Universidade Federal do Rio Grande do Sul Escola de Engenharia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

## Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

Luisa Rossini Machado

Porto Alegre 2019

## LUISA ROSSINI MACHADO

## ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE ALTAS TEMPERATURAS NA RESISTÊNCIA DE PAINÉIS DE CONCRETO ARMADO ATRAVÉS DA ANÁLISE LIMITE

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre 2019

CIP - Catalogação na Publicação

Machado, Luisa Rossini Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite / Luisa Rossini Machado. -- 2019. 158 f. Orientador: Samir Maghous.
Coorientadora: Vanessa Fátima Pasa Dutra.
Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2019.
1. Painéis de concreto armado. 2. Análise limite.
3. Diagrama de interação. 4. Altas temperaturas. 5. Análise térmica. I. Maghous, Samir, orient. II. Dutra, Vanessa Fátima Pasa, coorient. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

#### LUISA ROSSINI MACHADO

## ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE ALTAS TEMPERATURAS NA RESISTÊNCIA DE PAINÉIS DE CONCRETO ARMADO ATRAVÉS DA ANÁLISE LIMITE

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 06 de junho de 2019

Prof. Samir Maghous Dr. pela École Nationale des Ponts et Chaussées orientador Prof<sup>a</sup>. Vanessa Fátima Pasa Dutra Dr<sup>a</sup>. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul co-orientadora

> Prof. Nilo Cesar Consoli Coordenador do PPGEC/UFRGS

#### **BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)** Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Prof. Jorge Palomino Tamayo (UFRGS)

Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Rodrigo Barreto Caldas (UFMG)

Dr. pela Universidade Federal de Minas Gerais

Dedico este trabalho aos meus pais, Carlos e Guiomar.

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. Samir Maghous, e à minha co-orientadora, Prof<sup>a</sup>. Vanessa Fátima Pasa Dutra, pelos conhecimentos transmitidos e auxílio durante todo o desenvolvimento do trabalho.

Agradeço à CAPES pelo auxílio financeiro.

Agradeço aos meus amigos e colegas do mestrado, Camila, Marcelo, Mariana e Matheus pelo companheirismo e por todo o apoio durante este período.

Agradeço à minha amiga Flávia por estar sempre perto e pronta para me ajudar.

Em especial, agradeço aos meus pais, Carlos e Guiomar, à minha irmã Renata e ao meu cunhado Raphael, por sempre estarem presentes e incentivando os meus estudos.

Por fim, agradeço imensamente ao meu namorado Arthur, por todo incentivo, apoio e amor.

O mais importante da vida não é a situação em que estamos, mas a direção para a qual nos movemos.

Oliver Wendell Holmes

#### **RESUMO**

MACHADO, L. R. Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

As estruturas de concreto armado podem ter o seu comportamento significativamente alterado quando expostas a altas temperaturas. As elevadas temperaturas provocam a deterioração das propriedades termomecânicas dos materiais e induzem deformações térmicas, gerando esforços por deformações restringidas e alterando a geometria da estrutura. No presente trabalho, buscase avaliar a influência do fogo na resistência das estruturas de painel de concreto armado. Neste contexto, a análise limite apresenta um método de verificação e dimensionamento prático e direto, através da superposição dos diagramas de interação das seções e da distribuição de esforços ao longo da estrutura. Para o cálculo dos diagramas e da distribuição de esforços, é necessário o conhecimento dos perfis de temperaturas ao longo das seções dos painéis, os quais foram obtidos, neste trabalho, numericamente pelo software Mecway. Para cada tempo de exposição ao fogo, o diagrama de interação é determinado pela integração das resistências do concreto e do aço ao longo da seção, considerando os diferentes parâmetros que controlam o problema, como espessura da seção, área de armadura e resistência à compressão do concreto. Modelando o painel como uma viga, o momento fletor e as distribuições de esforços normais são calculados levando em conta os efeitos de segunda ordem causados pela excentricidade da carga de peso próprio induzida pelas deformações térmicas, cuja consideração se tornou bastante relevante. Vários exemplos referentes à análise de estabilidade de painéis submetidos a altas temperaturas são apresentados com o objetivo de avaliar o efeito de alguns parâmetros relevantes sobre a resistência da estrutura. Além disso, quanto maior a altura e menor a espessura do painel, mais significativos são estes efeitos. A altura do painel teve grande influência na distribuição de esforços. A variação da área de aço não trouxe grandes mudanças na distribuição dos esforços, mas algumas regiões do diagrama de interação tiveram significativos aumentos no seu domínio. Em relação ao aumento da espessura, verificou-se considerável aumento do domínio de resistência nos diagramas, e também uma diminuição da solicitação de momento fletor, devido à diminuição da flecha.

**Palavras-chave:** painéis de concreto armado; incêndio; altas temperaturas; análise térmica; análise limite; diagrama de interação.

#### ABSTRACT

MACHADO, L. R. **Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite.** 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

Reinforced concrete structures have their behavior significantly altered when exposed to high temperatures. The high thermal gradients cause deterioration of the thermo-mechanical properties of the materials together with thermal-induced deformations, which in turn modify the geometry of the structure. The aim of the present work is to evaluate the influence of fire occurrence on the strength of the reinforced concrete panel structures. In this context, the Yield Design Theory presents a practical and direct method of verification and design, by overlapping the interaction diagrams of the sections and the stress distribution along the structure. The temperature profiles along the sections of the panels are obtained numerically by the Mecway software. For each time of fire exposure, the interaction diagram is then determined by integrating the concrete and steel strengths along the section with explicit account for the different parameters controlling the problem, such as the section thickness, reinforcement area and concrete compressive strength. Modeling the panel as a beam, the bending moment as well as the normal effort distributions are computed considering the second order effects caused by the eccentricity of the self-weight load induced by the thermal deformations. Several examples concerning the stability analysis of panels submitted to high temperatures are presented with the objective of evaluating the effect of some relevant parameters on the strength of the structure. In addition, the higher the height and the lower the panel thickness, the more significant these effects are. The height of the panel had a great influence on the distribution of forces. The variation of the steel area did not bring about major changes in the distribution of the stresses, but some regions of the interaction diagram had significant expansions. With respect to the increase in thickness, there was considerable expansion in the diagrams, as well as a decrease in the bending moment request, due to the reduction of the displacement.

**Key-words:** reinforced concrete panels; fire; high temperatures; thermal analysis; Yield Design Theory; interaction diagram.

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	22
1.1 CONTEXTUALIXAÇÃO DO PROBLEMA	26
1.2 OBJETIVOS	27
1.3 JUSTIFICATIVA	29
1.4 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS	30
2 PRINCÍPIOS BÁSICOS	32
2.1 O INCÊNDIO	32
2.1.1 Incêndio padronizado	33
2.2 EVOLUÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS COM A TEMPERATURA	34
2.2.1 Concreto	35
2.2.1.1 Resistência à compressão	37
2.2.1.2 Resistência à tração	38
2.2.1.3 Módulo de elasticidade	39
2.2.1.4 Calor específico	40
2.2.1.5 Condutividade térmica	41
2.2.1.6 Massa específica	42
2.2.2 Aço	43
2.2.1.1 Resistência ao escoamento	44
2.2.1.2 Módulo de elasticidade	45
2.2.1.3 Calor específico	46
2.2.1.4 Condutividade térmica	47
2.2.1.5 Massa específica	48
2.3 MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO CONFORME A NBR 15200:2012	48
2.3.1 Método tabular	49
2.3.2 Método simplificado de cálculo	49
2.3.3 Métodos avançados de cálculo	50

2.3.4 Método experimental	50
2.4 TRABALHOS DESENVOLVIDOS	50
3 PRINCÍPIOS DA TEORIA DA ANÁLISE LIMITE	53
3.1 CRITÉRIO DE RESISTÊNCIA E CARREGAMENTO SUPORTÁVEL	53
3.2 ABORDAGEM ESTÁTICA	55
3.3 ABORDAGEM CINEMÁTICA	56
4 ELEMENTOS DA TERMODINÂMICA DOS SÓLIDOS	58
4.1 MÉTODO DO ESTADO LOCAL	58
4.2 LEI DE FOURIER	62
4.3 A EQUAÇÃO DO CALOR	62
5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE	65
5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL	65
<ul> <li>5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL</li> <li>5.1 CONCRETO SIMPLES</li> </ul>	65 70
<ul> <li>5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL</li></ul>	65 70 72
<ul> <li>5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL</li></ul>	65 70 72 75
<ul> <li>5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL</li> <li>5.1 CONCRETO SIMPLES</li> <li>5.2 CONCRETO REFORÇADO COM ARMADURA INFERIOR</li> <li>5.3 CONCRETO REFORÇADO COM ARMADURA SUPERIOR E INFERIOR SIMÉTRICAS</li> <li>5.3.1 Estrutura em condições de temperatura ambiente</li> </ul>	65 70 72 75 76
<ul> <li>5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL</li></ul>	65 70 72 75 76 82
<ul> <li>5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL</li> <li>5.1 CONCRETO SIMPLES</li></ul>	65 70 72 75 76 82 84
<ul> <li>5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL</li> <li>5.1 CONCRETO SIMPLES</li> <li>5.2 CONCRETO REFORÇADO COM ARMADURA INFERIOR</li> <li>5.3 CONCRETO REFORÇADO COM ARMADURA SUPERIOR E INFERIOR SIMÉTRICAS</li> <li>5.3.1 Estrutura em condições de temperatura ambiente</li> <li>5.3.1.1 Diagrama de interação considerando as recomendações da NBR 6118:2014</li> <li>5.3.2 Estrutura submetida a elevadas temperaturas</li> <li>5.4 O PROBLEMA TÉRMICO</li> </ul>	<ul> <li>65</li> <li>70</li> <li>72</li> <li>75</li> <li>76</li> <li>82</li> <li>84</li> <li>86</li> </ul>
<ul> <li>5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL</li></ul>	<ul> <li>65</li> <li>70</li> <li>72</li> <li>75</li> <li>76</li> <li>82</li> <li>84</li> <li>86</li> <li>87</li> </ul>
<ul> <li>5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL</li></ul>	<ul> <li>65</li> <li>70</li> <li>72</li> <li>75</li> <li>76</li> <li>82</li> <li>84</li> <li>86</li> <li>87</li> <li>93</li> </ul>

6 CONFIGURAÇÃO DE EQUILÍBRIO DA ESTRUTURA	106
MODELADA COMO VIGA	
6.1 DEFORMADA TÉRMICA	107
6.2 DEFORMADA TOTAL	114
6.2.1 Solução aproximada	115
6.2.2 Solução direta	120
6.3 OBSERVAÇÕES SOBRE A RIGIDEZ À FLEXÃO	128
7 ANÁLISE DA ESTABILIDADE DA ESTRUTURA DE PAINEL	129
7.1 A PROBLEMÁTICA NO CONTEXTO DA ANÁLISE LIMITE	129
7.2 ANÁLISE DE UMA CONFIGURAÇÃO DE REFERÊNCIA	132
7.3 EFEITO DA ALTURA DO PAINEL	134
7.4 EFEITO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO	139
7.5 EFEITO DA ÁREA DE ARMADURA	141
7.6 EFEITO DA ESPESSURA DA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO	143
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	150
REFERÊNCIAS	155

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: danos no Edifício Cacique	22
Figura 1.2: incêndio no Edifício Wilton Paes de Almeida, em São Paulo	23
Figura 1.3: colapso parcial na Sede da CESP, em São Paulo	23
Figura 1.4: colapso total de edifício em São Petersburgo, na Rússia	24
Figura 1.5: painéis de concreto armado	26
Figura 1.6: painel de concreto armado na condição inicial (a) e exposto ao incêndio (b)	27
Figura 2.1: evolução de um modelo de incêndio natural	32
Figura 2.2: curva padrão de temperatura-tempo	34
Figura 2.3: representação simplificada das reações físico-químicas do concreto em elevadas temperaturas	36
Figura 2.4: coeficiente de redução da resistência à compressão do concreto em função da temperatura	38
Figura 2.5: coeficiente de redução da resistência à tração do concreto em função da temperatura	39
Figura 2.6: calor específico do concreto em função da temperatura	41
Figura 2.7: condutividade térmica do concreto em função da temperatura	42
Figura 2.8: massa específica do concreto em função da temperatura	43
Figura 2.9: coeficientes de redução da resistência do aço em função da temperatura	45
Figura 2.10: coeficiente de redução do módulo de elasticidade do aço em função da temperatura	46
Figura 2.11: calor específico do aço em função da temperatura	47
Figura 2.12: condutividade térmica do aço em função da temperatura	48
Figura 3.1: sistema analisado	53
Figura 3.2: domínio K de carregamentos admissíveis	54
Figura 3.3: aproximação de K pelo interior (abordagem estática)	55
Figura 3.4: aproximação de K pelo exterior (abordagem cinemática)	57

Figura 5.1: painel em concreto armado	65
Figura 5.2: elemento de painel em concreto armado submetido à combinação de um esforço normal e de um momento fletor	66
Figura 5.3: seção do elemento de painel modelado como uma viga	67
Figura 5.4: superfície de descontinuidade de $\stackrel{\sigma}{=}$	67
Figura 5.5: esquematização do modo de carregamento do elemento de viga	68
Figura 5.6: geometria do modelo de concreto simples (a) e posição da linha neutra (b)	70
Figura 5.7: diagrama de interação (N, M) da seção de concreto simples	72
Figura 5.8: geometria do modelo de concreto com armadura inferior (a) e posição da linha neutra (b)	73
Figura 5.9: translação do domínio $K_0$ ao domínio $K_0$ '	74
Figura 5.10: diagrama de interação ( <i>N</i> , <i>M</i> ) da seção de concreto com armadura inferior	74
Figura 5.11: modo 1 de ruptura	75
Figura 5.12: modo 2 de ruptura	75
Figura 5.13: geometria da viga considerada de concreto com armadura superior e inferior (a) e posição da linha neutra (b)	76
Figura 5.14: caso 1 – linha neutra abaixo da armadura inferior	77
Figura 5.15: diagrama de interação ( <i>N</i> , <i>M</i> ) para o caso 1	78
Figura 5.16: caso 2 – linha neutra entre as armaduras superior e inferior	78
Figura 5.17: diagrama de interação ( <i>N</i> , <i>M</i> ) para o segundo caso	74
Figura 5.18: caso 3 – linha neutra acima da armadura superior	80
Figura 5.19: diagrama de interação ( <i>N</i> , <i>M</i> ) para o caso 3	80
Figura 5.20: diagrama de interação ( <i>N</i> , <i>M</i> ) para seção de concreto com armadura superior e inferior em temperatura ambiente	81
Figura 5.21: diagrama tensão-deformação para o concreto	82
Figura 5.22: diagrama tensão-deformação para o aço	78
Figura 5.23: diagramas de interação para comparação da solução com as considerações do item 5.3.1 com as recomendações da NBR 6118:2014	83

Figura 5.25: distribuição da temperatura ao longo da seção8Figura 5.26: o problema térmico generalizado8Figura 5.27: problema térmico de convecção de calor considerado na determinação da8
Figura 5.26: o problema térmico generalizado80Figura 5.27: problema térmico de convecção de calor considerado na determinação da89
Figura 5.27: problema térmico de convecção de calor considerado na determinação da 89
temperatura ao longo do modelo de viga
Figura 5.28: distribuição da temperatura ao longo da seção obtida analiticamente 93
Figura 5.29: perfil de temperaturas para os tempos de 60, 90 e 120 minutos para (a) 99 seção de concreto simples, (b) concreto com armadura inferior e (c) concreto com armadura superior e inferior
Figura 5.30: perfil de temperaturas para o tempo de 120 minutos para (a) seção com96armaduras e (b) seção de concreto simples
Figura 5.31: diagramas de interação para seção de concreto simples
Figura 5.32: diagramas de interação para seção de concreto com armadura inferior 97
Figura 5.33: diagramas de interação para seção de concreto com armaduras inferior e 9' superior
Figura 5.34: diagrama de interação da seção de concreto armado para diferentes 99 tempos de exposição ao fogo
Figura 5.35: diagrama de interação para diferentes tempos de exposição ao fogo por99Pham <i>et al.</i> (2015)99
Figura 5.36: diagrama de interação da seção de concreto armado para diferentes 10 tempos de exposição ao fogo
Figura 5.37: diagrama de interação da seção de concreto armado para diferentes 10 tempos de exposição ao fogo por Caldas. (2008)
Figura 5.38: comparação dos resultados obtidos à temperatura ambiente com Caldas (2008)
Figura 5.39: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 30 102 minutos com Caldas (2008)
Figura 5.40 comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 90 102 minutos com Caldas (2008)
Figura 5.41: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 180 102 minutos com Caldas (2008)
Figura 5.42: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 300 102 minutos com Caldas (2008)

Figura 5.43: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 30 minutos com Suaznabar e Silva (2017b)	104
Figura 5.43: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 60 minutos com Suaznabar e Silva (2017b)	105
Figura 6.1: distribuição do peso próprio do painel no instante inicial (a) e exposto ao incêndio (b)	106
Figura 6.2: deformação total	108
Figura 6.3: distribuição de tensões (a) e distribuição das deformações totais e térmicas (b) ao longo da seção para um tempo de exposição igual a 120 minutos	111
Figura 6.4: deslocamento térmico <i>u</i> <sub>th</sub> ( <i>x</i> )	112
Figura 6.5: deslocamento térmico $u_{th}(x)$ para painel com 12 m de altura	113
Figura 6.6: deslocamento térmico $u_{th}(x)$ para painéis com diferentes alturas expostos por 120 minutos ao incêndio	113
Figura 6.7: configuração da deformada total ( <i>u</i> ) e térmica ( <i>u</i> <sub>th</sub> )	114
Figura 6.8: resultados dos deslocamentos obtidos pelo método iterativo em relação aos deslocamentos térmicos para um tempo de exposição de 120 minutos	119
Figura 6.9: deslocamentos obtidos pelo método iterativo e deslocamentos térmicos para diferentes tempos de exposição	119
Figura 6.10: deslocamentos $u e u_2$ obtidos para um painel de 12 m	125
Figura 6.11: deslocamentos <i>u</i> e <i>u</i> <sub>th</sub> para um painel de 12 m	126
Figura 6.12: distribuição dos momentos fletores para um painel de 12 m com tempo de exposição ao fogo de 120 min	127
Figura 6.13: rigidez à flexão para diferentes seções em função do tempo de exposição ao incêndio	128
Figura 7.1: distribuição de esforços e diagrama de interação	131
Figura 7.2: diagrama de interação e distribuição de esforços para painel com seção tipo e 12 m de altura, exposto ao incêndio por 240 min	133
Figura 7.3: diagrama de interação e distribuição de esforços para painel com seção tipo e 6 m de altura, exposto ao incêndio por 240 min	134
Figura 7.4: diagrama de interação e distribuição de esforços para painéis com seção tipo e diferentes alturas, expostos ao incêndio por 240 min	135
Figura 7.5: diagrama e distribuição de esforços para painéis com seção tipo e diferentes alturas, exposto ao fogo por 120 min	136

Figura 7.6: distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas, exposto ao incêndio por 90 min	137
Figura 7.7: diagrama e distribuição de esforços para painéis com seção tipo e diferentes alturas, exposto ao incêndio por 60 min	138
Figura 7.8: diagrama e distribuição de esforços para painéis com seção tipo e diferentes alturas, exposto ao incêndio por 30 min	138
Figura 7.9: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com 12 m de altura e diferentes $f_{ck}$ , exposto ao incêndio por 120 min	139
Figura 7.10: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e $f_{ck}$ , exposto ao incêndio por 120 min	140
Figura 7.11: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e $f_{ck}$ , exposto ao incêndio por 90 min	140
Figura 7.12: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e diferentes áreas de armadura, exposto ao incêndio por 240 min	141
Figura 7.13: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e diferentes áreas de armadura, exposto ao incêndio por 120 min	142
Figura 7.14: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e diferentes áreas de armadura, exposto ao incêndio por 90 min	143
Figura 7.15: flechas para painéis de diferentes espessuras, com altura de 12 m, expostos ao incêndio por 120 min	144
Figura 7.16: distribuição de esforços para painéis de diferentes espessuras, altura de 12 m, expostos ao incêndio por 120 min	145
Figura 7.17: diagramas de interação para painéis de diferentes espessuras, com altura de 12 m, expostos ao incêndio por 120 min	146
Figura 7.18: distribuição de esforços para espessuras de (a) 15 cm, (b) 16 cm, (c) 17 cm, (d) 18 cm, (e) 19 cm e (f) 20 cm	147
Figura 7.19: distribuição de esforços para painéis com 12 m de altura e espessuras de 15 cm e 16 cm, expostos ao fogo por 90 minutos	148

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: valores do coeficiente de redução da resistência à compressão do concreto em função da temperatura	37
Tabela 2.2: : valores de $\varepsilon_{cl,\theta}$ de em função da temperatura	40
Tabela 2.3: valores de $k_{y,\theta}$	44
Tabela 2.4: valores de $k_{E,\theta}$	44
Tabela 5.1: parâmetros utilizados na análise	92
Tabela 5.2: parâmetros utilizados na análise numérica	94
Tabela 6.1: valores de $\varepsilon_0$ , $\rho$ e $u_{th}$ para diferentes tempos de exposição	112
Tabela 6.2: valores de $u_{th}$ , $u_2$ e $u$ para diferentes tempos de exposição	126
Tabela 7.1: valores de <i>p/(EI)</i> th	145

## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos romanos:

- $A_k$  Área de uma barra de armadura
- $\overline{A_k}$  Taxa de reforço por unidade de comprimento
- *B<sub>i</sub>* Número de Biot
- *a* Largura da seção
- *b* Espessura da seção
- *c* Calor específico; posição da armadura
- $c_a$  Calor específico do aço
- $c_p$  Calor específico do concreto
- *ck* Posição da armadura
- $d_k$  Distância entre as barras de armadura segundo  $O_z$
- *E* Módulo de elasticidade do concreto na temperatura ambiente
- $E_{\theta}$  Módulo de elasticidade do aço na temperatura  $\theta$
- $E_{c,\theta}$  Módulo de elasticidade do concreto na temperatura  $\theta$
- (EI)<sub>th</sub> Rigidez à flexão
- *e* Energia interna específica
- $\underline{F}$  Forças de volume
- *f* Critério de resistência
- $f_c$  Resistência à compressão do concreto na temperatura ambiente
- $f_{c,\theta}$  Resistência à compressão do concreto na temperatura  $\theta$

- $f_t$  Resistência à compressão do concreto na temperatura ambiente
- $f_{t,\theta}$  Resistência à tração do concreto na temperatura  $\theta$
- $f_{y,\theta}$  Resistência ao escoamento do aço na temperatura  $\theta$
- $f_t$  Resistência ao escoamento do aço na temperatura ambiente
- <u>*G*</u> Domínio de tensões admissíveis
- *h* Coeficiente de convecção
- *K* Domínio de cargas suportáveis
- *K*<sub>0</sub> Domínio de solicitações admissíveis para seção de concreto simples
- $K_0$ ' Domínio de solicitações admissíveis para seção com armadura inferior
- $\partial K$  Carregamentos limites do domínio K
- *k* Condutividade térmica
- *ka* Condutividade térmica aço
- $k_{c,\theta}$  Coeficiente redutor da resistência à compressão do concreto
- $k_{E,\theta}$  Coeficiente redutor da módulo de elasticidade do aço
- $k_{t,\theta}$  Coeficiente redutor da resistência à tração do concreto
- $k_{y,\theta}$  Coeficiente redutor da resistência do aço
- *l* Altura do elemento
- *M* Momento fletor
- *M*<sub>0</sub> Momento fletor resistente máximo
- N Esforço normal
- $N_0^{\ c}$  Esforço máximo de resistência em compressão

- $N_0^{t}$  Esforço máximo de resistência em tração
- *n* Tensão no aço
- $n_0$  Valor absoluto da resistência em tração-compressão do aço
- <u>*n*</u> Vetor norma à superfície
- $P_{(e)}$  Potência virtual do
- *P<sub>rm</sub>* Potência resistente máxima do sistema
- *p* peso por metro linear
- *Q* Vetor de carregamentos
- *q* Vetor fluxo de calor
- $\dot{q}(\underline{v})$  Taxa de deformação virtual do sistema.
- *s* Entropia específica
- $\underline{T}$  Forças de superfície
- *t* Tempo de exposição ao incêndio
- u Deslocamento
- *u*<sub>th</sub> Deslocamento devido à temperatura
- $V_k$  variáveis internas
- $\underline{x}$  Vetor posição
- *y*<sub>0</sub> Posição da linha neutra

Símbolos gregos:

- α Parâmetro referente à posição da linha neutra; difusividade térmica; coeficiente de dilatação térmica
- $\chi$  Curvatura
- $\varepsilon$  Deformação; emissividade
- $\varepsilon_{cu}$  Deformação limite do concreto
- $\varepsilon^{e}$  Deformação termoelástica
- $\varepsilon^p$  Deformação plástica
- $\varepsilon_{th}$  Deformações térmicas
- $\varepsilon_{mec}$  Deformações mecânicas
- $\varepsilon_0$  Deformação no centro geométrico da seção
- $\underline{\dot{\epsilon}}$  Taxa de deformação virtual
- $\varepsilon_{c,\theta}$  Deformação linear específica na temperatura  $\theta$
- $\varepsilon_{cl,\theta}$  Deformação linear específica da resistência máxima do concreto na temperatura  $\theta$
- $\dot{\delta}$  Translação horizontal
- $\Phi$  Soma da dissipação intrínseca e da dissipação térmica devido à condução de calor
- $\theta$  Temperatura
- $\theta_a$  Temperatura do aço
- $\theta_c$  Temperatura do concreto
- $\theta_g$  Temperatura dos gases no ambiente em chamas
- $\theta_{g,0}$  Temperatura a temperatura dos gases no instante inicial
- $\rho$  Massa específica; raio de curvatura

- $\underline{v}$  Campo de velocidades virtuais cinematicamente admissível
- $\Sigma$  Conjunto das superfícies de descontinuidade dos campos de velocidades localizadas
- $\sigma$  Tensão; Constante de Stefan-Boltzmann
- $\sigma_c$  Resistência em compressão uniaxial do concreto
- $\sigma_t$  Resistência em tração uniaxial do concreto
- $\sigma_{c,\theta}$  Tensão à compressão do concreto na temperatura  $\theta$
- $\sigma_y$  Tensão de escoamento do aço
- $\Omega$  Volume do sistema
- $\dot{\omega}$  Rotação
- $\psi$  Potencial de energia específica livre
- $\varphi$  Ângulo de atrito

## 1 INTRODUÇÃO

As estruturas de concreto armado podem ter seu desempenho comprometido em função da situação à qual são submetidas. Uma das condições que podem influenciar consideravelmente o seu comportamento é a sua exposição a altas temperaturas, principalmente em casos de incêndio (SOUZA *et al.*, 2018).

No Brasil, destacam-se alguns exemplos de incêndios que ocorreram nas últimas décadas, como por exemplo, o incêndio do aeroporto Santos Dumont, no Rio de Janeiro, em 1988, que ocasionou o colapso parcial da estrutura, através do rompimento de lajes maciças (BATTISTA *et al.*, 2001). Em 1996, um incêndio atingiu o Edifício Cacique, em Porto Alegre. Na avaliação pós-incêndio, não foram identificados colapsos estruturais, entretanto, foram observados danos localizados em elementos estruturais, que comprometiam a segurança da estrutura como um todo (Figura 1.1) (KLEIN *et al.*, 2000).



Figura 1.1: danos no Edifício Cacique (LIMA *et al.*, 2004 *apud* COSTA, 2008).

Em maio de 2018, outro grande acidente envolvendo incêndio ocorreu no Brasil, levando à ruína um prédio em estrutura metálica com lajes de concreto armado de 24 andares, o que novamente pôs em discussão a segurança de estruturas em situação de incêndio (Figura 1.2).



Figura 1.2: incêndio no Edifício Wilton Paes de Almeida, em São Paulo (G1, 2018).

Em 1987, o incêndio ocorrido na Sede da Companhia Energética de São Paulo (CESP) causou o colapso parcial do edifício, com estrutura de concreto armado e lajes nervuradas (Figura 1.3). A ruína ocorreu aproximadamente duas horas após o início do incêndio, a qual foi atribuída à expansão térmica horizontal das vigas T de concreto devido à exposição ao fogo, que levou ao colapso dos elementos estruturais verticais. (BEITEL E IWANKIW, 2006).



Figura 1.3: colapso parcial na Sede da CESP, em São Paulo (BEITEL E IWANKIW, 2006).

Além destes incêndios, pode-se relatar outros dois que resultaram em tragédias. O primeiro grande incêndio em edifícios altos aconteceu no ano de 1972, no Edifício Andraus, em São Paulo. O prédio comercial era formado por 31 andares e não possuía escada de segurança. Outra grande tragédia foi o incêndio no Edifício Joelma, também em São Paulo. O prédio também não tinha escadas de segurança e o acidente resultou na morte de 179 pessoas (SILVA, 2012).

Internacionalmente, destacam-se casos como o ocorrido em 2002, na Rússia. Um incêndio atingiu um edifício de apartamentos residenciais em São Petersburgo, levando a estrutura a colapso total (Figura 1.4).



Figura 1.4: colapso total de edifício em São Petersburgo, na Rússia (O ESTADO DE SÃO PAULO, 2002, apud COSTA, 2008).

Há inúmeros outros acidentes ocorridos nos mais diversos locais e envolvendo os mais diversos tipos de estruturas que poderiam ser citados. A maioria destes ocasionaram muitas mortes e grande comoção, o que deu início ao processo de reformulação das medidas de segurança contra incêndios. No Brasil, em relação à segurança de estruturas em situação de incêndio, no que diz respeito ao dimensionamento, destacam-se as normas ABNT 14323:2013 para estruturas de aço e mistas e a ABNT 15200:2012 para estruturas de concreto, ambas baseadas em normas europeias.

O comportamento do concreto frente a incêndios é, tradicionalmente, conhecido considerando a sua natureza incombustível e seu bom desempenho como isolante térmico, evitando propagação de calor e de fogo. Estudos sobre a influência do fogo nas estruturas de concreto têm sido realizados desde aproximadamente 1922. Inicialmente, estudava-se apenas o caso de concretos de resistência normal, porém, nos últimos anos, o uso crescente de concretos de alta resistência e a adoção de normas técnicas de desempenho para projetos de estruturas expostas ao fogo têm se destacado (FIB, 2007).

Os principais problemas que ocorrem com o concreto quando exposto a altas temperaturas são: deterioração de suas propriedades mecânicas, danos causados por deformações térmicas e *spalling* (lascamento).

O emprego de métodos tradicionais para o dimensionamento de estruturas de concreto armado considerando a situação de incêndio possui muitas limitações, o que tem exigido novas pesquisas e ensaios nesta área. Muitos países (por exemplo: Reino Unido, Suécia, Noruega, Nova Zelândia e Austrália) já desenvolveram normas avançadas para o dimensionamento de estruturas de concreto em situação de incêndio (FIB, 2007). Porém, o dimensionamento de estruturas nessa situação ainda é uma questão bastante pesquisada atualmente no mundo inteiro, uma vez que ainda existem muitas lacunas no conhecimento sobre a influência do fogo em estruturas de concreto armado, principalmente nos modelos de cálculo.

No presente estudo, o enfoque se concentra na análise do comportamento de painéis de concreto armado. Assim, propõe-se a avaliação da resistência destes elementos quando submetidos ao incêndio, através da teoria da análise limite. Estes elementos estruturais têm sido bastante utilizados, principalmente na construção de edifícios industriais e de armazenamento. Os painéis devem ser dimensionados e atender a todas as exigências das normas de incêndio, de modo que a estrutura resista um determinado tempo requerido de resistência ao fogo (TRRF) mínimo, de maneira a se evitar o colapso estrutural por tempo suficiente para a saída segura das pessoas.

Neste tipo de elemento estrutural específico, painéis de concreto armado, além de considerar a degradação das propriedades mecânicas do concreto e do aço, é fundamental levar em consideração uma mudança na geometria do painel fora do seu plano, que se agrava com o aumento da altura do painel. Os painéis se caracterizam pela esbeltez e, quando expostos a altas temperaturas, pela movimentação da estrutura fora do seu plano, o que resulta em cargas excêntricas. Esta excentricidade das cargas origina momentos fletores de segunda ordem, além da compressão normal devido ao peso próprio considerada mesmo em condições de temperatura

ambiente. Isto explica o porquê de muitas estruturas virem à ruína antes de atingirem a instabilidade por flambagem.

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

A estrutura de painel consiste em uma parede vertical de grande dimensão lateral quando comparada à sua espessura (Figura 1.5).



Figura 1.5: painéis de concreto armado (NPCA, 2018).

Na condição inicial do painel, ou seja, antes da ocorrência do incêndio, o elemento está submetido apenas ao seu peso próprio, à temperatura ambiente. Esta solicitação, por equilíbrio, gera uma força de compressão axial *N* ao longo do painel (Figura 1.6(a)). Assim, os painéis normalmente são projetados a resistirem apenas a essa solicitação.

No entanto, quando uma de suas faces está exposta a elevadas temperaturas, como em uma situação de incêndio, por exemplo, há uma grande diferença de temperatura entre as duas faces do painel, o que origina uma modificação na sua geometria devido às deformações térmicas. Estas estruturas costumam ter a sua espessura muito menor que a sua altura, ou seja, são esbeltas. Quanto maior for essa esbeltez, maior serão os efeitos relacionados às deformações térmicas térmicas. Além desta mudança de geometria, é necessário levar em consideração as alterações nas propriedades termomecânicas dos materiais constituintes.

Como pode ser visto na Figura 1.6(b), a deformada da estrutura fora do seu plano leva a uma excentricidade da carga de peso próprio, gerando, além das forças de compressão axiais N, solicitações do tipo momento fletor. Esse fenômeno é conhecido como o efeito de segunda ordem (efeito P- $\delta$ ).



Figura 1.6: painel de concreto armado na condição inicial (a) e exposto ao incêndio (b) (reproduzido de PHAM, 2015).

Sabe-se que, além da mudança de geometria da estrutura, quando exposta ao incêndio, suas propriedades mecânicas são degradadas, reduzindo a resistência dos materiais constituintes, o que pode levar o painel à ruptura.

Propõe-se, então, para o presente trabalho, a verificação destas ações em conjunto, a fim de analisar a estabilidade e ruptura de painéis de concreto armado, através de uma abordagem simplificada unidimensional, por meio de um modelo tipo viga (invariância da modelagem em relação à coordenada na direção lateral), implicando, em particular, que o fluxo de calor na direção lateral seja desconsiderado. A análise de estabilidade de estrutura de painéis será investigada através das ferramentas da teoria da análise limite, comparando o painel em concreto armado submetido apenas ao seu peso próprio, e o painel em situação de incêndio, com uma de suas faces exposta ao fogo.

#### **1.2 OBJETIVOS**

O presente trabalho busca desenvolver um método baseado nas ferramentas da teoria da análise limite para o dimensionamento e avaliação da resistência de estruturas de painéis de concreto

armado em edifícios submetidos a acentuados gradientes térmicos induzidos por incêndios. Neste contexto, a análise proposta formula as condições de estabilidade da parede a partir de um raciocínio de compatibilidade entre o equilíbrio da estrutura e a resistência dos materiais constitutivos.

No nível do material, as altas temperaturas induzem deteriorações significativas das propriedades mecânicas e rigidez do concreto e do aço, colocando assim, em questão, a estabilidade da estrutura originalmente estável na ausência de incêndio. Convém, portanto:

- a) determinar a evolução espacial e temporal do perfil da temperatura na parede;
- b) formular o diagrama de interação do esforço normal e momento de flexão da seção de concreto armado, levando em conta a evolução local da resistência do concreto e das armaduras com a temperatura.

No nível da estrutura, as deformações térmicas devido à ocorrência de incêndio modificam a geometria plana da parede, induzindo esforços de flexão, além dos esforços normais, advindos do peso próprio. A análise proposta busca:

- a) determinar a partir do perfil de temperatura previamente avaliado a deformada da parede;
- b) definir as propriedades de resistência correspondentes, sendo expressas pelo diagrama de interação formulado;
- c) resolver o problema de análise limite formulado sobre a estrutura deformada.

Toda a abordagem desenvolvida no contexto deste trabalho considera a hipótese da invariância do problema termomecânico em relação à direção transversal da parede, permitindo uma modelagem do tipo viga da estrutura de painel. Este *framework* simplificado consiste em desconsiderar os efeitos dos apoios laterais da parede (i.e., hipótese de grande extensão lateral). É importante ressaltar que uma modelagem bidimensional do tipo laje/casca constituiria uma análise mais precisa, principalmente quanto à consideração dos efeitos de borda induzidos pelos apoios laterais da parede.

#### **1.3 JUSTIFICATIVA**

Nos últimos anos, diversos incêndios têm ocorrido no mundo inteiro, dos quais muitos resultaram em grandes perdas materiais e humanas. Como já se sabe, o concreto exposto a altas temperaturas tem a sua resistência aquém do esperado, podendo vir a colapsar nessas situações.

Para evitar acidentes, a verificação das estruturas em situação de incêndio se faz necessária. Atualmente, as normas brasileiras apresentam alguns métodos para essa verificação, dos quais apenas um deles, o método tabular, está bem detalhado na ABNT NBR 15200:2012. Mesmo assim, é um método bastante restrito e nem sempre resulta em soluções econômicas. Além disso, sabe-se que é um método baseado em normas estrangeiras, nas quais os ensaios experimentais são de elementos de características geométricas e materiais ligeiramente diferentes dos utilizados no Brasil.

Já os outros métodos sugeridos pela norma, nem sempre são práticos e válidos para qualquer condição de carregamento, ou ainda necessitam de uma infraestrutura de laboratórios que possuem acesso restrito, além da complexidade da modelagem de um material heterogêneo como o concreto (COSTA, 2008). Isso justifica a necessidade do desenvolvimento de métodos alternativos que possam ser aplicados a diferentes elementos estruturais e formas geométricas. Por este lado, a teoria da análise limite apresenta soluções relativamente simples de se implementar e que podem ser aplicadas às mais diversas geometrias.

Dentre os elementos de concreto armado que compõem uma estrutura, optou-se por estudar neste trabalho os painéis de concreto armado. Estas estruturas têm o seu uso bastante difundido principalmente em prédios industriais e depósitos e devem atender a determinados requisitos para que possam resistir por certo tempo a situações de incêndio.

Os métodos atuais para dimensionamento deste tipo de estrutura são mais apropriados para painéis com alturas pequenas, que têm um comportamento bastante diferente dos painéis altos quando expostos ao fogo (PHAM, 2014).

Ainda há pouca pesquisa desenvolvida no Brasil sobre o comportamento de estruturas em situação de incêndio. O seu entendimento é bastante complexo devido a diversos fatores, como a heterogeneidade dos materiais e diferentes situações de incêndio. Além disso, os custos de análises experimentais de elementos de concreto armado se tornam elevado. Por isso, o

desenvolvimento de novos métodos analíticos e numéricos se torna uma contribuição essencial para o avanço das pesquisas na área de estruturas de concreto armado expostas a incêndios.

### 1.4 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS

O capítulo 1, Introdução, traz uma breve apresentação de alguns casos de incêndios ocorridos, bem como a contextualização do problema, objetivos do trabalho e justificativas da escolha do tema desta dissertação.

O capítulo 2, Princípios básicos, apresenta uma revisão dos conceitos gerais de incêndio, assim como o comportamento e evolução das propriedades mecânicas e térmicas do concreto e do aço em função da temperatura. Além disso, ainda são apresentados rapidamente os métodos de verificação ao incêndio sugeridos pela norma brasileira e algumas contribuições na área de estruturas em situação de incêndio.

O capítulo 3, Princípios da teoria da análise limite, descreve os fundamentos da análise limite, considerando as abordagens estática e cinemática.

No capítulo 4, Elementos da termodinâmica dos sólidos, apresenta-se a formulação das equações que regem os fenômenos de transferência de calor, de acordo com o método do estado local.

O capítulo 5, Formulação do problema de análise limite definido sobre o elemento de painel, apresenta os critérios de resistência e diagramas de interação para painéis de concreto armado, tanto à temperatura ambiente quanto sob situação de incêndio. São apresentados também os perfis de temperaturas encontrados para a seção em estudo, tanto analítica quanto numericamente.

O capítulo 6, Cálculo da configuração deformada, traz os resultados obtidos dos deslocamentos da seção analisada, considerando apenas as deformações térmicas, bem como o momento fletor ocasionado pela excentricidade do peso próprio, através dos métodos iterativo e analítico.

O capítulo 7, Análise da estabilidade da estrutura de painel, compara os resultados obtidos na distribuição dos esforços solicitantes ao longo da estrutura com os seus respectivos diagramas

de interação, considerando diversos parâmetros que influenciam no dimensionamento de estruturas em situação de incêndio.

O Capítulo 8, Considerações finais, descreve brevemente a metodologia desenvolvida, bem como conclusões relativas aos resultados obtidos ao longo deste trabalho. Ainda, apresenta algumas sugestões para a continuação do trabalho desenvolvido.

## 2 PRINCÍPIOS BÁSICOS

#### 2.1 O INCÊNDIO

A combustão ocorre quando há a reação química envolvendo quatro fatores: combustível, fonte de calor, oxigênio e a reação em cadeia dos três elementos anteriores. Na ausência de qualquer um destes elementos, o processo não ocorre, ou, caso já tenha se iniciado, o fogo é extinto.

O fogo é caracterizado por brasas quando o material combustível é sólido, e por chamas quando o material for líquido ou gasoso. Já o incêndio é definido como o fogo que atinge com intensidade determinado material, o qual não estava destinado a isso (CALDAS, 2008). As fases de um incêndio real podem sem exemplificadas através de uma curva que relaciona o tempo de incêndio com a temperatura dos gases (Figura 2.1).



Figura 2.1: evolução de um modelo de incêndio natural (adaptado de SILVA, 2012).

O incêndio tem início a partir da ignição de uma substância combustível, que corresponde ao aquecimento no início da inflamação, onde a temperatura cresce gradualmente. O *pré-flashover* é uma fase do aquecimento caracterizada pela aceleração no aumento da temperatura. Neste momento, o incêndio ainda é localizado e não apresenta risco à estrutura, porém os gases tóxicos e a grande quantidade de fumaça liberados pela combustão colocam em risco a vida humana.

Se o incêndio não for controlado durante a fase inicial de aquecimento, ele atinge o *flashover*, que é o instante em que há uma inflamação generalizada em todo o ambiente e toda a carga combustível presente no compartimento entra em ignição. Neste momento, em que os danos estruturais ocorrem, as medidas de proteção ativas não são mais efetivas no combate às chamas. Logo após esta inflamação generalizada, ocorre o *pós-flashover*, caracterizado por uma mudança súbita de crescimento da temperatura do incêndio, a qual atinge o seu valor máximo (COSTA, 2008). Após a queima de todo o material, a temperatura diminui gradualmente (resfriamento).

A curva apresentada na Figura 2.1 representa uma situação real de incêndio, porém ela não costuma ser utilizada para análises estruturais. A determinação dessas curvas é bastante complexa, pois dependem de diversos fatores, como por exemplo, geometria do compartimento e grau de ventilação, fazendo com que sejam específicas para cada situação. Além disso, ao se considerar essa curva como parâmetro do projeto, a análise estrutural deve ser feita com o mesmo realismo (ALBUQUERQUE, 2012).

#### 2.1.1 Incêndio padronizado

Devido à complexidade de cada cenário de incêndio, para o dimensionamento de estruturas em situação de incêndio, as normas técnicas indicam a utilização de curvas de aquecimento padronizadas por ensaios laboratoriais. Este modelo é conhecido como modelo do incêndio padrão.

Embora as curvas padronizadas não representem o comportamento real do incêndio, são comumente empregadas para a obtenção de parâmetros para o projeto. Sua principal característica é possuir apenas um ramo ascendente, fazendo com que a temperatura dos gases em chamas continue aumentando ao longo do tempo. (SILVA, 2012).

As normas técnicas brasileiras recomendam a equação (2.1) para a obtenção da temperatura do fogo ao longo do tempo, baseada na ISO 834 (1990), a qual é representada na Figura 2.2.

$$\theta_{g} = 345 \log_{10} \left( 8t + 1 \right) + \theta_{g,0} \tag{2.1}$$

sendo  $\theta_g$  a temperatura dos gases no ambiente em chamas e  $\theta_{g,0}$  a temperatura dos gases no instante *t*=0, ambas em graus Celsius, e *t* o tempo decorrido, em minutos.



Figura 2.2: curva padrão de temperatura-tempo.

# 2.2 EVOLUÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS COM A TEMPERATURA

Embora seja composto por agregados, pasta e água, o concreto é considerado um material homogêneo à temperatura ambiente. As barras de aço que compõem o concreto armado costumam ser nervuradas, de modo a garantir a aderência entre o aço e o concreto, podendo considerar a ação conjunta de ambos como um material também homogêneo à temperatura ambiente (COSTA, 2008).

Quando exposto a elevadas temperaturas (acima de 100 °C), as transformações físicas, químicas e mineralógicas que envolvem os materiais aumentam a heterogeneidade do concreto. Além disso, a composição do aço e as características da mistura do concreto oferecem uma grande variabilidade das propriedades dos materiais, não apenas a temperaturas elevadas, mas também à temperatura ambiente (COSTA, 2008).

Neste trabalho, o tipo de estrutura abordado é o de painel de concreto armado, composto, portanto, por concreto e aço. Deste modo, é necessário o conhecimento do comportamento de ambos materiais de acordo com a temperatura à qual são expostos.
De maneira simplificada, será considerada a perfeita aderência entre os materiais ao longo dos estudos apresentados neste trabalho. Em geral, as propriedades destes materiais são estabelecidas, com base em análises experimentais ou numéricas, por meio de curvas médias, as quais são descritas nas seções a seguir.

## 2.2.1 Concreto

O concreto é conhecido historicamente por ser um material resistente ao fogo. Além de ser conhecido por sua não-combustibilidade e baixa condutividade térmica, os elementos de concreto costumam ser robustos e, por isso, demoram a aquecer. A baixa condutividade se deve ao fato de o material possuir uma estrutura porosa e ser constituído por minerais. Assim, a transferência de calor ao longo da seção de concreto, mesmo que exposta ao incêndio por um tempo considerável, é relativamente branda, de maneira com que as zonas mais afastadas da face aquecida não alcancem altas temperaturas (DHIR *et al.*, 2008).

Porém, quando se trata de painéis, que são estruturas relativamente esbeltas, a intensidade e o tempo de exposição ao fogo podem ter grande influência na temperatura ao longo de toda a seção de concreto. Além disso, a partir de 100 °C, o concreto começa a perder a sua capacidade resistente, devido à degradação de suas propriedades mecânicas.

A Figura 2.3 apresenta algumas alterações físico-químicas que ocorrem no concreto em elevadas temperaturas. Algumas são reversíveis após o resfriamento do material, outras são irreversíveis e podem reduzir a resistência da estrutura após o incêndio.



Figura 2.3: representação simplificada das reações físico-químicas do concreto em elevadas temperaturas (reproduzido de KHOURY, 2000)

A combinação destas alterações resulta numa diminuição de resistência do concreto. Atualmente, há muita pesquisa para tentar compreender como estas alterações influenciam realmente no comportamento do concreto, porém a maioria dos estudos são baseados em ensaios com curvas de incêndio padronizadas, as quais normalmente não representam cenários reais de incêndio (KLEIN JÚNIOR, 2011)

As propriedades termomecânicas do concreto e do aço em temperatura elevada dever ser obtidas na NBR 15200:2012 (ABNT, 2012). Em relação à consideração da fluência, a NBR 15200:2012 não traz observações, porém, segundo o Eurocode 2 (2004), como os efeitos de fluência não são considerados na obtenção das relações das propriedades dos materiais com a temperatura, os modelos apresentados são aplicáveis para taxas de aquecimento entre 2 e 50 °C/min.

#### 2.2.1.1 Resistência à compressão

A resistência à compressão do concreto é reduzida com o aumento da temperatura. Para isso, utiliza-se o fator de redução  $k_{c,\theta}$ , cujos valores são apresentados na Tabela 2.1, de acordo com a NBR 15200:2012. Para valores de temperaturas entre os apresentados pela Norma, deve-se interpolar linearmente. A equação (2.2) permite obter os valores da resistência à compressão do concreto em função da temperatura.

$$f_{c,\theta} = k_{c,\theta} \cdot f_c \tag{2.2}$$

onde  $f_{c,\theta}$  é a resistência à compressão do concreto na temperatura  $\theta$ ,  $k_{c,\theta}$  é o coeficiente redutor da resistência e  $f_c$  é a resistência à compressão na temperatura de 20°C.

Temperatura do concreto θ (°C)	$k_{c,\theta}$
20	1,00
100	1,00
200	0,95
300	0,85
400	0,75
500	0,60
600	0,45
700	0,30
800	0,15
900	0,08
1000	0,04
1100	0,01
1200	0,00

Tabela 2.1: valores do coeficiente de redução da resistência à compressão do concreto em função da temperatura (adaptado de ABNT, 2012).

A Figura 2.4 apresenta a evolução do coeficiente de redução da resistência em função da temperatura.



Figura 2.4: coeficiente de redução da resistência à compressão do concreto em função da temperatura.

De acordo com a NBR 6118:2014, a distribuição de tensões na seção de concreto é feita com base no diagrama parábola retângulo. A tensão de pico é reduzida por um coeficiente, influenciado principalmente pelo efeito Rusch, o qual representa uma redução na resistência à compressão do concreto devido à duração prolongada do carregamento. Porém, conforme recomendações do Boletim 46 da *fib*-CEB (2008), sendo a ação do incêndio de curta duração, este efeito não se manifesta e a redução da resistência do concreto não é necessária.

#### 2.2.1.2 Resistência à tração

De maneira conservadora, a resistência à tração do concreto é normalmente desconsiderada. As normas brasileiras para dimensionamento de estruturas submetidas ao incêndio não apresentam relações para a resistência à tração do concreto. Porém, segundo o Eurocode 2 (2004), a resistência à tração do concreto também é diminuída com o aumento da temperatura, e pode ser estimada através da equação (2.3).

$$f_{t,\theta} = k_{t,\theta} \cdot f_t \tag{2.3}$$

onde  $f_{t,\theta}$  é a resistência à tração do concreto na temperatura  $\theta$ ,  $k_{t,\theta}$  é o coeficiente redutor da resistência à tração e  $f_t$  é a resistência à tração na temperatura de 20°C.

Para o cálculo do coeficiente redutor, o Eurocode 2 (2004) apresenta as expressões dadas por (2.4).

$$k_{t,\theta} = 1,0 20^{\circ} C \le \theta \le 100^{\circ} C$$

$$k_{t,\theta} = 1,0 - \frac{\theta - 100}{500} 100^{\circ} C < \theta \le 600^{\circ} C$$
(2.4)

A partir de 600°C, o fator  $k_{t,\theta}$  é igual a zero, e a resistência à tração é totalmente desconsiderada. A evolução do coeficiente de redução da resistência à tração em função da temperatura é apresentada na Figura 2.5.



Figura 2.5: coeficiente de redução da resistência à tração do concreto em função da temperatura.

#### 2.2.1.3 Módulo de elasticidade

A evolução do módulo de elasticidade do concreto  $E_{c,\theta}$  (2.5) é deduzida a partir da curva tensãodeformação (2.6), descrita pela ABNT NBR 15200:2012.

ī

$$E_{c,\theta} = \frac{d\sigma_{c,\theta}}{d\varepsilon_{c,\theta}}\Big|_{\varepsilon_{c,\theta}=0} \longrightarrow E_{c,\theta} = \frac{3f_{c,\theta}}{2\varepsilon_{c1,\theta}}$$
(2.5)

$$\sigma_{c,\theta} = \frac{f_{c,\theta} \Im\left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{c1,\theta}}\right)}{2 + \left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{c1,\theta}}\right)^3}$$
(2.6)

onde  $\sigma_{c,\theta}$  é a tensão à compressão na temperatura  $\theta$  em MPa,  $f_{c,\theta}$  é a resistência à compressão na temperatura  $\theta$  em MPa,  $\varepsilon_{c,\theta}$  é a deformação linear específica na temperatura  $\theta$ , e  $\varepsilon_{cl,\theta}$  é a deformação linear específica correspondente à resistência máxima do concreto na temperatura  $\theta$ .

A Tabela 2.2 apresenta os valores de e  $\varepsilon_{c1,\theta}$  correspondente para cada temperatura.

Temperatura do concreto θ (°C	$\epsilon_{c1,\theta}$ (%)
20	0,25
100	0,35
200	0,45
300	0,60
400	0,75
500	0,95
600	1,25
700	1,45
800	1,45
900	1,50
1000	1,50
1100	1,50
1200	1,50

Tabela 2.2: valores de  $\varepsilon_{cl,\theta}$  de em função da temperatura (adaptado de ABNT, 2012).

#### 2.2.1.4 Calor específico

O calor específico  $c_p$  do concreto, considerando o concreto seco (umidade = 0%), é determinado pela NBR 15200:2012 através das equações apresentadas em (2.7). Os valores são dados em J/kg°C.

Luisa Rossini Machado (luisamrossini@gmail.com) Dissertação de Mestrado. PPGEC/UFRGS. 2019.

$$c_{p} = 900 \qquad 20^{\circ}C \le \theta_{c} \le 100^{\circ}C \\ c_{p} = 900 + (\theta - 100) \qquad 100^{\circ}C < \theta_{c} \le 200^{\circ}C \\ c_{p} = 1000 + (\theta - 200)/2 \qquad 200^{\circ}C < \theta_{c} \le 400^{\circ}C \\ c_{p} = 1100 \qquad 400^{\circ}C < \theta_{c} \le 1200^{\circ}C \end{cases}$$
(2.7)

onde  $\theta_c$  é a temperatura do concreto, em graus Celsius.



Figura 2.6: calor específico do concreto em função da temperatura.

De forma simplificada, a relação entre o calor específico do concreto e a temperatura pode ser considerada constante, com  $c_p=1000 J/kg^{\circ}C$ .

#### 2.2.1.5 Condutividade térmica

Segundo a NBR 15200:2012, a curva apresentada na equação (2.8) expressa a variação da condutividade térmica do concreto de densidade normal conforme a temperatura.

$$k = 1,36 - 0,136 \frac{\theta_c}{100} + 0,0057 \left(\frac{\theta_c}{100}\right)^2 \qquad 20^{\circ} \text{C} \le \theta_c \le 1200^{\circ} C \qquad (2.8)$$

onde  $\theta_c$  é a temperatura do concreto, em graus Celsius.

A Figura 2.7 representa a evolução da condutividade térmica em função da temperatura.

41



Figura 2.7: condutividade térmica do concreto em função da temperatura.

De forma simplificada, pode-se considerar a condutividade térmica independente da temperatura, adotando o valor:

$$k_c = 1,3 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$$

#### 2.2.1.6 Massa específica

A ABNT NBR 15200:2012 recomenda as equações apresentadas em (2.9) para a determinação da massa específica do concreto em função da temperatura. Os valores são dados em kg/m<sup>3</sup>.

$$\rho(\theta) = \rho(20^{\circ}C) = 2400 \qquad 0^{\circ}C \le \theta \le 115^{\circ}C$$

$$\rho(\theta) = 2400 \cdot \left[1 - 0, 02 \cdot \frac{(\theta - 115)}{85}\right] \qquad 115^{\circ}C < \theta \le 200^{\circ}C$$

$$\rho(\theta) = 2400 \cdot \left[0, 98 - 0, 03 \cdot \frac{(\theta - 200)}{200}\right] \qquad 200^{\circ}C < \theta \le 400^{\circ}C \qquad (2.9)$$

$$\rho(\theta) = 2400 \cdot \left[0, 95 - 0, 07 \cdot \frac{(\theta - 400)}{800}\right] \qquad 400^{\circ}C < \theta \le 1200^{\circ}C$$

Para o concreto simples, considera-se a massa específica igual a 2400 kg/m<sup>3</sup>, segundo a ABNT NBR 6118:2014. A evolução da massa específica do concreto em função da temperatura é apresentada na Figura 2.8.



Figura 2.8: massa específica do concreto em função da temperatura.

#### 2.2.2 Aço

Considerando uma seção de concreto armado, a área de concreto é muito maior que a área das armaduras de aço. Assim, para a análise térmica e estrutural, a condutividade térmica do aço não é relevante, pois esta não apresenta gradientes de temperaturas significativos. Com isso, geralmente utiliza-se para as armaduras a temperatura do concreto na região.

Em comparação ao concreto, o comportamento do aço em situação de incêndio é mais bem compreendido, de maneira que a resistência do aço a uma dada temperatura pode ser prevista com razoável confiança. Recomenda-se que as barras de aço sejam protegidas de temperaturas maiores que 250 °C, pois aços com baixo teor de carbono têm a sua ductilidade reduzida, devido ao comportamento conhecido como *blue brittleness* (FLETCHER *et al.*, 2007).

O concreto e o aço apresentam deformação térmica bastante parecida até 400 °C; porém, em temperaturas mais elevadas, o aço tem uma expansão significativamente maior que a do concreto. Além disso, ao atingir temperaturas em torno de 700 °C, a capacidade de carga das armaduras é reduzida para cerca de 20% de seu valor de projeto (FLETCHER *et al.*, 2007).

#### 2.2.2.1 Resistência ao escoamento

Quando exposto a elevadas temperaturas, o aço apresenta uma redução na resistência à tração e à compressão. De acordo com a ABNT NBR 15200:2012, a resistência do aço é dada, a cada temperatura, pelo fator de redução, conforme a equação (2.10).

$$f_{y,\theta} = k_{y,\theta} \cdot f_y \tag{2.10}$$

Onde  $f_{y,\theta}$  é a resistência ao escoamento do aço a uma temperatura  $\theta$ ,  $k_{y,\theta}$  é o fator de redução da resistência,  $f_y$  é a resistência ao escoamento do aço a 20°C.

A NBR 15200:2012 fornece fatores de redução da resistência ao escoamento dos aços CA-50 e CA-60, para tração e compressão, para determinadas temperaturas (Tabela 2.3). Para temperaturas com valores intermediários aos apresentados, interpola-se linearmente.

Transaction 1		$k_{y,\theta}$		
Temperatura do aço $\theta_a$ (°C)	Tração		Compressão	
	CA-50	CA-60	CA-50 ou CA-60	
20	1,00	1,00	1,00	
100	1,00	1,00	1,00	
200	1,00	1,00	0,89	
300	1,00	1,00	0,78	
400	1,00	0,94	0,67	
500	0,78	0,67	0,56	
600	0,47	0,40	0,33	
700	0,23	0,12	0,10	
800	0,11	0,11	0,08	
900	0,06	0,08	0,06	
1000	0,04	0,05	0,04	
1100	0,02	0,03	0,02	
1200	0,00	0,00	0,00	

Tabela 2.3: valores de  $k_{y,\theta}$  (adaptada de ABNT, 2012).

A Figura 2.9 apresenta os valores do coeficiente de redução da resistência do aço em função da temperatura.



Figura 2.9: coeficientes de redução da resistência à tração e à compressão uniaxiais do aço em função da temperatura.

#### 2.2.2.2 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade também é reduzido com o aumento da temperatura, através do fator redutor  $k_{E,\theta}$ . O cálculo do módulo de elasticidade em função da temperatura é dado em (2.11).

$$E_{\theta} = k_{E,\theta} \cdot E \tag{2.11}$$

onde  $E_{\theta}$  é o módulo de elasticidade à temperatura  $\theta$ , E é o módulo de elasticidade do aço a 20°C.

A Tabela 2.4 apresenta os valores dos fatores de redução para cada temperatura do aço. Para valores de temperatura intermediários, utilizam-se expressões interpoladoras.

Temperatura do	$k_{E, \theta}$	
aço $\theta_a$ (°C)	CA-50	CA-60
20	1,0000	1,000
100	1,0000	1,000
200	0,9000	0,870
300	0,8000	0,720

Tabela 2.4: valores de  $k_{E,\theta}$  (adaptada de NBR 15200, 2012).

400	0,7000	0,560
500	0,6000	0,400
600	0,3100	0,240
700	0,1300	0,080
800	0,0900	0,060
900	0,0675	0,050
1000	0,0450	0,030
1100	0,0225	0,020
1200	0,0000	0,000

A Figura 2.10 apresenta a evolução dos valores do coeficiente de redução do módulo de elasticidade do aço em função da temperatura.



Figura 2.10: coeficiente de redução do módulo de elasticidade do aço em função da temperatura.

#### 2.2.2.3 Calor específico

O calor específico do aço em função da temperatura é dado pela NBR 14323:2013 através das equações (2.12). A Figura 2.11 apresenta a evolução destes valores.

$$\begin{aligned} c_{a} &= 425 + 0,773\theta_{a} - 1,69 \times 10^{-3}\theta_{a}^{2} + 2,22 \times 10^{-6}\theta_{a}^{3} & 20^{\circ}C \leq \theta_{a} < 600^{\circ}C \\ c_{a} &= 666 + \frac{13002}{738 - \theta_{a}} & 600^{\circ}C \leq \theta_{a} < 735^{\circ}C \\ c_{a} &= 545 + \frac{17820}{\theta_{a} - 731} & 735^{\circ}C \leq \theta_{a} < 900^{\circ}C \\ c_{a} &= 650 & 900^{\circ}C \leq \theta_{a} \leq 1200^{\circ}C \end{aligned}$$
(2.12)

onde  $c_a$  é o calor específico do aço (J/kg°C),  $\theta_a$  é a temperatura do aço



Figura 2.11: calor específico do aço em função da temperatura.

#### 2.2.2.4 Condutividade térmica

Conforme a ABNT NBR 14323:2013, a condutividade térmica do aço pode ser determinada pela equação (2.13). Os valores da condutividade térmica em função da temperatura são expressos graficamente na Figura 2.12.

$$k_{a} = 54 - 3,33 \times 10^{-2} \theta_{a} \qquad 20^{\circ} C \le \theta_{a} < 800^{\circ} C$$

$$k_{a} = 27,3 \qquad 800^{\circ} C \le \theta_{a} \le 1200^{\circ} C \qquad (2.13)$$



Figura 2.12: condutividade térmica do aço em função da temperatura.

#### 2.2.2.5 Massa específica

A massa específica do aço pode ser considerada constante independente da temperatura, com o valor de 7850 kg/m<sup>3</sup> (ABNT, 2013).

# 2.3 MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO CONFORME A NBR 15200:2012

Geralmente, as estruturas de concreto armado são projetadas à temperatura ambiente e, dependendo do caso, são verificadas para que atendam às exigências em situação de incêndio.

Os esforços decorrentes de deformações impostas são usualmente desprezados nessas verificações. De uma maneira geral, a influência do incêndio nas estruturas, de acordo com a NBR 15200:2012, se manifesta na redução da resistência dos materiais e na capacidade dos elementos estruturais.

Embora existam diversas maneiras para realizar essas verificações, a NBR 15200:2012, fundamentada na norma europeia Eurocode 2 parte 1-2 (2004), sugere basicamente 4 métodos para a verificação de estruturas em situação de incêndio, os quais são citados brevemente a seguir. A norma brasileira não considera que possa ocorrer o lascamento nas estruturas de concreto.

## 2.3.1 Método tabular

O método tabular consiste, basicamente, em atender às dimensões mínimas para cada elemento estrutural apresentadas nas tabelas, em função do tempo requerido de resistência ao fogo (TRRF). Estas dimensões também devem respeitar a NBR 6118:2014. Ele é fundamentado no método tabular apresentado no Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), o qual é baseado em experimentos e modelagem numérica.

As dimensões mínimas avaliadas são normalmente: a largura das vigas, a espessura das lajes, as dimensões das seções transversais de pilares e tirantes e, principalmente, a distância entre o eixo da armadura longitudinal e a face do concreto exposta ao fogo. De acordo com resultados obtidos em ensaios, em situação de incêndio, as peças de concreto rompem usualmente por flexão ou flexocompressão, o que faz com que este método considere apenas a armadura longitudinal.

O método tabular é bastante restrito a elementos com a geometria tabelada. Para elementos estruturais com geometrias diferentes, algumas aproximações podem ser feitas através de interpolação linear, porém, muitas vezes, isso leva a resultados não tão precisos, nem econômicos.

#### 2.3.2 Método simplificado de cálculo

No método simplificado, os esforços resistentes de cálculo são calculados através dos mesmos critérios adotados pela NBR 6118:2014 à temperatura ambiente, porém com as resistências reduzidas. Ele se baseia na distribuição de temperatura na seção transversal, que pode ser obtida na literatura técnica ou por meio de programas específicos, considerando exposição ao fogo conforme o TRRF.

A resistência utilizada nos cálculos consiste em uma média, a qual é obtida através de uma distribuição uniforme da perda de resistência por aquecimento do concreto ou das armaduras, na parte comprimida da seção de concreto e na armadura, respectivamente.

A NBR 15200:2012 ainda recomenda que, alternativamente, podem ser utilizados métodos que simulem a redução da resistência da seção através da redução da seção, a qual pode ser encontrada na literatura.

### 2.3.3 Métodos avançados de cálculo

O método avançado leva em consideração as deformações térmicas produzidas em situação de incêndio, além dos esforços solicitantes, os quais devem ser calculados por modelos nãolineares que considerem as redistribuições de esforços que ocorrem.

Os esforços resistentes devem ser calculados considerando as distribuições de temperatura conforme o TRRF. Tanto a distribuição de temperaturas quanto de resistência deve ser calculada considerando as suas não-linearidades.

#### 2.3.4 Método experimental

Conforme a NBR 15200:2012, outros métodos além dos indicados anteriormente podem ser seguidos, desde que justificados por resultados obtidos experimentalmente. Estes ensaios devem obedecer às recomendações da NBR 5628:2001 e podem ser realizados tanto em laboratórios brasileiros quanto fora do país.

## 2.4 TRABALHO DESENVOLVIDOS

O comportamento de estruturas de concreto sob incêndio é um assunto bastante complexo e ainda necessita muito estudo. Além dos métodos recomendados pela NBR 15200:2012, muitos trabalhos têm sido publicados no Brasil nos últimos anos, a fim de se ter um melhor entendimento sobre a influência de altas temperaturas nas estruturas de concreto.

No caso de lajes e pilares de concreto armado, Ribeiro (2004) avalia, através de um algoritmo computacional para análise térmica transiente e não-linear de modelos bidimensionais e tridimensionais, a precisão dos procedimentos sugeridos pelas normas brasileiras. No estudo de lajes de concreto, as temperaturas obtidas através do *software* superam em até 47% as temperaturas prescritas pela NBR 14323:2013. Já para os pilares de concreto armado estudados, o autor concluiu que a taxa de armadura influencia diretamente a temperatura no meio da seção transversal.

Costa (2008) apresenta os efeitos do calor sobre as propriedades térmicas e mecânicas do concreto e do aço e suas influências no comportamento estrutural de edifícios de concreto armado, além de propor um método simplificado mais preciso para o projeto de elementos

submetidos à flexão simples e à flexão composta. Através de análise térmica, verificou-se que os parâmetros que caracterizam os fluxos de calor por radiação e por convecção na face não exposta às altas temperaturas influenciariam significativamente os resultados. Constatou-se também que o tipo de agregado utilizado no concreto influencia muito mais a condutividade térmica, do que o tipo de estrutura empregada (concreto armado).

Para o dimensionamento de vigas em situação de incêndio, a ferramenta mais prática proposta pela NBR 15200:2012 consiste no método tabular, que possui algumas limitações devido a apresentação de poucos valores tabelados. Albuquerque (2012) desenvolve um método de dimensionamento alternativo, que gerou resultados mais econômicos em comparação ao método tabular.

Quanto à resistência de estruturas expostas ao fogo, Caldas *et al.* (2010) apresentam um algoritmo para a construção de diagramas de interação para seções arbitrárias de concreto armado submetidas à ação do fogo. Os diagramas são obtidos por uma variação gradual da configuração deformada das estruturas.

Moreira *et al.* (2013) propõe um método avançado de cálculo capaz de verificar seções retangulares de concreto armado submetidas simultaneamente à flexão oblíqua composta e ao incêndio. O programa desenvolvido verifica se seções retangulares de concreto armado submetidas à flexão oblíqua composta em temperatura ambiente e já armadas estão adequadas da maneira proposta, através da determinação de diagramas de interação dos esforços de momento fletor em torno do eixo X e do eixo Y.

Pham *et al.* (2015) apresentam um procedimento computacional relativamente simples para a obtenção de diagramas de interação para seções de concreto armada expostas ao fogo, relativos a cargas axiais e de flexão combinadas. Com base na teoria da análise limite, é demostrado como os métodos de limite inferior e superior podem ser implementados, levando à determinação exata dos diagramas de interação.

Suaznábar e Silva (2017a) determinaram curvas de estado-limite último de um pilar curto de concreto armado submetido à flexão composta oblíqua em situação de incêndio, empregando o método da isoterma de 500 °C, e o perfil de temperaturas obtido analiticamente, cujo método foi desenvolvido por Wickstrom (2016). Os autores comparam os resultados com outros resultados, cujo campo de temperaturas foi obtido numericamente pelo programa DIANA.

Conforme os resultados, o método analítico de Wickstrom (2016) conduziu a resultados mais conservadores (favoráveis à segurança).

Em outro trabalho, Suaznábar e Silva (2017b) desenvolvem um código computacional capaz de gerar curvas de interação para pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio de alta resistência, utilizando o método da isoterma de 500 °C, combinado com um método que resolve as integrais e sistemas de equações por meio da discretização da seção transversal. De acordo com os resultados apresentados, quanto maior o tempo de exposição ao fogo maior é a temperatura na seção transversal, portanto menor a capacidade resistente do pilar e quanto maior a força de compressão no pilar, menor é o tempo necessário para que a estrutura atinja o estado limite último. Ainda conforme os autores, foi observado que, para concretos de alta resistência, o aumento da resistência do concreto em situação de incêndio não apresenta um ganho tão importante quanto à temperatura ambiente, visto que, neste caso, as normas reduzem consideravelmente a capacidade resistente dos pilares com altas temperaturas.

Crozier e Sanjayan (2000) analisaram experimentalmente dezoito paredes de concreto armado sob condições de fogo padrão, variando relações de altura e espessura, cobrimento, carregamento e proporções de mistura do concreto, com o objetivo de investigar a capacidade de carga das estruturas, bem como o efeito do *spalling*. Buchanan e Munukutla (1991) descrevem um método numérico para o cálculo da resistência de paredes de concreto armado expostas ao fogo, considerando diferentes condições de apoio.

# **3 PRINCÍPIOS DA TEORIA DA ANÁLISE LIMITE**

A teoria da análise limite é empregada para o dimensionamento de estruturas no estado limite último, de modo a determinar a sua carga de ruptura, através da verificação simultânea entre o equilíbrio do sistema e as condições de resistência do material que o compõe. Consiste em uma abordagem direta, sem considerar a história da estrutura e do seu carregamento até o momento do colapso.

Primeiramente, define-se a resistência dos materiais constituintes, uma propriedade mecânica, que corresponde a uma característica a nível local. Ela é determinada através de experimentos e estabelece os as solicitações máximas que podem ser atingidas. Para que se obtenha, então, a resistência da estrutura como um todo (a nível global), as equações de equilíbrio da estrutura devem ser satisfeitas, respeitando os limites impostos pela resistência dos materiais constituintes, ou seja, deve haver compatibilidade entre o equilíbrio e a resistência (SALENÇON, 2013).

# 3.1 CRITÉRIO DE RESISTÊNCIA E CARREGAMENTO SUPORTÁVEL

Considera-se um sistema de volume  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ , de contorno  $\partial \Omega$ , submetido a um carregamento  $\underline{Q}$  com *n* parâmetros, representado pelo vetor  $\underline{Q} = (Q_i, i = 1, ..., n)$ , conforme é apresentado na Figura 3.1. Os parâmetros das solicitações constituem as forças de volume  $\underline{F}$  e forças de superfícies  $\underline{T}$ .



Figura 3.1: sistema analisado.

O critério de resistência de um material reflete condições em termos de tensões nas quais ocorrem a ruptura, representando um conjunto de esforços admissíveis pelo material. Este critério é definido através de um domínio  $G(\underline{x})$ , definido em cada ponto  $\underline{x}$  do sistema. Se em determinado ponto, o seu estado de tensões  $\underline{\sigma}$  estiver dentro do domínio  $G(\underline{x})$ , o material não está rompido, o estado de tensão neste ponto é admissível. O critério de resistência f pode também ser empregado para caracterizar o comportamento e resistência do material (3.1).

$$\forall \underline{x} \in \Omega, \ f\left(\underline{x}, \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})\right) \leq 0 \iff \underline{\underline{\sigma}} \in G(\underline{x})$$
(3.1)

Para determinar as solicitações  $\underline{Q}$  suportáveis pelo sistema através da teoria da análise limite, conforme mencionado anteriormente, é necessário que haja compatibilidade entre o equilíbrio e os critérios de resistência dos materiais (3.2) (SALENÇON, 2002).

$$\underline{Q} \in K \leftrightarrow \begin{cases} \exists \underline{\sigma} \ E.A. \ sobre \ \underline{Q} & (equilíbrio) \\ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(x) \forall \underline{x} \in \Omega & (resistência) \end{cases}$$
(3.2)

onde *E.A.* significa estaticamente admissível e *K* representa o domínio das cargas potencialmente suportáveis pela estrutura (3.3) (SALENÇON, 2002).

$$K = \left\{ \underline{Q} / \exists \underline{\sigma} \text{ E.A., } f\left(\underline{\sigma}\right) \le 0 \forall \underline{x} \in \Omega \right\}$$
(3.3)

Os carregamentos limites do domínio K se encontram na fronteira  $\partial K$ , conforme Figura 3.2. Qualquer carregamento fora do domínio K resulta em um sistema instável (SALENÇON, 2002).



Figura 3.2: domínio K de carregamentos admissíveis.

Os carregamentos limites  $\partial K$  possuem as seguintes características (SALENÇON, 1983):

a) são independentes da história do carregamento;

- b) são independentes das caraterística elásticas do material;
- c) pode ser encontrado de maneira direta, sem se resolver o problema elastoplástico ao longo do caminho do carregamento;
- d) são independentes das tensões iniciais.

Para se determinar o domínio *K* e as cargas limites, a análise limite utiliza as abordagens estática e cinemática, que se aproximam de  $\partial K$  pelo interior e pelo exterior, respectivamente.

# 3.2 ABORDAGEM ESTÁTICA

A abordagem estática da análise limite consiste na aproximação da superfície de ruptura da estrutura pelo interior e leva em conta o teorema do limite inferior, o qual afirma que se a carga atuante tem uma magnitude que permita encontrar um campo de tensões, satisfazendo às condições de equilíbrio no interior e no contorno, e em qualquer ponto do corpo essas tensões estejam satisfazendo o critério de resistência do material, então a carga atuante é menor ou no máximo igual à carga de colapso da estrutura (CHEN E LIU, 1990). Esta abordagem constitui a determinação do domínio K de estabilidade da estrutura através de raciocínios puramente estáticos sobre as equações de equilíbrio, sem referência à cinemática da ruptura. Este teorema pode ser expresso matematicamente, através de (3.4).

$$\underbrace{\underline{\sigma} \ \acute{e} \ E.A.}_{f\left(\underline{\sigma}\right) \le 0 \ \forall \underline{x} \in \Omega} \rightarrow \underline{Q} = \underline{Q}\left(\underline{\sigma}\right) \in K$$
(3.4)

A implementação direta da definição estática de *K* conduz a limites inferiores das cargas limites. A Figura 3.3 mostra a aproximação pelo interior do domínio *K*.



Figura 3.3: aproximação de *K* pelo interior (abordagem estática).

# 3.3 ABORDAGEM CINEMÁTICA

A abordagem cinemática, ou aproximação pelo exterior, leva em conta o teorema do limite superior da análise limite, o qual afirma que, sendo um campo de velocidades cinematicamente admissíveis, uma carga que realiza uma potência externa igual à potência interna, para o campo de velocidades em questão, será maior ou igual a carga de ruptura (CHEN E LIU, 1990). Esta abordagem é enunciada por (3.5).

$$\begin{cases} \forall \underline{Q} \in K, \quad \forall \underline{\nu} \text{ C.A. no sistema} \\ P_{(e)}(\underline{Q}, \underline{\nu}) = \underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}}(\underline{\nu}) \leq \int_{\Omega} \pi(\underline{x}, \underline{\dot{\varepsilon}}(\underline{x})) d\Omega + \int_{\Sigma} \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), [\![\underline{\nu}(\underline{x})]\!]) d\Sigma \end{cases}$$
(3.5)

onde  $\underline{v}$  é um campo de velocidades virtuais cinematicamente admissível (C.A.),  $\Sigma$  é o conjunto das superfícies de descontinuidade dos campos de velocidades localizadas  $[\![\underline{v}(\underline{x})]\!]$  e  $\underline{n}(\underline{x})$  são os vetores normais às superfícies  $\Sigma$ ;  $\underline{\dot{e}}$  é a taxa de deformação virtual;  $P_{(e)}(\underline{Q},\underline{v})$  é a potência virtual do carregamento Q;  $\dot{q}(\underline{v})$  é a taxa de deformação virtual do sistema.

As funções  $\pi$ , definidas em (3.6) e (3.7), representam funções de apoio do critério de resistência do material ou a densidade de potência resistente máxima. Estas funções são tabeladas para diferentes critérios de resistência e, quando integradas sobre os domínios  $\Omega$  e  $\Sigma$ , representam a potência resistente máxima do sistema  $P_{rm}$  (3.8).

$$\pi\left(\underline{x}, \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}\left(\underline{x}\right)\right) = \max\left\{\underline{\underline{\sigma}}\left(\underline{x}\right): \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}\left(\underline{x}\right) + f\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) \le 0\right\}$$
(3.6)

$$\pi\left(\underline{x},\underline{n}(\underline{x}),\left[\!\left[\underline{v}(\underline{x})\right]\!\right]\right) = \max\left\{\!\left[\!\left[\underline{v}(\underline{x})\right]\!\right] \cdot \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x}) + f\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) \le 0\right\}$$
(3.7)

$$P_{rm} = \int_{\Omega} \pi \left( \underline{x}, \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{x}) \right) d\Omega + \int_{\Sigma} \pi \left( \underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), \left[ \underline{v}(\underline{x}) \right] \right) d\Sigma$$
(3.8)

As expressões (3.5) são uma condição que deve ser satisfeita por todos os carregamentos potencialmente suportáveis, podendo ser escrita de maneira mais sucinta, conforme apresentado em (3.9).

$$\begin{cases} \forall \underline{\nu} \text{ C.A. no sistema} \\ K \subset \left\{ \underline{Q} \mid P_{(e)}\left(\underline{Q}, \underline{\nu}\right) \leq P_{rm}\left(\underline{\nu}\right) \right\} \end{cases}$$
(3.9)

Para se obter uma aproximação externa ao domínio *K* (Figura 3.4), calcula-se  $P_{rm}(\underline{v})$  a partir das expressões conhecidas das funções  $\pi$  e  $P_{(e)}(\underline{Q}, \underline{v})$ , sendo  $\underline{\dot{q}}(\underline{v})$  conhecido. O domínio *K* é incluso no semi-espaço de  $\mathbb{R}^n$  definido em (3.9). Deve-se repetir esta operação para diversos campos de velocidades virtuais  $\underline{v}$  (SALENÇON, 2002).



Figura 3.4: aproximação de K pelo exterior (abordagem cinemática).

# 4 ELEMENTOS DA TERMODINÂMICA DOS SÓLIDOS

Neste capítulo, serão apresentadas a lei de Fourier e a equação do calor, empregadas nas análises posteriores. De um modo geral, análises de transferência de calor englobam sólidos e fluidos. Quando o objetivo é encontrar o campo de tensões em um sólido, as equações de transferência de calor são aplicadas de maneira a se determinar o campo de temperaturas. Assim, pode-se determinar as tensões térmicas, bem como as deformações induzidas pelas mesmas (COOK *et al.*, 2002).

Este capítulo apresenta o desenvolvimento das leis de estado da termodinâmica através do método do estado local. O estado de um sistema corresponde ao conjunto de parâmetros físicos que descrevem a condição instantânea do sistema termodinâmico enquanto houver o equilíbrio. No caso de parâmetros que não sejam constantes, considera-se que há uma sucessão de estados termodinâmicos.

O estado de um material contínuo depende, em geral, de toda a história de suas variáveis mecânicas. O potencial termodinâmico permite definir variáveis associadas a partir de variáveis observáveis e variáveis internas, o que conduz às leis de estado. Já o potencial de dissipação fornece as leis complementares de evolução das variáveis (LEMAITRE, 1990).

# 4.1 MÉTODO DO ESTADO LOCAL

De acordo com o método do estado local, o estado termodinâmico de um meio material, em um determinado ponto e instante, é completamente definido pelo conhecimento dos valores de certo número de variáveis naquele instante, que dependem apenas do ponto considerado. Ao considerar que as derivadas no tempo destas variáveis não estão envolvidas na definição do estado, admite-se que qualquer evolução possa ser considerada como uma sucessão de estados em equilíbrio (LEMAITRE, 1990).

As variáveis de estado, também chamadas de variáveis termodinâmicas, são divididas em observáveis e internas, e o número de variáveis, bem como a sua natureza, estão associados aos fenômenos a serem descritos pelo modelo. As variáveis observáveis são aquelas que podem ser

quantificadas experimentalmente. Para fenômenos como elasticidade, viscoelasticidade, plasticidade, viscoplasticidade, ruptura, entre outros, são adotadas como variáveis observáveis a temperatura e a deformação total. Já para fenômenos dissipativos, é necessário considerar variáveis internas, que levam em consideração a história do comportamento do material. Estas variáveis não podem ser diretamente medidas por observação. Plasticidade (ou viscoplasticidade) requer a introdução da variável deformação plástica  $\varepsilon^p$  (ou viscoplástica) que, para pequenas deformações, é a deformação irreversível associada à configuração relaxada, e origina a expressão exibida na equação (4.1) (LEMAITRE, 1990).

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \tag{4.1}$$

sendo as variáveis internas  $\varepsilon^e$  e  $\varepsilon^p$  a deformação termoelástica e a deformação plástica, respectivamente.

De um modo geral, assumindo situações com pequenas deformações em um sistema irreversível, o estado termodinâmico local é definido pelas variáveis observáveis, o tensor de deformações  $\varepsilon$  e a temperatura *T*, e por um conjunto de variáveis internas *V*<sub>k</sub> associadas aos processos dissipativos (LEMAITRE, 1990).

As leis de estado podem ser derivadas de um potencial termodinâmico. Um potencial possível é o potencial de energia específica livre  $\psi$ , que depende de variáveis de estado observáveis e internas, expresso na equação (4.2) (LEMAITRE, 1990).

$$\psi = \psi \left( \varepsilon, T, \varepsilon^e, \varepsilon^p, V_k \right) \tag{4.2}$$

Em elastoplasticidade (ou viscoplasticidade) a deformação aparece somente na forma da decomposição  $\varepsilon - \varepsilon^p = \varepsilon^e$ , conforme observado na equação (4.3).

$$\psi = \psi \left( \varepsilon - \varepsilon^{p}, T, V_{k} \right) = \psi \left( \varepsilon^{e}, T, V_{k} \right)$$
(4.3)

Relacionando (4.3) com a desigualdade de Clausius-Duhem, obtém-se as expressões apresentadas nas equações (4.4) e (4.5).

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{e}} : \dot{\varepsilon}^{e} + \frac{\partial \psi}{\partial T} : \dot{T} + \frac{\partial \psi}{\partial V_{k}} : \dot{V}_{k}$$
(4.4)

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

$$\left(\sigma - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{e}}\right) : \dot{\varepsilon}^{e} + \sigma : \dot{\varepsilon}^{p} - \rho \left(s + \frac{\partial \psi}{\partial T}\right) \dot{T} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial V_{k}} \dot{V_{k}} - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad} T \ge 0$$

$$(4.5)$$

onde s corresponde à entropia específica,  $\rho$  é a massa específica e  $\vec{q}$  é o vetor fluxo de calor.

É possível anular, independentemente, alguns termos dessa inequação imaginando-se, por exemplo, uma deformação elástica que ocorra a uma temperatura constante  $(\dot{T} = 0)$  e uniforme  $(\overline{grad}T = 0)$ , que não altere a deformação plástica  $(\dot{\varepsilon}^p = 0)$ , nem as variáveis internas  $(\dot{V}_k = 0)$ . Assim sendo, como a inequação de Clausius-Duhem se mantém, independentemente de qualquer  $\dot{\varepsilon}^e$  particular, obtém-se a equação (4.6).

$$\sigma - \rho \left( \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{e}} \right) = 0 \tag{4.6}$$

Agora, imaginando-se uma deformação térmica, onde  $\dot{\varepsilon}^p = 0$ , em um campo de temperatura uniforme  $(\overrightarrow{grad}T = 0)$ , e que não altere as variáveis internas  $(\dot{V}_k = 0)$ . Sendo *T* arbitrário, temse, então, a equação (4.7).

$$s + \frac{\partial \psi}{\partial T} = 0 \tag{4.7}$$

Assim, define-se  $\sigma$  e *s* como variáveis associadas às variáveis de estado  $\varepsilon$  e *T*, respectivamente. Analogamente, define-se as forças termodinâmicas associadas às variáveis internas, expressas na equação (4.8).

$$A_{k} = \rho \left( \frac{\partial \psi}{\partial V_{k}} \right) \tag{4.8}$$

As relações (4.6) a (4.8) constituem as leis de estado, que passam a descrever a inequação de Clausius-Duhem da seguinte maneira, considerando  $\overrightarrow{gradT} = \overrightarrow{g}$ , conforme a equação

(4.9).

$$\Phi = \sigma : \dot{\varepsilon}^{p} - A_{k} \dot{V}_{k} - \frac{\vec{g} \cdot \vec{q}}{T} \ge 0$$
(4.9)

onde  $\Phi$  corresponde à soma da dissipação intrínseca, que consiste em uma dissipação plástica mais a dissipação associada à evolução das variáveis internas, e da dissipação térmica devido à condução de calor.

Conforme visto, o potencial termodinâmico (energia livre) conduz às leis de estado a partir das quais é possível relacionar variáveis de estado com suas variáveis associadas. Agora, postulase a existência de um potencial de dissipação  $\varphi$ , expresso na equação (4.10), que fornece as leis complementares de fluxo ou leis de evolução, que permitem avaliar a evolução das variáveis internas, através da dissipação normal (LEMAITRE, 1990).

$$\varphi\left(\dot{\varepsilon}^{p}, \dot{V}_{k}, \dot{\vec{\gamma}}_{T}\right) \tag{4.10}$$

Este potencial deve ser contínuo, convexo com relação às variáveis de fluxo e nulo na origem. Através da propriedade de normalidade, ou dissipação normal, determina-se as leis de evolução, que são expressas pelas componentes do vetor  $\overline{grad}\varphi$  com relação às variáveis de fluxo, apresentadas nas equações (4.11) a (4.13).

$$\sigma = \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\varepsilon}^p} \tag{4.11}$$

$$A_{k} = -\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{V}_{k}} \tag{4.12}$$

$$\vec{g} = -\frac{\partial \varphi}{\partial \left(\vec{q}/T\right)}$$
(4.13)

A transformação Legendre-Fenchel permite definir o potencial  $\varphi^*$ , em função das variáveis  $\sigma$ ,  $A_k$ ,  $\vec{g}$ . Sendo o potencial diferençável, a propriedade da normalidade continua válida, e as leis de evolução podem ser descritas, conforme as equações (4.14) a (4.16).

$$\dot{\varepsilon}^{p} = \frac{\partial \varphi^{*}}{\partial \sigma} \tag{4.14}$$

$$-\dot{V}_{k} = \frac{\partial \varphi^{*}}{\partial A_{k}} \tag{4.15}$$

$$-\frac{\vec{q}}{T} = -\frac{\partial \varphi^*}{\partial \vec{g}}$$
(4.16)

A equação (4.14) origina às leis da plasticidade e da viscoplasticidade. A equação (4.15) expressa as leis de evolução das variáveis internas do problema. Já a equação (4.16) conduz à lei de Fourier da termostática.

O problema de modelar um fenômeno físico está principalmente em determinar as expressões analíticas para os potenciais termodinâmico  $\Psi$  e para os potencias de dissipação  $\varphi$  e  $\varphi^*$ , visto que  $\varphi$  e  $\varphi^*$  representam uma energia normalmente dissipada como calor.

## 4.2 LEI DE FOURIER

A Lei de Fourier relaciona linearmente o vetor de fluxo de calor  $\vec{q}$  e a variável associada  $\vec{g}$ , e é originada de duas simplificações feitas nos potenciais de dissipação, conforme apresentado nas equações (4.17) e (4.18).

$$\varphi_2^* = \frac{1}{2} \mathbb{C}.\vec{g}.\vec{g}$$
 (4.17)

$$\frac{-\vec{q}}{T} = \frac{\partial \varphi_2^*}{\partial \vec{g}} = \mathbb{C}.\vec{g} = \mathbb{C}.\vec{g} adT$$
(4.18)

Considerando que as propriedades de difusão do material são isotrópicas, o tensor  $\mathbb{C}$  é reduzido a um tensor escalar, e obtém-se a equação (4.19).

$$\vec{q} = -k \, \overline{grad}T \tag{4.19}$$

onde k é o coeficiente de condutividade térmica.

# 4.3 A EQUAÇÃO DO CALOR

Considerando a equação de conservação de energia (1º princípio da termodinâmica), tem-se a equação (4.20).

$$\rho \dot{e} = \sigma : \dot{\varepsilon} + r - divq \tag{4.20}$$

onde e é a energia interna específica.

Substitui-se  $\rho \dot{e}$  a partir da derivada de  $e = \psi + Ts$ , que multiplicada por  $\rho$  resulta na equação (4.21).

$$\rho \dot{e} = \rho \dot{\psi} + \rho T \dot{s} + \rho \dot{T} \dot{s} \tag{4.21}$$

Sendo  $\psi$  uma função das variáveis de estado, substitui-se  $\dot{\psi}$ , e obtém-se as expressões apresentadas nas equações (4.22) e (4.23).

$$\rho \dot{e} = \rho \left( \frac{1}{\rho} \sigma : \dot{\varepsilon} - s \dot{T} + \frac{1}{\rho} A_k \dot{V}_k \right) + \rho T \dot{s} + \rho \dot{T} \dot{s}$$
(4.22)

$$\sigma : \dot{\varepsilon}^e + A_k \dot{V}_k + \rho T \dot{s} = \sigma : \dot{\varepsilon} + r - div\vec{q}$$
(4.23)

Tendo  $s = \left(\frac{-\partial \overline{\psi}}{\partial T}\right) (\varepsilon^e, T, V_k)$ , tem-se a derivada  $\dot{s}$  na equação (4.24).

$$\dot{s} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial \varepsilon^e \partial T} : \dot{\varepsilon}^e - \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} \dot{T} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial V_k \partial T} \dot{V}_k$$

$$\dot{s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial T} : \dot{\varepsilon}^e + \frac{\partial s}{\partial T} \dot{T} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_k}{\partial T} \dot{V}_k$$
(4.24)

Levando em conta o calor específico c, definido pela equação (4.25), e a lei de Fourier, obtémse a equação (4.26).

$$c = T \frac{\partial s}{\partial T} \tag{4.25}$$

$$div\vec{q} = -div(k\vec{gradT}) \tag{4.26}$$

Assim, obtém-se a equação completa do calor, expressa na equação (4.27).

$$k\Delta T = \rho c \dot{T} - \sigma : \dot{\varepsilon}^{p} + A_{k} \dot{V}_{k} - r - T \left( \frac{\partial \sigma}{\partial T} : \dot{\varepsilon}^{e} + \frac{\partial A_{k}}{\partial T} \dot{V}_{k} \right)$$
(4.27)

Já a equação clássica do calor corresponde a um processo com as seguintes características:

a) sem variação nas deformações inelásticas 
$$(\sigma : \dot{\varepsilon}^{p} = 0);$$

b) sem variação nas variáveis internas  $(A_k \dot{V}_k = 0)$ ;

c) sem geração interna de calor criado por fontes externas (r=0);

d) sem acoplamento termomecânico 
$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial T} : \dot{\varepsilon}^e = 0, \frac{\partial A_k}{\partial T} \dot{V}_k = 0\right)$$
.

Com o calor específico sendo, então, o calor específico em uma deformação constante, tem-se a equação do calor descrita pela equação (4.28).

$$k\Delta T = \rho c \dot{T} \tag{4.28}$$

# 5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ANÁLISE LIMITE DEFINIDO SOBRE O ELEMENTO DE PAINEL

Considerando elementos estruturais onde o esforço normal (N) e o momento fletor (M) são as solicitações que governam a sua ruptura, o diagrama de interação representa todos os pares de esforços solicitantes (N, M) simultâneos suportados pela sua seção. Neste capítulo buscam-se determinar os diagramas de interação para um elemento de painel em concreto simples e concreto armado (Figura 5.1), submetidos a diferentes tempos de exposição.



Figura 5.1: painel em concreto armado.

A estrutura de painel em concreto simples ou armado quando submetida à variação de temperatura constitui um problema de engenharia que pode ser tratado através de distintas abordagens, como por exemplo, experimental ou teórica (analítica ou numericamente). No presente estudo, tal problemática será analisada empregando-se a teoria da análise limite (Capítulo 3). Para tanto, considerar-se-á um elemento de painel definido em relação a um triedro ortonormal Oxyz (Figura 5.2), sendo o elemento do painel modelado como um sólido em forma de paralelepípedo, com espessura *b* (direção Oy), largura *a* (direção Oz) e comprimento *l* (direção Ox). Este sólido, constituído de concreto supostamente homogêneo, é reforçado por *n* 

barras de aço longitudinais e paralelas à direção Ox, de vetor unitário  $\underline{t} = \underline{e}_x$ . A camada de reforço número k constituída de armaduras de seção  $A_k$ , espaçadas de uma distância  $d_k$  segundo Oz, é localizada através da coordenada  $y = c_k$ , com  $-b/2 \le c_k \le b/2$ .



Figura 5.2: elemento de painel em concreto armado submetido à combinação de um esforço normal e de um momento fletor.

O volume considerado (Figura 5.2) é submetido a um modo de carregamento como se segue:

- a) forças de volume nulas  $\rho \underline{f} = 0$ ;
- b) seção x=0 sujeita a esforços normal  $-N\underline{e}_x$  e de flexão  $-M\underline{e}_z$ ;
- c) seção x = l sujeita a forças superficiais  $\underline{T} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{e}}_x || \underline{e}_x$  correspondentes a esforços resultantes normal  $N\underline{e}_x$  e de flexão  $M\underline{e}_z$ ;
- d) as demais seções horizontais  $(y = \pm b/2)$  e verticais  $(z = \pm a/2)$  são livres de esforços  $(\underline{T} = 0)$ .

Na presente análise dos estados limites da seção em concreto armado, o painel é modelado como uma viga. Neste contexto, o elemento de painel é formalmente descrito como um elemento de viga cuja espessura na direção Oz é unitária (Figura 5.3).



Figura 5.3: seção do elemento de painel modelado como uma viga.

A camada número k é representada por uma seção equivalente  $\overline{A_k} = \sum A_k/d_k$  localizada em  $y=c_k$ , onde  $d_k$  (Figura 5.2) é o espaçamento horizontal na direção  $O_z$  entre duas armaduras da mesma camada. A seção  $\overline{A_k}$  representa a taxa de reforço por unidade de comprimento transversal segundo  $O_z$ .

Neste contexto, os parâmetros de carregamento (N, M) podem ser interpretados como o esforço axial e o momento fletor por unidade de comprimento segundo  $O_z$ , exercido sobre a seção transversal do painel (Figura 5.2).

Para que uma distribuição de tensão  $\underline{\sigma}$  definida no sólido  $\Omega$  seja estaticamente admissível com o carregamento (*N*, *M*) prescrito, deve satisfazer as seguintes condições:

- a)  $div\underline{\sigma} = 0$   $\forall \underline{x} \in \Omega$  (5.1), ou seja, em componentes:
- b) <u>σ.n</u> contínuo ao longo de toda superfície ∑ de descontinuidade de <u>σ</u> (Figura 5.4). Na problemática em estudo, esta superfície de descontinuidade pode se referir à interface entre concreto e aço;



Figura 5.4: superfície de descontinuidade de  $\underline{\sigma}$ .

c)  $\underline{\sigma}$  verifica as condições de contorno:

$$\begin{cases} \underline{T} = \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{e}}_{y} = 0 & \text{ao longo de } y = \pm \frac{b}{2} \\ \underline{T} = \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{e}}_{z} = 0 & \text{ao longo de } z = \pm \frac{a}{2} \end{cases}$$
(5.2)

d)  $\underline{\sigma}$  equilibra em resultante os esforços (N, M) aplicados no nível da seção x=l

$$T_{y} = T_{z} = 0$$
  $N = \int_{x=l}^{\infty} T_{x} dy$   $M = \int_{x=l}^{\infty} -y T_{x} dy$  (5.3)

onde  $\underline{T} = \underline{\sigma} \cdot \underline{e}_x$  é o vetor de tensão atuante na seção x = l,  $-b/2 \le y \le b/2$ ,  $-a/2 \le z \le a/2$ .

A nulidade das componentes  $T_y$  e  $T_z$  traduzem que o carregamento é aplicado sobre as seções transversais x=0 e x=l por meio de placas rígidas em contato sem atrito, uma fixa, e a outra em translação horizontal  $\dot{\delta}\underline{e}_x$  combinada com rotação  $\dot{\omega}$  em torno de Oz (Figura 5.5), respectivamente.



Figura 5.5: esquematização do modo de carregamento do elemento de viga considerado.

Para formalizar o problema de análise limite, visando a determinação dos diagramas de interação da seção em concreto armado em condições isotérmicas (temperatura ambiente), é necessário o conhecimento das capacidades de resistência dos materiais concreto e aço. A resistência do concreto é caracterizada por:

a) resistência em compressão uniaxial à temperatura ambiente  $\sigma_c < 0$ ;

- b) resistência em tração uniaxial à temperatura σ<sub>t</sub> ≥ 0. Em geral, esta resistência é negligenciada, i.e., σ<sub>t</sub> ≃ 0;
- c) ângulo de atrito  $\varphi \simeq 37^{\circ}$  para concreto à temperatura ambiente, neste trabalho considerada igual a 20 °C (NIELSEN and HOANG, 2010).

Quanto aos elementos de reforço, as armaduras de aço são modeladas como elementos contínuos 1D (barras) em tração-compressão. As resistências aos esforços cortante e de flexão são desprezados em relação à resistência ao esforço normal. As armaduras são então caracterizadas pela condição de resistência sobre a força axial por unidade de comprimento transversal segundo  $O_z$ , conforme equação (5.4).

$$|n| \le n_0 = \sigma_y A_k \tag{5.4}$$

onde  $n_0$  é o valor absoluto da resistência em tração-compressão, igual ao produto da tensão de escoamento do aço  $\sigma_y$  pela área da seção do reforço por unidade de comprimento transversal.

A determinação do diagrama de interação da seção em concreto armado se estrutura conforme descrito a seguir. Denota-se por K o conjunto dos esforços (N, M) suportáveis pelo elemento de viga, também denominado domínio de interação da viga em concreto armado. Este é definido pela compatibilidade entre o equilíbrio da parcela da estrutura considerada (viga) e a resistência do material constitutivo.

$$(N,M) \in K \Leftrightarrow \begin{cases} \exists \underline{\sigma} \quad \text{estaticamente admissível em } (N,M) \\ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \quad \forall \underline{x} \in \Omega \end{cases}$$
(5.5)

sendo  $\underline{\sigma}$  axial nas armaduras,  $\underline{\sigma}(\underline{x}) = \sigma(\underline{x})\underline{e}_x \otimes \underline{e}_x$  corresponde ao esforço axial por unidade de comprimento transversal,  $G(\underline{x})$  corresponde ao domínio convexo de resistência do material concreto armado (concreto e armaduras).

A construção de K, ou seja, a determinação do diagrama de interação, é o objetivo do presente capítulo. No presente estudo, a abordagem estática da análise limite e o teorema do limite inferior são para tanto empregados (SALENÇON, 2013). Inicialmente será avaliada a estrutura de painel composto apenas por concreto simples. Na sequência também são avaliados painéis reforçados com armaduras em apenas uma das extremidades (inferior) e nas duas (armadura

69

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

superior e inferior), considerando-se temperatura constante e ambiente e também a situação da estrutura submetida a altas temperaturas. A formulação para a determinação dos diagramas de interação é descrita a seguir.

## **5.1 CONCRETO SIMPLES**

Considera-se uma viga de concreto com seção retangular (axb), com um esforço axial (N) e um momento fletor (M) agindo simultaneamente, conforme detalhado na Figura 5.6(a).



Figura 5.6: geometria do modelo de concreto simples (a) e posição da linha neutra (b).

Para abordar todas as configurações limites possíveis de tensão, define-se um parâmetro  $\alpha$  (5.6), referente à posição da linha neutra, ilustrado na Figura 5.6(b). Assim, a distribuição de tensões na seção é dada por (5.7).

$$-1 \le \alpha \le 1 \tag{5.6}$$

$$\sigma(y) = \begin{cases} \sigma_c \text{ para } \alpha b/2 < y \le b/2 \\ \sigma_t \text{ para } -b/2 \le y < \alpha b/2 \end{cases}$$
(5.7)

De acordo com as equações (5.7), quando a viga for solicitada no sentido mostrado na Figura 5.6, o concreto localizado acima do plano da equação  $y = \alpha b/2$  estará em compressão. Desconsiderando o peso próprio do elemento, a distribuição de tensão (definida pelas equações (5.6) e (5.7)) satisfaz o de equilíbrio.
Define-se o esforço normal e o momento fletor como solicitações por unidade de comprimento de largura, a qual é representada na Figura 5.6(a) pela variável *a*. As solicitações *N* e *M* na viga são relacionados através do equilíbrio com a distribuição de tensões da estrutura e no caso limite através pelas expressões:

$$N = \int_{S} \sigma_{xx} dy = \int_{-b_{2}}^{b_{2}} \sigma(y) dy \quad , \quad N = \int_{-b_{2}}^{ab_{2}} \sigma_{t} dy + \int_{ab_{2}}^{b_{2}} \sigma_{c} dy$$
(5.8)

$$M = -\int_{S} \sigma_{xx} y dy = -\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma(y) y dy , \quad M = -\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{ab}{2}} \sigma_{t} y dy - \int_{\frac{ab}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_{c} y dy$$
(5.9)

Para o caso considerado, ou seja, concreto não-reforçado, admitindo-se o concreto homogêneo e exposto à temperatura ambiente, as equações (5.8) e (5.9) resultam nas equações apresentadas em (5.10).

$$\begin{cases} N = \frac{b}{2} \left[ (\alpha + 1) \sigma_t + (1 - \alpha) \sigma_c \right] \\ M = -\frac{b^2}{8} \left[ (\alpha^2 - 1) \sigma_t + (1 - \alpha^2) \sigma_c \right] \end{cases}$$
(5.10)

Os valores máximos suportáveis para o esforço normal são obtidos quando o parâmetro  $\alpha$  vale 1 e -1, que implica na seção completamente tracionada e comprimida, respectivamente. Já a carga máxima suportável de momento fletor é obtida quando  $\alpha$  é igual a 0.

As equações (5.11) estabelecem os valores do esforço normal e momento fletor para diferentes posições da linha neutra, os quais estão marcados no diagrama de interação apresentado na Figura 5.7.

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 \quad \rightarrow \quad N = N_0^{\ t} = \sigma_t b, \quad M = 0 \\ \alpha &= -1 \quad \rightarrow \quad N = N_0^{\ c} = \sigma_c b, \quad M = 0 \\ \alpha &= 0 \quad \rightarrow \quad N = \frac{b}{2} (\sigma_t + \sigma_c), \quad |M| = M_0 = \frac{b^2}{8} (\sigma_t - \sigma_c) \\ \alpha &= \alpha_c = \frac{\sigma_t + \sigma_c}{\sigma_c - \sigma_t} \quad \rightarrow \quad N = 0, \quad |M| = \frac{b^2}{8} \left[ (\sigma_c - \sigma_t) \left( -1 + \left( \frac{\sigma_t + \sigma_c}{\sigma_c - \sigma_t} \right)^2 \right) \right] \end{aligned}$$
(5.11)

A partir das equações (5.11), com a eliminação da variável  $\alpha$ , obtém-se o critério de resistência da seção:

$$f(N,M) \le 0$$

$$f(N,M) = \left|\frac{M}{M_0}\right| + \left[\frac{N - \left(N_0^{t} + N_0^{c}\right)/2}{\left(N_0^{t} - N_0^{c}\right)/2}\right]^2 - 1$$
(5.12)



Figura 5.7: diagrama de interação (*N*,*M*) da seção de concreto simples.

A curva formada pela função (5.12) corresponde ao diagrama de interação da seção de concreto, quando solicitada por esforço normal e momento fletor conjuntamente (Figura 5.7). Os dois arcos de parábola, simétricos em relação ao eixo correspondente ao esforço normal, descrevem a superfície de ruptura da seção retangular, determinando o domínio  $K_0$ , que contém todos os conjuntos (*N*, *M*) de solicitações admissíveis para uma seção de concreto simples.

$$K_{0} = \{(N, M) \text{ suportáveis}\}$$

$$(N, M) \in K_{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \exists \underline{\sigma} \text{ E.A. com } (N, M) \\ f(\underline{\sigma}) \leq 0 \end{cases}$$
(5.13)

## 5.2 CONCRETO REFORÇADO COM ARMADURA INFERIOR

Para o caso da seção reforçada na direção longitudinal, avalia-se inicialmente reforço de armadura inferior apenas, através da consideração de uma barra de armadura, conforme ilustrado na Figura 5.8.



Figura 5.8: geometria do modelo de concreto com armadura inferior (a) e posição da linha neutra (b).

Além das considerações já adotadas para a seção de concreto simples (seção 5.1), adiciona-se, neste caso, uma parcela referente às tensões na armadura. A tensão no aço é definida pela força *n*, conforme expresso em (5.14).

$$-n_0 \le n \le n_0 \tag{5.14}$$

onde  $n_0$  corresponde à resistência à tração e à compressão do aço.

A partir da abordagem adotada para a seção de concreto simples, adiciona-se ao resultado anterior (5.10) a parte que se refere ao esforço na armadura.

$$\begin{cases} N = \frac{b}{2} \left[ (\alpha + 1)\sigma_t + (1 - \alpha)\sigma_c \right] + n \\ M = -\frac{b^2}{8} \left[ (\alpha^2 - 1)\sigma_t + (1 - \alpha^2)\sigma_c \right] - c.n \end{cases}$$
(5.15)

Novamente, para a formulação do critério de resistência da seção, elimina-se a variável  $\alpha$  das equações (5.15). Nota-se que o diagrama de interação é obtido através de uma translação do domínio  $K_0$  (5.10) pelos vetores ( $n_0$ ,  $c.n_0$ ) e ( $-n_0$ ,  $-c.n_0$ ), resultando em um envelope convexo, que constitui o novo domínio  $K_0$ ' (5.15).

A Figura 5.9 mostra os diagramas para diferentes esforços *n* na armadura, até que se atinja os limites  $-n_0 e n_0$ , formando o novo domínio  $K_0$ '. Já a Figura 5.10 apresenta as translações que ocorrem no domínio  $K_0$  com os valores limites dos esforços na armadura, cujo contorno resulta no domínio  $K_0$ ', indicando os modos de ruptura da seção, e onde *NR* corresponde ao diagrama da seção de concreto não reforçada.

$$N - n = \frac{b}{2} \Big[ (\alpha + 1)\sigma_t + (1 - \alpha)\sigma_c \Big]$$
  
$$M + c.n = -\frac{b^2}{8} \Big[ (\alpha^2 - 1)\sigma_t + (1 - \alpha^2)\sigma_c \Big] \Big\} \in K_0$$
(5.16)

$$(N,M) \in K_0' \Leftrightarrow \begin{cases} \exists n \in [-n_0, n_0] \\ (N-n, M-(-c.n)) \in K_0 \end{cases}$$
(5.17)



Figura 5.9: translação do domínio  $K_0$  ao domínio  $K_0$ '.



Figura 5.10: diagrama de interação (N, M) da seção de concreto com armadura inferior.

No modo 1 de ruptura, a tensão que atua na armadura não atinge o seu limite de resistência. Ocorre, portanto, somente a ruptura da seção de concreto, conforme a Figura 5.11.



Figura 5.11: modo 1 de ruptura.

O modo 2 de ruptura corresponde à ruptura da seção de concreto e da armadura em tração, conforme ilustrado na Figura 5.12.



Figura 5.12: modo 2 de ruptura.

# 5.3 CONCRETO REFORÇADO COM ARMADURA SUPERIOR E INFERIOR SIMÉTRICAS

Nesta seção serão avaliadas estruturas de painéis compostas por concreto reforçadas em suas duas extremidades. Será avaliada a situação para temperatura ambiente e para a situação em temperaturas elevadas.

## 5.3.1 Estrutura em condições de temperatura ambiente

Considera-se para a modelagem a viga de concreto com seção retangular, com um esforço axial (N) e um momento fletor (M) agindo simultaneamente, conforme ilustrado na Figura 5.13, reforçada com armadura superior e inferior. Esta estrutura está exposta a temperatura ambiente, considerada igual a 20 °C neste trabalho.



Figura 5.13: geometria do modelo de concreto com armadura inferior e superior (a) e posição da linha neutra (b).

O esforço normal e o momento fletor são determinados a partir das equações (5.18) e (5.19), respectivamente.

$$N = \int_{-b/2}^{ab/2} \sigma_t dy + \int_{ab/2}^{b/2} \sigma_c dy + n_0 \left(c < a \frac{b}{2}\right) - n_0 \left(c > a \frac{b}{2}\right)$$
(5.18)

$$M = -\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{ab}{2}} \sigma_t \cdot y \, dy - \int_{\frac{ab}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_c \cdot y \, dy - c \cdot n_0 \left(c < \alpha \frac{b}{2}\right) + c \cdot n_0 \left(c > \alpha \frac{b}{2}\right)$$
(5.19)

$$\begin{cases} N = \frac{b}{2} \Big[ (\alpha + 1) \sigma_t + (1 - \alpha) \sigma_c \Big] + n_0 \Big( c < \alpha \frac{b}{2} \Big) - n_0 \Big( c > \alpha \frac{b}{2} \Big) \\ M = -\frac{b^2}{8} \Big[ (\alpha^2 - 1) \sigma_t + (1 - \alpha^2) \sigma_c \Big] - c.n_0 \Big( c < \alpha \frac{b}{2} \Big) + c.n_0 \Big( c > \alpha \frac{b}{2} \Big) \end{cases}$$
(5.20)

Excluindo-se a variável  $\alpha$  das equações acima, é possível encontrar uma relação entre  $N \in M$ , que resulta no diagrama de interação da seção. Como a variável  $n_0$  depende de  $\alpha$ , limita-se os seus valores para cada intervalo (5.21)

$$\begin{cases} c > \alpha \frac{b}{2} & n_0 = -n_0 \\ c < \alpha \frac{b}{2} & n_0 = +n_0 \end{cases}$$
(5.21)

Os valores máximos de tração e compressão são obtidos quando  $\alpha$  igual a 1 e -1, respectivamente, conforme expresso em (5.22).

$$N_0^{\ t} = b.\sigma_t + 2n_0, \qquad M = 0$$
  

$$N_0^{\ c} = b.\sigma_c - 2n_0, \qquad M = 0$$
(5.22)

O valor máximo de momento fletor é obtido quando  $\alpha$  igual 0 (5.23).

$$M_{0} = -\frac{b^{2}}{8} (\sigma_{c} - \sigma_{t}) + 2c.n_{0}$$
(5.23)

Além destes casos limites, quando o momento é máximo e mínimo, três outras situações podem ser identificadas com relação à posição da linha neutra: acima da armadura superior, entre as armaduras superior e inferior, e abaixo da armadura inferior.

Para o primeiro caso, quando a linha neutra de seção se encontra abaixo da armadura inferior, os valores de  $\alpha$  são limitados em  $\alpha \leq -2c$ . Este caso corresponde à ruptura da seção de concreto e das armaduras superior e inferior em compressão, conforme ilustrado na Figura 5.14.



Figura 5.14: caso 1 – linha neutra abaixo da armadura inferior

Para este caso, o esforço normal e o momento fletor são dados pelas equações (5.24) e (5.25).

$$N = \frac{b}{2} \left[ \left( \alpha + 1 \right) \sigma_t + (1 - \alpha) \sigma_c \right] - n_0 - n_0$$
(5.24)

$$M = -\frac{b^2}{8} \left[ \left( \alpha^2 - 1 \right) \sigma_t + (1 - \alpha^2) \sigma_c \right] - n_0 c - n_0 (-c)$$
(5.25)

Eliminando-se a variável  $\alpha$  das equações (5.24) e (5.25), obtém-se a equação (5.26).

$$\frac{M}{-M_0 + 2c.n_0} + 1 = \left(\frac{2N + 4n_0 - N_0^{\ t} - N_0^{\ c}}{N_0^{\ t} - N_0^{\ c} - 4n_0}\right)^2$$
(5.26)

A expressão encontrada em (5.26) é válida apenas para (5.27)

$$\alpha = \frac{2(N+2n_0)}{b(\sigma_t - \sigma_c)} - \frac{(\sigma_t + \sigma_c)}{(\sigma_t - \sigma_c)} \le -2c/b$$
(5.27)

No gráfico apresentado na Figura 5.15, a linha contínua corresponde ao desenho do intervalo válido, enquanto a tracejada corresponde ao domínio que inclui todos os valores de  $\alpha$  possíveis.



Figura 5.15: diagrama de interação (N, M) para o caso 1

Para o segundo caso, os valores de  $\alpha$  são limitados a  $-2c/b \le \alpha \le 2c/b$ , ou seja, a linha neutra encontra-se entre as armaduras superior e inferior. Assim, ocorre a ruptura da seção de concreto e da armadura superior em compressão, e a inferior, em tração, conforme mostra a Figura 5.16.



Figura 5.16: caso 2 – linha neutra entre as armaduras superior e inferior.

As expressões para o esforço normal e o momento fletor são apresentadas em (5.28) e (5.29).

$$N = \frac{b}{2} \left[ \left( \alpha + 1 \right) \sigma_t + (1 - \alpha) \sigma_c \right] - n_0 + n_0$$
(5.28)

$$M = -\frac{b^2}{8} \left[ \left( \alpha^2 - 1 \right) \sigma_t + (1 - \alpha^2) \sigma_c \right] + n_0 c + n_0 c$$
(5.29)

Unindo as equações (5.28) e (5.29) através da eliminação da variável  $\alpha$ , obtém-se a equação (5.30).

$$\frac{M - 2cn_0}{-M_0 + 2c.n_0} + 1 = \left(\frac{2N - N_0^{\ t} - N_0^{\ c}}{N_0^{\ t} - N_0^{\ c} - 4n_0}\right)^2$$
(5.30)

A expressão encontrada em (5.30) é válida apenas para (5.31).

.

$$-2c/b \le \alpha = \frac{2N}{b(\sigma_t - \sigma_c)} - \frac{(\sigma_t + \sigma_c)}{(\sigma_t - \sigma_c)} \le 2c/b$$
(5.31)

A Figura 5.17 apresenta o diagrama de interação para o caso acima. A linha contínua corresponde ao desenho do intervalo válido, enquanto a tracejada corresponde ao domínio que inclui todos os valores de  $\alpha$  possíveis.



Figura 5.17: diagrama de interação (N, M) para o segundo caso.

Para o terceiro caso, os valores de  $\alpha$  são limitados em  $\alpha \ge 2c/b$ , o que corresponde à linha neutra posicionada acima da armadura superior, conforme a Figura 5.18. Neste caso, ocorre a ruptura da seção de concreto e das armaduras, tanto superior quanto inferior, em tração.



Figura 5.18: caso 3 – linha neutra acima da armadura superior

Para este caso, o esforço normal e o momento fletor são dados pelas equações (5.32) e (6.33).

$$N = \frac{b}{2} \left[ \left( \alpha + 1 \right) \sigma_t + (1 - \alpha) \sigma_c \right] + n_0 + n_0$$
(5.32)

$$M = -\frac{b^2}{8} \left[ \left( \alpha^2 - 1 \right) \sigma_t + (1 - \alpha^2) \sigma_c \right] + n_0 c + n_0 (-c)$$
(5.33)

Eliminando-se a variável  $\alpha$  das equações (5.32) e (5.33), obtém-se a equação (5.34).

$$\frac{M}{-M_0 + 2c.n_0} + 1 = \left(\frac{2N - 4n_0 - N_0^{\ t} - N_0^{\ c}}{N_0^{\ t} - N_0^{\ c} - 4n_0}\right)^2$$
(5.34)

A expressão encontrada em (5.34) é válida apenas para (5.35)

$$\alpha = \frac{2(N-2n_0)}{b(\sigma_t - \sigma_c)} - \frac{(\sigma_t + \sigma_c)}{(\sigma_t - \sigma_c)} \ge \frac{2c}{b}$$
(5.35)

No gráfico apresenta na Figura 5.19, a linha contínua corresponde ao desenho do intervalo válido, enquanto a tracejada corresponde ao domínio que inclui todos os valores de α possíveis.



Figura 5.19: diagrama de interação (N, M) para o caso 3

Unindo os três gráficos e domínios de  $\alpha$ , e considerando também a solicitação de momento fletor no sentido oposto ao exemplificado (momento negativo), obtém-se o diagrama de interação da Figura 5.20. Este diagrama corresponde ao domínio de solicitações de esforço normal e momento fletor suportáveis para estruturas de concreto com armaduras superior e inferior, considerando-se a temperatura ambiente.



Figura 5.20: diagrama de interação (N, M) para seção de concreto com armadura superior e inferior em temperatura ambiente.

As equações (5.36) apresentam a expressões para cada intervalo do esforço normal, para a construção do diagrama de interação.

$$\left(N,M\right) \in K \leftrightarrow \begin{cases} \frac{M}{-M_0 + 2c.n_0} + 1 = \left(\frac{2N - 4n_0 - N_0^{\ t} - N_0^{\ c}}{N_0^{\ t} - N_0^{\ c} - 4n_0}\right)^2 & N_0^{\ c} \leq N \leq N_1 \\ \frac{M - 2c.n_0}{-M_0 + 2c.n_0} + 1 = \left(\frac{2N - N_0^{\ t} - N_0^{\ c}}{N_0^{\ t} - N_0^{\ c} - 4n_0}\right)^2 & N_1 \leq N \leq N_2 \\ \frac{M}{-M_0 + 2c.n_0} + 1 = \left(\frac{2N + 4n_0 - N_0^{\ t} - N_0^{\ c}}{N_0^{\ t} - N_0^{\ c} - 4n_0}\right)^2 & N_2 \leq N \leq N_0^{\ t} \end{cases}$$
(5.36)

sendo

$$N_1 = -2n_0 + b\frac{\left(\sigma_t + \sigma_c\right)}{2} - c\left(\sigma_t - \sigma_c\right)$$
(5.37)

$$N_2 = 2n_0 + b\frac{(\sigma_t + \sigma_c)}{2} + c(\sigma_t - \sigma_c)$$
(5.38)

#### 5.3.1.1 Diagrama de interação considerando as recomendações da NBR 6118:2014

Avaliando-se a mesma configuração geométrica analisada na seção anterior, obtém-se, nesta seção, o diagrama de interação (*N*, *M*) considerando-se as recomendações da NBR 6118:2014, que determina que o estado limite último ocorre quando o diagrama de deformações da seção apresenta o encurtamento máximo do concreto  $\varepsilon_c=3,5\%$ ) ou o alongamento excessivo da armadura  $\varepsilon_s=10\%$ . As tensões são então obtidas através dos gráficos de tensão-deformação de cada material, e integradas ao longo da altura da seção, entre -b/2 e b/2, de forma semelhante aos procedimentos detalhados nas seções anteriores. Para o concreto em compressão, utiliza-se o diagrama parábola-retângulo (Figura 5.21). Já para o aço, as tensões são obtidas por meio do diagrama elástico-perfeitamente plástico (Figura 5.22).



Figura 5.21: diagrama tensão-deformação para o concreto (ABNT, 2014).



Figura 5.22: diagrama tensão-deformação para o aço (ABNT, 2014).

A Figura 5.23 apresenta o gráfico de interação (*N*, *M*) para a seção retangular, na qual a linha representa a solução para uma seção de concreto reforçada com armadura superior e inferior e a linha tracejada os resultados obtidos através das recomendações da NBR 6118:2014.



Esforço normal (MN)

Figura 5.23: diagramas de interação para comparação da solução com as considerações do item 5.3.1 com as recomendações da NBR 6118:2014.

Percebe-se que os pontos obtidos através do dimensionamento feito de acordo com a NBR 6118:2014 estão bastante próximos ao diagrama de interação obtido através da análise limite. Há algumas regiões com pequenas diferenças, onde a norma brasileira é ligeiramente mais conservadora. Isto ocorre pois, nas recomendações da NBR 6118:2014, a resistência do aço não é completamente mobilizada (domínio 4 de deformações) devido à metodologia dos pivôs

abordada pela norma, baseada no raciocínio sobre as deformações, que limita os valores da deformação do aço, limitando também o valor de tensão.

### 5.3.2 Estrutura submetida a elevadas temperaturas

Quando o painel de concreto armado está exposto ao incêndio, são geradas tensões termomecânicas. Porém, como as cargas limites não são influenciadas pelas características elásticas, considera-se que a única influência do incêndio no diagrama de interação será a degradação das propriedades mecânicas e térmicas do aço e do concreto, conforme apresentado no Capítulo 2.



Figura 5.24: geometria da viga considerada de concreto com armadura superior e inferior exposta ao incêndio

Considerando que a seção apresentada na Figura 5.24 está exposta ao incêndio padrão, definido pela curva nominal de incêndio ISO 834:1975 (Capítulo 2), na borda inferior (y = -b/2), e o fluxo de calor na seção é unidirecional em y, o campo de temperaturas em um determinado instante de tempo dependerá apenas da coordenada y (5.39) (Figura 5.25).

$$\theta(x, y, z) = \theta(y) \tag{5.39}$$



Figura 5.25: distribuição da temperatura ao longo da seção.

No presente estudo, o problema térmico será modelado no *software* Mecway (2018) a fim de obter a distribuição de temperatura na seção em cada instante. A partir dos gradientes térmicos obtidos numericamente, encontram-se os coeficientes de redução da resistência ( $k_{c,\theta}$ ,  $k_{t,\theta}$ ,  $k_{y,\theta}$ ) definidos por norma, os quais são funções decrescentes com o aumento de temperatura. Assim, é possível determinar o limite de tensão em cada ponto da seção (5.40), o qual é função de uma temperatura que depende da posição na espessura do painel, o que modifica também o diagrama de interação. Na abordagem anterior, considerando temperatura constante ambiente, estes parâmetros permaneciam constantes.

$$\sigma_{c}(y) = k_{c,\theta}(\theta(y))\sigma_{c}$$

$$\sigma_{t}(y) = k_{t,\theta}(\theta(y))\sigma_{t}$$

$$n_{0}(y) = k_{y,\theta}(\theta(y))n_{0}$$
(5.40)

Com a distribuição de tensões da seção, é possível obter a força axial resultante (N) e o momento fletor (M), através da integração ao longo da seção, conforme o raciocínio já empregado nas seções anteriores. Os valores de  $N \in M$  obtidos formam o conjunto de solicitações que podem ser equilibradas pela distribuição de tensões na seção, definindo o domínio  $K_{\theta}$ . As solicitações limites do domínio  $K_{\theta}$  definem o diagrama de interação.

As equações para o cálculo do esforço normal e do momento fletor definidas em (5.19) e (5.20) são utilizadas para traçar o novo diagrama de interação. Neste caso, *N* e *M* são obtidos a partir das expressões (5.41) e (5.42), sendo os valores relativos às resistências alterados, conforme definido em (5.40).

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

$$N = \int_{-b_{2}}^{ab_{2}} \sigma_{t}(y) dy + \int_{ab_{2}}^{b_{2}} \sigma_{c}(y) dy + \sum n_{0} \left(c < a \frac{b_{2}}{2}\right) - \sum n_{0} \left(c > a \frac{b_{2}}{2}\right)$$
(5.41)

$$M = -\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{ab}{2}} \sigma_{t}(y) \cdot y \, dy - \int_{\frac{ab}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_{c}(y) \cdot y \, dy - \sum c \cdot n_{0} \left(c < \alpha \frac{b}{2}\right) + \sum c \cdot n_{0} \left(c > \alpha \frac{b}{2}\right) \tag{5.42}$$

# 5.4 O PROBLEMA TÉRMICO

Um dos principais objetivos na análise térmica é determinar a distribuição de temperaturas  $\theta$  em um meio, com base nas condições de contorno impostas, de maneira que se possa conhecer a temperatura em qualquer ponto. Para que se possa encontrar o campo de temperaturas analiticamente é necessário resolver a equação do calor (5.43).

$$div(k\nabla\theta(x, y, z)) + r = \rho c \frac{\partial\theta}{\partial t}$$
(5.43)

onde *k* é a condutividade térmica,  $\theta$  é o campo de temperaturas, *r* corresponde ao calor interno gerado.  $\rho$  é a massa específica, *c* é o calor específico e *t* é o tempo considerado. A equação (5.43) é a homóloga da equação (4.28), formulada no caso de condutividade constante.

Para definir o problema térmico ao longo da espessura da seção plana, apresenta-se para o caso geral o modelo ilustrado na Figura 5.26.



Figura 5.26: o problema térmico generalizado.

### 5.4.1 Ilustração analítica

Antes da resolução numérica do problema térmico, definido por (5.43), junto com as condições de contorno térmicas, ilustra-se a seguir as equações governando a evolução da temperatura na seção, com as propriedades térmicas k,  $\rho$  e c constantes no espaço e no tempo.

Considerando o material homogêneo e as suas propriedades térmicas constantes, ou seja, independentes da temperatura, e desconsiderando a geração interna de calor, a equação do calor pode ser simplificada à equação (5.44).

$$div\left(\nabla\theta(x, y, z)\right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial\theta(x, y, z)}{\partial t}$$
(5.44)

onde  $\alpha$  é a difusividade térmica, dada por (5.45).

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \tag{5.45}$$

Para um caso geral, a equação do equilíbrio térmico interno (5.43) é uma equação diferencial de segunda ordem em relação às coordenadas espaciais, sendo necessário fornecer duas condições de contorno para cada coordenada espacial. Em relação ao tempo, é uma equação de primeira ordem em relação ao tempo, devendo ser especificada, e uma condição em relação ao tempo, chamada de condição inicial.

Como condição inicial, impõe-se que a distribuição de temperaturas na seção no instante inicial (quando t=0) é uma função previamente conhecida (5.46).

$$\theta(\underline{x}, t=0) = \theta_0(\underline{x}) \tag{5.46}$$

onde  $\theta_0$  corresponde à distribuição de temperaturas no instante t=0; <u>x</u> é o vetor posição.

No contexto da modelagem do painel como uma viga, nas faces laterais localizadas em  $z = \pm a/2$ , conforme a Figura 5.26, aplicam-se as condições de contorno apresentadas em (5.47).

$$\underline{q}.\underline{n} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial\theta}{\partial y} = 0 \tag{5.47}$$

onde  $\underline{q}$  corresponde ao vetor fluxo de calor e  $\underline{n}$  é o vetor unitário normal à superfície que recebe o fluxo de calor.

Para o caso estudado, a troca de calor ocorre apenas na direção do eixo y. Assim, deve-se impor condições de contorno também nas faces  $y = \pm b/2$ . Conforme Lienhard (2000), há três tipos de condições de contorno normalmente encontrados nos processos de transferência de calor, listadas a seguir.

a) Condição de Dirichlet, ou condição de contorno de primeira espécie: a temperatura fixa  $\theta_{\Omega}$  é definida na superfície da região  $\Omega$ , para t > 0 (5.48).

$$\theta = \theta_{\Omega} \tag{5.48}$$

b) Condição de Neumann ou condição de contorno de segunda espécie: neste caso, o fluxo de calor pode ser prescrito na superfície  $\Omega$  do corpo (5.49). Isto ocorre quando se define um fluxo de calor fixo  $q_{\Omega}$  na superfície, que está relacionado ao gradiente de temperatura na superfície pela lei de Fourier (4.19), da seguinte maneira:

$$\underline{q}.\underline{n} = q_{\Omega} \tag{5.49}$$

Sendo

$$q_{\Omega} = k \frac{\partial \theta(x, y, z)}{\partial n}$$
(5.50)

onde *n* é o eixo correspondente ao vetor normal à superfície  $\Omega$ .

c) Condição de contorno de terceira espécie: esta condição é a mais encontrada na prática e é baseada no balanço de energia na superfície. Ocorre normalmente quando há transferência de calor por convecção na superfície. Assim, a condução de calor no meio em uma direção será igual à convecção na superfície na mesma direção (5.51).

$$-k\frac{\partial\theta}{\partial n}\Big|_{\Omega} = h\big(\theta_{\Omega} - \theta_{ext}\big)$$
(5.51)

onde *h* é o coeficiente de convecção,  $\theta_{\Omega}$  é a temperatura na superfície,  $\theta_{ext}$  é a temperatura do ambiente externo.

A troca de calor na superfície também pode acontecer por radiação. Neste caso, a transferência de calor por condução será igual à troca de calor por radiação na superfície, considerando a mesma direção (5.52).

$$-k\frac{\partial\theta}{\partial n}\Big|_{\Omega} = \varepsilon.\sigma\left(\theta_{\Omega}^{4} - \theta_{ext}^{4}\right)$$
(5.52)

onde  $\varepsilon$  é a emissividade e  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann.

Caso se tenha transferência de calor tanto por convecção quanto por radiação, o fluxo do calor é igual à soma das duas parcelas (5.53).

$$\underline{q}.\underline{n} = h(\theta_{\Omega} - \theta_{ext}) + \varepsilon.\sigma(\theta_{\Omega}^{4} - \theta_{ext}^{4})$$
(5.53)

Para ilustrar a distribuição de temperaturas ao longo da espessura do elemento de painel, considerando o modelo de viga, utiliza-se como base o esquema apresentado na Figura 5.27. A equação da temperatura é encontrada analiticamente, e para que se possa aplicá-la, as temperaturas ambiente e do fogo,  $\theta_a e \theta_f$ , respectivamente, são consideradas constantes. Neste exemplo se aplica a condição de contorno de terceira espécie, que considera o fluxo de calor nas faces ocasionado por convecção.



Figura 5.27: problema térmico de convecção de calor considerado na determinação da temperatura ao longo do modelo de viga.

Para o caso estudado, embora se considere troca de calor por convecção em ambas as faces expostas, o problema não é classificado como homogêneo uma vez que, em uma das faces, há transferência de calor por convecção devido ao fogo. Na outra face, há também convecção de calor, porém a mesma está sendo aquecida por condução para a temperatura ambiente. Estas são, portanto, as condições de contorno do problema (5.54).

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ -k \frac{\partial \theta}{\partial y} + h_f \left( \theta - \theta_f \right) = 0 \quad \text{em } y = 0, \ t > 0 \\ k \frac{\partial \theta}{\partial y} + h_a \left( \theta - \theta_a \right) = 0 \quad \text{em } y = b, \ t > 0 \\ \theta(y) = \theta_0(y) \quad \text{em } t = 0 \rightarrow \text{condição inicial} \end{cases}$$
(5.54)

onde  $h_f$  e  $h_a$  correspondem aos coeficientes de convecção nas faces expostas à temperatura do fogo  $\theta_f$  e à temperatura ambiente  $\theta_a$ , respectivamente.

Quando o problema diferencial de condução de calor é não-homogêneo, ele pode ser dividido em problemas mais simples, resolvidos através do método da separação de variáveis. Uma possibilidade de análise, segundo Özisik (1993), é a resolução do problema em duas etapas: um problema no estado estacionário definido pela temperatura  $\theta_s(y)$ , e um problema homogêneo e dependente do tempo definido pela temperatura  $\theta_h(y,t)$ . Considera-se primeiramente o regime estacionário, definido por (5.55).

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial y^2} = 0\\ -k \frac{\partial \theta_s}{\partial y} + h_f \left(\theta_s - \theta_f\right) = 0\\ k \frac{\partial T_s}{\partial y} + h_a \left(\theta_s - \theta_a\right) = 0 \end{cases}$$
(5.55)

Já o problema homogêneo para  $\theta_h(y,t)$  é definido por (5.56).

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta_h}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta_h}{\partial y} \\ \theta_h = 0 \qquad \text{em } y = 0 \quad e \quad y = b, \quad t > 0 \\ \theta_h = \theta_0 \left( y \right) - \theta_s \left( y \right) = f \left( y \right) \qquad \text{em } t = 0 \end{cases}$$
(5.56)

A solução do problema original (5.54) é dada por (5.57) (ÖZISIK, 1993).

$$\theta(y,t) = \theta_s(y) + \theta_h(y,t)$$
(5.57)

Aplicando as condições de contorno de ambos os problemas no estado estacionário e no estado homogêneo, obtém-se as soluções para ambos os casos, apresentadas em (5.58) e (5.59), respectivamente (ÖZISIK, 1993).

$$\theta_{s}(y) = \left(\theta_{f} - \frac{1}{Bi_{f} \cdot \gamma} \left(\theta_{f} - \theta_{a}\right)\right) - \frac{1}{\gamma \cdot b} \left(\theta_{f} - \theta_{a}\right) y$$
(5.58)

$$\theta_h(y,t) = \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha \cdot \beta_m^2 \cdot t} \frac{1}{N(\beta_m)} X(\beta_m \cdot y) \int_0^b X(\beta_m \cdot y) f(y) dy$$
(5.59)

onde *b* é a espessura da viga considerada. O valor do coeficiente  $\gamma$  é dado através da equação (5.60).

$$\gamma = b \left( \frac{1}{Bi_a} + 1 + \frac{1}{Bi_f} \right) \tag{5.60}$$

Os valores  $Bi_a$  e  $Bi_f$  correspondem aos números de Biot para a face exposta à temperatura ambiente e para a face exposta ao fogo, respectivamente (5.61) e (5.62).

$$Bi_a = \frac{h_a b}{k} \tag{5.61}$$

$$Bi_f = \frac{h_f b}{k} \tag{5.62}$$

Os valores de  $X(\beta_m y)$  e  $\frac{1}{N(\beta_m)}$  são apresentados em (5.63) e (5.64) (ÖZISIK, 1993).

$$X(\beta_m y) = \beta_m \cos(\beta_m y) + H_f sen(\beta_m y)$$
(5.63)

$$\frac{1}{N(\beta_m)} = 2 \left[ \left(\beta_m^2 + H_f^2\right) \left(b + \frac{H_a}{\beta_m^2 + H_a^2}\right) + H_a \right]^{-1}$$
(5.64)

onde

$$H_a = \frac{h_a}{k} \tag{5.65}$$

$$H_f = \frac{h_f}{k} \tag{5.66}$$

e os valores  $\beta_m$  são as raízes positivas de (5.67) (ÖZISIK, 1993).

$$\tan\left(\beta_{m}L\right) = \frac{\beta_{m}\left(H_{f} + H_{a}\right)}{\beta_{m}^{2} - H_{f}H_{a}}$$
(5.67)

O gráfico que ilustra a distribuição de temperaturas  $\theta(y,t)$  ao longo da espessura da seção, para diferentes tempos de exposição, é obtido com o auxílio do *software* MATLAB (Figura 5.28). A Tabela 5.1 apresenta os parâmetros utilizados para o exemplo apresentado na Figura 5.28. A condição inicial de temperatura  $\theta_0(y)$  foi considerada igual à temperatura ambiente, com o valor de 20 °C.

Tabela 5.1: parâmetros utilizados na análise.

Espessura da viga (b)	0,15 m
Temperatura ambiente ( $\theta_a$ )	20 °C
Temperatura do fogo ( $\theta_f$ )	1200 °C
Coeficiente de convecção da face exposta ao fogo $(h_f)$	25 W/m²°C
Coeficiente de convecção da face exposta à temperatura ambiente $(h_a)$	4 W/m²°C
Difusividade térmica do concreto ( $\alpha$ )	1,05 x 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s
Condutividade térmica do concreto (k)	1,75 W/m°C



Figura 5.28: distribuição da temperatura ao longo da seção obtida analiticamente.

## 5.4.2 Solução numérica por elementos finitos

Para que seja possível definir o diagrama de interação em função da temperatura, o primeiro passo é encontrar a distribuição de temperaturas ao longo do tempo na seção. Esta distribuição pode ser encontrada de maneira analítica, como foi apresentado anteriormente, ou através do uso de uma ferramenta computacional que simule transferências térmicas. Neste trabalho, utiliza-se o *software* Mecway (2018) para a obtenção do perfil de temperaturas.

Mecway (2018) é um programa de análise de elementos finitos, com foco em simulação mecânica e térmica, como análise de tensões, vibração e fluxo de calor. A análise térmica transiente resulta em um campo de temperatura na estrutura analisada, apresentando sua distribuição ao longo do tempo. Além disso, a análise térmica usa um único grau de liberdade de temperatura para cada nó. Todos os tipos de análise térmica são em 3D, porém é possível fazer um modelo 2D usando elementos de casca de qualquer espessura. O elemento utilizado para a análise térmica transiente, sugerido por Mecway (2018), é o *quad4*, um elemento de casca de quatro nós.

O *software* permite aplicar condições de contorno de fluxo de convecção e radiação, além de permitir a inserção das variáveis térmicas (massa específica e calor específico) variando conforme a temperatura à qual estão expostas. Como o programa não permite variar a massa

específica, arbitra-se a mesma com o valor igual a 1 kg/m<sup>3</sup>, e a sua variação é então considerada junto ao calor específico. A temperatura à qual a face inferior (exposta ao fogo) submetida também pode ser variável com o tempo, tornando possível o uso da curva padrão de incêndio ISO 834.

Para ilustrar a influência da temperatura no diagrama de interação para os diferentes casos estudados da estrutura (concreto não-reforçado, com armadura inferior e com armadura inferior e superior), utiliza-se como exemplo a seção apresentada na Figura 5.27, com 10 barras de armadura nas camadas inferior e superior, a 3 cm da borda. O material utilizado será o concreto C30, cujo valor de resistência à compressão é de 30 MPa, e a resistência à tração média equivale a 2,9 MPa. Para as armaduras, utiliza-se aço CA-50, com tensão de escoamento igual a 500 MPa, diâmetro de 6,3 mm. Os parâmetros inseridos no programa estão apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: parâmetros utilizados na análise numérica

Coeficiente de convecção da face exposta ao fogo	25 W/m <sup>2</sup> °C
Coeficiente de convecção da face exposta à temperatura ambiente	4 W/m²°C
Emissividade da face exposta ao fogo	0,7
Emissividade da face exposta à temperatura ambiente	0,4

Para cada caso avaliado (concreto não-reforçado, com armadura inferior e com armadura inferior e superior), foram estudados três tempos de exposição ao fogo: 60 min, 90 min e 120 min. Além disso, o painel está incialmente exposto a uma temperatura de 20 °C.

O *software* Mecway (2018) permite exportar os valores de temperatura em cada nó dos elementos finitos empregados através de tabelas, sendo possível traçar o perfil de temperatura em função da posição na seção, para diferentes tempos de exposição. Os gráficos apresentados na Figura 5.29 mostram o perfil de temperaturas para o concreto não-reforçado (a), concreto com armadura inferior (b) e concreto com armadura inferior e superior (c).



Figura 5.29: perfil de temperaturas para os tempos de 60, 90 e 120 minutos para (a) seção de concreto simples, (b) concreto com armadura inferior e (c) concreto com armadura superior e inferior.

A Figura 5.30 (a) mostra uma comparação entre dois perfis de temperaturas na seção de concreto com armadura inferior, um passando pela armadura ( $P_1$ ) e outro passando apenas na região do concreto ( $P_2$ ), para o tempo de exposição de 120 minutos. Já em 5.30 (b), apresentase uma comparação entre os perfis de temperatura  $P_2$  e o perfil da seção de concreto simples, sem armaduras ( $P_3$ ). Observa-se que, numa visão global da estrutura, as barras de armadura não têm grande influência na distribuição da temperatura ao longo da seção.



Figura 5.30: perfil de temperaturas para o tempo de 120 minutos para (a) seção com armaduras e (b) seção de concreto simples.

Sendo a temperatura variável ao longo da seção do modelo de viga e a resistência dos matérias constituintes dependentes da temperatura, a seção passa a exibir uma distribuição de tensões resistentes diferentes da seção exposta à temperatura ambiente, de modo que a resistência passa a ser variável com a posição na seção. As Figuras 5.31, 5.32 e 5.33, apresentam os diagramas de interação modificados para os tempos de exposição analisados, para seção de concreto simples, com armadura inferior e com armadura inferior e superior, respectivamente.



Figura 5.31: diagramas de interação para seção de concreto simples para os tempos de exposição distintos.



Figura 5.32: diagramas de interação para seção de concreto com armadura inferior.



Figura 5.33: diagramas de interação para seção de concreto com armaduras inferior e superior.

Como é observado, com o aumento do tempo de exposição ao fogo, o que implica também no aumento da temperatura do painel, o diagrama de interação é reduzido significativamente, principalmente na sua parte inferior. Isto se deve ao fato de que apenas a sua face inferior está

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

exposta ao fogo, fazendo com que a degradação das propriedades nessa região seja maior, diminuindo consideravelmente a sua resistência.

Além do encolhimento do diagrama, observa-se também que há uma rotação do mesmo. Isto ocorre pois, quando exposto à temperatura ambiente, todos os pontos da seção têm a mesma resistência à tração e à compressão. A partir do momento em que a temperatura se eleva de maneira não-uniforme, as resistências ao longo da seção começam a ser diferentes, pois dependem da temperatura induzida pelo fogo, fazendo com que haja esta rotação do diagrama.

### 5.4.3 Comparação com resultados da literatura

A análise através do modelo e metodologia proposta será comparada com resultados encontrados na literatura de distintos autores.

Pham *et. al* (2015) propôs um método computacional direto, baseado na teoria da análise limite, para a determinação de diagramas de interação de seções de concreto armado submetidas a elevados gradientes de temperatura. Os dados utilizados pelos autores para exemplificar a influência da temperatura no diagrama de interação são descritos a seguir:

- a) seção retangular 0,15 m x 1m;
- b) concreto de densidade normal com agregado silicoso, com resistência à compressão de 32 MPa, e resistência à tração igual a 25 MPa;
- c) duas camadas com dez barras de armadura, com diâmetro de 6 mm, cobrimento de 3 cm na parte superior e inferior, e resistência ao escoamento igual a 500 MPa.

As relações que determinam os coeficientes redutores das resistências dos materiais em função das temperaturas foram consideradas segundo o Eurocode 2-Parte 1-2. A análise de transferência de calor foi realizada através do programa SAFIR, considerando a seção de concreto exposta ao incêndio padrão definido pela curva ISO 834, sendo analisado os tempos de exposição de 0, 60, 90 e 120 minutos. Os diagramas de interação encontrados são apresentados na Figura 5.35.



Figura 5.34: diagrama de interação para diferentes tempos de exposição ao fogo por Pham et al. (2015).



Figura 5.35: diagrama de interação da seção de concreto armado para diferentes tempos de exposição ao fogo.

Comparando os resultados obtidos neste trabalho (Figura 5.35) com o diagrama apresentado por Pham *et al.* (2015) (Figura 5.34), percebe-se que ambos os diagramas têm o mesmo formato e são bastante semelhantes para todos os tempos de exposição estudados. Algumas pequenas variações podem ocorrer devido ao perfil de temperaturas obtidos, que pode variar ligeiramente de um estudo para o outro, e também devido às relações usadas para as propriedades do material dependentes da temperatura. Embora as normas brasileiras de dimensionamento de estruturas em situação de incêndio baseiam-se fortemente em normas europeias, existem algumas pequenas diferenças.

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

Caldas (2008) desenvolve um algoritmo para a obtenção de diagramas de interação de esforços normais e momentos fletores para seções genéricas, obtidos através da configuração última de seções de concreto. Para isso, o autor propõe a definição de um domínio de deformações para seções de concreto generalizado para situações de incêndio, através do qual é possível se obter a deformação total.

À temperatura ambiente, uma seção de concreto tem a sua configuração última definida quando se atinge um limite convencional de deformação, onde a deformação total é puramente mecânica. Neste caso, a deformação limite tem o mesmo valor constante para todos os pontos da seção transversal considerada. Através da deformação mecânica é possível obter a tensão limite, por meio das relações de tensão-deformação definidas por norma, para calcular os esforços resistentes e, por conseguinte, obter os diagramas de interação.

Quando exposta ao incêndio, a obtenção dos domínios de deformação é limitada pela deformação limite do concreto  $\varepsilon_{cu}$ , a qual é dependente da temperatura. Ou seja, cada ponto da seção apresenta uma temperatura diferente, fazendo com que cada ponto tenha uma deformação limite  $\varepsilon_{cu}$  diferente. A deformação total é então calculada a partir dos domínios definidos. Além disso, a diferença de temperatura origina deformações térmicas, as quais podem ser calculadas através da distribuição de temperaturas, obtida por elementos finitos.

Conhecendo a deformação total e as deformações térmicas, é possível obter para cada ponto, a deformação mecânica última. Definida a deformação mecânica, através das relações tensãodeformação definidas para cada temperatura, se obtém as tensões resistentes de cada ponto da seção transversal. Por meio de integração, calcula-se os esforços normais e momentos fletores limites, sendo possível traçar o diagrama de interação, apresentado na Figura 5.36.

Para comparar os resultados obtidos por Caldas (2008) (Figura 5.37), avaliou-se a mesma seção analisada pelo autor, que possui as seguintes características:

- a) seção quadrada 0,6 m x 0,6 m;
- b) concreto com resistência à compressão de 40 MPa, e resistência à tração desconsiderada;

c) 24 barras de armadura com 20 mm de diâmetro e 50 mm de distância do centro da armadura até a superfície de concreto mais próxima, e resistência ao escoamento igual a 430 MPa e módulo de elasticidade igual a 2x10<sup>5</sup> MPa.

As propriedades térmicas consideradas pelo autor estão em concordância com o Eurocode 2 (2004) para concretos com agregados silicosos e a umidade considerada é de 0%.



Figura 5.36: diagrama de interação da seção de concreto armado para diferentes tempos de exposição ao fogo.



Figura 5.37: diagrama de interação da seção de concreto armado para diferentes tempos de exposição ao fogo por Caldas (2008).

As figuras abaixo apresentam a comparação do resultado obtido em cada tempo de exposição por Caldas (2008), com os diagramas determinados neste trabalho.



Figura 5.38: comparação dos resultados obtidos à temperatura ambiente com Caldas (2008).



Figura 5.39: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 30 minutos com Caldas (2008).



Figura 5.40: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 90 minutos com Caldas (2008).



Figura 5.41: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 180 minutos com Caldas (2008).



Figura 5.42: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 300 minutos com Caldas (2008).

Além de ambos os diagramas apresentarem uma redução considerável quando expostos a altas temperaturas, eles apresentam uma rotação dos pontos, fazendo com que se perca a simetria em relação ao momento fletor. Isto ocorre devido à transferência de calor não uniforme na seção, pois apenas uma face é aquecida.

Outra observação que pode ser feita em relação ao diagrama apresentado na Figura 5.37 é que alguns pontos do diagrama de interação para altas temperaturas se encontram fora do diagrama para o tempo de 0 minutos, que corresponde à temperatura ambiente. Isto significaria que, para determinadas combinações de esforço normal e momento fletor, o diagrama para a seção de concreto armado seria mais resistente.

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

Como dito, o diagrama apresentado na Figura 5.37 é feito baseado em deformações, não em tensões, como sugere a análise limite. Conforme visto anteriormente, em comparação com a NBR 6118, o método das deformações propõe resultados mais conservativos que a análise limite, o que poderia justificar o fato descrito acima.

Suaznabar e Silva (2017b) apresentam diagramas de interação para pilares curtos de concreto armado de alta resistência submetidos à flexão composta obliqua em situação de incêndio, obtidos através do método da isoterma de 500 °C e utilizando um código computacional de autoria própria. Este método desconsidera o concreto que atinge temperaturas acima de 500 °C, subestimando a resistência da seção. Ao mesmo tempo, o concreto que atinge temperaturas abaixo de 500 °C é admitido com as propriedades originais à temperatura ambiente, inclusive os limites de deformação específica. Dessa maneira, a priori, não é possível determinar se o método subestima ou superestima a resistência total da seção.

As armaduras são consideradas com as propriedades do aço à temperatura atual (em situação de incêndio). Para determinação dos esforços resistentes, foram definidos os domínios de deformação da seção, que variam com a temperatura.

Os diagramas de interação apresentados nas Figuras 5.43 e 5.44 correspondem a uma seção de concreto armado 0,5 x 0,5 m<sup>2</sup>, com resistência à compressão igual a 60 MPa, com 12 barras de armadura distribuídas em seu contorno, de diâmetro 16 mm e resistência ao escoamento de 500 MPa.

Foram realizadas as análises térmicas no programa DIANA FEA para 30 minutos e 60 minutos de exposição à curva-padrão ISO 834, considerando exposição ao fogo nas quatro faces.







Figura 5.44: comparação dos resultados obtidos para tempo de exposição de 60 minutos com Suaznabar e Silva (2017b).

Comparando o diagrama apresentado por Suaznabar e Silva (2017b) com o obtido neste trabalho, percebe-se novamente que o primeiro é consideravelmente mais conservador. Além de também ser baseado em deformações e não em tensões, que, como mostrado anteriormente, é ligeiramente mais conservador, Suaznabar e Silva (2017b) utilizam o método da isoterma de 500 °C, que consiste em assumir que o concreto com temperaturas maiores do que 500 °C é desconsiderado. Ou seja, a seção de concreto acaba sendo reduzida nesse método. Porém, para temperaturas menores que 500 °C, as propriedades são consideradas iguais como se estivessem à temperatura ambiente, sem coeficientes redutores.

# 6 CONFIGURAÇÃO DE EQUILÍBRIO DA ESTRUTURA MODELADA COMO VIGA

Inicialmente, quando o painel está exposto à temperatura ambiente e não há variação de temperatura, apenas o peso próprio da estrutura está atuando, e este é responsável pelos esforços iniciais no concreto ( $\sigma_0$ ) e em cada armadura ( $n_{k,0}$ ) (Figura 6.1(a)). Assim, o painel, que é neste trabalho modelado como uma viga vertical, encontra-se incialmente alinhado ao seu plano vertical no eixo x. O painel é mantido fixo na sua base (em x=0) e na parte superior (em x=l) é articulado por um apoio que permite a sua movimentação apenas na direção vertical.



Figura 6.1: distribuição do peso próprio do painel no instante inicial (a) e quando exposto ao incêndio (b).

Quando exposto ao incêndio, além do peso próprio distribuído linearmente em toda a sua altura, a peça também é submetida a elevadas temperaturas, que introduz ao problema, a degradação das propriedades dos materiais, e também deformações térmicas em direção ao fogo. A
distribuição dos esforços internos, assim como as deformações locais, dependerão da variação de temperatura ( $\tau$ ) e do peso próprio (p) (Figura 6.1(b)). Em decorrência da mudança de geometria causada pelo gradiente térmico, o peso próprio é deslocado em relação ao plano vertical inicial do painel. Esta excentricidade provoca o surgimento de momentos fletores no elemento estrutural analisado. Supondo um comportamento termo-elástico linear isótropo para os materiais que constituem o painel, estes esforços dão origem a deformações elásticas que devem ser somadas às deformações térmicas para que se obtenha a deformação total final do painel.

Para determinar a configuração deformada do elemento de painel, objetivo do presente capítulo, divide-se o problema, em virtude da hipótese da linearidade do comportamento, em dois subproblemas que se somam: problema térmico e problema mecânico. O problema térmico não leva em conta o peso do elemento, considerando apenas as deformações térmicas associadas à elevação de temperatura. Já o problema mecânico leva em conta apenas o peso próprio, e está associado às deformações elásticas causadas pela excentricidade do peso próprio.

### 6.1 DEFORMADA TÉRMICA

Quando o painel é submetido à temperatura ambiente, as suas deformações são puramente mecânicas. Porém, sob condições de incêndio, são introduzidas deformações térmicas, que devido às restrições de apoios, tanto na parte superior quanto inferior da estrutura, originam deformações termomecânicas. Admitindo-se a hipótese de Navier-Bernoulli, de que as seções planas permanecem planas, e que há perfeita aderência entre o concreto e o aço, a deformação total  $\varepsilon$  é, então, dada pela soma das deformações térmicas  $\varepsilon_{th}$  e mecânicas  $\varepsilon_{mec}$  (Equação (6.1)).

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{th} + \mathcal{E}_{mec} \quad \rightarrow \quad \mathcal{E}_{mec} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_{th} \tag{6.1}$$

Conforme apresentado na Figura 6.2, a deformação total pode ser calculada pela subtração da deformação no centro geométrico da seção  $\mathcal{E}_0$  pelo produto entre a curvatura  $\chi$  pela distância ao centro y (Equação (6.2)).



Figura 6.2: deformação total

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \chi y \tag{6.2}$$

Supondo ainda um comportamento termoelástico linear dos materiais, os esforços no concreto e nas barras de armadura são definidos em (6.3) e (6.4), respectivamente.

$$\sigma - \sigma_0 = E_c \left( \varepsilon - \varepsilon_{th,c} \right) \tag{6.3}$$

onde  $\sigma$  é tensão no estado atual,  $\sigma_0$  é a tensão em um estado anterior,  $E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto e  $\varepsilon_{th,c}$  é a deformação térmica do concreto.

$$n - n_0 = A_s E_s \left( \mathcal{E} - \mathcal{E}_{th,s} \right) \tag{6.4}$$

onde *n* é o esforço atual na armadura,  $n_0$  é o esforço na configuração inicial,  $A_s$  é a área de aço,  $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço e  $\varepsilon_{th,s}$  é a deformação térmica do aço.

Analisando o problema puramente térmico, somente a variação de temperatura é considerada (carga de peso próprio do elemento é desconsiderada). Desta forma, o esforço normal (6.5) e o momento fletor na seção são nulos (6.6).

$$N - N_0 = \int_A (\sigma - \sigma_0) dA + \sum_{i=1}^k (n_i - n_0) = 0$$
(6.5)

$$M - M_0 = -\int_A (\sigma - \sigma_0) y dA + \sum_{i=1}^k (n_i - n_0) y_i = 0$$
(6.6)

Substituindo as equações (6.3) e (6.4) nas equações descritas acima, é possível obter os valores da deformação no centro da seção ( $\varepsilon_0$ ) e da curvatura ( $\chi$ ) para cada elemento da seção avaliada, através das equações (6.7) e (6.8).

$$\int_{-b/2}^{b/2} E_{c}(y) \Big[ \varepsilon_{0} - \chi y - \varepsilon_{th,c}(y) \Big] dy + \sum_{i=1}^{k} E_{s}(y_{i}) A_{s}(y_{i}) \Big[ \varepsilon_{0} - \chi y_{i} - \varepsilon_{th,s}(y_{i}) \Big] = 0$$
(6.7)

$$\int_{-b/2}^{b/2} E_c(y) \Big[ \varepsilon_0 - \chi y - \varepsilon_{th,c}(y) \Big] y dy + \sum_{i=1}^k E_s(y_i) A_s(y_i) \Big[ \varepsilon_0 - \chi y_i - \varepsilon_{th,s}(y_i) \Big] y_i = 0$$
(6.8)

A deformação térmica é conhecida quando se tem distribuição de temperaturas ao longo da seção para os diferentes tempos avaliados. A face do painel que é aquecida se expande muito mais do que a face oposta, o que gera uma curvatura da estrutura, a qual pode ser calculada como uma função do aumento de temperatura ao longo da espessura do painel. A deformação térmica gerada pelo gradiente de temperaturas é calculada por (6.9).

$$\varepsilon_{th} = \alpha(y)\tau(y) \tag{6.9}$$

onde  $\varepsilon_{th}$  é a deformação térmica,  $\alpha(y)$  é o coeficiente de dilatação térmica do material e  $\tau(y)$  é a variação da temperatura.

A deformação térmica do concreto é dada pela NBR 15200:2012 com relação à temperatura ambiente de 20 °C, para concreto com agregados silicosos de densidade normal (6.10).

$$\varepsilon_{th,c}(\theta) = -1.8 \times 10^{-4} + 9 \times 10^{-6} \theta + 2.3 \times 10^{-11} \theta^3 \qquad 20^{\circ} C \le \theta \le 700^{\circ} C$$
  

$$\varepsilon_{th,c}(\theta) = 14 \times 10^{-3} \qquad 700^{\circ} C < \theta \le 1200^{\circ} C \qquad (6.10)$$

Os valores de deformação térmica para o aço das armaduras são dados pela NBR 14323:2013 em relação à temperatura de 20 °C, e são apresentados em (6.11).

$$\varepsilon_{th,s}(\theta) = -2,416 \times 10^{-4} + 1,2 \times 10^{-5} \theta + 0,4 \times 10^{-8} \theta^2 \qquad 20^{\circ} C \le \theta \le 750^{\circ} C$$
  

$$\varepsilon_{th,s}(\theta) = 11 \times 10^{-3} \qquad 750^{\circ} C < \theta \le 860^{\circ} C$$
  

$$\varepsilon_{th,s}(\theta) = -6,2 \times 10^{-3} + 2 \times 10^{-5} \theta \qquad 860^{\circ} C < \theta \le 1200^{\circ} C$$
(6.11)

Os coeficientes de dilatação térmica do concreto  $\alpha_c$  e do aço  $\alpha_s$  podem então ser obtidos conforme apresentado em (6.12). Como os valores de deformação térmica são dados com referência à temperatura de 20 °C, a variação da temperatura responsável pela deformação é igual à temperatura atual da peça menos 20 °C.

$$\alpha(\theta) = \frac{\varepsilon_{th}}{(\theta - 20)} \tag{6.12}$$

onde  $\alpha(\theta)$  é coeficiente de dilatação térmica do concreto ou do aço.

A solução do sistema formado pelas equações (6.7) e (6.8) resulta na deformação no centro da seção ( $\mathcal{E}_0$ ) e na curvatura da seção ( $\chi$ ), definidas em (6.13) e (6.14).

$$\varepsilon_0 = \frac{BE - CD}{AD - B^2} \tag{6.13}$$

$$\chi = \frac{AE - BC}{B^2 - AD} \tag{6.14}$$

sendo:

$$A = \int_{-b/2}^{b/2} E_{c}(y) dy + \sum_{k} E_{s}(y_{k}) A_{s,k}$$

$$B = -\int_{-b/2}^{b/2} E_{c}(y) y dy - \sum_{k} E_{s}(y_{k}) A_{s,k} y_{k}$$

$$C = -\int_{-b/2}^{b/2} E_{c}(y) \alpha(y) \Big[ \theta(y) - 20 \Big] dy - \sum_{k} E_{s}(y_{k}) A_{s,k} \alpha(y_{k}) \Big[ \theta(y_{k}) - 20 \Big]$$

$$D = \int_{-b/2}^{b/2} E_{c}(y) y^{2} dy + \sum_{k} E_{s}(y_{k}) A_{s,k} y_{k}^{2}$$

$$E = \int_{-b/2}^{b/2} E_{c}(y) \alpha(y) \Big[ \theta(y) - 20 \Big] y dy - \sum_{k} E_{s}(y_{k}) A_{s,k} \alpha(y_{k}) \Big[ \theta(y_{k}) - 20 \Big] y_{k}$$
(6.15)

A Figura 6.3 (a). mostra a distribuição de tensões axiais ao longo da seção para um tempo típico de exposição ao fogo. Já a Figura 6.3 (b) apresenta as deformações totais e térmicas na seção, para o mesmo tempo de exposição.



Figura 6.3: distribuição de tensões (a) e distribuição das deformações totais e térmicas (b) ao longo da seção para um tempo de exposição igual a 120 minutos.

A elevação de temperatura produz num sólido sem restrições de vínculo, uma dilatação homogênea associada a uma tensão nula. Devido às vinculações de apoio nas extremidades da estrutura considerada, a elevação de temperatura induz tensões de tração na região central da seção transversal, enquanto as regiões das bordas ficam comprimidas (Figura 6.3).

Através das equações (6.15), verifica-se que à temperatura ambiente, as variáveis  $C \in E$  são iguais a zero e, consequentemente,  $\mathcal{E}_0 \in \chi$  também são iguais a zero. Como a variação de temperatura é a mesma para qualquer seção ao longo da peça, as deformações axiais e as curvaturas são constantes para toda a altura da peça.

Descreve-se a deformação térmica pelo deslocamento  $u_{th}$  fora do plano, causado pelo gradiente térmico (Figura 6.4). Sendo a curvatura no painel determinada pela derivada segunda do deslocamento, e considerando as condições de contorno ( $u_{th}=0$ , em x=0 e x=l), é possível encontrar a equação do deslocamento térmico (6.16), integrando duas vezes a curvatura, a qual tem um valor constante para determinado tempo de exposição.

$$u_{th} = \frac{\chi}{2} x \left( x - l \right) \tag{6.16}$$

onde  $u_{th}$  é o deslocamento causado pelo gradiente térmico,  $\chi$  é a curvatura e *l* é a altura total do painel.

A Tabela 6.1 mostra os valores de deformação térmica no centro da seção, raio térmico de curvatura  $\rho = \frac{1}{\chi}$  e o deslocamento máximo resultante apenas da influência do gradiente de temperaturas, obtidos para um painel de 12 m de altura, para diferentes tempos de exposição ao fogo.



Figura 6.4: deslocamento térmico  $u_{th}(x)$ .

Tempo de exposição (min)	ε <sub>0</sub>	ρ (m)	u <sub>th,max</sub> (m)
30	1,01 x 10 <sup>-3</sup>	40,09	-0,45
60	2,00 x 10 <sup>-3</sup>	24,95	-0,72
90	2,89 x 10 <sup>-3</sup>	19,91	-0,90
120	3,67 x 10 <sup>-3</sup>	17,41	-1,04

Tabela 6.1: valores de  $\varepsilon_0$ ,  $\rho$  e  $u_{th,max}$  para diferentes tempos de exposição

Desprezando-se os efeitos de segunda ordem, considera-se a deformada térmica. A Figura 6.5 apresenta os resultados obtidos para o deslocamento térmico para um painel com 12 m de altura total, exposto a diferentes tempos de incêndio. Já a Figura 6.6 apresenta os deslocamentos térmicos para painéis com diferentes alturas, expostos ao incêndio por 120 minutos.



Figura 6.5: deslocamento térmico  $u_{th}(x)$  para painel com 12 m de altura.



Figura 6.6: deslocamento térmico  $u_{th}(x)$  para painéis com diferentes alturas expostos por 120 minutos ao incêndio.

#### 6.2 DEFORMADA TOTAL

Para o cálculo do deslocamento total u exato, deve-se levar em consideração os efeitos de segunda ordem no painel, assumindo-se o deslocamento térmico  $u_{th}$  como sendo a configuração inicial da estrutura (Figura 6.7). Esta mudança de geometria induz a uma excentricidade do peso próprio em relação ao plano vertical inicial do painel, redistribuindo a carga linear de peso próprio p uniformemente ao longo da configuração de arco dita pela equação (6.16) e ocasionando o surgimento de momentos fletores.



Figura 6.7: configuração da deformada total (u) e térmica ( $u_{th}$ ).

Primeiramente, assume-se que as deformações axiais (deslocamentos segundo o eixo *Ox*) são desprezadas (6.17).

$$u(s) = u(x) \tag{6.17}$$

onde *s* é a abcissa da seção na configuração deformada e *x* é a abcissa da seção na configuração não-deformada.

A inclinação da equação que determina a configuração deformada é definida através da equação (6.18).

$$tg\theta = \frac{du}{dx} \tag{6.18}$$

Assume-se na análise que as rotações das seções transversais permanecem infinitesimais:

$$\left|\theta\right| = \left|u'(x)\right| \ll 1 \tag{6.19}$$

Assim, a força axial de compressão em qualquer seção do painel é igual ao peso multiplicado pela altura acima daquela seção (6.20):

$$N(x) = -p(l-x)\cos\theta \simeq -p(l-x)$$
(6.20)

independentemente da deformada.

É necessário verificar se as rotações na seção do apoio, as quais são as maiores, permanecem infinitesimais. Caso isso não ocorra, o problema deve ser reformulado no contexto de grandes deformações. Porém, a solução em elementos finitos apresentada por Pham (2014), no contexto de uma análise termomecânica em grandes deformações, mostrou que a suposição de rotações infinetesimais adotada na presente análise se mostra adequada para a predição de configuração deformada do painel.

O momento fletor avaliado a partir da configuração curva do painel é então calculado através de uma análise isostática da peça. A distribuição de momentos e a deformada do painel são governadas pelas equações acopladas seguintes:

$$M(x) = p\left[\frac{x-l}{l}\int_{0}^{l}u(s)ds + \int_{x}^{l}\left[u(s)-u(x)\right]ds\right]$$
(6.21)

$$M(x) = (EI)_{th} [u''(x) - u_{th}''(x)]$$
(6.22)

A dificuldade encontrada na equação de equilíbrio (6.21) é que para se obter a distribuição de momentos, é necessário o conhecimento da deformada *u*, que é a priori uma incógnita do problema. Para isso, a solução do problema definido pelas equações (6.21) e (6.22) é obtida neste trabalho através duas abordagens distintas: uma solução aproximada, e outra direta.

#### 6.2.1 Solução aproximada

O procedimento para avaliar iterativamente a deformada do painel, similar ao apresentado em Pham (2015), é descrito a seguir.

O primeiro passo para obter a solução aproximada é considerar que a deformada u é aproximadamente igual a deformada térmica  $u_{th}$ , causada pelos gradientes térmicos. Neste caso, a distribuição de momentos fletores é dada pela equação (6.23)

$$M_{th}(x) = p \left[ \frac{x-l}{l} \int_{0}^{l} u_{th}(s) ds + \int_{x}^{l} \left[ u_{th}(s) - u_{th}(x) \right] ds \right] = \frac{p}{12 \cdot \rho_{th}} x \left( l - x \right) \left( 5l - 4x \right)$$
(6.23)

onde  $\rho_{th} = \frac{1}{\chi_{th}}$  é o raio de curvatura definido a partir de (6.14):  $\chi_{th} = \chi$ .

Considerando a deformada térmica como a configuração inicial da estrutura de painel, a deformada total, considerando os efeitos originados pela excentricidade da carga de peso próprio fora do plano do painel, pode ser obtida de maneira iterativa.

Reescreve-se as equações (6.2) e (6.3) conforme apresentado em (6.24) e (6.25), respectivamente.

$$\Delta \sigma_{c}(x, y) = E_{c}(\theta(y)) (\Delta \varepsilon(x) - \Delta \chi(x) y)$$
(6.24)

$$\Delta n(x,c_k) = A_k E_s(\theta(y_k)) (\Delta \varepsilon(x) - \Delta \chi(x) y_k)$$
(6.25)

onde  $\Delta \varepsilon(x)$  e  $\Delta \chi(x)$  correspondem aos incrementos de deformação média e de curvatura da seção.

Assim,  $\Delta N(x) \in \Delta M(x)$ , que correspondem aos incrementos de tensão aplicados em cada seção na altura *x* do painel, são escritos conforme as equações (6.26) e (6.27), respectivamente.

$$\Delta N(x) = \int_{-b/2}^{b/2} \Delta \sigma_c(y) dy + \sum_k \Delta n(y_k)$$
(6.26)

$$\Delta M = -\int_{-b/2}^{b/2} y \Delta \sigma_c dy - \sum_k c_k \Delta n(y_k)$$
(6.27)

As equações acima formam um sistema (6.28) que pode ser descrito pelos coeficientes A, B e D apresentados anteriormente em (6.15), cuja solução é apresentada nas expressões (6.29) e (6.30).

$$\begin{cases} \Delta N = A\Delta\varepsilon + B\Delta\chi = 0\\ \Delta M = B\Delta\varepsilon + D\Delta\chi = M_{th} \end{cases}$$
(6.28)

$$\Delta \varepsilon = \frac{M_{th}}{B - A.D/B} \tag{6.29}$$

$$\Delta \chi = \frac{M_{th}}{D - B^2 / A} \tag{6.30}$$

A equação (6.31) corresponde à lei do comportamento termoelástico da estrutura, do tipo flexão-curvatura, enquanto a equação (6.32) apresenta a rigidez à flexão pura da seção, que depende do gradiente de temperatura a que esta seção é submetida. Sendo, neste caso, a variação da inércia da seção do painel insignificante, a diminuição do módulo de elasticidade é responsável pela diminuição da rigidez à flexão da seção.

$$\Delta \chi(x) = \frac{d^2}{dx} \left[ \Delta u(x) \right] = \frac{M_{th}(x)}{(EI)_{th}}$$
(6.31)

$$\left(EI\right)_{th} = D - \frac{B^2}{A} \tag{6.32}$$

Através da integração da equação (6.31), é possível se obter a equação correspondente ao incremento  $\Delta u(x)$  da deformada (6.33).

$$\Delta u(x) = \frac{p}{720\rho_{th}(EI)_{th}} x(x-l) \left[ 12x^3 - 33lx^2 + 17l^2(x+l) \right]$$
(6.33)

$$u_1(x) = u_{th}(x) + \Delta u(x) \tag{6.34}$$

onde  $u_1(x)$  corresponde ao valor da deformada total resultante da primeira iteração.

Substituindo-se a variável u por  $u_1$  na equação (6.21), encontra-se a nova equação para a distribuição do momento fletor (6.35).

$$M_{1} = M_{th} + \frac{p^{2}}{1440\rho_{th}(EI)_{th}}x(x-l)(20x^{4} - 76lx^{3} + 89l^{2}x^{2} - 11l^{3}x - 28l^{4})$$
(6.35)

Repetindo o procedimento iterativo, obtém-se a equação (6.36) a partir da qual é possível obter  $u_2(x)$ :

$$M_{1}(x) = (EI)_{th} \frac{d^{2}}{dx^{2}} \Big[ u_{2}(x) - u_{th}(x) \Big]$$
(6.36)

o que corresponde à expressão:

$$u_{2}(x) = u_{th} + \frac{px}{720\rho_{th}(EI)_{th}} \left[ x^{2} \left( 12x^{2} - 45lx + 50l^{2} \right) + \frac{p}{336(EI)_{th}} \left( 2x^{2} - 45lx + 50l^{2} \right) \right]$$

$$\left( 30x^{5} + lx^{3} \left( 462l - 192 \right) - l^{3}x \left( 84x + 119l \right) + 392l^{5} \right) - 17l^{4} \left( 1 + \frac{3pl^{3}}{56} \right) \right]$$

$$(6.37)$$

fornecendo assim uma nova expressão polinomial de grau 8 para a deformada  $u_2(x)$ . Este procedimento iterativo é efetuado até atingir a convergência dos deslocamentos transversais, correspondendo ao fato de que a deformada e o momento fletor tendem simultaneamente à solução do problema:

$$u(x) = \lim_{k \to +\infty} u_k(x) \qquad \qquad M(x) = \lim_{k \to +\infty} M_k(x) \tag{6.38}$$

A Figura 6.8 apresenta uma comparação entre os deslocamentos puramente térmicos e obtidos pelo método iterativo, para paineis com diferentes alturas totais expostos ao incêndio durante 120 minutos. Observa-se que o método converge rapidamente ao termo de apenas duas iterações.



Figura 6.8: resultados dos deslocamentos obtidos pelo método iterativo em relação aos deslocamentos térmicos para um tempo de exposição de 120 minutos.



Figura 6.9: deslocamentos obtidos pelo método iterativo e deslocamentos térmicos para diferentes tempos de exposição.

A comparação apresentada na Figura 6.8 mostra que há diferença significativa nos resultados ao se considerar os efeitos de segunda ordem, principalmente para paineis com alturas maiores. Para uma painel de 12 m exposto ao incêndio durante 120 minutos, por exemplo, a razão entre o deslocamento máximo do painel calculado considerando os efeitos de segunda ordem e o deslocamento térmico, localizado no centro do vão, é de 1,1. Ou seja, levando em conta os efeitos de segunda ordem, o deslocamente é 10% maior. Além disso, nota-se que as soluções convergem muito bem com duas iterações.

Percebe-se também, com a Figura 6.9, que quanto maior o tempo de exposição, maior é a diferença entre os resultados obtidos através das soluções em questão. Considerando um painel de 12 m de altura, quando exposto por 90 minutos ao fogo, o método iterativo apresenta um deslocamento no centro do vão 8% maior que a solução que considera apenas a deformada térmica.

#### 6.2.2 Solução direta

Através de um método analítico, é possível formular a solução direta do problema, resolvendo o sistema formado pela equação de equilíbrio do painel na configuração deformada (6.21) e a lei de comportamento (6.22). A combinação das equações (6.21) e (6.22) permite obter uma equação diferencial governando a equação u(x) da deformada:

$$\begin{cases} u'''(x) - \frac{p}{(EI)_{th}}(x-l)u'(x) = \frac{p}{(EI)_{th}}u_m \\ u(0) = u(l) = 0 \\ u''(0) = u''(l) = \chi_{th} \end{cases}$$
(6.39)

Na equação (6.39) a constante u<sub>m</sub> corresponde ao deslocamento médio ao longo da altura total do painel  $u_m = \frac{1}{l} \int_{0}^{l} u(s) ds$ . Esta quantidade será determinada após integração.

Para a resolução de (6.39):

$$X = \frac{x-l}{\alpha} \quad \text{com} \quad \alpha = \left[\frac{(EI)_{th}}{p}\right]^{1/3} \tag{6.40}$$

Escrevendo que  $u(x) = \overline{u}(X)$ , tem-se:

$$u'(x) = \frac{1}{\alpha} \bar{u}'(X);$$
  

$$u''(x) = \frac{1}{\alpha^{2}} \bar{u}''(X);$$
  

$$u'''(x) = \frac{1}{\alpha^{3}} \bar{u}'''(X)$$
  
(6.41)

A equação diferencial em (6.39) e as condições iniciais de contorno associadas se simplificam em:

$$\begin{cases} \overline{u}^{""}(X) - X\overline{u}^{'}(X) = u_{m} \\ \overline{u}(-l/\alpha) = \overline{u}(0) = 0 \\ \overline{u}^{"}(-l/\alpha) = \overline{u}^{"}(0) = \alpha^{2} \chi_{\theta} \end{cases}$$
(6.42)

A ordem da equação diferencial pode ser reduzida considerando  $F(X) = \overline{u}'(X)$ :

$$F''(X) - XF(X) = u_m \tag{6.43}$$

A solução desta equação é buscada na forma de uma série inteira da variável X:

$$F(X) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k X^k = a_0 + a_1 X + \dots + a_k X^k + \dots$$
(6.44)

Calcula-se as derivadas primeira e segunda de F(X) para reescrever a equação diferencial em (6.43) como uma série polinomial (6.46):

$$F'(X) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k k X^{k-1}$$

$$F''(X) = \sum_{k=2}^{\infty} a_k k (k-1) X^{k-2}$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} a_k k (k-1) X^{k-2} - \sum_{k=0}^{\infty} a_k X^{k+1} = u_m$$
(6.46)

A equação é rearranjada para resultar em uma série mais simples. Tomando o segundo termo de (6.46), sendo n=k+3, tem-se a equação (6.47).

$$\sum_{k=2}^{\infty} a_k k \left(k-1\right) X^{k-2} - \sum_{n=3}^{\infty} a_{n-3} X^{n-2} = u_m$$
(6.47)

Voltando a denominar o índice *n* por *k*, e extraindo o primeiro termo (de índice k=2) de (6.47), a equação diferencial descrita em (6.43) resulta na série apresentada em (6.48)

$$2a_{2} + \sum_{k=3}^{\infty} \left[ a_{k}k(k-1) - a_{k-3} \right] X^{k-2} = u_{m} \qquad \forall X$$
(6.48)

Send o a igualdade (6.48) válida para todo valor de *X*, todos os coeficientes do polinômio podem ser escritos em função dos coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$ :

$$\begin{cases} u_m = 2a_2 \\ a_k = \frac{a_{k-3}}{k(k-1)} \quad \forall k \ge 3 \end{cases}$$
(6.49)

ou seja:

$$a_{2} = \frac{u_{m}}{2} \qquad a_{7} = \frac{a_{4}}{7.6} = \frac{a_{1}}{7.6.4.3}$$

$$a_{3} = \frac{a_{0}}{3.2} \qquad a_{8} = \frac{a_{5}}{8.7} = \frac{u_{m}/2}{8.7.5.4}$$

$$a_{4} = \frac{a_{1}}{4.3} \qquad a_{9} = \frac{a_{6}}{9.8} = \frac{a_{3}}{9.8.6.5.3.2} \qquad (6.50)$$

$$a_{5} = \frac{a_{2}}{5.4} = \frac{u_{m}/2}{5.4} \qquad a_{10} = \frac{a_{7}}{10.9} = \frac{a_{1}}{10.9.7.6.4.3}$$

$$a_{6} = \frac{a_{3}}{6.5} = \frac{a_{0}}{6.5.3.2} \qquad a_{11} = \frac{a_{8}}{11.10} = \frac{u_{m}/2}{11.10.8.7.5.4}$$

De uma maneira geral, para  $n \ge l$ , as equações para encontrar os coeficientes da série podem ser descritos em (6.51):

$$a_{3n} = \frac{a_0}{3n(n-1)3(n-1)[3(n-1)-1]...3.2} = \frac{a_0}{\prod_{k=1}^{k=n} 3k(3k-1)}$$

$$a_{3n+1} = \frac{a_0}{(3n+1)3n[3(n-1)+1]3(n-1)...4.3} = \frac{a_1}{\prod_{k=1}^{k=n} (3k+1)3k}$$

$$a_{3n+2} = \frac{u_m/2}{(3n+2)(3n+1)[3(n-1)+2][3(n-1)+1]...5.4} = \frac{u_m/2}{\prod_{k=1}^{k=n} (3k+2)(3k+1)}$$
(6.51)

A expressão de  $\overline{u}(X)$  (6.52) é calculada através da integração de *F'(X)* descrito por (6.45).

$$\bar{u}(X) = A + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k}{k+1} X^{k+1}$$
(6.52)

Para obter o valor da constante de integração *A*, aplica-se a primeira condição de contorno na equação (6.53).

$$\overline{u}(X=0) = 0 \quad \to \quad A=0 \tag{6.53}$$

Assim,  $\overline{u}(X)$  é novamente escrito conforme a equação (6.54):

$$\bar{u}(X) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k}{k+1} X^{k+1} = a_0 X + \frac{a_1}{2} X^2 + \frac{a_2}{3} X^3 + \dots + \frac{a_k}{k+1} X^{k+1} + \dots$$
(6.54)

Levando em conta que:

$$\overline{u}''(X) = F'(X) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k k X^{k-1} = a_1 + 2a_2 X + 3a_3 X^2 + \dots$$
(6.55)

a segunda equação de contorno em (7.42) implica:

$$\overline{u}''(X=0) = \alpha^2 \chi_{th} \quad \rightarrow \quad a_1 = \alpha^2 \chi_{th} \tag{6.56}$$

Introduzindo os coeficientes  $A_j = \frac{a_j}{j+1}$ :

$$\begin{cases}
A_{3j} = \frac{a_0}{(3j+1)\prod_{k=1}^{j} 3k(3k-1)} \\
A_{3j+1} = \frac{a_1}{(3j+2)\prod_{k=1}^{j} (3k+1)3k} \\
A_{3j+2} = \frac{a_0}{(3j+3)\prod_{k=1}^{j} (3k+2)(3k+1)}
\end{cases}$$
(6.57)

podemos reescrever a expressão de  $\overline{u}(X)$  como:

$$\bar{u}(X) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{j+1} X^{j+1} = a_0 X + \frac{a_1}{2} X^2 + \frac{a_2}{3} X^3 + \sum_{j=3}^{\infty} \frac{a_j}{j+1} X^{j+1}$$
(6.58)

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

$$\bar{u}(X) = a_0 X + \frac{a_1}{2} X^2 + \frac{a_2}{3} X^3 + \sum_{j=1}^{\infty} A_{3j} X^{3j+1} + \sum_{j=1}^{\infty} A_{3j+1} X^{3j+2} + \sum_{j=1}^{\infty} A_{3j+2} X^{3j+3}$$

Conforme visto anteriormente, todos os coeficientes do polinômio são descritos em função de apenas três variáveis:  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$ . Reescrevendo a série de  $\overline{u}(X)$  em função dos coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$ , tem-se a expressão (6.59).

$$\bar{u}(X) = a_0 F_0(X) + a_1 F_1(X) + a_2 F_2(X)$$
(6.59)

sendo:

$$F_{0} = X + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(3j+1)\prod_{k=1}^{\infty} 3k(3k-1)} X^{3j+1}$$

$$F_{1} = \frac{X^{2}}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(3j+2)\prod_{k=1}^{\infty} (3k+1)3k} X^{3j+2}$$

$$F_{2} = \frac{X^{3}}{3} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(3j+3)\prod_{k=1}^{\infty} (3k+2)(3k+1)} X^{3j+3}$$
(6.60)

Como  $a_1 = \alpha^2 \chi_{th}$ , tem-se:

$$\bar{u}(X) = a_0 F_0(X) + \alpha^2 \chi_{th} F_1(X) + a_2 F_2(X)$$
(6.61)

As duas condições de contorno que ainda não foram aplicadas, são usadas para definir  $a_0$  (6.63) e  $a_2$  (6.64). Aplicando as condições de contorno  $\overline{u}\left(\frac{-l}{\alpha}\right) = 0$  e  $\overline{u}''\left(\frac{-l}{\alpha}\right) = \alpha^2 \chi_{th}$ :

$$a_{0}F_{0}\left(\frac{-l}{\alpha}\right) + a_{2}F_{2}\left(\frac{-l}{\alpha}\right) = -\alpha^{2}\chi_{th}F_{1}\left(\frac{-l}{\alpha}\right)$$

$$a_{0}F_{0}''\left(\frac{-l}{\alpha}\right) + a_{2}F_{2}''\left(\frac{-l}{\alpha}\right) = \alpha^{2}\chi_{th}\left[1 - F_{1}''\left(\frac{-l}{\alpha}\right)\right]$$
(6.62)

$$a_{0} = \frac{-F_{1}F_{2}"+F_{2}(1-F_{1}")}{F_{0}F_{2}"-F_{0}"F_{2}}\alpha^{2}\chi_{th}$$
(6.63)

$$a_{2} = \frac{F_{0}"F_{1} + F_{0}(1 - F_{1}")}{F_{0}F_{2}" - F_{0}"F_{2}}\alpha^{2}\chi_{th}$$
(6.64)

Os valores dos deslocamentos para diferentes alturas do painel e tempos de exposição ao fogo foram calculados com o auxílio do *software* MAPLE. A Figura 6.10 apresenta os resultados de deslocamentos obtidos através das abordagens aproximada e direta. Como pode se perceber, tanto o método iterativo quanto o analítico apresentam boas soluções, visto que ambos têm resultados bastante semelhantes.

Conforme apresentado na Figura 6.10, as linhas das deformadas  $u(x) e u_2(x)$  encontram-se para os tempos de exposição de 30 e 60 minutos sobrepostas. Ou seja, as soluções iterativa e analítica são exatamente iguais já na segunda iteração realizada nestes casos.



Figura 6.10: deslocamentos  $u e u_2$  obtidos para um painel de 12 m.

A Figura 6.11 traz as comparações das deformadas térmicas do painel e das deformadas totais obtidas através do método analítico.



Figura 6.11: deslocamentos  $u e u_{th}$  para um painel de 12 m.

A Tabela 6.2 mostra os resultados dos deslocamentos máximos obtidos para um painel de 12 m de altura total, os quais ocorrem na seção localizada na metade da altura do elemento. Conforme constatado anteriormente, há uma grande diferença nos deslocamentos ao se considerar os efeitos de segunda ordem no painel. Percebe-se também que tanto o método iterativo quanto o método analítico conduzem a resultados semelhantes. A validade de ambos os métodos apenas pode ser efetivamente verificada ao se comparar seus resultados com aqueles obtidos em experimentos envolvendo tais elementos de painéis com geometrias avaliadas no presente estudo.

Tempo de exposição (min)	$u_{th}(m)$	u <sub>2</sub> (m)	u (m)
30	-0,45	-0,51	-0,51
60	-0,72	-0,86	-0,86
90	-0,90	-1,13	-1,14
120	-1,04	-1,39	-1,41

Tabela 6.2: valores de  $u_{th}$ ,  $u_2$  e u para diferentes tempos de exposição.

Quanto à distribuição de momento fletor, a Figura 6.12 apresenta os valores para um painel de 12 m de altura total, exposto ao incêndio durante 120 min.



Figura 6.12: distribuição dos momentos fletores para um painel de 12 m com tempo de exposição ao fogo de 120 min.

O cálculo da configuração deformada do elemento de painel, embora não seja o objetivo principal deste trabalho, é fundamental para que se possa determinar a redistribuição dos momentos fletores ao longo da altura do painel após a ação do fogo.

É fundamental na análise do elemento de painel exposto ao fogo considerar os efeitos relacionados a deflexão do painel fora do seu plano, cuja configuração se difere bastante da sua configuração inicial. Como pode ser observado neste capítulo, através das abordagens aproximada e direta utilizadas, o gradiente de temperaturas tem grande influência na distribuição de momentos, do mesmo modo que a consideração dos efeitos de segunda ordem também afetam fortemente esta distribuição e devem ser levados em conta na análise da estabilidade destas estruturas em situação de incêndio.

## 6.3 OBSERVAÇÕES SOBRE A RIGIDEZ À FLEXÃO

O termo (*EI*)<sub>th</sub>, definido na equação (6.32), representa a rigidez à flexão da seção da viga. Essa grandeza varia com as características geométricas da viga, assim como com o tempo de exposição ao incêndio. A Figura 6.13 representa, para diferentes valores de espessura, a rigidez à flexão em função do tempo de exposição ao fogo.



Figura 6.13: rigidez à flexão para diferentes seções em função do tempo de exposição ao incêndio.

De acordo com a Figura 6.13, para uma determinada espessura, conforme o tempo de exposição ao incêndio aumenta, a rigidez à flexão da seção diminui. Isso acontece pois o módulo de elasticidade é dependente da resistência à compressão do concreto. Como visto, à medida em que se eleva a temperatura do concreto, a sua resistência é reduzida, reduzindo também, consequentemente, o módulo de elasticidade. Além disso, o aumento da espessura da seção gera um acréscimo no momento de inércia, resultando em rigidezes maiores.

## 7 ANÁLISE DA ESTABILIDADE DA ESTRUTURA DE PAINEL

A avaliação da estabilidade de uma estrutura de painel exposta ao fogo através da análise limite, requer o conhecimento de duas informações: a distribuição dos esforços ao longo da estrutura na sua configuração deformada, cujas metodologias de obtenção foram apressentadas no Capítulo 6, e o diagrama de interação dos esforços resistentes da seção, cuja estimativa foi tratada no Capítulo 5. Neste capítulo foram avaliadas configurações de painéis diversas, com diferentes geometrias e características para que se possa avaliar a influência de cada um deles na resistência do painel exposto ao fogo, através da metodologia de verificação proposta.

### 7.1 A PROBLEMÁTICA NO CONTEXTO DA ANÁLISE LIMITE

Para se avaliar a estabilidade do painel, é necessária a determinação da distribuição de esforço normal e momento fletor. A distribuição do esforço normal ao longo da altura do painel é dada por:

$$N(x) = -p(l-x) \tag{7.1}$$

Conforme visto no capítulo anterior, o conhecimento da configuração deformada do painel é necessário para o cálculo da distribuição dos momentos fletores ao longo da altura da estrutura. A partir da equação (6.21), tem-se que a distribuição de momento fletores é dada conforme apresentado em (7.2).

$$M(x) = p\left[\frac{x-l}{l}\int_{0}^{l}u(s)ds + \int_{x}^{l}u(s)ds - (l-x)u(x)\right]$$
(7.2)

sendo:

$$u(x) = \overline{u}\left(X = \frac{x-l}{\alpha}\right), \qquad \text{com } \alpha = \left[\frac{(EI)_{th}}{p}\right]^{1/3}$$
$$\overline{u}(X) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{j+1} X^{j+1}$$
(7.3)

Analisando a primeira integral na equação (7.2) e considerando a mudança de variável

$$t = \frac{s-l}{\alpha}$$
, tem-se:

$$\int_{-\frac{1}{\alpha}}^{0} \overline{u}(t) \alpha dt = \alpha \sum \frac{a_j}{j+1} \left[ \frac{t^{j+2}}{j+2} \right]_{-\frac{1}{\alpha}}^{0}$$
(7.4)

A equação da distribuição de momentos fletores pode então ser reescrita em função de séries polinomiais:

$$M(x) = p \left[ \frac{x - l}{l} \left( -\alpha \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{j+1} \frac{\left(-l/\alpha\right)^{j+2}}{j+2} \right) - \alpha \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{j+1} \frac{\left(\frac{x - l}{\alpha}\right)^{j+2}}{j+2} + \left((l-x) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{j+1} \left(\frac{x - l}{\alpha}\right)^{j+1} \right] \right]$$
(7.5)

Conhecendo, então, a distribuição do momento fletor e esforço normal, é possível sobrepor estes valores com o diagrama de interação determinado para cada tempo de exposição. Como a curva que descreve o diagrama de interação é expresso no plano (N, M), a equação correspondente à distribuição de esforços também deve ser. Da equação (7.1) do esforço normal tem-se:

$$x = \frac{N}{p} + l \tag{7.6}$$

Assim, sendo  $N \in M$  curvas paramétricas em relação à variável x, a equação de M(x) (7.5) é reescrita em (7.7) eliminando esta variável.

$$M(x) = \left[\frac{N}{l}\left(-\alpha \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{j+1} \frac{\left(-\frac{l}{\alpha}\right)^{j+2}}{j+2}\right) - \alpha p \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{j+1} \frac{\left(\frac{p}{\alpha N}\right)^{j+2}}{j+2} + N \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{j+1} \left(\frac{p}{\alpha N}\right)^{j+1}\right]$$
(7.7)

O ponto no qual uma seção atinge o momento fletor máximo pode ser encontrado derivando a equação da distribuição do momento (7.2) em relação à variável x e igualando a zero. Dessa maneira, tem-se:

$$M'(x) = p\left[\frac{1}{l}\int_{0}^{l}u(s)ds + (x-l)u'(x)\right] = 0$$
(7.8)

Sendo  $\frac{1}{l}\int_{0}^{l}u(s)ds = u_{m}$ :

$$x^* - lu'(x^*) + u_m = 0 \tag{7.9}$$

onde x\* corresponde à coordenada da seção onde ocorre o momento fletor máximo.

A Figura 7.1 ilustra o caso geral da distribuição de esforços e do diagrama de interação para uma estrutura que atinge a carga limite de ruptura.



Figura 7.1: distribuição de esforços e diagrama de interação.

Enquanto a curva (N, M) de distribuição de esforços ao longo da estrutura estiver dentro do domínio de resistência (delimitado pelo diagrama de interação), a resistência ao fogo do painel é garantida. Quando a curva de distribuição de esforços se torna tangente ao diagrama de integração, ou tem qualquer um de seus pontos fora dele, o painel sofre ruptura. É importante enfatizar que o ponto de rompimento da estrutura não precisa ser necessariamente onde ocorre o momento fletor máximo.

O ponto da distribuição de esforços que tange o diagrama de integração corresponde à seção onde ocorre a ruptura, o que leva à ruptura geral da peça, visto que se trata de uma modelo de viga isostática, e os diagramas são determinados pelo equilíbrio geral. Neste caso, a carga limite

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

da estrutura corresponde à carga de ruptura, justificando a análise termoelástica aplicada neste trabalho.

# 7.2 ANÁLISE DE UMA CONFIGURAÇÃO DE REFERÊNCIA

Para ilustrar a problemática de um elemento de painel exposto ao fogo, serão adotados os dados da seção e dos materiais constitutivos descritos abaixo. Esta configuração geométrica será denominada neste capítulo como seção tipo:

- a) seção transversal retangular 0,15 m x 1 m;
- b) concreto de densidade normal, com resistência à compressão de 30 MPa, e resistência à tração igual a 2,9 MPa;
- c) duas camadas com dez barras de armadura, com diâmetro de 6,3 mm, cobrimento de 3 cm na parte superior e inferior, e resistência ao escoamento igual a 500 MPa.

Nos cálculos realizados, os valores de espessura, área de armadura, altura total do painel e tempo de exposição ao fogo serão variados para que se possa analisar a influência destes parâmetros na resistência da estrutura ao incêndio.

Para exemplificar, a Figura 7.2 apresenta o domínio de resistência  $K_{\theta}$  da seção descrita acima, o qual é delimitado pelo diagrama de interação, para o tempo de exposição de 240 minutos e altura total do painel de 12 metros, e a respectiva ditribuição de esforços.



Figura 7.2: diagrama de interação e distribuição de esforços para painel com seção tipo e 12 m de altura, exposto ao incêndio por 240 min.

Conforme apresentado na figura acima, a curva de distribuição de esforços não está inteiramente dentro do diagrama de interação. Todos os pontos que estão fora deste limite, apresentam tensões maiores que as resistentes pelas seções, o que significa dizer que a estrutura irá romper para um tempo menor que os 240 minutos considerados para a análise.

A Figura 7.3 apresenta o domínio de resistência  $K_{\theta}$ , idêntico ao da Figura 7.2, porém com a distribuição de esforços ao longo de um painel com 6 metros de altura. Como todos os pontos se encontram dentro do diagrama de interação, todas as seções da estrutura resistem aos esforços causados pela excentricidade do peso próprio. Assim, neste caso, não haverá falha na estrutura, pelo menos durante os 240 minutos de exposição.



Figura 7.3: diagrama de interação e distribuição de esforços para painel com seção tipo e 6 m de altura, exposto ao incêndio por 240 min.

Nas próximas seções serão apresentados resultados obtidos ao se avaliar diferentes parâmetros do painel que podem influenciar na sua resistência.

Na seção 7.3, a seção transversal é mantida, a seção tipo é avaliada enquanto distintas alturas de painel e distintos tempos de exposição são considerados. Nas seções seguintes, 7.4, 7.5 e 7.6, parâmetros como propriedades dos materiais e geometria da seção são alterados para verificar a influência na resistência do painel, quando este apresenta diferentes alturas e diferentes tempos de exposição.

#### 7.3 EFEITO DA ALTURA DO PAINEL

Primeiramente, avalia-se para a seção padrão a influência da altura do painel para diferentes tempos de exposição ao incêndio, com os demais parâmetros (espessura, área de armadura e resistência do concreto à compressão) fixos. Na Figura 7.4 são apresentadas as distribuições de esforços ao longo da altura do painel para estruturas com alturas de 6 m, 8 m, 10 m e 12 m, expostos ao fogo durante 240 minutos.



Figura 7.4: diagrama de interação e distribuição de esforços para painéis com seção tipo e diferentes alturas, expostos ao incêndio por 240 min.

Neste caso, apenas o painel com 6 metros de altura resistirá ao incêndio. Os painéis que apresentam as demais alturas avaliadas e ilustradas na Figura 7.4 possuem pontos da sua distribuição de esforços que ultrapassam o limite de resistência da seção (diagrama de interação), o que causa ruptura do elemento.

A Figura 7.5 apresenta os resultados obtidos para painéis com seção tipo e distintas alturas quando expostos ao incêndio de 120 minutos. Os resultados indicam que vários pontos do painel de 12 m de altura ultrapassam o limite de resistência (diagrama de interação) determinado para a seção em estudo, o que significa dizer que a estrutura irá romper se exposta ao fogo durante 120 minutos. Já os painéis de 10 m, 8 m e 6 m possuem a distribuição de esforço normal e momento fletor inteiramente dentro da curva delimitada pelo diagrama de integração, garantindo a segurança da estrutura.



Figura 7.5: diagrama e distribuição de esforços para painéis com seção tipo e diferentes alturas, exposto ao fogo por 120 min.

A Figura 7.6 traz as distribuições de esforços para paineis com diferentes alturas, expostos ao fogo por 90 minutos. No caso do painel com 12 m de altura, embora a maior parte da estrutura se encontra dentro do diagrama de interação, a curva da distribuição de esforços se encontra tangente ao diagrama, o que causa a ruptura geral do painel.



alturas, exposto ao incêndio por 90 min.

Considerando painéis com seção transversal tipo e os tempos de exposição de 60 minutos e 30 minutos, todas as alturas analisadas neste trabalho apresentam as distribuições de esforços totalmente dentro do respectivo diagrama de interação (Figuras 7.7 e 7.8).



Figura 7.7: diagrama e distribuição de esforços para painéis com seção tipo e diferentes alturas, exposto ao incêndio por 60 min.



Figura 7.8: diagrama e distribuição de esforços para painéis com seção tipo e diferentes alturas, exposto ao incêndio por 30 min.

## 7.4 EFEITO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO

Avalia-se, nesta seção, a influência da resistência do concreto na distribuição de esforços e no diagrama de interação do painel. Para tanto, considera-se nas análises painéis com seção tipo e três diferentes resistências para o concreto: 20, 30 e 40 MPa.

A Figura 7.9 permite verificar a expansão do limite de resistência do painel ao se empregar concretos. Porém, a região na qual se encontra a distribuição de esforços, não há tanta variação nos limites.



Figura 7.9: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com 12 m de altura e diferentes  $f_{ck}$ , expostos ao incêndio por 120 min.

Para melhor ilustrar, as Figuras 7.10 e 7.11 apresentam aproximações da região do gráfico onde estão distribuídos os esforços atuantes das seções dos painéis, para os tempos de 120 minutos e 90 minutos, respectivamente, e  $f_{ck}$  iguais a 20 MPa, 30 MPa e 40 MPa.



Figura 7.10: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e  $f_{ck}$ , exposto ao incêndio por 120 min.



Figura 7.11: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e  $f_{ck}$ , exposto ao incêndio por 90 min.

Como pode ser visto, quanto maior a altura, mais significativa é a influência da variação da resistência à compressão do concreto na distribuição dos esforços solicitantes. Sendo o módulo de elasticidade do concreto determinado em função da resistência à compressão, é de se esperar que com o aumento da mesma, os esforços solicitantes diminuam. Em relação ao diagrama de interação, conforme dito anteriormente, na região onde ocorrem os esforços há pouca influência da variação da resistência à compressão.

### 7.5 EFEITO DA ÁREA DE ARMADURA

Nesta seção será analisada a influência da área de armadura na seção na resistência do painel. Serão analisadas três distintas áreas de armadura,  $A_{s1}$ ,  $A_{s2}=2A_{s1}$  e  $A_{s3}=3A_{s1}$ , sendo  $A_{s1}$  a armadura da seção tipo. A Figura 7.12 ilustra os diagramas de interação e distribuição de esforços de painéis com diferentes alturas e seção reforçada com distintas áreas de armadura, quando expostos ao incêndio por 240 minutos.



Figura 7.12: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e diferentes áreas de armadura, exposto ao incêndio por 240 min.

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

A Figura 7.12 mostra que, para a seção tipo ( $A_{s1}$ ), as alturas de 8, 10 e 12 metros estão fora dos limites de segurança da estrutura. Alterando-se a área de armadura, apenas para caso do painel de 8 m a ruptura da estrutura poderia ser evitada quando aumentada em duas vezes a área de armadura da seção ( $A_{s2} = 2A_{s1}$ ).

A Figura 7.13 apresenta a distribuição de esforços e os diagramas de interação de um painel exposto ao fogo por um tempo de 120 minutos. Considerando o caso com a seção tipo ( $A_{s1}$ ), apenas o painel com 12 metros de altura apresenta pontos fora do limite de resistência da seção. Para que a estrutura com esta configuração esteja em segurança, é necessária uma área de armadura três vezes maior que a proposta inicialmente ( $A_{s3}=3A_{s1}$ ).



Figura 7.13: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e diferentes áreas de armadura, exposto ao incêndio por 120 min.

Para o tempo de exposição de 90 minutos, o painel de 12 metros continua apresentando alguns pontos da distribuição de esforços fora do diagrama de interação considerando a seção tipo. Neste caso, é possível evitar a ruptura, aumentando-se a área de armadura para duas aquela referente à seção tipo ( $A_{s2}=2A_{s1}$ ) (Figura 7.14).

142


Figura 7.14: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com diferentes alturas e diferentes áreas de armadura, exposto ao incêndio por 90 min.

Os resultados evidenciaram que, na maioria dos casos, a área de armadura não tem grande influência na distribuição do momentos atuantes na estrutura. A distribuição de momentos é determinada pela deformada causada na estrutura pelos gradientes térmicos. Como visto no Capítulo 6, a presença das barras de armadura, neste caso, não tem grande influência na distribuição de temperatura ao longo da seção, a qual é determinada basicamente pela área de concreto. A grande diferença está no critério de resistência das seções, pois com o aumento da área de armadura, aumenta também o diagrama de interação da seção estudada.

## 7.6 EFEITO DA ESPESSURA DA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO

Nesta seção são analisadas a influência de diferentes espessuras do painel nos seus diagramas de interação, bem como na distribuição de esforços ao longo de sua altura. Avalia-se aqui o painel de 12 metros de altura exposto ao incêndio por 120 minutos. A Figura 7.15 apresenta as flechas causadas pelos gradientes térmicos.



Figura 7.15: flechas para painéis de diferentes espessuras, com altura de 12 m, expostos ao incêndio por 120 min.

Os resultados apresentados na Figura 7.15 indicam que a espessura tem grande influência na definição da configuração deformada da estrutura. Isso ocorre pois, à medida em que se aumenta a espessura da seção, no caso de *EI* constante, se aumenta também a rigidez do painel, e por consequência, a flecha diminui.

Sendo então,  $p/(EI)_{th}$ , onde *p* corresponde ao peso próprio por metro linear, diretamente proporcional à flecha, a Tabela 7.1 apresenta estes valores para as espessuras consideradas, para os tempos de exposição de 90 e 120 minutos. À medida em que se aumenta a espessura, os valores de  $p/(EI)_{th}$  diminuem, implicando em uma flecha também menor, conforme apresentado na Figura 7.15.

	Tempo (min)	15 cm	16 cm	17 cm	18 cm	19 cm	20 cm
$\frac{p}{\left(EI\right)_{th}}$	90	2,29E-03	1,89E-03	1,53E-03	1,34E-03	1,16E-03	1,00E-03
	120	2,98E-03	2,41E-03	1,88E-03	1,65E-03	1,40E-03	1,21E-03

Tabela 7.1: valores de  $p/(EI)_{th}$ .

Na Figura 7.16, são apresentadas as distribuições de esforços para diferentes espessuras (altura da seção transversal) para este caso.



Figura 7.16: distribuição de esforços para painéis de diferentes espessuras, altura de 12 m, expostos ao incêndio por 120 min.

À medida em que se aumenta a espessura da seção, o esforço normal atuante na estrutura também aumenta devido ao aumento do peso próprio. Embora a estrutura seja isostática, ao se considerar os efeitos de segunda ordem, o momento fletor atuante diminui, pois com o aumento da espessura, se aumenta também a rigidez da estrutura, o que resulta em uma flecha menor.

A Figura 7.17 mostra a influência da espessura na determinação do diagrama de interação de cada seção.

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite



Figura 7.17: diagramas de interação para painéis de diferentes espessuras, com altura de 12 m, expostos ao incêndio por 120 min.

Na determinação dos diagramas, o aumento da espessura leva a um aumento da resistência, que demanda mais tempo para que os pontos da seção sejam aquecidos. Desta forma, o diagrama de interação é expandido com o aumento da espessura do painel. Além disso, com o aumento da área de concreto, também aumenta a resistência da seção.

A Figura 7.18 traz a distribuição de esforços para paineis com espessura de 15 cm a 20 cm, com seção tipo e altura de 12 m, com os seus referentes diagramas de interação.



Figura 7.18: diagramas e distribuição de esforços para espessuras de (a) 15 cm, (b) 16 cm, (c) 17 cm, (d) 18 cm, (e) 19 cm e (f) 20 cm.

Comparando os resultados encontrados representados na Figura 7.18, para o tempo de exposição de 120 minutos e altura de 12 metros, verifica-se que as espessuras de 15 cm e 16 cm apresentam alguns pontos fora do limite do diagrama de interação. Nestes casos, os valores dos momentos fletores atuantes ultrapassam o limite de resistência, implicando na ruptura da estrutura.

Para espessuras iguais e maiores que 17 cm, a distribuição de esforços já se encontra por completo dentro do respectivo diagrama de interação. Para estes casos, além de se ter o limite de resistência ampliado, os momentos fletores atuantes também diminuem significativamente. Embora haja redução do momento fletor, o esforço normal na estrutura aumenta. Porém, como pode ser visto na Figura 7.2, a limitação ocorre pelos valores de momento fletor, pois o esforço normal se encontra bastante distante dos seus limites de resistência.

Conforme a Figura 7.6, quando exposto ao incêndio por 90 minutos, o painel com 12 metros de altura não resiste aos esforços solicitantes. Na Figura 7.19 abaixo são apresentadas a distribuição de esforços e o diagrama de interação para esse caso, com espessura de 15 cm (seção tipo) e para seção com espessura de 16 cm. Como visto, com apenas 1 cm de diferença na espessura (altura da seção), o diagrama de interação é expandido e os esforços reduzidos, de maneira com que o painel passe a atender os limites de segurança.



Figura 7.19: diagramas de interação e distribuição de esforços para painéis com 12 m de altura e espessuras de 15 cm e 16 cm, expostos ao fogo por 90 minutos.

Luisa Rossini Machado (luisamrossini@gmail.com) Dissertação de Mestrado. PPGEC/UFRGS. 2019.

É possível se determinar numericamente o tempo de exposição ao fogo exato no qual determinada estrutura irá romper, ou ainda a altura exata que ela suportaria (considerando fixos os demais parâmetros). Para isso, é necessário um cálculo numérico mais refinado, que não é apresentado neste trabalho. O presente trabalho restringe-se à uma metodologia de análise e verificação da resistência de painéis ao fogo quando os parâmetros de geometria do painel e de resistência dos materiais constituintes são fixos.

Por fim, este capítulo traz a avaliação da estabilidade de estruturas de paineis expostas ao fogo modeladas como vigas expostas ao fogo. Para isso, utilizam-se os esforços na estrutura na configuração deformada e os diagramas de interação das seções, os quais delimitam o seu domínio de resistência e foram obtidos através do método da análise limite.

Como é mostrado neste capítulo, através do método proposto neste trabalho, é possível avaliar diferentes geometrias e distintos materiais, bem como tempos de exposição ao incêndio de maneira direta e bastante rápida, o que facilita e acelera o dimensionamento dessas estrutras em situação de incêndio.

Em relação aos resultados obtidos, percebe-se que pequenas mudanças na geometria da estrutura (altura e espessura) têm grande influência na estabilidade do painel. Já a mudança na área de armadura na seção não traz grandes alterações na distribuição de esforços ao longo da altura estrutura, porém aumenta significativamente a resistência das seções.

## **8 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este capítulo apresenta as conclusões, considerações finais da pesquisa e sugestões para trabalhos futuros. No presente estudo, analisou-se a resistência de paineis de concreto armado submetidos ao incêndio em uma de suas faces. Este é um problema de engenharia que pode ser tratado de diversas abordagens, como por exemplo, experimental ou teoricamente. Neste trabalho, o problema foi analisado através de um método desenvolvido com base na teoria da análise limite.

A análise limite consiste em uma abordagem direta para uma avaliação dos limites de resistência da estrutura estudada, sem que seja necessário se considerar a história do carregamento até a ruptura. Através da compatibilidade entre o equilíbrio da estrututura e as propriedades de resistência do material, foi feito o dimensionamento de estruturas no estado limite último, por meio da determinação dos seus diagramas de interação.

O critério de resistência representa um conjunto de esforços admissíveis pelo material, o qual é delimitado pelas cargas limites (de ruptura) suportadas pelo material, denominado diagrama de interação no caso de estruturas. Estas cargas são independentes das tensões iniciais, da história do carregamento e das características elásticas lineares do material.

Para se determinar o diagrama e as cargas suportáveis, a análise limite considera duas abordagens: estática e cinemática. Neste trabalho, aplicou-se a abordagem estática, a qual se aproxima da carga limite pelo interior do domínio. A priori, esta consideração poderia resultar em um diagrama de interação menor do que o real. Porém, conforme demonstrado por Pham (2015), o diagrama obtido corresponde exatamente ao diagrama de interação obtido pela abordagem cinemática.

O painel de concreto armado foi modelado como uma viga de largura unitária, pois a estrutura foi considerada com a largura muito maior que a sua espessura. Primeiramente, foram analisadas seções de concreto submetidas à temperatura ambiente (20°C). O diagrama de interação para a seção de concreto simples (sem armaduras) foi determinado, através da integração das resistências dos materias. Em sequência, foram determinados os diagramas para

os casos da seção apenas com a armadura inferior, e também com armadura inferior e superior. A adição de armaduras na seção de concreto resulta em uma translação do diagrama de interação, ampliando significativamente o domínio de resistência da seção. Como observado, quanto maior for a área de armadura, mais significativa será a expansão do diagrama. Além disso, a distância da armadura ao centro geométrico da seção também teve influência. Em comparação ao dimensionamento recomendado pela NBR 6118, o diagrama obtido através da norma brasileira se mostrou ligeiramente mais conservador, porém com resultados bastante similares.

É importante enfatizar que para a determinação do diagrama de interação da seção quando o painel é exposto ao incêndio, é necessário determinar inicialmente a distribuição da temperatura ao longo da seção. Tanto as propriedades mecânicas dos materiais constituintes (concreto e aço), quanto as térmicas, são dependentes da temperatura e variam em função dela. Neste trabalho, foram empregadas as relações descritas pela NBR 15200:2012 e pela NBR 14323:2013.

Os perfis de temperatura para todas as seções analisadas neste trabalho foram obtidos numericamente através do *software* Mecway (método dos elementos finitos). Este programa permite que se insira as propriedades térmicas dos materiais dependentes da temperatura (calor específico, massa específica e condutividade térmica). Considerou-se que a estrutura se encontrava inicialmente à temperatura ambiente (20°C) e foi aquecida na sua face inferior através da curva padrão de incêndio ISO 834. Como a estrutura é considerada com uma largura muito grande, não há fluxo de calor nas suas laterais, apenas no sentido da espessura da seção da viga (fluxo unidirecional). Sendo assim, são consideradas conveccção e radiação em ambas as faces do painel, exposta (inferior) e não exposta (superior) ao incêndio.

Foram analisadas seções de concreto simples e também com armaduras. Verificou-se que, considerando a análise global da peça, a presença das barras de aço não possuem grande influência na distribuição da temperatura ao longo da seção. Assim, o perfil de temperatura pode ser obtido sem a discretização das armaduras na seção, considerando apenas as propriedades térmicas do concreto.

Além da análise numérica da distribuição de temperaturas, os estudos contemplaram a sua determinação analiticamente. A solução apresentada por OZISIK (1993) demonstrou resultados bastante próximos da solução numérica. As diferenças obtidas podem ser justificadas pelo fato

de que os parâmetros empregados na solução analítica foram considerados constantes, enquanto na solução numérica foi possível variá-los em função da temperatura. Por isso, o perfil determinado numericamente foi empregado no cálculo dos diagramas de interação.

Definidos os perfis de temperatura, foram obtidos os diagramas de interação para as seções submetidas a distintos tempos de exposição ao fogo, previamente definidos para a exposição à temperatura ambiente. A principal influência do tempo de exposição ao fogo na determinação do diagrama de interação é a degradação das resistências dos materiais à medida em que se aumenta a temperatura. O programa Mecway fornece os valores de temperatura em cada nó. Com isso, através das equações da NBR 15200:2012, que relacionam as resistências com a temperatura, foram obtidos os valores das propriedades do concreto e do aço em cada nó. Dessa forma, os diagramas para diferentes tempos de exposição ao fogo são determinados através da integração destas resistências, ponto a ponto.

Foi observado uma diminuição do diagrama de interação à medida em que se aumenta o tempo de exposição ao incêndio, o que já era esperado devido à degradação das propriedades de resistência em temperaturas elevadas. Além disso, foi constatado um maior encolhimento na parte inferior do diagrama. Isto se justifica pois representa o caso da parte inferior da seção, a qual é exposta ao fogo, estar comprimida.

A análise da estabilidade do painel ao incêndio foi feita através da sobreposição da distribuição de esforços atuantes na estrutura, com o respectivo diagrama de interação. Assim, enquanto todos os pontos da distribuição de esforços estiverem dentro do diagrama, a estrutura estará segura. Os pontos localizados fora deste domínio representam as seções do painel que estão rompidas.

Para definir a distribuição das solicitações de esforço normal e momento fletor ao longo da altura do painel, é necessário o conhecimento da sua configuração deformada quando exposto ao incêndio. A configuração deformada do painel foi obtida, no presente estudo, dividindo-se o problema em duas partes: térmica e mecânica. O primeiro levou em consideração apenas as deformações térmicas associadas à elevação de temperatura, sem considerar o peso próprio da estrutura. O problema mecânico, por sua vez, está associado às deformações elásticas causadas pela excentricidade do peso próprio.

Os valores obtidos no cálculo das deformações indicaram a importância de se levar em conta os efeitos de segunda ordem. Em alguns casos, considerando a deformada originada da excentricidade da carga de peso próprio, o esforço máximo atuante de momento fletor ficou 26% maior que o momento fletor obtido considerando apenas a deformada térmica.

Considerando uma análise termoelástica, o trabalho apresentou o cálculo da deformada através de um método analítico que leva em conta os efeitos não-lineares de segunda ordem devido à excentricidade do peso próprio. Assumiram-se os deslocamentos causados pela variação de temperatura como sendo a configuração inicial do painel, o que resulta em uma redistribuição do peso próprio, que se torna excêntrico em relação ao plano vertical inicial do painel (à temperatura ambiente) e provoca o surgimento de momentos fletores.

Neste trabalho, foi utilizado um método iterativo e outro analítico para se obter a solução da configuração deformada. Embora o primeiro é denominado como a solução aproximada, e o analítico como a solução exata, ambos resultaram em valores de deslocamentos totais muito próximos para as seções estudadas, com apenas duas iterações para o primeiro método. A partir da configuração deformada definida, foi possível calcular a redistribuição dos esforços atuantes.

Na sequência, através da sobreposição das solicitações atuantes na estrutura, obtidas com a consideração da mudança de geometria, com os diagramas de interação, foi avaliada a influência de diferentes parâmetros, como tempo de exposição ao fogo, resistência à compressão do concreto, área de armadura e espessura da seção de concreto armado, para diferentes alturas da estrutura.

Como o diagrama de interação é calculado a nível da seção transversal do elemento estrutural, a sua altura total não influência na sua determinação. Em compensação, a distribuição de esforços é bastante influenciada pela altura do painel. Mantendo-se todos os outros parâmetros fixos, o painel de 12 metros, esposto ao fogo por 240 minutos, apresentou um momento fletor máximo 3 vezes maior que o calculado para o painel de 10 m. Quando comparado ao painel de 6 m, este momento é aproximadamente 18 vezes maior.

No caso da variação da resistência à compressão do concreto, quanto maior a altura, mais significativa é a sua influência na distribuição dos esforços solicitantes. Como o módulo de elasticidade do concreto foi determinado em função da resistência à compressão, já era esperado que com o aumento da mesma, os esforços solicitantes diminuíssem. Com o aumento da

resistência e, consequentemente, do módulo de elasticidade, houve um aumento na rigidez da estrutura, que implicou em deslocamentos menores.

A variação da área de armadura não trouxe grandes variações na distribuição dos esforços ao longo da altura do painel. Embora o diagrama de interação tenha uma ampliação significativa com o aumento destes parâmetros, os esforços solicitantes estão distribuídos em uma região do diagrama onde não há muita influência, que corresponde à situação na qual a linha neutra se encontra acima da armadura superior, e a seção está predominantemente tracionada.

A espessura do painel, além de ter uma influência significativa no diagrama de interação, também afeta bastante a distribuição de momentos. Com o aumento da espessura, embora o peso próprio da estrutura aumente, há uma diminuição do esforço de momento fletor. Isto se justifica pelo fato de que, ao se considerar os efeitos de segunda ordem, o momento fletor depende da rigidez, a qual aumenta com o aumento da espessura da seção.

Sugere-se, como continuidade deste trabalho, o desenvolvimento do cálculo para determinar o tempo exato em que um painel com determinada estrutura irá romper. Além disso, neste trabalho, a estrutura de painel foi modelada como uma viga. Para isso, considera-se que o painel é de grande extensão, ou seja, não há fluxo de calor nas laterais da viga (fluxo unidirecional). Assim, caso haja limitação na dimensão lateral do painel, os resultados obtidos não são adequados e é necessária uma avaliação em duas dimensões, na qual o painel deve ser dimensionado como uma laje. Para que se possa validar os resultados obtidos neste estudo, sugere-se também a realização de experimentos considerando as mesmas condições consideradas no trabalho.

## REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, G. B. M. L. **Dimensionamento de vigas de concreto armado em situação de incêndio.** Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica. São Paulo, 2012. 245 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5628:** Componentes construtivos estruturais – Determinação na resistência ao fogo. Rio de Janeiro. 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15200:** projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio: procedimento. Rio de Janeiro. 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14323:** dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio: procedimento. Rio de Janeiro. 2013, 46p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – procedimento . Rio de Janeiro. 2014.

BATTISTA, R. C.; BATISTA. E. M.; CARVALHO, E. M. L. **Reabilitação estrutural do prédio Santos Dumont após danos causados por incêndio.** Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil, Mayagüez v. 1, n. 1, p, 51-60. 2001.

BEITEL, J.; IWANKIW, N. Analysis of needs and existing capabilities for full-scale fire resistance testing. Springfield, USA: NIST/NTIS, 2002. 96 p. (NIST GCR 02-843).

BUCHANAN, A.; MUNUKUTLA, V. R. Fire Resistance of Load-Bearing Reinforced Concrete Walls. Fire Safety Science 3, Borehamwood. 1991. p. 771-780.

CALDAS, R. B., **Análise Numérica de Estruturas de Aço, Concreto e Mistas em Situação de Incêndio**, Belo Horizonte, 2008, 226p. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais.

CALDAS, R. B., SOUZA, J. J., FAKURY, R. H. Interaction diagrams for reinforced concrete sections subjected to fire. Engineering Structures, vol. 32, no.9, 2010, pp. 2832–2838.

CHEN, W. F., LIU, X. L. Limit analysis in soil mechanics. Amsterdam: Elsevier, 1990.

COOK, R. D., MALKUS, D. S., PLESHA, M. E., WITT., R. J., **Concepts and applications of finite element analysis.** 4<sup>th</sup> ed. ISTE Ltd and John Wiley and Sons, Inc., United States, 2002.

COSTA, C. N. **Dimensionamento de elementos de concreto armado em situação de incêndio.** Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica. São Paulo, 2008.

CROZIER, D. A., SANJAYAN, J. G., **Tests of Load-Bearing Slender Reinforced Concrete Walls in Fire.** ACI Structural Journal, V. 97, No. 2, Mar.-Apr., pp. 243-251. 2000.

Análise da influência de altas temperaturas na resistência de painéis de concreto armado através da análise limite

DHIR, R. K., CHANA, P., CALISKAN, S., LAVINGIA, R. Concrete for fire engineering. Warford. HIS BRE Press, 2008. 332 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). Eurocode 2: design of concrete structures – part 1.3: general rules – structural fire design. EN 1992-1-2. CEN. Bruxelas, Bélgica. 2004.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE [du] BÉTON (FIB). Fire design of concrete structures: materials, structures and modelling. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2007, 97 p. (Bulletin. FIB; 38).

FÉDÉRATION INTERNATIONALE [du] BÉTON (FIB). Fire design of concrete structures: structural behavior and assessment. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2008, 209 p. (Bulletin. FIB; 46).

FLETCHER, I. A., WELCH, S., TORERO, J. L., CARVEL, R. O., USMANI, A. **The behavior of concrete structures in fire.** Thermal Science 11 (2), 2007. pp.33-57

G1. **Prédio de 24 andares desaba após incêndio no Centro de SP**. 01 de maio de 2018. Disponível em:

https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/noticia/incendio-atinge-predio-no-centro-de-sp.ghtml Acesso em: 02 de julho de 2018.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **Fire-resistance tests** – **Elements of building construction** – Part 1.1: General requirements for fire resistance testing. Geneva, Suíça [Revision of first edition (ISO 834:1975)], 1990.

KLEIN, G. L.; CAMPAGNOLO, J. L.; GASTAL, F. P. L. **Ação do fogo em prédios estruturados**: estudo de um caso. Jornadas Sudamericanas de Igenieria Estructural, 29., 2000, Punta del Este. Memorias... 2000. P. 1-21.

KLEIN JÚNIOR, O. **Pilares de concreto armado em situação de incêndio submetidos à flexão composta.** 2011. 210 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, São Paulo, 2011.

KHOURY, G. A. Effect of fire on concrete and concrete structures. Progress in Structural Engineering and Materials, vol. 2, n. 4, 429-447, April 2000.

LEMAITRE, J. Mechanics of Solid Materials. Cambridge University Press, Cambridge. 2009.

LIENHARD, J. H. A heat transfer textbook. 3rd ed. – Cambridge, USA. 2000.

MECWAY, Manual- Mecway Finite Element Analysis, Version 9.0. 2018

MOREIRA, A. M. M., SILVA, N. A., SILVA, R. M., Verificação de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexão oblíqua composta em situação de incêndio. CILAMCE, Pirenópolis, 2013.

Luisa Rossini Machado (luisamrossini@gmail.com) Dissertação de Mestrado. PPGEC/UFRGS. 2019.

NPCA. **National Precast Concrete Association**, 2019. Precast Products. Wall Panels and Veneer. Disponível em: <u>https://precast.org/precast-product/wall-panels/</u> Acesso em: 02 de julho de 2018.

NIELSEN, M. P., HOANG, L. C. Limit analysis and concrete plasticity. 3<sup>rd</sup> ed. CRC Press. 2010.

ÖZISIK, M. N., Heat Conduction, 2<sup>nd</sup> ed., 1993.

PASQUALI, P. R. Z. Análise limite de estruturas através de uma formulação em elasticidade não-linear. 2008. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2008.

PHAM, D. T. Analyse par le calcul à la rupture de la stabilité au feu des panneaux em béton armé de grandes dimensions. Génie civil. Université Paris-Est, 2014.

PHAM, D. T. DE BUHAN, P., FLORENCE C., HECK, J. V., NGUYEN, H. H. Interaction diagrams of reinforced concrete sections in fire: a yield design approach. Engineering Structures, 90, 38-47. 2015

RIBEIRO, J, C. L. Simulação via método dos elementos finitos da distribuição tridimensional de temperatura em estruturas em situação de incêndio. Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas. Escola de Engenharia da UFMG. Belo Horizonte, 2004.

SALENÇON, J. **Calcul à la rupture et analyse limite.** Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. Paris. 1983.

SALENÇON, J. **De l'Élasto-plasticité au Calcul á la rupture.** Editions de l'Ecole Polytechnique. Paris. 2002.

SALENÇON, J. **Yield design.** Great Britain and the United States: ISTE Ltd and John Wiley and Sons, Inc. 2013.

SILVA, V. P., **Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio: conforme ABNT NBR 15200:2012**, Ed. Blucher, São Paulo, 2012.

SOUZA, L. D. P.; AZERÊDO, G. A. de; SILVA, F. de A. Comportamento do concreto sob altas temperaturas via planejamento experimental fatorial com configuração estrela. Ambiente Construído, Porto Alegre, vol. 18, n. 1, 327-344, jan/mar 2018.

SUAZNÁBAR, J. S., SILVA, V. P. **Método simplificado para análise termestruturais de pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio.** Congresso Ibero-Latino-Americano sobre Segurança contra Incêndio, Recife, 2017a.

SUAZNÁBAR, J. S., SILVA, V. P. Sobre a flexão composta oblíqua de pilares de concreto armado de alta resistência em situação de incêndio. Congresso Ibero-Latino-Americano sobre Segurança contra Incêndio, Recife, 2017b.

WICKSTROM, U. **Temperature calculation in fire safety engineering**. Springer. 243p. 2016.