversível, que se constitui no processo de descoerência. Se o sistema está inicialmente em um estado de superposição, a interação dissipativa leva o estado de superposição a uma mistura estatística⁷. Esta mistura se caracteriza por um operador densidade $\rho_{\text{mistura}} = \sum_i \rho_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$, onde ρ_i é a probabilidade de o sistema se encontrar no estado puro $|\psi_i\rangle$. No entanto, o operador densidade associado a um estado que seja resultante da superposição linear de outros estados ($|\varphi\rangle = \sum_i c_i |\varphi_i\rangle$) é $\rho_{|\varphi\rangle} = \sum_i \sum_j c_i c_j^* |\varphi_i\rangle\langle\varphi_j|$. Em geral o valor esperado de algum observável A em relação a um estado normalizado $|\varphi\rangle$, que não seja autoestado de A, é

$$\langle A \rangle_{|\varphi\rangle} \equiv \langle \varphi | A | \varphi \rangle = \sum_i \sum_j c_i c_j^* \langle \varphi_j | A | \varphi_i \rangle = \text{Tr}(\rho_{|\varphi\rangle} A),$$

enquanto

$$\langle A \rangle_{\text{mistura}} = \text{Tr}(\rho_{\text{mistura}} A) = \sum_i \rho_i \langle \varphi_i | A | \varphi_i \rangle.$$

⁵ No paradoxo original, os estados do gato estavam "emaranhados" (ver nota de rodapé seguinte) com os estados possíveis do átomo. Os estados que na literatura se conhecem como "estados do gato de Schrödinger" na verdade não são estados emaranhados e sim superposições coerentes de estados distintos de um sistema único (Gerry & Knight, 1997).

⁶ Estados emaranhados (ou correlacionados) são estados compostos do tipo, por exemplo, $|\psi\rangle = \sum_{ij} |\varphi_i\rangle |\phi_j\rangle$, não fatorados, pertencentes ao espaço produto $E_\varphi \otimes E_\phi$.

⁷ Isto é determinado pelo postulado da filtragem do pacote de ondas (colapso da função de onda), discutido a seguir.

As primeiras relações acima apresentam elementos de matriz não nulos fora da diagonal principal, (que implicam em probabilidades de interferência⁸), elementos estes que não estão presentes no caso da mistura de estados. Ou seja, a descoerência implica que o operador densidade de um sistema em um estado puro resultante de uma superposição de outros estados "perde" rapidamente, na interação com o meio, os elementos não diagonais, convertendo-se em um operador densidade de uma mistura de estados. De outra parte, o tempo de descoerência é inversamente proporcional ao "grau de macroscopicidade" do sistema, o que faz com que a descoerência ocorra (na física macroscópica) em uma escala de tempo muitas ordens de grandezas menor do que a dos tempos usualmente observáveis, passando assim despercebida.

Apesar da importância destes tópicos para a compreensão da relação "quântico-clássica", raramente os estudantes deparam em cursos introdutórios (e até em alguns mais avançados) com as nuances deste princípio e suas consequências físicas, e também raramente é discutido na bibliografia utilizada nestas disciplinas. Por outro lado, alunos de disciplinas tradicionais de MQ geralmente trabalham sem grandes dificuldades matemáticas a superposição linear quando analisam estados de norma finita mas, para a maioria dos estudantes, o princípio é tido apenas como uma decomposição matemática, sem uma contrapartida na realidade física, identificando-se com a concepção clássica, como veremos mais adiante.

Fundamentação teórica

Se os conceitos quânticos fogem da nossa vivência clássica, o que fazer para transformá-los em "intuitivos"? A fundamentação que usamos está embasada na Teoria dos Modelos Mentais (Johnson-Laird, 1983). Segundo esta, na tentativa de entender o mundo construímos representações - modelos mentais - que são análogos estruturais de estados e coisas ou situações do mundo externo. Para compreender uma teoria científica os estudantes necessitam, então, construir modelos mentais que propiciem explicações e predições que coincidam com as cientificamente aceitas. A construção destas representações, no entanto, pode não ser tarefa fácil, em grande parte por esbarrar em certos conceitos basilares, presentes na memória a longo prazo do sujeito. Estes conceitos determinariam quais elementos da realidade deveriam ser escolhidos para representá-la e quais as relações entre eles. Estes elementos estariam implícitos nos "núcleos" de todos os possíveis modelos, determinando a forma de percepção dos fenômenos ou situações e limitando as relações possíveis entre seus constituintes e, com isso, as explicações plausíveis. Os núcleos na verdade estariam conformados pelos "conhecimentos-em-ação" das estruturas da memória de longo prazo denominadas esquemas (Greca e Moreira, 2002).

Os núcleos, portanto, se convertem em pedras fundamentais com as quais são construídos os modelos mentais, moldando a forma de raciocínio. Se adotarmos a definição de Simon (1992) de que a intuição nada mais é que reconhecimento (i. é, a intuição é um processo rápido de resolução de questões em que não somos capazes de descrever em detalhe o raciocínio ou outros processos que produziram a resposta), estes núcleos determinarão aquilo que se considere como "intuitivo". É possível, então, que parte das dificuldades que os estudantes universitários enfrentam para a compreensão da MQ derive da dificuldade de abandonar ou substituir os núcleos dos conceitos que servem para explicar o "mundo clássico", impedindo-os de visualizar "quânticamente" os fenômenos microscópicos. Ou seja, os novos conceitos, necessários para tal descrição, são entendidos a partir de núcleos derivados da fenomenologia e visão clássicas ficando impedidos, assim, de apresentar

⁸ Muitas vezes os cursos introdutórios apresentam a experiência de Young para elétrons para salientar a dualidade onda-partícula deixando de indicar que o padrão de impactos observado, o padrão de interferência, deriva do princípio de superposição linear.

explicações ou fazer previsões que coincidam com as cientificamente aceitas. No caso da MQ estas dificuldades se revelam ainda maiores porque tais "pedras fundamentais" são herdadas de uma fenomenologia sobre a qual não temos experiência direta.

Parece-nos, portanto, benéfico adotar uma estratégia didática que facilite a formação dos (novos) núcleos que direcionam a visualização dos fenômenos. Isto implica em tentar ajudar os estudantes a incorporar os conceitos que devem constar nos núcleos dos modelos mentais adequados para a compreensão desta teoria física.

Como proceder para tanto? Em princípio tais conceitos não formam parte da estrutura cognitiva dos estudantes e tentativas de "aproximá-los" de conceitos clássicos conhecidos (que é o que de certa maneira tenta a abordagem tradicional), não parece uma boa tática. Parece-nos preferível propiciar aos estudantes a apreensão das novas relações de percepção, trazendo à luz as concepções ocultas nos significados dos enunciados da teoria. Ou seja, é preciso, antes de mais nada, uma mudança perceptual. Esta mudança perceptual está na base do que Thagard (1992) denomina de "revolução conceitual" na história da ciência e antecederia ao que se conhece na literatura como mudança conceitual. Uma mudança perceptual implica necessariamente em uma mudança conceitual profunda, mas o inverso não necessariamente é verdadeiro, pelo menos para alguns tipos de mudanças conceituais propostas por Thagard. Mudar o significado do princípio de superposição linear da física clássica para a física quântica, por exemplo, não envolve somente uma mudança no âmbito de aplicação do conceito ou um aditamento de novos atributos, senão que implica em uma profunda mudança na forma em que são percebidos os fenômenos, de modo a entender que a superposição tem realidade física, não sendo somente um artifício matemático.

As novas relações de percepção que a mudança perceptual exige devem ser aprendidas, valha a redundância, pela geração de modelos mentais. Para isto consideramos que o mais apropriado é fornecer aos estudantes exemplos da fenomenologia de forma que, com o auxílio do professor e da discussão em grupos, possam construir modelos mentais que lhes permitam entender a nova teoria. Esses exemplos devem ser suficientemente simples para que os conceitos que se almeja serem incorporados à estrutura cognitiva do estudante fiquem evidentes e devem ser também necessariamente variados, pois dificilmente com um só ou poucos deles conseguirão os estudantes formar modelos mentais que lhes permitam incorporar significativamente os conceitos selecionados. Esta estratégia é semelhante à utilizada quando se quer ensinar às crianças determinados conceitos. Por exemplo, quando queremos que aprendam a diferenciar formas geométricas, fornecemos a elas inúmeros exemplos, em geral via jogos, de forma a que associem determinados conceitos com formas e possam depois aplicar esses conceitos em contextos ou situações diferentes. Estamos assim propiciando a geração de modelos mentais que permitam à criança perceber formas diferenciadas, incorporando os conceitos que desejamos ensinar-lhes (Vénguer & Vénguer, 1988).

Denominamos a esta estratégia para a mudança perceptual de fenomenológico - conceitual : fenomenológica para propiciar a criação de uma percepção e conceitual na medida em que os fenômenos escolhidos devem ser suficientemente simples (elementares) e dirigidos de forma a que a essência dos (primeiros) conceitos envolvidos fique evidente.

Uma forma de implementar esta estratégia no caso dos conceitos quânticos pode ser, sobretudo em cursos introdutórios, a de salientar as características quânticas dos sistemas ao invés de buscar analogias clássicas, recorrendo, por exemplo, a diversas experiências com uma ou poucas partículas,

disponíveis hoje em dia⁹, em geral conceitualmente simples, para que os estudantes possam adquirir a “percepção” quântica. Tais recentes experiências - muitas delas realizações físicas dos antigos "gedanken-experiments", outras visando derrubar mitos clássicos às vezes embutidos em paradoxos - propiciam, como no dizer de Zeilinger (1999), a formação de uma nova geração de físicos que vem adquirindo uma compreensão intuitiva dos fenômenos quânticos. Além disto, várias destas experiências podem ter desdobramentos tecnológicos que podem ser explicados em termos relativamente simples a partir dos princípios fundamentais, dando à MQ um halo de atualidade (modernidade) muitas vezes ausente dos conteúdos das disciplinas introdutórias.

A proposta visa, então, tornar “palpáveis” os primeiros princípios, a fim de que eles não se convertam em meras relações matemáticas a serem lembradas, com longínqua (ou até duvidosa) relação com o mundo físico, senão que adquiram para os estudantes uma conotação de veracidade. Se não apenas estes princípios são apresentados como determinantes de uma outra realidade física que não a clássica, mas são também apontadas as conseqüências destes princípios sobre a realidade (e aí reside o papel fundamental da apresentação fenomenológica) estar-se-á disponibilizando aos estudantes elementos essenciais para a formação de modelos mentais.

Implementação do projeto

Os resultados apresentados a seguir se referem a uma implementação da proposta indicada, durante o primeiro e o segundo semestres de 1999, em três turmas da disciplina de Física Geral IV (semestre 4 da seriação) dos cursos de Engenharia da UFRGS, constantes ao todo de 94 estudantes. O desafio de, em apenas um mês (24 horas-aula) e com poucas ferramentas prévias sobre espaços vetoriais, discutir conceitos essenciais e qualificativos da MQ necessários à construção de modelos mentais apropriados, fez com que nos concentrássemos em apenas alguns deles. Os temas usados para discutir tais conceitos foram variados (vide Greca, 2000).

A estruturação geral do curso é do tipo espiralado: após a terceira aula os conceitos fundamentais por nós selecionados, a saber, estado de um sistema físico, princípio de incerteza, superposição linear de estados, resultados de medições e distribuição de probabilidades já haviam sido apresentados aos alunos, sendo em cada nova aula retomados na “leitura” dos novos fenômenos. Por exemplo, a experiência de Stern-Gerlach (que permite descrever com facilidade sistemas de dois estados, i. é, em espaços de dimensão dois) foi utilizada não apenas para apresentar o conceito de spin, senão que permitiu também discutir o princípio de superposição, observáveis incompatíveis e o problema da medida. Os demais temas foram tratados, sempre que possível, da mesma forma.

Em particular, para ancorar o princípio de superposição de estados a uma “realidade física” os alunos foram apresentados durante as aulas (caracterizadas por discussões em pequenos grupos com o auxílio dos professores¹⁰) a diversas situações em que se salientavam a discussão do conceito e suas conseqüências. Estas situações incluíram experiências como a de Stern-Gerlach, o paradoxo do Gato de Schrödinger, a computação quântica e a teleportação, entre outras, onde juntamente com a discussão

⁹ Experimentos óticos com feixes de baixa intensidade, de forma que apenas (um ou) poucos fótons se encontrem por vez em um interferômetro, por exemplo, já eram realizados desde o começo do século XX, porém não se podia saber quando o fóton atingia o anteparo. Apenas a partir de 1985 tornou-se viável a preparação de "estados monofotônicos" em que um fóton atinge o interferômetro em um instante preciso.

¹⁰ A formação de modelos mentais com o recurso da interação com terceiros—professores e pares—através do trabalho em pequenos grupos é uma peça importante da proposta. Ela se sustenta na postura vygostkiana segundo a qual a aprendizagem é a apropriação de signos e instrumentos em um contexto de interação (Rivière, 1985).

fenomenológica, quando cabível, os estudantes foram introduzidos e recorreram a ferramentas matemáticas simples. Durante as aulas foram enfatizadas também relações do conceito de superposição de estados com outros aspectos fundamentais da MQ, em particular com o problema da medida e com o conceito de probabilidade. As situações estudadas exigiram a compreensão do conceito de superposição em termos quânticos.

Avaliação dos resultados

Para caracterizar os tipos de núcleos construídos pelos estudantes submetidos à metodologia didática aqui apontada, foram aplicados testes¹¹ às turmas nas quais a proposta foi implementada (turmas que denominaremos de experimentais, N= 94), compreendendo duas partes: a primeira consistindo em um teste de associação de conceitos e a segunda formada por três pequenas questões, uma das quais enfocando a superposição de estados. Também aplicamos os testes a estudantes de uma turma (paralela às anteriores) que recebeu instrução na abordagem tradicional (N= 10) e a estudantes do curso de Física das disciplinas denominadas Introdução à Mecânica Quântica (N=10) de um semestre de duração, com abordagem introdutória tradicional e Mecânica Quântica I (N=4), caracterizada por uma abordagem mais técnica dos problemas de contorno quânticos, também de um semestre de duração. Ademais responderam ao pós-teste 10 estudantes do curso de pós-graduação em Física, que haviam concluído uma disciplina de MQ.

Resultados para as turmas experimentais

As análises qualitativa e quantitativa dos dados coletados permitiram estabelecer a seguinte categorização (com descrição centrada em como os estudantes entendem a superposição de estados) para as turmas experimentais¹².

Categoria 1 - Núcleo Objeto Quântico (25%)

Os estudantes desta categoria parecem gerar modelos mentais onde são incorporados os conceitos quânticos de dualidade, princípio de incerteza, distribuição de probabilidades e superposição de estados; descrevem os fenômenos quânticos a partir de princípios mais gerais; conseguem todos fazer previsões e vários deles apresentam explicações satisfatórias (para este nível de instrução) para as questões propostas, estabelecendo também diferenciações entre os conceitos quânticos e clássicos. Os alunos enfatizam diferentemente os conceitos, mas todos parecem compartilhar da concepção de que as partículas quânticas apresentam propriedades peculiares, diferentes das das partículas clássicas e das ondas. Todos expressam que estas partículas podem existir em distintos estados (de um dado observável físico) simultaneamente e que (conseqüentemente) o resultado de uma medição, em MQ, possui um caráter probabilístico inerente. Conseguem, então, estabelecer as relações apropriadas entre o estado do sistema antes e depois da medida. (Muitos estudantes associam estes conceitos aos

¹¹ Os testes foram aplicados (à exceção do grupo da pós-graduação) antes e depois de os estudantes receberem instrução em conteúdos quânticos. Aqui nos referiremos, contudo, quase exclusivamente às respostas apresentadas nos pós-testes.

¹² Para a análise completa vide Greca (2000).

fenômenos discutidos em aula, por exemplo utilizando o paradoxo do Gato de Schrödinger para especificar a superposição de estados).

Uma citação que espelha como estes estudantes entendem esta relação é a que segue¹³:

"Antes de efetuarmos a medição do spin de um elétron, por exemplo, sabemos que ele pode se encontrar em uma superposição de estados (spin para cima (+), e spin para baixo(-)). Temos assim algo semelhante a: $|\text{spin}\rangle = C_1|+\rangle + C_2|-\rangle$. A medida, porém, indicará apenas um destes autoestados e, após a medida, o elétron de fato 'optou' por um dos possíveis autoestados. Sabemos que o elétron 'opta' por um ou outro estado segundo uma probabilidade indicada por $|C_1|^2$ e $|C_2|^2$ que somadas devem dar a probabilidade total (100%) $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$. Após efetuarmos uma medida, a partícula quântica se 'decide' por um dos seus possíveis autoestados o qual será, no caso, o do resultado da medida. Sabemos que este resultado está relacionado à superposição linear de autoestados em que a partícula se encontra antes da medida e a probabilidade de cada resultado (cada autoestado) está relacionada com o coeficiente do autoestado, como já vimos em outra parte..." (Al. 1, A99/2)

Categoria 2 - Núcleo Objeto Quântico Incipiente (40%)

Nesta categoria se encontram os estudantes que incorporaram vários dos conceitos quânticos fundamentais (dualidade onda-partícula, princípio de incerteza, probabilidades) mas apresentaram deficiências na compreensão de outros que não estão expressos em forma clara. Nesta situação se encontra, em particular, o conceito de superposição de estados. Ou seja, frente a situações onde este conceito está em jogo, os estudantes respondem de forma incorreta. Assim, estes estudantes apresentam dificuldades, por exemplo, com a compreensão do problema da medida. Isto é, embora saibam que as medições (experiências) afetam o estado do sistema (isto evidenciado, por sua vez, no correto uso tanto do princípio de incerteza quanto da dualidade), não conseguem apresentar explicações claras para o que se espera antes e depois da medida em um sistema quântico. Isto surge relacionado à não compreensão da superposição de estados. Uma estudante expressa explicitamente a este respeito *"Este conceito ficou um pouco confuso para mim"* (Al. 22, B99/2). É significativo que, ainda que alguns deles definam ou utilizem exemplos de forma correta para a superposição, parte ponderável destes estudantes não consegue resolver adequadamente a terceira das questões citadas, que envolve a compreensão deste tópico. É típico destes estudantes considerar que, dadas as alterações que o sistema experimenta durante o processo de medida, não é possível estabelecer qual o estado do sistema antes da mesma. O núcleo a partir do qual os fenômenos são visualizados, porém, parece ser quântico. Ou seja, estes estudantes teriam abandonado uma matriz de explicação clássica sem conseguir, porém, ainda, a articulação entre conceitos fundamentais, característica da categoria anterior. Os modelos mentais construídos por estes alunos devem ser, portanto, mais simples que os da categoria anterior, sendo suas explicações mais restritas. A resposta de um destes estudantes à terceira questão é, por exemplo, a que segue.

¹³ O enunciado desta questão é o seguinte - Um conjunto de sistemas atômicos, preparados todos do mesmo modo, é submetido a uma série de medidas de energia, obtendo-se para alguns sistemas E1, para outros E2 etc. Como se pode interpretar tal resultado? Estamos particularmente interessados em obter alguma informação sobre o estado do sistema antes da medida.

"A medição em Mecânica Quântica é um resultado probabilístico pois os sistemas encontram-se em todos os estados de energia ao mesmo tempo. No momento da medição E1 e E2 foram modificados (ou destruídos) gerando outras medidas."(Al. 3, B99/2)

Categoria 3 - Núcleo Clássico com Elementos Quânticos (18%)

Os estudantes desta categoria visualizam os fenômenos quânticos a partir de núcleos clássicos (de partícula ou sintético¹⁴). Os conceitos incorporados a essa matriz são os de dualidade, probabilidade, princípio de incerteza e superposição de estados sendo o significado atribuído a eles, distorcido. Por exemplo, se os conceitos "incorporados" à matriz clássica forem os de dualidade e de superposição o núcleo resultante é, em geral, um núcleo sintético. A partir dele, a superposição é entendida como a soma dos efeitos de onda e de partícula (ao mesmo tempo). Isto revela a tentativa de outorgar significados aos conceitos quânticos desde núcleos pertencentes a outra fenomenologia. O problema da medida não aparece para a maioria dos estudantes: para eles o resultado da medida dá o estado do sistema e é característico das respostas à terceira questão indicar que não é possível preparar sistemas físicos todos no mesmo estado, i. é, os diferentes valores obtidos seriam um reflexo de os sistemas não estarem no mesmo estado antes da medida. Esta resposta coincide com a de uma visualização clássica do problema. Um dos estudantes desta categoria responde à terceira questão, como segue.

"A diferença de energia entre os sistemas é porque nem todos os sistemas, preparados do mesmo modo, possuem a mesma energia, pois uns sofrem mais interações com o sistema do que outros."(Al. 22, B99/2)

Categoria 4 – Padrão Indeterminado (17%)

Nesta categoria se encontram os estudantes para os quais foi impossível determinar qualquer padrão de resposta. Muitos deles não explicam os conceitos e para os que o fazem, não é possível encontrar uma linha de explicação que permeie vários conceitos. Às vezes apresentam definições clássicas para conceitos que têm a mesma nomenclatura em Física Clássica (trajetória, probabilidade, por exemplo) e na maioria das vezes confundem termos e utilizam de forma errada os exemplos. Estes estudantes evidenciam não compreender os conceitos quânticos apresentados e parecem também não tentar compreendê-los sequer a partir de núcleos clássicos, diferentemente dos estudantes do grupo anterior.

A partir desta categorização é possível observar que a forma como a superposição de estados e o problema da medida são entendidos determina a categoria a que estes estudantes pertencem. O último conceito quântico a ser incorporado—ou seja, o que parece ser mais difícil de ser compreendido—é justamente o postulado zero. Na Figura 2 apresentamos uma representação esquemática da categorização, na forma de uma possível “rota” de incorporação dos diferentes conceitos quânticos aos núcleos. Não sabemos, no entanto, se necessariamente os estudantes devem passar por um núcleo

¹⁴ Núcleo de partícula clássica - Os objetos quânticos possuem características de partículas clássicas: “materialidade”, trajetória definida etc. Assim, por exemplo, o elétron do átomo é visualizado como uma pequena esfera que descreve uma órbita circular ao redor do núcleo atômico.

Núcleo sintético - Os objetos quânticos possuem ao mesmo tempo propriedades corpusculares e ondulatórias. Por exemplo, o elétron é visualizado como uma partícula que “anda” em uma onda. Evidências da existência destes núcleos foram encontradas em uma pesquisa anterior (Greca e Moreira, 1999).

clássico híbrido antes de passar a núcleos quânticos. Nossa proposta na verdade tentava evitar esse processo, mas não temos elementos suficientes para indicar um ou outro caminho.

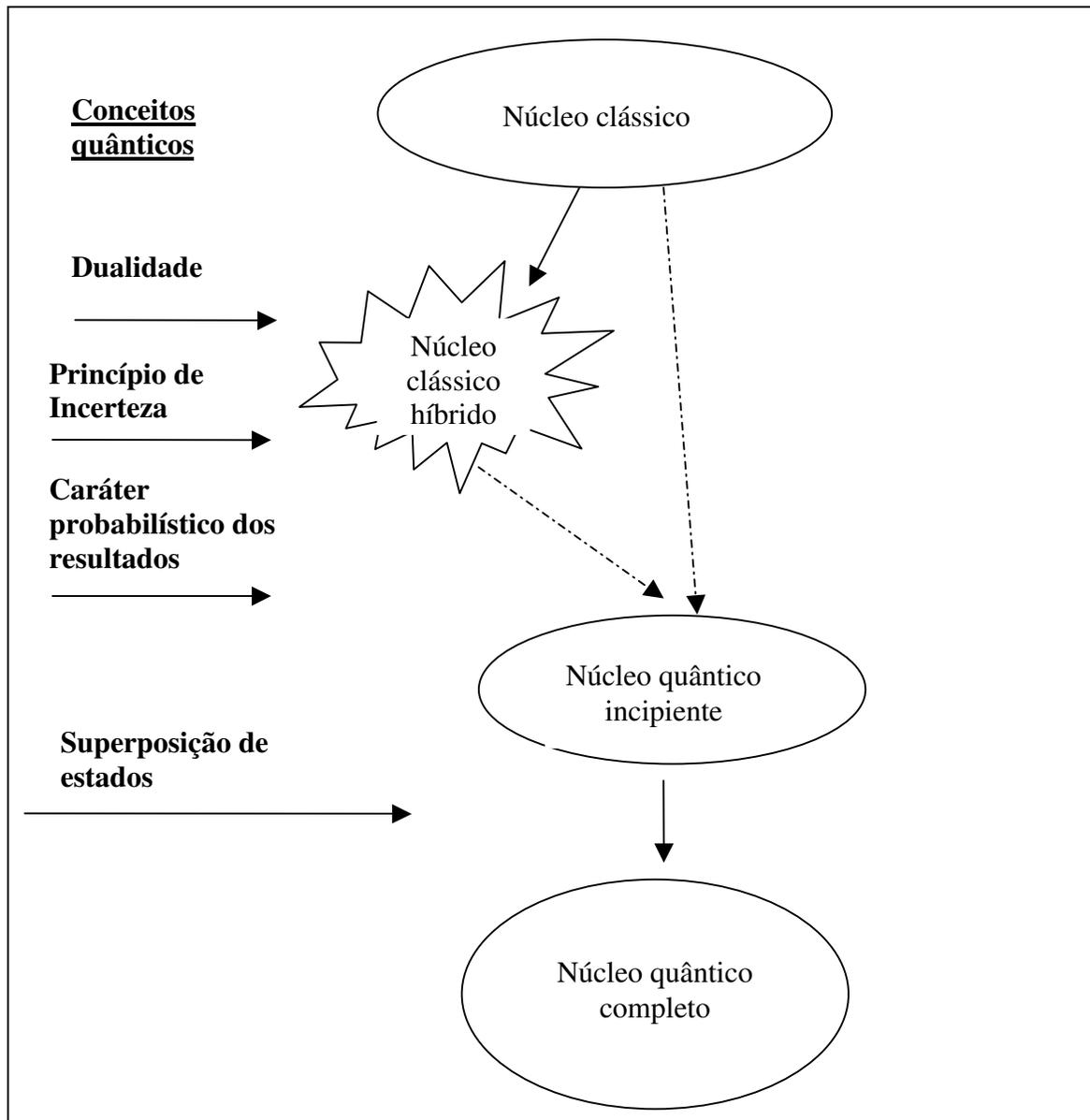


Figura 2: "Rota" observada de incorporação dos conceitos quânticos fundamentais.

Comparação com os demais grupos

As respostas dos estudantes das outras turmas à terceira questão que, como mencionamos, é um indicativo do modo pelo qual os estudantes entendem a superposição de estados, podem ser separadas em dois grandes grupos mutuamente excludentes, embora alguns dos estudantes reúnam as duas explicações em suas respostas.

Os sistemas não podem estar preparados no mesmo estado. Esta resposta, que coincide com a dada pelos estudantes da categoria 3, parte da premissa clássica de que se os resultados obtidos são

diferentes, os estados dos sistemas antes da medida também o eram (60% dos estudantes de FGIV, 20% dos de IMQ, 30% dos de PG e 50% dos de MQ1¹⁵.)

"Significa que alguns átomos estavam em um estado de energia mais excitado que outros." (Al. , MQ1)

"Se os resultados das medidas forem valores bem definidos de energia, é porque o instrumento de medição não altera a grandeza medida, ou seja $[\alpha, H] = 0$, sendo α o método de medição e H o hamiltoniano. Assim o valor antes da medida é o mesmo valor medido E_1, E_2 etc." (Al. 1, MQ1)

"O sistema apresenta diferentes estados de energia (degenerado)." (Al. 8, PG)

"Se você preparar o sistema da mesma maneira você terá um conjunto de elementos com energia E_1, E_2, \dots , conforme uma relação de probabilidades. Assim poderíamos dizer que algumas energias iriam predominar por serem mais prováveis de se estabilizarem desta forma. A imprecisão é devida a uma série de eventos que não podemos controlar com precisão absoluta. Não pela parte experimental, mas pela própria natureza dos elementos envolvidos." (Al. 7, PG)

Os sistemas podem estar preparados no mesmo estado. Em princípio os estudantes desta categoria estariam entendendo o princípio de superposição desde matrizes não clássicas. Este grupo, por sua vez, pode subdividir-se em três:

Os diversos resultados são consequência do fato de o processo de medição interferir com os sistemas medidos, não podendo assim fornecer informações corretas sobre o estado antes da medição. As causas apontadas podem ser a de que o próprio dispositivo age diferentemente sobre os sistemas, ou o Princípio de Incerteza (30% dos estudantes de IMQ, 20% dos de PG e 50% dos de MQ1). Estas respostas são semelhantes às dadas pelos estudantes da categoria 2 do grupo experimental.

"Interpreto esta diferença de resultados E_1 e E_2 pelo fato de que não podemos ter uma informação correta sobre o sistema antes da medida pois no momento que efetuamos as medidas alteramos o estado inicial do sistema. Tal situação é expressa pelo Princípio de Incerteza." (Al. 3, PG)

"Antes da medida tudo é uma incógnita, não sabemos Nada com certeza sobre o sistema de forma que, mesmo preparados do mesmo modo, eles podem evoluir de maneiras distintas até que acontece a medida. Acredito que talvez a própria MEDIDA possa interferir de maneiras diferentes em cada sistema, desta maneira nos dando diferentes energias." (Al. 4, MQ1)

"O resultado pode ser interpretado a partir do Princípio de Incerteza." (Al. 2, MQ1)

Para alguns estudantes os diferentes valores obtidos são consequência da “evolução estatística” dos sistemas (10% dos estudantes de PG e 25% dos estudantes de MQ1). Neste caso os alunos estão associando o caráter probabilístico dos resultados de medidas à evolução dos sistemas. Pareceria estar

¹⁵ As siglas indicam estudantes das disciplinas a seguir, que receberam instrução de forma tradicional, a saber
FGIV: Física Geral IV—1/4 de semestre de conteúdos sobre Mecânica Quântica;
IMQ: Introdução à Mecânica Quântica – 1 semestre de duração;
MQ1: Mecânica Quântica I – 1 semestre de duração;
PG: Mecânica Quântica do curso de pós-graduação em Física – 1 semestre de duração.

por trás destas respostas a concepção de que tudo no mundo microscópico é probabilístico e que nada pode ser dito a respeito da evolução dos mesmos.

"Um sistema atômico não pode ser tratado como um sistema determinístico e sim probabilístico mecano-quântico de forma que, com a evolução do sistema, podemos obter valores diferentes para sistemas iguais, pois estes seguem um comportamento estatístico."(Al. 6, PG)

A resposta correta aparece em menor percentagem e só em dois grupos de estudantes: os diferentes valores obtidos refletem o fato de os sistemas estarem em uma superposição de estados da grandeza em estudo, antes da medida (10% dos estudantes de IMQ e 20% dos de PG).

"Se os sistemas forem bem preparados, devem ser autofunções de algum conjunto de observáveis O_1, O_2, \dots . Posso assim obter vários possíveis autovalores de energia. Se tiro a frequência com que cada possível E_i é obtido, tiro os pesos da superposição linear das autofunções envolvidas e com isso posso descrever o estado do sistema antes da medida."(Al. 2, PG)

"O estado do sistema antes da medição é uma combinação (superposição) dos estados com energias E_1, E_2 etc"(Al. 1, PG)

40% dos estudantes de FGIV, 30% dos de IMQ e 20% dos de PG não responderam a esta questão.

Podemos observar que é pequeno o número de estudantes dos outros grupos, que não o experimental, que respondem corretamente à questão proposta, sendo bastante alta a porcentagem de estudantes que nem responde. As respostas do grupo da disciplina de FGIV "tradicional" (dividindo-se entre respostas clássicas e sem resposta) refletem o fato de que estes estudantes não receberam instrução específica acerca deste princípio, sendo praticamente apenas apresentados a uma definição do mesmo. O mesmo, porém, não se pode dizer dos outros grupos considerados: embora a discussão conceitual sobre tal princípio possivelmente tenha sido escassa, dadas as características das abordagens destes cursos (tradicional e técnica—centrada na resolução de exercícios), todos os alunos resolveram em alguma instância problemas onde o uso do princípio era necessário. Isto pode refletir uma aprendizagem superficial e "mecânica" desta propriedade fundamental: aparentemente muitos dos estudantes se limitam a aplicar o formalismo quântico, sem tentar entendê-lo.

Estas respostas apontam no nosso entender, contudo, pelo menos para as turmas de estudantes de MQ1 e de PG, para a existência de núcleos estabilizados, a partir dos quais os fenômenos microscópicos são visualizados. Ou seja, para estes estudantes essas seriam as maneiras como compreendem os fenômenos. A este respeito é interessante destacar que os estudantes da disciplina de MQ1 responderam a esta questão no pós-teste exatamente da mesma forma que no pré-teste. Embora não possamos dizer quais são os núcleos a partir dos quais tais estudantes "visualizam" os fenômenos microscópicos, é possível afirmar que esses núcleos não são os corretos parecendo, pelas respostas dadas, que a maioria dos estudantes se debate entre concepções clássicas e aquelas que denominamos de quânticas incipientes. A Figura 3 mostra uma representação esquemática dos dois prováveis diferentes caminhos (excluentes entre si) a partir dos quais os estudantes dão resposta à terceira questão.

Conclusões e implicações didáticas

Os resultados obtidos parecem indicar que a superposição de estados (e, conseqüentemente, um dos aspectos do problema da medida), é um dos conceitos quânticos que os estudantes têm mais dificuldade de compreender. Isto pode ser observado tanto a partir dos resultados da nossa proposta, como dos das abordagens tradicionais. A respeito da abordagem fenomenológico-conceitual adotada, acreditamos que seus resultados foram satisfatórios. Apesar do curto período de tempo disponível, 25% dos estudantes que seguiram tal abordagem conseguiram "visualizar" de forma adequada a superposição de estados, o que lhes permitiu resolver a questão proposta, contrastando com os resultados de outras turmas que, mesmo recebendo instrução durante períodos maiores, não conseguiram fazê-lo. A referência explícita ao pouco tempo destinado ao ensino dos conteúdos quânticos na disciplina de Física Geral está sendo feita visto considerarmos que uma parte significativa dos estudantes da categoria 2 possivelmente teria conseguido "passar" à categoria 1, com um período de tempo um pouco maior de instrução.

Embora seja baixa a estatística dos outros grupos, uma questão importante que emerge dos resultados é que disciplinas subseqüentes, mais centradas no formalismo, parecem pouco mudar as concepções iniciais dos estudantes, reforçando a recomendação de uma abordagem quântica aos princípios fundamentais desde o primeiro contato com a MQ. Face à importância do postulado da superposição de estados, tanto por seu papel na teoria quântica quanto em termos de sua aplicabilidade tecnológica, julgamos de suma importância uma mudança no processo de ensino do assunto. No nosso entender o ensino de MQ em nível introdutório deveria enfatizar os conceitos quânticos basilares, propiciando a formação dos núcleos adequados. Nossa proposta didática teve este objetivo.

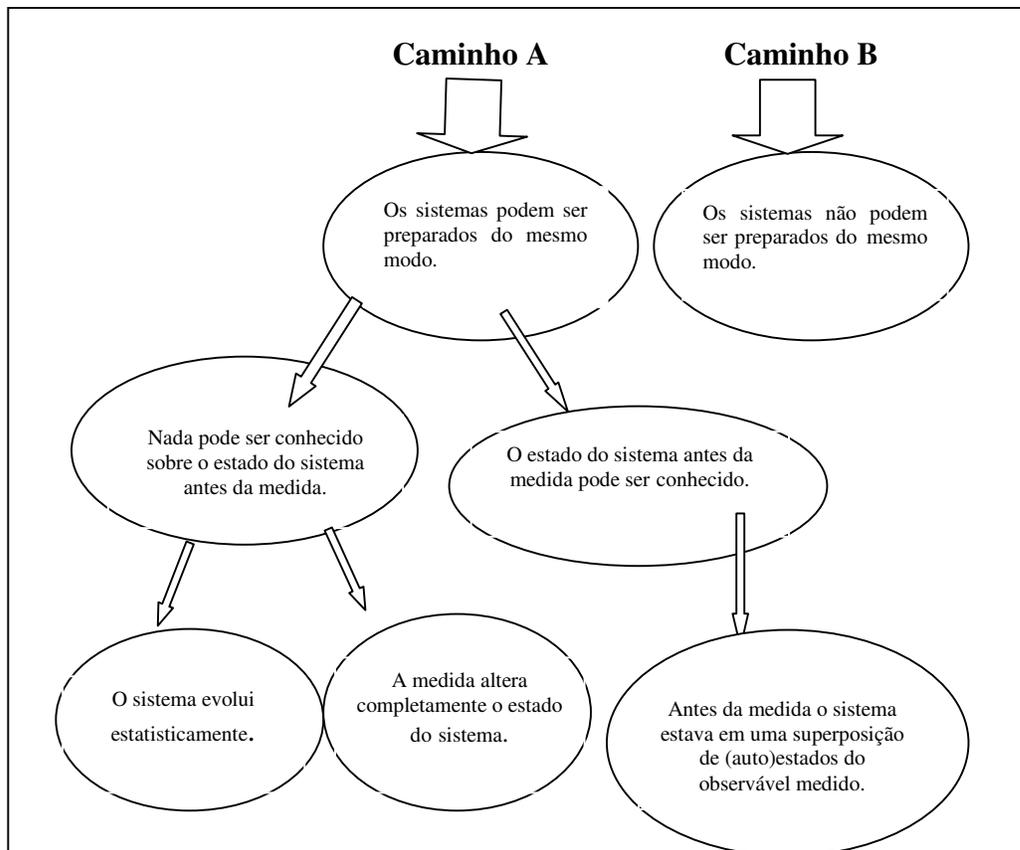


Figura 3: Possíveis caminhos adotados pelos estudantes dos grupos pesquisados para responder à questão 3.

Referências

- DAVIDOVICH, L., BRUNE, M., RAIMOND, J. M., HAROCHE, S. (1996). Mesoscopic quantum coherences in cavity QED: preparation and decoherence monitoring schemes. *Physical Review A*, v. 53, n. 3, p. 1295–1309.
- DIRAC, P. A. (1967). *The principles of quantum mechanics*, 4th ed. Oxford: Clarendon Press.
- GERRY, C. C. e KNIGHT, P. L. (1997). Quantum superpositions and Schrödinger cat states in quantum optics. *American Journal of Physics*, v. 65, n. 10, p. 964-974.
- GRECA, I. M. (2000). *Construindo significados em Mecânica Quântica : resultados de uma proposta didática aplicada a estudantes de Física Geral*. Tese de doutoramento. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.
- GRECA, I., MOREIRA, M. A. (1999). O que estão entendendo estudantes universitários em aulas de Mecânica Quântica? Em MOREIRA, M. A., OSTERMANN, F. (Org) Atas do II Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências (Cd rom). Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.
- GRECA, I. M. e MOREIRA, M. A. (2001). Uma revisão da literatura sobre estudos relativos ao ensino de Mecânica Quântica Indrodutória. *Investigações em Ensino de Ciências*, 6(1), p. 1-29. <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>
- GRECA, I. M., MOREIRA, M. A. e HERSCOVITZ, V. E. (2001). Uma proposta para o ensino de Mecânica Quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 1(23), p. 444-457.
- GRECA, I. M. e HERSCOVITZ, V. E. (2002). Construyendo significados en mecánica cuántica: fundamentación y resultados de una propuesta innovadora para su introducción en el nivel universitario. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(2), p. 327-338.
- GRECA, I. M. e MOREIRA, M. A. (2002). Além da detecção de modelos mentais dos estudantes: uma proposta representacional integradora. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7(1). <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>
- GRECA, I. M. e FREIRE JR, O. (2003). Does the emphases in the concept of quantum states enhance students understanding of quantum mechanics? *Science & Education*, 12 (5&6), p. 541-557.
- HOBSON, A. (1996). Teaching quantum theory in the introductory course. *The Physics Teacher*, v. 34, p. 202-210.
- HUGHES, R. I. (1989). *The structure and interpretation of quantum mechanics*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- JOHNSON-LAIRD, P. (1983). *Mental models*. Cambridge: Harvard University Press.
- NUSSENZVEIG, M. (1998). *Curso de física básica*. v. 4 Ótica, relatividade e física quântica. São Paulo: Edgard Blücher.
- RIVIÈRE, A. (1985). *La psicología de Vygotski*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- SCHREIBER, Z. (1994). *The nine lives of Schrödinger's cat*. London: University of London. Master thesis.
- SIMON, H. (1992). What is an explanation of behavior? *Psychological Science*, 3, p. 150-161.
- THAGARD, P. R. (1992). *Conceptual revolutions*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- VÉNGUER, L., VÉNGUER, A. (1988) *Actividades inteligentes*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- YAM, P. (1997). Bringing Schrödinger's cat to life. *Scientific American*, June 1997.
- ZEILINGER, A. (1999). In retrospect. *Nature*, v. 398, p. 210-211.

ZUREK, W. H. (1991). Decoherence and the transition from quantum to classical. *Physics Today*, 44(10), p. 36-44, Oct. 1991.