

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

**FÁBIO FERREIRA CORRALO**

**A “ESCOLA CLÁSSICA DA ECONOMIA” E A ANÁLISE DE LONGO PRAZO  
SEGUNDO OS ESTUDOS DE HEINZ -DIETER KURZ E NERI SALVADORI**

**Porto Alegre**

**2018**

**FÁBIO FERREIRA CORRALO**

**A “ESCOLA CLÁSSICA DA ECONOMIA” E A ANÁLISE DE LONGO PRAZO  
SEGUNDO OS ESTUDOS DE HEINZ -DIETER KURZ E NERI SALVADORI**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado como requisito parcial para a  
obtenção do grau de Bacharel em Ciências  
Econômicas pela Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Paulo de Araújo

**Porto Alegre**

**2018**

## CIP - Catalogação na Publicação

Corralo, Fábio Ferreira

A "ESCOLA CLÁSSICA DA ECONOMIA' E A ANÁLISE DE LONGO PRAZO SEGUNDO OS ESTUDOS DE HEINZ-DIETER KURTZ E NERI SALVADORI / FÁBIO FERREIRA CORRALO. -- 2018.

98 f.

Orientador: Jorge Paulo de Araújo.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas, Curso de Ciências Econômicas, Porto Alegre, BR-RS, 2018.

1. História do Pensamento Econômico. 2. Teoria Econômica. 3. Escola Clássica. 4. Modelo input-output. 5. Recursos não-renováveis e conservação. I. Araújo, Jorge Paulo de, orient. II. Título.

**Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

**FÁBIO FERREIRA CORRALO**

**A “ESCOLA CLÁSSICA DA ECONOMIA” E A ANÁLISE DE LONGO PRAZO  
SEGUNDO OS ESTUDOS DE HEINZ -DIETER KURZ E NERI SALVADORI**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado como requisito parcial para a  
obtenção do grau de Bacharel em Ciências  
Econômicas pela Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul.

Aprovado em Porto Alegre, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2018.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Jorge Paulo de Araújo – Orientador - UFRGS

---

Prof. Dr. Sérgio Marley Modesto Monteiro – UFRGS

---

Prof. Dr. Marcelo Milan - UFRGS

*Dedico esta monografia àqueles que, com seu honesto trabalho, lutam todos os dias por uma sociedade mais justa e àqueles que, não tendo trabalho, lutam todos os dias para conseguir um.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, quero agradecer à minha mãe pela vida que me deu e a qual continuo a usufruir com a intensidade máxima que me é permitida.

À minha amada esposa, Lisiane, por fazer com que o usufruto desta vida seja o mais feliz possível, todos os dias.

Às minhas doces filhas Helena e Samantha por serem essa felicidade quotidiana sem a qual nada absolutamente vale à pena.

À meu pai (*in memoriam*) por ter sido o primeiro economista que conheci.

Quero agradecer ao Professor Neri Salvadori que de muito longe atendeu aos apelos virtuais deste humilde graduando na sua ânsia de atingir conhecimento mais elevado.

Agradeço ao Professor Jorge Araújo pela distinção de ser seu orientando e pela paciência de trilhar comigo um caminho novo, demonstrando que todo Professor deve manter dentro de si essa ambição renovada pelo desejo de novas descobertas.

Finalmente, a todos e a cada Professor desta Faculdade de Economia que contribuíram para o aumento do meu conhecimento e, principalmente, para o aumento significativos das minhas dúvidas.

A todos.

Muito obrigado!

*Toda a evolução da ciência indica que a melhor gramática para pensar o mundo é a da mudança, não a da permanência. Do acontecer, não do ser.*

*O mundo não é um conjunto de coisas, é um conjunto de eventos.*

*Carlo Rovelli (físico italiano)*

*πάντα ῥεῖ<sup>1</sup>  
Panta rhei!*

*Heráclito de Éfeso*

---

<sup>1</sup> Tudo flui.

## RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo verificar em que consiste o pensamento econômico clássico, ou em outros termos, a abordagem clássica da economia segundo os estudos e a contribuição literária dos economistas e Professores universitários Heinz- Dieter Kurz e Neri Salvadori que dedicam grande parte de suas pesquisas ao esclarecimento do método de longo-prazo como traço distintivo da Escola Clássica da Economia. Este estudo é motivado pela preocupação com o atual problema dos recursos naturais exauríveis os quais são considerados finitos por alguns estudiosos em que pesem esforços de conservação do nosso planeta hoje em dia. Neste interim, alguns modelos foram abordados, entre eles os de Leontief – modelo input-output -, de von Neumann e de Piero Sraffa. Assim, por tratar-se de um problema que envolve situações de ultralongo prazo, resolveu-se estudar a corrente de pensamento econômico que trabalha com o longo-prazo. Para isso, foi realizada uma revisão bibliográfica de artigos, periódicos e livros redigidos por ambos autores - em conjunto ou em parceria com outros economistas. Finalmente, este trabalho abordará os economistas considerados clássicos pelos autores supracitados, explicitando as ideias destes cujo teor se coadune com o cerne do pensamento clássico e suas contribuições à evolução desta escola, além do ulterior desenvolvimento analítico da Escola Clássica e seus problemas modernos.

**Palavras-chave:** História do pensamento econômico. Escola clássica. Modelo input-output. Recursos não-renováveis e conservação.

**Classificação “Journal of Economic Literature” (JEL):** B12 B23 C67 Q30



## **ABSTRACT**

The main objective of this monograph is to verify what the classical economic thought consists of or, in other terms, the classical economic approach according to the studies and literary contributions of the economists and professors Heinz-Dieter Kurz and Neri Salvadori, who dedicate the most part of their researches to clarify the Long-period Method as a distinctive feature of the Classical School of Economics. This work is motivated by worries about the problem of exhaustible natural resources that are considered finite by some scholars though there be, nowadays, much efforts in order to conserve our planet. Thus, some models were approached, among them that of Leontief – input-output model -, that of von Neumann and that of Piero Sraffa. Thereby, as this is a problem that belongs to ultralong-period analysis it was chosen the stream of economics that deals with problems of long-period. In order to do this, it was made a bibliographical review in articles, reviews and books written by those authors. Eventually, this work will analyze those economists that are considered classical by the mentioned professors, by explaining their contributions to the evolution of this School, besides the ulterior analytical development of the Classical School and its modern problems.

**Key words:** History of economic thought. Classical school. Input-output model. Nonrenewable resources and conservation.

**Journal of Economic Literature Classification (JEL):** B12 B23 C67 Q30

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>O PENSAMENTO CLÁSSICO .....</b>	<b>14</b>
2.1	As categorias fundamentais de análise PELA abordagem clássica do Processo Económico.....	14
2.2	Os primeiros pensadores da Escola Clássica.....	16
2.2.1	Adam Smith .....	16
2.2.2	David Ricardo .....	22
2.2.3	Karl Marx.....	25
2.3	Características fundamentais da abordagem clássica em relação à teoria do valor e da distribuição: à guisa de conclusão do segundo capítulo .....	29
<b>3</b>	<b>A PRODUÇÃO VISTA COMO FLUXO CIRCULAR .....</b>	<b>31</b>
3.1	A mecânica do sistema produtivo da economia .....	31
3.2	Primeiras abordagens da produção como um fluxo circular .....	31
3.2.1	Ladislaus von Bortkiewicz.....	35
3.2.2	Georg von Charasoff.....	36
3.3	Wassily Leontief e a análise input-output .....	39
3.3.1	Análise do sistema insumo-produto (input-output) .....	43
3.3.2	O modelo de Leontief fechado.....	44
3.3.3	O modelo de Leontief aberto .....	45
3.4	Remak e o sistema de preços superpostos.....	47
3.4.1	Os preços superpostos .....	49
3.5	O problema da escolha da técnica e os ‘bens livres’ .....	51
3.5.1	O uso de desigualdades.....	51
3.5.2	A Regra dos Bens Livres.....	54
3.6	O modelo de crescimento de von Neumann.....	55
3.7	Von Neumann e Remak.....	58
3.8	Sraffa e o renascimento da abordagem clássica .....	60

3.8.1	Produção de mercadorias por meio de mercadorias .....	62
3.8.2	A questão da não suposição sobre retornos .....	64
3.9	Sraffa e von Neumann .....	66
3.9.1	A ‘conexão’ de Champernowne.....	66
3.9.2	Comparação entre as análises de Sraffa e von Neumann .....	68
3.10	Conclusão do capítulo.....	70
<b>4</b>	<b>OS LIMITES DO MÉTODO ANALÍTICO DE LONGO-PRAZO .....</b>	<b>72</b>
4.1	Introdução .....	72
4.2	Recursos exauríveis .....	75
4.3	O modelo .....	75
4.4	Considerações históricas sobre os recursos não renováveis .....	84
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>91</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>95</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA CONSULTADA .....</b>	<b>97</b>
	<b>APÊNDICE – Biografia resumida dos autores estudados .....</b>	<b>98</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A origem do presente trabalho remonta à leitura do livro do pensador romeno Nicholas Georgescu-Roegen, ‘A Lei da Entropia e o Processo Econômico’, de 1971. Esta obra representa, de fato, a primeira tentativa explícita de agregação da natureza à teoria econômica, uma vez que o autor via, *mutatis mutandis*, o processo econômico como incluso no sistema natural. Esta obra sintetiza o esforço crítico do estatístico romeno de indicar as limitações da teoria econômica – sua insuficiência de base – de tratar as questões atinentes aos recursos exauríveis do planeta que implicam, em essência, as limitações ambientais ao crescimento econômico e, em última análise, à sobrevivência do ser humano como espécie em seu próprio habitat.

Georgescu propôs mudanças radicais à teoria econômica em termos de absorção de suas ideias as quais, até o presente momento, não se impuseram, tanto no pensamento ortodoxo como no heterodoxo, ainda que seu alerta em relação à finitude de alguns recursos naturais tenha se feito sentir no âmbito das ciências biológicas, em especial, da ecologia, motivo pelo qual, aliás, foi informalmente expurgado da comunidade econômico-científica na década de 70 do século passado.

Quanto ao pensamento neoclássico, Georgescu afirma: ‘Now, the economic nature of allocating given means for the optimal satisfaction of given ends cannot possibly be denied[...] Yet, highly valuable though these results are, the new field of engineering (or managerial) economics does not cover the whole economic process[...]’.<sup>2</sup> (GEORGESCU-ROEGEN, 1971)

Georgescu, no entanto, também estende sua crítica ao pensamento clássico: ‘The intriguing ease with which Neoclassical economists left natural resources out of their own representation of the economic process may not be unrelated to Marx’s dogma that everything nature offers us is gratis’.<sup>3</sup> (GEORGESCU-ROEGEN, 1971)

Ocorre, entretanto, que ao formular suas próprias concepções, no capítulo IX de sua *opus magnum*, ‘The Analytical Representation of Process and the Economics of Production’, Georgescu recorre a uma representação extremamente congruente com a visão teórica que preconiza o processo econômico como um fluxo circular que parece ser uma característica pertencente às

---

<sup>2</sup> Pois bem, a natureza econômica da alocação de meios dados para a satisfação ótima de fins dados possivelmente não pode ser negada[...] Ainda que muito valiosos sejam estes resultados, os novos campos da engenharia econômica (ou economia gerencial) não abrangem a totalidade do processo econômico[...]. (Tradução nossa).

<sup>3</sup> A intrigante facilidade com a qual os economistas neoclássicos deixaram os recursos naturais de fora de suas próprias representações do processo econômico não é estranha ao dogma de Marx pelo qual tudo o que a natureza nos oferece é gratuito. (Tradução nossa).

concepções clássicas do pensamento econômico. Essas concepções que tratam do processo econômico e especificamente, do processo produtivo como um fluxo circular é um conceito que subjaz o conhecimento da economia por parte da população em geral.

De fato, pode-se perceber – Georgescu já advertia quanto a isto - que um novo acadêmico que chega aos bancos de uma Faculdade de Ciências Econômicas, prontamente há de se deparar, no início de seus estudos, com Manuais de Economia, quer sejam eles, v.g., de Macroeconomia, Microeconomia ou Economia Internacional. Nestes manuais, o conhecimento do vasto campo dessa ciência social parece estar já acabado, formatado e consagrado, pleno de ferramentas teóricas prontas para uso em qualquer situação que o aluno, após sua douta formação – enfrente no mundo extra universitário.

Mais do que isso, o conteúdo de tais Manuais aparenta inofensiva neutralidade e imparcialidade em termos de doutrina científica, ensejando ser a escolha mais seleta dentre o cabedal inumerável de livros, artigos, pesquisas, revistas e material escrito desde o aparecimento dos Fisiocratas aos dias de hoje.

Além destes Manuais, os livros de História do Pensamento Econômico se propõem, em sua grande parte, a ser uma seleção de pensadores que melhor expressaram seu pensamento sobre o processo econômico e deixaram seu nome na história pela contribuição quase inquestionável de suas doutrinas.

Apesar do esforço que se tem feito no intuito de questionar, em sala de aula, os pressupostos básicos que dão suporte a uma determinada escola de pensamento econômico ou mesmo que permita saber-se porque um determinado pensador pertence à esta e não àquela corrente de pensamento quando estas correntes encontrem-se razoavelmente definidas, resolveu-se buscar subsídios em autores como os estudados neste trabalho.. Procuramos, assim, na literatura teórica econômica pesquisadores afins à epistemologia do campo econômico que não apenas questionam os pressupostos – quando tais existem -, mas também busquem categorizar uma ou outra corrente de pensamento a partir da leitura detida e meticulosa de obras fundamentais e artigos históricos que influenciaram o pensamento econômico.

Estas considerações foram suficientes para que, antes de empenharmo-nos propriamente à análise das concepções de Nicholas Georgescu-Roegen, nos dedicássemos ao objetivo mais geral de analisar as concepções estruturantes do pensamento clássico o qual é atingido frontalmente em suas estruturas pelo ataque conceitual do pensador romeno.

Cabe aqui citar as cinco obras literárias de maior envergadura - que serão citadas profusamente nesta monografia-, escritas conjuntamente pelos autores acima referidos: **Theory of Production: A Long-period Analysis**, de 1995, já mencionada, **Understanding Classical Economics: Studies in Long-period**, de 1998, **Classical Economics and Modern Theory: Studies in a Long Period Analysis**, de 2003, **Interpreting Classical Economics: Studies in Long-period Analysis**, de 2007, e **Revisiting Classical Economics: Studies in a Long Period Analysis**, de 2015.

Além dessas obras, outros artigos publicados em periódicos de trânsito internacional serão aqui referidos.

Esta é, enfim, a razão pela qual o presente estudo concretamente se inicia pela apreciação das obras dos Professores Heinz-Dieter Kurz e Neri Salvadori os quais dedicaram e continuam a dedicar parte de sua carreira, em termos de pesquisa teórica, à minuciosa análise da Escola Clássica de Pensamento e ao seu método de análise de posições de longo-prazo. Não o fazem, porém, do ponto de vista do historiador usual. Antes, buscam os pressupostos de cientificidade nas obras dos pensadores escolhidos, submetendo-as à judiciosa análise em que empregam não só a análise textual, a fim de extrair os fundamentos que buscam em cada uma destas obras, mas também a análise formal matemática quando essa se faz necessária.

Não se trata, aqui, de definir um rótulo para uma corrente de pensamento científica, mas antes de tudo, de conceituá-la rigorosamente em termos de compreender em que consistem as principais preocupações quanto ao objeto dessa ciência, quais os principais problemas considerados e quais as “ferramentas” utilizadas a fim de resolver os problemas postos.

Trata-se, logo, de, ao elencar a preocupação com o objeto, problemas principais e “ferramental” necessário, conseguir observar na miríade de pensadores econômicos que se seguiram a Adam Smith quais deles deram passos no sentido de avançar nessas categorias sem contradizê-las, ao menos não em seus fundamentos, ainda que suas idiossincrasias sejam percebidas como denotativas de um novo modo de conceber determinados eventos econômicos.

Percebemos, além disso, serem os professores de economia Kurz e Salvadori os primeiros que propõem considerar seriamente as proposições de Georgescu em termos de buscar uma teoria que, levando em consideração às restrições impostas pelo sistema planetário, supere as proposições clássicas e neoclássicas ainda que desprezando as questões termodinâmicas apresentadas pelo eminente pensador romeno.

Estabelecida uma caracterização da Escola Clássica, pretende-se como objetivo específico verificar aquilo que nos estudos de décadas dos dois mestres supracitados permite considerar determinados pensadores como pertencentes à vertente clássica, ou, visto por outro ângulo, como determinados pensadores moldaram a vertente clássica a partir de seus escritos.

A presente monografia inicia por constatar, na obra dos Professores em epígrafe, quais são as características fundamentais desta vertente do pensamento econômico – a Clássica – para após, economista a economista, em ordem cronológica, constatar quais as soluções dadas aos problemas econômicos de maior relevância para esta corrente do pensamento.

Ao mesmo tempo em que se descortina o pensamento desses economistas, os autores procuram identificar quais os problemas que para eles foram os mais importantes a serem abordados e modelados ou resolvidos.

Esse interesse acabará por demonstrar como pensam os economistas estudados. É também a partir de como veem o processo econômico e percebem sua problemática que os economistas estudados montaram seus processos analíticos, seu ferramental de análise e resolução de problemas do sistema econômico.

Preocupações com determinadas categorias mais do que com outras revelarão as diferenças entre as Escolas do Pensamento Econômico Clássico e Neoclássico e, em decorrência, suas pressuposições diferentes, seus métodos diferentes e, obviamente, suas conclusões diferentes. Embora os autores - os Professores Kurz e Salvadori - tratem dos primeiros economistas Neoclássicos, a não ser para algum esclarecimento de menor importância, não se adentrará outra Escola econômica.

Analicamente, esse texto dividir-se-á em três seções as quais, cronologicamente abordarão os Economistas Clássicos ‘ingleses’, os Economistas que seguiram a corrente clássica com utilização de modelagem matemática tratando da produção como um fluxo circular e, por fim, mais próximo ao nosso tempo, aqueles economistas que depararam com problemas em termos de manutenção dos pressupostos clássicos, na busca de respostas para as novas dificuldades do sistema econômico baseado na indústria.

## 2 O PENSAMENTO CLÁSSICO

Neste capítulo veremos as categorias que embasam o método analítico de longo-prazo e os principais pensadores que deram início à abordagem que veio a se denominar, por Heinz Kurz e Neri Salvador, a Escola clássica.

### 2.1 AS CATEGORIAS FUNDAMENTAIS DE ANÁLISE PELA ABORDAGEM CLÁSSICA DO PROCESSO ECONÔMICO

Segundo o Dicionário da Língua Portuguesa Houaiss (2007), classicismo é a

[...] doutrina ou tendência (estética, literária, artística, teatral, filosófica etc.) que se funda no respeito da tradição clássica e que tem como características os ideais da Antiguidade greco-latina e, ainda, a noção das proporções, o gosto das composições equilibradas, a busca da harmonia das formas e a idealização da realidade. (HOUAISS, 2001)

De fato, no estudo das correntes artísticas e culturais, percebe-se a preocupação do historiador em referenciar-se, ainda que por mais moderna que seja a obra ou o autor estudado, ao período clássico característico da manifestação observada.

Como se pode verificar, as manifestações supracitadas (literatura, teatro e filosofia) têm história milenar o que lhes confere perspectiva temporal suficiente para comparações de obras modernas com as de um passado mais distante. Assim, muitas obras acabam sendo consideradas clássicas por mimetizarem em alguma medida obras do período grego, também chamado clássico e responsável por inaugurar determinadas expressões artísticas desenvolvidas no Ocidente tais como, por exemplo, a Dramaturgia. Obras artísticas do renascimento são exemplo disto, ou seja, consideradas clássicas por retomarem padrões estéticos do período clássico ‘original’.

Talvez seja nesse último sentido que alguns pensadores da ciência social da Economia adotem o epíteto de “Clássico” para a corrente de pensamento que segue as ideias daquele que é considerado o responsável pela publicação do livro de maior envergadura e importância no último quartel do século XVIII, qual seja *Uma Investigação sobre a Natureza e as Causas da Riqueza das Nações*, de Adam Smith, considerado, por muitos historiadores do Pensamento Econômico, como fundador da ciência social em epígrafe.



Não obstante essa constatação, a corrente de pensamento inaugurada por Adam Smith se faz presente no decorrer da história humana com suas evoluções as quais estão indissociavelmente ligadas aos pensadores que promoverem avanços científicos quer em seus métodos de estudo quer na adoção de novas “ferramentas” teóricas ou na adoção de um novo ponto de vista analítico.

Foi exatamente sobre essas questões que os Professores de Economia da Universidade de Graz, Áustria, Heinz-Dieter Kurz e da Universidade de Pisa, Neri Salvadori se debruçaram em sua vasta obra. É sobre a concepção destes pensadores estudados pelos professores em pauta que o trabalho passa a tratar ora em diante.

O Professor Kurz, em sua obra *Economic Thought* (2013), elenca 8 (oito) características do pensamento clássico as quais são expostas abaixo. São sobre essas características fundamentais que este trabalho discorrerá ao abordar pensadores e épocas diversas ainda que tais características apareçam de forma implícita nos economistas abordados.

A primeira característica, segundo Kurz, é a visão de que a Economia é um campo de estudos sujeito a leis que podem ser estudadas e utilizadas, no sentido de que podem assim servir a melhora da condição de vida do ser humano.

A segunda característica é observar na sociedade sua estratificação em classes sociais que desempenham diferentes papéis no processo socioeconômico.

A terceira característica é a convicção de que grande parte da atividade econômica pode ser coordenada de maneira efetiva por meio de mercados interdependentes os quais conduzem a uma nova perspectiva do papel do Estado na sociedade.

A quarta é a noção de que ações auto interessadas de indivíduos têm consequências que não são esperadas, fato que é largamente responsável pela vasta complexidade da matéria econômica.

Como quinta característica tem-se a convicção de que na maioria das nações a principal alavanca da riqueza é o trabalho – habilidades, destrezas e engenhosidade da população – e que o acréscimo na produtividade do trabalho é devida à sempre mais profunda divisão social do trabalho o que, de forma correspondente, em relação à riqueza das nações, é expressa em termos de tamanho de sua produção social líquida per capita.

A sexta característica é a importância atribuída à competição como uma força que gera ordem e coerência ao sistema econômico e estimula a indústria e o progresso técnico, além da análise da coordenação econômica baseada no mercado em condições de competitividade liderada pelos preços determinados pelos custos de produção.

A sétima característica fundamental do pensamento clássico é a concepção de uma tendência à taxa uniforme de lucros, resultante do comportamento de *profit-seeking* dos donos do capital, e uma tendência à taxa uniforme de remuneração dos serviços de várias qualidades da terra e do trabalho os quais proprietários encontram-se à procura do mais vantajoso emprego.

Por fim, a oitava característica é a concepção correspondente de gravitação dos preços de mercado a um nível “natural” o qual reflita a taxas gerais de lucros e de salários e rendas uniformes dos diferentes tipos de trabalho e qualidades da terra.

Assim é que, no estudo dos professores citados acima, encontraremos algumas destas características em cada um dos economistas por eles estudados. A depender do economista, uma ou outra destas características ganhará maior relevo

## 2.2 OS PRIMEIROS PENSADORES DA ESCOLA CLÁSSICA

Nesta seção, veremos como os primeiros pensadores satisfizeram as condições acima arroladas. Como poderemos ver, essas mesma condições não são condições, em sua totalidade, necessárias à categorização de um pensador como ‘clássico’, mas são antes de tudo, condições suficientes o que significa dizer que a presença de todas elas ou de algumas apenas já basta para que os economistas estudados sejam classificados como pertencentes à escola de pensamento em tela.

### 2.2.1 Adam Smith

Uma das principais preocupações de Adam Smith refere-se à divisão social do trabalho, que para ele é uma das mais importantes fontes de crescimento da produtividade do trabalho e da renda per capita. Para Smith, a divisão do trabalho é responsável por três importantes ganhos no processo econômico: (1) os ganhos de renda pela especialização, (2) a economia de tempo que era perdida nos intercâmbios de tarefas e trabalhos por um mesmo trabalhador, e (3) a promoção do desenvolvimento das máquinas, para Smith, o mais importante de tudo. (KURTZ, 2016).

Segundo Kurz (2016):

The motor of the wealth-producing machine, Smith insisted, was capital accumulation. It set in motion a “virtuous circle”: by enlarging markets, capital accumulation facilitated a

deeper division of labor, which led higher productivity and as a consequence to higher profits and incomes more generally, leading in turn to further capital accumulation, and so on incessant upward spiral: capital accumulation is both the source and the effect of the continual transformation to which the market system is subjected – the process is characterized by “cumulative causation,” change feeds on itself.<sup>4</sup>

Aqui, podemos notar que Adam Smith percebeu o processo econômico do capital como um fluxo incessante que tende não apenas a reproduzir-se, mas a evoluir cada vez mais como passar do tempo.

Segundo Kurz (2016), Smith era um defensor intransigente do livre comércio, condenando políticas econômicas discriminatórias tais como promoção de monopólios, restrições à importação, promoção de exportações, entre outras ações que, para ele, conduziam a economia a uma alocação errônea de recursos, o que diminuiria o dinamismo econômico de regiões e nações.

Aliás, Smith é visto por muitos economistas como um dos maiores advogados do livre comércio. Entretanto, há os que o criticam por haver falhado na elaboração da doutrina dos custos comparativos, baseando sua teoria tão somente nos custos absolutos. (KURZ, 2016).

Porém, outros autores tais como Bloomfield<sup>5</sup>, Myint<sup>6</sup> e Negishi<sup>7</sup> acham tal crítica descabida e o viam como um pensador que ia além da consideração simplista dos custos absolutos:

In their view, Smith’s great merit is to be seen in the fact that his investigation is not restricted to static gains from trade arising from the reallocation of the given resources, but is also concerned with the gains from trade in terms of economic development, i.e. the benefits derived from the international division of labour arising from increasing returns, induced innovations, the transfer of technology, etc. Reference is to what Myint (1977) called Smith’s “productivity” doctrine”.<sup>8</sup> (KURZ; SALVADORI, 1998).

Provavelmente Smith sabia que o livre comércio não implicava apenas a liberalização global do comércio de bens e serviços. Certamente, Smith percebia o comércio global como um

---

<sup>4</sup> O motor da máquina de produção de riquezas, insistia Smith, foi a acumulação de capital. Colocado em movimento o “círculo virtuoso”: ao expandir os mercados, a acumulação de capital facilitou uma divisão de trabalho mais profunda a qual conduziu a uma maior produtividade e como consequência a maiores lucros e rendas geralmente, conduzindo, por seu turno, a uma nova acumulação de capital e assim incessantemente em uma espiral ascendente: a acumulação de capital é ambos fonte e efeito de transformação contínua a qual o sistema de mercado é sujeito – o processo é caracterizados pela “causação cumulativa”, por retroalimentação mutável. (Tradução nossa).

<sup>5</sup> Arthur I. Bloomfield (1914-1998): Economista estudioso do comércio internacional e Professor da Universidade da Pensilvânia.

<sup>6</sup> Hla Myint (1920-2017): Economista birmanês, pioneiro no estudo da economia do desenvolvimento.

<sup>7</sup> Takashi Negishi (1933- ): Economista neowalrasiano, Professor de Economia da Universidade de Tóquio.

<sup>8</sup> Dos seus pontos de vista, o grande mérito de Smith é para ser visto no fato de que a investigação não é restrita a ganhos estáticos do comércio crescente pela realocação dos recursos dados, mas é também preocupado com os ganhos do comércio em termos de desenvolvimento econômico, i.e., dos benefícios derivados da divisão internacional do trabalho que advêm dos retornos crescentes, das inovações induzidas, da transferência de tecnologia, etc. (Tradução nossa).

sistema de vasos comunicante em que além dos bens e serviços citados, deveria ter todos os fatores de produção (com exceção da terra, obviamente) como passíveis de intercâmbio. Assim, as vantagens absolutas de preços dar-se-iam após o uso ótimo dos fatores de produção, considerando-se ainda o desenvolvimento técnico advindo da maior divisão social e internacional do trabalho. (KURZ; SALVADORI, 1998).

Para Smith, ainda, o comércio internacional é importante também como forma de escoamento da produção nacional excedente, sem o qual parte do trabalho produtivo da nação necessita cessar e o valor do produto nacional diminuir. (KURZ; SALVADORI, 1998).

No que toca ao valor trabalho, em sua obra máxima, Smith, ao abordar a teoria da produção e distribuição de riqueza, parece assumir, implicitamente, que raciocina em termos de uma economia de produto simples no processo de produção, visto não abordar a produção conjunta no seu Livro I. Dessa forma, chega à seguinte conclusão:

In that early and rude state of society which precedes both the accumulation of stock and the appropriation of land, the proportion between the quantities of labor necessary for acquiring different objects seems to be the only circumstance which can afford any rule for exchanging them for one another. (SMITH apud KURZ, 1998).

Embora tenha antevisto a importância do desenvolvimento industrial e das inovações técnicas com muito tempo de antecedência, Smith ainda mantinha ideias de cunho fisiocrata tais como a primazia da agricultura no processo econômico, seguida pela indústria, pelo crescimento das cidades e, finalmente pelo último setor a ser desenvolvido: o do comércio. (KURZ, 2016).

Kurz e Salvadori em considerações sobre a obra de Adam Smith, observam sua preocupação em estabelecer uma diferença entre o preço de mercado e o preço natural dos bens. Conforme Adam Smith (1776 apud KURZ, 1995, p. 3):

The market price of every particular commodity is regulated by the proportion between the quantity which is actually brought to market, and the demand of those who are willing to pay the natural price of the commodity, or the whole value of the rent, labour, and profit, which must be paid in order to bring it thither. Such people may be called the effectual demanders, and their demand the effectual demand (WN9 I.vii.8).<sup>9</sup>

---

<sup>9</sup> O preço de mercado de toda mercadoria particular é regulado pela proporção entre a quantidade a qual é de fato trazida ao mercado e a demanda daqueles que querem pagar o preço natural do bem, ou o valor da renda, do trabalho e dos lucros os quais necessitam ser pagos a fim de que (os produtos) sejam ali trazidos. Tais pessoas podem ser chamadas de demandantes efetivos e sua demanda de demanda efetiva.” (Tradução nossa).

É importante salientar que, segundo Kurz e Salvadori, Adam Smith define o preço natural da mercadoria como o valor necessário à remuneração da renda da terra, do salário do trabalho e dos lucros que pagam os adiantamentos feitos para a produção e disponibilização no mercado dos bens. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Quanto ao preço de mercado, “[...] Smith was not of the opinion that market prices should or could be the object of systematic economic analysis [...]”<sup>10</sup> (KURZ; SALVADORI, 1995.). Tal informação torna-se importante, pois aqui podemos detectar uma das características fundamentais do pensamento clássico, qual seja o de delimitar seu objeto e, no caso de uma ciência social, delimitar seu escopo, de maneira a tornar seu campo de estudos o mais claro e objetivo possível, de maneira a evitar a complexificação que levaria a ciência a buscar explicações de eventos em fatores contingenciais.

Apesar de refletir sobre o processo econômico tendo como modelo uma economia de um só produto, Adam Smith deixa entrever em seus escritos a consciência subjacente que tem sobre a produção conjunta (*joint production*). É a partir desta consciência que ele entende – talvez pela primeira vez na história do pensamento econômico, segundo Kurz – a *Lei dos bens livres*, ou seja, a dos bens que, produzidos acima da demanda efetiva, devem necessariamente ter preço zero. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Em relação aos salários, lucros e rendas, ou seja, em relação à distribuição da renda na economia, Adam Smith demonstra especial interesse. Afirma ele: “The workmen desire to get as much, the masters to give as little, as possible.”<sup>11</sup>(KURZ,2016). Smith já percebia o conflito de interesses entre os proprietários do capital (terra, máquinas e equipamentos) e os trabalhadores assalariados.

Aqui é importante perceber que o filósofo escocês não apenas constata esse conflito no meio social, mas também emite opinião acerca das perniciosas consequências. Fala Smith: “...no society can surely be flourishing and happy, of which the far greater part of the members are poor and miserable.”<sup>12</sup>(KURZ, 2016).

---

<sup>10</sup>[...] Smith não era da opinião que preços de mercado deveriam ou poderiam ser objeto de análise econômica sistemática [...] (Tradução nossa).

<sup>11</sup>O trabalhador deseja receber o máximo possível, o patrão deseja pagar o mínimo possível. (Tradução nossa).

<sup>12</sup>[...] nenhuma sociedade pode florescer e ser feliz, se grande parte de seus cidadãos são pobres e miseráveis. (Tradução nossa).

É importante saber que Smith considerava os lucros e outros rendimentos como advindos de rendas de propriedade e não como “os salários de um particular tipo de trabalho de inspeção ou direção”. (KURZ, 2016).

Para Smith, ainda, o processo econômico tendia a se reproduzir de maneira indefinida. Não acreditava nas previsões pessimistas de Malthus em relação às limitações impostas pela natureza em termos de não conseguir satisfazer as necessidades de uma população crescente indefinidamente.

O economista escocês acreditava em uma tendência decrescente dos lucros no longo-prazo, no entanto, critica Kurz, isso acontece porque ele trabalhava com a ideia de uma economia de um setor apenas. Adverte Kurz que, ao considerarmos uma economia com diversos setores, os fluxos de renda, dados pela competição, alterarão as taxas de lucros de um setor para outro, de maneira que essas taxas de lucros sejam semelhantes na economia de forma geral. A única forma de haver redução da taxa de lucros, segundo Kurz, seria um aumento do nível salarial. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Aqui, importa enfatizar, observa-se uma não conformação de um economista clássico a um dos preceitos que veio a se tornar clássico. Não obstante, fala-se de um dos formuladores da teoria econômica clássica e, como se poderá ver adiante, os economistas clássicos que vieram após ele puderam colaborar de modo a esclarecer determinadas inconsistências ou lacunas da teoria propalada.

Nunca é demais lembrar que se fala de um autor do século XVIII e de uma obra do último quartel desse século, em que a Revolução Industrial, mesmo na Inglaterra, ainda era incipiente, não explicitando em todo esplendor as consequências de seu crescimento no processo econômico de modo absolutamente claro.

Ainda, em relação aos salários, segundo Kurz, o filósofo elabora uma interessante teoria sobre as taxas diferenciais de salários e lucros. Segundo Kurz, Smith usa fatores tais como conveniência ou inconveniência de um dado trabalho, os riscos inerentes de se aprender uma profissão, entre outros, para explicar porque salários e taxas de lucros se diferenciam de um negócio para outro.

Finalmente, em relação ao lucro (e juros), Kurz nos diz que Smith os considerava como uma “dedução” do produto do trabalho. É, como diz Kurz, como se fosse uma resposta ao desprezo de Aristóteles pelo lucro. Para Kurz, talvez esta tenha sido a maior conquista de Adam Smith, como

filósofo moral ter tornado o lucro (e os juros) como socialmente aceitáveis. Ainda que os proprietários de capital fossem vistos como egoístas e autocentrados, Smith pensa que é um erro julgá-los pelas suas intenções mais do que pelo que essa classe pode trazer para uma sociedade bem organizada com instituições e políticas ajustadas. (KURZ, 2016).

Nesse ponto, Kurz explica que Smith diferenciou os papéis reservados às atividades econômicas que devem ser geridas pelo Estado daquelas que devem ser geridas pelo setor privado. Segundo Smith, o Estado somente deveria atuar em setores em que o setor privado não seria capaz de fazê-lo ou em que não atuasse tão bem como o próprio Estado.

Aqui, Kurz defende Smith daqueles que lhe apontam como defensor do “Estado mínimo”. Segundo Kurz, esta interpretação é insustentável em vista dos inúmeros conjuntos de tarefas regulatórias que ele prevê para o Estado. Kurz lembra que a doutrina do comportamento puramente egoísta como fator de bem-estar social foi, em verdade, sustentado e preconizado pelo satirista e cínico Bernard Mandeville (1670-1733) que proclamou suas ideias na famosa *Fable of the Bees* (Fábula das abelhas). (KURZ, 2016).

Segundo Kurz, ainda, Adam Smith cita inúmeras ações a serem levada a cabo pelo Estado, tais como administração da justiça, policiamento, defesa nacional, provisão de infraestrutura para facilitar a movimentação de pessoas e bens e a organização em larga escala de projetos de interesse geral. (KURZ, 2016). Tais recomendações encontram-se no Livro V d’*A Riqueza das Nações* intitulado de *A Receita do Soberano ou do Estado*.

Além disso, Smith preconizava ao Estado o controle do setor bancário, a fim de evitar especulação danosa à sociedade. Smith, em *A Riqueza das Nações*, Livro II, capítulo 2: “those exertions of the natural liberty of a few individuals, which might endanger the security of the whole society are, and ought to be, restrained by the laws of all governments.”<sup>13</sup> (KURZ, 2016).

Por fim, em relação à prática de tributação do governo, Smith pensa que impostos devem ser proporcionalmente iguais aos princípios de capacidade de pagamento e ao princípio da equivalência. Significa dizer, cobrar em quantidade daqueles que têm possibilidade de pagar efetivamente, levando em conta o benefício que estes obterão como resultado da atividade do governo. (KURZ, 2016).

---

<sup>13</sup>[...] aquelas ações de liberdade natural de poucos indivíduos as quais podem causar danos à segurança da sociedade como um todo são, e devem ser, restringidas pelas leis de todos os governos. (Tradução nossa).

## 2.2.2 David Ricardo

Tendo nascido quatro anos antes da publicação da obra *A Riqueza das Nações*, de Adam Smith, e vivido o primeiro quarto de século na capital britânica, David Ricardo teve a possibilidade de observar mais de perto o desenvolvimento industrial da Inglaterra, país então à frente da Revolução Industrial que se operava naquela época.

Segundo Kurz e Salvadori,

While Smith had a clear understanding of the tendency for the rate of profit to uniformity in competitive conditions, he had failed to provide a consistent and logically sound solution to the problem of how the level of the rate of profit was determined. It is this problem which was a main focus of Ricardo.<sup>14</sup> (KURZ; SALVADORI. 1995).

De acordo com nossos autores, Ricardo expressa em sua principal obra - *On the Principles of Political Economy and Taxation* - satisfação com o sucesso de Adam Smith em tratar de maneira hábil os problemas que concernem à diferença entre os preços naturais e os preços de mercado. Nesse ponto Ricardo faz um apanhado e uma reflexão a respeito das ideias de Smith sobre esta questão. No entanto, com uma diferença notável a qual trata de comentar a importância das decisões de *profit seeking* por parte dos possuidores do capital, no processo econômico, e de todos os membros da classe monetizada:

Whilst every man is free to employ his capital where he pleases, he will naturally seek for it that employment which is most advantageous he will naturally be dissatisfied with a profit of 10 per cent, if by removing his capital he can obtain a profit of 15 per cent. This restless desire on the part of all employers of stock, to quit a less profitable for a more advantageous business, has a strong tendency to equalize the rate of profits of all, or to fix them in such proportions, as may in the estimation of parties, compensate for any advantage which one may have, or may appear to have over the other.<sup>15</sup> (RICARDO apud KURZ; SALVADORI. 1995)<sup>16</sup>.

<sup>14</sup>Enquanto Smith tinha um claro entendimento da tendência da taxa de lucro à uniformidade em condições competitivas, ele falhou em prover uma solução consistente e logicamente fundada ao problema de como a taxa de lucro foi determinada. É este problema que será o principal foco de Ricardo. (Tradução nossa).

<sup>15</sup>Enquanto todo homem é livre para empregar seu capital onde lhe apraz, ele naturalmente irá procurar o emprego que lhe é mais vantajoso; ele naturalmente ficará insatisfeito com um lucro de 10 por cento, se ao realocar seu capital ele puder obter um lucro de 15 por cento. Este desejo sem descanso por parte de todo empregador de estoques, de sair de um negócio menos lucrativo para outro mais lucrativo tem uma tendência forte de equalizar a taxa de lucro em geral, ou fixá-la em tais proporções, resultante da avaliação dos agentes, contrabalançando qualquer vantagem que alguém possa ter ou possa parecer ter sobre a outra. (Tradução nossa).

<sup>16</sup>RICARDO, David, *On the Principles of Political Economy*. cap. 4.



De acordo com Kurz e Salvadori, David Ricardo sente dificuldade em reproduzir como exatamente se dá o processo de *profit seeking* acima descrito, mas entende que a migração de um negócio para outro depende largamente da disponibilidade de fundos os quais, por sua vez, dependem de setores financeiros, já que dificilmente os próprios empresários produtores terão capital suficiente para investimentos em outros setores de maior lucratividade. Assim, Ricardo fala sobre o desejo dos empreendedores de diversificar seus investimentos para proteger-se de baixas taxas de lucratividade em um setor específico. Tais ações, dessa maneira, podem, portanto, desviar a tendência geral de uniformidade das taxas de lucro.

Segundo Kurz e Salvadori, Ricardo vê esta premissa como válida, e assim pretende, a partir dela, estudar os preços naturais, deixando de lado o que Adam Smith identificou como “efeitos temporários”. Criticou Smith justamente por este ter explicado erroneamente os chamados preços naturais e as variáveis de distribuição de renda. Aqui, os autores asseveram que para David Ricardo a distribuição de renda “is the principal problem in Political Economy”.<sup>17</sup> (KURZ; SALVADORI. 1995).

Segundo os autores, ainda, Ricardo estava preocupado com uma teoria coerente da taxa de lucro baseada no conceito de excedente: ‘Profits come out of surplus produce’<sup>18</sup>. (KURZ; SALVADORI. 1995).

Neste ponto, segundo os autores Kurz e Salvadori, o desenvolvimento do pensamento de Ricardo pode ser dividido em quatro etapas, citando estudiosos de Ricardo como Sraffa, Garegnani<sup>19</sup> e De Vivo<sup>20</sup>.

A primeira etapa consistiria em eliminar o problema da renda da terra em termos de teoria da renda extensiva da terra desenvolvida no *Essay on the influence of a Low Price of Corn on the Profits on Stock*, publicado em 1815. Neste ensaio, Ricardo teria focado sua atenção na terra que não rende qualquer renda. Segundo os autores, ao considerar o último capital empregado na produção e a distribuição entre capitalistas e trabalhadores, as deduções ficam mais fáceis de serem alcançadas. É nesse ponto de seu estudo que Ricardo criticaria Smith por ter afirmado que a variação dos preços naturais das mercadorias variavam com a taxa de cada um dos componentes,

---

<sup>17</sup>[...] é o principal problema da Economia Política. (Tradução nossa).

<sup>18</sup>Lucros provém de produção excedente. (Tradução nossa).

<sup>19</sup>Pierangelo Garegnani (1930-2011): economista italiano, Professor da Universidade de Roma III, executor das obras deixadas pelo economista, também italiano, Piero Sraffa.

<sup>20</sup>Giancarlo De Vivo: economista italiano, professor à Universidade de Nápoles Federico II.

dos salários, dos lucros e da renda. Kurz e Salvadori citam, então, nesse ponto uma famosa frase de Ricardo: “corn is not high because a rent is paid, but a rent is paid because corn is high.”<sup>21</sup> (RICARDO apud KURZ; SALVADORI. 1995).<sup>22</sup>

Na interpretação de Sraffa, a segunda etapa consistiu em livrar-se do problema do valor assumindo o “modelo do milho”, considerando apenas as sementes como bem de capital e, os salários pagos em termos de milho. Assim, ele pode determinar a taxa de lucro obtida na produção de milho pela razão das quantidades de milho entre o excedente de milho obtido e o capital avançado. Supôs que, como o milho entra na produção de todos os outros produtos, os preços destes bens deveriam ajustar-se a mesma taxa de retorno competitiva. Importante é dizer que Sraffa chega a tal conclusão a partir das leituras que fez de Ricardo, asseverando que estas ideias, provavelmente tenham sido escritas pelo economista inglês e estivessem entre papéis perdidos de seu espólio. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Na terceira etapa, Ricardo apresenta a teoria do valor de acordo com a qual os valores de troca dos bens são regulados pelas quantidades de trabalho necessário direta e indiretamente para a sua produção. (KURZ; SALVADORI. 1995). O excedente de produto e o capital social dos quais a razão dá a taxa geral de lucros pode ser medida em termos de trabalho incorporado. Aqui ele apresenta a sua teoria do valor trabalho abandonando sua tentativa de explicar a taxa de lucro pelo produto excedente a qual levava a sérias dificuldades.

Conforme explicam Kurz e Salvadori, ao assumir que as mercadorias podem ser trocadas pelas quantidades de trabalho incorporadas, Ricardo se permitiu livrar-se da ideia sugerida em Adam Smith que calculava o preço da mercadoria como um somatório de salários e lucros (rendas) o que possibilitava com que a taxa salarial e a taxa de lucros fossem determinadas independentemente uma da outra.

Assim, Ricardo se dá conta de que salários e taxa de lucro estão indissociavelmente interligados. Diz ele: “Profits, it cannot be too often repeated, depend on wages; not on nominal, but real wages”, e dizia também, “...the greater the portion of the result of labour that is given to the labourer, the smaller must be the rate of profits and vice versa.”. (RICARDO, 1951-73 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>23</sup>

---

<sup>21</sup>O milho não é caro porque há pagamento de renda, mas uma renda pode ser paga porque o milho é caro. (Tradução nossa).

<sup>22</sup>RICARDO, David, **On the Principles of Political Economy**.

<sup>23</sup>Ibid.

Ricardo, segundo Kurz e Salvadori, logo se deu conta de que a teoria do valor que explica o valor de troca das mercadorias pelo trabalho nelas incorporado tinha limitações e não poderia ser sustentada como uma regra geral do valor. Ele entendeu que o uso de equipamentos e maquinaria poderia afetar o cálculo do valor ao alterar em um setor a taxa de lucro. Ricardo explica que isso acontece porque com os juros compostos, o peso do componente lucro nos preços dependeria da taxa de lucro. Segundo os autores, Ricardo está à procura de uma medida de valor que fosse invariável com respeito às mudanças na distribuição de renda. Para os autores, a consideração de que mudanças nos salários reais estão associadas a mudanças na taxa de lucros pode ser o estágio final dos esforços de Ricardo para simplificar a sua teoria do valor.

Segundo Kurz e Salvadori, também poderíamos ser levados a considerar que a teoria de Ricardo acaba por confirmar a de Adam Smith. Entretanto, isso não pode ser atestado, pois para Adam Smith, o aumento dos salários levaria ao aumento proporcional dos preços das mercadorias e para Ricardo isso não acontece, pois, como explica:

I hope I have succeeded in showing, that there are no grounds for such an opinion, and that only those commodities would rise which had less fixed capital employed upon them than the medium in which price was estimated, and that all those which had more, would positively fall in price when wages rose.<sup>24</sup> (RICARDO, David 1951-73 apud KURZ; SALVADORI. 1995).<sup>25</sup>

Ricardo sabia das limitações do princípio de quantidade de trabalho incorporado o qual não serviria como uma regra geral da economia, mas a considerava como a maior aproximação da verdade, não obstante o economista inglês tenha se sentido justificado ao desenvolver esta hipótese analítica. (KURZ; SALVADORI. 1995).

### 2.2.3 Karl Marx

Seguindo na linha dos primeiros pensadores clássicos do processo econômico, Kurz e Salvadori estudam Marx, da mesma forma como fizeram com Adam Smith e David Ricardo, ou

---

<sup>24</sup>Eu espero ter sido bem sucedido em demonstrar que não há base para tal opinião e que somente aquelas mercadorias com menor capital fixo empregado sobre a média sobre a qual é calculado o valor é que aumentariam seu preço. (Tradução nossa).

<sup>25</sup>Ibid.

seja, percebendo entre as suas ideias as características essenciais dessa forma de abordar o processo econômico.

Nesse sentido, a teoria do valor e o valor excedente estão entre as preocupações principais do pensador alemão. Nos capítulos iniciais de *O Capital*, Marx propõe que na troca entre duas mercadorias deve haver algo comum – uma terceira coisa – que seja comum a ambas. Essa coisa, nada mais é do que o trabalho abstrato contido nelas, ou seja, as mercadorias são trocadas equivalentemente de acordo com a quantidade de trabalho incorporada em cada uma. (KURZ, 2016).

Segundo Kurz, ainda, Marx percebe que um bem como o trigo pode ser constituinte de outros bens, sendo dessa forma o que há de comum entre essas mercadorias (o trigo e um derivado). Para Marx, o valor de um bem é igual ao “trabalho vivo” despendido no último estágio da produção deste bem somado ao “trabalho morto” contido nos meios de produção chamados de capital constante. (KURZ, 2016).

Resumidamente, Kurz explica que para Marx o poder do trabalho humano no capitalismo é um bem, uma mercadoria, portanto, o seu valor é exatamente o valor necessário para sua reprodução no sistema, ou seja, um valor próximo ao de subsistência. Assim, se um trabalhador trabalha nove horas diárias e cinco dessas horas são as necessárias para compra dos meios de subsistência, então são essas cinco horas que Marx chamará de capital variável. O restante é valor excedente criado pelo trabalhador em um dia de trabalho o qual é embolsado pelo capitalista quando o trabalhador vende sua força de trabalho. (KURZ, 2016).

Entre tantos conceitos de Marx, sobressai o de “composição orgânica do capital” que nada mais é do que a razão do trabalho vivo sobre o trabalho morto. Aqui surge um dos primeiros problemas sistêmicos para Marx. Como bens com uma baixa razão composição orgânica do capital poderiam ter a mesma taxa de lucro daqueles que possuem alta razão de composição orgânica. Marx, no entanto, sabia que isso não seria possível já que se tal acontecesse a taxa de lucro obtida pelos primeiros bens seria menor do que os obtidos pelos segundos o que contraria a lógica da competição, pilar do processo capitalista. (KURZ, 2016).

Em relação a Marx, primeiramente, constatam os autores que este teceu elogios a David Ricardo em face da elaboração da sua teoria do valor. Do ponto de vista do economista alemão, saliente-se, é a mais poderosa ferramenta para se analisar a Economia Política. Entretanto, segundo o próprio Marx, Ricardo não viu que a teoria do valor trabalho não requer “modificações” da “Lei

do valor” como ele propõe, mas, pelo contrário, pode ser explicado pelas bases desta própria lei. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Interessante notar, segundo o ponto de vista dos autores estudados, que as ideias de Marx são altamente consistentes com aquelas de Smith e Ricardo. Afirma Marx:

capital withdraws from a sphere with a low rate of profit and invades others, which yield a higher profit. Through this incessant outflow and influx, or, briefly, through its distribution among the various spheres, which depends on how the rate of profit falls here and rises there, it creates such a ratio of supply to demand that the average profit in the various spheres of production becomes the same.<sup>26</sup> (MARX <sup>27</sup> apud KURZ; SALVADORI, 1995).

Marx, entretanto, tinha consciência de que a livre mobilidade do capital poderia ser prejudicada em razão de diversas circunstâncias. Ele tem a exata noção de que os fluxos obedecem a essa lei de equivalência das taxas de lucro. (KURZ; SALVADORI, 1995). Esclarece Marx:

Average profit is the basic conception, the conception that capitals of equal magnitudes must yield equal profits in equal time spans. This, again, is based on the conception...that every individual capital should be regarded merely as part of the total social capital.<sup>28</sup> (MARX, Karl 1959 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>29</sup>

Dessa forma, Marx denomina o preço, incluindo a taxa de lucro, de “preço da produção” e faz a seguinte afirmação, vinculando diferentes pensadores da economia:

[...] it is really what Adam Smith calls natural price, Ricardo calls price of production, or cost of production, and the physiocrats call prix nécessaire, because in the long run it is a prerequisite of supply, of the reproduction of commodities in every individual sphere.<sup>30</sup> (MARX, Karl 1959 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>31</sup>

---

<sup>26</sup>[...] o capital flui de uma esfera com baixa taxa de lucro e invade outra a qual rende uma lucratividade maior. Por meio desses incessantes fluxos de entrada e saída, ou, resumidamente, por meio da sua distribuição em várias esferas, o que depende de como as taxas de lucro caem aqui e sobem lá, cria-se uma razão de oferta e demanda cujo lucro médio nas várias esferas de produção tornam-se a mesma. (Tradução nossa).

<sup>27</sup>MARX, Karl. **O Capital**. vol. 3.

<sup>28</sup>O lucro médio é a concepção básica, a concepção de que capitais de igual magnitude devem render lucros iguais em tempos iguais. Isto, novamente, é baseado sobre a concepção de que todo capital individual deve ser considerado meramente como parte do capital social total. (Tradução nossa).

<sup>29</sup>MARX, Karl. **O Capital**. vol. 3.

<sup>30</sup>[...]isso é exatamente o que Adam Smith chama de preço natural, que Ricardo chama de preço ou custo de produção e que os fisiocratas chamam de preço necessário, porque no longo-prazo este é o pré-requisito da oferta, da reprodução das mercadorias em cada esfera individual. (Tradução nossa).

<sup>31</sup>MARX, Karl. **O Capital**. vol. 3.

Finalmente, Marx, para determinar a taxa geral de lucro procede em dois passos subsequentes. Aqui, Kurz e Salvadori lembram que tal mecanismo de cálculo foi refutado por Ladislaus von Bortkiewicz em razão de que a taxa de lucro não pode ser determinada sem que se saibam a os preços de mercado e de que não se podem determinar os preços de mercado sem que se saiba a taxa de lucro. Bortkiewicz propõe, assim, o uso de um sistema de equações para que as variáveis sejam determinadas simultaneamente.

Seguindo, Marx calcula a taxa de lucro como o valor da produção excedente sobre o capital total, ou seja, sobre a soma do capital variável e do capital fixo.

$$\text{Taxa de lucro} = \rho = \frac{s}{c} = \frac{s}{c+v} \quad 1.1$$

É nesse ponto, segundo os autores estudados, que Marx vê como indispensável a teoria do valor trabalho que permite a determinação dos preços independentemente e a priori da determinação dos preços relativos.

Num segundo momento, então, Marx usa a taxa de lucro encontrada na equação acima para calcular os preços. Ele inicia pelos preços setoriais de custo de produção ou “preços de custo” medidos em termos de “valor trabalho”. Este é o famoso problema da “Transformação de valores de mercadorias em preços de produção”.

$$p_i = (1 + \rho)(c_i + v_i) \quad 1.2$$

Nesta equações,  $\rho$  é a taxa de lucro,  $p$  é o preço das mercadorias,  $c$  é o capital fixo,  $v$  o capital variável e  $i= 1,2,\dots,n$ , em que  $n$  é o número de mercadorias.

Como dito, reforçado ainda pelos autores, este cálculo não se sustenta em virtude da necessidade da operação simultânea das variáveis. Além disso, para Kurz e Salvadori, o erro mais óbvio é que na equação de preços (1.2) o capital variável e o constante deveriam ser expressos em termos de preços e não em termos de valor.

Não obstante, Marx, conforme os autores, estava ciente desse deslize e teria pensado que este pequeno entrave seria facilmente consertado. No entanto, feitas a correções necessárias, não é possível afirmar-se que a transformação de valores em preços é relevante apenas para mercadorias simples enquanto seria irrelevante para as mercadorias agregadas. Assim, não se pode excluir que

uma presumida “redistribuição” dos valores do excedente envolvem um desvio das expressões do preço do produto excedente e do capital social a partir das expressões de valores da mesma forma que envolvem um desvio dos preços de mercadorias simples a partir de seus valores. Não se pode assumir que o “preço” taxa de lucro  $r$  seja igual à taxa de “valor”  $\rho$ . Dessa forma, a formulação de Marx não pode estar correta de maneira geral. (KURZ; SALVADORI, 1995).

### 2.3 CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS DA ABORDAGEM CLÁSSICA EM RELAÇÃO À TEORIA DO VALOR E DA DISTRIBUIÇÃO: À GUIA DE CONCLUSÃO DO SEGUNDO CAPÍTULO

Kurz e Salvadori continuam seu estudo crítico da Escola Clássica, observando, em relação ao que eles denominaram de “Clássicos Ingleses”, os pontos de inflexão comum entre eles.

Ressaltam os autores (KURZ; SALVADORI, 1995) que, apesar de haver alguma divergência em relação aos sistema relativo de preços e à distribuição da renda, no que toca às contribuições nas teorias do valor e distribuição, apresentam, não obstante, um mesmo conjunto de dados os quais concernem aos sistema de produção caracterizado por:

- a) condições técnicas de produção de várias mercadorias;
- b) o tamanho e a composição do produto social, e
- c) a taxa de salário dominante.

Afirmam os autores:

The treatment of wages as an independent variable and of other distributive variables, profits in particular, as dependent residuals exhibits a fundamental asymmetry in the classical approach to the theory of value and distribution.<sup>32</sup> (KURZ; SALVADORI, 1995).

Continuam os autores afirmando que, dadas as posições econômicas competitivas de longo-prazo (foco constante do estudo dos autores), o estoque de capital é pressuposto como inteiramente ajustado aos dados acima, em particular aos níveis de produto.

---

<sup>32</sup> O tratamento dos salários como uma variável independente e de outras variáveis distributivas em particular como resíduos dependentes exhibe uma assimetria fundamental na abordagem clássica da teoria do valor e distribuição. (Tradução nossa).

Decorre daí que esses dados, ou variáveis independentes, são suficientes para determinar as incógnitas, ou variáveis dependentes, o que significa dizer: taxa de lucro e preços relativos. Enfatizam os autores que não são necessários dados adicionais.

Esclarecem também, fazendo um paralelo com o pensamento neoclássico, que: “As will be seen...this asymmetry involves major difference between classical analysis and neoclassical or marginalist analysis which attempts to determine all distributive variable symmetrically.”<sup>33</sup>(KURZ; SALVADORI, 1995).

Afirmam Kurz e Salvadori que os autores clássicos separaram a determinação de lucros e preços das quantidades tomadas como dadas em (a) e (b). A última (c) foi considerada como determinada em outra parte da teoria, isto é, na análise da acumulação e do desenvolvimento social e econômico. (KURZ; SALVADORI, 1995).

---

<sup>33</sup>Como será visto...esta assimetria envolve uma diferença mais importante entre a análise clássica e neoclássica ou marginalista a qual tenta determinar todas as variáveis distributivas simetricamente. (Tradução nossa).



### 3 A PRODUÇÃO VISTA COMO FLUXO CIRCULAR

Neste terceiro capítulo, veremos o sistema produtivo como concebido por pensadores da Escola clássica e sua fundamentação matemática.

#### 3.1 A MECÂNICA DO SISTEMA PRODUTIVO DA ECONOMIA

Neste capítulo, será feita a abordagem da produção vista pelos economistas clássicos como um processo de fluxo circular relacionado ao seu corolário de produto excedente.

Este processo de fluxo circular, embora não apareça entre as oito características fundamentais do pensamento clássico, subjaz a este pensamento como se verá a seguir.

É importante ressaltar que, a partir dele, se faz uma distinção marcante entre o pensamento clássico e o neoclássico à medida que os economistas neoclássicos elaboram seu processo de produção por meio de um modelo linear a partir dos fatores de produção até os bens finais. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Os autores estudados, Kurz e Salvadori, enfatizam, neste aspecto, dois pensadores fundamentais: Piero Sraffa e sua obra *'Production of Commodities by Means of Commodities'* (1960) e John von Neumann e seu ensaio *'Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Browserschen Fixpunktsatz'* (1937) e *A Model of General Economic Equilibrium* (1945). (KURZ; SALVADORI, 1995).

Segundo Kurz e Salvadori, é muito importante fazer uma avaliação conjunta da obra destes dois pensadores, uma vez que são percebidos muitas vezes como extremamente diferentes e até mesmo diametralmente oposto em termos de pensamento econômico. (KURZ; SALVADORI, 1995).

#### 3.2 PRIMEIRAS ABORDAGENS DA PRODUÇÃO COMO UM FLUXO CIRCULAR

Aqui, os autores esclarecem que, apesar de alguns outros pensadores terem percebido o fluxo circular como modelo econômico fundamental, apenas Sraffa e von Neumann de fato explicitaram tal conceito. (KURZ; SALVADORI, 1995).

O conceito de fluxo circular na Economia pode ser traçado desde muito cedo no pensamento econômico, a partir de William Petty e Richard Cantillon, e com a expressão dos dois setores da economia no *'Tableau Economique'* de François Quesnais.

O conceito, de fato, começa a aflorar com Adam Smith e ganha relevo com David Ricardo e posteriormente com Robert Torrens<sup>34</sup> em seu *Essay on the External Corn Trade* (1820). (KURZ; SALVADORI, 1995).

Os dois principais problemas levantados pelos pensadores acima dizem respeito, primeiramente, à questão das quantidades de produto. Essa questão é importante na medida em que a estrutura do sistema de produção seja suficiente para garantir a reprodução do processo.

O segundo problema é o dos níveis de preço, haja vista que é a partir dos valores de troca das mercadorias que se dará a distribuição de renda entre as classes sociais e, portanto, que se permitirá a repetição do processo produtivo e de livre concorrência. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Torrens nos dá, a partir de um exemplo da sociedade de sua época, um quadro vivo de como a reprodutibilidade do processo econômico se dá na sociedade.

If an agricultural capital consisting of fifty quarters of corn as seed, and fifty quarters as food, can raise a produce of one hundred and fifty quarters, then manufacturing capital employed for the same period, and consisting of fifty quarters of corn as food, with fifty *cwt*<sup>35</sup> of raw flax equal in productive cost and therefore in value to fifty quarters, will fabricate a quantity of cloth equivalent to one hundred and fifty quarter of corn.<sup>36</sup> (TORRENS, Robert apud KURZ; SALVADORI, 1995)<sup>37</sup>.

Torrens conclui:

Hence it may be laid down as a general principle, that in whatever proportion the quantity of produce obtained from the soil exceeds the quantity employed in raising it, in that

---

<sup>34</sup>Robert Torrens (1780-1864): militar e economista inglês, descobridor independente das vantagens comparativas do comércio internacional.

<sup>35</sup>Hundredweight – antiga medida também conhecida como centum weight ou quintal.

<sup>36</sup>Se um capital agrícola consiste de cinquenta quartos de milho como semente, e cinquenta quartos como alimento, pode-se cultivar cento e cinquenta quartos, logo o capital manufatureiro empregado pelo mesmo período, e consistindo de cinquenta quartos de milho como alimento, com cem quartos de linho cru, igual em custo produtivo e, além disso, em valor para cinquenta quartos, fabricará uma quantidade de roupas equivalente a cento e cinquenta quartos de milho. (Tradução nossa).

<sup>37</sup>TORRENS, Robert. *An Essay on the Influence of the External Economy Corn Trade upon the Production and Distribution of National Wealth*. 1820.

proportion the value of manufactured goods will exceed the values of the food and material expended in preparing them.<sup>38</sup> (TORRENS, Robert apud KURZ; SALVADORI, 1995)<sup>39</sup>.

Segundo os autores, Torrens agradeceu a Ricardo por sua “original e profunda investigação das leis pelas quais a taxa de lucro é determinada.”

Uma crítica endereçada ao que fora estabelecido por David Ricardo e Torrens partiu de Malthus, que, em carta enviada a Ricardo, adverte: “In no case of production, is the produce exactly of the same nature as the capital advanced. Consequently, we can never properly refer to a material rate of produce”.<sup>40</sup> (MALTHUS, Thomas apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>41</sup>

Aqui, o que Malthus afirma é que o caso explicitado, por exemplo em Torrens é um caso especial que não pode ser entendido como geral.

No entanto, Torrens demonstra que é preciso ter cuidado com o argumento de Malthus em relação à natureza dos insumos, pois a proporcionalidade destes também importa. Propõe Torrens em seu *Essay on the Production of Wealth* (1821):

Let us suppose that there exists a society consisting of one hundred cultivators, and one hundred manufacturers, and that the one hundred cultivators expend one hundred quarters of corn and one hundred suits of clothing, in raising two hundred and twenty quarters of corn, while the one hundred manufacturers expend one hundred quarters of corn and one hundred suits of clothing, in preparing two hundred and twenty suits.<sup>42</sup> (TORRENS apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>43</sup>

Segundo Kurz e Salvadori, Torrens conclui que a taxa de lucro é dada em termos do “excedente” deixado, após excluir-se os meios usados de produção e os meios de subsistência para os trabalhadores terem sido deduzidos do total da produção.

---

<sup>38</sup>Dessa forma pode-se estabelecer que um princípio geral é que qualquer proporção de quantidade de produto obtido a partir do solo excede a quantidade empregada em cultivá-lo, e que, em proporção, o valor dos bens manufaturados excederão o valor do alimento e do material dispendido em prepará-lo. (Tradução nossa).

<sup>39</sup>TORRENS, Robert. **An Essay on the Influence of the External Economy Corn Trade upon the Production and Distribution of National Wealth**. 1820.

<sup>40</sup>Em caso algum de produção o produto é exatamente da mesma natureza do capital avançado. Consequentemente nós nunca poderemos nos referir propriamente à taxa material de produção. (Tradução nossa).

<sup>41</sup>Malthus, carta à David Ricardo.

<sup>42</sup>Suponhamos que exista uma sociedade que consista de cem cultivadores e cem manufactureiros, e que os cem cultivadores dispendam cem quartos de milho e cem peças de roupa, ao cultivar duzentos e vinte quartos de milho, enquanto os cem manufactureiros dispendem cem quartos de milho e cem peças de roupa, ao preparar outras duzentas e vinte peças de roupa. (Tradução nossa).

<sup>43</sup>TORRENS, Robert. **An Essay on the Influence of the External Economy Corn Trade upon the Production and Distribution of National Wealth**. 1820.

Assim, conforme vê-se em Torrens, com o capital social consistindo das mesmas mercadorias nas mesmas proporções, a taxa de lucro pode ser determinada sem o recurso aos preços relativos. Entretanto, Torrens deixa claro que no caso em consideração, em que as duas mercadorias requerem as mesmas quantidades por unidade de produto, a taxa de câmbio das duas mercadorias será de 1:1, e isto decorre diretamente do esquema físico de produção. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Entretanto, o esquema físico de reprodução não é somente importante para determinar os preços relativos, mas também para calcular-se o potencial de crescimento da economia. Torrens enfatiza: “this surplus, or profit of ten per cent, they [that is, the cultivators and manufacturers] might employ either in setting additional labourers to work, or in purchasing luxuries for immediate enjoyment.” (KURZ; SALVADORI, 1995).

Assim, os produtores podem gastar o excedente para satisfação própria ou para investir no seu próprio setor. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Se o excedente inteiro for gasto para acumulação no próprio setor, então a taxa de expansão será a mesma nos dois setores e igual será a taxa de lucro. Champernowne, em seu comentário sobre o modelo de crescimento de von Neumann, chamou a isso uma constelação de crescimento equiproporcionada ou de “estado quase-estacionário”. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Marx via os fisiocratas como os primeiros a elaborarem uma concepção de produção capitalista. Marx estudou também os dois aspectos observados acima: as quantidades e os preços. Sobretudo, merece menção o seu esquema de reprodução, no volume II do Capital, em que usa a noção de fluxo circular. (KURZ; SALVADORI, 1995).

A diferença entre Marx e outros, como Torrens e Ricardo, é que Marx expressa os aspectos da reprodução em termos de valor-trabalho e não em termos de mercadoria ou valor de uso. Segundo Kurz e Salvadori, ainda, Marx parece preocupado com as condições mínimas em que o sistema é capaz de se reproduzir a si mesmo em um mesmo nível ou cada vez mais desenvolvido. Ele prediz que um sistema é capaz de se reproduzir, mas que a taxa de crescimento dependerá do valor excedente de acumulação. (KURZ; SALVADORI, 1995).

De acordo com Kurz e Salvadori, ainda que baseado no valor-trabalho, o qual tem problemas lógicos (como se verá adiante), Marx merece crédito por ter indicado que a teoria da distribuição e dos preços normais, assim como do crescimento e das quantidades, têm como origem

comum os conceitos de excedente social e produção como um fluxo circular. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Kurz e Salvadori, antes de abordar von Neumann e Sraffa, perfazem um roteiro por outros pensadores que estudaram o fluxo circular de maneira científica. Entre estes encontram-se: Ladislaus von Bortkiewicz, Georg von Charasoff, Wassily Leontief e Robert Remak.

### **3.2.1 Ladislaus von Bortkiewicz**

Ladislaus von Bortkiewicz nasceu em 1868, em São Petersburgo, em uma família de descendentes poloneses. De 1901 a 1931, ano em que faleceu, foi professor de Economia e Estatística na Universidade de Berlim onde, no final dos anos 20, encontravam-se entre outros Wassily Leontief, John von Neumann e Robert Remak. (KURZ; SALVADORI, 1995).

A maior inspiração de Bortkiewicz veio, segundo Kurz e Salvadori (1995), de um compatriota chamado Vladimir K. Dmitriev. Dmitriev nasceu em Smolensk, no mesmo ano de Bortkiewicz, e é considerado o primeiro economista matemático russo. Seu trabalho, o qual induziu Bortkiewicz a realizar algo semelhante, foi um Ensaio sobre a Teoria do valor de Ricardo. Von Bortkiewicz escreveu, assim, uma formalização usando as mesmas ferramentas usadas pelo seu precursor para realizar uma crítica à Teoria do valor e da distribuição de Marx.

O trabalho de Bortkiewicz pode ser assim resumido: primeiramente ele quer demonstrar que a construção de Marx é falha; segundo, ele quer demonstrar que a análise do valor não é um passo necessário para a obtenção de uma teoria do lucro e dos preços de produção; terceiro, ele quer demonstrar que preços e taxa de lucro podem estar relacionados às magnitudes de valor e excedente com uma lógica impecável e, quarto, Bortkiewicz assim conduz seu trabalho à rejeição da crítica dominante de Marx, a qual erroneamente tomou como raciocínio básico o valor em si mesmo, mais do que o uso equivocado de Marx como fonte de vários equívocos como o próprio título do segundo paper de Bortkiewicz indica. Em verdade, von Bortkiewicz desejava mais a correção da teoria de Marx do que sua própria refutação. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Bortkiewicz aponta que os dados iniciais a partir dos quais a abordagem clássica da teoria do valor e distribuição é realizada são suficientes para determinar a taxa de lucro e os preços relativos sem necessidade de dados adicionais. Ele desenvolve seu argumento considerando que mercadorias são obtidas a partir de um influxo de trabalho na qual a produção se dá em fluxo

circular pelo que agradece a Dmitriev pela inovação teórica. Bortkiewicz, assim, desenvolve seu argumento em forma algébrica. É interessante notar que Bortkiewicz estava mais preocupado com os aspectos de preços e distribuição de renda do que com questões de quantidades de produção e níveis de crescimento. (KURZ; SALVADORI, 1995).

### 3.2.2 Georg von Charasoff

Outro russo que abordou essas questões foi Georg von Charasoff que nasceu em Tiflis, em 1877. Fez seu doutorado em matemática em Heidelberg e após isso parece ter levado uma vida de professor privado. Escreveu dois livros, na Alemanha, em 1909 e 1910, sendo que o de 1910 chamado *Das System des Marxismus: Darstellung und Kritik*, é o que interessa para a análise econômica em tela. É neste livro que von Charasoff antecipa resultados da moderna reformulação da abordagem clássica sobre as teorias do valor, distribuição e crescimento. Como nos dizem Kurz e Salvadori, no entanto, como a obra foi escrita em matemática formal e altamente abstrata e condensada, a contribuição de Charasoff foi amplamente ignorada ao tempo de sua publicação e só recentemente foi redescoberta. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Os resultados de von Charasoff corroboraram os de Bortkiewicz, além de elaborarem novas outras conquistas. Ele desenvolveu seu estudo dentro de um quadro de produção simples, o qual exibiu todas as propriedades do que veio a ser conhecido depois como o modelo input-output, o qual é completamente especificado em termos de valor de uso e trabalho por unidade de produção. (KURZ; SALVADORI, 1995).

O conceito central da análise de von Charasoff é a ‘série de produção’ (Produktionsreihe) a qual consiste numa sequência que inicia com qualquer vetor semipositivo de produto líquido e em que o produto líquido é definido exclusivamente por salários e seguido por um vetor de meios de produção e pelos meios de subsistência necessários a produzir o vetor prévio de insumos e assim por diante. Von Charasoff chamou o primeiro vetor de insumo de ‘capital de primeiro grau’ (Kapital erster Ordnung), o segundo vetor de ‘capital de segundo grau’ (Kapital zweiter Ordnung) e assim por diante. Esta série, segundo von Charasoff: “[...]has the remarkable property that each element of it is both the product of the following and the capital of the preceding element; its investigation

is indispensable to the study of all the theoretical questioning political economy.”<sup>44</sup> (CHARASOFF, von 1910 apud KURZ; SALVADORI, 1995)<sup>45</sup>.

A série levada a efeito por von Charasoff é muito aproximada da série inversa expandida de Leontief. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Segue a série abaixo:

$$y^T, y^T A, y^T A^2, \dots, y^T A^k, \dots$$

Nessa formulação,  $y$  representa o vetor  $n$ -dimensional dos produtos líquidos e  $A$  denota a matriz  $n \times n$  dos coeficientes de insumos ‘aumentados’, ou seja, cada coeficiente representa a soma do respectivo material e o insumo salarial por unidade de produto. Aqui von Charasoff como os outros economistas clássicos e Marx contabilizou o pagamento de salários como avanço de capital. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Com a produção circular, a série é, obviamente, infinita. Numa série destas é possível perceber que produtos que aparecem em um determinado tempo certamente não apareciam em tempos anteriores. Esses produtos foram produzidos por meios de produção específicos, os quais também surgiram no decorrer da produção e assim por diante. Dessa forma, é possível, por meio de um processo indutivo, determinar preços de produtos a qualquer tempo do processo, desde que se saibam os preços iniciais dos primeiros insumos ou do primeiro capital (Urkapital). Este achado é de grande importância para a obtenção da taxa de lucro e de crescimento máximo do sistema. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Assim, a taxa de lucro pode ser averiguada em termos de comparação de duas quantidades da mesma mercadoria compósita: o ‘capital original’. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Veja-se:

$$u^T = (1 + r)u^T A$$

---

<sup>44</sup>[...] tem a notória propriedade de que cada elemento é ambos o produto do seguinte e o capital do elemento anterior, sua investigação é indispensável ao estudo de todo questionamento teórico da economia política. (Tradução nossa).

<sup>45</sup>CHARASOFF, von. **Das Systems des Marxismus Darstellung und Kritik.**, 1910.

Aqui  $u$  designa o vetor  $n$ -dimensional de uma unidade elementar do ‘capital original’ em que  $u \geq 0$ , logo  $u^T A$  é o capital (original) correspondente a  $u^T e$ , assim, temos:

Von Charasoff enfatizava: “The original capital expresses the idea of a surplus-value yielding growing capital in its purest form, and the rate of its growth appears in fact as the general capitalist profit rate”.<sup>46</sup>

A consequência da equação acima dá a chave para a solução do problema do preço. Assim, se os vários capitais podem ser concebidos como diferentes quantidades do mesmo e idêntico capital, então os preços devem ser proporcionais às dimensões destes e o problema do preço, assim, encontra sua solução na relação baseada na lei. Segue-se daí que:

$$p = (1 + r)Ap$$

A solução do problema do preço, implicitamente em sua lógica, abandona o conceito de valor-trabalho para descobrir os preços relativos e a taxa de lucro. Em outras palavras: tomando as condições técnicas de produção e a taxa de salário real como dadas, ambos os preços dos bens básicos e não-básicos, além da taxa geral de lucro, podem ser determinados sem o recurso ao valor-trabalho. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Com von Neumann, lembram Kurz e Salvadori, von Charasoff divide a preocupação com a expansão equiproporcional potencial na produção de todas as mercadorias. Então, no caso absolutamente hipotético em que os lucros são totalmente acumulados, as proporções de diferentes setores igualam as proporções do capital original. Neste caso específico, a taxa de crescimento iguala a taxa de lucro: o sistema se expande ao longo do assim chamado raio de von Neumann. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Von Charasoff foi assim talvez o primeiro pensador a notar claramente o que mais de duas décadas depois von Neumann chamou de “the remarkable duality (symmetry) of the monetary variables (prices  $p_j$ , interest factors  $\beta$ ) and the technical variable (intensities of production  $q_j$ ,

---

<sup>46</sup>O capital original expressa a ideia de rendimento crescente do valor -excedente na sua mais pura forma, e a taxa de seu crescimento parece, de fato, como uma taxa de lucro geral capitalista. (Tradução nossa).



coefficient of expansion of the economy  $\alpha$ ).<sup>47</sup> (NEUMANN, von 1945 apud KURZ; SALVADORI, 1995)<sup>48</sup>.

### 3.3 WASSILY LEONTIEF E A ANÁLISE INPUT-OUTPUT

Wassily Leontief nasceu em 1906 na mesma cidade de von Bortkiewicz, São Petersburgo. Após seus estudos em sua cidade natal, então Leningrado, Leontief migrou para Berlim para terminar seus estudos com von Bortkiewicz. Em 1926, publica uma parte de sua tese intitulada *Die Wirtschaft als Kreislauf*, traduzida ao inglês como ‘The Economy as a Circular Flow’<sup>49</sup>. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Para Leontief, a análise input-output é praticamente uma extensão da teoria clássica de interdependência geral a qual vê a economia de uma região, de um país ou mesmo do mundo inteiro como um sistema simples o qual tenta definir e interpretar por meio da observação direta das relações estruturais básicas. (LEONTIEF, Wassily 1928 apud KURZ; SALVADORI, 2003)<sup>50</sup>

Nesse estudo, Leontief estabeleceu uma economia com o sistema de input-output com dois setores desenhada para descrever a produção, a distribuição e o consumo. Em 1932, Leontief associou-se à Universidade de Harvard e começou seu processo de construção de tabelas de input-output da economia americana. Essas tabelas, juntamente com o modelo matemático foram publicadas em 1936 e 1937. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Segundo Kurz e Salvadori, Leontief defendia que o estudo da economia deveria se iniciar a partir daquilo que está objetivamente dado. Segundo Leontief, conceitos econômicos são destituídos de significado e potencialmente desviantes a menos que sejam observados e medidos. Kurz e Salvadori (1995) afirmam que Leontief adota, assim, o que se chama de ‘perspectiva naturalista’.

Para Leontief, a economia deveria focar-se no conceito de fluxo circular, o qual expressa uma característica ‘objetiva’ fundamental do processo econômico. Quanto ao ponto de vista

---

<sup>47</sup>[...] dualidade notável’ (simetria) entre as variáveis monetárias (preços  $p_j$ , fator de juros  $\beta$ ) e as variáveis técnicas (intensidades de produção  $q_j$ , coeficiente de expansão da economia  $\alpha$ ). (Tradução nossa).

<sup>48</sup>NEUMANN, von. **Über ein Ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes**. 1945.

<sup>49</sup>A Economia como um fluxo circular. (Tradução nossa).

<sup>50</sup>LEONTIEF, Wassily. **Input-output Analysis**. 1987.

tecnológico, afirma Leontief, este não pode contradizer o ponto de vista econômico. (KURZ; SALVADORI, 1995).

É importante ressaltar que Leontief distingue entre ‘bens de custo’ e ‘bens de renda’, ou seja, inputs (insumos) e bens satisfazendo a demanda final (bens finais). Percebe-se, segundo Kurz e Salvadori, que Leontief assume no percurso de seus estudos a produção simples, retornos constantes de escala e quanto aos recursos naturais escassos, estes são mencionados apenas ocasionalmente, isto é, o argumento é desenvolvido a partir do que se convencionou chamar de ‘Teorema da não-substituição’. Além disso, muitas de suas análises assumem também o fato de que o sistema de produção e consumo não é desagregável. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Leontief sugere em seus escritos que o processo de produção seja entendido em termos de três conjuntos de coeficientes técnicos quais sejam:

- a) *coeficientes de custo*: a proporção em que dois bens de custo  $h$  e  $k$  participam na produção do bem  $i$ ;
- b) *coeficientes de produtividade*: a quantidade produzida do bem  $i$  em relação à quantidade total dos inputs  $j$ ;
- c) *coeficientes de distribuição*: a proporção do total da produção de um certo bem alocado em um ponto do esquema do fluxo circular.

Leontief era especialmente preocupado com um sistema estacionário caracterizado pelos constantes coeficientes técnicos. Ele discutirá, em seu trabalho, o caso em que um coeficiente muda, fazendo surgir a necessidade de mudança nos outros coeficientes como um todo. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Começando com um sistema físico especificado de produção-acumulação-distribuição, Leontief esboça o conceito de integração vertical e, referindo-se a Adam Smith, expõe o conceito de redução das quantidades encontradas de trabalho. Ele assevera também que, pelo fato de a produção ter caráter circular, a completa eliminação de um fator de produção é impossível. É claro que um fator de produção pode ser reduzido a qualquer nível escolhido. Leontief, assim como Dmitriev, enfatizavam que essa redução nada tinha a ver com um retrocesso histórico e que “the entire process must be carried out on basis of production scheme in force at any one moment”.<sup>51</sup>

---

<sup>51</sup>O processo inteiro deve ser executado sobre a base de esquemas de produção a qualquer momento. (Tradução nossa).

Após isso, Leontief trata das relações de troca que devem respeitar e complementar o quadro geral do fluxo circular. Ele mesmo afirmava:

The total output, i.e. the sum of the individual intermediate outputs from all stages of production within a single production period, is distributed over individual spheres of ownership (Eigentumsbereich) in such a manner that further production cannot take place within individual stages of production. A redistribution must take place by means of specific acts of exchange: this will assemble into cost groups complying with the existing cost structure all those goods needed to continue the circular flow (produktionsfähige Kostengruppen). The question arises of which exchange proportion will enable this grouping to take place.<sup>52</sup> (LEONTIEF, W. 1928 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>53</sup>

Kurz e Salvadori lembram que o conceito de valor adotado por Leontief explicitamente nada tem a ver com a propriedade intrínseca dos bens. Refere-se mais a uma relação de troca deduzida de todas as relações, como afirmou Leontief.

Leontief, resumidamente, explicita seu conceito em termos de um modelo com dois bens. As ‘relações de reprodução’ são tabuladas como se segue:

$$aA + bB \rightarrow A$$

$$(1 - a)A + (1 - b)B \rightarrow B$$

Acima,  $A$  e  $B$  representam as quantidades totais dos produtos, possivelmente compósitos, mercadorias, e  $A$  e  $B$  e  $[(1 - A) e (1 - B)]$  dão a fração dessas mercadoria utilizadas como meios de produção e meios de subsistência no primeiro e segundo setores.

Afirmam Kurz e Salvadori:

The model just presented is formally identical with the first system of production Sraffa discusses in his book (1960.p. 3). Incidentally, Sraffa calls these relations “the methods of production and productive consumption”. However, the systems are interpreted different by the two authors. While Sraffa contemplates a pure subsistence economy, Leontief refers to stationary conditions only. This difference in interpretation becomes clear when

<sup>52</sup>O produto total, i.e., a soma dos produtos intermediários individuais de todas as etapas da produção, dentro de um período simples de produção, é distribuído sobre esferas individuais de propriedade, de tal maneira que a produção adiante não possa tomar lugar dentro de etapas individuais de produção. Uma redistribuição precisa surgir por meio de ações específicas de troca: isto irá reunir em grupos de custo de acordo com a estrutura de custos existente de todos os produtos necessários a continuar o fluxo circular. A questão se levanta sobre a proporção das trocas que permitirão este agrupamento surgir. (Tradução nossa).

<sup>53</sup>LEONTIEF, Wassily. **Input-output Analysis**. 1987.

Leontief turns to question of the distribution of the product implicit in the above relations.<sup>54</sup>

De fato, afirmam Kurz e Salvadori, Leontief assume que parte do produto de cada setor é apropriado pelo assim chamado ‘grupo de propriedade’. Leontief explica:

In the general circular flow scheme, income from ownership is of course considered alongside other cost items without the slightest direct reference to how it originates (the phenomenon of ownership). It is task of interest theory to investigate these fundamental relationships.<sup>55</sup>

Kurz e Salvadori afirmam também que embora não seja fácil seguir a sofisticada elaboração de Leontief, esta resulta no estabelecimento de equações de preços, os quais refletem o mecanismo que fixa a distribuição de renda.

Contando variáveis e equações, Leontief se dá conta de que o sistema é indeterminado, pois há uma variável a mais do que o número de equações. Ele conclui, então:

No clear resolution of this problem is possible. One may vary at will the exchange proportions and consequently the distribution relationships of the goods without affecting the circular flow of the economy in any way.<sup>56</sup> (LEONTIEF 1928 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>57</sup>

Em outras palavras, segundo os autores, o mesmo sistema quantitativo é compatível com diferentes preços sistêmicos, refletindo diferentes distribuições de renda.

Adicionalmente, Kurz e Salvadori comentam que as variações das quantidades de insumos e mercadorias deve ficar em níveis toleráveis para a manutenção do sistema de fluxo circular. Obviamente, numa economia de subsistência essas margens são bem reduzidas. Leontief também

---

<sup>54</sup>O modelo recém apresentado é formalmente idêntico ao do primeiro sistema que Sraffa discute em seu livro (1960, p. 3). Incidentalmente, Sraffa chama a essas relações de “métodos de produção e consumo produtivo”. Entretanto, os sistemas são interpretados diferentemente pelos dois autores. Enquanto Sraffa contempla a pura subsistência econômica, Leontief se refere somente à condição estacionária. Esta diferença de interpretação se torna clara quando Leontief se volta à questão da distribuição do produto implícita nas relações acima. (KURZ; SALVADORI, 1995). (Tradução nossa).

<sup>55</sup>Em geral, o esquema do fluxo circular, a renda a partir da propriedade, é claro, considerada s juntamente com outros custos sem que se faça a mínima referência direta a como se originou o fenômeno da propriedade. (KURZ; SALVADORI apud LEONTIEF, 1995). (Tradução nossa).

<sup>56</sup>Nenhuma resolução clara deste problema é possível. Alguém pode variar à vontade as proporções de troca e consequentemente de distribuição dos bens sem afetar o fluxo circular da economia em qualquer sentido. (Tradução nossa).

<sup>57</sup>LEONTIEF, Wassily. **Input-output Analysis**. 1987.

comenta, segundo os autores, que a existência de rendas de propriedade pressupõe excedente produtivo.

Concluem os autores que a razão de troca dos bens refletem não somente uma taxa ‘natural’, isto é, essencialmente fatores tecnológicos, mas também ‘causas sociais’. Assim, dada a taxa de juros juntamente com o sistema de produção e consumo produtivo, os preços podem ser determinados a podem ser demonstrados como sendo igual ao total dos custos unitários. “But this is the ‘law of value’ of the so-called objective value theory”<sup>58</sup>, conclui Leontief.

### 3.3.1 Análise do sistema insumo-produto (input-output)

Em sua obra ‘Theory of Production’ (1995), Heinz Kurz e Neri Salvadori fazem uma interessante e muito importante afirmação sobre o modelo input-output de Leontief a qual se apresenta a seguir:

While Leontief conceived of his early contribution as being firmly rooted in the classical tradition, he called his input-output method developed in the 1930’s and 1940’s ‘an adaptation of the neo-classical theory of general equilibrium to the empirical study of the quantitative interdependence between interrelated economic activities’ (Leontief, 1966, p. 134). Scrutiny shows, however, that in his input-output analysis he preserved the concept of circular flow and did not, as is maintained by some interpreters, adopt the Walras-Cassel view of production. In the second edition of ‘The Structure of American Economy’, published in 1951, he explicitly rejected the view of production as a one-way avenue that leads from the services of the “original” factors of production: land, labor, and capital – the “venerable trinity” – to final goods (Leontief, 1951, p. 112). Unlike the theories of Walras and Cassel, in Leontief there are no given initial endowment of these factors. We shall refrain from speculating about the reasons for the change in Leontief’s characterization of his own approach which seems to have occurred after Leontief’s move from Europe to the United States.<sup>59</sup> (KURZ; SALVADORI, 1995).

---

<sup>58</sup>[...] mas esta é a ‘Lei do valor’ da assim chamada Teoria do valor objetivo.

<sup>59</sup>Enquanto Leontief concebia as suas mais precoces contribuições como sendo firmemente enraizada na tradição clássica, ele chamou seu método input-output desenvolvido nos anos 30 e 40 do século XX ‘uma adaptação da teoria neoclássica do equilíbrio geral para o estudo empírico da interdependência quantitativa entre as atividades econômicas inter-relacionadas’. (Leontief, 1966, p. 134). Um escrutínio indica, contudo, que na sua análise input-output ele preservou o conceito de fluxo circular e não adotou, como sustentado por alguns intérpretes, a visão de produção de Walras-Cassel. Nas segunda edição da “Estrutura da Economia Americana”, publicada em 1951, ele explicitamente rejeitou a visão da produção como uma avenida de mão única que leva dos serviços dos fatores ‘originais’ de produção: terra, trabalho e capital: ‘a trindade divina’, aos bens finais. Diferentemente das teorias de Walras e Cassel, em Leontief não há dotações iniciais destes fatores. Nós nos absteremos de especular sobre as razões da mudança de caracterização de Leontief sobre sua própria abordagem a qual parece ter ocorrido após sua mudança da Europa para os Estados Unidos. (Tradução nossa).

Segundo Kurz e Salvadori, a análise input-output provê uma descrição detalhada, desagregada e quantitativa das características estruturais de todos os componentes que fazem parte de um dado sistema econômico.

The interdependence between the different sectors of a given system is described by a set of linear equations; the numerical magnitude of the coefficients of these equations reflect the system's structural properties. The coefficients are ascertained empirically; they are commonly derived from statistical input-output tables which describe the flow of goods and services between the different sectors of national economy over a given period of time, usually a year.<sup>60</sup> (KURZ; SALVADORI, 1995).

Segundo os autores, os coeficientes usualmente são dados como constantes independentemente da demanda final. Não há muita preocupação com a escolha da técnica que, segundo Kurz e Salvadori, tem papel importante tanto na análise clássica como na neoclássica. Poder-se-ia dizer que a preocupação do modelo input-output é estabelecer uma ferramenta útil à pesquisa econômica empírica.

### 3.3.2 O modelo de Leontief fechado

Quando as compras e as vendas de mercadorias são tomadas como endógenas, o sistema input-output é chamado de 'fechado'. Neste caso, a demanda é tratada como se fosse um indústria ordinária, ou seja, a lista de insumos associados a ela representam os 'inputs' recebidos de várias indústrias e a coluna correspondente ao valor adicionado nas várias indústrias é assumida como representando seu 'output' alocado para essas indústrias. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Indo ao modelo, permita-se que  $A$  seja uma 'matriz estrutural' não-negativa de uma economia que dá ambos os insumos requeridos (inputs) e a demanda final, e  $x$  um vetor do produto bruto, o modelo input-output é dado, então pelo sistema linear homogêneo:

$$x^T = x^T + A,$$

---

<sup>60</sup>A interdependência entre os diferentes setores de um dado sistema é descrito por um conjunto de equações lineares; a magnitude numérica dos coeficientes destas equações refletem as propriedades estruturais do sistema. Os coeficientes são estimados empiricamente; eles são derivados comumente de tabelas estatísticas de input-output as quais descrevem o fluxo de bens e serviços entre os diferentes setores de uma economia nacional ao longo de um tempo determinado que é usualmente de um ano. (Tradução nossa).

isto é,

$$x^T(I - A) = 0$$

Assim, para que o sistema tenha valores não-negativos, o maior valor da matriz A deve ser a unidade.

O sistema de preços, o qual é dual dado o sistema de quantidade acima, é:

$$p = Ap,$$

isto é,

$$(I - A)p = 0$$

O problema da existência de soluções não-negativas no sistema foi investigado por Remak (1929) o qual será visto adiante.

### 3.3.3 O modelo de Leontief aberto

O modelo aberto de Leontief foi publicado uma década depois do fechado e trata dos aspectos de tecnologia e demanda final separadamente.

Neste modelo,  $A$  representa exclusivamente a matriz dos coeficientes interindustriais  $y$  representa o vetor final da demanda, o qual é dado exogenamente ao sistema. A matriz dos coeficientes de inputs é então usada para determinar os outputs brutos setoriais bem como as transações intersetoriais necessárias que possibilitam ao sistema encontrar sua demanda final e reproduzir todos os meios de produção gastos na produção.

A equação que descreve as relações entre  $x$  e  $y$  é:

$$x^T A - y^T = x^T$$

isto é,

$$x^T(I - A) = y^T$$

Segundo Kurz e Salvadori, isso não significa que a economia não possa gerar produto excedente. De fato, se  $(A^*, I)$  corresponde a uma técnica, então:

$$A = \begin{pmatrix} A^* & I \\ v^T & h \end{pmatrix}$$

onde  $v$  é o vetor de valores adicionados por unidade de produto, e  $h$  é o input de trabalho agregado por unidade de trabalhador empregado. Por esse motivo, se o maior *eigenvalue* da matriz  $A^*$  não pode ser maior do que 1, então as definições de  $v$  e  $h$  implicam que o maior valor do *eigenvalue* da matriz iguala 1.

Assumindo que a inversa da matriz  $(I - A)$  existe, então obtém-se a solução geral do modelo input-output.

$$x^T = y^T(I - A)^{-1}$$

A ‘inversa da matriz de Leontief’  $(I - A)^{-1}$  é semipositiva se o maior valor real do *eigenvalue* da matriz  $A$  é menor do que a unidade. Com  $I$  como o vetor do input direto do trabalho, o correspondente total (isto é, direto e indireto) do trabalho requerido,  $L$ , é igual a:

$$L = x^T I = y^T (I - A)^{-1} I$$

Como determinação dos preços no modelo input-output aberto, Leontief propõe um conjunto de ‘equações de preços de valores adicionados’. Assume-se que o preço de cada setor produtivo recebe o total de despesas incorridas no curso da produção por unidade de produto. Estas despesas compreendem os pagamentos por insumos materiais comprados do mesmo ou de outro setor produtivo mais o ‘valor adicionado’ dado. Assume-se, então, uma economia fechada sem governo, os últimos pagamentos aos proprietários dos fatores de produção: salários, rendas, juros e lucros. O sistema de preços, o qual é dual dado o sistema de quantidades acima, é dado por:



$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{p} = \mathbf{v},$$

onde  $\mathbf{p}$  é o vetor de preços e  $\mathbf{v}$  é o vetor de valores adicionados por unidade de produto.

Resolvendo  $\mathbf{p}$ , tem-se:

$$\mathbf{p} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{v}.$$

O principal problema desta abordagem, segundo Kurz e Salvadori, é que as magnitudes dos valores adicionados por unidade de produto nos diferentes setores não podem ser determinados antes e independentemente de um sistema de preços. Outra maneira de ver isto é que esta formulação perde de vista duas coisas: a amarra restritiva das trocas nas variáveis distributivas, e a dependência dos preços relativos sobre as rendas da distribuição – fatos que são enfatizados por Leontief no seu *paper* de 1928. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Ver-se-á na continuidade a contribuição de Robert Remak para a análise do processo econômico via modelo input-output. Como visto, a análise de Leontief era limitada ao caso de duas mercadorias. Um ano após (1929), Remak publicou um *paper* intitulado ‘*Kann die Volkswirtschaftslehre eine exakte Wissenschaft werden?*’ [*Can Economics Become an Exact Science?*], obra em que generaliza o sistema de preços ao caso de número de mercadoria  $\geq 2$ .

### 3.4 REMAK E O SISTEMA DE PREÇOS SUPERPOSTOS

Robert Remak nasceu em 1888, estudou matemática com Ferdinand Georg Frobenius e H. A. Schwartz. Em 1929 ele adquiriu o *venia legendi* (habilitação) em matemática na Universidade de Berlim e foi *Privatdozent* lá até 1933. Como referência, John von Neumann foi *Privatdozent* na mesma Universidade de 1927 a 1929. Remak morreu no campo de concentração de Auschwitz, em 1942. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Segundo Kurz e Salvadori, é possível que Remak tenha sido estimulado por um grupo de economistas em torno de von Bortkiewicz a estudar o problema das condições sob as quais se obtém soluções positivas para sistemas de equações lineares. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Remak inicia seus estudos muito proximamente daquilo que foi uma preocupação epistemológica para Leontief, que era uma preocupação ‘naturalista’ em termos de acreditar como

científico apenas o estudo daquilo que podia ser estimado por observação direta, contagem ou cálculo. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Assim, Remak aplica esta definição à Economia, a qual ele tende a equacionar com a análise Marshalliana de oferta e demanda. Sua preocupação principal será com o lado da demanda. Ele diz:

All existing approaches in theoretical economics always start from these [demand] functions, which characterize the buyer's behavior at different prices. However, since this behavior can be neither experimentally nor theoretically ascertained quantitatively, there is no way to get from these theories to practical calculations. We will therefore take into consideration approaches which result in quantitative calculations that can also be carried out practically.<sup>61</sup> (REMAK, Robert 1929 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>62</sup>

Como alternativa, então, Remak sugere aquilo que veio a chamar de 'superposed price systems' (superponierte Preissysteme).<sup>63</sup> Diz ele:

A superposed price system has nothing to do with values. It only satisfies the condition that each price covers the prices of the things required in production, and the consumption of the producer on the assumption that is both just and feasible.<sup>64</sup> (REMAK, Robert 1929 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>65</sup>

Segundo Kurz e Salvadori, este cálculo requer o conhecimento detalhado das relações sociotécnicas de produção, isto é, os métodos de produção em uso e as necessidades e desejos dos produtores.

Remak assume estudar uma economia estacionária e alerta que este estudo é apenas o *primeiro* passo para um estudo de um sistema econômico dinâmico. Ele ainda afirma que, enquanto uma economia estacionária pode ser descrita (geometricamente) por um ponto, o qual chama de *economic phase space*, e deve ser representada por um número finito de coordenadas econômicas

---

<sup>61</sup>Toda abordagem teórica econômica existente sempre inicia por suas funções de demanda as quais caracterizam o comportamento do comprador a diferentes preços. Todavia, desde que este comportamento não pode ser estimado quantitativamente nem experimentalmente nem teoricamente, não há modo de se chegar a partir destas teorias a cálculos práticos. Nós, portanto, levaremos em consideração abordagens cujo resultado em cálculos quantitativos possam também ser executados na prática. (Tradução nossa).

<sup>62</sup>REMAK, Robert. **Kann die Volkswirtschaftslehre eine exakte Wissenschaft werden?** 1929.

<sup>63</sup>Sistema de Preços Superpostos (Tradução nossa).

<sup>64</sup>Um sistema de preços superpostos não tem nada a ver com valor. Ele somente satisfaz a condição de que cada preço cubra os preços das coisas requeridas na produção e o consumo do produtor, sob a hipótese de que ambos são justos e exequíveis. (Tradução nossa).

<sup>65</sup>REMAK, Robert. **Kann die Volkswirtschaftslehre eine exakte Wissenschaft werden?** 1929.

enquanto uma economia em desenvolvimento envolve um ponto móvel que no ‘espaço de fase’<sup>66</sup> descreve uma curva. (KURZ; SALVADORI , 1995).

### 3.4.1 Os preços superpostos

Remak então constrói seu modelo de ‘preços superpostos para um sistema econômico no qual existem muitos processos de produção de produtos simples tanto quanto há produtos e cada processo ou produto é representado por diferentes ‘agentes’. A quantidade de diferentes mercadorias adquiridas por pessoa em um certo período de tempo, qual seja, um ano, em troca do seu próprio produto são as quantidades necessárias como meios de produção para produzir este produto dadas as condições técnicas de produção e as quantidades de bens de consumo em suporte das pessoas (famílias), dado o nível de subsistência. Com uma apropriada escolha das unidades, o sistema resultante dos ‘preços superpostos’ pode ser descrito como abaixo:

$$p = Ap,$$

onde A representa a matriz aumentada de inputs (meios de produção e consumo) por unidade e p é o vetor de razões de troca. Remak afirma que seu sistema tem solução semipositiva e única exceto pelo fator escala. (KURZ; SALVADORI , 1995).

O modelo acima descrito se refere a um tipo de economia de produtores independentes, sem salário, portanto sem lucros o que conduz a uma alta semelhança com o conceito de Marx de ‘produção simples de mercadoria’. No entanto, como afirmam Kurz e Salvadori, isto poderia ser visto como refletindo um sistema socialista. De fato, Remak enfatiza: ‘the main task of an exact economics would consist in deciding between these two vies by means of exact instruments of calculations’.<sup>67</sup>

De acordo com Remak, há ainda dois problemas a resolver.

---

<sup>66</sup>Espaço de fase é a representação das variáveis dinâmicas relevantes de um sistema. Uma trajetória no espaço de fase representa a evolução temporal do sistema, através da evolução temporal de suas variáveis relevantes. O espaço de fase é uma ferramenta útil na compreensão do comportamento dos sistemas. (Geocities, 2017).

<sup>67</sup>[...] a principal tarefa da Economia Política exata deveria consistir em decidir entre esses dois pontos de vista por meio de instrumentos exatos de cálculo. (KURZ; SALVADORI apud REMAK , 1995). (Tradução nossa).

O primeiro trata do estabelecimento de um sistema de preços apropriado para uma economia socialista. Sem ser apta a demonstrar que um sistema de ‘preços razoável’ existe de fato, a alternativa socialista estaria despojada de sua base racional. Segundo Remak, ‘These prices... represent a ‘necessary’ condition in the mathematical sense for efficient economy exempt from unemployment and crises to exist’.<sup>68</sup> (REMAK, Robert apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>69</sup>

O segundo problema a ser enfrentado é mais difícil ainda. Este problema trata da averiguação comparativa da eficiência econômica entre os sistema capitalista e socialista. Do seu ponto de vista (de Remak) o problema se resume à questão de saber se a economia capitalista moderna é ‘extremal’, ou seja, se ela utiliza na plenitude o seu potencial produtivo ou se renuncia as possibilidades de produção. Em vista do desemprego e da inatividade de plantas (industriais) e equipamentos, Remak vê razões para conjecturar que o capitalismo falha neste quesito. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Como esclarecem Kurz e Salvadori, apesar de a discussão sobre o sistema de Remak ser um pouco mais nebulosa, duas são as causas escolhidas como responsáveis pelo mal funcionamento da economia capitalista: em primeiro lugar, o papel que a moeda joga no sistema, e, em segundo lugar, a distribuição de renda e, portanto, o poder de compra entre os proprietários dos meios de produção e os trabalhadores.

Por fim, em Remak, afirmam Kurz e Salvadori, a investigação de esquemas alternativos de formação de preços serve ao propósito de saber-se se ‘an economy which is perceived to be both just and efficient can be brought about by appropriate directions regulating the formation of prices of all commodities.’<sup>70</sup> (REMAK, Robert apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>71</sup>

Em seu segundo artigo, durante o período da Grande Depressão, Remak conclui que pode-se depreender ‘that the system of ‘reasonable’ prices would allow merchants to apply only much lower mark ups than the usual ones, which would lead in effect to putting a severe curb on profits.’

<sup>72</sup> (REMAK, Robert apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>73</sup>

---

<sup>68</sup>Esses preços...representam a condição necessária em sentido matemático para uma economia eficiente isenta de desemprego e crises para existir. (Tradução nossa).

<sup>69</sup>REMAK, Robert. **Kann die Volkswirtschaftslehre eine exakte Wissenschaft werden?** 1929.

<sup>70</sup>[...] uma economia que é percebida como sendo justa e eficiente pode ser produzida por regulações direcionadas à formação dos preços de todas as mercadorias. (Tradução nossa).

<sup>71</sup>Idem.

<sup>72</sup>[...] que o sistema de preços ‘razoável’ permitiria aos comerciante aplicar tão somente markups muito abaixo dos costumeiros o que conduziria a colocação de severas limitações aos lucros. (Tradução nossa).

<sup>73</sup>Ibidem.

### 3.5 O PROBLEMA DA ESCOLHA DA TÉCNICA E OS ‘BENS LIVRES’

Ponderam Kurz e Salvadori que ao analisar o problema de valor e distribuição os economistas clássicos procedem em duas etapas.

Na primeira, investigam uma economia usando um sistema de produção dado.

Na segunda etapa, então, eles – os economistas clássicos – formulam o problema: qual sistema de produção, ou técnico, será adotado pelos produtores minimizadores de custo dado um conjunto de alternativas.

Afirmam Kurz e Salvadori que, num primeiro momento, importaram-se apenas com o primeiro problema ao se dedicarem ao estudo da produção como um fluxo circular e, quanto à segunda etapa abordada pela Economia Clássica, é mister tentar traçar as origens da ‘Regra dos Bens Livres’ na história do pensamento econômico

#### 3.5.1 O uso de desigualdades

Segundo os autores Kurz e Salvadori, o problema de escolha da técnica pode ser dividido em dois subproblemas:

- a) Quais métodos de produção devem ser escolhidos a partir de um dado conjunto de métodos alternativos?
- b) Deve um novo método disponível de produção ser adotado?

O primeiro problema é investigado no capítulo 2 dos *Princípios* de Ricardo, *On Rent*. A ênfase foi dada sobre quais tipos de terras (ou métodos) serão usados para produzir as mercadorias. Em livre concorrência, o problema da escolha da técnica consiste em encontrar, dada a taxa de salário real, um sistema de produção minimizadora de custos incluindo o cultivo da terra para o qual os preços das mercadorias, as rendas e a taxa de lucros seja não-negativa e o processo não renda lucros extraordinários. (KURZ; SALVADORI, 1995).

O segundo problema é direcionado a saber se uma invenção se tornará - em linguagem econômica moderna - uma inovação. Novamente, em Ricardo, no capítulo 31 - *On Machinery*, há uma investigação sobre o problema. Lá, Ricardo também provê, não obstante de uma forma rudimentar, uma análise da transição da economia de posição de longo-prazo para outra. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Como disse Ricardo, inicialmente ‘the capitalist who made the discovery of the machine, or who first usefully applied it, [would make]... great profits for a time’, o que lhe teria trazido algum ganho extra ou ‘lucro extraordinário’. (KURZ; SALVADORI apud RICARDO, 1995). Assim, a competição ocasionaria a queda nos custos de produção obrigando outros capitalistas a adotar um método superior de produção. O ajuste do processo finalmente estabeleceria uma nova posição de ‘longo-prazo’, caracterizada por um novo sistema de produção e associado a novos níveis de taxa de lucro, de salários reais e de preços. Ricardo estava preocupado também com a investigação da geração lógica de uma posição de longo-prazo na economia. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Foi William Whewell, da Universidade de Cambridge, que primeiro aplicou a ‘linguagem simbólica’ à solução de problemas na Economia Política. Isso aconteceu poucos anos após a publicação dos *Princípios* de Ricardo e inclui o tratamento do problema da escolha da técnica em termos algébricos empregando desigualdades. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Em um *paper* de 1881, Whewell investiga o seguinte caso: uma dada quantidade de mercadorias pode ser produzida ou diretamente por trabalho sozinho (sem a ajuda de maquinaria) - o que Ricardo chamava de ‘unassisted labour’-, ou por trabalho operando máquina com duração de somente um ano e é ela mesma o produto de uma série de inputs de trabalho. Ele, assim, demonstrara que ‘the machine can be employed without loss’<sup>74</sup> (em notação de Whewell).

$$l + l' + l'' + \dots < L$$

No lado esquerdo da inequação tem-se a quantidade de trabalho direto e indireto necessário à dada produção enquanto no lado direito temos a quantidade de trabalho sozinho requerido. Então, Whewell diz: ‘when machinery is employed, it has always cost less labour than would obtain the same produce without machine’.<sup>75</sup> (KURZ; SALVADORI, 1995).

John Edward Tozer cuja formulação algébrica é mais sofisticada segue Whewell ao usar inequações na discussão do problema da escolha da técnica. Resumindo seu argumento em termos de  $p$  e  $p_1$ , isto é, o preço de produzir antes e depois da introdução da maquinaria, ele escreve: ‘It

---

<sup>74</sup> ...a máquina pode ser empregada sem perdas.

<sup>75</sup> [...]quando a maquinaria é empregada sempre se obtém custos menores de trabalho para a mesma produção do que sem maquinaria. (KURZ; SALVADORI apud WHEWELL, 1995).

may be observed that  $p_1$  cannot be  $> p$ ; if it were, more than the ordinary profit would arise from employing labour, and the machine would be superseded'.<sup>76</sup> (KURZ; SALVADORI, 1995).

A abordagem clássica do problema da escolha da técnica em termos de lucros extra e custos extras foi também adotada por Karl Marx. Sua discussão da tendência da taxa de lucro no volume III d'O *Capital* inicia com a seguinte premissa: 'No capitalist ever voluntarily introduces a new method of production, no matter how much more productive it may be...so long as it reduces the rate of profit.'<sup>77</sup> (KURZ; SALVADORI, 1995).

É interessante observar que Marx enxerga a substituição do trabalhador pela máquina como redutor da taxa de lucro haja vista a mudança na composição orgânica do capital e a queda dos preços quando da utilização pelos outros competidores da técnica inovadora. Percebe contudo que esta visão de mais longo-prazo não é a do capitalista que vê imediatamente a queda dos custos e um aumento do seu lucro sem percebê-lo que se trata de lucro extraordinário pelo poder de monopólio que auferiu ao implementar sua inovação.

A análise de Marx é também interessante porque foi foco de crítica elaborada por Ladislaus von Bortkiewicz na parte final de seu Tratado *Wertrchnung und Preisrechnung im Marxschen System*, no qual outra formalização é oferecida. Afirmam Kurz e Salvadori que como não há qualquer evidência de contato entre von Bortkiewicz e Whewell e Tozer, pode-se creditar a von Bortkiewicz essa nova ferramenta de análise econômica. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Para Kurz e Salvadori, a análise de von Bortkiewicz é mais interessante do que a dos outros pensadores do seguinte ponto de vista. Von Bortkiewicz acusa Marx de ter cometido um erro elementar ao não levar em conta que as mudanças de preço afetam o produto na mesma medida que o progresso dos capitalistas, ou seja, deve-se perceber aqui um processo de mútua interação. Ele (Bortkiewicz) então demonstra em termos de modelos simples de produção que a introdução e generalização de um novo método de produção pode jamais reduzir a taxa de lucro, dada a taxa salarial real, e a aumentará se o novo método contribui direta ou indiretamente para baratear os bens de salário (subsistência). A comparação dos dois métodos por meio de qual a mercadoria pode ser produzida é realizada sob a premissa 'that prices (and thus also the price expression of the

---

<sup>76</sup>Pode-se observar que  $p_1$  não pode ser  $> p$ ; se fosse, mais do que um lucro ordinário surgiria do emprego do trabalho e a máquina seria substituída. (KURZ; SALVADORI apud WHEWELL, 1995).

<sup>77</sup>Nenhum capitalista introduz um novo método de produção não importa quão mais produtivo ele seja,...desde que ele reduz a taxa de lucro adiante (KURZ; SALVADORI apud MARX, 1995).

commodity bundle constituting the real wage) are still the old ones'.<sup>78</sup> (Bortkiewicz 1906-1907 apud KURZ; SALVADORI, 1995).

O critério adotado é se o método incorre em custos extras ou lucros extras: se incorre em custos extras ele não é adotado; se rende lucros extras ele será introduzido e substituirá gradualmente o velho método. (KURZ; SALVADORI, 1995).

### 3.5.2 A Regra dos Bens Livres

Essa regra faz face a um aspecto especial do problema da escolha da técnica. Uma distinção deve ser feita entre a aplicação desta regra (i) para fatores 'originais' de produção, em particular diferentes qualidades de terra por um lado e (uma ou muitas qualidades de) trabalho por outro lado, e (ii) para mercadorias produzidas. (KURZ; SALVADORI, 1995).

A noção de que em condições de livre concorrência os serviços de certos fatores de produção tais como qualidades de terra - os quais em excesso assumem preço zero - foi um elemento padrão na teoria da renda de James Anderson a David Ricardo. Veja-se, por exemplo, a seguinte assertiva de Ricardo em relação às quantidades abundantes de terra disponível: 'no rent could be paid for such land, for the reasons stated why nothing is giving for the use of air and water, or for any of the gifts of nature which exist in boundless quantity'<sup>79</sup>. Kurz e Salvadori, no entanto, advertem que, na economia clássica, essa regra não é aplicada ao trabalho. Ricardo, por exemplo em sua discussão sobre os efeitos de deslocamento do trabalho pela introdução da maquinaria: a presença de trabalhadores desempregados não conduz os salários para zero. Dito de outra maneira, enquanto o 'preço de reserva' - preços para produtos além da quantidade da demanda efetiva - para todos os insumos primários sem contar o trabalho é tomado como zero ou muito próximo a isto, para o trabalho o preço de reserva é positivo. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Obviamente, com uma produção simples, nenhuma mercadoria produzida pode ser um bem livre ou no curtíssimo prazo. Dessa forma, se a Regra dos Bens Livres fosse ser aplicada a produtos, pelo menos alguns processos de produção necessitam ser processos multiprodutos. De fato, Kurz

---

<sup>78</sup>[...] que preços (e assim também a expressão dos preços dos pacotes de mercadorias constituem o salário real) continuam os antigos. (Tradução nossa).

<sup>79</sup>[...] nenhuma renda poderia ser paga pelo uso de tal terra, pelas mesmas razões afirmadas de que nada também é pago pelo uso da água e do ar ou por quaisquer outras dádivas da natureza que nos são dadas em abundância. (Tradução nossa).



e Salvadori lembram que Adam Smith invocou essa regra quando na sua discussão sobre valor e distribuição tocava no caso da produção conjunta (*joint production*). (KURZ; SALVADORI, 1995).

Kurz e Salvadori concluem dizendo que ambas as aplicações da Regra dos Bens Livres eram conhecidas dos autores clássicos. Desta maneira, qualquer pretensão de originalidade de autores posteriores relativamente a esta regra parece carecer de substância.

### 3.6 O MODELO DE CRESCIMENTO DE VON NEUMANN

Neumann János (mais tarde John von Neumann) nasceu em Budapeste em 1903. Estudou matemática com Erhard Schmid em Berlim e com Hermann Weyl e George Polya em Zurique; ele também teve contato muito próximo com David Hilbert em Göttingen. Completou seu doutorado em matemática na Universidade de Budapeste em 1926 e no ano seguinte assumiu um posto como Privatdozent na Universidade de Berlim. Em 1929 ele se transferiu com o mesmo cargo para a Universidade de Hamburgo. Em 1930 foi como visitante conferencista à Universidade de Princeton; em 1931 lhe foi oferecido um cargo de professor e em 1933 ele foi convidado a se juntar ao Instituto de Estudos Avançados de Princeton como professor. Von Neumann leu seu *paper* sobre o modelo de crescimento pela primeira vez no inverno de 1932, no Seminário de matemática da Universidade de Princeton. Em 1936 ele apresentou seu *paper* no famoso Colóquio matemático de Karl Menger, na Universidade de Viena; seu *paper* foi então, pela primeira vez, publicado nas atas do Colóquio - *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* – (von Neumann, 1937). (KURZ; SALVADORI, 2007).

Em seu *paper*, von Neumann presume que  $n$  bens, os quais são produzidos por  $m$  processos de produção, têm retornos constantes de escala. O problema, então, é saber quais processos serão de fato usados e quais não serão vantajosos (lucrativos). Von Neumann também toma a taxa de salário real a qual consiste nas ‘necessidades da vida’, a ser dado e pago no início do período de produção (uniforme). Além disso, ele presume que toda a renda acima das necessidades da vida será reinvestida’. (KURZ; SALVADORI, 1995).

As características particulares deste modelo incluem:

- a) Mercadorias são produzidas não apenas por ‘fatores naturais de produção’, mas em primeiro lugar por outras (mercadoria). Este processo de produção pode ser circular;

- b) Os processos de produção podem descrever casos especiais em que um bem  $G_j$  pode ser produzido somente juntamente com certos outros bens, ou seja, produtos intrinsecamente ligados na produção (*joint production*);
- c) Ambos circulação e capital fixo são tratados como depreciação dos bens de capital, e são descritos usando-se um processo separado  $P_i$  para cada um desses tipos de depreciação.

Estas suposições estão vinculadas à *Lei do Bens Livres*: ‘if there is excess production of  $G_j$ ,  $G_j$  becomes a free good and its price  $[p_i] = 0$ ’.<sup>80</sup>(KURZ; SALVADORI, 1995).

Segundo Kurz e Salvadori, a abordagem de von Neumann pode ser assim resumida: sejam  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  as matrizes de input e output  $\mathbf{m} \times \mathbf{n}$ , respectivamente, em que  $\mathbf{A}$  inclui os meios de subsistência de suporte aos trabalhadores, e  $\mathbf{q}$  seja o vetor  $m$ -dimensional dos níveis de atividade, e  $\mathbf{p}$  o vetor de preços  $n$ -dimensional.  $\alpha = \mathbf{1} + \mathbf{g}$  é o fator de expansão, em que  $\mathbf{g}$  é a taxa de expansão ou crescimento;  $\beta = \mathbf{1} + \mathbf{r}$  é o fator de juros, em que  $\mathbf{r}$  é a taxa de juros (ou taxa de lucros). (KURZ; SALVADORI, 1995).

O modelo está sujeito aos seguintes axiomas:

$$q^T \mathbf{B} \geq \alpha q^T \mathbf{A} \quad (1)$$

$$B_p \leq \beta A_p \quad (2)$$

$$q^T (\mathbf{B} - \alpha \mathbf{A}) \mathbf{p} = 0 \quad (3)$$

$$q^T (\mathbf{B} - \beta \mathbf{A}) \mathbf{p} = 0 \quad (4)$$

$$\mathbf{q} \geq 0; \quad \mathbf{p} \geq 0. \quad (5)$$

O axioma 1 implica que  $\alpha$  vezes os inputs para um dado período não são maiores do que os outputs do período prévio.

O axioma 2 é a condição para que não haja lucros extraordinários.

O axioma 3 afirma a presunção de livre disposição.

O axioma 4 implica o processo nos quais se incorram em custos extras não serão operados.

Finalmente, o axioma 5 requer que ambos intensidade e preços sejam vetores semipositivos.

---

<sup>80</sup>[...] se há excesso de produção do bem  $G_j$ ,  $G_j$  torna-se um bem livre e seu preço  $[p_i] = 0$ .

Para indicar que para quaisquer pares de matrizes não-negativas **A** e **B** há soluções para **q**, **p**,  $\alpha \geq 0$  e  $\beta \geq 0$ , von Neumann assume a seguinte condição:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} > \mathbf{0},$$

o que implica que todo processo requer algo como um input ou a produção como um output de alguma quantidade positiva de cada mercadoria. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Conforme afirmam Kurz e Salvadori, sobre as bases dadas por von Neumann demonstra-se a existência de uma solução. Esse modelo determina:

- a) quais processos serão efetivamente operados;
- b) a qual taxa o sistema econômico irá crescer;
- c) quais preços serão obtidos;
- d) qual será a taxa de juros, e
- e) que por necessidade lógica,  $\alpha = \beta$ , o que significa dizer que o crescimento e a taxa de juros são iguais.

Para um dos mais importantes matemáticos, à época da divulgação, David Champernowne, o modelo de von Neumann apresenta característica eminentemente clássicas em sua composição. Kurz e Salvador autorizam esta versão a qual é confirmada, segundo eles, pela investigação de economistas clássicos como Adam Smith e David Ricardo e outros autores que trabalharam na tradição clássica antes de von Neumann. De fato, segundo estes estudiosos, há similaridades marcantes entre as contribuições destes economistas e von Neumann. Elas dizem respeito a:

- a) o conceito de produção como fluxo circular;
- b) o conceito de produto excedente que forma a base de uma fundamentação de todas as partilhas da renda, além dos salários;
- c) a noção de uma economia que se expande uniformemente na qual a taxa de expansão é determinada endogenamente, isto é, um sistema ‘quase-estacionário’;
- d) o conceito de dualidade na relação de quantidades relativas e taxa de crescimento de um lado entre preços relativos e taxa de juros de outro;
- e) a forma como a escolha da técnica é abordada e o uso de inequações (desigualdades) nela;

f) o modo como a Regra dos Bens Livres é aplicada aos fatores primários de produção e às demais mercadorias. De fato, von Neumann aplicou a regra da mesma maneira como a aplicaram os economistas clássicos. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Kurz e Salvadori advertem também que apesar de von Neumann ter assumido ‘that the natural factors of production, including labour can be expanded in unlimited quantities’<sup>81</sup>, isto não fez com que ele tratasse a todos os fatores da mesma forma. Como se sabe, von Neumann elegeu o trabalho como o único fator a não seguir a *Lei dos Bens Livres*. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Comentam Kurz e Salvadori:

The contention that von Neumann’s approach has been anticipated in all important aspects by authors working in the ‘classical’ tradition is, of course, not meant to play down the importance of von Neumann’s contribution. After all it was he who provided a comprehensive and general formulation of what other authors were able to put forward only partially and with respect to special cases, and it was he who was able to prove the existence of a solution.<sup>82</sup> (KURZ; SALVADORI, 1995).

### 3.7 VON NEUMANN E REMAK

De acordo com pesquisas de Kurz e Salvadori, Wittmann salientou que Remak entregou seu *paper* para o *meeting* da Sociedade Matemática de Berlim e que suas ideias foram discutidas no Instituto de Matemática de Berlim. Ele – Wittmann – também conjecturou que as ideias de Remak eram familiares a von Neumann. De acordo com Wittmann, os colegas de Remak teriam ridicularizado o seu *paper*. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Para Kurz e Salvadori, é possível que von Neumann estivesse entre os críticos do *paper* de Remak e consideraram a possibilidade de o *paper* de von Neumann, à época, ter contido uma espécie de resposta implícita ao seu colega. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Ambos os autores – von Neumann e Remak – estavam preocupados com a eficiência, ou em outras palavras, com o que von Neumann chamou de ‘normal price mechanism’ de uma economia capitalista.<sup>83</sup> Enquanto que Remak sustentava que a trajetória de formação dos preços em uma economia capitalista é parcialmente responsável pelo fato que o sistema é estaticamente

<sup>81</sup>[...] que os fatores naturais de produção, incluindo o trabalho, podem ser expandidos em quantidades ilimitadas.

<sup>82</sup>O fato de o conteúdo da abordagem de von Neumann ter sido antecipado em todos os aspectos importantes pelos autores que trabalharam na tradição ‘clássica’, obviamente, não minimiza a importância da contribuição de von Neumann. No final das contas foi ele que forneceu uma formulação geral e compreensiva daquilo que outros autores só foram capazes de propor parcialmente e, com respeito aos casos especiais, foi ele que foi capaz de fornecer a existência de solução [para esses problemas].

<sup>83</sup>Mecanismo de preço normal. (Tradução nossa).

(e dinamicamente) não-extremal, ou seja, ineficiente; no principal resultado alcançado do paper de von Neumann lê-se ‘the normal price mechanism brings about ...the technically most efficient intensities of production’.<sup>84</sup> O outro fator mencionado por Remak como sendo prejudicial à eficiência – a moeda – é também tocado por von Neumann. Na sequência da última citação acima, segue-se: ‘This seems not unreasonable since we have eliminated monetary complications’<sup>85</sup>. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Os autores Kurz e Salvadori explicam que Remak não é de todo preocupado com os recursos naturais exauríveis, tais como a terra; ele menciona o problema apenas de passagem. Ele foca suas preocupações nos sistemas de produção que estão num estado de autorreprodução e nos quais há no máximo três tipos de renda: salários, juros e lucros. Por implicações próprias, nenhum dos recursos naturais utilizados é escasso e portanto rende ao seu proprietário qualquer renda. De fato, de acordo com o debate estabelecido por Remak de capitalismo versus socialismo, entrevê-se que ele está mais interessado em enfatizar o conflito entre trabalhadores e proprietários de capital sobre a distribuição do produto. De forma muito interessante, enfatizam Kurz e Salvadori, o modelo de von Neumann negligencia completamente o problema da escassez. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Assim com Robert Remak, von Neumann adota a noção circular de produção e considera os meios de subsistência uma parte integral dos meios de subsistência avançados ao início do período uniforme de produção. Contudo, ressaltam os Professores Kurz e Salvadori, o modelo de von Neumann é em todos os casos mais geral do que o de Remak. Eles têm a impressão de que Remak acabou por lançar uma ideia que estava muito além do escopo do seu próprio trabalho ao passo que von Neumann oferece uma conceituação clara e dá uma resposta. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Enquanto Remak enfatiza aquilo que se encontra em pauta na época que é a questão da (in)eficiência dinâmica de uma economia e então restringiu sua discussão essencialmente ao caso de um sistema estacionário; von Neumann adota um quadro de análise dinâmico, embora limitado ao caso do crescimento de ‘steady-state’.<sup>86</sup> (KURZ; SALVADORI, 1995).

Enfim, enquanto Remak é consciente do fato de que um importante aspecto da questão da eficiência diz respeito a como a escolha técnica é decidida, von Neumann enfrenta o problema de

---

<sup>84</sup>O mecanismo de preço normal ocasiona...as tecnicamente mais eficientes intensidade de produção. (Tradução nossa).

<sup>85</sup>Isso não parece implausível desde que tenhamos eliminado as complicações monetárias. (Tradução nossa).

<sup>86</sup>Estado estacionário. (Tradução nossa).

frente. Enquanto Remak nota incidentalmente que as atividades de produção e consumo podem gerar ‘desperdício’ o qual deve ser eliminado, von Neumann inicia seu trabalho diretamente com a hipótese da produção conjunta (joint production) aliada à hipótese de ‘eliminação livre’ de todos os produtos supérfluos. Enquanto Remak discute os markups de mercado, incluindo a taxa de juros, o salário real dado e as condições técnicas de produção, von Neumann demonstra que a taxa de juros, isto é, o markup geral que permeia todo o processo produtivo é unicamente determinado por alternativas técnicas, dada a taxa de salário real. (KURZ; SALVADORI, 1995).

### 3.8 SRAFFA E O RENASCIMENTO DA ABORDAGEM CLÁSSICA

Piero Sraffa nasceu em Turim em 1898. Após sua graduação na universidade local, ele foi para a London School of Economics (1921-1922) onde assistiu às aulas dos Professores Cannan, Foxwell e Gregory. Durante sua primeira estada na Inglaterra, Keynes pediu sua contribuição sobre o sistema bancário italiano para a *Manchester Guardian*. O artigo foi publicado também na Itália e provocou fortes reações do governo fascista. Em novembro de 1923, Sraffa foi indicado à cadeira de Economia Política e Finanças Públicas na Universidade de Perugia. A preparação para esta disciplina estimulou-o a escrever *Sulle relazioni fra costo e quantità prodotta*<sup>87</sup>(1925) a qual contém uma análise das fundações do decrescimento dos retornos constantes na Teoria de Marshall e uma discussão crítica da abordagem posterior do equilíbrio parcial. Devido ao seu artigo, Sraffa obteve a cadeira plena de Economia Política na Universidade de Cagliari. Além disso, foi convidado a publicar seu artigo no *Economic Journal*. Também, foi-lhe oferecido o cargo de professor na Universidade de Cambridge. Somente nos anos cinquenta do século passado, Sraffa conseguiu tempo, devido às suas muitas atividades acadêmicas, para revisar suas notas completas sobre a abordagem clássica da teoria da produção a qual foi finalmente publicada com o título *Production of Commodities by Means of Commodities. Prelude to Critique of Economic Theory*.<sup>88</sup> (Sraffa, 1960). (KURZ; SALVADORI, 1995).

De acordo com a análise Kurz e Salvadori, ao analisar os custos variáveis da indústria dentro do quadro de equilíbrio parcial marshalliano, em 1925, Sraffa se deparou com três casos distintos em relação aos retornos variáveis, quais sejam:

<sup>87</sup>Sobre as relações de custo e quantidade produzida. (Tradução nossa).

<sup>88</sup>Produção de mercadorias por meio de mercadorias. Prelúdio à Crítica da Teoria Econômica. (Tradução nossa).

- a) são internos à firma;
- b) são externos à firma, mas internos à indústria, e
- c) externos a ambos, firmas e indústrias

O caso (a) é incompatível com a hipótese de concorrência perfeita. Já o caso (c) é incompatível como método de equilíbrio parcial uma vez que retornos variáveis afetam a produção de mais de um bem na mesma direção, o que faz ser impossível evitar a racionalidade do equilíbrio geral. Somente retornos variáveis do tipo (b), cuja importância empírica é duvidosa, é compatível com a análise de Marshall da curva de oferta da indústria sob concorrência perfeita. A partir disso, Sraffa concluiu que a hipótese de retornos constantes é mais conveniente à análise da curva de oferta de uma indústria. Sob condições competitivas, os preços, então, dependeria apenas dos custos de produção da indústria em epígrafe. Porém, essas considerações não deixaram Sraffa satisfeito. Ele então se viu confrontado com duas alternativas: a primeira seria abandonar a hipótese de concorrência perfeita; a segunda seria abandonar a análise de equilíbrio parcial. Sraffa inicialmente, segundo Kurz e Salvadori, optou pela primeira alternativa, mas cedo mudou para a segunda. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Em seu paper de 1926, Sraffa aborda o abandono do exame de equilíbrio parcial. Em suas palavras, ‘the conditions of simultaneous equilibrium in numerous industries’ is far too complex: ‘the present state of our knowledge...does not permit of even much simpler schema being applied to the study of real conditions’.<sup>89</sup> A adoção da primeira alternativa, por sua vez, foi motivada por dois argumentos. ‘Primeiramente porque o abandono da hipótese de concorrência perfeita é sugerido pela ‘everyday experience...that a very large number of undertakings – and the majority of those which produce manufactured consumers’ goods – work under conditions of individual diminishing costs’<sup>90</sup>. Segundo, argumenta-se que:

[the] chief obstacle against which [businessmen] have to contend when they want gradually to increase their production does not lie in the cost of production...but in the difficulty of selling the larger quantity of goods without reducing the price, or without having to face increased marketing expenses. This...is only an aspect of the usual descending demand curve, with the difference that instead of concerning the whole of a

---

<sup>89</sup>As condições de equilíbrio simultâneo em numerosas indústrias é excessivamente complexo: nosso conhecimento atual sequer permite a construção de um esquema muito mais simples sendo aplicado ao estudo das condições reais. (Tradução nossa).

<sup>90</sup>Experiência diária...de que um grande número de empresas - e a maioria daqueles que produzem bens manufaturados para o consumidor – trabalham sob condições de custos decrescentes. (Tradução nossa).

commodity, whatever its origin, it relates only to the goods produced by a particular firm.<sup>91</sup>  
(SRAFFA 1926 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>92</sup>

O artigo de Sraffa, de 1926, lançou a análise de concorrência imperfeita. À parte sua contribuição para o Simpósio do *Economic Journal* sobre retornos crescentes, Sraffa não participou do debate sobre a Teoria do Valor Marshalliana. Antes, deu preferência e focou sua atenção na análise do processo de difusão dos lucros entre as várias etapas de produção e o processo de formação do nível normal de lucros ao longo da toda a indústria de um país, coisa que não estava no escopo do artigo supra citado. (KURZ; SALVADORI, 1995).

### 3.8.1 Produção de mercadorias por meio de mercadorias

Segundo os Professores de Economia Kurz e Salvadori, em seu livro, Sraffa estava explicitamente preocupado com o vivificador ‘*standpoint...of classical economists from Adam Smith to Ricardo*’<sup>93</sup>. A afiliação de sua análise às teorias dos velhos economistas clássicos é enfatizada novamente no seguinte comentário relativo aos conceitos de preço e valor adotados no livro: “Such classical terms of ‘price’, ‘natural value’, or ‘price of production’ would meet the case, but value and price have been preferred as being shorter and in the present context (which contains no reference to market prices) no more ambiguous’.<sup>94</sup> Também, no apêndice D o livro provê “References to the Literature’ adicionais em relação a ideias especiais e conceitos de derivação clássicos cuja fonte pode não ser tão óbvia. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Um estudo mais aprofundado mostra que Sraffa segue os autores clássicos não somente em termos de método adotado e abordagem geral escolhida, mas amplamente em termos de estruturas argumentativas em duas partes da obra. Em uma parte, ele trata de investigar os ‘sistemas de produção’ dados. O relacionamento entre preços relativos, taxa geral de lucro e taxa salarial

---

<sup>91</sup>O principal obstáculo contra o qual o homem de negócios luta quando quer gradualmente fazer crescer sua produção não repousa nos custos de produção...mas na dificuldade de vender uma maior quantidade de bens sem ter de reduzir o seu preço, ou sem ter de enfrentar despesas crescentes de marketing. Isto...é somente um aspecto da usual curva de demanda descendente com a diferença de que ao invés de ter-se a preocupação com a integridade da mercadoria, qualquer que seja sua origem, a tem-se apenas com os bens produzidos por uma firma particular. (Tradução nossa).

<sup>92</sup>SRAFFA, Piero. **The Laws of Returns under Competitive Conditions**. 1926.

<sup>93</sup>Ponto de vista...dos economistas clássicos d Adam Smith até Ricardo. (Tradução nossa).

<sup>94</sup>Tais termos clássicos como ‘preço necessário’, ‘preço natural’, ou ‘preço de produção’ encontram guarida, mas somente ‘valor’ e ‘preço’ foram preferidos por serem termos mais curtos no presente contexto (o qual não contém referência a preços de mercado) sem maiores ambiguidades. (Tradução nossa).



implícita no sistema de produção dado é analisada parcialmente em termos formais: é um sistema de equações que prova ser apropriado em seu contexto. Subsequentemente, Sraffa volta ao problema de qual sistema de produção será adotado a partir de um conjunto de sistemas alternativos, ou seja, tem-se o problema da escolha da técnica. Assim, o que antes era tomado como ‘dado’, agora é ‘incógnito’. Sraffa presume que a escolha entre técnicas alternativas será realizada exclusivamente baseada no preço mais baixo. Como observam Kurz e Salvadori, Sraffa está preocupado em determinar um sistema de produção minimizador de custos. Ao comparar diferentes métodos de produção que produzem o mesmo bem, o fenômeno dos custos extras e dos lucros extras fazem sua aparição. Embora Sraffa, segundo os estudos de Kurz e Salvadori, não forneça uma formalização deste argumento, é claro que neste contexto, inequações são mais apropriadas do que seriam equações. (KURZ; SALVADORI, 1995).

A premissa básica da qual parte Sraffa é de que mercadorias são produzidas por meio de mercadorias. Isto o conduz ao conceito de excedente, de distinção entre produtos básicos e não-básicos e a presunção de que existe no mínimo uma mercadoria básica. (KURZ; SALVADORI, 1995).

O principal objetivo do capítulo III de seu livro é fornecer uma sondagem preliminar dos consequentes movimentos de preços após mudanças na distribuição assumindo que os métodos de produção continuam os mesmos. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Sraffa conclui essa sondagem preliminar dizendo que:

the relative price-movements of two products to depend, not only on the ‘proportions’ of labour to means of production by which they are respectively produced, but also on the ‘proportions’ by which those means have themselves been produced, and also on the ‘proportions’ by which the means of production of those means of production have been produced, and so on. The result is that the relative prices of two products may move...in the opposite direction to what we might have expected on the basis of their respective ‘proportions’, besides the prices of their respective means of production may move in such a way as to reverse the order of the two products as to higher and lower proportions; and further complications arise, which will be considered subsequently.<sup>95</sup> (SRAFFA 1926 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>96</sup>

---

<sup>95</sup>[...]o movimento dos preços relativos de dois produtos dependem não somente das proporções do trabalho em relação aos meios de produção pelos quais são respectivamente produzidos, mas também das ‘proporções’ pelos quais aqueles meios de produção têm eles mesmos sido produzidos, e também das proporções pelos quais os meios de produção daqueles meios de produção têm sido produzidos e assim por diante. O resultado é que o preço relativo de dois produtos pode se mover... em direções opostas as quais nós poderíamos ter imaginado sobre as bases das suas respectivas ‘proporções’; enquanto, os preços de seus respectivos meios de produção podem se mover numa direção reversa à ordem dos dois produtos como também em maior e menor proporções; e além disso complicações surgem as quais serão consideradas subsequentemente. (Tradução nossa).

<sup>96</sup>SRAFFA, Piero. **The Laws of Returns under Competitive Conditions**. 1926.

A análise completa dos movimentos dos preços no caso da produção simples é fornecida no capítulo VI. Este capítulo também contém o bem conhecido exemplo do ‘vinho velho’ e do ‘baú de carvalho’ indicando que a diferença entre os preços de duas mercadorias pode ser positiva ou negativa de acordo com a distribuição de renda. A análise é significativamente simplificada pelo uso da ‘mercadoria padrão’ como *numeraire*. De fato, os capítulos IV e V do livro de Sraffa são devotados à introdução desta ferramenta de análise e ao estudo de suas propriedades. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Enquanto a Parte i do livro de Sraffa é devotada às indústrias de produto simples e capital circulante, a Parte ii lida com a joint production (capítulos VII a IX), capital fixo (capítulo X) e terra (capítulo XI). Finalmente, a Parte iii do livro de Sraffa é devotada ao problema da escolha da técnica. (KURZ; SALVADORI, 1995).

### **3.8.2 A questão da não suposição sobre retornos**

Conforme os estudos apurados dos economista Kurz e Salvadori, no Prefácio de *Production of Commodities*, Sraffa resalta que ele não introduziu qualquer presunção sobre retornos no livro, uma vez que não está preocupado com mudanças nem na produção em escala nem nas proporções nas quais os fatores de produção são empregados. Os efeitos destas trocas nos custos de produção foram centrais à sua crítica às funções de oferta de Marshall, em 1926. Uma comparação desta crítica com a *Production of Commodities* indica que em ambas a referência é essencialmente às mesmas determinantes dos retornos variáveis. Isto significa que a análise de Sraffa da relação entre quantidades produzidas e preços é executada basicamente em termos dos mesmos fatores. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Nas Partes I e II de *Production of Commodities*, Sraffa não deixa dúvidas de que ele tomou como dadas as quantidades produzidas de mercadorias e os processos operados. Isso é particularmente claro no capítulo XI devotado à terra e aos retornos decrescentes. A exposição sobre renda extensiva, renda intensiva e sobre o problema da multiplicidade de produtos agrícolas é, em algum sentido, conforme Kurz e Salvadori, complicado pelo fato de que as quantidades produzidas e os processos operados são considerados como dados. Quanto à maneira em que são apresentados os resultados, rendas não são reconhecidas como produto de um processo de retornos decrescentes. Além disso, é explicitamente afirmado que os resultados apresentados são de fato o

produto de um tal processo (de rendimentos decrescentes) e a conexão que existe ‘between the employment of two methods of producing corn on land of a single quality and a process of ‘intensive’ diminishing returns’<sup>97</sup> é completamente explicado. Essa conexão é considerada menos óbvia do que a conexão entre o emprego de  $n$  métodos de produção de milho sobre  $n$  diferentes qualidades de terra e um processo de retornos decrescentes ‘extensivo’ o qual é considerado ser prontamente reconhecido. (KURZ; SALVADORI, 1995).

A supra mencionada conexão é reportada nos seguintes dois parágrafos:

From this standpoint the existence side by side of two methods can be regarded as a phase in the course of a progressive increase of production on the land. The increase takes place through the gradual extension of the method that produces more corn at a higher unit cost, at the expense of the method that produces less. As soon as the former method has extended to the whole area, the rent rises to the point where a third method which produces still more corn at a still higher cost can be introduced to take the place of the method that has just been superseded. Thus, the stage is set for a new phase of increase of production through the gradual extension of the third method at the expense of the intermediate one. In this way the output may increase continuously, although the methods of production are changed spasmodically.

While the scarcity of land thus provides the background from which rent arises, the only evidence of this scarcity to be found in the process of production is the duality of methods: if there were no scarcity, only one method, the cheapest, would be used on the land and there could be no rent.<sup>98</sup> (SRAFFA 1960 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>99</sup>

Segundo Kurz e Salvadori (1995), esses parágrafos são os únicos no livro em que Sraffa, de fato, não considera os produto bruto em quantidades dadas. Mudanças nas quantidades, entretanto, não são necessárias pelo argumento de que elas são introduzidas somente por razões ‘didáticas’ para permitir ao leitor reconhecer a conexão entre a situação dada e o processo. Mas, ao mesmo tempo, o leitor não poderá evitar reconhecer o que segue:

---

<sup>97</sup>Entre o emprego de dois métodos de produção de milho na terra de uma só qualidade e o processo de retornos decrescentes ‘intensivo’. (Tradução nossa).

<sup>98</sup>A partir deste ponto de vista, a existência lado a lado de dois métodos de produção pode ser vista com uma fase no curso do progresso crescente da produção na terra. O crescimento toma lugar por meio da disseminação gradual do método que produz mais milho a um custo unitário maior às expensas de um método que produz menos. Tão logo o método novo tenha se estendido à toda a área, surge a renda no ponto onde o terceiro método que produz ainda mais milho a um custo ainda mais elevado possa ser introduzido para tomar o lugar do método recentemente deslocado. Assim, o palco está pronto para uma nova fase de crescimento da produção por meio da gradual extensão de um terceiro método às expensas daquele intermediário. Nesse sentido, o produto pode crescer continuamente, embora os métodos de produção sejam espasmodicamente mudados.

Enquanto a escassez de terras fornece as bases para o surgimento da renda, a única evidência de escassez a ser encontrada no processo é o da dualidade de métodos; se não houvesse escassez, somente um método, o mais barato, seria utilizado sobre a terra e não poderia haver renda. (Tradução nossa).

<sup>99</sup>SRAFFA, Piero. **Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a Critique of Economic Theory.** 1960

- a) o processo descrito está relacionado às mudanças na quantidade de um produto simples, às mudanças nos métodos de produção produzindo aquele produto;
- b) as mudanças nos métodos de produção mencionadas em (i) envolvem a mudança nos preços e, finalmente, uma mudança nos outros métodos de produção;
- c) quando um crescimento na produção usando terra tem lugar, todos os processos são assumidos como não mutáveis, isto é, retornos de escala seriam constantes se não houvesse escassez de terra.
- d) no processo descrito, as quantidades produzidas de todas as outras mercadorias usando uma ‘terra de qualidade simples’ são assumidas como imutáveis.

A observação (c) implica que o processo de retornos decrescentes é exatamente o mesmo que o apresentado por Sraffa em seu *paper* de 1925. (KURZ; SALVADORI, 1995).

No parecer de Kurz e Salvadori, ambas as análises, a de 1925 e a do livro publicado em 1960 constroem uma relação entre quantidades de um lado e de preços no outro. A análise de 1925 é uma análise de equilíbrio parcial e portanto lida somente com duas variáveis, isto é, a quantidade produzida de uma mercadoria simples e o preço desta mesma mercadoria. Em contrapartida, a análise de 1960 leva em conta mudanças, no mínimo, uma quantidade produzida e mudanças em todos os preços. A observação (d) acima capacita o leitor a ver a relação entre as quantidade de produto bruto e os preços (dada a taxa de lucro).

### 3.9 SRAFFA E VON NEUMANN

Os Professores Heinz Kurz e Neri Salvadori, neste ponto de seus estudos sobre a Teoria da Produção, resolveram empreender uma analogia sobre as obras de von Neumann e Piero Sraffa, alegando que tal comparação beneficiaria a ambos mutuamente. Começam a comparação pelo que chamaram de ‘conexão de Champernowne’ entre a análise de Sraffa de 1960 e aquela de von Neumann.

#### 3.9.1 A ‘conexão’ de Champernowne

No curso de sua investigação, Champernowne fez surgir vários conceitos, alguns dos quais são encontrados em Sraffa, tal como é o de ‘system production’ e que figura com relevo na obra do

economista italiano. Champernowne observa também que o papel de ‘worker-consumer’ do modelo de von Neumann pode ser comparado ao de ‘*farm animal*’, como, por exemplo, o de um cavalo que recebe o mínimo para sua subsistência: feno, estábulo, ração, e ‘trabalha’ na fazenda, como visto em Sraffa: “We have up to this point regarded wages as consisting of the necessary subsistence of the workers and thus entering the system on the same footing as the fuel for the engines or the feed for the cattle.”. (SRAFFA 1960 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>100</sup>

Segundo Kurz e Salvadori, Sraffa, muito mais do que von Neumann, inicia sua análise assumindo que os salários consistem da subsistência necessária dos trabalhadores, de acordo com o conceito de salários reais. Sraffa então observa que os salários podem incluir uma parte do excedente no presente momento. Isso, segundo os autores leva a uma complicação que é exposta por Sraffa:

The choice of the wage as the independent variable in the preliminary stages was due to its being there regarded as consisting of specified necessities determined by physiological or social conditions which are independent of prices or the rate of profits. But as soon as the possibility of variations in the division of the product is admitted, this consideration loses much of its force. And when the wage is to be regarded as ‘given’ in terms of a more or less abstract standard and does not acquire a definite meaning until the prices of commodities are determined, the position is reversed. The rate of profits, as a ratio, has a significance which is independent of any prices, and can well be ‘given’ before the prices are fixed...In the following sections the rate of profits will therefore be treated as the independent variable.<sup>101</sup> (SRAFFA 1960 apud KURZ; SALVADORI, 1995).

Dessa maneira, Kurz e Salvadori verificam, Sraffa - diferentemente de von Neumann, que assume o salário como subsistência do início ao fim - não exclui a possibilidade de preços relativos terem um impacto sobre o vetor de bens consumidos pelos trabalhadores. Todavia, como esta dependência do consumo dos trabalhadores sobre os preços e distribuição pode ser conceituada não é fornecido por Sraffa em seu livro.

---

<sup>100</sup> SRAFFA, Piero. **Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a Critique of Economique Theory.** 1960.

<sup>101</sup>A escolha do salário como variável independente no primeiro estágio (de análise) foi devido a ser visto como consistindo de determinadas necessidades específicas pelas condições psicológicas e sociais que são independentes dos preços ou da taxa de lucro. Mas tão logo as possibilidades de variações na divisão do produto seja admitida, esta consideração perde muito da sua força. E quando o salário é observado como ‘dado’ em termos de um padrão abstrato maior ou menor, e não requer um significado definido até que os preços das commodities sejam determinados, a posição é revertida. A taxa de lucro, como uma razão, tem um significado que é independente de quaisquer preços, e bem pode ser ‘dado’ antes dos preços serem fixados...Nas seções seguintes a taxa de lucro será, portanto, tratada como uma variável independente. (Tradução nossa).

Sobre a Teoria dos preços, Champernowne em seu comentário avança a ideia de uma ‘primeira’ e uma ‘segunda’ aproximação. Assim, fatores como uma mudança na demanda podem convenientemente ser tratados como um caso especial da teoria dos preços a ser introduzida numa ‘segunda aproximação e não, como é comum na economia tradicional, no centro da teoria. Sobre as influências básicas que determinam o equilíbrio de preços, o modelo de von Neumann fornece uma nova abordagem; nela, talvez pela primeira vez, haja uma autocontida teoria da determinação dos preços que ignora a segunda aproximação. Como Champernowne enfatiza, a ‘primeira aproximação’ de von Neumann é particularmente poderosa em relação aos bens intermediários. Em nota de rodapé, Champernowne acrescenta:

“And even in the case of final consumers’ goods, the prices...are largely to be explained by the technical conditions of production, rather than ‘marginal utility’”<sup>102</sup>, e segue-se entre colchetes um adendo interessante: “The exceptions being joint products, or commodities with largely increasing or decreasing cost.”<sup>103</sup> (CHAMPERNOWNE 1945 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>104</sup>

### 3.9.2 Comparação entre as análises de Sraffa e von Neumann

Afirmam os Professores Kurz e Salvadori em sua análise que, ao comparar von Neumann e Sraffa, algumas diferenças ‘saltam aos olhos’. (KURZ; SALVADORI, 2001) Todavia, segundo eles, essa importância não deve ser superestimada. Exemplificativamente, von Neumann assume em sua teoria retornos constantes de escala. Sraffa, por outro lado, enfatiza que em sua análise ‘tal hipótese não é feita’; contudo, ele acrescenta: ‘if such a supposition is found helpful, there is no harm in the reader’s adopting it as a temporary working hypothesis’ (SRAFFA 1960 apud KURZ; SALVADORI, 1995)<sup>105</sup>. As diferentes abordagens sobre as questões de retorno seguem amplamente da diferença de perspectiva: enquanto von Neumann está preocupado com um sistema econômico uniformemente crescente e, logo, necessita desta hipótese; a investigação de Sraffa ‘está preocupada exclusivamente com as propriedades de um sistema econômico que não dependa das

<sup>102</sup>E ainda no caso dos bens finais de consumo, os preços...são amplamente explicados pelas condições técnicas de produção mais do que pela ‘utilidade marginal’. (Tradução nossa).

<sup>103</sup>Exceções feitas aos produtos de produção conjunta ou às mercadorias com amplo crescimento ou decréscimo dos custos. (Tradução nossa).

<sup>104</sup>CHAMPERNOWNE, D. .G. A Note of J. v. Neumann’s Article on ‘A Model of Economic Equilibrium’. 1945.

<sup>105</sup>SRAFFA, Piero. **Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a Critique of Economical Theory.** 1960.

mudanças na escala de produção. (SRAFFA 1960 apud KURZ; SALVADORI, 1995)<sup>106</sup>. Desse modo, diferentemente de von Neumann, Sraffa na maior parte do seu trabalho, de acordo com Kurz e Salvadori, não especifica se o excedente gerado na economia é acumulado, ou seja, não há hipótese sobre o comportamento de poupança ou investimento em seu livro, Ainda, de acordo com os autores, não há nada na abordagem de Sraffa que a princípio impeça a adoção de retornos de escala em combinação com a suposição ligadas a poupança e investimento de von Neumann como hipótese de trabalho. (KURZ; SALVADORI, 1995).

A mesma situação se repete, afirmam os autores, no que diz respeito à premissa de von Neumann sobre os salários de subsistência. Sabe-se que Sraffa em princípio adotou esta suposição para tempos depois desfazer-se dela. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Assim, segundo Kurz e Salvadori, em relação aos aspectos abordados, as análises de Sraffa e von Neumann parecem ser perfeitamente compatíveis uma com a outra. A diferença entre os dois parece ser mais a seguinte: enquanto von Neumann em todo o seu *paper* mantém hipóteses simplificadas e apenas mencionadas, Sraffa deixa isso claro, algumas vezes implicitamente, de que cada uma delas (hipóteses) bem como suas combinações, são aplicáveis a casos particulares somente, enquanto outros casos que são de interesse dos economistas não podem ser contemplados. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Outra diferença, segundo Kurz e Salvadori, diz respeito à completude dos detalhes com os quais certos fenômenos são expostos. O argumento de Sraffa é corretamente chamado de ‘terso’, ou seja, conciso, claro e limpo. No entanto, nesse sentido, não há paralelo com von Neumann. Exemplificativamente, enquanto von Neumann se contenta com a insinuação de que o método de *joint production* é capaz de lidar com instrumentos de produção duráveis, Sraffa devota um capítulo inteiro ao tratamento do capital fixo empregado neste método.

Contudo, algumas questões parecem ainda indicar diferenças entre as duas análises:

- a) enquanto von Neumann assume a Lei dos Bens Livres, em Sraffa esta regra não é sequer mencionada;
- b) em contraposição a von Neumann, Sraffa formula sua análise de *joint production* em termos de equações mais do que de inequações e assume ‘that the number of independent processes in the system [is] equal to the number of commodities produced’.

---

<sup>106</sup> Idem.

Mais alguns comentários de Kurz e Salvadori ajudam a esclarecer algumas questões sobre as diferenças analíticas de ambos os investigadores – Sraffa e von Neumann.

De acordo com os professores, a Sraffa importava primeiramente analisar as propriedades matemáticas de dado sistema de produção, e apenas subsequentemente proceder à exposição dos problemas econômicos, o que se chama de abordagem indireta; por outro lado, von Neumann não se preocupava com a investigação das propriedades matemáticas do sistema e sim de enfrentar o problema da escolha da técnica entre todas as alternativas disponíveis. Esta abordagem é conhecida como direta. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Como é bem sabido, esclarecem Kurz e Salvadori, nos casos que envolvem produção simples ou naqueles outros envolvendo capital fixo, as duas abordagens produzem exatamente os mesmos resultados (KURZ; SALVADORI, 1995).

De acordo com os autores, a abordagem indireta ao tratar da *joint production* pode ser elaborada de tal forma que replique os resultados obtidos pela abordagem direta ainda que em termos de conveniência analítica seja inferior. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Kurz e Salvadori entendem, por fim, que as análises de Sraffa e von Neumann não contêm entre si diferenças fundamentais.

### 3.10 CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Pode-se perceber, neste capítulo, o esforço feito pelos professores Heinz-Dieter Kurz e Neri Salvadori de buscar na formulação matemática, ou seja, na modelagem do processo produtivo do sistema econômico, um embasamento científico que dê sustentação à unificação do pensamento dos economistas e matemáticos abordados e percebidos como pertencentes à Escola Clássica da Economia.

Vê-se, também, a importância da modelagem matemática mesmo daqueles economistas que não redigiram seus trabalhos em termos de equações ou inequações ou o fizeram de forma incipiente por outros matemáticos que os resolveram estudar.

Assim, verifica-se a importância deste tipo de tratamento científico nesta ciência social e que ocorre já desde seu nascedouro com a Economia Clássica não tão reconhecida por este caráter como de fato acontece com a Economia Neoclássica.



Por fim, ressalte-se a importância deste modo de tratamento do objeto econômico tendo em vista o interesse de verificar a possibilidade de utilização do método de análise de longo-prazo para o estudo dos problemas econômicos advindos do uso de recursos exauríveis os quais, por definição, apresentam-se como findáveis.

## 4 OS LIMITES DO MÉTODO ANALÍTICO DE LONGO-PRAZO

Finalmente, após ver-se o nascimento e o desenvolvimento das ideias clássicas da economia e seu método de análise de posições de longo-prazo, ver-se-á agora os problemas mais modernos com os quais se defronta o pensamento clássico e suas dificuldades face à elaboração de modelos que considerem o avançado desenvolvimento industrial e os problemas correlatos de extração dos recursos naturais e devolução de dejetos ao meio-ambiente que impactam o processo econômico.

### 4.1 INTRODUÇÃO

Como afirmam Kurz e Salvadori, a análise de longo-prazo preocupa-se exclusivamente com o problema da existência de posições de longo período do sistema econômico caracterizado pelo preço das mercadorias obtidas como produção ao fim do período de produção, sendo semelhante ao que ocorre com os preços das mercadorias usadas como input (insumos) ao início do período. Os professores sustentam que para exibir tais propriedades, um sistema econômico deve preencher certos requisitos tais como a inovação técnica ser deixada de lado e, na presença de retornos não constantes de escala o sistema necessita ser estacionário. De outra forma, dizem eles, os preços relativos têm de mudar. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Os professores Kurz e Salvadori em uma de suas obras mais importante, *Theory of Production*, advertem sobre quatro casos importantes em que a análise de longo-prazo, intrínseca à Economia Clássica, tem problemas analíticos no que tange aos problemas dos contextos em que os preços devem variar ao longo do tempo. (KURZ; SALVADORI, 1995).

O primeiro destes contextos é o que trata da existência - ou falta desta – de uma posição de longo-prazo nos quais alguns dos bens não básicos não podem ser reproduzidos dado o nível da taxa geral de lucro. Para analisar este problema, os estudiosos irão empreender uma análise parcial de curto-prazo para as produções destes produtos, mantendo a hipótese de que no longo-prazo, todos os outros bens buscam seus preços de longo-prazo. (KURZ; SALVADORI, 1995).

O segundo problema analisado por Kurz e Salvadori é o das máquinas usadas que se tornam obsoletas. A análise, novamente, segue como uma análise parcial. Aqui, os professores notam que existem máquinas que no passado devem ter estado trabalhando e que, com o passar do tempo, são substituídas por haverem sido suplantadas (ou por nova tecnologia ou por depreciação física

causada pelo tempo). Há, neste ínterim, um elemento de escassez. Aqui, novamente, a análise irá considerar todos os outros preços, com exceção dos preços da maquinaria obsoleta, como estando no seu nível de longo-prazo. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Kurz e Salvadori acham importante fazer uma ressalva antes de seguir para os próximos contextos problemáticos.

Afirmam eles:

Much of the conventional economic analysis and with few exceptions the analysis contained in the preceding chapters of this book, too, is based on the twin assumptions of the free gifts of nature and the free disposal of wastes. Accordingly, the environment is envisaged as being simultaneously a horn of plenty and a bottomless sink.<sup>107</sup> (KURZ; SALVADORI, 1997).

O terceiro contexto, então, diz respeito aos recursos renováveis. Aqui, Kurz e Salvadori identificam a existência de recursos renováveis exauríveis e não exauríveis. Os classificados como exauríveis são aqueles que, embora renováveis por natureza, podem sofrer depleção irreversível tais como derrubada de floresta e supressão de populações de peixes e pássaros. Claro que tais supressões podem se dar por atividade humana direta (derrubadas de florestas, caça e pesca), por atividade humana indireta (poluição do ar, da água, etc.) ou mesmo, por ação da natureza. Neste ponto, Kurz e Salvadori alertam que para todos os efeitos, a energia geotérmica e a solar são consideradas como recursos não exauríveis. A fim de simplificar a análise, os autores afirmam que considerarão como não básicos os recursos que podem ser renovados artificialmente. De novo, para estudar tal condição, é empreendida uma análise parcial do problema.

Finalmente, Kurz e Salvadori expõem a questão dos recursos exauríveis - '*exhaustible resources*'. Segundo eles, são o caso *borderline* em que estes recursos 'renováveis' não o são em uma escala que importe para o homem, como é o caso, por exemplo, do petróleo e do gás. Advertem os autores que, em muitos casos, estes são insumos importantes para a produção de energia a qual é insumo básico ao processo de produção. Comentam também os autores que a possibilidade de reciclagem destes recursos existe, porém, ela é limitada. A análise empreendida agora o é em termos de um modelo baseado em um conjunto de fortes presunções das quais a mais importante talvez

---

<sup>107</sup>Muito da análise econômica convencional e, com algumas exceções, a análise contida nos capítulos precedentes deste livro, também, é baseada nas hipóteses gêmeas dos bens livres da natureza e na livre eliminação dos detritos. De acordo com essas hipóteses, o meio ambiente é visto como um corno de fartura e um saco sem fundo simultaneamente. (Tradução nossa).

seja a definitiva tecnologia de ‘não-retorno’ (*backstop technology*), baseada no uso exclusivo da energia solar. Colocando de lado o progresso tecnológico e a descoberta de novos recursos naturais, espera-se que a economia convirja gradualmente para um sistema de produção no qual a energia solar seja empregada exclusivamente uma vez que todos os recursos naturais exauríveis tenham já sido usados: isto seria um sistema de última posição. (KURZ; SALVADORI, 1995) Os autores afirmam que embora essa seja a regra geral, existem exceções que são demonstradas em seu trabalho.

Antes de empreender à tratativa dos assuntos acima referidos, os professores alertam para o fato de que nos casos tratados nos quais a mudança de preços é obrigatória com o passar do tempo e os agentes econômicos são conscientes disso, as questões relativas às expectativas destes agentes não podem ser evitadas. Tal fato, segundo Kurz e Salvadori, acarreta problemas formidáveis à economia. A presunção de perfeita previsão, isto é, perfeita informação por parte dos agentes de todo o tempo futuro do mundo, tratada na teoria do equilíbrio intertemporal, simplesmente escapa da questão. Por outro lado, a introdução de expectativas envolve o perigo de destituir a análise de bases sólidas; dependendo da hipótese particular de como as expectativas afetam as ações dos agentes, ‘qualquer coisa’ pode aparecer como ‘conclusão inevitável’.

Concluem os autores que, enquanto pode se admitir que os casos tratados parecem indicar que dificilmente haverá uma conjunção de fatores que dê surgimento a preços estáticos e distribuição invariante de renda, pode-se argumentar que em muitos casos os fatores que afetam os preços relativos e a distribuição de renda irão mudando muito lentamente com o passar do tempo. Assim, afirmam Kurz e Salvadori, o método de longo-prazo pode ser defendido com base na sua aplicabilidade, como uma primeira aproximação, nos casos em que essas mudanças se deem de forma suficientemente lenta e gradual. Além disso, dado o insatisfatório estado do teorizar econômico quando as premissas postas não são encontradas, o método de longo-prazo parece ser o único aceitável disponível no presente.

O trabalho segue com a apreciação dos problemas trazidos ao método de longo-prazo pela constatação do emprego de recursos exauríveis no processo econômico. Os outros itens – objetos de análise dos autores – não serão tratados nesta monografia.

## 4.2 RECURSOS EXAURÍVEIS

Recursos renováveis podem ser exauridos no sentido de que podem ser usados completamente (ou consumidos pela destruição do seu meio ambiente). Contudo, quando os autores Kurz e Salvadori abordam recursos exauríveis se referem a recursos que são disponíveis em estoques dados.. Esses estoques podem ser exauridos (completamente consumidos) e de fato o são com o passar do tempo quando sua riqueza é removida para alguma produção (ou consumo) proposta. Eles não podem, entretanto, crescer. Uma característica básica dos recursos exauríveis é que sua taxa natural de crescimento é zero (ou muito próximo de zero). Exemplos deste tipo de recurso são os combustíveis fósseis como o petróleo. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Kurz e Salvadori propõem um modelo de produção que contemple estes recursos, mas, advertem que tal modelo não pode ver transferidas todas as hipóteses até então estudadas pela análise de longo-prazo. Isso diz respeito, em particular, à estabilidade dos preços e ao salário real, dada a taxa de lucro e a proporção nos quais as mercadorias são produzidas. Os economistas advertem também que procurarão modificar a teoria apenas na medida em que seja indispensável à explicação do fenômeno. Num segundo passo, Kurz e Salvadori trabalham o modelo em termos matemáticos. (KURZ; SALVADORI, 1995).

## 4.3 O MODELO

Esclarecem os economistas em pauta que, se um recurso exaurível não entra na produção de uma mercadoria, nós poderíamos estudar sua precificação com o passar do tempo. Afirmam ainda que muitos recursos exauríveis são fontes de energia, as quais são necessárias como input em todos os tipos de processos de produção. Assim, não se pode sensatamente alegar que recursos exauríveis não entram na produção de outras mercadorias. Kurz e Salvadori afirmam que não está no escopo do seu trabalho uma análise detalhada dos recursos exauríveis e, portanto, a investigação dos economistas permitirá apenas a introdução de alguns problemas envolvidos no trato com este tipo de recursos. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Os argumentos fornecidos pelos autores para o tratamento das questões em tela são os seguintes.

- a) Existem depósitos de substâncias as quais entram na produção de algumas mercadorias, mas não podem ser produzidas; as quantidades destas substâncias, as quais têm sido utilizadas, não podem ser reutilizadas jamais. Essas substâncias serão chamadas de recursos exauríveis. Convencionou-se que cada depósito contém apenas um recurso e que cada recurso está em apenas um depósito. Além disso,  $s$  será também o número de recursos: depósitos do mesmo 'recurso' são tratados como depósitos de recursos exauríveis diferentes, e graus diferentes do mesmo recurso são tratados como se fossem recursos exauríveis diferentes. Cada recurso está disponível em qualidade homogênea e numa quantidade sabida perfeitamente no tempo '0'. Assim, descobertas de novos depósitos (ou recursos) estão excluídas do estudo.
- b) Inovações em extração ou de uso do recurso estão também excluídas.
- c) Todos os recursos exauríveis são propriedade privada.
- d) Cada um destes recursos fornece direta ou indiretamente o mesmo serviço (unidades térmicas de energia), que podem, contudo, ser também produzidas por energia solar, cuja fonte energética não corre o risco de exaustão em um quadro de tempo relevante.
- e) As mercadorias requeridas anualmente para consumo são definidas pelo vetor  $d$ , o qual, por simplicidade, assume-se como dado e constante no tempo, isto é, independentemente dos preços e quantidades, incluindo as quantidades de recursos exauríveis que sobraram. Assume-se também que o vetor  $d$  é suficientemente pequeno para que possa sempre ser produzido pelo uso de uma das técnicas disponíveis [já existentes], (em particular, é possível produzir o vetor  $d$  sem o uso de recursos exauríveis.).

Kurz e Salvadori aqui explicam que os proprietários dos recursos naturais escassos não vendem sua quantidade inteira aos preços correntes, de uma só vez, para investir a receita em uma indústria onde a taxa de lucro normal pode ser obtida. Em outras palavras, nos dizem os economistas, a reserva de bens naturais, a qual pode ser considerada uma 'indústria de conservação' não pode ser operada se não paga "royalty" ao proprietário do recurso. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Em condições competitivas, o tamanho do royalty precisa ser tal que a taxa de lucro vigente seja ganha pelo negócio. Como consequência, recursos naturais devem ser avaliados ao longo do tempo, isto significa, seus preços devem subir com o passar do tempo e, além disso, todos os preços devem subir. Isso acontece sem que seja preciso advertir que no presente caso uma posição de

longo-prazo, estritamente definida, pode ser alcançada somente após todos os recursos usados na produção terem de fato sido exauridos.

Segundo Kurz e Salvadori (1995), isso, no entanto, levaria a uma restrição do conceito de longo-prazo conduzindo-o a uma classe de conceitos ‘evanescentes’. Neste contexto, portanto, é necessário, segundo dos autores, perceber que ocorrerá mudança de preços no correr do tempo. Entretanto, asseguram os autores, essa carga de mudanças é pequena entre dois períodos de tempo que venham a ser considerados de modo que pode-se negligenciar, num primeiro estágio, esta mudança. Esse artifício é útil, segundo Kurz e Salvadori, mas o modelo tratará das mudanças de preços e quantidades.

O modelo a ser apresentado, portanto, deverá determinar um caminho econômico a partir de um tempo ‘0’ ao tempo  $\tau$ , quando as quantidades das mercadorias produzidas na economia são o que se pode chamar de um ‘ultra’ ou ‘última’ posição de longo período quando todos os recursos exauríveis foram de fato consumidos. O argumento, conforme Kurz e Salvadori, será desenvolvido sob a assunção de que uma taxa de lucro uniforme e constante é obtida em cada atividade produtiva.

Antes da introdução ao modelo, alguns outros pressupostos são estabelecidos: as quantidades de recursos exauríveis são conhecidas com certeza;

Assume-se que  $n$  diferentes mercadorias são produzidas na economia. Um processo ou método de produção é definido por uma quádrupla  $(a, b, c, l)$  em que  $\mathbf{a} \in R^n$  é o vetor de input,  $\mathbf{b} \in R^n$  é o vetor de output,  $\mathbf{c} \in R^n$  é o vetor dos recursos exauríveis, e  $l$  é o input de trabalho, um escalar. É claro que  $\mathbf{a} \geq \mathbf{b} \geq \mathbf{c} \geq l \geq 0$ .

Assume-se que há  $m$  processos. Eles são definidos por quadrupletes:

$$(\mathbf{a}_j, \mathbf{b}_j, \mathbf{c}_j, l_j), \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Então, definem-se quatro matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  e o vetor  $\mathbf{l}$  como se segue:

Figura 1 – Matrizes A, B, C e l

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1^T \\ \mathbf{a}_2^T \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{a}_m^T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1^T \\ \mathbf{b}_2^T \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{b}_m^T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_1^T \\ \mathbf{c}_2^T \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{c}_m^T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{l} = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ l_m \end{pmatrix}$$

Fonte: KURZ; SALVADORI, 1995

De acordo com a situação que está em análise, advertem Kurz e Salvadori, que não é a do longo período, os preços sofrerão mudanças no correr do tempo. Para simplificar a notação, então,  $\mathbf{p}_t$  será o vetor de preços em termos de unidade de trabalho comandado disponível só tempo  $t \in N_0$ , seja  $\mathbf{y}_t$  o vetor de preços em termos de unidades de trabalho comandado de recursos exauríveis disponível ao tempo  $t \in N_0$ , deixe-se  $\mathbf{x}_t$  ser a intensidade de operação do processo ao tempo  $t \in N_0$  e deixe-se  $\mathbf{z}_t$  ser o vetor de quantidades dos recursos exauríveis disponíveis ao tempo  $t \in N_0$ . Em acréscimo,, assumir-se-á que a taxa de lucro é dada e constante. Então, as seguintes equações e inequações são satisfeitas parra cada  $t \in N_0$ .

Figura 2: Sistema de Equações e Inequações

$$\mathbf{B}\mathbf{p}_{t+1} \leq (1 + r_t)(\mathbf{A}\mathbf{p}_t + \mathbf{C}\mathbf{y}_t) + w_{t+1}\mathbf{l} \quad (1a)$$

$$\mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{B}\mathbf{p}_{t+1} = \mathbf{x}_{t+1}^T [(1 + r_t)(\mathbf{A}\mathbf{p}_t + \mathbf{C}\mathbf{y}_t) + w_{t+1}\mathbf{l}] \quad (1b)$$

$$\mathbf{y}_{t+1} \leq (1 + r_t)\mathbf{y}_t \quad (1c)$$

$$\mathbf{z}_{t+1}^T \mathbf{y}_{t+1} = (1 + r_t)\mathbf{z}_{t+1}^T \mathbf{y}_t \quad (1d)$$

$$\mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{B} \geq \mathbf{x}_{t+2}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T \quad (1e)$$

$$\mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{B}\mathbf{p}_{t+1} = (\mathbf{x}_{t+2}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T)\mathbf{p}_{t+1} \quad (1f)$$

$$\mathbf{z}_t^T \geq \mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_{t+1}^T \quad (1g)$$

$$\mathbf{z}_t^T \mathbf{y}_t = (\mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_{t+1}^T)\mathbf{y}_t \quad (1h)$$

$$w_{t+1} > 0, \quad \mathbf{p}_t \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{y}_t \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{z}_t \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}_{t+1} \geq \mathbf{0} \quad (1i)$$

Fonte: KURZ; SALVADORI, 1996



A inequação (1a) significa que ninguém poderá obter lucro extra ao produzir mercadorias disponíveis ao tempo  $t + 1$ . A equação (1b) implica, em razão da equação (1a) e (1i), que as mercadorias disponíveis no tempo  $t + 1$  serão produzidas somente se a regra da taxa de lucro é alcançada. A inequação (1c) significa que ninguém pode obter lucro extra estocando recursos exauríveis do tempo  $t$  ao  $t+1$ . A equação (1d) significa que, por causa das desigualdades (1c) e (1i), que os recursos exauríveis serão estocados do tempo  $t$  ao  $t+1$  somente se a regra da taxa de lucro for alcançada pela atividade de estocagem. A desigualdade (1e) significa que as quantidades de mercadorias produzidas não são menores do que as quantidades de mercadorias demandadas, e a equação (1f) implica que se uma quantidade é maior do que a demanda efetiva, então o preço é zero ('Regra dos bens livres'). A inequação (1g) implica que as quantidades de recursos exauríveis disponíveis ao tempo  $t$  não são menores do que as quantidades dos recursos exauríveis utilizadas para produzir as mercadorias disponíveis ao tempo  $t+1$ , e a equação (1h) implica que se uma quantidade é maior, então o preço daquele recurso exaurível é zero. O significado das desigualdades (1i), segundo os autores é óbvio. (KURZ; SALVADORI, 2006).

Assumiu-se, também, que a taxa salarial nominal é constante no correr do tempo e serve como numerário, isto é:

$$\mathbf{w}_t = \mathbf{1} \quad (t \in N) \quad (1j)$$

Isso implica, é claro, que se os preços estão mudando no tempo, então o salário real, isto é, as quantidades de mercadorias as quais o trabalhador pode adquirir, está mudando também.

O modelo (1j) não está ainda completo, uma vez que algumas condições iniciais são necessárias. Uma primeira e óbvia, conforme os autores, é que as quantidades de recursos exauríveis ao tempo '0' são dadas, isto é:

$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{z} \quad (1k)$$

A segunda condição inicial será a de que as quantidades de mercadorias disponíveis ao tempo '0' são dadas, o que é menos óbvio, segundo os autores. Isto pode ser afirmado como:

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{v}, \quad (1l)$$

em que o  $v$  é um vetor dado maior do que  $d$ .

As premissa (iv) e (v) implicam que existem vetores  $x$  e  $p$  tais que:

Figura 3 : Vetores  $x$  e  $p$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T(\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}}) &\geq \mathbf{d}^T \\ \mathbf{x}^T(\bar{\mathbf{B}} - \bar{\mathbf{A}})\mathbf{p} &= \mathbf{d}^T\mathbf{p} \\ \bar{\mathbf{B}}\mathbf{p} &\leq (1 + r)\bar{\mathbf{A}}\mathbf{p} + \bar{\mathbf{I}} \\ \mathbf{x}^T\bar{\mathbf{B}}\mathbf{p} &= \mathbf{x}^T[(1 + r)\bar{\mathbf{A}}\mathbf{p} + \bar{\mathbf{I}}] \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{p} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

Fonte: KURZ; SALVADORI, 1995

Os autores referir-se-ão ao processo operado na intensidade do vetor  $x$  como o *processo de longo-prazo*. Os outros processo não são de longo-prazo.

Segundo os economistas Kurz e Salvadori, parece haver somente três padrões de desenvolvimento das quantidades na economia que são sujeitas às premissas acima.

No primeiro padrão, o sistema opera seu processo de longo-prazo a partir do início. Esse seria o caso se o sistema de produção usando a energia solar fosse um sistema minimizador de custo, dada a taxa de lucro. Então, nenhum dos recursos exauríveis seria jamais usado.

No segundo padrão, o sistema começa gradualmente usando alguns dos recursos exauríveis até o ponto em que o uso da energia solar prova ser menos custosa do que qualquer outro tipo de recurso remanescente.

Finalmente, o terceiro padrão seria o que trata da possibilidade do uso total dos recursos exauríveis, o de sua completa depleção sobre a face da terra. Contudo, segundo os autores, em termos de exemplos simples, há outras possibilidades para serem analisadas no presente quadro.

Obviamente, nós não podemos saber com antecedência o  $\tau$  ao qual as quantidades de mercadorias produzidas na economia estarão em sua última posição. Pode-se, todavia, conjecturar que no período  $T$  este será o caso, qual seja,  $T \geq \tau$ . Sob esta premissa, pode-se estudar os caminhos dos preços e das quantidades do tempo '0' ao tempo  $T$ . Depois de se haver realizado a análise, está-se agora em condições de estimar se a hipótese de  $T \geq \tau$  se confirma. A conjectura é confirmada se

não há processo de não-longo-prazo o qual, se operado, com os recursos disponíveis no tempo  $T$ , paga lucros extras aos preços  $\mathbf{y}_t, \mathbf{p}_t, \mathbf{y}_{t+1}, \mathbf{p}_{t+1}$ , em que  $\mathbf{p}_t$  são os preços em curso no período  $T$  como determinado pelas análises  $\mathbf{y}_{t+1} = (1+r)\mathbf{y}_t$ ,  $\mathbf{B}\mathbf{p}_{t+1} = \hat{\mathbf{I}} + (1+r)\hat{\mathbf{A}}\mathbf{p}_t$ , e  $(\hat{\mathbf{A}}, \mathbf{B}, \mathbf{0}, \hat{\mathbf{I}})$  são os processos de longo-prazo. Segundo o mecanismo, descobre-se que a conjectura é falsa, simplesmente se perfaz o exercício para um  $T$  maior. Os autores não realizaram nenhuma tentativa para provar que o algoritmo de fato converge. Para preparar as condições básicas para as comprovações, as seguintes considerações são úteis.

Assumindo-se que  $T \geq \tau$ , o sistema pode ser escrito da seguinte maneira, em que  $0 \leq t \leq T$

Figura 4: Sistema 2 de Equações e Inequações

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}\mathbf{p}_{t+1} &\leq (1+r)(\mathbf{A}\mathbf{p}_t + \mathbf{C}\mathbf{y}_t) + \mathbf{1}, & 0 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{B}\mathbf{p}_{t+1} &= \mathbf{x}_{t+1}^T [(1+r)(\mathbf{A}\mathbf{p}_t + \mathbf{C}\mathbf{y}_t) + \mathbf{1}], & 0 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{y}_{t+1} &\leq (1+r)\mathbf{y}_t, & 0 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{z}_{t+1}^T \mathbf{y}_{t+1} &= (1+r)\mathbf{z}_{t+1}^T \mathbf{y}_t, & 0 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{v}^T &\geq \mathbf{x}_1^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T \\
 \mathbf{v}^T \mathbf{p}_0 &= (\mathbf{x}_1^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T) \mathbf{p}_0 \\
 \mathbf{x}_t^T \mathbf{B} &\geq \mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T, & 1 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{x}_t^T \mathbf{B}\mathbf{p}_t &= (\mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T) \mathbf{p}_t, & 1 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{x}_\theta^T \mathbf{B} &\geq \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T \\
 \mathbf{x}_\theta^T \mathbf{B}\mathbf{p}_\theta &= (\bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T) \mathbf{p}_\theta \\
 \bar{\mathbf{z}}^T &\geq \mathbf{x}_1^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_1^T \\
 \bar{\mathbf{z}}^T \mathbf{y}_0 &= (\mathbf{x}_1^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_1^T) \mathbf{y}_0 \\
 \mathbf{z}_t^T &\geq \mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_{t+1}^T, & 1 \leq t \\
 \mathbf{z}_t^T \mathbf{y}_t &= (\mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_{t+1}^T) \mathbf{y}_t, & 1 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{p}_t &\geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{y}_t \geq \mathbf{0}, & 0 \leq t \leq \theta \\
 \mathbf{z}_t &\geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}_t \geq \mathbf{0}, & 1 \leq t \leq \theta
 \end{aligned}$$

Fonte: KURZ; SALVADORI, 1996

O sistema acima pode ser considerado como consistente sob a hipótese de que  $\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{x}$ , isto é, sob a presunção de que no tempo  $t+1$ , os processos de backstop minimizadores de custo sejam operados e que sejam operados com intensidades de backstop minimizadoras de custo.

O sistema acima, além disso pode ser transformado num problema de programação linear. Isto é imediatamente visto quando os preços correntes ao tempo  $t$  são transformados em preços correntes ou preços descontados, ou seja, os preços ao tempo '0' das mercadorias ou recursos disponíveis ao tempo  $t$ .

Tem-se, então:

$$\hat{\mathbf{p}}_t = (1 + r)^{-t} \mathbf{p}_t$$

$$\hat{\mathbf{y}}_t = (1 + r)^{-t} \mathbf{y}_t$$

O uso de preços descontados ao invés de preços correntes é muito comum em análise intertemporal, afirmam Kurz e Salvadori. Este uso permite, por exemplo, a descrição dos processos por meios de vetores *netput* ao invés de pares de vetores input e vetores output. Os autores porém avisam que a descrição por vetores *netput* não é exequível para o método de análise do longo-prazo em razão de que os preços ao início e ao final do processo produtivo são iguais. Assim, os preços descontados ao início do período  $\hat{\mathbf{p}}_0$  é  $(1 + r)$  vezes os preços descontados ao final do período de produção. Em termos de preços descontados, o sistema acima pode ser representado como se segue:

Figura 5: Sistema com preços descontados

$$\mathbf{x}_\theta^T \mathbf{B} \geq \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T$$

$$\mathbf{x}_\theta^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{p}}_\theta = (\bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T) \hat{\mathbf{p}}_\theta$$

$$\bar{\mathbf{z}}^T \geq \mathbf{x}_1^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_1^T$$

$$\bar{\mathbf{z}}^T \hat{\mathbf{y}}_0 = (\mathbf{x}_1^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_1^T) \hat{\mathbf{y}}_0$$

$$\mathbf{z}_t^T \geq \mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_{t+1}^T, \quad 1 \leq t \leq \theta - 1$$

$$\mathbf{z}_t^T \hat{\mathbf{y}}_t = (\mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_{t+1}^T) \hat{\mathbf{y}}_t, \quad 1 \leq t \leq \theta - 1$$

$$\hat{\mathbf{p}}_t \geq \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{y}}_t \geq \mathbf{0}, \quad 0 \leq t \leq \theta$$

$$\mathbf{z}_t \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}_t \geq \mathbf{0}, \quad 0 \leq t \leq \theta$$

Fonte: KURZ; SALVADORI, 1996

Em virtude do teorema do equilíbrio da programação linear, o sistema acima é equivalente a cada um dos seguintes dois problemas de programação linear os quais são duais reciprocamente.

Primeiro, se expõe o problema primal:

Figura 6: Problema primal:

$$\min \sum_{t=1}^{\theta} (1 + r)^{-t} \mathbf{x}_t^T \mathbf{1}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}^T &\geq \mathbf{x}_1^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T \\
 \mathbf{x}_t^T \mathbf{B} &\geq \mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T, & 1 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{x}_\theta^T \mathbf{B} &\geq \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}^T \\
 \mathbf{x}^T &\geq \mathbf{x}_1^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_1^T \\
 \mathbf{z}_t^T &\geq \mathbf{x}_{t+1}^T \mathbf{C} + \mathbf{z}_{t+1}^T, & 1 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{z}_t &\geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}_t \geq \mathbf{0}, & 1 \leq t \leq \theta
 \end{aligned}$$

Fonte: KURZ; SALVADORI, 1996

Agora, chama-se o problema dual:

Figura 7: Problema dual:

$$\max \sum_{t=0}^{\theta} \mathbf{d}^T \hat{\mathbf{p}}_t + \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}}_\theta - \mathbf{v}^T \hat{\mathbf{p}}_0$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B} \hat{\mathbf{p}}_{t+1} &\leq \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}}_t + \mathbf{C} \hat{\mathbf{y}}_t + (1+r)^{-(1+t)} \mathbf{1}, & 0 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \hat{\mathbf{y}}_{t+1} &\leq \hat{\mathbf{y}}_t, & 0 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \hat{\mathbf{p}}_t &\geq \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{y}}_t \geq \mathbf{0}, & 0 \leq t \leq \theta
 \end{aligned}$$

Fonte: KURZ; SALVADORI, 1996

Os autores agora advertem que o dual pode também ser indicado sem qualquer referência aos preços descontados:

Figura 8: Problema dual sem referência a preços descontados:

$$\max \sum_{t=0}^{\theta} (1+r)^{-t} \mathbf{d}^T \mathbf{p}_t + (1+r)^{-\theta} \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{A} \mathbf{p}_\theta - \mathbf{v}^T \mathbf{p}_0$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B} \mathbf{p}_{t+1} &\leq (1+r)(\mathbf{A} \mathbf{p}_t + \mathbf{C} \mathbf{y}_t) + \mathbf{1}, & 0 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{y}_{t+1} &\leq (1+r) \mathbf{y}_t, & 0 \leq t \leq \theta - 1 \\
 \mathbf{p}_t &\geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{y}_t \geq \mathbf{0}, & 0 \leq t \leq \theta
 \end{aligned}$$

Fonte: KURZ; SALVADORI, 1995

Kurz e Salvadori, então, avançam o seguinte::

**Proposição:** O sistema tem solução para  $T = T'$  se e somente se o seguinte pressuposto se sustenta.

**Pressuposto:** Há duas sequências finitas  $\mathbf{x}_t$  e  $\mathbf{z}_t$  ( $t = 1, 2, \dots, T'$ ) tal que o sistema se sustenta.

**Prova:** Por causa das duas sequências finitas  $p_t = 0$  e  $y_t = 0$  ( $t = 0, 1, \dots, T'$ ) são soluções factíveis ao dual, ambos o primal e o dual têm soluções ótimas se e somente se a solução do primal for factível, por causa do Teorema da dualidade da Programação Linear.

#### 4.4 CONSIDERAÇÕES HISTÓRICAS SOBRE OS RECURSOS NÃO RENOVÁVEIS

Kurz e Salvadori, após todo o estudo teórico e as considerações feitas sobre a implicação da existência de recursos não renováveis e exauríveis no processo econômico, referem-se ao pano de fundo histórico em relação a essa situação problemática, com menção aos principais pensadores econômicos clássicos que levaram em consideração de uma ou outra maneira as dificuldades impostas pelas restrições relativas ou absolutas no sistema de produção.

Afirmam Kurz e Salvadori que a existência de recursos renováveis e exauríveis que constroem a atividade produtiva humana e o crescimento econômico foi reconhecido muito cedo na literatura. Contudo, na economia política clássica, a ênfase recaiu sobre a escassez de terras como barreira principal ao crescimento econômico. Além disso, ressaltam os professores, sendo estes recursos exauríveis ou não, eles eram tratados da mesma forma. Essa ideia é apresentada, por exemplo, em Adam Smith que lida com o problema de renda das minas, claramente invocando o princípio da renda diferencial. Na parte II do capítulo XI do livro I d'A Riqueza das Nações, Smith afirma:

Whether a coal-mine, for example, can afford any rent, depends partly upon his fertility, and partly upon its situation. A mine of any kind may be said to be either fertile or barren, according as the quantity of mineral which can be brought from it by a certain quantity from the greater part of other mines of the same kind.... There are some [coal-mines] of which the produce is barely sufficient to pay the labour, and replace, together with its ordinary profits the stock employed in working them. They afford some profit to the undertaker of the work, but no rent to the landlord. They can be wrought advantageously by nobody but the landlord, who being himself the undertaker of the work, gets the ordinary profit of the capital which he employs in it. Many coal-mines in Scotland are wrought in this manner and can be wrought in no other. The landlord will a low nobody

else to work them without paying some rent, and nobody can afford to pay any'.<sup>108</sup>  
(SMITH apud KURZ; SALVADORI 1995)<sup>109</sup>

Os autores ainda afirmam que o mesmo princípio é visto em relação a recursos renováveis tais como as florestas.

Em David Ricardo, em seu *Princípios*, o capítulo *On Rent* é seguido por um capítulo intitulado *On Rent of Mines* de apenas três páginas. Após apontar que as minas, bem como as terras, geralmente pagam rendas aos seus possuidores, Ricardo conclui: 'Since this principle [of rent] is precisely the same as that which we have already laid down respecting land, it will not be necessary further to enlarge on it'.<sup>110</sup> (RICARDO 1817 apud KURZ; SALVADORI, 1995)<sup>111</sup>. Em outro capítulo, Ricardo também justificará o uso do ouro e da prata como uma média geral na qual o valor de todas as outras mercadorias são estimadas, e *a fortiori*, o uso do método de longo-prazo, em termos de se ver notoriamente os efeitos lentos e graduais da exaustão das velhas minas de ouro e prata sobre os custos de produção e as descobertas de novas minas, bem como a introdução de métodos de mineração melhorados. KURZ; SALVADORI apud RICARDO, 1995).

Karl Marx, por sua vez, como os autores entendem, trata da renda da mineração no curto capítulo XLVI do volume III do *Capital*. Ali, Marx, essencialmente, reitera a posição dos economistas clássicos: 'Wherever rent exists at all, differential rent appears at all times, and is governed by the same laws, as agricultural differential rent.... Mining rent proper is determined in the same way as agricultural rent. (MARX, Karl apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>112</sup>

A abordagem de John Stuart Mill é, segundo Kurz e Salvadori, no capítulo II do livro IV, *Influence of the Progress of Industry and Population on Values and Prices*, a mesma dos *Princípios* de David Ricardo. Lá, afirma-se que:

---

<sup>108</sup>Se uma mina de carvão, por exemplo, pode gerar renda, isso dependerá em parte de sua 'fertilidade' e em parte de sua situação. Uma mina de qualquer tipo pode ser dita fértil ou estéril de acordo com a quantidade de minério que pode ser extraída dela a partir de uma certa quantidade de trabalho; será maior ou menor sua produtividade de acordo com a quantidade retirada dela em comparação a outras minas do mesmo tipo, dada a mesma quantidade de trabalho empregada... Há alguma [minas de carvão] que mal produzem o suficiente sequer para pagar o trabalho e a substituição deste, juntamente com a taxa de lucro ordinária o estoque de capital empregada nela. Aufere-se algum lucro pelo empreendedor do trabalho, mas não há renda para o 'senhor das terras' (o Proprietário). As minas não podem ser consideradas vantajosas para ninguém exceto para seus proprietário que sendo eles mesmos empresários, recebem os lucros ordinários do capital empregado nele. Muitas minas de carvão na Escócia são deste exploradas desta maneira e não o poderiam ser de outra. O proprietário não permitirá a ninguém mais explorá-las sem que lhe seja paga alguma renda, e ninguém mais as poderá pagar.

<sup>109</sup>SMITH, Adam. **Uma Investigação sobre a Natureza e as Causas da Riqueza das Nações**. 1776.

<sup>110</sup>Uma vez que o princípio [da renda] é exatamente o mesmo que havíamos estabelecido em relação à terra, não será necessário estender-nos sobre isso.

<sup>111</sup>RICARDO, D. *Princípios de Economia Política e Tributação*. 1817.

<sup>112</sup>MARX, Karl, **O Capital**. 1867.

The only products of industry, which, if population did not increase, would be liable to a real increase of cost of production, are those which, depending on a material which is not renewed, are either wholly or partially exhaustible; such as coal, and most if not all metals; for even iron, the most abundant as well as most useful of metallic products,...is susceptible of exhaustion so far as regards its richest and most tractable ores.<sup>113</sup> (MILL 1865 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>114</sup>

Entretanto, como ressaltam os autores, em Mill nós encontramos também, possivelmente pela primeira vez na história do pensamento econômico, um vislumbre da ideia de renda devida inerentemente à escassez associada ao estoque exaurível tal como o de uma jazida de minérios sendo explorada. No capítulo V de seu livro, Mill indica que “In some instances the owners [of mine] limit the quantity raised, in order not too rapidly to exhaust the mine in others there are said to be combinations of owners to keep up a monopoly price by limiting the production’ (MILL 1865 apud KURZ; SALVADORI, 1995)<sup>115</sup>. Segundo os autores, também é interessante observar que os conceitos de desaceleração da exploração das jazidas de minérios estão conectadas muito de perto à ideia de colusão entre os proprietários das diferentes jazidas. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Segundo Kurz e Salvadori, William Stanley Jevons, em *The Coal Question* (1865), tratou moderadamente do impacto da exaustão gradual das minas de carvão britânicas sobre a prosperidade econômica doméstica e chegou, de fato, a uma conclusão pessimista. Afirmou Jevons: ‘While other countries mostly subsist upon the annual and ceaseless income of the harvest, we are drawing more and more upon a capital which yields no annual interest, but once turned to light and heat and motive power, is gone forever into space’.<sup>116</sup> (JEVONS 1865 apud KURZ; SALVADORI, 1995)<sup>117</sup>. Kurz e Salvadori percebem que Jevons fazia uma clara distinção entre recursos que não eram exauríveis – como terras aráveis – e aqueles que o eram – com os minérios. Recomendava ele (Jevons) que a riqueza de uma nação não poderia estar baseada na última. Jevons percebia, segundo os autores, que os diferentes tipos de carvão haveriam de ter seus preços alterados à medida em que seus estoques comesçassem a exaurir-se. Não explicou, como bem observam os

---

<sup>113</sup>Os únicos produtos da indústria os quais, se a população não crescer, estariam sujeitos a um crescimento real dos custos de produção são aqueles que, dependem dos materiais não renováveis, ou que sejam inteira ou parcialmente exauríveis, tais como o carvão e a maioria, senão todos, os metais; inclusive o ferro, o mais abundante mas também o mais utilizado para produtos metálicos,... é suscetível à exaustão ainda que seja o mais rico e o mais dócil do s minérios.

<sup>114</sup>MILL, John Stuart. **Princípios de Economia Política com algumas de suas Aplicações à Filosofia Social**. 1865.

<sup>115</sup>MILL, John Stuart. **Princípios de Economia Política com algumas de suas Aplicações à Filosofia Social**. 1865.

<sup>116</sup>Enquanto outros países subsistem pelas colheitas anuais e incessantes das suas colheitas, nós estamos sacando mais e mais de um capital que não rende juros anuais, mas somente luz, claro e potência motora que se vai para sempre para o espaço.

<sup>117</sup>JEVONS, W. S. **The Coal Question**. 1865.



autores, como se comportam os movimentos dos preços, os royalties e a taxa de depleção dos recursos uns em relação aos outros. Também não respondeu à questão de como o valor de escassez de um estoque de um minério útil com demanda finita é determinado. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Kurz e Salvadori também citam Alfred Marshall que, em seus Princípios, adverte:

...a royalty is not a rent, though often so called. For except when mines, quarries, etc., are practically inexhaustible, the excess of their income over their direct outgoing has to be regarded, in part at least, as the price got by the sale of stored-up goods – stores up by nature indeed, but now treated as private property; and therefore, the marginal supply price of minerals includes a royalty in addition to the marginal expenses of working the mine'.<sup>118</sup> (MARSHALL 1920 apud KURZ; SALVADORI, 1995).<sup>119</sup>

E acrescenta: 'the royalty itself on a ton of coal, when accurately adjusted, represents that diminution in the value of the mine, regarded as a source of wealth in the future, which is caused by taking the ton out of nature's storehouse.'<sup>120</sup> (MARSHALL 1920 apud KURZ; SALVADORI, 1995).

Segundo Kurz e Salvadori, o primeiro autor a abordar o problema da depleção 'ótima' dos depósitos parece ter sido J. L. Gray nos anos de 1913 e 1914. Segundo os autores, Gray concebeu um dado estoque de minério homogêneo; custos de mineração são tomados como crescentes mais do que proporcionalmente às quantidades mineradas. A maximização do valor presente dos rendimentos líquidos acrescidos no curso da extração do minério resultou em um tempo padrão de extração 'ótimo'. Esse cálculo imputou o máximo valor presente ao estoque na existência de um ponto qualquer no tempo, e assim, também ao estoque existente ao início do período. Assim, por essa forma, a renda recebida pelo proprietário da mina pode ser determinada. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Outro pesquisador dos recursos exauríveis considerado pelos autores foi H. Hotelling que em 1931 publicou seu *paper The economics of exhaustible resources* no qual ele apresenta o que

---

<sup>118</sup>[...] royalties não são renda, embora assim sejam chamados. Só podem ser, quando minas, pedreiras, etc., são praticamente inexauríveis, assim, o excesso de sua produção sobre as suas despesas diretas devem ser vistas, pelo menos em parte, como o preço obtido pela venda dos bens estocados – estocados pela natureza, de fato, mas agora tratados como propriedade privada; e, além disso as despesas marginais de trabalho nas minas.

<sup>119</sup>MARSHALL, Alfred. Princípios de Economia. 1920.

<sup>120</sup>[...] os royalties de 1 tonelada de carvão, quando acuradamente ajustados, representam a diminuição em valor da mina, vista como um recurso no futuro, a qual (diminuição de valor da mina) é causada pela retirada de toneladas de estoque natural.

veio a ser conhecido como a ‘Regra de Hotelling’. Essa regra diz respeito às condições de otimalidade dado o produto líquido de uma taxa máxima de depleção de minérios para um estoque homogêneo e requer que uma taxa marginal de toneladas extraídas em qualquer período possa render ao proprietário da mina o mesmo produto líquido, em valor presente. Se essa condição não é satisfeita, os agentes econômicos lutarão para explorar as minas por oportunidades de arbitragem: esses ajustes resultam em um sistema econômico chamado de o caminho de Hotelling de conservação de recursos. (KURZ; SALVADORI, 2001).

A contribuição de Hotelling foi o ponto de partida para uma cada vez mais rápida e crescente literatura sobre os recursos econômicos, segundo Kurz e Salvadori. No que tange aos recursos exauríveis, a ênfase foi dada na questão do tempo de exaustão como um problema de alocação intertemporal dos recursos com uma dada função de utilidade intertemporal expressando uma preferência de tempo. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Kurz e Salvadori asseveram que modelos parciais, que tomam os preços de todos os bens além dos recursos, dados, predominavam. Os custos de extração, afirmam os autores, são frequentemente medidos em termos de uma simples variável chamada ‘esforço’ a qual, *ex hypothesi*, pode se aferida independentemente dos preços relativos e distribuição de renda.

É também uma característica muito comum desta literatura que a taxa de desconto seja tomada como dada e constante sobre o inteiro horizonte de tempo, quer seja finito ou infinito. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Kurz e Salvadori afirmam que muito dessa literatura explora o problema em termos de variantes multiperíodo da análise de equilíbrio-geral de Arrow-Debreu. A ênfase é então dada mais sobre a eficiência do que propriamente sobre a existência de equilíbrio. A literatura moderna frequentemente sugere que o caminho do monopólio da extração seja superior em termos de bem-estar econômico do que a via da competição.

Em relação a Piero Sraffa, os autores afirmam ter pouco a dizer, pois ele menciona os recursos renováveis apenas uma vez em sua obra: ‘Natural resources which are used in production, such as land and mineral deposits...’<sup>121</sup> é segundo Kurz e Salvadori a única referência em sua obra toda.

No entanto, ressalvam os professores, outros autores trabalhando na tradição da análise de Sraffa trataram do tema dos recursos exauríveis.

---

<sup>121</sup>Recursos naturais que são usados na produção tais como a terra e os depósitos minerais,,,

Inicialmente, foi Parrinello quem questionou a propriedade do método de longo-prazo para o caso em consideração. Outro estudioso, Schefold, forneceu uma discussão bem mais detalhada sobre o tópico dos recursos renováveis e exauríveis. Afirmava ele: ‘...is of practical relevance only under exceptional circumstances, so that the classicists may be excused for having ignored it by subsuming the incomes of mine owners to the general theory of rent’.<sup>122</sup> Schefold forneceu em conjunto quatro razões para suportar a defesa da abordagem dos autores clássicos e Sraffa:

- a) a incerteza no que concerne ao futuro curso dos preços;
- b) a impossibilidade de previsão do impacto do progresso técnico sobre o processo de extração;
- c) a relativamente lenta mudança dos royalties em qualquer jazida, e
- d) a grande importância dos custos diferenciais entre as minas e, portanto, das rendas diferenciais na explicação das rendas residuais dos proprietários das minas. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Outra abordagem tratando do problema da interdependência entre economia e sistemas ambientais foi levada adiante por Nicholas Georgescu-Roegen. De acordo com Georgescu-Roegen, a análise econômica é erroneamente fundamentada, uma vez que contradiz as leis da física. Do seu ponto de vista, a economia deveria se pautar pelas leis da física, pelas leis da termodinâmica e, mais especialmente, pela segunda lei da termodinâmica – a lei da entropia. Para isso, segundo Kurz e Salvadori, Georgescu-Roegen desenvolveu o modelo fund-flow de produção como uma alternativa ao modelo análise de atividade e ao convencional modelo de função de produção ambos os quais não são aptos, segundo Kurz e Salvadori, para tratar os aspectos de tempo da produção apropriadamente. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Enquanto Georgescu-Roegen estava mais preocupado com a Segunda Lei da Entropia, Perings estava mais preocupado com a Primeira Lei segundo a qual a massa global de um sistema é fixo: a matéria não pode ser destruída nem criada. Toda a produção, seja humana ou não-humana. Envolve meramente a transformação de massas fixas em conformidade com as leis da física.. Uma versão precoce deste ponto de vista é característico dos escritos de alguns autores clássicos. Como Marx, referindo-se a Pietro Verri e William Petty, afirmou: ‘man can work only as Nature does,

---

<sup>122</sup>[...]é de relevância prática que sob excepcionais circunstâncias, os economistas clássicos possam ter se escusado de haver ignorado o tema, subsumindo a renda dos proprietários das minas na teoria geral da renda.

that is by changing the form of matter.’<sup>123</sup> Perrings considerava sua abordagem enraizada na tradição clássica. (KURZ; SALVADORI, 1995).

Em anos mais recentes o conceito de ‘sustentabilidade’ da atividade econômica tem jogado um papel importante em algumas discussões, concluem Kurz e Salvadori.

---

<sup>123</sup> [...] o homem só pode trabalhar da mesma maneira da natureza, ou seja, transformando a matéria. (Tradução nossa)

## 5 CONCLUSÃO

Conclui-se, ao final deste trabalho, que o exame minucioso do processo produtivo como foco nos preços e na distribuição permitiu aos Professores Heinz-Dieter Kurz e Neri Salvadori traçar com alto grau de confiabilidade a demarcação epistemológica da Escola Clássica do Pensamento Econômico, conferindo ao método de análise das posições de longo-prazo o seu traço distintivo.

Verificou-se também, no processo de pesquisa desta monografia, a honestidade intelectual dos pesquisadores em termos de mostrar sem mascaramento os problemas de modelagem do método de longo-prazo para a análise de questões prementes como a dos recursos exauríveis.

É importante perceber que os professores Heinz-Dieter Kurz e Neri Salvadori não afastam as dificuldades propostas pela ideia dos recursos naturais finitos tanto os renováveis quanto os não-renováveis que apresentam ao método de análise de longo-prazo dificuldade considerável à incorporação da dinâmica de um mundo assim pensado.

A preocupação com a modelagem do processo econômico que incorpore a natureza ou – tendo em conta a escala existencial – a modelagem do sistema planetário que incorpore o processo de subsistência da espécie humana vem do fato de que apesar de Georgescu desferir uma crítica mordaz aos modelos econômicos vigentes, não apresentou em toda a sua obra uma proposição que satisfizesse suas próprias exigências. Em verdade – quando o fez – apresentou o modelo Fund-flow que não apenas foi demonstrado pelos professores Kurz e Salvadori como sendo inferior ao modelo Flow-flow, mas também parece ser inadequado do ponto de vista de sua própria teoria como enfatizam Kurz e Salvadori ao afirmar que Georgescu que sempre adotou postura objetiva em suas análises econômicas adota na proposição do modelo Fund-flow uma posição ‘idealista’ em relação às categorias de análise. (KURZ; SALVADORI, 2003a).

Deve-se afirmar, contudo, que a preocupação em relação aos problemas de exploração e preservação de recursos naturais não são estranhos ao pensamento marginalista e neoclássico.

Contudo, afirmam os autores:

While this is essentially true, the classical authors and their followers were apparently convinced that the long-period method is the best available and that its abandonment does not lead us any further, but presents the danger of depriving the analysis of a solid base to

study an economic system confronted with the depletion of (some of) its stocks of natural resources.<sup>124</sup> (KURZ; SALVADORI, 2003a).

Percebe-se, pois, a preferência do uso do método de longo-prazo característico da Escola Clássica ao de Neoclássica em virtude de seu aparato analítico mais propício ao estudo do caso.

É importante enfatizar que não se trata de estudo de escassez como o fizeram Ricardo e Malthus no século XIX. Sem dúvida trata-se de escassez, mas uma coisa é a escassez relativa do recursos, outra é a escassez absoluta.

Por outro lado, críticos de Georgescu afirmam que ele se ateu demasiadamente apegado à segunda lei da termodinâmica – a Lei da Entropia – enquanto simplesmente esqueceu-se da primeira – a Lei da conservação de energia. Dizem, alguns desses críticos, que há suficiente base teórica para afirmar que no futuro a energia solar poderá ser a única fonte de energia para o planeta e sua civilização, além da possibilidade de reciclagem sem limites da matéria do planeta. Se tais suposições forem verdade, no futuro, o problema da escassez estaria resolvido de forma absoluta resolvendo-se não só a problemática apresentada por Georgescu, mas do cerne da ciência econômica, que lida com a ‘alocação de meios escassos entre fins alternativos’.

Foi sem dúvida necessário o estudo do pensamento clássico e de seu ‘fluxo circular’ para que possamos, observando as dificuldades apresentadas por esta linha de pensamento frente ao problema quase ‘existencial’ dos recursos não-renováveis, buscar alternativas metodológicas à abordagem deste tema sem que se percam os desenvolvimentos alcançados pelo avanço secular dos estudos empreendidos pelos pensadores tratados pelos professores Kurz e Salvadori.

Constatou-se no decorrer deste trabalho o rigor metodológico que empregaram Kurz e Salvadori no estudo da corrente científica que estudaram. A leitura da obra destes professores, sobretudo da *Theory of Production*, denota o zelo com que empreenderam a leitura das obras clássicas da Economia da *Riqueza das Nações* à *Produção de Mercadorias por meio de mercadorias*, passando pelos *Princípios* de Ricardo e pela leitura de fôlego que é *O Capital* de Karl Marx. Só a leitura destas obras já demanda esforço hercúleo de concentração dada à alta abstração muitas vezes atingida, além das enormes diferenças de método e abordagem da ciência econômica.

---

<sup>124</sup>Enquanto isto seja essencialmente verdade, os autores clássicos e seus seguidores foram aparentemente convencidos de que o método de longo-prazo é o melhor disponível e o seu abandono não nos conduziria a nada melhor, mas por outro lados representaria o perigo de privar a análise de uma base sólida de estudo de um sistema econômico que sofre a depleção de seus estoques de recursos naturais.

Ir além, com espírito crítico em cada obra destas, buscando seus pontos de apoio e suas fraquezas tantas vezes imperceptível é o que faz do estudo destes autores algo de valor.

Deve-se mencionar também a alta preparação matemática e estatística dos professores que lhes permitiu acompanhar *pari passu* o desenvolvimento das teorias de Sraffa e de von Neumann bem como os estudos de matemáticos brilhantes tais como Dmitriev, von Charasoff e Bortkiewicz.

Nesse contexto, a poderosa modelagem matemática construída pelos mestres russos e, sobretudo, por von Neumann, mostra sua força explicativa ao traduzir para a linguagem simbólica o mecanismo fluente do processo econômico.

Em 1862, Stanley Jevons publicou o livro ‘The Coal Question’ sobre a questão de exaustão do carvão em solo inglês. Em 1931, Hotelling publicou o artigo fundamental ‘The economics of exhaustible resources’. Estes trabalhos tiveram continuidade através de Solow<sup>125</sup>, Hartwick<sup>126</sup> e outros.

Todavia, a abordagem neoclássica apresenta grandes dificuldades, como por exemplo, a necessidade de postular utilidades intertemporais que implicam a atribuição de utilidade para gerações humanas ainda não existentes ou ainda, a escolha de taxas de descontos que significam a importância que as gerações atuais atribuem à preservação dos recursos para o futuro.

Portanto, se temos a possibilidade de encontrar apoio nas teorias existentes, essas devem ser procuradas nas concepções clássicas, ainda que não desprezemos as elaborações neoclássicas.

Não é por acaso que alguns dos primeiros trabalhos, já no século XX, (Lewis Gray e John Ise), adotaram uma abordagem com viés “pluralista”, ou seja, mesclaram elementos de teoria clássica e neoclássica. Por exemplo, Lewis Gray (1913) ao tratar da questão do uso da terra nos Estados Unidos combina um modelo ricardiano com taxas de desconto.

Concluindo, este trabalho sobre a análise do pensamento clássico é parte de um empreendimento maior que é o estudo da Economia dos Recursos Naturais. Estudar, assim, as características e as possibilidades de explicação do processo produtivo do sistema capitalista, por

---

<sup>125</sup> Solow, R. **The Economics of Resources on the Resources of Economics**. The American Economic Review. v. 64, n. 2, 1974, p. 1-14.

Solow, R. **Intergenerational equity and exhaustible resources**. The Review of Economic Studies. v. 41, 1974, p. 29-45.

Solow, R. **A contribution to the Theory of Economic Growth**. The Quarterly Journal of Economics, v. 70, n. 1, 1956, p. 64-95.

<sup>126</sup> Hartwick, J. **Intergenerational equity and the Investing Rents from Exhaustible Resources**. The American Economic Review. v. 67, n. 5, 1977, p. 972-974.

Hartwick, J. **Substitution among Exhaustible Resources and Intergenerational Equity**. The Review of Economic Studies, v. 45, n. 2, 1978, p. 347-354.

meio do pensamento clássico, é de importância fundamental para conhecer as possibilidades de uso desta corrente de pensamento econômica no estudo aprofundado dos problemas ambientais de nosso planeta, ambiente no qual se dá o processo econômico inteiro.



## REFERÊNCIAS

CLASSICISMO. In: HOUAISS, Antônio. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa Eletrônico**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001..

CURRICULUM Vitae de Heinz-Dieter Kurz.[2018b]. Disponível em <[https://static.uni-graz.at/fileadmin/\\_Persoenliche\\_Webseite/kurz\\_heinz/Dokumente/CV\\_Heinz\\_Kurz.pdf](https://static.uni-graz.at/fileadmin/_Persoenliche_Webseite/kurz_heinz/Dokumente/CV_Heinz_Kurz.pdf)> Acesso em 04 jun. 2018.

CURRICULUM Vitae de Neri Salvadori. [2018a]. Disponível em: <<http://srv-gwportale.unisi.it/unisi/incarichi/allegato.asp?id=14793>>. Acesso em: 04 jun. 2018.

GEORGESCU-ROEGEN, Nicholas. **The Entropy Law and the Economic Process**. Cambridge: Harvard University Press, 2013.

KURZ, Heinz D.; SALVADORI, Neri. Classical economics and the problem of exhaustible resources. **Metroeconomica**, Malden, v. 54, n. 3, p. 282-296, 2001. Disponível em: <[https://static.uni-graz.at/fileadmin/sowi-zentren/Schumpeter-Centre/Download/Paper/Kurz/2001\\_Classical\\_economics\\_and\\_the\\_problem\\_of\\_exhaustible\\_resources\\_\\_in\\_Metroeconomica\\_.pdf](https://static.uni-graz.at/fileadmin/sowi-zentren/Schumpeter-Centre/Download/Paper/Kurz/2001_Classical_economics_and_the_problem_of_exhaustible_resources__in_Metroeconomica_.pdf)>. Acesso em: 15 dez. 2017.

KURZ, Heinz D.; SALVADORI, Neri. Exhaustible resources in a dynamic input-output model with 'classical' features. **Economic Systems Research**, London, v. 9, n. 3, p. 234-251, 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/09535319700000017>>. Acesso em: 15 dez. 2017.

KURZ, Heinz D.; SALVADORI, Neri. Fund-flow versus flow-flow in production theory: reflexions on Georgescu-Roegen's contribution. **Journal of Economic Behavior & Organization**, New York, v. 52, p. 487-505, 2003. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167268102001439?via%3Dihub>>. Acesso em: 15 dez. 2017.

KURZ, Heinz D.; SALVADORI, Neri. Input-Output Analysis from a wider perspective: a comparison of the early works of Leontief and Sraffa. **Economic Systems Research**, London. v. 18, n. 4, p. 373-390, 2006.

KURZ, Heinz D.; SALVADORI, Neri. Morishima on Ricardo: a rejoinder. **Cambridge Journal of Economics**, Cambridge, v. 22, p. 227-239, 1998a. Disponível em: <<https://academic.oup.com/cje/article-abstract/22/2/227/1694134?redirectedFrom=fulltext>>. Acesso em: 15 dez. 2017.

KURZ, Heinz-Dieter; SALVADORI, Neri. **Understanding classical economics: Studies in Long-period**. New York: Routledge Research, 1998b. E-Book.

KURZ, Heinz D.; SALVADORI, Neri. Sraffa and von Neumann. **Review of Political Economy**, London, v. 13, n. 2, p. 161-180, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/09538250120036628>>. Acesso em 10 mar. 2018.

KURZ, Heinz D.; SALVADORI, Neri. Von Neumann, the classical economists and Arrow-Debreu: some notes. **Acta Oeconomica**, Budapeste, v. 54, n. 1, p. 39-62, 2004. Disponível em: <<https://akademai.com/doi/abs/10.1556/AOecon.54.2004.1.3>>. Acesso em 20 mar. 2018.

KURZ, Heinz-Dieter. **Economic Thought: a brief history**. New York: Columbia University Press, 2016. E-Book.

KURZ, Heinz-Dieter; SALVADORI, Neri. **Interpreting Classical Economics: Studies in Long-period Analysis**. New York: Routledge Research, 2007. E-Book.

KURZ, Heinz-Dieter; SALVADORI, Neri. **Revisiting Classical Economics: Studies in a Long Period Analysis**. New York: Routledge Research, 2015. E-Book.

KURZ, Heinz-Dieter; SALVADORI, Neri. **Theory of Production: A Long-period Analysis**. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. E-Book.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS. Instituto de Física. Aula 2: Espaço de Fase. **Geocities**, [2017]. Disponível em : <<https://www.google.com/search?client=ubuntu&channel=fs&q=espa%C3%A7o+de+fase&ie=utf-8&oe=utf-8>>. Acesso em: 28 maio 2018.

## BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- BEAUD, Michel. **A arte da tese**. Rio de Janeiro: BestBolso, 2014.
- CECHIN, Andrei D. **Georgescu-Roegen e o desenvolvimento sustentável: diálogo ou anátema?** Dissertação (Mestrado em Ciência Ambiental) - Programa de Ciência Ambiental, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- CECHIN, Andrei Domingues; VEIGA, José Eli da. A economia ecológica e evolucionária de Georgescu-Roegen. **Revista de Economia Política**. São Paulo, v. 30, n. 3, p. 438-454, 2010.
- CHAMPERNOWNE, D. G. A note on J. v. Neumann's article on "A model of economic equilibrium". **Oxford Journals**. Oxford, UK, v. 13, n. 1, p. 10-18, 1945-1946
- ECO, Umberto. **Como se faz uma tese**. São Paulo: Perspectiva, 2014.
- GEORGESCU-ROEGEN, Nicholas. **O decrescimento: entropia, ecologia, economia**. São Paulo: Senac, 2012.
- GRAY, Lewis Cecil. Rent under assumption of exhaustibility. **The Review of Economic Studies**. Oxford, UK, v. 28, n. 3, p. 466-489, 1914.
- GRAY, Lewis Cecil. The economic possibilities of conservation. **The Review of Economic Studies**. Oxford, UK, v. 27, n. 3, p. 497-519, 1913.
- HOTELLING, Harold. A general mathematical theory of depreciation. **Journal of the American Statistical Association**. v. 20, n. 151, p. 340-353, p. 340-353, 1925.
- HOTELLING, Harold. The economics of exhaustible resources. **Bulletin of Mathematical Biology**. Great Britain, v. 55, n.1-2, p. 281-312, 1991.
- KURZ, Heinz-Dieter; SALVADORI, Neri. **Classical Economics and Modern Theory: Studies in a Long Period Analysis**. New York: Routledge Research, 2003.
- ROSA, Gustavo Rotunno da. **A existência de equilíbrio no modelo de crescimento econômico de von Neumann**. 2011. Monografia (Graduação em Economia) - Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.
- VEIGA, José Eli da. **Desenvolvimento sustentável: o desafio do século XXI**. Rio de Janeiro: Garamond, 2010.
- VEIGA, José Eli da. **Meio ambiente & Desenvolvimento**. São Paulo: Senac, 2006.

## APÊNDICE – Biografia resumida dos autores estudados

O Professor **Heinz-Dieter Kurz**, de nacionalidade austríaca-alemã, nasceu a 29 de março de 1946 sendo, atualmente, Professor de Economia na Universidade de Graz, Áustria. Publica com frequência livros com editoras estrangeiras tais como a Cambridge University Press, a Basil Blackwell, Polity Press, Routledge and Edward Elgar. Considera o seu livro mais importante *Theory of Production: A Long-period Analysis*, escrito juntamente com o Professor Neri Salvadori, em 1995, e publicado pela Cambridge University Press. O livro foi publicado em russo e, também, no idioma chinês. Outros *papers* do Professor Kurz já foram traduzidos para outras línguas as quais incluem o italiano, francês, espanhol, russo, sérvio e japonês. O Professor Kurz também apresenta frequentemente *papers* em conferências, em diversos lugares do mundo tais como Pittsburgh, Philadelphia, Washington, Nova York, Stanford, Denver, Moscovo, Universidade de Stanford, Berlim, Viena, Universidade de Paris I, II e X, Brasília, Rio de Janeiro, Cambridge, Roma, Cidade do México, Milão, Tóquio, Seul e Beijing entre diversas outras. (CURRICULUM..., [2018b]).

O Professor **Neri Salvadori** nasceu em Nápoles, em 1951, e é atualmente Professor de Economia da Universidade de Pisa, Itália. Formou-se na Faculdade de Economia e Comércio da Universidade de Nápoles, merecedor de láurea académica. Foi, entre outras coisas, encarregado da cátedra de Matemática Financeira da Universidade de Nápoles de 1978 a 1979. Em 1990 se transferiu à Universidade de Pisa como Professor Ordinário de Economia Política. Seu campo de interesse científico primordial é o da teoria da produção e distribuição que inspirou os economistas clássicos e que foi retomada na metade do século XX por Piero Sraffa. Dedicou-se a analisar com minúcia os temas de escolha da técnica, a consequente determinação dos preços de produção e, quando necessária, a interdependência com a determinação das quantidades produzidas, na presença de produção conjunta, capital fixo, terra e recursos naturais. Sua principal obra de referência é: *Theory of Production: A Long-period Analysis* escrita conjuntamente com Heinz-Dieter Kurz. Escreve frequentemente para revistas e editoras como Australian Economic Papers, Bolletino della Unione Matematica Italiana, Cambridge Journal of Economics, European Journal of the History of Economic Thought, History of Economic Ideas, Journal of the Australian Mathematical Society, Journal of Behavior and Organization, Journal of Post Keynesian Economics, Ricerche Economiche e Zeitschrift für Nationalökonomie, entre outros. (CURRICULUM..., [2018a]).