

Ricardo Radtke de Souza

**Modelagem geológica implícita através de  
simulações de funções distância assinaladas**

Porto Alegre

2017



Ricardo Radtke de Souza

## **Modelagem geológica implícita através de simulações de funções distância assinaladas**

Esta dissertação foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração de Tecnologia Mineral, e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Porto Alegre

2017

---

Ricardo Radtke de Souza

Modelagem geológica implícita através de simulações de funções distância assinaladas/ Ricardo Radtke de Souza. – Porto Alegre, 2017-  
76 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais,  
2017.

1. modelagem geológica. 2. modelagem geológica implícita. 3. simulação de funções distância assinaladas I. Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa. II. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. III. Faculdade de Engenharia. IV. Modelagem geológica implícita através de simulações de funções distâncias assinaladas

CDU 02:141:005.7

---

Ricardo Radtke de Souza

## **Modelagem geológica implícita através de simulações de funções distância assinaladas**

Esta dissertação foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração de Tecnologia Mineral, e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Trabalho aprovado. Porto Alegre, 11 de Outubro de 2017:

---

**Prof. Vanessa Koppe**  
PPGE3M - UFRGS

---

**Dr. Diniz Tamantini Ribeiro**  
Vale

---

**Dr. Luiz Eduardo Seabra Varella**  
Petrobras

Porto Alegre  
2017



# Agradecimentos

Ao professor João Felipe pela oportunidade de me deixar fazer parte do Laboratório de Pesquisa Mineral e Planejamento Mineiro e pela confiança no meu trabalho, sempre transmitindo seu conhecimento e ajudando em tudo que era possível, fazendo com que eu tivesse um crescimento tanto profissional como pessoal.

Aos colegas do LPM, em especial ao Roberto Rolo, Áttila Leães e Diego Marques que contribuíram diretamente para a realização deste trabalho.

À minha família pelo apoio incondicional em todos os momentos.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pela bolsa de mestrado, fazendo com que fosse possível realizar este trabalho.





*“O mais competente não discute, domina a sua ciência e cala-se.”*  
*(Voltaire)*



# Resumo

Antes de se fazer uma estimativa ou uma simulação geoestatística, os domínios geológicos devem ser modelados de forma que cada domínio utilize apenas dados que pertencem a ele. Na indústria mineral a incerteza oriunda dos teores geralmente é levada em consideração, entretanto a incerteza gerada pelo modelo nem sempre é analisada. Sabendo que a maior fonte de incerteza está na transição de uma litologia para outra, essa dissertação visa avaliar a incerteza do modelo geológico através de simulações de funções distâncias assinaladas em zonas de maior incerteza, gerando vários modelos com diferentes proporções de cada litologias. Um estudo de caso em um banco de dados real com alta complexidade geológica é utilizado para avaliar o uso da metodologia. O método se mostrou eficaz para avaliar o impacto da diferença de volume que cada litologia pode alcançar, demonstrando a importância de medir a incerteza na construção de modelos geológicos.

**Palavras-chaves:** modelo geológico, incerteza, simulação de funções distâncias assinaladas.



# Abstract

Before making an estimation or a geostatistical simulation, geological domains must be modeled so that each domain uses only data that belongs to it. In the mineral industry the uncertainty derived from the grades is generally taken into account, however the uncertainty generated by the model is not always analyzed. Knowing that the greatest source of uncertainty is in the transition from one lithology to another, this dissertation aims to evaluate the uncertainty of the geological model through signed distances function simulation in uncertainty zones, generating several models with different proportions of each lithology. A case study in a real dataset with high geological complexity is used to evaluate the use of the methodology. The method proved effective in assessing the impact of the volume difference that each lithology can reach, demonstrating the importance of measuring uncertainty in the construction of geological models.

**Key-words:** geologic model, uncertainty, signed distances function simulation.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Ilustração de diferentes interpretações geológicas. As cores vermelho, amarelo e verde informam um aumento na quantidade de metal, devido as extensões de cada modelo. . . . .	20
Figura 2 – Fluxograma da metodologia adotada. . . . .	22
Figura 3 – Representação de uma sequência sedimentar estratificada. . . . .	27
Figura 4 – Função implícita $\phi(x) = x^2 - 1$ definindo as regiões $\Omega^-$ e $\Omega$ e a interface $\partial\Omega$ . . . . .	28
Figura 5 – Ilustração da metodologia de funções distância assinalada. . . . .	29
Figura 6 – Transformação dos dados para utilização da SSG. . . . .	32
Figura 7 – Princípio da simulação por bandas rotativas. . . . .	35
Figura 8 – Etapas da modelagem implícita com funções distância assinaladas. . . . .	39
Figura 9 – Exemplificação da transformação das distâncias em probabilidade. . . . .	42
Figura 10 – Determinação da zona de incerteza. . . . .	44
Figura 11 – Interface do <i>plugin</i> DFMOD. . . . .	45
Figura 12 – Interface do <i>plugin</i> Signed Distances. . . . .	46
Figura 13 – Interface do <i>plugin</i> interpolator. . . . .	47
Figura 14 – Disposição das amostras em planta (A) e em perfil vertical (B). . . . .	51
Figura 15 – Histograma das amostras. . . . .	51
Figura 16 – Distâncias assinaladas calculadas para cada uma das litologias. . . . .	52
Figura 17 – Variogramas omnidirecionais das distâncias assinaladas. . . . .	53
Figura 18 – Modelo geológico gerado a partir das distâncias assinaladas. . . . .	55
Figura 19 – Seções verticais no eixo X, evidenciando que os dados amostrais foram honrados durante a modelagem. . . . .	56
Figura 20 – Mapas de probabilidade das 5 litologias modeladas. . . . .	57
Figura 21 – Modelo gerado com as menores distâncias estimadas standardizadas. Evidenciando zonas de maior incerteza (altos valores) e zonas de menor incerteza (baixos valores). . . . .	58
Figura 22 – Gráfico de probabilidade do modelo <i>ucof</i> , evidenciando uma mudança estatística a partir do quantil 0,8. . . . .	59
Figura 23 – Zona de incerteza definida, a partir do <i>cutoff</i> em 0,8. . . . .	59
Figura 24 – Variogramas omnidirecionais das distâncias assinaladas no espaço Gaussiano. . . . .	60
Figura 25 – Realizações geradas pelo algoritmo <i>Turning Bands</i> . . . . .	63
Figura 26 – Visualização das realizações das litologias separadamente. . . . .	64
Figura 27 – Seções transversais. Acima uma seção apenas da zona determinística, logo abaixo seções com a adição da zona de incerteza. . . . .	65

Figura 28 – Proporções das 50 realizações e proporção do modelo de referência (NN).	66
Figura 29 – Validação dos variogramas. Em verde os 50 variogramas gerados pela simulação, em vermelho o variograma dos dados originais. . . . .	67
Figura 30 – Variação de volume para cada litologia. . . . .	68
Figura 31 – Gráficos de incerteza de cada litologia. . . . .	69



# Lista de tabelas

Tabela 1 – Propriedades do <i>grid</i> . . . . .	54
Tabela 2 – Parâmetros de krigagem ordinária. . . . .	54
Tabela 3 – Propriedades do <i>grid</i> para simulação. . . . .	61
Tabela 4 – Proporção de volume do <i>grid</i> de simulação. . . . .	61
Tabela 5 – Parâmetros utilizados na simulação. . . . .	62



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
1.1	Meta	21
1.2	Objetivos Específicos	21
1.3	Metodologia	22
1.4	Organização da dissertação	23
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>25</b>
2.1	Variáveis regionalizadas e estacionaridade	25
2.2	Modelagem implícita	27
2.2.1	Funções implícitas	27
2.2.2	Funções distâncias assinaladas	28
2.3	Simulação geoestatística e análises de incertezas	29
2.3.1	Simulação sequencial	30
2.3.2	Simulação sequencial Gaussiana	31
2.3.3	Simulação sequencial dos indicadores	33
2.3.4	Simulação por bandas rotativas	34
<b>3</b>	<b>MODELAGEM GEOLÓGICA IMPLÍCITA COM SIMULAÇÃO DE FUNÇÕES DISTÂNCIA ASSINALADAS</b>	<b>37</b>
3.1	Funções distância assinalada: o algoritmo	37
3.2	Funções distância assinaladas para múltiplos domínios	39
3.3	Medidas de incerteza através da distância entre as amostras	40
3.3.1	Medida de incerteza heurística	41
3.3.2	Medida de incerteza estocástica	43
3.4	<b>O <i>Plug-in</i>: DFMOD</b>	<b>44</b>
3.4.1	<i>Signed Distances</i>	45
3.4.2	<i>Interpolator</i>	47
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>51</b>
4.1	Cálculo das distâncias	52
4.2	Análise variográfica das distâncias assinaladas	53
4.3	Interpolação das distâncias assinaladas	54
4.4	Criação da zona de incerteza	57
4.5	Análise variográfica das distâncias assinaladas no espaço Gaussiano	60
4.6	Simulação das distâncias assinaladas	61
4.7	Pós-processamento e validação das realizações	66

4.8	Discussões . . . . .	69
5	<b>CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS</b> . . . . .	71
5.1	Trabalhos futuros . . . . .	71
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	73

# 1 Introdução

O modelo geológico é a base para determinar a viabilidade econômica de uma mina. Eles são utilizados em diversas funções de transferência, gerando respostas que informam sobre a viabilidade do projeto. A delimitação dos corpos mineralizados é de extrema importância, pois serão neles que serão feitos todos os processos de estimativas, definição de recursos e reservas, avaliação de custos operacionais e planejamento da mina a longo prazo. Entretanto, a incerteza associada ao modelo geológico nem sempre é levado em conta, fazendo com que muitos projetos sejam abandonados por conhecimento equivocado sobre o corpo mineralizado. O modelo geológico tem uma grande influência sobre os lucros futuros previstos ([DIMITRAKOPOULOS, 1998](#)).

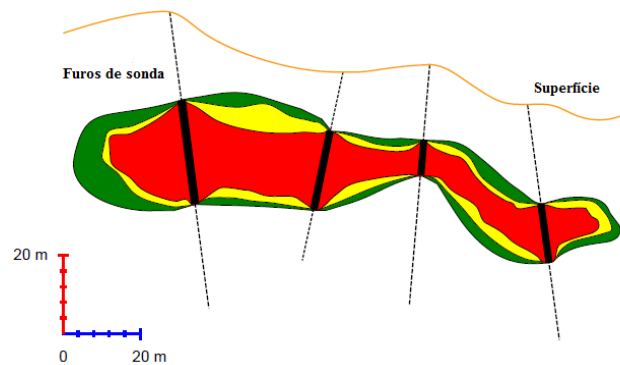
Na avaliação de recursos minerais, os modelos geológicos geralmente são usados para determinar diferentes populações estatísticas, assim cada população é caracterizada através de modelos de distribuição de probabilidade e semivariogramas específicos ([RASERA, 2014](#)). Essa distinção entre as populações estatísticas faz com que seja possível utilizar estratégias de estimativas e/ou simulações diferenciadas para cada corpo mineralizado.

Métodos determinísticos são normalmente utilizados na indústria mineral para modelar domínios geológicos ([HOULDING, 1991](#); [COWAN et al., 2003](#); [WILDE; DEUTSCH, 2011a](#); [SILVA; DEUTSCH, 2012b](#)). Esses métodos se baseiam na digitalização manual dos contornos dos corpos geológicos, construindo polígonos em diversas seções, demarcando os dados amostrais para que depois eles possam ser conectados por linhas-guias, para que seja feita uma interpolação por triangulação, gerando sólidos tridimensionais que representam os corpos geológicos. Esse processo é extremamente demorado e laborioso.

Determinar modelos geológicos por métodos determinísticos não quantifica incertezas. É gerado apenas um modelo que servirá de base para todo o planejamento da mina. De acordo com [Silva \(2015\)](#), uma modelagem manual é sempre subjetiva. Na [Figura 1](#), temos três corpos geológicos modelados de diferentes formas, com o mesmo número de dados disponíveis. O número limitado de dados disponíveis faz com que o modelo fique muito suavizado, não conseguindo capturar feições de pequena escala, em geral esses modelos geram resultados muito otimistas e enviesados ([SRIVASTAVA, 2005](#)).

Nos dias atuais, com o avanço da computação gráfica, é muito mais fácil gerar modelos de forma explícita. Entretanto, não é rápido suficiente para atender as demandas de uma grande mina, onde modelos devem ser atualizados constantemente, necessitando de um grande esforço por parte do geomodelador. Para solucionar este problema, técnicas como a modelagem implícita vem ganhando espaço na mineração. A modelagem implícita é uma técnica importada do campo da computação gráfica para gerar uma representação

Figura 1 – Ilustração de diferentes interpretações geológicas. As cores vermelho, amarelo e verde informam um aumento na quantidade de metal, devido as extensões de cada modelo.



Modificado de [Silva \(2015\)](#)

de superfície a partir de um conjunto de dados de pontos em três dimensões densamente dispersos, a partir de uma impressora 3D ([CARR et al., 2001](#)). Esta técnica foi então adaptada para os problemas geológicos.

As técnicas de modelagem implícita podem ser divididas em dois grupos:

1. Técnicas de modelagem implícita determinísticas, são técnicas que não demandam muito esforço computacional e são de fácil compreensão, entretanto, um único modelo geológico é gerado, não tendo acesso as incertezas associadas. Algumas técnicas que são conhecidas e amplamente utilizadas são: interpolação suavizada discreta ([MALLET, 2002](#)), o método de campos potenciais ([CHILÈS et al., 2004](#); [CALCAGNO et al., 2008](#); [RENARD et al., 2013](#)) e a metodologia implementada no *software* de modelagem geológica *Leapfrog*<sup>®</sup> ([COWAN et al., 2002](#); [COWAN et al., 2003](#));
2. Técnicas de modelagem implícita estocásticas, são técnicas que requerem um grande esforço computacional, mas contam com a vantagem de produzir vários modelos geológicos, acessando assim a incerteza do fenômeno modelado. São técnicas conhecidas: simulação sequencial dos indicadores ([ALABERT, 1987](#)), simulação plurigaussiana ([GALLI et al., 1994](#)), técnicas baseadas em simulação de objetos (*object-based*) ([BRIDGE; LEEDER, 1979](#)), técnicas baseadas em modelagem de superfície (*surface-based*) ([PYRCZ; CATUNEANU; DEUTSCH, 2005](#)), métodos baseados em geoestatística multiponto (MPS) ([GUARDIANO; SRIVASTAVA, 1993](#)).

Após a definição do modelo geológico, a inferência da distribuição espacial dos teores pode ser realizada por uma função aleatória caracterizada por um histograma e um variograma ([JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978](#)). Por fim, as realizações dos domínios

juntamente com as realizações dos teores dentro do domínio, oferecem um conjunto de realizações igualmente prováveis, tendo assim acesso a incerteza local e global do modelo. Diversas funções de transferências podem então ser utilizadas gerando respostas distintas para cada modelo.

Uma técnica que vem ganhando espaço no âmbito da modelagem geológica é a modelagem implícita com funções distâncias assinaladas. Essa metodologia é baseada na interpolação das funções de distâncias assinaladas em um conjunto de dados (MCLENNAN; DEUTSCH, 2006; MCLENNAN, 2007; HOSSEINI, 2009). As funções de distância assinaladas medem a separação de um domínio geológico para outro. Distâncias anisotrópicas podem ser utilizadas dependendo da orientação, extensão e forma do corpo geológico. Valores positivos de distâncias representam o exterior do domínio, valores negativos representam o interior do domínio. As distâncias são interpoladas em todos locais não amostrados, a distância com valor zero é o limiar delimitado como o contato entre dois domínios diferentes (SILVA, 2015).

Entretanto, esta metodologia não proporciona nenhuma medida de incerteza associada ao modelo gerado. Toda incerteza associada ao modelo geológico se encontra na transição de uma litologia para outra. Este trabalho é uma extensão do trabalho de Wilde e Deutsch (2011b) e Cáceres et al. (2011) que simularam as funções distâncias assinaladas para medir o grau de incerteza do modelo gerado.

## 1.1 Meta

A meta desta dissertação consiste em avaliar o uso da modelagem implícita de funções distâncias assinaladas em um banco de dados real com uma alta complexidade geológica, utilizando simulação em zonas de transição de contatos geológicos, afim de medir a incerteza do modelo.

## 1.2 Objetivos Específicos

O trabalho tem alguns objetivos, entre eles:

1. Propor uma metodologia para definir zonas de incertezas (contatos geológicos);
2. Avaliar a metodologia proposta em um banco de dados reais com alta complexidade geológica;
3. Avaliar o impacto da incerteza associada ao modelo geológico, através da simulação das funções distâncias assinaladas.

### 1.3 Metodologia

Para atingir os objetivos propostos nesta dissertação, uma sequência de etapas foram desenvolvidas e apresentadas na [Figura 2](#).

Figura 2 – Fluxograma da metodologia adotada.





## 1.4 Organização da dissertação

O trabalho será abordado da seguinte maneira:

*Capítulo 2:* revisa o conceito de estacionaridade sobre os domínios geológicos, modelagem implícita com funções distância assinaladas e as seguintes técnicas de simulação: simulação sequencial gaussiana, simulação dos indicadores e simulação por bandas rotativas.

*Capítulo 3:* é apresentado a metodologia utilizada na modelagem implícita de funções distância assinaladas, o *plug-in* desenvolvido no *software SGeMS* para gerar zonas de incerteza para poder utilizar a simulação nos contatos.

*Capítulo 4:* é discutido o resultado da metodologia em um banco de dados real, comparando o resultado determinístico contra um resultado estocástico, evidenciando o impacto de atribuir incerteza no modelo geológico.

*Capítulo 5:* apresenta as conclusões obtidas sobre o estudo e a recomendação de trabalhos futuros.



## 2 Revisão Bibliográfica

Difícilmente, um depósito mineral será estimado e/ou simulado de forma homogênea. São inúmeros os processos geológicos que criam um novo depósito, fazendo com que a área que será modelada contenha diferentes tipos de rochas com distintas propriedades físicas e químicas. Para solucionar este problema, os geomodeladores separam o depósito que será modelado em domínios geológicos distintos para que o resultado da modelagem feita seja o mais próximo da realidade, honrando a geologia do local. Modelar estes domínios é sempre um desafio, visto que modelos determinísticos demandam muito tempo e trabalho do geomodelador e não acessam nenhum tipo de incerteza e modelar implicitamente com uma técnica estocástica demanda um esforço computacional que muitas vezes acaba inviabilizando a modelagem. Sabendo que a incerteza do modelo está no contato entre as litologias, o mais sensato a se fazer é definir os domínios geológicos de forma determinística e utilizar a simulação geoestatística na zona de contato, para mensurar a incerteza do modelo.

### 2.1 Variáveis regionalizadas e estacionaridade

A geoestatística estuda as chamadas variáveis regionalizadas, pode se dizer que qualquer variável que além de apresentar um caráter aleatório, e apresentar também um caráter estrutural pode ser chamada de variável regionalizada. É aleatório no sentido que cada medição pode variar entre si, mas em geologia essas variáveis não são completamente independentes de sua posição geográfica, assim próximo de um valor elevado é provável que se encontre outro valor elevado e em lugares próximos de valores mais baixos é provável que se encontre também valores mais baixos, ou seja, essas amostras estão correlacionadas e condicionados por fatores estruturais. Nas variáveis regionalizadas deve existir certa continuidade espacial, o que permite que os dados obtidos por amostragem de certos pontos possam ser usados para parametrizar a estimativa de pontos onde o valor da variável seja desconhecida.

Uma variável aleatória é aquela que recebe certo número de valores, de acordo com certa distribuição de probabilidades (JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978). O teor de um elemento num ponto  $x_1$  do depósito pode se considerado como uma realização particular de uma variável aleatória  $Z(x_1)$ , definida no ponto  $x_1$ . Segundo Journel e Huijbregts (1978), denomina-se função aleatória  $Z(x)$  o conjunto de teores  $Z(x)$  para todos os pontos  $x$  dentro de um depósito (isto é, variável regionalizada  $Z(x)$ ). A interpretação probabilística de uma variável regionalizada, como realização particular de uma certa função aleatória  $Z(x)$ , terá significado operacional quando for possível inferir toda ou parte da lei de probabilidades

que define essa função aleatória na sua totalidade (JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978).

As variáveis regionalizadas podem ser divididas em três categorias:

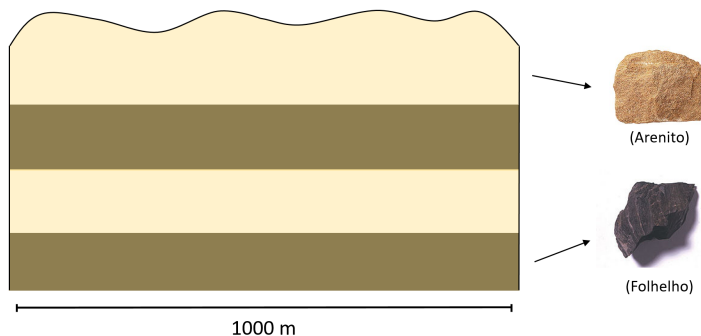
- Estacionárias: quando são totalmente invariantes por translação, pode-se dizer que se trata de um fenômeno que se repete por toda área de estudo.
- Estacionário de segunda ordem: quando a média e a covariância são invariantes por translação, ou seja, para uma função deste tipo existem a variância e a covariância.
- Intrínsecas: quando a média e a covariância dos crescimentos são invariantes por translação.

Para utilizar-se as técnicas geoestatística tanto para estimativa quanto para simulação, é necessário definir quantos domínios estacionários serão utilizados escolhendo uma função aleatória estacionária (SRF) para cada domínio. Uma SRF é a representação probabilística de uma propriedade petrofísica com esperança matemática e covariância constantes independente da localização (MCLENNAN, 2007).

De acordo com McLennan (2007), escolher o número de domínios geológicos para aplicação de SRFs separadas é necessário para que os modelos numéricos gerados sejam consistentes com a geologia. Considere o domínio  $D$ , uma SRF representando uma propriedade petrofísica  $Z$  dentro de  $D$  é uma função aleatória (RF) composta por um conjunto de variáveis aleatórias (RV)  $\{Z(u)$  para todo  $u$  em  $D\}$  tal que cada RV  $Z(u)$  tem o mesmo valor esperado de  $m$  (média) de primeira ordem e cada par de RV por  $h(Z(u), Z(u+h))$  tem a mesma covariância de segunda ordem  $C_z(h)$  apesar da localização  $u$  dentro de  $D$ . Assim, domínios geológicos distintos resultam em diferentes pressupostos matemáticos de homogeneidade.

A Figura 3 demonstra um exemplo de uma sequência sedimentar estratificada, típica sequência de reservatórios de petróleo. Camadas de areia servem como rochas-reservatórios, já camadas de folhelhos são ditas como rochas selantes, pois elas impedem a passagem de fluxos que por ali percolam. Propriedades petrofísicas como permeabilidade e porosidade são bem distintas entre essas duas camadas, seus resumos estatísticos também diferem bastante, por isso existe a necessidade de modelar cada camada com uma SRF diferente, para que o modelo gerado seja mais consistente com a realidade.

Figura 3 – Representação de uma sequência sedimentar estratificada.



## 2.2 Modelagem implícita

Um modelo implícito de um sólido é dado por uma função definida em todo o espaço. Esta função é modelada a partir da interpolação espacial dos dados amostrados, a superfície do sólido é extraída com a triangulação dessa função. As superfícies a serem modeladas, portanto, não são construídas diretamente, como é feito na modelagem explícita (COWAN et al., 2003).

De acordo com Calcagno et al. (2006) a modelagem consiste na capacidade de inferir a representação da realidade mesmo quando não há dados disponíveis. O modelo gerado pode ser um modelo definitivo ou um modelo inicial que passará por detalhamento pelo geomodelador.

A maioria dos métodos de modelagem implícita são baseados em funções implícitas, estas funções serão exploradas a seguir, juntamente com as funções de distância assinaladas, que será objeto de uso nos capítulos seguintes.

### 2.2.1 Funções implícitas

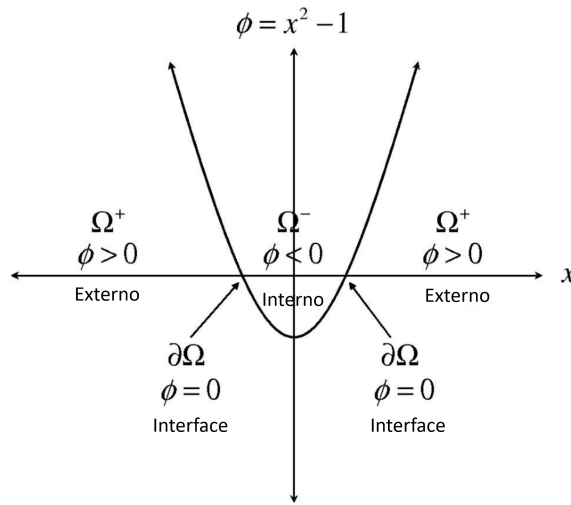
As funções implícitas são uma alternativa ao formalismo clássico  $f(x) = x$ . Por definição as funções implícitas possuem múltiplos argumentos  $n$  e eles são postos no mesmo lado na equação na forma  $\phi(x_1, \dots, x_n) = 0$ . Isso permite definir um contorno em 0 em  $n + 1$  dimensões em um espaço dimensional inferior que  $n$ . O contorno determina as regiões onde o sinal do valor da função implícita muda, isto é, negativo para dentro da região e positivo para fora (SILVA, 2015).

Osher e Fedkiw (2003) exemplificam esta metodologia da seguinte maneira: Imaginando um espaço unidimensional, dividimos uma linha em três partes distintas usando os pontos  $x = 1$  e  $x = -1$ . Assim temos três subdomínios de interesse  $(-\infty, -1)$ ,  $(-1, 1)$  e  $(1, \infty)$ , embora o primeiro e o terceiro domínio serem partes desconexas da mesma região. Considera-se  $\Omega^- = (-1, 1)$  como parte interna do domínio e  $\Omega^+ = (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

como parte externa do domínio. O limite entre a parte externa e interna do domínio consiste entre dois pontos  $\partial\Omega = \{-1, 1\}$  e é chamado de interface.

Em uma representação de interface explícita, os pontos que pertencem à interface são escritos explicitamente. Em outras palavras, uma representação de interface implícita define a interface como o isocontorno de alguma função, a [Figura 4](#) exemplifica isso, o isocontorno zero da função  $\phi(x) = x^2 - 1$  é o conjunto de todos os pontos onde  $\phi(x) = 0$ .

Figura 4 – Função implícita  $\phi(x) = x^2 - 1$  definindo as regiões  $\Omega^-$  e  $\Omega^+$  e a interface  $\partial\Omega$ .



Modificado de [Osher e Fedkiw \(2003\)](#)

Na figura acima foi escolhido o isocontorno zero  $\phi(x) = 0$ , mas não há nada de especial no isocontorno zero. Por exemplo, o isocontorno  $\hat{\phi}(x) = 1$  da função  $\hat{\phi}(x) = x^2$  define a mesma interface  $\partial\Omega = \{-1, 1\}$ . Para qualquer função  $\hat{\phi}(\vec{x})$  e para um isocontorno arbitrário  $\hat{\phi}(\vec{x}) = a$  para algum escalar  $a \in \mathfrak{R}$  podemos definir  $\hat{\phi}(\vec{x}) = \phi(\vec{x}) - a$  de modo que  $\phi(\hat{x}) = 0$  isocontorno de  $\hat{\phi}$  é idêntico ao  $\hat{\phi}(\vec{x}) = a$  isocontorno de  $\hat{\phi}$  ([OSHER; FEDKIW, 2003](#)).

## 2.2.2 Funções distâncias assinaladas

As funções distância assinaladas são um subconjunto das funções implícitas, esta metodologia foi proposta por [Osher e Fedkiw \(2003\)](#) e ela é baseada na construção de uma função a partir da interpolação das distâncias de dados condicionantes.

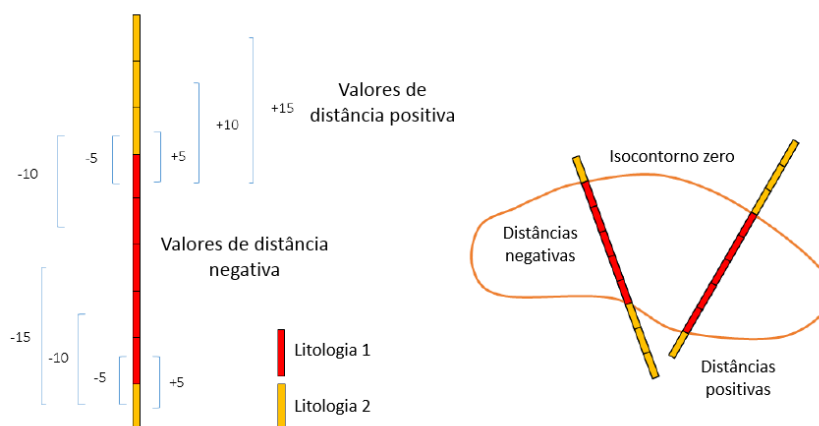
Uma função distância assinalada é uma função implícita  $\phi$ , com  $|\phi(\vec{x})| = d(\vec{x})$  para todo  $\vec{x}$ . Então,  $\phi(\vec{x}) = d(\vec{x}) = 0$  para todo  $\vec{x} \in \partial\Omega$ ,  $\phi(\vec{x}) = -d(\vec{x})$  para todo  $\vec{x} \in \Omega^-$  e  $\phi(\vec{x}) = d(\vec{x})$  para todo  $\vec{x} \in \Omega^+$ .

A [Figura 5](#) ilustra a metodologia. Para cada amostra, a distância entre ela e a amostra mais próxima de um outro domínio é calculada e assinalada. A interface que

separa as regiões é determinado pelo sinal da estimativa das distâncias assinaladas.

Este exemplo é um caso bem simples, não sendo possível utilizar no meio geológico. Nos demais capítulos esse assunto voltará a ser discutido e será apresentado soluções para sua adequação ao mundo da geologia.

Figura 5 – Ilustração da metodologia de funções distância assinalada.



Modificado de [Silva \(2015\)](#)

## 2.3 Simulação geoestatística e análises de incertezas

A incerteza é um atributo presente em qualquer estudo geológico. Em qualquer empreendimento essa incerteza consiste em um elemento essencial, pois as decisões, estratégias de produção e a confiabilidade dos resultados são afetadas pelas incertezas associadas. Nesse sentido, identificar essas incertezas é o grande objetivo na fase inicial de um projeto, tendo em vista sua viabilidade e os riscos inerentes. A utilização de métodos geoestatísticos permite quantificar este espaço de incerteza, que pode estar associado a um teor ou a um domínio geológico. Após a quantificação da variabilidade do atributo geológico podem-se utilizar métodos para inferir valores não amostrados, aumentando a escala de informações e dando maior confiabilidade ao projeto.

Assim, segundo [Soares \(2006\)](#) pode-se dizer que a incerteza consiste na probabilidade de um valor de um determinado ponto exceder ou ser menor que um dado valor de corte, ou da probabilidade de um valor local, estar contido entre os dois quartis. A incerteza definida acima se refere à incerteza local ou probabilidade individual de um ponto. Porém, a incerteza de interesse na geoestatística, consiste na incerteza espacial, aquela em que um conjunto de pontos excede simultaneamente, um dado valor limite. Para avaliar uma incerteza espacial, são usados modelos geoestatísticos de simulação, que geram, através dos dados amostrais, conjuntos de imagens equiprováveis do fenômeno espacial.

A utilização de modelos geoestatísticos determinísticos aplicados no estudo geológico é largamente implementado na área da mineração desde 1980, quando o algoritmo de krigagem ordinária tornou-se popular na elaboração de mapas de variabilidade espacial e de estimativa. Porém, a krigagem ordinária não é recomendada por alguns autores devido principalmente pela sua característica de suavização das estimativas, superestimando os baixos valores e subestimando os altos (DEUTSCH; JOURNEL, 1998). Assim, a utilização da variância amostral como medida para a caracterização das incertezas no processo de estimativa torna-se inadequada, uma vez que ela somente depende da geometria da posição dos pontos amostrais e não pode ser usada como medida de precisão (WEBSTER; OLIVER, 2001).

Quando os resultados obtidos com as ferramentas geoestatísticas são submetidos a funções de transferência, possivelmente não lineares, deve-se optar pela utilização da simulação estocástica (OLIVEIRA, 1998). A utilização da simulação geoestatística na construção de mapas, ao contrário de algoritmos de interpolação que provocam suavização, reproduzem as características globais, a continuidade espacial e as estatísticas da amostra (DEUTSCH; JOURNEL, 1998).

Segundo Chambers, Yarus e Hird (2000) existem várias razões para executar uma simulação estocástica, sendo as mais importantes: (1) captura da heterogeneidade; (2) simulação das fácies ou propriedades das rochas ou ambos; (3) honrar e integrar informações complexas e (4) qualificar as incertezas.

Neste capítulo, os métodos de simulação sequencial gaussiana, simulação dos indicadores e simulação por bandas rotativas serão investigados e descritos.

### 2.3.1 Simulação sequencial

A simulação estocástica sequencial é uma técnica designada para respeitar os dados medidos, reproduzir o histograma dos dados, respeitar o modelo espacial, ser consistente com os dados secundários e acessar as incertezas no modelo. Os métodos de simulação sequencial geram, por meio de uma função randômica, vários cenários diferentes e equiprováveis da mesma área de estudo.

Os métodos de simulação condicional sequencial são baseados na decomposição da função de probabilidade acumulativa multivariada,  $f(u_1, \dots, u_n; z_1, \dots, z_n)$ , da função randômica  $Z(u)$ , em um produto distribuições condicionais univariadas (ISAACS, 1990).

$$\begin{cases} f(u_1, \dots, u_N; Z_1, \dots, Z_N = f(u_1, Z_1) \\ f^*(u_2, Z_2 | Z(u_1) = Z_1) \\ *... \\ f^*(u_N, Z_N | Z(u_j) = Z_j, j = 1, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (2.1)$$



Onde:

- $N$  = número de localizações do depósito;
- $z_j$  = valor na localização  $u_j$   $\{j = 1, \dots, N - 1\}$ ;
- $u_j$  = localização do valor  $z_j$ ;
- $j$  = localização do modelo a ser simulado ( $j = 1, \dots, N$ ).

Quando se vai simular em um local  $u$ , é construído uma distribuição acumulada para valores da variável em estudo, essa distribuição é construída e condicionada aos valores dos dados originais. Então é sorteado um valor dessa distribuição, que corresponde ao valor simulado para esse primeiro local  $u$ . No próximo lugar a ser simulado é construída novamente uma distribuição acumulada, só que agora ela é condicionada aos dados originais e o valor simulado anteriormente, sorteia-se novamente um valor dessa distribuição que será o valor deste segundo local (KOPPE, 2009). Faz-se isso para todos lugares até que o *grid* seja preenchido por completo.

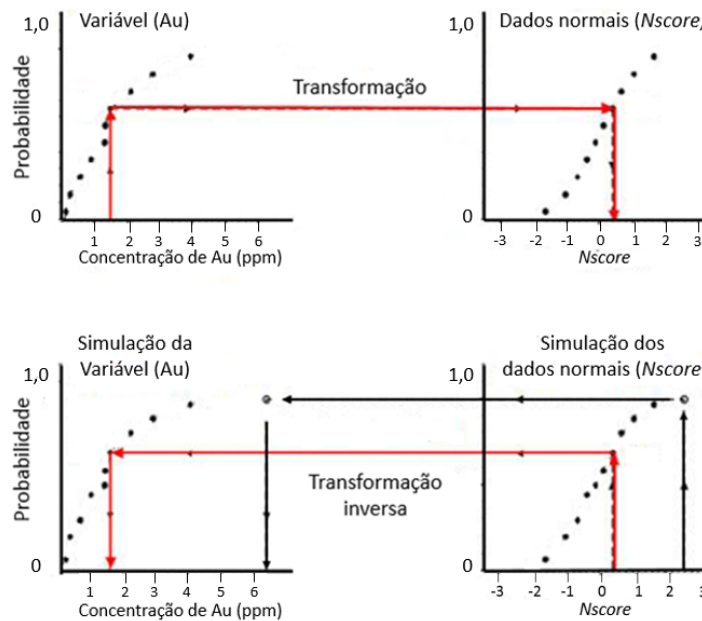
### 2.3.2 Simulação sequencial Gaussiana

A simulação sequencial Gaussiana (SSG) é uma técnica bastante usual de simulação sequencial, para variáveis contínuas. Consiste em um método para se gerar realizações parciais utilizando funções aleatórias normais multivariadas (OLEA, 2012)

A SSG é uma extensão do algoritmo de simulação sequencial baseado em um modelo de função aleatória com distribuição multivariada Gaussiana. O objetivo é a reprodução dessas propriedades de distribuição, da população amostral nas estimativas, por meio do uso sequencial de distribuições condicionais, que seriam funções que descrevem completamente a distribuição de probabilidade para uma determinada variável aleatória (CAERS, 2000).

É dito Gaussiana, devido ser necessário transformar os dados amostrais para um espaço Gaussiano normal. Na maioria dos casos, os dados que estão sendo trabalhados não seguem uma distribuição normal, então é necessário transformá-los antes de utilizar a simulação sequencial Gaussiana. A Figura 6 demonstra o esquema utilizado para transformar os dados em um espaço normal. Cada valor dos dados originais corresponde a um valor no espaço normal, após esses dados serem simulados, eles devem voltar para o espaço de origem.

Figura 6 – Transformação dos dados para utilização da SSG.

Modificado de [Goovaerts \(1997\)](#)

A simulação sequencial gaussiana é caracterizada por construir as realizações buscando reproduzir a média, variância e covariância, respectivamente, na forma:

$$\begin{cases} E\{Y(u)\} = m = 0 \\ Var\{Y(u)\} = \sigma^2 = 1 \\ E\{Y(u_1)Y(u_2)\} - m^2 = Cov(u_2, u_1) \end{cases} \quad (2.2)$$

Segundo [Oliveira \(1998\)](#), no algoritmo da SSG, cada variável é simulada sequencialmente de acordo com a sua função de distribuição acumulada condicional Gaussiana, caracterizada através de um sistema de krigagem. A cada etapa, os dados condicionantes são todos os valores originais somados a todos os valores previamente simulados que se encontram dentro de uma vizinhança da posição a ser simulada.

À medida que o algoritmo progride, se faz necessário o uso de sistemas de krigagem cada vez maiores para o cálculo das probabilidades, devido ao aumento de dados condicionantes. Desta maneira ao invés de se fazer uso de vizinhança única, adota-se o método de vizinhança móvel para os cálculos de função de distribuição acumulada condicional (ccdf).

A vizinhança deveria ser tão grande quanto o alcance do variograma para possibilitar a reprodução dos mesmos. Por vezes, o uso de vizinhança muito grande torna-se impossível. Então, quando realmente é necessária a reprodução de amplitudes práticas muito grandes em relação ao espaçamento do *grid*, deve-se utilizar a alternativa da abordagem *multigrid* ([TRAN, 1994](#))

Segundo [Oliveira \(1998\)](#) as maiores vantagens do método SSG, consiste no fato de serem aplicável a qualquer função covariância, algoritmos de fácil condicionamento e anisotropias manuseadas automaticamente.

Assim como qualquer técnica o método também tem suas desvantagens. Como é utilizada para eliminar o efeito de suavização, sua desvantagem consiste na geração de uma quantidade maior de erros dos que o da krigagem.

### 2.3.3 Simulação sequencial dos indicadores

Simulação sequencial dos indicadores é a técnica de simulação não Gaussiana mais amplamente usada. Diferente da simulação sequencial Gaussiana, a abordagem dos indicadores permite explicar os padrões de cada classe específica de valores, medindo sua continuidade espacial através de diferentes modelos de variogramas ([GOOVAERTS, 1997](#)).

De acordo com [Goovaerts \(1997\)](#), a simulação sequencial dos indicadores é feita da seguinte forma:

- Discretizar o intervalo de variação de  $z$  em  $(K + 1)$  classes usando  $k$  limiaries  $z_k$ . Em seguida, transformar cada dado  $z(u_\alpha)$  em um vetor de dados de indicadores, definida como:

$$i(u; z_k) = \begin{cases} 1, & \text{se } z(u_\alpha) \leq z_k \\ 0, & \text{se caso contrário} \end{cases} \quad k = 1, \dots, K \quad (2.3)$$

- Definir um caminho aleatório visitando cada nó do *grid* apenas uma vez.
- Em cada nó  $u$ :
  - i Determinar os valores de  $K$  cdf  $[F(u'; z_k | (n))]^*$  usando qualquer algoritmo de krigagem dos indicadores. Os dados condicionantes são os indicadores dos dados originais e também dos valores previamente simulados;
  - ii Necessário correções para qualquer problema de relação de ordem. Então é construída um modelo cdf completo  $F(u'; z | (n)), \forall z$ , usando algoritmos de extrapolação e interpolação;
  - iii É retirado um valor simulado  $z^{(1)}(u')$  dessa cdf;
  - iv Adiciona-se o valor simulado ao banco de dados;
  - v Prossegue-se para os próximo nó por um caminho aleatório, repetindo os passos 1-4.

O processo é feito novamente com um caminho aleatório diferente, assim gerando uma nova simulação.

Simulação sequencial dos indicadores garantem a reprodução apenas as proporções das  $K$  classes e seus variogramas correspondentes, mas não garantem a reprodução do variograma e da cdf da variável. A reprodução das estatísticas da variável simulada depende de vários fatores, como: número de amostras disponíveis, método de interpolação e extrapolação usado na construção da ccdf, número de limiares usado. Quanto menor o número de limiares maior será o impacto da extrapolação e interpolação das cdfs na simulação, fazendo com que a reprodução da cdf seja cada vez mais difícil. A interpolação e extrapolação das cdfs são feitas independentes uma das outras, assim sempre que o número de limiares for pequeno, as realizações se mostrarão ruidosas, resultando um mal resultado (GOOVAERTS, 1997).

### 2.3.4 Simulação por bandas rotativas

A simulação por bandas rotativas, mais conhecida como *Turning Bands* (MATHERON, 1973; LANTUÉJOUL, 2013) é uma técnica da família dos métodos espectrais que transforma o problema de simulação de uma função aleatória Gaussiana em um problema de variáveis aleatórias independentes. Do mesmo jeito que a simulação sequencial Gaussiana os dados precisam estar em um espaço normal padrão para que possa ser simulada, entretanto, diferente da SSG, o *Turning Bands* não realiza simulações sequenciais.

O princípio da simulação por bandas rotativas é simplificar o problema de simular em  $R^d$  dimensões (onde geralmente  $d = 2$  ou  $3$ ) para um problema em  $R$ , permitindo realizar simulações multidimensionais ao custo computacional de simulações unidimensionais (EMERY; LANTUÉJOUL, 2006).

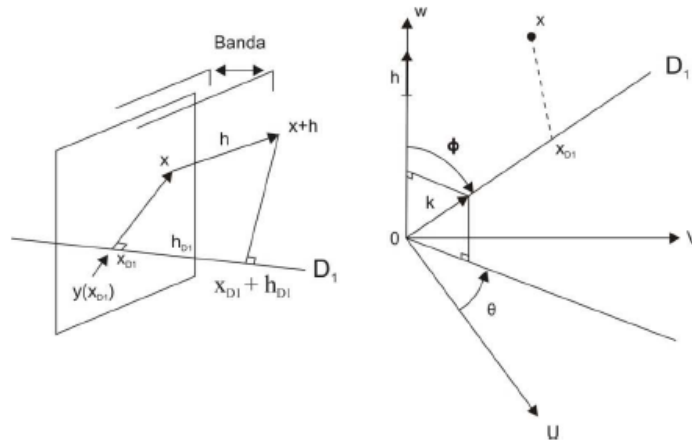
A Figura 7 demonstra o funcionamento desta metodologia. Considere uma linha  $D_1$  em um espaço tridimensional  $R^3$  e uma função aleatória (RF) unidimensional  $Y(x_{D1})$  definida na linha  $D_1$ . Essa RF será estacionária de segunda ordem com esperança matemática zero,  $E\{Y(x_{D1})\} = 0$  e terá uma covariância unidimensional  $C^{(1)}(h_{D1})$ . Sendo  $x_{D1}$  a projeção de qualquer ponto  $x$  na linha  $D_1$ , e considerando uma RF tridimensional definida por:  $Z_1(x) = Y(X_{D1}), \forall x \in R^3$  (JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978). Essa RF  $Z_1(x)$  possui estacionaridade de segunda ordem, com esperança matemática igual a zero e uma covariância tridimensional igual a:

$$E\{Z_1(x)Z_1(x + H)\} = E\{Y(X_{D1} + h_{D1})\} = C^{(1)}(h_{D1}) \quad (2.4)$$

Onde  $h_{D1}$  é a projeção do vetor  $h$  na linha  $D_1$ .

Para produzir a realização  $z_1(x)$ , o valor  $z(x_{D1})$  simulado no ponto  $x_{D1}$ , na linha  $D_1$ , é dado a todos os pontos dentro da banda centrada no plano  $\{x_{D1} = constante\}$  perpendicular a  $D_1$  no ponto  $x_{D1}$ , sendo que a largura da banda é definida pela equidistância entre os valores simulados na linha  $D_1$  (JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978).

Figura 7 – Princípio da simulação por bandas rotativas.



Modificado de [Journal e Huijbregts \(1978\)](#)

Considerando  $N$  linhas  $D_1, D_2, \dots, D_N$  correspondendo as direções dos vetores unitários  $k_1, k_2, \dots, k_N$  distribuído de forma unitária sobre uma esfera unitária. Em cada linha  $D_i$  a realização  $y(xD_1)$  da RF  $Y(xD_1)$  é gerada isomorficamente para  $Y(xD_1)$ , as  $N$  RF's  $\{Y(xD_1), i = 1 \text{ para } N\}$  sendo independentes. Assim uma realização tridimensional  $z_i(x) = y(xD_1), \forall x \in R^3$  corresponderá a cada realização unidimensional  $y(xD_1)$  ([JOURNEL; HUIJBREGTS, 1978](#)). O valor dado a cada ponto  $x$  será a soma das  $N$  contribuições das  $N$  linhas:

$$Z_s(x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N z_i(x) \quad (2.5)$$

Para utilizar a simulação por bandas rotativas, o usuário deve escolher o número de linhas  $N$  que será utilizado. Para casos em duas dimensões ( $d = 2$ ), [Mantoglou e Wilson \(1982\)](#) sugere o uso de 4 a 16 linhas, [Chilès \(1977\)](#) recomenda o uso de 180 linhas, já [Gneiting \(1999\)](#) sugere que 64 linhas é o suficiente. Em três dimensões ( $d = 3$ ) um número de 1000 linhas é suficiente, confirmado pela experiência de vários autores ([TOMPSON; ABABOU; GELHAR, 1989; FREULON; FOUQUET, 1991; LANTUÉJOUL, 2013](#)).



## 3 Modelagem geológica implícita com simulação de funções distância assinaladas

Neste capítulo, será apresentado o algoritmo de funções distância assinalada para múltiplos domínios, ilustrando suas principais vantagens e desvantagens. Será apresentado também uma metodologia para definir zonas de incertezas (contatos geológicos) para múltiplos domínios.

### 3.1 Funções distância assinalada: o algoritmo

Para cada amostra, uma distância anisotrópica (propriedade que pode variar conforme a direção) entre ela e a amostra mais próxima pertencente a um domínio diferente é calculada e assinalada. Os valores negativos representam que a amostra se encontra no interior do domínio, e os valores positivos indicam que a amostra se encontra fora do domínio. A interface que separa as regiões no espaço é determinada pelo sinal dos valores estimados (SILVA, 2015).

Inicialmente, um conjunto de dados  $z(u_\alpha)$ ,  $\alpha = 1, \dots, n$  é codificado em indicadores binários para determinar se as amostras pertencem ao interior ou exterior do domínio (Equação 3.1).

$$i(u_\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{se } z(u_\alpha) \text{ pertence ao domínio} \\ 0, & \text{se } z(u_\alpha) \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (3.1)$$

Em seguida, os valores de distância assinaladas são calculadas para cada amostra de acordo com a Equação 3.2. Se a amostra estiver dentro do domínio, a distância é definida como negativa, caso contrário, a distância é positiva.

$$d(u_\alpha) = \begin{cases} - \| u_\alpha - u_\beta \|, & \text{se } i(u_\alpha) = 1 \\ + \| u_\alpha - u_\beta \|, & \text{se } i(u_\alpha) = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

A função distância assinalada é então interpolada para todos os pontos de interesse. Silva e Deutsch (2012a), Deutsch e Wilde (2013), Silva (2015) recomendam a krigagem global, pois, ela retém todas as amostras na hora da interpolação, evitando assim a criação de artefatos. Entretanto, ao utilizar um grande número de amostras faz com que o tempo computacional seja muito elevado, inviabilizando em muitos casos o uso desta

técnica. Nesta dissertação a krigagem ordinária (Equação 3.3) foi utilizado com um número suficientemente grande de amostras para garantir que não haja artefatos.

$$d^*(u) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{OK}(u) d(u_{\alpha}) \quad (3.3)$$

Onde:

- $d^*(u)$  = distância estimada para cada local não amostrado;
- $\lambda_{\alpha}^{OK}(u)$  = pesos de krigagem ordinária;
- $d(u_{\alpha})$  = valor da função distância assinalada calculada para cada amostra.

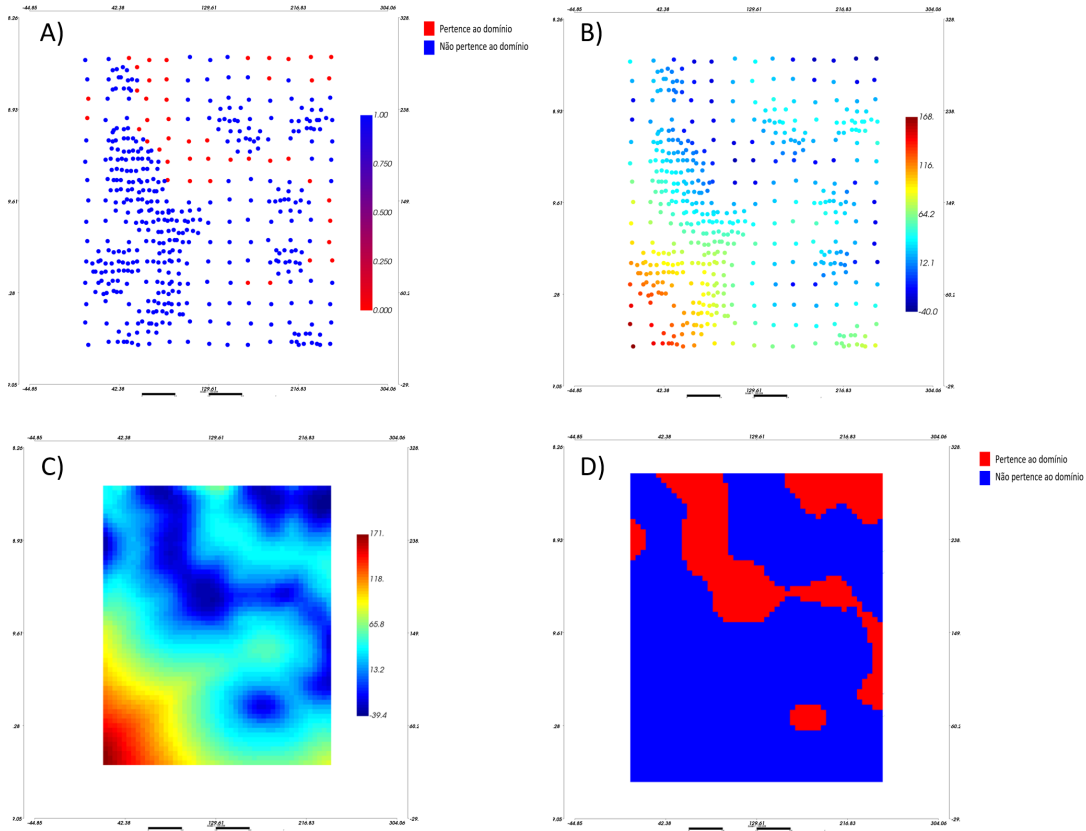
Por fim, os domínios são classificados nos lugares não amostrados, de acordo com a Equação 3.4. Se a estimativa for negativa, o local será classificado como dentro do domínio, caso contrário, sera classificado como fora do domínio.

$$i^*(u) = \begin{cases} 1, & \text{se } d^*(u) \leq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.4)$$

A Figura 8 demonstra um exemplo em um caso 2-D, com apenas duas litologias. Em A, temos as amostras representando dois domínios diferentes (azul e vermelho). Em B, a distância de cada amostra até seu domínio oposto foi calculado de acordo com a Equação 3.2. Em C, foi feita a interpolação em todos lugares não amostrados por krigagem ordinária, o sinal da estimativa define o domínio, negativo para o domínio vermelho e positivo para o domínio azul. Em D, o modelo gerado definindo os dois domínios.



Figura 8 – Etapas da modelagem implícita com funções distância assinaladas.



## 3.2 Funções distância assinaladas para múltiplos domínios

Muitas vezes, a modelagem geológica é feita em uma área onde existem diversos domínios geológicos distintos, sendo necessário modelar todos eles. [Silva e Deutsch \(2012a\)](#) propuseram a seguinte metodologia para lidar com esse problema.

Supondo, que se tenha  $K$  múltiplos domínios em um depósito mineral. Para todos os pontos amostrais  $z(u_\alpha)$ ,  $\alpha = 1, \dots, n$ , um vetor de indicadores de  $K$  elementos é codificado de acordo com a [Equação 3.5](#).

$$i_k(u_\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{se } z(u_\alpha) = k \\ 0, & \text{se } z(u_\alpha) \text{ caso contrário} \end{cases} \quad k = 1, \dots, K \quad (3.5)$$

Assim, o  $k$  – elemento do vetor é 1, e os demais  $K - 1$  elementos são codificados como 0.

A função distância é calculada individualmente para cada  $k$  elemento do vetor, de

acordo com a [Equação 3.6](#).

$$d_k(u_\alpha) = \begin{cases} - \|u_\alpha - u_\beta\|, & \text{se } i_k(u_\alpha) = 1 \\ + \|u_\alpha - u_\beta\|, & \text{se } i_k(u_\alpha) = 0 \end{cases} \quad k = 1, \dots, K \quad (3.6)$$

A interpolação é feita individualmente para cada elemento  $k$ . Krigagem ordinária é feita  $k$  vezes:

$$d_k^*(u) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha^{OK}(u) d_k(u_\alpha) \quad k = 1, \dots, K \quad (3.7)$$

Quando os variogramas forem muito similares, é possível utilizar apenas um para todas as litologias. Então a litologia é definida pela seguinte equação:

$$i^*(u) = k' \text{ de modo que } d_{k'}^* = \min\{d_k^*(u)\}_{k=1}^K \quad (3.8)$$

A distância estimada proporciona uma medida de proximidade ao domínio oposto mais próximo. Assim, o mínimo valor estimado pode ser considerado o de maior probabilidade de ser aquele domínio no lugar não amostrado.

### 3.3 Medidas de incerteza através da distância entre as amostras

A modelagem implícita baseada na distância entre as amostras não proporciona nenhuma forma de medir incerteza de modo direto. Entretanto, como já dito anteriormente, essa distância carrega consigo informações relevantes que podem ser exploradas para se ter acesso a uma medida de incerteza heurística.

[McLennan e Deutsch \(2006\)](#) propuseram uma metodologia para medir incerteza de volumes geológicos criados a partir de funções volume através da técnica de *bootstrap sampling*. [Wilde e Deutsch \(2011a\)](#) propuseram uma medida de incerteza que se baseia em calibrar uma largura de banda de incerteza na zona de transição de um domínio para outro, a partir de dois parâmetros  $C$  e  $\beta$ . O primeiro controla a espessura da largura da banda e a segunda a posição e a distribuição da tonelagem dentro da largura da banda. Esta metodologia está exhaustivamente explicado na dissertação de mestrado do ([MUNROE, 2012](#)).

Outra forma de medir incerteza é gerando várias realizações, utilizando simulação nas zonas de contatos geológicos. [Cáceres et al. \(2011\)](#) e [Wilde e Deutsch \(2011b\)](#) utilizaram a simulação das funções distância assinaladas para medir a incerteza nas zonas de contatos.

### 3.3.1 Medida de incerteza heurística

Uma metodologia muito utilizada para classificação de múltiplas classes é o *softmax transformation* (MCCULLAGH; NELDER, 1989). A ideia é transformar as distâncias estimadas em resultados que podem ser interpretadas como probabilidades. Os valores transformados variam entre 0 e 1 e sua soma deve ser igual a 1.

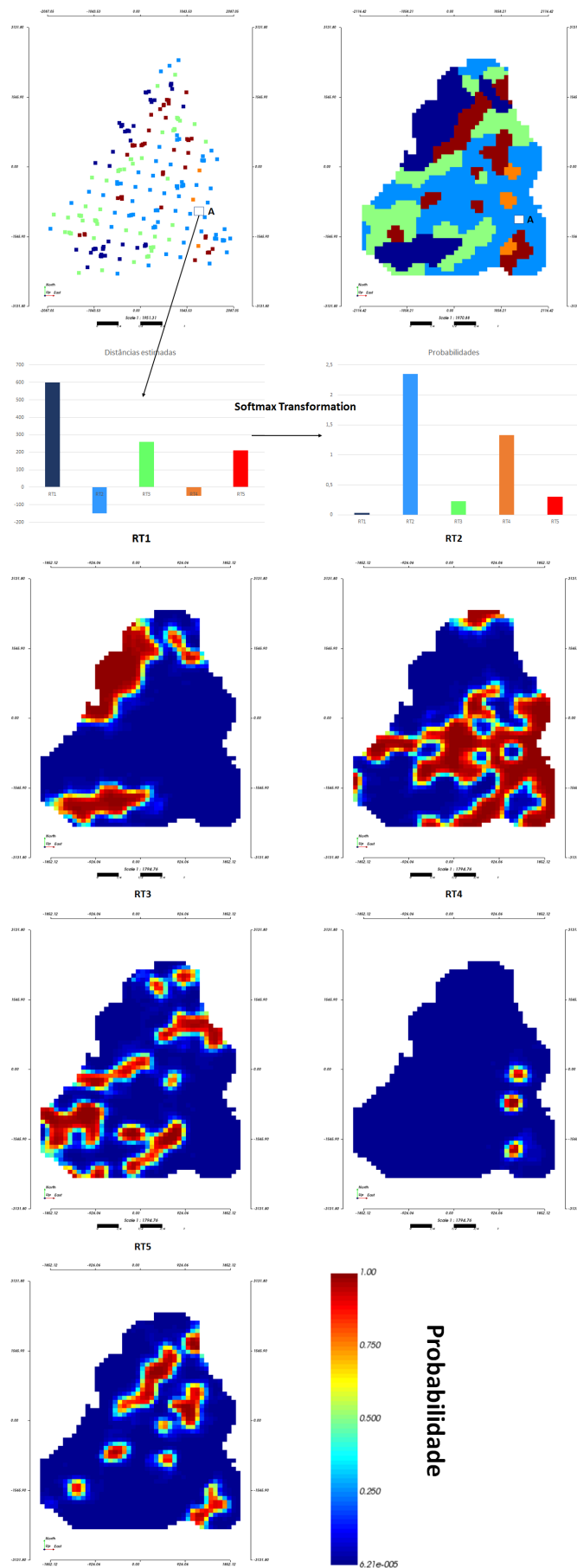
$$P(i(u) = k) = \frac{e^{\frac{-d_k^*(u)}{\gamma}}}{\sum_{k'=1}^K e^{\frac{-d_{k'}^*(u)}{\gamma}}} \quad (3.9)$$

Onde:

- $P(i(u) = k)$  = probabilidade de um local  $u$  pertencer a categoria  $k$ ;
- $d_k^*(u)$  = distância estimada para a categoria  $k$ ;
- $\gamma$  = parâmetro que regula a inter-relação entre as probabilidades das  $K$  diferentes categorias.

A [Figura 9](#) exemplifica a aplicação do *Softmax Transformation*. Na parte superior esquerda, as amostras estão codificadas em cinco cores diferentes, na parte da direita, o modelo geológico é criado com base nas menores distâncias estimadas. O ponto A representa o local onde a transformação das distâncias está sendo mostrada. Os gráficos abaixo demonstram a transformação das distâncias em probabilidade. Quanto maior a distância, menor a probabilidade de uma determinada litologia pertencer aquela região. Na parte inferior, os cinco mapas apresentam a probabilidade associada a cada domínio após a transformação das distâncias.

Figura 9 – Exemplificação da transformação das distâncias em probabilidade.



### 3.3.2 Medida de incerteza estocástica

A primeira etapa é listar as menores distâncias estimadas entre todas as  $k$  categorias para cada bloco do modelo, de acordo com a [Equação 3.10](#).

$$D_{MIN} = \{\min\{d_k^*(u_1)\}, \dots, \min\{d_k^*(u_n)\}_{k=1}^K\} \quad (3.10)$$

Então, em cada bloco, o coeficiente  $U$  é calculado pela [Equação 3.11](#).

$$U(u) = \frac{\max\{D_{MIN}\} - \min\{d_k^*(u)\}_{k=1}^K}{\max\{D_{MIN}\} - \min\{D_{MIN}\}} \quad (3.11)$$

Onde:

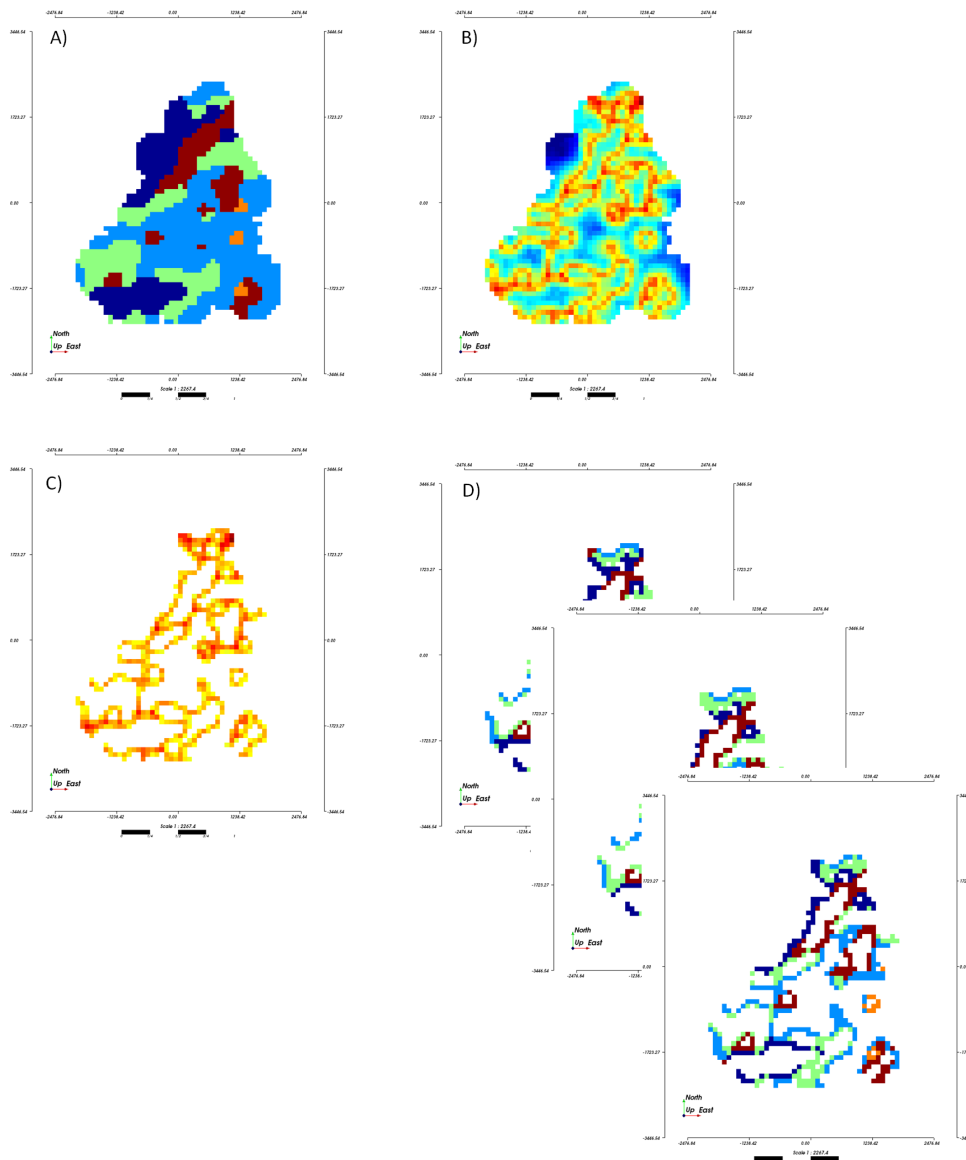
- $\max\{D_{MIN}\}$  = valor máximo dentre a lista de menores valores;
- $\min\{D_{MIN}\}$  = valor mínimo dentre a lista de menores valores;
- $\min\{d_k^*(u)\}_{k=1}^K$  = menor distância assinalada para o nó de *grid*  $u$ .

Isso faz com que os valores de  $U$ , fiquem em um intervalo entre 0 e 1. Um *cutoff* no coeficiente  $U$  determina a extensão da zona de contato (*buffer zone*). Quanto mais próximo de 1, mais fina será a zona de contato e maior será a incerteza dos blocos. As distâncias assinaladas fornecem uma medida de proximidade ao domínio oposto mais próximo, sabendo disso, o coeficiente  $U$  reflete a incerteza quanto à localização do contato geológico.

As distâncias assinaladas que se encontram dentro da *buffer zone* são então simuladas, obtendo vários cenários diferentes para a zona de contato entre as litologias.

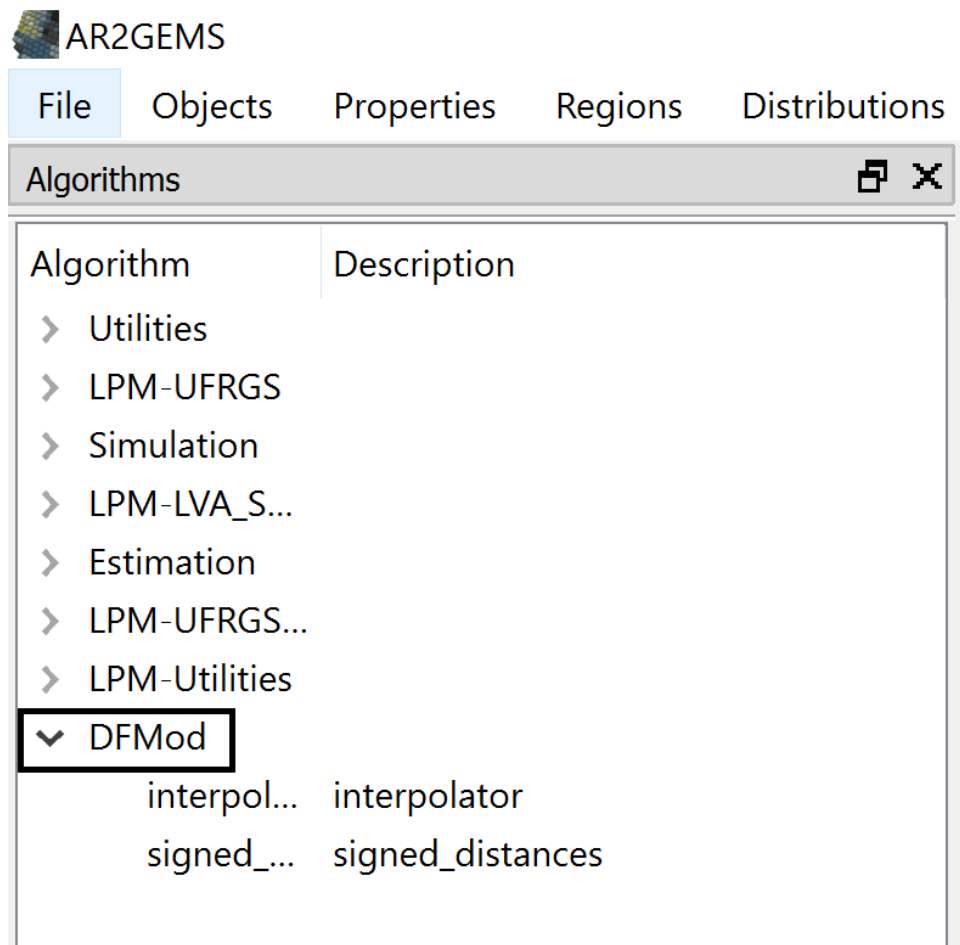
A [Figura 10](#) demonstra como é feita a definição da zona de incerteza. Em A temos o modelo geológico gerado de forma determinística. Em B, o modelo com valores de  $U$ , definidos pela [Equação 3.11](#), evidenciando os altos valores (cores quentes) na transição entre os domínios geológicos. Em C, foi aplicado um *cutoff* em 0,6, gerando uma zona de contato (zona de maior incerteza). E por fim em D, temos várias realizações geradas a partir da simulações das distâncias assinaladas dentro da zona de contato.

Figura 10 – Determinação da zona de incerteza.



### 3.4 O Plug-in: DFMOD

A metodologia proposta foi operacionalizada no *software SGeMS*, que é um *software* de código aberto para modelagem que envolvam variáveis espacialmente relacionadas. Ele utiliza a base de bibliotecas GsTL e pode ser utilizada com algoritmos próprios. A Figura 11 demonstra a interface do *plugin* DFMOD. O algoritmo pode ser encontrado em: <https://github.com/LPM-UFRGS/dfmod>.

Figura 11 – Interface do *plugin* DFMOD.

### 3.4.1 Signed Distances

A [Figura 12](#) mostra a interface do *plugin* Signed Distances.

Figura 12 – Interface do *plugin Signed Distances*.

The image shows a software interface for the 'Signed Distances' plugin. It is organized into two main sections:

- (i) Choose rock property:** This section features a dropdown menu with the text '<- None ->' and a folder icon below it, indicating a file selection option.
- (ii) Anisotropic search:** This section contains six spinners for parameter adjustment:
  - Range1, Range2, Range3:** Each is set to '1,00'.
  - Azimuth, Dip, Rake:** Each is set to '0,00'.

- (i) *Chose rock property*: dados amostrais da litologia que será modelada;
- (ii) *Anisotropic Search*: ângulos de rotações e razões anisotrópicas para o cálculo das distâncias entre as amostras.

**Algoritmo 1:** Signed distances

**Input:** Banco de dados categórico, ângulos de rotação e razões de anisotropia

**Output:** Propriedades *signed distances*

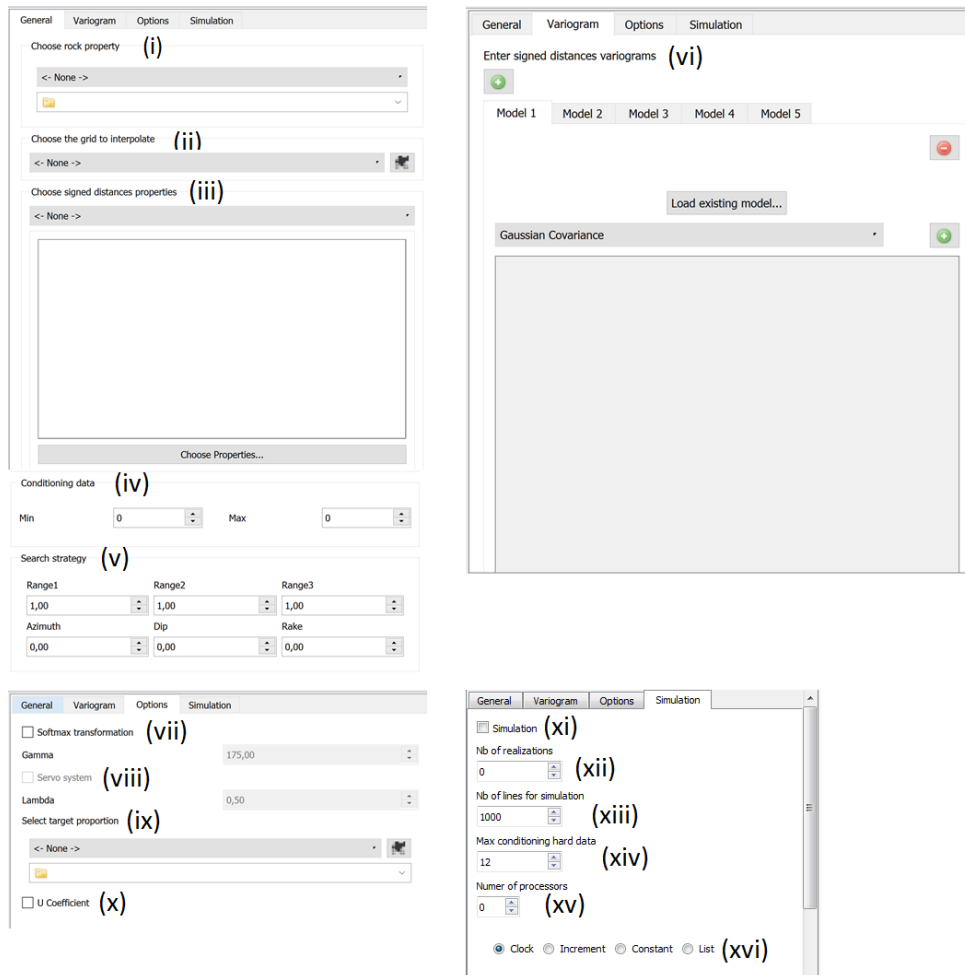
- 1 Cria a matriz de rotação - dilatação/compressão;
- 2 Transforma os dados originais  $x, y, z$  em  $x'', y'', z''$  com a matriz criada;
- 3 Codifica as amostras, para cada domínio  $k$ , em  $i_k(u_\alpha)$ ;
- 4 **for** *litologias* **do**
- 5     **for** *amostras* **do**
- 6         Calcula a distância entre cada amostra e todas as demais que pertencem a um domínio oposto;
- 7         Retém a distância mínima para cada amostra em uma lista;
- 8         Assinala de acordo com o indicador
- 9     **end**
- 10     Cria uma propriedade para cada litologia, referente a lista de menores distâncias criada em cada amostra (*signed distances*)
- 11 **end**



### 3.4.2 Interpolator

A Figura 13 mostra a interface do *plugin interpolator*.

Figura 13 – Interface do *plugin interpolator*.



- (i) *Chose rock property*: dados amostrais da litologia que será modelada;
- (ii) *Choose the grid to interpolate*: *grid* que será feita a interpolação das distâncias;
- (iii) *Choose signed distances properties*: distâncias calculadas para cada litologia;
- (iv) *Conditioning data*: número máximo e mínimo de amostras utilizadas na krigagem ordinária;
- (v) *Search strategy*: estratégia de busca para interpolação;
- (vi) *Enter signed distances variograms*: variogramas das distâncias assinaladas;
- (vii) *Softmax transformation*: transformação das distâncias em mapas de probabilidade;
- (viii) *Servo system*: habilita a opção *servo system*;

- (ix) *Select target proportions*: histograma alvo para o *servo system*;
- (x) *U Coefficient*: criação do modelo *u-cof*;
- (xi) *Simulation*: habilita a simulação via *Turning Bands*;
- (xii) *Nb of realzations*: número de realizações que sera simulado;
- (xiii) *Nb of lines for simulation*: número de linhas usado na simulação;
- (xiv) *Max conditioning hard data*: número de amostras condicionantes;
- (xv) *Number of processors*: número de processadores utilizados;
- (xvi) *Simulation seed*: valor da semente aleatória.

Este capítulo se propôs a explicar detalhadamente a metodologia utilizada nesta dissertação.

No próximo capítulo essa metodologia será utilizada em um banco de dados real de ouro com alta complexidade geológica, evidenciando os principais aspectos da metodologia proposta.

**Algoritmo 2:** Interpolator

**Input:** Banco de dados categórico, propriedades *signed distances*, estratégia de krigagem, modelos variográficos, parâmetros, estratégia de simulação, número de realizações, número de linhas, caminho aleatório, número de processadores

**Output:** *Geologic\_Model*, *Probability maps*, *U-cof*, *Geologic\_Sim\_Model*

```

1 for cada propriedade signed distances do
2   | Chama a krigagem ordinária no SGeMS com os parâmetros imputados pelo
   | usuário e interpola as distâncias calculadas para cada nó do grid informado;
3 end
4 for cada nó do grid do
5   | Carimba no nó a categoria referente à menor distância estimada
6 end
7 Cria a propriedade Geologic_Model, baseada na menor distância interpolada;
8 if opção softmax transformation marcada then
9   | for cada propriedade interpolada do
10  |   | for cada nó do grid do
11  |   |   | Transforma cada distância interpolada em probabilidade daquele nó
12  |   |   | pertencer a uma das litologias
13  |   | end
14  |   | Cria uma propriedade Probability para cada litologia
15  | end
16 end
17 if opção U coefficient marcada then
18 |   | for cada nó do grid do
19 |   |   | Carimba cada nó do grid com a menor distância estimada;
20 |   | end
21 |   | Cria a propriedade u-cof
22 end
23 if opção Simulation marcada then
24 |   | for cada propriedade signed distances do
25 |   |   | Chama a simulação Turning Bands no SGeMS com os parâmetros imputados
26 |   |   | pelo usuário e realiza n realizações com as distâncias calculadas para cada
27 |   |   | nó do grid informado;
28 |   | end
29 |   | for cada nó do grid do
30 |   |   | Carimba no nó a categoria referente a menor distância simulada
31 |   | end
32 |   | Cria n propriedades Geologic_Sim_Model, baseada na menor distância simulada
33 end

```



## 4 Resultados e discussões

A metodologia proposta no [Capítulo 3](#) é aplicado a um banco de dados de uma jazida de ouro. A sua localização será preservada, com intuito de manter o sigilo e a segurança das informações da empresa que o forneceu.

O banco de dados possui 31198 amostras, proveniente de 232 furos de sondagem. O depósito cobre uma área de  $1,2 \text{ km}^2$  com profundidades chegando a 510 metros. A [Figura 14](#) mostra a disposição das amostras. Elas estão codificadas em 5 litologias diferentes, suas proporções podem ser observadas na [Figura 15](#).

Figura 14 – Disposição das amostras em planta (A) e em perfil vertical (B).

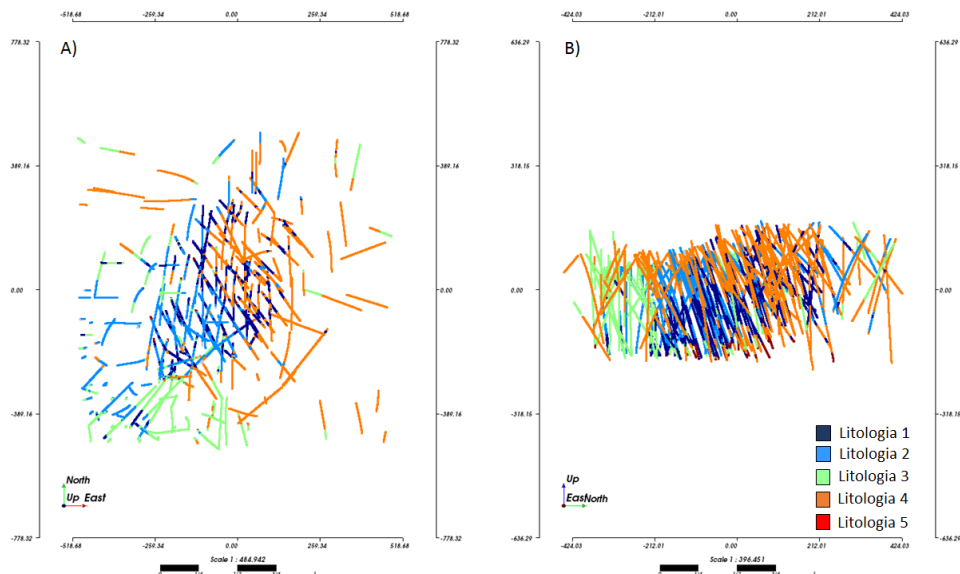
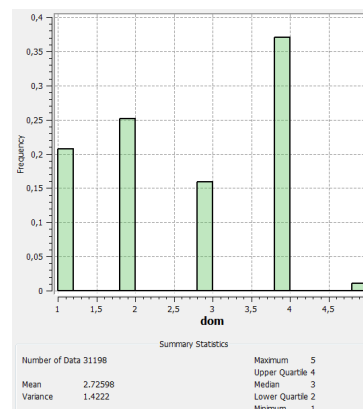


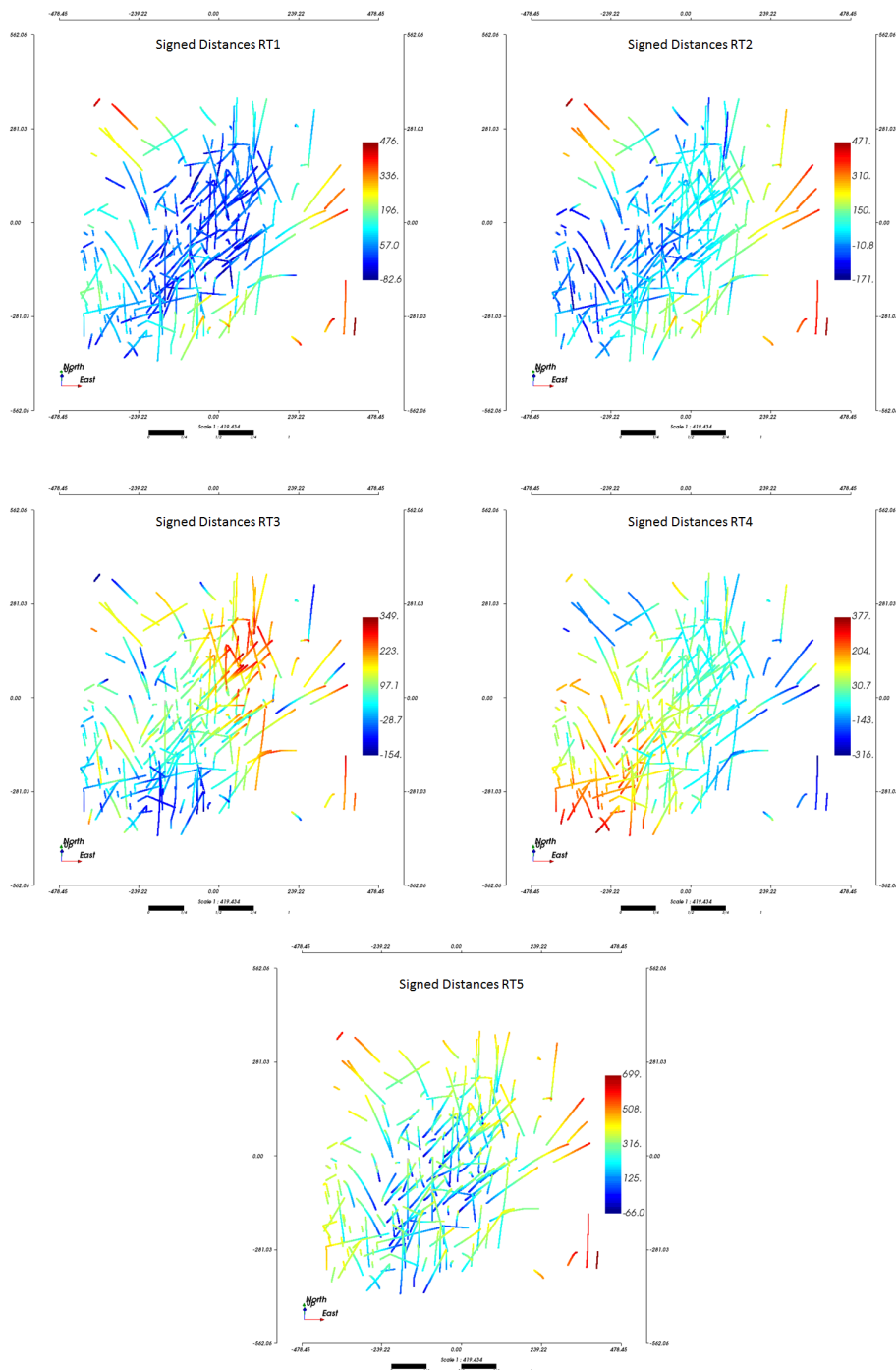
Figura 15 – Histograma das amostras.



## 4.1 Cálculo das distâncias

A Figura 16 mostra as distâncias assinaladas calculadas para cada uma das litologias. É possível notar a transição de baixos valores (cores frias) para altos valores (cores quentes). A distância é negativa quando a amostra pertence aquela litologia que está sendo modelada e positiva quando pertence a um domínio diferente.

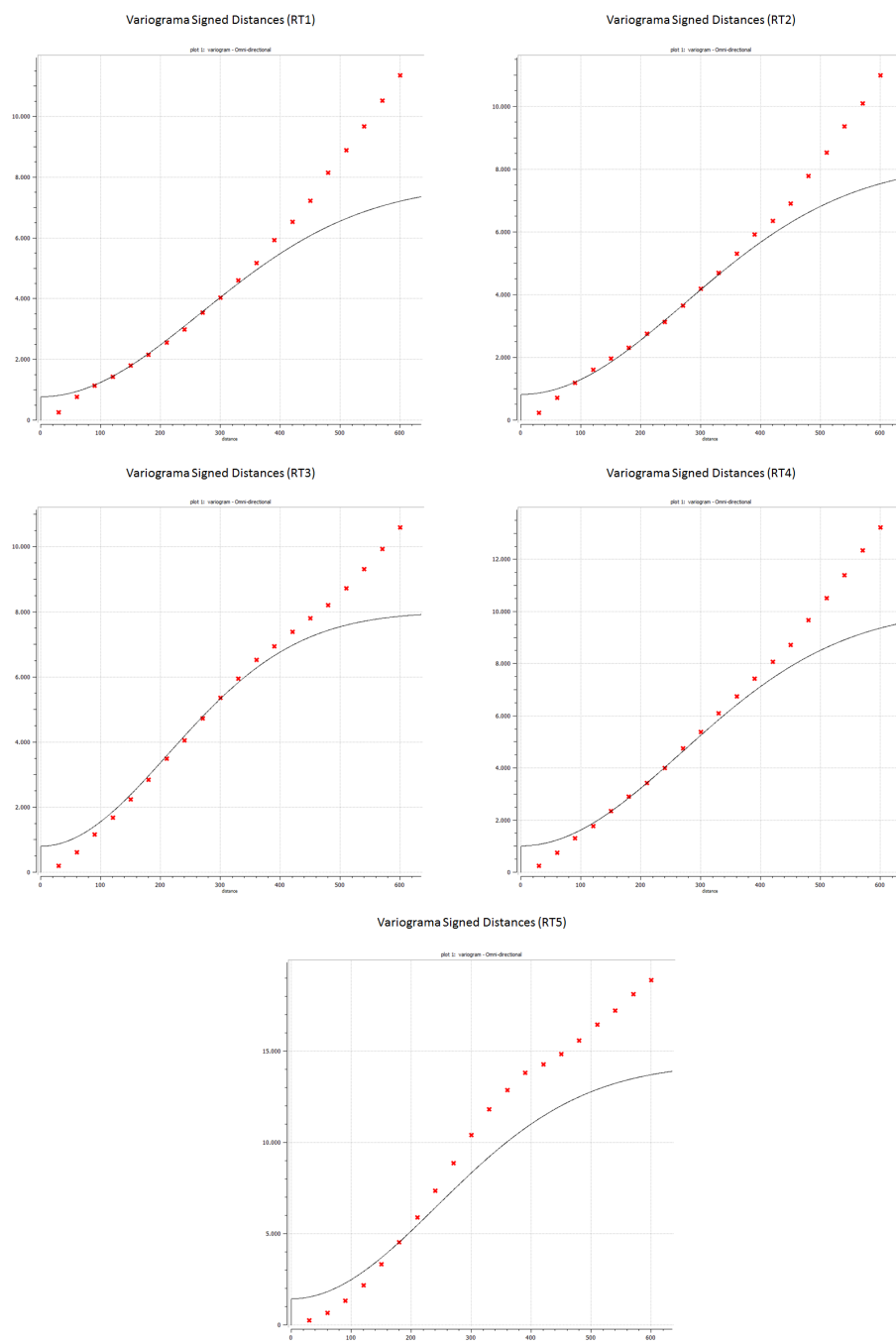
Figura 16 – Distâncias assinaladas calculadas para cada uma das litologias.



## 4.2 Análise variográfica das distâncias assinaladas

A Figura 17 mostra os variogramas omnidirecionais para cada uma das distâncias assinaladas, nenhuma direção de maior continuidade foi encontrada. Foi utilizado uma separação de *lags* de 30m, com número de *lags* igual a 20, uma tolerância de *lag* de 15m e uma largura de banda de 15 metros. Os modelos variográficos estão apresentados nas equações de 4.1 a 4.5.

Figura 17 – Variogramas omnidirecionais das distâncias assinaladas.



$$\gamma_{SD1}(h) = 770 + 7000gauss \left( \frac{h}{655m} \right) \quad (4.1)$$

$$\gamma_{SD2}(h) = 820 + 7380gauss \left( \frac{h}{670m} \right) \quad (4.2)$$

$$\gamma_{SD3}(h) = 800 + 8000gauss \left( \frac{h}{520m} \right) \quad (4.3)$$

$$\gamma_{SD4}(h) = 1010 + 10100gauss \left( \frac{h}{650m} \right) \quad (4.4)$$

$$\gamma_{SD5}(h) = 1430 + 12870gauss \left( \frac{h}{590m} \right) \quad (4.5)$$

Os variogramas não apresentam estacionaridade, ou seja, a variância aumenta conforme a distância aumenta. Para modelar esse tipo de variograma, é necessário fixar um limite para o *sill*, neste caso considerou-se o a variância a priori dos dados como limite. Os variogramas também não apresentam efeito pepita devido ao seu comportamento extremamente contínuo, assim é necessário então impor um efeito pepita de forma arbitrária, neste caso o efeito pepita considerado foi de 10% do *sill*.

### 4.3 Interpolação das distâncias assinaladas

As distâncias foram interpoladas por krigagem ordinária para todos os nós do *grid*, um total de 299423 blocos foram estimados. As propriedades do *grid* estão apresentadas na [Tabela 1](#).

Tabela 1 – Propriedades do *grid*.

Número de blocos			Dimensão dos blocos (m)		
Num. X	Num. Y	Num. Z	Dim. X	Dim. Y	Dim. Z
91	77	70	15	15	10

A estratégia de krigagem utilizada pode ser vista na [Tabela 2](#). Um raio de busca alto e um alto número de amostras foi utilizado para garantir que não haja presença de artefatos nos modelos.

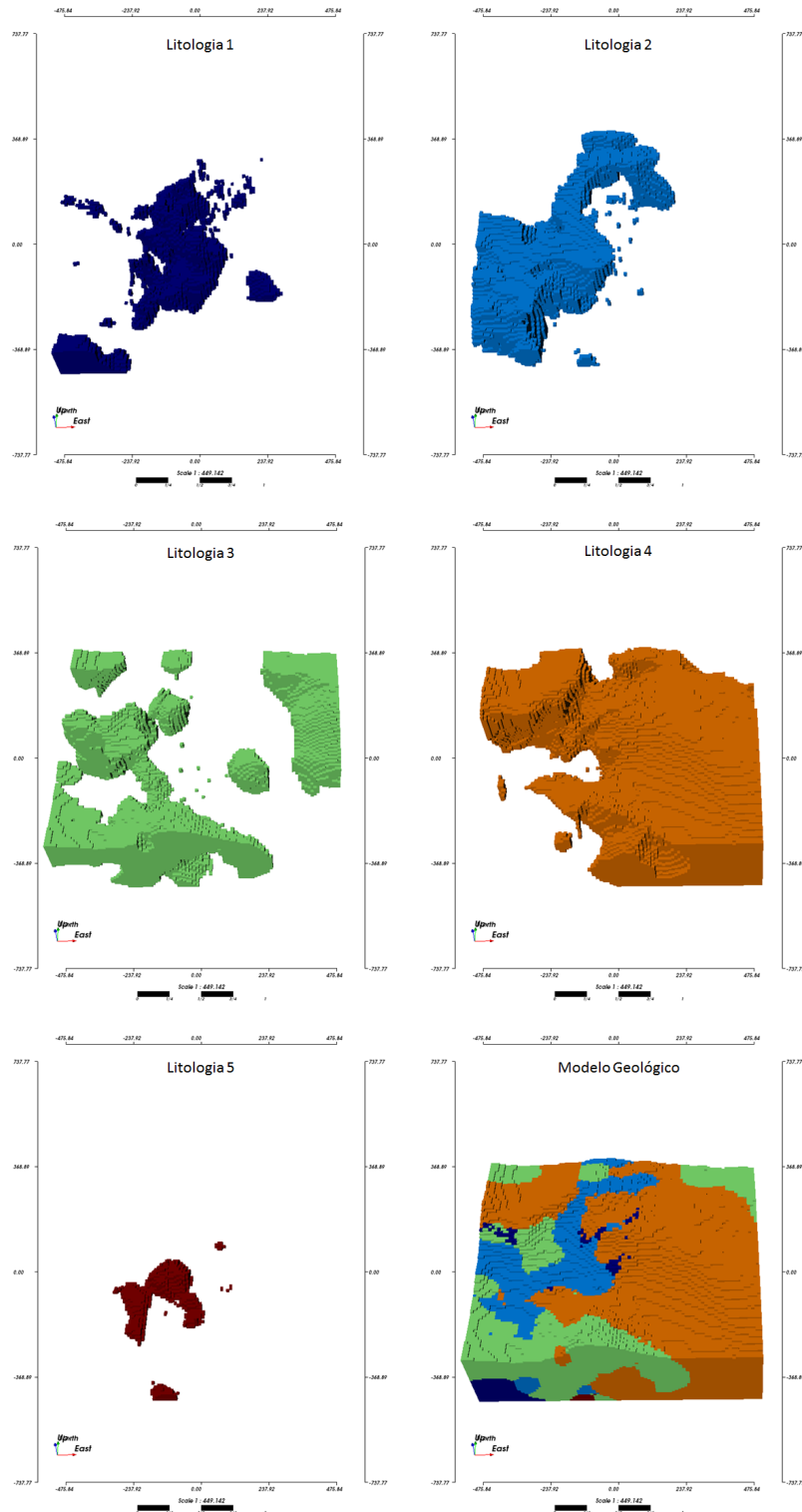
Tabela 2 – Parâmetros de krigagem ordinária.

	Vizinhança de busca (m)			Número de amostras	
	Raio (X)	Raio (Y)	Raio (Z)	Min. amostras	Max. amostras
Litologias (1-5)	1000	1000	1000	4	100



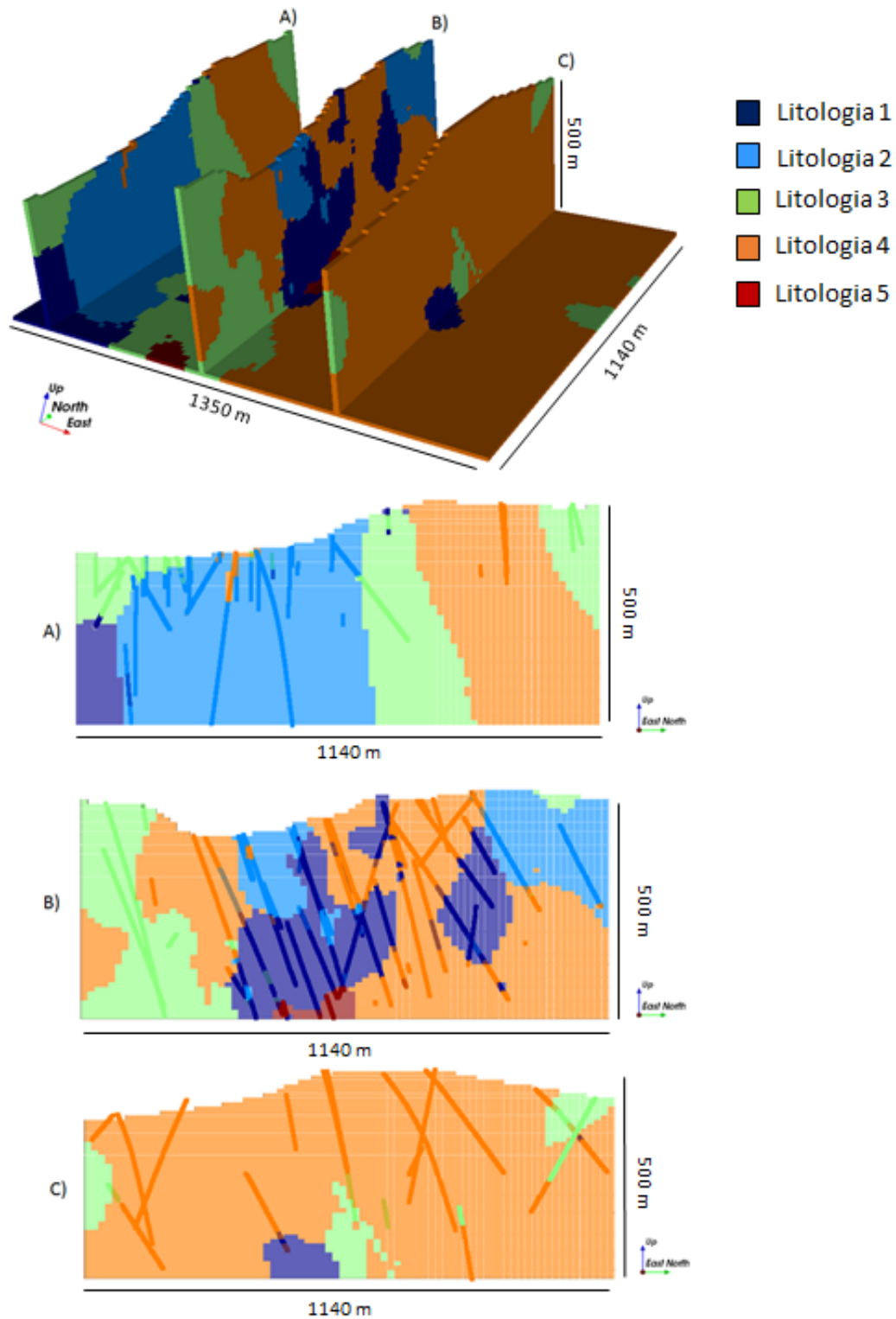
A Figura 18 mostra os domínios modelados implicitamente a partir da interpolação das distâncias assinaladas. A transição de uma litologia para outra se apresenta de maneira suave e contínua, o modelo também não apresenta feições irrealistas, evidenciando que a modelagem foi feita de forma coerente com a geologia.

Figura 18 – Modelo geológico gerado a partir das distâncias assinaladas.



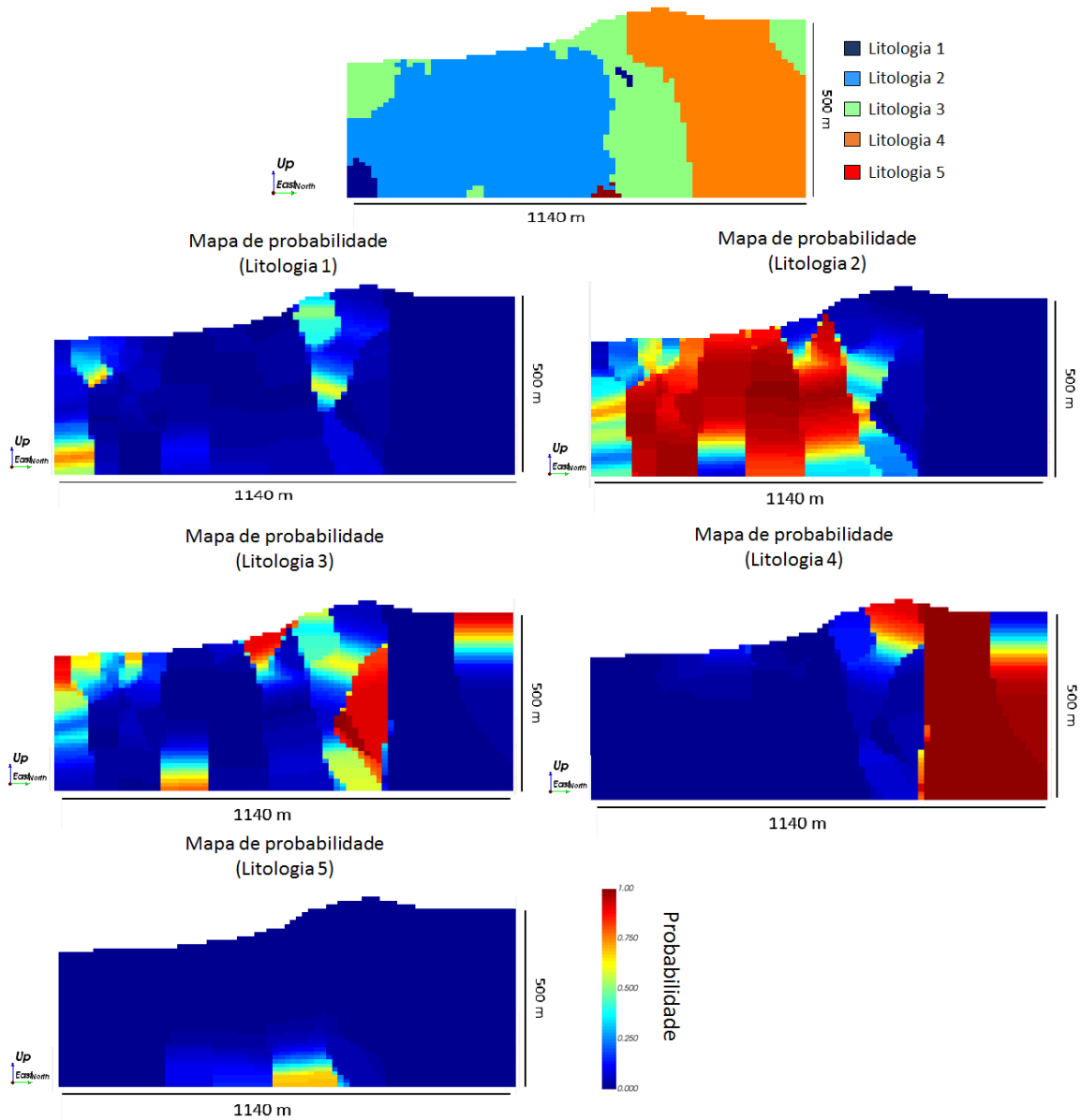
A Figura 19 mostra algumas seções verticais no eixo X, juntamente com as amostras, evidenciando que os dados foram honrados durante a modelagem implícita.

Figura 19 – Seções verticais no eixo X, evidenciando que os dados amostrais foram honrados durante a modelagem.



Foram gerados mapas de probabilidades heurísticas para cada uma das 5 litologias, a partir da interpolação das distâncias assinaladas. Uma seção vertical no eixo X dos mapas pode ser observada na [Figura 20](#).

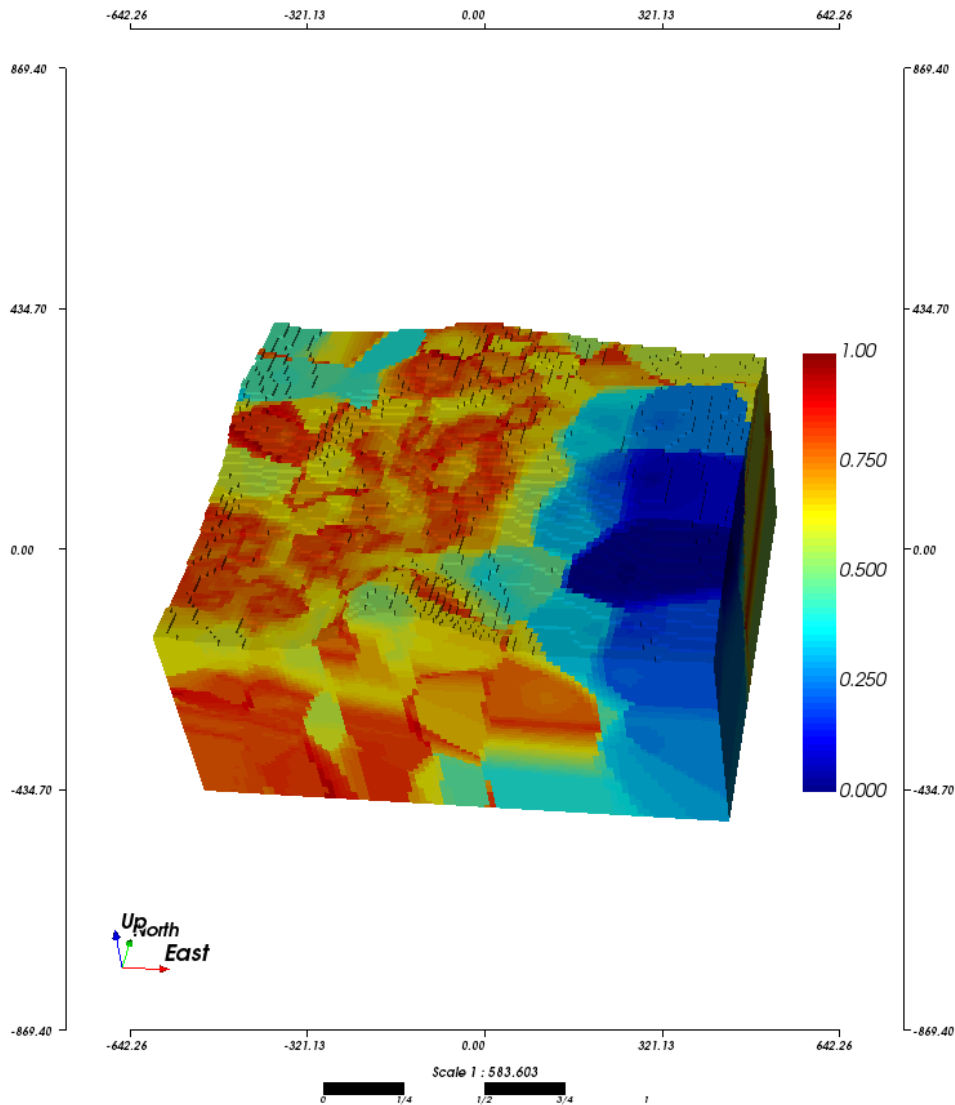
Figura 20 – Mapas de probabilidade das 5 litologias modeladas.



#### 4.4 Criação da zona de incerteza

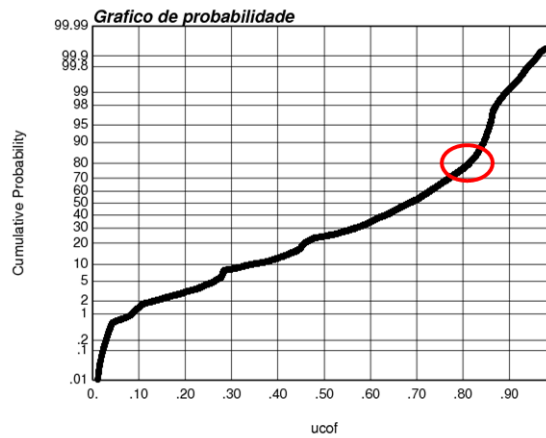
Para determinar o tamanho da zona de incerteza, foi gerado um modelo com as menores distâncias estimadas standardizadas para cada nó do *grid*, de acordo com a [Equação 3.11](#). Como já dito anteriormente, as distâncias entre as amostras carregam consigo informações adicionais sobre a incerteza dos contatos geológicos.

Figura 21 – Modelo gerado com as menores distâncias estimadas standardizadas. Evidenciando zonas de maior incerteza (altos valores) e zonas de menor incerteza (baixos valores).



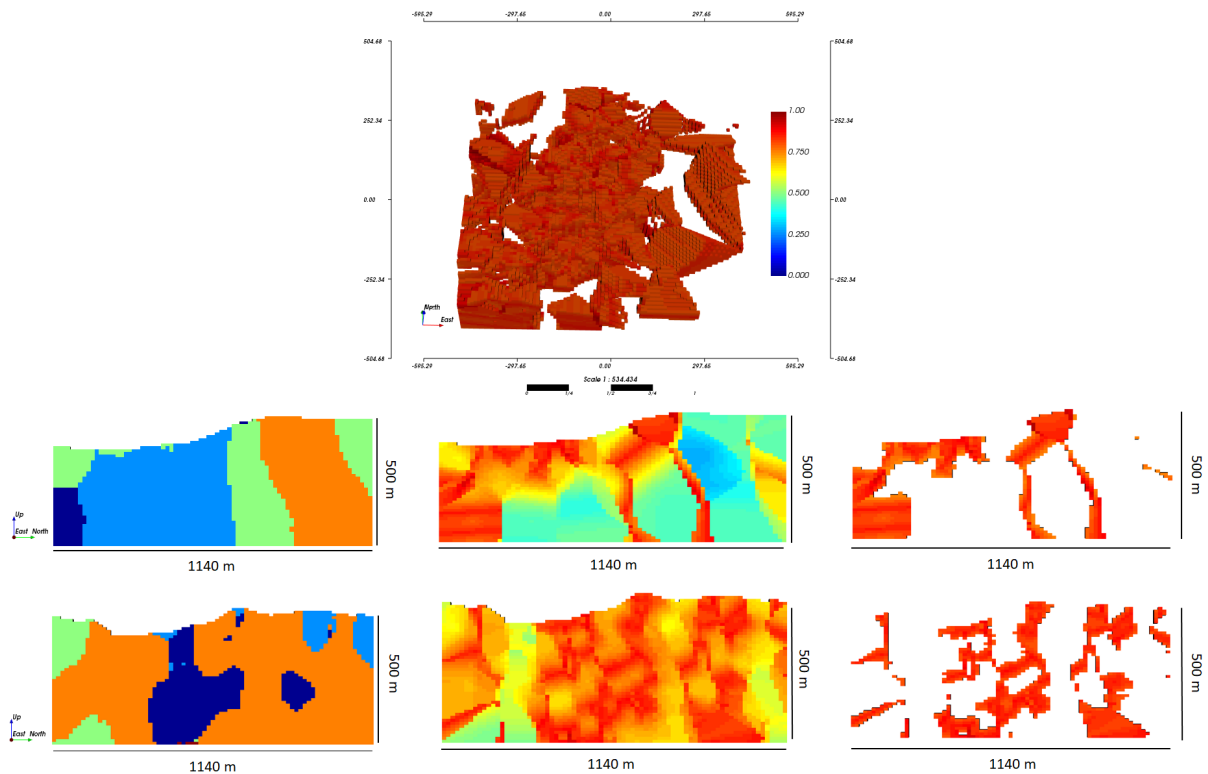
Com o modelo das menores distâncias estimadas gerado, foi aplicado um *cutoff* para que apenas uma porção do modelo seja considerada a zona de incerteza, ou seja, os locais onde os valores são mais altos. O usuário pode escolher este *cutoff*, maiores valores delimitam uma zona de incerteza menor e menores valores delimitam um zona de incerteza maior. Neste estudo de caso, a zona de incerteza foi escolhida a partir do gráfico de probabilidade do modelo (Figura 22). O gráfico de probabilidade acumulada demonstra onde há uma mudança estatística significativa nos dados, neste caso há uma inflexão na curva do gráfico a partir de 0,8, que foi o *cutoff* escolhido para este estudo de caso.

Figura 22 – Gráfico de probabilidade do modelo *ucof*, evidenciando uma mudança estatística a partir do quantil 0,8.



A Figura 23 mostra a zona de incerteza para o *cutoff* em 0,8. Na parte superior, a zona de incerteza em sua totalidade, logo abaixo são apresentados seções transversais. No canto esquerdo, seções do modelo geológico, ao centro o modelo *ucof* é apresentado e no canto da direita são apresentados as seções das zonas de incerteza após a aplicação do *cutoff*.

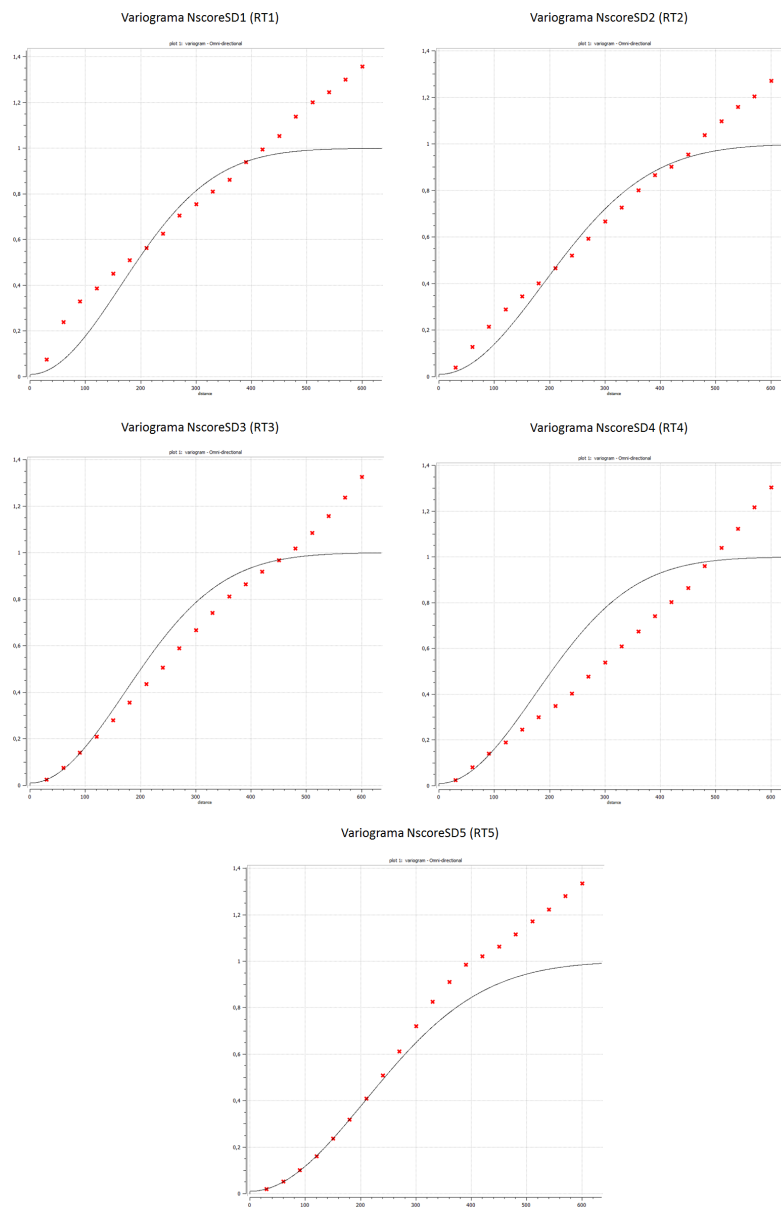
Figura 23 – Zona de incerteza definida, a partir do *cutoff* em 0,8.



## 4.5 Análise variográfica das distâncias assinaladas no espaço Gaussiano

Para utilizar a simulação das distâncias assinaladas na zona de incerteza, é preciso fazer a análise variográfica das distâncias com os dados normalizados. A Figura 24 mostra os variogramas omnidirecionais para cada uma das distâncias assinaladas em espaço Gaussiano, quando novamente nenhuma direção de maior continuidade foi encontrada. Foi utilizado uma separação de *lags* de 30m, com número de *lags* igual a 20, uma tolerância de *lag* de 15m e uma largura de banda de 15 metros. Os modelos variográficos das distâncias com os dados normalizados estão apresentados nas equações de 4.6 a 4.10.

Figura 24 – Variogramas omnidirecionais das distâncias assinaladas no espaço Gaussiano.



$$\gamma_{NscoreSD1}(h) = 0,01 + 0,99gauss\left(\frac{h}{400m}\right) \quad (4.6)$$

$$\gamma_{NscoreSD2}(h) = 0,01 + 0,99gauss\left(\frac{h}{460m}\right) \quad (4.7)$$

$$\gamma_{NscoreSD3}(h) = 0,01 + 0,99gauss\left(\frac{h}{420m}\right) \quad (4.8)$$

$$\gamma_{NscoreSD4}(h) = 0,01 + 0,99gauss\left(\frac{h}{420m}\right) \quad (4.9)$$

$$\gamma_{NscoreSD5}(h) = 0,01 + 0,99gauss\left(\frac{h}{500m}\right) \quad (4.10)$$

Os variogramas no espaço Gaussiano também não apresentam estacionaridade, nem efeito pepita. De acordo com a literatura e com diversos testes feitos, o melhor variograma que se adequa as distâncias assinaladas são variogramas com estrutura Gaussiana e com um efeito pepita muito pequeno (cerca de 1% da variância dos dados).

## 4.6 Simulação das distâncias assinaladas

Para utilizar a simulação das distâncias assinaladas, foi feito um *downscale* no *grid* original, com uma discretização de blocos de 5x5x5. As novas propriedades do *grid* se encontram na [Tabela 3](#).

Tabela 3 – Propriedades do *grid* para simulação.

Número de blocos			Dimensão dos blocos (m)		
Num. X	Num. Y	Num. Z	Dim. X	Dim. Y	Dim. Z
455	385	350	3	3	2

A [Tabela 4](#) evidencia a comparação de volume da parte que será simulada em comparação ao tamanho total do *grid*. A parte que será simulada é a zona de incerteza, ou seja 23,3% do volume total do *grid*.

Tabela 4 – Proporção de volume do *grid* de simulação.

	Número de blocos	Volume (m <sup>3</sup> )	Volume (%)
Zona de incerteza	8.719.625	156.953.250	23,3
Zona determinística	28.708.250	516.748.500	76,7
<i>Grid</i> completo	37.427.875	673.701.750	100

As distâncias assinaladas na zona de incerteza foram então simuladas pelo algoritmo *Turning Bands* (MATHERON, 1973; LANTUÉJOU, 2013). Os parâmetros utilizados estão apresentados na Tabela 5.

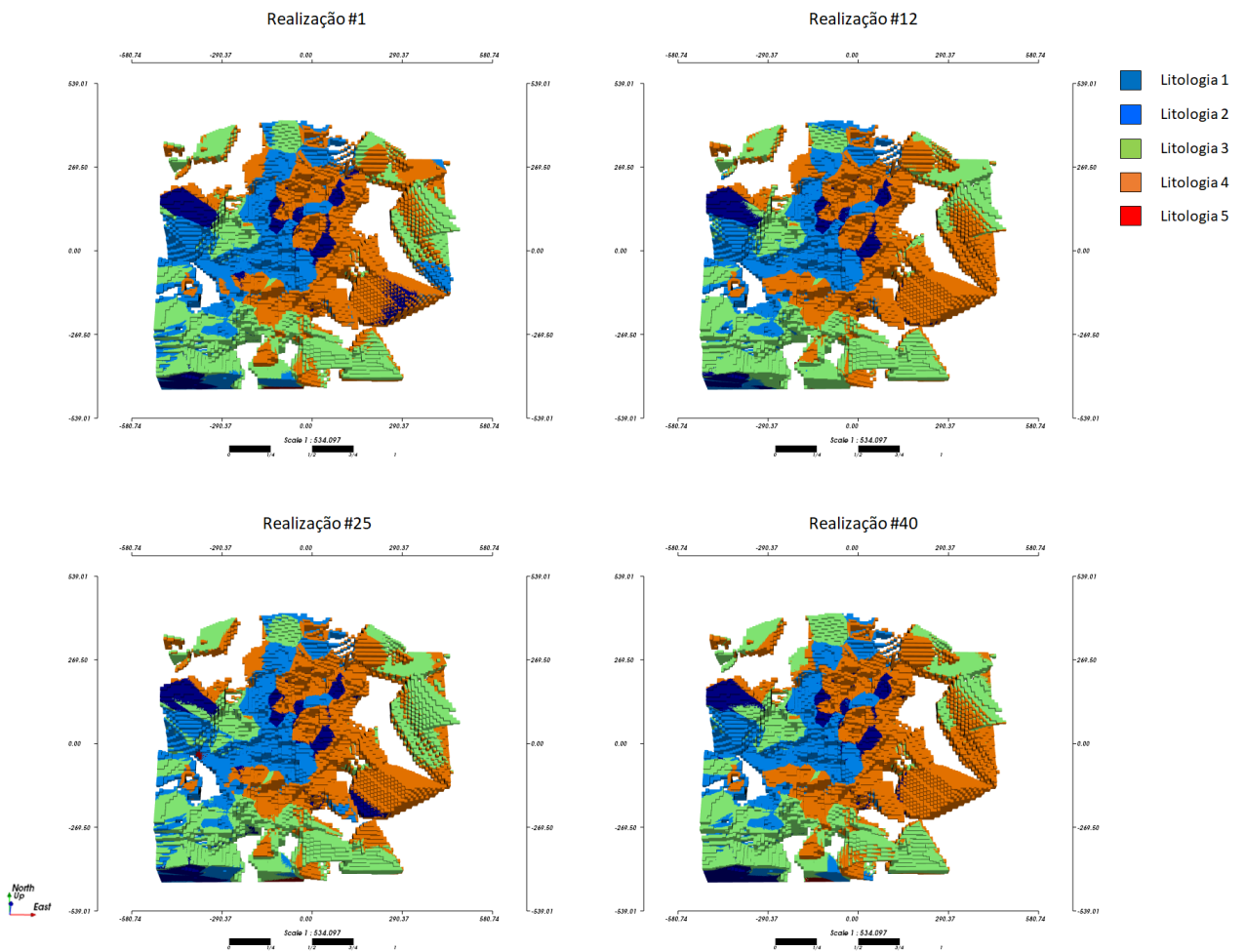
Tabela 5 – Parâmetros utilizados na simulação.

Parâmetros	
Número de realizações	250
Número de modelos gerados	50
Número de linhas	1000
Número de amostras condicionantes	30
Semente	<i>clock</i>
Raio de busca (m)	1000
Ângulo de rotação da busca (0°)	0,0,0

Como pode ser visto na Tabela 5, foi necessário 250 realizações para gerar 50 modelos geológicos, pois a distância assinalada de cada litologia foi simulada 50 vezes. Foi necessário uma demanda computacional muito grande, utilizou-se um supercomputador que possui 64 processadores do tipo AMD Opteron(tm) Processor 6376, com 256 GB de memória RAM. O tempo de execução ficou em aproximadamente 4 horas.

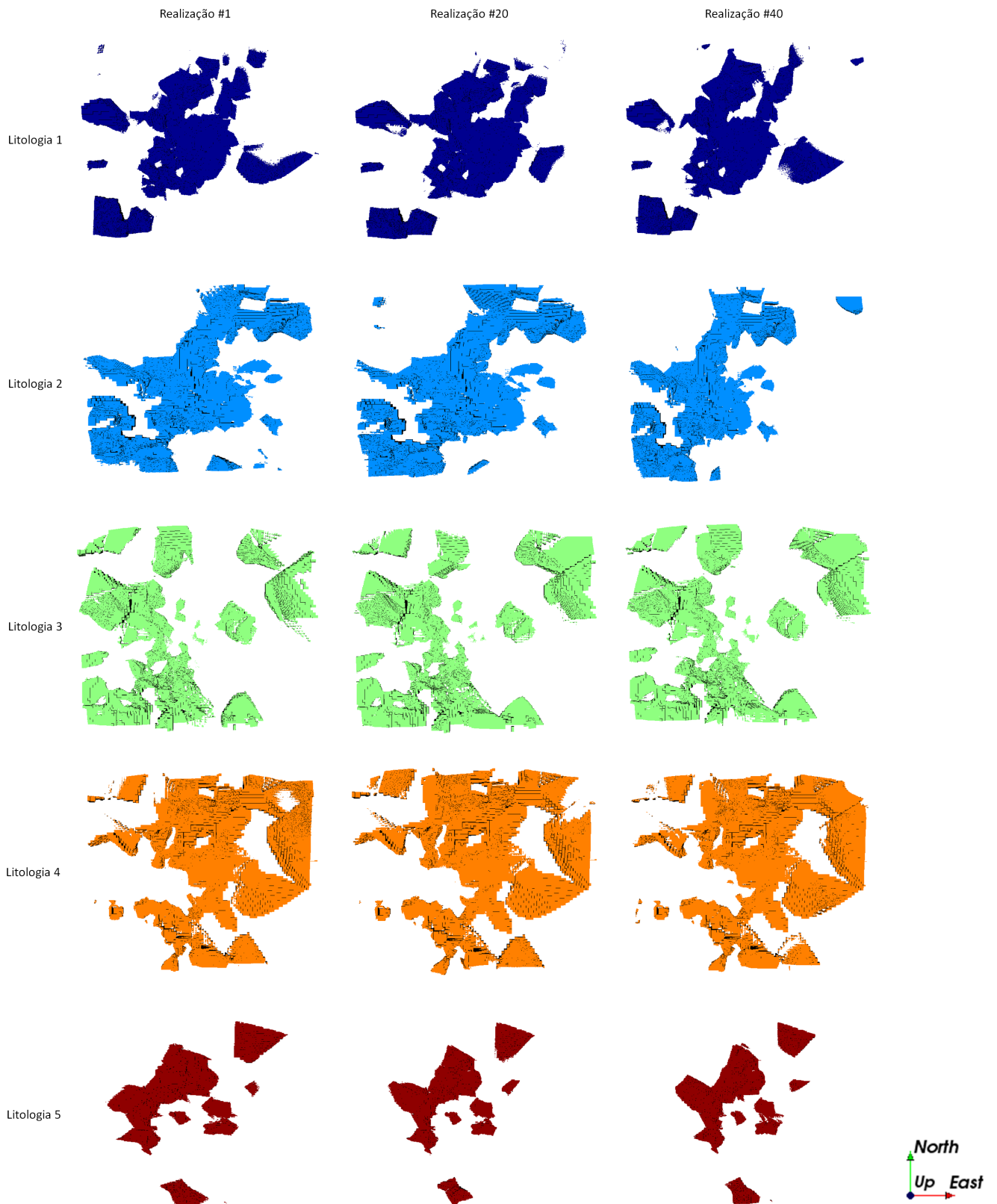
Algumas das realizações podem ser vistas na Figura 25. É possível ver a complexidade geológica que o depósito possui, fazendo com que cada realização gerada tenha uma proporção diferente de cada litologia. Nota-se uma textura *salt and pepper* em algumas realizações, isso é um aspecto comum em alguns algoritmos de simulação. Este efeito é pronunciado devido ao fato de que a simulação foi feita em um *grid* com blocos muito pequenos, juntamente com a complexidade geológica que o depósito possui, tendo várias litologias muito próximas uma das outras. Entretanto, como o propósito da simulação da zona de incerteza é mensurar a proporção de cada litologia, medindo assim sua variação de volume, essas texturas não são preocupantes para este trabalho.



Figura 25 – Realizações geradas pelo algoritmo *Turning Bands*.

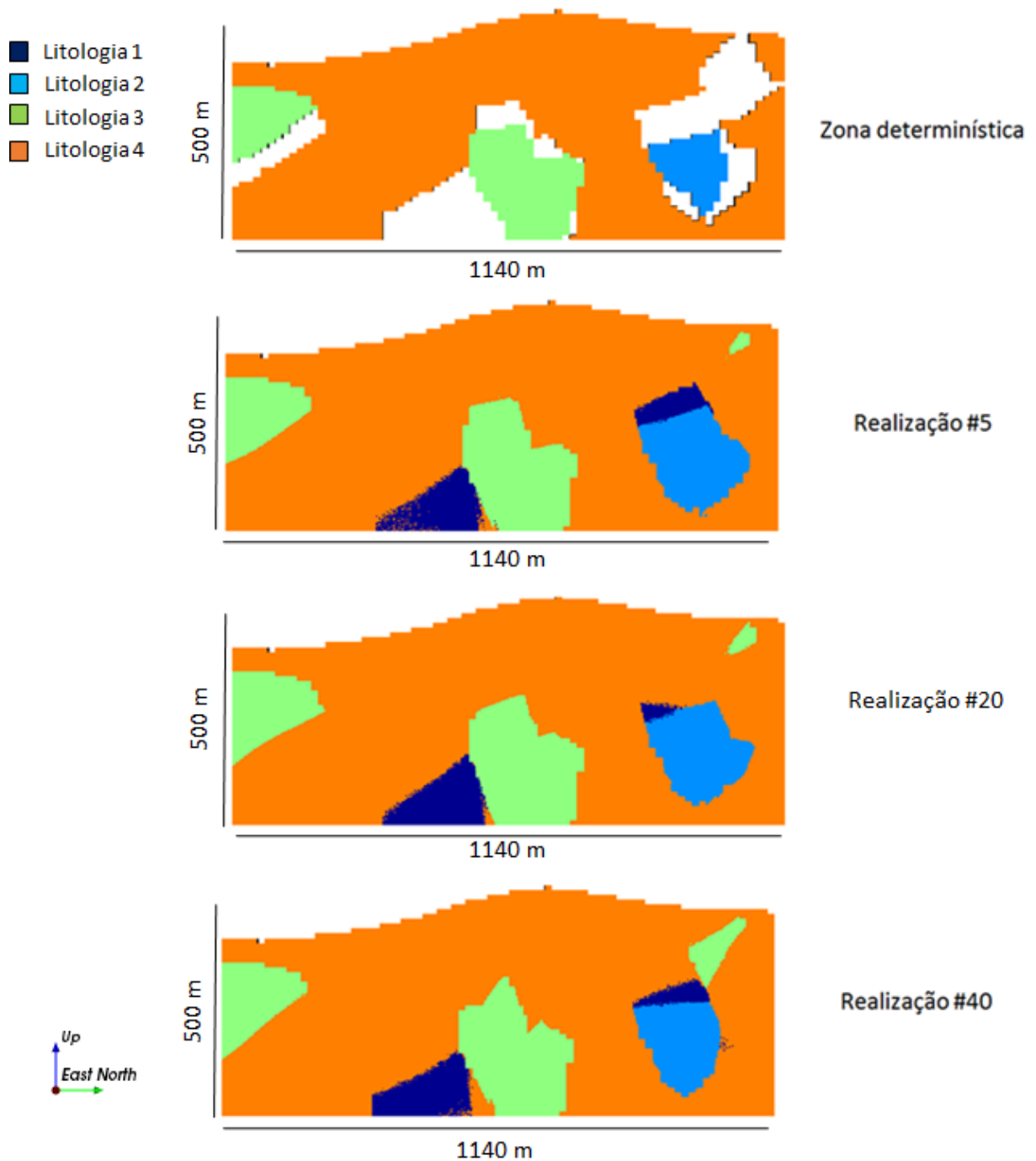
Já a figura [Figura 26](#) mostra as litologia simuladas de forma individualizada, é possível notar a mudança na forma das litologias de uma realização para outra, mostrando que a zona de transição entre contatos é uma região muito incerta.

Figura 26 – Visualização das realizações das litologias separadamente.



A Figura 27 mostra algumas seções transversais das realizações em adição da zona determinística. Novamente, a textura de *salt and pepper* pode ser vista em algumas partes das realizações.

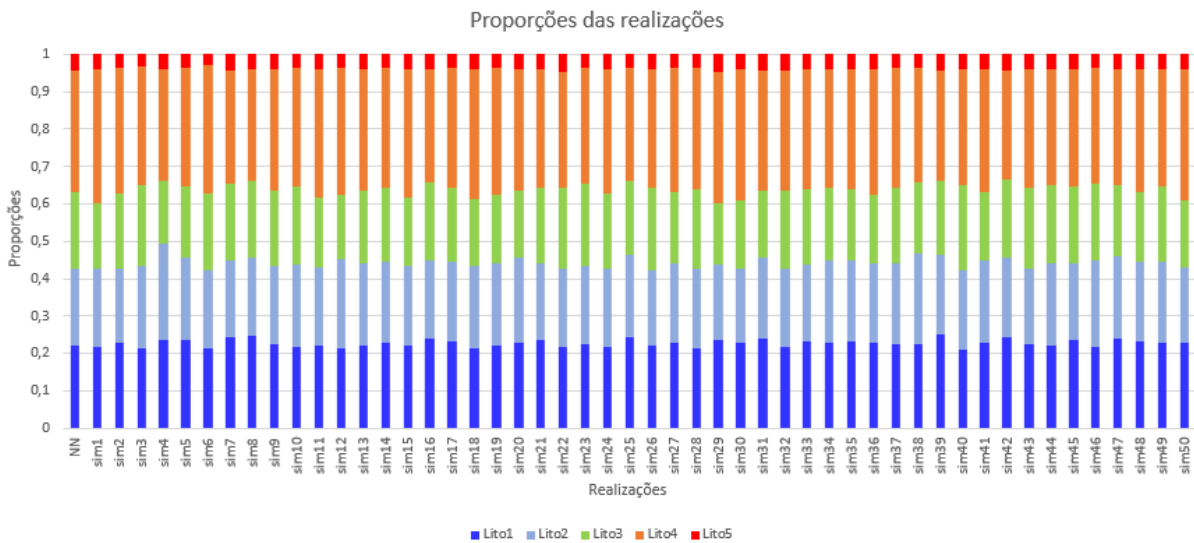
Figura 27 – Seções transversais. Acima uma seção apenas da zona determinística, logo abaixo seções com a adição da zona de incerteza.



## 4.7 Pós-processamento e validação das realizações

As realizações foram validadas através da distribuição das proporções de cada litologia em comparação a um modelo de referência, que neste caso foi o modelo gerado pelo algoritmo *Nearest Neighbour* (NN). A [Figura 28](#) mostra essa comparação, evidenciando pequenas flutuações nas proporções de cada realização.

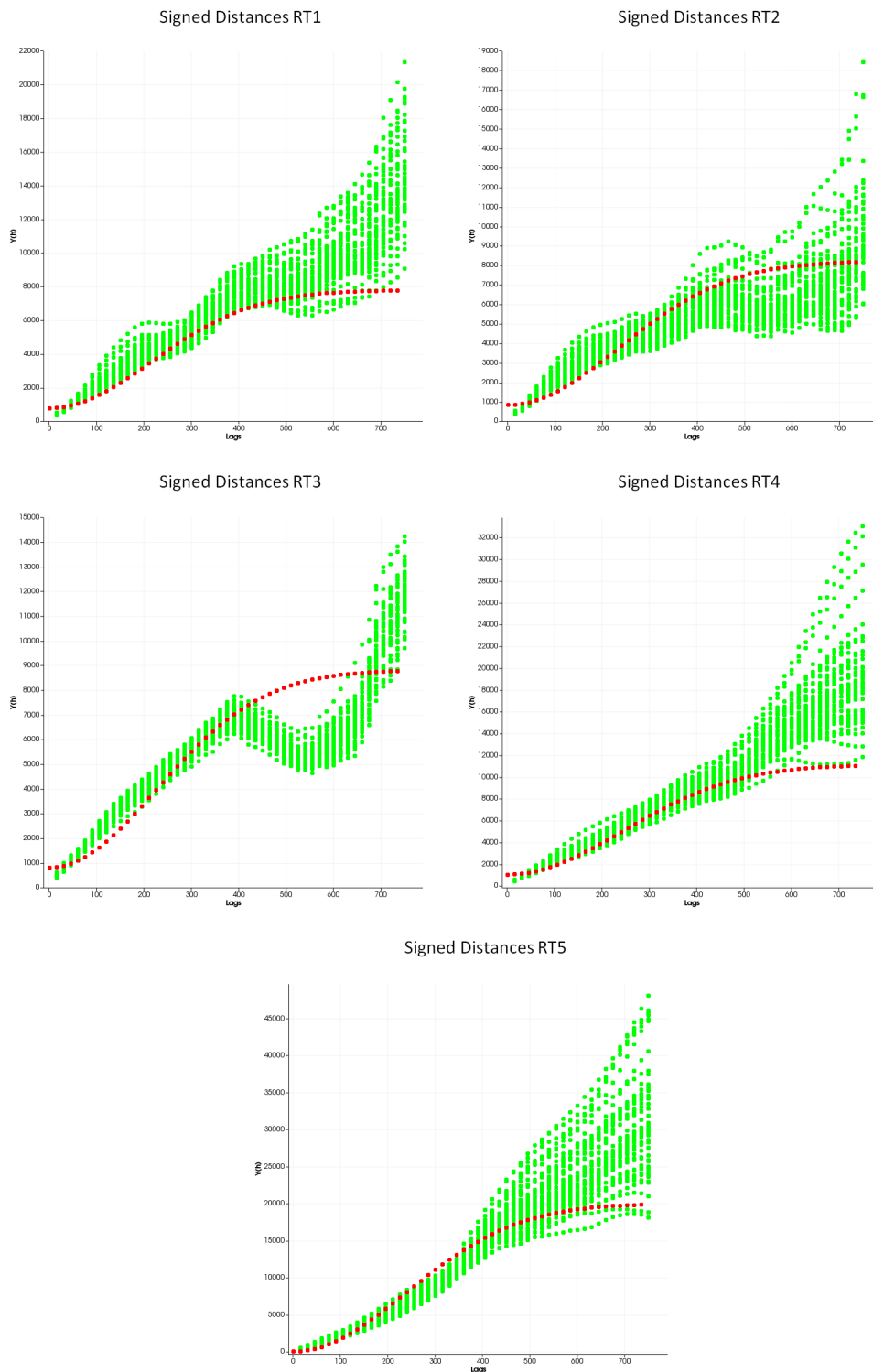
Figura 28 – Proporções das 50 realizações e proporção do modelo de referência (NN).



Os variogramas das realizações também foram validados, comparando-as contra os seus dados originais. Como foram utilizados variogramas omnidirecionais para realizar a simulação, a validação dos variogramas foi feita na direção de azimute  $0^\circ$ .

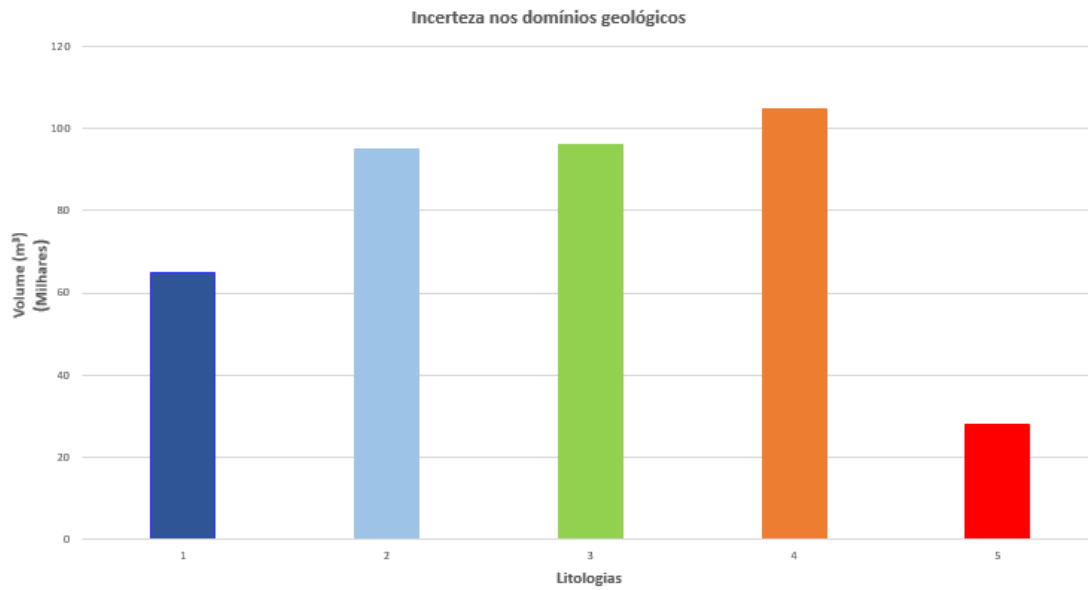
A [Figura 29](#) apresenta, em verde, os 50 variogramas da simulação, já em vermelho é apresentado o variograma experimental dos dados originais. Nota-se, que os variogramas dos dados originais se encontram dentro das flutuações geradas pela simulação, validando assim os variogramas.

Figura 29 – Validação dos variogramas. Em verde os 50 variogramas gerados pela simulação, em vermelho o variograma dos dados originais.



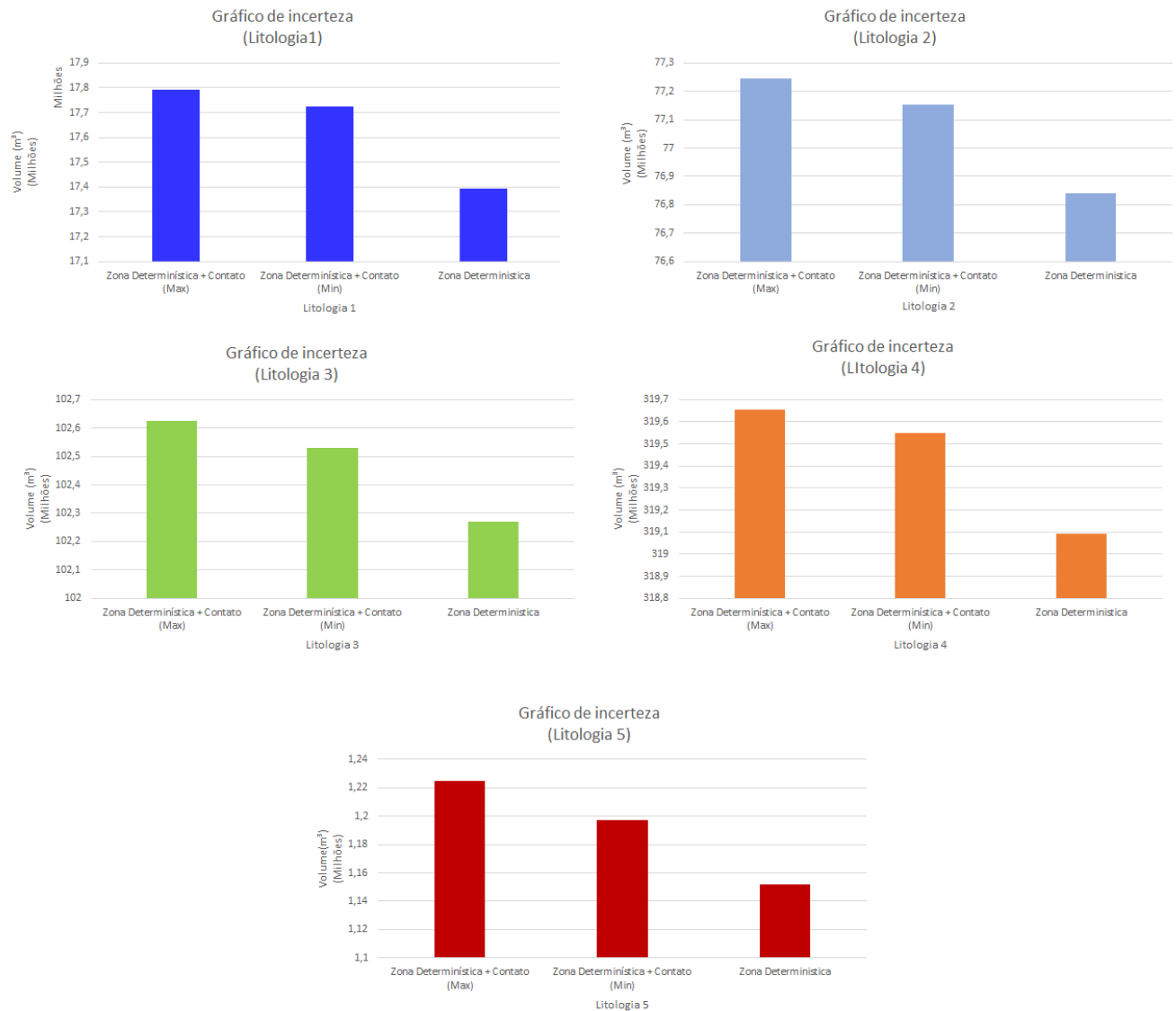
A [Figura 30](#) mostra a banda da incerteza (diferença entre o maior e o menor volume) de cada litologia gerada pela simulação na zona de incerteza. Essa variação de volume é suficiente para causar um impacto na economia de uma mina, causando diluição, perda de minério e estimativas de teores em domínios incorretos.

Figura 30 – Variação de volume para cada litologia.



Já a [Figura 31](#) mostra a diferença de volume do modelo como um todo, considerando duas situações. A primeira evidenciando o volume de cada litologia com adição da zona de incerteza com seu maior valor gerado pela simulação, e a segunda com a adição da zona de incerteza com seu valor mínimo. Essa avaliação da incerteza referente ao volume de cada litologia permite analisar os cenários extremos possíveis que o modelo pode conter.

Figura 31 – Gráficos de incerteza de cada litologia.



## 4.8 Discussões

A modelagem geológica implícita através de funções distância assinaladas foi proposta e obteve resultados satisfatórios. A metodologia se mostrou como uma alternativa para a modelagem de depósitos em fases iniciais de projetos, pois é um método objetivo, que reduz o tempo de trabalho e a subjetividade na hora de modelar, facilmente auditável devido a sua reprodutibilidade com a imputação dos mesmos parâmetros de entrada, além de contar com a avaliação de incerteza gerada pela simulação das distâncias assinaladas.

Um código de computador nunca irá substituir um geomodelador experiente, porém, pode ser de grande ajuda se usado corretamente. Em seguida, são apresentados algumas vantagens e desvantagens da metodologia proposta, com base no estudo de caso realizado.

#### Vantagens:

- As informações geológicas são incorporadas ao modelo pela direções de maior continuidade, alcance e efeito pepita dos variogramas;
- Transições suaves entre as litologias são garantidas devido a krigagem ordinária que suaviza os mapas interpolados;
- Rápida atualização de dados e geração de novos modelos;
- É possível determinar zonas de maior incerteza através das distâncias entre as amostras (coeficiente U), fazendo com que o ganho computacional simulando apenas nessa zona seja expressivo;
- Geração da incerteza associada ao modelo, tanto de modo heurístico a partir dos mapas de probabilidades, quanto de modo estocástico a partir da simulação das distâncias assinaladas;
- Fácil compreensão, sem exigência de imputação de muitos parâmetros.

#### Desvantagens:

- Interpolação feita por krigagem ordinária pode não reproduzir efeitos de pequena escala, devido a sua suavização;
- A qualidade do modelo é proporcional ao número de dados disponíveis, sendo imprescindível uma boa amostragem;
- A não estacionaridade tanto dos variogramas em espaço normal, quanto no espaço Gaussiano, faz com que a variografia se torne questionável e arbitrária;
- Requer uma demanda computacional muito grande a medida que a quantidade de domínios geológicos aumenta, já que é necessário simular cada domínio individualmente;
- A simulação das distâncias assinaladas é extremamente sensível a pequenas mudanças nos parâmetros de entrada, valores mais altos de efeito pepita fazem com que as realizações tenham uma maior randomicidade, gerando modelos nada realistas;
- A simulação pode gerar uma textura de *salt and pepper*, dando uma aparência não realista ao modelo simulado.



## 5 Conclusão e trabalhos futuros

O trabalho tinha como objetivo avaliar o uso da modelagem implícita de funções distância assinaladas, utilizando simulação em zonas de transição de contatos geológicos, medindo a incerteza gerada pelo modelo. Para isso, foram propostos alguns objetivos específicos que foram explicados e discutidos ao longo de todos os capítulos:

1. Propor uma metodologia para definir zonas de incertezas (contatos geológicos);
2. Avaliar a metodologia proposta em um banco de dados reais com alta complexidade geológica;
3. Avaliar o impacto da incerteza associada ao modelo geológico, através da simulação das funções distâncias assinaladas.

A geração da zona de incerteza através das distâncias entre amostras, gerada pelo coeficiente  $U$  se mostrou muito eficaz para a utilização da simulação das distâncias assinaladas, pois não há necessidade de simular o *grid* por completo, já que a incerteza do modelo geológico se encontra somente na transição de uma litologia para outra, fazendo com que o esforço computacional seja reduzida drasticamente.

A metodologia foi aplicada em um banco de dados real de ouro com alta complexidade geológica e obteve resultados satisfatórios. O modelo apresentou uma transição suave entre as litologias, devido a utilização de krigagem ordinária para interpolar as distâncias assinaladas, o modelo também não apresentou feições irrealistas ou artefatos geológicos e os dados amostrais foram honrados com precisão. Além de contar com uma avaliação de incerteza heurística através dos mapas de probabilidades.

Por fim, a simulação das distâncias assinaladas se mostrou eficaz para avaliar o impacto da diferença de volume que cada litologia pode alcançar. Permite avaliar todos os cenários caracterizando o espaço de incerteza geológica que pode ser usado.

### 5.1 Trabalhos futuros

Algumas questões que não foram possíveis de executar neste trabalho ainda merecem ser estudadas e analisadas, como por exemplo:

- Estudar a possibilidade de integrar informações secundárias, oriundas do conhecimento geológico do geomodelador;

- Investigar outras técnicas de interpolação e simulação para as distâncias assinaladas, avaliando o impacto sobre o modelo gerado;
- Investigar técnicas de *machine learning* para a definição dos variogramas das distâncias assinaladas;
- Utilizar outros modelos de continuidade para os variogramas, comparando os contra um modelo de referência (realidade), analisando o impacto sobre o modelo gerado;
- Fazer uma análise de sensibilidade sobre os parâmetros da krigagem e da simulação das distâncias assinaladas, comparando os contra um modelo de referência;
- Implementar uma técnica de pós-processamento no *plug-in* para diminuir a textura *salt and pepper* gerado nos modelos simulados;
- Avaliar se o coeficiente U mapeou as zonas de incerteza de forma coerente, utilizando modelos de referências gerados por outros *softwares*.

## Referências

- ALABERT, F. G. *Stochastic imaging of spatial distributions using hard and soft information*. Tese (Doutorado) — Stanford University Press, 1987. Citado na página 20.
- BRIDGE, J. S.; LEEDER, M. R. A simulation model of alluvial stratigraphy. *Sedimentology*, Wiley Online Library, v. 26, n. 5, p. 617–644, 1979. Citado na página 20.
- CÁCERES, A. et al. Stochastic geological modeling using implicit boundary simulation. In: *Proceedings of the 2nd International Seminar on Geology for the Mining Industry GEOMIN*. [S.l.: s.n.], 2011. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 40.
- CAERS, J. Adding local accuracy to direct sequential simulation. *Mathematical Geology*, Springer, v. 32, n. 7, p. 815–850, 2000. Citado na página 31.
- CALCAGNO, P. et al. Geological modelling from field data and geological knowledge: Part i. modelling method coupling 3d potential-field interpolation and geological rules. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, Elsevier, v. 171, n. 1, p. 147–157, 2008. Citado na página 20.
- CALCAGNO, P. et al. How 3d implicit geometric modelling helps to understand geology: the 3dgeomodeller methodology. In: *XIth International Congress, Society for Mathematical Geology*. [S.l.: s.n.], 2006. Citado na página 27.
- CARR, J. C. et al. Reconstruction and representation of 3d objects with radial basis functions. In: ACM. *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. [S.l.], 2001. p. 67–76. Citado na página 20.
- CHAMBERS, R. L.; YARUS, J. M.; HIRD, K. B. Petroleum geostatistics for nongeostaticians: Part 2. *The Leading Edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 19, n. 6, p. 592–599, 2000. Citado na página 30.
- CHILÈS, J.-P. *Géostatistique des phénomènes non stationnaires:(dans le plan)*. Tese (Doutorado), 1977. Citado na página 35.
- CHILÈS, J.-P. et al. Modelling the geometry of geological units and its uncertainty in 3d from structural data: the potential-field method. In: *Proceedings of International Symposium on Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, Perth, Australia*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 22, p. 24. Citado na página 20.
- COWAN, E. et al. Rapid geological modelling. *Applied Structural Geology for Mineral Exploration and Mining, International Symposium*, 2002. Citado na página 20.
- COWAN, E. et al. Practical implicit geological modelling. In: AUSTRALIAN INSTITUTE OF MINING AND METALLURGY BENDIGO, VICTORIA. *Fifth International Mining Geology Conference*. [S.l.], 2003. p. 17–19. Citado 3 vezes nas páginas 19, 20 e 27.
- DEUTSCH, C.; JOURNEL, A. Geostatistical software library and user's guide (gslib). Oxford University Press Oxford, 1998. Citado na página 30.

- DEUTSCH, C. V.; WILDE, B. J. Modeling multiple coal seams using signed distance functions and global kriging. *International Journal of Coal Geology*, n. 112, p. 87–93, 2013. Citado na página 37.
- DIMITRAKOPOULOS, R. Conditional simulation algorithms for modelling orebody uncertainty in open pit optimisation. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, Taylor & Francis, v. 12, n. 4, p. 173–179, 1998. Citado na página 19.
- EMERY, X.; LANTUÉJOUL, C. Tbsim: A computer program for conditional simulation of three-dimensional gaussian random fields via the turning bands method. *Computers & Geosciences*, Elsevier, v. 32, n. 10, p. 1615–1628, 2006. Citado na página 34.
- FREULON, X.; FOUQUET, C. de. Remarques sur la pratique des bandes tournantes a 3d. *Cahiers de Gostatistique, Fascicule*, v. 1, p. 101–117, 1991. Citado na página 35.
- GALLI, A. et al. The pros and cons of the truncated gaussian method. In: *Geostatistical simulations*. [S.l.]: Springer, 1994. p. 217–233. Citado na página 20.
- GNEITING, T. The correlation bias for two-dimensional simulations by turning bands. *Mathematical geology*, Springer, v. 31, n. 2, p. 195–211, 1999. Citado na página 35.
- GOOVAERTS, P. *Geostatistics for natural resources evaluation*. [S.l.]: Oxford University Press on Demand, 1997. Citado 3 vezes nas páginas 32, 33 e 34.
- GUARDIANO, F. B.; SRIVASTAVA, R. M. Multivariate geostatistics: beyond bivariate moments. In: *Geostatistics Troia '92*. [S.l.]: Springer, 1993. p. 133–144. Citado na página 20.
- HOSSEINI, A. H. Probabilistic modeling of natural attenuation of petroleum hydrocarbons. 2009. Citado na página 21.
- HOULDING, S. Computer modelling limitations and new directions. ii. *CIM bulletin*, Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum, v. 84, n. 953, p. 46–49, 1991. Citado na página 19.
- ISAAKS, E. H. *The application of Monte Carlo methods to the analysis of spatially correlated data*. 213 p. Tese (Doutorado) — Stanford University, Stanford, 1990. Citado na página 30.
- JOURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, C. J. *Mining geostatistics*. [S.l.]: Academic press, 1978. Citado 5 vezes nas páginas 20, 25, 26, 34 e 35.
- KOPPE, V. C. Metodologia para comparar a eficiência de alternativas para disposição de amostras. 2009. Citado na página 31.
- LANTUÉJOUL, C. *Geostatistical simulation: models and algorithms*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 34, 35 e 62.
- MALLET, J.-L. L. *Geomodeling*. [S.l.]: Oxford University Press, Inc., 2002. Citado na página 20.
- MANTOGLU, A.; WILSON, J. L. The turning bands method for simulation of random fields using line generation by a spectral method. *Water Resources Research*, Wiley Online Library, v. 18, n. 5, p. 1379–1394, 1982. Citado na página 35.

- MATHERON, G. The intrinsic random functions and their applications. *Advances in applied probability*, Cambridge Univ Press, v. 5, n. 03, p. 439–468, 1973. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 62.
- MCCULLAGH, P.; NELDER, J. A. *Generalized linear models*. [S.l.]: Chapman and Hall, 1989. Citado na página 41.
- MCLENNAN, J. A. *The decision of stationarity*. Tese (Doutorado) — University of Alberta, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 26.
- MCLENNAN, J. A.; DEUTSCH, C. V. Implicit boundary modeling (boundsim). *Centre for Computational Geostatistics, Edmonton*, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 40.
- MUNROE, M. J. *A Methodology for Calculating Tonnage Uncertainty in Vein-Type Deposits*. Tese (Doutorado) — University of Alberta, 2012. Citado na página 40.
- OLEA, R. A. *Geostatistics for engineers and earth scientists*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página 31.
- OLIVEIRA, M. L. de. Análise das incertezas envolvidas na modelagem de reservatórios no contexto geoestatístico. Biblioteca Digital da Unicamp, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 30, 32 e 33.
- OSHER, S.; FEDKIW, R. *Level set methods and dynamic implicit surfaces*. [S.l.]: Springer-Verlag New York, Inc., 2003. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.
- PYRCZ, M. J.; CATUNEANU, O.; DEUTSCH, C. V. Stochastic surface-based modeling of turbidite lobes. *AAPG bulletin*, American Association of Petroleum Geologists, v. 89, n. 2, p. 177–191, 2005. Citado na página 20.
- RASERA, L. G. *Geoestatística de múltiplos pontos aplicada à simulação de modelos geológicos em grids estratigráficos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul - PPGE3M, 2014. Citado na página 19.
- RENARD, D. et al. Modeling the geometry of a mineral deposit domain with a potential field. In: *36th APCOM*. [S.l.: s.n.], 2013. p. Modeling—the. Citado na página 20.
- SILVA, D. Signed distance function modeling with multiple categories. *Geostatistics Lessons*, 2015. Citado na página 29.
- SILVA, D.; DEUTSCH, C. Modeling multiple rock types with distance functions: methodology and software. In: *CCG Annual Report*. [S.l.: s.n.], 2012. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 39.
- SILVA, D.; DEUTSCH, C. Multiple point statistics with multiple training images in geostatistics. *Centre for Computational Geostatistics, University of Alberta, Edmonton*, 2012. Citado na página 19.
- SILVA, D. M. A. *Enhanced geologic modeling with data-driven training images for improved resources and recoverable reserves*. Tese (Doutorado) — University of Alberta, 2015. Citado 5 vezes nas páginas 19, 20, 21, 27 e 37.
- SOARES, A. *Geoestatística para as Ciências da Terra e do Ambiente (Geostatistics for Earth Sciences and Environment)*. Coleção Ensino da Ciência e da Tecnologia. [S.l.]: Lisboa, IST Press, 2ªed, 214pp, 2006. Citado na página 29.

- SRIVASTAVA, R. M. Probabilistic modeling of ore lens geometry: An alternative to deterministic wireframes. *Mathematical Geology*, Springer, v. 37, n. 5, p. 513–544, 2005. Citado na página 19.
- TOMPSON, A. F.; ABABOU, R.; GELHAR, L. W. Implementation of the three-dimensional turning bands random field generator. *Water Resources Research*, Wiley Online Library, v. 25, n. 10, p. 2227–2243, 1989. Citado na página 35.
- TRAN, T. T. Improving variogram reproduction on dense simulation grids. *Computers & Geosciences*, Elsevier, v. 20, n. 7-8, p. 1161–1168, 1994. Citado na página 32.
- WEBSTER, R.; OLIVER, M. A. *Geostatistics for environmental scientists (statistics in practice)*. Wiley, 2001. Citado na página 30.
- WILDE, B.; DEUTSCH, C. A new way to calibrate distance function uncertainty. In: *CCG Annual Report*. [S.l.: s.n.], 2011. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 40.
- WILDE, B. J.; DEUTSCH, C. V. Simulating boundary realizations. *Centre for Computational Geostatistics Annual Report*, v. 11, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 40.