

## GEOMETRIA FRACTAL DA BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO MAQUINÉ/RS

*Thiago de Gois Araújo Tavares<sup>1\*</sup> & Daniele Feitoza Silva<sup>2</sup> & Masato Kobiyama<sup>3</sup>*

**Resumo** – O propósito deste trabalho foi estimar e avaliar a dimensão fractal da rede de drenagem da bacia hidrográfica do rio Maquiné, em Maquiné/RS. Para estimar a dimensão fractal prosseguiu da seguinte forma: (i) obtenção de imagem de elevação; (ii) ordenamento da rede de drenagem; (iii) extração das características morfométricas da bacia hidrográfica (iv) Estimativa da dimensão fractal pelos métodos que utilizam das relações das leis de Horton e pelo método da *Box-Counting*. A rede de drenagem apresentou propriedades multifractais. A rede de drenagem apresentou uma característica de linearidade, não realizando trajetória meândrica sobre o relevo. A dimensão fractal proveniente da relação de parâmetros obtidos pelas Leis de Horton apresentou resultados dentro dos limiares da teoria da geometria fractal.

**Palavras-Chave** – Box-counting, Dimensão fractal, e Rio Maquiné.

## FRactal GEOMETRY OF THE MAQUINÉ RIVER BASIN/ RS

**Abstract** – The purpose of this work was to estimate and evaluate the fractal dimension of the drainage network of the Maquiné river basin in Maquiné / RS. The procedures to estimate the fractal dimension are as follows: (i) obtaining elevation image; (ii) drainage network hierarchy; (iii) extraction of the morphometric characteristics of the basin; (iv) estimation of the fractal dimension by the methods that use Horton's law relations and the Box-counting method. The drainage network presented multifractal properties. The drainage network presented a linearity characteristic, with no meandering on the relief. The fractal dimension derived from the relation of parameters obtained by the Laws of Horton presented results within the thresholds of fractal geometry theory.

**Keywords** – Box-Counting, Fractal dimension and Rio Maquiné.

## INTRODUÇÃO

As mudanças climáticas podem afetar os processos hidrológicos e geomorfológicos das bacias hidrográficas. As consequências das mudanças nos fluxos incluem, por sua vez, mudanças nas dimensões do canal, gradiente, padrão de canal, sedimentação, taxas de erosão e taxas de migração de canais (Ashmore e Church, 2001). Sendo assim, a rede hidrográfica em uma bacia, por estar intimamente ligada aos mecanismos que formam o relevo, é um componente da dinâmica dos processos envolvidos na construção da diversidade da paisagem de uma região. As diversas características dinâmicas no escoamento nas ravinas, canais e tributários, componentes de redes

---

<sup>1</sup> Doutorando no PPG em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental (PPGRHSA)/IPH/UFRGS; e-mail: thiago.tgat@gmail.com

<sup>2</sup> Doutoranda no PPG em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental (PPGRHSA)/IPH/UFRGS; e-mail: pariconha@gmail.com

<sup>3</sup> Professor no PPG em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental (PPGRHSA)/IPH/UFRGS; e-mail: masato.kobiyama@ufrgs.br

hidrográficas, que possibilitam o escalonamento do sistema, tornam-se responsáveis pelas qualidades atribuídas aos processos fluviais (Silveira, 2006). Pode-se notar que os fatores que determinam os mecanismos hídricos são extremamente variáveis em sua distribuição espacial e temporal, o que torna a representação matemática destes fenômenos muito complexos. A busca por um mapeamento dessa complexidade é essencial e sua reflexão incidirá sobre a complexidade do sistema de drenagem (Moussa e Bocquillon, 1993).

O conceito de geometria fractal foi abordado por Mandelbrot (1983) para descrever padrões de distribuição, estrutura e dinamismo da natureza, pois ele reconheceu que na natureza os fenômenos são irregulares e complexos, não podendo ser analisado pela geometria euclidiana. Após a comunidade científica despertar o interesse pelo conceito de dimensão fractal, implementado pelo autor, importantes trabalhos têm correlacionado o conceito de dimensão fractal aos segmentos fluviais, redes de drenagem e sua correlação com as leis de Horton (Tarboton *et al.*, 1988; La Barbera e Rosso, 1987; Rosso *et al.*, 1991; Schuller *et al.*, 2001; Silveira, 2006; Vertena e Kobiyama, 2010).

Sendo assim, justificam-se estudos relacionados com as drenagens fluviais de bacias hidrográficas pois possuem função relevante para maior compreensão e conhecimento das características geomorfológicas e hidrológicas. Desta maneira, esse trabalho objetiva avaliar a rede de drenagem e os segmentos dos cursos fluviais da bacia hidrográfica do rio Maquiné, relacionando-os com sua dimensão fractal. A dimensão fractal assume relevante importância na compreensão da dinâmica dos processos hidrológicos e na evolução das redes de drenagem (bacia hidrográfica), uma vez que o comportamento hidrológico em uma bacia hidrográfica é influenciado, principalmente, pela interação das suas características hidrogeomorfológicas (forma, relevo, área, rede de drenagem e densidade de drenagem, entre outros).

## ÁREA DE ESTUDO

A bacia hidrográfica do rio Maquiné está localizada no litoral norte do Rio Grande Do Sul, inserida nas seguintes coordenadas geográficas: 29°23'S a 29°45'S e 50°07'W a 50°22'W, e possui uma área 549 km<sup>2</sup>. Com relação aos dados climatológicos, constatou-se que para o período de 1991 a 2010, a temperatura média oscilou de 13,7°C a 23,1°C e a média máxima (27,6 °C) ocorreu no verão e a média mínima (3,3°C), no inverno. Os índices de maior precipitação na área ocorrem no verão, obtendo um máximo de 459 mm/mês, e estiagem no outono com 3,3 mm/mês de chuva (Rossato 2011). A bacia hidrográfica do rio Maquiné possui uma altimetria que varia de 975 a 3 metros.

## MÉTODOS

A metodologia utilizada para analisar a dimensão fractal da rede de drenagem da bacia hidrográfica de Maquiné, constituiu-se das seguintes etapas: (i) obtenção do modelo digital de elevação (MDT); (ii) hierarquização da rede hidrográfica; (iii) cálculo das variáveis morfométricas; e (iv) determinação da dimensão fractal da rede de drenagem.

As imagens de MDT foram obtidas a partir da plataforma digital livre (TOPODATA), com resolução espacial de 30x30 metros, essas elaboradas a partir dos dados SRTM disponibilizados pelo USGS na rede mundial de computadores. Com as imagens de MDT, foram extraídas as características físicas e topológicas das mini-bacias, a partir de arquivos *raster* gerados pelo conjunto de ferramentas ArcHydro para *software* ArcGIS.

A hierarquização da rede hidrográfica, seguiu o modelo proposto por Strahler (1957), que eliminou a subjetividade da classificação proposta por Horton (1945). Strahler (1957) define que os tributários iniciais são designados como ordem 1, quando dois canais de primeira ordem se juntam, formam um canal de ordem 2 e assim por diante.

A morfologia da rede de drenagem da bacia hidrográfica do rio Maquiné, foi caracterizada através das quatro leis de Horton (1945), são elas: Lei de Número de Canais, Lei de Comprimento de Canais, Lei de Declividade e Lei de Área da Bacia de Canais.

Tabela 1. Leis de Horton (1945).

Leis de Horton	Lei do número dos canais	Lei do comprimento de canais	Lei da declividade de canais	Lei da área da bacia dos canais
	Taxa de bifurcação ( $R_b$ )	Taxa de comprimento ( $R_L$ )	Taxa de declividade média ( $R_s$ )	Taxa de área ( $R_a$ )
	$R_b = \frac{N_w}{N_{w+1}}$	$R_L = \frac{\bar{L}_{w+1}}{\bar{L}_w}$	$R_s = \frac{\bar{S}_w}{S_{w+1}}$	$R_a = \frac{\bar{A}_{w+1}}{\bar{A}_w}$
Legenda	$N_w$ , número de segmento da ordem analisada. $N_{w+1}$ , número de segmento da próxima ordem bacia.	$\bar{L}_w$ , comprimento médio da ordem analisada. $\bar{L}_{w+1}$ , comprimento médio dos canais da próxima ordem.	$\bar{S}_w$ , declividade média da ordem analisada. $\bar{S}_{w+1}$ , declividade média da próxima ordem.	$\bar{A}_w$ , área média das bacias de cada canal da ordem analisada.
Obs.:	O número de canais de uma determinada ordem tende diminuir geometricamente com ordem do canal	O comprimento médio de fluxos de cada ordem, tende aumentar geometricamente com ordem do canal	Pode ser expressa por uma série geométrica inversa.	Área de drenagem da bacia, aumenta geometricamente com ordem de do canal:

A dimensão fractal da rede de drenagem da bacia hidrográfica do rio Maquiné foi determinada por diversos métodos, os métodos descritos na Tabela 2, são métodos que se utilizam das leis de Horton.

Tabela 2. Metodologias para determinação da dimensão fractal (Fonte: Schuller *et al.*, 2001).

Metodologias	Equações	
	$D_f$	$d_f$
La Barbera e Rosso (1990)	$D_f = \left( \frac{1}{2 - d_f} \right) \left( \frac{\log R_B}{\log R_L} \right)$	
Tarboton et al. (1990)	$D_f = d_f \left( \frac{\log R_B}{\log R_L} \right)$	
La Barbera e Rosso (1987 e 1989)	$D_f = \max \left( \frac{\log R_B}{\log R_L}, 1 \right)$	
Rosso et al. (1991)	$D_f = \min \left( 2, 2 \frac{\log R_B}{\log R_A} \right)$	$d_f = \max \left( 1, 2 \frac{\log R_L}{\log R_A} \right)$
Feder (1998)		$d_f = 2 \frac{\ln R_L}{\ln R_B}$

Além disso, foi determinada a dimensão fractal pelo método *Box-Counting* (Contagem de Caixas), conforme descrito por Goodchild (1982). As técnicas de contagem de caixas levam um conjunto de dados e tentam cobrir todo o conjunto de dados com um número mínimo de caixas adjacentes de tamanho igual. As "caixas" utilizadas para cobrir os dados são frequentemente quadrados, para cobrir conjuntos de dados 2D, ou cubos, para cobrir conjuntos de dados 3D. Sendo

assim, foi projetado uma malha quadriculada sobre a rede de drenagem da bacia hidrográfica do rio Maquiné. Com a malha desta malha sobre a rede de drenagem, foram cantadas as quadrículas que interceptaram as linhas da figura. A dimensão fractal é calculada pela equação 1

$$D = \lim \frac{\log N}{-\log d} \quad (1)$$

onde:  $d$  é o comprimento do lado da quadrícula, do *Box-Counting*; e  $N$  é o número total de quadrículas interceptadas pela rede de drenagem. Em um gráfico log-log, plotam-se os valores de  $d$  e  $N(d)$ , e obtém-se uma relação linear entre  $\log d$  e  $\log N(d)$  com inclinação de  $-k_o$ , ou seja, a equação 2.

$$\log N(d) = -k_o \log d + \log \mu \quad (2)$$

A dimensão fractal é o valor representado por  $k_o$ . Tarboton *et al.* (1988) relata que a dimensão fractal de cursos fluviais ( $d_f$ ) devem ser usados valores de ( $d$ ) entre 15 a 125 m. Já para a dimensão fractal da rede de drenagem ( $D_f$ ) de uma bacia hidrográfica, foi definido que ( $d$ ) seria de 250 a 1.000 m. Sendo assim, os valores adotados para ( $d$ ) foram ajustado para a escala da bacia do Maquiné, sendo utilizando os seguintes valores de ( $d$ ) para o cálculo de  $d_f$ : 9; 15; 23; 30; 38 e 75 m e para o cálculo de  $D_f$ , 75; 120; 150; 225; e 300 m, em uma escala de 1:2.000. A malha da quadrícula foi gerada utilizando-se ambiente de informação geográficas, sendo a contagem realizada automaticamente a partir de rotinas deste.

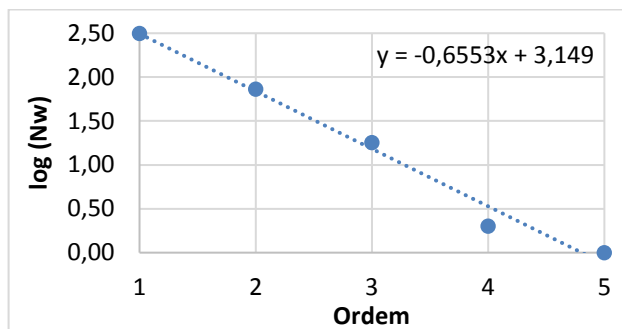
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com a sistematização das informações vetoriais da imagem de elevação do TOPODATA, foi gerado a hierarquização dos canais fluviais, sendo obtido canais fluviais de ordem 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup>, conforme metodologia de hierarquização proposta por Strahler (1957). As características morfométricas da bacia hidrográfica do rio Maquiné, são apresentadas na Tabela 3.

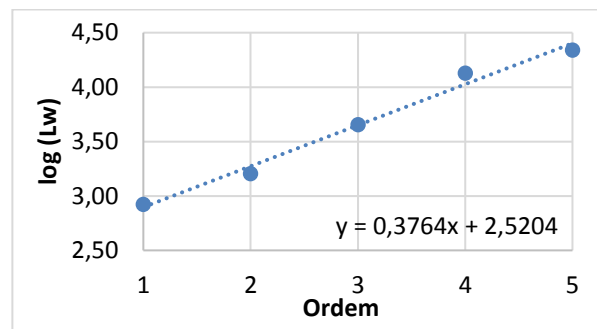
Tabela 3. Características morfológicas da bacia hidrográfica do rio Maquiné.

Ordem (w)	Nw	Log (Nw)	(R <sub>b</sub> )	Média (Lw)	Log (Lw)	(R <sub>L</sub> )	Média (Sw)	Log (Sw)	(R <sub>s</sub> )	Área total	Média (Aw)	Log (Aw)	(R <sub>a</sub> )
1	313	2,50	4,29	834	2,92	1,92	0,16	-0,81	1,62	303,24	0,97	-0,02	1,24
2	73	1,86	4,06	1600	3,20	2,81	0,10	-1,01	1,75	87,27	1,20	0,08	3,45
3	18	1,26	9	4499	3,65	2,99	0,06	-1,26	3,16	74,32	4,13	0,62	2,49
4	2	0,30	2	13469	4,13	1,63	0,02	-1,76	7,07	20,55	10,27	1,01	1,28
5	1	0		21908	4,34		0,00	-2,61		13,17	13,17	1,12	
Média			4,84			2,34			3,40				2,12

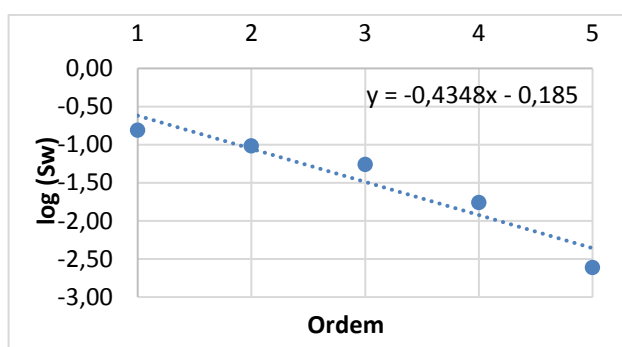
Os valores da R<sub>b</sub>, R<sub>L</sub>, R<sub>s</sub> e R<sub>a</sub> mostraram-se válidos para a bacia hidrográfica, ou seja, entre os limiares aceitáveis, de acordo com Horton (1945). A variação dos valores de R<sub>b</sub>, R<sub>L</sub>, R<sub>s</sub> entre as ordens dos canais fluviais pode ser entendida pela região que está inserido (planas e encosta). No caso dos canais de ordem 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup>, suas bacias hidrográficas estão localizadas em região de declividade elevadas, tiveram acréscimo nos valores geomorfológicos de R<sub>b</sub>, R<sub>L</sub>, R<sub>s</sub>. Já para os canais de ordem 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> estão em regiões com menores declividade.



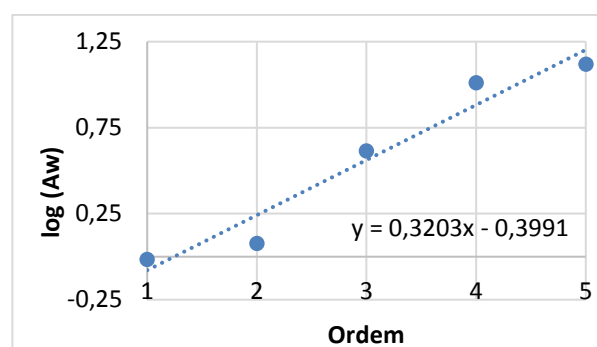
(a) Lei do número de canais



(b) Lei do comprimento dos canais



(c) Lei da declividade dos canais



(d) Lei da área das bacias dos canais

Figura 1 – Aplicação das Leis de Horton.

A estimativa da dimensão fractal pelos métodos que utilizam as leis de Horton (Tabela 4), mostram que bacia hidrográfica do rio Maquiné possui uma rede de drenagem com um elevado grau de complexidade, uma vez que as estimativas variam entre 1,077 e 2,26, na rede de drenagem. O valor de 2,26 não demonstra a realidade da rede, pois ultrapassou o valor de 2. Mesmo assim, em geral pode-se dizer que os diferentes métodos possibilitaram comprovar a teoria fractal da autossimilaridade e de multiescalonamento na rede de drenagem da bacia hidrográfica do rio Maquiné.

Tabela 4. Dimensão fractal estimada para a rede hidrográfica da bacia Maquiné pelas relações de Horton.

Métodos	$d_f$	$D_f$
Feder (1998)	1,077	
Rosso et al. (1991)	2,266	2
La Barbera e Rosso (1987 e 1989)		1,856
Tarboton et al. (1990)		1,870
La Barbera e Rosso (1990)		1,870

Com a aplicação do método de método *Box-Counting*, foi encontrado para diferentes tamanhos de quadrículas sobre os canais individuais das redes de drenagem ( $d_f$ ) e da bacia ( $D_f$ ) do rio Maquiné (Figura 2).

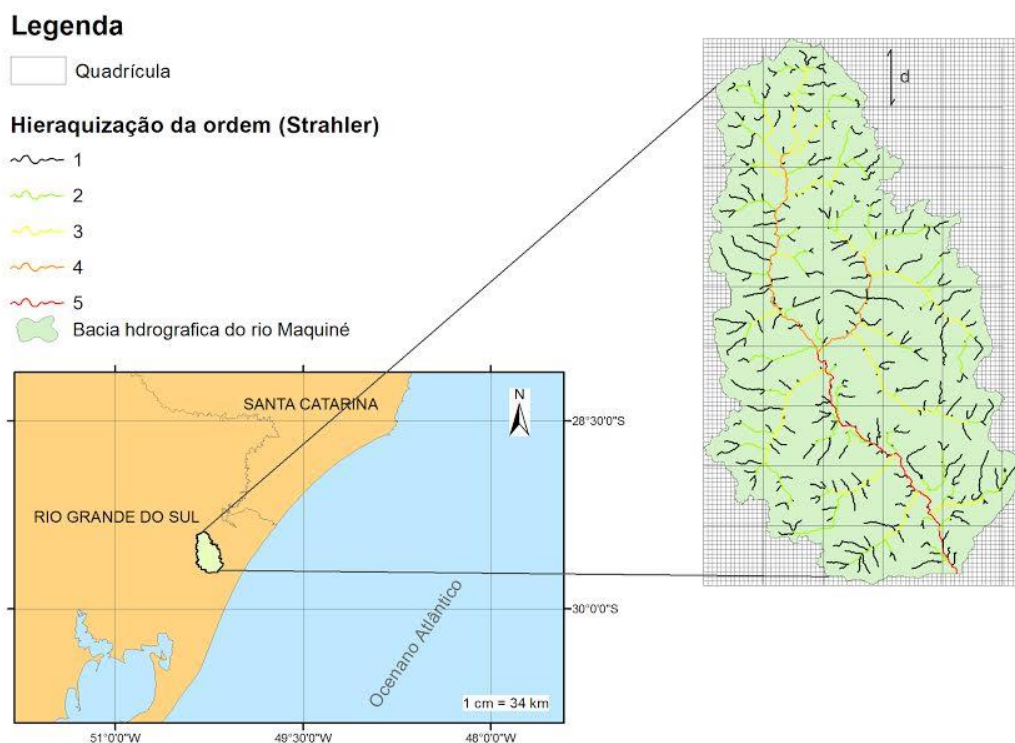


Figura 2 – Rede de drenagem hierarquizada e exemplo do grid para aplicação do *Box-Counting*.

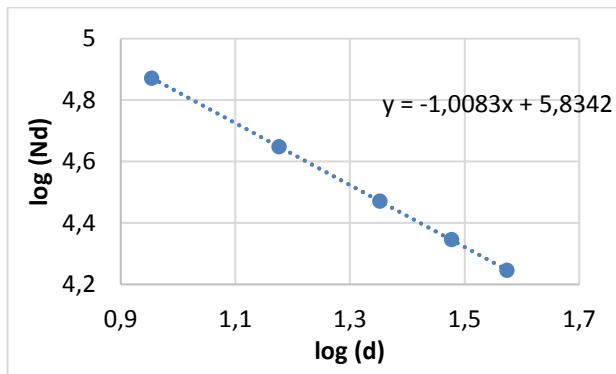
Considerando o método *Box-Counting*, foram reunidos, na Tabela 5, os valores de  $d$  e  $N(d)$ . Com esses resultados, foi determinada a dimensão fractal da bacia hidrográfica do rio Maquiné, representadas pelo coeficiente angular da reta ajustada na Figura 3 (a) e (b).

Tabela 5. Valores de  $d(m)$  e  $N(d)$  da bacia hidrográfica do rio Maquiné.

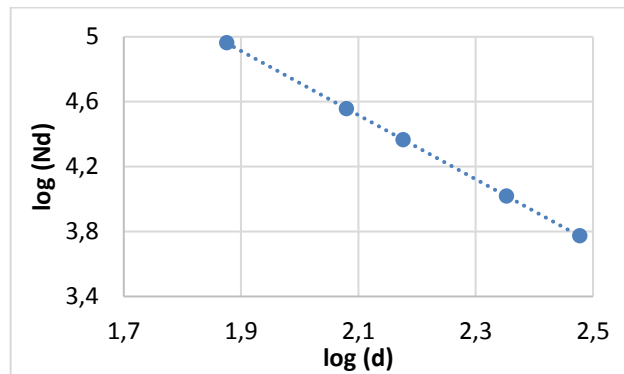
df				Df			
(d)	Log (d)	N (d)	Log (Nd)	(d)	Log (d)	N (d)	Log (Nd)
9	0,95	74411	4,87	75	1,88	91868	4,96
15	1,18	44510	4,65	120	2,08	36133	4,56
23	1,35	29577	4,47	150	2,18	23212	4,37
30	1,48	22194	4,35	225	2,35	10432	4,02
38	1,57	17611	4,25	300	2,48	5942	3,77

O valor de  $df$  encontrado para a bacia hidrográfica do Maquiné foi de 1,008 e o de  $Df$ , de 1,975 (Figura 3). Diante dos valores de  $df$  e  $Df$  obtidos pelo método de *Box-Counting*, pode ser visualizado que eles se mostraram satisfatórios, sendo  $Df$  maior que  $df$ . O primeiro retrata a forma da rede de drenagem como um todo e o segundo, os segmentos individuais.

Valores de dimensão fractal de canais fluviais ( $df$ ) próximo a 1, mostram que os canais individuais, apresentam uma pequena sinuosidade sobre a superfície (Silveira, 2006). Esse resultado corrobora com o fato que os canais da bacia do rio Maquiné são desenvolvidos sobre uma alta declividade, não possibilitando a formação de meandros pelos canais fluviais, sendo desenvolvidos de forma mais linear.



(a) Valores dos log de d e N(d), para df.



(b) Valores dos log de d e N(d), para Df.

Figura 3 – Dimensão fractal pelo método de *Box-Counting*.

Quando comparando os resultados do método *Box-Counting* com os valores da dimensão fractal obtida através da aplicação dos métodos de Feder (1988) e Rosso *et al.* (1991), notou-se que para o método de Rosso *et al.* (1991) ocorreu um aumento no valor estimado da dimensão fractal dos canais individuais.

Os valores de dimensão fractal estimada para a rede de drenagem da bacia hidrográfica do rio Maquiné, nos diferentes métodos aplicados seguiram um padrão similar, variando a Df entre 2 a 1,85. Em relação ao método de Tarboton *et al.* (1990), um aspecto importante observado é que a rede de drenagem da bacia hidrográfica possui uma capacidade natural produzir novas ramificações.

## CONCLUSÃO

Os diferentes métodos aplicados na determinação da dimensão fractal Df da rede de drenagem apresentaram uma variação entre 1,856 e 2, enquanto que a dimensão fractal dos canais fluviais df variaram entre 1,008 e 1,077. A dimensão fractal estimada pela equação de Feder (1988) se mostrou mais próxima a encontrada pelo *Box-Counting*. A análise da geometria fractal mostrou ser de fácil aplicação, sendo essa uma importante ferramenta útil na avaliação geométrica de uma bacia hidrográfica, permitindo uma avaliação complementar da rede de drenagem e sua forma.

A geometria fractal deve ser avaliada em novos estudos que visem comparar a dimensão fractal à ocorrência de eventos hidrológicos extremos, visando maiores conclusões sobre tais fenômenos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Capes, ao CNPq e ao suporte financeiro do Município de Tubarão-SC, por meio de bolsas de Doutorado e Produtividade de Pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- ASHMORE, P.; CHURCH, M. (2001). *The impact of climate change on rivers and river processes in Canada*. Geological survey of Canada. 69 p.
- FEDER, J. (1988). *Fractals*. Plenum Press: New York.
- GOODCHILD, M. F. (1982). The fractal Brownian processes as a terrain simulation model. *Modeling and Simulation* 13, pp. 1133-1137.
- HORTON, R. E. (1945). Erosional development of streams and their drainage basins: a hydrophysical approach to quantitative morphology. *Geological Society of America Bulletin* 56 (3), pp.275-370.

- LA BARBERA, P., ROSSO, R. (1987). Fractal geometry of river networks. *Water Resources Research* 27 (3), pp 381-387.
- MANDELBROT, B. B. (1983). *The fractal geometry of nature*. W.H. Freeman and Company, 468 p.
- MOUSSA, R.; BOCQUILLON, C. (1993). Morphologie fractale du réseau hydrographique *Hydrological Sciences Journal* 38 (3), pp.187-201.
- ROSSATO, M. S. (2011). *Os climas do Rio Grande do Sul: variabilidade, tendências e tipologia*. 253f. Tese (Doutorado em Geografia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2011.
- ROSSO, R., BACCHI, B., LA BARBERA, P. (1991). Fractal relation of mainstream length to catchment area in river networks. *Water Resources Research* 27 (3), pp. 381–387.
- SCHÜLLER, D. J.; RAO, A. R.; JEONG, G. D. (2001). Fractal characteristics of dense stream networks. *Journal of Hydrology* 243 (1-2), pp. 1-16.
- SILVEIRA, N. F. Q. (2006). *Análise Fractal de Bacias Hidrográficas de Região de Encosta e Região de Planalto com base em Cartas Topográficas e em Fotografias Aéreas*. 189f. Tese (Doutorado em Engenharia Ambiental) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2006.
- STRAHLER, A. N. (1957). Quantitative analysis of watershed geomorphology. *Transactions of the American Geophysical Union* 38 (6), pp. 913-920.
- TARBOTON, D. G.; BRAS, R. L.; RODRIGUEZ-ITURBE, I. (1988). The fractal nature of river networks. *Water Resources Research* 24 (8), pp.1317-1322.
- TARBOTON, D. G. (1996). Fractal river networks, Horton's laws and Tokunaga cyclicity. *Journal of Hydrology* 187 (1-2), pp. 105-117.
- VESTENA, L.R.; KOBAYAMA, M. (2010). A geometria fractal da rede de drenagem da bacia hidrográfica do caeté, Alfredo Wagner-SC, *Revista Árvore* 34 (4), pp.661-668.