

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,  
Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M)

**ANÁLISE DA VARIABILIDADE DE MINÉRIO DE  
NIÓBIO E DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE  
AMOSTRAGEM UTILIZANDO SIMULAÇÕES  
ESTOCÁSTICAS**

**Leandro Dias da Silva**

DISSERTAÇÃO PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
MESTRE EM ENGENHARIA

Porto Alegre, RS

Abril, 2019

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,  
Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M)

**ANÁLISE DA VARIABILIDADE DE MINÉRIO DE  
NIÓBIO E DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE  
AMOSTRAGEM UTILIZANDO SIMULAÇÕES  
ESTOCÁSTICAS**

**Leandro Dias da Silva**  
Engenheiro de Minas

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,  
Metalúrgica e de Materiais – PPGEM, como parte dos requisitos para a obtenção do título  
de Mestre em Engenharia.

Área de concentração: Metalurgia Extrativa e Tecnologia Mineral

Porto Alegre, RS  
Abril, 2019

Essa Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia, área de concentração Metalurgia Extrativa e Tecnologia Mineral e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador:

Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Co-orientador:

Prof. Dr. Diego Machado Marques

Banca examinadora:

Prof. Dr. Áttila Leães Rodrigues (UFRGS)

Eng. Dr. Francisco Gregianin Testa (CBMM)

Prof. Dr. Jair Carlos Koppe (UFRGS)

Prof. Dr. Carlos Pérez Bergmann  
Coordenador do PPGEM

“Não sei onde eu to indo mas sei que eu to no meu caminho...”

.... Você esperando respostas olhando pro espaço, e eu tão ocupado vivendo, eu não me pergunto, eu faço!”

Raul Seixas – No fundo do quintal da escola

À minha esposa Hakielle e aos meus  
filhos Arthur e Miguel, por serem fontes de  
inspiração e alegria no dia a dia.

## AGRADECIMENTO

A Deus, por me fortalecer nas horas em que mais precisei.

À minha família pelo apoio e carinho.

Ao Prof. Dr. João Felipe C. L. Costa e ao Prof. Dr. Diego Machado Marques, pelas orientações no desenvolver do trabalho e pela oportunidade de compartilhar valiosos conhecimentos comigo.

A todos os envolvidos da CBMM, que sempre apoiaram a busca pelo conhecimento e proporcionaram essa oportunidade ímpar de dar mais um salto na minha escala de educação.

À estagiária Laura Neves, por me apoiar na organização e geração de dados técnicos utilizados nesse trabalho.

# Índice

<b>Resumo .....</b>	<b>13</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>15</b>
<b>Capítulo 1 .....</b>	<b>17</b>
<b>1 Introdução.....</b>	<b>17</b>
1.1 Meta .....	19
1.2 Objetivos.....	20
1.3 Metodologia.....	20
1.4 Organização dessa dissertação.....	23
<b>Capítulo 2 .....</b>	<b>24</b>
<b>2 Simulação Geoestatística por Bandas Rotativas .....</b>	<b>24</b>
2.1 Aspectos gerais da Simulação Estocástica .....	24
2.2 Simulação por Bandas Rotativas .....	27
2.3 Estudo de Caso .....	30
2.3.1 Aspectos Gerais de Geologia e Lavra.....	30
2.3.1 Análise dos Dados .....	33
2.3.2 Transformação Gaussiana.....	36
2.3.1 Análise Variográfica.....	38
2.3.2 Geração dos modelos simulados .....	40
2.3.1 Validação das Simulações .....	40
2.4 Comentários Finais .....	41
<b>Capítulo 3 .....</b>	<b>42</b>
<b>3 Princípios e Estratégias de Homogeneização.....</b>	<b>42</b>
3.1 Homogeneidade e Heterogeneidade .....	42
3.2 Variabilidade das Características dos Minérios .....	43
3.3 Estratégias de Homogeneização .....	43

3.3.1	Blendagem na Lavra .....	45
3.3.2	Homogeneização em Pilhas .....	46
3.4	Análise da Redução de Variabilidade Utilizando Pilhas de Homogeneização .....	51
3.4.1	Estudo de caso .....	53
3.4.2	Avaliando a incerteza nos teores dos blocos .....	54
3.4.3	Redução da variabilidade com o aumento de massa .....	56
3.4.4	Redução da variabilidade interna da pilha com o aumento do número de camadas .....	63
3.5	Comentários Finais .....	71
<b>Capítulo 4</b>	.....	<b>72</b>
<b>4</b>	<b>Fundamentos de Amostragem.....</b>	<b>72</b>
4.1	Aspectos gerais .....	72
4.2	Amostragem de fluxo contínuo .....	75
4.2.1	Amostradores Corta-Fluxo de Trajetória Retilínea .....	75
4.3	Análise Variográfica.....	77
4.4	Definição de intervalo amostral utilizando simulações geoestatísticas 80	
4.5	Comentários Finais .....	82
<b>Capítulo 5</b>	.....	<b>83</b>
<b>Conclusões e Recomendações</b>	.....	<b>83</b>
5.1	Conclusões.....	83
5.1.1	Homogeneização .....	83
5.1.2	Amostragem .....	84
5.2	Recomendações e Trabalhos Futuros .....	85
<b>Referências Bibliográficas</b>	.....	<b>86</b>



## Lista de Figuras

Figura 1-1: Sequência metodológica adotada.....	22
Figura 2-1: Esquema ilustrativo mostrando a diferença dos resultados de saída de cada método de estimativa: Simulação, onde se tem acesso a variabilidade de cada bloco e Krigagem, onde se tem apenas um valor médio do atributo em cada bloco. Fonte: Gambim, 2003.....	25
Figura 2-2: Comparativo entre Realidade, Estimativa por Krigagem e Simulação Condicional .....	26
Figura 2-3: Princípio de simulação pelo método de bandas rotativas em 2D .....	28
Figura 2-4: Fluxograma dos passos envolvidos para geração de uma simulação geoestatística por Bandas Rotativas .....	29
Figura 2-5: Localização da cidade de Araxá e vista aérea da Mina de Nióbio com os limites dos decretos minerários .....	30
Figura 2-6 : Mapa Geológico do Complexo Carbonatítico de Araxá.....	31
Figura 2-7: Mapa de localização das amostras (pontos azuis) de Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub> .....	33
Figura 2-8: Esquema ilustrativo do método das células móveis .....	35
Figura 2-9: A) Histograma dos dados originais para teor de Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (%) e B) Histograma dos dados desagrupados para teor de Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (%).....	36
Figura 2-10: Transformação dos dados originais em gaussianos por meio de frequências equivalentes .....	37
Figura 2-11: Histograma dos dados de Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub> normalizados .....	37
Figura 2-12: Modelagem variográfica para as direções de maior (vermelho), intermediária (verde) e menor (roxo) continuidade .....	39
Figura 2-13: Modelo de blocos simulado (cenário 22), gerado pelo algoritmo de bandas rotativas, para a variável Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub> .....	40
Figura 2-14: Variograma modelado e flutuações ergóticas para A) direção de máxima, B) intermediária, C) menor continuidade espacial. D) reprodutibilidade dos histogramas simulados (linhas pretas) em função dos dados amostrais (linha verde) .....	41
Figura 3-1: Esquema simplificado da estratégia de homogeneização da CBMM. Modificado de Marques (2014).....	45
Figura 3-2: Homogeneização em pilhas (adaptado de Schofield, 1980).....	47
Figura 3-3: Pilhas longitudinais em linha (eixos coincidentes) (Schofield, 1980).....	49

Figura 3-4: Pilhas paralelas com empilhadeira de torre giratória. Fonte: Marques (2014) .....	49
Figura 3-5: Principais esquemas de empilhamento utilizados: (a) chevron (b) windrow (c) chevron-windrow (Schofield, 1980).....	51
Figura 3-6: Relação do aumento/diminuição da variância com a diminuição/aumento do suporte. Fonte: Pilger 2000 .....	52
Figura 3-7: Comportamento esperado para a relação volume-variância. Fonte: Marques (2014) .....	52
Figura 3-8: Esquema mostrando a disposição das pilhas de homogeneização da CBMM. ....	53
Figura 3-9: Pátio de Homogeneização mostrando (a) empilhamento de minério e (b) retomada.....	54
Figura 3-10: Sequenciamento de lavra de curto prazo. Os polígonos de lavra estão coloridos conforme a sequência de lavra mensal, durante o ano de 2018. ....	55
Figura 3-11: Série temporal dos teores dos blocos sequenciados emulando o fluxo contínuo de uma correia transportadora. A linha vermelha representa o P95 e a linha azul o P5 de Nb <sub>2</sub> O <sub>5</sub> entre as 100 realizações para cada SMU de 125 m <sup>3</sup> .....	56
Figura 3-12: Modelo geométrico teórico adotado (Marques, 2010) .....	57
Figura 3-13: Gráfico de redução de variabilidade em função do incremento de massa, para vários cenários equiprováveis.....	59
Figura 3-14: Série temporal das pilhas de 20 kt. A linha azul representa o P5 e a vermelho o P95 obtidos a partir dos 100 cenários equiprováveis .....	59
Figura 3-15: Série temporal das pilhas de 65 kt. A linha azul representa o P5 e a vermelho o P95 obtidos a partir dos 100 cenários equiprováveis.....	60
Figura 3-16: Série temporal das pilhas de 130 kt. A linha azul representa o P5 e a vermelho o P95 obtidos a partir dos 100 cenários equiprováveis .....	60
Figura 3-17: Série temporal dos blocos que alimentam o algoritmo de emulação de pilhas (linha cinza) e série temporal das pilhas formadas (em vermelho) para a simulação 21.....	62
Figura 3-18: Série temporal dos blocos que alimentam o algoritmo de emulação de pilhas (linha cinza) e série temporal das pilhas formadas (em vermelho) para a simulação 73.....	62

Figura 3-19: Deposição e retomada em uma pilha Chevron (Schofield 1980) .....	64
Figura 3-20: Gráfico de redução de variabilidade em função do número de camadas para pilhas geradas com vazão do material de 1,15 m <sup>3</sup> /m .....	68
Figura 3-21: Série temporal das fatias das pilhas de 65 kt formadas ao longo do período analisado para (a) 135 camadas e vazão da empilhadeira de 1,15m <sup>3</sup> /m e (b) 22 camadas e vazão de 6,9 m <sup>3</sup> /m. A linha azul representa o P5 e a vermelho o P95 obtido a partir dos 100 cenários equiprováveis .....	69
Figura 3-22: Série temporal das fatias das pilhas de 65 kt formadas ao longo do período analisado para (a) 135 camadas e vazão da empilhadeira de 1,15 m <sup>3</sup> /m e (b) 22 camadas e vazão de 6,9 m <sup>3</sup> /m para a simulação #22. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	70
Figura 3-23: Série temporal das fatias das pilhas de 65 kt formadas ao longo do período analisado para (a) 135 camadas e vazão da empilhadeira de 1,15 m <sup>3</sup> /m e (b) 22 camadas e vazão de 6,9 m <sup>3</sup> /m para a simulação #60. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	71
Figura 4-1: Amostradores corta-fluxo primário e secundário na torre de amostragem da CBMM .....	76
Figura 4-2: Variograma experimental utilizando a simulação #7 nos dias 17 e 26 .....	78
Figura 4-3 Variograma experimental utilizando a simulação #78 nos dias 14 e 08.....	79
Figura 4-4: Erro relativo versus número de incrementos amostrados. Os modelos #08 e #44 foram usados como referência.....	82

## Lista de tabelas

Tabela 3-1: Resultado de redução de variabilidade com utilização de Pilhas de Homogeneização para alguns cenários equiprováveis .....	61
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## Resumo

O processamento mineral, para sua máxima eficiência, requer uma matéria prima com a menor variabilidade possível. Quanto menos flutuações nos teores de alimentação, maiores são os ganhos em recuperação metalúrgica além de um melhor controle dos principais insumos utilizados.

Dentre os principais métodos de estimativas de recursos e reservas minerais, o mais utilizado é a krigagem ordinária. Esse método, quando executado de maneira adequada, garante a uma estimativa precisa e acurada (não enviesada e com menor erro) a partir dos dados amostrais disponíveis, no entanto, não permite o acesso a incerteza associada à estimativa, ou seja, as flutuações de teores. Uma maneira de quantificar essas incertezas associadas ao fenômeno geológico é o uso de simulação geoestatística, que permite o acesso à variabilidade *in situ* e é capaz de garantir a continuidade espacial dos dados. Nesse estudo será utilizada a simulação geoestatística por Bandas Rotativas.

Os dados abordados neste estudo são provenientes de uma mina de Nióbio da Companhia Brasileira de Metalurgia e Mineração (CBMM) e Companhia de Desenvolvimento Econômico de Minas Gerais (CODEMIG). Desde julho de 2013 a empresa vem adotando uma das melhores práticas de minimização de variabilidade de teores: a utilização de um *stacker* (empilhadeira) que dispõe o minério em camadas ao longo de um eixo longitudinal e de um *reclaimer* (retomadora) que faz a retomada do material em fatias perpendiculares ao eixo de formação da pilha. No entanto, não existia uma sistemática de previsibilidade de variabilidade do minério que alimentava o sistema de beneficiamento nem uma técnica alternativa de amostragem desse minério homogeneizado.

O trabalho propõe uma combinação de pilhas longitudinais e simulações geoestatísticas para emular a variabilidade *in situ*, bem como a variabilidade dos teores das pilhas de homogeneização. É proposto ainda uma técnica de amostragem baseada unicamente nos resultados das simulações geoestatísticas. Os modelos de blocos tridimensionais simulados são utilizados no planejamento de lavra e, a partir de um sequenciamento de lavra anual, são transformados em uma sequência unidimensional de valores que alimentam a planta de beneficiamento (fluxo unidimensional) e/ou a pilha de homogeneização.

Os resultados desse estudo demonstraram que o uso de pilhas de homogeneização reduz em até 65% a variabilidade do minério de nióbio, e tomada de decisões proativas podem ser feitas com base na previsibilidade da variabilidade dessas pilhas. Além disso uma alternativa de amostragem, utilizando somente os resultados de simulação geoestatística, se mostrou bastante consistente com os resultados atuais de reconciliação da empresa sinalizando a possibilidade de ganhos econômicos com redução de números de amostras sem um aumento significativo nos erros relativos de amostragem.

# Abstract

Mineral processing, for maximum efficiency, requires a raw material with the lowest possible variability. The less are the fluctuations in the feed contents, the greater are the gains in the metallurgical recovery besides a better control of the main inputs used.

Among the main estimation methods used for metal grades in mineral deposits, the most commonly used is ordinary kriging. This method, when properly executed, guarantees a precise and accurate estimate (unbiased and with minimum error) from the available sample data, however, it does not allow a proper assessment of the uncertainty associated to the estimated values, i.e, the fluctuations on the grade contents. One way for quantifying the uncertainty associated with a geological phenomenon is by using of geostatistical simulation, which allows assessment of the in situ variability and is able to reproduce the spatial continuity of the data. In this study the geostatistical simulation by Turning Bands was used.

The data discussed in this study comes from a Niobium mine of Companhia Brasileira de Metalurgia e Mineração (CBMM) and Companhia de Desenvolvimento Econômico de Minas Gerais (CODEMIG). Since July 2013 the company has been adopting one of the best practices for minimizing the variability of the contents. The system consists of a stacker that piles up the ore in layers along a longitudinal axis and a reclaimer that extracts the material in slices perpendicular to the pile forming axis. However, there was no a systematic variability predictability of the ore that fed the beneficiation system nor an alternative sampling technique for this homogenized ore.

The work proposes a combination of longitudinal piles and geostatistical simulations to emulate the variability in situ, as well as the variability of the contents of the homogenization piles. A sampling technique based solely on the results of geostatistical simulations is also proposed. The simulated three-dimensional blocks models are used in mining planning and, from an annual mining sequencing, are transformed into a one-dimensional sequence of values that emulates the feed of the beneficiation plant (one-dimensional flow) and / or the homogenization stack.

The results of this study demonstrated that the use of homogenization piles reduces the variability of niobium ore by up to 65%, and proactive decisions can be made based on the predictability of the variability of these piles. In addition, a sampling alternative using only the

geostatistical simulation results was very consistent with the company's current reconciliation results, signaling the possibility of economic gains reducing sampling numbers without a significant increase in the relative sampling errors.



# Capítulo 1

## Introdução

Toda unidade de beneficiamento de minério almeja receber um minério o mais homogêneo possível, portanto assegurar essa baixa variabilidade é essencial para um melhor desempenho das etapas de processo. Segundo Schofield (1980), existem 3 principais maneiras de garantir a homogeneização do minério, são elas: i) Homogeneização na lavra por meio de técnicas de geoestatística para previsão da variabilidade no carregamento; ii) Pilhas de Homogeneização; iii) Adoção de processos de beneficiamento.

O sistema de homogeneização adotado pela Companhia Brasileira de Metalurgia e Mineração (CBMM) baseia-se em pilhas do tipo chevron, que consiste em depositar o material sobre um eixo alongado, formando uma configuração retangular vista em planta e com a seção vertical triangular, além de semicone em cada extremo da pilha formada. Atualmente, na indústria mineral, outros tipos de pilhas também são usados, incluindo pilhas circulares contínuas, onde a construção e a retomada são realizadas simultaneamente (Gerstel, 1996).

Esse tipo de sistema de homogeneização é projetado usando princípios da Relação de Krige (Krige, 1951 e 1981), onde foi feito um estudo da relação volume-variância utilizando dados do depósito de ouro de Witwatersrand. Segundo essa relação, dispersão de uma pequena unidade “ $v$ ” dentro do depósito é igual à soma de a dispersão de “ $v$ ” dentro de uma unidade maior “ $V$ ” e a dispersão destas unidades “ $V$ ” dentro do depósito “ $D$ ” (Isaaks, 1989), conforme a expressão:

$$\sigma^2(v/D) = \sigma^2(v/V) + \sigma^2(V/D) \quad (1-1)$$

Antes da implementação do sistema de homogeneização vigente (via *stacker/reclaimer*), a CBMM adotava uma metodologia de redução de variabilidade baseado exclusivamente numa sequência otimizada de lavra, onde era empilhado (por tratores) uma combinação de blocos de minério de diferentes frentes, visando manter os teores o mais constante possível. Os teores desses blocos eram estimados pela técnica de krigagem ordinária (Matheron, 1963).

A krigagem ordinária, ou qualquer outra técnica derivada dela, ajuda na construção de modelos das variáveis de interesse, mas esse procedimento não é capaz de incorporar a incerteza associada ao valor interpolado de forma satisfatória, sendo que a variância dos valores estimados é menor que a variância dos dados originais. Portanto, a utilização de simulação geoestatística foi a opção adotada para resolver esse impasse, pois é uma técnica que permite acessar a variabilidade *in situ*, reproduzindo a continuidade espacial dos dados, combinando vários cenários equiprováveis na avaliação das incertezas associadas aos teores.

Com a simulação geoestatística do depósito conhece-se uma realização do atributo de interesse em todos os pontos e não apenas os pontos amostrais. Isto auxilia na análise de questões financeiras ou relacionadas ao planejamento de lavra, ajudando a avaliar os potenciais riscos durante o processo de decisão. Estes depósitos simulados são, também, chamados de modelos numéricos do depósito real (Journel & Huijbregts, 1978).

Um modelo simulado é dito condicionado quando consegue reproduzir as características de dispersão do conjunto de dados original, dada pelo seu histograma e sua continuidade espacial dada pelo seu semivariograma, além de reproduzir os dados em locais simulados que coincidam com as coordenadas dos mesmos.

Ao utilizar um modelo estimado por técnicas de interpolação, o modelo de teores pode apresentar uma suavização excessiva dos teores e levar a discrepâncias entre os teores previstos pelas equipes de planejamento e os amostrados na alimentação da unidade de beneficiamento do minério. Essa discrepância é chamada de problema de reconciliação mina/usina e pode ter uma série de outras causas, além da incerteza associada a quantidade e qualidade do minério. Dentre as causas de viés nos teores tem-se os causados por má amostragem, e essa é, portanto, uma atividade crucial para se garantir a qualidade das informações utilizadas.

A CBMM possui um protocolo amostral desenvolvido para amostragem do minério que entra na Usina de Concentração Mineral. Os critérios utilizados na definição desse protocolo foram bem abordados, mas não foi considerado o sequenciamento de lavra nessa definição. Segundo Sans (2005), dois aspectos devem ser claramente considerados:

- a variabilidade do teor ao longo do tempo em um fluxo de minério alimentando a planta de beneficiamento irá influenciar o espaçamento e o número de incrementos a serem retirados da correia transportadora durante um período.

- a heterogeneidade do minério em cada incremento irá influenciar o protocolo de preparação da amostra.

Segundo Marques (2014), o programa de amostragem, para apresentar resultados satisfatórios, precisa ser tanto acurado quanto preciso. Embora existam diversas técnicas de amostragem, estas são muitas vezes negligenciadas, devido as dificuldades de operação dos métodos existentes. Em consequência, as avaliações da qualidade dos minérios lavrados e produtos concentrados são baseadas em amostras com sérios erros sistemáticos (viés), provocando problemas para a aceitação dos lotes ou afetando a economicidade dos processos onde estes minérios serão usados. A teoria da amostragem foi primeiramente proposta por Gy (1951), mas por muito tempo não foi utilizada no meio científico e, conseqüentemente, no meio industrial.

O número de amostras coletadas afeta diretamente a precisão dos resultados, e um aumento leva a uma reconciliação satisfatória entre a lavra e a planta de beneficiamento. Portanto, o ideal é usar um intervalo de coleta associado a um número de incrementos que leve o erro da estimativa associada a essa amostragem para dentro de faixas aceitáveis.

Nessa dissertação foi estudada a estratégia de homogeneização adotada na CBMM, comparando à variabilidade de cenários considerados ideais, por meio da análise da influência do tamanho de pilhas e número de camadas usada na sua construção. Também, foi analisado se o protocolo amostral do minério que entra na usina de concentração mineral estava com um erro aceitável, conforme técnica proposta de utilização de simulação geoestatística.

## **1.1 Meta**

A meta desse estudo consistiu em adotar uma rotina de acompanhamento da variabilidade das pilhas de minério, analisando o atual sistema de homogeneização da CBMM, comparando-o com cenários de variabilidades considerados ideais e demonstrar a importância da implantação do Sistema de Homogeneização por pilhas.

Do ponto de vista da amostragem a proposta foi sugerir uma alternativa, baseada exclusivamente em simulação geoestatística, e comparar ao protocolo amostral vigente, verificando se os níveis de erros encontrados estavam convergindo.

## 1.2 Objetivos

O objetivo desse estudo é comparar o atual protocolo amostral da CBMM com um protocolo baseado em simulação numérica para cálculo do erro (diferença entre teores reais e teores obtidos a partir de amostras) e propor melhorias caso seja necessário.

Do ponto de vista de homogeneização, o objetivo é definir um tamanho de pilha ideal e compará-lo com o tamanho de pilha utilizado atualmente na CBMM. O mesmo deverá ser feito para análise do número ideal de camadas usadas na pilha. Outras análises, como tamanho mínimo de pilha que não prejudique a usina de concentração, também serão abordadas. Para atendimento a esses objetivos as seguintes tarefas foram propostas:

- i. acessar a variabilidade *in situ* das variáveis de interesse utilizando simulação geoestatística;
- ii. emular uma sistemática de amostragem utilizando diferentes protocolos amostrais para obter a média da amostragem comparando-a com a média conhecida do período analisado (obtida a partir do cenário simulado), quantificando o erro entre os dois;
- iii. calcular a redução de variabilidade com base na relação volume-variância, realizando a emulação numérica das pilhas de blendagem em diferentes massas;
- iv. calcular a influência do número de camadas de uma pilha na sua variabilidade interna emulando pilhas de homogeneização de uma massa específica, com diferentes números de camadas.

## 1.3 Metodologia

A primeira etapa desse estudo foi a utilização de simulação geoestatística para reproduzir as estatísticas da variável de interesse (teor de  $\text{Nb}_2\text{O}_5$  do minério) e sua conectividade no espaço/tempo como um fluxo contínuo. Uma série de modelos equiprováveis foram construídos. Em seguida, com informações do sequenciamento de lavra proveniente do planejamento de lavra anual (sequenciado em meses) foi realizado um “carimbo” dessa variável (sequenciamento) nos modelos simulados. O sequenciamento de lavra usualmente utilizado nos fornece apenas a sequência mês a mês dos blocos, sendo assim a sequência de alimentação das pilhas bloco a bloco foi escolhida aleatoriamente, obedecendo a sequência de lavra mensal. Essa escolha aleatória dos blocos tem pouca influência nos resultados alcançados.

Com a sequência bloco a bloco do minério que alimentará a usina, transformando-os em um fluxo unidimensional, é possível calcular o erro associado com o uso de diferentes intervalos de amostragem para uma determinada pilha. Com vários intervalos amostrais testados, pode-se selecionar um, que leve a um erro aceitável para um determinado tipo de minério, bem como comparar com o erro que se pratica com o protocolo vigente.

A partir desta sequência temporal, que representa a sequência de blocos que alimentam a planta, será analisado a relação volume-variância onde será estudado a influência do tamanho de uma pilha na variabilidade entre elas, e um comparativo dos melhores cenários (menores variâncias) com o cenário praticado atualmente. Feito isso, escolher-se-á uma massa fixa de uma pilha e será feito a análise da redução de variância com aumento do número de camadas da mesma.

A sequência de trabalhos a serem realizados nesse estudo pode ser visualizado na Figura 1-1.

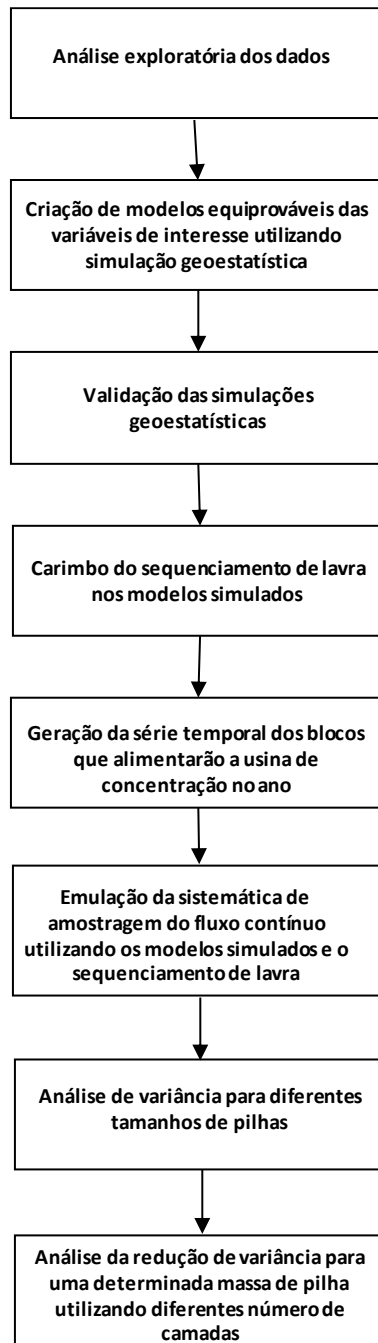


Figura 1-1: Sequência metodológica adotada

## **1.4 Organização dessa dissertação**

Os capítulos seguintes dessa dissertação estão organizados da seguinte maneira:

O Capítulo 2 revisa brevemente os princípios de simulação geoestatística aplicados aos teores de  $\text{Nb}_2\text{O}_5$  da mina da CBMM.

O Capítulo 3 revisa brevemente os princípios de homogeneização de minérios. É apresentado detalhes dos cálculos de variabilidade de pilhas de diferentes tamanhos, bem como é calculado a redução de variabilidade para uma pilha de determinada massa e diferentes camadas.

O Capítulo 4 revisa brevemente os princípios de definição de protocolo amostral, bem como os tipos de erros existentes em amostragem. Esse estudo se propõe a analisar diferentes sistemáticas de amostragem para um fluxo temporal em uma correia transportadora, incorporando a incerteza associada ao valor estimado para os atributos de estudo.

O Capítulo 5 é referente as conclusões obtidas a partir das análises feitas e recomendações para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

### Simulação Geoestatística por Bandas Rotativas

Esse capítulo abordará princípios básicos de simulação geoestatísticas por Bandas Rotativas, utilizadas nesse estudo como um primeiro passo para se acessar a variabilidade *in situ* dos teores dos blocos de minério. Será detalhado a geração dos modelos equiprováveis para a variável  $Nb_2O_5$  e as validações das simulações por meio da reprodução dos variogramas e histogramas dos dados amostrais.

#### 2.1 Aspectos gerais da Simulação Estocástica

As aplicações práticas das chamadas simulações geoestatísticas são razoavelmente recentes. Os primeiros trabalhos a respeito de sua utilização foram publicados nas décadas de 1970 e 1980 (David, 1973; David *et al.*, 1974; Journel & Huijbregts, 1978). Segundo Marques (2014). Dentre as diversas aplicações no ramo industrial podemos destacar os seguintes trabalhos: (Adaptado de Marques, 2014)

- Construções de modelos geometalúrgicos (Braga Junior *et al.*, 2017);
- Otimização de locação amostral para a exploração avançada (Pilger, 2000);
- Avaliações de recursos e reservas (Souza *et al.*, 2002);
- Planejamento de lavra (Blackwell *et al.*, 1999; Bonato *et al.*, 2000; Gambin *et al.*, 2005);
- Análise de risco financeiro (Ravenscroft, 1992; Rossi, 1999);
- Blendagem e homogeneização (Marques & Costa, 2013);
- Risco em estimativa de recursos (Costa, 1997);
- Qualquer combinação dos citados acima.

A utilização da geoestatística ajuda na construção de modelos das variáveis de interesse, interpoladas por meio de krigagem ordinária (Matheron, 1963) ou qualquer outra técnica derivada da citada, fornecendo um modelo guiado pelo acrônimo “BLUE” (*best linear unbiased estimator*). No entanto, esse procedimento não garante que as estimativas produzidas não estejam suavizadas, podendo levar a valores altos subestimados e valores baixos superestimados. A simulação estocástica, por sua vez, possibilita o acesso a incerteza



relacionada às estimativas de variáveis de interesse, pela geração de cenários equiprováveis, condicionado aos dados, que reproduzem características estatísticas como variogramas e histogramas dos dados originais.

A Figura 2-1 ilustra os resultados típicos de estimativas realizadas por simulação em comparação às estimativas feitas por um método de estimativa similar ou idêntico a krigagem.

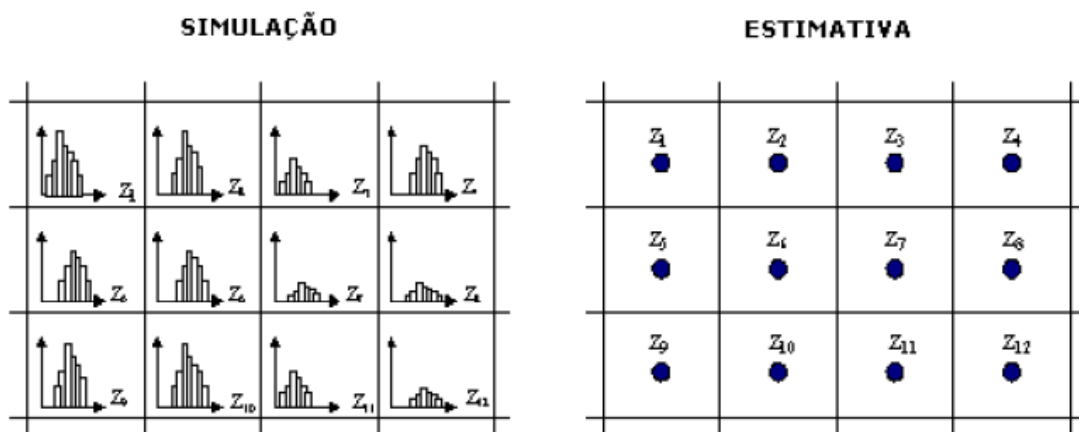


Figura 2-1: Esquema ilustrativo mostrando a diferença dos resultados de saída de cada método de estimativa: Simulação, onde se tem acesso a variabilidade de cada bloco e Krigagem, onde se tem apenas um valor médio do atributo em cada bloco. Fonte: Gambim, 2003

A simulação estocástica é um procedimento que envolve a geração de modelos igualmente prováveis de variáveis aleatórias, visando acessar ao máximo o espaço de incerteza de um dado fenômeno. Cada um desses modelos ou imagens estocásticas, como são conhecidos, devem refletir as propriedades impostas no modelo de função aleatória. As simulações são ditas condicionais se assumirem nos pontos amostrais os mesmos valores que aqueles observados, ou seja, o modelo simulado é dito condicionalmente simulado se ele honrar os valores nos pontos amostrados e reproduzir as mesmas características da dispersão dos dados originais, i.e, a média, a variância e covariância (variograma) (Deutsch & Journel, 1998).

Segundo Journel & Huijbregts (1978), os objetivos da simulação e da estimativa são, normalmente, incompatíveis. Como mostra a Figura 2-2, mesmo que o gráfico dos valores estimados  $Z^*_{(x)}$  mostre-se mais próximo ao da curva real  $Z_{0(x)}$ , o gráfico dos valores simulados  $Z^*_{sc(x)}$  é a melhor representação das flutuações da curva real. A curva de estimativa (por

krigagem ou algum método derivado da mesma) é preferível para locação e estimativa de reservas, enquanto que a curva de simulação é preferível para estudo da dispersão das características destas reservas, considerando que a curva real só é conhecida realmente nos pontos amostrados  $x_a$ .

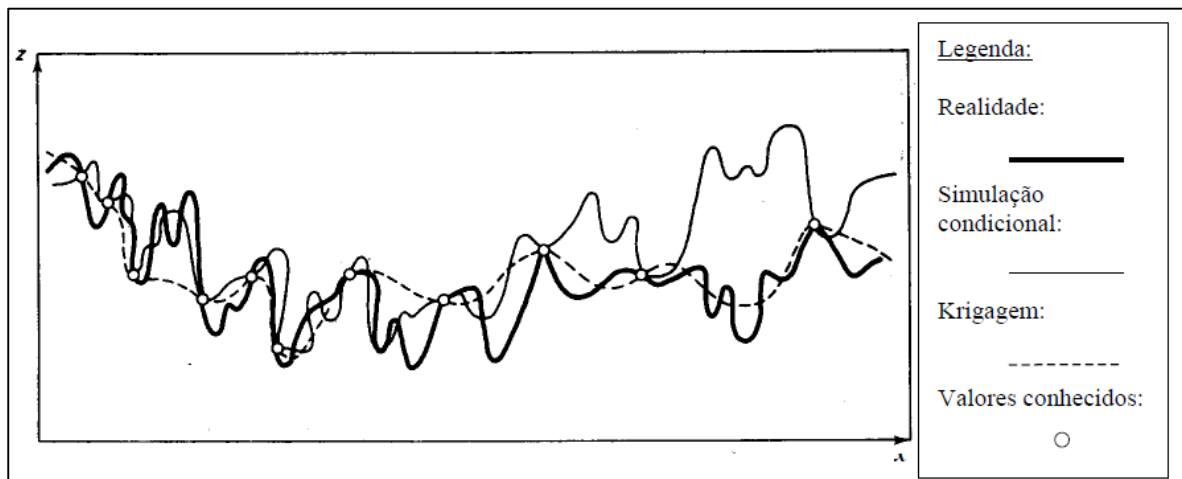


Figura 2-2: Comparativo entre Realidade, Estimativa por Krigagem e Simulação Condicional

A simulação condicional estocástica, além de proporcionar uma avaliação da incerteza associada à estimativa, não produz suavização da variabilidade de um atributo em relação aos dados originais, como acontece com qualquer método de interpolação. Deutsch & Journel (1998) definiram os dois aspectos principais que diferenciam a simulação da krigagem ordinária ou de qualquer outro método de interpolação:

(i) na simulação condicional estocástica a reprodução da variabilidade do depósito através da semelhança de distribuição dos teores e sua continuidade espacial têm prioridade sobre a qualidade da estimativa local do bloco. Ao contrário dos métodos de interpolação como a krigagem ordinária que ao minimizar o erro da estimativa local diminui a variabilidade global do depósito;

(ii) a simulação foi desenvolvida para fornecer medidas de acuracidade local e global. Estas medidas são dadas pela diferença entre os diversos valores simulados local ou globalmente. Já, a krigagem ordinária só é capaz de fornecer uma medida incompleta de acuracidade local e nenhuma medida de acuracidade global.

## 2.2 Simulação por Bandas Rotativas

O método das bandas rotativas foi um dos primeiros métodos de simulação 3-D originados por Matheron (1973) e desenvolvidos por Journel (1974). Nesse método gera-se resultados de simulação 3-D a partir de várias simulações 1-D independentes ao longo de linhas que podem ser giradas no espaço 3-D. Essa maneira exclusiva de simulação fornece realizações incondicionais em 3D, que em uma etapa posterior são condicionados aos dados.

Durante muito tempo esse método foi pouco utilizado em aplicações geoestatísticas, devido a programas computacionais limitados, mas atualmente, com avanços nos algoritmos de computação, o método pode ser utilizado com alta confiabilidade.

Segundo Chilès & Delfiner (1999), o princípio do método consiste em adicionar um grande número de simulações independentes definido na linha de varredura do plano. A covariância dada na direção  $D_n$  (ao longo da linha  $n$ ) contribuirá para o valor simulado no ponto. Este procedimento é realizado para várias bandas orientadas por vetores diferentemente distribuídos no espaço (Figura 2-3).

O valor a ser simulado no ponto  $x(x,y)$  em um plano, é a soma dos valores obtidos da projeção do ponto  $x$  até a linha simulada em uma dimensão, conforme a Equação 2.1.

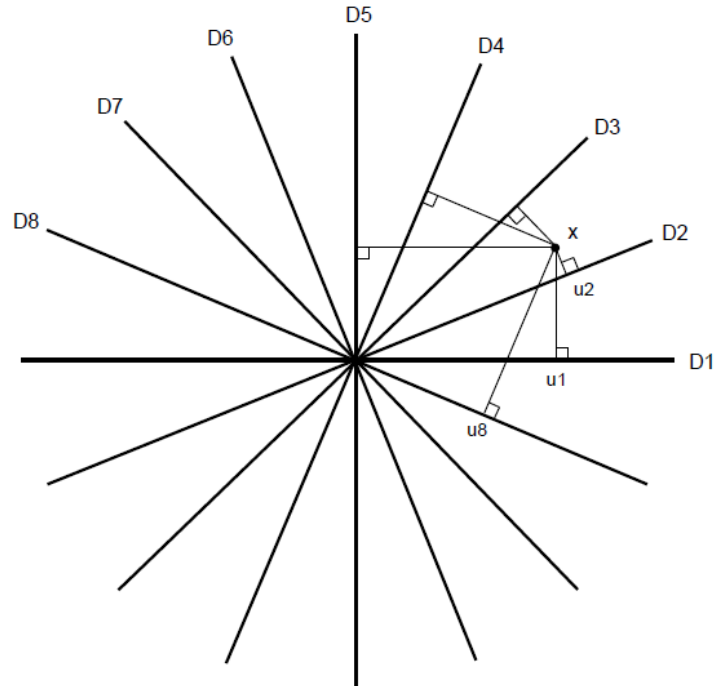


Figura 2-3: Princípio de simulação pelo método de bandas rotativas em 2D

$$z^*(x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_1^N z_{1,n}(x_{1,n}) \quad (2-1)$$

Onde:

$Z^*(x)$ : valor simulado em um ponto  $x$ ;

$N$ : número de linhas que dividem o plano;

$Z_{1,n}$ : valor simulado no local  $x_{1,n}$ ;

$X_{1,n}$ : local da projeção  $x_1$  na  $n$ -ésima linha que divide o plano.

Depois de obter os valores para todos os pontos em um modelo 3-D, uma realização de simulação incondicional é gerada.

O condicionamento das simulações geralmente é feito por duas rodadas de krigagem. Primeiro, krige-se usando os dados de condicionamento para obter  $y_{kc}(x)$ . E segundo, krige-se usando os valores simulados incondicionais nesses locais de dados de condicionamento para obter  $y_{ku}(x)$ . Em seguida, são calculados os valores da simulação condicional pela seguinte equação:

$$y_{cs}(x) = y_{uc}(x) + [y_{kc}(x) - y_{ku}(x)] \quad (2-2)$$

Onde  $y_{uc}(x)$  é o valor da simulação incondicional das bandas rotativa. A simulação condicional é realizada em unidades gaussianas para garantir a reprodução do histograma.

Os procedimentos necessários para a geração das simulações geoestatísticas por bandas rotativas estão descritos na Figura 2-4:

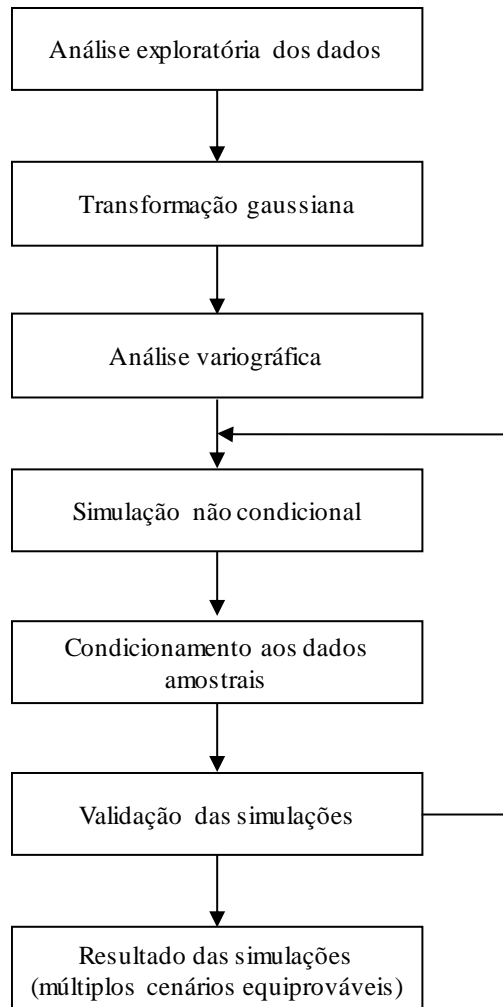


Figura 2-4: Fluxograma dos passos envolvidos para geração de uma simulação geoestatística por Bandas Rotativas

## 2.3 Estudo de Caso

### 2.3.1 Aspectos Gerais de Geologia e Lavra

O presente estudo foi realizado com os dados de teores de  $Nb_2O_5$  do depósito de Nióbio controlado pela Companhia Brasileira de Metalurgia e Mineração (CBMM) e pela Companhia de Desenvolvimento Econômico de Minas Gerais (CODEMIG).

A CODEMIG e a CBMM constituíram uma sociedade anônima, com gestão compartilhada demandando unanimidade para as decisões sociais - a Companhia Mineradora do Pirocloro de Araxá (COMIPA) - à qual as duas empresas arrendaram seus direitos de lavra.

O depósito localiza-se a aproximadamente 10 km ao sul da cidade de Araxá, Minas Gerais, Figura 2-5.

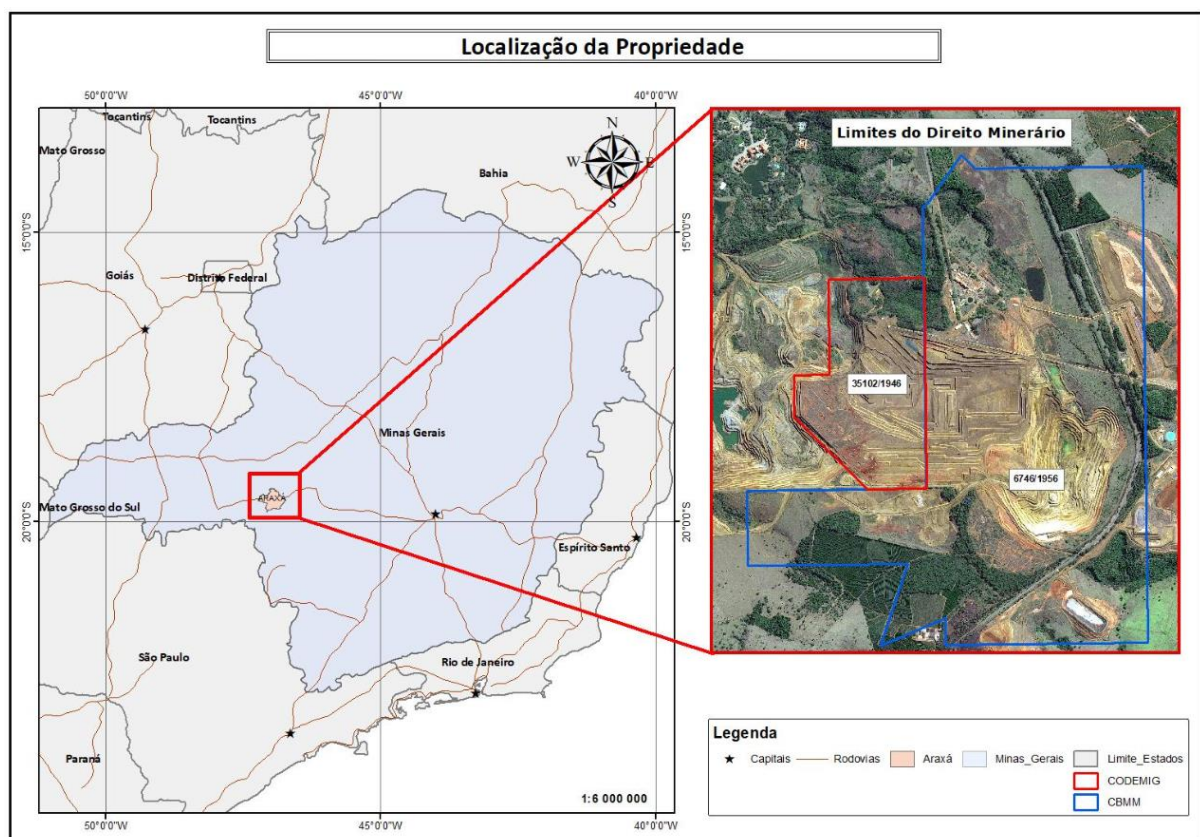


Figura 2-5: Localização da cidade de Araxá e vista aérea da Mina de Nióbio com os limites dos decretos minerários

A área está geologicamente inserida no Complexo Carbonatítico de Araxá. O distrito é caracterizado pela presença de pelo menos sete complexos ígneos alcalinos, os quais foram inseridos nos sedimentos pré-cambrianos do Grupo Araxá durante o Cretáceo Superior.

Os sedimentos do Grupo Araxá sofreram metamorfismo regional de baixo grau e são compostos por quartzitos e clorita/moscovita xistos. As rochas hospedeiras foram dobradas, em alguns lugares foram basculadas, sofreram intenso fraturamento e existem evidências de recristalização, silicificação e alteração metassomática. Em escala regional, falhamentos afetaram tanto as rochas hospedeiras quanto as rochas do Complexo Carbonatítico, com orientação predominante noroeste ou nordeste e deslocamentos verticais acima de 100 metros em alguns lugares.

O Complexo Carbonatítico Araxá é aproximadamente circular e possui cerca de 4,5 km de diâmetro, Figura 2-6. Datações desta intrusão indicaram idade de 90 Ma e está associada a corpos intrusivos contemporâneos registrados em outras partes da área de Araxá. A intrusão levou a uma maior deformação estrutural das rochas hospedeiras já metamorfizadas com desenvolvimento de estruturas dômicas e padrões de fratura radial na vizinhança imediata da intrusão. É provável que a maior parte das alterações metassomáticas registradas nas rochas hospedeiras estejam associadas à intrusão do Complexo Carbonatítico Araxá.

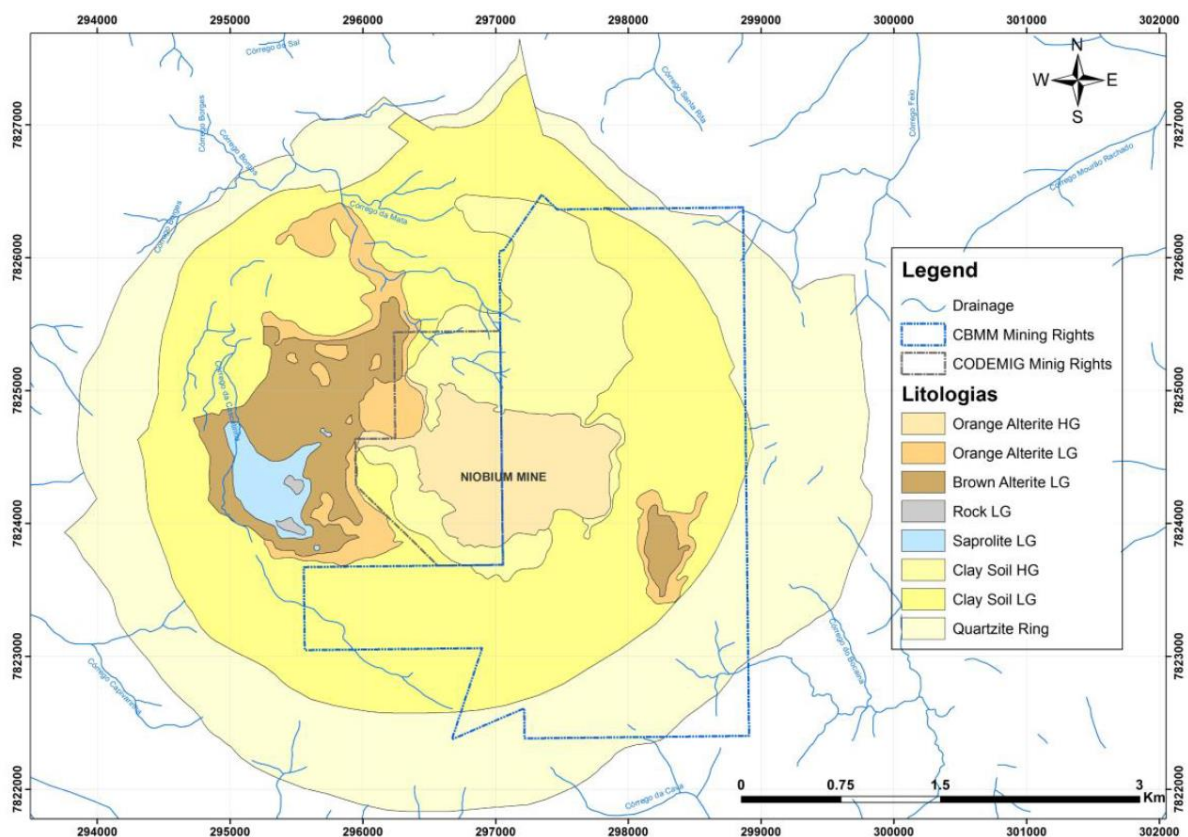


Figura 2-6 : Mapa Geológico do Complexo Carbonatítico de Araxá

O Complexo Carbonatítico Araxá é predominantemente composto por dolomita (ricos em magnésio), juntamente com calcita subsidiária, flogopita, glimmerita e o mineral primário de minério. A sequência de minério é composta de magnetita, ilmenita, apatita e veios de vários conjuntos incluindo dolomita, magnetita, flogopita, sulfeto de ferro e cobre e carbonatos de bário. A presença de material rico em bário é relativamente incomum nesses tipos de intrusões. Relictos de piroxênio e olivina estão presentes e isso, juntamente com a evidência de veios em torno dos limites do complexo, sugere um período de deformação a baixa temperatura e metassomatismo prolongado associado à intrusão.

A cobertura sobre o corpo é composta por um horizonte de solo laterítico com uma espessura de até 30 metros com média de 10 metros. Essa unidade mostra coloração vermelha escura com alta proporção de goethita e limonita. Esse material é atualmente considerado como estéril e prejudicial ao processamento e, portanto, é retirado dos bancos de minério antes que qualquer mineração de minério seja realizada.

Localmente a sequência é subdividida em domínios com base na escala de intemperismo superficial, como descrito a seguir:

- Solo;
- Alterito Laranja: horizonte intemperizado totalmente oxidado com altos teores de  $Nb_2O_5$ ;
- Alterito Marrom: horizonte intemperizado parcialmente oxidado com teores médios de  $Nb_2O_5$  inferiores aos da Alterito Laranja e maiores concentrações de minerais fosfatados;
- Saprolito – horizonte parcialmente oxidado com alta concentração de minerais argilosos, lentes de material pouco oxidado e algumas estruturas remanescentes;
- Rocha Fresca – carbonatos dolomíticos, brechados e silicificados.

Apenas o Alterito Laranja é considerado minério para fins de declaração de Reserva Mineral e é nesse domínio geológico que se encontra os dados avaliados nesse estudo.

A lavra é realizada por método a céu aberto, em bancadas de 10 m de altura, por meio de escavadeiras mecânicas, tratores de esteiras e caminhões rodoviários que alimentam um britador primário. Nenhuma operação de perfuração e desmonte por explosivos é necessária. O britador é conectado ao pátio de homogeneização por meio de uma série de correias



transportadoras. As instalações de homogeneização consistem em um sistema de empilhamento e retomada para a usina de concentração.

Os principais estágios do processamento mineral são: britagem primária, moagem, separação magnética, classificação, deslamagem, condicionamento e flotação. A produção da planta de concentração consiste em concentrados de nióbio com cerca de 55,0% de  $Nb_2O_5$ , que é o resultado de uma recuperação metalúrgica média de aproximadamente 64%. Este concentrado é utilizado exclusivamente pela CBMM como insumo para etapas posteriores como: dessulfuração, defosforação, metalurgia, plantas químicas para produção de óxidos e fornos de feixes de elétrons para obtenção de nióbio metálico. Os produtos finais industrializados são: Ferro-Nióbio Padrão, Óxido de Nióbio e Nióbio Metálico, bem como ligas especiais: Ferro-Nióbio e Níquel-Nióbio.

### 2.3.1 Análise dos Dados

O banco de dados de  $Nb_2O_5$  utilizado nesse estudo possui 13949 amostras. Para uma melhor visualização foi aplicado um filtro nos furos (Figura 2-7), onde está se visualizando somente os furos com mais de 60% de percentual não lavrado, em um sistema de coordenadas local.

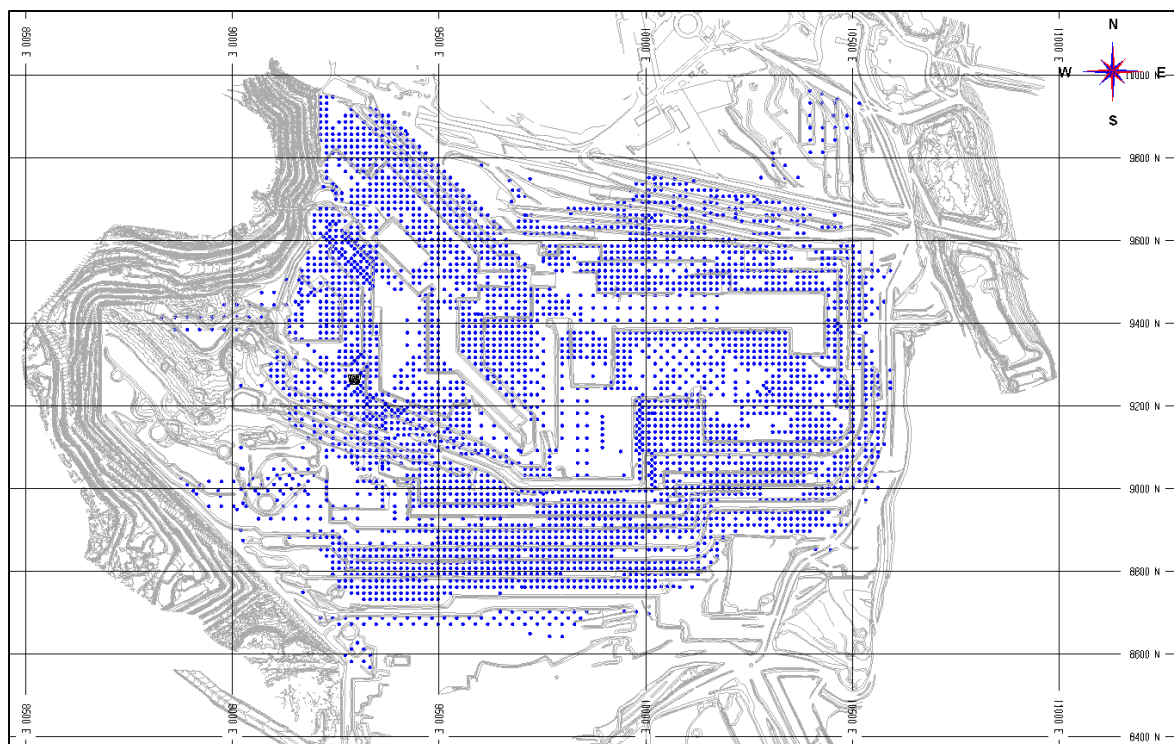


Figura 2-7: Mapa de localização das amostras (pontos azuis) de  $Nb_2O_5$

A amostragem realizada se dispõe de maneira bastante regular. Apesar disso existem algumas áreas com pequenos agrupamentos preferenciais de amostras. Uma amostragem é dita preferencial quando a localização das amostras não é regular ou aleatoriamente distribuída. Diversos fatores podem fazer com que subáreas sejam preferencialmente amostradas, quais sejam:

- Condições de acessibilidade: Áreas próximas a estradas ou fazendas são mais fáceis de serem amostradas que terrenos acidentados ou de mata densa. Na mina da CBMM, por exemplo, os furos do programa de curto prazo que seriam amostrados muito próximos às cristas dos taludes são relocados em outras áreas, em uma condição mais segura;
- Valores de atributos esperados: a amostragem é frequentemente adensada em áreas que são julgadas críticas, por exemplo, com altos teores ou grande concentração de metais;
- Estratégia de amostragem: amostras agrupadas podem ter sido coletadas para caracterizar a variabilidade de curto alcance, para auxiliar na análise variográfica;

Sabendo que essas áreas amostradas preferencialmente impactam no resultado estatístico dos dados, é necessário a aplicação de artifícios que permitam a cada amostra a mesma chance de contribuir com a estatística de maneira não enviesada. Existem diversos recursos, dentre eles os mais conhecidos são: o Método da Poligonal e Método das Células Móveis, esse último adotado por esse estudo.

No método das células móveis (Figura 2-8), originalmente proposto por Journel (1983) e Deutsch (1989), a área total é dividida em regiões retangulares chamadas de células. Cada amostra recebe um peso inversamente proporcional ao número de amostras que caem dentro da mesma célula. Amostras agrupadas, de maneira geral, receberão pesos baixos com esse método, pois as células nas quais elas estão localizadas conterão diversas outras amostras.

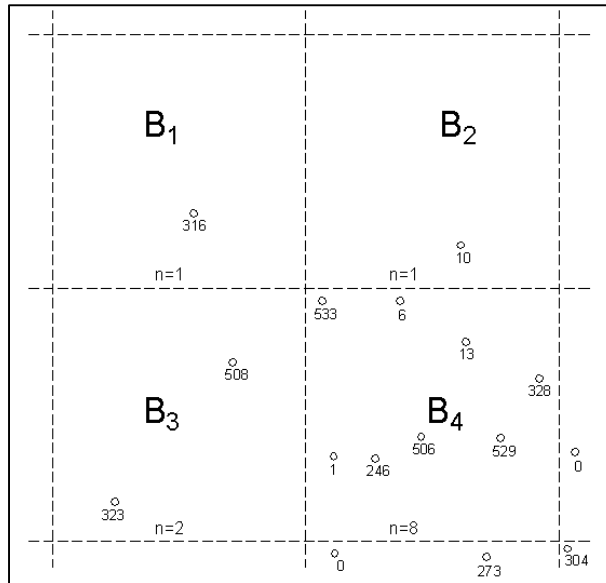


Figura 2-8: Esquema ilustrativo do método das células móveis

As expressões que regem o método são:

$$m = \sum_{\alpha=1}^n (\lambda_{\alpha} \cdot Z(U_{\alpha})) \quad (2-3)$$

$$\lambda_{\alpha} = \frac{1}{B \cdot n} \quad (2-4)$$

Onde:

B = número de células;

n = número de dados em cada célula;

$\lambda_{\alpha}$  = peso;

$Z(U_{\alpha})$  = valor da variável resposta no ponto;

m = média desagrupada dos dados.

As dimensões escolhidas das janelas de desagrupamento foram 30x30x5m. A Figura 2-9 mostra o histograma dos dados originais e histograma dos dados desagrupados. Os resultados mostraram que os agrupamentos observados são de pequeno impacto, ficando a média dos dados originais muito próxima à dos dados desagrupados.

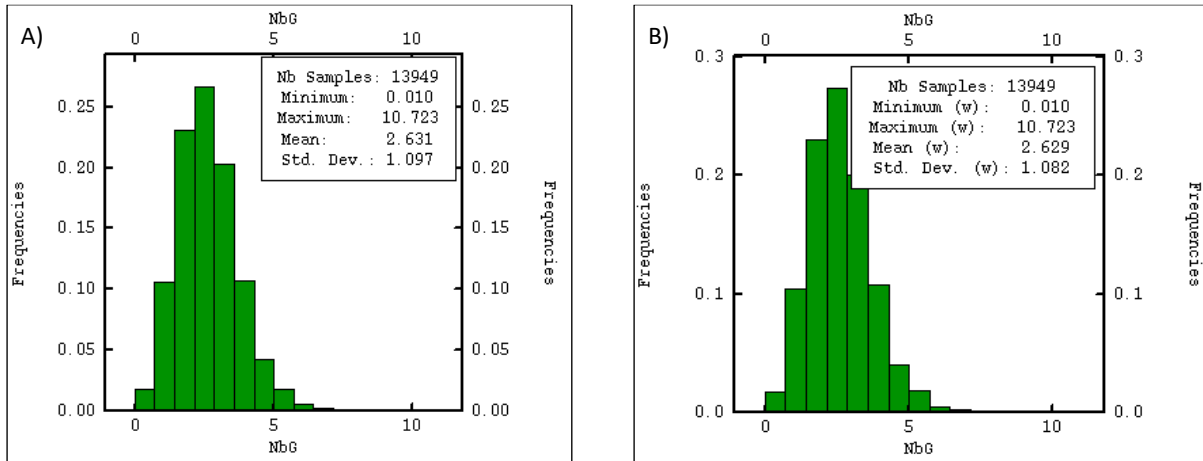


Figura 2-9: A) Histograma dos dados originais para teor de Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub> (%) e B) Histograma dos dados desagrupados para teor de Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub> (%)

### 2.3.2 Transformação Gaussiana

O método de simulação por bandas rotativas, assim como vários outros métodos, necessita de uma função de distribuição randômica multivariada Gaussiana. Em outras palavras os dados devem apresentar média igual a zero desvio padrão igual a um, e combinações lineares entre esses valores devem resultar em uma variável randômica também Gaussiana. Para utilização desse método é necessário que os dados apresentem distribuição Gaussiana, o que raramente acontece. Nas Ciências da Terra o que comumente é encontrado são dados com distribuição assimétrica, com alguns valores extremos (assimetria positiva). Dessa forma, existe a necessidade de se recorrer à transformação dos dados originais para o espaço normal (Goovaerts, 1997).

Os dados amostrais, de dimensão original, são então transformados para gaussianos por meio de uma função monotônica crescente,  $\Phi(\cdot)$ , que pode ser mostrada graficamente (Figura 2-10) e descrita pela Equação 2.5. Nessa figura, os valores que correspondem aos p-quantis da distribuição cumulativa dos dados são correlacionados com os valores normais correspondentes de mesma probabilidade. Os dados originais, z-valores, são transformados em y-valores:  $y(u\alpha) = \Phi[z(u\alpha)]$ ,  $\alpha = 1 \dots n$  (Journal e Huijbregts, 1978; Goovaerts, 1997).

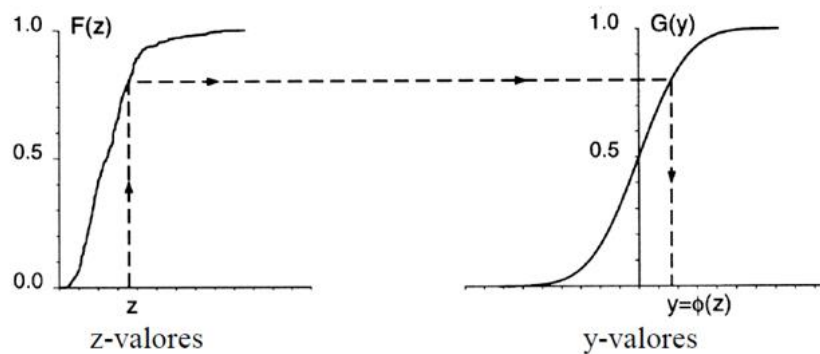


Figura 2-10: Transformação dos dados originais em gaussianos por meio de frequências equivalentes

$$Y(u) = \Phi(z(u)) = G^{-1}[F(z(u))] \quad (2-5)$$

Onde:

$Y(u)$ : variável regionalizada que representa os y-valores;

$\Phi$ : função de transformação;

$z(u)$ : variável randômica que representa os z-valores;

$G^{-1}$ : distribuição Gaussiana inversa da função randômica  $Y(u)$ .

A Figura 2-11 representa o histograma dos dados normalizados para o Depósito de  $Nb_2O_5$  estudado:

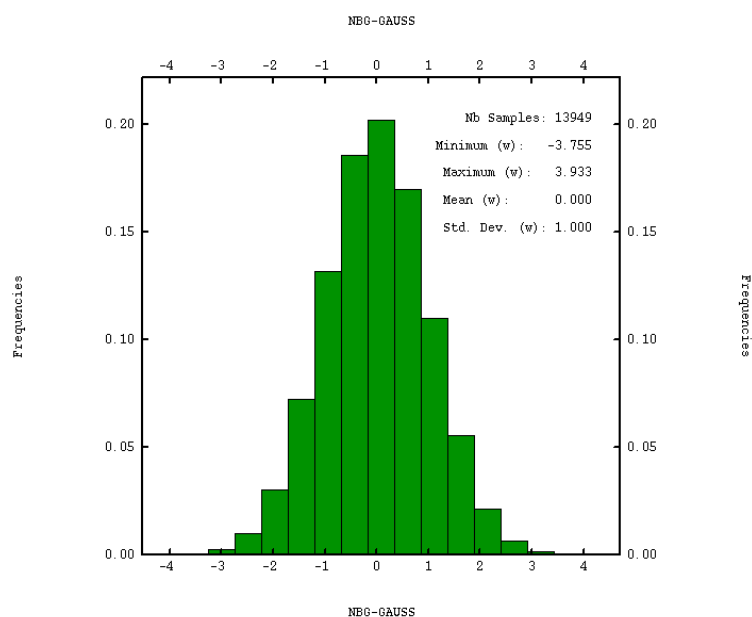


Figura 2-11: Histograma dos dados de  $Nb_2O_5$  normalizados

### 2.3.1 Análise Variográfica

Após a transformação dos dados em gaussianos, o próximo passo é fazer a análise da continuidade espacial dos mesmos através de variogramas. O variograma é uma função que relaciona a semivariância da diferença de pares de valores de  $Z$  com o vetor  $h$  que representa a separação em distância e direção de qualquer par de valores  $Z(x)$  e  $Z(x + h)$ , conforme expressão abaixo:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x) - Z(x + h)] = \frac{1}{2} E\left[\{Z(x) - Z(x + h)\}^2\right] \quad (2-6)$$

Considerando a estacionaridade dos dados (hipótese intrínseca da geoestatísticas) pode-se descrever a continuidade espacial de uma variável por meio do variograma experimental constituído a partir dos valores amostrados. Na Equação 2.7,  $n(h)$  é o número de pares para a distância  $h$  (*lag*) a certa direção e  $z_i(u)$  e  $z_i(u+h)$  são os pares de valores separados de  $h$ . A unidade do variograma é a mesma da variável  $z$  ao quadrado (Souza, 2007).

$$\gamma^*(x) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [z_i(u) - z_i(u+h)]^2 \quad (2-7)$$

O primeiro variograma a ser gerado é o variograma ao longo de um furo (DTH – *Down the hole*), com intuito de se determinar o efeito pepita ((Isaaks & Srivastava, 1989). O efeito pepita se refere a variância intrínseca dos dados, além daquela que provém de diferenças causadas pela própria coleta de amostras. Todos os variogramas seguintes são calculados assumindo o efeito pepita do variograma modelado ao longo da direção dos furos.

O passo seguinte é a avaliação dos variogramas direcionais para determinar-se as principais características espaciais da variável estudada. Todos os variogramas experimentais devem ser ajustados (modelados) a funções matemáticas permissíveis (modelos permissíveis). A modelagem é um processo que envolve várias tentativas e no qual a experiência pesa muito. Ela é necessária para ajustar uma função matemática que descreva continuamente a variabilidade ou correlação espacial existente nos dados (Yamamoto & Landim, 2013). Através da modelagem variográfica, podemos determinar o comportamento espacial do fenômeno com as direções de maior, intermediária e menor continuidade espacial.

Os resultados das modelagens variográficas para esse estudo de caso podem ser verificados na equação 2-8 e Figura 2-12.

$$\gamma(h) = 0,1 + 0,5 \times \text{Exp}\left(\frac{N45^\circ}{30} + \frac{N135^\circ}{30} + \frac{D90}{18}\right) + 0,4 \times \text{Sph}\left(\frac{N45^\circ}{500} + \frac{N135^\circ}{340} + \frac{D90}{20}\right) \quad (2-8)$$

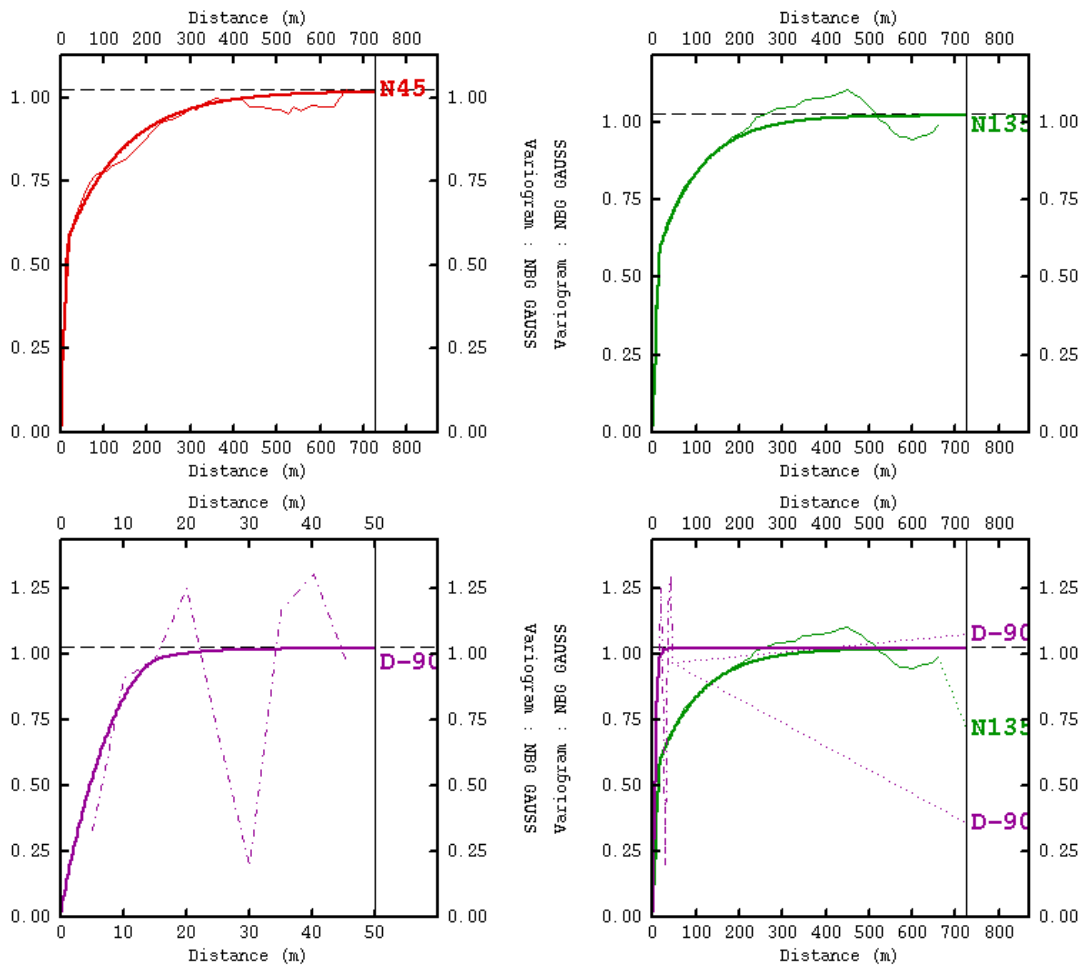


Figura 2-12: Modelagem variográfica para as direções de maior (vermelho), intermediária (verde) e menor (roxo) continuidade

### 2.3.2 Geração dos modelos simulados

As simulações geoestatísticas, bem como suas validações, foram realizadas no software ISATIS® (Geovariances Inc.), utilizando o algoritmo de bandas rotativas. Foram geradas 100 simulações em um grid de 5x5x5 metros.

A Figura 2-13 mostra os detalhes de um dos modelos simulados, para a variável  $Nb_2O_5$ , gerado (simulação 22):

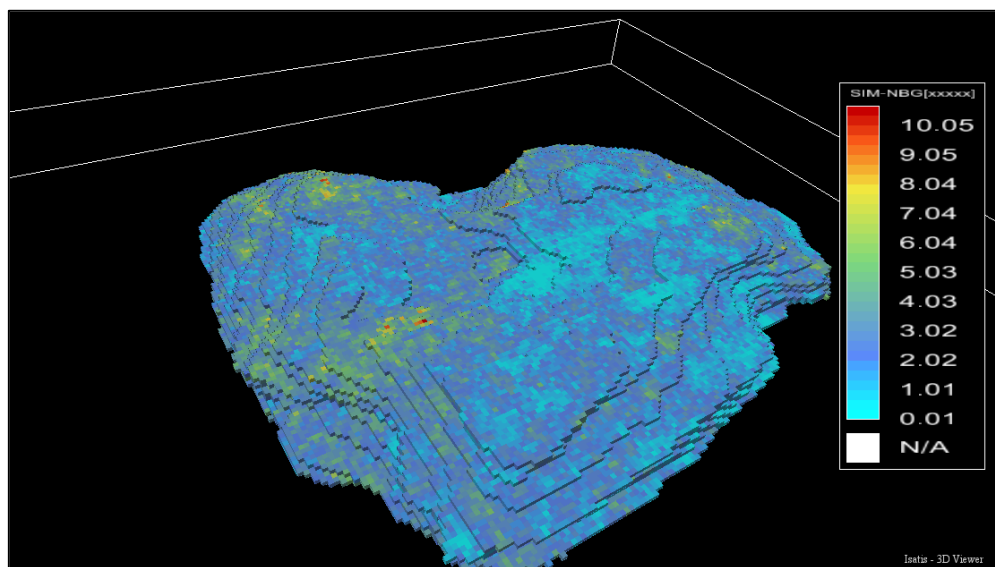


Figura 2-13: Modelo de blocos simulado (cenário 22), gerado pelo algoritmo de bandas rotativas, para a variável  $Nb_2O_5$

### 2.3.1 Validação das Simulações

Antes da utilização dos resultados das simulações geoestatísticas é necessário validá-las. O modelo simulado é condicionalmente simulado se reproduzir as características de dispersão do conjunto de dados original, dada pelo seu histograma, e sua continuidade espacial dada pelo seu semivariograma, além de reproduzir os dados em locais simulados que coincidam com as coordenadas dos mesmos. Dito isso, o processo de validação da simulação pode ser realizado através da verificação da reprodutibilidade do variograma e histograma dos dados originais.

A Figura 2-14 mostra o resultado das validações feitas:



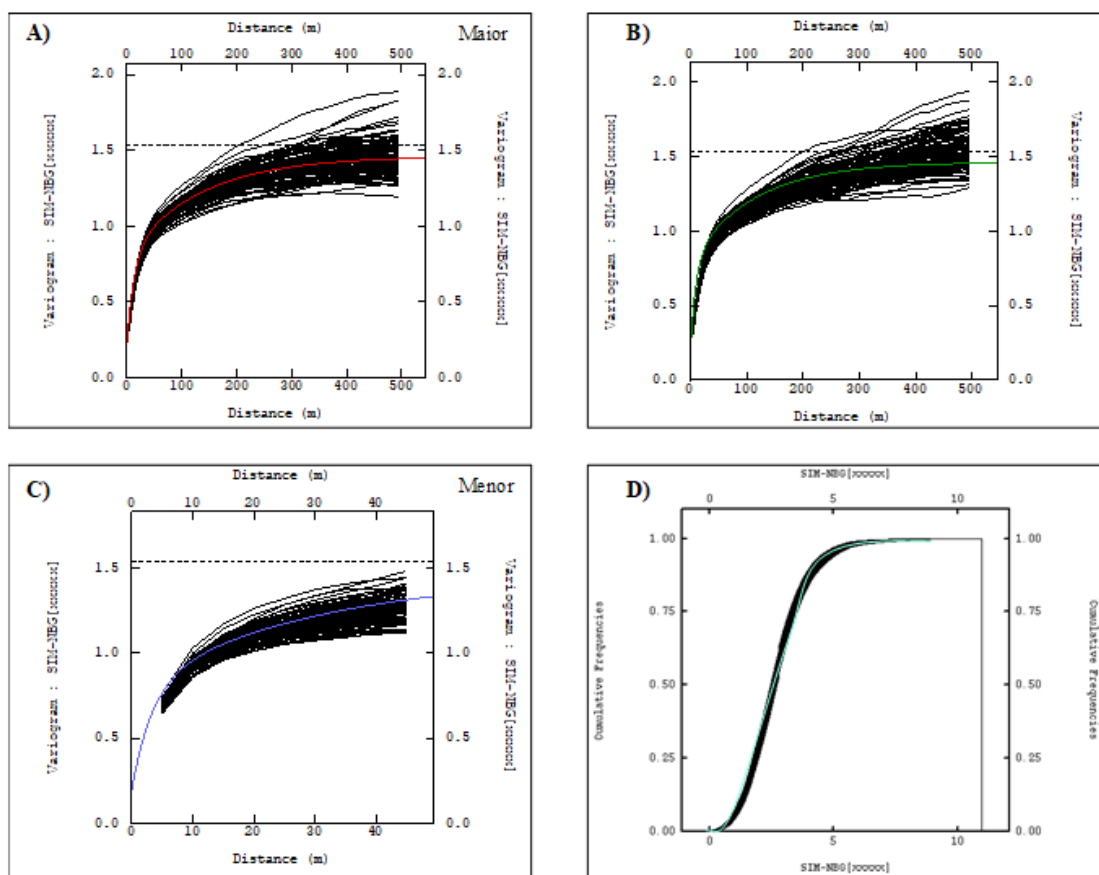


Figura 2-14: Variograma modelado e flutuações ergóticas para A) direção de máxima, B) intermediária, C) menor continuidade espacial. D) reprodutibilidade dos histogramas simulados (linhas pretas) em função dos dados amostrais (linha verde)

## 2.4 Comentários Finais

Neste capítulo, foi feita uma abordagem teórica sobre simulação geoestatística por bandas rotativas e sua aplicação para o depósito de Nióbio da CBMM/CODEMIG. Os modelos simulados foram validados de forma a garantir a reprodução do histograma e variograma dos dados originais. No capítulo 3, será feito uso desses cenários simulados, carimbando o sequenciamento de lavra de minério nos modelos e avaliando a melhor estratégia de homogeneização em pilhas.

## Capítulo 3

### Princípios e Estratégias de Homogeneização

Neste capítulo, serão abordados os conceitos de homogeneidade e heterogeneidade. Será feita uma breve descrição de variabilidade das características dos minérios, além da descrição de algumas práticas para atenuação de variabilidade. Também serão abordados os resultados de análises feitas com auxílio de um algoritmo para emular blendagem e homogeneização de minério desse estudo de caso.

#### 3.1 Homogeneidade e Heterogeneidade

Segundo Schofield (1980), se os valores médios dos parâmetros de qualidade em consideração para cada porção da jazida não são significativamente diferentes, então em termos do tamanho dessa porção (tamanho da amostra), o material é dito como sendo homogêneo. Para Gy (1998), quando as porções formadoras de um material não forem estritamente idênticas, esse material é tido como heterogêneo. Na natureza, os depósitos minerais apresentam diferentes níveis de heterogeneidade em sua constituição, então, nesse ramo de atuação, a dita homogeneidade não ocorre, pois sempre haverá diferenças nas propriedades estruturais de uma matéria.

Portanto, no ramo da indústria mineira, todos os materiais devem ser tratados, em sua essência, como heterogêneos. Assim, buscar um nível de homogeneização perfeito torna-se impossível. É preciso, então, buscar níveis de homogeneização aceitáveis. Os profissionais que lidam com esses problemas de variabilidade em suas rotinas, têm duas alternativas:

- conviver com a heterogeneidade do minério, se não houver graves consequências ou
- utilizar algum processo de atenuação de flutuações, como por exemplo a utilização de pilhas de homogeneização.

A utilização de um sistema de homogeneização não vai garantir uma utópica homogeneidade perfeita, no entanto pode reduzir substancialmente a variabilidade dos teores de minério na entrada de uma unidade de processos, fazendo com que nessa etapa haja uma performance muito melhor.

## 3.2 Variabilidade das Características dos Minérios

As variações nos parâmetros de qualidade de um minério *in situ* estão relacionadas exclusivamente às condições nas quais o mesmo foi formado. Outro fator que pode modificar as características de heterogeneidade do minério pode ser encontrado na frente de lavra, dependendo de como ele é carregado e transportado e os tipos de procedimentos empregados no manuseio e disposição do mesmo. Segundo Schofield (1980), as etapas de carregamento, transporte, britagem, moagem, armazenamento e manipulação contribuem de alguma forma na variabilidade do material, já que introduzem certa quantidade de reestruturação da distribuição espacial da mineralização natural.

As flutuações nas características de uma variável de minério devem ser cobertas por uma campanha de amostragem onde o suporte amostral deve ser adequado a essa variabilidade. A amostragem de um depósito mineral origina-se da possibilidade teórica de dividir um todo em pequenas porções que serão analisadas separadamente (Gambin, 2003). Este conceito permite uma descrição qualitativa e quantitativa da variabilidade para um determinado tamanho de amostra baseada na teoria da amostragem (Gy, 1998).

A amostragem nas diversas etapas de transformação do minério em produto é, portanto, uma atividade crucial ao acesso e avaliação da variabilidade de cada etapa. Trabalhar com valores dentro de faixas aceitáveis e adotar medidas de atenuação dessas variações devem ser uma prática comum em busca de melhores resultados. As unidades de beneficiamento/processamento de minério almejam materiais com características de qualidade com pouca variabilidade, maximizando a recuperação mássica dos produtos concentrados. Isso as tornam mais competitivas, com melhores performances e com custos reduzidos. Com pouca frequência é possível conseguir um material de baixa variabilidade sem a adoção de estratégias específicas de atenuação da mesma.

## 3.3 Estratégias de Homogeneização

Na indústria mineral, as práticas mais comuns adotadas para se reduzir/atenuar variabilidade de minérios são:

- Lavra de múltiplas frentes, com um auxílio de um planejamento de lavra que busque seletividade;
- Pilha de homogeneização ou ainda pilhas de blendagem;

- Etapas de beneficiamento mineral.

Segundo Gambin (2003), as técnicas envolvidas na atividade de lavra de minérios, baseadas no conhecimento do depósito mineral, possibilitam uma blendagem inicial capaz de reduzir significativamente as flutuações em torno de um atributo petrofísico ou químico de qualidade em qualquer etapa de extração.

As pilhas de homogeneização podem assumir um duplo objetivo, atuar simplesmente como uma pilha de estocagem ou uma pilha pulmão, com o objetivo de fornecer material a uma usina de beneficiamento, ou ainda, atuar como um filtro da variabilidade da qualidade do minério com empilhamento cuidadoso e da adequada recuperação do material. (Gambin, 2003).

A homogeneização de minérios nas etapas de beneficiamento mineral, ocorre por processos comuns em uma unidade de tratamento, desde sistemas de classificação granulométricas até processos gravimétricos, hidrometalúrgicos, flotação e processos de aglomeração de minérios.

A Figura 3-1 apresenta um esquema hipotético simplificado de uma planta de beneficiamento alimentada após algumas etapas de redução de variabilidade. O comportamento esperado é que o material proveniente da lavra, possua uma variabilidade considerável de algum determinado atributo. Após o empilhamento em pilhas de homogeneização, essas flutuações devem diminuir significativamente.

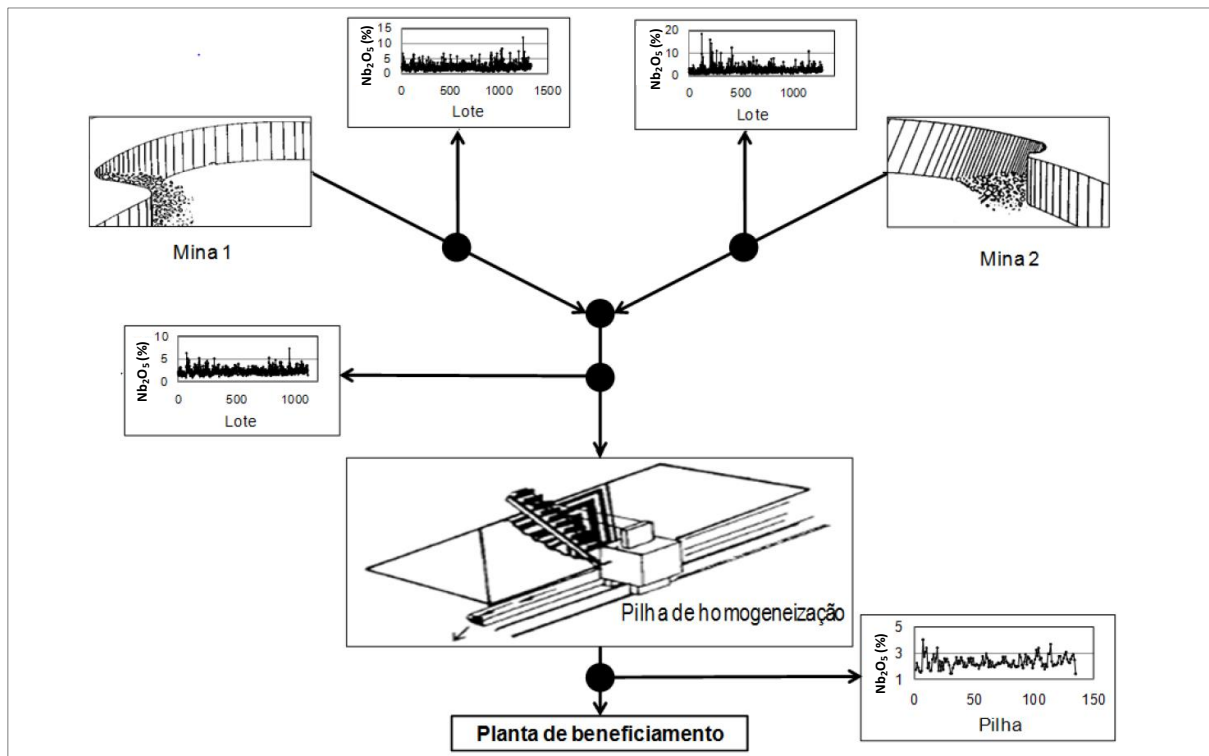


Figura 3-1: Esquema simplificado da estratégia de homogeneização da CBMM. Modificado de Marques (2014)

### 3.3.1 Blendagem na Lavra

Um depósito mineral, modelado e estimado seguindo as melhores práticas, fornece uma visão ampla da distribuição de teores médios de uma mina. Isso posto, aliado ao bom conhecimento da jazida, pode possibilitar uma lavra seletiva e levar a uma redução da variabilidade do minério lavrado. No entanto, a depender da heterogeneidade do material, torna-se operacionalmente impossível, manter os níveis ideais de homogeneização aplicando somente a lavra seletiva. Um sequenciamento de lavra operacional dificilmente é compatível com uma lavra seletiva, observando exemplos que temos na indústria mineral em geral.

As técnicas geoestatísticas fornecem uma ferramenta poderosa a ser utilizada na etapa de extração possibilitando descrever a variabilidade encontrada em um depósito mineral, permitindo o controle sobre a qualidade média de curto prazo do material fornecido à etapa seguinte do processo (Schofield, 1980).

### 3.3.2 Homogeneização em Pilhas

Segundo Valente (1982), por melhor e mais eficiente que seja a estacionarização dos teores na lavra, o material que constitui o ROM apresentará algumas variações e/ou flutuações em termos de algum (ou alguns) parâmetro de qualidade. Essas variações devem ser atenuadas de forma que a alimentação na usina apresente a homogeneidade necessária.

Os resultados satisfatórios de atenuação de variabilidade de um determinado atributo, utilizando pilhas de homogeneização, vem fazendo dessa prática uma atividade comum no ramo industrial. Quando projetada e operada adequadamente, as pilhas têm a capacidade de servir como unidade de armazenamento de material, em adição a sua capacidade e potencialidade de homogeneizar o material ROM (Gambin, 2003).

Para Schofield (1980), os seguintes pontos são favoráveis a utilização das pilhas como uma unidade de armazenamento intermediária:

- As atividades de extração e produção não necessitam uma interação instantânea para atenuar oscilações de teores;
- Garante ao processo de beneficiamento uma fonte constante de minério ROM relativamente homogêneo;
- Facilidade na manipulação do minério;
- Reduz a demanda por automatização complexa das etapas subsequentes.

Os seguintes pontos são favoráveis à utilização da pilha como unidade homogeneizadora de materiais ROM:

- A redução da variabilidade do material de entrada para o material de saída da pilha pode ser conseguida com o correto planejamento da pilha;
- Materiais provenientes de depósitos com minério de baixa qualidade e alta heterogeneidade podem ser utilizados;
- O crescimento de exigência do controle da qualidade do material fornecido pode ser satisfeito.

O minério lavrado, na maioria das vezes, apresenta variações/flutuações nas características de seus atributos, que devem ser controladas quando se pretende fornecer um produto estável para etapa subsequente. Conforme comentado anteriormente, as pilhas de homogeneização podem ser extremamente eficientes no sentido de atenuação de flutuações de

teores para as etapas de processo/beneficiamento mineral. Os parâmetros de qualidade do minério que formará as pilhas devem ser medidos e controlados, uma vez que o material de saída, produto dessa etapa de homogeneização, deverá conter uma variabilidade aceitável para etapa seguinte. Um dos métodos mais simples para suavizar a variabilidade de determinada propriedade de um minério é a construção de pilhas longitudinais de homogeneização pelo descarregamento do minério em longas camadas elementares ao longo do eixo longitudinal da pilha ou em pilhas elementares, uma subsequente à outra (Ferreira et al., 1992).

A Figura 3-2 apresenta, esquematicamente, a função esperada de uma pilha de homogeneização atendendo o controle das variações dos parâmetros físicos e químicos do minério

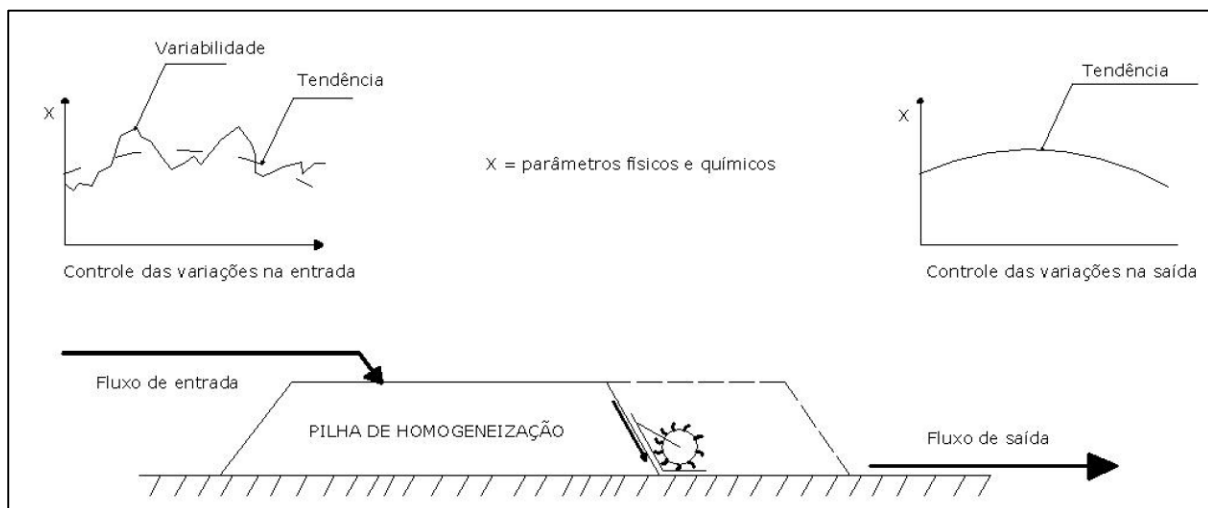


Figura 3-2: Homogeneização em pilhas (adaptado de Schofield, 1980)

Em alguns projetos de Pátios de Homogeneização, o espaço disponível para empilhamento pode afetar diretamente na escolha do tamanho das pilhas. Logicamente, a escolha do local de construção do Pátio deveria ser feita de acordo com estudos prévios da variabilidade natural do depósito, mas nem sempre essa premissa é seguida. O tamanho da pilha, como será detalhado posteriormente, tem relação direta com a variabilidade da mesma. Segundo Ferreira et al. (1992), dois aspectos básicos devem ser considerados no tamanho das instalações de homogeneização em pilhas:

- econômicos: é desejável que os equipamentos utilizados no empilhamento e na retomada tenham, no seu conjunto, o menor investimento possível;

- de processo: o material retomado da pilha deve ter um desvio padrão em torno dos valores médios dos teores compatíveis com aquele requerido pelo processo posterior.

Satisfazendo essas duas condições, pode-se afirmar que o sistema de homogeneização de pilhas é satisfatório.

Segundo Ferreira (1989), o uso de sistemas homogeneizadores traz diversos ganhos em etapas posteriores à lavra, os quais pode-se citar:

- usinas trabalhando com menor custo operacional e produto com melhor qualidade;
- usinas com tamanho melhor dimensionado dada a regularização do fluxo de material no sentido mina-usina conseguido pelo estoque existente nas pilhas. Isso propicia continuidade da operação da usina na eventualidade do não funcionamento da mina;
- maiores recuperações do produto alimentado no processo, com a consequente diminuição dos custos finais;
- a qualidade do produto fica dentro de limites de tolerância mais estreitos, implicando em ganhos cumulativos nos estágios posteriores de processamento. No caso das operações de sinterização, a saída do sinter com qualidade mais homogênea permite ganhos na operação do alto-forno.

Existem diversas maneiras (configurações) de empilhar o minério para controle de variabilidade. Cada método possui seus prós e contras. Esse estudo foi limitado apenas às pilhas longitudinais.

As pilhas de homogeneização, com eixos alongados longitudinalmente, podem ser dispostas de diversas maneiras, sendo as principais configurações as de eixos coincidentes, conforme Figura 3-3, e as de eixos paralelos conforme Figura 3-4. Na configuração de pilhas com eixos coincidentes o normal é que se tenha pelo menos 2 pilhas em linhas. É um sistema muito eficiente e prático pois permite o uso de apenas uma empilhadeira de braço fixo e um retomador bidirecional. Segundo Marques (2014), esse sistema tem como vantagem principal a possibilidade de aumento posterior de capacidade com um custo relativamente baixo, sendo restrito a disponibilidade do pátio de homogeneização. A empilhadeira de braço fixo custa menos e o tempo de transferência do retomador é significativamente menor.



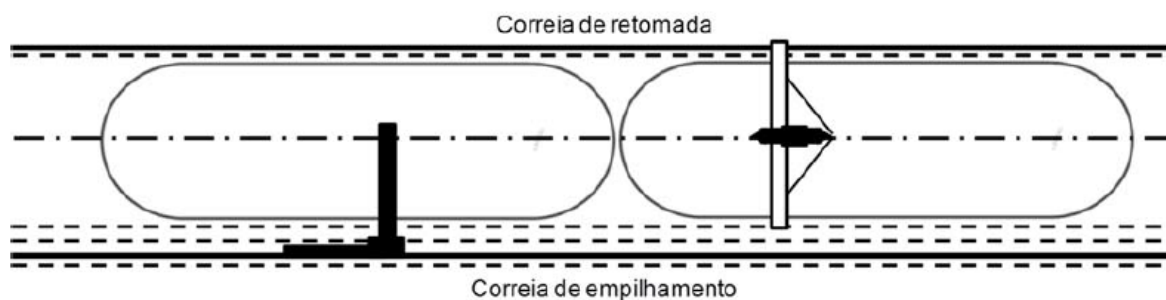


Figura 3-3: Pilhas longitudinais em linha (eixos coincidentes) (Schofield, 1980)

No sistema de pilhas com eixos paralelos, Figura 3-4, as pilhas são dispostas lado a lado. Para a confecção de pilhas com essa configuração é necessário que se tenha uma empilhadeira que possa girar sua lança, ou que tenha lanças duplas. Ainda conforme observado na Figura 3-4, pode se verificar, como ponto positivo desse sistema, a possibilidade de empilhamento em locais onde o comprimento do local escolhido como pátio de homogeneização é limitado, mas a largura é suficiente.

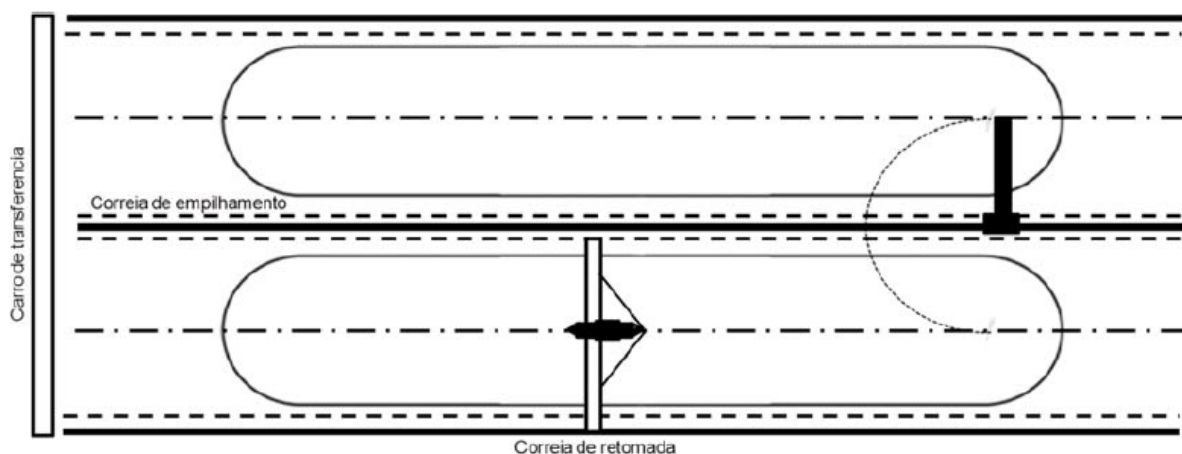


Figura 3-4: Pilhas paralelas com empilhadeira de torre giratória. Fonte: Marques (2014)

Existem diversos métodos para empilhamento de minério. Para o sistema longitudinal, evidenciados nas Figuras 3-3 e 3-4, os mais conhecidos são os denominados “*chevron*” e “*windrow*”. Ambos os métodos adotam a sistemática de se fazer o empilhamento de várias camadas segundo o eixo longitudinal das pilhas. A Figura 3-5 mostra as seções transversais desses métodos.

No método *Chevron*, Figura 3-5a, o minério é depositado pela empilhadeira em movimento da esquerda para direita, sobre a linha central da pilha. Segundo Chaves e Ferreira (1996) as principais vantagens desse método são:

- O stacker pode ter torre fixa, e sua lança, menor comprimento, resultando numa empilhadeira de peso relativamente menor, com um custo total de instalação mais baixo;
- possibilita a adição de materiais corretivos em qualquer instante (até nas últimas camadas empilhadas, de forma a manter o produto sempre dentro das especificações desejadas). Ou seja, a correção da qualidade do lote é mais fácil que nos outros métodos. Se a camada corretiva for a última camada (superior), o material corretivo espalhar-se-á sobre toda a secção da pilha;
- a automação dos movimentos do equipamento utilizado no empilhamento é mais simples;
- a retomada dos cones extremos é mais simples do que nos demais métodos.

Como desvantagens desse método pode-se citar a segregação granulométrica do material, onde as partículas mais finas ficam no centro e interior e as mais grosseiras ficam na superfície e na base das pilhas.

O método *windrow*, consiste no empilhamento de cordões elementares sucessivos ao lado e sobre os anteriormente construídos, na direção longitudinal da pilha. Esse método evita segregação e garante ainda mais distribuição de partículas finas e grossas em toda a pilha, pois fica a segregação distribuída dentro dos cordões, Figura 3-5b. Como desvantagem, segundo Chaves e Ferreira (1996), pode-se citar a necessidade de equipamentos mais complexos, como empilhadeiras de lança telescópica ou giratória, resultando em maiores investimentos, além dos movimentos de formação serem mais complexos, necessitando uma maior automação.

O método *chevron-windrow*, Figura 3-5c, representa um sistema intermediário entre as duas citadas anteriormente. Possui vantagens com relação ao método windrow, como por exemplo a necessidade de movimentos menores, e também com relação ao método Chevron, podendo apresentar menor segregação.

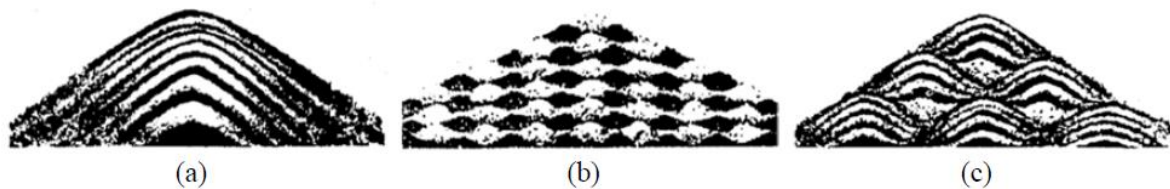


Figura 3-5: Principais esquemas de empilhamento utilizados: (a) chevron (b) windrow (c) chevron-windrow (Schofield, 1980)

### 3.4 Análise da Redução de Variabilidade Utilizando Pilhas de Homogeneização

Conforme já mencionado, os resultados esperados com a utilização de Pilhas de Homogeneização é uma redução significativa na variabilidade dos teores dos principais elementos que compõem o minério alimentado na planta de beneficiamento. Essa esperada redução é baseada no princípio da relação volume-variância.

A chamada Relação de Krige (Krige, 1951, 1981) nos fornece, a relação entre as variâncias de unidades de diferentes tamanhos. D.G Krige, comprovou experimentalmente, utilizando os dados da mina de ouro de Witwatersrand, como funciona essa teoria, que pode ser descrita pela equação abaixo:

$$\sigma^2(v/D) = \sigma^2(v/V) + \sigma^2(V/D) \quad (3-1)$$

onde a variância de dispersão de uma pequena unidade “v” (um bloco, por exemplo) dentro de um depósito é igual à soma da variância de dispersão de “v” dentro de uma unidade maior “V” (uma pilha por exemplo) e variância de dispersão destas unidades “V” dentro do depósito “D” (Dowd, 1993).

Espera-se que o aumento no suporte amostral reduza a variabilidade dos minérios analisados (Parker, 1979), conforme Figura 3-6:

Suporte	Variância
↑	↓
↓	↑

Figura 3-6: Relação do aumento/diminuição da variância com a diminuição/aumento do suporte. Fonte: Pilger 2000

É utilizando-se do conhecimento dessa teoria que é comum se encontrar na indústria mineral a prática do uso pilhas de blendagem/homogeneização para se conseguir um produto com menores variâncias. A Figura 3-7 ilustra o comportamento esperado com o aumento de suporte desde a lavra de um bloco até a homogeneização de vários deles em uma pilha.

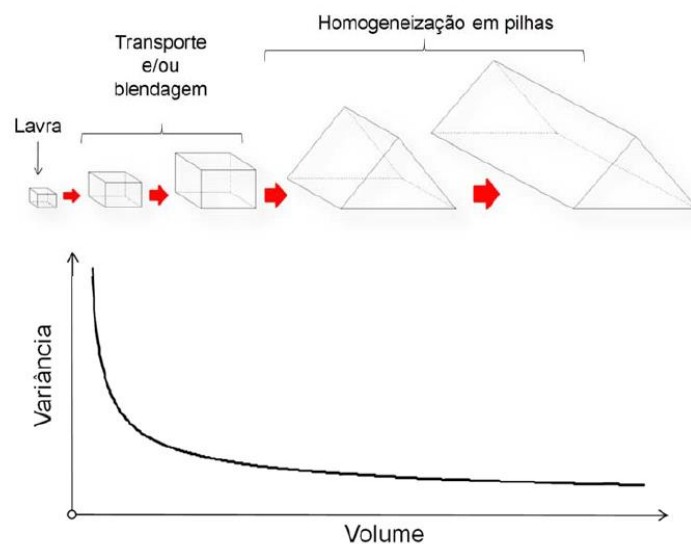


Figura 3-7: Comportamento esperado para a relação volume-variância. Fonte: Marques (2014)

Nesse estudo foi adotado uma sequência de trabalhos a fim de analisar a influência da utilização das pilhas de homogeneização na redução da variabilidade de teores. Os passos foram:

1. criação de vários modelos 3D igualmente prováveis para os teores do depósito (simulações geoestatísticas);
2. carimbo do sequenciamento de lavra aos diversos modelos simulados;

3. emulação das pilhas de blendagem e cálculo da redução da variabilidade para vários tamanhos de pilhas;
4. emulação das pilhas de homogeneização com diferentes números de camadas.

### 3.4.1 Estudo de caso

Para a realização desse estudo foi tomado como referência os dados do sistema de homogeneização da CBMM. A configuração de disposição do minério é a *Chevron*, com um sistema com eixos coincidentes, com duas pilhas em linha, apesar de estar preparado para uma futura expansão, com formação de pilhas em paralelo. A empilhadeira possui lança móvel, no entanto, o empilhamento está sendo realizado somente em eixo único. O retomador é bidirecional.

O pátio de homogeneização possui uma dimensão de aproximadamente 450 metros, Figura 3-8. As pilhas possuem aproximadamente 200 metros de comprimento, 32 metros de largura e 12 metros de altura. Enquanto uma pilha está em formação a outra está em retomada. O tempo médio de formação de uma pilha, no atual ritmo de produção da CBMM, é de aproximadamente 2,2 dias enquanto que a retomada da mesma dura em torno de 3,5 dias.

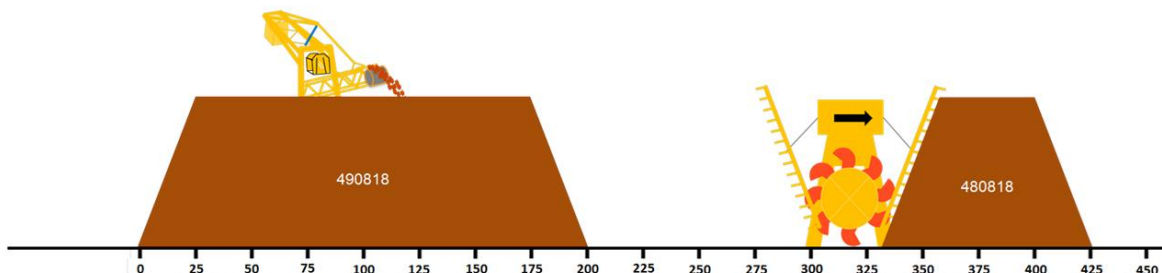


Figura 3-8: Esquema mostrando a disposição das pilhas de homogeneização da CBMM.

Para formação das pilhas, o material proveniente da mina é transportado por um transportador de correias. O minério transportado via correia transportadora é empilhado em pilhas no pátio de homogeneização (Figura 3-9a). As pilhas de homogeneização montadas são do tipo chevron a retomada do minério é realizada com uma retomadora de duas rodas de caçamba (Figura 3-9b), que descarrega o material retomado nos transportadores de correia, que por sua vez alimentam a usina de beneficiamento.



Figura 3-9: Pátio de Homogeneização mostrando (a) empilhamento de minério e (b) retomada

### 3.4.2 Avaliando a incerteza nos teores dos blocos

Utilizando o software ISATIS® foram geradas 100 realizações igualmente prováveis de  $Nb_2O_5$ . A simulação se deu em blocos de tamanho  $5 \times 5 \times 5$  m, ou seja  $125 \text{ m}^3$ . A banda de incerteza associada a cada *selective mining unit* (SMU) é obtida através das séries simuladas de  $Nb_2O_5$  para cada bloco, derivada dos 100 cenários igualmente prováveis (nesse estudo foi utilizado o percentil 5 – “P5” e percentil 95 – “P95” dos valores dos blocos).

Para utilização dos dados das simulações geoestatísticas, foi necessário aplicar aos modelos simulados da sequência de lavra, Figura 3-10. Foram identificados os blocos planejados para lavra em cada mês de 2018 (mas não a sequência dos blocos durante o mês). O modelo de blocos utilizado para determinar a sequência de lavra tem seus teores estimados por krigagem (modelo de curto prazo fornecido pela CBMM), contendo, também, os valores estimado da densidade de cada bloco. O tamanho do bloco é de  $15 \times 15 \times 5$  m em X, Y e Z, respectivamente.

A aplicação da sequência de lavra foi possível devido à compatibilidade do suporte entre os modelos. O tamanho do bloco no modelo simulado é de  $5 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$  e os vértices dos blocos são coincidentes com os do modelo krigado.

Figura 3-11 mostra a série temporal dos blocos com a banda de incerteza associada, obtida por simulações geoestatísticas. São apresentados apenas os maiores (vermelho) e menores (azul) teores de  $Nb_2O_5$  de cada bloco, obtidos a partir dos 100 cenários equiprováveis.

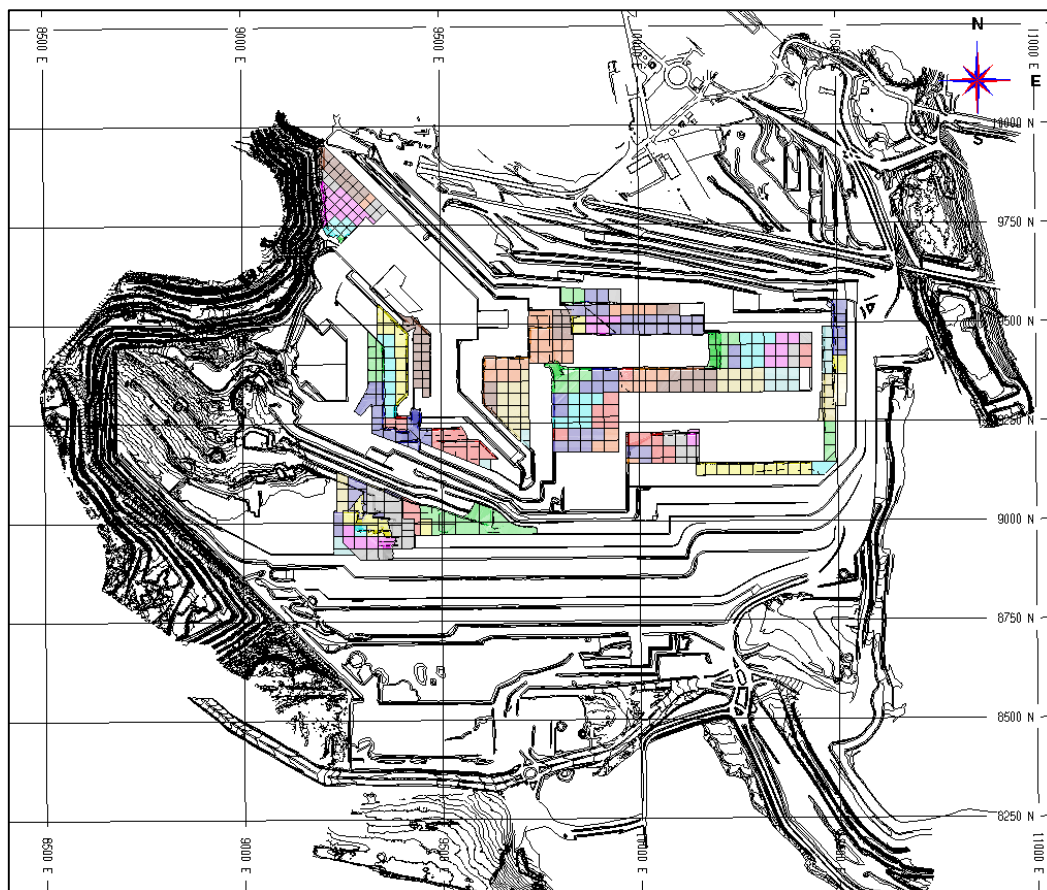


Figura 3-10: Sequenciamento de lavra de curto prazo. Os polígonos de lavra estão coloridos conforme a seqüência de lavra mensal, durante o ano de 2018.

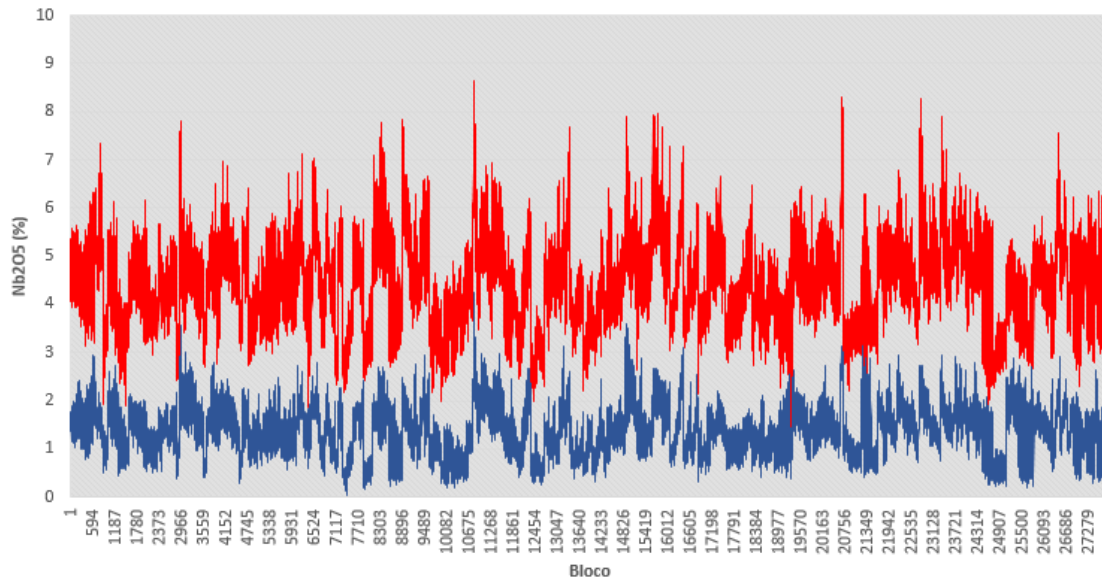


Figura 3-11: Série temporal dos teores dos blocos sequenciados emulando o fluxo contínuo de uma correia transportadora. A linha vermelha representa o P95 e a linha azul o P5 de  $Nb_2O_5$  entre as 100 realizações para cada SMU de 125 m<sup>3</sup>

O gráfico mostra a incerteza nos teores (máximo-mínimo) e sua variação ao longo do ano. Essa série temporal é necessária como entrada para o algoritmo usado para emular as pilhas de homogeneização, permitindo a avaliação sobre a redução da variabilidade.

### 3.4.3 Redução da variabilidade com o aumento de massa

Conforme visualizado no gráfico da Figura 3-11, as flutuações nos teores de  $Nb_2O_5$  são bastante consideráveis, justificando a adoção de uma estratégia de homogeneização. Para analisar essas variações, um algoritmo, desenvolvido por Marques (2010), de emulação de pilhas de homogeneização foi utilizado. O mesmo baseia-se em algumas premissas:

1. Configurações de pilhas longitudinais;
2. A geometria dos cones nas extremidades das pilhas é desconsiderada;
3. O empilhamento do material é realizado nos dois sentidos de movimento da empilhadeira;
4. A empilhadeira despeja uma quantidade de material constante durante seu movimento;
5. A recuperação do material é realizada de forma perpendicular ao solo;
6. A pilha é recuperada em fatias de um metro;
7. A segregação do material foi desconsiderada;



8. As partículas que compõem o bloco/lote são infinitamente pequenas comparadas a massa do bloco/lote.

Por simplificação, o cálculo de volume é realizado com base em um prisma triangular, conforme Figura 3-12.

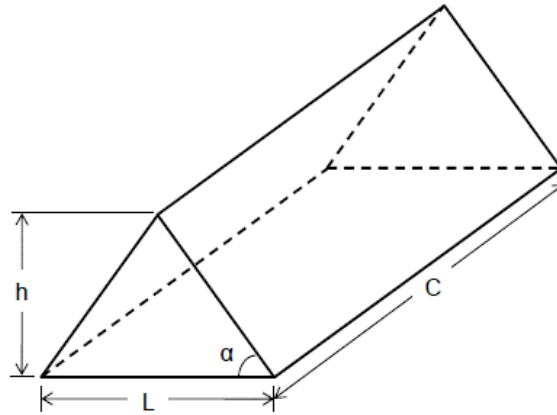


Figura 3-12: Modelo geométrico teórico adotado (Marques, 2010)

Segundo Marques (2010), as simplificações realizadas na definição do algoritmo não afetam de forma significativa o cálculo. Isso se deve ao fato da relação volume-variância não ser afetada pela heterogeneidade de distribuição.

Após a geração das simulações geoestatísticas, um cálculo inicial é realizado usando todos os blocos da primeira simulação geoestatística, de acordo com a Equação (3-2):

$$T_{sim} = \frac{1}{M_t} \sum_1^n (T_i \times M_i) \quad (3-2)$$

onde

$T_{sim}$  é o teor médio de uma simulação geoestatística,

$M_t$  é a soma das massas de todos os blocos no modelo simulado,

$T_i$  é o teor de cada bloco  $I$ ,

$M_i$  é a massa do bloco,

e  $n$  é o número de blocos existentes na simulação geoestatística.

Posteriormente, para calcular o teor médio ponderado de cada pilha (para a mesma simulação) usa-se a Equação (3-3):

$$T_p = \frac{1}{M_p} \sum_1^n (T_l \times M_l) \quad (3-3)$$

onde

$T_p$  é o teor médio da pilha,

$M_p$  é a massa total da pilha,

$T_l$  é o teor de o bloco  $l$ ,

$M_l$  é a massa do bloco de  $l$ ,

e  $n$  é o número de blocos que constituem a pilha.

Considerando o cálculo da variância entre pilhas, para cada pilha emulada, calcula-se a diferença quadrática entre o teor médio da pilha, dado pela equação 3-2, e o teor médio da simulação ( $T_{sim}$ ) (média de todos os blocos da simulação 1 ao longo do período analisado). A média das diferenças quadráticas mencionadas acima fornece exatamente a “Variância entre Pilhas”. Essa medida de variância pode ser transformada em qualquer outra medida de dispersão, como desvio padrão, coeficiente de variação, etc. Após isso, todo o processo é reiniciado, utilizando outra simulação geoestatística.

A massa final da pilha a ser analisada será de 365 kt. O algoritmo analisa todas as possíveis combinações de massas em todos os cenários equiprováveis, e gera um número de pilhas compatível com a massa escolhida e com o número total de blocos. Os resultados podem ser vistos na Figura 3-13.

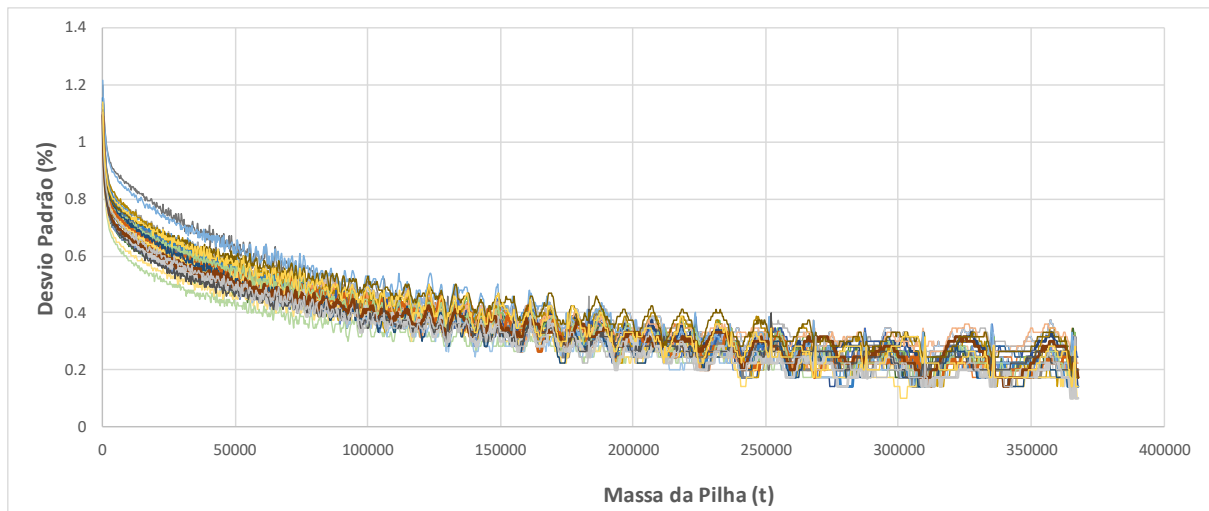


Figura 3-13: Gráfico de redução de variabilidade em função do incremento de massa, para vários cenários equiprováveis

Observando o gráfico, pode-se notar que há uma redução significativa de variabilidade em pilhas de até 200 kt. Após isso, a redução existe, mas não é tão acentuada. Após 250 kt, pode-se dizer que a redução de variabilidade é insignificante. O pátio de homogeneização da CBMM está projetado para uma capacidade máxima de até 130kt, mas somente em uma 2ª etapa do projeto pode atingir-se essa capacidade. Atualmente trabalha-se com pilhas de 65kt. Uma análise com 3 tamanhos (massas) diferentes de pilhas foi feita, analisando a variabilidade do teor de  $Nb_2O_5$ : 20kt, 65kt e 130kt. A Figura 3-14, Figura 3-15 e Figura 3-16 ilustra a série temporal das pilhas com essas respectivas massas:

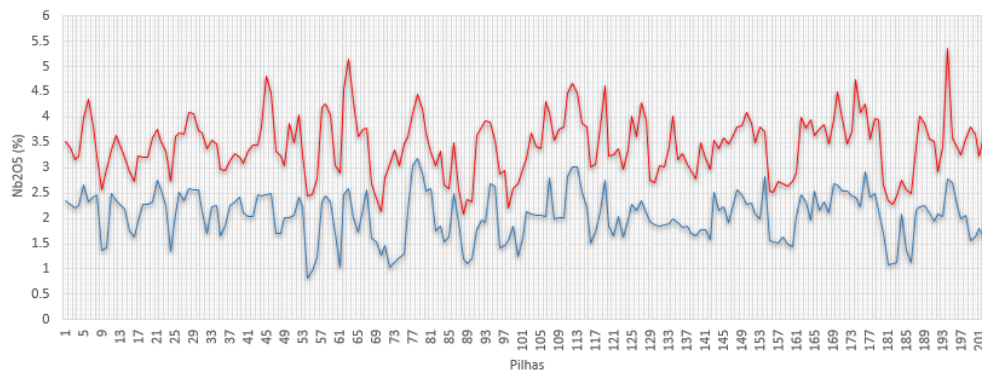


Figura 3-14: Série temporal das pilhas de 20 kt. A linha azul representa o P5 e a vermelha o P95 obtidos a partir dos 100 cenários equiprováveis

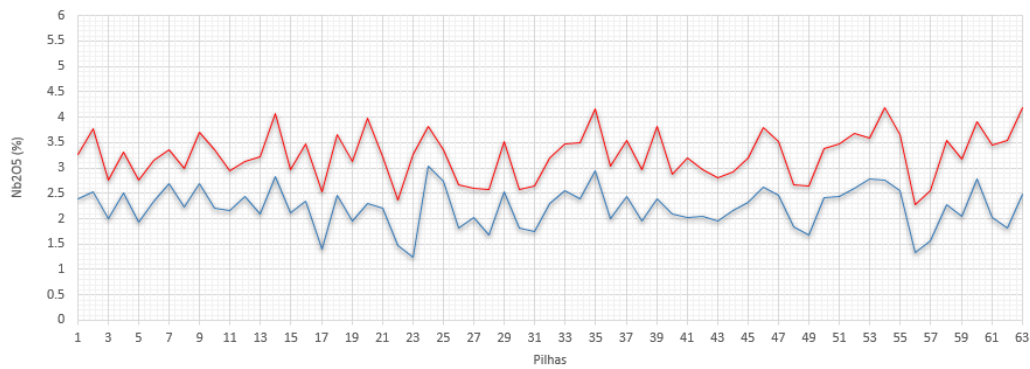


Figura 3-15: Série temporal das pilhas de 65 kt. A linha azul representa o P5 e a vermelha o P95 obtidos a partir dos 100 cenários equiprováveis.

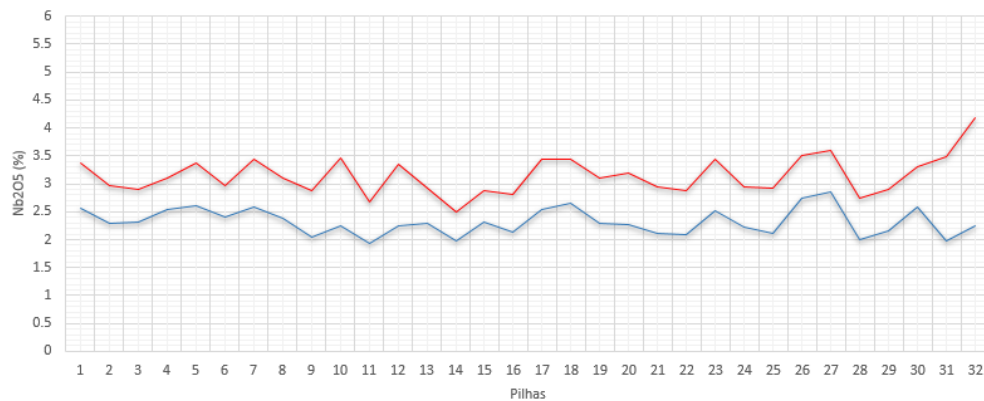


Figura 3-16: Série temporal das pilhas de 130 kt. A linha azul representa o P5 e a vermelha o P95 obtidos a partir dos 100 cenários equiprováveis

Avaliando os gráficos gerados, percebe-se a redução do desvio padrão com o aumento das massas das pilhas. As pilhas de 20 kt apresenta alta variabilidade entre elas. As pilhas de 65 kt apresentam variabilidade mais baixa, mas ainda percebemos um comportamento que poderia ser prejudicial ao processo. Atualmente o que se pratica na CBMM são exatamente pilhas formadas com massa de aproximadamente 65kt. Para pilhas de 130 kt, o esperado seria uma condição extremamente favorável, em termos de variabilidade aceitável, na etapa de beneficiamento.

A Tabela 3-1 apresenta a redução de variabilidade em alguns cenários equiprováveis, para as pilhas de 65 kt (obtidos por meio de simulações geoestatísticas). Considerando todas as simulações, no cenário mais pessimista, a redução de variabilidade do material fica em aproximadamente 47%, e no cenário mais otimista fica em 65%.

Tabela 3-1: Resultado de redução de variabilidade com utilização de Pilhas de Homogeneização para alguns cenários equiprováveis

Cenário equiprovável	Desvio padrão dos dados de entrada (%)	Desvio padrão das pilhas de homogeneização (%)	Redução de Variabilidade (%)
11	1.09	0.45	58%
28	1.14	0.53	54%
31	1.03	0.37	65%
85	1.26	0.66	47%
91	1.10	0.48	56%

Em média, a redução de variabilidade ficou em torno de 56% com um desvio padrão na ordem de 3,1%.

Conforme esperado, o comportamento da variabilidade de uma variável qualquer de minério que alimenta uma planta de beneficiamento é bem mais estável em pilhas de homogeneização que em uma alimentação feita bloco a bloco. A Figura 3-17 e Figura 3-18 mostra a série temporal dos blocos que alimentaram o algoritmo de emulação de pilhas e a série temporal das pilhas de homogeneização formadas com esses mesmos blocos, em um período de aproximadamente 4 meses, para 2 cenários equiprováveis diferentes.

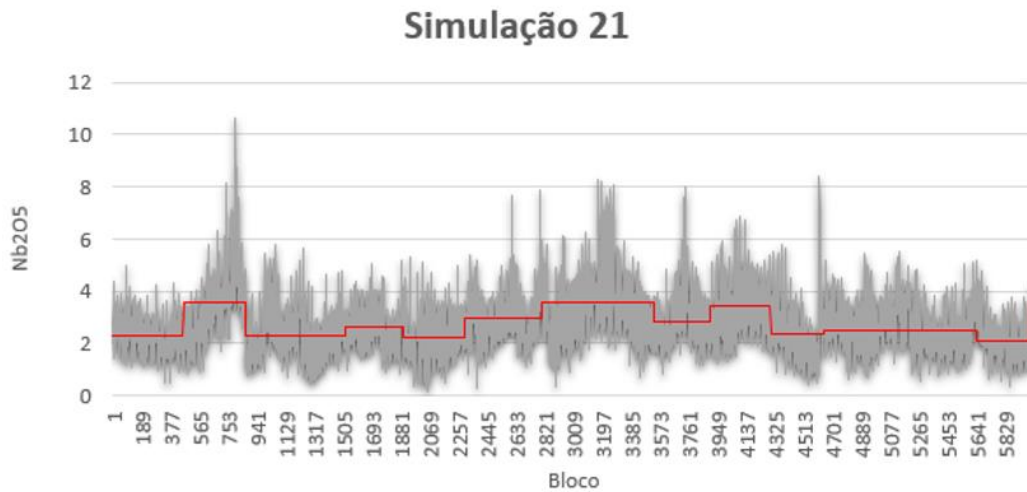


Figura 3-17: Série temporal dos blocos que alimentam o algoritmo de emulação de pilhas (linha cinza) e série temporal das pilhas formadas (em vermelho) para a simulação 21

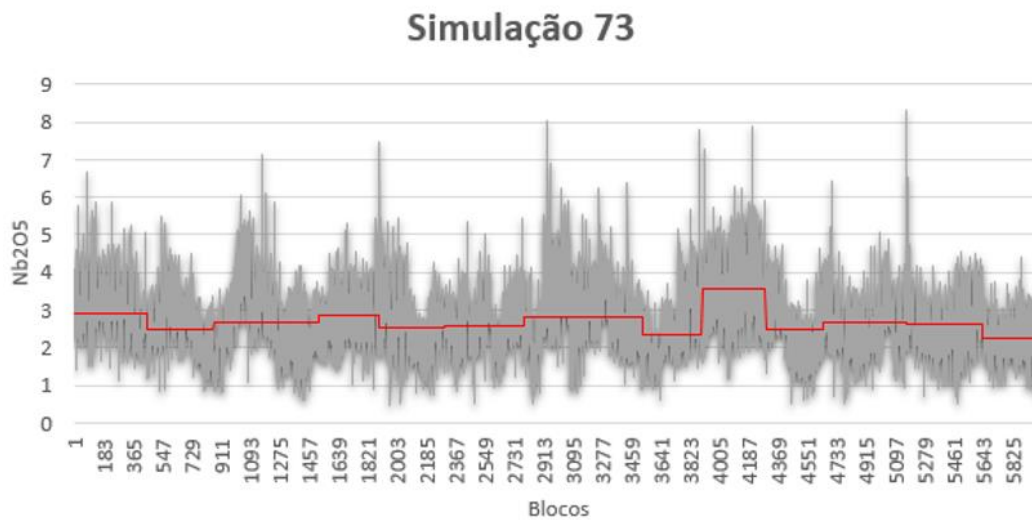


Figura 3-18: Série temporal dos blocos que alimentam o algoritmo de emulação de pilhas (linha cinza) e série temporal das pilhas formadas (em vermelho) para a simulação 73

Pode se observar que, mesmo com variações nos teores entre pilhas, é muito mais fácil para os gestores de uma planta de beneficiamento gerenciar essas oscilações do que as variabilidades produzidas em uma eventual alimentação bloco a bloco.

### 3.4.4 Redução da variabilidade interna da pilha com o aumento do número de camadas

Em um sistema de homogeneização em pilhas, além da redução de variabilidade devido a relação volume-variância, tem outro componente que, também, impacta, em um nível menor, a redução de variabilidade: o número de camadas e como elas estarão arrançadas dentro da pilha.

O algoritmo utilizado no cálculo de redução de variabilidade interna das pilhas foi o mesmo utilizado anteriormente. Ele foi preparado para análise de pilhas do tipo longitudinal, com simplificações para uma geometria do tipo prisma de base triangular e seções transversais, conforme Figura 3-12.

O método *chevron*, mais comum dos métodos de empilhamento, foi foco dessa etapa de análise. A Figura 3-19 ilustra um esquema de uma pilha formada conforme essa metodologia. Nesse contexto o efeito da homogeneização é obtido da seguinte forma (Valente, 1982):

- O minério ROM é disposto camada por camada e a pilha retomada é dividida em pequenas quantidades  $\Delta R$ , onde  $\Delta R$  representa a massa de cada uma das camadas.
- Cada camada  $\Delta R$  recebe as variações, relativamente iguais, dos atributos do minério.
- As variações entre as várias camadas  $\Delta R$  estarão sobrepostas no término de cada pilha.
- As fatias de cortes transversais  $\Delta K$  (Figura 3-19), apresentarão o efeito de sobreposição de parte dos  $\Delta R$  de cada camada, resultando em alteração nas características de variação de seção para seção, no entanto essas serão menores do que as variações existentes entre os referidos camadas  $\Delta R$ .
- Considerando uma fatia retomada de massa  $\Delta K$ , a homogeneização, nesse caso, dependerá diretamente de  $\Delta R$ ,  $\Delta K$  e  $N$ , sendo  $N$  o número de camadas que a pilha comportou.

Portanto, a busca de parâmetros ótimos de  $N$ ,  $\Delta R$  e  $\Delta K$  guiará o dimensionamento de uma pilha de homogeneização com resultados satisfatórios. Apesar das variações entre os diversos  $\Delta K$ , elas são menores do que as variações entre as fatias  $\Delta R$ , uma vez que dentro de uma fatia haverá várias pequenas porções de  $\Delta K$ .

A maneira de empilhamento e retomada do material é importante para se obter a homogeneização aceitável entre as fatias  $\Delta K$ . Quanto maior o número de camadas ( $N$ ) há uma redução da quantidade de material por camada  $\Delta R$  e haverá uma redução nas variações entre as seções de retomada ( $\Delta K$ ) proporcionando uma pilha de maior grau de homogeneização.

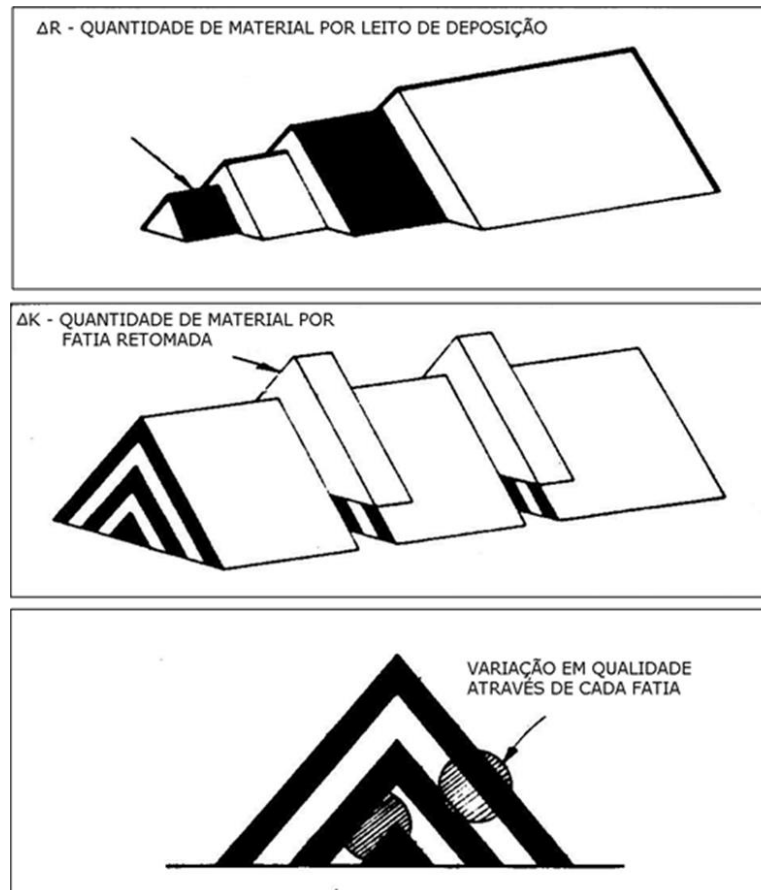


Figura 3-19: Deposição e retomada em uma pilha Chevron (Schofield 1980)

Em uma pilha de homogeneização ideal, haverá variações somente dentro das fatias retomadas e a média dos valores da distribuição de frequência dentro dessas fatias será constante para todas as fatias de uma pilha (Schofield, 1980).

Certamente haverá uma melhor homogeneização em casos onde se tiver bastante camadas, no entanto, o aumento de  $N$  para um número muito exagerado levará a uma condição inviável economicamente.

Considerando  $\sigma_o^2$  como a variância definidora de  $\bar{x}_o$  (saída da pilha), a seguinte relação é válida:



$$\sigma_o^2 = \sigma_Q^2 + \sigma_{\bar{x}}^2 \quad (3-4)$$

onde  $\sigma_o^2$  representa a variância total de saída da pilha, sendo a soma das variâncias interiores amostrais ( $\sigma_Q^2$ ) com as variâncias entre as fatias retomadas ( $\sigma_{\bar{x}}^2$ ). A pilha de homogeneização deve ser projetada visando o controle e a minimização das variâncias entre as fatias retomadas ( $\sigma_{\bar{x}}^2$ ), sendo que  $\sigma_{\bar{x}}^2 = 0$  significa uma igualdade entre todas as fatias retomadas, ou seja, uma homogeneidade aceitável do material de saída. O projeto da pilha ideal tem como objetivo assegurar que todas as fatias tenham a mesma composição média.

Nesse estudo foi emulado pilhas de homogeneização com aproximadamente 65kt por ser a massa adotada com maior frequência pela CBMM. Para fazer isso o algoritmo precisou dos seguintes parâmetros de entrada:

- Massa da pilha de homogeneização;
- Volume de material descarregado pela empilhadeira a cada metro do trajeto;
- Fator de empolamento do material;
- Ângulo de repouso do material (em graus);
- Largura da base da pilha;

Segundo Marques (2010), o algoritmo faz o cálculo em dois ciclos, sendo o primeiro ciclo referente as simulações geoestatísticas, e o segundo referente às diferentes camadas solicitadas na janela de parâmetros. São feitos então cálculos referentes as camadas, e para cada camada, são realizadas as etapas descritas a seguir, para cada pilha possível de se formar com os blocos disponíveis. O número máximo de camadas dependerá da geometria da face da pilha.

Inicialmente faz se o cálculo do número de lotes (blocos) necessários para se formar uma pilha de homogeneização e obtém-se o teor médio ponderado da mesma. Em seguida, calcula-se o volume total da pilha para a massa especificada pelo usuário, segundo a Equação (3-5).

$$V_p = \sum_1^n (V_l \times F_e) \quad (3-5)$$

onde:

$V_p$  : volume total da pilha de homogeneização;

$V_l$  : volume de cada lote (bloco) que compõe a pilha de homogeneização;

$F_e$  : fator de empolamento fornecido pelo usuário;

$n$  : número de lotes (blocos) que compõe a pilha.

Conhecendo o volume total da pilha e o número de camadas, sabe-se o volume de material que será empilhado em cada camada. O passo seguinte é primordial para análise de variabilidade interna da pilha: a vazão de material do stacker. O algoritmo trabalha com a premissa de que a empilhadeira terá vazão de material e velocidade constantes ao longo de todo o percurso. A razão entre esses dois valores deve ser informada como input ( $m^3/m$ ). O comprimento da pilha de homogeneização é então calculado baseando-se nessa razão.

Para cada pilha possível de ser formada tem-se um cálculo de variância das fatias retomadas em relação ao teor média da pilha e soma-se esses valores. Para se saber o valor da variância para o número de camadas estudado, basta dividir o valor obtido pelo número total de pilhas formadas. Esse procedimento é então repetido para outras simulações e conjunto de inputs. Essa operação é possível devido a propriedade aditiva da variância.

O algoritmo utilizado informa quando há inconsistência entre a geometria da pilha a ser emulada com o valor do número de camadas. Isso é possível realizando-se o cálculo da área da face da pilha (Equação (3-6)), para cada número de camada solicitado nos parâmetros, uma vez que o volume e o comprimento da pilha emulada são conhecidos.

$$A_f = \frac{V_p}{C_p} \quad (3-6)$$

onde:

$A_f$  : área da face da pilha de homogeneização emulada;

$V_p$  : volume da pilha de homogeneização emulada;

$C_p$ : comprimento da pilha de homogeneização emulada.

A base da pilha ( $B_p$ ) e o ângulo de repouso do material empilhado são informados na janela de parâmetros, possibilitando então descobrir-se o valor da altura da pilha final ( $h_p$ ), ou seja, a maior altura possível de pilha de acordo com dos dados de entrada configurados pelo usuário (Equação (3-7)).

$$A_{fp} = \left( \frac{\frac{B_p}{2} \times h_p}{2} \right) \times 2 = \frac{B_p}{2} \times h_p \quad (3-7)$$

onde:

$A_{fp}$ : área da face da pilha de homogeneização (configuração final);

$B_p$ : base da pilha de homogeneização (configuração final);

$h_p$ : altura da pilha de homogeneização (configuração final).

Para a análise de variabilidade interna das pilhas de homogeneização foram escolhidos os seguintes parâmetros:

- massa da pilha de homogeneização de 65 kt;
- volume de material descarregado pela empilhadeira a cada metro do trajeto será de 1,15 m<sup>3</sup>/m e 6,9 m<sup>3</sup>/m (testes independentes);
- fator de empolamento do material 1,22;
- ângulo de repouso do material de 36°;
- largura da base da pilha de 33 metros;

Segundo Marques (2014) essa análise é feita com base na heterogeneidade de distribuição, ou seja, na forma como o material está distribuído no interior da pilha. Os blocos que formam uma pilha possuem valores de teores diferentes entre si, que por sua vez também são diferentes do teor médio da pilha. A redução de variabilidade se dá com o arranjo desses lotes em diferentes números de camadas, que serão retomadas por fatias.

A Figura 3-20 apresenta os resultados de redução da variabilidade interna da pilha em função do número de camadas para vazão de 1.15 m<sup>3</sup> por metro de movimento da empilhadeira:

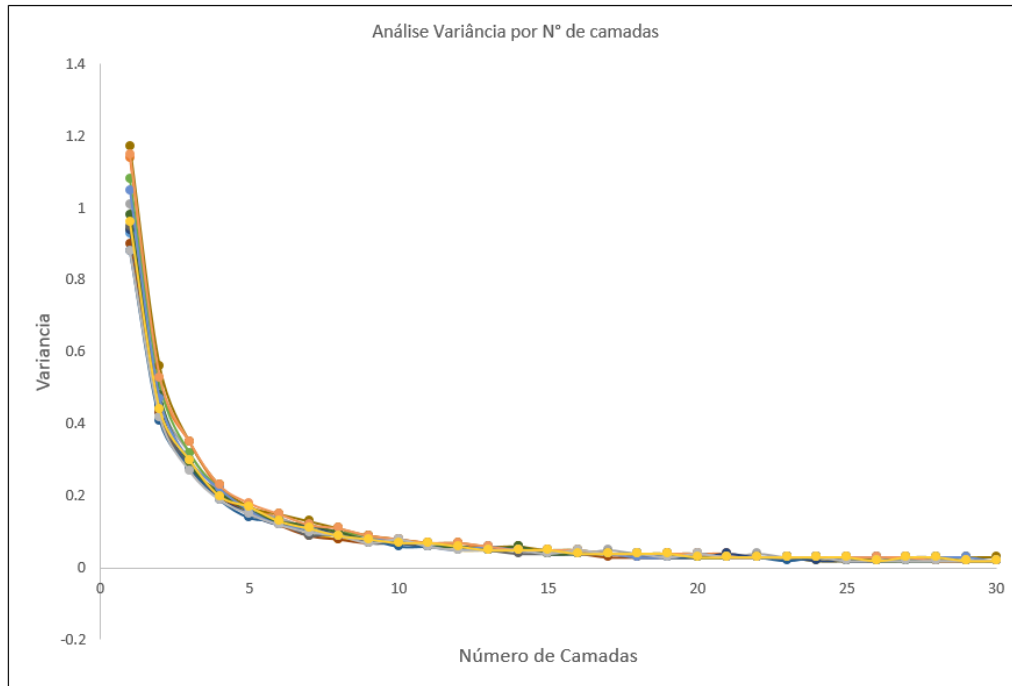


Figura 3-20: Gráfico de redução de variabilidade em função do número de camadas para pilhas geradas com vazão do material de 1,15 m<sup>3</sup>/m

As pilhas de homogeneização da CBMM geralmente são formadas com aproximadamente 135 camadas. Conforme verificado no gráfico da Figura 3-20, esse é um número bem superior ao necessário, analisando somente a variável Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub>. Um cálculo do coeficiente de variação (CV), para todos os cenários equiprováveis (considerando todos os lotes), foi realizado, retornando um valor razoavelmente baixo, com média em torno de 0,4. Esse valor consideravelmente baixo pode ser a justificativa da necessidade de um número pequeno de camadas para redução de variabilidade interna das pilhas.

Pilhas formadas com menos camadas representam um ganho com redução de energia do *stacker* (devido a menos movimentos do equipamento) e pode, também, representar uma redução no tempo de formação das mesmas, se for aumentada a taxa de alimentação de minério (aumento da vazão de minério pelo *stacker*).

O algoritmo utilizado, também, é capaz de emular a retomada das pilhas analisadas, de metro a metro. As duas vazões de empilhamento serão comparadas para 2 diferentes números

de camadas. No primeiro comparativo, foi escolhido o número de 135 camadas para a vazão de 1,15 m<sup>3</sup>/m (Figura 3-21a) e 22 camadas para a vazão da empilhadeira de 6,9 m<sup>3</sup>/m (Figura 3-21b). Em ambos os casos, o comprimento médio das pilhas seria de 200 metros.

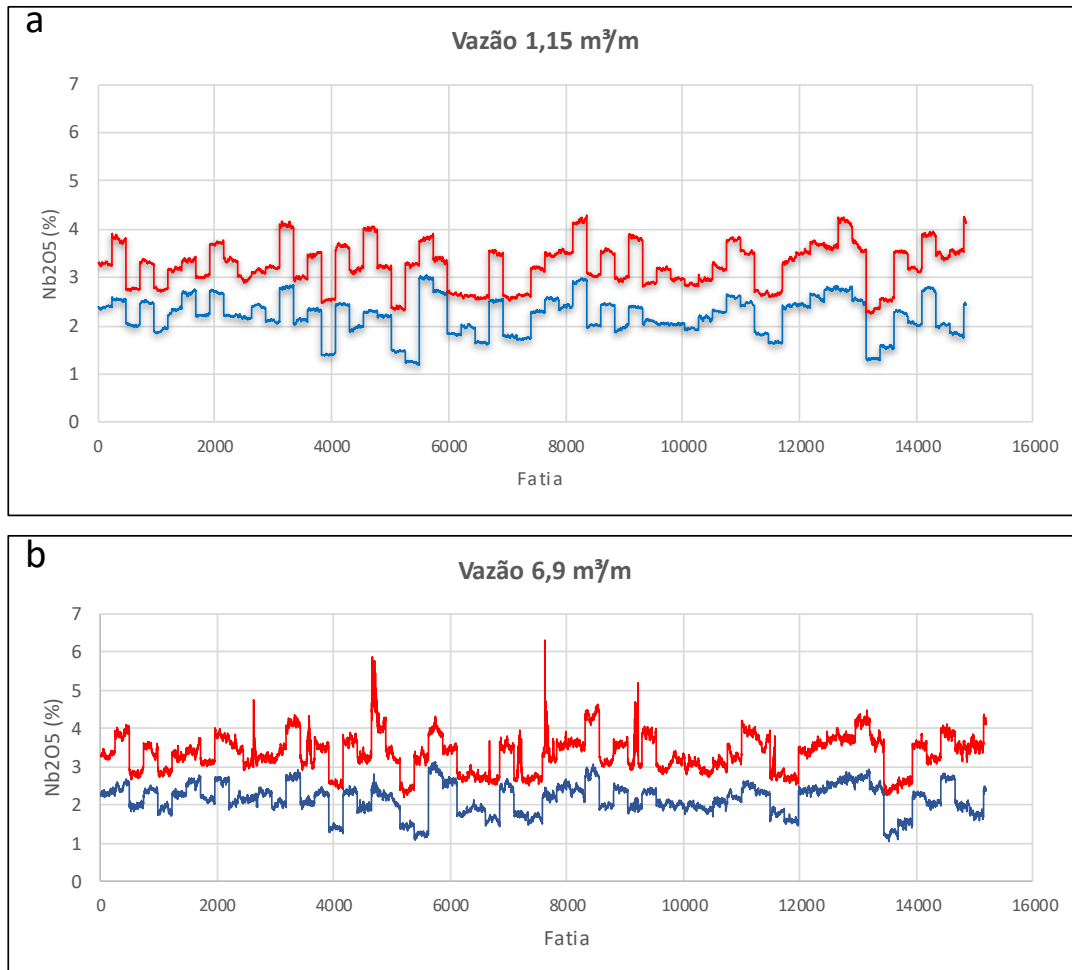


Figura 3-21: Série temporal das fatias das pilhas de 65 kt formadas ao longo do período analisado para (a) 135 camadas e vazão da empilhadeira de 1,15m<sup>3</sup>/m e (b) 22 camadas e vazão de 6,9 m<sup>3</sup>/m. A linha azul representa o P5 e a vermelho o P95 obtido a partir dos 100 cenários equiprováveis

Evidentemente um maior número de camadas em um mesmo comprimento garante menor flutuação de teores, mas, conforme mencionado acima, devido ao comportamento da variável não ser de alta variabilidade essa menor flutuação não fica muito acentuada.

Uma análise complementar a da banda de incerteza foi feita em cenários simulados de forma independente. A Figura 3-22 e Figura 3-23 referem-se, respectivamente, às simulações 22 e 60 para a vazão da empilhadeira de 1,15 m<sup>3</sup>/m e para vazão de 6,9 m<sup>3</sup>/m.

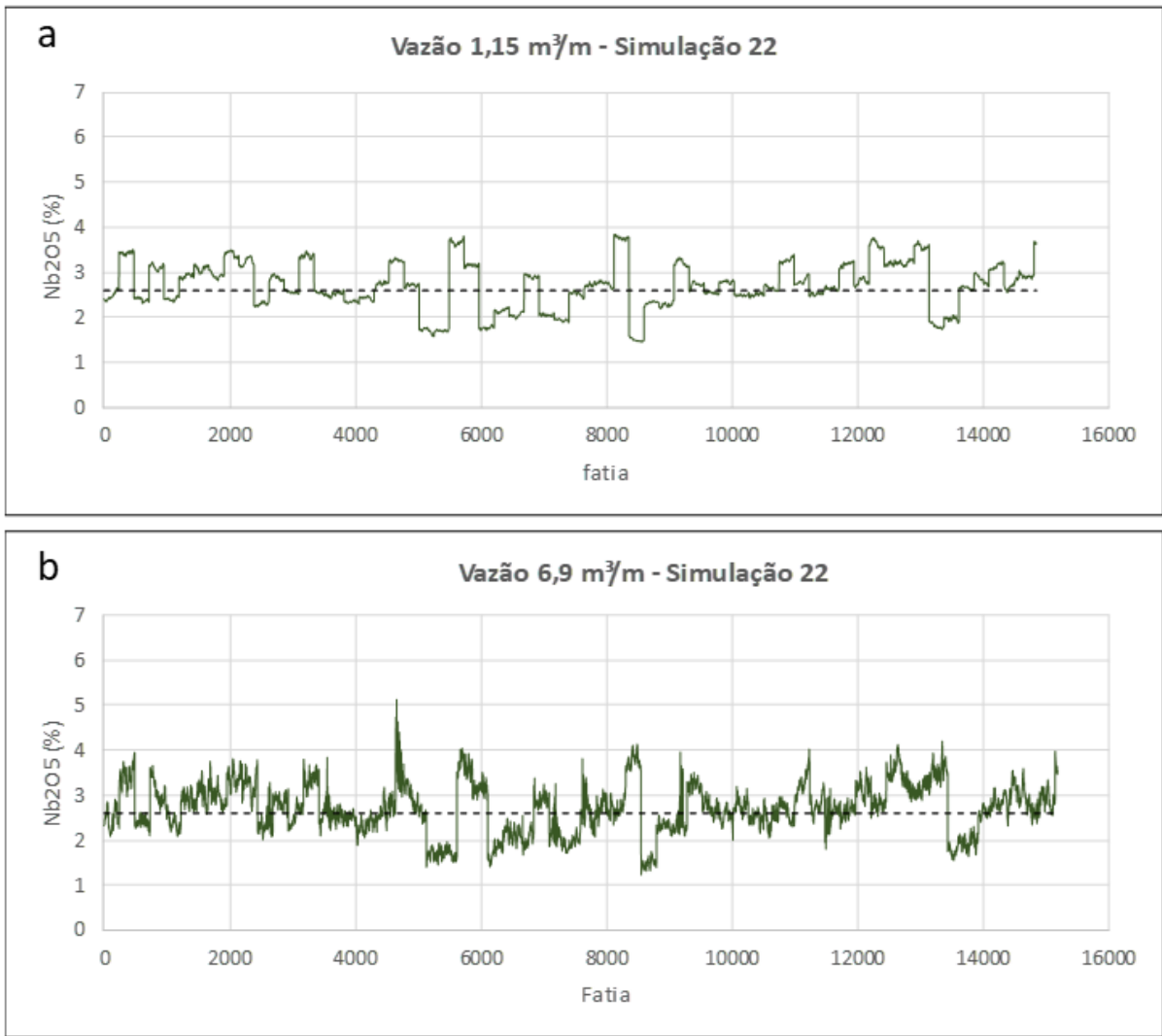


Figura 3-22: Série temporal das fatias das pilhas de 65 kt formadas ao longo do período analisado para (a) 135 camadas e vazão da empilhadeira de 1,15 m<sup>3</sup>/m e (b) 22 camadas e vazão de 6,9 m<sup>3</sup>/m para a simulação #22. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

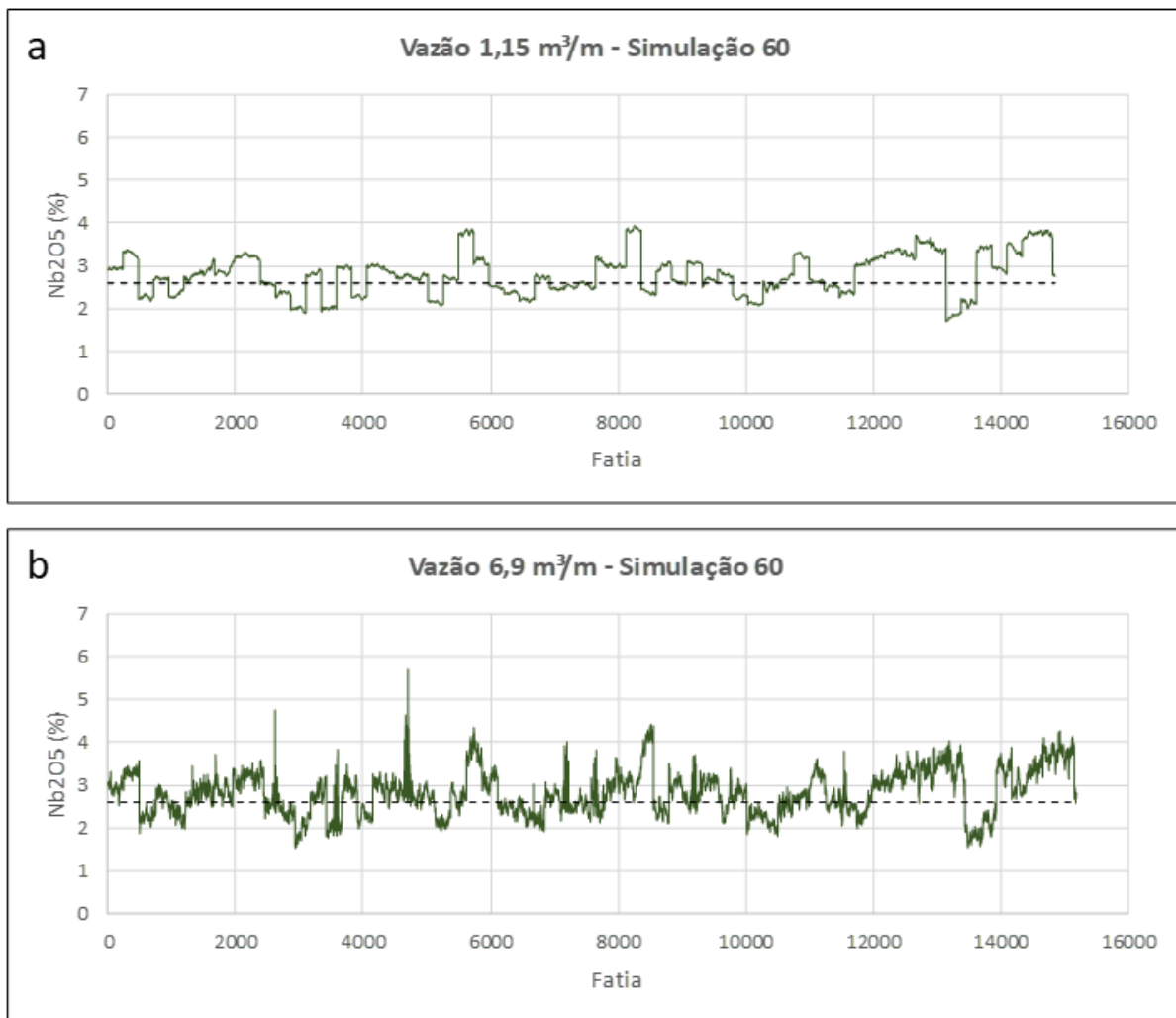


Figura 3-23: Série temporal das fatias das pilhas de 65 kt formadas ao longo do período analisado para (a) 135 camadas e vazão da empilhadeira de 1,15 m<sup>3</sup>/m e (b) 22 camadas e vazão de 6,9 m<sup>3</sup>/m para a simulação #60. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

É visível, também para as simulações independentes, que a variabilidade é razoavelmente menor quanto maior o número de camadas.

### 3.5 Comentários Finais

Nesse capítulo foi avaliado a utilização do conceito de sequência temporal de blocos ou aqui chamado de séries temporais, que reproduzem como as pilhas de homogeneização serão formadas, com base nas simulações geoestatísticas e no sequenciamento de lavra. Números históricos de amostragem das pilhas que alimentam a usina de concentração da CBMM apresentam valores de desvio padrão na casa de 0,35. Levando em consideração que

as pilhas tomadas como exemplos para esse histórico, foram pilhas planejadas com uma sequência ótima de blocos e as pilhas emuladas nesse estudo foram formadas utilizando blocos aleatórios (dentro de uma sequência mensal predefinida), os resultados se apresentam bastante consistentes. Foi analisado como o aumento no tamanho das pilhas, bem como o aumento do número de camadas, contribuem para a redução de variabilidade de um teor de minério. Sendo assim, pode-se perceber que as pilhas de homogeneização são uma poderosa ferramenta de redução de variabilidade na alimentação da planta de beneficiamento e/ou produto final.

## Capítulo 4

### Fundamentos de Amostragem

Neste capítulo, foram revisados os conceitos básicos de amostragem e algumas características de amostradores de fluxo contínuo. Também, foram apresentadas técnicas para emular amostragem em fluxo contínuo, e a influência do número de incrementos na reconciliação entre o teor obtido por amostragem e o teor “real” (obtidos pelas simulações geoestatísticas).

#### 4.1 Aspectos gerais

Define-se amostragem como uma sequência de operações que tem por objetivo retirar uma parte significativa, ou amostra, de um dado universo. Segundo Gy (1998), o único objetivo da amostragem é reduzir a massa de um lote  $L$ , até a massa adequada a um determinado objetivo, sem inserir mudanças significativas em suas outras propriedades.

Normalmente, as amostras são formadas por vários incrementos retirados de um volume maior, um universo, ou lote  $L$ , em instantes diferentes. Um universo é um conjunto de todos os resultados possíveis de uma dada variável aleatória, e a amostra é um conjunto reduzido de observações tomadas desse universo.

É improvável uma amostra apresentar características idênticas àsquelas do material de onde foi retirada. Isto se deve ao ‘erro fundamental de amostragem’ e aos demais erros



associados ao processo de amostragem. Todos esses erros resultam, unicamente, da existência de heterogeneidade em um lote de material. O objetivo da teoria da amostragem de Pierre Gy (1998) é controlar esses erros, analisando suas propriedades em função do processo de retirada de amostras e do material amostrado, e indicando os equipamentos e procedimentos que possibilitem eliminá-los ou, ao menos, minimizá-los (Chieregati, 2007).

Uma amostra é considerada representativa se a mesma for precisa e acurada ao mesmo tempo. Dentro do contexto de amostragem, precisão se refere à dispersão dos resultados de amostragem ao redor de sua média, independentemente de a diferença entre a média das amostras e a média real do lote ser zero ou diferente de zero. Acurácia se refere a quão próximo o valor médio das amostras está do valor médio real do lote, independentemente da dispersão dos resultados em torno do seu valor médio. Nestas condições, se uma amostra é correta e suficientemente reproduzível, isto automaticamente a qualifica como representativa.

Segundo Chieregati (2007), na prática, os métodos corretos de seleção de amostras não são tão simples. Primeiramente, é impossível realizar uma seleção fragmento por fragmento. Como alternativa à seleção de fragmentos individuais, podem-se tomar incrementos sucessivos de um determinado tamanho, ou seja, pequenas sub-amostras. Mas, neste caso, a reprodutibilidade da amostra passa a ser sensível a outro tipo de heterogeneidade que não influencia a amostragem fragmento por fragmento: a heterogeneidade de distribuição. Este tipo de heterogeneidade, melhor conhecida como segregação, diminui a reprodutibilidade da amostra e multiplica sua variância por um fator maior. Felizmente, uma descoberta matemática mostrou que esse componente de variância adicional é inversamente proporcional ao número de incrementos utilizados para compor a amostra. O método de seleção de um maior número de incrementos (do menor tamanho possível) é chamado de amostragem incremental. Outra solução seria estruturar a segregação em geometrias conhecidas, como por exemplo camadas paralelas, e amostrar perpendicularmente a essa geometria.

Amostragem passíveis de serem julgadas como incorretas devem ser desconsideradas. Quando se tem equipamentos ou amostradores incapazes de garantirem o não enviesamento dos resultados, o correto a se fazer é não utilizar. “A estimativa de boa qualidade é uma corrente, e a amostragem é seu elo mais fraco” (Gy, 1998).

Uma consideração importante da teoria de Gy é que a variância da média de um lote, quando se baseia em várias amostras, depende da estratégia de amostragem (Minkkinen e

Paakkunainen, 2005). As formas mais usuais dos intervalos de tomada de incrementos de uma série unidimensional são os seguintes (Gy, 1979; Grigorieff, 2005):

- Seleção Sistemática (si): seleção de amostras espaçadas por um intervalo uniforme  $T_{si}$ , onde o tempo do primeiro incremento é selecionado de forma aleatória no intervalo compreendido entre  $t = 0$  e  $t = T_{si}$ . É a forma de tomada de incrementos mais largamente empregada na indústria. O intervalo de tempo constante é garantido através do emprego de um temporizador simples e a escolha aleatória do tempo de tomada do primeiro incremento ocorre a partir da ausência de correlação entre este tempo e as propriedades do material fluindo naquele instante.
- Seleção Aleatoriamente Estratificada (st): O tempo total DL compreendido no intervalo  $t = 0$  e  $t = T_L$ , durante o qual o lote L passa pelo ponto de amostragem, é subdividido em um número de intervalos uniforme de duração  $T_{st}$ . O objetivo deste tipo de amostragem é evitar o risco da descoberta tardia da presença de flutuações cíclicas. Se este tipo de flutuação ocorrer na amostragem do tipo sistemática, o intervalo  $T_{si}$  funciona como um múltiplo inteiro do período P. Ao ser efetuado o projeto de uma instalação de amostragem, se existir qualquer desconfiança da existência de flutuações cíclicas no processo que será controlado, a forma de tomada de incrementos escolhida deveria ser a seleção aleatoriamente estratificada.
- Seleção Completamente Aleatória (sa); O processo de seleção inicia com a definição do número de incrementos  $Q_{sa}$  a serem tomados. Com a passagem do lote pelo ponto de amostragem, os incrementos passam a ser coletados de forma completamente aleatória até que seja atingido o número de  $Q_{sa}$  incrementos. Este tipo de amostragem raramente é empregado.

Nesse estudo foi adotado a seleção sistemática.

Conforme dito, tão importante quanto definir a estratégia de amostragem, é garantir que os equipamentos utilizados para esse fim estejam adequados. No item seguinte, serão detalhados somente as características dos amostradores corta-fluxos, por ser o amostrador utilizado pela CBMM no trajeto do minério até pátio de homogeneização.

## 4.2 Amostragem de fluxo contínuo

Em se tratando de fluxos unidimensionais (por exemplo, fluxos de polpa ou material britado sobre transportadores de correia), há três maneiras mais conhecidas e práticas de se amostrar o material, utilizando diferentes amostradores automáticos:

- i. Coletando-se uma parte do material, parte do tempo (ex.: amostragem pontual e manual em transportadores de correia).
- ii. Coletando-se uma parte do material, todo o tempo (ex.: amostradores tubulares inseridos na tubulação de polpa).
- iii. Tomando-se todo o fluxo, parte do tempo (ex.: amostradores corta-fluxo).

### 4.2.1 Amostradores Corta-Fluxo de Trajetória Retilínea

Os amostradores corta-fluxo de trajetória retilínea, conhecidos como amostradores de lâmina, são eficientes, desde que algumas condições de uso sejam praticadas. Estas condições, estabelecidas por Gy (1998) ajudam a controlar os efeitos que o complexo mecanismo dos fragmentos coletados pelo amostrador pode ter sobre a representatividade da amostra:

- i. A abertura das lâminas deve ser três vezes maior que o diâmetro  $d$  do maior fragmento, com um valor mínimo de 10 mm quando  $d$  é menor que 3 mm.
- ii. Deve-se calcular a velocidade máxima permitida para o amostrador, de acordo com sua abertura.

Além das condições acima, é necessário que o fluxo seja cortado por um período de tempo  $\Delta t$  constante, para que o incremento coletado forme um paralelogramo inclinado. Segundo Chierigati (2007), na amostragem de fluxos cadentes, o amostrador deve estar distante do fluxo, de modo a permitir que o motor acelere antes de alcançar o fluxo. O amostrador deve cortar todo o fluxo, e este deve cair exatamente no centro do amostrador. A distância  $u$  entre o ponto de descarga do fluxo e o plano descrito pela faca deve ser mínima, porém, de pelo menos de três vezes o diâmetro  $d$  do maior fragmento. No caso de partículas finas, esta distância deve seguir a seguinte regra:  $u = 3d + 1$  cm.

Seguindo essas condições, e, tomando como verdade que todas as outras condições de correção sejam satisfeitas (fluxo movendo-se a uma velocidade constante, amostrador movendo-se a uma velocidade constante, todo o fluxo passando sem dificuldades pela abertura dos amostrador), todos os fragmentos do fluxo serão submetidos a seleção durante o mesmo período de tempo. Portanto, a probabilidade  $P$  de amostragem será uniforme para todos os fragmentos, independentemente de sua posição no fluxo. Essa é uma das melhores escolhas para a amostragem de fluxos em usinas de beneficiamento de minérios.

A amostragem na torre do pátio de homogeneização da CBMM é feita por dois amostradores lineares, ou corta-fluxo de trajetória retilínea (Figura 4-1), a intervalos regulares de 15 minutos entre cortes. Cada corte representa uma passagem pelo fluxo, sendo que o material descarregado no chute que alimenta o amostrador secundário se refere a dois cortes do amostrador primário (ida e volta). O protocolo adotado é baseado nas melhores práticas da teoria da amostragem.



Figura 4-1: Amostradores corta-fluxo primário e secundário na torre de amostragem da CBMM

### 4.3 Análise Variográfica

Uma das maneiras de se medir a precisão de uma amostragem é medindo a variabilidade das amostras em torno da média do lote do qual elas foram coletadas. Essa medida é comumente expressa como variância do erro de amostragem. Existe uma ferramenta muito útil para esse fim: o variograma.

O variograma é uma função, nesse caso, do tempo existente entre dois pontos localizados sobre um eixo e permite caracterizar a heterogeneidade unidimensional de dados cronologicamente ordenados. Quando as massas dos incrementos coletados não apresentam variações maiores que 20%, podemos assumir que o variograma dos teores  $t_q$  é praticamente o mesmo variograma das heterogeneidades  $h_q$  (Gy, 1998). O desenvolvimento a seguir baseia-se nos teores dos incrementos, cujas massas não apresentaram grandes variações (todas referentes a um metro de amostra do transportador de correia).

O primeiro passo, após determinação dos teores das amostras, é calcular o variograma experimental, cuja função é definida por:

$$v(j) = \frac{1}{2N} \sum_q (t_{q+j} - t_q)^2 \quad (4-1)$$

onde  $j$  é o intervalo de tempo que separa dois incrementos,  $V(j)$  é a função variograma para o intervalo de tempo  $j$ ,  $t_q$  é o teor do incremento  $q$  e  $t_{q+j}$  é o teor do incremento separado por  $j$  do incremento  $q$ . Note-se, que existem diversos pares de valores separados por  $j$  e, portanto,  $N$  representa a quantidade desses pares.

Obter dados para um experimento variográfico em uma unidade de produção não é uma atividade fácil. Isso porque, é necessária uma série de interrupções no sistema durante o processo de amostragem. Além disso, os resultados obtidos a partir dessa análise variográfica representam somente o tipo de minério que está alimentando a usina de beneficiamento naquele instante, e certamente as características estatísticas do minério se modificam com o passar do tempo.

Conforme dito anteriormente, um experimento variográfico com dados reais levaria a uma série de paradas nas unidades de produção que não são viáveis do ponto de vista técnico e econômico. Assim, uma abordagem alternativa que foi realizada nesse estudo foi a utilização

dos dados das simulações de teores do depósito, combinados com o planejamento sequencial da mina.

Utilizando as séries temporais dos teores alimentados na planta com base nos modelos equiprováveis simulados, realizamos a análise de alguns variogramas. A Figura 4-2 e Figura 4-3 mostra os variogramas de 2 dias aleatórios do mês de abril extraídos de um modelo simulado.

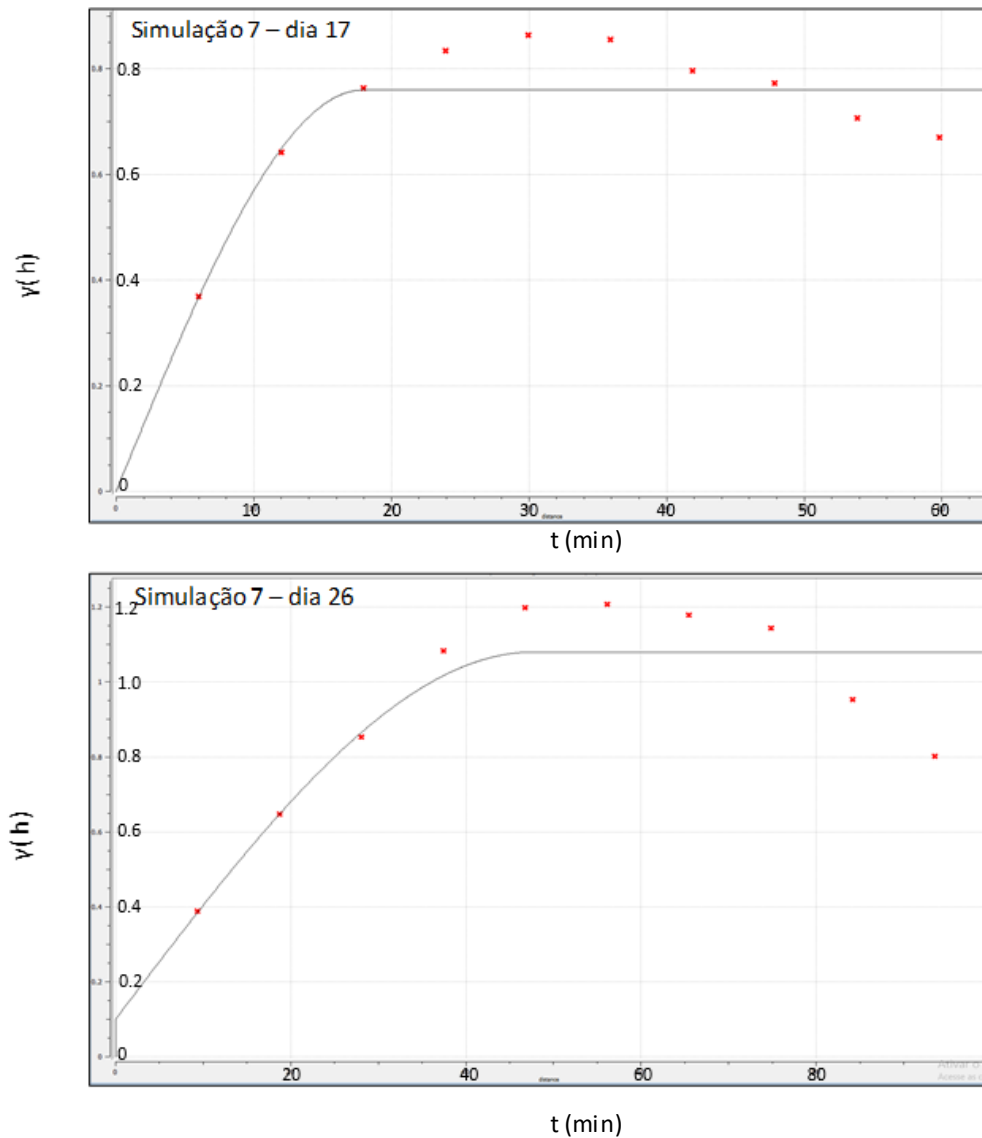


Figura 4-2: Variograma experimental utilizando a simulação #7 nos dias 17 e 26

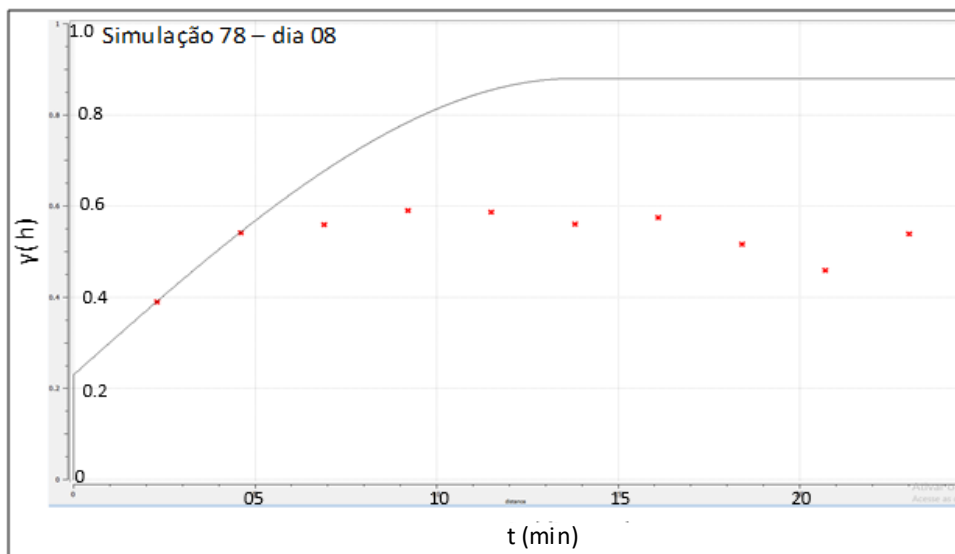
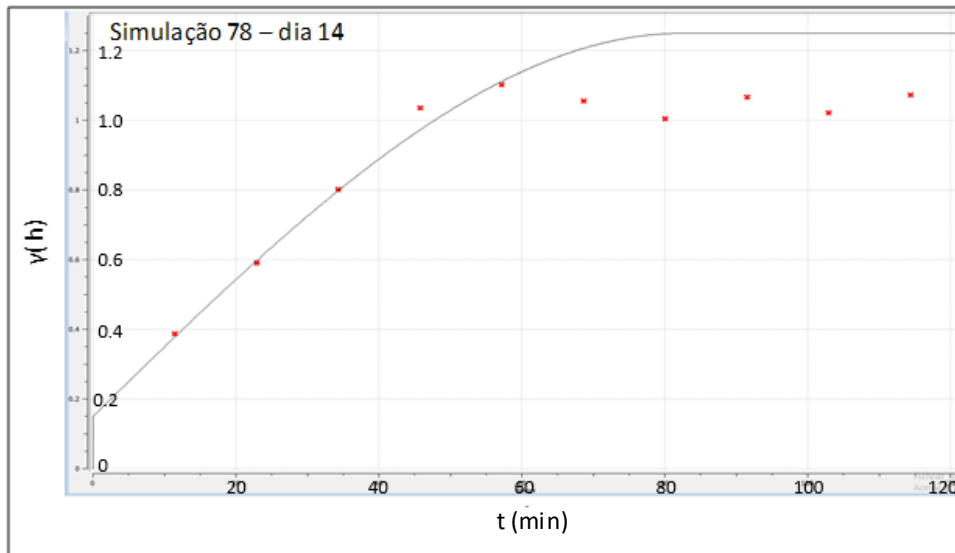


Figura 4-3 Variograma experimental utilizando a simulação #78 nos dias 14 e 08

Como pode ser observado nos gráficos acima, considerando a possibilidade de que cada um destes cenários tem uma oportunidade igual de representar o depósito mineral real, pode ser impreciso propor um intervalo de amostragem com base numa análise variográfica experimental calculado com amostras extraídas durante um curto período de tempo, devido ao fato de ter-se modelos completamente diferentes. Dito isso, um dos objetivos desse estudo é propor uma metodologia que utiliza simulação geoestatística combinada com o planejamento lavra para simular o intervalo de amostragem de um fluxo contínuo (de teores de alimentação da planta durante um determinado período). No item seguinte será apresentado os detalhes dessa metodologia proposta.

#### 4.4 Definição de intervalo amostral utilizando simulações geoestatísticas

Visto que a obtenção de dados para experimentos variográficos, com intuito de se estimar o erro de amostragem, pode ser bastante trabalhoso e até operacionalmente inviável, essa dissertação sugere uma metodologia de definição de intervalos amostrais baseando-se exclusivamente em simulações geoestatísticas. Considerando o sequenciamento de lavra de Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub>, e sabendo a massa de minério empilhado por dia de produção (26000t), foi obtido a série temporal diária (dados exaustivos) de alimentação da planta de beneficiamento. Para cada simulação, a média de Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub> obtido a partir desses dados diários foi chamado de teor “real” ou de referência do dia. Considerando todos os teores emulando o processo de um dia, é possível extrair vários dados (amostras) em intervalos de tempos diferentes e calcular os erros relativos, comparada à média de referência.

Uma vez que cada simulação é uma possível representação da realidade, o processo é repetido para todos os cenários simulados para verificar se a escolha de uma determinada simulação utilizado como referência influencia os resultados.

Os passos adotados nessa etapa do estudo foram:

- simulação geoestatísticas gerando vários modelos 3D igualmente prováveis para os teores do depósito;
- carimbo (codificação) do sequenciamento de lavra mensal nos modelos simulados (bloco em 3D);
- conversão da sequência de lavra dos modelos simulados 3D in situ em uma série temporal 1D, emulando a alimentação diária da planta de processamento mineral;
- simulação de diferentes estratégias (intervalos e números de amostras) de amostragem no fluxo contínuo;
- cálculo do erro relativo e variabilidade de amostras para cada estratégia de amostragem adotada para os diferentes cenários simulados.

As simulações geoestatísticas, bem como a geração da série temporal dos teores de alimentação da planta de beneficiamento foram tratadas nas seções e capítulos anteriores dessa dissertação. Para a emulação das diferentes estratégias de amostragem, inicialmente, foi calculado o teor médio do dia, considerado o teor de referência, utilizando a seguinte expressão:

$$TM_I = \frac{1}{n} \sum_1^n T_{int((AP/I)*(n-0.5))} \quad (4-2)$$



onde

$TM$  é o teor médio obtido durante o período de tempo analisado (neste caso 1 dia) a partir de amostras  $n$  extraídos.

$AP$  é o número de amostras no período analisado. Como os blocos simulados possuem diferentes densidades o “ $AP$ ” é calculado levando se em conta o número de blocos necessários para se chegar a massa de 1 dia de produção (26000t).

$I$  é o número de incrementos extraídos durante o período de tempo;

$n$  é o contador que representa o número de incrementos de analisados (intervalos de 1 a  $I$ );

$T$  é o teor de cada incremento;

Os teores são diferentes para cada incremento amostrado, no entanto, quanto maior o número de incrementos adotados mais a média desses incrementos se aproximará da média “real” do dia. Portanto, o ideal é buscar um número mínimo de incrementos que seja satisfatório para representar o universo de amostras possíveis de serem coletadas durante o dia, para se obter um erro compatível ao que se admita no processo de beneficiamento mineral.

O cálculo do erro relativo se dá por meio da diferença entre o teor médio “real” e o teor médio dos incrementos coletados, em percentual. O objetivo é encontrar cenários onde o aumento do número de incrementos não reduzirá mais o erro relativo significativamente. Nesse caso, uma coleta a mais de amostras seria desnecessária em termos de representatividade do material empilhado.

Observando a Figura 4-4, pode-se constatar, por exemplo, que a redução do erro relativo médio, utilizando a simulação #08 e simulação #44, para incrementos de 50 amostras e 95 amostras é muito pequena.

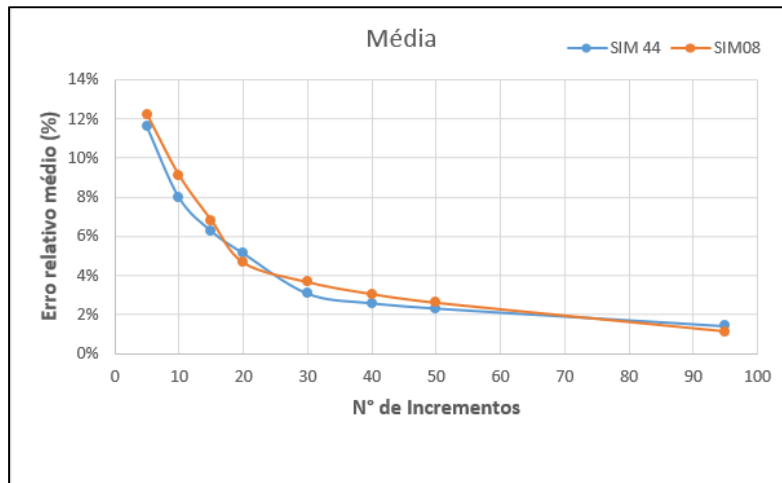


Figura 4-4: Erro relativo versus número de incrementos amostrados. Os modelos #08 e #44 foram usados como referência.

Atualmente, baseando-se no protocolo amostral adotado pela CBMM, são retirados cerca de 96 incrementos por dia para se representar a média diária de uma determinada pilha formada. É um número que fornece um erro bastante baixo, menor que 2%, observando os resultados propostos por essa metodologia.

#### 4.5 Comentários Finais

A utilização dos resultados gerados nas simulações geoestatísticas, em conjunto com as informações de sequenciamento de lavra, pode se tornar bastante útil no auxílio da definição e refinamento de um protocolo amostral, que proporcione um erro aceitável. Um experimento variográfico, por melhor que seja, demanda paradas em processos industriais não permissíveis do ponto de vista técnico e econômico. A aplicação da metodologia proposta se mostrou consistente e capaz de guiar os trabalhos de definição de um melhor protocolo amostral para pilhas de homogeneização. Segundo a metodologia sugerida, o número de incrementos coletados atualmente na CBMM se encontra adequado, com erro relativo menor que 2% mas poderia se estudar uma redução do número adotado.

# Capítulo 5

## Conclusões e Recomendações

Nesse capítulo, são apresentadas as conclusões dessa dissertação, a verificação do atendimento aos objetivos propostos e recomendações de trabalhos futuros.

### 5.1 Conclusões

Como meta geral dessa dissertação buscava-se uma rotina de acompanhamento da variabilidade das pilhas de minério, analisando o atual sistema de homogeneização da CBMM, comparando-o com cenários de variabilidades considerados ideais. Do ponto de vista da amostragem, o que se buscou foi verificar se o protocolo amostral vigente está de acordo com níveis aceitáveis de erros, utilizando uma abordagem alternativa de cálculo. A utilização dos resultados proporcionados pela simulação geoestatística possibilitou o atendimento à essas metas gerais e aos objetivos específicos, conforme será detalhado a seguir.

#### 5.1.1 Homogeneização

A metodologia aplicada, utilizando-se dos modelos de blocos simulados aplicados a um sequenciamento de lavra mensal, mostrou-se uma ferramenta bastante eficaz no sentido de previsibilidade de variabilidade de pilhas a serem formadas no pátio de homogeneização. Com ela, é possível sugerir modificações, em determinados períodos (em determinadas pilhas) que se mostrem com alta variabilidade. Essa técnica possibilitará a inclusão de uma rotina de acompanhamento de variabilidade das pilhas planejadas ao longo do ano na CBMM, fornecendo uma excelente ferramenta proativa de controle de flutuações de teores que entrarão no processo de beneficiamento.

Em um sistema de homogeneização, funcionando adequadamente, o maior ganho com redução de variabilidade se dá com o aumento do suporte (nesse caso, com o aumento da massa das pilhas de homogeneização). Nesse estudo, com a simulação numérica da variabilidade de vários tamanhos de pilhas, foi possível concluir que a massa de pilha adotada atualmente pela CBMM (65 kt) encontra-se em um nível bom de redução de variabilidade, mas com potencial

de melhoria. Com esse tamanho de pilha, em um cenário mais pessimista, a redução de variabilidade do material (comparando uma alimentação direta bloco a bloco, sem empilhamento) fica em aproximadamente 47%, e no cenário mais otimista fica em 65%. Uma massa de 130 kt, por exemplo, seria uma boa recomendação, em uma possível expansão do pátio de homogeneização.

Apesar da maior atenuação de variabilidade de um sistema de homogeneização se dar pelo aumento da massa da pilha, não se pode ignorar a parcela de redução proporcionada pelo controle interno de cada pilha (número de camadas e o arranjo das mesmas dentro da pilha). As análises feitas de emulação de retomada de pilhas mostraram que, evidentemente, um maior número de camadas em um mesmo comprimento garante menor flutuação de teores. As pilhas de homogeneização da CBMM geralmente são formadas com aproximadamente 135 camadas. Esse é um número bem superior ao necessário, analisando somente a variável  $Nb_2O_5$ . Um cálculo do coeficiente de variação (CV), para todos os cenários equiprováveis (considerando todos os lotes), foi realizado, retornando um valor razoavelmente baixo, com média em torno de 0,4. Esse valor consideravelmente baixo pode ser a justificativa da necessidade de um número pequeno de camadas para redução de variabilidade interna das pilhas.

### **5.1.2 Amostragem**

Na área de amostragem, o principal objetivo dessa dissertação era verificar se o protocolo amostral vigente está de acordo com níveis aceitáveis de erros, utilizando uma técnica alternativa.

Uma análise de variogramas temporais do fluxo contínuo de minério foi realizada, e se concluiu que pode ser impreciso propor um intervalo de amostragem com base numa análise variográfica experimental calculada com amostras extraídas durante um curto período de tempo, devido ao fato de ter-se modelos completamente diferentes de um período para outro.

Essa imprecisão da utilização dos dados de análises variográficas, motivou a utilização de simulação geoestatística combinada com o planejamento lavra para simular o intervalo de amostragem de um fluxo contínuo (de teores de alimentação da planta durante um determinado período). Em outras palavras, a técnica proporcionou uma “amostragem virtual” do fluxo contínuo, sem necessariamente amostrá-los fisicamente, e em seguida foi calculado um erro relativo utilizando-se diferentes números de incrementos amostrais.

Segundo o protocolo adotado atualmente, 96 incrementos são coletados por dia (quando há formação de pilha de homogeneização). Esse número, à luz da metodologia proposta, é suficiente para garantir um erro baixíssimo (menor que 2%) quando comparado com valores reais. Esse número está bastante aderente aos números de reconciliação Pátio/Usina de 2018, onde tivemos uma diferença na ordem de 1.5%, reforçando a robustez do método.

## 5.2 Recomendações e Trabalhos Futuros

As principais recomendações e sugestões de trabalhos e atividades futuras são descritas a seguir:

- Esse trabalho foi desenvolvido estudando a variável  $Nb_2O_5$ . Recomenda-se também a aplicação da metodologia para outros elementos, principalmente as variáveis que interferem de maneira negativa (contaminantes) na usina de beneficiamento, tais como fósforo, magnetita, alumínio, etc.
- Em uma possível ampliação do pátio de homogeneização, recomenda-se a adoção de pilhas de 130 kt de massa. O uso dessa recomendação possibilita uma redução significativa na variabilidade inter-pilhas.
- É sabido que os custos de amostragem, preparação de amostra e análises é proporcional ao número de amostras coletadas. Uma sugestão de um bom número, sem aumentar significativamente o erro relativo de amostragem é adotar a metade desse número e acompanhar, através de números de reconciliação, os valores obtidos para as principais variáveis de controle.
- Baseando-se nos números encontrados de análise de camadas (variabilidade interna da pilha), recomenda-se reduzir o número das mesmas, não havendo necessidade de se empilhar 135 camadas para uma mesma pilha de homogeneização.
- Um estudo que correlaciona a redução de variabilidade do minério com ganhos em recuperação metalúrgica deve ser realizado como complemento desse trabalho.

## Referências Bibliográficas

- FLSmidth (s. d.). FLSmidth: Longitudinal Blending System. Disponível em: <<http://www.flsmidth.com/en-US/Products/Product+Index/All+Products/Storage/Longitudinal+Bridge+Scraper+Store/BS++Longitudinal+Bridge+Scraper+Store>>. Acessado em 29/10/2018.
- Blackwell, G.H., Anderson M., Ronson K., 1999. *Simulated grades and open pit mine planning: resolving opposed positions*. In: Proceedings of the 28rd APCOM—International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Colorado, pp. 205–215.
- Bonato, F.S., Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C. 2000. *Planejamento de Lavra Baseado na Variabilidade de Atributos Geológicos*. REM: Revista Escola de Minas, Vol. 53, nº 4, pp. 275-284.
- Braga Junior, J.M., Costa, J.F.C.L., Silva L.D, 2017. *Merging Multiple Secondary Data With Response Surface For Collocated Cosimulation of Geometallurgical Niobium Data*. Proceedings, 38<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries (APCOM 2017), Denver, Colorado U.S.A., pp.8.1-8.8.
- Chaves, Arthur Pinto., Ferreira, Flávio Moreira, 2006. Apostila Estocagem e homogeneização. São Paulo.
- Chierigati, A.C., 2007. Reconciliação Pro-Ativa em Empreendimentos Mineiros. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 201p.
- Chilès, J.P., Delfiner, P., 1999. Geostatistics: *Modeling Spatial Uncertainty*. John Wiley & Sons ltd., New York, 695p.
- Costa, J.F., 1997. *Developments in Recoverable Reserves Estimation and Ore Body Modelling*. PhD thesis, WH Bryan Mining Geology Research Centre, University of Queensland. Brisbane.

- David, M., 1973. *Tools for Planning: Variances and Conditional Simulations*. Proceedings, Proceedings, 11th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Arizona, U.S.A., pp. D10-D23.
- David, M., Dowd, P., Korobov, S., 1974. *Forecasting Departure from Planning in Open Pit Design and Grade Control*. Proceedings, 12th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A., pp. F131-F153.
- Deutsch, C.V., 1989. *DECLUS: a FORTRAN 77 program for determining optimum spatial declustering weights*. Computers & Geosciences, v. 15, n. 3, p. 325-332.
- Deutsch, C.V. & Journel, A.G. 1998. *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, New York, 2ª Edição, 369p.
- Dowd, P.A., 1993. *Basic Geostatistics for the Mining Industry*. Leeds, University of Leeds. Monograph, 226p.
- Ferreira, F.M., 1989. *Otimização do Projeto de Pátios de Homogeneização Através do Método da Simulação Condicional*. Dissertação de mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 114p.
- Ferreira, F.M., Chaves, A.P., Delboni, H., 1992. *Conditional Simulation Method for Design of Blending Piles*. Proceedings, 23<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Phoenix, U.S.A., pp. 615-623
- Gambin, F., 2003. *Aperfeiçoamento da Estratégia de Homogeneização de Minérios Utilizando Simulação Geoestatística*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 96p.
- Gambin, F., Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C., 2005. *Estratégia de controle de qualidade de minério na lavra usando simulação geoestatística*. REM: Revista Escola de Minas, Vol. 58, N° 4, pp. 193-200.
- Gerstel, A.W., Werner, J.W., 1996. *Computer Simulation Program for Blending Piles*. Bulk Solids Handling, Vol. 16, n° 1, pp. 49-58.

- Goovaerts, P., 1997. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford University Press, New York, 483 p.
- Grigorieff, A, Costa, J.F.C.L, Koppe, J., 2005. *Variogram of a continuous flow—a tool for designing sampling increments*. In: Proceedings of the Second World Conference on Sampling and Blending, Melbourne, pp. 27–31
- Gy, P.M., 1998. *Sampling for Analytical Purposes*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 153p.
- Isaaks, E. H., & Srivastava, M. R.,1989. *An Introduction to Applied Geostatistics*. Oxford University Press, New York, 561p.
- Journel, A.G., 1974 *Geostatistics for conditional simulation of ore bodies*. Economic Geology, v. 69, n.5, p. 673–687.
- Journel, A.G., Huijbregts, C.J., 1978. *Mining Geostatistics*. Academic Press, London, 600p.
- Journel, A. G.,1983. *Nonparametric estimation of spatial distributions*. Journal of the International Association for Mathematical Geology, v. 15, n. 3, p. 445-468.
- Krige, D.G., 1951 *A statistical Approach to Some Basic Mine Valuation Problems on the Witwatersrand*. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, v. 52, n. 6, p. 119-139.
- Krige, D.G., 1981. *Lognormal-de Wijsian Geostatistics for Ore Evaluation*. Johannesburg, South African Institute of Mining and Metallurgy, p.51.
- Marques, D.M., Costa, J.F.C.L., 2013. *An algorithm to simulate ore grade variability in blending and homogenization piles*. Int. J. Miner. Process. Vol. 120, pp. 48-55.
- Marques, D.M., 2010. *Desenvolvimento de um algoritmo para simular a variabilidade do minério em pilhas de homogeneização*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul,110p
- Marques, D.M., 2014. *Métodos Estocásticos Aplicados a Definição de Estratégias de Amostragem e Homogeneização*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em



Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 140p.

- Matheron, G., 1963. *Principles of geostatistics*. Economic geology, v. 58, n. 8, p. 1246-1266.
- Matheron, G., 1973. *The intrinsic random functions and their applications*: Adv. Appl. Probab., v. 5, p. 439–468.
- Minkkinen, P., Paakkunainen, M., 2005. *Direct estimation of sampling variance from time series measurements—comparison to variographic analysis*. In: Proceedings of the Second World Conference on Sampling and Blending, Melbourne, pp. 39–44
- Parker, H., 1979. The volume variance relationship: a useful tool for mine planning. Engineering and Mining Journal, Vol. 180, pp. 106-123.
- Pilger, G.G., 2000. *Critérios para Locação Amostral Baseados em Simulação Estocástica*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 127p.
- Ravenscroft, P.J., 1992. *Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation*. Institution of Mining and Metallurgy, Vol. 101, pp. A104-A108.
- Rossi, M.E., 1999. *Uncertainty and Risk Models for Decision-Making Processes*. Proceedings, 28th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A, pp. 185-195.
- Sans, H.J., Olzard, K.L., 2005. *Assessment of mill-feed sampling strategies based on a variographic experiment*. In: Proceedings of the Second World Conference on Sampling and Blending, Melbourne, pp. 219–225.
- Schofield, C.G., 1980. *Homogenisation/Blending Systems Design and Control for Minerals Processing*. TransTech Publications, Germany, 236p.
- Souza, L.E., Costa, J.F.C.L. & Koppe, J.C., 2002. *A Geoestatistical Contribution to the Use of Resource/Reserves Classification Systems*. Proceedings, 30<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in The Mineral Industries (APCOM 2002), Phoenix, Arizona USA, p73-84.

Valente, J.M.G.P., 1982. *Geomatématica – Lições de Geoestatística*. Fundação Gorceix, Ouro Preto, Vol. 6, 323p.

Yamamoto, J. K., & Landim, P. M. B., 2013. *Geoestatística: conceitos e aplicações*. Oficina de textos, p.53.