

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO NUMÉRICO E DESIGN CONSTRUTAL DE ESCOAMENTOS LAMINARES  
BIFURCADOS EM FORMA DE Y

por

Alysson Sehn

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Abril de 2018.

ESTUDO NUMÉRICO E DESIGN CONSTRUTAL DE ESCOAMENTOS LAMINARES  
BIFURCADOS EM FORMA DE Y

por

Alysson Sehn

Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Energia

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovada por:

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Flávia Schwarz Franceschini Zinani, PPGEM/UNISINOS

Prof. Dr. Felipe Roman Centeno, PROMEC/UFRGS

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Letícia Jenisch Rodrigues, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 26 de Abril de 2018.

## **AGRADECIMENTOS**

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul, à Escola de Engenharia e ao PROMEC por possibilitarem a realização deste trabalho.

Ao meu orientador, Professor Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha, pela disponibilidade e ajuda ao repassar seus conhecimentos e por ter me dado a oportunidade de trabalharmos juntos durante este projeto.

Às agências de fomento CAPES e CNPq, que proporcionaram apoio financeiro indispensável para esta dissertação.

Aos familiares, companheiros e amigos, que me apoiaram durante esta jornada.

A todos os envolvidos que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização desta dissertação, os quais me ajudaram com conhecimento, companheirismo e boas ideias, e que foram fundamentais para que este trabalho pudesse ser concluído.

## RESUMO

Este trabalho tem como propósito investigar como a variação geométrica de determinados parâmetros envolvidos na construção de uma geometria bifurcada de seção circular, em forma de Y, afeta a resistência ao escoamento, tanto de fluidos newtonianos como não newtonianos. As geometrias estudadas foram construídas utilizando-se o princípio do Design Construtal. Os parâmetros variados foram a relação entre os comprimentos dos dutos pais e filhos, a relação entre os diâmetros dos mesmos dutos, e o ângulo central da estrutura em forma de Y. Para as relações geométricas lineares foram utilizados os valores de 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9 e 1, enquanto para os ângulos, foram utilizados os valores de 155°, 135°, 115°, 95°, 75°, 45°, 25° e 10°. Os fluidos utilizados foram do tipo newtoniano e não newtoniano, dentre estes últimos, foram estudados fluidos pseudoplásticos e dilatantes. O trabalho foi realizado através de simulações numéricas, implementadas com a utilização do software comercial Ansys Fluent, o qual resolve as equações governantes através do método dos volumes finitos. As malhas utilizadas foram do tipo poliédrica. Os resultados indicam que há uma diferença em relação ao que se espera da literatura para as relações entre os diâmetros e os comprimentos. A Lei Hess-Murray indica que estas relações ótimas seriam de  $2^{-1/3}$  para as relações entre os diâmetros e comprimentos. No presente trabalho, foram determinadas relações entre os diâmetros próximas de 0,6, e entre os comprimentos, iguais a 1. Os ângulos ótimos ficaram localizados no intervalo entre 100° e 135°.

Palavras-chave: Geometria Bifurcada; Fluidos não Newtonianos; Simulação Numérica, Método dos Volumes Finitos; Design Construtal.

## ABSTRACT

This work aims to investigate how the geometric variation of certain parameters involved in the construction of a bifurcated Y-shaped circular cross-section geometry affects the flow resistance of both Newtonian and non-Newtonian fluids. The geometries studied were constructed using the Constructal Design principle. The parameters were the relationship between the lengths of the daughter and parent ducts, the relationship between the diameters of the same ducts, and the central angle of the Y-shaped structure. For the linear geometric relations, values of 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9 and 1 were used, for the angles, the values of 155 °, 135 °, 115 °, 95°, 75 °, 45 °, 25 ° and 10 ° were used. The fluids used were of the Newtonian and non-Newtonian type, among the latter, pseudo plastic and dilatant fluids were studied. The work was carried out through numerical simulations, implemented with the commercial software Ansys Fluent, which solves the governing equations through the finite volume method. The meshes used were of the polyhedral type. The results indicate that there is a difference in relation to what is expected from the literature for the relationships between diameters and lengths. The Hess-Murray Law indicates that these optimal relations would be  $2^{-1/3}$  for the relationships between diameters and lengths. In the present work, relationships between the diameters close to 0,6 were found and s equal to 1 between the lengths. The optimum angles were located in the range between 100 ° and 135 °.

Keywords: Bifurcated Geometry; Non-Newtonian fluids; Numerical Simulation; Finite Volume Method; Constructal Design.

# ÍNDICE

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1	Motivação .....	1
1.2	Objetivos .....	5
1.2.1	Objetivos Gerais.....	5
1.2.2	Objetivos Específicos.....	5
1.3	Delineamento do Trabalho.....	6
2	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>8</b>
3	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	<b>14</b>
3.1	Descrição do Problema .....	14
3.2	Equações de Conservação.....	16
3.2.1	Equação de Conservação da Massa .....	16
3.2.2	Equação de Conservação da Quantidade de Movimento.....	18
3.2.3	Viscosidade para Fluidos Não Newtonianos .....	20
3.2.3.1	Modelo <i>Power-Law</i> .....	21
3.3	Parâmetros do escoamento .....	22
3.4	Adimensionalização dos Parâmetros do Problema .....	23
4	<b>MODELAGEM NUMÉRICA</b> .....	<b>26</b>
4.1	Domínio Computacional .....	26
4.2	Métodos Numéricos .....	27
4.3	Procedimentos Numéricos .....	28
4.4	Análise de Qualidade de Malha .....	29
4.5	Verificação do Modelo Matemático e Numérico.....	31
5	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>34</b>
5.1	Fluido Newtoniano ( $n = 1$ ).....	34
5.2	Fluido Não Newtoniano ( $n = 0,78$ ).....	39
5.3	Fluidos Não Newtonianos ( $n = 1,1$ ).....	44
5.4	Conclusões do Capítulo .....	49
6	<b>CONCLUSÕES E PROPOSTAS FUTURAS</b> .....	<b>53</b>
6.1	Propostas Futuras .....	54
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>56</b>

<b>APÊNDICE A – GRÁFICOS ANALÍTICOS.....</b>	<b>59</b>
<b>APÊNDICE B – TRABALHOS PUBLICADOS .....</b>	<b>64</b>
<b>APÊNDICE C – TRABALHOS APRESENTADOS.....</b>	<b>65</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Sistemas de escoamento que envolvem correntes que se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa: (a) escoamento de água através da árvore; (b) formação do cristal de gelo; (c) descarga elétrica; (d) escoamento de água em uma bacia hidrográfica, (e) escoamento de ar nos pulmões, (f) trânsito de automóveis em uma cidade.....	3
Figura 3.1	Representação da geometria do problema.....	15
Figura 3.2	Comportamento dos fluidos de acordo com a variação do índice $n$ . Adaptado de Chhabra e Richardson, 2008.....	22
Figura 3.3	Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva .....	25
Figura 4.1	Representação do domínio e das condições de contorno do problema ...	27
Figura 4.2	Detalhe da malha selecionada.....	30
Figura 4.3	Corte da malha selecionada.....	31
Figura 5.1	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $155^\circ$ .....	35
Figura 5.2	Relações mínimas de $\tilde{R}$ e $DR$ derivadas da Figura (5.1).....	35
Figura 5.3	Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita), para os seguintes casos: (a) e (b) $LR = 1$ , $DR = 0,6$ ; (c) e (d) $LR = 0,7$ , $DR = 0,7$ ; (e) e (f) $LR = 0,5$ , $DR = 0,7$ .....	36
Figura 5.4	Razões de diâmetros e comprimentos que proporcionam a menor resistência ao escoamento para cada ângulo.....	37
Figura 5.5	Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita) para o caso simulado que apresentou menor resistência ao escoamento. $DR=0,6$ ; $LR=1$ ; $\theta=115^\circ$ .....	38
Figura 5.6	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $155^\circ$ .....	40
Figura 5.7	Relações mínimas de $\tilde{R}$ e $DR$ derivadas da Figura (5.6).....	40
Figura 5.8	Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita), para os seguintes casos: (a) e (b) $LR = 1$ , $DR = 0,6$ ; (c) e (d) $LR = 0,7$ , $DR = 0,7$ ; (e) e (f) $LR = 0,5$ , $DR = 0,7$ .....	41
Figura 5.9	Razões de diâmetros e comprimentos que proporcionam a menor resistência ao escoamento para cada ângulo.....	42



Figura 5.10	Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita) para o caso simulado que apresentou menor resistência ao escoamento. $DR=0,6$ ; $LR=1$ ; $\theta=135^\circ$ .....	43
Figura 5.11	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $155^\circ$ .....	45
Figura 5.12	Relações mínimas de $\tilde{R}$ e $DR$ derivadas da Figura (5.11).....	45
Figura 5.13	Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita), para os seguintes casos: (a) e (b) $LR = 1$ , $DR = 0,6$ ; (c) e (d) $LR = 0,7$ , $DR = 0,7$ ; (e) e (f) $LR = 0,5$ , $DR = 0,7$ .....	46
Figura 5.14	Razões de diâmetros e comprimentos que proporcionam a menor resistência ao escoamento para cada ângulo.....	47
Figura 5.15	Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita) para o caso simulado que apresentou menor resistência ao escoamento. $DR=0,6$ ; $LR=1$ ; $\theta=115^\circ$ .....	48
Figura 5.16	Resistência ao escoamento em função do ângulo para os três fluidos.....	50
Figura 5.17	Geometrias simuladas que apresentaram menor resistência ao escoamento: (a) $DR = 0,6$ ; $LR = 1$ ; $\theta = 135^\circ$ para $n = 0,78$ . (b) $DR = 0,6$ ; $LR = 1$ , $\theta = 115^\circ$ para $n = 1$ e $n = 1,1$ .....	51
Figura A.1	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $155^\circ$ .....	59
Figura A.2	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $135^\circ$ .....	60
Figura A.3	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $115^\circ$ .....	60
Figura A.4	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $95^\circ$ .....	61
Figura A.5	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $75^\circ$ .....	61
Figura A.6	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $45^\circ$ .....	62
Figura A.7	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $25^\circ$ .....	62
Figura A.8	Relações entre $DR$ e $\tilde{R}$ para cada curva de $LR$ , ângulo de $10^\circ$ .....	63

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Propriedades dos fluidos utilizados.....	23
Tabela 4.1	Análise de independência de malha.....	30
Tabela 4.2	Comparação entre os resultados analíticos e numéricos para tubo reto com escoamento de fluido newtoniano, $n = 1$ .....	32
Tabela 4.3	Comparação entre os resultados analíticos e numéricos para tubo reto com escoamento de fluido não newtoniano, $n = 0,78$ .....	32
Tabela 4.4	Comparação entre os resultados analíticos e numéricos para tubo reto com escoamento de fluido não newtoniano, $n = 1,1$ .....	33
Tabela 4.5	Comparação entre os resultados analíticos e numéricos para tubo bifurcado com escoamento de fluido newtoniano, $n = 1$ .....	33
Tabela 5.1	Valores determinados na Figura 5.4.....	38
Tabela 5.2	Valores determinados na Figura 5.9.....	43
Tabela 5.3	Valores determinados na Figura 5.14.....	48

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

DFC	Dinâmica de Fluidos Computacional
FOU	First Order Upwind
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MVF	Método dos Volumes Finitos
PPGEM	Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UNISINOS
PROMECC	Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UFRGS
QUICK	Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UNISINOS	Universidade do Vale do Rio dos Sinos
VC	Volume de Controle

## LISTA DE SÍMBOLOS

**1** Tensor unitário, -

### Letras Romanas

$\dot{m}$  Vazão Mássica, kg/s

$A$  Área, m<sup>2</sup>

$D$  Diâmetro, m

$D/Dt$  Operador derivada temporal, -

$DR$  Relação adimensional entre os Diâmetros ( $\tilde{D}_1/\tilde{D}_0$ ), -

$F$  Tensor força, N

$g$  Aceleração da Gravidade, m s<sup>-2</sup>

$\mathbf{g}$  Vetor da aceleração gravitacional, m/s<sup>2</sup>

$K$  Coeficiente de Consistência do Fluido, Pa s<sup>n</sup>

$L$  Comprimento, m

$LR$  Relação adimensional entre os Comprimentos ( $\tilde{L}_1/\tilde{L}_0$ ), -

$n$  Índice de Comportamento do Escoamento

$\mathbf{n}$  Vetor normal

$P$  Pressão, Pa

$\mathbf{P}$  Quantidade de movimento, kg m/s

$Q$  Vazão Volumétrica, m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup>

$R$  Resistência ao Escoamento, Pa s kg<sup>-1</sup>

$Re$  Número de Reynolds, -

$S$  Área da superfície na qual escoo o fluido, m<sup>2</sup>

$t$  Tempo, s

$\mathbf{T}$  Tensor tensão total, Pa

$u, v, w$  Componentes de Velocidade, m/s

$V$  Volume, m<sup>3</sup>

$\mathbf{v}$  Vetor velocidade, m/s

$x, y, z$  Coordenadas Cartesianas, m

## Símbolos Gregos

$\dot{\gamma}$	Taxa de Cisalhamento, $s^{-1}$
$\nu$	Viscosidade Cinemática, $m^2/s$
$\nabla$	Operador nabla, -
$\Gamma$	Coeficiente de Difusão, -
$\eta$	Função Viscosidade, Pa s,
$\theta$	Ângulo, $^{\circ}$
$\mu$	Viscosidade Dinâmica, $kg/m\ s$
$\rho$	Massa Específica, $kg/m^3$
$\sigma$	Tensão Normal, $N/m^2$
$\tau$	Tensão Cisalhante, $N/m^2$
$\tau$	Tensor das tensões viscosas, Pa
$\Phi$	Fração entre Áreas, -
$\Omega$	Região do domínio, -

## Subscritos

$O$	Otimizado uma vez
$Oo$	Otimizado duas vezes
$m$	Minimizado uma vez
$mm$	Minimizado duas vezes
$0$	Referente ao tubo pai
$1$	Referente ao tubo filho
$D$	Relativo ao Diâmetro
$Lam$	Laminar
$cd,v$	Referente ao comprimento de entrada fluidodinâmica

## Sobrescrito

(~)	Variável adimensionalizada
-----	----------------------------

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

O estudo das redes de escoamento bifurcadas tem grande importância na engenharia, visto a sua vasta gama de aplicações. Uma maneira de reduzir o consumo energético demandado pelos escoamentos, é a minimização de resistências, as quais ocorrem em grande parte devido à configuração dos dutos utilizados na indústria. Assim, com as atuais demandas visando redução no consumo energético e aumento na eficiência de equipamentos, torna-se importante o estudo de configurações que minimizem a resistência ao escoamento.

Tais configurações podem ser encontradas em indústrias de vários tipos, desde indústria alimentícia, até a indústria petroquímica. Muitas vezes a maneira mais simples de ligação de dois dutos é através de um ângulo de  $90^\circ$ . Entretanto, geralmente esta não é a configuração que apresenta a menor resistência ao escoamento.

Há várias configurações de interligação de dutos possíveis de serem utilizadas. Muitas dessas configurações ocorrem na natureza e, geralmente, estes canais de escoamento possuem o formato de uma árvore. As redes de escoamento em forma de árvore têm sido objeto de vários estudos devido à sua importância na compreensão do comportamento dos sistemas naturais (como os vasos sanguíneos e a árvore brônquica) e também no projeto de sistemas artificiais. Para um sistema de transporte de fluidos, a melhor configuração de escoamento, que conecta um ponto a um volume ou um volume a um ponto, possui o formato de árvore e um compromisso deve ser encontrado entre as dimensões dos dutos maiores e menores [Bejan, 2000, 2017; Bejan e Lorente, 2008].

Assumindo um escoamento de Hagen-Poiseuille para o sistema vascular, Hess, 1917 e Murray, 1926a propuseram que a vazão volumétrica deve ser proporcional ao cubo do diâmetro de um duto otimizado para que o trabalho de conduzir o fluido seja mínimo. Para os vasos simétricos, a razão determinada para os diâmetros de vasos filhos e pais é  $2^{-1/3}$  (razão conhecida como Lei Hess-Murray). Esta maneira ótima de conectar vasos grandes e pequenos, tendo paredes rígidas e impermeáveis, só é válida desde que o escoamento seja laminar, newtoniano, em regime permanente, incompressível e totalmente desenvolvido, conforme se verifica nos trabalhos de Bejan et al., 2000. Entretanto, grandes artérias, veias e vias aéreas, entre outros,

parecem não seguir esta regra de  $2^{-1/3}$ . Além disso, os escoamentos turbulentos também não seguem essa lei. Bejan et al., 2000 e Uylings, 1977 mostraram que escoamentos turbulentos requerem uma regra de otimização de  $2^{-3/7}$ . No entanto, o escoamento de fluidos nos organismos vivos é essencialmente laminar e as evidências sugerem que a exposição a escoamentos turbulentos pode representar algum risco para a saúde conforme Miguel, 2015.

Em relação ao estudo do ângulo de estruturas de escoamento bifurcadas, Murray, 1926b, determinou que os ângulos das estruturas que ocorrem no corpo humano geralmente encontram-se entre  $75^\circ$  e  $90^\circ$ , sendo muito raras estruturas com ângulos inferiores a estes valores.

Apesar da grande variedade de estudos relacionados ao tema do trabalho, a maioria utiliza fluidos newtonianos e, visto que fluidos não newtonianos compõem uma parte importante do estudo de escoamento de fluidos, este estudo busca determinar o comportamento destes quando escoando em dutos bifurcados.

Para determinar as razões entre dimensões e ângulos que melhor atendem aos requisitos deste estudo, ou seja, minimizar a resistência ao escoamento, será utilizado o método do Design Construtal, o qual é derivado da Lei Construtal, proposta por Bejan, 1997, associado ao método da busca exaustiva.

A Lei Construtal diz que os sistemas finitos (animados ou inanimados, onde existe escoamento) evoluem para facilitar o escoamento de suas correntes. Por exemplo, os rios visam atingir o oceano, as veias visam atingir o coração e as pessoas querem sair de casa e se deslocar para seus locais de trabalho. Ao se perguntar o que escoar, pode-se citar calor, fluido, pessoas, mercadorias, entre outros. Estes escoamentos se dão através de canais, dutos, ruas, etc. A incógnita é a geometria, configuração ou design desses canais, dutos, ruas, entre outros, e a sua estrutura, isto é, como eles se interligam. As possibilidades de aplicação da Lei Construtal se dão em várias áreas, desde engenharia e biomecânica, até aplicações sociais. O campo da Lei Construtal iniciou a partir da percepção de que o “design” dos sistemas onde há escoamento (movimento) é um fenômeno físico universal e que pode ser entendido como uma tendência de todas as coisas em escoar através de caminhos que gerem menor resistência [Bejan e Lorente, 2013].

A Lei Construtal não é uma declaração de otimização, maximização, minimização ou qualquer outra forma de concepção de fim ou destino final. A lei Construtal trata sobre a direção em que a evolução ocorre, em busca do sistema menos imperfeito. De acordo com a Lei

Construtal, qualquer sistema de escoamento de dimensões finitas para persistir ao longo do tempo deve evoluir sua geometria de forma a facilitar o acesso de suas correntes internas [Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2006]. Assim, estes tipos de sistemas evoluem desenvolvendo formas e estruturas geométricas que facilitem o acesso de suas correntes.

Sistemas de escoamento podem ser observados na natureza nas mais diferentes escalas e nos mais variados campos, como na engenharia (escoamentos de fluidos, de calor, de tensões em estruturas), movimentos de animais, estudos relacionados ao deslocamento de pessoas, como o trânsito em grandes cidades, estudos de hierarquia em organizações, do “escoamento” de ideias no mundo científico, nas árvores, na formação de cristal de gelo, nos raios, nos rios, nos pulmões, dentre vários outros exemplos que podem ser vistos em Bejan, 2016 e Bejan e Zane, 2013. Na Figura 1.1 são mostrados alguns exemplos de sistemas de escoamento.

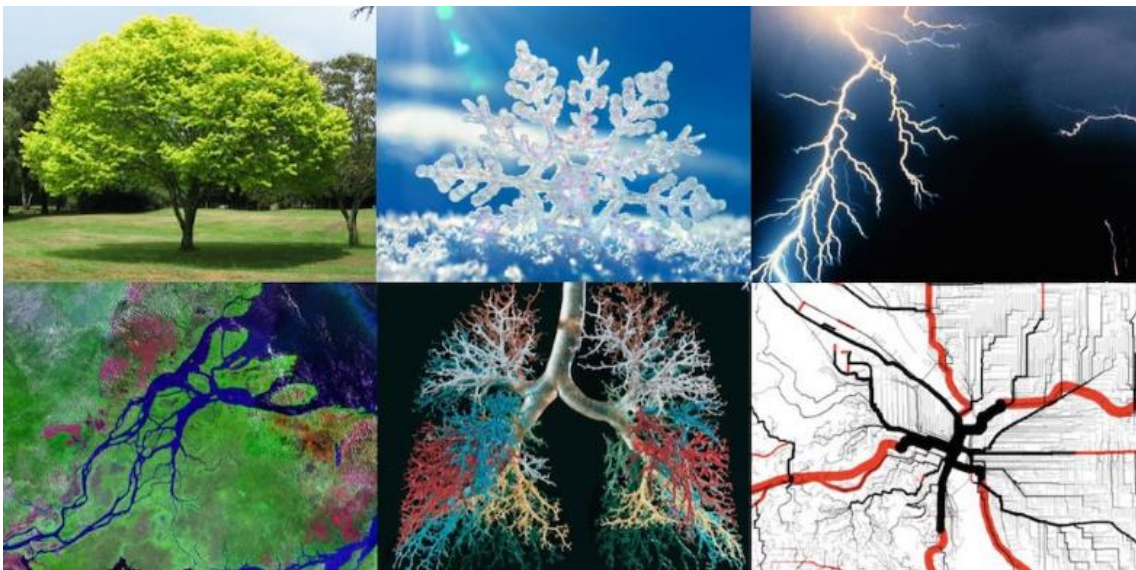


Figura 1.1 - Sistemas de escoamento que envolvem correntes que se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa: (a) escoamento de água através da árvore; (b) formação do cristal de gelo; (c) descarga elétrica; (d) escoamento de água em uma bacia hidrográfica, (e) escoamento de ar nos pulmões, (f) trânsito de automóveis em uma cidade [Jeremy Behrmann,

Freedom Leads to Structure. Disponível em:

<<http://www.timetobreakaway.com/blog/2015/6/9/freedom-leads-to-structure>>].



A Teoria Construtal afirma que a geometria dos sistemas de escoamento segue um princípio físico, que é a Lei Construtal [Bejan e Lorente, 2008]. Em projetos de engenharia, os conceitos apresentados pela Teoria Construtal são aplicados através do método do Design Construtal, geralmente associado a um método de otimização: definem-se os graus de liberdade, os objetivos, as restrições dos sistemas e dá-se liberdade para que os sistemas alterem sua geometria, buscando obter a configuração geométrica que melhor distribui as imperfeições, facilitando os escoamentos.

O método do Design Construtal associado ao método da busca exaustiva, pode ser aplicado em vários estudos de engenharia, desde trocadores de calor, sistemas de refrigeração, sistemas de escoamentos dos mais diversos, entre outros, e será utilizado no presente trabalho buscando determinar as geometrias que minimizam as resistências ao escoamento em dutos bifurcados.

Existem duas abordagens fundamentais para a análise dos sistemas de engenharias que envolvem o escoamento de fluidos: experimentação e cálculo (métodos analíticos ou métodos numéricos) [Çengel e Cimbala, 2015]. Em relação à abordagem experimental, existem complicações em relação aos fatores econômicos, visto que realizar uma grande série de experimentos pode resultar em custos extremamente elevados e, também, em relação ao tempo necessário para se obter resultados nos experimentos, visto que muitas vezes estes podem demorar meses.

A abordagem através de métodos analíticos também possui algumas ressalvas, pois muitos problemas são regidos por equações diferenciais parciais, as quais muitas vezes possuem soluções muito complicadas e, muitas vezes, até mesmo não possuem solução analítica sem um número considerável de simplificações sobre o problema. Diante disso, a aplicação de métodos analíticos se limita normalmente a geometrias simples e a condições de contorno também simples [Maliska, 2004].

Para buscar resolver os problemas atrelados aos métodos citados anteriormente, foram desenvolvidos métodos de solução de problemas através de simulações numéricas, as quais facilitam a realização de grandes números de simulações, sem elevar muito os custos relacionados ao estudo e, também, permite uma maior complexidade dos estudos, não necessitando de um grande número de simplificações para que seja possível a obtenção de resultados confiáveis.

Na simulação numérica, a solução das equações governantes é obtida a partir da transformação do domínio contínuo em um domínio discreto, gerando um sistema algébrico que pode ser resolvido computacionalmente. Além disso, a versatilidade e generalidade dos métodos numéricos para a simulação de problemas de engenharia e a relativa simplicidade de aplicação destas técnicas, são outros fatores motivadores para seu uso [Maliska, 2004].

Dentre as técnicas de aproximação das equações governantes do sistema, está a técnica dos volumes finitos, a qual é aplicada no presente trabalho.

Sendo assim, o propósito desta dissertação é estudar numericamente, através do emprego do método do Design Construtal associado à busca exaustiva, o comportamento de escoamentos em dutos bifurcados. Os graus de liberdade são as razões entre os diâmetros, as razões entre os comprimentos dos dutos, e o ângulo central da bifurcação. O volume ocupado pelos dutos e o volume que os circunscribe são constantes, mas os comprimentos e diâmetros dos dutos podem variar. Desta forma, procura-se examinar o efeito da geometria na resistência ao escoamento nestes dutos, para fluidos newtonianos e não newtonianos.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivos Gerais**

Este estudo tem como propósito analisar os efeitos sobre o escoamento em dutos bifurcados, utilizando fluidos newtonianos e não newtonianos, e demonstrar como as razões adimensionais entre os diâmetros e os comprimentos, bem como o ângulo da bifurcação, influenciam a resistência ao escoamento.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- Apresentar um modelo numérico que calcule a resistência ao escoamento nos sistemas apresentados

- Realizar a verificação do modelo numérico comparando-o com resultados presentes na literatura;
- Avaliar numericamente a influência das razões entre os diâmetros na resistência ao escoamento.
- Avaliar numericamente a influência das razões entre os comprimentos na resistência ao escoamento.
- Avaliar numericamente a influência do ângulo de bifurcação na resistência ao escoamento.
- Avaliar a resistência ao escoamento em fluidos newtonianos e não newtonianos.
- Identificar as configurações que minimizem a resistência ao escoamento.

### **1.3 Delineamento do Trabalho**

Para uma melhor compreensão da estrutura textual, o presente trabalho será organizado da seguinte maneira:

#### Capítulo 1: Introdução

Este capítulo introdutório apresentou a motivação, justificativas e objetivos para a realização deste estudo.

#### Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será exposto e comentado sobre estudos publicados na literatura que estão diretamente relacionados com o escopo desta pesquisa.

#### Capítulos 3: Modelagem Matemática

No capítulo 3 será apresentada a descrição do problema, ou seja, será definido o problema proposto, identificando-se os parâmetros geométricos e fluidodinâmicos a serem avaliados, além do domínio computacional adotado para o estudo. Em seguida, serão expostas as equações de conservação da massa, balanço de quantidade de movimento, e os parâmetros adimensionais adotados para o problema.

#### Capítulo 4: Modelagem Numérica

No capítulo 4 será exposta a modelagem numérica adotada para o estudo, especificamente os parâmetros definidos para a realização das simulações, os softwares utilizados para as etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento. Será explorado também o método numérico conhecido como Método dos Volumes Finitos, além dos esquemas de discretização utilizados para a solução do problema. Além disso, serão avaliados os resultados obtidos para o teste de malha independente e a verificação do domínio computacional com correlações de fórmulas analíticas publicadas na literatura.

#### Capítulo 5: Resultados e Discussões

No capítulo 5 mostram-se os resultados da pesquisa, tais como os gráficos do efeito de cada grau de liberdade e parâmetros que foram variados sobre o comportamento do sistema. Também são mostradas figuras com contornos de velocidade e distribuição de pressão, bem como as melhores geometrias.

#### Capítulo 6: Conclusões e Propostas Futuras

Por fim, neste último capítulo, ressaltam-se as conclusões a respeito do estudo realizado, indicando uma geometria que minimize a resistência ao escoamento para esse tipo de problema, bem como as propostas de continuidade do trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Analisando-se a literatura científica disponível, obtém-se acesso a inúmeros estudos que tratam do escoamento de fluidos em canais bifurcados, as quais vêm sendo realizadas continuamente ao longo dos anos [Bejan e Lorente, 2008; Bejan et al., 2000; Hess, 1917; Miguel, 2015, 2016b, 2016a, 2016c; Murray, 1926b, 1926a; Pepe et al., 2017a, 2017b].

Os estudos iniciais que determinaram a hoje conhecida Lei Hess-Murray, iniciaram-se no começo do século XX, quando Hess e Murray, dois estudiosos do campo da fisiologia, publicaram seus estudos sobre a ocorrência de estruturas de escoamento bifurcadas que ocorriam na natureza [Hess, 1917; Murray, 1926b, 1926a].

Schroter e Sudlow, 1969, estudaram de maneira experimental os padrões de escoamento em duas gerações sucessivas de modelos simétricos típicos da árvore brônquica humana. Foram observados movimentos secundários do escoamento para todas as vazões. Dependendo da curvatura da junção, pode ser observado também a separação do escoamento e um escoamento reverso lento nos tubos filhos. Os resultados obtidos também sugerem que os escoamentos encontrados no sistema respiratório são complexos e que um perfil de velocidade parabólico não pode ser assumido nestes casos.

Após a percepção por Bejan de que existia uma lei única que regia a forma na natureza, a Lei Construtal, o próprio Bejan e pesquisadores associados realizaram estudos que conseguiram comprovar o que foi determinado por Hess e Murray no tempo de suas publicações [Bejan e Lorente, 2008; Bejan et al., 2000].

Smith et al., 2003 realizaram um estudo baseado em modelagem e em simulações numéricas diretas, motivados por aplicações cardiovasculares, respiratórias e cerebrais. Foram examinados os efeitos de pequenas e grandes variações de pressão em redes de escoamento bifurcadas, através da combinação de teoria e trabalho computacional, parte de trabalhos existentes e parte nova. Apesar de a teoria e a modelagem poderem envolver simplificações consideráveis, a simulação numérica direta também as apresenta, como por exemplo na sensibilidade dos dados de entrada para a forma dos vasos e nas condições de contorno, que são difíceis de prever na prática. Quando utilizadas em conjunto, a teoria e a simulação têm mais chances de sucesso, pois a teoria pode gerar intervalos de parâmetros e propriedades genéricas que aumentam a aplicabilidade e a chance de progresso da simulação direta.

Emerson et al., 2006, disseram que uma importante consequência da Lei Hess-Murray está associada à constância da tensão cisalhante nas bifurcações através da rede vascular. A partir disto, propuseram estender este conceito, que originalmente foi desenvolvido para dutos circulares, à outras formas arbitrárias e fornecerem uma solução simples e elegante que auxilie na construção de estruturas hierárquicas de microcoletores. O trabalho foca especificamente em canais retangulares e trapezoidais de profundidade constante, frequentemente empregados em sistemas de laboratório em um chip. Para validar a regra de design biomimético e demonstrar a aplicação da Lei Hess-Murray aos microcoletores, realizaram uma série de simulações computacionais. As previsões numéricas demonstraram estar de acordo com a análise teórica, confirmando que a versão generalizada da Lei Murray pode ser aplicada com sucesso ao projeto de dispositivos de microcoletores de profundidade constante.

Painter et al., 2006, explicam que a Lei Hess-Murray foi originalmente derivada admitindo-se um escoamento constante de sangue. Porém, no caso real, este escoamento é pulsátil. Para determinar as implicações desta suposição e, para estender a Lei Hess-Murray para o caso de escoamento pulsátil, um modelo de tubo elástico e pulsátil foi analisado e foi derivada uma nova solução exata para a velocidade do escoamento, o fluxo sanguíneo e a tensão cisalhante. Foi determinado, a partir disto, que para artérias médias e pequenas, a Lei Hess-Murray mostra-se válida. Contudo esse parece não ser o caso em grandes artérias e ramificações (como a aorta).

Sochi, 2015, realizou um estudo que destaca algumas questões-chave relacionadas com as junções que estão presentes em estruturas bifurcadas, dando ênfase aos escoamentos biológicos, como o transporte do sangue. Ele concluiu que, apesar de toda a controvérsia em torno da Lei Hess-Murray, pois há muitos estudos que a suportam e outros que não o fazem, há um fato que parece estabelecido sobre o raio das bifurcações nas partes predominantes do sistema circulatório, que é o aumento da área total das junções bifurcadas na transição de vasos grandes para pequenos, com a consequência de que o escoamento geralmente é desacelerado na direção das bifurcações. Sobre a reologia não newtoniana, é dito que sua importância aumenta nos pequenos vasos sanguíneos, introduzindo padrões mais complexos de bifurcações, que podem inclusive alterar a localização, distribuição e magnitude das tensões cisalhantes e, embora as perdas de energia nestas junções geralmente sejam insignificantes, o desenvolvimento de escoamentos complexos, com fluxos turbulentos e vórtices estacionários, pode aumentar a sua importância.

Kou et al., 2014, realizaram estudos analíticos semelhantes aos de Bejan et al., 2000 e Bejan e Lorente, 2008, calculando as razões ótimas para escoamentos laminares em dutos lisos ramificados e para escoamentos turbulentos em dutos lisos e rugosos também ramificados, de forma analítica. Verificaram que a resistência adimensional ao escoamento é sensível aos parâmetros geométricos das estruturas. A minimização da resistência se deu para valores da razão entre os diâmetros,  $\beta^*$ , satisfazendo a igualdade  $\beta^* = N^k$ , onde  $N$  é o nível da bifurcação (2, 3, 4,...) e  $k$  é uma constante. Para o escoamento laminar,  $k = -1/3$ . Para escoamentos turbulentos em tubos lisos,  $k = -3/7$  e para tubos rugosos,  $k = -7/17$ .

Revellin et al., 2009, buscaram desenvolver uma generalização para a Lei Hess-Murray, que pudesse ser aplicada a escoamentos de fluidos não newtonianos, mais especificamente, ao caso do sangue. Para efeito de generalização, as razões foram tomadas para números arbitrários de tubos filhos. Foi demonstrado que para uma função de custo envolvendo o volume como limitação, a lei clássica de Hess-Murray permaneceu válida, ou seja, independente do índice de comportamento do fluido ( $n$ ). Porém, quando a função de custo envolveu a área de superfície como limitação, os valores ótimos para as variáveis estudadas foram dependentes do índice  $n$ . Também foi demonstrado que a entropia gerada nos dutos filhos é maior do que a entropia gerada no duto pai. Além disso, é mostrado que a diferença de geração de entropia entre os vasos pais e filhos é menor para um fluido não newtoniano do que para um fluido newtoniano.

Miguel, 2015, realizou estudos analíticos, utilizando o método do Design Construtal, envolvendo estruturas de escoamento bifurcadas com paredes porosas e conseguiu determinar que a razão ótima entre os diâmetros e os comprimentos, para que as resistências ao escoamento sejam mínimas, depende também da porosidade da parede.

Miguel, 2016a, trabalhou com a natureza bifásica do sangue, já que o mesmo se trata de uma suspensão de sólidos em um fluido. Descreveu que esta natureza do sangue, com a diminuição dos vasos, não pode ser negligenciada, ou seja, o sangue ser tratado como um fluido contínuo em vasos de dimensões reduzidas, como os capilares, não é a descrição mais correta do comportamento real. Seu trabalho apresenta modelos de escoamento em ramificações dicotômicas compostas por vasos maiores e menores. Utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange, obteve expressões para as dimensões das ramificações de vasos pai e filhos e determinou que, quando o sangue é tratado como um fluido newtoniano, a Lei Hess-Murray continua válida. Porém, quando a natureza do sangue é tratada como uma suspensão de partes sólidas em um fluido, os resultados foram diferentes. Outro resultado importante do estudo

demonstrou que a entropia gerada quando o sangue se comporta como um fluido de uma única fase é maior do que a gerada quando o sangue é tratado como uma suspensão de partículas sólidas em um fluido, ou seja, a natureza particulada do sangue reduz a geração de entropia, fazendo com que o escoamento através de tubos ramificados de pequenas dimensões tenha um custo energético menor.

Miguel, 2016b, procurou examinar o grau de irreversibilidade em um sistema de escoamento bifurcado com um fluxo de calor constante na parede dos dutos. Foi assumido um escoamento laminar completamente desenvolvido de fluidos newtonianos e não newtonianos, descritos através da *power-law*. Foram investigadas várias características do escoamento, tais como a variação da geometria dos tubos da estrutura ramificada, a existência de obstruções na rede, as características dos fluidos e os efeitos térmicos e do atrito na geração da entropia. A influência de parâmetros, como o índice de comportamento do fluido, o número de Reynolds, o número de Nusselt e a permeabilidade da parede foram avaliados.

Miguel, 2016c aborda o estudo do escoamento laminar de fluidos newtonianos e não newtonianos, descritos pela *power-law*, em redes de escoamento bifurcadas, simétricas e assimétricas. Baseando-se na Lei Construtal, foram previstas as estruturas que poderiam propiciar um melhor acesso ao escoamento, dado um volume constante da rede. Foi determinado que a relação funcional que existe entre os vasos pais e filhos depende do índice de comportamento do fluido, bem como do grau de assimetria da estrutura. Para uma rede de escoamento construída para promover o máximo acesso ao escoamento, as relações entre as dimensões de cada tubo em uma rede bifurcada dependem de um fator de assimetria definido pelas relações entre os comprimentos ou os diâmetros dos maiores tubos filhos e dos menores tubos filhos. Um fato interessante determinado é a constância da resistência ao escoamento em cada ramo da rede bifurcada. Isso talvez explique por que as estruturas em forma de árvore encontradas na natureza são tanto simétricas, como assimétricas. A assimetria pode ser vista como a melhor maneira de resolver a eficácia, permitindo o melhor transporte de fluido por longas distâncias em espaços irregulares.

Souza, 2016, apresentou o desenvolvimento e análise de arquiteturas de dissipadores de calor por redes de microcanais com configurações caracterizadas geometricamente por múltiplas ramificações no escoamento e variação nas escalas de comprimento e diâmetro hidráulico através de cada nível de ramificação. Para a realização do trabalho, utilizou-se a Teoria Construtal para projetar arquiteturas de redes com geometria variável e até três níveis de



ramificação, ao invés das arquiteturas investigadas experimentalmente nos últimos anos, as quais possuem parâmetros geométricos constantes através de seus níveis de ramificações, o que se denomina fractal. A geração da arquitetura foi feita para um microchip de tamanho e razão de aspecto definidos e, como resultado, foi verificado que as redes construtais permitem uma redução significativa na queda de pressão em relação às redes fractais com os mesmos níveis de ramificação. Foi demonstrado que a rede bifurcada com razão de diâmetros segundo a Lei Hess-Murray não é apropriada para dissipação de calor em dispositivos miniaturizados.

Pepe et al., 2017a, realizaram uma série de estudos numéricos com o intuito de avaliar a validade da Lei Hess-Murray, visto que, embora muitos estudos tenham reportado casos de sistemas bifurcados que estão de acordo com esta lei, há alguns casos conhecidos de sistemas que parecem não a seguir. O estudo foi realizado através do escoamento laminar de fluidos newtonianos e não newtonianos em estruturas em formato de T, com diferentes razões entre as dimensões dos dutos pais e filhos. Foi demonstrado que a melhor geometria nem sempre segue o valor constante de  $2^{-1/3}$  que é descrito na literatura.

Em Pepe et al., 2017b, encontra-se outro estudo numérico realizado com perfis em formato de T, porém desta vez para determinar a validade da Lei Hess-Murray para o escoamento de sistemas bifurcados nos quais as paredes possuem valores diferentes de permeabilidade. Os resultados indicam que as razões que minimizam a resistência ao escoamento são dependentes da permeabilidade das paredes.

Cao et al., 2018, utilizaram modelos numéricos bidimensionais para analisar a performance da distribuição do escoamento em estruturas com bifurcações consecutivas. A análise quantitativa da uniformidade da distribuição do escoamento para estruturas em forma de Y, com diferentes ângulos de bifurcação e velocidades de entrada foi estudada utilizando água como fluido de trabalho. Como resultados obtidos, pode-se citar que a uniformidade da distribuição do escoamento deteriora-se com o aumento do ângulo de bifurcação, e a pior performance ocorre quando o ângulo de bifurcação é de  $90^\circ$ . A máxima queda de pressão ocorre quando o ângulo de bifurcação é de  $90^\circ$  e o comprimento total dos dutos é o menor. Quanto maior a velocidade de entrada, pior é a uniformidade do escoamento, pois maiores velocidades de escoamento implicam em tempo insuficiente para que o perfil de velocidade seja recuperado no mesmo estágio de bifurcação. A distribuição de velocidade em estruturas em forma de T pode ser melhorada diminuindo-se a largura dos canais verticais.

Como consequência da revisão bibliográfica, nota-se que não há um estudo que utilize mecânica de fluidos computacional, aliado com variação geométrica, variação angular e tipos de fluidos diferentes, e busque determinar as razões geométricas e os ângulos que minimizam a resistência ao escoamento em estruturas que possuem bifurcações em forma de Y, que seja tão abrangente como o proposto. A partir disto, pode-se dizer que, salvo melhor juízo, o estudo realizado pelo presente trabalho ainda não foi apresentado na literatura e é merecedor de ser investigado.

### **3 MODELAGEM MATEMÁTICA**

#### **3.1 Descrição do Problema**

Para a análise geométrica do problema, empregou-se o método do Design Construtal, aliado à busca exaustiva, onde os volumes total e dos tubos, foram utilizados para a determinar os graus de liberdade e a função objetivo. O método do Design Construtal vem sendo utilizado com frequência em estudos que buscam determinar a geometria que irá maximizar ou minimizar alguma característica do sistema, pois dá a liberdade necessária para o sistema evoluir.

O método do Design Construtal é definido pelas seguintes etapas:

1. Definir precisamente o sistema a ser estudado;
2. Identificar o que está escoando;
3. Identificar o indicador de desempenho (qual o significado de facilitar o acesso as suas correntes;
4. Modelagem matemática/numérica para calcular o indicador de desempenho;
5. Identificar as constantes que limitam a liberdade do sistema (áreas ou volumes);
6. Identificar os graus de liberdade para que o sistema possa alterar sua geometria;
7. Calcular as geometrias que permitem ao sistema obter melhor desempenho.

Uma representação do sistema estudado é apresentada na Figura 3.1. Os dutos filhos possuem sempre dimensões iguais de comprimento e diâmetro.

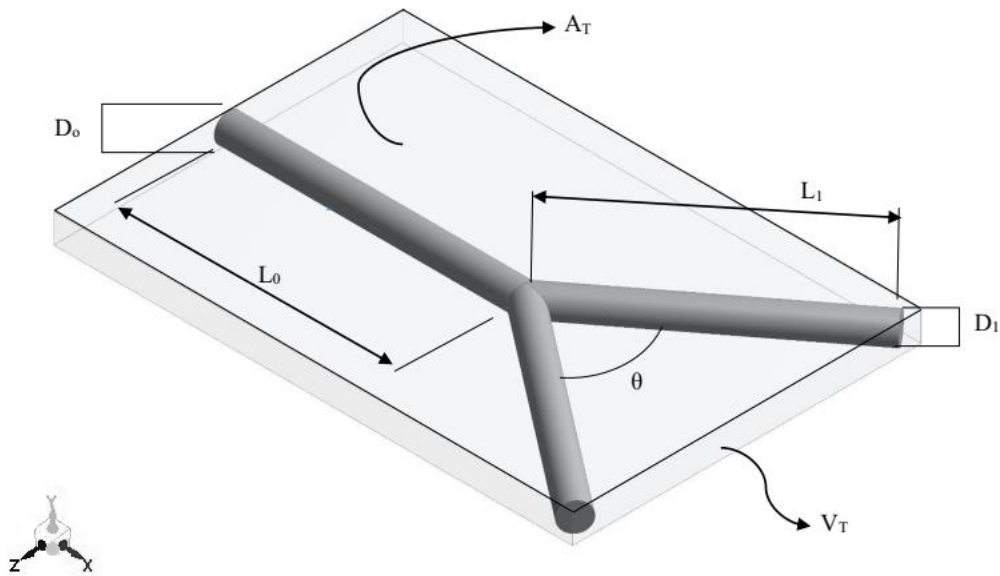


Figura 3.1 - Representação da geometria do problema.

O volume dos dutos, considerando que são muito maiores do que a união, pode ser dado conforme a Eq. (3.1):

$$V_D = \pi/4 (D_0^2 L_0 + 2D_1^2 L_1) \quad (3.1)$$

O volume total ocupado pelo paralelepípedo circunscrito ao sistema de dutos é dado pela Equação (3.2).

$$V_T = A_T D_0 \quad (3.2)$$

Sendo a área total ( $A_T$ ), definida pela Equação (3.3).

$$A_T = \left( L_0 + L_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \left( 2L_1 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \quad (3.3)$$

## 3.2 Equações de Conservação

As equações governantes do problema são as equações da continuidade (conservação da massa) e da quantidade de movimento nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , que considerando as hipóteses de escoamento incompressível, regime permanente e propriedades constantes, são definidas como:

### 3.2.1 Equação de Conservação da Massa

De acordo com Bejan, 1994, o princípio da conservação de massa para um volume de controle pode ser expresso como: a transferência total de massa para dentro ou para fora de um volume de controle, durante um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), e é igual à variação total da massa dentro do volume de controle durante o instante  $\Delta t$ . Logo, o princípio de conservação de massa aplicado a um volume de controle pode ser expresso através da Equação (3.4):

$$\frac{\partial M_{VC}}{\partial t} = \sum_{Entrada} \dot{m} - \sum_{Saída} \dot{m} \quad (3.4)$$

onde  $M_{VC}$ , é a massa contida instantaneamente no volume de controle e  $\dot{m}$  é o fluxo de massa associado ao escoamento entrando e saindo do volume de controle.

Do ponto de vista físico, isso quer dizer que, se seguirmos uma determinada porção de material que é submetida a várias translações, rotações e deformações, a massa associada a esta porção de material não vai variar como função do tempo. Considerando  $\rho$  como a massa específica de um corpo, pode-se apresentar, de acordo com Schlichting, 1979, a massa deste corpo pela equação:

$$m = \int_V \rho dV \quad (3.5)$$

onde  $dV$  representa que a integração volumétrica realizada é sobre uma região  $\Omega(t)$  do espaço ocupado pelo corpo em sua configuração atual. Em geral, a região  $\Omega(t)$  é função do tempo. Sendo assim, o princípio de conservação de massa diz que:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} \rho dV = 0 \quad (3.6)$$

nesta equação  $t$  representa a variável tempo.

Aplicando o teorema de transporte de Reynolds, descrito detalhadamente em Reddy, 2008, na equação de conservação de massa, chega-se na seguinte expressão para o balanço de massa:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega(t)} \left( \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} \right) dV = 0 \quad (3.7)$$

sendo  $\mathbf{v}$  o vetor velocidade da partícula de fluido e  $D\rho/Dt$  é a derivada material de  $\rho$ .

Conclui-se, pela Equação (3.7), que o integrando também deve ser igual a zero. Desta forma, o balanço diferencial de massa é:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.8)$$

Quando se consideram escoamentos incompressíveis, a equação de conservação de massa pode ser reduzida à seguinte expressão:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.9)$$

### 3.2.2 Equação de Conservação da Quantidade de Movimento

De acordo com Schlichting, 1979, o princípio de conservação da quantidade de movimento descreve que a taxa líquida de quantidade de movimento que cruza o sistema, somada as forças de superfície e forças de campo atuantes, é igual à taxa de aumento de quantidade de movimento no sistema.

$$\frac{\partial(Mv_n)_{VC}}{\partial t} = \sum F_n + \sum_{Entrada} \dot{m}v_n - \sum_{Saída} \dot{m}v_n \quad (3.10)$$

na qual,  $n$  é a direção escolhida para a análise,  $v_n$  e  $F_n$  são as componentes da velocidade do fluido e forças na direção  $n$ ,  $M$  é a massa contida instantaneamente no volume de controle e  $\dot{m}$  é o fluxo de massa associado ao escoamento entrando e saindo do volume de controle.

Pode-se relacionar as forças que atuam no sistema com a quantidade de movimento através da segunda lei de Newton do movimento, expressa pela equação:

$$d\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} \quad (3.11)$$

onde a quantidade de movimento,  $\mathbf{P}$ , do sistema é dada por:

$$\mathbf{P} = \int_{massa} \mathbf{v} dm \quad (3.12)$$

Consequentemente:

$$d\mathbf{F} = dm \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \quad (3.13)$$

Neste momento, torna-se necessário obter uma formulação adequada para mensurar as forças que agem no sistema. Para se determinar a resultante das forças de superfície pode-se empregar o teorema de Cauchy [Gurtin, 1981], o qual estabelece que a força de tensão,  $d\mathbf{t}$ , agindo através de um elemento de superfície  $\mathbf{n} d\Gamma$  é dado por  $d\mathbf{t} = \mathbf{T} \mathbf{n} d\Gamma$ . Fazendo-se uso do teorema de divergência de Gauss pode-se escrever:

$$\int_{\Omega} \text{div}(\mathbf{T})d\Omega = \int_{\Gamma} \mathbf{T} \mathbf{n} d\Gamma \quad (3.14)$$

onde  $\mathbf{T}$  é o tensor tensão total.

A resultante das forças de corpo, expressa por unidade de volume, é simplesmente  $\rho\mathbf{g}$ , onde  $\mathbf{g}$  é o campo de aceleração (considera-se, na maioria dos casos, apenas a gravidade).

Incluindo estas forças na equação da segunda lei de Newton do movimento (Equação 3.13)), obtém-se a equação de conservação da quantidade de movimento que, matematicamente é:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \text{div}(\mathbf{T}) + \rho\mathbf{g} \quad (3.15)$$

Para escoamentos incompressíveis, o tensor tensão total é definido como:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{1} + \boldsymbol{\tau} \quad (3.16)$$

nesta equação  $p$  é a pressão,  $\mathbf{1}$  é o tensor identidade e  $\boldsymbol{\tau}$  é o tensor viscoso ou deviatório.

Com esta definição a equação de conservação da quantidade de movimento, Equação (3.15), pode ser reescrita da seguinte maneira:



$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \text{div}(\boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{g} \quad (3.17)$$

Nesta equação, o lado esquerdo da equação representa o termo advectivos de transporte, devido à aceleração da partícula, representando as forças de inércia. Já os termos da direita da equação, são oriundos das forças de superfície e das forças de corpo que atuam na partícula.

### 3.2.3 Viscosidade para Fluidos Não Newtonianos

Neste trabalho, foram utilizados fluidos newtonianos e não newtonianos. Os últimos diferenciam-se dos primeiros por não possuírem viscosidade constante.

De acordo com Chhabra e Richardson, 2008, um fluido não newtoniano é aquele onde a viscosidade aparente, a tensão de cisalhamento dividida pela taxa de cisalhamento, não é constante a uma dada temperatura e pressão, mas depende de condições do escoamento como a geometria do escoamento, a taxa de cisalhamento e, às vezes, até mesmo a história cinemática do elemento fluido em consideração. Esses materiais podem ser convenientemente agrupados em três classes gerais.

1) fluidos para os quais a taxa de cisalhamento em qualquer ponto é determinada apenas pelo valor da tensão de cisalhamento naquele ponto e instante; esses fluidos são conhecidos como "tempo independentes", " puramente viscosos ", " inelásticos "ou" fluidos newtonianos generalizados;

2) fluidos mais complexos para os quais a relação entre tensão de cisalhamento e taxa de cisalhamento depende, além disso, da duração do corte e da sua história cinemática; eles são chamados de "fluidos dependentes do tempo" e, finalmente,

3) substâncias que exibem características de fluidos ideais e sólidos elásticos e que mostram recuperação elástica parcial, após a deformação; estes são classificados como "fluidos visco-elásticos".

Este esquema de classificação é arbitrário na medida em que os materiais reais geralmente exibem uma combinação de dois ou mesmo os três tipos de comportamentos não

newtonianos. No entanto, geralmente é possível identificar a característica não newtoniana dominante e levar isso como a base para os cálculos subsequentes.

### 3.2.3.1 Modelo *Power-Law*

Os fluidos não newtonianos utilizados para o presente trabalho, são regidos pela power-law.

Segundo Chhabra e Richardson, 2008, a relação entre a tensão de cisalhamento,  $\tau$ , e a taxa de cisalhamento,  $\dot{\gamma}$ , (plotado em um gráfico com ambos os eixos em escala logarítmica) para um fluido pseudoplástico pode ser frequentemente aproximada por uma linha reta ao longo de uma gama limitada da taxa ou tensão de cisalhamento. Para esta parte da curva, uma expressão com a forma da Equação 3.18 pode ser aplicada.

$$\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n \quad (3.18)$$

então, a viscosidade aparente para os fluidos *power-law* pode ser dada pela Equação 3.19.

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = K \cdot \dot{\gamma}^{(n-1)} \quad (3.19)$$

onde,  $n < 1$  o fluido demonstra comportamento pseudoplástico

$n = 1$ , o fluido demonstra comportamento newtoniano

$n > 1$ , o fluido exibe propriedades dilatantes

Nestas equações,  $K$  e  $n$  são dois parâmetros empíricos de ajuste de curvas e são conhecidos como coeficiente de consistência do fluido e índice de comportamento do escoamento, respectivamente. Para um fluido pseudoplástico, o índice pode ter qualquer valor entre 0 e 1. Para um fluido dilatante, o índice  $n$  será maior que a unidade. Quando  $n = 1$ , a

equação descreve o comportamento de fluidos newtonianos. A Figura 3.2 ilustra o comportamento dos fluidos de acordo com a variação do índice  $n$ .

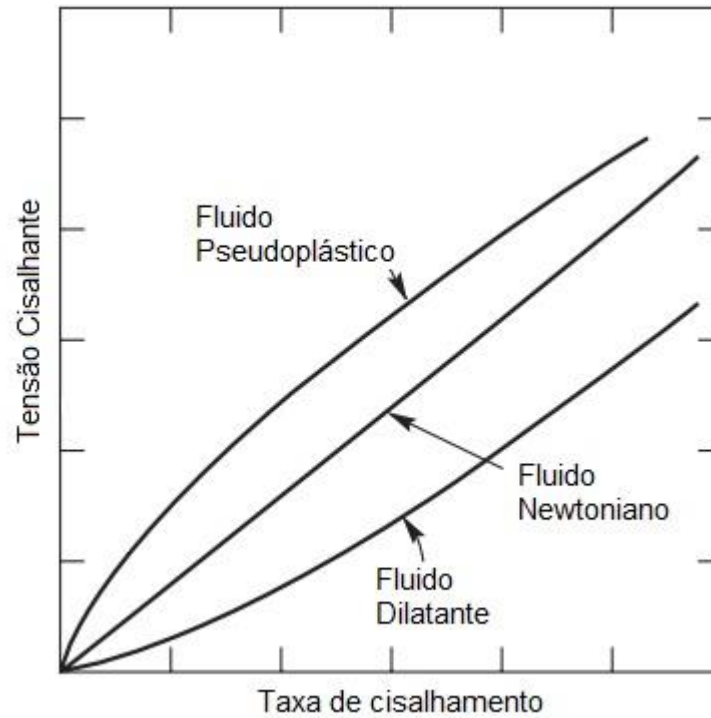


Figura 3.2 - Comportamento dos fluidos de acordo com a variação do índice  $n$ . Adaptado de Chhabra e Richardson, 2008

### 3.3 Parâmetros do Escoamento

O problema a ser resolvido consiste na análise da resistência total ao escoamento de um conjunto de dutos em formato de Y, no qual relações adimensionais envolvendo os comprimentos e diâmetros que caracterizam as geometrias são variadas, bem como o ângulo central da estrutura em forma de Y.

A resistência total ao escoamento é um parâmetro definido pela Equação 3.20, de acordo com Bejan et al., 2000.

$$R = \frac{\Delta P}{\dot{m}} \quad (3.20)$$

O domínio considerado é tridimensional, e é analisado somente o escoamento de fluido, desprezando a troca térmica. O regime do escoamento é laminar e as simulações foram realizadas em regime permanente, com as paredes impermeáveis e considerando tubos lisos. O número de Reynolds constante e igual a 1000.

As condições de contorno do problema são a vazão mássica na entrada do duto ( $\dot{m}$ ) e a pressão atmosférica na saída.

Os fluidos utilizados no estudo foram três, sendo um newtoniano e dois não newtonianos, com diferentes valores para o índice de comportamento do fluido ( $n$ ). Esta escolha foi feita para estudar a influência que o valor de  $n$  tem sobre a resistência ao escoamento. A Tabela 3.1 mostra as propriedades dos fluidos utilizados.

Tabela 3.1 - Propriedades dos fluidos utilizados

Fluido	Tipo	$\rho \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$	$K [Pa \cdot s^n]$	$n$	$\mu [Pa \cdot s]$
Fluido 1	Fluido Pseudoplástico	1060	0,000147	0,78	-----
Fluido 2	Fluido Dilatante	1260	0,0066	1,1	-----
Fluido 3	Fluido Newtoniano	998,2	-----	1	0,001003

### 3.4 Adimensionalização dos Parâmetros do Problema

Para que seja possível a generalização dos resultados, torna-se conveniente a adimensionalização dos parâmetros do problema. O símbolo ( $\sim$ ) indica as variáveis na forma adimensional. As Equações 3.21 a 3.26 apresentam estas adimensionalizações.

$$\tilde{D}_0, \tilde{D}_1, \tilde{L}_0, \tilde{L}_1 = \frac{D_0, D_1, L_0, L_1}{V_T^{1/3}} \quad (3.21)$$

$$\tilde{V}_D = \frac{\pi}{4} (\tilde{D}_0^2 \tilde{L}_0 + 2\tilde{D}_1^2 \tilde{L}_1) \quad (3.22)$$

$$\tilde{V}_T = \left( \tilde{L}_0 + \tilde{L}_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \left( 2\tilde{L}_1 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \tilde{D}_0 \quad (3.23)$$

A relação entre o volume dos dutos e o volume total do paralelepípedo circunscrito a estes foi tomada como constante, igual a 0,1, e definida como  $\Phi$ .

$$\Phi = \frac{\tilde{V}_D}{\tilde{V}_T} = 0,1 \quad (3.24)$$

Os parâmetros adimensionais usados efetivamente para a construção das geometrias foram as relações entre os diâmetros e os comprimentos, os quais apresentam a forma abaixo.

$$DR = \frac{\tilde{D}_1}{\tilde{D}_0} = const \quad (3.25)$$

$$LR = \frac{\tilde{L}_1}{\tilde{L}_0} = const \quad (3.26)$$

A dimensão adotada como  $\tilde{R}$ , é a resistência ao escoamento, adimensionalizada pelo valor da resistência ao escoamento para os valores de  $LR$  e  $DR = 0,8$ , no ângulo  $\theta = 135^\circ$ . Tais valores foram escolhidos, pois seriam os valores que minimizariam a resistência ao escoamento, conforme Bejan et al., 2000 e Sehn et al., 2017. A equação (3.27) demonstra tal relação.

$$\tilde{R} = \frac{R}{R_{LR=DR=0,8;\theta=135^\circ}} \quad (3.27)$$

Os valores para as relações de comprimento e diâmetro utilizados para o estudo foram de 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9 e 1, e os valores para os ângulos estudados para a estrutura em forma de Y, foram os seguintes: 155°, 135°, 115°, 95°, 75°, 45°, 25° e 10°.

Na Figura 3.3 demonstra-se, de uma forma mais visual, como a relação entre tais termos foi utilizada durante as simulações.

Foram realizadas um todo de 864 simulações, sendo que para cada ângulo escolhido, foi variada a relação entre os diâmetros, e para cada relação entre os diâmetros, foram variadas as relações entre os comprimentos.

O número de Reynolds foi mantido constante e igual a 1000 em todas as simulações, o que caracteriza o escoamento como laminar.

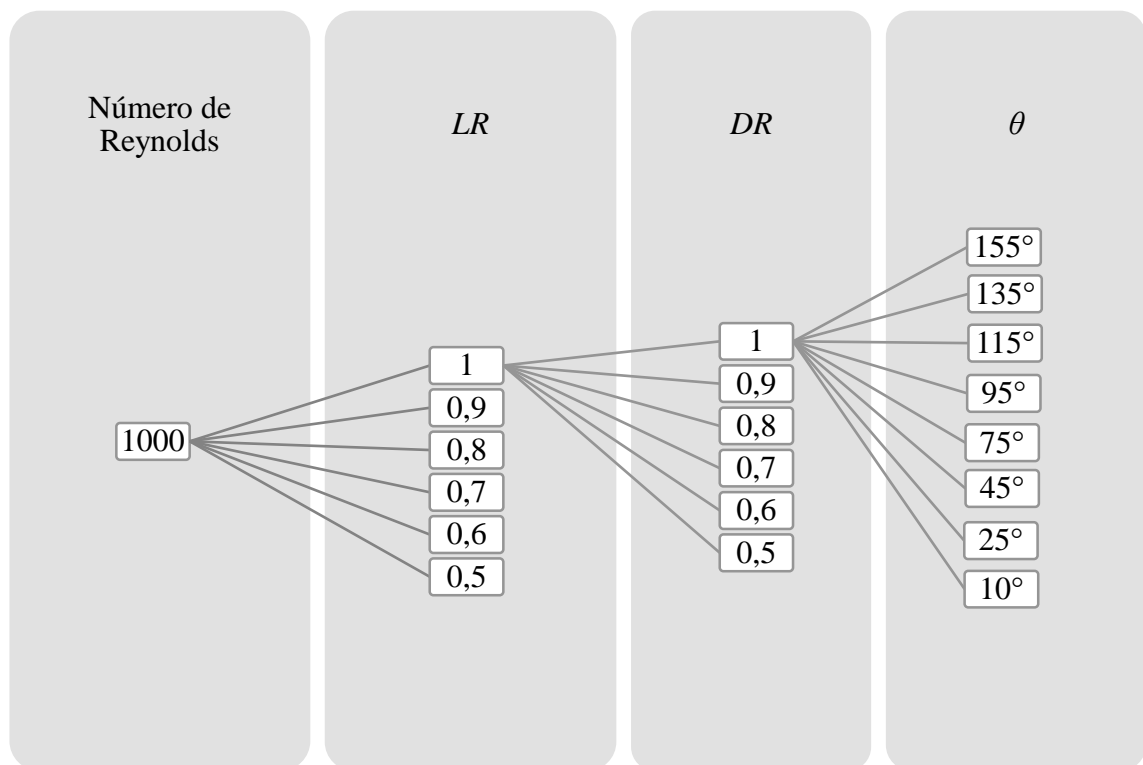


Figura 3.3 – Esquema da aplicação do método de otimização da busca exaustiva.

## 4 MODELAGEM NUMÉRICA

### 4.1 Domínio Computacional

O domínio físico computacional é apresentado na Figura 4.1, onde é possível visualizar as condições de contorno em que o escoamento está submetido. Os dutos possuem seções circulares, e a parede dos mesmos é considerada impermeável. Somente o escoamento de fluido foi analisado. O regime do escoamento é laminar e o número de Reynolds foi mantido constante durante todas as simulações, e igual a 1000. Como condições de contorno, foi utilizado o não deslizamento nas paredes dos dutos e a vazão mássica como condição de entrada nos dutos, respeitando o diâmetro e o número de Reynolds definido. Na saída do escoamento utilizou-se pressão manométrica constante e igual a 0 Pa. O ângulo entre os dutos filhos também foi variado.

A formulação utilizada para a determinação da vazão mássica,  $\dot{m}$ , através do número de Reynolds, foi derivada do número de Reynolds generalizado de Metzner-Reed, conforme apresentado por Miguel, 2016b, Equação (4.1).

$$Re_{Dn} = \frac{4^{4-3n} \rho Q^{2-n}}{\pi^{2-n} K D_0^{4-3n} \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n} \quad (4.1)$$

onde  $K$  é o coeficiente de consistência do fluido ( $Pa \cdot s^n$ ),  $n$  é índice de comportamento do fluido (adimensional),  $D_0$  é o diâmetro do duto pai ( $m$ ),  $\rho$  é a massa específica ( $kg/m^3$ ) e  $Q$  é a vazão volumétrica ( $m^3/s$ ).

$$\dot{m} = \rho Q \quad (4.2)$$

A Equação (4.1) apresenta um número de Reynolds generalizado, que pode ser utilizado tanto para fluidos newtonianos, quanto para fluidos não newtonianos. Para que tal fórmula retorne o número de Reynolds para fluidos newtonianos, deve-se substituir o valor de  $n$  por 1, e o valor de  $K$ , pelo valor da viscosidade dinâmica,  $\mu$ .

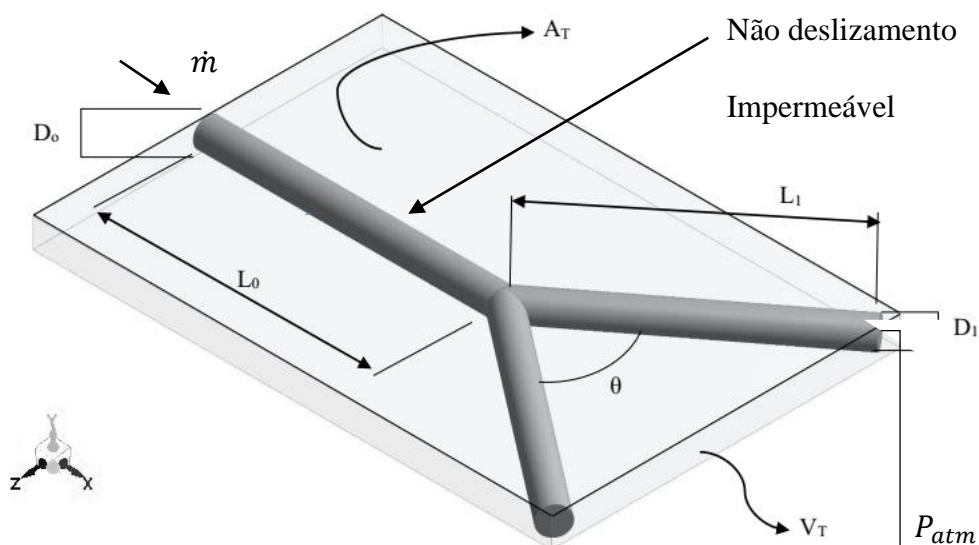


Figura 4.1 - Representação do domínio e das condições de contorno do problema.

## 4.2 Métodos Numéricos

Como pode ser visto em Maliska, 2004, os métodos tradicionais para a solução numérica de equações diferenciais são os métodos de diferenças finitas (MDF), de volumes finitos (MVF) e de elementos finitos (MEF). Suas principais diferenças estão na maneira como as variáveis de interesse são aproximadas e o processo de discretização. Nesses métodos, após a discretização, é realizada a solução algébrica das equações do problema de interesse.

No contexto dos softwares comerciais, o MVF tem sido a metodologia mais empregada para a construção dos códigos de DFC disponíveis, principalmente naqueles com maior utilização industrial [Maliska, 2004]. Entre eles, cita-se o código comercial Ansys Fluent, o qual é empregado neste estudo.

Normalmente estudos e pesquisas que usam a modelagem computacional como ferramenta para a obtenção de soluções e respostas dividem-se em três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

No pré-processamento, tem-se a introdução do modelo matemático do problema físico no programa de DFC e a transformação destas informações em uma forma adequada para a



solução do problema a ser estudado. Geralmente, na etapa do pré-processamento é onde realiza-se a discretização do modelo geométrico (geração da malha computacional), a seleção das equações de conservação, a parametrização das propriedades fluidodinâmicas, a especificação das condições iniciais e de contorno e a determinação dos critérios de convergência.

Na etapa de processamento, as equações que compõe o modelo do problema são resolvidas através de um método numérico para a obtenção da solução das equações diferenciais que constituem o problema físico.

No pós-processamento é onde são coletados e analisados os resultados obtidos após a solução numérica. A análise dos dados pela plotagem de gráficos e topologias é usualmente utilizada como forma de verificação da solução numérica, pela facilidade de observar o comportamento das variáveis de interesse no domínio computacional.

### 4.3 Procedimentos Numéricos

No problema considerado, o fluido entra na estrutura simétrica em forma de Y, com fluxo de massa prescrito e escoamento ao longo da tubulação bifurcada até sair do domínio.

A condição de contorno de entrada foi *mass flow inlet*, onde é possível especificar o fluxo de massa. A condição de contorno de saída é parametrizada como pressão manométrica constante.

A condição de contorno das superfícies dos tubos foi *wall* com a condição de não deslizamento e impermeabilidade.

Para o estudo do escoamento com fluidos não newtonianos, a viscosidade do fluido é ajustada através do modelo *non-newtonian-power-law* e parametrizado com o índice da lei da potência ( $n$ ) e índice de consistência do fluido ( $K$ ), conforme propriedades apresentadas na Tab. 3.1.

A solução das equações para a conservação da massa e da quantidade de movimento, será através da solução acoplada, juntamente com a formulação *Pressure-Based* a qual é aplicada para escoamentos de fluidos incompressíveis de baixa velocidade.

O acoplamento entre pressão e velocidade utiliza o método SIMPLE (Semi IMPLICIT Linked Equations). O algoritmo SIMPLE usa uma relação de correção entre a velocidade e a pressão e garante que a conservação de massa é satisfeita.

Na discretização espacial das equações, o método *Green Gauss Node Based* é utilizado para a discretização dos gradientes, *Second Order* para a discretização da pressão e *Second Order Upwind* para a discretização da quantidade de movimento.

As informações acima apresentadas podem ser encontradas em *Fluent Theory Guide*, 2016.

As soluções numéricas foram consideradas convergidas quando os resíduos para a equação da conservação de massa e quantidade de movimento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  foram menores que  $10^{-6}$  para todas as variáveis.

#### 4.4 Análise de Qualidade de Malha

As malhas utilizadas para as simulações foram do tipo poliédrica, pois estas conseguem reduzir significativamente a contagem de elementos das malhas, diminuindo desta forma o tempo computacional dispendido nas simulações, mas conseguem manter os resultados semelhantes aos que seriam encontrados com o uso de malhas tetraédricas, como pode ser visto em Spiegel et al., 2011 e Peric e Ferguson, 2012.

A verificação de malha se fez através do estudo de diversas malhas, com refinamentos sucessivos, para um caso ( $D_1/D_0 = 0,5$ ,  $L_1/L_0 = 1$ ,  $\theta = 155^\circ$ ), utilizando como propriedades do fluido  $\rho = 1060 \text{ kg/m}^3$ ,  $K = 0,000147 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$  e  $n = 0,78$ , e como propriedades do escoamento, o número de Reynolds igual a 1000.

A dimensão de malha selecionada foi adotada como válida para os outros casos do estudo, visto que estes seguiram os mesmos padrões do caso de teste durante a confecção. A Tabela 4.1 apresenta as dimensões das malhas, bem como os resultados obtidos, e a diferença entre eles. A Figura 4.2 mostra um detalhe da malha selecionada.

Tabela 4.1 – Análise de independência de malha.

N° da malha	N° de elementos	N° de nós	$\Delta P$	$\left  \frac{R^{(i)} - R^{(i+1)}}{R^{(i)}} \right  100$
1	34210	189626	0,013012	1,57 %
2	105382	600953	0,012808	0,24 %
3	137156	784866	0,012778	0,29 %
4	166496	952965	0,012741	0,07 %
5	231917	1332005	0,012731	-

Para este caso, a malha selecionada foi a de número 4, pois apresentou a menor diferença entre os resultados obtidos com refinamentos sucessivos. A Figura 4.3 mostra um corte da malha selecionada.

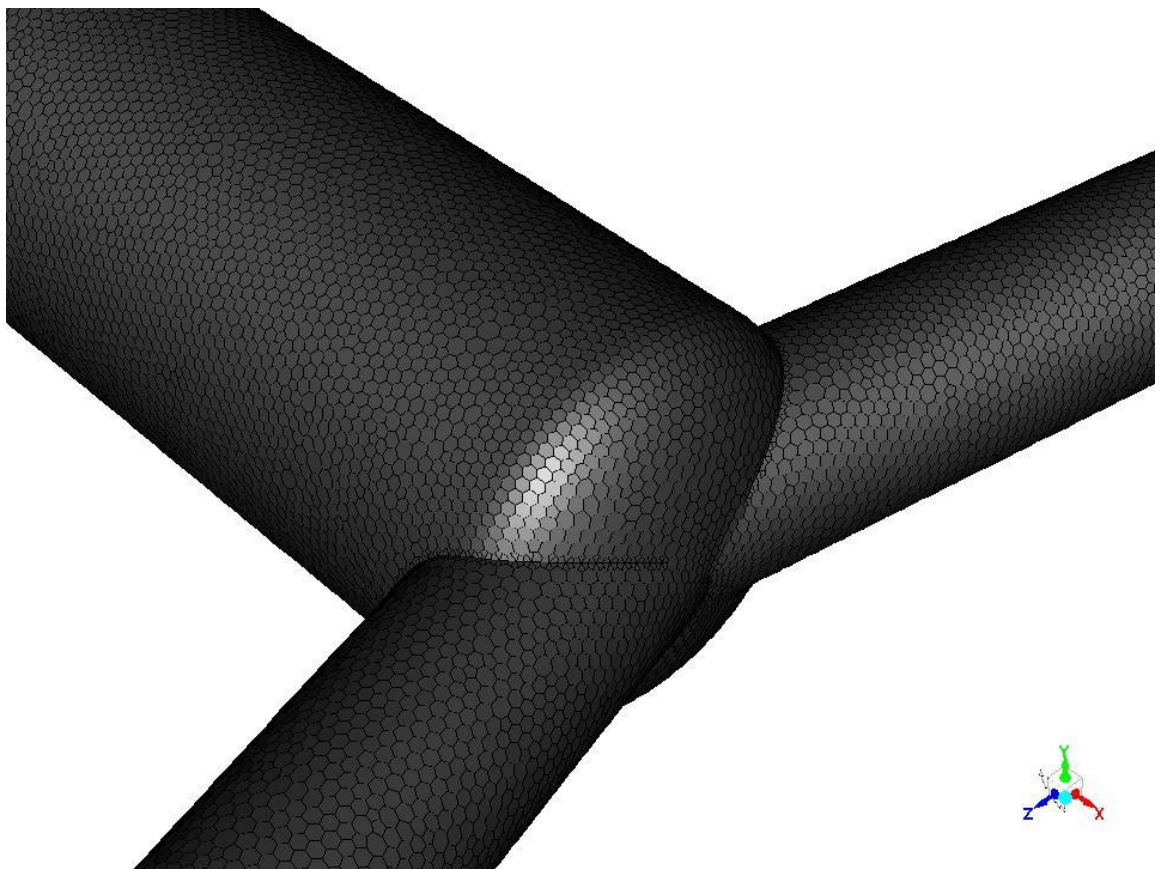


Figura 4.2 - Detalhe da malha selecionada.

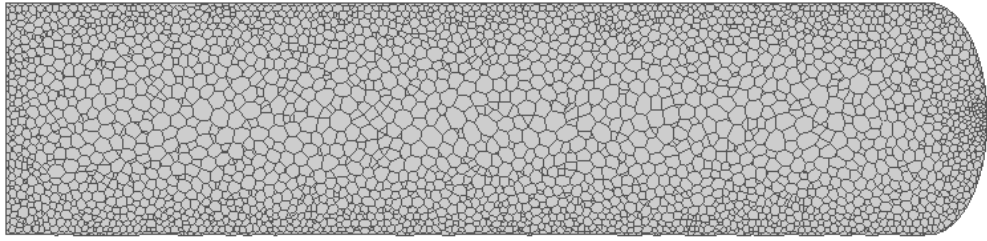


Figura 4.3 – Corte da malha selecionada

#### 4.5 Verificação do Modelo Matemático e Numérico

Para a verificação dos resultados das simulações, buscou-se a utilização de formulações analíticas obtidas da literatura, as quais calculam a queda de pressão em dutos retos, para todos os fluidos utilizados, e também uma correlação que calcula a queda de pressão em dutos bifurcados para fluidos newtonianos.

As simulações utilizadas para comparação com os dados de resultados analíticos, foram realizadas utilizando-se o mesmo *setup* que foi configurado para as simulações do trabalho, tendo como única diferença, porém, o número de Reynolds, que ao invés de 1000, foi reduzido para 100, visto que as fórmulas analíticas apresentam resultados para o escoamento plenamente desenvolvido, hipótese que não foi levada em consideração no presente trabalho, sendo assim, foi necessária a utilização de geometrias com grandes comprimentos, na ordem de 10 a 20 vezes o comprimento necessário para o desenvolvimento do escoamento laminar, Equação (4.3) [Incropera e Dewitt, 2008], e visto que tais formulações são dependentes do número de Reynolds, simulações com este número próximo do milhar, se tornariam bastante dispendiosas em relação ao tempo computacional.

As formulações utilizadas para o cálculo analítico da perda de carga seguem conforme as Equações (4.4), para o caso de tubos retos e (4.5) para tubos ramificados [Revellin et al., 2009, Durbin e Medic, 2007].

$$\left(\frac{x_{cd,v}}{D}\right)_{lam} \approx 0,05Re_D \quad (4.3)$$

$$\Delta P = \frac{2KL}{R} \left( \frac{Q \left( 3 + \frac{1}{n} \right)}{\pi R^3} \right)^n \quad (4.4)$$

$$\Delta P = \frac{8\pi\mu Q}{A_1^2} \left( L_1 + \frac{L_2}{2\beta^2} \right) \quad (4.5)$$

Nas tabelas de 4.2 a 4.5 são exibidas as comparações entre os resultados analíticos e numéricos.

Tabela 4.2 - Comparação entre os resultados analíticos e numéricos para tubo reto com escoamento de fluido newtoniano,  $n = 1$ .

Dados do fluido	$D = 0,15m; L = 7,5m$		$D = 0,15m; L = 15m$	
$\rho = 998,2 \text{ kg/m}^3$ $\mu = 0,001003 \text{ Pa.s}$	Resultado	0,007166 Pa	Resultado	0,01428 Pa
	Analítico		Analítico	
	Resultado	0,007478 Pa	Resultado	0,01468 Pa
	Numérico		Numérico	
	Diferença	4,17 %	Diferença	2,72 %
	Percentual		Percentual	

Tabela 4.3 - Comparação entre os resultados analíticos e numéricos para tubo reto com escoamento de fluido não newtoniano,  $n = 0,78$ .

Dados do fluido	$D = 0,15m; L = 7,5m$		$D = 0,15m; L = 15m$	
$\rho = 1060 \text{ kg/m}^3$ $K = 0,001467 \text{ Pa.s}^n$ $n = 0,776$	Resultado	0,009966 Pa	Resultado	0,01999 Pa
	Analítico		Analítico	
	Resultado	0,010023 Pa	Resultado	0,01966 Pa
	Numérico		Numérico	
	Diferença	0,57 %	Diferença	1,65 %
	Percentual		Percentual	

Tabela 4.4 - Comparação entre os resultados analíticos e numéricos para tubo reto com escoamento de fluido não newtoniano,  $n = 1,1$ .

Dados do fluido	$D = 0,15m; L = 7,5m$		$D = 0,15m; L = 15m$	
$\rho = 1260 \text{ kg/m}^3$ $K = 0,0066 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ $n = 1,1$	Resultado	0,17411 Pa	Resultado	0,3768 Pa
	Analítico		Resultado	
	Resultado	0,18307 Pa	Resultado	0,3587 Pa
	Numérico		Resultado	
	Diferença	4,89 %	Diferença	4,80 %
	Percentual		Diferença	

Tabela 4.5 - Comparação entre os resultados analíticos e numéricos para tubo bifurcado com escoamento de fluido newtoniano,  $n = 1$ .

Dados do fluido	$D = 0,15m; L = 3,75m$		$D = 0,15m; L = 7,5m$	
$\rho = 998,2 \text{ kg/m}^3$ $\mu = 0,001003 \text{ Pa}\cdot\text{s}$	Resultado	0,005375 Pa	Resultado	0,0107 Pa
	Analítico		Resultado	
	Resultado	0,005782 Pa	Resultado	0,0112 Pa
	Numérico		Resultado	
	Diferença	7,04 %	Diferença	4,46 %
	Percentual		Diferença	

Os resultados obtidos da comparação entre as formulações analíticas e as simulações apresentaram boa correlação, resultando numa diferença percentual máxima para tubos bifurcados de aproximadamente 7%, o que acaba por validar os resultados obtidos nas simulações, visto que a diferença máxima entre os valores é inferior a 10%, a qual foi considerada aceitável para este caso.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados obtidos através das simulações numéricas realizadas. Para tal, convém esclarecer alguns resultados usados nos gráficos e o porquê da sua utilização.

### 5.1 Fluido Newtoniano ( $n = 1$ )

Inicialmente são apresentados os resultados obtidos referentes ao estudo da variação dos parâmetros geométricos com a utilização de fluidos newtonianos, os quais possuem o valor do coeficiente  $n = 1$ . O ângulo da bifurcação é fixado em  $\theta = 155^\circ$  e o número de Reynolds foi mantido constante e igual a 1000.

A Figura 5.1 apresenta as relações encontradas quando se plota os resultados das razões entre os comprimentos ( $LR$ ) em um gráfico em que a abscissa é a razão entre os diâmetros ( $DR$ ) e a ordenada é a resistência adimensional ao escoamento ( $\tilde{R}$ ). Pelo gráfico pode-se notar que a resistência ao escoamento tende a ser minimizada em função de cada razão entre os comprimentos e tem o seu valor mínimo quando  $LR = 1$ . Já com relação à razão entre os diâmetros ( $DR$ ), independentemente da curva de  $LR$  selecionada, a razão que minimizou a resistência ao escoamento deu-se no intervalo  $0,64 < DR < 0,68$ . A linha interceptando as curvas mostra o local aproximado dos pontos de mínimo.

Os resultados correspondentes aos pontos ótimos obtidos na Figura 5.1 são mostrados na Figura 5.2. O eixo das ordenadas mostra os valores de  $\tilde{R}_m$ , que são os pontos onde  $\tilde{R}$  foi minimizado uma vez, ou seja, os pontos de mínimo para os valores de  $\tilde{R}$  determinados no gráfico anterior, apresentados em uma curva contínua, e o eixo vertical à direita mostra os valores  $DR_o$ , os quais são os valores de  $DR$  otimizados uma vez. Estes valores são os valores de  $DR$  correspondentes aos valores mínimos de  $\tilde{R}$  obtidos do gráfico anterior. Os resultados indicam que a resistência ao escoamento minimizada uma vez, assim como a relação entre os diâmetros otimizada uma vez decrescem a medida que a relação entre os comprimentos aumenta.

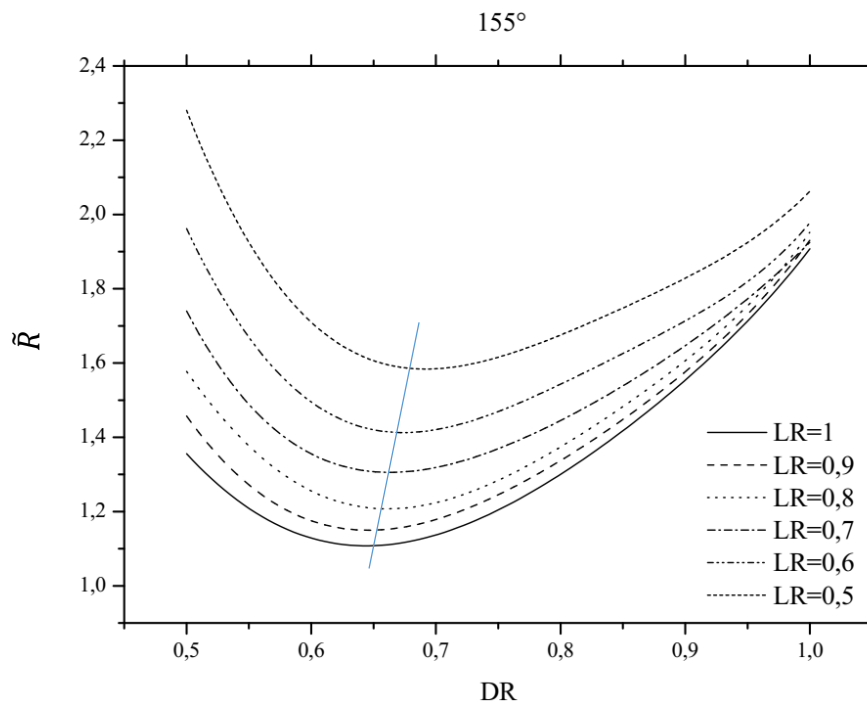


Figura 5.1 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de 155°.

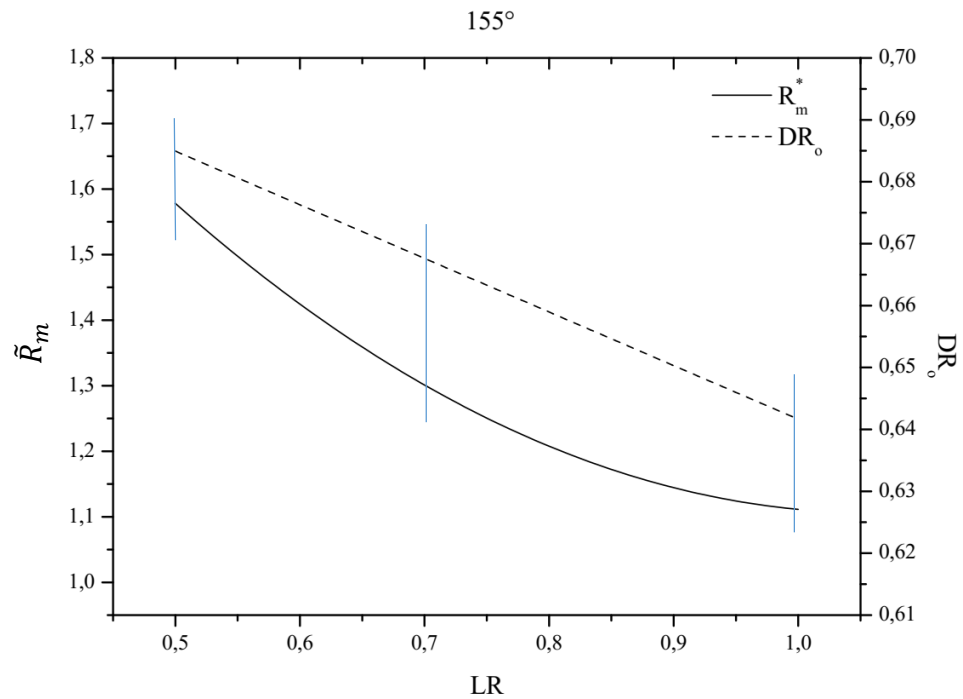


Figura 5.2 - Relações mínimas de  $\tilde{R}$  e  $DR$  derivadas da Figura 5.1.



Na Figura 5.3 são mostrados os campos de velocidade e pressão que foram simulados, mais próximos aos melhores e piores casos da Figura 5.2 e para um caso intermediário, marcados pelas três linhas interceptando as curvas na Figura 5.2.

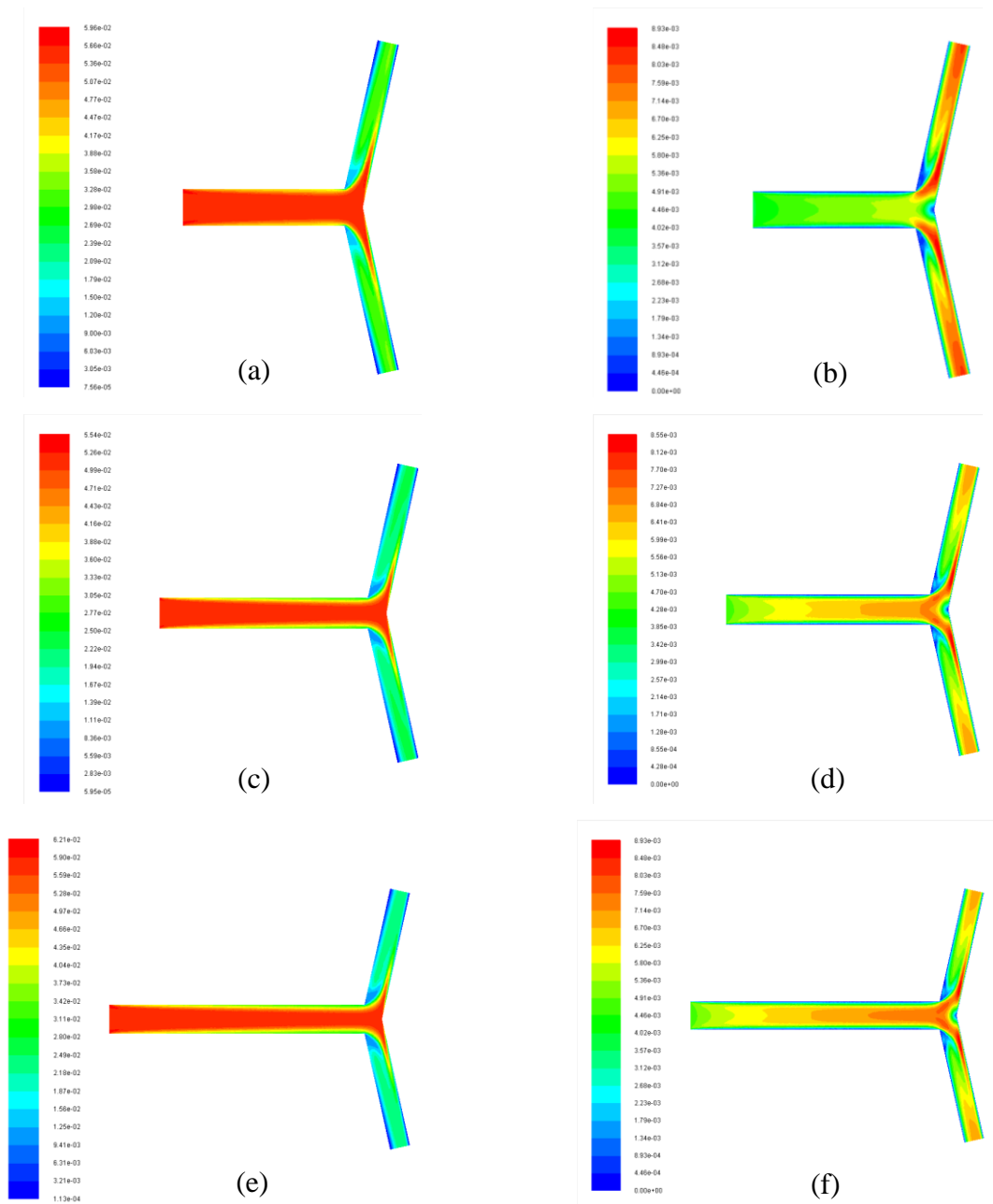


Figura 5.3 - Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita), para os seguintes casos: (a) e (b)  $LR = 1$ ,  $DR = 0,6$ ; (c) e (d)  $LR = 0,7$ ,  $DR = 0,7$ ; (e) e (f)  $LR = 0,5$ ,  $DR = 0,7$ .

O caso que minimizou a resistência ao escoamento foi o de  $LR = 1$  e  $DR = 0,6$ . Pode-se notar através dos campos de pressão total acima, que este caso é o que apresenta variação menos brusca da pressão total, e também o campo de velocidades com menor variação no tubo pai.

O mesmo procedimento realizado anteriormente foi repetido para todos os ângulos estudados. Para determinar o ângulo que minimiza a resistência ao escoamento para um determinado fluido, foram utilizados os resultados obtidos dos gráficos apresentados anteriormente. Os menores valores determinados de  $\tilde{R}_m$  foram utilizados como abscissa do gráfico presente na Figura 5.4, e seus valores devem ser lidos no eixo vertical esquerdo. Os valores dos ângulos são utilizados no eixo horizontal, e no eixo vertical direito são apresentados os valores de  $DR$  e  $LR$  correspondentes aos valores mínimos de  $\tilde{R}_m$ .

Como esta é mais uma otimização no processo, as valores mínimos de  $\tilde{R}_m$  passam a ser denominados como  $\tilde{R}_{mm}^*$ , os valores mínimos de  $DR_o$  são denominados como  $DR_{oo}$ , ou seja, o valor de  $DR$  otimizado duas vezes, e os valores mínimos de  $LR$  passam a ser denominados como  $LR_o$ , ou seja, os valores de  $LR$  otimizados uma vez.

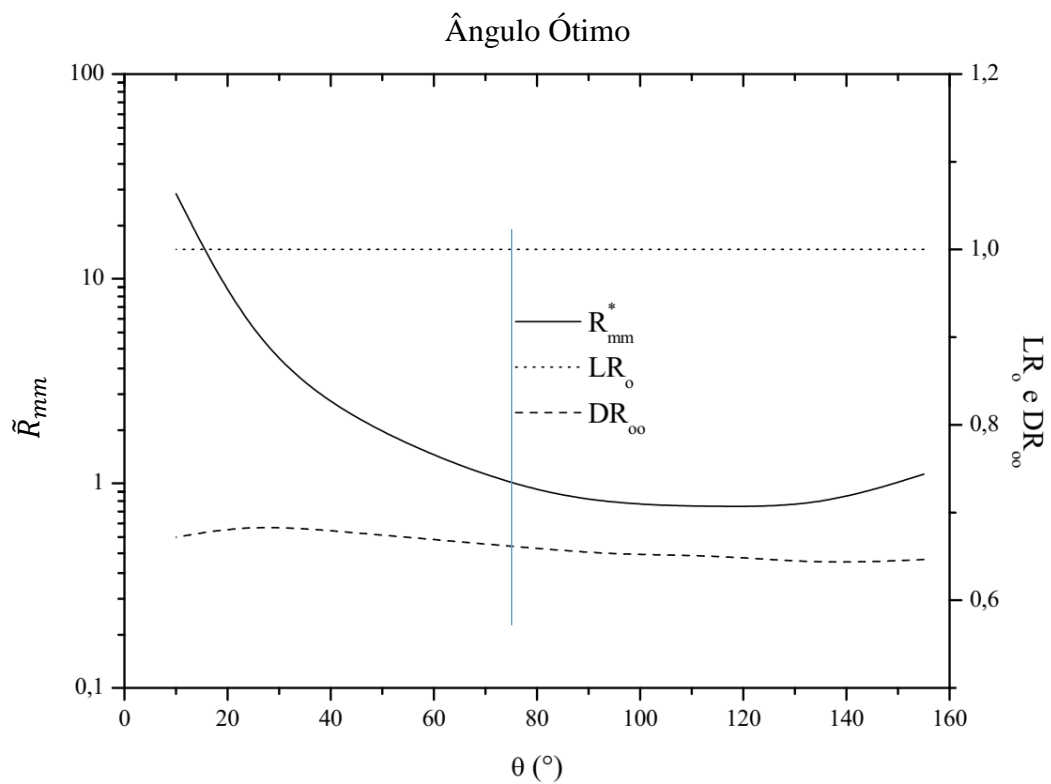


Figura 5.4 – Razões de diâmetros e comprimentos que proporcionam a menor resistência ao escoamento para cada ângulo.

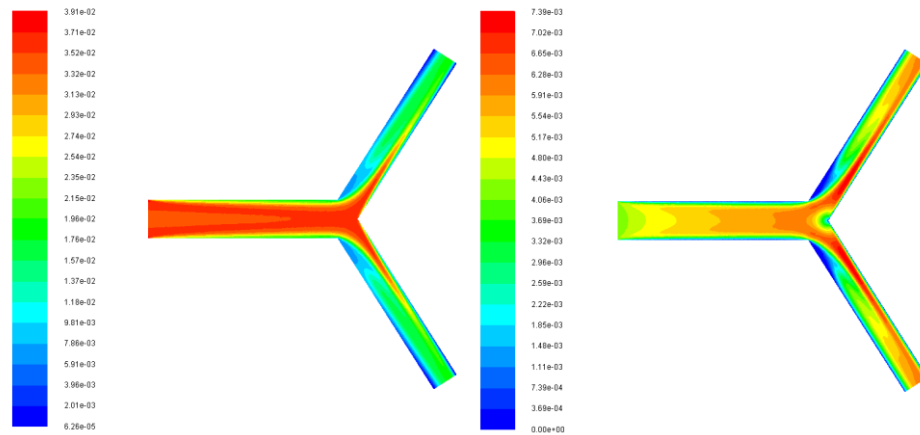


Figura 5.5 – Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita) para o caso simulado que apresentou menor resistência ao escoamento.  $DR=0,6$ ;  $LR=1$ ;  $\theta=115^\circ$ .

É interessante neste caso, notar que a distinção entre um ângulo único que proporcione a menor resistência ao escoamento torna-se um pouco difícil, sendo mais simples, portanto, determinar uma região onde a resistência ao escoamento é minimizada de acordo com o ângulo, que seria a região entre  $100^\circ$  e  $135^\circ$ . Outro aspecto interessante é a forma como a resistência aumenta de forma considerável em ângulos inferiores a  $75^\circ$ , marcado pela linha que intercepta as curvas da Figura 5.4.

Tabela 5.1 - Valores determinados na Figura 5.4.

$\theta$ ( $^\circ$ )	$\tilde{R}_{mm}$	$DR_{oo}$	$LR_o$
155	1,111	0,64	1
135	0,780	0,64	1
115	0,776	0,65	1
95	0,796	0,65	1
75	0,963	0,66	1
45	1,952	0,67	1
25	4,776	0,68	1
10	26,419	0,67	1

## 5.2 Fluido Não Newtoniano ( $n = 0,78$ )

Na presente seção são apresentados os gráficos obtidos referentes ao estudo da variação dos parâmetros geométricos com a utilização de fluidos não newtonianos, os quais possuem o valor do coeficiente  $n = 0,78$ . O ângulo da bifurcação é fixado em  $\theta = 155^\circ$  e o número de Reynolds foi mantido constante e igual a 1000.

A Figura 5.6 apresenta as relações encontradas quando se plota os resultados das razões entre os comprimentos ( $LR$ ) em um gráfico em que a abscissa é a razão entre os diâmetros ( $DR$ ) e a ordenada é a resistência adimensional ao escoamento ( $\tilde{R}$ ). Pelo gráfico pode-se notar que a resistência ao escoamento tende a ser minimizada em função de cada razão entre os comprimentos e tem o seu valor mínimo quando  $LR = 1$ . Já com relação à razão entre os diâmetros ( $DR$ ), independentemente da curva de  $LR$  selecionada, a razão que minimizou a resistência ao escoamento deu-se no intervalo  $0,62 < DR < 0,68$ . A linha interceptando as curvas mostra o local aproximado dos pontos de mínimo.

Os resultados correspondentes aos pontos ótimos obtidos na Figura 5.6 são mostrados na Figura 5.7. O eixo das ordenadas mostra os valores de  $\tilde{R}_m$ , que são os pontos onde  $\tilde{R}$  foi minimizado uma vez, ou seja, os pontos de mínimo para os valores de  $\tilde{R}$  determinados no gráfico anterior, apresentados em uma curva contínua, e o eixo vertical à direita mostra os valores  $DR_o$ , os quais são os valores de  $DR$  otimizados uma vez. Estes valores são os valores de  $DR$  correspondentes aos valores mínimos de  $\tilde{R}$  obtidos do gráfico anterior. Os resultados indicam que a resistência ao escoamento minimizada uma vez, assim como a relação entre os diâmetros otimizada uma vez decrescem a medida que a relação entre os comprimentos aumenta.

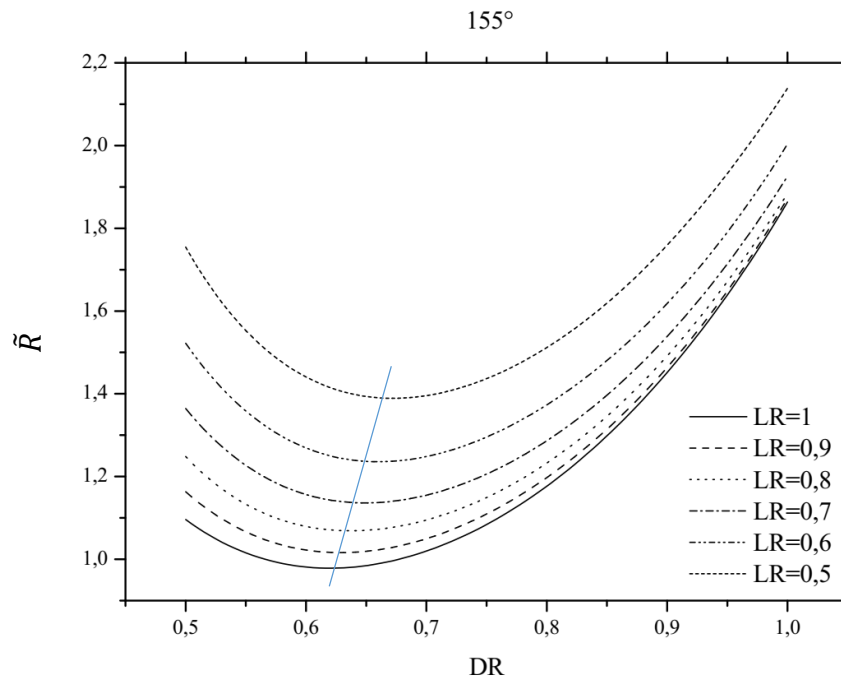


Figura 5.6 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de  $155^\circ$ .

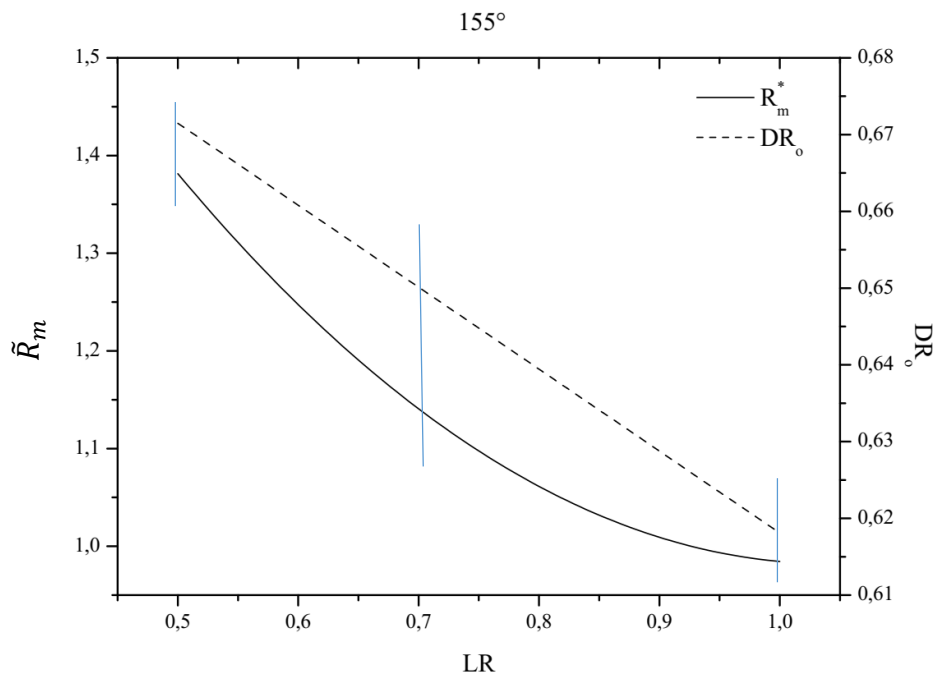


Figura 5.7 – Relações mínimas de  $\tilde{R}$  e  $DR$  derivadas da Figura 5.6.

Na Figura 5.8 são mostrados os campos de velocidade e pressão que foram simulados, mais próximos aos melhores e piores casos da Figura 5.7 e para um caso intermediário, marcados pelas três linhas interceptando as curvas na Figura 5.7.

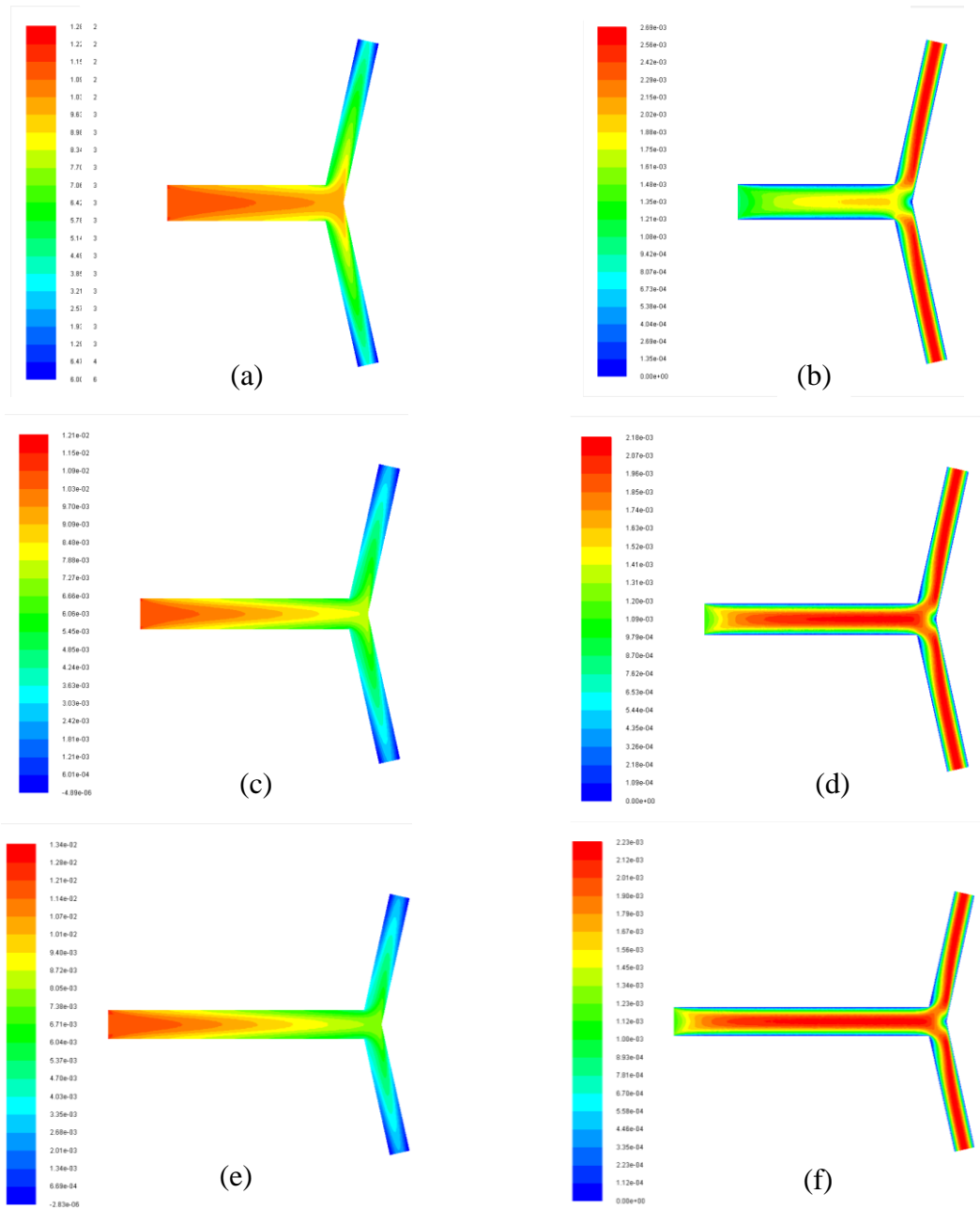


Figura 5.8 - Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita), para os seguintes casos: (a) e (b)  $LR = 1, DR = 0,6$ ; (c) e (d)  $LR = 0,7, DR = 0,7$ ; (e) e (f)  $LR = 0,5, DR = 0,7$ .

O caso que minimizou a resistência ao escoamento foi o de  $LR = 1$  e  $DR = 0,6$ . Pode-se notar através dos campos de pressão total acima, que este caso é o que apresenta variação menos brusca da pressão total, e também o campo de velocidades com menor variação no tubo pai.

O mesmo procedimento realizado anteriormente foi repetido para todos os ângulos estudados. A partir dos resultados apresentados anteriormente, pode-se determinar o ângulo que minimiza a resistência ao escoamento. Os menores valores determinados de  $\tilde{R}_m$  devem ser lidos no eixo vertical esquerdo da Figura 5.9. Os valores dos ângulos são utilizados no eixo horizontal, e no eixo vertical direito são apresentados os valores de  $DR$  e  $LR$  correspondentes aos valores mínimos de  $\tilde{R}_m$ .

Os valores mínimos de  $\tilde{R}_m$  passam a ser denominados como  $\tilde{R}_{mm}^*$ , os valores mínimos de  $DR_o$  são denominados como  $DR_{oo}$ , e os valores mínimos de  $LR$  passam a ser denominados como  $LR_o$ .

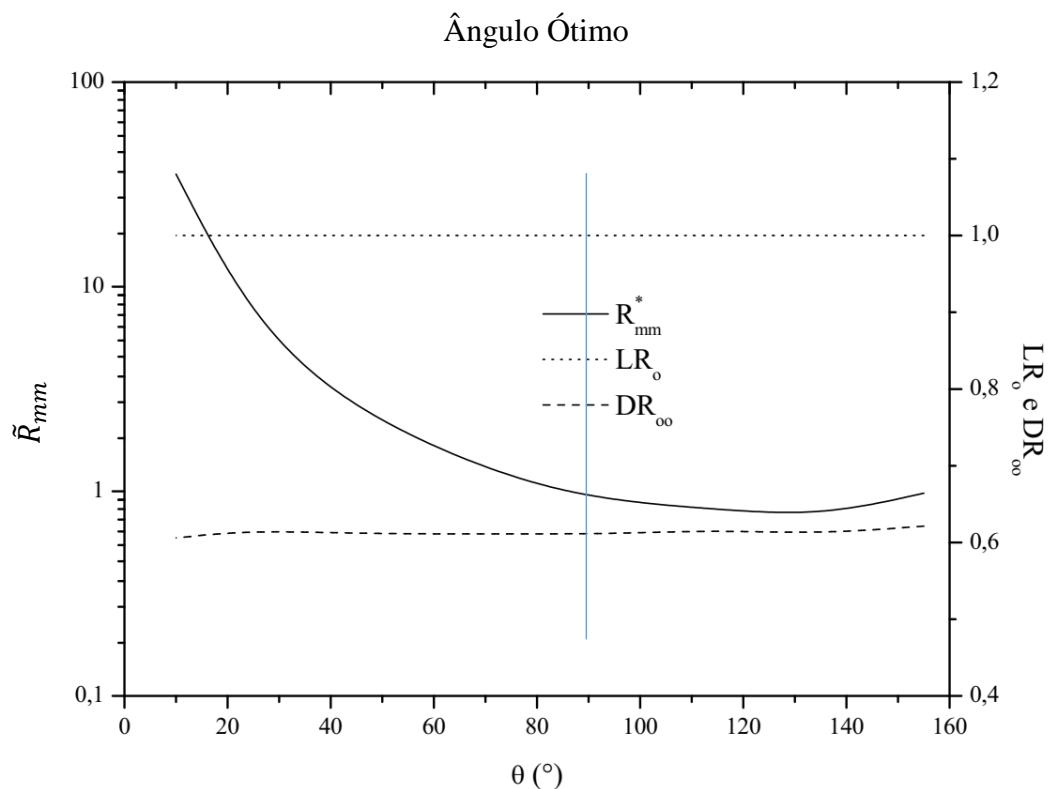


Figura 5.9 - Razões de diâmetros e comprimentos que proporcionam a menor resistência ao escoamento para cada ângulo..

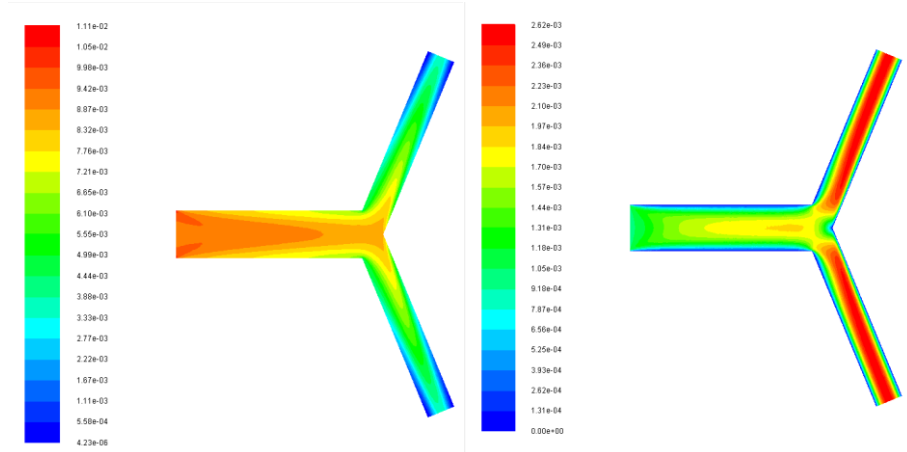


Figura 5.10 - Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita) para o caso simulado que apresentou menor resistência ao escoamento.  $DR=0,6$ ;  $LR=1$ ;  $\theta=135^\circ$ .

A região onde a resistência ao escoamento é minimizada de acordo com o ângulo, encontra-se entre  $120^\circ$  e  $135^\circ$ . É interessante notar também a forma como a resistência aumenta de forma considerável em ângulos inferiores a  $90^\circ$ , marcado pela linha que intercepta as curvas da Figura 5.9.

Tabela 5.2 - Valores determinados na Figura (5.9).

$\theta$ ( $^\circ$ )	$\tilde{R}_{mm}$	$DR_{oo}$	$LR_o$
155	0,984	0,62	1
135	0,762	0,61	1
115	0,825	0,61	1
95	0,903	0,61	1
75	1,142	0,61	1
45	2,428	0,61	1
25	6,656	0,61	1
10	35,997	0,61	1



### 5.3 Fluidos Não Newtonianos ( $n = 1,1$ )

Na presente seção são apresentados os gráficos obtidos referentes ao estudo da variação dos parâmetros geométricos com a utilização de fluidos não newtonianos, os quais possuem o valor do coeficiente  $n = 1,1$ . O ângulo da bifurcação é fixado em  $\theta = 155^\circ$  e o número de Reynolds foi mantido constante e igual a 1000.

A Figura 5.11 apresenta as relações encontradas quando se plota os resultados das razões entre os comprimentos ( $LR$ ) em um gráfico em que a abscissa é a razão entre os diâmetros ( $DR$ ) e a ordenada é a resistência adimensional ao escoamento ( $\tilde{R}$ ). Pelo gráfico pode-se notar que a resistência ao escoamento tende a ser minimizada em função de cada razão entre os comprimentos e tem o seu valor mínimo quando  $LR = 1$ . Já com relação à razão entre os diâmetros ( $DR$ ), independentemente da curva de  $LR$  selecionada, a razão que minimizou a resistência ao escoamento deu-se no intervalo  $0,64 < DR < 0,69$ . A linha interceptando as curvas mostra o local aproximado dos pontos de mínimo.

Os resultados correspondentes aos pontos ótimos obtidos na Figura 5.11 são mostrados na Figura 5.12. O eixo das ordenadas mostra os valores de  $\tilde{R}_m$ , que são os pontos onde  $\tilde{R}$  foi minimizado uma vez, ou seja, os pontos de mínimo para os valores de  $\tilde{R}$  determinados no gráfico anterior, apresentados em uma curva contínua, e o eixo vertical à direita mostra os valores  $DR_o$ , os quais são os valores de  $DR$  otimizados uma vez. Estes valores são os valores de  $DR$  correspondentes aos valores mínimos de  $\tilde{R}$  obtidos do gráfico anterior. Os resultados indicam que a resistência ao escoamento minimizada uma vez, assim como a relação entre os diâmetros otimizada uma vez decrescem a medida que a relação entre os comprimentos aumenta.

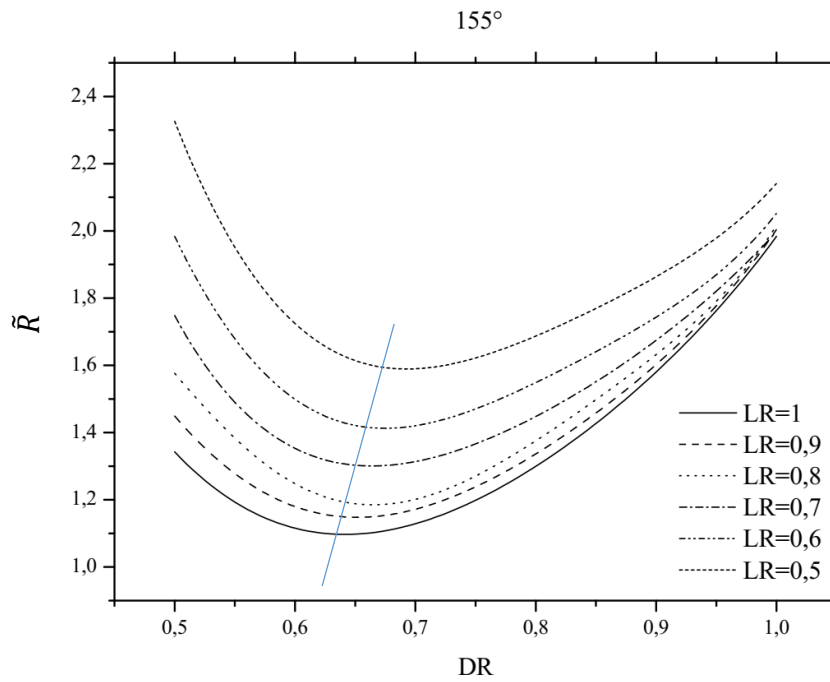


Figura 5.11 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de  $155^\circ$ .

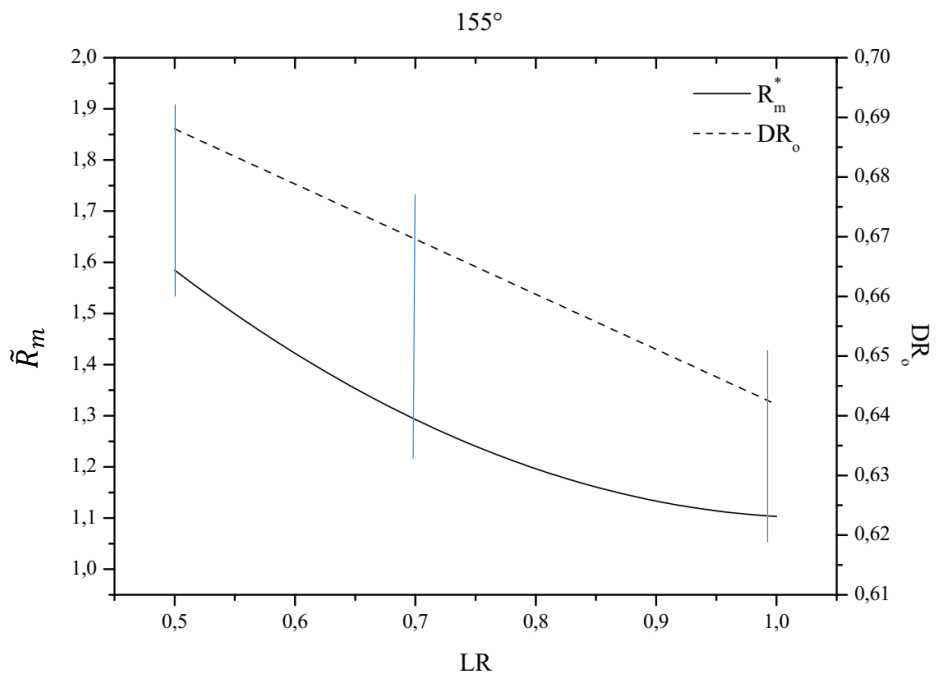


Figura 5.12 – Relações mínimas de  $\tilde{R}$  e  $DR$  derivadas da Figura 5.11.

Na Figura 5.13 são mostrados os campos de velocidade e pressão que foram simulados, mais próximos aos melhores e piores casos da Figura 5.12 e para um caso intermediário, marcados pelas três linhas interceptando as curvas na Figura 5.12.

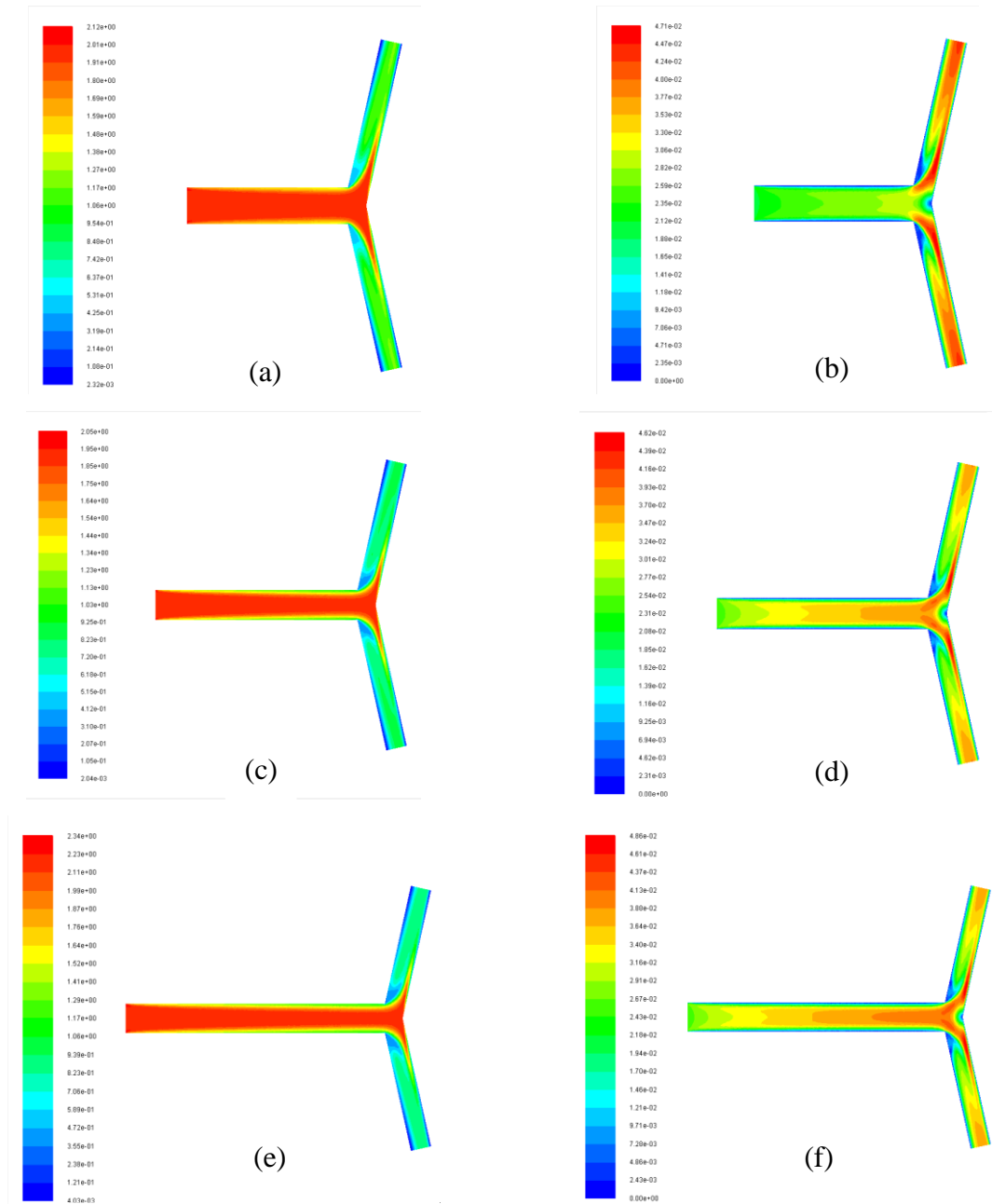


Figura 5.13 - Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita), para os seguintes casos: (a) e (b)  $LR = 1$ ,  $DR = 0,6$ ; (c) e (d)  $LR = 0,7$ ,  $DR = 0,7$ ; (e) e (f)  $LR = 0,5$ ,  $DR = 0,7$ .

O caso que minimizou a resistência ao escoamento foi o de  $LR = 1$  e  $DR = 0,6$ . Pode-se notar através dos campos de pressão total acima, que este caso é o que apresenta variação menos brusca da pressão total, e também o campo de velocidades com menor variação no tubo pai.

O mesmo procedimento realizado anteriormente foi repetido para todos os ângulos estudados. A partir dos resultados apresentados anteriormente, pode-se determinar o ângulo que minimiza a resistência ao escoamento. Os menores valores determinados de  $\tilde{R}_m$  devem ser lidos no eixo vertical esquerdo da Figura 5.12. Os valores dos ângulos são utilizados no eixo horizontal, e no eixo vertical direito são apresentados os valores de  $DR$  e  $LR$  correspondentes aos valores mínimos de  $\tilde{R}_m$ .

Os valores mínimos de  $\tilde{R}_m$  passam a ser denominados como  $\tilde{R}_{mm}$ , os valores mínimos de  $DR_o$  são denominados como  $DR_{oo}$ , e os valores mínimos de  $LR$  passam a ser denominados como  $LR_o$ .

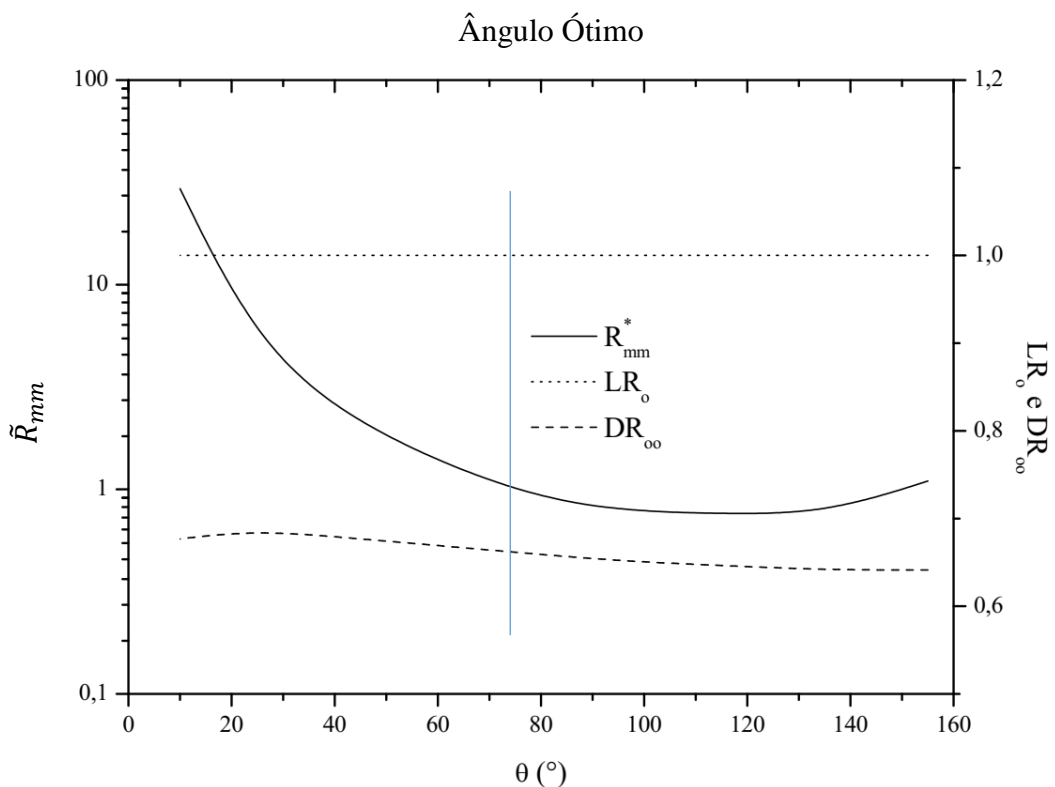


Figura 5.14 - Razões de diâmetros e comprimentos que proporcionam a menor resistência ao escoamento para cada ângulo.

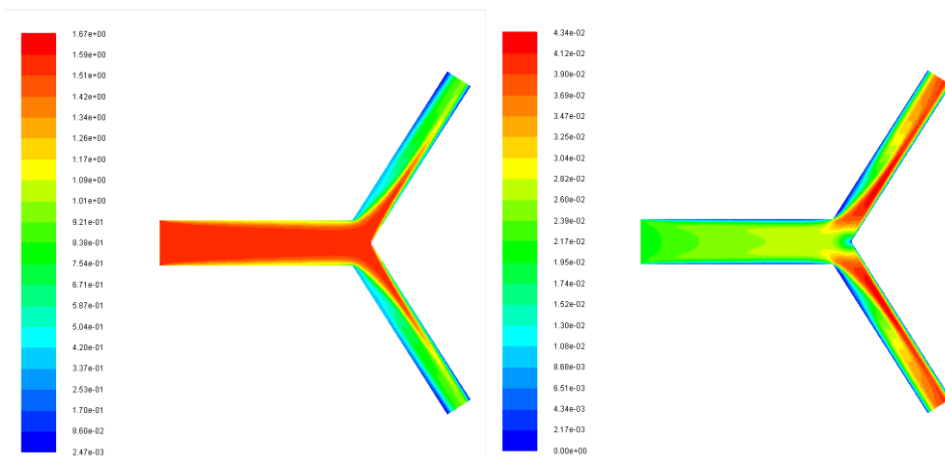


Figura 5.15 - Campos de pressão total (esquerda) e velocidade (direita) para o caso simulado que apresentou menor resistência ao escoamento.  $DR=0,6$ ;  $LR=1$ ;  $\theta=115^\circ$ .

A região onde a resistência ao escoamento é minimizada de acordo com o ângulo, encontra-se entre  $100^\circ$  e  $135^\circ$ . É interessante notar também a forma como a resistência aumenta de forma considerável em ângulos inferiores a  $75^\circ$ , marcado pela linha que intercepta as curvas da Figura 5.14.

Tabela 5.3 - Valores determinados na Figura 5.14.

$\theta$ ( $^\circ$ )	$\tilde{R}_{mm}$	$DR_{oo}$	$LR_o$
155	1,103	0,64	1
135	0,768	0,64	1
115	0,766	0,64	1
95	0,790	0,65	1
75	0,964	0,66	1
45	2,010	0,67	1
25	5,080	0,68	1
10	29,927	0,68	1

## 5.4 Conclusões do Capítulo

Os resultados apresentados levam a algumas conclusões interessantes. É possível ver que existe uma razão geométrica entre os diâmetros dos tubos pais e filhos que minimiza a resistência ao escoamento e, geralmente, essa razão é dependente do fluido que está escoando no sistema e também do ângulo da estrutura em formato de Y.

Para o fluido com  $n = 1$ , as relações geométricas entre os diâmetros, que minimizaram a resistência ao escoamento obtiveram valores entre 0,64 e 0,68. Para os fluidos onde  $n = 0,78$ , o valor variou entre 0,6 e 0,62 e para os fluidos com  $n = 1,1$ , os valores variaram entre 0,64 e 0,68.

As razões geométricas para a variável do comprimento, que minimizaram a resistência ao escoamento obtiveram um valor sempre constante e igual a 1. Isso pode significar duas coisas, que talvez este seja mesmo o valor que minimize a resistência ao escoamento para a relação entre os comprimentos, ou que talvez o valor responsável por minimizar a resistência ao escoamento, nas condições estudadas, esteja fora do alcance das variáveis aqui estudadas.

Os resultados encontrados diferem do que havia sido determinado por Bejan et al., 2000, talvez pelas simplificações utilizadas, visto que a geometria por ele estudada era bidimensional, ou talvez por diferenças geométricas na modelagem da geometria, como a união entre os tubos, uma vez que a perda de pressão na junção não foi considerada. Naquele trabalho, Bejan et al., 2000 utilizaram as simplificações do escoamento de Poiseuille. No presente estudo, não foi levada em consideração a hipótese de escoamento plenamente desenvolvido. No Apêndice A podem ser encontrados gráficos obtidos através da fórmula da queda de pressão demonstrada na Equação (4.5). Tais gráficos apresentam uma diferença nos valores de  $\tilde{R}$ , quando estes últimos são comparados aos obtidos nas simulações, para os valores de  $n = 1$ , porém os resultados para os valores ótimos das relações entre os diâmetros e os comprimentos são muito próximos. Tal diferença nos valores da resistência ao escoamento se explica pelo fato de a Equação (4.5) levar em consideração a hipótese de escoamento plenamente desenvolvido.

Os resultados obtidos neste trabalho, também apresentaram diferenças quando comparados com os resultados da Lei Hess-Murray. Um dos pontos que provavelmente foi mais importante, é o comprimento de entrada da tubulação, que não permite que o escoamento seja plenamente desenvolvido, o que gera influência nos valores geométricos que minimizam a

resistência ao escoamento, pois os estudos que deram origem a Lei Hess-Murray também tratam o escoamento como plenamente desenvolvido.

Os ângulos que minimizaram a resistência ao escoamento foram similares para os três fluidos estudados, e o intervalo que minimiza a resistência encontra-se entre  $115^\circ$  e  $135^\circ$ . Ângulos com valores inferiores a  $75^\circ$  aumentam de forma considerável a resistência ao escoamento para fluidos com  $n = 1$  e  $1,1$ . Para fluidos com  $n = 0,78$ , a resistência ao escoamento aumenta de forma considerável para ângulos inferiores a  $90^\circ$ . A Figura 5.16 mostra como se comporta a resistência ao escoamento em relação aos ângulos para os três fluidos estudados.

Pode-se perceber através dos resultados obtidos que as relações ótimas para os diâmetros possuem uma dependência em relação ao valor dos ângulos, mesmo que pequena.

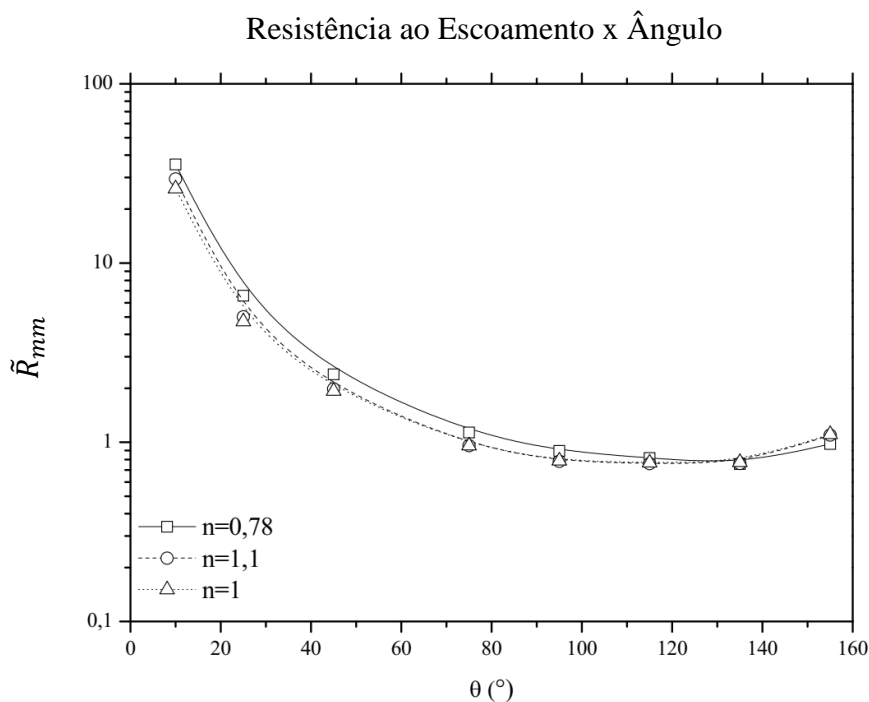


Figura 5.16 - Resistência ao escoamento em função do ângulo para os três fluidos.

Os resultados encontrados para a resistência adimensional ao escoamento foram muito próximos quando se observa os fluidos com  $n = 1$  e  $n = 1,1$ . Para o caso onde  $n = 0,78$ , não só os valores para a resistência ao escoamento foram ligeiramente diferentes, como também o intervalo para os ângulos ótimos.

Os casos simulados que apresentaram menor resistência ao escoamento são apresentados na Figuras 5.17.

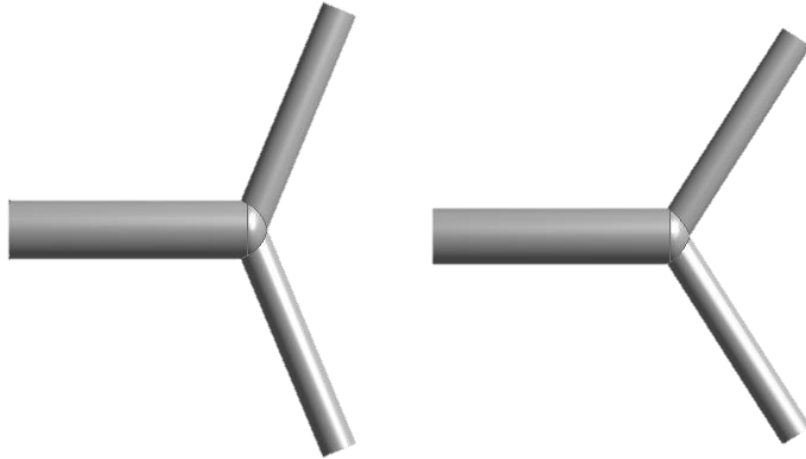


Figura 5.17 – Geometrias simuladas que apresentaram menor resistência ao escoamento: (a)  $DR = 0,6$ ;  $LR = 1$ ;  $\theta = 135^\circ$  para  $n = 0,78$ . (b)  $DR = 0,6$ ;  $LR = 1$ ,  $\theta = 115^\circ$  para  $n = 1$  e  $n = 1,1$ .

Os casos que apresentaram a menor resistência ao escoamento, foram os casos que apresentaram uma distribuição mais uniforme dos campos de pressão e velocidades, o que implica em uma melhor distribuição das resistências ao escoamento, o que de acordo com a Lei Construtal, é facilitar o acesso ao escoamento. Este resultado, no entanto, para os casos estudados, é consequência também do reduzido comprimento de entrada que as geometrias apresentadas possuem.

A redução na resistência ao escoamento entre os casos com maiores e menores resistências estudados, foi considerável, o que comprova a importância deste tipo de estudo. Para o fluido com  $n = 1$ , a diferença entre os maiores e menores valores obtidos para a resistência ao escoamento variou entre 50 e 69%. Para o fluido com  $n = 0,78$  a resistência ao escoamento obteve uma variação entre 54 e 69%. Para o fluido com  $n = 1,1$  a resistência apresentou uma variação entre 52 e 71%.



Em relação aos ângulos, os melhores casos, para o melhor e pior ângulo, considerando o fluido com  $n = 1$ , apresentaram uma diferença de 96,9 %. Para o fluido com  $n = 0,78$  a diferença foi de 97,8 % e para o fluido com  $n = 1,1$  a diferença foi de 97,3 %.

Também é interessante notar que as curvas de  $LR$  obtidas tornam-se mais próximas com relação aos valores de  $\tilde{R}$  para valores maiores de  $DR$  em ângulos grandes ( $> 75^\circ$ ), isso demonstra que o desempenho destas geometrias em relação à resistência ao escoamento, é mais próximo do que o de geometrias com ângulos pequenos.

Para ângulos pequenos e valores de  $LR$  menores, as curvas tornam-se mais planas, demonstrando que o desempenho em relação aos pontos que apresentam maior e menor resistência é mais próximo do que para curvas com ângulos grandes e valores maiores de  $LR$ .

Isso demonstra que o valor de  $DR$  e  $LR$  exercem maior influência na resistência ao escoamento para ângulos grandes.

## 6 CONCLUSÕES E PROPOSTAS FUTURAS

No presente trabalho foi apresentado o estudo numérico do escoamento tridimensional de fluidos em estruturas bifurcadas em forma de Y.

O objetivo do estudo foi determinar as razões geométricas entre os diâmetros e os comprimentos dos dutos pais e filhos que são responsáveis por minimizar a resistência ao escoamento de fluidos, bem como o ângulo central das estruturas em forma de Y que minimizam tal valor.

O estudo foi realizado com a utilização de fluidos newtonianos e não newtonianos, buscando uma maior generalização dos resultados obtidos. Utilizou-se o modelo *power-law* para a viscosidade, e foram escolhidos três valores para o coeficiente  $n$ :  $n = 1$  para o fluido newtonianos,  $n = 0,78$  para o fluido pseudoplástico e  $n = 1,1$  para o fluido dilatante.

As simulações numéricas utilizadas foram realizadas através do software comercial Ansys Fluent®, o qual resolve as equações da continuidade e quantidade de movimento através do método dos volumes finitos. As condições de contorno adotadas nas simulações foram uma vazão mássica constante na entrada dos dutos, paredes impermeáveis, escoamento incompressível, regime permanente, condição de não deslizamento nas paredes e pressão atmosférica na saída do escoamento. O número de Reynolds foi mantido constante e igual à 1000 em todas as simulações, o que caracteriza o escoamento como laminar.

Os resultados das simulações foram validados comparando os resultados numéricos com os resultados analíticos, para os escoamentos de fluidos newtonianos e não newtonianos e apresentaram boa concordância com os mesmos.

Os resultados obtidos indicam que existe uma razão geométrica entre os diâmetros que minimiza a resistência ao escoamento e que esta razão é dependente do fluido utilizado. O valor da razão ótima variou entre 0,64 e 0,68 para os fluidos com  $n = 1$  e 1,1 e mostrou uma variação entre 0,6 e 0,62 para o fluido com  $n = 0,78$ .

Em relação ao ângulo que minimiza a resistência ao escoamento, é mais interessante definir um intervalo que minimiza esta relação, sendo que o mesmo está contido entre  $115^\circ$  e  $135^\circ$  para a maioria dos casos. Outro resultado interessante diz respeito à resistência quando o

ângulo do escoamento se torna menor que  $75^\circ$ , visto que nestes casos, a resistência aumenta de maneira significativa.

Os resultados obtidos são interessantes e possuem aplicações em diversas áreas da indústria, principalmente nas indústrias química e alimentícia, pois grande parte dos escoamentos que ocorrem nestas indústrias são com fluidos não newtonianos. A aplicação nestas indústrias pode ajudar a melhor dimensionar bombas e tubulações, visando uma redução no consumo energético.

Na área da saúde, os resultados podem auxiliar em estudos relacionados ao sistema circulatório, em cirurgias de revascularização e em pesquisas relacionadas à insuficiência cardíaca.

## 6.1 Propostas Futuras

Como trabalhos futuros, sugere-se aumentar o número de ramificações das estruturas, e estudar a influência de tal modificação na resistência ao escoamento.

Neste caso, ao invés do conhecido método da busca exaustiva, outras maneiras de determinar os valores ótimos são mais convenientes de ser estudadas, como a metodologia do “*Design of Experiments*”, também conhecida como *DOE*, ou a utilização de algoritmos genéticos. Também há a possibilidade de estudar diferentes tipos de fluidos não newtonianos, como os fluidos de Carreau.

No lugar de estudar somente o escoamento de fluidos, também se sugere o estudo do escoamento submetido a transferência de calor, que encontra muitas aplicações industriais.

Outra possibilidade é a realização de estudos com escoamento pulsátil, que é o que mais se aproxima do que ocorre no corpo humano e utilização de dutos com paredes permeáveis, como acontece nas veias e artérias, buscando identificar o efeito da permeabilidade na resistência ao escoamento dos fluidos.

Outra variável a ser estudada seria a relação entre os volumes do paralelepípedo circunscrito ao sistema de dutos e o próprio sistema de dutos. No estudo apresentado este valor foi mantido constante e igual a 0,1, porém a variação deste parâmetro pode apresentar resultados interessantes.

Importante, ainda, é estudar o efeito do número de Reynolds e verificar como esse número influencia na resistência ao escoamento, talvez até mudando seu regime, de laminar para turbulento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bejan, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 40, p. 799–816, 1997
- Bejan, A. **Convection Heat Transfer**, 2nd Edition (New York: Wiley-Interscience), 1994.
- Bejan, A. Evolution in thermodynamics. **Applied Physics Reviews**, vol. 4, p. 011305, 2017
- Bejan, A. **Shape and Structure, from Engineering to Nature** (Cambridge University Press), 2000.
- Bejan, A. **The Physics of Life: The Evolution of Everything** (St. Martin's Press), 2016.
- Bejan, A., e Lorente, S. Constructal law of design and evolution: Physics, biology, technology, and society. **Journal of Applied Physics**, vol. 113, p. 6, 2013
- Bejan, A., e Lorente, S. Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering. **Journal of Applied Physics**, vol. 100, p. 041301, 2006
- Bejan, A., e Lorente, S. **Design with constructal theory** (Hoboken, N.J: John Wiley & Sons), 2008
- Bejan, A., e Zane, J.P. **Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology, Physics, Technology, and Social Organizations** (New York (NY): Anchor), 2013
- Bejan, A., Rocha, L.A.O., e Lorente, S. Thermodynamic optimization of geometry: T-and Y-shaped constructs of fluid streams. **International Journal of Thermal Sciences**, vol. 39, p. 949–960, 2000
- Cao, J., Kraut, M., Dittmeyer, R., Zhang, L., e Xu, H. Numerical analysis on the effect of bifurcation angle and inlet velocity on the distribution uniformity performance of consecutive bifurcating fluid flow distributors. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, vol. 93, p. 60–65, 2018.
- Çengel, Y.A., e Cimbala, J.M. **Mecânica dos fluidos** - 3.ed. (AMGH Editora), 2015.
- Chhabra, R.P., e Richardson, J.F. **Non-Newtonian Flow and Applied Rheology: Engineering Applications** (Butterworth-Heinemann), 2008.
- Durbin, P.A., e Medic, G. **Fluid dynamics with a computational perspective** (Oxford; New York: Cambridge University Press), 2007.
- Emerson, D.R., Cieřlicki, K., Gu, X., e Barber, R.W. Biomimetic design of microfluidic manifolds based on a generalised Murray's law. **Lab on a Chip**, vol. 6, p. 447, 2006.
- Fluent Theory Guide** ANSYS Fluent 17.2 Theory Guide, 2016.
- Gurtin, M. E. **An Introduction to Continuum Mechanics**. Academic Press, New York, 1981.

Hess, W.R. Über die periphere Regulierung der Blutzirkulation. Pflüger, **Arch**, vol. 168, p. 439–490, 1917.

Incropera, P.F., e Dewitt, D. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**. 6ta. Edição. Editora LTC: Rio de Janeiro, 2008

Kou, J., Chen, Y., Zhou, X., Lu, H., Wu, F., e Fan, J. Optimal structure of tree-like branching networks for fluid flow. **Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications**, vol. 393, p. 527–534, 2014.

Maliska, R.C. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**, 2004.

Miguel, A.F. A study of entropy generation in tree-shaped flow structures. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 92, p. 349–359, 2016b.

Miguel, A.F. Fluid flow in a porous tree-shaped network: Optimal design and extension of Hess–Murray’s law. **Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications**, vol. 423, p. 61–71, 2015.

Miguel, A.F. Scaling Laws and Thermodynamic Analysis for Vascular Branching of Microvessels. **International Journal of Fluid Mechanics Research**, vol. 43, p. 390–403, 2016a.

Miguel, A.F. Toward an optimal design principle in symmetric and asymmetric tree flow networks. **Journal of Theoretical Biology**, vol. 389, p. 101–109, 2016c.

Murray, C.D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries. **The Journal of General Physiology**, vol. 9, p. 835–841, 1926b.

Murray, C.D. The physiological principle of minimum work I. The vascular system and the cost of blood volume. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, vol. 12, p. 207–214, 1926a.

Painter, P.R., Edén, P., e Bengtsson, H.-U. Pulsatile blood flow, shear force, energy dissipation and Murray’s Law. **Theoretical Biology and Medical Modelling**, vol. 3, p. 31, 2006.

Pepe, V.R., Rocha, L.A.O., e Miguel, A.F. Is It Hess-Murray Law Always Valid?, **Proceedings of the Constructal Law Conference 2017**, The Publishing House of the Romanian Academy, Bucharest, Romania, p. 444-455. 2017a.

Pepe, V.R., Rocha, L.A.O., e Miguel, A.F. Optimal Branching Structure of Fluidic Networks with Permeable Walls. **Biomed Res Int**, vol. 2017, p. 1–12, 2017b.

Peric, M., e Ferguson, S. The advantage of polyhedral meshes. **Dynamics**, vol. 24, p. 45, 2012.

Reddy, J. N. **An Introduction to Continuum Mechanics**. Cambridge University Press, New York, 2008.

Revellin, R., Rousset, F., Baud, D., e Bonjour, J. Extension of Murray’s law using a non-Newtonian model of blood flow. **Theoretical Biology and Medical Modelling**, vol. 6, p. 7, 2009.

- Schlichting, H. **Boundary Layer Theory**, 7<sup>th</sup> Ed. McGraw-Hill, New York, 1979
- Schroter, R.C., e Sudlow, M.F. Flow patterns in models of the human bronchial airways. **Respiration Physiology**, vol. 7, p. 341–355, 1969.
- Sehn, A., Pepe, V. da R., Miguel, A.F., Zinani, F., e Rocha, L.A.O. Numerical Study of Non-Newtonian Fluid Flows in Y-Shaped Structures. **XXXVIII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**, 2017.
- Smith, F.T., Purvis, R., Dennis, S.C.R., Jones, M.A., Ovenden, N.C., e Tadjfar, M. Fluid flow through various branching tubes. **Journal of Engineering Mathematics**, vol. 47, p. 277–298, 2003.
- Sochi, T. Fluid flow at branching junctions. **International Journal of Fluid Mechanics Research**, vol. 42, p. 59-81, 2015.
- Souza, A.L. **Arquiteturas de redes de microcanais para resfriamento de chips eletrônicos**. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.
- Spiegel, M., Redel, T., Zhang, Y.J., Struffert, T., Hornegger, J., Grossman, R.G., Doerfler, A., e Karmonik, C. Tetrahedral vs. polyhedral mesh size evaluation on flow velocity and wall shear stress for cerebral hemodynamic simulation. **Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering**, vol. 14, p. 9–22, 2011.
- Uylings, H.B.M. Optimization of diameters and bifurcation angles in lung and vascular tree structures. **Bulletin of Mathematical Biology**, vol. 39, p. 509–520, 1977.

## APÊNDICE A – Gráficos Analíticos

Este apêndice mostra os gráficos analíticos obtidos através do cálculo da queda de pressão dado pela Equação (4.15).

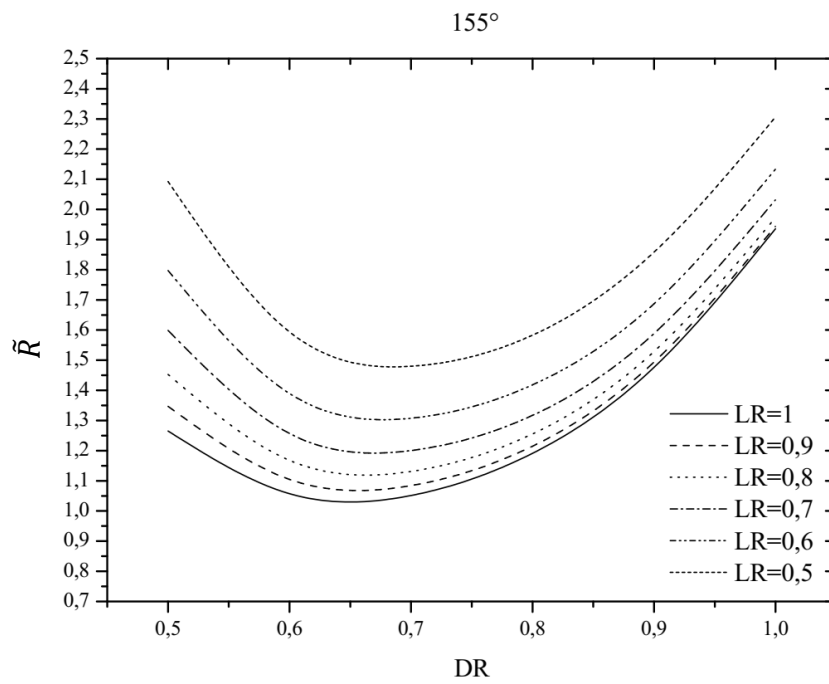


Figura A.1 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de  $155^\circ$



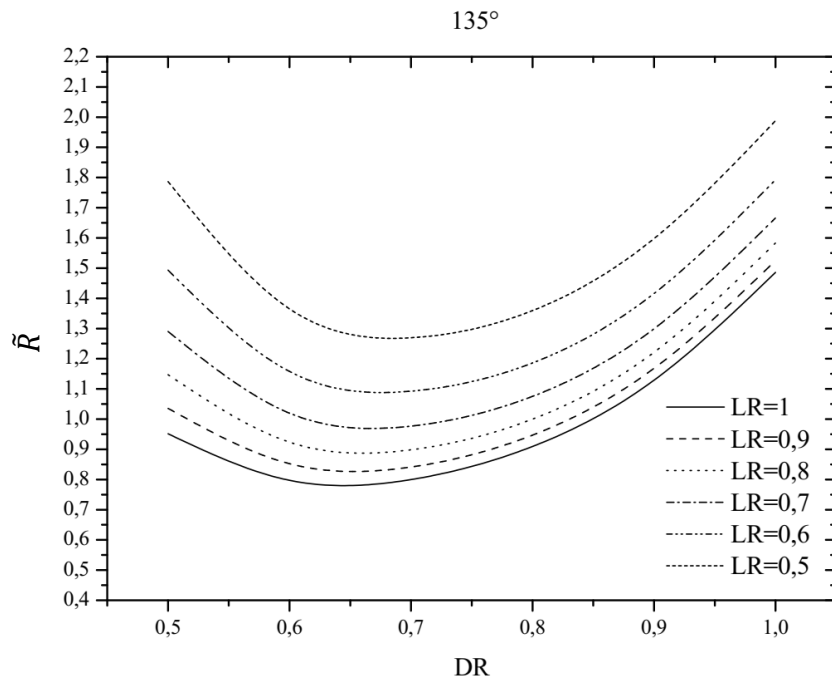


Figura A.2 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de 135°

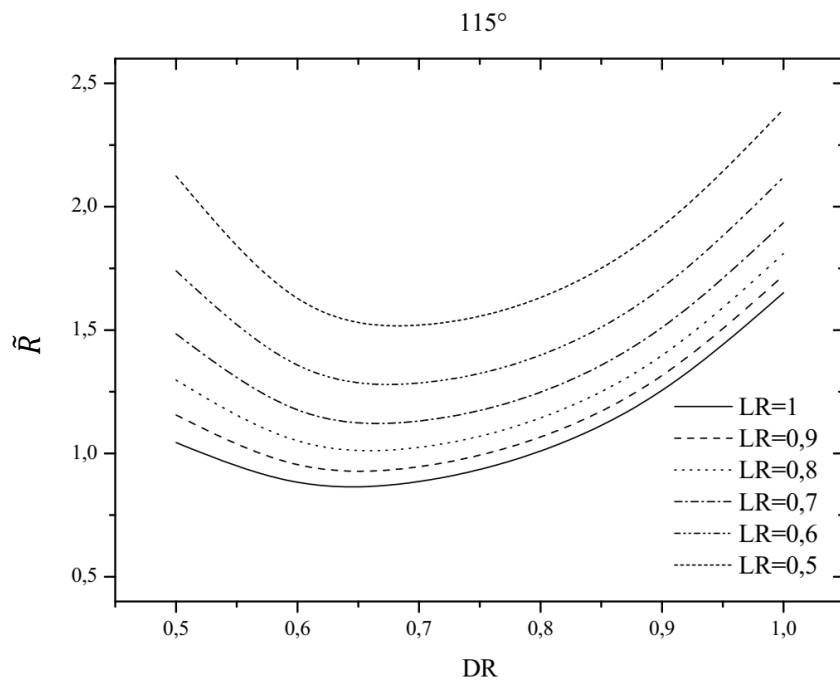


Figura A.3 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de 115°

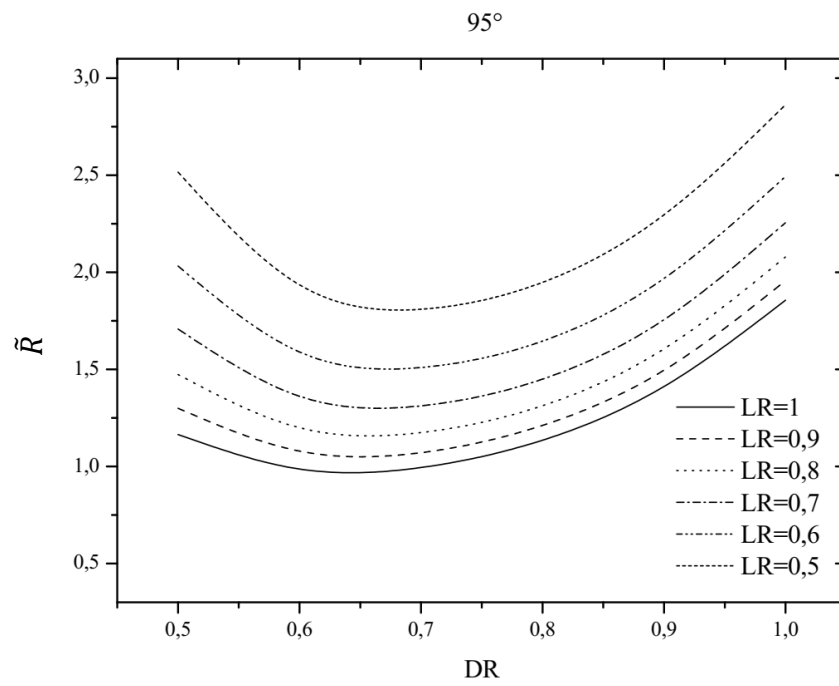


Figura A.4 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de 95°

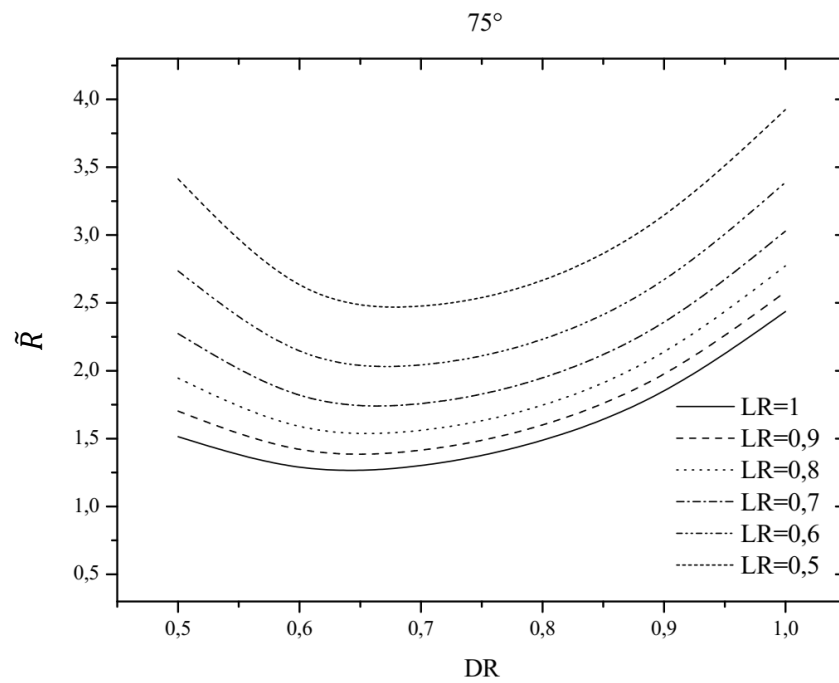


Figura A.5 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de 75°

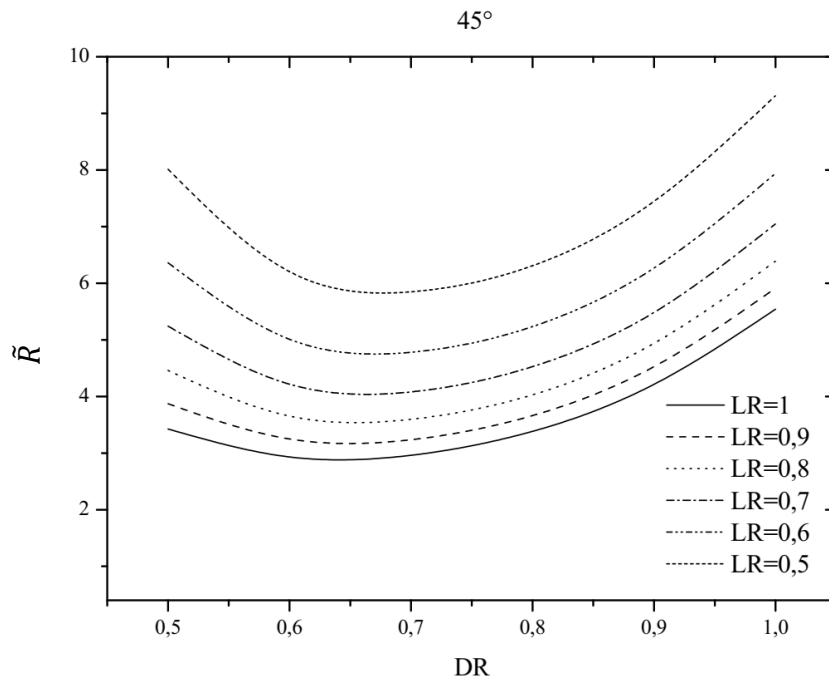


Figura A.6 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de 45.°

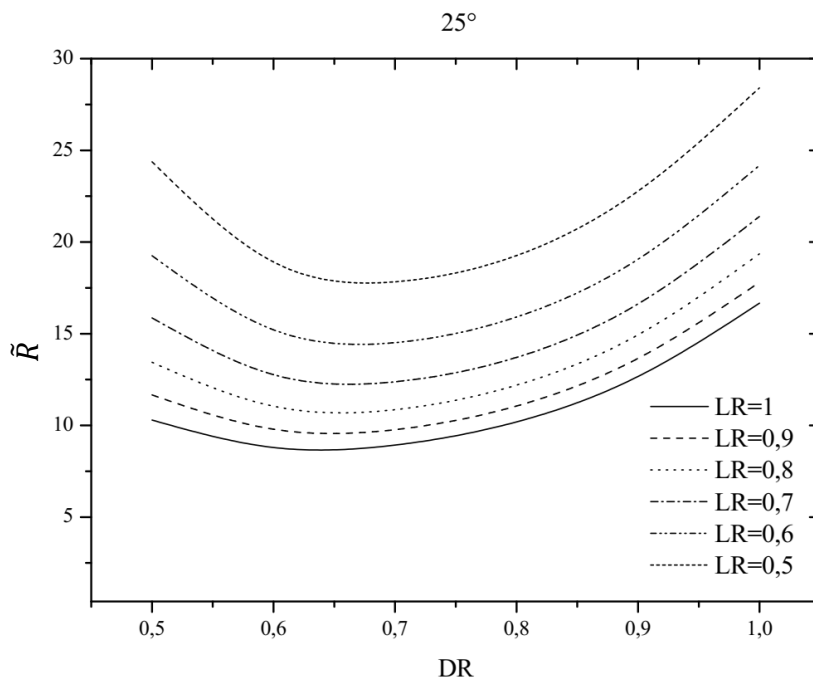


Figura A.7 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de 25.°

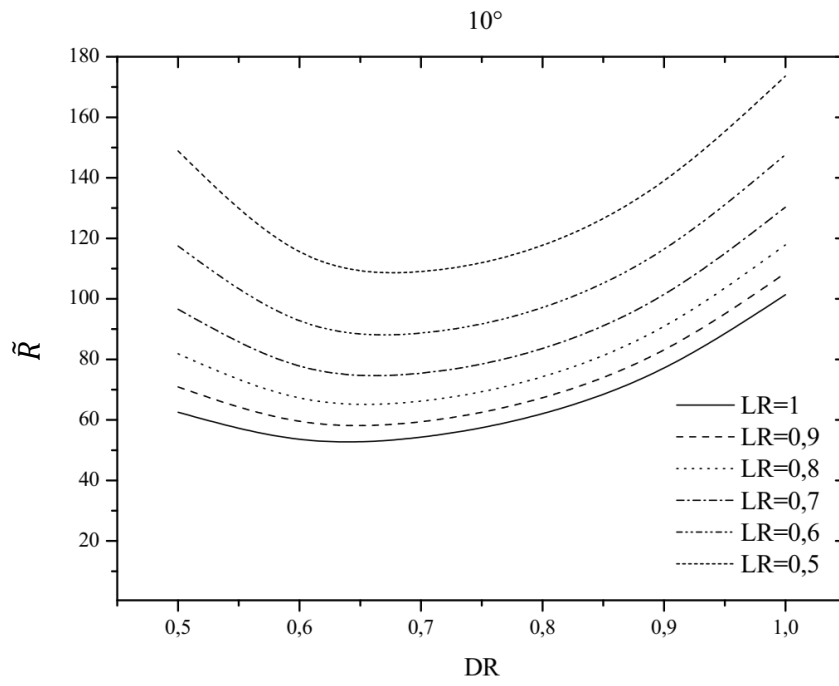


Figura A.8 - Relações entre  $DR$  e  $\tilde{R}$  para cada curva de  $LR$ , ângulo de  $10^\circ$ .

## APÊNDICE B – Trabalhos Publicados

<i>Título</i>	<i>Periódico</i>	<i>Autores</i>	<i>Ano</i>
Numerical Study Of Non-Newtonian Fluid Flows In Y-Shaped Structures	CILAMCE	Alysson Sehn Vinicius da Rosa Pepe Antônio Ferreira Miguel Flavia Schwarz Franceschini Zinani Luiz Alberto Oliveira Rocha	2017
Numerical Study of an Elliptical Fin on a Square Cavity With a Sliding Upper Surface With Mixed Convection	Estudos Tecnológicos em Engenharia	Alysson Sehn Cássio Spohr Fernandes Elizaldo Domingues dos Santos Liércio André Isoldi Felipe Roman Centeno	2018

## APÊNDICE C – Trabalhos Apresentados

<i>Título</i>	<i>Evento</i>	<i>Autores</i>	<i>Ano</i>
Numerical Study Of Non-Newtonian Fluid Flows In Y- Shaped Structures	CILAMCE	Alysson Sehn Vinicius da Rosa Pepe Antônio Ferreira Miguel Flavia Schwarz Franceschini Zinani Luiz Alberto Oliveira Rocha	2017