XXIV CNMAC

Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional

RESUMO DAS COMUNICAÇÕES

PARTE II

XXIV CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL

RESUMO DAS COMUNICAÇÕES

PARTE II

Centro Universitário de Belo Horizonte – UNI-BH
10 a 13 de setembro de 2001, Belo Horizonte (MG)

ANÁLISE ESPECTRAL DA MATRIZ $\mathbf{LTS_N}$ PARA O PROBLEMA DE ORDENADAS DISCRETAS BIDIMENSIONAL

Eliete Biasotto Hauser [1] , Marco Tullio M. B. de Vilhena [2] , Ricardo C. Barros[3]

[1] *Faculdade de Matemática- PUCRS, PROMEC - UFRGRS, Av. Ipiranga 6681, CEP 90610-900, Porto Alegre - RS*

[2] *Instituto de Matemática - PROMEC, UFRGRS, Av. Bento Gonçalves 9500, CEP 91509-900, Porto Alegre - RS*

[3] *Instituto Politécnico(IPRJ)-Universidade do Estado do Rio de Janeiro(UERJ), Caixa Postal 97282, CEP 28601-970, Nova Fribugo - RJ*

Utilizando a análise do espectro das matrizes $\mathbf{LTS_N}$, desenvolvemos um novo algoritmo para gerarmos uma solução analítica para o problema de ordenadas discretas em geometria cartesiana bidimensional com espalhamento isotrópico e um grupo de energia.

Sejam $\Psi_m(x,y)$ o fluxo angular de partículas na direção discreta $\Omega_m = (\mu_m, \eta_m)$, w_m o respectivo peso na quadratura angular usada, $m = 1 : M$, $M = \frac{N(N+2)}{2}$, $N = 2, 4, 6, ...$, $x\epsilon[0, a]$, $y\epsilon[0, b]$, σ_t a seção de choque total e σ_{smn} a seção de choque diferencial. As equações $\mathbf{S_N}$

$$\mu_m \frac{\partial\Psi_m}{\partial x}(x,y) + \eta_m \frac{\partial\Psi_m}{\partial y}(x,y) + \sigma_t\Psi_m(x,y) = Q(x,y) + \frac{1}{4}\sum_{n=1}^{M} w_n\Psi_n(x,y)\sigma_{smn}$$

são integradas transversalmente e posteriormente aplicamos a Tranformada de Laplace gerando dois sistemas lineares desacoplados

$$(sI - A_x)\overline{\Psi}_x(s) = \Psi_x(0) + \overline{S}_x(s) \qquad \text{e} \qquad (sI - A_y)\overline{\Psi}_y(s) = \Psi_y(0) + \overline{S}_y(s),$$

onde, para $i = 1 : M$ e $j = 1 : M$, os elementos da matriz $\overline{A}_x$, de ordem $M \times M$, têm a forma (similarmente para a variável y):

$$a_x(i,j) = \begin{cases} -\dfrac{4\sigma_t - \sigma_{sii}w_i}{4\mu_i}, & se \quad i = j \\[2ex] \dfrac{\sigma_{sij}w_j}{4\mu_i}, & se \quad i \neq j. \end{cases}$$

$M - N$ autovalores de A_x podem ser obtidos observando que quando $s = \pm\frac{\sigma_t}{\mu_N}$, N colunas da matriz $sI - A_x$ são iguais. Portanto, $s = \pm\frac{\sigma_t}{\mu_N}$ são autovalores de multiplicidade $N - 1$ de A_x .

A fim de descrever todo o espectro dessa matriz, supomos que exista uma solução da forma $\Psi_{mx}(x) = \alpha_m(s)e^{sx}$ para a equação homogênea associada às equações nodais $\mathbf{S_N}$ na variável x. Obtemos um problema de autovalores

$$\alpha_m(s)(s\mu_m + \sigma_t) = \frac{\sigma_s}{4}\sum_{n=1}^{M}\alpha_n w_n$$

Semelhante à Ref. [Case,1967], N autovalores são determinados a partir da equação de dispersão $\sum_{n=1}^{M}\frac{w_n}{s\mu_n+\sigma_t} = \frac{4}{\sigma_s}$, cujas N raízes reais aparecem aos pares $\pm s_1, \pm s_2, \pm s_3, \ldots, \pm s_{\frac{N}{2}}$.

Todos autovetores encontrados são linearmente independentes, o que permite diagonalizar a matriz A_x. Representando a operação convolução por $*$, determinamos a forma matricial para o fluxo angular médio:

$$\Psi_x(x) = [V_x e^{D_x x} V_x^{-1}]\Psi_x(0) + [V_x e^{D_x x} V_x^{-1}] * S_x(x),$$

onde D_x é a matriz diagonal dos autovalores de A_x e V_x a matriz dos respectivos autovetores.

References

[1] M. T. B. Vilhena,L. B. Barichello, J. Zabadal,C .F. Segatto, "General Solution of One Dimensional Approximations to the Transporte Equation" , Progress in Nuclear Energy 33/1-2 (1998), 99-115.

[2] K. Case, E. Zweifel, " Linear Transport Theory", Addison-Wesley Publishing Company, 1967