F990/01

Uma Solução em Polinômios de Hermite para Modelos de Dinâmica de Gases Rarefeitos

M. de Camargo[a,b] e L. B. Barichello[a]

[a] CPGMAp, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS
Av. Bento Gonçalves, 9500 - 90501900, Porto Alegre, RS

[b] URI, Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Caixa Postal 184 - 98400000, Frederico Westphalen, RS

O objetivo desse trabalho consiste em propor uma solução em polinômios de Hermite para o problema da dinâmica de gases rarefeitos dito de Deslizamento Viscoso [1], associado ao modelo BGK linearizado [2], descrito pela equação

$$\mu\frac{\partial}{\partial\tau}Y(\tau,\mu)+Y(\tau,\mu)=\int_{-\infty}^{\infty}\Psi(u)Y(\tau,u)du \tag{1}$$

para $\tau\in(0,\infty)$, $\mu\in(-\infty,\infty)$ e $\Psi(\mu)=\pi^{-1/2}e^{-\mu^2}$, com condições de contorno

$$\lim_{\tau\to\infty}Y(\tau,\mu)=A_P \tag{2}$$

e

$$Y(0,\mu)=(1-\alpha)Y(0,-\mu)+(2-\alpha)\mu\,,\quad \mu>0, \tag{3}$$

onde $\alpha\in(0,1]$ é a fração incidente de moléculas que são difusivamente refletidas a partir da parede. Queremos determinar a velocidade de deslizamento viscoso A_P.

A solução proposta é da forma

$$Y(\tau,\mu)=A_P+\sum_{l=0}^{N}H_l(\mu)\sum_{j=1}^{J-1}A_je^{-\tau/\xi_j}g_l(\xi_j), \tag{4}$$

com $J=(N+1)/2$, N ímpar. Aqui $H_l(\mu)$ são os polinômios de Hermite que satisfazem

$$2\mu H_l(\mu)=a_{l+1}H_{l+1}+a_lH_{l-1}, \tag{5}$$

onde $a_l=\sqrt{2l}$, $H_0(\mu)=1$ e $H_1(\mu)=\sqrt{2}\mu$. Encontramos que, para que a expressão (4) seja solução do problema (1) os polinômios $g_l(\xi)$ devem satisfazer uma fórmula de recorrência análoga à Eq.(5) com valores iniciais $g_0(\xi)=1$ e $g_1(\xi)=0$. Ainda os valores (ξ_j) são as raízes da equação $g_{l+1}(\xi)=0$, que podem ser obtidas como autovalores de uma matriz tridiagonal simétrica. Os coeficientes A_P e A_j são determinados pela aplicação das condições de contorno nas raízes do polinômio de Hermite de grau $N+1$. Além do problema de Deslizamento Viscoso, também escolhemos o problema de "Creep" Térmico (meio semi-infinito) e o problema de Fluxo de Poiseuille (meio finito) para análise dessa solução e obtenção de resultados numéricos. A análise dos resultados obtidos mostram que a formulação proposta, mesmo sendo extremamente simples do ponto de vista computacional, apresenta resultados numéricos apenas satisfatórios do ponto de vista prático pois os sistemas associados à aplicação das condições de contorno são mal-condicionados.

Referências

[1] Loyalka, S. K., Petrellis, N. and Storvick, T. S., *J. Phys. Fluids*, **18**, 1094 (1975).

[2] Bhatnagar, P. L., Gross, E. P. and Krook, M., *Phys. Rev.*, **94**, 511 (1954).

ST 07

Ensino: Matemática e Computação