 ISSN 1984-820X

Disco rugoso submerso em um fluido com superfície livre

Juliana S. Ziebell, **Leandro Farina**,
Instituto de Matemática Pura e Aplicada, PPGMAp, UFRGS,
91509-900, Porto Alegre, RS
E-mail: ju_sziebell@yahoo.com.br, farina@mat.ufrgs.br

Resumo: *Nesse trabalho, estudamos o caso em que um disco rugoso está submerso em um fluido com superfície livre. Usamos um método perturbativo na fronteira para obtermos uma sequência de equações integrais cuja solução aproxima a solução exata. Um método numérico para a resolução destas equações é proposto.*
Palavras-chave: *Dinâmica de fluidos, Equações integrais, Escoamentos potenciais*

1 A formulação

O escoamento de um fluido ilimitado através de um disco é um problema bem estudado e documentado na literatura [1]. Quando este fluido é limitado por uma superfície livre o problema se torna mais complexo e pode ser separado em dois casos: quando o disco flutua e quando este está submerso. O primeiro caso é conhecido como o problema da doca (veja por exemplo, [2]). O segundo caso foi tratado mais recentemente em [3] e apresenta características notáveis, tais como a ocorrência de frequências resonantes onde a força hidrodinâmica assume máximos locais.

Neste trabalho abordaremos um problema ainda não investigado. Assumiremos que o disco é perturbado fora de seu plano original. A análise a ser apresentada segue procedimentos similares ao de [3], que considera um disco liso em um fluido com superfície livre, e de [4] que estuda um problema de um disco rugoso em um fluido ilimitado. Como principal resultado, apresentamos uma formlação simplificada do problema que admite solução numérica obtida eficientemente.

Consideramos, o sistema coordenado cartesiano, onde z é o eixo vertical, positivo para baixo, e a superfície livre não perturbada se localiza em $z = 0$. Nesse problema temos um corpo submerso em um fluido com superfície livre S suave, fechada e limitada. Supomos que os movimentos do fluido são de pequena amplitude, harmônicos no tempo, que o fluido é incompressível e não viscoso, e que o movimento é irrotacional. Denotamos ϕ como o potencial do fluido e $[\phi]$ como a descontinuidade do fluido, através de S. Assim, introduzimos o potencial de velocidade $Re\{\phi(x, y, z)e^{-iwt}\}$, onde w é a frequência angular.

As equações que formulam o problema são as seguintes.

- ϕ satisfaz a Equação de Laplace:
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi = 0 \text{ no fluido } D;$$

- A condição da superfície livre é:
$$K\phi + \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ em } z = 0;$$
onde $K = \omega^2/g$, g é a aceleração da gravidade e ω é a frequência.

- Na superfície do corpo a velocidade normal é descrita como
$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = V \text{ em } S,$$
onde V é uma função dada;

- ϕ satisfaz a condição de radiação

$$r^{1/2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial r} - iK\phi\right) \to 0 \text{ quando } r = (x^2+y^2)^{1/2} \to \infty.$$

Os pontos P, Q denotam pontos no fluido e os pontos p, q denotam pontos do corpo submerso.

Para resolver o problema, vamos reduzir o problema de valor de fronteira para ϕ a uma equação integral de fronteira sobre S. Nosso objetivo é conseguir uma sequência de equações integrais para formular o problema analiticamente e depois obter fórmulas convenientes para a solução numérica.

Iremos considerar a função de Green para o caso de águas profundas dada por

$$G(P,Q) \equiv G(x,y,z;\xi,\eta,\zeta) = G_0(R,z+\zeta) + G_1(R,z+\zeta), \tag{1}$$

onde $R = ((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2)^{1/2}$, $G_0(R,z-\zeta) = (R^2 + (z-\zeta)^2)^{-1/2}$ e

$$G_1(R,z+\zeta) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-k(z+\zeta)} J_0(kR)\frac{k+K}{k-K}dk, \tag{2}$$

e J_0 é a função de Bessel de ordem zero. G satisfaz a condição de superfície livre, a equação de Laplace e tem uma singularidade fraca em $P = Q$.

Suponhamos que a superfície Ω é dada por

$$\Omega : z = F(x,y) + \frac{b}{2},\ (x,y) \in D,$$

onde D é um disco unitário no plano-xy e $\frac{b}{2}$ é a profundidade a que o corpo está submetido. Sejam $p, q \in \Omega$ tal que

$$p = (\xi,\eta,\zeta),\ \ q = (x,y,z).$$

Aplicando o Teorema de Green em ϕ e G e supondo que o corpo se degenera em uma fina placa rígida, obtemos

$$\frac{1}{4\pi}\oint_\Omega [\phi(q)]\frac{\partial^2}{\partial n_q \partial n_q}G(p,q)ds_q = V(p),\ \ p \in \Omega, \tag{3}$$

onde a integral deve ser interpretada no sentido de Parte Finita de Hadamard.

Usando a expressão (1) para G em (3) e supondo que $V(p) = 1$, ou seja, que as oscilações são apenas verticais, temos a seguinte equação integral governante

$$\frac{1}{4\pi}\oint_\Omega [\phi(q)]\frac{d\Omega}{R^3} + \frac{1}{4\pi}\int_\Omega [\phi(q)]\frac{\partial^2 G_1}{\partial n_p \partial n_q}d\Omega = 1, \tag{4}$$

Denotamos

$$F_1 = \frac{\partial F}{\partial x}, F_2 = \frac{\partial F}{\partial y}, F_1^0 = \frac{\partial F}{\partial \xi} e F_2^0 = \frac{\partial F}{\partial \eta} e w = [\phi]. \tag{5}$$

Sejam $\Lambda = \frac{\{F(x,y)-F(\xi,\eta)\}}{R}$ e $\bar{\Lambda} = \frac{\{F(x,y)+F(\xi,\eta)\}}{R}$. Definimos ainda o ângulo θ por

$$x - \xi = R\cos\theta \text{ e } y - \eta = R \operatorname{sen}\theta.$$

Projetando no disco D, podemos reescrever (4) como

$$\frac{1}{4\pi}\oint_D H\ w(q)dA + \frac{1}{4\pi}\int_D W\ w(q)dA = 1, \tag{6}$$

onde,

$$\begin{aligned} H(\xi,\eta;x,y) &= \frac{1}{R^3}\left(\frac{1 + F_1{F_1}^0 + F_2{F_2}^0}{(1+\Lambda^2)^{\frac{3}{2}}}\right. \\ &- \left.\frac{3(F_1\cos\theta + F_2 \operatorname{sen}\theta - 1)({F_1}^0\cos\theta + {F_2}^0\operatorname{sen}\theta - 1)}{(1+\Lambda^2)^{\frac{5}{2}}}\right), \end{aligned} \tag{7}$$

e

$$W = \frac{\partial^2 G_1}{\partial n_q \partial n_p}\bigg|_D.$$

Assim,

$$\begin{aligned}
W &= \left\{F_1F_1^0 \oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k(F(x,y)+F(\xi,\eta))}\mathrm{e}^{-kb}\frac{k}{R}[\cos^2\theta J_0'(kR) - J_0'(kR) - kR\cos^2\theta J_0'(kR)]\frac{k+K}{k-K}dk\right\}. \\
&+ F_2F_1^0 \oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k(F(x,y)+F(\xi,\eta))}\mathrm{e}^{-kb}\frac{k}{R^2}R^2\cos\theta\mathrm{sen}\theta\left[\frac{J_0'(kR)}{R} - kJ_o'(kR)\right]\frac{k+K}{k-K}dk \\
&- F_1^0 \oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k(F(x,y)+F(\xi,\eta))}\mathrm{e}^{-kb}k^2\cos\theta J_0'(kR)\frac{k+K}{k-K}dk \\
&+ F_1F_2^0 \oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k(F(x,y)+F(\xi,\eta))}\mathrm{e}^{-kb}\frac{k}{R^2}R^2\cos\theta\mathrm{sen}\theta\left[\frac{J_0'(kR)}{R} - kJ_0'(kR)\right]\frac{k+K}{k-K}dk \\
&+ F_2F_2^0 \oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k(F(x,y)+F(\xi,\eta))}\mathrm{e}^{-kb}\frac{k}{R}[\mathrm{sen}^2\theta J_0'(kR) - J_0'(kR) - kR\mathrm{sen}^2\theta J_0'(kR)]\frac{k+K}{k-K}dk \\
&- \oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k(F(x,y)+F(\xi,\eta))}\mathrm{e}^{-kb}k^2\mathrm{sen}\theta J_0'(kR)\frac{k+K}{k-K}dk \\
&+ F_1 \oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k(F(x,y)+F(\xi,\eta))}\mathrm{e}^{-kb}k^2\cos\theta J_0'(kR)\frac{k+K}{k-K}dk \\
&+ F_2 \oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k(F(x,y)+F(\xi,\eta))}\mathrm{e}^{-kb}k^2\mathrm{sen}\theta J_0'(kR)\frac{k+K}{k-K}dk \\
&+ \left\{\oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k(F(x,y)+F(\xi,\eta))}\mathrm{e}^{-kb}k^2 J_0(kR)\frac{k+K}{k-K}dk\right\}. \qquad (8)
\end{aligned}$$

2 Método Perturbativo

Considere

$$F(x,y) = \epsilon f(x,y), \qquad (9)$$

onde ϵ é um parâmetro pequeno e f é independente de ϵ. Tomamos

$$\begin{aligned}
\Lambda &= \epsilon\lambda \ \text{ com } \ \lambda = [f(x,y) - f(\xi,\eta)]/R, \qquad (10)\\
\bar{\Lambda} &= \epsilon\bar{\lambda} \ \text{ com } \ \bar{\lambda} = [f(x,y) + f(\xi,\eta)]/R. \qquad (11)
\end{aligned}$$

É mostrado em [4] que

$$H = \frac{1}{R^3}\{1 + \epsilon^2 K_2 + O(\epsilon^4)\},$$

onde

$$K_2 - f_1f_1^0 + f_2f_2^0 - \frac{3}{2}\lambda^2 - 3(f_1\cos\theta + f_2\mathrm{sen}\theta - \lambda)(f_1^0\ cos\theta + f_2^0\mathrm{sen}\theta),$$

e f_j, f_j^0 são definidos semelhantemente a F_j, F_j^0; veja (5).

Então, substituindo (9) e (10) em (8), e separando os termos de ordem ϵ^0, ϵ^2 e ϵ^2, podemos escrever

$$W = W_0 + \epsilon W_1 + \epsilon^2 W_2, \qquad (12)$$

para ϵ pequeno, onde

$$W_0 = \oint_0^\infty \mathrm{e}^{-k\epsilon\bar{\lambda}R}\mathrm{e}^{-kb}k^2 J_0(kR)\frac{k+K}{k-K}dk, \qquad (13)$$

$$\begin{aligned}
W_1 &= [(f_1 - f_1^0)\cos\theta + (f_2 - f_2^0)\mathrm{sen}\,\theta] \\
&\times \oint_0^\infty \frac{k+K}{k-K}\mathrm{e}^{-k\epsilon(f(x,y)+f(\xi,\eta))+b)}k^2 J_0'(kR)dk, \qquad (14)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
W_2 &= \left[\frac{-\operatorname{sen}^2\theta}{R} f_1 f_1^0 - \frac{\cos^2\theta}{R} f_2 f_2^0 + (f_2 f_1^0 + f_1 f_2^0)\frac{\operatorname{sen}(2\theta)}{2R}\right] \int_0^\infty \mathrm{e}^{-k\epsilon\bar{\lambda}R}\mathrm{e}^{-kb}\frac{k^2}{R} J_0'(kR)\frac{k+K}{k-K}dk \\
&+ \left[-\cos^2\theta f_1 f_1^0 - \operatorname{sen}^2\theta f_2 f_2^0 + (f_2 f_1^0 + f_1 f_2^0)\frac{\operatorname{sen}(2\theta)}{2R}\right] \\
&\times \int_0^\infty \mathrm{e}^{-k\epsilon\bar{\lambda}R}\mathrm{e}^{-kb}\frac{k^3}{R} J_0''(kR)^{\frac{k+K}{k-K}} dk. \qquad (15)
\end{aligned}
$$

Note que ϵ está presente também em W_0, W_1 e W_2. Para tratar esse problema, iremos expandir $\mathrm{e}^{-k\epsilon\bar{\lambda}R+b} = \mathrm{e}^{-k\epsilon(f(x,y)+f(\xi,\eta))+b}$ em série de Taylor. Isso resulta em expansões para W_0, W_1 e W_2 nas formas

$$W_0 = W_{00} + \epsilon W_{01} + \epsilon^2 W_{02},$$

$$W_1 = W_{10} + \epsilon W_{11} + \epsilon^2 W_{12},$$

$$W_2 = W_{20} + \epsilon W_{21} + \epsilon^2 W_{22}.$$

Similarmente, assumindo

$$w = w_0 + \epsilon w_1 + \epsilon^2 w_2 + ... \qquad (16)$$

e substituindo em (6), teremos

$$\frac{1}{4\pi}\fint_D H\ (w_0+\epsilon w_1+\epsilon^2 w_2)dA + \frac{1}{4\pi}\int_D (W_0+\epsilon W_1+\epsilon^2 W_2)\ (w_0+\epsilon w_1+\epsilon^2 w_2)dA + O(\epsilon^3) = 1. \qquad (17)$$

Assim, separando os termos de ordem 0, 1 e 2, obtemos as equações integrais

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{4\pi}\int_D W_{00}\, w_0\, dA + \frac{1}{4\pi}\fint_D w_0 \frac{dA}{R^3} &= 1, && (18)\\
\frac{1}{4\pi}\int_D W_{00}\, w_1\, dA + \frac{1}{4\pi}\fint_D w_1 \frac{dA}{R^3} &= -\frac{1}{4\pi}\int_D (W_{10}+W_{01})w_0 dA && (19)\\
\frac{1}{4\pi}\int_D W_{00}\, w_2\, dA + \frac{1}{4\pi}\fint_D w_2 \frac{dA}{R^3} &= -\frac{1}{4\pi}\int_D (W_{02}+W_{11}+W_{20})w_0 dA \\
&- \frac{1}{4\pi}\int_D (W_{01}+W_{10})w_1 dA - \frac{1}{4\pi}\fint_D \mathcal{K}_2 w_0 \frac{dA}{R^3}. && (20)
\end{aligned}
$$

Podemos escrever as equações acima de forma mais sucinta como

$$
\begin{aligned}
(\bar{H}_{00} + \mathcal{H})\, w_0 &= 1, && (21)\\
(\bar{H}_{00} + \mathcal{H})\, w_1 &= -(\bar{H}_{10} + \bar{H}_{01})w_0, && (22)\\
(\bar{H}_{00} + \mathcal{H})\, w_2 &= -(\mathcal{K}_2 + \bar{H}_{02} + \bar{H}_{11} + \bar{H}_{20})w_0 - (\bar{H}_{01} + \bar{H}_{10})w_1 && (23)
\end{aligned}
$$

usando os operadores integrais

$$
\begin{aligned}
\bar{H}_{ij} w &= \int_D W_{ij} w\ dA \qquad \forall\, i,j \in \{0,1,2\}, && (24)\\
\mathcal{H} w &= \fint_D w\ \frac{dA}{R^3}, && (25)\\
\mathcal{K}_2 w &= \fint_D K_2 w\ \frac{dA}{R^3}. && (26)
\end{aligned}
$$

As equações (22), (23) e (23) formam uma sequência de equações integrais que aproximam a solução da equação governante (6). Esta é a contribuição original de nosso trabalho. Note que a estrutura mais simples destas equações oferece uma alternativa de solução do problema visto que para resolvê-lo agora basta inverter o operador integral $\bar{H}_{00} + \mathcal{H}$. Isso pode ser feito eficientemente, como iremos mostrar na próxima seção.

3 Expressões Alternativas e Método Numérico

Note que os núcleos das equações integrais (22), (23) e (23) apresentam funções cujas implementações numéricas não são triviais. Especificamente, nesses estão presentes integrais de caminho envolvendo funções de Bessel. Podemos escrever estas integrais alternativamente em termos de funções de Bessel e funções de Struve o que facilita suas avaliações numéricas.

De acordo com [5], temos

$$\begin{aligned} G_1 &= \oint_0^\infty \frac{k+K}{k-K} \mathrm{e}^{-k(z+\zeta)} J_0(kR)dk \\ &= K\left[(X^2+Y^2)^{-1/2} - \pi \mathrm{e}^{-Y}(H_0(x)+Y_0(x)) - 2\int_0^Y \mathrm{e}^{t-Y}(X^2+t^2)^{-1/2}dt\right] \\ &- 2\pi \mathrm{i} K \mathrm{e}^{-Y} J_0(X), \end{aligned} \tag{27}$$

onde $X = KR$, $Y = K(z+\zeta)$, H_0 é a função de Struve de ordem 0 e J_0 e Y_0 denotam funções de Bessel. Com base neste resultado, é mostrado em [7] que os núcleos W_0, W_1 e W_2 admitem representações similares. Por exemplo,

$$\begin{aligned} W_{00} &= K^3\Big[3K^2b^2(X^2+K^2b^2)^{-5/2} - (X^2+K^2b^2)^{-3/2} - \pi \mathrm{e}^{-kb}(H_0(X)+Y_0(X)) \\ &- 2\int_0^{Kb} \mathrm{e}^{t-kb}(X^2+t^2)^{-1/2}dt + 2(X^2+K^2b^2)^{-1/2} + 2(X^2+K^2b^2)^{-3/2}Kb\Big] \\ &+ 2\pi \mathrm{i} K^4 \mathrm{e}^{-Kb}(f(x,y)+f(\xi,\eta))J_0(X). \end{aligned} \tag{28}$$

Para as demais expressões alternativas de $W_{ij}, \quad i,j \in \{0,1,2\}$, veja [7].

Para resolvermos numericamente as equações integrais que envolvem Parte Finita de Hadamard vamos tomar a seguinte base de funções

$$B_k^m(r,\theta) = P_{m+2k+1}^m(\sqrt{1-r^2})\cos m\theta, \tag{29}$$

onde P_n^m são as funcões de Legendre associadas.

Considere integral hipersingular

$$\mathcal{H}w(x,y) = \frac{1}{4\pi} ⨎_D w(x,y)\frac{dA}{R^3}, \tag{30}$$

que está presente nas equações (22), (23) e (23). Para avaliá-la, usaremos a fórmula dada em [6]:

$$\frac{1}{4\pi} ⨎_D \frac{1}{R^3} B_k^m(s,\alpha)s\, dsd\alpha = C_k^m \frac{B_k^m(r,\theta)}{\sqrt{1-r^2}}, \tag{31}$$

onde

$$C_k^m = -\frac{\pi}{4}\frac{[P_{m+2k+1}^{m+1}(0)]^2}{\frac{(2m+2k+1)!}{(2k+1)!}}.$$

A equação (31) nos permite resolver integrais de Parte Finita de Hadamard numericamente. Expandimos $[\phi]$ em termos de (29) como

$$[\phi] = w(x,y) \approx \sum_{k,m}^N a_k^m B_k^m(r,\theta). \tag{32}$$

Substituindo (29) e (32) em (30), temos

$$\mathcal{H}w(x,y) = \frac{1}{4\pi} ⨎_D \sum_{k,m}^N a_k^m B_k^m(s,\alpha)\frac{1}{R^3}\, s\, ds\, d\alpha$$

$$
\begin{aligned}
&= \sum_{k,m}^{N} a_k^m C_k^m \frac{B_k^m(r,\theta)}{\sqrt{1-r^2}} \\
&= \sum_{k,m}^{N} a_k^m C_k^m \frac{P_{m+2k+1}^m(\sqrt{1-r^2})\cos m\theta}{\sqrt{1-r^2}},
\end{aligned} \tag{33}
$$

onde $(r,\theta) \in D$.

As equações aproximadas (22), (23) e (23) são todas da forma

$$
(\bar{H}_{00} + \mathcal{H})u = g, \tag{34}
$$

onde g são funções conhecidas através da solução do problema de ordem inferior. Substituindo (33) e (32) em (34), teremos

$$
\sum_{k,m}^{N} a_k^m C_k^m \frac{B_k^m(r,\theta)}{\sqrt{1-r^2}} + \sum_{k,m}^{N} \left\{ a_k^m \int_D W_{00}(r,\theta,s,\alpha) B_k^m(s,\alpha)\, s\, ds\, d\alpha \right\} = g(r,\theta). \tag{35}
$$

Usando um método de colocação ou Galerkin, por exemplo, a equação acima pode ser discretizada resultando em um sistema linear do tipo $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. As incógnitas são os coeficientes a_k^m.

4 Coeficientes da força hidrodinâmica

Os coeficientes da força hidrodinâmica são muito importantes em atividades industriais, científicas, comerciais e militares no mar, onde é importante entender que influência as ondas exercem nas grandes estruturas flutuantes ou submersas na água. De acordo com [3] os coeficientes de massa adicional e de amortecimento são dados por

$$
\mathcal{A}(K,b) + i\mathcal{B}(K,b) = -\int_D [\phi] ds
$$

Assim, para o cálculo do coeficiente da massa adicional e do coeficiente de amortecimento, teremos que

$$
\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 + \epsilon\mathcal{A}_1 + \epsilon^2\mathcal{A}_2 \tag{36}
$$

e

$$
\mathcal{B} = \mathcal{B}_0 + \epsilon\mathcal{B}_1 + \epsilon^2\mathcal{B}_2, \tag{37}
$$

onde $\mathcal{A}_0$, $\mathcal{B}_0$, $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{A}_2$ e $\mathcal{B}_2$ são os termos da massa adicional e do amortecimento de ordem 0, 1 e 2, respectivamente. Assim, usando os resultados obtidos na solução das equações integrais anteriores, podemos obter esses coeficientes.

5 Conclusão

Neste trabalho, consideramos o problema de interação de ondas de água com um obstáculo fino descrito como perturbação de um disco plano. Apresentamos uma reformulação do problema através de uma sequência de equações integrais hipersingulares que possuem uma estrutura simplificada. Adicionalmente, propomos um método de solução numérica baseado em integrações analíticas das hipersingularidades.

Um dos trabalhos futuros consiste na utilização da formulação proposta neste artigo para estudar computacionalmente a interação de ondas com superfícies rugosas.

Sabe-se que a situação física em que o corpo está muito próximo da superfície livre, ou seja quando a submersão do corpo $b/2$ é pequena, vários aspectos matemáticos e físicos interessantes se sobresaem. Em particular, picos nos gráficos dos coeficientes da força hidrodinâmica ocorrem e estão associados às chamadas frequências resonantes [8]. Um outro tema de pesquisa é o estudo desse fenômeno para os casos descritos acima, usando uma aproximação assintótica para b pequeno.

Referências

[1] LAMB, H. *Hydrodynamics.* Cambridge University Press. Sexta edição. 1932.

[2] MILES, J. W. *On surface-wave forcing by a circular disk.* J. Fluid. Mech., **175**, 97-108, 1987.

[3] MARTIN, P.A.; FARINA, L.; *Radiation of water waves by a heaving submerged horizontal disc.* J. Fluid Mech., **337**, 365-379, 1997.

[4] MARTIN, P. A., *On potential flow past wrinkled disc*, Proceedings of the Royal Society of London, Series A - Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 454, 2209-2221, 1998.

[5] NEWMAN, J.N. *Double-precision evaluation of the oscillatory source potential.* Journal of Ship Research, **28**, 151-154, 1984.

[6] KRENK, S. *A circular crack under asymmetric loads and some related integral equations.* J. Appl. Mech., **46**, 821-826, 1979.

[7] ZIEBELL, J. S.: *Radiação de ondas em água por obstáculos finos usando a parte finita de Hadamard.* Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada. UFRGS. 2008.

[8] MCIVER, P. *Complex resonances in the water-wave problem for a floating structure*, J. Fluid Mech., **536**, 423-443, 2005.