

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
ENG. DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

WILLIAM CECHIN GUARIENTI

**METODOLOGIA PARA SINTONIA DE
CONTROLADORES PID DE
QUADRICÓPTEROS USANDO
TÉCNICAS BASEADAS EM DADOS**

Porto Alegre
2019

WILLIAM CECHIN GUARIENTI

**METODOLOGIA PARA SINTONIA DE
CONTROLADORES PID DE
QUADRICÓPTEROS USANDO
TÉCNICAS BASEADAS EM DADOS**

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC-CCA)
apresentado à COMGRAD-CCA da Universidade
Federal do Rio Grande do Sul como parte dos re-
quisitos para a obtenção do título de *Bacharel em
Eng. de Controle e Automação* .

ORIENTADOR(A): Prof. Dr. Diego Eckhard

Porto Alegre
2019

WILLIAM CECHIN GUARIENTI

**METODOLOGIA PARA SINTONIA DE
CONTROLADORES PID DE
QUADRICÓPTEROS USANDO
TÉCNICAS BASEADAS EM DADOS**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção dos créditos da Disciplina de TCC do curso *Eng. de Controle e Automação* e aprovado em sua forma final pelo(a) Orientador(a) e pela Banca Examinadora.

Orientador(a): _____

Prof. Dr. Diego Eckhard, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul –
Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Diego Eckhard, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Aurélio Tergolina Salton, UFRGS

Doutor pela Universidade de Newcastle – Newcastle, Austrália

Prof. Dr. Lucíola Campestrini, UFRGS

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Marcelo Götz

Coordenador(a) de curso

Eng. de Controle e Automação

Porto Alegre, dezembro de 2019.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, por me ensinarem, através do exemplo, a importância da resiliência para superar os nossos maiores desafios.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, pelo amor incondicional, pela paciência e pelo companheirismo ao longo de todos esses anos.

Aos meus amigos e colegas de curso, que tornaram este percurso universitário mais enriquecedor e divertido.

Aos meus bons professores e, em especial, ao meu orientador, que, durante os últimos anos, muito contribuiu para o meu crescimento pessoal e profissional.

Aos meus amigos e colegas da ARPAC Brasil, que me deram todo o suporte necessário para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Quadricópteros são veículos aéreos não tripulados cujo sistema de propulsão é formado por quatro rotores acoplados a hélices. Ainda que sejam relativamente simples do ponto de vista construtivo, um complexo esquema de controle é requerido para torná-los aptos à pilotagem. Tendo em vista a crescente popularização dessas aeronaves, intensificou-se a demanda por métodos e técnicas que possibilitem o ajuste das malhas do seu sistema de controle. Nesse contexto, este trabalho propõe-se a desenvolver uma metodologia completa para a sintonia das malhas de controle de velocidade angular e de ângulo de *pitch* e de *roll*, bem como as de controle de velocidades frontal e lateral. Para tanto, utilizou-se uma técnica de controle baseado em dados denominada de *Virtual Reference Feedback Tuning*. Além disso, desenvolveu-se uma ligeira adaptação sobre o VRFT para torná-lo mais adequado para o problema específico em questão. A validação da metodologia proposta foi realizada com uma ferramenta de simulação e uma aeronave com *firmware* baseado no piloto automático PX4. Os resultados obtidos evidenciaram que o emprego dessa metodologia apresenta um potencial significativo no que concerne à redução de custos e do tempo devotado à tarefa.

Palavras-chave: Controle Baseado em Dados, Controle em Castata, Quadricópteros, Piloto Automático PX4.

ABSTRACT

Quadcopters are unmanned aerial vehicles that are propelled by four rotors. Even though they are relatively simple in terms of construction, a complex system control scheme is required to make them flyable. Bearing in mind the growing popularity of these aircraft, the demand for methods and techniques that can be used for tuning the control system has increased. In this context, this paper proposes the development of a comprehensive methodology to tune the pitch and roll rate and angle control loops, as well as the lateral and frontal speed loops. In order to achieve it, a data-driven control method called Virtual Reference Feedback Tuning has been used. Moreover, a small modification was made to render the Virtual Reference Feedback Tuning more suitable for the problem at hand. The validation of the proposed methodology was made through the usage of a simulation software and of a real quadcopter running a firmware based on the PX4 autopilot. The results have shown that the developed methodology has great potential to save time and money when performing the controllers tuning.

Keywords: Data-driven Control, Cascade Control, Quadcopters, PX4 Autopilot.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	8
LISTA DE TABELAS	9
LISTA DE ABREVIATURAS	10
LISTA DE SÍMBOLOS	11
1 INTRODUÇÃO	13
2 REVISÃO DA LITERATURA	15
2.1 Breve descrição do comportamento dinâmico do quadricóptero	15
2.2 Introdução ao VRFT	18
3 METODOLOGIA	20
3.1 Determinação da estrutura dos controladores	21
3.2 Determinação dos modelos de referência	22
3.2.1 Estimação dos parâmetros dos controladores utilizando uma variante não iterativa do VRFT flexível	26
3.3 Projeto dos experimentos	27
4 RESULTADOS	29
4.1 Sintonia dos controladores em ambiente de simulação	30
4.2 Sintonia dos controladores da aeronave de testes da ARPAC	34
5 CONCLUSÕES	38
ANEXO A AVALIAÇÃO DO SOBRESSINAL NA RESPOSTA AO SALTO DE UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM COM UM ZERO REAL E DOIS POLOS REAIS REPETIDOS	39
BIBLIOGRAFIA	41

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Sistemas de referência inercial e fixo ao corpo de um quadricóptero. . .	15
Figura 2:	Representação das malhas de controle associadas ao eixo de <i>roll</i>	20
Figura 3:	Diagrama do lugar das raízes da malha de velocidade angular, quando $p_m = 0,7397$	23
Figura 4:	Diagrama do lugar das raízes da malha de ângulo, quando $p_m = 0,7397$. 24	24
Figura 5:	Diagrama do lugar das raízes da malha de velocidade lateral, para um posicionamento arbitrário do polo de $G_3(z)$	24
Figura 6:	Relação entre o sobressinal e a posição do zero do modelo de referência. 25	25
Figura 7:	Sinal de referência padronizado empregado para a sintonia dos controladores $C_1(z)$ e $C_2(z)$	28
Figura 8:	Aeronave de testes da ARPAC.	29
Figura 9:	Ajuste da malha de controle de velocidade angular de <i>roll</i>	31
Figura 10:	Comparação do desempenho de diversos controladores quanto ao seguimento de referência de ângulo de <i>roll</i>	32
Figura 11:	Verificação de seguimento de referência de velocidade lateral com os controladores $C_{3i}(z)$ e $C_3(z)$	33
Figura 12:	Aeronave montada na bancada de testes.	34
Figura 13:	Ensaio em malha fechada para a verificação do seguimento de referência de ângulo de <i>roll</i>	35
Figura 14:	Comportamento da malha de controle de velocidade angular em torno do eixo de <i>roll</i>	36
Figura 15:	Desempenho da malha de controle de ângulo de <i>roll</i> em condições normais de voo.	36
Figura 16:	Verificação de seguimento de referência de velocidade lateral em condições normais de voo.	37

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Descrição dos experimentos e lista de controladores empregados. . .	32
-----------	---	----

LISTA DE ABREVIATURAS

CBT	<i>Correlation Based Tuning</i>
CIFT	<i>Cascade Iterative Feedback Tuning</i>
FCU	<i>Flight Control Unit</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
HITL	<i>Hardware-in-the-loop</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
P	Proporcional
PI	Proporcional-integral
PID	Proporcional-integral-derivativo
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>
VRFT	<i>Virtual Reference Feedback Tuning</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

ϕ	Ângulo de <i>roll</i> em torno ao eixo x
θ	Ângulo de <i>pitch</i> em torno ao eixo y
ψ	Ângulo de <i>yaw</i> em torno ao eixo z
$C_1(z)$	Função de transferência do controlador da malha de velocidade angular em torno do eixo de <i>roll</i>
$C_2(z)$	Função de transferência do controlador da malha de ângulo de <i>roll</i>
$C_3(z)$	Função de transferência do controlador da malha de velocidade lateral
$G_1(z)$	Função de transferência que associa a velocidade angular em torno do eixo de <i>roll</i> ao sinal de controle
$G_2(z)$	Função de transferência que associa o ângulo de <i>roll</i> à velocidade angular em torno do respectivo eixo
$G_3(z)$	Função de transferência que associa a velocidade lateral ao ângulo de <i>roll</i>
g	Aceleração da gravidade local
I_{xx}	Momento de inércia em torno do eixo x_b
I_{yy}	Momento de inércia em torno do eixo y_b
I_{zz}	Momento de inércia em torno do eixo z_b
k_{drag}	Coefficiente de atrito aerodinâmico
m	Massa do veículo
$Oxyz$	Sistema de coordenadas cartesianas inercial
$O_bx_b y_b z_b$	Sistema de coordenadas cartesianas fixo ao corpo
p_m	Posição no plano Z do polo do sistema de propulsão
T	Tempo de amostragem do sistema de controle
T_m	Constante de tempo do sistema de propulsão
$T_{1d}(z)$	Modelo de referência para a malha de velocidade angular
$T_{2d}(z)$	Modelo de referência para a malha de ângulo
$T_{3d}(z)$	Modelo de referência para a malha de velocidade linear
U_{xx}	Torque resultante em torno do eixo x_b

U_{yy}	Torque resultante em torno do eixo y_b
U_{zz}	Torque resultante em torno do eixo z_b
U_t	Força de empuxo resultante na direção do eixo z_b
v_{xb}	Velocidade do quadricóptero na direção do eixo x_b
v_{yb}	Velocidade do quadricóptero na direção do eixo y_b

1 INTRODUÇÃO

Desde o desenho do parafuso helicoidal aéreo por Leonardo da Vinci, no final do século XV, sucessivos passos foram dados até o desenvolvimento dos quadricópteros, aeronaves que vem sendo extensivamente utilizadas em aplicações de fotografia, inspeção e monitoramento aéreo, de pulverização agrícola e, mais recentemente, de *delivery*. Utilizando um conjunto de quatro rotores acoplados a hélices, os movimentos de rotação e de translação do veículo são comandados por uma complexa unidade computacional, denominada *flight control unit* (FCU). Tal unidade computacional é responsável por adquirir e processar os dados de diversos sensores (acelerômetros, giroscópios, magnetômetros, módulos de GNSS, etc.), gerar uma estimativa da posição e da orientação do veículo e interpretar os comandos advindos do piloto.

Com a popularização e a redução dos custos dos componentes construtivos dos quadricópteros, há uma crescente demanda por técnicas e metodologias que propiciem o ajuste dos parâmetros dos controladores que são executados nas unidades computacionais de tais aeronaves. A metodologia a ser apresentada neste trabalho para a resolução deste desafio utiliza técnicas baseadas em dados, que tem, como principal vantagem em relação às técnicas tradicionais, dispensar a necessidade de um complexo e detalhado modelo matemático do sistema.

Essa abordagem tem sido objeto de diversos outros estudos, como os de (D. A. TESCH; ECKHARD; GUARIENTI, 2016), (CHUPIN, 2017) e (PANIZZA, 2018), que exploram a utilização de algoritmos como o *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT), o *Correlation Based Tuning* (CBT) e o *Cascade Iterative Feedback Tuning* (CIFT) para a resolução do problema proposto. No entanto, falta à literatura já existente a estruturação de uma metodologia que aborde todos os aspectos do processo de sintonia do controlador: da definição das técnicas de controle e dos experimentos necessários, à validação dos controladores em voo.

Dessa forma, o principal objetivo deste trabalho é preencher essa lacuna da literatura técnica específica. A fim de embasar as decisões tomadas a nível de metodologia, a discussão deste trabalho iniciou com a análise de um modelo matemático simplificado da aeronave, no Capítulo 2. Além disso, neste capítulo também revisou-se brevemente o *Virtual Reference Feedback Tuning*, que ocupou um papel de destaque nesse trabalho devido à sua eficiência computacional e à sua simplicidade de utilização.

A elaboração da metodologia propriamente dita é reservada ao Capítulo 3, que corresponde ao cerne deste texto. Nesse capítulo, definem-se as estruturas dos controladores, os experimentos que devem ser executados e os algoritmos de sintonia de controladores a serem utilizados. Ademais, propõe-se uma modificação em uma técnica de controle derivada do VRFT, de modo a resolver um dos problemas de engenharia observados durante a elaboração deste trabalho.

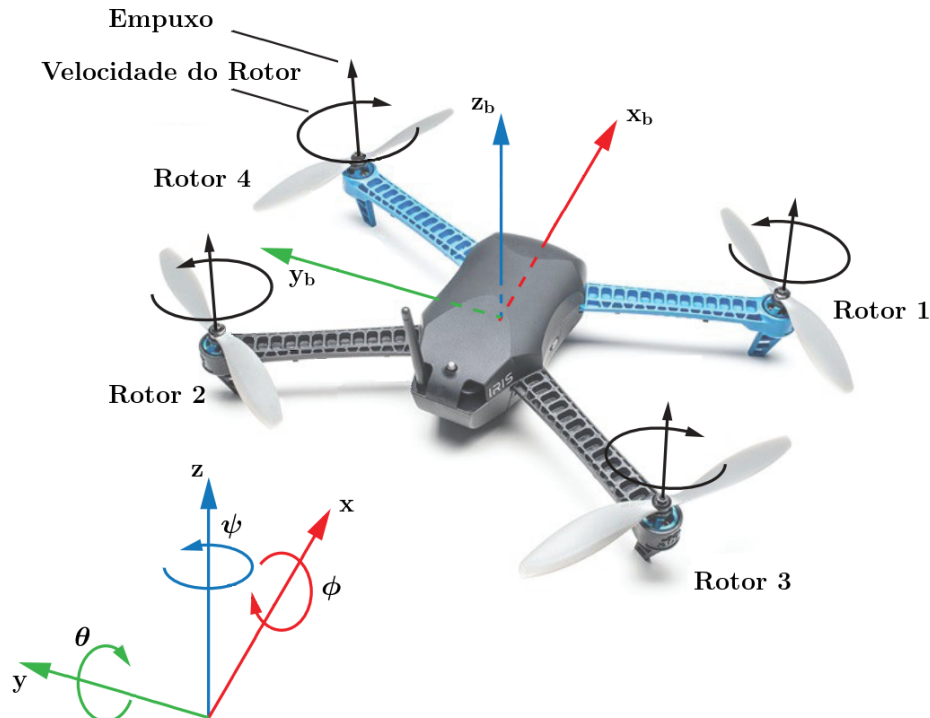
A validação da metodologia desenvolvida é realizada no Capítulo 4, que se propõe a análise dos resultados da aplicação dos procedimentos descritos na seção anterior. Os experimentos discutidos nesse capítulo foram realizados em ambiente de simulação e com uma aeronave de testes cedida pela ARPAC Brasil, uma *startup* gaúcha que opera na área de fabricação e prestação de serviços com quadricópteros. Finalmente, o Capítulo 5 encerra o trabalho com a apresentação das conclusões e de sugestões de trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Breve descrição do comportamento dinâmico do quadricóptero

Quadricópteros são aeronaves que empregam quatro rotores acoplados a hélices, tipicamente de passo fixo, sendo que duas rotacionam no sentido horário e duas, no anti-horário. Em função dessa configuração, dois rotores geram um torque de reação na estrutura no sentido anti-horário, enquanto os outros dois geram um torque no sentido horário. Por outro lado, os quatro rotores contribuem para gerar uma força resultante *para cima*. A partir do controle da velocidade de cada um dos motores, é possível realizar quatro movimentos distintos, os quais podem ser depreendidos a partir da análise da Figura 1.

Figura 1: Sistemas de referência inercial e fixo ao corpo de um quadricóptero.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Note que, na Figura 1, a ilustração de um quadricóptero é acompanhada da descrição de um sistema de referência inercial $(Oxyz)$ e um sistema de referência fixo ao corpo $(O_b x_b y_b z_b)$. A razão pela qual costuma-se apresentar esses dois sistemas é simples: enquanto as leis básicas da Física são formuladas em sistemas de referência inerciais, os

movimentos básicos da aeronave são melhor descritos no sistema de referência fixo ao corpo. Com efeito, os quatro movimentos básicos exequíveis por um quadricóptero são os seguintes: movimento de aceleração ao longo do seu eixo vertical (z_b), movimentos de guinada (*yaw*) em torno do seu eixo vertical (z_b), movimentos de rolagem (*roll*) em torno do seu eixo longitudinal (x_b) e movimentos de arfagem (*pitch*) em torno do eixo lateral (y_b).

No primeiro caso, um aumento (ou decréscimo) igual de velocidade de todas as hélices altera a sustentação da aeronave, provocando uma aceleração ao longo do seu eixo vertical. No segundo caso, um movimento de guinada é originado quando os motores que rotacionam em um sentido aumentam de velocidade na mesma proporção que os motores que rotacionam no sentido oposto diminuem. Nessas circunstâncias, não há alteração na sustentação da aeronave, sendo que o movimento de guinada decorre do somatório não nulo dos torques de reação dos motores sobre a estrutura do veículo.

Um movimento de rolagem, por sua vez, é obtido incrementando a velocidade dos rotores 2 e 4 na mesma proporção na qual a velocidade dos rotores 1 e 3 é decrementada. Desse modo, é gerado um torque resultante não-nulo em torno do eixo x_b da aeronave, provocando uma rotação em torno desse eixo. Finalmente, um movimento de arfagem é obtido aumentando-se a velocidade dos rotores 2 e 3 na mesma proporção na qual a velocidade dos rotores 1 e 4 é decrescida, uma vez que esse procedimento gera um torque resultante não nulo em torno do eixo y_b do quadricóptero.

Observe que os movimentos em torno do eixo de *pitch* e de *roll* também se refletem em deslocamentos na direção frontal e lateral da aeronave, os quais não podem ser controlados diretamente em função do grau de indeterminação cinemática do veículo. Como consequência de tais aspectos construtivos, as variáveis de interesse – velocidades angulares, ângulos e velocidades lineares, descritas tanto em um sistema de coordenadas fixo à aeronave quanto em um sistema de referência inercial – apresentam um significativo acoplamento, conforme apresentado em (BRESCIANI, 2008), (BOUABDALLAH, 2007) e (QUAN, 2017). No entanto, é possível formular diversas simplificações sobre tal modelo, conquanto que determinadas condições sejam atendidas.

Especificamente para a elaboração deste trabalho, assume-se que: o veículo é simétrico em relação a um conjunto de eixos cuja origem é o seu centro de massa e que a pose do veículo não difere de forma significativa daquela na qual o quadricóptero paira no ar. Por conseguinte, as velocidades angulares medidas no sistema de coordenadas fixo ao corpo e no sistema de coordenadas inercial podem ser consideradas aproximadamente iguais. Pressupondo a validade dessas hipóteses, pode-se demonstrar (BRESCIANI, 2008) que, para fins de elaboração de uma estratégia de controle, as equações que descrevem a dinâmica das acelerações angulares em torno dos eixos do veículo são bem aproximadas por:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} & \approx \frac{U_{xx}}{I_{xx}}, \\ \ddot{\theta} & \approx \frac{U_{yy}}{I_{yy}}, \\ \ddot{\psi} & \approx \frac{U_{zz}}{I_{zz}}, \end{cases} \quad (1)$$

onde ψ , θ e ϕ correspondem aos ângulo de *yaw*, *pitch* e *roll* resultantes de rotações sucessivas em torno dos eixos do sistema de coordenadas inerciais, na ordem z - y - x ; I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} denotam os momentos de inércia calculados em relação aos eixos do sistema de referência fixo ao corpo e U_{xx} , U_{yy} , U_{zz} são os torques resultantes em torno dos eixos dos respectivos eixos fixos ao corpo.

Nesse caso, as variáveis de atuação calculadas pelo sistema de controle estão associadas aos torques em relação a cada um dos eixos, que então são convertidos em níveis de tensão a serem impostos sobre os motores por um módulo de *software* chamado de *mixer*. Essa conversão tipicamente ocorre de forma transparente ao projetista do sistema de controle, dependendo exclusivamente da disposição geométrica dos motores. No entanto, cabe salientar que o projetista deve considerar o fato de que o sistema não responde instantaneamente a um comando de torque do sistema de controle, devido às limitações da resposta dinâmica dos motores do veículo.

Conforme exposto em (QUAN, 2017), a dinâmica do sistema de propulsão é bem descrita como um sistema de primeira ordem, com constante de tempo igual a T_m . Esse parâmetro pode ser obtido com o emprego de um aparato experimental ou com base em dados dos fabricantes acerca das hélices e dos motores, como é discorrido em (SHI et al., 2017). Para este trabalho, será utilizado um banco de dados do *Reliable Flight Control Group* da Universidade de Beihang, no qual é possível obter uma estimativa dessa constante T_m diretamente, bastando fornecer os modelos comerciais dos componentes utilizados. Correntemente, esse banco de dados pode ser encontrado na seguinte página da Internet: <https://flyeval.com>.

Complementando o modelo simplificado previamente apresentado, pode-se considerar as equações dinâmicas que expressam as velocidades v_{xb} e v_{yb} na direção dos eixos $o_b x_b$ e $o_b y_b$. Neste caso, é importante ter em conta o atrito aerodinâmico na formulação matemática, o qual pode ser desconsiderado na Equação (1) supracitada. Desse modo, mostra-se (QUAN, 2017) que, adotando um modelo linear de primeira ordem para a força de atrito, são válidas as seguintes equações:

$$\begin{cases} \dot{v}_{xb} & \approx -g \theta - \frac{k_{drag}}{m} v_{xb}, \\ \dot{v}_{yb} & \approx +g \phi - \frac{k_{drag}}{m} v_{yb}, \end{cases} \quad (2)$$

onde v_{xb} e v_{yb} são as velocidades lineares ao longo dos eixos $o_b x_b$ e $o_b y_b$, g é a aceleração da gravidade, m é a massa do veículo e k_{drag} é o coeficiente da força de atrito. Note que a descrição matemática em relação ao sistema de referência fixo ao veículo é mais conveniente por ocasião de um voo não autônomo, uma vez que os comandos do piloto consideram a orientação da frente do veículo.

Por outro lado, a especificação da dinâmica do quadricóptero na direção do eixo z deve ser realizada em relação ao sistema de coordenadas inercial, uma vez que tipicamente o piloto deseja atuar sobre a distância do veículo em relação ao solo. Segundo (BRESCIANI, 2008), a equação que governa o movimento da aceleração ao longo deste eixo pode ser aproximada por:

$$\dot{v}_z \approx -g + (\cos(\theta) \cos(\phi)) \frac{U_t}{m}, \quad (3)$$

onde v_z é a velocidade ao longo do eixo z do sistema de referência inercial e U_t é a força de empuxo produzida pelos motores.

Com base na discussão precedente, pode-se resumir o modelo matemático sobre o qual é embasada a metodologia de sintonia de controladores de quadricóptero desenvolvida neste trabalho através do seguinte conjunto de equações:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} & \approx \frac{U_{xx}}{I_{xx}}, \\ \ddot{\theta} & \approx \frac{U_{yy}}{I_{yy}}, \\ \ddot{\psi} & \approx \frac{U_{zz}}{I_{zz}}, \\ \dot{v}_{xb} & \approx -g \theta - \frac{k_{drag}}{m} v_{xb}, \\ \dot{v}_{yb} & \approx +g \phi - \frac{k_{drag}}{m} v_{yb}, \\ \dot{v}_z & \approx -g + (\cos(\theta) \cos(\phi)) \frac{U_t}{m}. \end{cases} \quad (4)$$

2.2 Introdução ao VRFT

A metodologia de sintonia de controladores PID de quadricópteros proposta neste trabalho tem suas bases assentadas no *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT), que é uma técnica de projeto de controladores baseado em dados proposta por (CAMPI; LECHINI; SAVARESI, 2002). Tais técnicas fiam-se na existência de um conjunto de dados de entrada $u = \{u_0, u_1, \dots, u_n\}$ e saída $y = \{y_0, y_1, \dots, y_n\}$ da planta para o projeto do sistema de controle, ao invés de depender da disponibilidade de um modelo matemático desse sistema.

A escolha pelo VRFT em detrimento de outras técnicas baseadas em dados deveu-se, sobretudo, à experiência bem sucedida do autor no seu emprego para a sintonia de quadricópteros e à sua indubitável preponderância na bibliografia que concerne ao emprego de técnicas baseadas em dados para quadricópteros. Além disso, o seu algoritmo é bastante eficiente do ponto de vista computacional e não iterativo, o que torna o seu emprego atrativo no contexto de uma metodologia que se propõe a simplificar um processo de sintonia de controladores.

A fim de prover uma breve introdução ao VRFT, considere que a planta que se objetiva controlar pode ser adequadamente descrita por um sistema linear de tempo discreto, *Single-Input Single-Output* (SISO), cuja função de transferência é expressa por $P(z)$. Além disso, assuma que a função de transferência que reflete as especificações de desempenho estipuladas pelo projetista para a operação do sistema em malha fechada é denotada por $T_d(z)$, e que o controlador a ser empregado pode ser escrito como $C(z; \vartheta) = \beta^T(z) \vartheta$, onde $\beta(z) = [\beta_1(z) \beta_2(z) \dots \beta_n(z)]$ é um vetor conhecido de funções de transferência e $\vartheta = [\vartheta_1 \vartheta_2 \dots \vartheta_n]^T$ é um vetor n -dimensional de parâmetros, os quais devem ser estimados.

Em termos matemáticos, o objetivo de tornar a resposta do sistema a mais próxima possível daquela especificada pelo modelo de referência $T_d(z)$ é expresso pela minimização da função custo:

$$J_{MR}(\vartheta) = \left\| \left(T_d(z) - \frac{P(z) C(z, \vartheta)}{1 + P(z) C(z, \vartheta)} \right) W(z) \right\|, \quad (5)$$

onde $W(z)$ é uma função peso especificada pelo projetista de controle.

No entanto, a resolução deste problema de otimização é tipicamente bastante complexa (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011), e o VRFT redefine o objetivo de controle em termos de uma função custo quadrática, significativamente mais simples. De modo a motivar a sua formulação, assuma que a introdução de um controlador ideal $C_d(z)$ resulte em um sistema em malha fechada cuja função de transferência seja idêntica a $T_d(z)$. Nesse caso, o sinal de saída do sistema é igual a $T_d(z) r(t)$ para qualquer referência $r(t)$ especificada. Assim, para um conjunto de dados $y(t)$ adquiridos do sistema, a referência $\bar{r}(t)$ aplicada no sistema em malha fechada que produziria o

mesmo sinal de saída seria tal que $T_d(z) \bar{r}(t) = y(t)$. A essa referência atribui-se o nome de referência *virtual*, uma vez que ela não foi efetivamente usada para gerar os dados correspondentes a $y(t)$.

O erro de seguimento de referência virtual é, por conseguinte, definido como $\bar{e}(t) = \bar{r}(t) - y(t) = \frac{1-T_d(z)}{T_d(z)}y(t)$. Logo, o controlador ideal $C_d(z)$ seria aquele que gera o sinal de controle $u(t)$ a partir do sinal correspondente ao erro de seguimento de referência virtual $\bar{e}(t)$. Todavia, no caso geral, $C_d(z)$ não pertence à classe de controladores que pode ser representada como $C(z, \vartheta) = \beta^T(z)\vartheta$. Nessas circunstâncias, a função objetivo introduzida pelo VRFT:

$$J_{VR}^N(\vartheta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (L(z)(u(t) - C(z, \vartheta) \bar{e}(t)))^2, \quad (6)$$

não representa exatamente o mesmo objetivo de controle apresentado na Equação (5) (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002). Por outro lado, a seleção adequada do pré-filtro $L(z)$ que compõe a expressão da Equação (6), contribui para tornar o resultado da otimização de J_{VR}^N mais próximo daquele que seria obtido minimizando a função custo J_{MR} .

A determinação da função de transferência desse pré-filtro $L(z)$, bem como da estrutura do controlador $C(z, \vartheta)$ e da função de transferência da resposta desejada do sistema em malha fechada $T_d(z)$ correspondem ao enfoque da metodologia no que concerne ao VRFT, conforme será visto na seção a seguir. Com efeito, uma apresentação formal e pormenorizada do VRFT está fora do escopo deste trabalho, de modo que o leitor interessado é convidado a consultar (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002) e (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011) para maiores detalhes a respeito deste assunto.

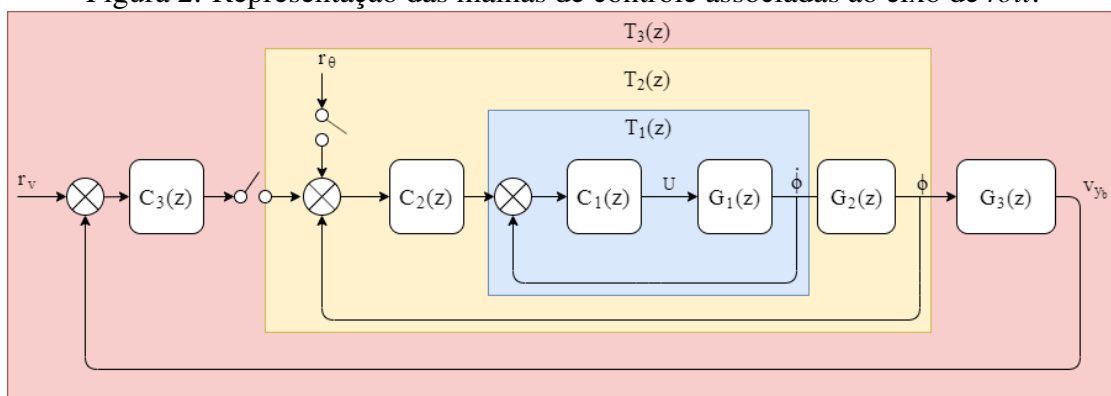
3 METODOLOGIA

Usualmente, o sistema de controle de um quadricóptero é pensado em termos de quatro subsistemas independentes, cada qual composto por uma sucessão de malhas em cascata (CHUPIN, 2017). Essa independência é justificável se as hipóteses sustentadas na seção anterior para a obtenção de um modelo simplificado da dinâmica do veículo forem válidas. Desse modo, reduz-se um problema *Multiple-Input Multiple-Output* (MIMO) a um conjunto de problemas *Single-Input Single-Output* (SISO) independentes (CHUPIN, 2017).

Os quatro subsistemas que compõem o sistema de controle da aeronave são responsáveis por: controlar a velocidade angular e o ângulo de *roll*, assim como a velocidade lateral; controlar o ângulo de *pitch*, a velocidade angular e a velocidade na direção frontal da aeronave; controlar a velocidade do quadricóptero na direção vertical; controlar a velocidade angular e o ângulo de *yaw*. Na estrutura hierárquica representada pela cascata, o controle de velocidade linear gera uma referência para o controle de ângulo, que, por sua vez, gera uma referência para o controle de velocidade angular.

A fim de manter a concisão deste trabalho, será apenas discutida a sintonia dos controladores do subsistema associado ao eixo de *roll*, que é ilustrado na Figura 2. Neste caso, os controladores PID a serem projetados são denotados de $C_i(z)$, onde o subscrito está associado à variável controlada: 1 está associado à velocidade angular em torno do eixo de *roll*; 2, ao ângulo de *roll* e 3, à velocidade na direção lateral da aeronave. A dinâmica do veículo é representada pelas funções de transferência denotadas de $G_i(z)$, que podem ser obtidas a partir da linearização do modelo apresentado na Seção 2. Finalmente, a função de transferência em malha fechada de cada uma das malhas é designada de $T_i(z)$.

Figura 2: Representação das malhas de controle associadas ao eixo de *roll*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma observação importante decorre da hipótese de simetria do veículo em relação a um conjunto de eixos com origem no seu centro de massa. Neste caso, são idênticos os seguintes pares de controladores: de velocidade angular em torno do eixo de *pitch* e em torno do eixo de *roll*, de ângulo de *pitch* e de *roll*, e de velocidade frontal e lateral. Desse modo, ao fazer menção a um controlador de cada par na discussão a seguir, as mesmas observações são válidas para o outro.

Dada a estrutura em cascata do sistema de controle, o piloto pode atuar diretamente sobre os ângulos e as velocidades lineares na direção dos eixos da aeronave, dependendo do modo de voo configurado. Em função dessa escolha, algumas malhas de controle podem apresentar-se desligadas, uma vez que o operador envia diretamente a referência através do seu rádio controle para uma malha mais interna. A possibilidade de desligar algumas malhas de controle é ilustrada com o uso de interruptores na Figura 2.

São três os modos de voo básicos que o piloto do quadricóptero tem disponível na plataforma sobre a qual se está trabalhando: *stabilized*, *altitude* e *position*. No modo *stabilized*, os sinais enviados pelo piloto através do seu rádiocontrole atuam sobre as referências de posição angular em *pitch*, em *roll* e em *yaw* e sobre a aceleração vertical (*throttle*) da aeronave. No modo *altitude*, por sua vez, atuam sobre as mesmas três referências de posição angular e sobre a velocidade no eixo vertical (z). Por fim, no modo *position*, o piloto fornece as referências de velocidade frontal, lateral e vertical, bem como a referência de ângulo em torno do eixo de *yaw*.

Essa terminologia concernente aos modos de voo é a adotada pelos desenvolvedores da plataforma de piloto automático PX4, que é um *software* de código aberto regido pela licença BSD. Tal licença permite a realização e a incorporação de modificações em *softwares* proprietários. Este é o caso do *software* empregado neste trabalho, de propriedade da ARPAC Brasil, que dispõem de um módulo de controle que implementa controladores PID para as malhas de controle descritas acima.

A seguir, na Subseção 3.1, serão discutidos os requisitos de projeto dos controladores PID implementados nas malhas de controle da aeronave. Com base nessas definições, será possível definir as técnicas de controle a serem utilizadas para o cálculo dos parâmetros dos controladores, o que será tratado na Subseção 3.2. Por fim, será possível realizar o projeto dos experimentos necessários para a obtenção dos dados requisitados para a execução dos algoritmos escolhidos, conforme será discutido na Subseção 3.3. Dessa forma, estará definida uma metodologia para a sintonia de controladores PID para quadricópteros.

3.1 Determinação da estrutura dos controladores

A proposição de uma determinada metodologia de sintonia de controladores PID para quadricópteros inicia pela definição dos requisitos de desempenho que se objetiva atender, o que é *per se* um desafio do ponto de vista técnico. De fato, é difícil estabelecer unanimidade em torno do significado do que é um *bom* desempenho ou comportamento da aeronave, mas é imperativo dedicar algum tempo à tarefa.

Tipicamente, nos modos *stabilized* e *altitude*, o piloto não tem um genuíno interesse em garantir o seguimento de referência constante com erro nulo em regime permanente nas malhas de controle de ângulo de *pitch* e de *roll*. De fato, privilegia-se uma resposta rápida, com pouco sobressinal, em detrimento do seguimento de referência constante nesses casos. Por outro lado, o sistema de controle das malhas de velocidade deve ser capaz de rejeitar assintoticamente perturbações introduzidas por um vento constante. Ademais,

novamente espera-se que a resposta ao salto não tenha um *overshoot* significativo, o que é especialmente importante no caso da operação em modo manual, caso no qual a oscilação de velocidade em torno da referência também causaria confusão à pilotagem.

A partir da discussão acima, depreende-se que as classes de controladores PIDs mais simples que podem ser empregados para o atendimento dos requisitos de desempenho apresentados são: Proporcional (P), para as malhas de velocidade angular e ângulo de *roll*, e Proporcional-integral (PI), para a malha de velocidade lateral. Utilizando a nomenclatura introduzida no texto precedente, as funções de transferência desses controladores no domínio discreto são expressas por:

$$\begin{cases} C_1(z, \rho_1) & = \rho_1, \\ C_2(z, \rho_2) & = \rho_2, \\ C_3(z, \rho_3, \varrho_3) & = \rho_3 + \varrho_3 \frac{z}{z-1}, \end{cases} \quad (7)$$

onde ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 e ϱ_3 constituem os parâmetros a serem determinados. A estimação desses parâmetros constituem o problema a ser tratado na próxima subseção.

3.2 Determinação dos modelos de referência

Conforme fora introduzido na Seção 2, o VRFT é uma técnica de estimação de controladores digitais que se baseia na existência de um conjunto de dados de entrada e de saída da planta de um sistema e na especificação do comportamento dinâmico do sistema em malha fechada através de um modelo de referência $T_d(z)$. Esse modelo de referência, no entanto, deve se aproximar suficientemente bem de um modelo que descreve um desempenho atingível pela estrutura de controlador a ser utilizada (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011).

A proposição de um modelo de referência factível, por sua vez, depende de algum conhecimento básico sobre a estrutura do modelo do processo. À vista disso, na Seção 2, um modelo matemático para o quadricóptero foi sintetizado e expresso na Equação (4), possibilitando a definição dos modelos de referência de tempo discreto para cada uma das malhas do sistema de controle a serem sintonizadas a seguir.

Utilizando o modelo indicado, é simples demonstrar que a função de transferência de tempo discreto que associa a dinâmica das velocidades angulares aos torques aplicados nos respectivos eixos é de primeira ordem, com polo em $z = 1$. Por outro lado, os sinais de entrada *fisicamente* aplicados pela FCU são, em última análise, as tensões nos motores. Em consonância com a discussão da Seção 2, a dinâmica do torque aplicado no eixo da aeronave sob resultado da aplicação de uma tensão nos motores é bem descrito com um sistema de primeira ordem, com polo em $z = p_m$. A posição do polo p_m pode ser calculada a partir da constante de tempo do sistema de propulsão T_m e do período de amostragem do sistema de controle T , utilizando a função de mapeamento $z = e^{-\frac{T}{T_m}}$ (OGATA, 1995).

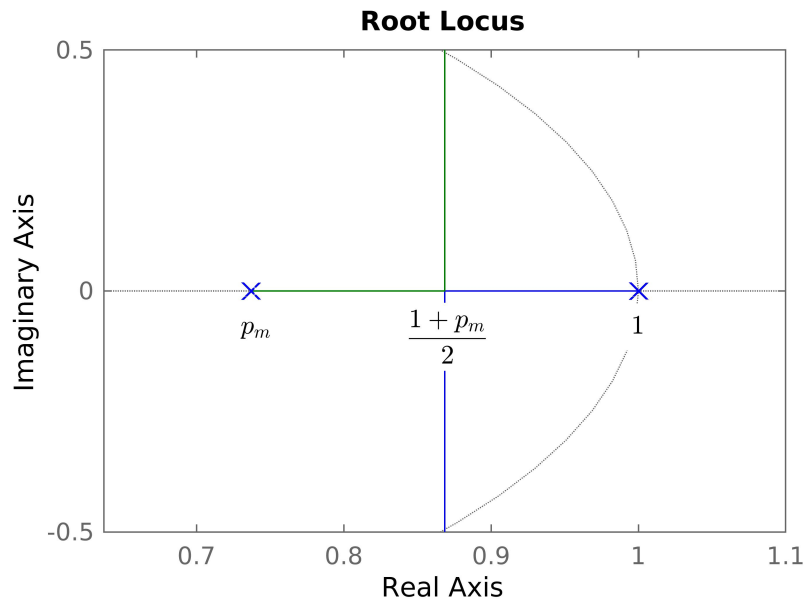
Por conseguinte, a função de transferência $G_1(z)$ que relaciona a velocidade angular aos sinais gerados pela FCU – isto é, as tensões aplicadas aos motores – é de segunda ordem. Além disso, o melhor desempenho transitório obtível – entendido doravante como a resposta mais rápida à referência sem sobressinal – decorre do posicionamento de ambos os polos em malha fechada em $z = 0,5(1 + p_m)$ quando um controlador proporcional é utilizado. Essa conclusão é passível de ser extraída a partir da análise do diagrama de lugar das raízes apresentado na Figura 3. A partir dessas observações,

propõe-se o seguinte modelo de referência para a malha de controle da velocidade angular:

$$T_{1d}(k_1, z) = k_1 \frac{(1 - \frac{1+p_m}{2})^2}{(z - \frac{1+p_m}{2})^2}, \quad (8)$$

onde k_1 é o ganho estático a determinar do modelo.

Figura 3: Diagrama do lugar das raízes da malha de velocidade angular, quando $p_m = 0,7397$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

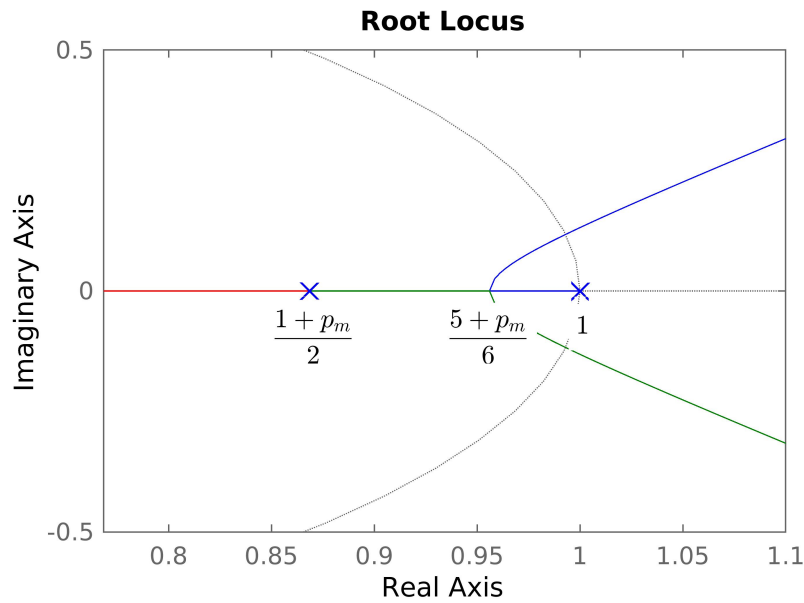
Assumido que a malha de controle de velocidade angular foi sintonizada de modo que o seu comportamento em malha fechada seja bem descrito por $T_{1d}(z)$, o diagrama de lugar das raízes da malha de controle de ângulo é aquele da Figura 4 quando um controlador proporcional é utilizado. Note que o polo em $z = 1$ surgiu como consequência do fato de que uma determinada velocidade angular corresponde à derivada do respectivo ângulo. Utilizando um argumento de dominância de polos (BAZANELLA; SILVA, 2005) e executando um raciocínio análogo àquele empregado para a determinação de $T_{1d}(z)$, o modelo de referência para a malha de ângulo de *roll* que proporciona a resposta à referência mais rápida sem sobressinal é dado por:

$$T_{2d}(k_2, z) = k_2 \frac{(1 - \frac{5+p_m}{6})^2}{(z - \frac{5+p_m}{6})^2}, \quad (9)$$

onde k_2 é o ganho estático a determinar do modelo.

Finalmente, para o projeto do controlador de velocidade lateral, admite-se que a resposta dinâmica da malha de controle de ângulo é significativamente mais rápida do que aquela que se pretende obter para a malha de velocidade. Em outras palavras, considera-se que a dinâmica das malhas de ângulo e de velocidade angular é bem descrita como um ganho unitário para fins da sintonia da malha de velocidade. Uma vez que a planta $G_3(z)$ pode ser representada por um modelo de primeira ordem, tendo em vista a Equação (2), e um controlador PI deve ser utilizado, como fora indicado na Equação (7), o diagrama

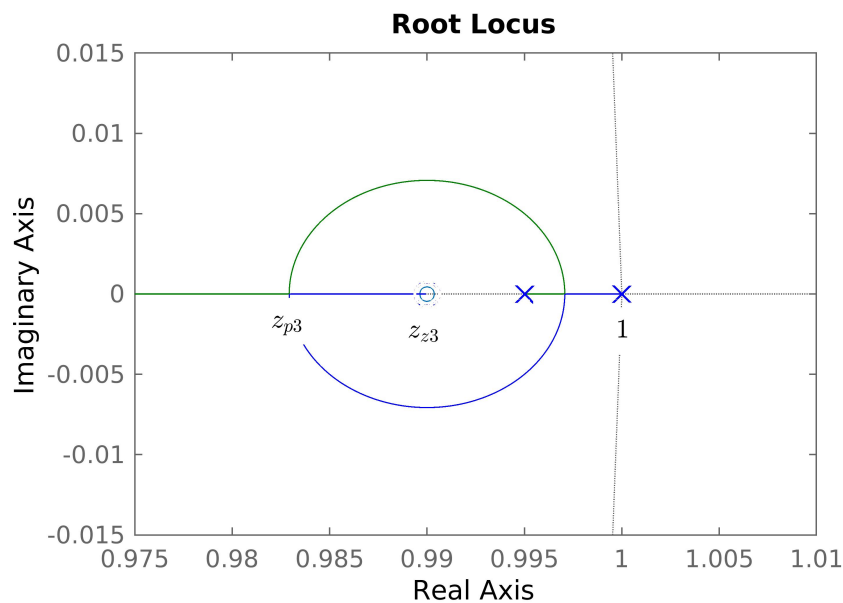
Figura 4: Diagrama do lugar das raízes da malha de ângulo, quando $p_m = 0,7397$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

do lugar das raízes é aquele indicado na Figura 5. Note que a posição do polo da planta $G_3(z)$ é desconhecido *a priori*. Nessas circunstâncias, note ainda que o melhor desempenho transitório obtível é alcançado se ambos os polos em malha fechada ocuparem a mesma posição à esquerda do zero do controlador.

Figura 5: Diagrama do lugar das raízes da malha de velocidade lateral, para um posicionamento arbitrário do polo de $G_3(z)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com base na discussão precedente, propõe-se que o modelo de referência seja especificado de modo a proporcionar uma resposta transitória cinco vezes mais lenta do que

a obtida na malha de ângulo. Matematicamente, pode-se mostrar que essa condição é expressa especificando a posição z_{p3} dos polos de $T_{3d}(z)$ em:

$$z_{p3} = \left(\frac{5 + p_m}{6} \right)^{1/5} \quad (10)$$

Resta, no entanto, determinar a posição do zero z_{z3} do modelo de referência (que coincide com aquele do controlador PI) a ser empregue.

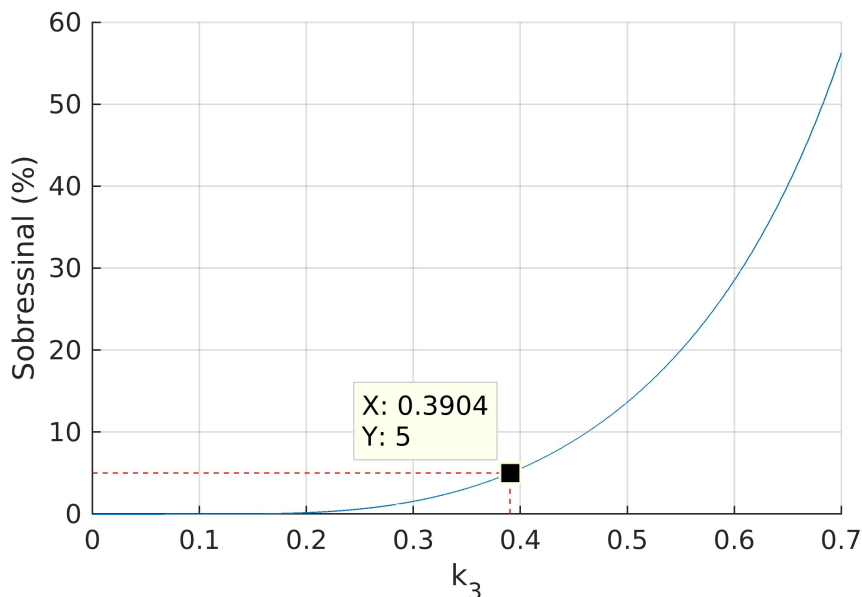
Inicialmente, deve-se notar, no diagrama de lugar das raízes da Figura 5, que o zero de $C_3(z)$ foi inserido entre os polos em malha fechada e $z = 1$, de modo que a sua posição z_{z3} no plano complexo pode ser descrita como:

$$z_{z3} = z_{p3} + k_3 (1 - z_{p3}), \quad (11)$$

onde $0 < k_3 < 1$. Ora, se o sobressinal da resposta ao salto for especificado *a priori* pelo projetista, bem como a posição dos dois polos reais repetidos, k_3 pode ser calculado. Para o caso do modelo de referência expresso por $T_{3d}(z)$, sugere-se especificar o sobressinal em 5%, o qual não acarreta prejuízo à pilotagem e, ao mesmo tempo, assegura a presença da ação integral.

A posição do zero do modelo de referência e do controlador z_{z3} pode ser calculada através da resolução de um sistema de equações não lineares, conforme discorrido no Anexo A, ou de forma gráfica – que utiliza um gráfico elaborado a partir das expressões contidas no mencionado anexo. Para fins de elucidar tal raciocínio, considere a Figura 6. Nessa ilustração, o sobressinal da resposta ao salto de um sistema com dois polos reais posicionados em $z = z_{p3}$ e um zero localizado em $z = z_{z3}$ é expresso como uma função de k_3 , para o caso específico em que $z_{p3} = 0,9912$. Nessa circunstância, a metodologia aqui proposta sugere que o zero de $T_{3d}(z)$ seja posicionado em $z_{z3} = z_{p3} + 0,3904 (1 - z_{p3}) = 0,9946$.

Figura 6: Relação entre o sobressinal e a posição do zero do modelo de referência.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com base na discussão acima, e sem perda de generalidade, o modelo de referência de $T_{3d}(z)$ é expresso por:

$$\begin{aligned} T_{3d}(z) &= \frac{(1 - z_{p3})^2}{1 - z_{z3}} \frac{z - z_{z3}}{(z - z_{p3})^2}, \\ T_{3d}(z) &= \frac{1 - z_{p3}}{1 - k_3} \frac{z - [(1 - k_3)z_{p3} + k_3]}{(z - z_{p3})^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

onde z_{p3} e k_3 são parâmetros que podem ser calculados conforme a metodologia descrita anteriormente. Observe que o ganho estático de $T_{3d}(z)$ é unitário, uma vez que se almeja obter o seguimento assintótico de referências constantes.

Analisando os modelos de referência propostos, observa-se que a questão que ainda deve ser dirimida é a determinação dos ganhos estáticos k_1 e k_2 das funções de transferência $T_{d1}(z)$ e $T_{d2}(z)$, respectivamente. Por outro lado, note que o VRFT padrão pode ser aplicado diretamente para a obtenção de $C_3(z)$, uma vez que o respectivo modelo de referência fora completamente definido.

A seguir, será mostrado que é possível estimar os controladores $C_1(z)$ e $C_2(z)$ sem especificar k_1 e k_2 previamente. Para tanto, realizou-se uma pequena modificação no VRFT flexível, cuja formulação original é objeto de discussão de (BAZANELLA; CAMPES-TRINI; ECKHARD, 2011). Isso é conveniente porque, em termos práticos, os modelos de referência não necessariamente precisam, nem devem ter ganho estático unitário, já que os modelos das plantas $G_1(z)$ e $G_2(z)$ foram obtidos a partir das aproximações apresentadas na Seção 2.

3.2.1 Estimação dos parâmetros dos controladores utilizando uma variante não iterativa do VRFT flexível

Suponha que o controlador a ser projetado possa ser escrito como:

$$C(z, \rho) = \frac{N_c(z, \rho)}{D_c(z)}, \quad (13)$$

onde o denominador $D_c(z)$ é um polinômio mônico cujas raízes são conhecidas *a priori* e $N_c(z, \rho)$ é um polinômio com apenas um parâmetro ρ desconhecido. Além disso, suponha que o modelo de referência que descreve o comportamento do sistema em malha fechada de interesse seja descrito por:

$$T_d(k, z) = \frac{N_t(k, z)}{D_t(z)}, \quad (14)$$

onde o denominador $D_t(z)$ é um polinômio mônico especificado pelo projetista, e $N_t(z, k)$ é um polinômio cujas raízes são idênticas às de $N_c(z, \rho)$. Nesse caso, $N_t(z, k)$ possui um parâmetro livre, que não fora especificado pelo projetista. Note ainda que nada pode-se afirmar sobre a razão entre $N_c(z, \rho)$ e $N_t(z, k)$, a menos do fato de que o resultado é um número racional.

Substituindo tais expressões na Equação (6), que representa a função custo minimizada pelo VRFT, resulta:

$$J_{VR}^N(k, \rho) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(L(z) \left(u(t) - \frac{N_c(z, \rho)}{D_c(z)} \left(\frac{D_t(z)}{N_t(k, z)} - 1 \right) y(t) \right) \right)^2 \quad (15)$$

$$J_{VR}^N(k, \rho) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(L(z) \left(u(t) - \left(\frac{N_c(z, \rho)}{N_t(k, z)} \frac{D_t(z)}{D_c(z)} - \frac{N_c(z, \rho)}{D_c(z)} \right) y(t) \right) \right)^2 \quad (16)$$

Nesse caso, se o pré-filtro $L(z)$ é conhecido *a priori*, é possível estimar diretamente os parâmetros do controlador $C(z)$ e do numerador de $T_d(z)$. No entanto, tipicamente esse não é o caso e a minimização da Equação (16) pode tornar-se não-convexa dependendo da escolha de $L(z)$, o que pode requerer um procedimento iterativo para a sua resolução. Com efeito, esse é o problema resolvido pelo VRFT flexível.

Todavia, escolhendo-se $L(z) = (T_d(z))^2 / (T_d(z=1))^2$ para a sintonia dos controladores de velocidade angular e de ângulo de *pitch* e de *roll* deste trabalho, o problema de minimização enunciado na Equação (16) torna-se convexo, podendo ser resolvido com o método dos mínimos quadrados. De fato, substituindo $T_{1d}(k_1, z)$ e $C_1(z, \rho_1)$ na Equação (16), obtém-se:

$$J_{VR}^N(k_1, \rho_1) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{(1 - \frac{1+p_m}{2})^4}{(z - \frac{1+p_m}{2})^4} \left(u(t) - \left(\frac{\rho_1 (z - \frac{1+p_m}{2})^2}{k_1 (1 - \frac{1+p_m}{2})^2} - \rho_1 \right) y(t) \right) \right)^2, \quad (17)$$

que possui o mesmo mínimo global da função custo $\bar{J}_{VR}^N(k_1, \rho_1)$:

$$\bar{J}_{VR}^N(k_1, \rho_1) = \sum_{t=1}^N \left(\frac{1}{(z - \frac{1+p_m}{2})^4} \left(u(t) - \frac{\rho_1 (z - \frac{1+p_m}{2})^2}{k_1 (1 - \frac{1+p_m}{2})^2} y(t) - \rho_1 y(t) \right) \right)^2, \quad (18)$$

Um resultado semelhante é obtido com a substituição de $T_{2d}(k_2, z)$ na Equação (16). Cabe ainda mencionar que a escolha do pré-filtro $L(z) = (T_d(z))^2 / (T_d(z=1))^2$ é sucitada pelo trabalho de (ECKHARD; MATTOS; D. TESCH, 2016), no qual o seu emprego produz bons resultados na sintonia dessas mesmas malhas utilizando a formulação padrão do VRFT.

3.3 Projeto dos experimentos

Finalizando a formulação da metodologia, serão descritos os experimentos a serem realizados para a sintonia dos três controladores que são objeto de discussão deste trabalho. Por uma questão de clareza e de concisão, alguns detalhes de caráter prático serão reservados à Seção 4, quando os resultados serão discutidos.

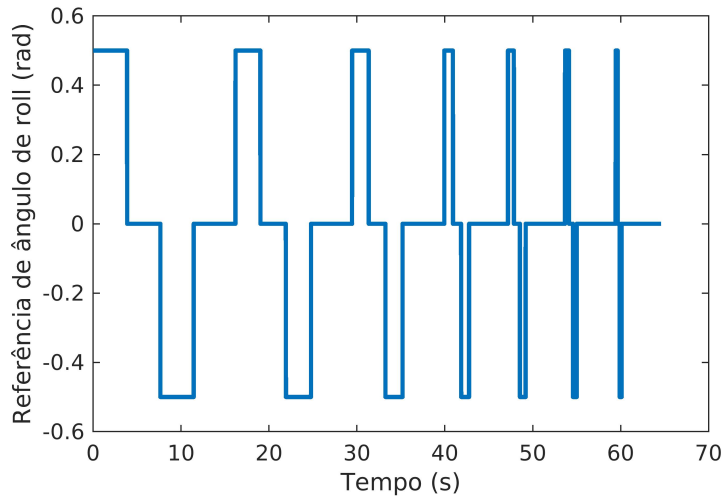
O modo convencional de sintonizar controladores em um sistema de controle em cascata é começar pela malha mais interna e somente progredir para as malhas externas quando as internas já foram sintonizadas (VISIOLI, 2006). Neste trabalho, isso se traduz em começar o ajuste dos controladores por $C_1(z)$ e terminar com $C_3(z)$.

A partir de um conjunto de controladores iniciais $C_{1i}(z)$ e $C_{2i}(z)$ é realizado um ensaio em malha fechada em que é imposto um sinal padronizado de referência de ângulo de *roll*, o qual é ilustrado na Figura 7. Na prática, costuma-se realizar tal ensaio em uma bancada construída para esse propósito, como aquela a ser apresentada na Seção 4. Tal referência é caracterizada por uma sucessão de pulsos retangulares com períodos distintos, de modo a excitar as frequências predominantes dos sinais com os quais o sistema opera normalmente.

Utilizando os dados coletados nesse ensaio – em especial, a velocidade angular em torno do eixo de *roll* e o respectivo sinal de controle – é projetado o controlador de velocidade angular $C_1(z)$. O algoritmo utilizado para a sintonia é aquele descrito na Seção 3.2.1, enquanto o modelo de referência $T_{1d}(z)$ é aquele da Equação (8). O controlador $C_{1i}(z)$ é, então, substituído pelo controlador $C_1(z)$ recém calculado.

Na sequência, um novo ensaio em malha fechada é realizado empregando-se a mesma referência anteriormente descrita, com o intuito de sintonizar o controlador de ângulo

Figura 7: Sinal de referência padronizado empregado para a sintonia dos controladores $C_1(z)$ e $C_2(z)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

$C_2(z)$. Novamente, o algoritmo empregado para a estimação de $C_2(z)$ é o apresentado na Seção 3.2.1, no qual se faz uso do modelo de referência $T_{2d}(z)$ da Equação (9).

Para a validação do controlador $C_2(z)$ calculado, recomenda-se realizar um terceiro ensaio a fim de que o desempenho obtido possa ser melhor avaliado. Caso o projetista julgue-a insatisfatória, o algoritmo do VRFT deve ser novamente executado para o cálculo de um novo controlador $C_2(z)$, dessa vez empregando os dados coletados nesse terceiro ensaio. Com efeito, a execução de algumas iterações do VRFT em geral proporciona melhores resultados quando a planta trata-se de um sistema não linear (CARÊ et al., 2019) e é sugerida sempre que houver necessidade; isto é, também pode ser empregada durante a sintonia dos controladores $C_1(z)$ e $C_3(z)$.

Por fim, seria possível sintonizar o controlador de velocidade $C_3(z)$ a partir de um ensaio em malha aberta, em que são coletadas a referência de ângulo de *roll* e a velocidade em torno do eixo lateral. Na prática, no entanto, é difícil reproduzir tal ensaio utilizando uma referência de ângulo de *roll* pré-especificada, tendo em vista que é necessária uma grande área sem obstáculos para fazê-lo em segurança.

Em função disso, recomenda-se realizar um ensaio em malha fechada com um controlador inicial estritamente proporcional para o ajuste dos parâmetros de $C_3(z)$. Nesse caso, sugere-se utilizar uma referência bastante semelhante àquela ilustrada na Figura 7, mas com pulsos retangulares de duração cinco vezes maior, tendo em vista que a dinâmica dessa malha é significativamente mais lenta. Com base nos dados obtidos, pode-se sintonizar o controlador utilizando o VRFT padrão e o modelo de referência indicado na Equação (12). De posse do controlador calculado, o projetista pode então avaliar o desempenho obtido e, caso julgue necessário, realizar alguns ajustes finos para a conclusão do procedimento de sintonia.

4 RESULTADOS

A metodologia de testes proposta na seção anterior foi seguida para a sintonia dos controladores PID de uma aeronave de testes da ARPAC. Essa aeronave utiliza os componentes do kit DJI Flame Wheel F450 e a microcontroladora Pixhawk, conforme ilustra a Figura 8.

Precedendo os testes com a aeronave propriamente dita, foi realizada a sintonia do sistema de controle no jMAVSim, um simulador que provê suporte à simulação com *hardware-in-the-loop* (HITL). Nessa configuração, o simulador executa um modelo dinâmico do veículo e gera os dados relativos à sua posição e à sua orientação, os quais são transmitidos a uma microcontroladora Pixhawk conectada ao computador. O módulo de controle, executado no *hardware* real (Pixhawk), processa os dados recebidos e envia os sinais de saída dos controladores ao simulador. O jMAVSim conta ainda com uma interface gráfica que propicia a visualização do comportamento do veículo em tempo de simulação.

Figura 8: Aeronave de testes da ARPAC.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para a configuração da simulação, alterou-se o código-fonte do jMAVSim de modo que o quadricóptero simulado tivesse os seus parâmetros de construção – tais como momentos de inércia, massa e constante de tempo do sistema de propulsão – semelhantes aos da aeronave de testes. Os dados foram extraídos do banco de dados do *Reliable Flight Control Group* da Universidade de Beihang, o qual fora já mencionado na Seção 2.

A realização da sintonia dos controladores em simulação foi pensada de modo a servir a três propósitos distintos. Primeiramente, foi importante para validar a metodologia e evidenciar alguns aspectos que puderam ser melhorados durante a sua formulação. Em segundo lugar, permitiu verificar a utilidade do simulador em fornecer boas estimativas

dos controladores a serem empregados no sistema físico real. Finalmente, facilitou a escolha de controladores iniciais para os experimentos posteriores com o sistema físico real.

A fim de organizar a discussão, a seguir serão analisados, separadamente, os resultados da implementação da metodologia proposta na sintonia de controladores em ambiente de simulação e com o sistema físico real. Além disso, serão discutidos alguns procedimentos relacionados à realização dos experimentos com o quadricóptero, de modo a facilitar a reprodução da metodologia em ocasiões futuras.

4.1 Sintonia dos controladores em ambiente de simulação

Inicialmente, obteve-se uma estimativa da constante de tempo do sistema de propulsão da aeronave a partir de uma consulta ao banco de dados do *Reliable Flight Control Group*. Selecionando-se nesse banco de dados o quadricóptero montado com o *kit* DJI Flame Wheel F450 e massa total de $m = 1.5\text{kg}$, constatou-se que $T_m = 0,0136$ segundos. Uma vez que o período de amostragem T é igual a $0,0041$ segundos, a posição correspondente no plano Z do polo do sistema de propulsão (p_m) é dada por:

$$p_m = e^{\frac{-T}{T_m}} = e^{\frac{-0,0041}{0,0136}} = 0,7397. \quad (19)$$

De posse dessa informação, pode-se calcular os modelos de referência para o comportamento em malha fechada das malhas de velocidade angular e de ângulo de *roll*. Com efeito, substituindo-se o resultado da Equação (19) nas Equações (8) e (9), obteve-se:

$$T_{1d}(k_1, z) = k_1 \frac{(1 - 0,8699)^2}{(z - 0,8699)^2}, \quad (20)$$

$$T_{2d}(k_2, z) = k_2 \frac{(1 - 0,9566)^2}{(z - 0,9566)^2}. \quad (21)$$

Na sequência, determinou-se através de um processo de *tentativa e erro* um conjunto de controladores iniciais $C_{1i}(z)$ e $C_{2i}(z)$, que permitiram a realização do primeiro experimento em malha fechada descrito na Seção 3.3. Não há nenhuma exigência particular sobre os controladores iniciais utilizados, conquanto que a resposta dinâmica obtida não seja oscilatória e nem excessivamente lenta. Um bom *guideline* a ser seguido nessa circunstância, é verificar *a posteriori* se os controladores iniciais utilizados e aqueles obtidos no final da sintonia possuem a mesma ordem de grandeza. Caso não possuam, é recomendável escolher novos $C_{1i}(z)$ e $C_{2i}(z)$ e refazer todos os procedimentos descritos na metodologia.

Para a execução do primeiro experimento, decola-se a aeronave no simulador em modo *stabilized* e, a seguir, deve-se controlar a altitude para mantê-la pairando no ar. Então, aciona-se uma chave do rádiocontrole que fornece a referência padronizada de ângulo de *roll* apresentada na Figura 7, enquanto o projetista atua sobre o *throttle* para realizar a manutenção da altitude.

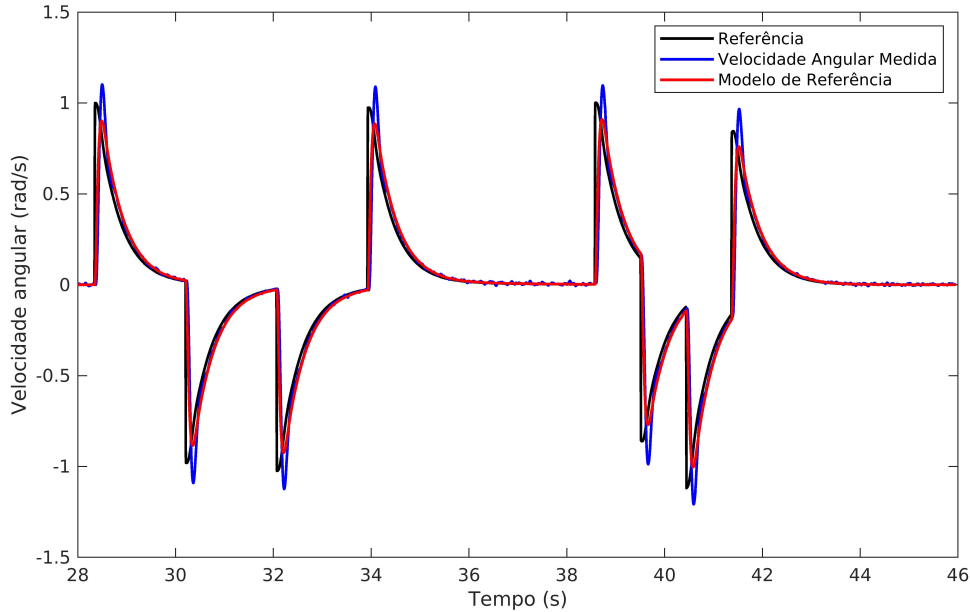
Com base nos dados adquiridos, projetou-se o controlador $C_1(z)$ utilizando o modelo de referência indicado $T_{1d}(k_1, z)$ acima e a variante não iterativa do VRFT flexível apresentada na Seção 3.2.1. A execução do algoritmo que implementa essa técnica produziu:

$$C_1(z, \rho_1) = 0,08970, \quad (22)$$

com $k_1 = 1,02692$.

O desempenho dinâmico obtido com o ajuste dessa malha é exibido na Figura 9, junto daquele especificado pelo modelo de referência. A partir dessa ilustração, pode-se afirmar que a resposta observada está em conformidade com o que fora projetado.

Figura 9: Ajuste da malha de controle de velocidade angular de *roll*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em seguida, realizou-se um segundo ensaio para sintonizar o controlador de ângulo $C_2(z)$ utilizando o recém projetado controlador $C_1(z)$ e o controlador $C_{2i}(z)$, e um terceiro ensaio para validar os controladores $C_1(z)$ e $C_2(z)$ calculados. Para a malha de controle de ângulo de *roll*, o emprego da variante não iterativa do VRFT flexível levou à estimação do seguinte controlador:

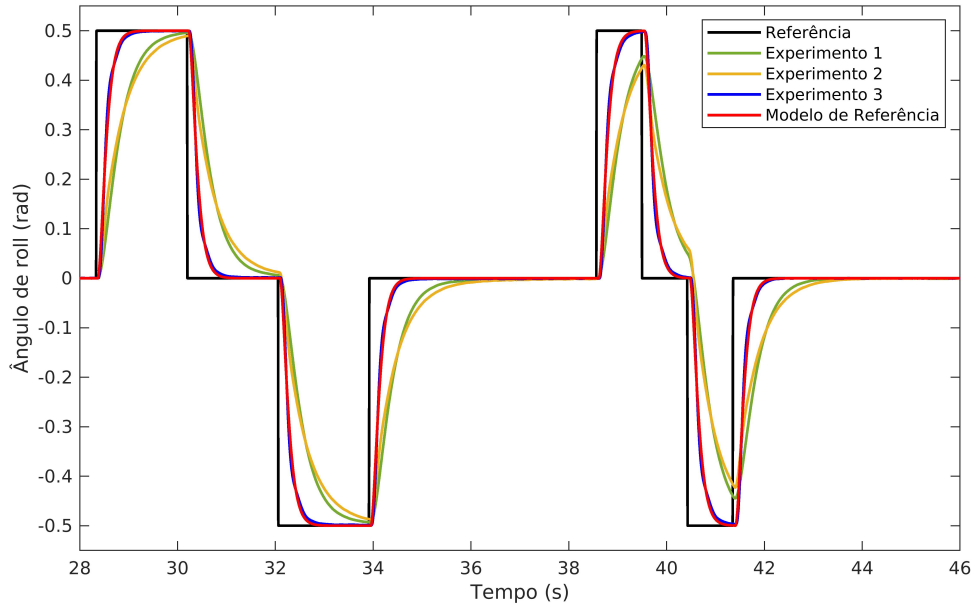
$$C_2(z, \rho_2) = 5,1049, \quad (23)$$

com $k_2 = 1,01560$.

Observou-se que, em ambos os casos, os ganhos estáticos k_1 e k_2 dos modelos de referência produzidos pela técnica se aproximaram de 1. Esse resultado é previsível, uma vez que o comportamento observado na simulação pode ser bem descrito pelo modelo linearizado da planta $G_1(z)$, o qual tem um polo em $z = 1$. Por conseguinte, um controlador proporcional possibilita o seguimento de uma referência constante com erro praticamente nulo em regime permanente, o que se traduz em um ganho estático próximo de 1 na função de transferência do sistema em malha fechada.

A fim de propiciar uma visão geral da evolução do processo de sintonia dos controladores até então desenvolvido, indicou-se os experimentos realizados com cada conjunto de controladores na Tabela 1. Além disso, organizou-se os resultados observados na malha de controle de ângulo de *roll* com cada par de controladores na Figura 10. A partir dessa ilustração, pode-se constatar que a sintonia dos controladores com a variante do VRFT flexível proposta neste trabalho propiciou uma nítida melhoria no desempenho transitório do sistema.

Figura 10: Comparação do desempenho de diversos controladores quanto ao seguimento de referência de ângulo de *roll*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 1: Descrição dos experimentos e lista de controladores empregados.

Experimento	$C_1(z)$	$C_2(z)$	Descrição
1	0,04000	2,0000	Utilizando os controladores iniciais, realizou-se este experimento para sintonizar $C_1(z)$ considerando o modelo de referência $T_{1d}(z)$.
2	0,08970	2,0000	De posse dos dados deste experimento, sintonizou-se $C_2(z)$ utilizando o modelo de referência $T_{2d}(z)$.
3	0,08970	5,1049	A sintonia dos dois controladores foi validada com este experimento.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma vez que os resultados obtidos foram julgados satisfatórios, procedeu-se à sintonia do controlador de velocidade. Em consonância com a metodologia proposta anteriormente, especificou-se o modelo de referência $T_{3d}(z)$ como:

$$T_{3d}(z) = \frac{1 - (0,9566)^{1/5}}{1 - 0,3904} \frac{z - [(1 - 0,3904)(0,9566)^{1/5} + 0,3904]}{(z - (0,9566)^{1/5})^2},$$

$$T_{3d}(z) = 0,01434 \frac{z - 0,9946}{(z - 0,9912)^2}. \quad (24)$$

Resta ainda determinar um controlador inicial $C_{3i}(z)$, de modo que seja possível realizar o experimento em malha fechada previsto para a sintonia da malha de velocidade. Dessa vez, no entanto, o controlador $C_{3i}(z)$ pode ser obtido através da identificação do modelo da planta $G_3(z)$ do sistema, uma vez que estão disponíveis os dados dos experimentos anteriores relativos ao ângulo de *roll* e à velocidade lateral. Utilizando a ferramenta `ident` do *System Identification Toolbox* do MATLAB e considerando o modelo

matemático do sistema apresentado na Equação (4), identificou-se o seguinte modelo de primeira ordem com base nos dados da planta:

$$G_3(z) = \frac{0,04420}{z - 0,9990}. \quad (25)$$

A partir desse modelo, projetou-se um controlador inicial proporcional $C_{3i}(z)$ utilizando o diagrama de lugar das raízes do sistema, de modo que a resposta do sistema fosse descrita como um sistema de primeira ordem com polo em $z = 0,9912$. Seguindo esse procedimento, obteve-se:

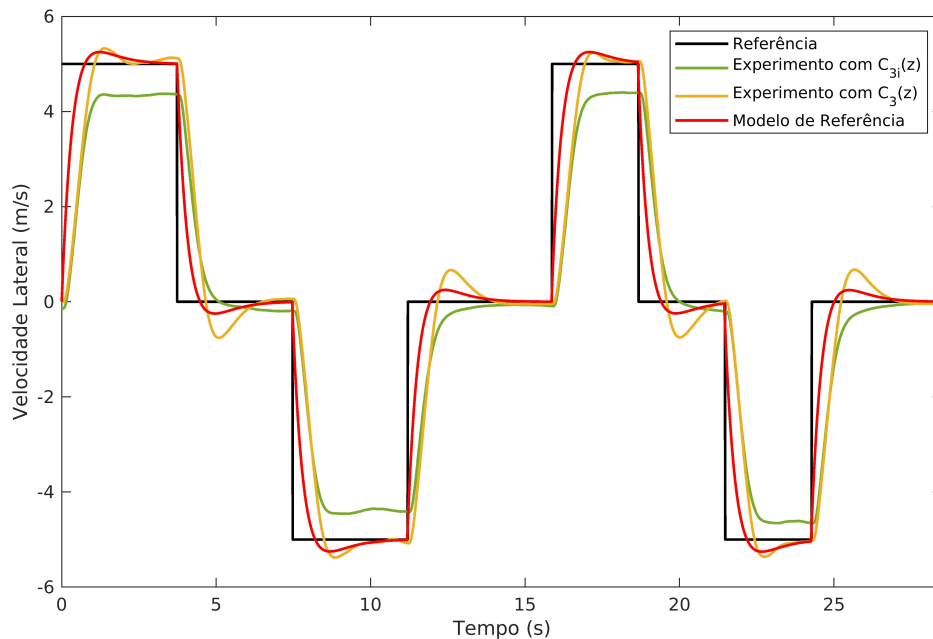
$$C_{3i}(z) = 0,1809. \quad (26)$$

Finalmente, realizou-se o experimento em malha fechada com o controlador inicial $C_{3i}(z)$, no qual um sinal de referência de velocidade lateral padronizado é imposto pelo sistema. Com os dados coletados desse experimento, foi realizada a sintonia de $C_3(z)$, empregando-se o algoritmo do VRFT padrão e o modelo de referência especificado na Equação (24). O resultado produzido pela execução desse algoritmo foi:

$$C_3(z, \rho_3, \varrho_3) = 0,2361 + 0,001273 \frac{z}{z - 1}. \quad (27)$$

A seguir, foi realizado um novo experimento, a fim de verificar se o desempenho obtido estava em concordância com o que fora especificado. Conforme ilustra a Figura 11, a utilização da técnica baseada em dados permitiu a obtenção de um desempenho próximo daquele especificado pelo modelo de referência, do mesmo modo que ocorrera na sintonia das outras malhas de controle.

Figura 11: Verificação de seguimento de referência de velocidade lateral com os controladores $C_{3i}(z)$ e $C_3(z)$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tendo em vista os bons resultados, foi considerada finalizada a sintonia dos controladores em simulação e prosseguiu-se para os experimentos com o quadricóptero propria-

mente dito. A análise dos resultados obtidos experimentalmente será objeto de discussão da seção seguinte.

4.2 Sintonia dos controladores da aeronave de testes da ARPAC

Para a realização da sintonia da aeronave de testes, foi construída uma bancada que restringe o movimento do quadricóptero em apenas um grau de liberdade: apenas movimentos em torno do eixo de *roll* são permitidos. Conforme discutido em (PANIZZA et al., 2016), o emprego de uma bancada de testes provê testes mais seguros, rápidos e com melhor repetibilidade quando comparados a aqueles realizados em voo, enquanto possibilita a aquisição de dados representativos da dinâmica da aeronave em condições próximas à aquela em que paira no ar.

A Figura 12 ilustra o aparato construído, que possui uma estrutura vazada para reduzir a interferência aerodinâmica causada pela sua interação com o fluxo de ar produzido pelos rotores. Além disso, a altura da bancada garante que a distância em relação ao chão seja suficiente para tornar o efeito solo negligenciável. Desse modo, a utilização da plataforma em um ambiente aberto, na qual a recirculação de ar pode ser desprezada, propicia a geração de dados válidos para a sintonia dos controladores.

Figura 12: Aeronave montada na bancada de testes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

No que diz respeito à aquisição dos dados, cabe ainda destacar o emprego de um filtro *Butterworth* passa-baixa de segunda ordem nos sinais adquiridos pelos giroscópios e pelos acelerômetros. Nesse caso, o filtro foi sintonizado de modo que a banda passante se estendesse até 10Hz, de modo a reduzir o ruído de alta frequência. Note que a escolha de tal frequência de corte foi motivada pelo conhecimento da banda passante de $T_{1d}(z)$, de modo que o filtro não atenuasse as componentes dos sinais relacionadas aos movimentos predominantes do veículo.

Ora, uma vez que os modelos de referência e os controladores iniciais já foram previamente determinados durante as simulações, pode-se imediatamente realizar o primeiro experimento para a sintonia do controlador de velocidade angular. Prosseguindo com os demais experimentos de forma análoga à descrita anteriormente, foram calculados os seguintes controladores para as malhas de velocidade angular e ângulo de *roll*:

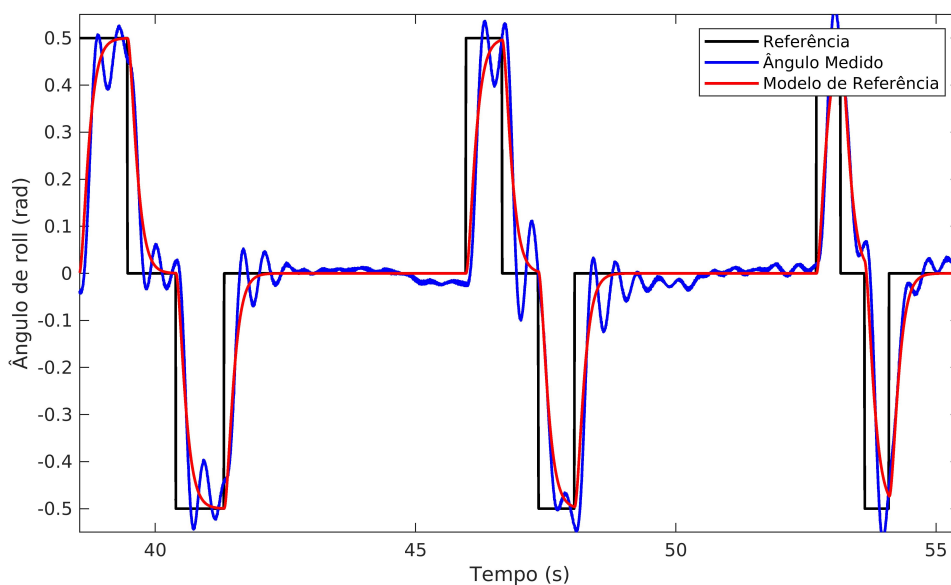
$$C_1(z, \rho_1) = 0,06641, \quad (28)$$

$$C_2(z, \rho_2) = 5,6031. \quad (29)$$

A Figura 13 exibe os resultados produzidos pela sintonia dos controladores mencionados, quando é imposta a referência padronizada de ângulo de *roll*. Note que a resposta dinâmica obtida apresentou um tempo de subida bastante próximo àquele especificado pelo modelo de referência, e um comportamento ligeiramente *oscilatório*. Esse ajuste também levou à geração de uma referência *oscilatória* na malha de controle de velocidade angular, conforme é possível verificar na Figura 14.

Por essa razão, é recomendável que a sintonia do controlador de velocidade angular e a do ângulo de *roll* seja realizado de forma sequencial, com o uso dos dois experimentos descritos nesse texto. Com efeito, não se observam oscilações no ângulo de *roll* e na referência de velocidade angular quando os controladores $C_1(z)$ e $C_{2i}(z)$ são empregados. Essa é a informação fundamental para que se conclua que é possível reduzir as oscilações, sem prejudicar excessivamente o desempenho transitório, ao decrementar-se sutilmente o ganho proporcional do controlador $C_2(z)$. Tendo em vista essa conclusão, reajustou-se o controlador $C_2(z)$ a partir de uma nova execução do VRFT com os dados desse último experimento, obtendo-se $C_2(z, \rho_2) = 5,1033$.

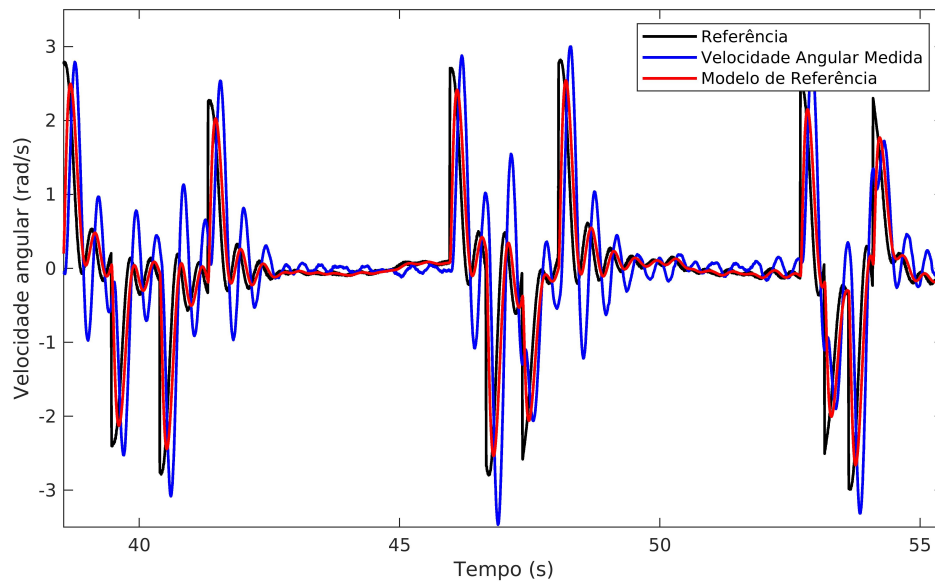
Figura 13: Ensaio em malha fechada para a verificação do seguimento de referência de ângulo de *roll*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

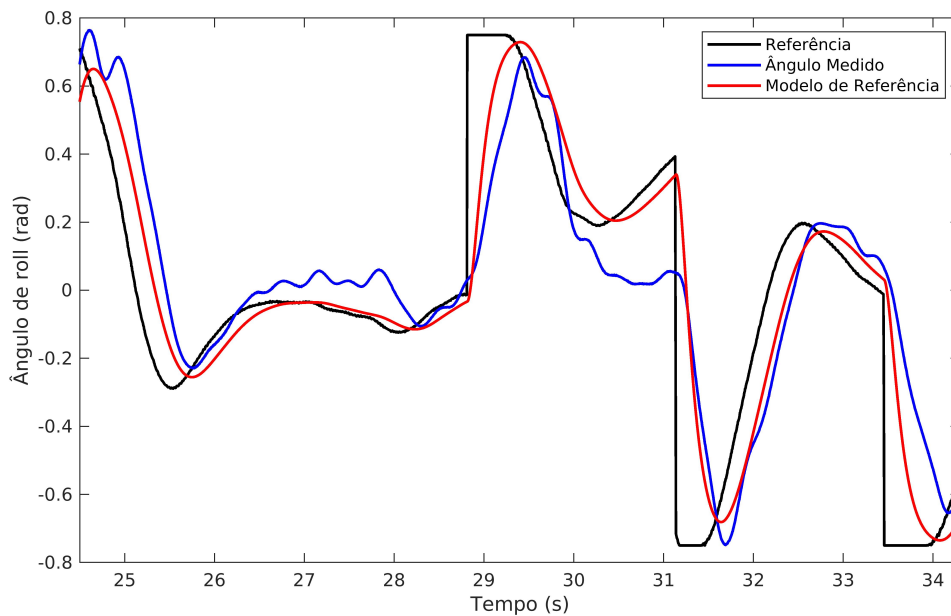
Na sequência, promoveu-se o primeiro voo em campo aberto. Configurou-se o controlador de velocidade lateral como $C_{3i}(z) = 0,1809$ e impôs-se a mesma referência de velocidade lateral padronizada que fora utilizada em simulação, com o intuito de coletar dados para o ajuste desse controlador. Além disso, aproveitou-se a oportunidade para verificar o desempenho da malha de ângulo de *roll* e, com base nas impressões durante a pilotagem, julgou-se desnecessário realizar qualquer ajuste subsequente. A título de ilustração do que fora observado em voo, a Figura 15 reúne os dados coletados da malha de controle do ângulo de *roll* e permite a comparação com o modelo de referência especificado em projeto. Conforme era previsto, a ligeira redução do controlador $C_2(z)$ descrita anteriormente propiciou a mitigação do comportamento oscilatório observado na Figura 13.

Figura 14: Comportamento da malha de controle de velocidade angular em torno do eixo de *roll*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 15: Desempenho da malha de controle de ângulo de *roll* em condições normais de voo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

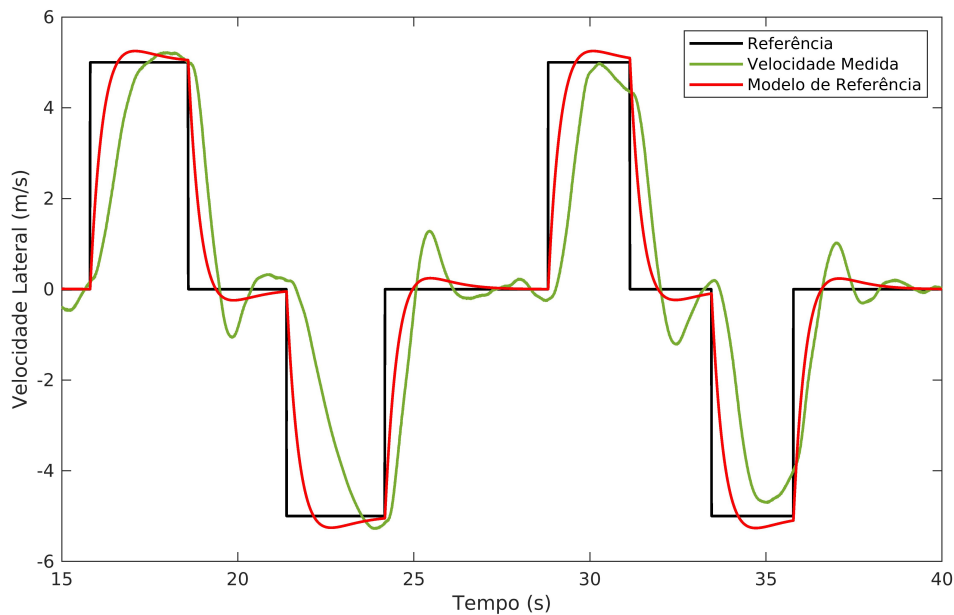
Para a sintonia do controlador de velocidade, empregou-se os dados do voo em campo aberto e o mesmo modelo de referência que fora utilizado em simulação, o qual é apresentado na Equação (24). Com a execução do VRFT para o ajuste desse controlador, obteve-se:

$$C_3(z, \rho_3, \varrho_3) = 0,1959 + 0,001057 \frac{z}{z-1}. \quad (30)$$

Na sequência, foi realizado um novo experimento, de modo a validar o controlador estimado. Cabe ainda mencionar que, por ocasião desse voo, foi necessário realizar pequenas intervenções para a correção da velocidade frontal, devido às condições atmosféricas locais. A Figura 16 exibe os resultados experimentais com a imposição da referência padronizada de velocidade, a partir do qual pode-se notar que o sistema apresentou uma resposta dinâmica ligeiramente mais lenta do que a prescrita pelo modelo de referência.

Ainda assim, as impressões obtidas durante a execução de um voo normal subsequente foram bastante positivas. Ainda que não se exercesse um controle de posição, a aeronave manteve-se aproximadamente parada quando manualmente impôs-se referência nula de velocidade, mesmo em uma situação de vento moderado (com velocidade média de 15 km/h). Tendo em vista esses resultados, concluiu-se, de forma bem sucedida, o procedimento de sintonia dos controladores com a aeronave de testes da ARPAC.

Figura 16: Verificação de seguimento de referência de velocidade lateral em condições normais de voo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi proposta uma metodologia para a sintonia de controladores de quadricópteros, dispostos em três malhas em cascata. Para tanto, empregou-se técnicas baseadas em dados e, inclusive, propôs-se uma pequena modificação no VRFT flexível, que se mostrou bastante adequada para o problema em questão. Além disso, completou-se algumas lacunas da literatura específica, sobretudo no que concerne à escolha dos modelos de referência requeridos pelas técnicas utilizadas.

Através da sintonia de um modelo comercial de quadricóptero, mostrou-se que é possível obter um desempenho bastante satisfatório utilizando controladores de estruturas simples (P e PI) nas malhas de controle de velocidade angular, de ângulo e de velocidade linear. Evidentemente, é possível obter desempenhos superiores utilizando controladores com estruturas mais complexas e um modelo matemático mais refinado da aeronave. Todavia, mesmo nesses casos, a metodologia aqui apresentada pode balizar a escolha dos requisitos de desempenho mais audaciosos.

Neste trabalho, também mostrou-se que a utilização do simulador jMAVsim configurado para *hardware-in-the-loop* é bastante útil para fornecer bons controladores iniciais para a sintonia da aeronave propriamente dita. Ademais, verificou-se que o emprego conjunto do simulador e da bancada de testes, para além de reduzir o tempo necessário no processo de ajuste dos controladores, oferece mais segurança no processo e potencialmente mitiga custos de manutenção da aeronave ao minimizar a chance de quedas.

Um outro aspecto interessante associado à utilização de uma bancada de testes é a possibilidade de estabelecer comparações entre o desempenho obtido com diversos controladores. Nesse sentido, o desenvolvimento do trabalho suscitou ideias para a formulação de métricas que permitam uma análise mais quantitativa do desempenho obtido com as técnicas e com as estruturas de controle empregadas. A elaboração de tais métricas e a extensão da metodologia aqui discutida para propiciar um ajuste mais refinado dos controladores são, naturalmente, bons candidatos de trabalhos futuros.

ANEXO A AVALIAÇÃO DO SOBRESSINAL NA RESPOSTA AO SALTO DE UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM COM UM ZERO REAL E DOIS POLOS REAIS REPETIDOS

Inicialmente, considere um sistema linear de tempo discreto de interesse com comportamento em malha fechada bem descrito pelo modelo:

$$T(z) = \frac{(1-p_1)(1-p_1)}{1-z_1} \frac{z-z_1}{(z-p_1)(z-p_1)}, \quad (31)$$

onde $0 < p_1 < 1$ e $0 < z_1 < 1$; isto é, os polos e o zero do sistema em malha fechada ocupam uma posição sobre o semi-eixo real positivo no interior do círculo unitário. Além disso, suponha que $z_1 = p_1 + k(1-p_1)$, onde $0 < k < 1$, de modo que o zero ocupe uma posição intermediária entre os polos e $z = 1$.

A transformada Z da resposta desse sistema a um salto unitário é expressa, após a decomposição em frações parciais, por:

$$Y(z) = \frac{1}{z-1} + \frac{k-p_1}{1-k} \frac{1}{z-p_1} + \frac{k p_1 (1-p_1)}{(1-k)(z-p_1)^2}, \quad (32)$$

que é matematicamente equivalente à expressão:

$$z Y(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} + \frac{k-p_1}{1-k} \frac{1}{1-p_1 z^{-1}} + \frac{k(1-p_1)}{(1-k)} \frac{p_1 z^{-1}}{(1-p_1 z^{-1})^2}. \quad (33)$$

A aplicação da transformada Z inversa na Equação (33) conduz ao seguinte resultado:

$$y[n+1] = 1 + \frac{k-p_1}{(1-k)} p_1^n + \frac{k(1-p_1)}{1-k} n p_1^n. \quad (34)$$

Uma vez que o deslocamento temporal de um sinal não altera o valor numérico da sua amplitude máxima, o valor máximo da sobrepassagem pode ser estimado calculando $y[n+1]$ para o menor valor de n que atenda:

$$\frac{\partial y[n+1]}{\partial n} = 0. \quad (35)$$

Expandindo a expressão acima, o sobressinal percentual observado na resposta ao salto pode ser obtido através da resolução do seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} n^* = -\frac{\log(p_1)(k-p_1)+k(1-p_1)}{k(1-p_1)\log(p_1)}, \\ \text{Sobressinal}_{\%} = 100 \left(\frac{k-p_1}{(1-k)} p_1^{n^*} + \frac{k(1-p_1)}{1-k} n^* p_1^{n^*} \right). \end{cases} \quad (36)$$

Note, no entanto, que tacitamente assumiu-se que n é um número real para a dedução da Equação (36). Na prática, como n é um número inteiro, o sobressinal é ligeiramente menor do que o resultado obtido acima. Desse modo, a Equação (36) fornece apenas um limite superior para o valor do sobressinal, o que é suficiente para os propósitos deste trabalho.

BIBLIOGRAFIA

- BAZANELLA, A.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. **Data-Driven Controller Design: The H2 Approach**. [S.l.]: Springer Netherlands, 2011. ISBN 9789400723009.
- BAZANELLA, A.; SILVA, J. da. **Sistemas de controle: princípios e métodos de projeto**. [S.l.]: UFRGS, 2005. ISBN 9788570258496.
- BOUABDALLAH, S. **Design and control of quadrotors with application to autonomous flying**. 2007. f. 155. Tese (Doutorado) – École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suíça.
- BRESCIANI, T. **Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter**. 2008. Tese (Mestrado) – Lund University, Suécia.
- CAMPI, M. C.; LECCHINI, A.; SAVARESI, S. M. Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers. **Automatica**, Elsevier, v. 38, n. 8, p. 1337–1346, 2002.
- CARÈ, A. et al. A Toolbox for Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT). In: IEEE. 2019 18th European Control Conference (ECC). [S.l.: s.n.], 2019. p. 4252–4257.
- CHUPIN, T. J. E. **Data-driven attitude control design for multirotor UAVs**. 2017. Tese (Mestrado) – Politecnico di Milano, Itália.
- ECKHARD, D.; MATTOS, A.; TESCH, D. Aplicação do método VRFT no projeto de controle de quadricópteros. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 4, n. 1, 2016.
- OGATA, K. **Discrete-time Control Systems**. [S.l.]: Prentice-Hall International, 1995. p. 745. ISBN 9780133286427.
- PANIZZA, P. **Data-driven control system design for multirotor systems**. 2018. Tese (Doutorado) – Politecnico di Milano, Itália.
- PANIZZA, P. et al. Data-driven attitude control law design for a variable-pitch quadrotor. In: IEEE. 2016 American Control Conference (ACC). [S.l.: s.n.], 2016. p. 4434–4439.
- QUAN, Q. **Introduction to Multicopter Design and Control**. [S.l.]: Springer Singapore, 2017. p. 384. ISBN 9789811033827.
- SHI, D. et al. A practical performance evaluation method for electric multicopters. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, IEEE, v. 22, n. 3, p. 1337–1348, 2017.
- TESCH, D. A.; ECKHARD, D.; GUARIENTI, W. C. Pitch and roll control of a quadcopter using cascade iterative feedback tuning. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 49, n. 30, p. 30–35, 2016.

VISIOLI, A. **Practical PID Control**. [S.l.]: Springer London, 2006. p. 314. ISBN 9781846285868.