

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
CADERNOS DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
SÉRIE B: TRABALHO DE APOIO DIDÁTICO

DELINEAMENTOS EXPERIMENTAIS DE CAMPO  
PARTE 2

JOÃO RIBOLDI

SÉRIE B, Nº 20  
PORTO ALEGRE, OUTUBRO DE 1993

## PREFÁCIO

As presentes notas destinam-se ao apoio didático da disciplina AGRPO2 - Delineamentos Experimentais de Campo dos Cursos de Pós-Graduação em Agronomia. Surgiram da experiência acumulada ao longo dos anos e tem por objetivo servir como um guia aos conteúdos abordados e não como um limitante dos assuntos, não prescindindo, evidentemente, da consulta de bibliografia especializada para complementação.

Apesar de serem de objetivo específico, podem também servir como texto de apoio didático a outras disciplinas a nível de graduação e pós-graduação.

Agradecemos a todos que colaboraram na organização destas notas e em especial aos bolsistas Stela, Flávio e André, e ao secretário do Departamento de Estatística Leonardo pelo trabalho de digitação.

Porto Alegre, 08 de outubro de 1993.

Prof. João Riboldi

## INDICE

1. BLOCOS INCOMPLETOS .....	01
2. RETICULADOS (LATTICES) .....	15
2.1 - Reticulados Equilibrados (Lattices Equilibrados) ...	15
2.2 - Reticulados (Lattices) .....	16
3. BLOCOS CASUALIZADOS COM TRATAMENTOS COMUNS .....	19
3.1 - Caracterização .....	19
3.2 - Análise de Variância .....	20
3.3 - Comparações Múltiplas .....	21
3.4 - Exemplo .....	22
4. QUADRADO DE YOUTDEN .....	23
4.1 - Caracterização .....	23
4.2 - Modelo .....	23
4.3 - Exemplo .....	24
5. CONFUNDIMENTO E REPETIÇÃO FRACIONADA .....	27
5.1 - Generalidades .....	27
5.2 - Confundimento .....	28
5.3 - Repetição fracionada de experimentos fatoriais .....	45

6. EXPERIMENTOS EM PARCELA SUBDIVIDIDA .....	50
6.1 - Caracterização .....	50
6.2 - Casualização .....	51
6.3 - Uso de parcela subdividida .....	51
6.4 - Vantagens e desvantagens .....	52
6.5 - Análise de variância .....	52
6.6 - Exemplo de parcela subdividida .....	56
6.7 - Parcela perdida .....	57
6.8 - Eficiência relativa .....	57
6.9 - Parcela subdividida no tempo .....	58
6.10- Algumas variações do delineamento parcela subdividida .....	59
6.11- Parcela sub-subdividida .....	61
6.12- Exemplo de parcela sub-subdividida .....	65
7. BIBLIOGRAFIA .....	67



## 1. BLOCOS INCOMPLETOS

### (1) Caracterização:

Quando o material a investigar é muito grande ou o material em estudo é muito heterogêneo, ou ainda, quando certas limitações restringem excessivamente o tamanho do bloco, há, muitas vezes, interesse em organizar blocos incompletos, isto é, blocos que não incluem todos os tratamentos.

Exemplo: 9 tratamentos

Blocos de tamanho 3

Repetição I			Repetição II			Repetição III			Repetição IV		
Bloco 1	1	2 3	Bloco 4	1	4 7	Bloco 7	1	5 9	Bloco 10	1	6 8
Bloco 2	4	5 6	Bloco 5	2	5 8	Bloco 8	2	6 7	Bloco 11	2	4 9
Bloco 3	7	8 9	Bloco 6	3	6 9	Bloco 9	3	4 8	Bloco 12	3	5 7

Características (dimensões) do delineamento:

- $t$  = nº de tratamentos = 9
- $r$  = nº de repetições = 4
- $b$  = nº de blocos = 12 ( $r < b$ )
- $k$  = nº de UE/bloco = tamanho do bloco = 3 ( $k < t$ )

$$rt = bk$$

Se  $r=b$  e  $k=t \rightarrow$  DBC

- $\lambda$  = nº de vezes que cada par de tratamentos ocorre junto no mesmo bloco = 1

$k$  pode ser variável de bloco a bloco,  $r$  pode ser variável de tratamento a tratamento e  $n_{ij}$  (nº de vezes que o tratamento  $i$  ocorre no bloco  $j$ ) pode ser qualquer.

Se  $k \leq t \rightarrow$  delineamento próprio.

Se  $r \leq t \rightarrow$  delineamento é equi-replicado.

Se  $n_{ij}=1$  ou 0  $\rightarrow$  delineamento é binário.

O mais comum é delineamentos próprios, binários e equi-replicados e nesse caso os delineamentos em blocos incompletos são classificados em:

\* Balancedos ou Equilibrados: quando  $\lambda$  é constante e então todos os pares de tratamentos são comparados com a mesma precisão. No exemplo  $\lambda=1$  [reticulado quadrado balanceado].

Ex.: Blocos Incompletos Balanceados (BIB)

Reticulados (Látices) Balanceados.

\* Parcialmente Balanceados: quando  $\lambda$  é variável e então nem todos os pares de tratamentos são comparados com a mesma

precisão. O mais simples é quando  $\lambda$  assume dois valores.

Ex.: Blocos Incompletos Parcialmente Balanceados (PBIB)  
Reticulados (Látices).

No exemplo desconsiderando-se a última repetição tem-se um esquema parcialmente balanceado [Reticulado Quadrado], onde por exemplo

$$\lambda_{12} = \lambda_{13} = \lambda_{14} = \lambda_{15} = \lambda_{17} = \lambda_{19} = 1$$

$$\lambda_{16} = \lambda_{18} = 0$$

## (2) Análise Estatística:

(a) Análise Intrablocos (dentro do bloco): só comparações entre UE do mesmo bloco são utilizados para estimar efeito de tratamentos. É a mais empregada e usa métodos exatos de análise.

(b) Análise com recuperação da informação Interblocos: usa também comparações entre blocos para estimar efeito de tratamentos. Aproveita melhor os dados. É aproximada e deve ser utilizada quando tivermos n° grande de GL para erro e para blocos.

(3) Casualização: a casualização para experimentos em blocos incompletos segue as etapas:

(i) Enumeração casual dos tratamentos (atribuir por sorteio os n°s 1, 2, 3, ... aos tratamentos A, B, C, ...).

(ii) Fazer o arranjo dos blocos incompletos de forma casual (dentro de cada repetição, dentro de cada grupo ou para o conjunto completo de blocos).

(iii) Casualizar as posições dos tratamentos dentro de cada bloco.

## (4) Blocos Incompletos Balanceados (BIB)

$$\lambda_{c \frac{t}{e}}$$

### (a) Propriedades dos BIB:

- $k < t$  ; se  $k=t \Rightarrow$  blocos completos
- $\lambda < r$  ; se  $\lambda=r \Rightarrow$  blocos completos
- $bk=rt$  (n° total de UE)

$$- \lambda C_t^2 = b C_k^2 \quad (\text{nº total de pares de tratamentos})$$

$$C_t^2 = \frac{t(t-1)}{2} \quad (\text{nº de pares possíveis})$$

$$\frac{\lambda t(t-1)}{2} = \frac{bk(k-1)}{2} \Rightarrow \lambda t(t-1) = bk(k-1)$$

$$bk = rt \Rightarrow \lambda t(t-1) = rt(k-1) \Rightarrow \lambda(t-1) = r(k-1)$$

[condição de balanceamento]

(b) Tipos de BIB:

(i) Tipo I: os blocos podem ser agrupados em repetições de tratamentos.

Ex.:  $t=6$ ,  $k=2$  e  $\lambda=1$

$$r = \frac{\lambda(t-1)}{k-1} = \frac{1(6-1)}{2-1} = 5 \quad ; \quad rt = (5)(6) = 30 \quad ; \quad b = \frac{rt}{k} = \frac{30}{2} = 15$$

$$b' = \text{nº de blocos por repetição} = \frac{b}{r} = \frac{15}{5} = 3$$

REP I	REP II	REP III	REP IV	REP V
B <sub>1</sub> 1 2	B <sub>4</sub> 1 3	B <sub>7</sub> 1 4	B <sub>10</sub> 1 5	B <sub>13</sub> 1 6
B <sub>2</sub> 3 4	B <sub>5</sub> 2 5	B <sub>8</sub> 2 6	B <sub>11</sub> 2 4	B <sub>14</sub> 2 3
B <sub>3</sub> 5 6	B <sub>6</sub> 4 6	B <sub>9</sub> 3 5	B <sub>12</sub> 3 6	B <sub>15</sub> 4 5

(ii) Tipo II: os blocos não podem ser agrupados em repetições, mas podem ser agrupados em grupos de repetições.

Ex.:  $t=5$ ,  $k=2$ ,  $b=10$

$$bk=rt \Rightarrow r = \frac{bk}{t} = \frac{(10)(2)}{5} = 4$$

$$\lambda(t-1) = r(k-1) \Rightarrow \lambda = \frac{r(k-1)}{t-1} = \frac{4(2-1)}{5-1} = 1$$

$$b' = \frac{b}{r} = \frac{10}{4} = 2.5 (?)$$

Não é possível arranjar os blocos em repetições de tratamentos sem que um deles fique "partido", e, então, tomam-se grupo de repetições.

GRUPO I  
Rep. I e II

B <sub>1</sub>	1	2
B <sub>2</sub>	3	4
B <sub>3</sub>	2	5
B <sub>4</sub>	1	3
B <sub>5</sub>	4	5

GRUPO II  
Rep. III e IV

B <sub>6</sub>	1	4
B <sub>7</sub>	2	3
B <sub>8</sub>	3	5
B <sub>9</sub>	1	5
B <sub>10</sub>	2	4

(iii) Tipo III: Os blocos não podem ser agrupados em repetições nem em grupos de repetições.

Ex.:  $t=6$  ,  $r=5$  ,  $k=3$

$$b = \frac{rt}{k} = \frac{(6)(5)}{3} = 10$$

$$\lambda = \frac{r(k-1)}{t-1} = \frac{5(3-1)}{6-1} = 2$$

B <sub>1</sub>	1	2	5	B <sub>5</sub>	1	4	5	B <sub>8</sub>	2	4	6
B <sub>2</sub>	1	2	6	B <sub>6</sub>	2	3	4	B <sub>9</sub>	3	5	6
B <sub>3</sub>	1	3	4	B <sub>7</sub>	2	3	5	B <sub>10</sub>	4	5	6
B <sub>4</sub>	1	3	6								

(c) Análise de Variância Intrablocos:  $t=4$  ,  $r=3$  ,  $b=6$  ,  $k=2$

Rep. I		Rep. II		Rep. III	
B <sub>1</sub>	1 2	B <sub>3</sub>	1 3	B <sub>5</sub>	1 4
B <sub>2</sub>	3 4	B <sub>4</sub>	2 4	B <sub>6</sub>	2 3

$$\lambda=1$$

Se por alguma razão qualquer os resultados do 1º bloco são todos altos, então os tratamentos 1 e 2 sofrerão um incremento não experimentado pelos demais. Logo o processo de análise deverá eliminar os efeitos de blocos e permitir o ajuste das médias de tratamentos.

Assim considerando-se o modelo

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

obtem-se os efeitos ajustados de tratamentos  $\hat{\tau}_i$ , dados por:

$$\hat{\tau}_i = \frac{k}{\lambda t} Q_i \quad \downarrow \text{Total ajustado do tratamento } i$$

$$\text{onde } Q_i = T_i - \frac{1}{k} A_i \quad \downarrow \text{Total do tratamento } i$$

$A_i$  é a soma dos totais dos blocos onde ocorre o tratamento  $i$ .

A Soma de Quadrados de Tratamentos Ajustada ( $SQT_{aj.}$ ) é dada por:

$$SQT_{aj.} = \sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i Q_i = \frac{k}{\lambda t} \sum_{i=1}^t Q_i^2$$

#### Análise de Variância

Causas de Variação	GL	SQ	QM	F
Blocos	b-1	SQB		
Tratamentos (ajustados)	t-1	$SQT_{aj.}$	$QMT_{aj.}$	$\frac{QMT_{aj.}}{QME}$
Erro Experimental	rt-b-t+1	SQE	QME	
Total	rt-1	SQTotal		

$$GLE_{\text{erro}}: rt-1-(b-1)-(t-1)=rt-b-t+1$$

$SQ_{\text{Total}}$  e  $SQB$  obtidas de forma usual;

$$SQE = SQ_{\text{Total}} - SQB - SQT_{aj.}$$

#### (d) Comparações Múltiplas

Médias ajustadas de tratamentos:

$$\hat{\mu}_i = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i \quad \text{onde} \quad \hat{\mu} = \frac{G}{rt} = \frac{G}{bk} \quad \downarrow \text{Total Geral}$$

Seja os contraste

$$\hat{\mu}_i - \hat{\mu}_{i'} = (\hat{\mu} + \hat{\tau}_i) - (\hat{\mu} + \hat{\tau}_{i'}) = \hat{\tau}_i - \hat{\tau}_{i'}$$

Assim para o contraste entre duas médias

$$\hat{\mu}_i - \hat{\mu}_j \Leftrightarrow \hat{\tau}_i - \hat{\tau}_j$$

Tem-se:

O erro padrão da diferença entre duas médias ajustadas de tratamentos

$$sd = \sqrt{\frac{2k}{\lambda t} QME}$$

O erro padrão da média ajustada de tratamentos

$$s\bar{y} = \sqrt{\frac{k}{\lambda t} QME}$$

Para os Testes de Comparações Múltiplas procede-se da maneira usual utilizando  $sd$  ou  $s\bar{y}$  conforme o caso.

(e) Eficiência em relação a blocos completos:

$$\text{BIB: } s_d^2 = \frac{2k}{\lambda t} QME$$

$$\text{DBC: } s_d^2 = \frac{2QME}{r}$$

$$E = \frac{1}{\frac{\frac{2k}{\lambda t} QME}{\frac{2 QME}{r}}} = \frac{\lambda t}{rk}$$

$$E < 1$$

$$\lambda(t-1) = r(k-1)$$

$$\frac{\lambda}{r} = \frac{k-1}{t-1}$$

$$E = \frac{\lambda}{r} \frac{t}{k} = \frac{k-1}{t-1} \frac{t}{k} = \frac{\frac{k-1}{k}}{\frac{t-1}{t}} = \frac{1 - \frac{1}{k}}{1 - \frac{1}{t}}$$

$$\text{Como } k < t \rightarrow 1/k > 1/t \rightarrow E < 1$$

(f) Decomposição da SQT<sub>(A<sub>j</sub>)</sub> na análise intrablocos:

(1) Recompõem-se os totais de tratamentos através das médias ajustadas de tratamentos, ou seja, obtém-se  $\hat{T}_i = r\hat{\mu}_i$

(2) Procede-se, com estes totais recompostos, a decomposição da maneira usual, isto é, estruturando-se os contrastes de interesse

e obtendo-se as somas de quadrados  $SQC_j$ .

(3) Obtém-se  $SQC_{j(a_j)} = \frac{\lambda t}{rk} SQC_j = E SQC_j$

e  $\sum_{j=1}^{t-1} SQC_{j(a_j)} = SQT_{(a_j)}$

se os contrastes forem ortogonais.

Exemplo: Realizou-se um experimento para verificar se o tempo de reação de um processo químico depende do catalizador empregado. Foram utilizados 4 catalizadores e 4 lotes de matéria-prima (blocos), num esquema experimental em BIB. Os resultados obtidos foram:

Tratamentos (catalizadores)	Blocos (lotes de matéria-prima)				Total ( $y_{i..}$ )	
	1	2	3	4		
1	73	74	-	71	218	$B_1: 134$
2	-	75	67	72	214	$B_2: 123$
3	73	75	68	-	216	$B_3: 234$
4	75	-	72	75	222	$B_4: 124$
Total ( $y_{.j}$ )	221	224	207	218	870( $y_{...}$ )	
$t=4$	$b=4$	$r=3$	$k=3$	$\lambda=2$		

#### ANALISE INTRABLOCOS

Tratamento	$T_i$	$A_i$	$\frac{1}{3} A_i$	$Q_i = T_i - \frac{1}{3} A_i$	$\hat{\tau}_i = \frac{3}{8} Q_i$	$\hat{\tau}_i Q_i$	$\hat{\mu}_i = 72,5 + \hat{\tau}_i$	
1	218	663	221	$-3 = -9/3$	$-9/8$	$81/24$	71,375	b
2	214	649	$649/3$	$-7/3$	$-7/8$	$49/24$	71,625	b
3	216	652	$652/3$	$-4/3$	$-4/8$	$16/24$	72,000	b
4	222	646	$646/3$	$20/3$	$20/8$	$400/24$	75,000	a
Total	870			0	0	$546/24 = 22,75$		

$$A_1 = 221 + 224 + 218 = 663 \quad \dots \quad \hat{\mu} = \frac{y_{...}}{rt} = \frac{G}{rt} = \frac{870}{12} = 72,5$$

$$\hat{\mu}_i = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i$$

#### ANOVA

C. Variação	GL	SQ	QM	F	P > F
Blocos	3	55			
Tratamentos $\alpha_j$	3	22,75	7,58	11,67*	0,012
Erro Exp.	5	3,25	0,65		
Total	11	81			

Teste de Tukey:  $\Delta = q.05(4,5)$ ,  $\bar{s}_y = (5,22)(0,4937) = 2,577$

$$q_{.05(4,5)} = 5,22 ; \quad s\bar{y} = \sqrt{\frac{k}{\lambda t} QME} = \sqrt{\frac{3}{(2)(4)} (0,65)} = 0,4937$$

$$\text{Eficiência: } E = \frac{\lambda t}{rk} = \frac{(2)(4)}{(3)(3)} = \frac{8}{9} = 0,89$$

Decomposição de  $SQT_{aj}$  na análise intrablocos

Tratamentos	$\hat{\mu}_i$	$\hat{T}_i = r\hat{\mu}_i = 3\hat{\mu}_i$	Coeficientes dos contrastes					
			$C_{1i}$	$C_{2i}$	$C_{3i}$	$C_{1i}\hat{T}_i$	$C_{2i}\hat{T}_i$	$C_{3i}\hat{T}_i$
1	71,375	214,125	1	1	1	214,125	214,125	214,125
2	71,625	214,875	1	1	-1	214,875	214,875	-214,875
3	72,000	216	1	-2	0	216	-432	0
4	75,000	225	-3	0	0	-675	0	0
						-30	-3	-0,75

$C_1$ : (1+2+3) vs 4

$C_2$ : (1+2) vs 3

$C_3$ : 1 vs 2

$$SQC_1 = \frac{(-30)^2}{(3)(12)} = 25$$

$$SQC_{1aj} = E \quad SQC_1 = \frac{8}{9} (25) = 22,22$$

$$SQC_2 = \frac{(-3)^2}{(3)(6)} = 0,5$$

$$SQC_{2aj} = E \quad SQC_2 = \frac{8}{9} (0,5) = 0,44$$

$$SQC_3 = \frac{(-0,75)^2}{(3)(2)} = 0,0938$$

$$SQC_{3aj} = E \quad SQC_3 = \frac{8}{9} (0,0938) = 0,08$$

$$SQT_{aj} = 22,74$$

(g) Análise com recuperação da informação interblocos

(i) Análise intrablocos:

Tipo I

C. Variação	GL
Blocos	b-1
Trat. $_{aj}$	t-1
Erro	rt-b-t+1

— repetições - r-1  
└ blocos dentro de repetições - b-r

Tipo II

C. Variação	GL
Blocos	b-1
Trat. $_{aj}$	t-1
Erro	rt-b-t+1

— grupos - g-1  
└ blocos dentro de grupos - b-g



Tipo III

C. Variação	GL
Blocos	b-1
Trat. $\alpha_j$	t-1
Erro	rt-b-t+1

(cii) Análise com recuperação da informação interblocos:

Na análise intrablocos, quando se estima os efeitos de tratamentos não se leva em consideração os efeitos de blocos. Porém contrastes entre blocos também dão informação sobre os efeitos de tratamentos.

Exemplo:  $B_1:$   $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ (y_{11}) & (y_{21}) & (y_{31}) \end{matrix}$  Modelo:  $y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$

$B_2:$   $\begin{matrix} 1 & 2 & 4 \\ (y_{12}) & (y_{22}) & (y_{42}) \end{matrix}$

$$\begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{y}_{11} + \hat{y}_{21} + \hat{y}_{31} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_1 + \hat{\beta}_1 + \hat{\mu} + \hat{\tau}_2 + \hat{\beta}_1 + \hat{\mu} + \hat{\tau}_3 + \hat{\beta}_1 \\ &= 3\hat{\mu} + 3\hat{\beta}_1 + \hat{\tau}_1 + \hat{\tau}_2 + \hat{\tau}_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{B}_2 &= \hat{y}_{12} + \hat{y}_{22} + \hat{y}_{42} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_1 + \hat{\beta}_2 + \hat{\mu} + \hat{\tau}_2 + \hat{\beta}_2 + \hat{\mu} + \hat{\tau}_4 + \hat{\beta}_2 \\ &= 3\hat{\mu} + 3\hat{\beta}_2 + \hat{\tau}_1 + \hat{\tau}_2 + \hat{\tau}_4 \end{aligned}$$

$$\hat{B}_1 - \hat{B}_2 = 3(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2) + (\hat{\tau}_3 - \hat{\tau}_4) \quad \therefore \text{Um contraste entre blocos inclui um contraste entre tratamentos.}$$

\* Análise intrablocos ajustando tratamentos.

C. Variação	GL
Blocos	b-1
Trat. $\alpha_j$	t-1
Erro	rt-t-b-1

Modelo:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij} \cap N(0, \sigma^2)$$

\* Análise intrablocos ajustando blocos.

C. Variação	GL	QM
Blocos <sub>aj</sub>	b-1	$QMB_{aj} = V_b$
Trat.	t-1	
Erro	rt-t-b-1	$QME = V_r$

$$\text{Modelo: } y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \quad \beta_j \sim N(0, \sigma_\beta^2)$$

$$QMB_{aj} = V_b \text{ estima } \sigma_\beta^2$$

Vale a identidade

$$SQB + SQTrat_{aj} = SQB_{aj} + SQTrat$$

A SQErro é a mesma nas duas análises.

Para procedermos à análise com recuperação da informação interblocos, definimos:

$$a = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + k \sigma_\beta^2} \quad 0 \leq a \leq 1$$

O estimador de  $a$  varia de conformidade com o tipo de BIB considerado. Assim temos:

$$\text{Tipo I: } \hat{a} = \frac{(r-1) V_r}{rV_b - V_r}$$

$$\text{Tipo II: } \hat{a} = \frac{[t(r-1) - k(g-1)] V_r}{k(b-g) V_b - (t-k) V_r}$$

$$\text{Tipo III: } \hat{a} = \frac{(bk-t) V_r}{k(b-1) V_b - (t-k) V_r}$$

Uma vez estimado  $\hat{a}$ , estruturamos para cada tratamento  $i$ :

$$M_i = Q'_i + \hat{a} A_i - \hat{a} \frac{k}{t} G = Q'_i + \hat{a} \left( A_i - \frac{k}{t} G \right)$$

onde  $Q'_i = k \left( T_i - \frac{A_i}{k} \right) = k T_i - A_i$

Assim virá:

$$M_i = k T_i - A_i + \hat{a} A_i - \hat{a} \frac{k}{t} G$$

$$= k T_i - (1 - \hat{a}) A_i - \hat{a} \frac{k}{t} G$$

e ainda  $\hat{\tau}_i^* = \frac{M_i}{\lambda t + (r - \lambda) \hat{a}}$

e  $SQTrat_{aj}^* = \frac{1}{k} \sum_i \hat{\tau}_i^* M_i = \frac{1}{k [\lambda t + (r - \lambda) \hat{a}]} \sum_i M_i^2$

$$QMTrat_{aj}^* = \frac{SQTrat_{aj}^*}{t - 1}$$

$$FTrat_{aj}^* = \frac{QMTrat_{aj}^*}{QMErro}$$

[Teste aproximado]

Algumas considerações sobre a variação de  $\hat{a}$ :

(i) Se  $\hat{a} = 1$

$$SQTrat_{aj}^* = SQTrat_{usual} \Leftrightarrow \text{Análise em blocos completos}$$

(ii) Se  $\hat{a} = 0$

$$SQTrat_{aj}^* = SQTrat_{aj} \Leftrightarrow \text{Análise intrablocos}$$

Comparações múltiplas:

Médias ajustadas:  $\hat{\mu}_i^* = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i^*$

- Erro Padrão da  $\bar{y}$  entre 2 médias

$$sd = \sqrt{\frac{2k}{\lambda t + (r - \lambda) \hat{a}} QME}$$

- Erro Padrão da média

$$\bar{sy} = \sqrt{\frac{k}{\lambda t + (r - \lambda) \hat{a}} QME}$$

Decomposição da SQ Tratamentos  $\alpha_j^*$

1) Recompôr os totais  $T_i$  através das médias ajustadas:

$$\hat{T}_i^* = r \hat{\mu}_i^* \quad (\hat{\mu}_i^* = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i^*)$$

2) Calcular as  $SQC_j$  da maneira usual, a partir dos totais  $\hat{T}_i^*$ .

3) Ajustar a  $SQC_j$  através do fator

$$f = \frac{\lambda t + (r - \lambda) \hat{a}}{rk}$$

isto é  $SQC_{j \alpha_j} = f SQC_j$

Se contrastes ortogonais  $\sum_{j=1}^{t-1} SQC_{j \alpha_j} = SQT_{\alpha_j}^*$

Exemplo: Análise com recuperação da informação interblocos.

C. Variação	GL	SQ	QM
Blocos $\alpha_j$	3	66,08	22,03 = $V_b$
Tratamentos	3	11,67	
Erro	5	3,25	0,65 = $V_r$

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \frac{(bk - t) V_r}{k(b-1)V_b - (t-k)V_r} \\ &= \frac{[4(3) - 4] 0,65}{3(4-1)22,03 - (4-3)0,65} \\ &= 0,0263 \cong 0 \end{aligned}$$

As estimativas com recuperação da informação interblocos estarão muito próximas das estimativas intrablocos.

$$\begin{aligned}
 M_i &= Q_i' + \hat{a} A_i - \hat{a} \frac{k}{t} G = k T_i - a_i + \hat{a} A_i - \hat{a} \frac{k}{t} G \\
 &= k T_i - (1-\hat{a}) A_i - \hat{a} \frac{k}{t} G = 3 T_i - 0,9737 A_i - 0,0197 G \\
 &= 3 T_i - 0,9737 A_i - 17,1608
 \end{aligned}$$

Tratamentos	$T_i$	$3T_i$	$A_i$	$M_i$	$\hat{\tau}_i^*$	$\hat{\tau}_i^* M_i$	$\hat{\mu}_i^* = 72,5 + \hat{\tau}_i^*$
1	218	654	663	-8,7239	-1,08	9,4828	71,4131 a
2	214	642	649	-7,0921	-0,8836	6,2666	71,6164 a
3	216	648	652	-4,0132	-0,5000	2,0066	72,0000 a
4	222	666	646	19,8290	2,4705	48,9876	74,9705 b
Total	870			-0,0002	0	66,7429	

$$\hat{\tau}_i^* = \frac{M_i}{\lambda t + (r-\lambda)\hat{a}} = \frac{M_i}{8 + (3-2)0,0263} = \frac{M_i}{8,0263}$$

$$SQ \text{ Trät.}_{aj}^* = \frac{1}{k} \sum_i \hat{\tau}_i^* M_i = \frac{1}{3} (66,7429) = 22,2476$$

$$QM \text{ Trät.}_{aj}^* = \frac{SQ \text{ Trät.}_{aj}^*}{3} = \frac{22,2476}{3} = 7,4159$$

$$F \text{ Trät.}_{aj}^* = \frac{QM \text{ Trät.}_{aj}^*}{QME} = \frac{7,4159}{0,65} = 11,41 *$$

Teste de Tukey:

$$\Delta = q_{.05(4,5)} \bar{sy} = (5,22)(0,4929) = 2,5729$$

$$q_{.05(4,5)} = 5,22 ; \bar{sy} = \sqrt{\frac{k}{\lambda t + (r-\lambda)\hat{a}} QME} = \sqrt{\frac{3}{8+0,0263} (0,65)} = 0,4929$$

Médias ajustadas:

$$\hat{\mu}_i^* = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i^* = 72,5 + \hat{\tau}_i^*$$

Decomposição da  $SQT_{aj}^*$  :  $C_1$  : (1+2+3) vs 4  
 $C_2$  : (1+2) vs 3  
 $C_3$  : 1 vs 2

Tratamentos	$\hat{\mu}_i^*$	$\hat{T}_i^* = r\hat{\mu}_i^* = 3\hat{\mu}_i^*$	$C_{1i}$	$C_{2i}$	$C_{3i}$	$C_{1i}\hat{T}_i^*$	$C_{2i}\hat{T}_i^*$
1	71,4131	214,2343	1	1	1	214,2393	214,2393
2	71,6164	214,8492	1	1	-2	214,8492	214,8492
3	72	216	1	-2	0	216	-432
4	74,9705	224,9115	-3	0	0	-674,7375	0
Total						-29,6490	-2,9115

$C_{3i}\hat{T}_i^*$
214,2393
-214,8492
0
0
0,6099

$$f = \frac{\lambda t + (r-\lambda)\hat{a}}{rk} = \frac{(2)(4) + (3-2)0,0263}{(3)(3)} = 0,8919$$

$$SQC_1 = \frac{(-29,6490)^2}{(3)(12)} = 24,4184$$

$$SQC_{1aj}^* = 21,7763$$

$$SQC_2 = \frac{(-2,9115)^2}{(3)(6)} = 0,4709$$

$$SQC_{2aj}^* = 0,4270$$

$$SQC_3 = \frac{(-0,6099)^2}{(3)(2)} = 0,0620$$

$$SQC_{3aj}^* = 0,0553$$

$$SQT_{aj}^* = 22,2516$$

## 2. RETICULADOS (Lattices)

Reticulados são delineamentos em blocos incompletos aos quais os tratamentos de um bloco numa repetição se distribuem por todos os blocos de qualquer das outras repetições.

### 2.1 - Reticulados Equilibrados (Lattices equilibrados)

O reticulado mais simples é o chamado reticulado quadrado (= square lattice), onde o nº de tratamentos é um quadrado perfeito e o nº de tratamentos do bloco é a raiz quadrada desse nº, ou seja  $t = k^2$

Exemplo: Reticulado  $3 \times 3 = 9$  Tratamentos  $k = t = 9 = 3$

Blocos	Rep. 1	Blocos	Rep. 2	Blocos	Rep. 3	Blocos	Rep. 4
1	1 2 3	4	1 4 7	7	1 5 9	10	1 6 8
2	4 5 6	5	2 5 8	8	2 6 7	11	2 4 9
3	7 8 9	6	3 6 9	9	3 4 8	12	3 5 7

Verifica-se que os tratamentos do 1º bloco na 1ª repetição (1, 2, 3) estão repartidos um para cada bloco na 2ª, 3ª e 4ª repetições, o mesmo acontecendo com os tratamentos de qualquer bloco e de qualquer repetição. Repetições desse tipo são chamadas de repetições ortogonais (os tratamentos de um bloco de uma repetição estão repartidos para cada bloco em outra repetição). Portanto, no nosso exemplo, temos 4 repetições ortogonais.

Verifica-se, também que um tratamento qualquer aparece com cada um dos outros tratamentos um mesmo nº de vezes no mesmo bloco incompleto, isto é,  $\lambda = 1$ . Logo, todos os pares de tratamentos são comparados com a mesma precisão, e portanto, um reticulado com essa característica é um reticulado equilibrado.

Sempre que  $k$  é um nº primo ou potência de um nº primo, temos  $k + 1$  repetições ortogonais para o reticulado equilibrado.

Então, para  $k = 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11$  etc... unidades por bloco existem planos de reticulados equilibrados, ou seja:

Nº de tratamentos	$k^2$	16	25	49	64	81
Unidades por bloco	$k$	4	5	7	8	9
Repetições	$r$	5	6	8	9	10

Não existem reticulados equilibrados para 36, 100 ou 144 tratamentos.

A vantagem que apresentam os reticulados equilibrados, bem como apresentam os blocos incompletos equilibrados (o reticulado equilibrado nada mais é do que um bloco incompleto equilibrado do tipo I e é analisado da mesma maneira), é que todas as comparações de tratamentos são feitas com igual precisão e a análise estatística é menos complexa.

A desvantagem consiste que quando o nº de tratamentos é relativamente alto, não existem planos equilibrados que tenham ao mesmo tempo blocos pequenos e moderado nº de repetições.

Então, para 64 tratamentos, necessitamos de 9 repetições para se obter um reticulado equilibrado, exigindo portanto, 576 unidades experimentais que é um exagero. Experimentos com elevado nº de tratamentos nada mais são do que provas preliminares tendo por objetivo selecionar alguns poucos tratamentos que deverão sofrer uma pesquisa posterior mais detalhada e, portanto, nesse estágio inicial, não é necessário uma alta precisão, sendo portanto indicado o uso de delineamentos menos exigentes quanto ao nº de repetições como os reticulados parcialmente equilibrados ou simplesmente reticulados (lattices).

## 2.2 - Reticulados (lattices)

a) Utilização: Os reticulados são delineamentos em blocos incompletos que mais se apropriam a trabalhos de melhoramento vegetal, nos quais geralmente se tem um grande nº de tratamentos e blocos com tamanho que não exceda o nº de parcelas que geralmente é recomendado para a experimentação a campo em torno de 12 a 16 parcelas.



b) **Caracterização:** Nos reticulados nem todos os pares de tratamentos ocorrem juntos num mesmo bloco.

Aqueles que ocorrem juntos num mesmo bloco, são chamados de 1<sup>os</sup> associados ( $\lambda = 1$ ) e os que não ocorrem juntos, de 2<sup>os</sup> associados ( $\lambda = 0$ ). As comparações entre tratamentos 1<sup>os</sup> associados são mais precisas do que as comparações entre os 2<sup>os</sup> associados. Variância (1<sup>os</sup> associados) < Variância (2<sup>os</sup> associados)

Essa diferença em precisão entre as comparações, geralmente não são grandes, mesmo quando se tem poucas repetições e pode-se na maioria das vezes utilizar uma variância média para comparação de pares de tratamentos.

c) **Classificação dos reticulados:**

1. Reticulados quadrados (square lattices): O n<sup>o</sup> de tratamentos é um quadrado perfeito ( $t = k^2$ ) e o tamanho do bloco é k.

Especialmente utilizado quando se tem:

$k^2$	25	36	49	64	81	100	121
k	5	6	7	8	9	10	11

(i) Reticulado simples: Usa-se as duas primeiras repetições do reticulado equilibrado. Pode-se repetir o reticulado, obtendo-se 4 repetições.

(ii) Reticulado tríplice: Usa-se as 3 primeiras repetições do reticulado equilibrado. Pode-se repetir o reticulado, obtendo-se 6 repetições.

2. Reticulados Cúbicos (Cubic lattices): Nos reticulados cúbicos, o n<sup>o</sup> de tratamentos é um cubo perfeito, isto é,  $t = k^3$  e k é o tamanho do bloco. São úteis esses reticulados no caso de um grande n<sup>o</sup> de tratamentos, principalmente em trabalhos de melhoramento vegetal como:

$k^3$	125	216	343	512	729	1000
k	5	6	7	8	9	10

3. Reticulados Retangulares: Esses reticulados foram desenvolvidos para comparar  $k$  ( $k - 1$ ) tratamentos em blocos de  $k$  unidades.

Esses reticulados complementam os reticulados quadrados pois estabelecem delineamentos para nº de tratamentos que se situam de forma intermediária a aqueles supridos pelos reticulados quadrados, tais como: 12, 20, 30, 42, 56, 72, ...

Para esses delineamentos requer-se um mínimo de 2 repetições.

#### d) Arranjo do Material Experimental:

As unidades dentro do mesmo bloco incompleto, devem ser o mais homogêneas possíveis, e esses blocos incompletos, devem ser tão quadrados quanto possível, e as técnicas experimentais devem ser mantidas uniforme entre as unidades do mesmo bloco.

Se os blocos dentro da mesma repetição forem tão similares ocorre um aumento de precisão das comparações interblocos. No entanto, se se fizer uma análise com recuperação das informações interblocos, é mais importante ter blocos incompletos homogêneos do que repetições homogêneas.

#### e) Casualização:

- Casualização Experimental
- (i) Sorteio de posições de tratamentos dentro de cada bloco incompleto.
  - (ii) Sorteio de posições dos blocos incompletos dentro de cada repetição.
  - (iii) Atribuir por sorteio os tratamentos (A, B, C...) os nºs que são utilizados para representá-los (1, 2, 3,...)

(iv) É utilizada quando todas as comparações entre tratamentos tiver a mesma importância e dado que  $V$  (1ºs associados)  $< V$  (2ºs associados) e utilizando-se esse procedimento pode-se, portanto, nessas situações utilizar uma variância média para efetuar comparações entre qualquer par de tratamentos.

### 3. BLOCOS CASUALIZADOS COM TRATAMENTOS COMUNS

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO :

Quando se tem um grande número de tratamentos, se estruturarmos um experimento em blocos com todos os tratamentos teremos blocos com tamanho excessivo comprometendo sua homogeneidade.

Uma alternativa é utilizar Blocos Casualizados com Tratamentos Comuns.

- (i) Os tratamentos são subdivididos em grupos
- (ii) Cada grupo de tratamentos constituirá um experimento em blocos casualizados.
- (iii) São tomados alguns tratamentos, que integrarão todos os grupos. São os chamados Tratamentos Comuns ; os demais tratamentos são chamados Tratamentos Regulares.
- (iv) Proceda-se à análise de variância da maneira usual, independentemente para cada experimento.
- (v) Tendo como elo de ligação os tratamentos comuns é feita uma análise conjunta de todos os experimentos, respeitada a Homogeneidade de Variância.

→ Origem nos Blocos Aumentados de Federer , repetindo-se cada conjunto.

→ A análise conjunta de Blocos Casualizados com Tratamentos Comuns, corresponde ao uso de um delineamento em blocos incompletos, de grande flexibilidade e eficiência, tendendo a ser mais conveniente que os reticulados quadrados e cúbicos.

#### EXEMPLO:

EXP.1:	A	B	C	1	2	3	4	5	6	com $r$ repetições em DBC
EXP.2:	A	B	C	7	8	9	10	11	12	com $r$ repetições em DBC
EXP.3:	A	B	C	13	14	15	16	17	18	com $r$ repetições em DBC
EXP.4:	A	B	C	19	20	21	22	23	24	com $r$ repetições em DBC
EXP.5:	A	B	C	25	26	27	28	29	30	com $r$ repetições em DBC

### 3.2 ANÁLISE DE VARIÂNCIA

$t$  = nº total de tratamentos

$n$  = nº de tratamentos regulares por grupo (experimento)  
(  $n_i$  se for diferente )

$r$  = nº de repetições por grupo (experimento)  
(  $r_i$  se for diferente )

$c$  = nº de tratamentos comuns

$t = ng + c$

$g$  = nº de grupos = nº de experimentos

$k = n + c$  = nº de tratamentos/experimento  
= nº de tratamentos/blocos

#### Análise Individual

C. Variação	GL
Blocos	$r - 1$
Tratamentos	$k - 1$
Erro	$(r - 1)(k - 1)$
Total	$rk - 1$

#### Análise Conjunta

C. Variação	GL	SQ
Experimentos (E)	$g - 1$	Usual
Blocos dentro de experimentos	$g(r - 1)$	$\sum_j (SQ \text{ Blocos})_j$
Tratamentos ( $a_j$ .)	$t - 1$	Por Diferença
Tratamentos Comuns x E	$(c - 1)(g - 1)$	Usual
Erro	$g(r - 1)(k - 1)$	$\sum_j (SQE)_j$
Total	$rkg - 1$	Usual

\* Se Interação Tratamentos Comuns (TC) x E Não Significativa (NSD) => comportamento dos tratamentos comuns é consistente, dando indicações de consistência dos regulares => teste com erro.

\* Se Interação Tratamentos Comuns x E Significativa (S) =>  
 Comportamento diferente dos Tratamentos Comuns em cada grupo =>  
 indicação de comportamento diferente dos Tratamentos Regulares =>  
 Teste com a interação TC x E.  
 \* Se houver só 1 TC não se pode estimar a interação.

### Médias Ajustadas

Tratamentos Comuns = Média aritmética usual

Tratamentos Regulares =  $\bar{y}_{ij} - K_j$

$K_j$  = Média dos TC no Grupo j - Média geral dos TC

i = índice de tratamento

j = índice de grupo ou experimento

### 3.3 COMPARAÇÕES MÚLTIPLAS

(Admitindo TC x E NS; se TC x E S substituir Erro por TC x E)

1) Entre 2 médias de TC

$$s_d^2 = \frac{2}{rg} \text{ QME}$$

2) Entre 2 médias de Tratamentos Regulares

2.1) do mesmo Grupo

$$s_d^2 = \frac{2}{r} \text{ QME}$$

[ Na análise individual 2.1 será melhor testado pois se tem um resíduo específico ]

2.2) de Grupos Diferentes

$$s_d^2 = \frac{2}{r} \left( 1 + \frac{1}{c} \right) \text{ QME}$$

3) Entre Tratamento Regular e Tratamento Comum

$$s_d^2 = \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{1}{c} + \frac{1}{g} - \frac{1}{cg} \right) \text{ QME}$$

TESTE DE TUKEY  $q \Rightarrow \begin{cases} t \text{ médias } (ng + c) \\ \text{GL do Erro ou de TC x E se TC x E S} \end{cases}$

Geralmente os valores de  $\Delta$  = diferença mínima significativa são demasiadamente grandes.

Para contornar: {  
 aumentar  $\alpha$   
 aumentar  $r$   
 independentemente do teste seleciona-se variedades  $\geq$  ao mais alto padrão

### 3.4 EXEMPLO

Os dados que se seguem referem-se a 3 ensaios de competição de variedades de cana (t/ha), onde as variedades 1 e 2 são comuns nos três experimentos, e as demais variedades novas.

ENSAIOS		VARIEDADES							
		V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8
GRUPO I	B1	19	18	20	17	22	18	15	24
	B2	16	17	21	16	23	20	17	26
	B3	18	19	19	18	26	19	16	23
	B4	20	16	20	15	24	21	15	25
									623
		V1	V2	V9	V10	V11	V12	V13	V14
GRUPO II	B1	20	16	17	15	18	25	27	21
	B2	16	18	20	13	19	27	25	20
	B3	17	20	18	14	20	24	26	22
	B4	18	17	15	17	16	28	29	19
									637
		V1	V2	V15	V16	V17	V18	V19	V20
GRUPO III	B1	23	19	26	20	17	24	26	28
	B2	21	22	26	19	20	25	29	26
	B3	19	18	27	21	22	26	28	27
	B4	20	21	24	22	16	22	30	26
									740
Total Geral :									2000

#### 4 - QUADRADO DE YOUTEN

##### 4.1 - Caracterização:

Existem delineamentos em Quadrados Latinos Incompletos, nos quais o número de colunas não é igual ao número de linhas e de tratamentos. Por exemplo consideremos um delineamento, com os tratamentos A,B,C,D e E, e com a seguinte estrutura:

Linhas	Colunas			
	1	2	3	4
1	A	B	C	D
2	B	C	D	E
3	C	D	E	A
4	D	E	A	B
5	E	A	B	C

Verifica-se que se constitui num Quadrado Latino 5x5, em que se eliminou a última coluna, e é conhecido como Quadrado de Youden.

No Quadrado de Youden as colunas são blocos completos e as linhas blocos incompletos balanceados. No exemplo  $t=b=5$ ,  $k=r=4$  e  $\lambda=3$ .

Pode-se obter uma estrutura de Quadrado de Youden, eliminando linha ou a diagonal do Quadrado Latino original.

##### 4.2 - Modelo:

O modelo linear para o Quadrado de Youden é dado por:

$$y_{ijh} = \mu + \rho_i + K_j + \tau_h + \varepsilon_{ijh},$$

representando, respectivamente,  $\rho_i$ ,  $K_j$  e  $\tau_h$  efeito de linha, coluna e tratamentos e supõe-se  $\varepsilon_{ijh} \sim N(0, \sigma^2)$  e independentes.

A análise de variância é semelhante aos blocos incompletos balanceados, onde a  $SQ_{\text{Colunas}}$  é ortogonal a tratamentos e linhas e estas são originalmente não ajustadas.

#### 4.3 - Exemplo:

Um engenheiro industrial está estudando o efeito de 5 níveis de iluminação na ocorrência de defeitos em uma operação de montagem. Como o tempo pode ser um fator de variabilidade ele decide realizar o experimento em cinco blocos, onde cada bloco é um dia da semana.

O departamento onde o experimento será conduzido tem quatro estações de trabalho e estas estações representam uma potencial causa de variabilidade.

O engenheiro decide utilizar um quadrado de Youden com cinco linhas (dias ou blocos), quatro colunas (estações de trabalho) e 5 tratamentos (os níveis de iluminação). Os dados codificados são os seguintes:

Dia (Blocos)	Estação de Trabalho				yi.	Totais de Tratamentos
	1	2	3	4		
1	A=3	B=1	C=-2	D=0	2	A=12
2	B=0	C=0	D=-1	E=7	6	B=2
3	C=-1	D=0	E=5	A=3	7	C=-4
4	D=-1	E=6	A=4	B=0	9	D=-2
5	E=5	A=2	B=1	C=-1	7	E=25
y. j.	6	9	7	9	31=y...	

No presente caso tem-se :

$$t=b=5, \quad r=k=4 \quad \text{e} \quad \lambda=3.$$

A soma de quadrados total é dada por :

$$SQ_{\text{total}} = \sum_i \sum_j \sum_h y_{ijh}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} = 183,00 - \frac{(31)^2}{20} = 134,95, \text{ onde}$$

$$N = rt = bk = 20$$

A soma de quadrados de tratamentos ajustada é obtida como segue:

$$Q_1 = 12 - \frac{1}{4}(2 + 7 + 9 + 7) = 23/4$$

$$Q_2 = 2 - \frac{1}{4}(2 + 6 + 9 + 7) = -16/4$$

$$Q_3 = -4 - \frac{1}{4}(2 + 6 + 7 + 7) = -38/4$$

$$Q_4 = -2 - \frac{1}{4}(2 + 6 + 7 + 9) = -32/4$$

$$Q_5 = 23 - \frac{1}{4}(6 + 7 + 9 + 7) = 63/4$$



$$SQ_{Tajustada} = \frac{\sum_{h=1}^k Q_h^2}{\lambda t}$$

$$= \frac{4 [(23/4)^2 + (-16/4)^2 + (-38/4)^2 + (-32/4)^2 + (63/4)^2]}{(3)(5)} = 120,37$$

Também,

$$SQ_{Dias} = \sum_{i=1}^b \frac{y_{i..}^2}{k} - \frac{y_{...}^2}{N} = \frac{(2)^2 + (6)^2 + (7)^2 + (9)^2 + (7)^2}{4} - \frac{(31)^2}{20} = 6,70$$

$$SQ_{Estações} = \sum_{j=1}^k \frac{y_{.j}^2}{b} - \frac{y_{...}^2}{N} = \frac{(6)^2 + (9)^2 + (7)^2 + (9)^2}{5} - \frac{(31)^2}{20} = 1,35$$

e

$$SQ_{Erro} = SQ_{Total} - SQ_{Tajustada} - SQ_{Dias} - SQ_{Estações}$$

Como Dias(blocos) são blocos incompletos balanceados, a SQ de quadrados de dias pode ser ajustada. Isto produz:

$$Q'_1 = 2 - \frac{1}{4}(12 + 2 - 4 - 2) = 0/4$$

$$Q'_2 = 6 - \frac{1}{4}(2 - 3 - 2 + 23) = 5/4$$

$$Q'_3 = 7 - \frac{1}{4}(12 - 4 - 2 + 23) = -1/4$$

$$Q'_4 = 9 - \frac{1}{4}(12 + 2 - 2 + 23) = 1/4$$

$$Q'_5 = 7 - \frac{1}{4}(12 - 2 - 4 + 23) = -5/4$$

$$SQ_{Dias\ ajustada} = \frac{\sum_{i=1}^b Q_i'^2}{\lambda b}$$

$$= \frac{4 [(0/4)^2 + (5/4)^2 + (-1/4)^2 + (1/4)^2 + (-5/4)^2]}{(3)(5)} = 0,87$$

A análise de variância completa é dada por :

Causas de variação	GL	SQ	QM	F
Níveis de Iluminação (ajustados)	4	120,37	30,09	36,87 * *
Dias (não ajustados)	4	6,70	—	
Dias (ajustados)	(4)	(0,87)	0,22	
Estações de Trabalho	3	1,35	0,45	
Erro	8	6,53	0,82	
Total	19	134,95		

\* \* Significativo a 1%

Os níveis de iluminação se diferenciam.

## 5. CONFUNDIMENTO E REPETIÇÃO FRACIONADA

### 5.1. GENERALIDADES

Experimentos unifatoriais são experimentos em que somente o efeito de um fator está sendo avaliado. Se utiliza geralmente, para esse tipo de experimentos, delineamentos tais como o Delineamento Completamente Casualizado (DCC), o Delineamento Blocos Casualizados (DBC) e o Delineamento Quadrado Latino (DQL). No caso da experimentação a campo, utiliza-se, principalmente, o DBC, fazendo com que as unidades experimentais dentro do bloco tenham a maior semelhança possível, com isso controlando o erro experimental. Quando o nº de tratamentos for grande, o bloco será grande, conseqüentemente, torna-se mais difícil manter as condições de homogeneidade no bloco, tornando-se, portanto, o delineamento ineficiente no controle do erro experimental. Nesse caso utiliza-se a subdivisão do bloco completo, obtendo-se blocos incompletos (blocos que não contém todos os tratamentos), onde tem-se condições de manter a homogeneidade dentro dos blocos incompletos, devido ao menor nº de tratamentos por bloco, e com isso controlar o erro experimental.

Logo para experimentos unifatoriais, onde é grande o número de tratamentos a serem comparados, os delineamentos em blocos incompletos são mais eficientes.

Os delineamentos em blocos incompletos para unifatoriais, geralmente empregados, são os Blocos Incompletos Balanceados (BIB) e Parcialmente Balanceados (PBIB), os quais incluem como casos particulares os Reticulados (Lattices) balanceados e parcialmente balanceados, respectivamente.

Experimentos fatoriais são experimentos em que vários fatores estão sendo estudados simultaneamente. É comum se utilizar para os experimentos fatoriais um delineamento básico, isto é, o DCC ou o DBC ou o DQL. Como nesses experimentos se estuda vários fatores simultaneamente, o nº de tratamentos a serem comparados geralmente é grande, e as condições de controle do erro experimental ficam prejudicadas, uma vez que, considerando especificamente o DBC, o bloco fica muito grande e

conseqüentemente o delineamento se torna ineficiente.

O procedimento também utilizado nesse caso, é o uso de blocos incompletos. A técnica que permite a utilização de blocos incompletos, em experimentos fatoriais, é denominada de confundimento. Em outras ocasiões utiliza-se somente parte dos tratamentos de um fatorial, na forma de fatoriais fracionados ou incompletos, técnica esta chamada de Repetição Fracionada.

O confundimento e o fracionamento tem o seu fundamento no sacrifício de certas comparações de tratamentos, especialmente as interações de ordem elevada, consideradas geralmente de pouca importância.

Além do confundimento e da repetição fracionada, tem-se também incluído nesse grupo de delineamentos em blocos incompletos para fatoriais, o delineamento parcelas subdivididas de larga utilização na experimentação a campo.

## 5.2. CONFUNDIMENTO

### 5.2.1. INTRODUÇÃO

Confundimento é uma técnica empregada na organização de delineamentos para experimentos fatoriais, que possibilita obter uma maior precisão, nas comparações mais importantes, pelo sacrifício de outras, consideradas menos importante. A maior precisão decorre, da formação de blocos menores, com metade,  $1/3$  ou  $1/4$  apenas, do número de combinações de tratamentos, de um bloco completo. A formação desses blocos incompletos, implica no confundimento com as diferenças entre blocos, de certos efeitos fatoriais, geralmente as interações de ordem elevada.

A escolha da comparação, que deverá ser sacrificada, depende de considerações de ordem prática. Geralmente as interações de ordem superior, isto é de 2ª ordem (tríplices), de 3ª ordem (quádruplas), etc..., são confundidas, pois a experiência tem mostrado que, raramente apresentam significância estatística, ao menos na experimentação agrônômica. Em alguns experimentos, a medição da interação, é o objetivo principal, existindo pouco interesse, na medição dos efeitos principais, portanto nesses casos um ou mais efeitos principais, poderão ser confundidos.

### 5.2.2. CONFUNDIMENTO NO FATORIAL $2^3$

3  $\Rightarrow$  n° de fatores

2  $\Rightarrow$  n° de níveis

Nesse tipo de fatorial, tem-se 3 fatores (A,B,C) e dois níveis para cada fator (0,1), totalizando 8 tratamentos.

Na prática utiliza-se, quase que sistematicamente, para um fatorial desse tipo, um DBC ou DQL, em se tratando de experimentação a campo, uma vez que 8 é um n° aceitável de tratamentos, permitindo portanto lançar mão dos delineamentos básicos.

Devido a sua simplicidade, usar-se-á o fatorial  $2^3$  para introduzir a técnica do confundimento.

Considerando o fatorial  $2^3$ , tem-se o seguinte quadro de coeficientes, para a obtenção dos diversos efeitos fatoriais.

Efeito	Combinação de Tratamentos							
	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
A	-	+	-	-	+	+	-	+
B	-	-	+	-	+	-	+	+
C	-	-	-	+	-	+	+	+
AB	+	-	-	+	+	-	-	+
AC	+	-	+	-	-	+	-	+
BC	+	+	-	-	-	-	+	+
ABC	-	+	+	+	-	-	-	+

Verifica-se pelo quadro que, para determinar cada efeito principal e de interações, faz-se a comparação de uma metade das combinações de tratamentos (sinal positivo), com a outra metade (sinal negativo).

Assim, por exemplo, a interação ABC é estimada pela comparação

$$ABC = \frac{[a + b + c + abc]}{\text{sinal (+)}} - \frac{[(1) + ab + ac + bc]}{\text{sinal (-)}}$$

No esquema usual de blocos completos, os 8 tratamentos seriam alocados de forma aleatória, todos no mesmo bloco.

Admitindo-se que o bloco fosse dividido, de forma que, o grupo de tratamentos com sinal (+), na estimação de ABC, fique em um bloco e o grupo de tratamentos com sinal (-), fique em outro bloco, e considerando-se 3 repetições, tem-se o seguinte esquema

com 6 blocos incompletos.

#### Repetição I

Bloco 1

a	b	c	abc
---	---	---	-----

Bloco 2

(1)	ab	ac	bc
-----	----	----	----

#### Repetição II

Bloco 3

a	b	c	abc
---	---	---	-----

Bloco 4

(1)	ab	ac	bc
-----	----	----	----

#### Repetição III

Bloco 5

a	b	c	abc
---	---	---	-----

Bloco 6

(1)	ab	ac	bc
-----	----	----	----

Nesse esquema a interação ABC é uma das comparações entre blocos, ou seja, qualquer diferença entre os dois grupos, poderia ser atribuída, ou a um efeito de blocos, ou a um efeito específico de tratamentos (ABC). Logo o efeito da interação ABC não poderá ser submetido a teste e é chamado de efeito confundido, pois ele não pode ser estimado independentemente do efeito de blocos.

Os demais efeitos A, B, C, AB, AC e BC, são todos ortogonais aos totais de blocos, e poderão ser medidos, independentemente do efeito de blocos, e do efeito confundido. Considerando, por exemplo, a interação AB, o seu efeito é estimado por

$$AB = [abc - a - b + c] + [(1) + ab - ac - bc],$$

ou seja, de cada 4 unidades de cada bloco incompleto, duas tem sinal positivo e duas sinal negativo. Acrescentando-se, para todas as observações de um dado bloco, por exemplo 10, a estimação de AB não muda, uma vez que, considerando-se o bloco 1 ter-se-ia  $10-10-10+10=0$ , assim sendo o efeito de AB não é influenciado, pelas diferenças entre blocos, ou seja é ortogonal ao efeito de blocos. AB é dito efeito não confundido, com o efeito de blocos, ou livre do efeito de blocos, uma vez que é composto de comparações dentro do bloco. O mesmo acontece com os

demais cinco efeitos fatoriais A,B,C,AC e BC.

Assim diferenças entre blocos de 4 unidades, são eliminadas do erro experimental, dos efeitos principais e das interações duplas, ao passo que, com blocos completos casualizados, somente diferenças entre blocos de 8 unidades são eliminadas.

O sacrifício de uma comparação específica, ABC, permite que todas as demais comparações, sejam feitas dentro dos blocos e, com o uso de blocos menores, temos um erro experimental menor, e conseqüentemente, essas comparações são feitas com maior precisão.

A redução do tamanho efetivo do bloco, se obtém, fazendo ABC igual a uma das comparações entre blocos, e com isto não existe informação dentro dos blocos incompletos em relação a ABC.

O princípio da casualização para cada bloco incompleto deve ser mantido ou seja, faz-se a casualização dos tratamentos dentro de cada bloco incompleto e de cada bloco incompleto dentro de cada repetição.

Poder-se-ia confundir, com o efeito de blocos, qualquer outro efeito (A, B, C, AB, AC ou BC) desde que, colocássemos os grupos (+) e (-) da estimação do respectivo efeito em blocos diferentes.

O esquema de análise de variância, admitindo r repetições e confundimento da interação ABC é o seguinte:

Causas da Variação	GL
Blocos	$2r - 1$
A	1
B	1
C	1
AB	1
AC	1
BC	1
Erro Experimental	$6(r - 1)$
Total	$8r - 1$

onde as diversas somas de quadrados são obtidas da seguinte maneira:



$$SQA = \frac{[A]^2}{r \sum_1 c_1^2} = \frac{[A]^2}{8r} ; \quad SQB = \frac{[B]^2}{8r} ; \quad SQC = \frac{[C]^2}{8r} ;$$

$$SQAB = \frac{[AB]^2}{8r} ; \quad SQAC = \frac{[AC]^2}{8r} ; \quad SQBC = \frac{[BC]^2}{8r}$$

onde  $\sum_1 c_1^2$  = soma dos quadrados dos coeficientes para a estimativa do efeito.

$$SQ \text{ Blocos} = \frac{B_1^2 + B_2^2 + B_3^2 + \dots + B_{2r}^2}{4} - FC$$

$$SQ \text{ Total} = \sum Y^2 - FC \quad \text{onde } FC = \frac{G^2}{8r} \text{ sendo } G = \text{Total Geral}$$

8 = nº de tratamentos  
e r = nº de repetições.

$$SQ \text{ Erro Experimental} = SQ \text{ Total} - SQ \text{ Blocos} - SQA - SQB - SQC - SQAB - SQAC - SQBC$$

Exemplo:

Consideremos um fatorial  $2^3$  de adubação NPK em cana-de-açúcar. As doses de nutrientes usadas foram:

N : 0 - 60 kg/ha de N

P : 0 - 75 kg/ha de  $P_2O_5$

K : 0 - 75 kg/ha de  $K_2O$

Considerando-se N como fator A, P como fator B e K como fator C e tendo-se 2 níveis (0 e 1) para cada fator, caracterizou-se os tratamentos da seguinte forma:

0 0 0  $\Leftrightarrow$  (1) 1 0 0  $\Leftrightarrow$  a  
 0 0 1  $\Leftrightarrow$  c 1 0 1  $\Leftrightarrow$  ac  
 0 1 0  $\Leftrightarrow$  b 1 1 0  $\Leftrightarrow$  ab  
 0 1 1  $\Leftrightarrow$  bc 1 1 1  $\Leftrightarrow$  abc

O experimento foi instalado com confundimento da interação tríplice em todas as 4 repetições, a variável Y = rendimento de cana, t/ha.

Os dados obtidos foram:



B <sub>1</sub> 242,4			
(1)	ab	ac	bc
63,9	59,7	45,2	73,6
+			
-			

B <sub>2</sub> 214,7			
a	b	c	abc
32,5	64,9	46,5	70,8
-			
+			

Rep 1

B <sub>3</sub> 220,0			
(1)	ab	ac	bc
43,1	73,2	58,4	45,3
+			

B <sub>4</sub> 220,0			
a	b	c	abc
50,3	60,1	40,1	68,5
611 -			

Rep 2

B <sub>5</sub> 275,1			
(1)	ab	ac	bc
58,9	73,7	53,7	88,8
+			

B <sub>6</sub> 243,2			
a	b	c	abc
80,3	58,2	56,8	78,7
593 -			

Rep 3

B <sub>7</sub> 278,6			
(1)	ab	ac	bc
57,2	82,7	76,0	62,7
+			

B <sub>8</sub> 276,3			
a	b	c	abc
68,4	71,2	51,8	84,9
-			

Rep 4

# ANOVA

C. VARIAÇÃO	GL	SQ	QM	F
Blocos	7	1294,87		
N	1	218,93	218,93	2,08
P	1	2206,14	2206,14	20,94**
K	1	31,40	31,40	0,30
N X P	1	75,34	75,34	0,72
N X K	1	109,25	109,25	1,04
P X K	1	20,32	20,32	0,19
Resíduo	18	1896,02	105,33	
Total	31	5852,17		

### 5.2.3. CONFUNDIMENTO PARCIAL NO FATORIAL $2^3$

Quando várias repetições são usadas, e quando em todas as repetições, é confundida sempre a mesma comparação, dizemos que o confundimento é total.

No exemplo utilizado anteriormente, procedeu-se o confundimento total da interação ABC, uma vez que ABC é confundida em todas as repetições.

Quando há repetições, existe a possibilidade de se usar o confundimento parcial, que consiste em cada repetição, confundir um efeito fatorial diferente.

Por exemplo, usando-se 4 repetições poder-se-ia confundir, ABC na 1ª, AB na 2ª, AC na 3ª e BC na 4ª, e assim teríamos o seguinte esquema, com colocação dos tratamentos de forma sistemática.

Repetição I		Repetição II	
Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
abc   a   b   c	(1)   ab   ac   bc	abc   ab   c   (1)	a   b   ac   bc
Repetição III		Repetição IV	
Bloco 5	Bloco 6	Bloco 7	Bloco 8
abc   ac   b   (1)	a   c   ab   bc	(1)   a   bc   abc	b   c   ab   ac

Ao instalar um experimento deste tipo, a posição dos blocos dentro da repetição deve ser sorteada, o mesmo acontecendo com os tratamentos dentro dos blocos incompletos.

Os efeitos A,B, e C são totalmente livres do efeito de blocos.

Na repetição I, ABC é totalmente confundida com blocos, mas nas repetições II, III e IV, é ortogonal a blocos. Assim sendo, a estimativa dentro do bloco, para ABC, pode ser obtida das repetições II, III e IV, o mesmo acontecendo com AB, nas repetições I, III e IV, AC em I, II e IV e BC em I, II e III.

Esses 4 efeitos fatoriais (ABC,AB,AC,BC), são parcialmente

confundidos com blocos, uma vez que cada um dos efeitos é confundido, com a diferença entre blocos, em uma das repetições, e nas demais repetições é ortogonal ao efeito de blocos. Portanto, uma estimativa, livre do efeito de blocos, ainda pode ser obtida para cada efeito, somente baseada em um n° menor de repetições.

Assim, para o exemplo considerado, as estimativas, para os efeitos fatoriais não-confundidos (A, B, e C), são baseados em 4 repetições, ao passo que, para os efeitos fatoriais parcialmente confundidos (ABC, AB, AC, BC), as estimativas são baseadas em 3 repetições.

Desta forma, a informação relativa dos efeitos parcialmente confundidos em relação aos não-confundidos é de  $\frac{3}{4}$ , valor obtido da expressão  $\frac{r-1}{r}$ ; que significa a quantidade de informação avaliada, no efeito parcialmente confundido, relativa a avaliada em um efeito não-confundido. Logo os efeitos parcialmente confundidos, são estimados com menor precisão em relação aos demais.

O esquema de análise de variância para o exemplo, é o seguinte:

Causas da Variação	GL
Blocos	$7 \Leftrightarrow 2r-1$
A	1
B	1
C	1
AB	1'
AC	1'
BC	1'
ABC	1'
Erro Experimental	$17 \Leftrightarrow [6(r-1)-1]$
Total	31

O apóstrofo, indica que os efeitos, são parcialmente confundidos.

SQ Blocos, SQ Total e SQ Erro Experimental, são obtidas de maneira análoga, ao confundimento total.

Para os efeitos fatoriais tem-se:

$$SQA = \frac{[A]^2}{r \sum c_i^2} = \frac{[A]^2}{8r} = \frac{[A]^2}{32}; \quad SQB = \frac{[B]^2}{32}; \quad SQC = \frac{[C]^2}{32};$$

onde  $r = 4$

$$SQAB = \frac{[AB]^2}{8r} = \frac{[AB]^2}{24}; \quad SQAC = \frac{[AC]^2}{24}; \quad SQBC = \frac{[BC]^2}{24};$$

onde  $r = 3$

$$SQABC = \frac{[ABC]^2}{24}$$

#### 5.2.4. CONFUNDIMENTO NA SÉRIE FATORIAL $2^k$

No caso do  $2^4$ , pode-se usar, o nº de unidades experimentais, por bloco incompleto, igual a  $1/2$  do nº total de combinações de tratamentos, isto é,  $\frac{1}{2} \cdot 16 = 8$  unidades experimentais por bloco.

Agora para fatoriais, com  $k > 4$ , usando-se  $1/2$  do nº total de tratamentos, pode-se, novamente, recair no mesmo problema anterior ao confundimento, qual seja o excesso de tratamentos por bloco.

Nesses casos, usa-se  $1/4$ ,  $1/8$ , etc..., do nº total de tratamentos, para cada bloco incompleto.

Para obter, blocos incompletos, com  $1/4$  apenas do nº de combinações de tratamentos, dois efeitos fatoriais deverão ser confundidos.

Considerando-se, por exemplo, o fatorial  $2^5$ , onde se tem 32 tratamentos, faz-se a 1ª subdivisão do nº de tratamentos, confundindo-se a interação BCDE, e obtém-se 2 blocos de 16 unidades; a 2ª subdivisão é feita, confundindo-se ADE e obtendo-se 4 blocos de 8 unidades. Sabe-se que, o confundimento de duas comparações, confunde também uma terceira, e esta é dada pelo produto das duas primeiras, ou seja a interação generalizada das duas primeiras.

Portanto, para o exemplo, a terceira comparação confundida será, BCDE . ADE = ABCDDEE = ABC.

Dado que, o confundimento de duas comparações, implica automaticamente no confundimento de uma terceira, a obtenção de blocos de tamanho reduzido, exige o confundimento, de um certo nº de comparações, que não podem ser selecionadas, arbitrariamente, e é possível, que não exista um arranjo, com as propriedades desejadas.

De qualquer forma existe, normalmente, a preocupação de escolher as comparações a serem confundidas, de modo a não confundir, os efeitos principais e as interações simples.

#### 5.2.5. REPETIÇÃO ÚNICA

Em experimentos, que se comparam vários fatores, geralmente o nº de combinações de tratamentos, que resulta, é grande, e traz dificuldades na execução do experimento, e essas dificuldades, são agravadas quando se usa repetições. Seria interessante nessas situações, reduzir o experimento, solucionando dificuldades de execução e de custo (também presentes, em determinadas situações), e uma das formas para reduzir-se o experimento é usar, uma única repetição.

Não existindo repetições, o erro experimental, não poderá ser estimado, da maneira usual, através da variação, das unidades experimentais, com o mesmo tratamento, uma vez que cada combinação de tratamento aparece somente uma vez.

Aproveita-se, como erro experimental, nessa situação, as interações de ordem elevada, uma vez que o efeito dessas interações, é geralmente muito baixo, de modo que, seus quadrados médios, estimam valores semelhantes, ao do quadrado médio do erro experimental.

Por exemplo, em um fatorial  $2^6$ , onde se tem 64 tratamentos, fazendo-se 2 subdivisões, obtém-se 4 blocos de 16 unidades, e portanto para as duas subdivisões, foram confundidas duas comparações, e com o confundimento, automático, de uma terceira.

Admitindo-se que, para a formação de blocos, de 32 unidades, confundiu-se a interação CDEF, e para a formação de blocos de 16 unidades, a interação ABEF, conseqüentemente a interação ABCD estará confundida, pois  $CDEF \cdot ABEF = ABCDEEFF = ABCD$ .

Usando-se uma repetição única, ter-se-ia 4 blocos, com 16 unidades cada um, e admitindo-se que as interações quádruplas,

quintuplas e sêxtuplas, fossem usadas, como erro experimental, ter-se-ia, o seguinte esquema de análise de variância:

Causas da Variação	GL
Blocos	3
Efeitos Principais	6
Interações Simples	15
Interações Triplices	20
Erro Experimental	19
Total	63

Efeitos Principais: A, B, C, D, E, F

$$\text{Interações Simples : } C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

$$\text{Interações Triplices : } C_6^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20$$

$$\text{Interações Quádruplas : } C_6^4 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 15$$

$$\text{Interações Quintuplas : } C_6^5 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 6$$

$$\text{Interação Sêxtupla: } C_6^6 = 1$$

$$\begin{aligned} \text{GL Erro Experimental} &= \text{Int. Quádruplas} + \text{Quintuplas} + \text{Sêxtupla} - 3 \\ &= 15 + 6 + 1 - 3 = 22 - 3 = 19 \end{aligned}$$

Subtrae-se 3, uma vez que as interações quádruplas, CDEF, ABEF e ABCD estão confundidas com blocos. A estimação do erro experimental, através de interações de ordem elevada, está sujeita, naturalmente a críticas. se algumas dessas interações forem grandes, fato que não poderá ser comprovado, o quadrado médio utilizado, para o erro experimental, será uma estimativa exagerada, do erro experimental verdadeiro, e então nesse caso, estará prejudicada, a precisão das comparações a serem feitas. Se, a maioria das interações simples forem baixas, então é pouco provável, que as interações, de ordem mais elevada, tenham valores altos.

### 5.2.6. CONFUNDIMENTO PARA FATORIAIS $3^k$

Um efeito principal é dito não-confundido, isto é, livre do efeito de blocos, se todos os blocos contém cada nível do fator o mesmo nº de vezes.

Uma interação simples ou de 1ª ordem é dita não-confundida, isto é, livre do efeito de blocos, se em cada bloco os níveis de um fator estiverem combinados com todos os níveis do outro fator.

### (1) Confundimento para o fatorial $3^2$

Nesse caso tem-se 2 fatores (A e B) e 3 níveis com  $3^2 = 3 \times 3 = 9$  tratamentos.

O confundimento nesse tipo de fatorial, é utilizado para fins de ilustração, para introdução da técnica na série  $3^n$ , uma vez que na prática não se usa esse procedimento, pois para os 9 tratamentos pode-se utilizar um delineamento básico.

No fatorial  $3^2$  faz-se confundimento de 2 GL da interação AB, com formação de 3 blocos incompletos, com 3 tratamentos em cada um. O confundimento pode ser feito de 2 maneiras, utilizando-se 2 grupos diferentes, que são obtidos a partir das equações:

$$x_1 + x_2 = 0, 1, 2 \quad \text{e} \quad 2x_1 + x_2 = 0, 1, 2$$

Para qualquer dos dois grupos utilizados, tem-se 3 blocos envolvendo combinações de tratamentos que dará o confundimento de 2 GL da interação dupla.

Os dois grupos obtidos, admitindo-se a base 3, são os seguintes:

1º Grupo:

$$x_1 + x_2 = 0$$

Bloco 1

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

Bloco 2

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

Bloco 3

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

2º Grupo:

$$2x_1 + x_2 = 0$$

Bloco 1

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2x_1 + x_2 = 1$$

Bloco 2

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2x_1 + x_2 = 2$$

Bloco 3

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Se a equação  $x_1 + 2x_2 = 0, 1, 2$ , fosse utilizada, ter-se-ia, o mesmo conjunto de blocos obtidos para o 2º grupo.

## (2) Confundimento no fatorial $3^3$ :

Tem-se nesse caso 3 fatores (A, B e C) e 3 níveis (0, 1 e 2) com  $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$  tratamentos.

Este tipo de fatorial, tem sido muito utilizado na experimentação agrônômica, principalmente em experimentos de adubação, e o seu emprego na experimentação a campo, devido ao elevado nº de tratamentos (27), tem sido feito utilizando-se o confundimento, com o intuito de reduzir o tamanho do bloco.

A redução do tamanho do bloco, é obtida pelo sacrifício de 2 GL da interação triplice ABC confundindo-a com as diferenças entre blocos.

Existem 4 modos distintos de se fazer o confundimento no  $3^3$ , e essas maneiras diferentes são designadas pelos grupos W, X, Y e Z.

O planejamento para confundir a interação ABC, nos leva a blocos incompletos, contendo somente 9 tratamentos, ou seja, subdivide-se os 27 tratamentos em 3 grupos de 9, de modo que, a comparação entre os totais dos 3 grupos, dão as componentes de ABC. Cada conjunto de 3 grupos contribuirá com 2 GL de ABC, e uma vez que ABC tem 8 GL, haverá 4 conjuntos distintos (Z, W, X, Y).

Obtenção dos grupos de confundimento:

1º grupo: Grupo Z

$$\begin{array}{ccc} x_1 + x_2 + x_3 = 0 & x_1 + x_2 + x_3 = 1 & x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ Z_1 & Z_2 & Z_3 \end{array}$$

2º grupo: Grupo W

$$\begin{array}{ccc} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 & 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 & 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ W_1 & W_2 & W_3 \end{array}$$

3º grupo: Grupo X

$$\begin{array}{ccc} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 & x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 & x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ X_1 & X_2 & X_3 \end{array}$$

4º grupo: Grupo Y

$$\begin{array}{ccc} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 & x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 & x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 \end{array}$$



Por exemplo, considerando o Grupo X temos:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$$

Base 3

(0,3,6)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(1,4,7)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(2,5,8)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Usando-se r repetições ter-se-ia o seguinte esquema:

Rep. I

9

Bloco 1

9

Bloco 2

9

Bloco 3

Rep. II

9

9

9

Rep. r

9

9

9

Cazualização : Sorteio da posição de cada bloco incompleto dentro de cada repetição e sorteio de cada tratamento dentro de cada bloco incompleto.

### Esquema de Análise de Variância para r repetições

C. Variação	GL
Blocos	$3r - 1$
Repetições	$r - 1$
Blocos dentro de repetições	$2r$
A	2
$A_1$	1
$A_q$	1
B	2
$B_1$	1
$B_q$	1
C	2
$C_1$	1
$C_q$	1
AB	4
$A_1 B_1$	1
$A_1 B_q$	1
$A_q B_1$	1
$A_q B_q$	1
AC	4
BC	4
ABC (não confundida)	6
Erro Experimental	$24(r - 1)$
Total	$27r - 1$

#### (3) Fatorial $3^3$ com Repetição Única

Usando-se confundimento de 2 GL de interação ABC p/ formação de blocos de 9 unidades.

9

9

9

Usa-se como erro experimental os seis GL referentes a ABC confundida e tem-se o seguinte esquema:

C. Variação	GL
Blocos	2
A	2
B	2
C	2
AB	4
AC	4
BC	4
E. Experimental (ABC não confundida)	6
Total	26

Como geralmente o que mais interessa nas interações simples é  $A_1 B_1$ ;  $A_1 C_1$  e  $B_1 C_1$ , os 3 GL restantes de cada interação simples podem ser agrupados ao erro obtendo-se uma estimativa com 15 GL, e tendo-se portanto o seguinte esquema:

C. Variação	GL
Blocos	2
A	2
$A_1$	1
$A_q$	1
B	2
$B_1$	1
$B_q$	1
C	2
$C_1$	1
$C_q$	1
$A_1 B_1$	1
$A_1 C_1$	1
$B_1 C_1$	1
Erro Experimental	15
Total	26

# EXEMPLO:

Realizou-se um experimento de adubação com NPK em cana-de-açúcar, com os tratamentos arranjados num fatorial  $3^3$  dispostos em blocos de 9 unidades, formados através da utilização do grupo de confundimento W, e confundindo-se, portanto 2 GL da interação triplice. Os resultados obtidos em t/ha, foram os seguintes:

Tratamento	Rendimento	Trat.	Rend.	Trat.	Rend.
	t/ha		t/ha		t/ha
000	37,0	001	60,2	002	28,3
012	42,6	010	57,6	011	66,6
021	68,4	022	76,0	020	66,8
101	33,5	102	42,8	100	32,6
110	45,7	111	63,4	112	63,4
122	49,7	120	58,2	121	71,1
202	36,2	200	56,6	201	41,3
211	47,4	212	69,1	210	50,2
220	59,0	221	59,4	222	55,4
	$W_1 = 419,5$		$W_2 = 543,3$		$W_3 = 475,7$

## Análise de Variância

Causas de variação	GL	SQ	QM	F
Blocos	2	853,88		
N	2	107,20	53,60	0,84
P	2	2240,39	1120,20	17,49*
$P_L$	1	2123,35	2123,35	33,16*
$P_Q$	1	117,04	117,04	1,83
K	2	168,544	84,67	1,32
$N_L \times P_L$	1	176,33	176,33	2,75
$N_L \times K_L$	1	7,36	7,36	0,11
$P_L \times K_L$	1	21,33	21,33	0,33
Erro	15	960,52	64,03	
Total	26	4935,55		

### 5.2.7. USO DO CONFUNDIMENTO

Vantagens: redução do erro experimental pelo uso de blocos menores os quais são mais homogêneos e podem ser submetidos a uma técnica experimental mais cuidadosa por serem menores.

Desvantagens: (i) redução na precisão de estimativas de efeitos confundidos, devido a redução no nº de repetições.

(ii) maior complexidade de análise, principalmente no caso de série fatorial mista e quando há perda de observações.

Recomendações: (i) cuidado na escolha do efeito a ser confundido, sendo geralmente uma interação e nenhuma interação deveria ser totalmente confundida a menos que haja uma boa razão para isto, ou por experiência prévia ou pela natureza dos fatores a serem testados, onde se espera que a interação seja inexistente.

(ii) quando se usa o confundimento antes de se instalar o experimento deve-se montar o esquema de análise e entender o mesmo.

### 5.3. REPETIÇÃO FRACIONADA DE EXPERIMENTOS FATORIAIS

Uma das dificuldades do experimento fatorial é o modo rápido pelo qual o número de combinações de tratamentos aumenta quando se aumenta o número de fatores. Apesar da possibilidade de remover parte dessa dificuldade pelo confundimento, ou pelo uso das interações de ordem elevada como estimativa do erro experimental em experimentos com repetição única, as dificuldades em muitos casos, persistem, especialmente quando são limitados os recursos de que se dispõe o investigador. Um outro aspecto a considerar em relação aos fatoriais, é o número exagerado de repetições usado de modo intrínseco na estimativa dos efeitos principais. Este número está muitas vezes em desacordo com a precisão requerida.

Numa única repetição do fatorial  $2^6$ , cada efeito principal é uma média de 32 combinações de outros fatores e, portanto, efetivamente tem 32 repetições. Talvez 4 ou 8 repetições seriam suficientes. Em situações como essas deve ser considerado o uso

de repetições fracionadas, isto é, um experimento que consiste de apenas parte das combinações de tratamentos de uma repetição completa.

A redução do tamanho do experimento, de grande vantagem em muitas situações, não poderá ser levada a efeito impunemente. Os resultados de um experimento em repetição fracionada exigem, para sua interpretação, cuidados de outra ordem que os encontrados nos delineamentos com repetições completas.

Para ilustrar o que acontece na condução de um experimento com apenas parte das combinações de tratamentos, consideremos o caso simples de um fatorisl  $2^3$ , ainda que, para o mesmo, a repetição fracionada não tenha aplicação prática. Se no caso do fatorial  $2^3$  usássemos apenas a metade da repetição, consistindo dos tratamentos a, b, c e abc, os efeitos principais e as interações no experimento seriam estimados do modo seguinte:

Combinações de tratamentos	Efeitos Fatoriais						
	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
a	+	-	-	-	-	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+
c	-	-	+	+	-	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+

A estimativa do efeito A é dada somando as observações das unidades que receberem a e abc e subtraindo as observações de b e c:

$$A = (abc) + (a) - (b) - (c)$$

De modo semelhante para os efeitos B e C. No caso das interações é de interesse notar que AB será estimada pela mesma operação que estima o efeito principal C. Dá-se a denominação de alias a dois efeitos fatoriais representados pela mesma comparação. Portanto C e AB são alias e escreve-se  $C = AB$ . Verificamos na tabela acima que também  $AC = B$  e  $BC = A$ .

A interação triplice não pode ser estimada. Para isso, as 8 combinações de tratamentos teriam que estar presentes, uma vez que:

$$ABC = (abc) + (a) + (b) + (c) - (ab) - (ac) - (bc) - (1)$$

No exemplo, apenas as quatro combinações com sinal + foram escolhidas para a repetição fracionada, de modo que nenhuma comparação é possível para estimar ABC. A interação triplice ABC é o contraste de definição, assim chamado por subdividir o fatorial em duas meias repetições.

A consequência do uso de uma meia repetição apenas é a perda de um efeito fatorial, ABC, e o confundimento de todos os efeitos principais como uma das interações simples. Se o experimento acusar um aparente efeito de A, não há maneira de saber se o efeito observado é realmente do fator A, ou se é devido à interação BC, ou se é uma mistura do efeito de ambos. Este tipo de confusão é uma constante nos experimentos com repetição fracionada, pois cada efeito fatorial sempre possui um ou mais aliases. Na interpretação dos resultados, cabe ao experimentador decidir a qual alias atribuir o efeito observado. Experiência prévia sobre os fatores em estudo é de grande utilidade neste caso.

Em fatoriais  $2^5$ ,  $2^6$  e de ordem mais elevada, os problemas com a confusão entre os aliases são menores, pois os aliases dos efeitos principais e das interações simples são interações de ordem elevada. No sistema  $2^n$  e usando meias repetições, o alias de qualquer efeito fatorial é dado pela sua interação generalizada com o contraste de definição. Por exemplo, o contraste de definição no fatorial  $2^3$  é ABC. O alias de A é, portanto, a interação  $A \times ABC = A^2BC = BC$ , sendo A comum a ambos.

Meia repetição do fatorial  $2^5$  - Das 32 combinações de tratamentos, usa-se a metade, ou 16. O contraste de definição é a interação quintupla ABCDE. Os efeitos principais A, B, C, D e E, têm como aliases a sua interação generalizada com ABCDE, portanto, as interações quádruplas BCDE, ACDE, etc. As interações simples AB, AC, etc., em número de 10, têm como aliases as interações triplices CDE, BDE, etc. Não há no fatorial  $2^5$  a confusão entre os efeitos principais e as interações simples, como a verificada no caso  $2^3$ .

Quando se pretende testar os efeitos principais e as interações simples, não sobram graus de liberdade para o erro

experimental. Havendo 16 parcelas, a análise de variância disporá um total de 15 graus de liberdade, dos quais 5 se destinam aos efeitos principais e 10 para as interações simples. Pressupondo a não existência de interações simples, poderá o experimento fornecer um teste dos efeitos principais, com a seguinte distribuição dos graus de liberdade:

Causas da variação	GL
Efeitos Principais	5
Erro experimental (de interação simples)	10
Total	15

Repetição fracionada do fatorial  $2^6$  - O contraste de definição será ABCDEF para obtenção de uma meia repetição com 32 unidades experimentais. Os aliases dos efeitos principais e das interações simples serão, respectivamente, interações quintuplas e quádruplas. O erro experimental na análise da variância é estimado pelas interações tríplexes:

Causas da variação	GL
Efeitos principais	6
Interações simples	15
Erro experimental (de interações tríplexes)	10
Total	31

O fatorial  $2^6$  pode sofrer nova subdivisão, formando um agrupamento de 16 combinações de tratamentos. Este fracionamento representa 1/4 do total. Exige o emprego de um segundo contraste de definição e, em consequência, o problema dos aliases apresenta-se bastante complexo. A análise da variância, dispondo 15 graus de liberdade para o total, permite o teste apenas dos efeitos principais. O erro experimental, com 9 graus de liberdade, é estimado pelas interações na pressuposição de serem diminutos os seus efeitos.

Outros planos com repetição fracionada - Em Cochran & Cox, Capítulo 6A, são encontrados diversos planos com a distribuição das combinações de tratamentos para experimentos fatoriais fracionados, com 4 até 8 fatores. É possível usar 1/16 apenas de repetição completa quando o número de fatores é 7 ou 8. Na



maioria dos casos é possível subdividir a repetição fracionada em blocos menores, adotando o princípio do confundimento. Existem também planos de fracionamento para fatoriais das séries  $3^k$  e  $4^k$ .

## 6. EXPERIMENTOS EM PARCELA SUBDIVIDIDA

### 6.1. CARACTERIZAÇÃO

O delineamento parcela subdividida é um tipo especial de delineamento em blocos incompletos para experimentos fatoriais de utilização muito comum na experimentação a campo.

O princípio do delineamento consiste no seguinte: as parcelas principais (unidades principais) em que os níveis de um ou mais fatores são aplicados, são divididos em subparcelas (subunidades) nas quais os níveis de um ou mais fatores são aplicados. Conseqüentemente cada parcela principal constitui um bloco para as subparcelas, sendo que as parcelas principais são dispostas de acordo com um delineamento básico (DCC, DBC ou DQL).

Exemplo:

Consideremos um experimento fatorial  $3 \times 4$ , em que o fator A com 3 níveis foi alocado nas parcelas principais em DBC, e o fator B com 4 níveis foi alocado nas subparcelas, usando-se 3 repetições, então esquematicamente teríamos; fazendo-se a casualização dos fatores sobre as parcelas principais e as subparcelas.

a2				a0				a1				Repetição 1
b <sub>0</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	
a1				a2				a0				Repetição 2
b <sub>3</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	
a0				a2				a1				Repetição 3
b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>0</sub>	b <sub>2</sub>	

Verifica-se que cada parcela principal pode ser considerada como um bloco na medida que o fator B é considerado, mas somente um bloco incompleto na medida que o conjunto completo de tratamentos é considerado. Por esta razão o delineamento parcela subdividida pode ser chamado delineamento em blocos incompletos. Diferenças entre os blocos incompletos são confundidas, com as diferenças entre os níveis do fator A, isto é, o efeito principal

A é confundido, por isto que geralmente se considera o delineamento parcela subdividida como aquele com efeitos principais confundidos. O efeito de A é estimado com menor precisão, dado que para sua estimativa toma-se cada bloco incompleto, isto é, cada parcela principal como unidade experimental.

## 6.2. CASUALIZAÇÃO

A casualização é feita em dois estágios, primeiramente a casualização dos tratamentos sobre as parcelas principais utilizando as regras referentes ao delineamento básico adotado, (DCC, DBC ou DQL), e os tratamentos a serem aplicados às subparcelas, são alocados por sorteio independente dentro de cada parcela principal.

## 6.3. USO DE PARCELA SUBDIVIDIDA

(i) os níveis associados a um fator requerem parcelas maiores do que os níveis do outro fator. Por exemplo, métodos de preparo do solo ou aplicação de fertilizantes, requerem parcelas grandes e um outro fator poderia ser variedades, as quais podem ser comparadas usando parcelas pequenas. Outro exemplo pode se considerar a comparação de diferentes variedades de uma espécie qualquer, em diferentes épocas de semeadura, onde se colocaria a época nas parcelas maiores e se compararia as variedades dentro de cada época.

(ii) um novo fator é introduzido no experimento para dar maior extensão aos resultados. Por exemplo, supomos que o propósito principal de um experimento é comparar o efeito de vários fungicidas como protetores contra a infecção de certa moléstia, e então para aumentar a extensão do experimento, várias variedades são incluídas, as quais são conhecidas por diferir em sua resistência a moléstia. Aqui consideraríamos variedades nas parcelas principais e protetor de semente nas subparcelas.

(iii) por informação anterior, pode ser conhecido que diferenças maiores podem ser esperadas entre níveis de certos fatores do que entre níveis de outros, e conseqüentemente o fator onde se espera diferenças maiores seria alocado de forma aleatória sobre as parcelas principais.

(iv) Maior precisão é desejada para comparações entre

certos fatores do que outros. Maior precisão na subparcela.

(v) O nº de combinações de tratamentos é maior do que o número de unidades experimentais homogêneas disponíveis para a formação de blocos. Nos experimentos em parcela subdividida a variação entre as subparcelas é esperada ser menor do que entre parcelas principais. Assim os fatores os quais requerem menor quantidade de material experimental, ou os quais são de maior importância, ou os quais espera-se que exibam diferenças menores, ou para os quais maior precisão é desejada, são colocados nas subparcelas.

#### 6.4. VANTAGENS E DESVANTAGENS

Vantagem:

Aumento da precisão das comparações entre níveis do fator alocado na subparcela e na interação dos fatores, quando comparado ao esquema fatorial em DBC.

Desvantagens:

(i) o fator alocado na parcela principal é medido com menor precisão do que o seria num DBC.

(ii) maior complexidade de análise estatística, principalmente quando ocorre perda de parcelas.

#### 6.5. ANALISE DE VARIANCIA

Admitindo as parcelas principais dispostas em blocos tem-se o modelo matemático:

$$Y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \delta_{ij} + \beta_k + \alpha\beta_{ik} + \epsilon_{ijk}$$

onde:

$Y_{ijk}$  : valor observado na subparcela k, da parcela j e repetição i

$\mu$  : média

$\rho_i$  : repetição

$\alpha_j$  : fator na parcela (A)

$\delta_{ij}$  : erro da parcela

$\beta_k$  : fator na subparcela (B)

$\alpha\beta_{ik}$  : interação dos 2 fatores

$\epsilon_{ijk}$  : erro da subparcela

i: índice de repetição,  $i = 1, 2, \dots, r$

j: índice do fator A,  $j = 1, 2, \dots, a$

k: índice do fator B,  $k = 1, 2, \dots, b$

Para se proceder a análise num caso desse tipo precisamos de 2 tabelas de interações:

		Fator A				
		1	2	...	a	Totais
Repetições	1	Y <sub>11.</sub>	Y <sub>12.</sub>	...	Y <sub>1a.</sub>	Y <sub>1..</sub>
	2	Y <sub>21.</sub>	Y <sub>22.</sub>	...	Y <sub>2a.</sub>	Y <sub>2..</sub>
	...	...	...	...	...	...
	r	Y <sub>r1.</sub>	Y <sub>r2.</sub>	...	Y <sub>ra.</sub>	Y <sub>r..</sub>
Totais		Y <sub>.1.</sub>	Y <sub>.2.</sub>	...	Y <sub>.a.</sub>	Y <sub>... Total Geral</sub>

		Fator B				
		1	2	...	b	Totais
Fator A	1	Y <sub>.11</sub>	Y <sub>.12</sub>	...	Y <sub>.1b</sub>	Y <sub>.1.</sub>
	2	Y <sub>.21</sub>	Y <sub>.22</sub>	...	Y <sub>.2b</sub>	Y <sub>.2.</sub>
	...	...	...	...	...	...
	a	Y <sub>.a1</sub>	Y <sub>.a2</sub>	...	Y <sub>.ab</sub>	Y <sub>.a.</sub>
Totais		Y <sub>..1</sub>	Y <sub>..2</sub>	...	Y <sub>...b</sub>	Y <sub>... Total Geral</sub>

Tem-se o esquema da Análise de Variância (ANOVA)

C. VARIAÇÃO	GL
Parcelas Principais	
Repetições	r-1
A	a-1
Erro (a)	(a-1)(r-1)
Subparcelas	
B	b-1
AXB	(a-1)(b-1)
Erro (b)	a(b-1)(r-1)
Total	abr - 1

Onde:

Parcelas Principais:

$$SQ \text{ repetições} = \sum_{i=1}^r \frac{Y_{i..}^2}{ab} - FC, \text{ sendo } FC = \frac{Y_{...}^2}{abr}$$

$$SQ A = \sum_{j=1}^a \frac{Y_{.j.}^2}{rb} - FC$$

SQ Erro (a) = SQ P Principal - SQ Repetições - SQA, onde:

$$SQ P Principal = \sum_{i,j} \frac{Y_{ij}^2}{b} - FC$$

Subparcelas:

$$SQ B = \sum_k \frac{Y_{..k}^2}{ra} - FC$$

$$SQ AB = \sum_{i,k} \frac{Y_{ik}^2}{r} - FC - SQA - SQB$$

SQ Erro(b) = SQ Total - SQ Principal - SQB - SQAB

$$\text{onde } SQ Total = \sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - FC$$

O efeito de A é testado com o Erro (a) e os efeitos de A e AXB pelo Erro(b).

O Erro(b) é obtido admitindo-se que a interação que existe entre o fator B e blocos é inexistente ou insignificante. Agora se por algum motivo se duvidar dessa pressuposição a luz da natureza do material experimental, e experiência passada, pode-se desdobrar o Erro (b) em seus componentes e retirar o efeito dessa interação.

O erro da parcela principal designado por E(a) é usualmente maior do que o erro da subparcela designado por E(b). Isto é porque as observações em subunidades da mesma unidade principal tendem a ser positivamente correlacionadas e assim reagem mais semelhantemente do que unidades de diferentes unidades principais. Pode acontecer que o Erro(a) seja menor do que o Erro(b), quando isto acontece, desde que E(a) não seja significativamente menor pode-se usar um erro médio de E(a) e E(b) como estimativa de  $\sigma^2$ .

O caso geral é que E(a) é maior do que E(b) e menor é o GL associado ao E(a), conseqüentemente os efeitos B e AXB são testados com maior precisão do que o efeito A. Portanto deve-se ter o cuidado de não colocar erroneamente o fator de maior interesse na parcela principal.

No que se refere a coeficientes de variação (CV), nesse delineamento tem-se 2 CV, um referente a parcela e outro a

subparcela. Assim para parcela  $CV_1 = \frac{\sqrt{E(a)}}{\bar{Y}..} \times 100$  e para subparcelas  $CV_2 = \frac{\sqrt{E(b)}}{\bar{Y}...} \times 100$ .

O comum é ter-se  $CV_1 > CV_2$ .

Quanto a comparações múltiplas de médias tem-se que os Erros Padrões da diferença de 2 médias ( $\sigma_d$ ) são dados por:

Diferença entre	Exemplo	Erro Padrão( $\sigma_d$ )	GL
(1) 2 médias do fator A	$a_1 - a_2$	$\sqrt{2QMEa/rb}$	GL do $E(a) = na$
(2) 2 médias do fator B	$b_1 - b_2$	$\sqrt{2QMEb/ra}$	GL do $E(b) = nb$
(3) 2 médias de B no mesmo nível de A	$a_1b_1 - a_1b_2$	$\sqrt{2QMEb/r}$	GL do $E(b) = nb$
(4) 2 médias de A no mesmo nível de B	$a_1b_1 - a_2b_1$	$\sqrt{\frac{2[QMEa + (b-1)QMEb]}{rb}}$	
(ii) 2 níveis de B	$a_1b_1 - a_2b_2$		
(Qualquer 2 médias de tratamentos)		$n' = \frac{[QMEa + (b-1)QMEb]^2}{\frac{QMEa^2}{na} + \frac{(b-1)^2 QMEb^2}{nb}}$	
$na \leq n' \leq na + nb$			

Poder-se-ia dispor as parcelas principais em QL como também poder-se-ia admitir a utilização de DCC para as parcelas principais, e então teríamos esquemas de análise:

#### Parcelas Principais em DCC

C. Variação	Gl
Parcelas Principais	
A	a-1
Erro(a)	a(r-1)
Subparcelas	
B	b-1
AB	(a-1)(b-1)
Erro(b)	a(r-1)(b-1)
Total	abr - 1

#### Parcelas Principais em DQL

C. Variação	GL
Parcelas Principais	
Linhas	a-1
Colunas	a-1
A	a-1
Erro(a)	(a-1)(a-2)
Subparcelas	
B	b-1
AB	(a-1)(b-1)
Erro(b)	a(a-1)(b-1)
Total	$a^2b - 1$

## 6.6. EXEMPLO DE PARCELA SUBDIVIDIDA

Um experimento foi executado com o objetivo de se verificar o efeito de Métodos de Plantio (Plantio convencional-M1, Plantio direto com herbicida A-M2, Plantio direto com herbicida B-M3, Plantio direto com herbicida C-M4-) e de espaçamentos entre linhas, em cm, (17-E1-, 34-E2-, 51-E3- e 68-E4-), sobre o rendimento de soja, quando implantada sobre pastagem de pensacola.

O delineamento utilizado foi parcela subdividida, onde os métodos de plantio constituíram as parcelas principais, arranjadas em blocos casualizados, com 4 repetições, e os espaçamentos entre linhas, as subparcelas.

Os rendimentos de soja (kg/ha) foram os seguintes:

Tratamentos	Repetições			
	1	2	3	4
M1 E1	2400	2364	2453	2353
M1 E2	2625	2330	2485	2449
M1 E3	2411	2351	2625	2347
M1 E4	2524	2509	2637	2540
M2 E1	2375	2270	2511	2124
M2 E2	1933	2360	2312	1852
M2 E3	2209	2162	2093	2089
M2 E4	1901	2024	2106	2092
M3 E1	2170	2049	2146	1808
M3 E2	2105	2292	2330	2101
M3 E3	1894	2195	2167	2178
M3 E4	1652	1840	1833	2055
M4 E1	2248	2447	2222	2671
M4 E2	2144	2189	2314	2667
M4 E3	2072	2269	2132	2229
M4 E4	2175	2275	2202	2365



### 6.7. PARCELA PERDIDA

Admitindo que o valor referente a uma subparcela é perdido, e o tratamento é  $ajbk$ , então a estimativa desse valor perdido é dada por:

$$y = \frac{rP + b(A_j - B_k) - (A_j)}{(r-1)(b-1)}$$

onde  $r$  = nº de repetições

$b$  = nº de níveis do fator B

$P$  = total das subparcelas presentes nas parcelas em que se perdem um valor.

$A_j$  = total das parcelas que receberam o nível  $aj$  em que ocorreu perda de um valor.

$A_jB_k$  = total das subparcelas com os tratamentos  $ajbk$  em que aconteceu perda de valor.

Se mais do que um valor é perdido usa-se estimativas por ciclos. Para a análise de variância subtrae-se 1 GL para o erro (b) para cada valor perdido. Uma estimativa imparcial de  $E_b$  é obtida mas as demais somas de quadrados são superestimadas. O viés que ocorre geralmente é desprezível, mas pode-se obter estimativas imparciais através do método do resíduo condicional.

Os erros padrões para comparações de médias sofrem modificações que podem ser encontradas em Cochran e Cox, cap.7.

### 6.8. EFICIÊNCIA RELATIVA

Em comparações com blocos casualizados não há, em média, ganho de eficiência quando as combinações de tratamentos são dispostas em parcelas subdivididas. O erro experimental para blocos casualizados, seria a média ponderada das somas dos quadrados dos erros (a) e (b). Há maior eficiência, contudo, para testar B e AXB, com sacrifício da eficiência em relação a A.

Eficiência Relativa do delineamento parcela subdividida em relação ao DBC para os efeitos B e AXB é dada por:

$$E.R. = \frac{(a-1)QMEa + a(b-1)QMEb}{(ab-1)QMEb} \times 100$$

e para A é dada por:

$$E.R. = \frac{(a-1)QMEa + a(b-1)QMEb}{(ab-1)QMEa} \times 100$$

### 6.9. PARCELA SUBDIVIDIDA NO TEMPO

O caso comum de parcelas subdivididas é a subdivisão no espaço, onde cada parcela principal é subdividida em subparcelas distintas. Em alguns experimentos, observações sucessivas são feitas na mesma unidade principal sobre um período de tempo. Por exemplos, experimentos que se realizam nas mesmas parcelas e com os mesmos tratamentos em dois ou mais anos sucessivos são analisados como parcela subdividida onde a subparcela são os anos, como por exemplo produção de determinada cultura perene obtida sobre as mesmas parcelas em anos sucessivos.

Outro exemplo característico é quando se proceda vários cortes sobre as mesmas parcelas e analisa-se então como parcela subdividida com cortes na subparcela.

Então se considerássemos a variedades, em r blocos, e que sejam feitas observações de b anos sobre essas parcelas, então o esquema de análise seria:

C. Variação	GL
Parcela Principal	
Repetições (R)	$r-1$
Variedades (A)	$a-1$
Erro (a)	$(a-1)(r-1)$
Subparcelas	
Anos (B)	$b-1$
AB	$(a-1)(b-1)$
Erro (b)	$a(r-1)(b-1)$
Total	$abr - 1$

## 6.10. ALGUMAS VARIAÇÕES DO DELINEAMENTO PARCELA SUBDIVIDIDA

a) Arranjo sistemático dos tratamentos nas parcelas:

	a1	a0	a2				a1	a0	a2			
Rep. I	b1	bo	bo	b1	b1	bo	bo	b1	b1	bo	bo	b1
Rep. II												

a=3

b=2

Cuidado!

Os tratamentos na parcela principal são arranjados de forma sistemática, enquanto que os tratamentos nas subparcelas são colocados por sorteio dentro das subparcelas.

Devido ao arranjo sistemático dos tratamentos nas parcelas, não se pode discernir se as diferenças observadas sejam devidas a efeito de local ou de A, ou seja, obtém-se uma estimativa viciada para o Erro (a) e portanto não se pode testar diferenças que para tal necessitam QME(a), tal como entre médias de a ( $a_2 - a_1$ ) ou entre médias de A no mesmo nível de B ou em diferentes níveis de B ( $a_1b_1 - a_2b_1$  ou  $a_1b_1 - a_2b_2$ ); tornando-se portanto a 1ª parte da análise irrelevante, mas a 2ª parte continua válida, podendo-se proceder comparações que envolvam somente o Erro (b), tal como, entre 2 médias de B ( $b_1 - b_2$ ) ou 2 médias de B no mesmo nível de A ( $a_1b_1 - a_1b_2$ ).

b) Subparcelas em faixas:

Nesse caso os níveis de B das subparcelas, em vez de serem casualizados independentemente dentro de cada parcela A, são arranjados de forma sistemática de maneira a formar faixas.

Por exemplo, se considerássemos um fatorial  $3 \times 4$  teríamos:

	a2	a1	a3
b2			
b4			
b1			
b3			

Rep I

	a3	a1	a2
b4			
b1			
b3			
b2			

Rep II

	a2	a3	a1
b1			
b4			
b2			
b3			

Rep III

## ANOVA

C. VARIAÇÃO	GL	r=3 b=4	a=2
Repetições	r-1	2	
A	a-1	2	
Erro (a)	(a-1)(r-1)	4	
B	b-1	3	
Erro (b)	(b-1)(r-1)	6	
AB	(a-1)(b-1)	6	
Erro (c)	(a-1)(b-1)(r-1)	12	
Total	abr-1	35	

Esse delineamento é conveniente para experimentos de campo em que ambos os fatores necessitam de parcelas amplas. Tem sido usado em experimento de adubação pela menor complexidade que apresentam no que se refere a implantação a campo. Um outro exemplo é que quando se utiliza variedades com época de colheita diferente, em que se usa colheita mecânica, então seria vantajoso que todas as variedades a serem colhidas na mesma época esteja numa faixa única. Nesse delineamento não há ganho de eficiência em relação ao DBC. Há sacrifício de precisão nas estimativas de A e B em favor de maior precisão para AB e os GL para testar A e B são geralmente insuficientes. Portanto esse delineamento é indicado quando as interações é o principal objetivo do estudo ou por questões práticas.

### 6.11. PARCELA SUB-SUBDIVIDIDA

PRINCÍPIO: Os níveis de um fator são alocados nas unidades principais (parcelas - PP); os níveis de um segundo fator são alocados em subdivisões das unidades principais (subparcelas - SP); os níveis de um terceiro fator são alocados em subdivisão das subparcelas (sub-subparcelas - SSP).

Assim considerando-se:

PP: Métodos de preparo de solo:  $M_1, M_2, M_3$

SP: Doses de N:  $N_0, N_1, N_2$

SSP: Variedades:  $V_1, V_2$  com as PP arranjadas em blocos casualizados ter-se-ia o seguinte esquema:

$M_2$			$M_3$			$M_1$		
$N_2$	$N_0$	$N_1$	$N_0$	$N_2$	$N_1$	$N_2$	$N_0$	$N_1$
$V_2$	$V_1$	$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_2$	$V_1$	$V_2$
$V_1$	$V_2$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_1$	$V_2$	$V_2$
$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_2$	$V_1$	$V_1$

Bloco 1

(Repetição 1)

#### CASUALIZAÇÃO:

- . das parcelas dentro de cada repetição (bloco)
- . das subparcelas dentro de cada parcela
- . das sub-subparcelas dentro de cada subparcela

MODELO MATEMÁTICO: parcelas principais em DBC com  $r$  repetições (blocos);  $a$  níveis do fator A,  $b$  níveis do fator B,  $c$  níveis do fator C.

$$Y_{ijkl} = \mu + R_i + A_j + \delta_{ij} + B_k + AB_{jk} + \gamma_{ijk} + C_l + AC_{jl} + BC_{kl} + ABC_{jkl} + \epsilon_{ijkl}$$

onde:  $\delta_{ij}$  = Erro (a)

$\gamma_{ijk}$  = Erro (b)

#### ANÁLISE DE VARIÂNCIA:

##### PARCELA PRINCIPAL

Repetições	Fator A				Total
	1	2	...	a	
1	$Y_{ij..}$				$Y_{i...}$
2					
...					
r					
Total	$Y_{..j..}$				$Y_{....}$

$$SQ \text{ Repetições} = \sum_t \frac{Y_{t...}^2}{abc} - FC; \quad FC = \frac{Y_{....}^2}{rabc}$$

$$SQ A = \sum_j \frac{Y_{.j..}^2}{rbc} - FC$$

$$SQ \text{ Erro (a)} = SQ \text{ Parcelas} - SQ \text{ Repetições} - SQA$$

$$\text{onde } SQ \text{ Parcelas} = \sum_{tj} \frac{Y_{tj..}^2}{bc} - FC$$

### SUBPARCELAS

Fator A	Fator B				Total
	1	2	...	b	
1					
2					
...					
a		Y. jk.			Y. j..
Total		Y..k			Y....

$$SQB = \sum_k \frac{Y_{..k}^2}{rac} - FC$$

$$SQAB = \sum_{jk} Y_{.jk}^2 - FC - SQA - SQB$$

Repetição	Fator A	Fator B			
		1	2	...	b
1	1				
	2				
	...				
	a				
2	1				
	2				
	...				
	a				
...					
r	1				
	2				
	...				
	a				

$$Y_{ijk} \quad SQ \text{ Ero(b)} = SQ \text{ Subparcelas} - SQB - SQAB - SQ \text{ Parcelas}$$

$$\text{onde } SQ \text{ Subparcela} = \sum_{ijk} \frac{Y_{ijk}^2}{c} - FC$$

### SUBPARCELAS

<u>SUBPARCELAS</u>					Fator C
Fator A	1	2	...	3	Total
1					
2	Y. j. l				Y. j..
:					
a					
Total	Y...l				Y....

$$SQ = \sum_t \frac{Y_{t..}^2}{rab} - FC \quad SQAC = \sum_{jt} \frac{Y_{.jt}^2}{rb} - FC - SQA - SQC$$

Fator B	Fator C			Total
	1	2	.. c	
1				
2				
...				
b				
Total				

$$SQBC = \sum_{kl} \frac{Y_{..k}^2}{ra} - FC - SQB - SQC$$

Fator A	Fator B	Fator C		
		1	2	... 3
1	1			
	2			
	...			
	b			
...				
	1			
	2			
a	...			
	b			

$$SQABC = \sum_r \frac{Y_{.jkl}^2}{r} - FC - SQA - SQB - SQC - SQAB - SQAC - SQBC$$

$$SQ \text{ Erro (c)} = SQ \text{ Total} - SQ \text{ Subparcelas} - SQC - SQAC - SQBC -$$

$$\text{onde } SQ \text{ Total} = \sum_{ijkl} Y_{ijkl}^2 - FC$$

#### ANOVA

Causas da Variação	GL
Parcela Principal	
Repetição (Blocos)	r-1
A	a-1
Erro (a)	(a-1)(r-1)
Subparcela	
B	b-1
AB	(a-1)(b-1)
Erro (b)	a(b-1)(r-1)
Sub-subparcela	
C	c-1
AC	(a-1)(c-1)
BC	(b-1)(c-1)
ABC	(a-1)(b-1)(c-1)
Erro (c)	ab(c-1)(r-1)
Total	rabc -1

Quanto a comparações múltiplas de médias tem-se que os Erros Padrões da diferença de 2 Médias de tratamentos ( $s_d$ ) para o caso de parcela sub-subdividida, com  $r$  repetições,  $a$  níveis do fator A,  $b$  níveis do fator B e  $c$  níveis do fator C são dados por:

COMPARAÇÃO	EXEMPLO	$s_d$	GL
Entre 2 médias de A	$a_1 - a_2$	$\sqrt{2QEM(a)/rbc}$	$GLE(a) = na$
Entre 2 médias de B	$b_1 - b_2$	$\sqrt{2QME(b)/rac}$	$GLE(b) = nb$
*Entre 2 médias de B no mesmo nível de A	$a_1b_1 - a_1b_2$	$\sqrt{2QME(b)/rc}$	$GLE(b) = nb$
*Entre 2 médias de A no mesmo nível de B ou em $\neq s$ níveis de B	$a_1b_1 - a_2b_1$ ou $a_1b_1 - a_2b_2$	$\sqrt{2[QME(a) + (b-1)QME(b)]/rbc}$	$n'_1$
Entre 2 médias de c	$c_1 - c_2$	$\sqrt{2QME(c)/rab}$	$GLE(c) = nc$
**Entre 2 médias de C no mesmo nível de A	$a_1c_1 - a_1c_2$	$\sqrt{2QME(c)/rb}$	$GLE(c) = nc$
**Entre 2 médias de A no mesmo nível de C ou em $\neq s$ níveis de C	$a_1c_1 - a_2c_2$ ou $a_1c_1 - a_2c_2$	$\sqrt{2[QME(a) + (c-1)QME(c)]/rbc}$	$n'_2$
***Entre 2 médias de C no mesmo nível de B	$b_1c_1 - b_1c_2$	$\sqrt{2QME(c)/ra}$	$GLE(c) = nc$
***Entre 2 médias de B no mesmo nível de C ou em $\neq s$ níveis de C	$b_1c_1 - b_2c_1$ ou $b_1c_1 - b_2c_2$	$\sqrt{2[QME(b) + (c-1)QME(c)]/rac}$	$n'_3$



\*\*\*\*Entre 2 médias de  $a_1b_1c_1 - \dots$   $\sqrt{2QME(c)/r}$   $GLE(c)=nc$   
 C no mesmo nível de A  $\dots a_1b_1c_2$   
 e B

\*\*\*\*Entre 2 médias de  $a_1b_1c_1 - a_1b_2c_1$   $\sqrt{2[QME(b) + (c-1)QME(c)]/rc}$   $n'_3$   
 B no mesmo nível de A  
 e C

\*\*\*\*Entre 2 médias de  $a_1b_1c_1 - a_2b_1c_1$   $\sqrt{2[QME(a) + (b-1)QME(b) + \dots]$   $n'_4$   
 A no mesmo nível de B ou  $\dots b(c-1)QME(c)]/rbc$   
 e C ou qualquer 2 mé-  $a_1b_1c_1 - a_2b_2c_2$   
 dias de tratamento

\* se interação AB significativa  
 \*\* se interação AC significativa  
 \*\*\* se interação BC significativa  
 \*\*\*\* se interação ABC significativa

$$n'_1 = \frac{[QME(a) + (b-1)QME(b)]^2}{\frac{[QME(a)]^2}{n_a} + \frac{[(b-1)QME(b)]^2}{n_b}}$$

$$n'_2 = \frac{[QME(a) + (c-1)QME(c)]^2}{\frac{[QME(a)]^2}{n_a} + \frac{[(c-1)QME(c)]^2}{n_c}}$$

$$n'_3 = \frac{[QME(b) + (c-1)QME(c)]^2}{\frac{[QME(b)]^2}{n_b} + \frac{[(c-1)QME(c)]^2}{n_c}}$$

$$n'_4 = \frac{[QME(a) + (b-1)QME(b) + b(c-1)QME(c)]^2}{\frac{[QME(a)]^2}{n_a} + \frac{[(b-1)QME(b)]^2}{n_b} + \frac{[b(c-1)QME(c)]^2}{n_c}}$$

## 6.12 - EXEMPLO DE PARCELA SUB-SUBDIVIDIDA

Num experimento com cana-de-açúcar foram ensaiados 5 espaçamentos entre sulcos:  $E_1 = 1,00$  m,  $E_2 = 1,20$  m,  $E_3 = 1,40$  m,  $E_4 = 1,60$  m,  $E_5 = 1,80$  m. Em cada parcela instalaram-se 2 subparcelas: I = irrigada e NI = não irrigada. A nível de sub-subparcela, foram ensaiadas 3 variedades, aqui designadas  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$ . Os dados de produtividade de cana-planta (safra 80/81) foram os que se seguem.

ESPAÇAMENTO	NÍVEIS DE IRRIGAÇÃO	VARIETADES	B L O C O S		
			I	II	III
E <sub>1</sub> (1,00 m)	I	V <sub>1</sub>	94,0	91,0	71,1
		V <sub>2</sub>	95,7	69,4	74,8
		V <sub>3</sub>	86,5	86,8	72,8
	NI	V <sub>1</sub>	57,0	46,2	61,2
		V <sub>2</sub>	77,9	62,2	64,5
		V <sub>3</sub>	61,1	52,4	66,9
E <sub>2</sub> (1,20m)	I	V <sub>1</sub>	98,8	78,0	73,4
		V <sub>2</sub>	75,5	94,1	64,3
		V <sub>3</sub>	81,6	91,5	71,6
	NI	V <sub>1</sub>	46,5	70,2	54,2
		V <sub>2</sub>	52,4	59,0	47,9
		V <sub>3</sub>	55,0	61,3	68,4
E <sub>3</sub> (1,40m)	I	V <sub>1</sub>	80,6	95,5	77,8
		V <sub>2</sub>	83,2	76,4	69,8
		V <sub>3</sub>	93,4	81,8	75,7
	NI	V <sub>1</sub>	43,7	42,2	20,3
		V <sub>2</sub>	53,0	47,9	29,2
		V <sub>3</sub>	57,3	54,5	51,6
E <sub>4</sub> (1,60m)	I	V <sub>1</sub>	77,9	77,0	85,0
		V <sub>2</sub>	88,1	65,9	88,6
		V <sub>3</sub>	70,4	72,8	94,0
	NI	V <sub>1</sub>	38,4	37,3	45,3
		V <sub>2</sub>	46,4	51,4	39,0
		V <sub>3</sub>	57,6	82,9	54,6
E <sub>5</sub> (1,80m)	I	V <sub>1</sub>	97,4	74,3	66,8
		V <sub>2</sub>	74,4	82,8	64,7
		V <sub>3</sub>	79,9	91,4	72,9
	NI	V <sub>1</sub>	32,8	40,5	38,3
		V <sub>2</sub>	44,1	57,1	45,6
		V <sub>3</sub>	55,0	63,0	56,8

## 7. BIBLIOGRAFIA

- BANZATTO, D.A. e S.N. KRONKA, 1992. Experimentação Agrícola. FUNEP.
- CALZADA BENZA, J. , 1956. El Error Experimental y la Precision en los Experimentos. Estación Experimental Agrícola de la Molina.
- CAMPOS, H. , 1984. Estatística Aplicada à Experimentação com Cana-de-açúcar. FEALQ.
- COCHRAN, W.G. e G.M. COX, 1965. Diseños Experimentales.
- COX, D.R. , 1958. Planning of Experiments. John Wiley.
- GOMES, K.A. e A.A. GOMES, 1984. Statistical Procedures for Agricultural Research. John Wiley.
- JOHN, P.W.M. , 1971. Statistical design and Analysis of Experiments. Macmillan.
- LE CLERG, E.L.; W.N. LEONARD e A.G. CLARK, 1962. Field plot Technique.
- MARKUS, R. , 1973. Elementos de Estatística Aplicada. Diretório Acadêmico Leopoldo Cortês, Faculdade de Agronomia/UFRGS.
- MONTGOMERY, D.C. , 1991. Design and Analysis of Experiments. John Wiley.
- OSTLE, B. e R.W. MENSING, 1975. Statistical in Research. Iowa State University.

PERES, C.A. e C.D. SALDIVA, 1982. Planejamento de Experimentos.

5º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística. IME/USP.

PIMENTEL GOMES, F. , 1985. Curso de Estatística Experimental.

Liv. Nobel.

14. João Riboldi - Elementos Básicos de Estatística - JAN/93
15. Paulo W. de Oliveira e M. Alice Gravina - Logo: Manual do Usuário - MAR/93
16. Ruben Markus, Elsa C. de Mundstock, Dinara W. X. Fernandez e João Riboldi - Exercícios de Métodos Estatísticos - AGO/93
17. Loiva C. de Zeni e M. Alice Gravina - Sugestões de Atividades no Ambiente Logo para a Exploração de Conteúdos Matemáticos dos Currículos Escolares de 1º e 2º Grau - SET/93
18. João Riboldi - Delineamentos Experimentais de Campo, Parte 1 - SET/93
19. Marlusa Benedetti, Patrícia P. Gil, Shirley I. Techera, Angela Andreotti, Milene Milan, Marlise Moraes, Luciana Santos, Augustinho Zimmermann, Coordenação: Profª Maria Alice Gravina - Atividades em Geometria Usando Recortes - OUT/93
20. João Riboldi - Delineamentos Experimentais de Campo, Parte 2 - OUT/93

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
NÚCLEO DE ATIVIDADES EXTRA CURRICULARES

Os Cadernos de Matemática e Estatística publicam as seguintes séries:

Série A: Trabalho de Pesquisa

Série B: Trabalho de Apoio Didático

Série C: Colóquio de Matemática SBM/UFRGS

Série D: Trabalho de Graduação

Série F: Trabalho de Divulgação

Série G: Textos para Discussão

Toda correspondência com solicitação de números publicados e demais informações deverá ser enviada para:

NAEC - NÚCLEO DE ATIVIDADES EXTRA CURRICULARES  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA - UFRGS  
AV. BENTO GONÇALVES, 9500 - PRÉDIO 43111  
CEP 91509 - 900 AGRONOMIA - POA/RS  
FONE: 336 92 22 OU 339 13 55 OU 228 16 33  
RAMAL 6197  
FAX: 336 15 12