



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ENGENHARIA

TRABALHO DE CONCLUSÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E
AUTOMAÇÃO

Análise do volume de trabalho de um robô de arquitetura paralela do tipo Delta

Autor: Ricardo Gliese Lansarin

Orientador: Eduardo Perondi

Porto Alegre, dezembro de 2017

Sumário

Sumário	ii
Resumo	iv
Abstract	v
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	viii
Lista de Abreviaturas e Siglas	ix
1 Introdução	1
1.1 Justificativa	2
1.2 Objetivos	2
1.3 Organização do Trabalho	2
2 Revisão Bibliográfica	3
2.1 Manipulador Paralelo	3
2.2 Manipulador paralelo em Configuração Delta	4
2.3 Cinemática	4
2.3.1 Cinemática Inversa	5
2.3.2 Cinemática Direta	5
2.4 Volume de trabalho	5
2.5 Singularidades da arquitetura Delta	6
3 Caracterização do Robô Delta	7
3.1 Definição da arquitetura Delta utilizada	7
3.2 Dimensões paramétricas do robô Delta	7
3.3 Cálculo da cinemática direta e inversa e suas singularidades	8
3.3.1 Cinemática Inversa	8
3.3.2 Cinemática Direta	10
3.3.3 Singularidades do robô Delta	13
3.4 Cálculo do volume de trabalho e suas restrições	13
3.4.1 Cálculo do Volume de Trabalho	14
3.4.2 Restrições às Dimensões do Projeto	17
3.5 Restrições de movimento causadas pelas juntas esféricas	19
3.6 Desenvolvimento de um sistema de avaliação experimental	21
3.6.1 Atuadores e acionamento	22
4 Resultados	23
4.1 Comparações entre volumes de robôs Delta industriais	23
4.2 Redução do volume causado por restrições mecânicas	25

4.3	Volume de trabalho do sistema de avaliação experimental	26
4.3.1	Volume de trabalho sem restrições das juntas esféricas	26
4.3.2	Volume de trabalho com restrições das juntas esféricas	27
4.3.3	Movimentação do sistema de avaliação experimental	27
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	29
5.1	Conclusões	29
5.2	Trabalhos Futuros	29
6	Bibliografia	30
Apêndice A	Código das cinemáticas para MATLAB®	32
Apêndice B	Código de aquisição do volume de trabalho	34

Resumo

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um método para a obtenção do volume de trabalho de um robô paralelo com configuração Delta através do uso da cinemática direta. A cinemática direta raramente é usada para este fim, sendo mais usual usar a cinemática inversa para encontrar o volume de trabalho de robôs paralelos, principalmente pela simplicidade da obtenção da cinemática inversa em comparação com a cinemática direta. Através de propriedades da cinemática direta, são desenvolvidos algoritmos para obter somente as informações necessárias para avaliar a parte consistente do volume de trabalho. É definida uma restrição mecânica causada pelas juntas da estrutura, a qual se avalia o efeito que causa no volume de trabalho. Por fim, é comparado o resultado deste método com volumes de trabalho de robôs Delta industriais e o volume de trabalho de um manipulador Delta construído para este fim.

Abstract

This work presents the development of a workspace acquisition method for a parallel robot in a Delta configuration by the use of forward kinematics. The forward kinematics are rarely used for this end, as it is more common to use the inverse kinematics to find the workspace of parallel robots, especially as the development of the inverse kinematics is much simpler when comparing to the forward kinematics. From the forward kinematics properties, algorithms are developed in order to obtain only the useful information as to evaluate the consistent part of the workspace. A mechanical restriction caused by the structure joints is defined, of which its effect on the workspace are evaluated. Lastly, the results of this method are compared with industrial Delta robots workspace and the workspace of a Delta manipulator built towards this test.

Lista de Figuras

Figura 1-1 – Plataforma criada por Gough para testar pneus, em 1954. Fonte: (ZHANG, 2009)	1
Figura 1-2 – Volume de trabalho do Robô Delta da FANUC M-3iA Fonte: (FANUC, 2017)	2
Figura 2-1 – À esquerda, esquema do robô Delta e à direita suas três cadeias cinemáticas com suas respectivas juntas. Fonte: (TARTARI, 2006)	4
Figura 3-1 – Componentes de um robô paralelo Delta. Fonte: (A. H. ALASHQAR, 2013)	7
Figura 3-2 – Dimensões relevantes de toda cadeia cinemática. Fonte: (CLAVEL, 1991)	8
Figura 3-3 - Possíveis resultados da cinemática inversa.	10
Figura 3-4 - Representação da cinemática direta.	11
Figura 3-5 - Representação dos quatro tipos de singularidades do manipulador Delta. Fonte: (CLAVEL, 1991)	13
Figura 3-6 – Superfícies do volume de trabalho do robô Delta.	14
Figura 3-7 – Fluxograma de obtenção das faces do volume de trabalho.	15
Figura 3-8 - Superfície do volume de trabalho em duas dimensões.	16
Figura 3-9 – Fluxogramas para a obtenção dos limites superiores e inferiores.	16
Figura 3-10 - Contorno do volume de trabalho consistente.	17
Figura 3-11 – Representação da definição do menor ângulo que o braço pode alcançar.	19
Figura 3-12 – Diagrama do cálculo do ângulo γ .	20
Figura 3-13 – Fluxograma para criação das faces do volume de trabalho com restrições.	21
Figura 3-14 - Modelo do sistema concluído e a estrutura montada.	21
Figura 4-1 – Gráfico do volume de trabalho do robô ABB-IRB 360/1 e seus parâmetros.	23
Figura 4-2 – Gráfico do volume de trabalho do robô YASKAWA-MPP3S e seus parâmetros.	24
Figura 4-3 – Gráfico do volume de trabalho do robô KAWASAKI-YF003N e seus parâmetros.	24
Figura 4-4 – Gráfico do volume de trabalho do robô FANUC-M3iA e seus parâmetros.	25
Figura 4-5 – Variação no volume de trabalho por diferentes limites angulares das juntas.	25
Figura 4-6 – Gráfico do volume de trabalho do sistema experimental.	26
Figura 4-7 - Gráfico do volume de trabalho do sistema experimental com restrições.	27
Figura 4-8 – Superfície do volume de trabalho sem restrições calculada e experimental.	27
Figura 4-9 - Superfície do volume de trabalho com restrições calculada e experimental.	28

Lista de Tabelas

Tabela 2-1 – Comparação entre manipuladores seriais e paralelos. Fonte: (MOLINA, 2008) ...	3
Tabela 3-1 - Volumes de trabalho de robôs Delta comerciais. Fonte: (MAHMOODI, TABRIZI e ALIPOUR, 2015).....	18
Tabela 3-2 - Dimensões do robô Delta.	22

Lista de Símbolos

RA	Raio da base superior (m)
LA	Comprimento do braço (m)
RB	Raio da base inferior (m)
LB	Comprimento do antebraço (m)
α_i	Ângulo de posicionamento de cada atuador i (rad)
β_i	Ângulo entre o plano do antebraço i e o plano horizontal (rad)
γ_i	Ângulo entre o plano vertical e paralelo a α_i e o plano vertical paralelo ao antebraço i (rad)
θ_i	Ângulo entre o braço i e o plano da base fixa (rad)
(x, y, z)	Coordenadas no plano cartesiano (m)
O	Ponto da origem, no centro da base superior
A_i	Ponto de conexão entre o motor i e o braço i
B_i	Ponto de conexão entre o braço i e o antebraço i
C_i	Ponto de conexão entre o antebraço i e a base inferior
D	Centro da base inferior

Lista de Abreviaturas e Siglas

UFRGS Universidade Federal do Rio Grande do Sul

MATLAB *MATrix LABoratory*

CAD *Computer-Aided Design*

ABB ASEA Brown Boveri

NEMA *National Electrical Manufacturers Association*

1 Introdução

Existem essencialmente dois tipos de manipuladores robóticos: de estrutura serial e de estrutura paralela. Em máquinas seriais, os atuadores e a estrutura estão conectados sequencialmente, formando uma cadeia cinemática contínua, onde um atuador afeta diretamente o próximo da cadeia. Nas máquinas paralelas, em contraponto às seriais, as cadeias cinemáticas encontram-se dispostas em paralelo, funcionando em conjunto para chegar a um resultado em comum (MERLET, 2006).

Existem muitos tipos de robôs paralelos, sendo que o primeiro de que se tem registro é atribuído à Eric Gough em meados do século XX, exibido na Figura 1-1. Gough construiu uma máquina para testes de pneus composta de seis atuadores em paralelo, em um arranjo simétrico que fornecia uma grande amplitude de movimento (CHUNG, 2012).

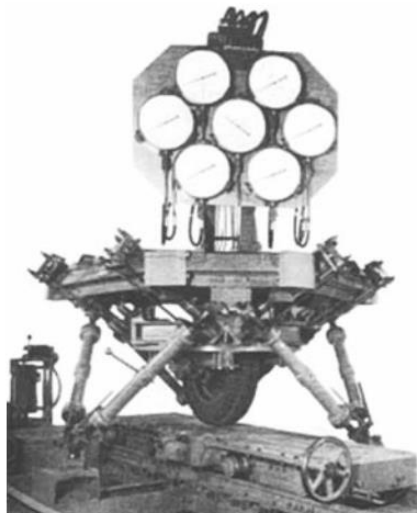


Figura 1-1 – Plataforma criada por Gough para testar pneus, em 1954. Fonte: (ZHANG, 2009)

Dentre as arquiteturas paralelas, será estudada neste trabalho a arquitetura Delta. Esta arquitetura é muito difundida comercialmente devido à sua simplicidade e desempenho na movimentação de pequenas massas em grandes velocidades. Esta arquitetura foi concebida considerando que maior parte das operações de movimentação simples necessita somente de movimentos de translação e apenas de uma rotação na vertical, sendo que esta rotação pode ser realizada diretamente pelo próprio efetador (TARTARI, 2006).

O estudo realizado neste trabalho será focado principalmente no volume de trabalho da arquitetura Delta através do uso de cinemática direta. O volume de trabalho é definido como todo o volume que o efetador final pode alcançar, também definido como o espaço onde existem soluções cinemáticas (CHUNG, 2012). A Figura 1-2 mostra o volume de trabalho de um robô industrial da empresa FANUC, usado para manipular objetos de até 6 kg, sendo possível averiguar o formato majoritariamente cilíndrico do volume de trabalho disponível, qual é o volume que o robô consegue alcançar em sua operação usual. Este formato com simetria radial é o mais comum para esta arquitetura de robô na área industrial (MAHMOODI, TABRIZI e ALIPOUR, 2015).

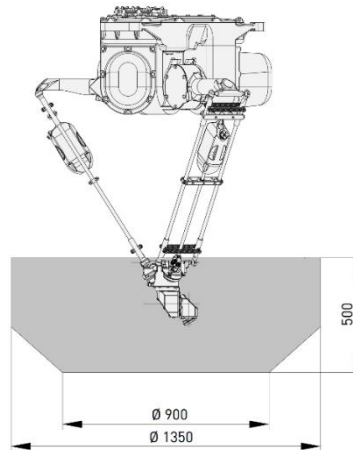


Figura 1-2 – Volume de trabalho do Robô Delta da FANUC M-3iA Fonte: (FANUC, 2017)

1.1 Justificativa

Os manipuladores paralelos estão atraindo cada vez mais atenção no uso industrial, devido a suas vantagens com respeito aos manipuladores seriais, apresentando maior flexibilidade, maior precisão de movimento, maior rigidez e maior tempo de vida útil (JOURBAIR, SLAMANU e BONEV, 2013). Em contraponto a estas vantagens, a maior desvantagem dos manipuladores paralelos é seu volume de trabalho limitado quando comparado com um manipulador serial de tamanho semelhante (MAJID, HUANG e YAO, 2000).

O estudo do volume de trabalho de manipuladores paralelos é complexo, tornando-se mais intrincado quando se exige que o manipulador respeite diferentes requerimentos mínimos de tamanho do seu volume e de desempenho dentro deste espaço (CHUNG, 2012).

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho consiste no desenvolvimento teórico do algoritmo para aquisição das principais dimensões do manipulador Delta a partir do volume de trabalho, sendo que, para isso, foi necessário atingir os seguintes objetivos específicos:

- Fazer a análise da cinemática direta e inversa;
- Desenvolver um método para aquisição experimental do volume de trabalho;
- Usando os dados dos robôs Delta comerciais, verificar a validade do método de aquisição de volume de trabalho;
- Dimensionar e construir um mecanismo que permita, por meio de experimentos, avaliar os resultados teóricos;
- Usando sistema de avaliação experimental, testar se o seu volume de trabalho obtido através de medições corresponde ao teórico.

1.3 Organização do Trabalho

Este trabalho está dividido da seguinte maneira: o Capítulo 2 descreve a fundamentação teórica para a compreensão do trabalho, juntamente com o estado da arte dos robôs Delta; o Capítulo 3 descreve a modelagem matemática da cinemática direta e inversa, juntamente com o algoritmo para aquisição do volume de trabalho e as dimensões principais da estrutura Delta, além das especificações do manipulador Delta simples construído para realizar testes sobre seu volume de trabalho; o Capítulo 4 mostra os resultados analíticos, comparando as dimensões adquiridas pelo algoritmo desenvolvido e os dados de robôs Delta comerciais e também os resultados experimentais obtidos com a estrutura construída e, por fim, o Capítulo 5 descreve as conclusões do trabalho e os trabalhos futuros nesse tema.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Manipulador Paralelo

Conforme já exposto, os robôs Delta fazem parte de um grupo maior chamado de robôs paralelos. Este tipo de robô utiliza diversos elos ligados ao efetuator final para se mover. Em diversos casos, os motores usados nestes robôs são dispostos em pontos estáticos da estrutura, sem se mover, diminuindo, dessa forma, a inércia do movimento das partes móveis. Robôs paralelos são adequados para tarefas de apanhar e colocar (*pick and place*), onde a velocidade é vital. Assim, a exemplo do primeiro robô Delta (criado por Reymond Clavel e usado para mover chocolates de uma esteira para seu pacote), os robôs paralelos atuais são utilizados para a execução de tarefas semelhantes (OBERHAUSER, 2016).

Uma comparação entre robôs paralelos e seriais foi feita por (MOLINA, 2008), onde se dividiram as diferentes características entre as de controle e de operacionalidade de mecanismo. Esta comparação está apresentada na Tabela 2-1.

Tabela 2-1 – Comparação entre manipuladores seriais e paralelos. Fonte: (MOLINA, 2008)

Nível	Características	Manipuladores	
		Serial	Paralelo
Mecanismo	Inércia	Grande	Pequena
	Volume de Trabalho	Grande	Pequeno
	Aparência	Antropomórfica	Base Estrutural
	Fabricação	Difícil	Fácil
Controle	Controle de Posição no Espaço de Trabalho	Difícil	Fácil
	Controle de Forças no Espaço de Trabalho	Fácil	Difícil
	Detecção de Forças	Difícil	Fácil
	Erro de Posição	Acumulado	Média
	Erro de Controle de Forças	Média	Acumulado
	Perto de Pontos Singulares	Degeneração no controle de força	Diminuição de Exatidão no Posicionamento
		Grande movimento no atuador	Grande Força no Atuador
	Dinâmica	Complicada	Muito complicada
Cinemática	Direta	Simple	Complicada
	Inversa	Complicada	Simple

A Tabela 2-1 mostra como os dois tipos de manipuladores tem propriedades muitas vezes contrárias, onde os robôs paralelos têm um controle de posição simples, mas com um

pequeno volume de trabalho; comparativamente, é difícil de obter bom controle de posição de robôs seriais, mas se tem a vantagem de obter com eles um grande volume de trabalho.

2.2 Manipulador paralelo em Configuração Delta

A arquitetura Delta tradicional, definida por Reymond Clavel, ainda é a mais usada em indústrias, enquanto outras estruturas, como a que substitui a junta com atuador rotativa por uma junta linear, estão sendo usadas com maior frequência no setor de impressão tridimensional e em pesquisas (OBERHAUSER, 2016). O enfoque deste trabalho será no estudo da arquitetura original, chamada de arquitetura 3-RRR por ter três cadeias cinemáticas, cada uma com três juntas rotativas. A primeira junta rotativa é a controlada, enquanto que as outras duas são juntas esféricas passivas. A Figura 2-1 mostra o esquema do robô Delta e a organização de suas cadeias cinemáticas, onde a linha dupla vertical representa a base fixa e a linha cheia, a base móvel. Dentro das cadeias, a letra R representa a junta rotacional controlada e a letra S representa as juntas esféricas, as quais estão em par, formando paralelogramos.

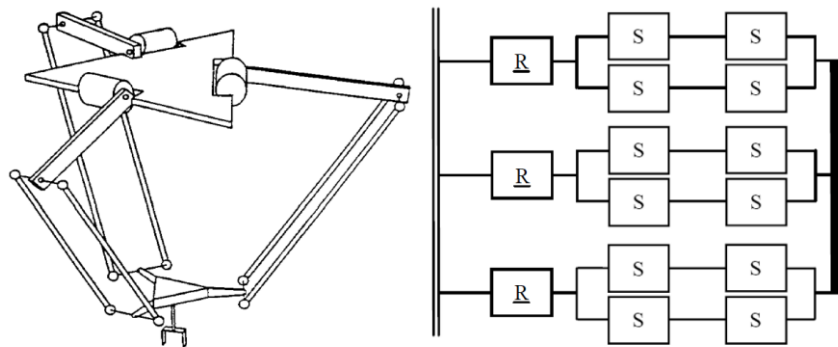


Figura 2-1 – À esquerda, esquema do robô Delta e à direita suas três cadeias cinemáticas com suas respectivas juntas. Fonte: (TARTARI, 2006)

2.3 Cinemática

A modelagem cinemática é o estudo do movimento do mecanismo em questão. Este estudo analisa o movimento de um objeto desconsiderando as forças aplicadas para causar este movimento. Portanto, apenas posição, velocidade, aceleração e todas as derivadas de ordem superior da posição são consideradas. A cinemática de mecanismos rígidos depende da configuração de suas juntas (CHUNG, 2012).

A cinemática de mecanismos paralelos é essencialmente distinta da cinemática de mecanismos seriais. No caso de mecanismos seriais, normalmente é possível usar métodos já bem definidos, como o método de Denavit-Hartenberg. Entretanto, quando se considera os mecanismos paralelos, tal método não é tão simples de ser usado, devido à complexidade de suas arquiteturas. Por esta razão, existe na bibliografia diversos trabalhos que buscam maior eficiência computacional para a realização da cinemática, principalmente no caso da cinemática direta (TSAI, 1999).

Cada arquitetura paralela tem características distintas em suas cadeias cinemáticas, o que impede a definição de equação geral. Para obter as equações cinemáticas, é necessário

estudar as cadeias cinemáticas que compõem a arquitetura, relacionando os pontos que ligam a base móvel à base fixa (TARTARI, 2006).

Neste trabalho, será analisada somente a cinemática de posição do manipulador Delta, pois o estudo da cinemática de velocidade e aceleração não se faz necessário para a obtenção do volume de trabalho do manipulador. Para agilizar a computação do cálculo da cinemática, suas equações foram expandidas até ser possível isolar apenas uma das coordenadas finais do sistema (em uma equação de segundo grau), diminuindo, assim, a complexidade do cálculo necessário para sua programação.

2.3.1 Cinemática Inversa

A cinemática inversa é o mapeamento dos possíveis conjuntos de coordenadas das juntas que estão sendo controladas por atuadores, dada a orientação e posição final da estrutura (CHUNG, 2012). A análise cinemática inversa de grande parte dos mecanismos de estrutura paralela é, em geral, simples, se realizando por observação geométrica (TARTARI, 2006). O equacionamento da cinemática inversa para a arquitetura 3-RRR Delta já foi realizado com sucesso por diversos autores, entre eles CLAVEL, 1991, MAHMOODI, TABRIZI e ALIPOUR, 2015 e YAN, LIU e JIAO, 2016.

2.3.2 Cinemática Direta

A cinemática direta se refere ao uso de equações cinemáticas do robô para computar a posição do efetuador, tendo os valores dos ângulos das juntas com atuadores. A cinemática direta de manipuladores paralelos geralmente é complexa, necessitando a solução de sistemas de equações não lineares (MAHMOODI, TABRIZI e ALIPOUR, 2015).

Devido a esta complexidade, foram desenvolvidos em diversos trabalhos diferentes formas para se solucionar este equacionamento, com a finalidade de tornar mais eficiente o cálculo desta cinemática (TARTARI, 2006). No trabalho de YAN, LIU e JIAO, 2016 foi desenvolvida a cinemática de uma forma computacionalmente eficiente e, no trabalho de GRITSENKO, *et al.*, 2017, a cinemática foi desenvolvida de uma forma que resulta em apenas uma solução, enquanto os equacionamentos usuais resultam em duas soluções.

2.4 Volume de trabalho

O volume de trabalho de um robô é definido como todos os locais que podem ser alcançados pelo efetuador. MERLET, 2006, apresenta os diferentes tipos de volume de trabalho, como o volume máximo, que é definido por todos os locais que podem ser alcançados por pelo menos uma orientação do efetuador, e o volume translacional, que é definido por todos os locais que o robô pode alcançar com uma orientação fixa. Pela arquitetura do robô Delta, seu volume de trabalho será translacional, já que as cadeias cinemáticas não permitem rotação no efetuador, apenas translação.

Segundo MERLET, 2006, há três maneiras usuais de obter o volume de trabalho:

- Método geométrico, no qual são definidos os limites do volume de trabalho em função dos limites das juntas, sendo um método de solução eficiente para simulações de modelos tridimensionais. CLAVEL, 1991, realizou o cálculo do volume do robô Delta desta forma.

- Método de discretização, no qual são testados diversos pontos nos limites do volume com a cinemática para testar se os pontos estão dentro do volume de trabalho ou não. Este é um método bastante usado para robôs paralelos, demonstrado pela quantidade de artigos que definem o volume de trabalho desta maneira, como nos artigos (MAYA, CASTILLO, *et al.*), (CHA, WOO, *et al.*, 2013), (DRAGOS, MARIUS, *et al.*, 2012) e (MAHMOODI, TABRIZI e ALIPOUR, 2015).
- Método Numérico, no qual se definem variáveis extras criadas pelas restrições da arquitetura nas equações para retirar desigualdades existentes. Este método é de implementação complexa, usando outros métodos para sua solução, como o método de Monte Carlo (MERLET, 2006) ou um método baseado nas matrizes Jacobianas (JO e HAUG, 1989).

2.5 Singularidades da arquitetura Delta

Configurações singulares são poses do efetuador para quais o robô paralelo perde sua rigidez, com a consequência de que o efetuador terá graus de liberdade não controlados. Estas poses devem ser evitadas, já que criam uma situação onde não se tem mais o controle pleno da estrutura. Estas situações ocorrem quando o determinante da matriz Jacobiana do sistema é igual a zero (MERLET, 2006).

Como a matriz Jacobiana trata das velocidades e acelerações do sistema, o que não está sendo considerado neste trabalho, será usada a definição simplificada criada por Clavel (1991), onde só são abordadas as singularidades criadas pelas posições da arquitetura.

3 Caracterização do Robô Delta

3.1 Definição da arquitetura Delta utilizada

Para descrever o robô Delta 3-RRR, é necessário definir, primeiramente, os seus componentes principais, os quais consistem de três cadeias cinemáticas fechadas. O robô pode ser dividido em seis componentes, como mostra a Figura 3-1. Seguindo a enumeração da figura, o robô consiste de:

1. Três atuadores;
2. Uma base superior;
3. Três hastes superiores (braços);
4. Seis hastes inferiores (antebraços);
5. Uma base inferior.

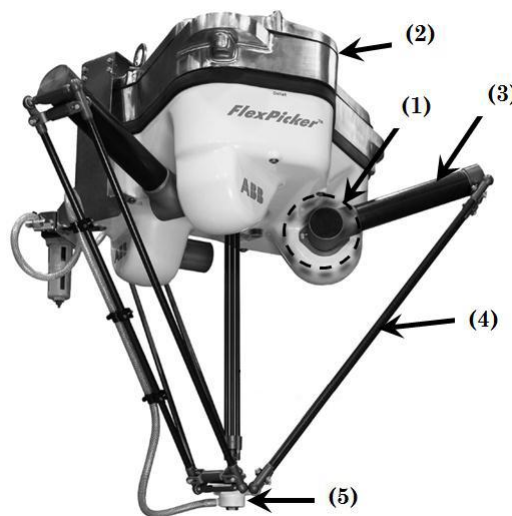


Figura 3-1 – Componentes de um robô paralelo Delta. Fonte: (A. H. ALASHQAR, 2013)

A base superior, conectada a uma estrutura fixa, comporta normalmente todos os componentes elétricos do robô, incluindo seu controle e seus atuadores, os quais são conectados às hastes superiores, as quais são conectadas a um par de hastes inferiores, ou antebraços. As seis hastes inferiores ficam agrupadas em pares e formam três paralelogramos. Estas hastes são conectadas por juntas esféricas nas duas extremidades, um par ligando as hastes inferiores às hastes superiores e o outro par ligando as hastes inferiores à base inferior (TARTARI, 2006).

3.2 Dimensões paramétricas do robô Delta

Quanto às dimensões, será considerada apenas a configuração do robô onde existem três cadeias cinemáticas de dimensões iguais e com a distância angular entre suas cadeias de 120° . As dimensões paramétricas e os ângulos característicos dessa estrutura estão representados na Figura 3-2, e são baseados no trabalho original de Raymond Clavel (CLAVEL, 1991).

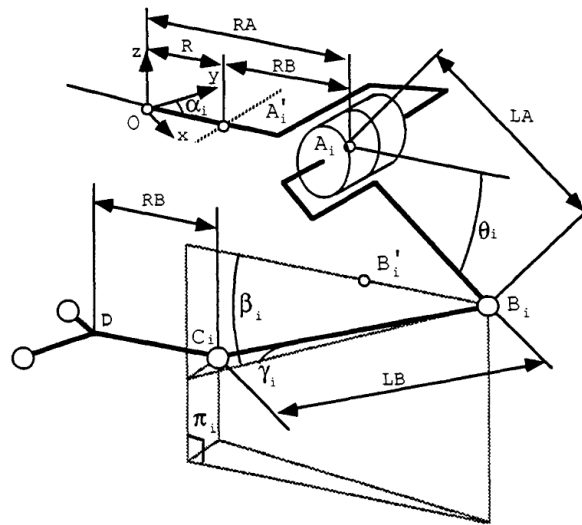


Figura 3-2 – Dimensões relevantes de toda cadeia cinemática. Fonte: (CLAVEL, 1991)

Na Figura 3-2, o raio RA representa a distância entre o centro da base superior e o eixo de rotação do braço, o raio RB representa a distância entre o centro da base inferior e o centro dos dois antebraços que estão conectados via juntas esféricas à base. As distâncias LA e LB são os comprimentos do braço e do antebraço, respectivamente, e o raio R é a diferença entre os raios RA e RB , que será usado para simplificar as equações de cinemática. Sobre os ângulos característicos, o ângulo α_i é o ângulo entre o braço da cadeia cinemática (representado pelo plano π_i) e o plano O_{yz} , o ângulo θ_i é o ângulo entre o braço e o plano da base superior, o ângulo β_i é o ângulo entre o antebraço e o plano paralelo à base superior e o ângulo γ_i representa o ângulo entre o plano do antebraço e o plano π_i . Para facilitar os cálculos futuros, o ângulo θ_i é positivo quando está abaixo do plano horizontal, como na Figura 3-2, e negativo quando está acima do plano. O subíndice i refere-se ao número do braço ($i=1,2,3$).

3.3 Cálculo da cinemática direta e inversa e suas singularidades

3.3.1 Cinemática Inversa

O equacionamento da cinemática inversa para o posicionamento do robô foi baseado no trabalho de YAN, LIU e JIAO, 2016. Para a resolução da cinemática inversa, os raios das bases serão simplificados para apenas a diferença entre seus raios, o valor R , assim excluindo da equação o valor RB e juntando os pontos C_i ao centro da base inferior, o ponto D . Esta simplificação é possível pelo fato de que a base inferior executa apenas movimentos translacionais, portanto a base pode ser representada por apenas um ponto no espaço (CLAVEL, 1991). A Equação (1) mostra a relação entre os raios.

$$R = RA - RB. \quad (1)$$

Como é possível resolver a cinemática inversa para apenas uma cadeia cinemática e depois realizar a rotação da solução para o ângulo α_i da próxima cadeia, será equacionada a cadeia que está alinhada com o eixo $-y$, ou seja, $\alpha_1 = 180^\circ$. Usando a simplificação dos raios das bases, extraiu-se o círculo composto das possibilidades de movimento do braço LA na região ao redor do ponto A'_i e a esfera composta do antebraço LB , que tem seu centro no

ponto D . As equações (2) a (6) definem o círculo ao redor do ponto A'_i e a esfera ao redor do ponto D .

$$LA = \overline{A'_i B'_i}, \quad (2)$$

$$LA^2 = ((R_x - B_{xi}))^2 + (R_y - B_{yi})^2 + (0 - B_{zi})^2, \quad (3)$$

$$LA^2 = (0)^2 + (-R + B_{y1})^2 + (-B_{z1})^2, \quad (4)$$

$$LB = \overline{DB'_i}, \quad (5)$$

$$LB^2 = (x_1)^2 + (y_1 - B_{y1})^2 + (z_1 - B_{z1})^2. \quad (6)$$

Subtraindo a Equação (4) da Equação (6) resulta na Equação (7), que, para facilitar as futuras operações, foi reduzida à Equação (8) através das variáveis a e b definidas nas equações (9) e (10), respectivamente.

$$B_{z1} = \left(\frac{R - y_1}{z_1} \right) B_{y1} + \left(\frac{LA^2 - LB^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - R^2}{2 z_1} \right), \quad (7)$$

$$B_{z1} = a B_{y1} + b, \quad (8)$$

$$a = \left(\frac{R - y_1}{z_1} \right), \quad (9)$$

$$b = \left(\frac{LA^2 - LB^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - R^2}{2 z_1} \right). \quad (10)$$

A Equação (8) estabelece a relação entre as duas incógnitas, faltando então apenas uma equação para obter os valores da posição do ponto B . Em seguida, é possível substituir a variável B_{z1} da Equação (4) pelo que foi encontrado na Equação (8), resultando na Equação (11), assim resultando em uma equação de apenas uma variável.

$$B_{y1}^2 + \left(\frac{2 a b - 2 R}{1 + a^2} \right) B_{y1} + \left(\frac{R^2 + b^2 - LA^2}{1 + a^2} \right) = 0. \quad (11)$$

Para encontrar o resultado da Equação (11), usa-se a fórmula de Bhaskara, escolhendo a solução com o menor valor de B_y , como mostra a Equação (12).

$$B_{y1} = - \left(\frac{a b - R}{1 + a^2} \right) - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{2 a b - 2 R}{1 + a^2} \right)^2 - 4 \left(\frac{R^2 + b^2 - LA^2}{1 + a^2} \right)}. \quad (12)$$

A partir de B_y , é possível obter o valor de B_z por meio da Equação (8) e, então, obter o ângulo da cadeia cinemática utilizando a Equação (13).

$$\theta_1 = \text{asen} \left(\frac{|B_{z1}|}{LA} \right). \quad (13)$$

Um exemplo dos dois resultados possíveis da cinemática inversa está mostrado na Figura 3-3, onde pode-se observar o círculo centrado em A_1 do braço e o círculo retirado na esfera e coincidente ao plano yz centrado no ponto C_1 . É possível também observar as duas soluções, marcadas com círculos menores de cor vermelha. A solução com o menor valor de B_y será sempre escolhida para evitar as interferências entre os braços, a base superior e os antebraços, e, também, para evitar ambiguidades de transformação de coordenadas que se produzem quando a soma dos ângulos $\theta + \beta \geq 180^\circ$ (CLAVEL, 1991).

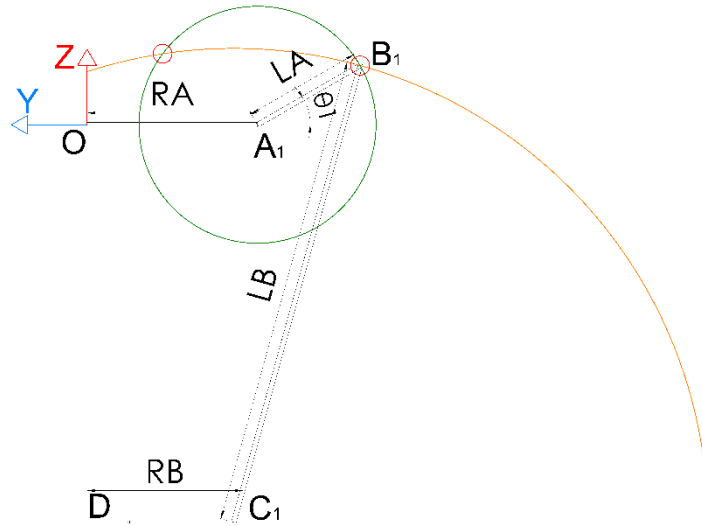


Figura 3-3 - Possíveis resultados da cinemática inversa.

Para obter os ângulos dos motores dos outros dois braços, o eixo de referência é alterado para que o braço sempre esteja alinhado com o eixo $-y'$, assim eliminando os coeficientes relacionados ao eixo x , como ocorreu no primeiro braço. Usando a matriz de rotação em torno do eixo Z nas coordenadas originais da base inferior, descrita na Equação (14), pode-se determinar os valores de x_2, y_2, x_3 e y_3 , com os quais pode-se resolver as equações (12) e (13) e assim obter os ângulos θ_2 e θ_3 .

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i) & -\text{sen}(\alpha_i) & 0 \\ \text{sen}(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (14)$$

3.3.2 Cinemática Direta

Assim como na cinemática inversa, o desenvolvimento das equações foi baseado no trabalho de YAN, LIU e JIAO, 2016. No caso da cinemática direta, os dados de entrada são os ângulos dos braços do robô (os três ângulos θ). Com esta informação, além do conhecimento dos termos da matriz de rotação em torno do eixo Z (Equação (14)), obtém-se a posição dos pontos no fim dos braços, os pontos B_i' , por meio da Equação (15).

$$\begin{bmatrix} B_{xi}' \\ B_{yi}' \\ B_{zi}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i) & -\text{sen}(\alpha_i) & 0 \\ \text{sen}(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -R - LA \cos(\theta_i) \\ -LA \cos(\theta_i) \end{bmatrix} \quad (15)$$

A partir das coordenadas do ponto final de cada braço, determina-se uma superfície esférica de raio LB com centro nestes pontos. Com as três esferas determinadas, é possível encontrar o ponto D , localizado no centro da base inferior, o qual coincide com a intersecção das três superfícies esféricas, conforme mostra a Figura 3-4.

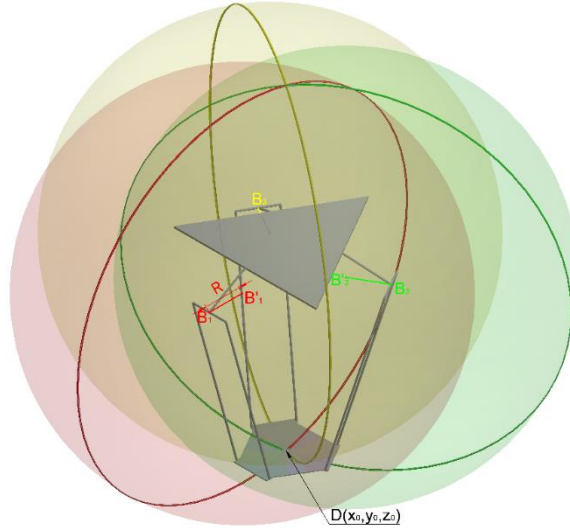


Figura 3-4 - Representação da cinemática direta.

Para encontrar as três coordenadas do atuador do sistema, é necessário agora resolver as três equações das esferas, descritas na Equação (16).

$$\begin{aligned} LB^2 &= (x - B_{x1}')^2 + (y - B_{y1}')^2 + (z - B_{z1}')^2, \\ LB^2 &= (x - B_{x2}')^2 + (y - B_{y2}')^2 + (z - B_{z2}')^2, \\ LB^2 &= (x - B_{x3}')^2 + (y - B_{y3}')^2 + (z - B_{z3}')^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Com estas três equações é possível encontrar a solução da cinemática direta, mas será dada continuidade ao equacionamento, para assim reduzir o número de variáveis necessárias de serem encontradas por equação e, assim, diminuir os esforços computacionais necessários para sua resolução.

O primeiro passo para a redução da complexidade computacional do cálculo será a expansão das equações contidas na Equação (16) para as equações (18), (19) e (20), usando a simplificação da Equação (17).

$$w_i = B_{xi}^2 + B_{yi}^2 + B_{zi}^2, \quad (17)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2B_{x1}x - 2B_{y1}y - 2B_{z1}z = LB^2 - w_1, \quad (18)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2B_{x2}x - 2B_{y2}y - 2B_{z2}z = LB^2 - w_2, \quad (19)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2B_{x3}x - 2B_{y3}y - 2B_{z3}z = LB^2 - w_3. \quad (20)$$

A seguir se subtrai a Equação (18) pela Equação (19), a Equação (18) pela Equação (20) e a Equação (19) pela Equação (20), resultando nas equações (21), (22) e (23), respectivamente.

$$(B_{x1} - B_{x2})x + (B_{y1} - B_{y2})y + (B_{z1} - B_{z2})z = \frac{(w_1 - w_2)}{2}, \quad (21)$$

$$(B_{x1} - B_{x3})x + (B_{y1} - B_{y3})y + (B_{z1} - B_{z3})z = \frac{(w_1 - w_3)}{2}, \quad (22)$$

$$(B_{x2} - B_{x3})x + (B_{y2} - B_{y3})y + (B_{z2} - B_{z3})z = \frac{(w_2 - w_3)}{2}. \quad (23)$$

Isolando a variável y da Equação (22), resulta na Equação (24), que então é usada para substituir o valor da variável y da Equação (21) e, assim, eliminar esta variável da equação, resultando na equação (25).

$$y = \frac{\frac{(w_1 - w_3)}{2} - (B_{x1} - B_{x3})x - (B_{z1} - B_{z3})z}{(B_{y1} - B_{y3})}, \quad (24)$$

$$x = a_1 z + b_1. \quad (25)$$

onde as constantes a_1 e b_1 estão descritas nas equações (26) e (27), respectivamente.

$$a_1 = \frac{1}{d} [(B_{z2} - B_{z1})(B_{y3} - B_{y1}) - (B_{z3} - B_{z1})(B_{y2} - B_{y1})], \quad (26)$$

$$b_1 = -\frac{1}{2d} [(w_2 - w_1)(B_{y3} - B_{y1}) - (w_3 - w_1)(B_{y2} - B_{y1})]. \quad (27)$$

A constante d introduzida nas equações (26) e (27) está descrita na Equação (28).

$$d = (B_{x2} - B_{x1})(B_{y3} - B_{y1}) - (B_{x3} - B_{x1})(B_{y2} - B_{y1}). \quad (28)$$

Repetindo o processo realizado nas equações (24) a (27), porém desta vez isolando a variável x da equação (29) e substituindo-a na Equação (28), resulta na Equação (29).

$$y = a_2 z + b_2. \quad (29)$$

onde as constantes a_2 e b_2 estão descritas nas equações (30) e (31), respectivamente.

$$a_2 = -\frac{1}{d} [(B_{z2} - B_{z1})(B_{x3} - B_{x1}) - (B_{z3} - B_{z1})(B_{x2} - B_{x1})], \quad (30)$$

$$b_2 = \frac{1}{2d} [(w_2 - w_1)(B_{x3} - B_{x1}) - (w_3 - w_1)(B_{x2} - B_{x1})]. \quad (31)$$

Agora se tem tanto a relação da variável x com a variável z quanto a relação da variável y com a variável z , o que possibilita a substituição das equações (25) e (29) na Equação (21) e, assim, reduzir o número de variáveis novamente, deixando apenas uma variável em uma equação, como mostra a Equação (32).

$$(a_1^2 + a_2^2 + 1)z^2 + 2(a_1 + a_2(b_2 - B_{y1}) - B_{z1})z + (b_1^2 + (b_2 - B_{y1})^2 + B_{z1}^2 - LB^2) = 0. \quad (32)$$

Usando o teorema de Bhaskara na Equação (32), é possível encontrar os dois valores de z possíveis. Uma das soluções resulta em um valor de z positivo, o que é mecanicamente impossível no sistema de coordenadas adotado, portanto, escolhe-se a segunda solução, que é z com o menor valor. Encontra-se este resultado, que pode ser usado para solucionar as equações (25) e (29), a fim de obter os valores de x e y .

3.3.3 Singularidades do robô Delta

Em um robô serial, as singularidades resultam da perda de graus de liberdade, enquanto que, em um manipulador paralelo, elas resultam no ganho de um ou mais graus de liberdade (CLAVEL, 1991). As singularidades da estrutura Delta foram determinadas por meio da análise relativa das posições dos três antebraços, considerando que cada barra do antebraço é completamente rígida e que conecta o braço diretamente à base inferior, assim desconsiderando as juntas (CLAVEL, 1991).

Na estrutura Delta, existem quatro tipos de singularidades de posição, representadas na Figura 3-5. Se estas singularidades forem evitadas, o posicionamento do efetuador será totalmente definido e sua capacidade estrutural assegurada.

As condições de singularidade que devem ser evitadas são as seguintes:

- Quando todas as barras dos três antebraços estão paralelas a uma mesma direção, como mostra a Figura 3-5.a, o efetuador adquire três graus de liberdade a mais, dois graus de deslocamento no plano paralelo ao efetuador e um grau de rotação com o eixo de rotação paralelo ao efetuador;
- Se as barras de dois antebraços são paralelas entre si (Figura 3-5.b), o efetuador ganha um grau de liberdade de movimento em um arco circular;
- Se dois antebraços estão em um mesmo plano ou em dois planos paralelos (Figura 3-5.c), o efetuador terá um grau de liberdade rotacional a mais definido pelo eixo conectando as duas juntas entre a base inferior e o terceiro antebraço;
- Se os três antebraços estão em uma situação com seus três planos paralelos (Figura 3-5.d), a base inferior adquire mais três graus de liberdade, onde dois deles são de rotações que tem seus eixos pertencentes ao mesmo plano da base inferior, e o terceiro grau de liberdade é uma translação de baixa amplitude perpendicular ao plano da base inferior.

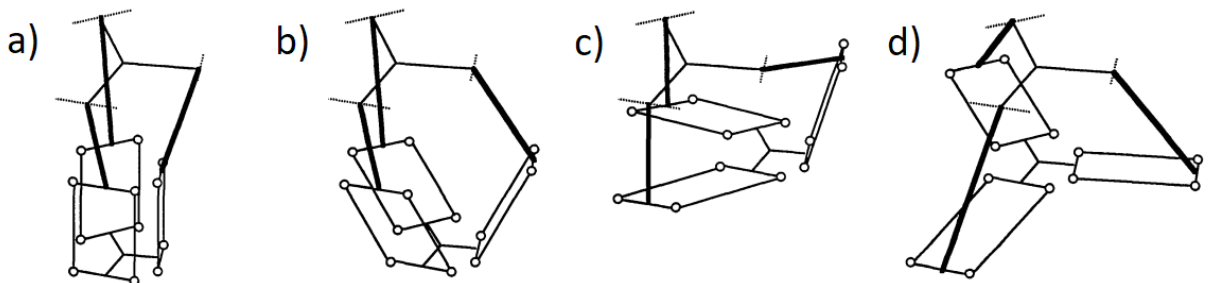


Figura 3-5 - Representação dos quatro tipos de singularidades do manipulador Delta. Fonte: (CLAVEL, 1991)

3.4 Cálculo do volume de trabalho e suas restrições

O equacionamento do volume de trabalho foi utilizado para obter as dimensões necessárias para a construção de um sistema mecânico para testes. Para tanto, foram

consideradas as restrições impostas pelas singularidades e limitações dos componentes (como, por exemplo, curso útil das juntas).

3.4.1 Cálculo do Volume de Trabalho

No presente trabalho, cálculo do volume de trabalho foi realizado pelo método de discretização. Assim, diferentemente dos trabalhos citados no Capítulo 2.4, que usam a cinemática inversa para obter o volume de trabalho, será aqui usada a cinemática direta. Esta forma de obtenção do volume de trabalho não foi encontrada na bibliografia, portanto, serão realizados testes e comparações com volumes de trabalho medidos para avaliar a validade do método proposto.

Usando as equações de cinemática direta e a propriedade de que as superfícies nos limites do volume de trabalho podem ser encontradas fixando os atuadores em suas posições limites (MERLET, 2006), foi elaborado e implementado um código no programa MATLAB® para conseguir obter as seis faces que limitam o volume de trabalho do robô, como apresentado na Figura 3-6.

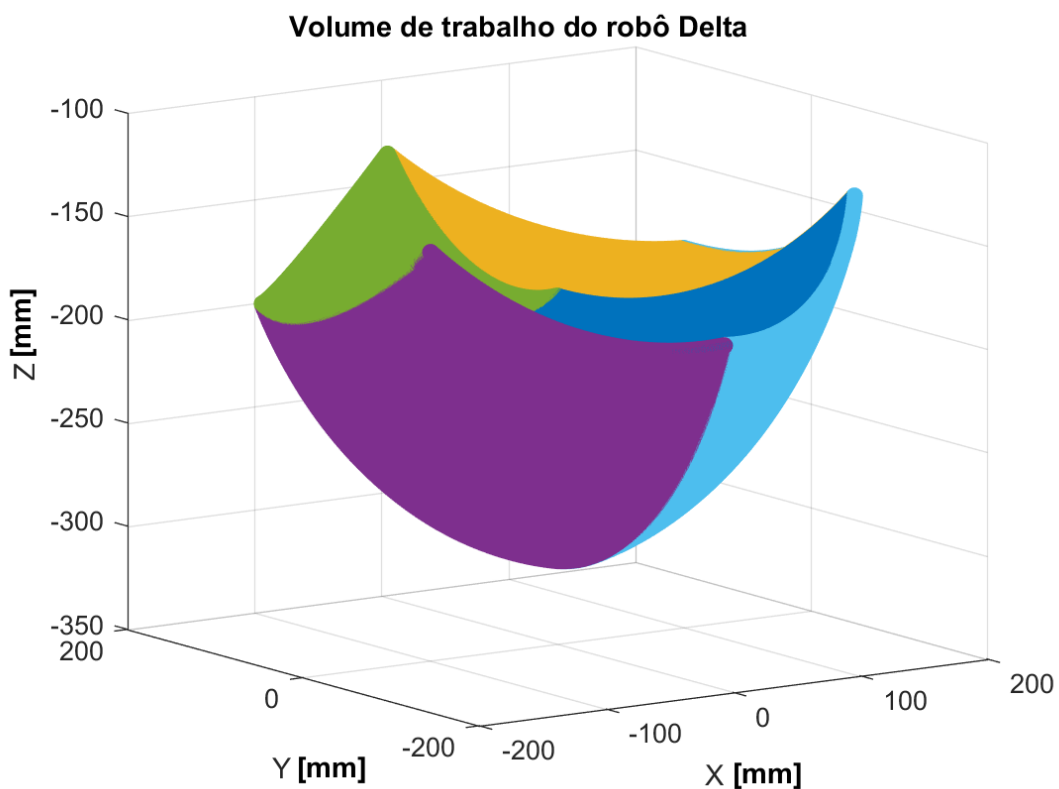


Figura 3-6 – Superfícies do volume de trabalho do robô Delta.

Estes dados foram obtidos utilizando o código da cinemática direta para realizar uma “varredura” no domínio espacial, cada vez com ângulos ligeiramente diferentes dos anteriores, ao mesmo tempo em que, em cada face, se mantém um ângulo fixo (θ_a) para o valor de θ_{max} (para as faces inferiores) ou θ_{min} (para as faces superiores), enquanto que os outros dois ângulos (θ_b e θ_c) variam um passo pequeno. Este passo é o que determina a distância entre os pontos e, portanto, a resolução do volume de trabalho. O fluxograma deste

código está representado na Figura 3-7. Para obter as três faces superiores e inferiores que compõe o contorno do volume de trabalho, deve-se seguir o fluxograma substituindo o ângulo θ_a pelos três ângulos da estrutura (θ_1, θ_2 e θ_3), usando um deles em cada novo ciclo de cálculo.

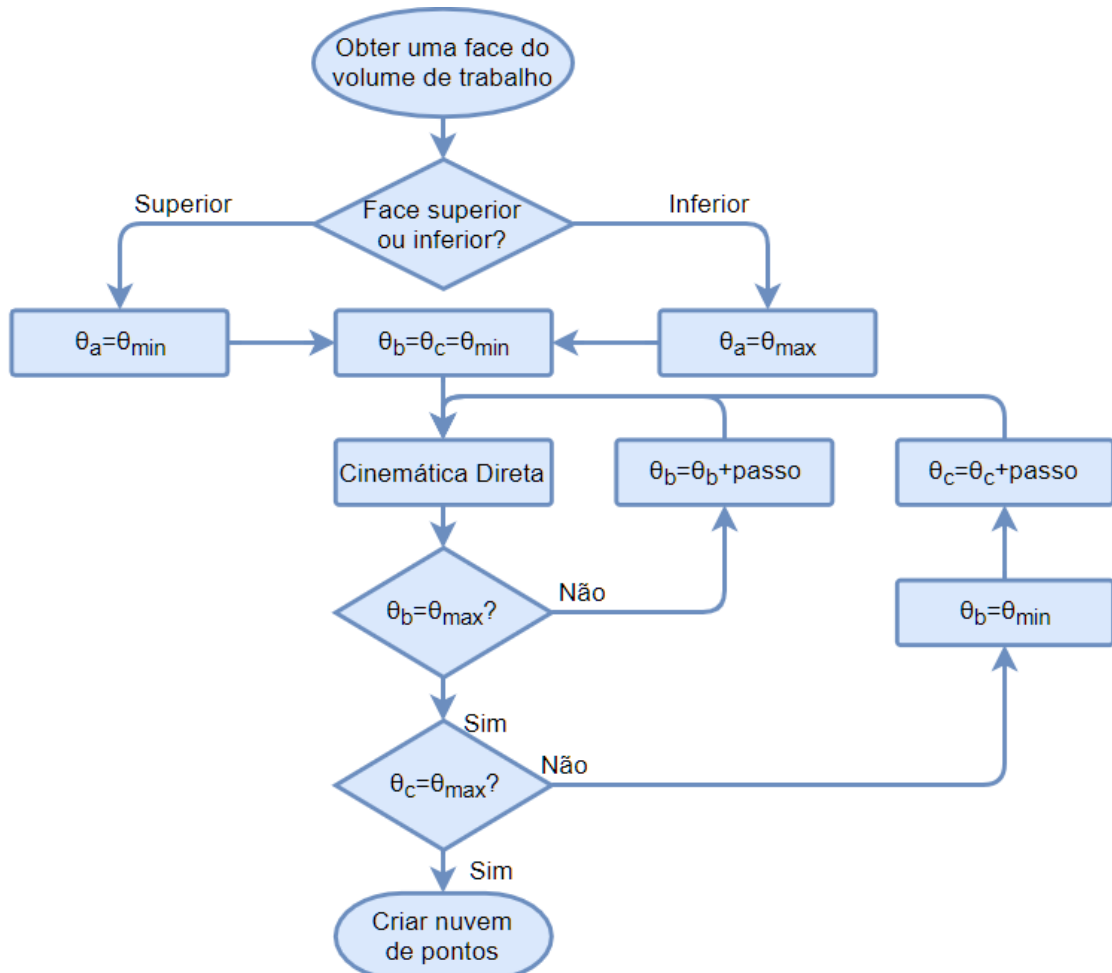


Figura 3-7 – Fluxograma de obtenção das faces do volume de trabalho.

Dentro do volume de trabalho total representado na Figura 3-6, será determinado um volume de trabalho menor que estará em seu interior, chamado de volume de trabalho efetivo. Este volume delimita a movimentação real do robô Delta, o qual terá um controle para atuar apenas neste volume efetivo. Este volume é definido para evitar singularidades e inconsistências em sua movimentação. Como o robô Delta tem um volume de trabalho com simetria radial, será usado um volume cilíndrico para a região na qual o robô poderá se mover, determinando um volume interno que evite as extremidades do volume de trabalho. Assim, é reduzida também a chance de se alcançar os pontos com singularidades, que, no caso das singularidades causadas por posicionamentos, ficam majoritariamente nos contornos do volume de trabalho (MAHMOODI, TABRIZI e ALIPOUR, 2015).

Considerando esta simetria radial, foi feito um gráfico com os mesmos dados da Figura 3-6, mas em duas dimensões, com o eixo z representando a altura e o outro eixo sendo o raio do volume, como mostra a Figura 3-8. Esta visualização deixa claro onde estão os limites do volume de trabalho, sendo a área preenchida o volume de trabalho inconsistente, ou seja, que

não se mantém presente durante toda a circunferência do volume, e a parte interna é a parte consistente, que pode ser alcançada independentemente do ponto da circunferência do robô.

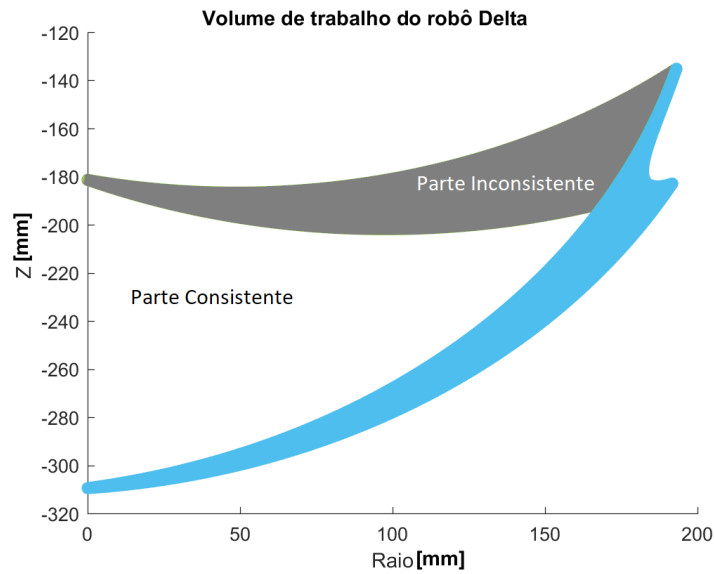


Figura 3-8 - Superfície do volume de trabalho em duas dimensões.

Para reduzir a quantidade de informações no gráfico apenas às necessárias para obter o volume de trabalho efetivo (o volume em que o robô poderá se mover), foram retiradas as regiões do volume de trabalho inconsistentes, mantendo apenas os limites da região consistente, os quais podem ser encontrados, com algumas limitações, por meio dos ângulos de entrada da cinemática direta. Os pontos que delimitam as curvas dos limites foram obtidos através do fluxograma da Figura 3-9.

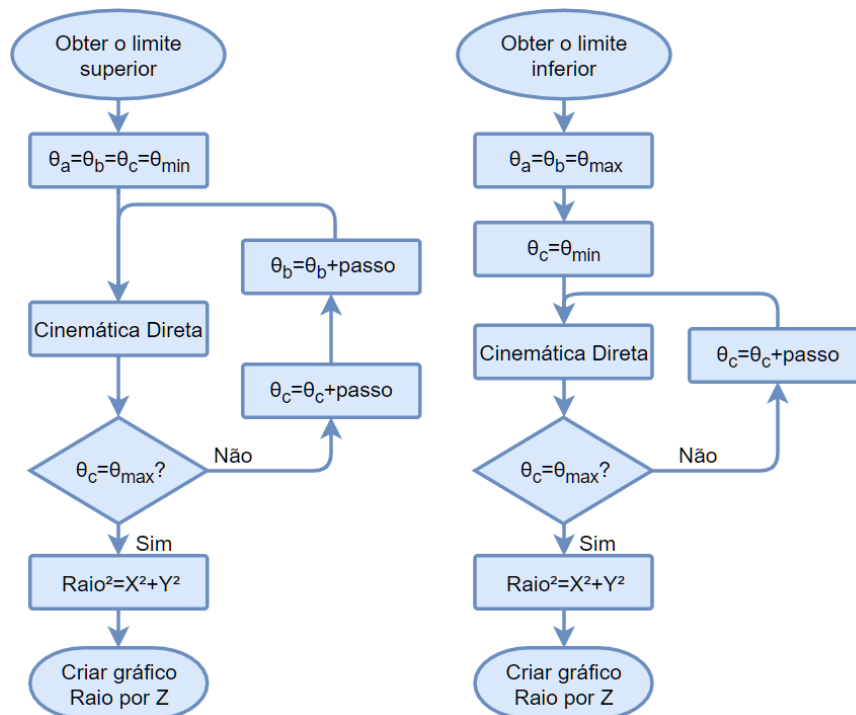


Figura 3-9 – Fluxogramas para a obtenção dos limites superiores e inferiores.

Diferentemente do fluxograma da Figura 3-7, neste caso é necessário calcular somente uma vez cada ciclo. Assim, este cálculo é feito com apenas um laço no algoritmo, formando o cálculo destes limites mais rápido, agilizando o processo de testes para obter os parâmetros da estrutura. O resultado da execução deste algoritmo está apresentado na Figura 3-10.

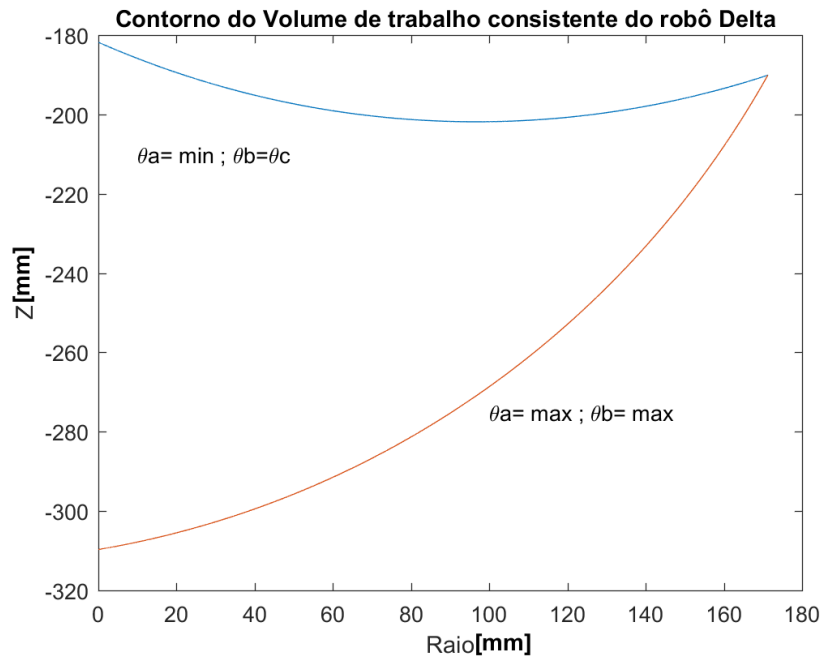


Figura 3-10 - Contorno do volume de trabalho consistente.

A partir da obtenção do volume de trabalho genérico, o passo seguinte é a obtenção da descrição do volume de trabalho final desejado, o que se consegue a partir da definição das dimensões do robô.

3.4.2 Restrições às Dimensões do Projeto

Para conseguir obter o volume de trabalho mais adequado ao projeto, diversas restrições podem ser impostas, sendo que, no presente trabalho, as restrições adotadas são as seguintes:

- O volume de trabalho efetivo foi definido como um cilindro com as suas dimensões de raio e altura fixas;
- Os valores de RA e de RB devem ser viáveis para o posicionamento dos atuadores e dos efetuadores, respectivamente. Portanto, estas dimensões foram definidas com valores mínimos de $RA = 100 \text{ mm}$ e $RB = 30 \text{ mm}$;
- Para evitar completamente a primeira singularidade descrita por Clavel, 1991, associada à disposição em paralelo dos antebraços, deve ser igual a $\theta_{max} = 90^\circ$ e $R > 0$. A Tabela 3-1 mostra diversos robôs Deltas industriais com seus respectivos valores K_2 , que é uma variável adimensional sobre os valores de RA e RB, tendo sua relação descrita na Equação (33);

$$K_2 = \frac{RA}{RB} = \frac{RA}{RA - R} \geq 1 \quad (33)$$

Tabela 3-1 - Volumes de trabalho de robôs Delta comerciais. Fonte: (MAHMOODI, TABRIZI e ALIPOUR, 2015)

	ABB-IRB 360/1 1130	YASKAWA-MPP3S
K1	≅ 2,28	≅ 2,69
K2	≅ 4,41	≅ 2,14
	FANUC-M3iA	KAWASAKI-YF003N
K1	≅ 2,23	≅ 2,43
K2	≅ 1,81	≅ 2,73

- Analisando os robôs Delta disponíveis comercialmente, percebe-se que eles obedecem à Equação (34) para definir a relação entre os raios das bases e as dimensões dos braços. Esta relação, se mantida, impossibilita a ocorrência das

últimas duas singularidades descritas por Clavel, 1991. A Tabela 3-1 também contém diversos valores de K_1 , mostrando a validade desta restrição;

$$K_1 = \frac{LB}{LA} \geq 2 \quad (34)$$

- Para evitar a segunda singularidade, onde dois antebraços estão paralelos a uma mesma direção, a relação adimensional descrita na Equação (35) deve ser respeitada (CLAVEL, 1991);

$$r = \frac{R}{LA} \geq 0,5 \quad (35)$$

- O limite angular mecânico das juntas esféricas, representado pelo ângulo γ , será considerado com o valor analisado na estrutura quando houver este dado, caso contrário, este ângulo será desconsiderado. Os efeitos do ângulo γ foram discutidos no Capítulo 3.5.
- O valor de θ_{min} será geralmente um valor previamente determinado, sendo um valor que depende somente de como a estrutura do robô é montada para não haver colisões mecânicas. Para os casos em que não exista um valor θ_{min} pré-determinado, será usada a relação descrita na Equação (36) e mostrada na Figura 3-11, que representa o menor ângulo viável para não haver colisões mecânicas em uma estrutura sólida.

$$\theta_{min} \leq \arccos\left(\frac{R}{LB - LA}\right) \quad (36)$$

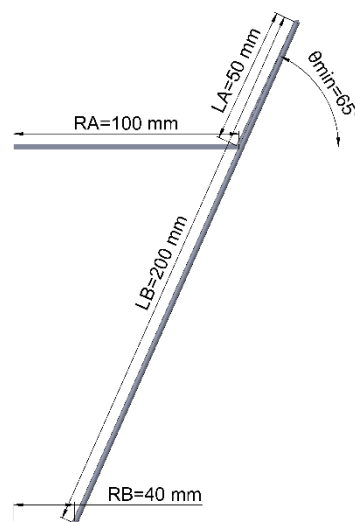


Figura 3-11 – Representação da definição do menor ângulo que o braço pode alcançar.

3.5 Restrições de movimento causadas pelas juntas esféricas

Os limites angulares das juntas esféricas são um dos fatores mais significativos de redução do volume de trabalho (OBERHAUSER, 2016). Portanto, devem ser levados em consideração quando se calculam os limites do volume. Estes limites impedem a movimentação lateral dos

paralelogramos de cada cadeia cinemática, o que, conseqüentemente, reduz os limites laterais do volume de trabalho.

Para encontrar os valores do ângulo γ , foram usados os resultados obtidos da cinemática direta para cada ponto testado. Tendo em mãos todos os parâmetros da estrutura Delta, o cálculo deste ângulo se resume a um cálculo geométrico simples representado no diagrama da Figura 3-12.

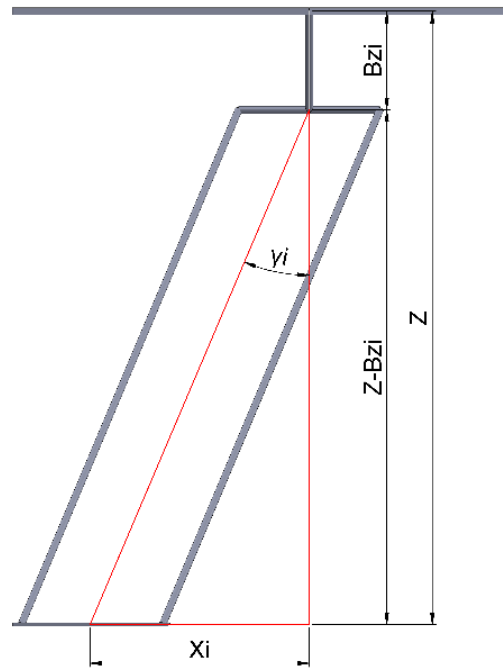


Figura 3-12 – Diagrama do cálculo do ângulo γ .

A Equação (37) permite calcular o ângulo γ , onde o valor de x_i pode ser obtido por meio da equação de rotação em torno do eixo Z, explicitada na Equação (14), e o valor de B_{zi} pode ser obtido utilizando a da Equação (15).

$$\gamma_i = \text{atan}\left(\frac{x_i}{Z - B_{zi}}\right) \quad (37)$$

A inserção desta equação no fluxograma de aquisição das faces do volume de trabalho, que se encontra descrito na Figura 3-7, resulta em um novo laço de testes, onde, em cada ponto da face do volume de trabalho, é testado se este ponto está obedecendo esta restrição das juntas esféricas, comparando cada ângulo calculado pela Equação (37) com o ângulo de junta máximo estipulado, γ_{max} . No caso em que o ângulo calculado é maior que γ_{max} , é acrescentado (ou descontado, caso esteja se obtendo uma face inferior) um pequeno valor constante ao valor de θ_a . Este processo é repetido diversas vezes, sendo, em cada vez, realizada nova comparação dos ângulos, até que os ângulos das juntas estejam dentro dos limites estipulados. Este algoritmo está representado pelo fluxograma da Figura 3-13.

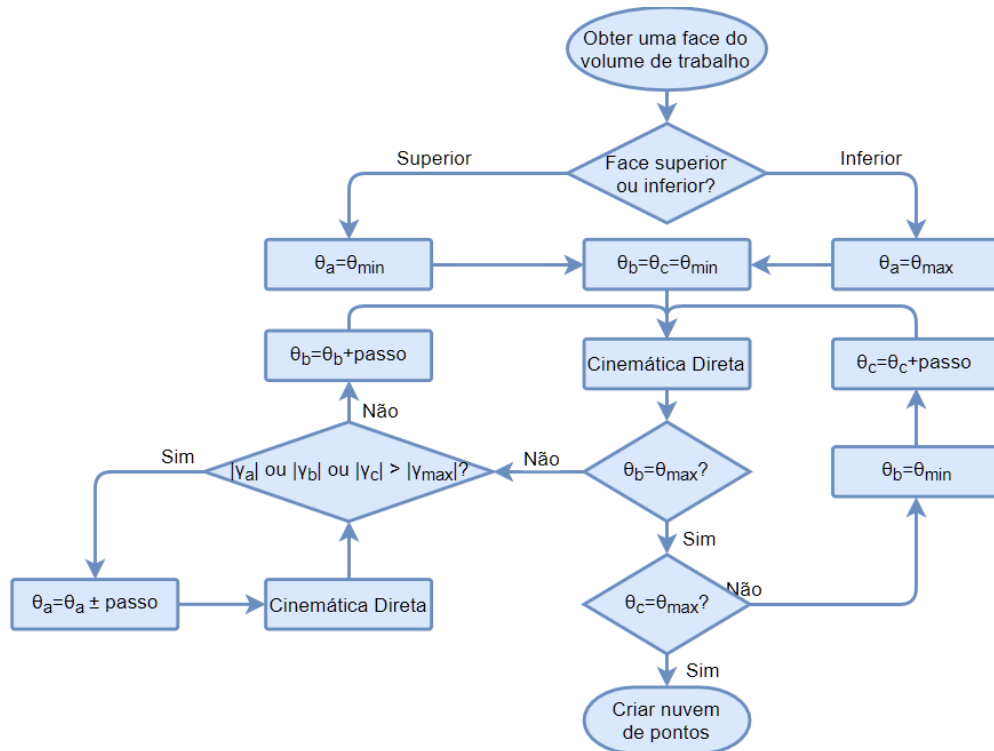


Figura 3-13 – Fluxograma para criação das faces do volume de trabalho com restrições.

3.6 Desenvolvimento de um sistema de avaliação experimental

Foi realizada uma montagem preliminar de um sistema de avaliação experimental do algoritmo de cálculo proposto para o volume de trabalho, para que fosse possível testar a validade do cálculo das limitações mecânicas das juntas esféricas.

Todos os componentes deste sistema foram modelados no programa SOLIDWORKS®, da empresa Dassault Systèmes®. A Figura 3-14 mostra a modelagem concluída e, ao seu lado, uma foto gráfica da estrutura montada, para comparar a modelagem com o resultado final.

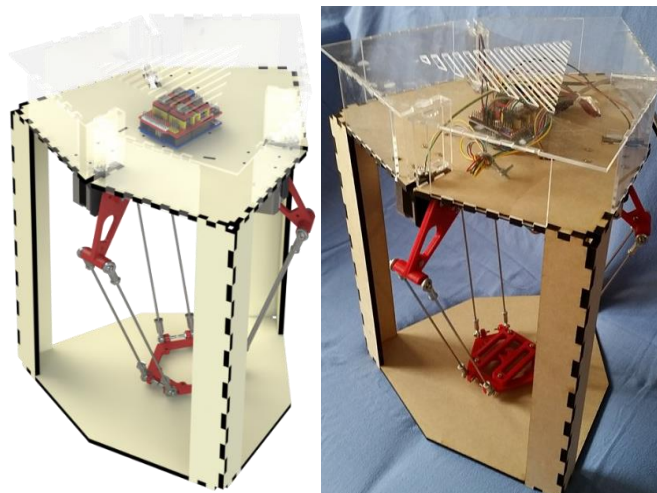


Figura 3-14 - Modelo do sistema concluído e a estrutura montada.

A estrutura foi criada com as dimensões apresentadas na Tabela 3-2, onde se escolheu as dimensões baseadas nas restrições citadas no Capítulo 3.4.2 e na dimensão LB, que foi uma haste metálica com juntas esféricas adquirida com dimensão comercial (fixa).

Tabela 3-2 - Dimensões do robô Delta.

Parâmetros	Dimensões
RA	90 mm
LA	70 mm
LB	243 mm
RB	50 mm
θ_{min}	-36°
θ_{max}	90°
Z_{min}	205 mm

3.6.1 Atuadores e acionamento

Para o acionamento do robô, foram escolhidos três motores de passo NEMA17, com ângulo de passo de 1.8°, controlados por um microcontrolador Arduino Uno R3 com escudo CNC v3, este com três controladores de motor de passo Pololu A4988 (um para cada motor de passo).

Este conjunto de atuadores e processador permite o uso de bibliotecas de controle desenvolvidas especificamente para motores de passo, no caso, a biblioteca gratuita GRBL v0.9j (SKOGSRUD e JEON, 2017), que permitiu o controle simples e direto da rotação, velocidade e aceleração de cada motor.

Com estes controladores para os motores, foi feito o processo de obtenção de micro passos, que é o processo de interpolação entre as posições de um passo completo, obtido através do controle linear da corrente de acionamento do motor. O controlador da Pololu permite dividir o passo normal do motor em até 16 micro passos, o que deixa a resolução do motor em 0,1125° por micro passo.

4 Resultados

4.1 Comparações entre volumes de robôs Delta industriais

O primeiro teste do algoritmo de obtenção do volume de trabalho foi realizado utilizando como referência os volumes de trabalho dos quatro robôs de arquitetura Delta 3-RRR comerciais apresentados na Tabela 3-1. Dos quatro robôs, apenas dois disponibilizam as dimensões dos seus elementos da cadeia cinemática, os robôs ABB-IRB 360/1 e YASKAWA-MPP3S. Foram obtidas as dimensões dos outros dois robôs (modelos KAWASAKI-YF003N e FANUC-M3iA) através das outras dimensões divulgadas, como a altura mínima do volume, e das relações adimensionais de K_1 e K_2 disponibilizadas por MAHMOODI, TABRIZI e ALIPOUR, 2015.

Após a obtenção dos valores dos parâmetros dimensionais RA, RB, LA e LB, foram feitos testes usando os gráficos criados a partir dos fluxogramas mostrados na Figura 3-7, onde foram feitas diversas iterações para encontrar os valores de θ_{min} e θ_{max} , sendo que em nenhum catálogo de dados dos robôs comerciais esta informação estava disponível. Para melhorar a visualização da parte consistente, no gráfico do resultado final se usou o algoritmo descrito na Figura 3-9, que mostra claramente a divisão entre a parte consistente e inconsistente.

Cada robô disponibiliza em sua tabela de dados as dimensões de seu volume de trabalho e sua altura mínima, o que foi usado para delimitar o volume descrito pela empresa dentro do volume calculado pelos algoritmos propostos neste trabalho.

A Figura 4-1 mostra os volumes encontrados do robô ABB-IRB 360/1 (ABB, 2017), onde só foi possível ajustar o volume de trabalho usando um valor de 100° para o θ_{max} . Como este ângulo só é necessário nos limites do volume de trabalho, não irá gerar a primeira singularidade descrita por Clavel, 1991, mas com um custo de ser necessário criar um controle com maior robustez para evitar a possibilidade de executar movimentos em que ocorreriam singularidades.

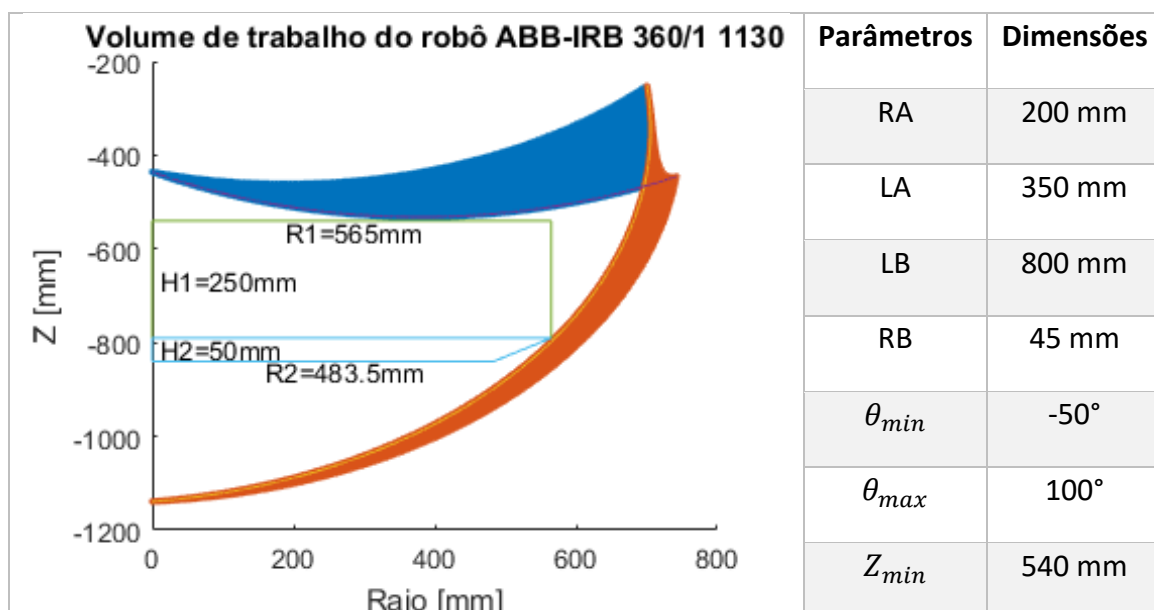


Figura 4-1 – Gráfico do volume de trabalho do robô ABB-IRB 360/1 e seus parâmetros.

Assim como no caso do volume de trabalho do robô ABB-IRB 360/1, o mesmo problema do ângulo mínimo se repete nos próximos dois volumes dos robôs Delta, o volume do robô YASKAWA-MPP3S (YASKAWA, 2017), mostrado na Figura 4-2 e o volume do robô KAWASAKI-YF003N (KAWASAKI, 2017), exibido na Figura 4-3. Já, o volume do robô FANUC-M3iA (FANUC, 2017) manteve o ângulo máximo em 90° , assim respeitando a primeira singularidade de posicionamento, como é mostrado na Figura 4-4.

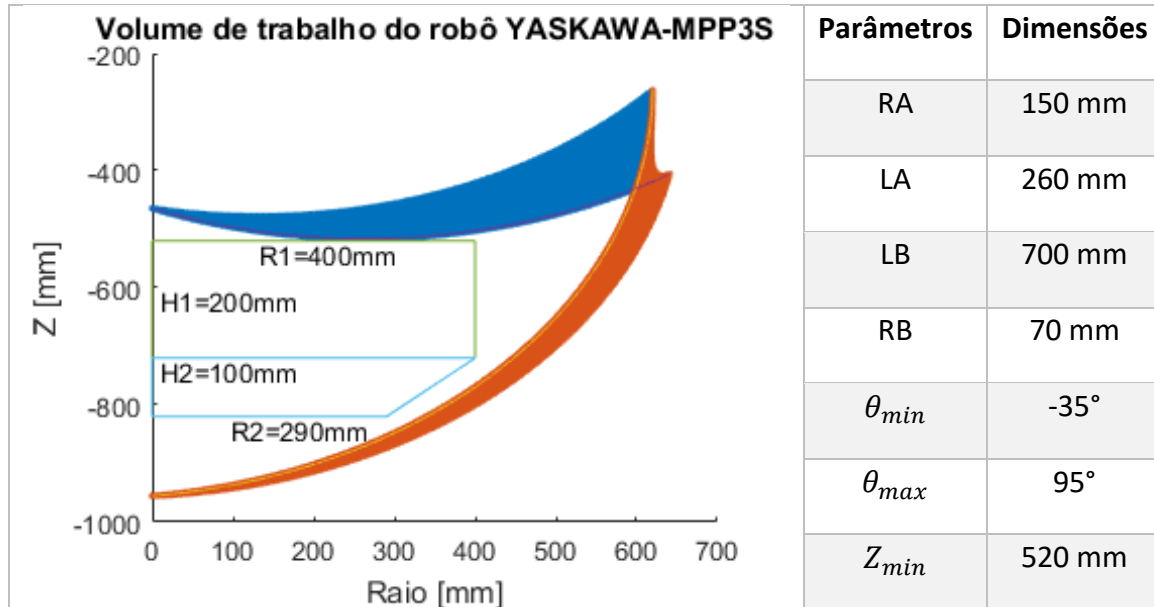


Figura 4-2 – Gráfico do volume de trabalho do robô YASKAWA-MPP3S e seus parâmetros.

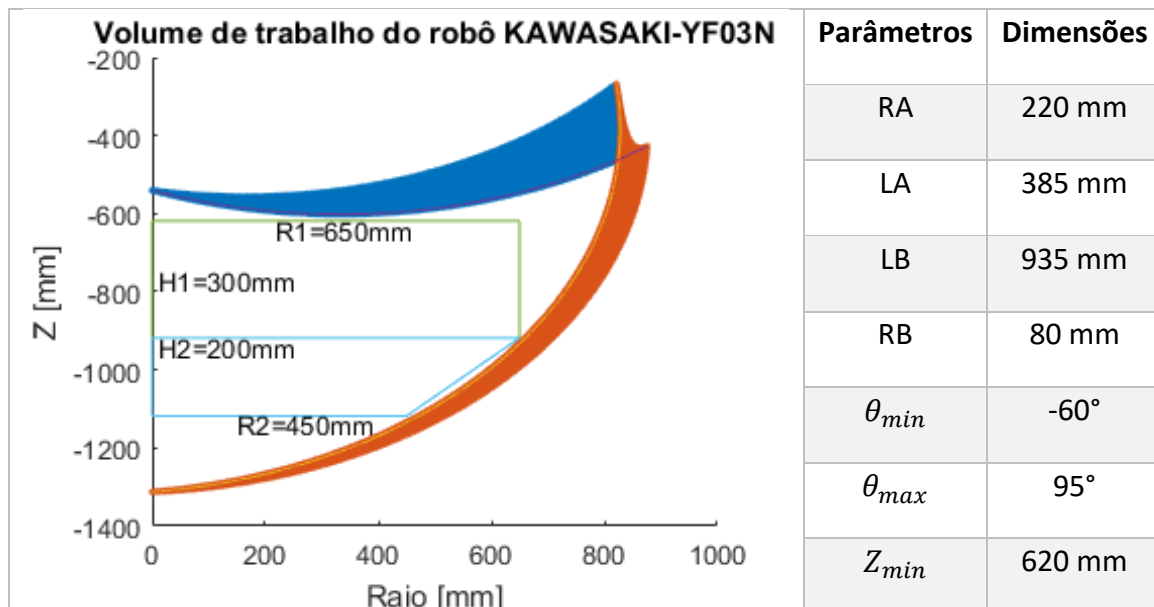


Figura 4-3 – Gráfico do volume de trabalho do robô KAWASAKI-YF003N e seus parâmetros.

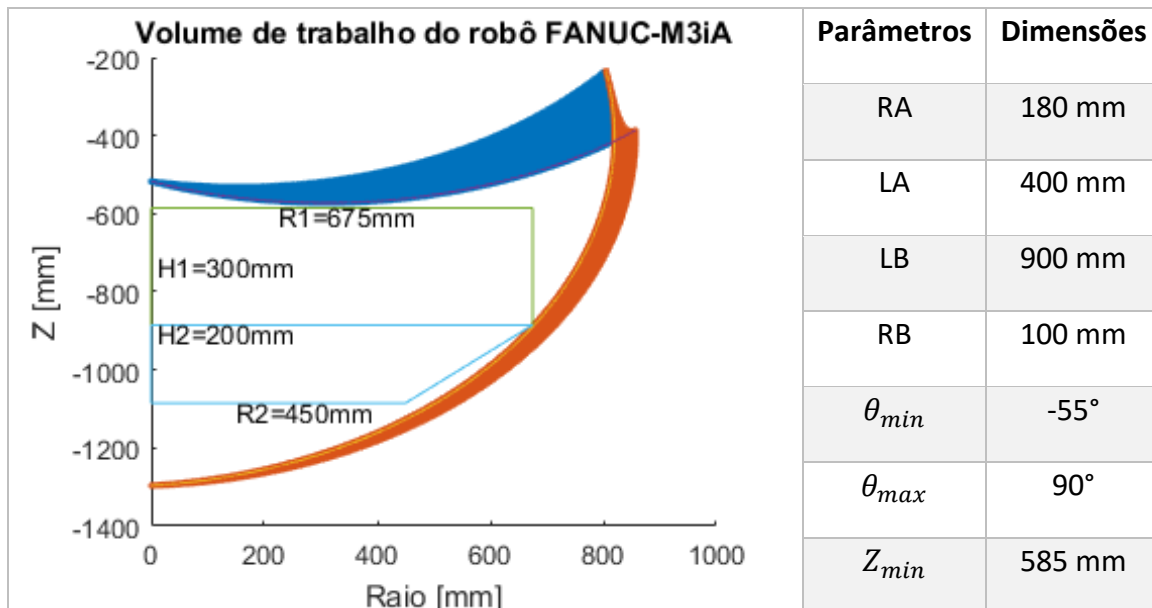


Figura 4-4 – Gráfico do volume de trabalho do robô FANUC-M3iA e seus parâmetros.

4.2 Redução do volume causado por restrições mecânicas

Na bibliografia, foram estipulados três limites diferentes para a movimentação das juntas esféricas: a limitação de juntas esféricas de $\pm 20^\circ$ (OBERHAUSER, 2016), a limitação de juntas cardam e juntas esféricas, estipulado em $\pm 40^\circ$ (CLAVEL, 1991), e o limite para as juntas estipulado em $\pm 60^\circ$ (PRANAV, MUKILAN e GANESH, 2016). Utilizando os limites de $\pm 20^\circ$, $\pm 40^\circ$ e $\pm 60^\circ$, foram geradas as faces de quatro volumes de trabalho para avaliar quão significativo seria o efeito do ângulo das juntas. Os volumes estão representados na Figura 4-5.

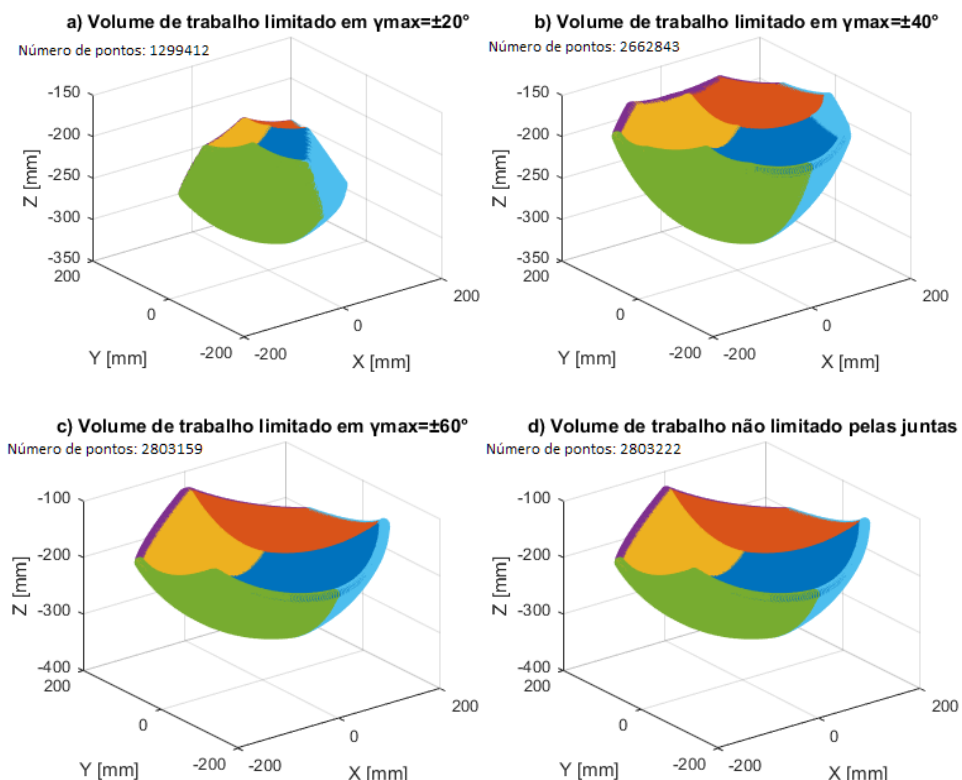


Figura 4-5 – Variação no volume de trabalho por diferentes limites angulares das juntas.

Analisando os volumes de trabalho, é possível verificar que ocorre uma significativa perda no volume total de trabalho quando o ângulo γ da junta esférica tem o limite em $\pm 20^\circ$, como mostrado na Figura 4-5.a). Para calcular quão significativa é esta redução, se usou o número de pontos que compõe cada volume de trabalho que foi criado para uma configuração com as dimensões descritas na Tabela 3-2, onde se comparou com o volume da Figura 4-5.d), que é o volume que não está restringido pelos limites mecânicos da junta esférica. O volume da Figura 4-5.a) tem apenas 46,3% do número de pontos do volume completo, enquanto que o volume da Figura 4-5.b) tem 95% do número de pontos do volume completo e a Figura 4-5.c) ficou com 99,99% do número de pontos. Como a perda de volume é principalmente nas extremidades inconsistentes, o uso de juntas com um limite de $\pm 40^\circ$ de movimentação lateral é suficiente, mas o ideal é o uso de juntas com $\pm 60^\circ$ de movimentação lateral, que virtualmente não reduz o volume de trabalho.

4.3 Volume de trabalho do sistema de avaliação experimental

Usando as dimensões do sistema de avaliação experimental, foram aplicados os algoritmos de aquisição de volume de trabalho e, depois, testado se este volume estava consistente com a possibilidade de movimentação do sistema de avaliação, comparando esta movimentação tanto pelo volume sem restrições de ângulo das juntas esféricas dos paralelogramos quanto pelo volume que tem estas restrições.

4.3.1 Volume de trabalho sem restrições das juntas esféricas

Usando o fluxograma da Figura 3-9, criou-se um gráfico dos limites da parte consistente do volume de trabalho deste sistema, usando-o para encontrar um volume de testes cilíndrico de 100 mm de raio e 60 mm de altura onde se testará a movimentação do robô, avaliando, assim, se este sistema consegue atingir este raio máximo em diferentes alturas dentro do volume. O gráfico criado está apresentado na Figura 4-6, onde as regiões delimitadas pelas cores verde e ciano representam o volume de testes.

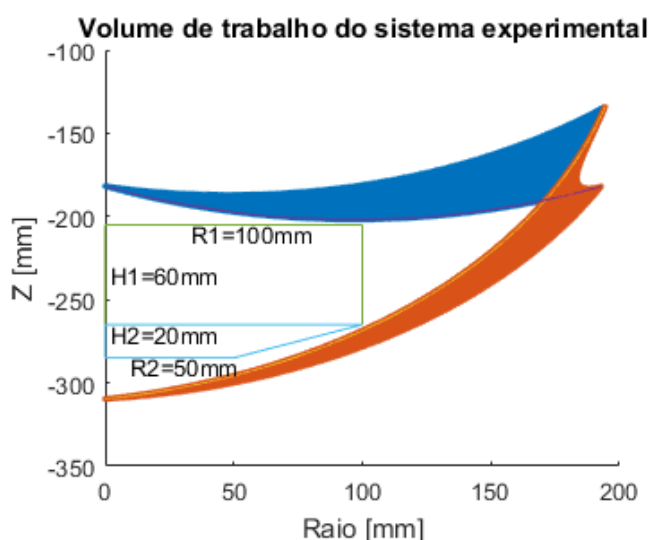


Figura 4-6 – Gráfico do volume de trabalho do sistema experimental.

4.3.2 Volume de trabalho com restrições das juntas esféricas

Utilizando o mesmo volume de testes do caso em que não havia restrições mecânicas no sistema, foi criado um novo gráfico utilizando o algoritmo da Figura 3-13, utilizando um γ_{max} de $\pm 20^\circ$, que é o ângulo máximo das juntas no sistema experimental, apresentado na Figura 4-7.

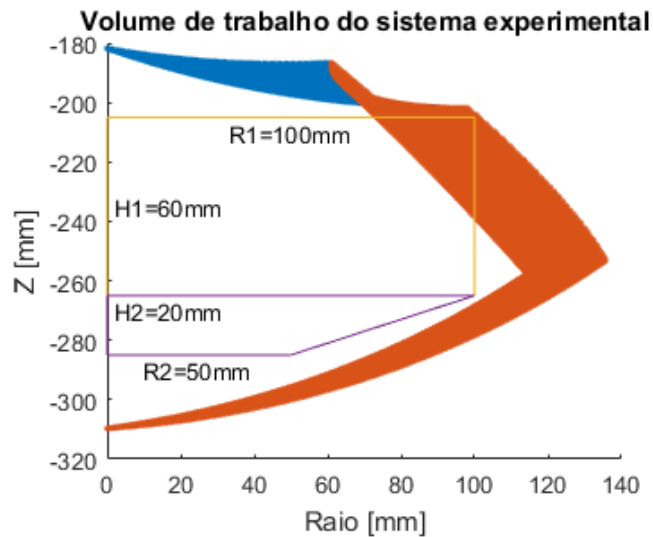


Figura 4-7 - Gráfico do volume de trabalho do sistema experimental com restrições.

4.3.3 Movimentação do sistema de avaliação experimental

Com ambos os casos calculados, o caso em que não há restrições no volume de trabalho e o caso em que há restrições nos limites angulares das juntas esféricas, foram feitos dois testes. O primeiro teste foi realizado para comprovar a validade do cálculo do volume de testes sem restrições. Para tanto, foi escolhida uma altura do volume de trabalho não afetada pelas restrições, $Z = -265\text{ mm}$, onde se calculou o plano XY do volume nesta altura e se comparou tanto o formato do perímetro quanto o maior e o menor valor de Y (Y_{sup} e Y_{inf} , respectivamente). O resultado do primeiro teste está mostrado na Figura 4-8.

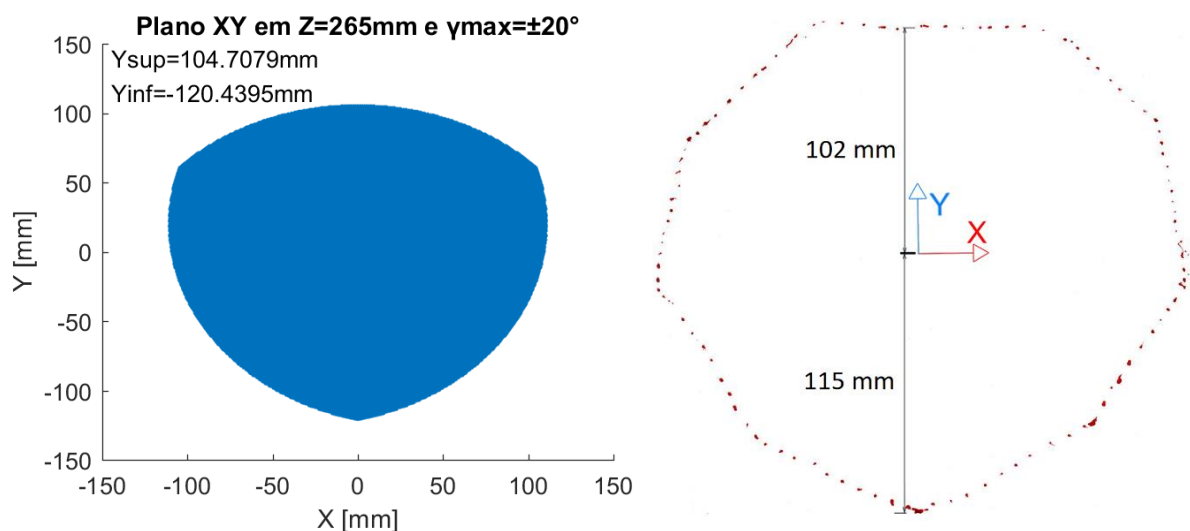


Figura 4-8 – Superfície do volume de trabalho sem restrições calculada e experimental.

Neste primeiro teste, a estrutura do sistema foi um limitante para esta região, pois nas três regiões que haviam as pernas do sistema não foi possível avançar com a base inferior, portanto existem três retas no teste experimental que representam esta limitação, a mais clara sendo a linha horizontal na região superior, as outras duas estando simetricamente a $\pm 120^\circ$ da linha horizontal. Ainda existiram outras alterações do alcance do sistema causadas por outros efeitos mecânicos não considerado neste trabalho, como o atrito e o fato dos elementos da cadeia cinemática não serem corpos rígidos.

O segundo teste foi realizado na região superior do volume de testes, onde não deveria haver problemas para o sistema sem restrições das juntas. A flexibilidade do sistema causou divergências nos valores teóricos e experimentais, mas, mesmo com estas divergências, ainda é possível determinar que esta superfície está menor do que a superfície anterior, o que é o contrário do que se esperaria caso não fossem consideradas as restrições, como mostra a Figura 4-6, mas estando, portanto, de acordo com o volume restrito pelas limitações das juntas mostrado no gráfico da Figura 4-7. O resultado do segundo teste está mostrado na Figura 4-9.

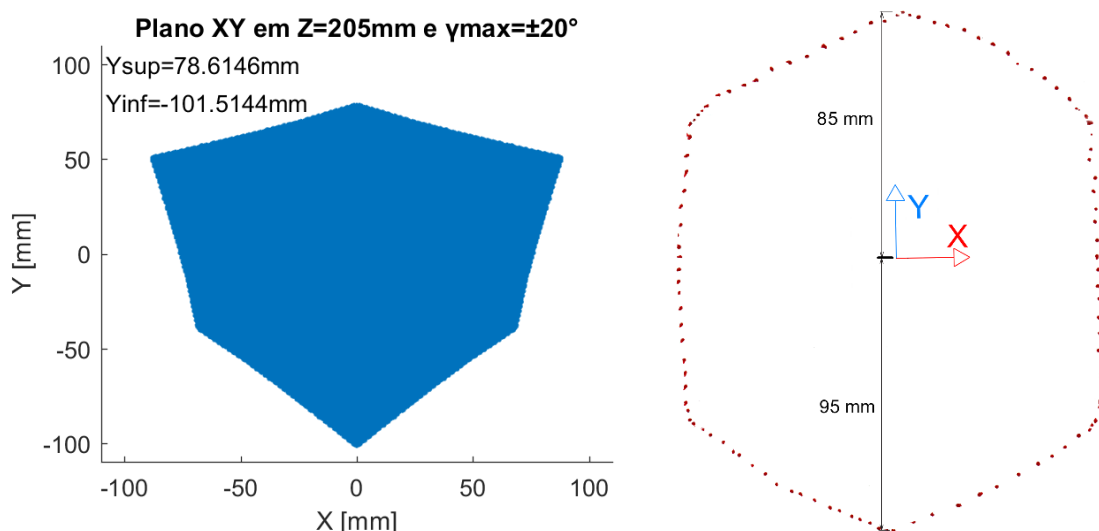


Figura 4-9 - Superfície do volume de trabalho com restrições calculada e experimental.

5 Conclusões e Trabalhos Futuros

5.1 Conclusões

Diante do trabalho realizado, verificou-se que a realização da análise da cinemática direta e inversa foi mais dificultosa que o previamente esperado, principalmente pelo fato de, apesar da ampla pesquisa realizada, não se ter encontrado inicialmente uma referência que desenvolvesse detalhadamente o equacionamento da cinemática direta. Apenas após ter sido encontrada a referência YAN, LIU e JIAO, 2016, esta dificuldade inicial foi superada e foi possível equacionar e aplicar a cinemática de maneira eficiente no algoritmo de cálculo do volume de trabalho.

Superada essa fase de cálculo da cinemática direta, o desenvolvimento do método para aquisição experimental do volume de trabalho foi realizado de forma relativamente rápida, sendo que o algoritmo utiliza as informações necessárias obtidas diretamente do algoritmo de cálculo da cinemática direta.

Verificou-se também que todos os volumes de trabalho de robôs Delta comerciais testados se mantêm dentro da região consistente calculada via o algoritmo desenvolvido, o que é uma indicação da efetividade do funcionamento deste algoritmo. Evidentemente, mais testes nesse sentido deverão ser realizados futuramente.

Devido aos materiais utilizados (que foram definidos em função do custo e da viabilidade de aquisição no tempo disponível), o mecanismo construído para avaliar os resultados teóricos resultou com uma baixa rigidez estrutural, o que diminuiu consideravelmente sua precisão de movimentação, tendo sido, porém, adequado para mostrar a diferença causada pelos limites angulares das juntas esféricas, servindo, assim, ao seu propósito principal.

Conclui-se, assim, principalmente a partir da análise dos resultados obtidos, que todos os objetivos do trabalho propostos inicialmente foram alcançados.

5.2 Trabalhos Futuros

- Otimizar o algoritmo do volume de trabalho sendo limitado pelas restrições das juntas esféricas;
- Criar interface amigável para usuários;
- Inserir mais restrições no algoritmo do volume de trabalho;
- Possibilitar a aquisição de mais informações a partir do algoritmo do volume de trabalho, como a carga máxima do sistema em diferentes regiões do volume e a resolução mínima do sistema;
- Considerar as singularidades causadas pela dinâmica desta arquitetura;
- Construir um novo mecanismo, considerando a dinâmica do sistema.

6 Bibliografia

- A. H. ALASHQAR, H. Modeling and High Precision Motion Control of 3 DOF Parallel Delta Robot Manipulator. The Islamic University of Gaza. Gaza-Palestine. 2013.
- ABB. IRB 360 FlexPicker®. ABB, 2017. Disponível em: <<http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-360>>. Acesso em: 30 nov. 2017.
- CHA, H.-J. et al. Workspace Analysis of the DELTA robot according to robot parameters and ball joints, 2013.
- CHUNG, C. 3-Axis and 5-Axis Machining with Stewart Platform. National University of Singapore. Singapore. 2012.
- CLAVEL, R. Conception d'un Robot Parallele Rapide a 4 Degres de Liberte. Ecole Polytechnique Federale de Lausanne. Lausanne. 1991.
- DRAGOS, A. et al. Determining the Workspace Shape of a Robot with Delta 3D of Parallel Structure, 2012.
- FANUC. M-3iA/12H Delta Robot, 2017. Disponível em: <<http://www.fanuc.eu/se/en/robots/robot-filter-page/m3-series/m-3ia-12h>>.
- GRITSENKO, I. et al. Delta Robot Forward Kinematics Method with One Root. International Conference on Robotics on Automation Sciences, Kazakhstan, 2017.
- JO, D. Y.; HAUG, E. J. Workspace Analysis of Closed-loop Mechanisms with Unilateral Constraints. Iowa. 1989.
- JOUBAIR, A.; SLAMANU, M.; BONEV, I. A. Kinematic calibration of a five-bar planar parallel robot using all working modes. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, v. 29, n. 4, 2013.
- KAWASAKI. YF003N Robot, 2017. Disponível em: <<https://robotics.kawasaki.com/en1/products/robots/pick-place/YF003N/>>.
- MAHMOODI, M.; TABRIZI, M. G.; ALIPOUR, K. A New Approach for Kinematics-based Design of 3-RRR Delta Robots with a Specified Workspace, 2015.
- MAJID, M. Z. A.; HUANG, Z.; YAO, Y. L. Workspace analysis of a six-degrees of freedom, three-prismatic-prismatic-spheric-revolute parallel manipulator. Int. J. Adv. Manuf. Technol., v. 16, p. 441-449, 2000.
- MAYA, M. et al. Workspace and Payload-Capacity of a New Reconfigurable Delta Parallel Robot. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2012.
- MERLET, J. P. Parallel Robots. Springer Science & Business Media, p. 422, 2006.
- MOLINA, F. A. L. Ambiente de simulação de manipuladores paralelos : modelagem, simulação e controle de uma plataforma Stewart. Universidade Estadual de Campinas. Campinas. 2008.
- OBERHAUSER, J. Q. Design, Construction, Control, and Analysis of Linear Delta Robot. Ohio University. Ohio. 2016.
- PRANAV, M.; MUKILAN, A.; GANESH, C. S. A Novel Design of Delta Robot, 2016.
- SKOGRUD, S. S.; JEON, S. Github. Grbl - An open source, embedded, high performance g-code-parser and CNC milling controller written in optimized C that will run on a straight Arduino, 1 Maio 2017. Disponível em: <<https://github.com/grbl/grbl>>. Acesso em: 30 Novembro 2017.

TARTARI, S. C. Modelagem e Otimização de um robô de arquitetura paralela para aplicações industriais. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo. 2006.

TSAI, L.-W. Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1999.

YAN, L.; LIU, D.; JIAO, Z. Novel Design and Kinematics Modeling for Delta Robot with Improved End Effector. Research Institute of Beihang University in Shenzhen. Shenzhen. 2016.

YASKAWA. MPP3S. MPP-SERIES, 2017. Disponível em:
<<https://www.yaskawa.eu.com/en/products/robotic/motoman-robots/productdetail/product/mpp3s/>>.

ZHANG, D. Parallel Robotic Machine Tools. New York: Springer Science & Business Media, 2009. 244 p.

Apêndice A Código das cinemáticas para MATLAB®

```

%Equacionamento da cinemática direta e inversa de um robô Delta
%Ricardo Gliese Lansarin
%UFRGS
%Porto Alegre, Brasil
%Versão criada em 18/11/2017
%Baseado no artigo de P.J. Zsombor-Murray de 01/04/2004,
%Descriptive Geometric Kinematic Analysis of Clavel's "Delta" Robot
%Que foi explicado em maiores detalhes no site
%http://forums.trossenrobotics.com/tutorials/introduction-129/delta-robot-kinematics-3276/
%Acessado dia 18/11/2017

%Constantes mecânicas
%ra Raio da base topo
%la Comprimento da haste do motor
%lb Comprimento haste
%rb Raio base móvel inferior

%Centro da base topo é ponto (0,0,0)
% ^y \ / braços do robo
% | x |
% --> //z para cima
%
%Centro da base inferior é ponto (x,y,z)

%função com entradas de dimensões do robô (ra, la, lb, rb), se é cinemática inversa ou
%direta (tipocinematica) e as entradas de posição ou angulo (in1, in2, in3)
function [out1, out2, out3] = cinematicadelta(ra, la, lb, rb, tipocinematica, in1, in2, in3)
%tipocinematica=0; %1 para cinemática inversa e 0 para direta

if (tipocinematica==1)
    %Cálculo de cinemática inversa, usuário dá posição e cinemática diz ângulos
    %dos motores
    %Para achar os ângulos, precisa achar o ponto BC no fim do braço (la)
    X1=in1;
    Y1=in2;
    Z=in3; %Z é igual para todos braços

    %Rotacionando 120°
    X2=X1*cos(2/3*pi)+Y1*sin(2/3*pi);
    Y2=-X1*sin(2/3*pi)+Y1*cos(2/3*pi);

    %Rotacionando 240°
    X3=X2*cos(2/3*pi)+Y2*sin(2/3*pi);
    Y3=-X2*sin(2/3*pi)+Y2*cos(2/3*pi);

    r=-ra+rb;
    a=1;
    a1=(r-Y1)/Z;
    b1=(la^2-lb^2+X1^2+Y1^2+Z^2-r^2)/(2*Z);
    b=(2*a1*b1-2*r)/(1+a1^2);
    c=(r^2+b1^2-la^2)/(1+a1^2);
    delta=sqrt(b^2-4*a*c);
    By1=(-b-delta)/(2*a);
    Bz1=a1*By1+b1;

    a1=(r-Y2)/Z;
    b1=(la^2-lb^2+X2^2+Y2^2+Z^2-r^2)/(2*Z);
    b=(2*a1*b1-2*r)/(1+a1^2);
    c=(r^2+b1^2-la^2)/(1+a1^2);
    delta=sqrt(b^2-4*a*c);
    By2=(-b-delta)/(2*a);
    Bz2=a1*By2+b1;

    a1=(r-Y3)/Z;
    b1=(la^2-lb^2+X3^2+Y3^2+Z^2-r^2)/(2*Z);
    b=(2*a1*b1-2*r)/(1+a1^2);
    c=(r^2+b1^2-la^2)/(1+a1^2);
    delta=sqrt(b^2-4*a*c);
    By3=(-b-delta)/(2*a);
    Bz3=a1*By3+b1;

    theta1=-asin(Bz1/la)*180/pi;
    theta2=-asin(Bz2/la)*180/pi;
    theta3=-asin(Bz3/la)*180/pi;

```

```

out1=round(theta1,15);
out2=round(theta2,15);
out3=round(theta3,15);

else
    %Cinematica direta
    %Entrada são os ângulos theta

    %Primeiro achar pontos x y z do fim do braço ra para todos motores, fim da haste do
    atuador
    x1=0; %Alinhado com x
    y1=-((ra-rb)+la*cos(in1*pi/180));
    z1=-la*sin(in1*pi/180);

    y2=((ra-rb)+la*cos(in2*pi/180))*sin(30*pi/180);
    x2=((ra-rb)+la*cos(in2*pi/180))*cos(30*pi/180);
    z2=-la*sin(in2*pi/180);

    y3= ((ra-rb)+la*cos(in3*pi/180))*sin(30*pi/180);
    x3=-((ra-rb)+la*cos(in3*pi/180))*cos(30*pi/180);
    z3=-la*sin(in3*pi/180);

    %resolvendo 3 equações que igualam a distância x y z ao comprimento lb

    w1 = y1*y1 + z1*z1;
    w2 = x2*x2 + y2*y2 + z2*z2;
    w3 = x3*x3 + y3*y3 + z3*z3;

    % // x = (a1*z + b1)/dnm
    a1 = (z2-z1)*(y3-y1)-(z3-z1)*(y2-y1);
    b1 = -((w2-w1)*(y3-y1)-(w3-w1)*(y2-y1))/2;

    % // y = (a2*z + b2)/dnm;
    a2 = -(z2-z1)*x3+(z3-z1)*x2;
    b2 = ((w2-w1)*x3 - (w3-w1)*x2)/2;

    % // a*z^2 + b*z + c = 0
    %denominador
    dnm = (y2-y1)*x3-(y3-y1)*x2;

    a = a1^2 + a2^2 + dnm^2;
    b = 2*(a1*b1 + a2*(b2-y1*dnm) - z1*dnm*dnm);
    c = (b2-y1*dnm)*(b2-y1*dnm) + b1*b1 + dnm*dnm*(z1*z1 - lb*lb);

    % // discriminante
    d = b*b - 4.0*a*c;
    if (d < 0) %só entra neste caso se tem algum erro
        Z=-1;
        b+sqrt(-d)
        b
        a
    else
        Z = -0.5*(b+sqrt(d))/a;
        X = (a1*Z + b1)/dnm;
        Y = (a2*Z + b2)/dnm;
    end
    out1=round(X,15);
    out2=round(Y,15);
    out3=round(Z,15);
end
end

```

Apêndice B Código de aquisição do volume de trabalho

```

function [out1, out2, out3] = volume_de_trabalho(ra, la, lb, rb, tipovolume, passovolume, juntamax)
direta=0;
inversa=1;
min=-36;
max=90;
%volume de trabalho completo
if(tipovolume==0)
    cont=1;
    ida1=0;
    ida2=0;
    for theta1=min:passovolume:min+passovolume
        if ida1==0
            for theta2=min:passovolume:max
                if ida2==0
                    for theta3=min:passovolume:max
                        [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb,
direta, theta1, theta2, theta3);
                        cont=cont+1;
                    end
                    ida2=1;
                else
                    for theta3=max:-passovolume:min
                        [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb,
direta, theta1, theta2, theta3);
                        cont=cont+1;
                    end
                    ida2=0;
                end
            end
            ida1=1;
        else
            for theta2=max:-passovolume:min
                if ida2==0
                    for theta3=min:passovolume:max
                        [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb,
direta, theta1, theta2, theta3);
                        cont=cont+1;
                    end
                    ida2=1;
                else
                    for theta3=max:-passovolume:min
                        [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb,
direta, theta1, theta2, theta3);
                        cont=cont+1;
                    end
                    ida2=0;
                end
            end
            ida1=0;
        end
        theta1
    end
    out1=plotX;
    out2=plotY;
    out3=plotZ;
end
%tipovolume de 1 a 5 serve para obter os raios máximos e mínimos
%raio top máximo
if(tipovolume==1)
    cont=1;
    Zmin=0;
    theta3=-36;
    theta2=-36;
    for theta1=-36:passovolume:90
        [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb, direta, theta1,
theta2, theta3);
        Raio(cont)=sqrt(plotX(cont)^2+plotY(cont)^2);
        cont=cont+1;
    end
    out1=Raio;
    out2=plotZ;
end
%raio topo mínimo
if(tipovolume==2)

```

```

    theta1=-36;
    cont=1;
    Zmin=0;
    for theta3=-36:passovolume:90
        theta2=theta3;
        [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb, direta, theta1,
theta2, theta3);
        if(plotZ(cont)<Zmin)
            Zmin = plotZ(cont);
            angmin=theta2;
        end
        Raio(cont)=sqrt(plotX(cont)^2+plotY(cont)^2);
        cont=cont+1;
    end
    out1=Raio;
    out2=Zmin;
    out3=plotZ;
end
%raio top bot (junção dos raios)
if(tipovolume==3)
    theta2=-36;
    theta1=90;
    cont=1;
    for theta3=-36:passovolume:90
        [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb, direta, theta1,
theta2, theta3);
        Raio(cont)=sqrt(plotX(cont)^2+plotY(cont)^2);
        cont=cont+1;
    end
    out1=Raio;
    out2=plotZ;
end
%raio bot máximo
if(tipovolume==4)
    theta1=90;
    theta2=90;
    cont=1;
    for theta3=-36:passovolume:90
        [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb, direta, theta1,
theta2, theta3);
        Raio(cont)=sqrt(plotX(cont)^2+plotY(cont)^2);
        cont=cont+1;
    end
    out1=Raio;
    out2=plotZ;
end
%raio bot min
if(tipovolume==5)
    theta1=90;
    theta2=90;
    cont=1;
    for theta3=90:-passovolume:-36
        theta2=theta3;
        [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb, direta, theta1,
theta2, theta3);
        Raio(cont)=sqrt(plotX(cont)^2+plotY(cont)^2);
        cont=cont+1;
    end
    out1=Raio;
    out2=plotZ;
end
%face superior alinhada com o primeiro eixo
if(tipovolume==6)
    theta1=min;
    cont=1;
    for theta2=min:passovolume:max
        for theta3=min:passovolume:max
            [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb, direta,
theta1, theta2, theta3);
            cont=cont+1;
        end
    end
    out1=plotX;
    out2=plotY;
    out3=plotZ;
end
%face inferior alinhada com o primeiro eixo

```

```

if(tipovolume==7)
    theta1=max;
    cont=1;
    for theta2=min:passovolume:max
        for theta3=min:passovolume:max
            [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb, direta,
theta1, theta2, theta3);
            cont=cont+1;
        end
    end
    out1=plotX;
    out2=plotY;
    out3=plotZ;
end
%face superior alinhada com o primeiro eixo
if(tipovolume==14)
    theta1=min;
    cont=1;
    for theta2=min:passovolume:max
        for theta3=min:passovolume:max
            junta=false;
            theta1=min;
            while junta==false
                [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb, direta,
theta1, theta2, theta3);
                beta1=atan(plotX(cont)/(plotZ(cont)-la*sin(theta1*pi/180)))*180/pi;
                X2=plotX(cont)*cos(2/3*pi)+plotY(cont)*sin(2/3*pi);
                beta2=atan(X2/(plotZ(cont)-la*sin(theta2*pi/180)))*180/pi;
                X3=plotX(cont)*cos(4/3*pi)+plotY(cont)*sin(4/3*pi);
                beta3=atan(X3/(plotZ(cont)-la*sin(theta3*pi/180)))*180/pi;
                if (abs(beta1)>juntamax || abs(beta2)>juntamax || abs(beta3)>juntamax)
                    junta=true;
                else
                    cont=cont+1;
                    junta=true;
                end
            end
        end
    end
    out1=plotX;
    out2=plotY;
    out3=plotZ;
end
%face inferior alinhada com o primeiro eixo
if(tipovolume==17)
    theta1=max;
    cont=1;
    for theta2=min:passovolume:max
        theta2
        for theta3=max:-passovolume:min
            junta=false;
            theta1=max;
            while junta==false
                [plotX(cont),plotY(cont),plotZ(cont)]=cinematicadelta(ra, la, lb, rb, direta,
theta1, theta2, theta3);
                beta1=atan(plotX(cont)/(plotZ(cont)-la*sin(theta1*pi/180)))*180/pi;
                X2=plotX(cont)*cos(2/3*pi)+plotY(cont)*sin(2/3*pi);
                beta2=atan(X2/(plotZ(cont)-la*sin(theta2*pi/180)))*180/pi;
                X3=plotX(cont)*cos(4/3*pi)+plotY(cont)*sin(4/3*pi);
                beta3=atan(X3/(plotZ(cont)-la*sin(theta3*pi/180)))*180/pi;
                if (abs(beta1)>juntamax || abs(beta2)>juntamax || abs(beta3)>juntamax)
                    theta1=theta1-0.1;
                    if theta1<=-36
                        junta=true;
                    end
                else
                    cont=cont+1;
                    junta=true;
                end
            end
        end
    end
    out1=plotX;
    out2=plotY;
    out3=plotZ;
end

```