

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DIMENSIONAMENTO DE UM FREIO DE FOUCAULT COM APLICAÇÃO EM MONTANHA  
RUSSA

por

Renato Fensterseifer Junior

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Junho de 2018



Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Departamento de Engenharia Mecânica

DIMENSIONAMENTO DE UM FREIO DE FOUCAULT COM APLICAÇÃO EM MONTANHA  
RUSSA

por

Renato Fensterseifer Junior

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Thamy Cristina Hayashi  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Projeto e Fabricação**

Orientador: Prof. Rafael Antônio Comparsi Laranja

Comissão de Avaliação:

Prof. Rafael Antônio Comparsi Laranja

Prof. Patric Daniel Neis

Prof. Tiago Becker

Porto Alegre, 15 de Junho de 2018.



## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à minha família, em especial aos meus pais, Renato Fensterseifer e Cleusa Lourdes Cesca, e ao meu irmão, Murilo Cesca Fensterseifer, pelo incondicional apoio, amor e suporte durante toda minha vida;

às amigadas de infância que, apesar da distância, mantiveram-se intactas;

aos amigos que fiz durante todo o período de faculdade, pela parceria sincera e memoráveis histórias;

ao meu professor orientador, Rafael Antônio Comparsi Laranja, pela orientação e dedicação durante a realização desse trabalho;

aos funcionários do Alpen Park, que se disponibilizaram para ajudar no que fosse possível;

à mestrandia Ana Paula Zanatta pelos ensinamentos de eletromagnetismo.

Fensterseifer Junior, R. **Dimensionamento de um freio de Foucault com aplicação em montanha russa**. 2018. 17 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

## RESUMO

O presente trabalho consiste no dimensionamento de um freio de Foucault com aplicação na montanha russa *Alpen Blizzard*, localizada no *Alpen Park*, em Canela – RS. O trabalho tem como objetivo substituir o freio por atrito utilizado atualmente, visando uma melhoria na segurança e operação. Para tanto, realizou-se uma avaliação dos aspectos geométricos presentes na montanha russa, além da medição das acelerações presentes na frenagem e velocidade no início da frenagem. Posteriormente, utilizaram-se métodos analíticos descritos na literatura para escolher a topologia do arranjo e realizar o dimensionamento dos ímãs permanentes, da culatra e descrever o movimento durante a frenagem. Os resultados mostraram que o arranjo magnético dimensionado atende os objetivos de projeto, diminuindo a velocidade de 11,10 m/s para 1 m/s em 11 metros, além de reduzir o pico de aceleração em 6%.

**PALAVRAS-CHAVE:** freio de Foucault, correntes parasitas, montanha russa

Fensterseifer Junior, R. **Design of a Foucault brake with application on rollercoaster**. 2018. 17 pages. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

## ABSTRACT

This paper consists in the design of a Foucault brake with application on the roller coaster Alpen Blizzard, located in Alpen Park, Canela - RS. The study aims to replace the friction brake currently used, aiming at an improvement in safety and operation. In order to achieve that, an evaluation of the geometrical aspects of the roller coaster was carried out, in addition to the measurement of the accelerations during the braking and speed at the beginning of the braking. Subsequently, analytical methods described in the literature were used to choose the topology of the magnetic array and to carry out the design of the permanent magnets, the back-iron and describe the movement during braking. The results showed that the designed magnetic brake meets the design objectives, reducing the speed from 11,10 m/s to 1 m/s in 11 meters, and reducing the acceleration peak by 6%.

**KEYWORDS:** Foucault brake, eddy currents, roller coaster

## Índice

1.	INTRODUÇÃO .....	1
2.	OBJETIVOS .....	2
2.1.	Objetivo geral .....	2
2.2.	Objetivos específicos.....	2
3.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	2
3.1.	Freio de Foucault.....	2
3.2.	Ímãs permanentes.....	4
3.3.	Arranjo.....	4
3.4.	Culatra.....	6
3.5.	Intensidade de fluxo magnético .....	7
4.	METODOLOGIA.....	7
4.1.	Caracterização da montanha russa .....	7
4.2.	Equação do movimento .....	8
4.3.	Determinação da distância de frenagem.....	9
5.	RESULTADOS .....	9
5.1.	Caracterização da montanha russa .....	9
5.2.	Material da placa condutora.....	10
5.3.	Espessura máxima da placa condutora .....	10
5.4.	Entreferro.....	11
5.5.	Arranjo.....	11
5.6.	Dimensões dos ímãs permanentes.....	11
5.7.	Culatra.....	11
5.8.	Intensidade de fluxo magnético .....	12
5.9.	Coefficiente de força de arrasto .....	13
5.10.	Equação do movimento .....	13
6.	CONCLUSÕES .....	14
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	14
	ANEXO I .....	16
	ANEXO II .....	16

## 1. INTRODUÇÃO

Montanhas russas são equipamentos que transformam energia potencial gravitacional em energia cinética, gerando uma experiência singular para seus usuários através de uma combinação de diferentes acelerações. Ao final do percurso é necessário que o trem diminua sua velocidade e pare na estação. Tradicionalmente, utilizam-se freios convencionais por atrito, nos quais um material é pressionado contra outro e a força de atrito entre os dois materiais transforma a energia cinética em energia térmica, atenuando o movimento. Apesar de fornecer uma alternativa de menor custo, os freios por atrito apresentam uma série de problemas, como desgaste, perda de eficiência em altas temperaturas (*fade*) e a necessidade de redundância para garantir a segurança [Byun e Sainjargal, 2013].

De acordo com Byun e Sainjargal, 2013, o freio por correntes parasitas de ímãs permanentes se apresenta como uma alternativa aos freios por atrito convencionais, possuindo melhor performance e confiabilidade. Complementarmente, Zhou et al., 2012, ressaltam a vantagem de um menor nível de ruído.

O freio por correntes parasitas, também chamado de freio de Foucault, consiste em uma fonte estacionária de fluxo magnético (ímãs permanentes ou eletroímãs) frente a uma placa de material condutor elétrico em movimento. Devido ao movimento, o sistema fica submetido a um campo magnético variável que, de acordo com a lei de Faraday, induz um campo elétrico. A lei de Biot-Savart demonstra que um campo elétrico produz um campo magnético que, de acordo com a lei de Lenz, se opõe à ação que o induziu, ou seja, o movimento do condutor. Portanto, a interação das correntes parasitas com o fluxo magnético proveniente dos ímãs resulta em uma força oposta ao movimento levando assim à frenagem [Byun e Sainjargal, 2013; Levin et al., 2006]. A título de ilustração, a Figura 1.1 apresenta a geração das correntes parasitas em uma placa condutora em movimento.

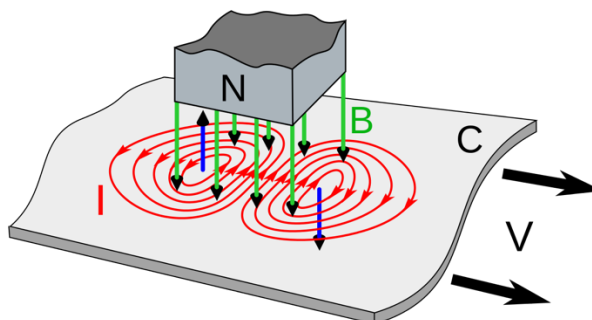


Figura 1.1 - Correntes parasitas em uma placa condutora (Wikimedia, 2018)

Fabricada pela empresa SM&C, de origem italiana, a montanha russa *Alpen Blizzard* estudada nesse trabalho encontra-se em Canela - RS, no *Alpen Park*. Atualmente o sistema de frenagem possui acionamento pneumático e é composto por uma bomba, um reservatório de ar, mangueiras e oito conjuntos de pastilhas. O ar comprimido pressiona as pastilhas, mantendo-as fechadas. No momento em que o trem entra na zona de frenagem, a placa metálica fixada no trem é pressionada em ambos os lados pelas pastilhas, gerando atrito e realizando a frenagem. Após parada total, o ar é liberado e as pastilhas não exercem mais força, permitindo que o trem siga até a estação de desembarque.

Três aspectos se destacam nesse caso como motivação no estudo da substituição do freio atual por um freio de correntes parasitas: manutenção, nível de ruído e tempo necessário de recarga. O primeiro aspecto é considerado inerente a todos os freios por atrito, visto que ao haver contato entre duas superfícies, essas desgastam, necessitando de substituição. Além disso, no caso de um sistema pneumático, há a constante necessidade de manutenção das mangueiras, bomba e reservatório. O segundo aspecto decorre do tipo de funcionamento do sistema, onde, ao entrar em contato com as pastilhas de freio, o sistema gera um ruído significativo. O terceiro



aspecto refere-se ao tempo de recarga do reservatório de ar, sendo necessário que o mesmo atinja novamente a pressão de trabalho, por questões de segurança, antes do trem poder realizar outro percurso. O tempo ocioso gera uma perda de capacidade passageiros/hora.

## 2. OBJETIVOS

### 2.1. Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo o dimensionamento de um freio de Foucault com aplicação na montanha russa *Alpen Blizzard*.

### 2.2. Objetivos específicos

- Determinação dos parâmetros referentes à montanha russa, tais como massa, aceleração, velocidade e restrições geométricas;
- Dimensionamento da placa condutora e seu material.
- Dimensionamento do entreferro;
- Determinação do tipo de arranjo magnético;
- Escolha dos ímãs permanentes e dimensionamento dos mesmos;
- Dimensionamento da culatra ferromagnética;
- Determinação do fluxo magnético;
- Verificação da distância necessária para frear o trem até 1 m/s.

## 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 3.1. Freio de Foucault

O freio de Foucault, nomeado assim em homenagem ao físico francês Jean Bernard Foucault devido ao seu trabalho na descoberta das correntes parasitas, deriva da lei de Faraday, que afirma que um campo magnético variável induz correntes elétricas.

Para o caso de uma placa condutora atravessando um campo magnético, Wiederick et al., 1987, determinam que o cálculo da força magnética resultante é complexo e envolveria resolver as equações de Maxwell levando em conta o tempo. Para simplificar, Wiederick et al., 1987, realizam a analogia com uma bateria de força eletromotriz  $\epsilon$ , resistência interna  $r$  conectada em série com uma carga resistiva externa de resistência  $R$ , resolvendo a equação de Lorentz para obter a força de um ímã se movendo ao longo de uma placa condutora infinita. A força de arrasto pode ser obtida pela Equação 3.1:

$$F = \int \mathbf{J} \times \mathbf{B}_0 dV = \hat{j}(\alpha \sigma l \delta w B_0^2 v) \quad (3.1)$$

onde,  $\mathbf{J}$  é a densidade da corrente induzida ( $A/m^2$ ),  $\sigma$  é a condutividade elétrica da placa ( $S/m$ ),  $\delta$  é a espessura da placa (m),  $l$  é o comprimento da projeção do campo magnético (m),  $w$  é a largura da projeção do campo magnético (m) e  $\mathbf{B}_0$  é a intensidade de fluxo magnético (T),  $v$  é a velocidade (m/s) e  $\alpha$  é um parâmetro representando a eficiência da geometria.

De acordo com Wiederick et al., 1987, a equação é válida para os casos em que  $l \gg w$ , podendo então considerar que  $\mathbf{J}$  é essencialmente uniforme. A Figura 3.1 ilustra o movimento.

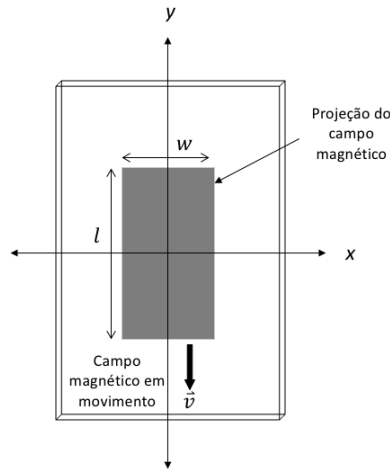


Figura 3.1 - Campo magnético em movimento

Para o cálculo do parâmetro  $\alpha$  através da abordagem de Wiederick et al., 1987, é necessário a resistência interna e resistência externa da bateria utilizada na analogia para dedução da Equação 3.1, não sendo trivial a sua determinação. Devido à essa dificuldade e visando remover a simplificação de  $\mathbf{J}$  uniforme em toda projeção do campo magnético, Heald, 1998, desenvolveu uma metodologia para obtenção analítica do parâmetro  $\alpha$ , que pode ser determinado pela Equação 3.2:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{2\pi} \left[ 4 \tan^{-1} \frac{l}{w} + \frac{l}{w} \ln\left(1 + \frac{w^2}{l^2}\right) - \frac{w}{l} \ln\left(1 + \frac{l}{w}\right) \right] \quad (3.2)$$

Destaca-se que para  $l \gg w$ ,  $\alpha$  tende a zero, enquanto que para  $w \gg l$ ,  $\alpha$  tende a um. Isso se deve ao fato de que a força de arrasto é um efeito de borda, podendo ser entendido fisicamente como as correntes induzidas no meio do caminho magnético retornam para dentro do caminho e não contribuem para a frenagem.

Wiederick et al., 1987, apresentam a comparação dos resultados analíticos com resultados experimentais, utilizando um disco metálico e apresentando boa concordância, com erros de 3,1%. Por outro lado, Heald, 1998, demonstra que a determinação do parâmetro  $\alpha$  através da Equação 3.2 apresenta erro de apenas 3,7% em comparação com o medido através do método proposto por Wiederick et al., 1987. Complementarmente, Shiau et al., 2008, utilizam metodologia similar na previsão de uma carga de 280 kg deslizando no sentido vertical ao longo de três placas de cobre, também apresentando bons resultados.

Outro aspecto importante para a validade das Equações 3.1 e 3.2 é o chamado efeito pelicular. Hammond e Sykulski, 1994, demonstram que o campo magnético possui uma natureza inercial, ou seja, necessita de tempo para estabelecer um campo estacionário. Portanto, nos casos em que os campos variam com o tempo, é possível que esse penetre apenas na superfície do material, havendo pouca, ou nenhuma, corrente induzida na região central. Com o intuito de verificar qual a espessura máxima da placa condutora possível de ser utilizada, Zhou et al., 2012, apresentam a Equação 3.3:

$$\delta_{max} = \sqrt{\frac{1}{\pi \nu \mu_0 \sigma}} \quad (3.3)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo definida como  $4\pi \times 10^{-7} \text{ N.A}^{-2}$ . Caso  $\delta_{max}$  seja menor que  $\delta$ , será necessário utilizar  $\delta_{max}$  na Equação 3.1.

### 3.2. Ímãs permanentes

O avanço no desenvolvimento do produto magnético e estabilidade térmica dos materiais utilizados na fabricação de ímãs permanentes possibilitou sua aplicação em diversos sistemas, como, por exemplo, motores, mancais magnéticos, *maglevs* e freios de Foucault. A escolha de um ímã deve levar conta o seu produto energético máximo, mas igualmente importante é sua estabilidade térmica e resistência à desmagnetização [Thompson, 2009].

A Figura 3.2 apresenta as curvas de desmagnetização para diferentes materiais. O valor  $B$  (T) corresponde à densidade de fluxo que permanece atuando quando a intensidade de campo magnético  $H$  (kA/m) é reduzida a zero. Ou seja, a capacidade de um ímã em manter sua magnetização frente a um campo magnético contrário. O neodímio-ferro-boro destaca-se perante os demais materiais devido a seu maior valor de densidade de fluxo residual ( $B_r$ ), coercividade ( $H_c$ ) e produto energético máximo ( $BH_{max}$ ) [Fitzgerald et al., 2006].

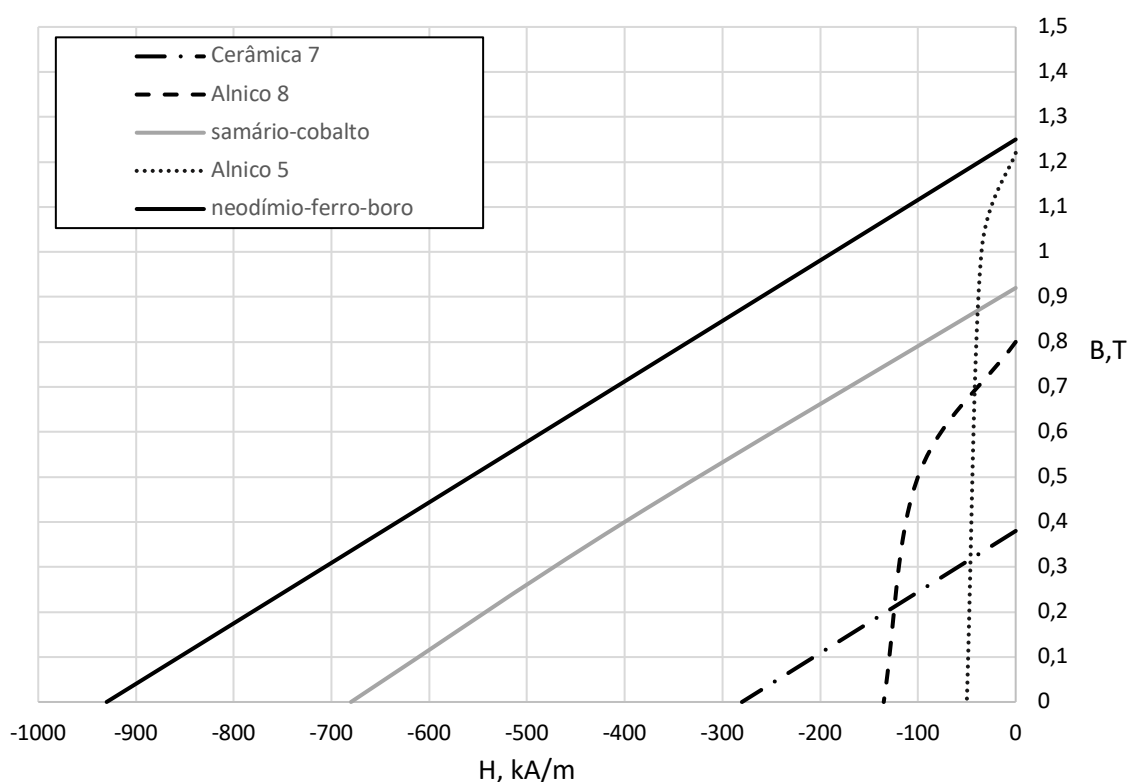


Figura 3.2 - Curva de desmagnetização de ímãs permanentes (Fitzgerald et al., 2006)

### 3.3. Arranjo

A maneira como os ímãs são posicionados tem influência na intensidade do campo magnético e por consequência na força de arrasto do freio. Jang e Lee, 2003, propuseram a comparação entre três topologias diferentes: arranjo de Halbach com rotação de  $90^\circ$ , magnetização horizontal e magnetização vertical. A Figura 3.3 apresenta os arranjos.

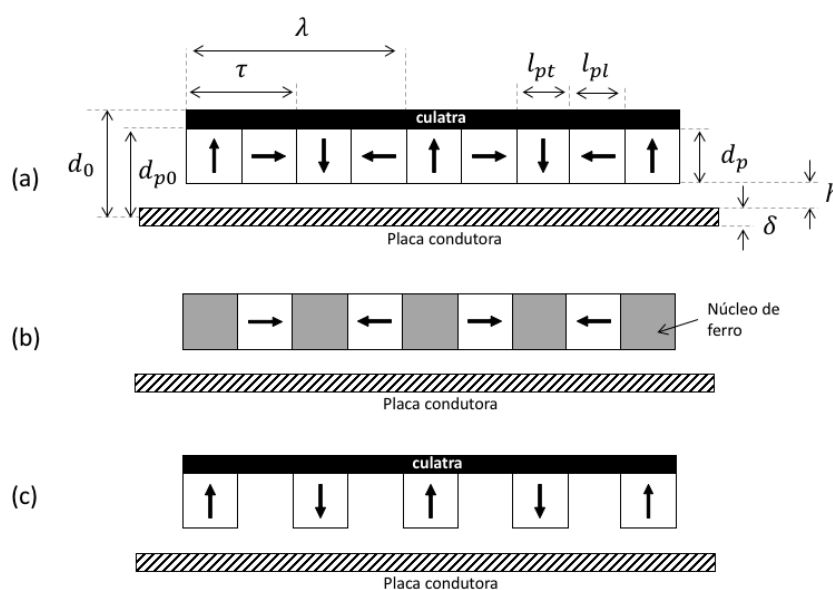


Figura 3.3 - Três topologias diferentes para freios de Foucault: (a) arranjo de Halbach – 90°, (b) magnetização horizontal e (c) magnetização vertical

A Figura 3.3 define algumas dimensões importantes na composição de arranjos:  $\lambda$  é o comprimento de onda (m),  $\tau$  é o passo polar (m),  $l_{pt}$  é o comprimento do ímã permanente com magnetização transversal (m),  $l_{pl}$  é o comprimento do ímã permanente com magnetização longitudinal (m),  $d_p$  a espessura dos ímãs permanentes (m),  $d_{p0}$  é a distância do centro da placa condutora até o término do ímã permanente (m),  $d_0$  é a distância do centro da placa condutora até o término da culatra (m) e  $h$  é o entreferro (m).

Para um dado volume fixo de material magnético, Jang e Lee, 2003, apresentam a Figura 3.4 e concluem que o arranjo com maior força de frenagem é o arranjo de Halbach.

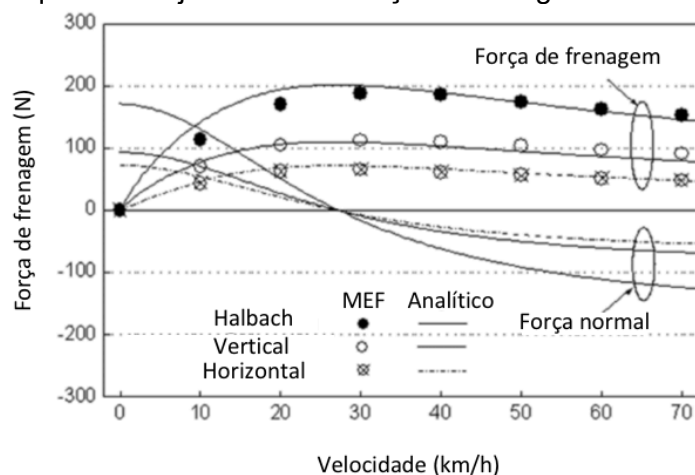


Figura 3.4 - Resultados da comparação entre arranjos (Jang e Lee, 2003)

O arranjo de Halbach foi primeiramente descrito por John C. Mallinson em 1973 e posteriormente descoberto independentemente por Klaus Halbach para uso no acelerador de partículas do *Lawrence Livermore National Laboratory*. Um arranjo de Halbach ideal possui um vetor magnético rotacional contínuo ao longo do seu comprimento. Esse arranjo possui uma densidade de fluxo intensificada em um dos lados (lado forte) e campo nulo no lado contrário (lado fraco) [Thompson, 2009]. Porém, como sua construção se dá por segmentos de ímãs

permanentes, os arranjos são denominados de quasi-Halbach e a presença de culatra pode contribuir para o aumento de fluxo, devido ao fato do lado fraco não apresentar campo nulo [Eckert et al., 2015].

A Figura 3.4 demonstra também que a partir de uma certa velocidade, a força de frenagem tende a diminuir. Esse fenômeno é descrito por Wouterse, 1991, onde a partir de uma velocidade crítica o campo magnético produzido pelas correntes parasitas tende a anular o campo produzido pelo ímã, não havendo mais oposição de forças.

Robertson et al., 2010, estudaram a possibilidade de variar o comprimento dos ímãs com magnetização longitudinal, alterando o encobrimento polar (relação entre o comprimento do ímã e passo polar). Para um dado arranjo de quasi-Halbach,  $\gamma$  é a relação entre os comprimentos dos ímãs de magnetização transversal e longitudinal, sendo definido pela Equação 3.4.

$$\gamma = \frac{l_{pt}}{l_{pl}} \quad (3.4)$$

O estudo apresentado por Robertson et al., 2010, conclui que a diferença da força gerada através da modificação do comprimento dos ímãs com magnetização longitudinal só é positiva para os casos em que existam até quatro comprimentos de onda no arranjo. O resultado é apresentado na Figura 3.6, onde  $W$  é o número de comprimentos de onda no arranjo.

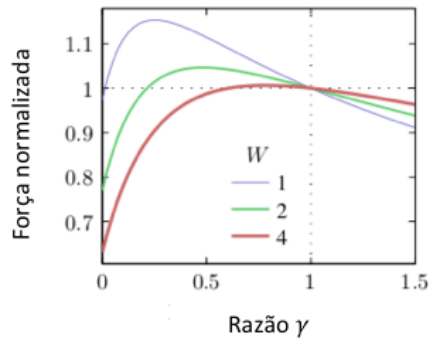


Figura 3.6 – Relação entre  $\gamma$  e força gerada pelo arranjo (Robertson et al., 2010)

Para o cálculo das dimensões dos ímãs permanentes, Chen et al., 2017, realiza a otimização do comprimento e espessura através do cálculo de intensidade de fluxo, considerando como constantes o entreferro, espessura e material da placa condutora. As dimensões podem ser encontradas através das Equações 3.5 e 3.6:

$$l_p = \frac{4}{M} \pi h \quad (3.5)$$

$$d_p \cong 2,5128h \quad (3.6)$$

onde  $M$  é o número de ímãs por comprimento de onda e  $l_p$  é o comprimento dos ímãs permanentes (m), considerando  $\gamma = 1$ .

### 3.4. Culatra

O dimensionamento da culatra é realizado através do conceito de saturação magnética. Fitzgerald et al., 2006, afirmam que a saturação ocorre quando todos os momentos magnéticos de um material estão alinhados com o campo magnético aplicado, não podendo mais esse material contribuir para o aumento de densidade de fluxo magnético.

Eckert et al., 2016, apresentam o parâmetro  $n_{BI}$  para os casos de arranjo cilíndricos. Através de simetria geométrica,  $n_{BI}$  é definido para o caso plano por meio da Equação 3.7.

$$n_{BI} = \frac{d_0^2 - d_{p0}^2}{d_{p0}\tau} \quad (3.7)$$

Para os casos de arranjos de quasi-Halbach, o parâmetro  $n_{BI}$  pode ser aproximado pela Equação 3.8.

$$\frac{B_r}{2B_{sat}} \leq n_{BI} \leq \frac{B_r}{B_{sat}} \quad (3.8)$$

onde  $B_{sat}$  é a densidade de fluxo de saturação do material utilizado na culatra (T).

### 3.5. Intensidade de fluxo magnético

O cálculo da intensidade de fluxo magnético para o primeiro harmônico de um arranjo de quasi-Halbach de lado único é apresentado por Thompson, 2009, e segue as Equações 3.9, 3.10 e 3.11:

$$B = B_r F_1 F_2 e^{-\frac{2\pi y}{\lambda}} \quad (3.9)$$

$$F_1 = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{M}\right)}{\left(\frac{\pi}{M}\right)} \quad (3.10)$$

$$F_2 = 1 - e^{-\frac{2\pi d_p}{\lambda}} \quad (3.11)$$

onde  $y$  é a distância a partir da superfície do lado forte (m).

Para o caso de arranjos de quasi-Halbach duplos, Zhou et al, 2012, afirmam que o arranjo pode ser tratado como um par de arranjo único. O fluxo para um arranjo duplo, portanto, será o dobro do calculado através da Equação 3.9.

## 4. METODOLOGIA

### 4.1. Caracterização da montanha russa

Os parâmetros necessários para o dimensionamento do freio são: massa do conjunto, velocidade, aceleração, ângulo de caimento da pista e restrições geométricas.

A massa do conjunto foi determinada através da análise dos manuais de operação. O manual prevê que cada carro possui 350 kg, sendo o trem composto por três carros. Cada carro possui uma capacidade para quatro pessoas e utilizou-se como média 75 kg por pessoa, conforme especificado no manual. Dado esses valores, chegou-se a uma massa total de 1950 kg.

A determinação da aceleração durante a frenagem tem como objetivo obter um parâmetro para comparação dos freios, sabendo que acelerações maiores do que 2 g podem causar dano aos passageiros, de acordo com Jackson, 2002. A medição da aceleração foi realizada através de um acelerômetro da marca Vernier, modelo *Wireless Dynamics Sensor System (WDSS)*, com medições máximas de 50 m/s<sup>2</sup> por eixo e frequência de aquisição de 100 Hz. O acelerômetro foi fixado no primeiro carro visto que o último carro ainda está completando o percurso quando se inicia a frenagem e posicionado de maneira que o seu eixo X correspondesse ao sentido de movimento do trem.

Na medição da velocidade utilizou-se uma trena para determinar a distância de um ponto de referência até o início da frenagem e a câmera de alta velocidade do iPhone 7 para filmar o trem durante o percurso e obter-se com precisão, através da contagem de quadros, o tempo

necessário para percorrer essa distância. A câmera de alta velocidade gravou em 240 quadros por segundo (FPS) e análise das imagens foi realizada a 30 FPS.

O ângulo de caimento tem como objetivo colocar o trem em movimento após a frenagem total, até sua chegada na estação. Foi calculado por meio de relações trigonométrica, utilizando a distância total de frenagem, a altura do ponto no início da frenagem e a altura do ponto no final da frenagem.

No aspecto de restrições geométricas se destacam três pontos: altura máxima permitida dos ímãs, distância máxima para frenagem e dimensões da placa condutora. A altura máxima permitida dos ímãs é determinada pela distância da pista até o eixo das rodas do trem, no sentido vertical. A distância máxima para a frenagem é determinada pelo comprimento atual dos freios pneumáticos, uma vez que o novo freio utilizará os suportes atuais da pista para sua fixação.

Além disso, é necessário manter os outros três freios pneumáticos existentes por motivos de segurança e operação da montanha russa, visto que são utilizados no desembarque e embarque dos passageiros nas estações. Devido à essa restrição, é necessário manter também as dimensões da placa utilizada atualmente, bem como seu posicionamento relativo ao trem, podendo apenas realizar a troca de material. A Figura 4.2 apresenta um esquema do trem.

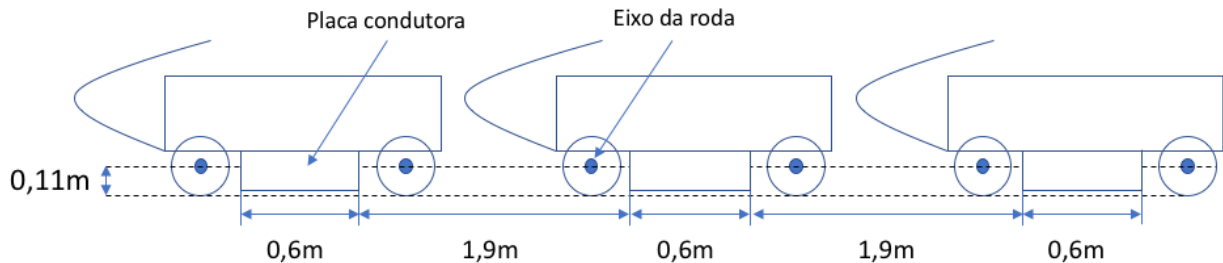


Figura 4.2 – Esquemático do trem

#### 4.2. Equação do movimento

O modelo do movimento do trem da montanha russa após a entrada na área de frenagem pode ser obtido pelas Equações 4.1 a 4.2.

$$\frac{d^2s}{dt^2} = g_1 \sin \beta - \frac{D_d}{m} \frac{ds}{dt} \quad (4.1)$$

$$D_d = \alpha \sigma l \delta w B_0^2 \quad (4.2)$$

onde  $s$  representa a distância percorrida pelo trem após o início da frenagem (m),  $t$  é o tempo decorrido desde o início da frenagem (s),  $g_1$  é a aceleração da gravidade ( $m/s^2$ ),  $\beta$  é o ângulo de caimento da pista ( $^\circ$ ),  $D_d$  é a componente que, quando multiplicada pela velocidade, resulta na força de frenagem (Ns/m) e  $m$  é a massa do trem (kg). Sendo A e B definidos pelas Equações 4.3 e 4.4.

$$A = g_1 \sin \beta \quad (4.3)$$

$$B = \frac{D_d}{m} \quad (4.4)$$

A solução geral da Equação 4.1 é descrita pela Equação 4.5:

$$s(t) = -\frac{c_1 e^{-Bt}}{B} + \frac{A \cdot t}{B} + c_2 \quad (4.5)$$

Para determinação da solução particular e aplicação das condições de contorno assumiu-se a hipótese de que a placa condutora irá contribuir para a frenagem apenas após toda sua entrada no campo magnético, mantendo assim a área constante a fim de simplificar o cálculo e favorecendo a segurança. Para tanto, dividiu-se a distância de frenagem em três segmentos conforme apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Condições de contorno

$0 \leq s_1(t) < 3,1$	$s_1(0) = 0$	$s_1'(0) = v_0$	$B = \frac{D_d}{m}$
$3,1 \leq s_2(t) < 5,6$	$s_2(0) = 3,1$	$s_2'(0) = v_1$	$B = 2 \frac{D_d}{m}$
$5,6 \leq s_3(t) \leq 14$	$s_3(0) = 5,6$	$s_3'(0) = v_2$	$B = 3 \frac{D_d}{m}$

onde:

- $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_3$ , representam, respectivamente, as equações para cada segmento;
- $v_0$  é a velocidade de entrada na área de frenagem;
- $v_1$  é a velocidade quando  $s_1(t) = 3,1$ ;
- $v_2$  é a velocidade quando  $s_2(t) = 5,6$ .

#### 4.3. Determinação da distância de frenagem

Para a determinação da distância de frenagem seguiu-se a seguinte ordem:

- Caracterização da montanha russa;
- Escolha do material da placa condutora;
- Cálculo da máxima espessura da placa devido ao efeito de pelicular;
- Escolha do entreferro;
- Escolha do arranjo e características;
- Cálculo das dimensões dos ímãs permanentes, de acordo com as restrições geométricas;
- Cálculo da espessura da culatra;
- Cálculo da intensidade de fluxo magnético;
- Cálculo do coeficiente de força;
- Solução da equação de movimento.

## 5. RESULTADOS

### 5.1. Caracterização da montanha russa

Os resultados obtidos através da medição da aceleração são apresentados na Figura 5.1.

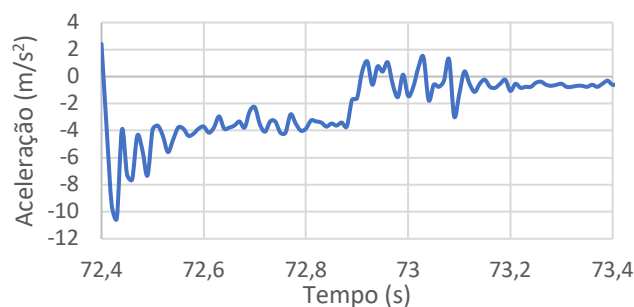


Figura 5.1 – Dados experimentais da aceleração do trem



Percebe-se que o pico de aceleração acontece na entrada da zona de frenagem, obtendo-se aproximadamente  $10,5 \text{ m/s}^2$  de aceleração negativa, levando em torno de 0,5 segundo para sua frenagem total.

Os resultados da filmagem com intuito de obter-se a velocidade estão demonstrados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Resultados da medição de velocidade

Distância (m)	Tempo – 30 FPS (s)	Quantidade de quadros	Tempo real (s)	Velocidade (m/s)
10,5	7,57	227,1	0,95	11,10

O ângulo de caimento foi calculado através da função trigonométrica *arcoseno*, obtendo-se o valor da diferença de altura entre os pontos de início e fim da frenagem e considerando o comprimento máximo de frenagem a hipotenusa de um triângulo retângulo. Os resultados estão apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Resultados do ângulo de caimento

Altura início (m)	Altura final (m)	Comprimento (m)	Ângulo (°)
0,476	0,110	14	1,5

A avaliação das características atuais da montanha russa que deverão ser mantidas resultaram em três restrições:

- Distância máxima de frenagem: 14 m
- Dimensões da placa condutora:
  - Comprimento  $l_c$  : 0,6 m
  - Altura  $w_c$  : 0,10 m
  - Espessura  $\delta$  : 6,5 mm
- Altura máxima dos ímãs: 0,01 m

## 5.2. Material da placa condutora

Optou-se por utilizar uma liga de alumínio Al 1120, por possuir um bom equilíbrio entre condutividade elétrica e resistência mecânica. A Tabela A.1 apresenta as propriedades da liga escolhida em comparação com outras ligas disponíveis no mercado.

## 5.3. Espessura máxima da placa condutora

De posse da velocidade apresentada na Tabela 5.1. e da condutividade elétrica da liga Al 1120 foi possível calcular a espessura máxima da placa condutora para que o efeito pelicular não interfira no cálculo da força de arrasto. A Tabela 5.3 apresenta os dados utilizados e o resultado da Equação 3.3

Tabela 5.3 – Resultado do cálculo de efeito pelicular

Velocidade (m/s)	Condutividade elétrica (S/m)	Permeabilidade no vácuo ( $\text{N.A}^{-2}$ )	Espessura máxima (mm)
11,10	$3,422 \times 10^7$	$4\pi \times 10^{-7}$	9,16

É possível concluir que o efeito pelicular não irá influenciar a frenagem, uma vez que  $\delta_{max} > \delta$ .

#### 5.4. Entreferro

A escolha do entreferro levou em conta o fato de que quanto mais afastado os ímãs da placa condutora, menor é a intensidade de fluxo magnético, de acordo com a Equação 3.9. Porém, caso o entreferro seja muito pequeno pode haver colisão entre a placa condutora e o conjunto de ímãs, visto que sempre haverá distorções e imprecisões na fabricação do conjunto. Com intuito de escolher um valor aceitável, utilizou-se o valor de entreferro de uma outra atração do parque onde um freio de Foucault já está instalado. A atração escolhida foi o *Turbo Drop*, uma torre de queda livre de 20 m, onde o entreferro é de 10 mm entre os ímãs e a placa condutora.

#### 5.5. Arranjo

A escolha do arranjo seguiu o descrito por Jang e Lee, 2003, onde é demonstrado que o arranjo de quasi-Halbach de 90° apresenta a maior força de frenagem por volume de material magnético, quando comparado à topologia de magnetismo horizontal e vertical. O arranjo escolhido, portanto, é o arranjo apresentado na Figura 3.3 (a), possuindo quatro ímãs por comprimento de onda.

#### 5.6. Dimensões dos ímãs permanentes

Tendo em vista o entreferro escolhido, o arranjo e a quantidade de ímãs por comprimento de onda, é possível utilizar as Equações 3.5 e 3.6 para se obter os valores  $l_p$  e  $d_p$ . A Tabela 5.4 apresenta os valores obtidos:

Tabela 5.4 – Resultados das dimensões dos ímãs permanentes

Entreferro (m)	Ímãs/ $\lambda$	$l_p$ (m)	$d_p$ (m)
0,010	4	0,031	0,025

Face ao comprimento  $l_p$  apresentado na Tabela 5.4, fica evidente que serão necessários mais de quatro comprimentos de onda para cobrir os 14m passíveis de serem utilizados para frenagem. Portanto, de acordo com a Figura 3.6, os ímãs com magnetização longitudinal ( $l_{pl}$ ) terão o mesmo comprimento dos ímãs com magnetização transversal ( $l_{pt}$ ).

O ímã escolhido foi o neodímio-ferro-boro (NdFeB) classe N40, com remanescência mínima de 1,26 T. A escolha da classe N40 se deve ao fato do ímã não necessitar suportar temperaturas superiores a 80°C e ser facilmente encontrado comercialmente. As classes e suas respectivas características são apresentadas nas Tabelas A.2 e A.3.

#### 5.7. Culatra

O material escolhido para a culatra foi o aço SAE 1020, em razão do custo mais baixo em relação a outros materiais ferromagnéticos. A obtenção dos valores apresentados na Tabela 5.4 permite utilizar as Equações 3.7 e 3.8 para calcular a espessura da culatra. Os valores são apresentados na Tabela 5.5. O valor de  $n_{BI}$  foi escolhido como o valor médio do intervalo apresentado na Equação 3.8.

Tabela 5.5 – Resultado do dimensionamento da culatra

$\frac{B_r}{2B_{sat}}$	$\frac{B_r}{B_{sat}}$	$n_{BI}$	$i_0$ (mm)
0,45	0,89	0,67	17,00

onde,  $i_0 = d_0 - d_{p0}$ .

A representação do arranjo final é apresentada na Figura 5.2 e suas dimensões são apresentadas na Tabela 5.6.

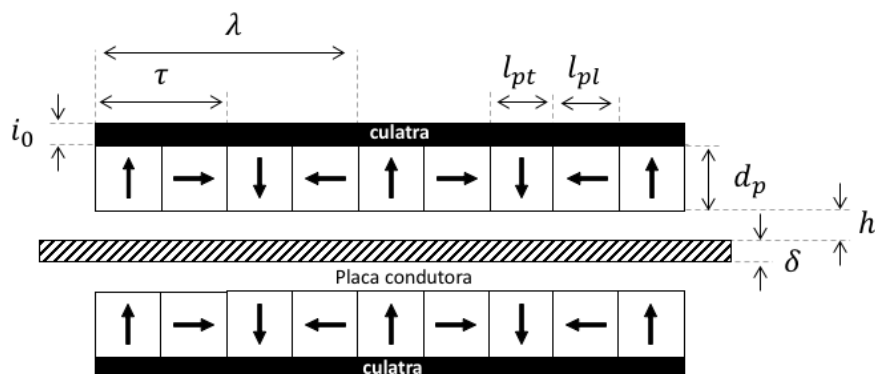


Figura 5.2 – Representação do arranjo final

Tabela 5.6 - Dimensões finais

<b>Componente</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Descrição</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
<b>Ímãs</b>	$l_{pt}$	Comprimento Transversal	0,031	m
	$l_{pl}$	Comprimento Longitudinal	0,031	m
	$d_p$	Espessura	0,025	m
	$w_p$	Altura	0,070	m
	$i_0$	Espessura da culatra ferromagnética	0,017	m
	$B_r$	Remanescência	1,26	T
<b>quasi-Halbach</b>	$\lambda$	Comprimento de onda	0,124	m
	M	Número de ímãs por comprimento de onda	4	
	$\tau$	Passo polar	0,062	m
	$h$	Entreferro	0,010	m
<b>Placa condutora</b>	$l_s$	Comprimento	0,600	m
	$w_s$	Altura	0,100	m
	$\delta$	Espessura	0,0065	m
	$\sigma$	Condutividade	$3,422 \times 10^7$	S/m

### 5.8. Intensidade de fluxo magnético

O cálculo da intensidade de fluxo magnético utilizou a Equação 3.9 e a Tabela 5.7 apresenta os resultados encontrados.

Tabela 5.7 – Resultados do cálculo de fluxo magnético

<b>y (m)</b>	<b><math>F_1</math></b>	<b><math>F_2</math></b>	<b>B (T) - Lado único</b>	<b>B (T) - Duplo</b>
0,01325	0,900	0,715	0,415	0,830

O valor de y é o valor do entreferro somado à metade da espessura da placa condutora.

### 5.9. Coeficiente de força de arrasto

O cálculo do coeficiente de força utilizou a Equação 4.2. e resultou em  $D_d = 869,26$  Ns/m, sendo  $\alpha = 0,14$ .

### 5.10. Equação do movimento

Tendo todos os valores calculados, utilizou-se a Equação 4.5 para descrever o movimento do trem durante a frenagem. A Tabela 5.8 apresenta os valores calculados nas condições de contorno e a equação resultante para cada intervalo.

Tabela 5.8 – Resultados das equações de movimento

$0 \leq s_1(t) < 3,1$	A	B	$s_1(0)$	$s_1'(0)$	$c_1$	$c_2$
	0,257	0,435	0	11,10	10,506	21,172
	$s_1(t) = -24,172e^{-0,435t} + 0,591t + 24,172$					
$3,1 \leq s_2(t) < 5,6$	A	B	$s_2(0)$	$s_2'(0)$	$c_1$	$c_2$
	0,257	0,869	3,1	9,82	9,530	14,603
	$s_2(t) = -10,963e^{-0,869t} + 0,295t + 14,063$					
$5,6 \leq s_3(t) \leq 14$	A	B	$s_3(0)$	$s_3'(0)$	$c_1$	$c_2$
	0,257	1,304	5,6	7,73	7,530	11,375
	$s_3(t) = -5,774e^{-1,304t} + 0,197t + 11,375$					

As equações foram então utilizadas na geração dos gráficos de velocidade e aceleração. A Figura 5.3 apresenta o gráfico de velocidade por distância e a Figura 5.4 apresenta o gráfico de aceleração por distância.

Através da análise da Figura 5.3, percebe-se que a velocidade atinge 1 m/s após 11 m de frenagem, cumprindo, portanto, o objetivo principal. Porém, o modelo considera o início da frenagem apenas após a entrada completa da primeira placa condutora, necessitando, portanto, de adicionais 0,6 m de ímãs.

A análise da Figura 5.4 permite determinar que a aceleração máxima ocorre em 5,6 m após a entrada do trem, sendo essa de  $9,82 \text{ m/s}^2$ . Essa distância coincide com o início do intervalo  $s_3$ , quando a terceira placa condutora se encontra totalmente inserida no campo magnético. As descontinuidades apresentadas na curva são devido à discretização dos intervalos e na realidade o trem irá ser submetido a um aumento de força gradual, conforme a segunda e a terceira placa condutora entram na zona de frenagem. O gráfico mostrado na Figura 5.4, portanto, representa o modelo matemático usado, sendo esse modelado em prol da segurança e demonstra que a aceleração não irá passar do máximo permitido, ficando inclusive abaixo do encontrado atualmente, que era de  $10,5 \text{ m/s}^2$ .

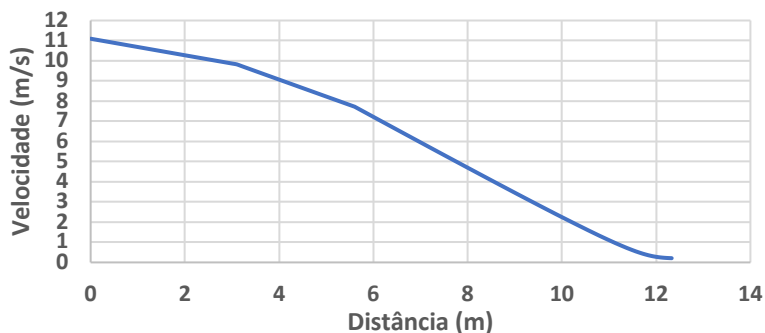


Figura 5.3 – Velocidade do trem x distância percorrida de frenagem

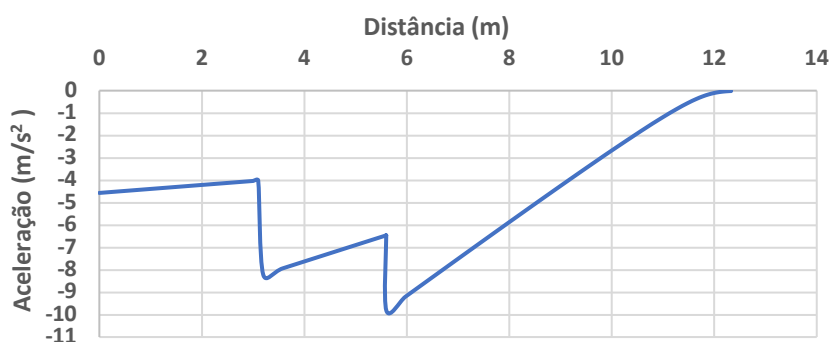


Figura 5.4 – Aceleração do trem x distância percorrida de frenagem

## 6. CONCLUSÕES

A partir da análise dos resultados pode-se concluir que o trabalho cumpriu com o objetivo proposto de dimensionar um freio de Foucault para aplicação na montanha russa *Alpen Blizzard*. Os valores encontrados através da metodologia proposta atenderam os requisitos de projeto, reduzindo a velocidade para 1 m/s em até 14 metros, sem ultrapassar os 2 g de aceleração permitidos, havendo inclusive uma redução do pico de aceleração de 10,50 m/s<sup>2</sup> para 9,82 m/s<sup>2</sup>. A geometria resultante está de acordo com as restrições geométricas impostas pela montanha russa, permitindo que o novo freio atenda todos os requisitos de segurança necessários.

Porém, a validade dos cálculos deve levar em conta a simplificação de placa condutora infinita, realizada na dedução da equação de força de arrasto. Além disso, não foi considerado o caso de haver uma velocidade crítica onde o campo magnético produzido pelas correntes parasitas anulasse o campo magnético dos ímãs permanentes. Com intuito de verificar a diferença entre os cálculos analíticos aqui apresentados e resultados experimentais, sugere-se dois trabalhos futuros:

- Simulação em Método de Elementos Finitos com intuito de confirmar a densidade de fluxo magnético calculada;
- Construção e instrumentação de uma bancada de testes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Byun, J., Sainjargal, S. “**Analysis and Case Study of Permanent Magnet Arrays for Eddy Current Brake Systems with a New Performance Index**”, Journal of Magnetism, vol.18(3), pp 276 – 282, 2013.

Chen, Q., Tan, Y., Li, G., Li, J., Mareels, I., “**Design of Double-Sided Linear Permanent Magnet Eddy Current Braking System**”, Progress in Electromagnetics Research M, vol. 61, pp. 61-73, 2017.

Eckert, P. R., Flores Filho, A. F., Perondi, E., Ferri, J., Goltz, E. "**Design Methodology of a Dual Halbach Array Linear Actuator with Termal-Electromagnetic Coupling**", Sensors, 16, 360, 2016.

Eckert, P. R., Wiltuschnig, I. P., Flores Filho, A. F., "**Design Aspects of Quasi-Halbach Arrays Applied to Linear Tubular Actuators**", 10<sup>th</sup> International Symposium on Linear Drives for Industry Applications, 2015.

Fitzgerald, A. E., Kingsley, C. J., Umans, S. D., "**Máquinas elétricas com introdução à eletrônica de potência**", Bookman Companhia Editora, 6<sup>a</sup> edição, 2006.

Hammond, P., Sykulski, J. K., "**Engineering Electromagnetism Physical Processes and Computation**", Oxford University Press, 1<sup>st</sup> edition, 1994.

Heald, M. A. "**Magnetic braking: Improved theory**", American Journal of Physics, vol. 55, pp. 521, 1988.

Jackson, J. A., Monnington, S., Boorman, C., Milnes, E., "**Establishing criteria for safe g-force levels for passenger carrying amusement rides**", Health and Safety Laboratory, 2002.

Jang, S., Lee, S., "**Comparison of Three Types of Permanent Magnet Linear Eddy-Current Brakes According to Magnetization Pattern**", IEEE Transactions of Magnetics, vol. 39, No. 5, 2003.

K&J Magnetics, Inc, "**Neodymium Magnet Physical Properties**" <https://www.kjmagnetics.com/specs.asp>. Acessado em: 07/06/2018.

Levin, Y., da Silveira, F. L., Rizzato, F. B. "**Electromagnetic braking: A simple quantitative model**", American Journal of Physics, vol. 74, No. 9, 2006.

Nexans, "**Condutores de Alumínio**" [http://www.nexans.com.br/Brazil/2016/Folder\\_Condutores\\_de\\_Aluminio.pdf](http://www.nexans.com.br/Brazil/2016/Folder_Condutores_de_Aluminio.pdf). Acessado em: 07/06/2018.

Shiau, J., Ma, D., Jou, M., "**Analysis and Experiment of Eddy Current Brakes with Moving Magnets**", Materials Science Forum, vols. 575-578, pp 1299-1304, 2008.

Thompson, M. T., "**Practical Issues in the Use of NdFeB Permanent Magnets in Maglev, Motors, Bearings, and Eddy Current Brakes**", Proceedings of the IEEE, vol. 97, No. 11, 2009.

Wiederick, H. D., Gauthier, N., Campbell, D. A., Rochon, P. "**Magnetic braking: simple theory and experiment**", American Journal of Physics, vol. 55, pp 500, 1987.

Wikimedia, "**Eddy currents due to magnet**" [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Eddy\\_currents\\_due\\_to\\_magnet.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Eddy_currents_due_to_magnet.svg). Acessado em: 21/05/2018.

Wouterse, J. H., "**Critical torque and speed of eddy current brake with widely separated soft iron poles**". Electric Power Applications, IEE Proceedings B; vol. 138, no. 4, pp.153-158., 1991.

Zhou, S., et al. "**Design of permanent magnet eddy current brake for a small scaled electromagnetic launch model**", Journal of Applied Physics, vol. 111, pp 738, 2012.

## ANEXO I

Propriedades das ligas de alumínio

Tabela A.1 - Ligas de alumínio e propriedades (Nexans, 2018)

<b>Tipo Alumínio</b>	<b>Condutividade (% IACS)</b>	<b>Carga ruptura (MPa)</b>
Al 1350-EC	61	160-185
Al Liga 6201	52,5	290-295
Al Liga 1120	59	240-260

## ANEXO II

Propriedades dos ímãs NdFeB

Tabela A.2 - Propriedades ímãs NdFeB (K&amp;J Magnetics, 2018)

<b>Classe</b>	<b>Densidade de fluxo residual</b>	<b>Força coercitiva</b>	<b>Produto energético máximo</b>
N35	1,17-1,21 T	>11.0 KOe	33-35 MGOe
N40	1,22-1,26 T	>11.0 KOe	38-40 MGOe
N48	1,38-1,42 T	>11.0 KOe	45-48 MGOe
N52	1,45-1,48 T	>11.2 KOe	49.5-52 MGOe
N35M	1,17-1,21 T	>11.4 KOe	33-35 MGOe
N40M	1,26-1,29 T	>11.4 KOe	38-40 MGOe
N48M	1,36-1,42 T	>11.4 KOe	45-48 MGOe
N50M	1,41-1,45 T	>11.4 KOe	48-50 MGOe
N35H	1,17-1,21 T	>10.8 KOe	33-35 MGOe
N40H	1,26-1,29 T	>11.4 KOe	38-40 MGOe
N42H	1,30-1,33 T	>11.4 KOe	40-42 MGOe
N48H	1,36-1,42 T	>11.4 KOe	45-48 MGOe
N30SH	1,08-1,12 T	>10.1 KOe	28-30 MGOe
N35SH	1,17-1,21 T	>10.8 KOe	33-35 MGOe
N40SH	1,26-1,29 T	>11.4 KOe	38-40 MGOe
N42SH	1,30-1,33 T	>11.4 KOe	40-42 MGOe
N28UH	1,04-1,08 T	>9.8 KOe	26-28 MGOe
N30UH	1,08-1,12 T	>10.1 KOe	28-30 MGOe
N35UH	1,17-1,21 T	>10.8 KOe	33-35 MGOe
N40UH	1,26-1,29 T	>11.4 KOe	38-40 MGOe
N30EH	1,08-1,12 T	>10.1 KOe	28-30 MGOe
N35EH	1,17-1,21 T	>10.8 KOe	33-35 MGOe
N38EH	1,22-1,26 T	>10.8 KOe	36-38 MGOe

Tabela A.3 – Propriedades de temperatura máxima de trabalho (K&amp;J Magnetics, 2018)

<b>Classe</b>	<b>Temperatura máxima de trabalho</b>
N	80°C
NM	100°C
NH	120°C
NSH	150°C
NUH	180°C
NEH	200°C