

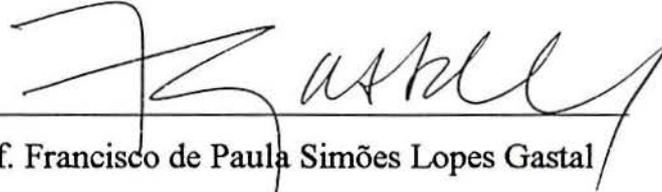
**DIMENSIONAMENTO AUTOMÁTICO DE VIGAS
ISOSTÁTICAS, COM PROTENSÃO TOTAL OU PARCIAL,
POR ADERÊNCIA INICIAL**

RUBEM CLECIO SCHWINGEL

Dissertação apresentada ao corpo docente do curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA.

Porto Alegre
Janeiro, 1995

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pelo Curso de Pós-Graduação.



Prof. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal
Orientador



Prof. Jorge Daniel Riera
Coordenador do Curso de Pós-Graduação
em Engenharia Civil

BANCA EXAMINADORA

- Prof. Francisco de P. S. L. Gastal (Orientador)
Ph.D. pela North Carolina State University
- Prof. Américo Campos Filho
Dr. pela EPUSP
- Prof. Ronald José Elwanger
Dr. pela COPPE/UFRJ
- Prof. Marcelo Maia Rocha
Dr. tech. pela Universität Innsbruck
- Prof. Paulo Jorge Sarkis
M. Sc. pela COPPE/UFRJ

Este trabalho é dedicado à minha esposa
Lia e meus filhos Áurea e Ricardo pelo apoio e
compreensão demonstrados.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Francisco de P.S.L.Gastal, pela orientação e apoio durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus colegas de trabalho, por assumirem as tarefas a mim destinadas, durante o período de desenvolvimento desta dissertação.

A bibliotecária Juliana R. Bonilha pela colaboração nas referências bibliográficas.

Ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil pelo apoio recebido.

Aos professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul pelos conhecimentos transmitidos.

A todos que, de uma forma ou outra, colaboraram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	01
1.1 Generalidades	01
1.2 Objetivos e Metodologia	02
1.3 Revisão Bibliográfica	03
2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS.	05
2.1 Concreto	05
2.1.1 Diagrama Tensão-Deformação da NBR 6118.	05
2.1.2 Características Reológicas do Concreto	06
2.1.2.1 Deformação Lenta	06
2.1.2.2 Retração do Concreto	12
2.2 Aços.	14
2.2.1 Diagramas Tensão-Deformação dos Aços das Armaduras Passivas.	14
2.2.1.1 Aços de Categoria A	14
2.2.1.2 Aços de Categoria B	15
2.2.2 Diagramas Tensão-Deformação das Armaduras Ativas	17
2.2.3 Características de Relaxação dos Aços de Protensão. ..	19
3 BASES TEÓRICAS PARA A VERIFICAÇÃO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS.	21
3.1 Estágios de Comportamento de Seções Transversais	21
3.1.1 Estádio I	21
3.1.2 Estádio II	23
3.1.3 Estádio III.	25
3.2 Estados Limites de Utilização.	26
3.2.1 Estado Limite de Tensões.	26
3.2.2 Estado Limite de Abertura de Fissuras.	28
3.2.3 Estado Limite de Deformações	28
3.3 Estados Limites Últimos.	28
3.3.1 Estado Limite Último devido às Solicitações Normais ..	29
3.3.2 Estado Limite Último devido às Solicitações Tangenciais	29

4 CÁLCULO DA AÇÃO DA PROTENSÃO	30
4.1 Determinação das Características Geométricas da Seção Transversal.	30
4.2 Determinação da Força de Protensão de Cabeceira	35
4.2.1 Grau de Protensão	35
4.2.2 Cálculo dos Limites da Força de Protensão de Cabeceira	38
4.3 Escalonamento da Força de Protensão ao Longo do Vão.	39
4.3.1 Tensão Efetiva no Aço de Protensão.	40
4.3.2 Força e Momento de Protensão Efetivos.	41
4.3.3 Redução dos Esforços de Protensão por Eliminação da Aderência	41
4.4 Perdas Progressivas da Força de Protensão	47
4.4.1 A História da Carga	47
4.4.2 Deformação Lenta e Retração	48
4.4.3 Fluência do Aço de Protensão.	49
4.4.4 Variação do Estado de Tensões.	50
4.4.5 Cálculo das Tensões Normais Atuantes no Concreto ...	53
4.4.6 Pré-Alongamento de Leito.	53
5 DETERMINAÇÃO DAS ARMADURAS PASSIVAS.	55
5.1 Diagrama de Deformações da NBR-6118	55
5.2 Formas de Ruptura das Seções Transversais	56
5.3 Representação da Deformada da Seção por Uma Variável	60
5.4 Equações de Equilíbrio da Seção Transversal.	61
5.4.1 Deformada de Equilíbrio nos Domínios 2 e 3 de Deformações	62
5.4.2 Deformada de Equilíbrio no Domínio 4 de Deformações	63
5.4.2.1 Seções em Concreto Armado ou com Protensão Parcial. .	63
5.4.2.2 Seções com Protensão Completa.	64
5.5 Solução do Sistema de Equações de Equilíbrio.	65
5.5.1 Algoritmo para Dimensionamento.	66
5.5.2 Algoritmo para Verificação.	67
5.6 Cálculo dos Esforços Resistentes	68
5.6.1 Deformações na Seção Transversal	68
5.6.2 Esforços Resistentes Devidos ao Concreto	69

5.6.3	Esforços Resistentes Devidos às Armaduras.	73
5.6.4	Esforços Resistentes Totais.	73
5.7	Cálculo das Derivadas Parciais dos Esforços Resistentes	74
5.7.1	Derivadas Parciais em Relação a D.	74
5.7.2	Derivadas Parciais em Relação a Armadura A_s	78
5.8	Escalonamento da Armadura Passiva	78
5.8.1	Vigas em Concreto Armado.	80
5.8.2	Vigas com Protensão Parcial.	81
5.8.3	Vigas com Protensão Completa.	82
6	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.	83
6.1	Exemplo 1: Vigas de Seção Retangular em Concreto Armado (GP = 1).	83
6.2	Exemplo 2: Vigas de Seção Qualquer com Protensão Parcial (0 < GP < 1).	86
6.3	Exemplo 3: Viga-Calha em Concreto Protendido (GP = 1)	90
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTO FUTURO	94
7.1	Conclusões	94
7.2	Sugestões para Desenvolvimento Futuro.	94
	FLUXOGRAMA GERAL DO PROGRAMA.	97
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	98

RESUMO

Este trabalho apresenta um programa computacional para o dimensionamento automático, à flexão, de vigas isostáticas pré-fabricadas, em concreto armado e com protensão parcial ou completa. O processo de protensão considerado é o de aderência inicial com cabos retos. São consideradas seções transversais quaisquer, com um eixo de simetria coincidente com o plano de ação das cargas.

O escalonamento das armaduras de protensão, ao longo do vão, é feito pela eliminação da aderência em trechos, cuja extensão é determinada pelo programa.

O escalonamento das armaduras passivas (concreto armado) é feito de acordo com os critérios usuais.

Ao longo do trabalho, a análise das vigas projetadas é feita de acordo com as recomendações das normas brasileiras pertinentes, exceto nos casos em que estas não definem critérios. Nestas situações foram adotados critérios definidos em normas estrangeiras.

Ao longo da dissertação adota-se a sistemática de apresentar, de forma simultânea, o processo de implementação do programa e o seu embasamento teórico.

ABSTRACT

This work presents the implementation of a computer program for the automatic design for bending of statically determinate, precast, beams produced with partial or full prestressing, as well as those with normal reinforcement. Cross sections of any shape are considered provided that they have symmetry about the loading plane.

Distribution of the prestressing force through the span of the beam is made by the use of the debonded strands technic and its shape is determined by the program. Normal reinforcement is distributed as usual and also defined by the program.

The analysis of a beam is made according to the recommendations of the Brazilian Standards, except in the topics in which they do not clearly define the design procedures. In these cases Foreign Standards recommendations are used.

Throughout the text the theoretical background and the form of implementation for the program's procedures are simultaneously presented.

LISTA DE SÍMBOLOS

Concreto: Tensões e Deformações

- f_{ck} : tensão característica de ruptura à compressão, conforme a NBR-6118
- f_{tk} : tensão característica de ruptura à tração, conforme a NBR-6118
- f_{ckj} : tensão característica de ruptura à compressão do concreto a j dias de idade
- f_{tkj} : tensão característica de ruptura à tração do concreto a j dias de idade
- f_{ctm} : tensão média de ruptura à tração, na flexão, do concreto
- f_{ctmj} : tensão média de ruptura à tração, na flexão, do concreto a j dias de idade
- σ_{cd} : resistência de cálculo à compressão do concreto, calculada de acordo com a NBR-6118
- σ_c : tensão normal atuante no concreto
- $\sigma_c(y)$: tensão normal atuante, no concreto, em uma fibra a uma distância y do CG da seção transversal
- $\tau(y)$: tensão tangencial atuante, no concreto, a uma distância y do CG da seção transversal
- τ_{wd} : tensão tangencial de referência, de cálculo, no estado limite último
- τ_{wu} : tensão tangencial limite para a seção transversal, no estado limite último
- $\sigma_I(y)$: tensão principal de tração atuante em uma fibra a uma distância y do CG da seção transversal
- $\sigma_{II}(y)$: tensão principal de compressão atuante em uma fibra a uma distância y do CG da seção transversal
- σ_{cs} : tensão normal atuante, no concreto, na fibra de mesma altura da armadura
- $\sigma_{ct}(t_0)$: tensão de tração na borda comprimida, tracionada pelo efeito da protensão, no instante da transferência
- $\sigma_{cc}(t_0)$: tensão de compressão na borda tracionada, comprimida pelo efeito da protensão, no instante da transferência
- $\sigma_{ct}(\infty)$: tensão de tração na borda tracionada da seção transversal para a ação simultânea das cargas, protensão e perdas progressivas
- $\sigma_{cc}(\infty)$: tensão de compressão na borda comprimida da seção transversal para a ação simultânea das cargas, protensão e perdas progressivas
- σ_{cPo} : tensão normal devida à ação exclusiva da força de protensão, no instante da transferência
- $\sigma_{cP\infty}$: tensão normal devida à ação exclusiva da força de protensão final
- σ_{cg} : tensão normal devida à ação do peso próprio
- $\sigma_c(t)$: tensão normal atuante, no concreto, em um instante t
- $\Delta\sigma_c(t, t_i)$: variação da tensão normal, no concreto, no intervalo de tempo (t, t_i)

ϵ_{cu} :	deformação última convencional do concreto à compressão
ϵ_c :	deformação do concreto sob carga
ϵ_{cc} :	deformação por fluência do concreto
ϵ_{cca} :	deformação por fluência rápida irreversível
ϵ_{ccf} :	deformação por fluência lenta irreversível
ϵ_{ccd} :	deformação por fluência lenta reversível
$\epsilon_c(t, t_0)$:	deformação total do concreto, no intervalo de tempo (t, t_0)
$\epsilon_{cc}(t, t_0)$:	deformação por fluência do concreto, no intervalo de tempo (t, t_0)
$\epsilon_{cs}(t, t_i)$:	deformação por retração do concreto, no intervalo de tempo (t, t_i)
ϵ_{cso} :	deformação total, por retração, do concreto

Aços: Tensões e Deformações

f_y :	tensão característica do aço das armaduras passivas
f_{py} :	tensão característica do aço das armaduras ativas
f_{yd} :	tensão de cálculo das armaduras passivas comprimidas
f_{kj} :	tensão característica de ruptura à tração do concreto a j dias de idade
$\sigma_s(\epsilon)$:	tensão no aço das armaduras passivas, função de sua deformação
$\sigma_p(\epsilon)$:	tensão no aço das armaduras ativas, função de sua deformação
σ_{pc} :	tensão de cabeceira no aço de protensão
σ_p :	tensão efetiva no aço de protensão
$\Delta\sigma_{pr}(t, t_i)$:	variação da tensão no aço de protensão, a comprimento constante, no intervalo de tempo (t, t_i)
$\Delta\sigma_p^{SR}(t, t_i)$:	variação da tensão no aço de protensão, por fluência e retração do concreto e por relaxação
σ_{pso} :	tensão no aço de protensão descontadas as perdas progressivas
ϵ_{yd} :	deformação característica de escoamento do aço das armaduras passivas
ϵ_{pyd} :	deformação característica de escoamento do aço das armaduras ativas
ϵ_{po} :	prealongamento de leito do aço de protensão
ϵ_{px} :	deformação do aço de protensão no estado limite último, a partir do estado de neutralização da seção transversal
ϵ_{sx} :	deformação do aço da armadura passiva de tração, no estado limite último
ϵ'_{sx} :	deformação do aço da armadura passiva de compressão, no estado limite último

Características Mecânicas

E_c :	módulo de deformação longitudinal do concreto
E_{c28} :	módulo de deformação longitudinal secante, correspondente a $0,9E_c$
E_s :	módulo de deformação longitudinal do aço das armaduras passivas
$E_t(\varepsilon)$:	módulo de deformação longitudinal tangente das armaduras passivas
E_p :	módulo de deformação da armadura ativa
$E_p(\varepsilon)$:	módulo de deformação longitudinal tangente da armadura ativa

Características Geométricas

A_c :	área da seção transversal de concreto
A_s :	área da armadura passiva de tração
A'_s :	área da armadura passiva de compressão
A_p :	área da armadura ativa
I_c :	momento de inércia da seção bruta de concreto
I_n :	momento de inércia da seção homogeneizada
W_s :	módulo resistente da seção transversal bruta para a fibra da borda superior
W_i :	módulo resistente da seção transversal bruta para a fibra da borda inferior
Y_c :	excentricidade da resultante de compressão no concreto em relação ao eixo de referência
Y'_{as} :	excentricidade da resultante de compressão na armadura passiva comprimida em relação ao eixo de referência
Y_{as} :	excentricidade da resultante de tração na armadura passiva tracionada em relação ao eixo de referência
e_p :	excentricidade da armadura de protensão em relação ao eixo de referência
X :	profundidade da linha neutra da seção transversal medida a partir da borda comprimida
X_{lm} :	profundidade da linha neutra para a deformada da seção transversal no limite do domínio e de deformações
L :	vão teórico da viga
L_a :	comprimento de ancoragem da armadura de protensão no estado limite último
L_i :	comprimento de implantação da força de protensão
h_{fic} :	espessura fictícia

Esforços Resistentes Atuantes

R_{cc} :	resultante de compressão no concreto no estado limite último
R_{st} :	resultante de tração na armadura passiva de tração no estado limite último
R'_{st} :	resultante de compressão na armadura comprimida no estado limite último
R_{pt} :	resultante de tração na armadura de protensão no estado limite último
N_p :	força efetiva de protensão
M_p :	momento efetivo de protensão
M_{lim} :	momento fletor limite, correspondente a deformada de equilíbrio da seção transversal no limite do domínio 3 de deformações
M_{max} :	momento fletor máximo de serviço atuante
M_{serv} :	parcela do momento fletor máximo absorvida com protensão completa
M_d :	momento fletor atuante de cálculo utilizado para o dimensionamento no estado limite último

Coefficientes

GP:	grau de protensão
D:	variável adimensional utilizada na definição da deformada da seção transversal no estado limite último
α :	coeficiente que define o tipo de cimento utilizado
α_s :	relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço das armaduras passivas e do concreto
α_p :	relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço da armadura ativa e do concreto
$\varphi(t, t_i)$:	coeficiente de deformação lenta correspondente ao intervalo de tempo (t, t_i)
$\psi(t, t_i)$:	coeficiente de relaxação do aço de protensão, sob comprimento constante, correspondente ao intervalo de tempo (t, t_i)
$\chi(t, t_i)$:	coeficiente de fluência do aço de protensão correspondente ao intervalo de tempo (t, t_i)
γ_f :	coeficiente de majoração dos esforços no estado limite último
$\gamma_c, \gamma_s, \gamma_p$:	coeficientes de minoração das resistências do concreto, aço das armaduras passivas e ativas, respectivamente

1 INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades

O desenvolvimento da indústria da pré-fabricação de estruturas tem sido bastante intenso, no Brasil, nas últimas décadas. Este desenvolvimento trouxe, também, um incremento apreciável na utilização da protensão com aderência inicial, que é um processo de aplicação industrial, por excelência.

O sucesso da pré-fabricação deve-se essencialmente, a três fatores fundamentais: custo mais baixo, redução das perdas de materiais e prazos de execução muito curtos.

A rapidez de execução das obras foi, ao longo do tempo, levada aos prazos de execução dos projetos estruturais que, devido ao dinamismo do processo, também se tornaram muito curtos. Na maior parte dos locais os problemas de prazo para projeto foram resolvidos pela adoção de sistemas de pré-fabricação com modulação fixa, tanto em termos de vãos quanto de seções transversais, sendo os elementos projetados uma única vez, ficando o projeto resumido ao acoplamento dos elementos de forma adequada às necessidades da obra. Em outros locais, como é o caso do Rio Grande do Sul, talvez por uma questão cultural, os sistemas não são bem aceitos, sendo exigido que cada projeto atenda às características da obra de modo peculiar, o que torna a padronização muito difícil.

Deste modo as dificuldades de projetos a executar em prazos curtos crescem por ser necessário projetar vários elementos diferentes a cada obra.

O surgimento de programas computacionais para Engenharia, especialmente aqueles baseados em sistemas CAD, trouxe grandes facilidades para a execução de projetos estruturais, pelas facilidades introduzidas no cálculo de esforços, dimensionamento e desenho de estruturas.

A quase totalidade destes programas é voltada ao projeto de estruturas convencionais em concreto armado, em especial, às estruturas de edifícios, de modo que praticamente inexistem programas comerciais voltados para o projeto de estruturas protendidas.

Em 1994 na Terceira Jornada Ibero-Latino-Americana de Concreto Protendido, foi apresentado pelo Prof. Manfred Schmid um programa destinado ao dimensionamento de vigas e lajes protendidas por aderência posterior, para comercialização.

Os programas de análise estrutural mais sofisticados, como por exemplo, GAELLI e SAP90, permitem a consideração da ação da protensão por meio do artifício da determinação das cargas equivalentes. No caso do programa SAP90 já existem programas complementares, que utilizam a mesma base de dados, direcionados ao dimensionamento e desenho de projetos estruturais.

1.2 Objetivos e Metodologia

O objetivo do presente trabalho é o desenvolvimento de um programa, utilizável em microcomputadores, para o dimensionamento à flexão de vigas isostáticas, em concreto armado, com armaduras passivas e/ou ativas, voltado especificamente, ao projeto de elementos pré-fabricados com as características a seguir descritas:

a) Características das vigas

São consideradas as vigas isostáticas, sem balanços, com seção transversal qualquer com eixo de simetria vertical, coincidente com o plano de ação das cargas.

b) Características das cargas

Em elementos pré-fabricados as cargas são, na grande maioria dos casos, cargas distribuídas uniformes, sendo pouco frequentes as cargas concentradas.

Devido à existência da protensão e às características da execução de elementos pré-fabricados, é estabelecida uma história da carga, definida por etapas de carregamento e pelas características das cargas (permanentes ou variáveis).

c) Características da protensão

É considerada unicamente a protensão por aderência inicial com cabo reto. A necessária variação da intensidade da força de protensão, ao longo do vão, é feita por eliminação da aderência em parte da armadura protendida.

d) Características dos materiais

As características dos materiais são dados a serem fornecidos ao programa, numa seção de dados específica. A partir deles o programa calcula todos os valores necessários ao dimensionamento da viga.

No desenvolvimento do trabalho são seguidas as prescrições das normas NBR 6118 - Projeto e Execução de Obras em Concreto Armado e NBR 7197 - Projetos de estruturas de

Concreto Protendido. Nos casos em que estas normas são omissas, buscou-se orientação em normas estrangeiras, como a DIN 4227, alemã, e o Código Americano ACI 318/89.

No capítulo 2 descreve-se a lei constitutiva do concreto, tal como adotado pelas normas brasileiras já mencionadas, dando-se também, atenção ao seu comportamento reológico, com o objetivo de determinar as variações no estado de tensões das seções transversais ao longo do tempo. No que se refere aos aços, são adotadas as leis constitutivas simplificadas propostas pelas normas, uma vez que é muito rara a obtenção de resultados experimentais na fase de projeto. Para os aços de protensão são descritas as características de relaxação.

Os capítulos 3, 4 e 5 são dedicados à apresentação das bases teóricas sobre as quais é feito o desenvolvimento do programa computacional. Foi adotado o critério de, juntamente com o tratamento teórico, descrever a forma de implementação no programa.

No capítulo 6 são apresentados exemplos de aplicação cuja verificação é feita manualmente, por falta de um programa de mesmo tipo, para comparação.

No capítulo 7 apresentam-se as conclusões do trabalho e as sugestões para estudos futuros no sentido de melhorar o programa, bem como de esclarecer alguns tópicos em que as normas brasileiras não são muito claras ou são omissas.

Em anexo é apresentado um fluxograma geral do programa.

1.3 Revisão Bibliográfica

A extensão e a qualidade da bibliografia existente sugere a escolha de um texto base para o desenvolvimento de um trabalho do tipo aqui apresentado.

Tendo em vista o objetivo do trabalho o texto base foi buscado nas Normas Brasileiras pertinentes ao assunto, uma vez que estas fixam as condições exigíveis para os projetos de estruturas de concreto armado e protendido.

As leis constitutivas dos materiais foram adotadas tal como prescritas nas normas (Refs. 1 a 5), bem como os limites estabelecidos para as tensões e deformações nos estados limites de utilização e último e a formulação para o cálculo dos coeficientes relativos ao comportamento reológico do concreto e do aço.

Definidos os parâmetros básicos e seus limites, a partir das normas vigentes, a formulação teórica foi obtida da bibliografia existente, devendo-se destacar os seguintes tópicos.

a) A determinação das propriedades geométricas das seções transversais e a integração das tensões, sobre elas, com base na aplicação do Teorema de Green, bem como a solução das

equações de equilíbrio das seções transversais no estado limite último, por Newton-Raphson são obtidas do trabalho de Dumont e Musso Jr. (11).

b) No cálculo da força de protensão de cabeceira e das tensões efetivas do aço de protensão, adotou-se a formulação proposta pelo prof. Ervino Fritsch (10), baseada nas propriedades brutas da seção transversal, cuja adequação ao projeto de elemento pretendidos pode ser comprovada no trabalho de M. Thomsing (8).

No cálculo das perdas progressivas da força de protensão foi adotada a expressão definida pela NBR-7197, estabelecida pelo prof. J. C. de Figueiredo Ferraz.

c) O escalonamento da força de protensão é feito com base nas tensões nas bordas superior e inferior das seções transversais, no estado limite de utilização. Sendo as normas brasileiras omissas, no sentido de definir as condições de ancoragem das cordoalhas (de uso muito mais intensivo que os fios), adotou-se o critério da norma americana ACI-318/89.

O critério de ancoragem recomendado pelo código americano distingue duas fases de verificação: ação das cargas de serviço e ação das cargas últimas e é baseado no trabalho realizado em 1959 por Hanson e Kaar (13), tendo sido adotado pelo ACI em 1963. Mais tarde, pesquisas levadas a cabo por Zia e Mustafa (14) e por B. G. Rabat, P. H. Kaar, H. G. Russel e R. N. Bruce Jr. (15), corroboram o critério, que foi mantido na revisão do código ACI-318/89.

d) No escalonamento das armaduras passivas o programa calcula o ponto teórico de tensão nula na barra a ser dispensada, sobre o diagrama deslocado e deixa ao usuário a adoção do critério de ancoragem, tendo em vista o trabalho de H. Gutfriend e J. L. Campagnollo (16).

2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

As estruturas em concreto armado e/ou protendido são compostas, basicamente, de concreto e de armaduras passivas e/ou ativas.

Como características mecânicas dos materiais serão consideradas aquelas prescritas pelas normas vigentes. Nas seções seguintes as leis constitutivas dos materiais serão descritas e sua formulação ajustada para a utilização.

2.1 Concreto

A Norma Brasileira de Concreto Armado prescreve, para o Estado Limite Último o diagrama parábola-retângulo apresentado no item seguinte e, para as verificações em serviço, admite a consideração do concreto como material de comportamento elástico-linear devido ao valor, em geral baixo, das tensões e deformações, nesta fase, que corresponde aos Estados Limites de Utilização.

2.1.1 Diagrama Tensão-Deformação da NBR-6118

O diagrama tensão-deformação do concreto traduz o seu comportamento não linear, sendo composto de um trecho parabólico e de um trecho perfeitamente plástico, como mostrado na figura 2.1.

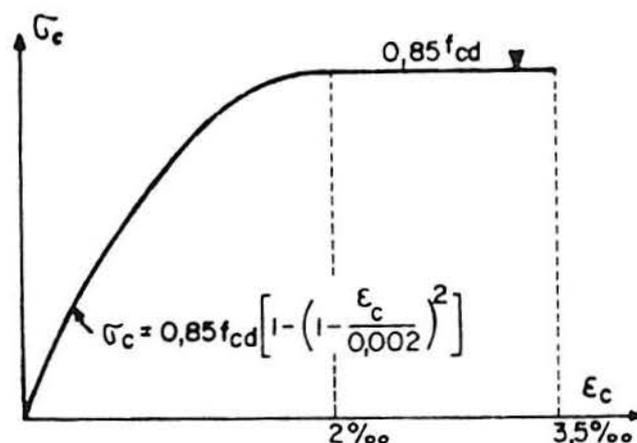


Figura 2.1: Diagrama σ - ϵ do concreto (NBR-6118)

Para $0 \leq \varepsilon_c \leq 2\text{‰}$

$$\sigma_c = \sigma_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{2} \right)^2 \right] \quad \text{com } \varepsilon_c \text{ em } \text{‰} \quad (2.1)$$

Para $2\text{‰} \leq |\varepsilon_c| \leq 3,5\text{‰}$

$$\sigma_c = -\sigma_{cd} \quad (2.2)$$

$$\text{com } \sigma_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.3)$$

2.1.2 Características Reológicas do Concreto

2.1.2.1 Deformação Lenta

A deformação lenta ou fluência do concreto é definida como sendo a deformação progressiva, ao longo do tempo, do concreto sob tensão.

De acordo com a NBR-7197, a fluência do concreto é composta de duas partes, uma rápida e outra lenta. A fluência rápida é irreversível e acontece durante as 24 horas subsequentes à aplicação da força que a originou. A fluência lenta é composta de duas partes: a deformação lenta reversível e a deformação lenta irreversível, donde pode-se escrever:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} \quad (2.4)$$

ε_{cc} : deformação por fluência do concreto

ε_{cca} : deformação por fluência rápida irreversível

ε_{ccf} : deformação por fluência lenta irreversível

ε_{ccd} : deformação por fluência lenta reversível

Sendo ε_c a deformação instantânea do concreto, sob carga, e desde que as tensões não ultrapassem o limite de $0,5f_{ck}$, o cálculo das deformações por fluência e seus efeitos são feitos com base nas seguintes hipóteses:

a) A deformação por fluência ε_{cc} é linearmente dependente das deformações ou tensões que as originaram.

b) Para carregamentos aplicados em instantes distintos, é válido o princípio da superposição dos efeitos.

c) A fluência rápida produz deformações constantes ao longo do tempo. O valor do coeficiente de fluência rápida depende da relação entre a resistência do concreto no instante da aplicação da carga e a resistência final.

d) O coeficiente de deformação lenta reversível depende apenas da duração do carregamento. O seu desenvolvimento e o valor final não dependem da idade do concreto no momento da aplicação da carga.

e) A deformação lenta irreversível depende de fatores ambientais, dimensões do elemento considerado, da idade e da consistência do concreto.

f) Para um mesmo concreto, as curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo, correspondentes a diferentes idades do concreto, são obtidas por deslocamentos paralelos ao eixo das deformações, conforme a figura 2.2.

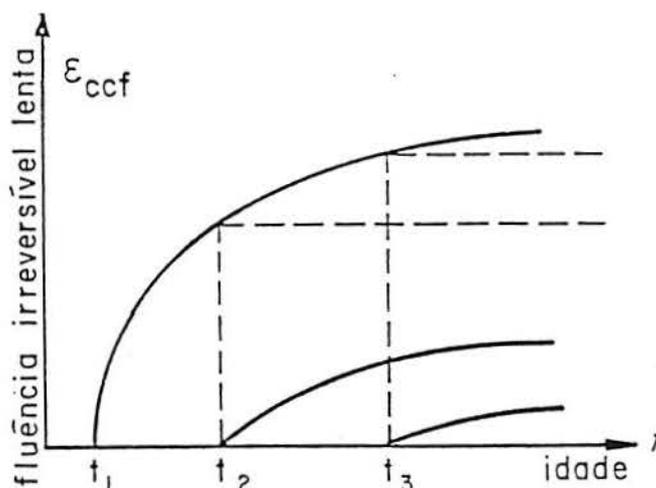


Figura 2.2: Curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo

Com base nas hipóteses descritas, a deformação total do concreto em um instante t , para o carregamento aplicado no instante t_0 , é dada por:

$$\epsilon_c(t, t_0) = \epsilon_c(t_0) + \epsilon_{cc}(t, t_0) \quad (2.5)$$

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccf} + \epsilon_{ccd} = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \varphi(t, t_0) \quad (2.6)$$

onde

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (2.7)$$

E_{c28} : módulo de deformação longitudinal secante, correspondente a $0,9E_c$ definido na NBR-6118.

$$E_c = 6600\sqrt{f_{ck} + 3,5} \text{ (MPa)} \quad (2.8)$$

$$E_{c28} = 0,9E_c \quad (2.9)$$

No caso mais geral, de carregamentos em fases distintas, a deformação por fluência do concreto, de acordo com a hipótese b, é dada por:

$$\varepsilon_{cc}(t) = \varepsilon_c(t_0) \cdot \varphi(t, t_0) + \sum_{i=1}^n \varepsilon_c(t_i) \cdot \varphi(t, t_i) \quad (2.10)$$

O coeficiente de deformação lenta $\varphi(t, t_i)$ é definido, na NBR-7197, como segue:

$$\varphi(t, t_i) = \varphi_n + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_i)] + \varphi_{d\infty} \beta_d \quad (2.11)$$

onde:

t: idade fictícia do concreto (maturidade) em dias, no instante considerado.

t_i : idade fictícia do concreto, em dias, no instante da aplicação do carregamento.

A idade fictícia do concreto é dada por $t = \alpha t_{ef}$ quando o endurecimento se faz à temperatura ambiente de 20°C . Nos demais casos, quando não houver cura térmica, a idade fictícia é dada por:

$$t = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i} \quad (2.12)$$

onde:

t: idade fictícia em dias

α : coeficiente que depende da velocidade de endurecimento do cimento. Na falta de dados experimentais permite-se a utilização dos valores constantes na tabela 3 da NBR-7197

T_i : temperatura média diária do ambiente em $^\circ\text{C}$

$\Delta t_{ef,i}$: período, em dias, em que a temperatura média T_i pode ser admitida como constante

- Coeficiente de Fluência Rápida Irreversível φ_a .

$$\varphi_a = 0,8 \left[1 - \frac{f_c(t_i)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (2.13)$$

onde:

$\frac{f_c(t_i)}{f_c(t_\infty)}$: função de crescimento da resistência do concreto com a idade, definida na figura 2.3, podendo ser calculada por:

$$\frac{f_c(t_i)}{f_c(t_\infty)} = \frac{9t(t + 42)}{(9t + 40)(t + 61)} \quad t: \text{tempo em dias} \quad (2.14)$$

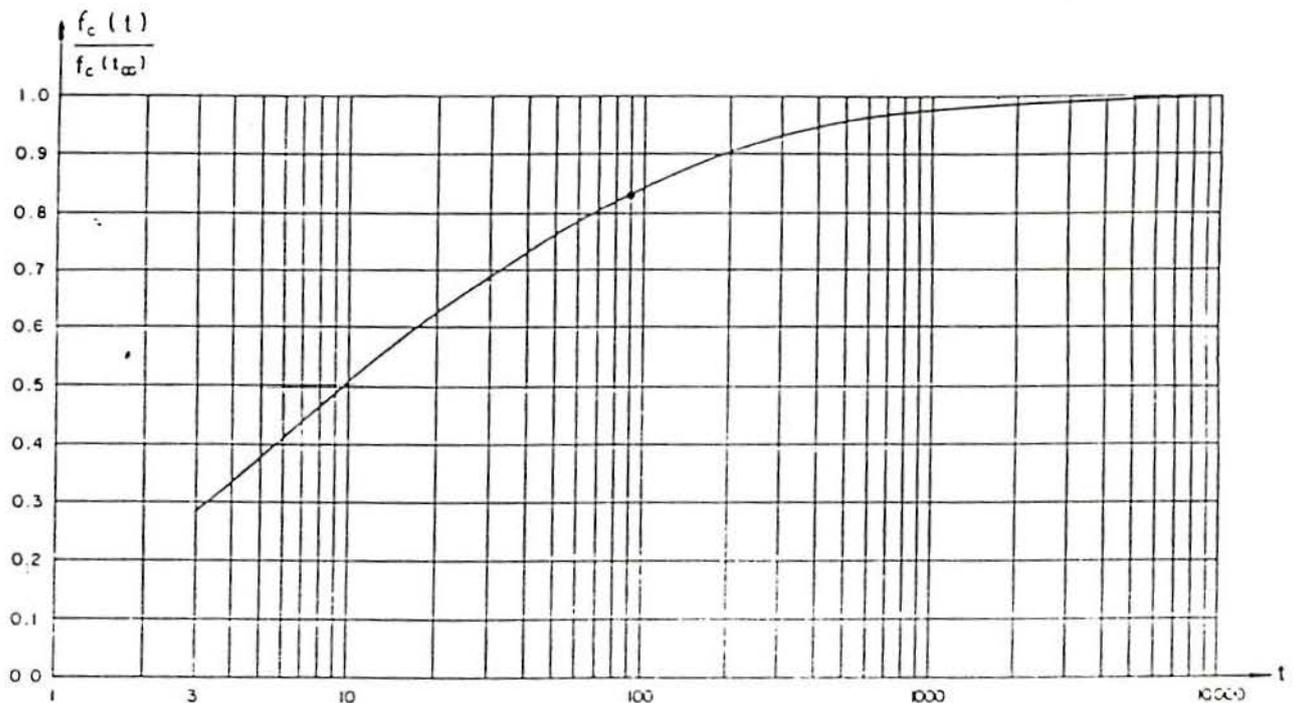


Figura 2.3: Variação da resistência do concreto com a idade

- Coeficiente de Deformação Lenta Irreversível

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}: \text{Valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível} \quad (2.15)$$

φ_{1c} : coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto, definida pelo ensaio de abatimento. É fornecido na tabela abaixo, transcrita da NBR-7197. Para abatimentos de 5 a 9cm e $U_r \leq 90\%$, pode ser calculado por:

$$\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035 U_r; U_r \text{ em } \% \quad (2.16)$$

Valores de φ_{1c} usuais

Ambiente	Ur (%)	Abatimentos		
		0-4	5-9	10-15
Água	-	0,6	0,8	1,0
Muito Úmido	90	1,0	1,3	1,6
Ar Livre	70	1,5	2,0	2,5
Muito Seco	40	2,3	3,0	3,8

Figura 2.4 Valores usuais de φ_{1c}

φ_{2c} : coeficiente dependente das dimensões da peça, função da espessura fictícia, definida por:

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}} \quad (2.17)$$

γ : coeficiente dependente da umidade relativa do ar e calculado por:

$$\gamma = 1 + e^{(-7,8+0,1Ur)} \quad (2.18)$$

A_c : área da seção transversal da peça

u_{ar} : parte do perímetro da seção transversal da peça exposta ao ambiente.

$$\varphi_{2c} = \frac{0,42 + h_{fic}}{0,20 + h_{fic}}, \text{ com } h_{fic} \text{ em metros} \quad (2.19)$$

$\beta_f(t)$ e $\beta_f(t_i)$: coeficientes dependentes da idade do concreto e relativos à deformação lenta irreversível.

Seus valores são definidos na figura 2.5:

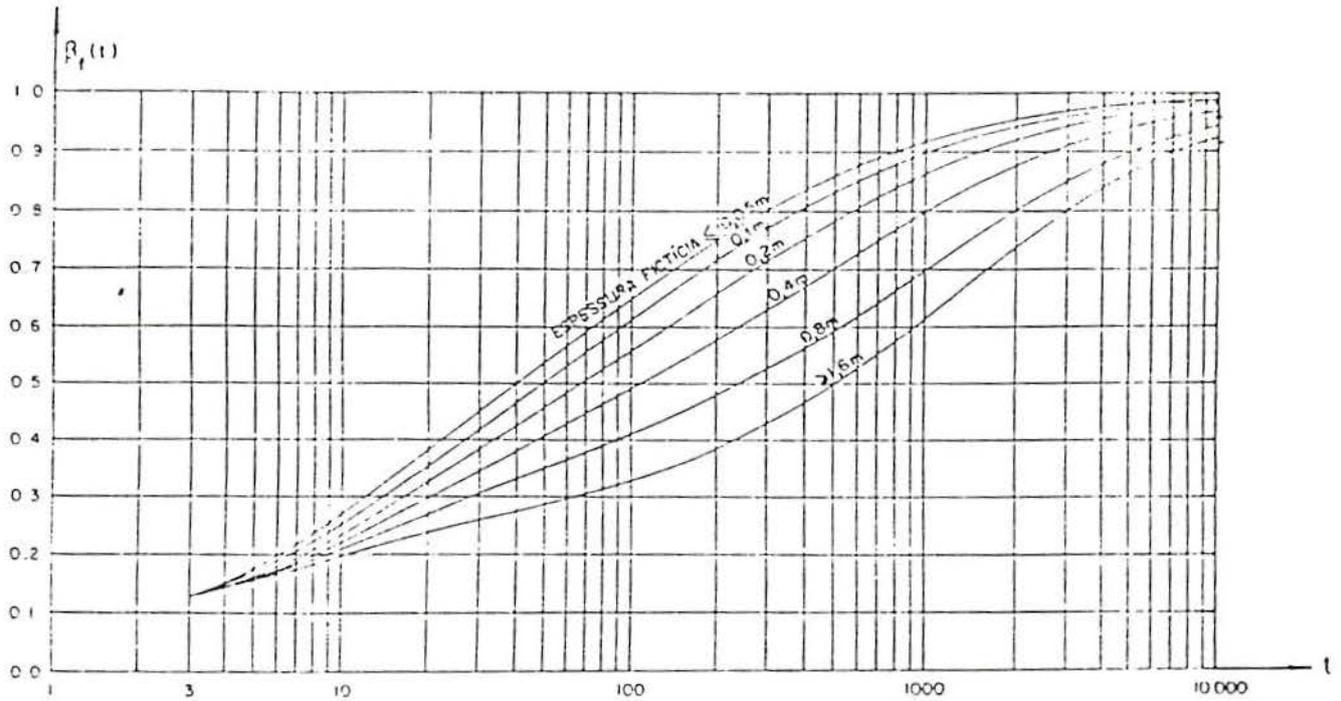


Figura 2.5 Valores de $\beta_r(t)$

$$\beta_r(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (2.20)$$

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183$$

$$D = 7579h^3 - 3191h^2 + 35343h + 1931$$

h: espessura fictícia em metros ($0,05 \leq h \leq 1,60$) para valores fora do intervalo, adotam-se os extremos

t: tempo em dias

- Coeficiente de deformação lenta reversível

$$\varphi_{d\infty} = 0,4; \text{ valor final} \quad (2.21)$$

β_d : coeficiente relativo a deformação lenta reversível, função do intervalo de tempo decorrido após o carregamento.

$$\beta_d = \frac{t - t_i + 20}{t - t_i + 70} \quad (2.22)$$

t: idade do concreto no instante considerado, em dias

t_i: idade do concreto no instante do carregamento, em dias

2.1.2.2 Retração do Concreto

A retração do concreto é definida como sendo a variação de volume do concreto em fase de endurecimento, independente da ação de cargas. O valor da deformação por retração depende dos seguintes fatores:

- umidade relativa do ar;
- consistência do concreto no lançamento;
- espessura fictícia da peça.

Entre os instantes t_i e t, a deformação por retração é dada por:

$$\varepsilon_{cr}(t, t_i) = \varepsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_i)] \quad (2.23)$$

onde:

$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s}: \text{valor final da retração} \quad (2.24)$$

ε_{1s} : coeficiente dependente da umidade relativa do ar e da consistência do concreto, dado na tabela da figura 2.6.

Valores de $\varepsilon_{1s} \times 10^4$

Ambiente	Ur (%)	Abatimentos		
		0-4	5-9	10-15
Água	-	+1,0	+1,0	+1,0
Muito Úmido	90	-1,0	-1,3	-1,6
Ar Livre	70	-2,5	-3,2	-4,0
Muito Seco	40	-4,0	-5,2	-6,5

Figura 2.6 Valores de ε_{1s} usuais

Para valores particulares de abatimentos entre 5 e 9cm pode-se calcular ε_{1s} por:

$$\epsilon_{1s} = \left[-6,16 - \frac{U_r}{484} + \frac{U_r^2}{1590} \right] \cdot 10^{-4} \quad \text{com } U_r \text{ em } \% \quad (2.25)$$

ϵ_{2s} : coeficiente dependente da espessura fictícia da peça

$$\epsilon_{2s} = \frac{0,33 + 2h_{fic}}{0,21 + 3h_{fic}}, \quad \text{com } h_{fic} \text{ em metros} \quad (2.26)$$

$\beta_s(t)$ e $\beta_s(t_i)$: coeficiente relativo à retração nos instantes t e t_i , dado pelo gráfico da figura 2.7.

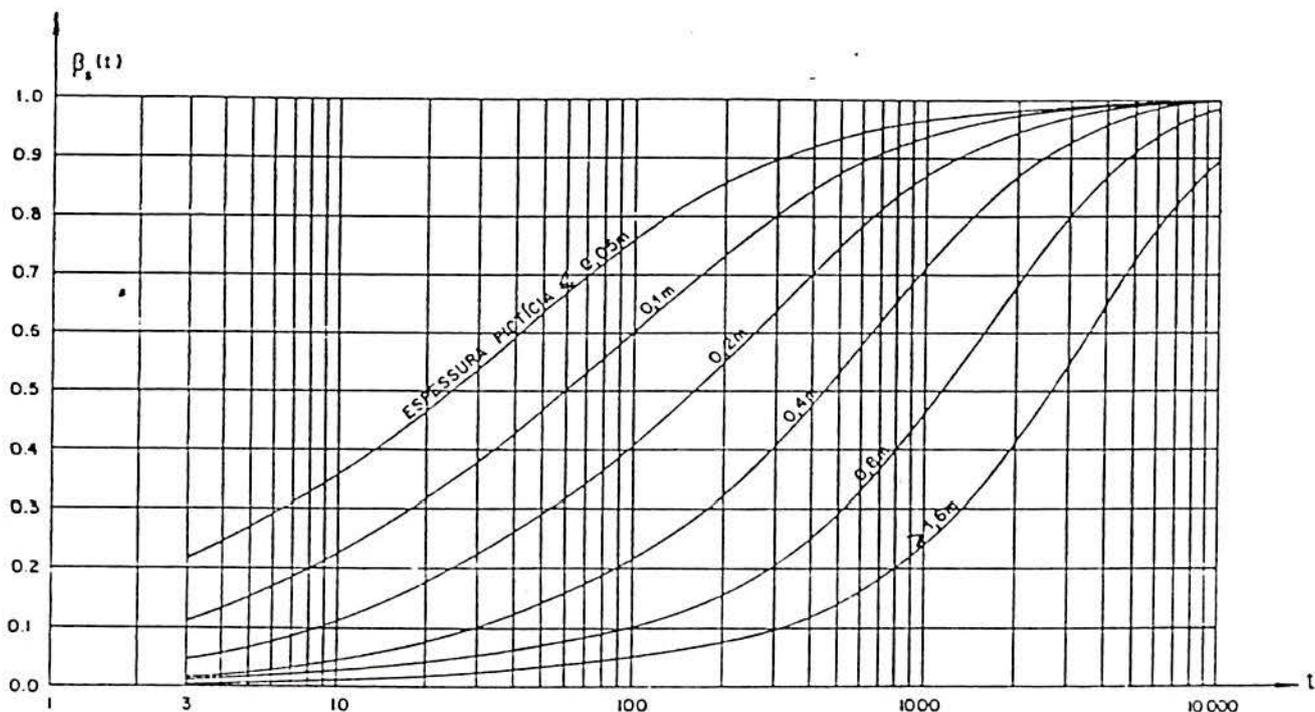


Figura 2.7: Valores de β_s

$$\beta_s(t) = \frac{\left[\frac{t}{100} \right]^3 + A \left[\frac{t}{100} \right]^2 + B \left[\frac{t}{100} \right]}{\left[\frac{t}{100} \right]^3 + C \left[\frac{t}{100} \right]^2 + D \left[\frac{t}{100} \right] + E} \quad (2.27)$$

$$A = 40$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8$$

$$E = 169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8$$

t : tempo em dias ($t \geq 3$)

$h=h_{fic}$: espessura fictícia em metros ($0,05 \leq h \leq 1,60$) para valores fora do intervalo adotam-se os extremos.

2.2 Aços

Nesta seção serão definidas as leis constitutivas dos aços usualmente empregados na execução das armaduras passivas e ativas dos elementos de concreto, bem como suas características de comportamento ao longo do tempo.

2.2.1 Diagramas Tensão-Deformação dos Aços das Armaduras Passivas

2.2.1.1 Aços de Categoria A

Será utilizado o diagrama de cálculo definido na NBR-6118, como segue

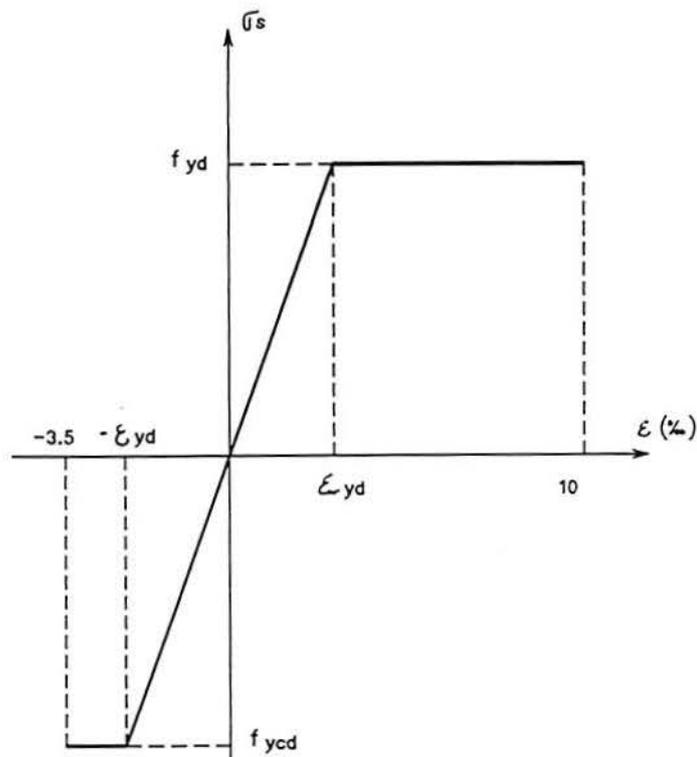


Figura 2.8: Diagrama σ - ϵ para aços Categoria A

f_{yk} : Tensão característica do aço

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}, \text{ com } \gamma_s = 1,15 \quad (2.28)$$

$$E_s = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.29)$$

Para $|\varepsilon_s| \leq \varepsilon_{yd}$:

$$\sigma_s(\varepsilon) = E_s \cdot \varepsilon_s \quad (2.30)$$

$$E_t(\varepsilon) = E_s \quad (2.31)$$

Para $|\varepsilon_s| > \varepsilon_{yd}$

$$\sigma_s(\varepsilon) = \text{sinal}(\varepsilon) \cdot f_{yd} \quad (2.32)$$

$$E_t(\varepsilon) = 0 \quad (2.33)$$

2.2.1.2 Aços de Categoria B

Será utilizado o diagrama simplificado da NBR-6118, como segue:

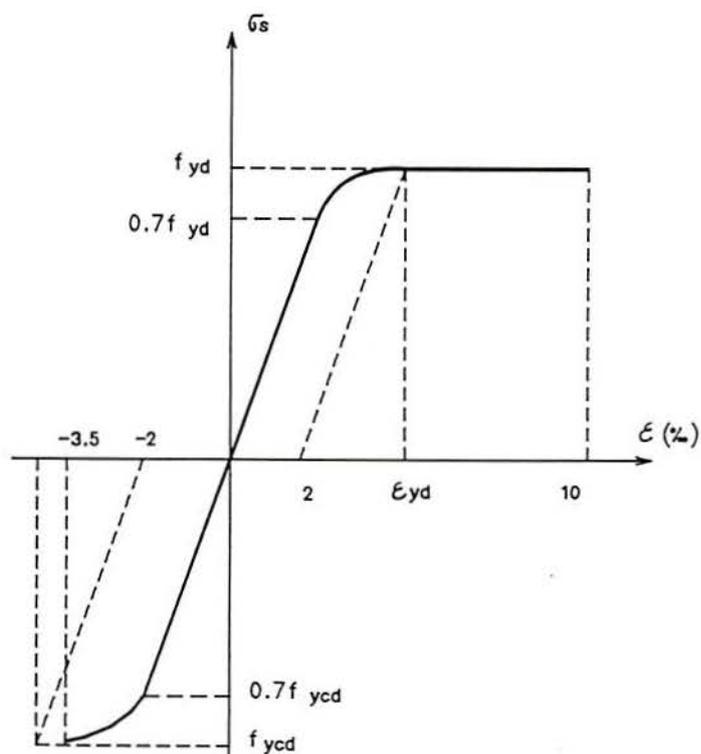


Figura 2.9: Diagrama σ - ε para aços CA de categoria B

f_{yk} : tensão característica

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}, \text{ com } \gamma_s = 1,15 \quad (2.34)$$

$$E_s = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_{yd} = 2\text{‰} + \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.35)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{0,7f_{yd}}{E_s} \quad (2.36)$$

Para $|\varepsilon_s| \leq \varepsilon_1$

$$\sigma_s(\varepsilon) = E_s \cdot \varepsilon \text{ e } E_t(\varepsilon) = E_s \quad (2.37)$$

Para $\varepsilon_1 \leq |\varepsilon_s| \leq \varepsilon_{yd}$

$$\varepsilon_s = \frac{|\sigma_s|}{E_s} + \frac{1}{45} \left(\left| \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \right| - 0,7 \right)^2 \quad (2.38)$$

$$\sigma_s(\varepsilon) = \text{sinal}(\varepsilon) \left[\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right] \quad (2.39)$$

$$A = \frac{1}{45f_{yd}^2}$$

$$B = \frac{1}{E_s} - \frac{1,4}{45f_{yd}}$$

$$C = \frac{0,49}{45} - |\varepsilon|$$

$$E_t(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{B^2 - 4AC}} \quad (2.40)$$

Para $|\varepsilon_s| > \varepsilon_{yd}$

$$\sigma_s(\varepsilon) = \text{sinal}(\varepsilon) \cdot f_{yd} \quad (2.41)$$

$$E_t(\varepsilon) = 0 \quad (2.42)$$

2.2.2 Diagramas Tensão-Deformação das Armaduras Ativas

Os aços de protensão usuais, por serem endurecidos por trefilação, têm o mesmo comportamento dos aços de categoria B para concreto armado, sendo o diagrama tensão-deformação definido como segue:

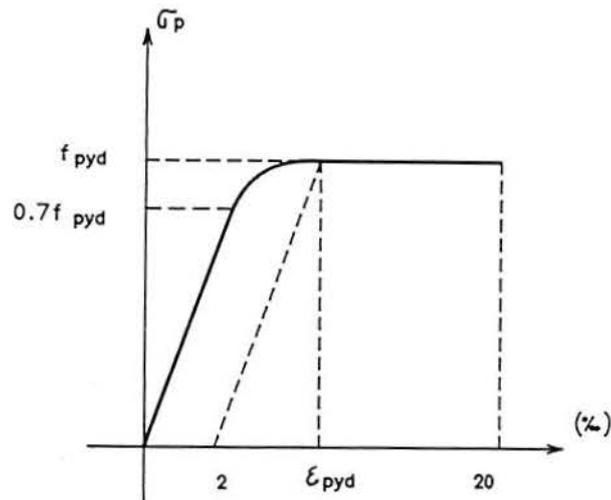


Figura 2.10: Diagrama σ - ϵ dos aços de protensão

Existem, no mercado, dois tipos básicos de aços para protensão com características típicas definidas como segue:

- Aços de categoria RN (Relaxação Normal)

Sendo f_{ptk} : tensão correspondente ao alongamento de $10^0/_{\infty}$

$$f_{pyk} = 0,85 f_{ptk} \quad (2.43)$$

$$f_{pyd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_p}; \text{ com } \gamma_p = 1,15 \quad (2.44)$$

$$E_p = 21000 \text{ kN/cm}^2 \text{ (fios isolados)}$$

$$E_p = 19500 \text{ kN/cm}^2 \text{ (cordoalhas)}$$

- Aços de categoria RB (Relaxação Baixa)

Sendo f_{ptk} : tensão correspondente ao alongamento de $10^0/_{00}$.

$$f_{pyk} = 0,90 f_{ptk} \quad (2.45)$$

$$f_{pyd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_p}; \text{ com } \gamma_p = 1,15 \quad (2.46)$$

$$E_p = 21000 \text{ kN/cm}^2 \text{ (fios isolados)}$$

$$E_p = 19500 \text{ kN/cm}^2 \text{ (cordoalhas)}$$

Em ambos os tipos valem as expressões:

Para $\epsilon_p \leq \epsilon_{p1}$

$$\sigma_p(\epsilon) = E_p \cdot \epsilon_p \quad (2.47)$$

$$E_{tp}(\epsilon) = E_p \quad (2.48)$$

Para $\epsilon_{p1} < \epsilon_p \leq \epsilon_{pyd}$

$$\sigma_p(\epsilon) = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (2.49)$$

$$A = \frac{1}{45f_{pyd}^2}$$

$$B = \frac{1}{E_p} - \frac{1,4}{45f_{pyd}}$$

$$C = \frac{0,49}{45} - \epsilon_p$$

$$E_{tp}(\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{B^2 - 4AC}} \quad (2.50)$$

Para $\epsilon_p > \epsilon_{pyd}$

$$\sigma_p(\epsilon) = f_{pyd} \quad (2.51)$$

$$E_{tp}(\epsilon) = 0 \quad (2.52)$$

2.2.3 Características de Relaxação dos Aços de Protensão

A relaxação do aço é definida como sendo a perda de tensão, no aço, ao longo do tempo, sob comprimento constante.

A intensidade da relaxação é definida pelo coeficiente $\Psi(t, t_i)$, da seguinte forma:

$$\Psi(t, t_i) = \left| \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_i)}{\sigma_p(t_i)} \right|, \quad (2.53)$$

onde :

$\Delta\sigma_{pr}(t, t_i)$: variação da tensão no aço, no intervalo de tempo $(t-t_i)$, mantido o comprimento constante.

$\sigma_p(t_i)$: tensão de tração no aço, no instante t_i

A norma NBR-7197 define os valores de relaxação para os aços de protensão em função da relação entre a tensão inicial aplicada e a resistência característica do aço, correspondentes a um período de 1000 horas, à temperatura constante de 20°C. Os valores de Ψ_{1000} são, normalmente, referidos a três valores básicos da tensão inicial, correspondentes a 60%, 70% e 80% da resistência característica do aço. Estes valores dependem da categoria do aço de protensão e estão reproduzidos na tabela da figura 2.11.

$\frac{\sigma_{pi}}{f_{ptk}}$ (%)	Ψ_{1000} (%)	
	ACO RN	ACO RB
60	4.5	1.5
70	7.0	2.5
80	12.0	3.5

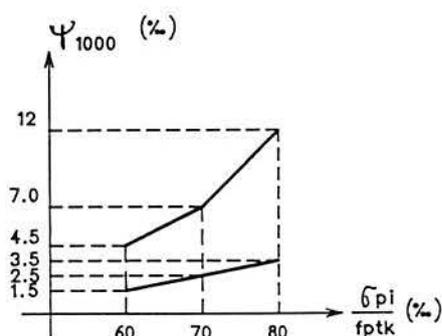


Figura 2.11: Valores de Ψ_{1000}

Para valores intermediários da tensão inicial, a norma admite a interpolação linear entre os valores da tabela 2.11. Da mesma forma, é admitida a extrapolação dos valores dados na tabela, para tensões iniciais maiores que $0,8 f_{ptk}$ ou menores que $0,60 f_{ptk}$.

Para tensões iniciais inferiores a $0,50 f_{ptk}$ admite-se que não haja perdas por relaxação.

Os valores de Ψ correspondentes a tempos diferentes de 1000 horas são determinados por meio da expressão:

$$\Psi(t, t_i) = \Psi_{1000} \left(\frac{t - t_i}{1000} \right)^{0,15} ; \Psi \text{ em } \% \quad (2.54)$$

Admitindo, como alguns autores (A.C. Vasconcelos), que o fenômeno de relaxação do aço atinja o seu final num período de 10^5 horas, a expressão acima forneceria o valor de Ψ_{∞} , como segue:

$$\Psi_{\infty} = \Psi_{1000} \left(\frac{100000}{1000} \right)^{0,15} \quad (2.55)$$

$$\Psi_{\infty} = 2,0 \Psi_{1000} \quad (2.56)$$

3 BASES TEÓRICAS PARA A VERIFICAÇÃO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS

3.1 Estágios de Comportamento de Seções Transversais

As seções transversais de concreto, quando sob a ação de cargas crescentes, passam por diversos estágios de comportamento, evidenciados pelo tipo de relação constitutiva dos materiais utilizados.

Estes estágios de comportamento estão, convencionalmente, ligados aos chamados Estados Limites de Utilização e Estados Limites Últimos, segundo os quais são feitas as verificações e o dimensionamento das seções transversais.

3.1.1 Estádio I

O Estádio I é caracterizado pelo comportamento elástico-linear dos materiais à compressão e à tração. As seções de concreto funcionando no Estádio I estarão submetidas a tensões de compressão e moderadas tensões de tração de modo a não produzir fissuração.

Observadas estas condições, no Estádio I são calculadas as tensões atuantes na seção transversal, cujos valores deverão ser comparados com os valores definidos para o estado limite correspondente. Dada a integridade da seção transversal e o comportamento elástico-linear dos materiais, as tensões poderão ser calculadas pelas expressões clássicas da Resistência dos Materiais, como segue:

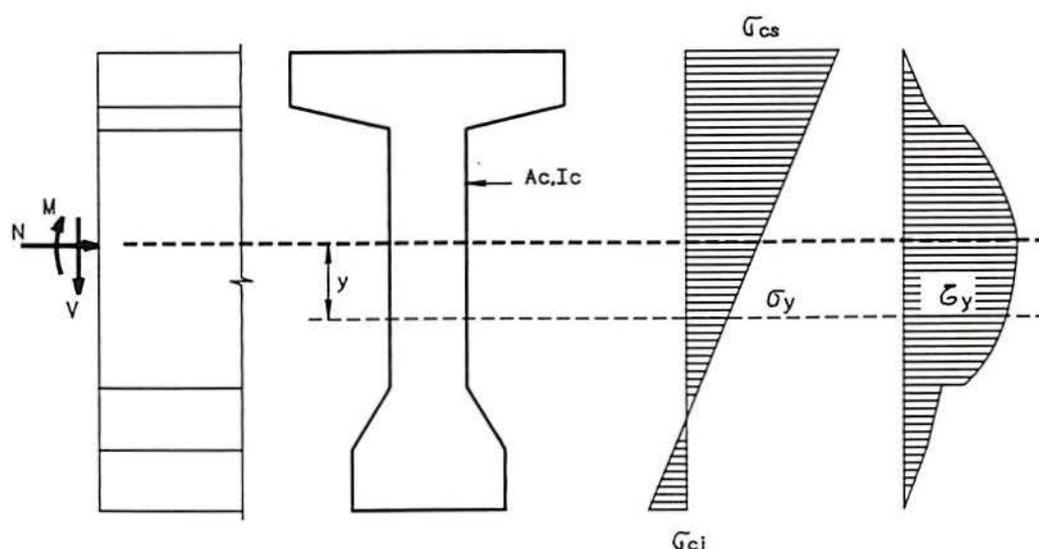


Figura 3.1: Diagramas de tensões no Estádio I

$$\sigma_c(y) = -\frac{N}{A_c} \mp \frac{M \cdot y}{I_c} \quad (3.1)$$

$$\tau(y) = \frac{V \cdot S_y}{I_c \cdot t} \quad (3.2)$$

$$\sigma_I(y) = 0,5\sigma_c(y) + \sqrt{[0,5\sigma_c(y)]^2 + \tau(y)^2} \quad (3.3)$$

$$\sigma_{II}(y) = 0,5\sigma_c(y) - \sqrt{[0,5\sigma_c(y)]^2 + \tau(y)^2} \quad (3.4)$$

$$\alpha_{II} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\tau(y)}{-\sigma_c(y)} \quad (3.5)$$

N: esforço normal atuante

M: momento fletor atuante

V: esforço cortante atuante

$\sigma_c(y)$: tensão normal atuante na fibra de ordenada y, em relação ao C.G. da seção, devido à ação de N e M.

$\tau(y)$: tensão tangencial atuante na fibra de ordenada y, em relação ao C.G. da seção, devido à ação de V.

$S(y)$: momento estático da área limitada pela borda da seção e a fibra de ordenada y, em relação ao C.G. da seção.

A_c : área da seção transversal

I_c : momento de inércia da seção transversal

t: espessura da alma na fibra de ordenada y

$\sigma_I(y)$: tensão principal de tração na fibra de ordenada y

$\sigma_{II}(y)$: tensão principal de compressão na fibra de ordenada y

α_{II} : ângulo formado pela tensão principal σ_{II} e o eixo longitudinal do elemento na ordenada y.

O Estádio I é, também, utilizado para o cálculo do momento fletor com o qual é provável a abertura da primeira fissura chamado de Momento de Fissuração (M_f).

$$\sum F_h = 0$$

$$R_{st} - R_{cc} = 0$$

$$R_{st} = \sigma_s A_s = \alpha \sigma_{cs} A_s, \text{ mas } \sigma_{cs} = \frac{\sigma_c}{x} (d - x)$$

$$R_{st} = \alpha A_s \frac{\sigma_c}{x} (d - x)$$

$$R_{cc} = \int_0^x \sigma_y b y dy; \text{ mas } \sigma_y = \frac{\sigma_c}{x} y$$

$$R_{cc} = \frac{\sigma_c}{x} \int_0^x y b y dy = \frac{\sigma_c}{x} S_x$$

S_x : momento estático da zona comprimida em relação à LN.

Levando os valores na equação de equilíbrio resulta:

$$S_x - \alpha A_s (d-x) = 0 \quad (3.8)$$

Esta expressão fornece a posição da linha neutra e representa a soma dos momentos estáticos da zona comprimida e da armadura em relação a ela. Como esta soma deve ser nula a expressão demonstra que a linha neutra define a posição do centro de gravidade da seção homogeneizada em relação ao material concreto.

Da condição de equilíbrio $\sum M_{ln} = 0$ resulta:

$$Mk = \int_0^x \sigma_y b y \cdot y dy + A_s \sigma_s (d-x)$$

$$Mk = \frac{\sigma_c}{x} \int_0^x b y \cdot y^2 dy + \alpha A_s \frac{\sigma_c}{x} (d-x)^2$$

$$Mk = \frac{\sigma_c}{x} \left[\int_0^x b y \cdot y^2 dy + \alpha A_s (d-x)^2 \right]$$

A expressão entre colchetes representa o momento de inércia da seção transversal homogeneizada em relação à LN. Do valor I_h , resulta:

$$\sigma_c = \frac{Mk \cdot x}{I_h} \quad e \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (3.10)$$

$$\sigma_s = \frac{\alpha M k \cdot (d - x)}{I_h} \quad e \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (3.12)$$

3.1.3 Estádio III

O Estádio III é caracterizado pela fissuração da zona tracionada da seção transversal de concreto, com comportamento não linear dos materiais.

No Estádio III são verificadas as estruturas de concreto armado e protendido visando sua segurança à ruína, definida por meio de limites convencionais dos valores de encurtamento específico último do concreto (responsável por sua ruptura) e de alongamento específico último das armaduras tracionadas (responsável por sua deformação plástica excessiva), estabelecidos no estado limite último.

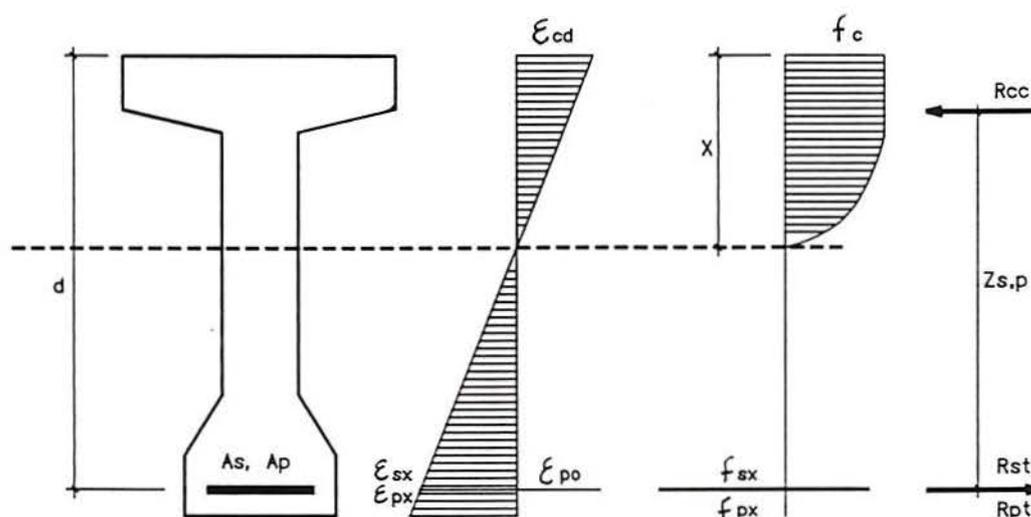


Figura 3.3: Tensões e deformações no Estádio III

As deformações nos materiais são obtidas por meio da configuração deformada de equilíbrio, que define, também, a posição da linha neutra na seção transversal.

No caso das armaduras protendidas, a deformação específica é composta de duas parcelas, determináveis de forma distinta.

A parcela ε_{po} (prealongamento do leito) é a deformação da armadura quando for nula a tensão, no concreto, na fibra situada no mesmo nível da armadura (estado de neutralização).

A parcela ε_{px} é a deformação na armadura de protensão determinada pela configuração deformada da seção.

Uma vez determinadas as deformações, para a configuração deformada de equilíbrio, as tensões são definidas por meio das leis constitutivas definidas no capítulo 2.

3.2 Estados Limites de Utilização

Os estados limites de utilização são estados de comportamento das estruturas que, uma vez atingidos a tornam inadequada ao uso.

Em geral, a definição de quais os estados limites que as estruturas devem obedecer depende das exigências da edificação a ser construída. Nas estruturas préfabricadas é, em geral, obrigatória a verificação dos elemento com relação aos seguintes estados limites de utilização:

- Estado Limite de Tensões
- Estado Limite de Abertura de Fissuras
- Estado Limite de Deformações

3.2.1 Estado Limite de Tensões

Aplicável aos elementos protendidos, total ou parcialmente. Neste estado limite são definidas as tensões limites de tração e compressão no concreto e no aço de protensão, para as diversas fases da vida do elemento.

Tratando-se do concreto as tensões limites são definidas, basicamente, para o instante da aplicação da protensão ($t = t_0$) e para a fase final da vida do elemento ($t = \infty$), como segue:

Para $t = t_0$

$$\sigma_{ct}(t_0) \leq f_{ctmj} \quad (3.13)$$

$$\sigma_{cc}(t_0) \geq -0,7 f_{ckj} \quad (3.14)$$

$\sigma_{ct}(t_0)$: Tensão de tração na borda comprimida, tracionada pelo efeito da protensão, no instante da transferência. O valor limite de $\sigma_{ct}(t_0)$, pelo fato de não ser explicitamente citado na NBR-7197, é bastante flexível, podendo-se adotar valores maiores, desde que a cunha de tração resultante seja absorvida por armadura passiva. As tensões na armadura passiva devem, neste caso, ser limitadas a $\sigma_s \leq 25,00 \text{ kN/cm}^2$.

$\sigma_{cc}(t_0)$: Tensão de compressão na borda tracionada, comprimida pelo efeito da protensão, no instante da transferência.

f_{ctmj} : Tensão característica média de ruptura à tração na flexão do concreto, adotado no programa com valor $f_{ctmj} = 1,20 f_{tkj}$.

f_{ckj} : Tensão característica de ruptura do concreto à compressão no instante da transferência da protensão ao elemento.

- Para $t = \infty$

$$\sigma_{ct}(\infty) \leq 0 \text{ ou } f_{ctm} \quad (3.13)$$

$$\sigma_{cc}(\infty) \geq -0,5 f_{ck} \quad (3.14)$$

$\sigma_{ct}(\infty)$: Tensão de tração na borda tracionada da seção transversal, calculada considerando-se a atuação de todas as cargas. Os valores $\sigma_{ct}(\infty) = 0$ e $\sigma_{ct}(\infty) = f_{ctm}$, estabelecem a distinção entre protensão completa e limitada, respectivamente.

$\sigma_{cc}(\infty)$: Tensão de compressão na borda comprimida da seção transversal, calculada considerando-se a atuação de todas as cargas.

$$f_{ctm} = 1,20 f_{tk}$$

f_{ck} : Tensão característica de ruptura do concreto à compressão.

Para os aços de protensão a NBR-7197 estabelece os valores das tensões iniciais de cabeceira, para o caso de protensão com aderência inicial conforme abaixo:

- Aços de Categoria RN

$$\sigma_{pi} \leq 0,81 f_{ptk} \quad (3.17)$$

$$\sigma_{pi} \leq 0,95 f_{pyk} \quad (3.18)$$

- Aços de Categoria RB

$$\sigma_{pi} \leq 0,81 f_{ptk} \quad (3.19)$$

$$\sigma_{pi} \leq 0,90 f_{pyk} \quad (3.20)$$

- σ_{pi} : Tensão inicial aplicada ao aço de protensão.
 f_{ptk} : Tensão característica de ruptura do aço.
 f_{pyk} : Tensão característica de escoamento do aço.

3.2.2 Estado Limite de Abertura de Fissuras

As aberturas características máximas de fissuras são estabelecidas na NBR-6118 em função da agressividade do meio, por outro lado, a NBR-7197 fixa, para protensão parcial o valor limite de abertura de fissuras como sendo:

$$W_k \leq 0,2\text{mm}$$

O cálculo da abertura característica das fissuras não está implantado na versão atual do programa, constituindo uma das sugestões para trabalhos futuros.

3.2.3 Estado Limite de Deformações

A NBR-9062 (Norma para Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado) estabelece os limites para os deslocamentos lineares nos elementos. O cálculo de deslocamentos, como a fissuração, não está implantado na versão atual do programa.

3.3 Estados Limites Últimos

São estados, definidos convencionalmente, que uma vez atingidos determinam a ruína da estrutura. Os estados limites últimos a serem verificados dependem do tipo de estrutura e sua utilização. Como o presente trabalho encara o projeto de elementos pré-fabricados isolados, são verificados os seguintes estados limites últimos:

- Estado Limite Último devido às solicitações normais
- Estado Limite Último devido às solicitações tangenciais

3.3.1 Estado Limite Último devido às Solicitações Normais

É definido, convencionalmente, por meio das deformações últimas dos materiais.

Admite-se, de acordo com a NBR-6118, que a seção atingiu o estado limite último quando o encurtamento do concreto, na fibra mais comprimida, atinge seu valor último $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$ e/ou o aço na barra mais tracionada atinge sua deformação plástica máxima $\varepsilon_s = 10\text{‰}$.

Nos elementos com armaduras ativas a deformação última $\varepsilon_{px} = 10\text{‰}$ é medida a partir do estado de neutralização da seção transversal.

3.3.2 Estado Limite Último devido às Solicitações Tangenciais

É definido, convencionalmente, pela tensão tangencial última τ_{wu} , que determina uma verificação indireta da tensão de compressão das bielas comprimidas de concreto, admitindo-se válida a analogia da treliça de Mörsch.

Esta verificação é feita pelo cálculo de uma tensão tangencial de referência τ_{wd} , como segue:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d}, \quad (3.21)$$

onde:

$V_d = \gamma_f \cdot V_k$: esforço cortante de cálculo

V_k : esforço cortante atuante

γ_f : coeficiente de majoração dos esforços

b_w : espessura da alma do elemento

d : altura útil na flexão

De acordo com a NBR-7197 deve-se ter:

$\tau_{wd} \leq \tau_{wu}$ com

$\tau_{wu} = 0,30 f_{cd} \leq 4,5 \text{ MPa}$ (armadura transversal a 90°)

$\tau_{wu} = 0,35 f_{cd} \leq 5,5 \text{ MPa}$ (armadura transversal a 45°)

4 CÁLCULO DA AÇÃO DA PROTENSÃO

4.1 Determinação das Características Geométricas da Seção Transversal

O programa desenvolvido utilizará em seus procedimentos as características geométricas da seção transversal bruta de concreto. Na determinação destas características e, ao longo do programa, será utilizado, extensivamente, o Teorema de Green, que transforma integrais envolvendo elementos de área em integrais de contorno, bastando portanto, o conhecimento das coordenadas dos vértices da seção transversal.

O teorema de Green estabelece:

$$\int_A x^k y^m dA = \int_C \frac{x^{k+1} y^m}{k+1} dy \quad (4.1)$$

Considere-se que o contorno da seção transversal é formado por uma poligonal cujas coordenadas dos vértices são conhecidas em relação a um sistema de eixos posicionado conforme a figura 4.1.

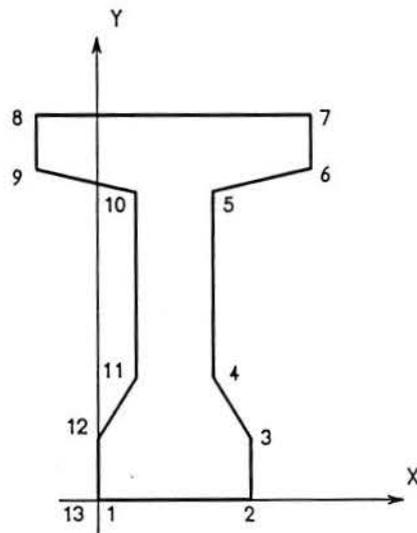


Figura 4.1: Sistema de Coordenadas dos vértices da Seção Transversal

Quando as coordenadas dos vértices da seção transversal são fornecidas no sentido anti-horário, conforme indicado pela seqüência de numeração dos vértices na figura 4.1, as integrais resultam em valores positivos, tornando-se negativas quando o caminho ao longo do contorno é invertido. Esta propriedade permite, com facilidade, o cálculo das propriedades geométricas de seções transversais vazadas.

Sendo a poligonal de contorno composta por segmentos retos, temos:

$$\int_A x^k y^m dA = \int_C \frac{x^{k+1} y^m}{k+1} dy = \sum_{i=1}^n G_{km_i} \quad (4.2)$$

A integração ao longo do contorno torna-se um somatório dos polinômios G_{km} efetuado sobre os n segmentos da poligonal. Os polinômios G_{km} são determinados a partir de análise de um dos segmentos do contorno, conforme a figura 4.2.

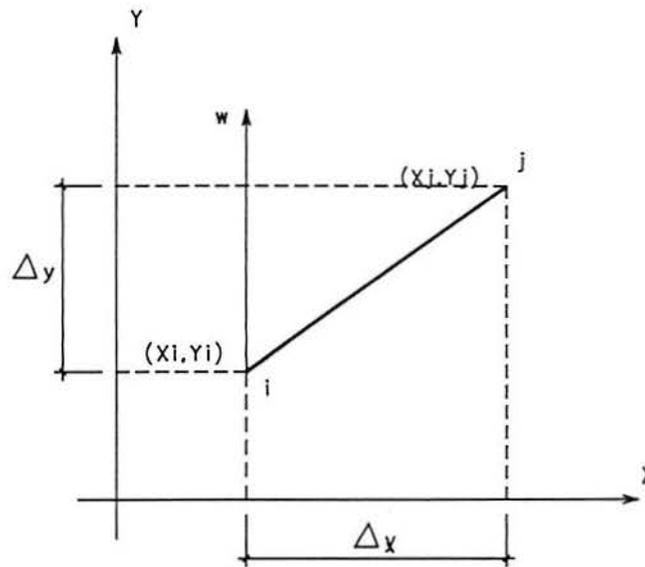


Figura 4.2: Definição de um segmento do contorno da seção.

Adotando uma variável auxiliar w , paralela a y , para descrever as características de um ponto qualquer no segmento ij da poligonal, temos:

$$\Delta x = x_j - x_i$$

$$\Delta y = y_j - y_i$$

Um ponto qualquer do segmento terá coordenadas (x,y) , definidas em função de (x_i, y_i) e w , por:

$$x = x_i + \frac{\Delta x}{\Delta y} \cdot w$$

$$y = y_i + \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot w ; \text{ substituindo estes valores na expressão 4.2}$$

$$G_{mk} = \int_0^{\Delta y} \frac{x^{k+1} y^m}{k+1} dy = \int_0^{\Delta y} \frac{\left(x_i + \frac{\Delta x}{\Delta y} w\right)^{k+1} \left(y_i + \frac{\Delta y}{\Delta x} w\right)^m}{k+1} dw \quad (4.3)$$

Dando valores a k e m podemos obter as propriedades geométricas da seção transversal. A seguir o processo será demonstrado para cálculo da área da seção transversal. Para as demais propriedades serão apresentadas as expressões finais.

A área de uma seção de concreto é dada por:

$$A = \int_A x^0 y^0 dA = \sum_{i=1}^n G_{00}, \text{ já que } k = m = 0$$

Pelo Teorema de Green

$$G_{00} = \int_0^{\Delta y} \left(x_i + \frac{\Delta x}{\Delta y} w\right) dw = x_i \left[w\right]_0^{\Delta y} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \left[\frac{w^2}{2}\right]_0^{\Delta y}$$

$$G_{00} = x_i \Delta y + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{2} \quad (4.4)$$

$$G_{00} = (x_i + 0,5\Delta x)\Delta y \quad (4.5)$$

resultando, para a área o valor

$$A = \sum_{i=1}^n (x_i + 0,5\Delta x)\Delta y \quad (4.6)$$

e n é o número de segmentos do contorno.

As demais propriedades são definidas como segue:

- Momentos Estáticos:

$$S_x = \int_A y dA = \sum_{i=1}^n G_{01}; k = 0, m = 1 \quad (4.7)$$

$$S_y = \int_A x dA = \sum_{i=1}^n G_{10}; k = 1, m = 0 \quad (4.8)$$

- Momentos de Inércia:

$$I_x = \int_A y^2 dA = \sum_{i=1}^n G_{02} ; k = 0, m = 2 \quad (4.9)$$

$$I_y = \int_A x^2 dA = \sum_{i=1}^n G_{20} ; k = 2, m = 0 \quad (4.10)$$

- Produtos de Inércia

$$I_{xy} = \int_A xy dA = \sum_{i=1}^n G_{11} ; k = 1, m = 1 \quad (4.11)$$

Ao longo do programa são utilizados os polinômios G_{km} cujas expressões são apresentadas a seguir:

$$G_{00} = \left(x_i + \frac{1}{2} \Delta x \right) y \quad (4.12)$$

$$G_{01} = \left[x_i \left(y_i + \frac{1}{2} \Delta y \right) + \Delta x \left(\frac{1}{2} y_i + \frac{1}{2} \Delta y \right) \right] \Delta y \quad (4.13)$$

$$G_{02} = \left[x_i \left(y_i^2 + y_i \Delta y + \frac{1}{3} \Delta y^2 \right) + \Delta x \left(\frac{1}{2} y_i^2 + \frac{2}{3} y_i \Delta y + \frac{1}{4} \Delta y^2 \right) \right] \Delta y \quad (4.14)$$

$$G_{03} = \left[x_i \left(y_i^3 + \frac{3}{2} y_i^2 \Delta y + y_i \Delta y^2 + \frac{1}{4} \Delta y^3 \right) + \Delta x \left(\frac{1}{2} y_i^3 + y_i^2 \Delta y + \frac{3}{4} y_i \Delta y^2 + \frac{1}{5} \Delta y^3 \right) \right] \Delta y \quad (4.15)$$

$$G_{10} = \left[x_i (x_i + \Delta x) + \frac{1}{3} \Delta x^2 \right] \frac{1}{2} \Delta y \quad (4.16)$$

As propriedades geométricas da seção são inicialmente calculadas em relação ao sistema de coordenadas da figura 3.4. A posição do centro de gravidade é, então determinada por:

$$x_{CG} = \frac{S_y}{A_c} \quad (4.17)$$

$$y_{CG} = \frac{S_x}{A_c} \quad (4.18)$$

Com a finalidade de manter a convenção de sinais adotada, o sistema de eixos com a origem no CG, da seção é admitido como na figura 4.3. As coordenadas dos vértices, em relação ao CG serão dadas por:

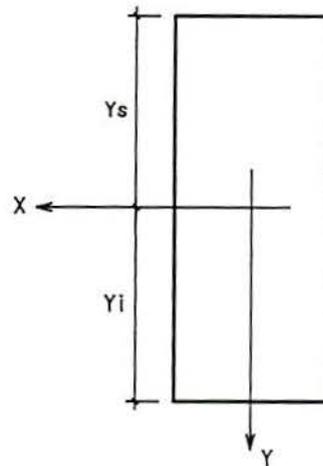


Figura 4.3: Sistema de coordenadas da seção transversal.

O Momento de Inércia em relação ao CG é obtido pela aplicação do Teorema de Steiner:

$$I_{CG} = I_c - A_s \cdot y_{CG}^2 \quad (4.19)$$

$$W_s = \left| \frac{I_{CG}}{y_s} \right| \quad (4.20)$$

$$W_i = \left| \frac{I_{CG}}{y_i} \right| \quad (4.21)$$

4.2 Determinação da Força de Protensão de Cabeceira

Em sistemas de protensão por aderência inicial, a força de protensão é, inicialmente, aplicada a ancoragens fixas. Após esta operação é feita a concretagem e a cura do elemento e, só então, a força de protensão é transferida ao concreto.

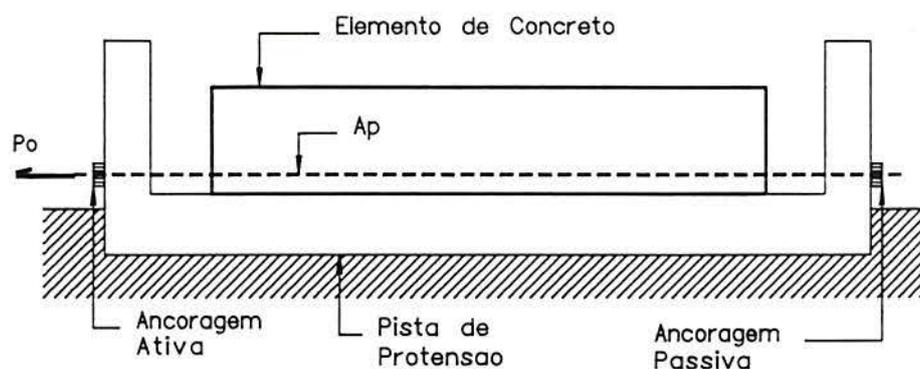


Figura 4.4: Protensão com aderência inicial: representação esquemática.

A força P_o a ser aplicada às ancoragens fixas da pista depende das cargas de projeto do elemento considerando as diversas fases de carga ao longo de sua vida útil, e do Grau de Protensão adotado, no caso de protensão parcial.

4.2.1 Grau de Protensão

O grau de protensão, tal como utilizado pelo programa, é definido como sendo a parcela do momento fletor total de serviço a ser absorvido com protensão completa. Deste modo o grau de protensão varia de 0 a 1 da seguinte forma:

$GP = 0$: elemento sem armaduras ativas (concreto armado)

$0 < GP < 1$: elemento com armaduras passivas e ativas (protensão parcial)

GP = 1 : elemento com armaduras ativas (protensão completa)

No programa o grau de protensão pode ser arbitrado, dentro dos limites acima estabelecidos e a força P_0 de cabeceira será calculada com base no momento fletor de serviço dado por:

$$M_{serv} = GP.M_{max} \quad (4.22)$$

Quando não arbitrado e a escolha do usuário recair em elemento com protensão parcial o programa calculará o grau de protensão a utilizar objetivando absorver a maior parcela possível do momento fletor máximo de serviço atuante, mantendo a obediência aos limites de tensões estabelecidas no Estado Limite de Tensões definido no item 3.2.1.

A intensidade da força de protensão máxima possível de ser aplicada a um elemento de concreto depende dos limites de tensões estabelecidos no Estado Limite de Tensões, para diversas fases da vida do elemento. Em elementos pré-fabricados, protendidos por aderência inicial (fase única de protensão), esta limitação, em geral, é imposta pelas tensões de tração na borda comprimida pré-tracionada, no instante da transferência da protensão ao concreto, ou seja, para $t = t_0$.

Nesta fase as cargas atuantes sobre o elemento serão a protensão e o peso próprio mobilizado pela ação desta. Deste modo, quando a tensão de tração limite na borda superior do elemento for atingida, para ação simultânea de P_0 e do peso próprio, terá sido, também, obtido o maior valor de P_0 possível e, com ele, a parcela do momento total a ser absorvido com protensão completa. Analisando as tensões na borda superior do elemento, para $t = t_0$, temos:

$$\sigma_{cP_0} - \sigma_{cg} = f_{ct_0}$$

$$\sigma_{cP_0} = f_{ct_0} + \sigma_{cg} \text{ como } \sigma_{cP_0} = r_0 \bar{P}_0 \left(-\frac{1}{A_c} + \frac{ep}{W_s} \right) = r_0 \bar{P}_0 K_s$$

$$\bar{P}_0 = \frac{f_{ct_0} + \sigma_{cg}}{r_0 K_s}$$

sendo:

- σ_{cP_0} : Tensão no concreto, na borda superior, devida à ação exclusiva de \bar{P}_0 .
- σ_{cg} : tensão no concreto, na borda superior, devida a ação do peso próprio do elemento.
- f_{ct_0} : tensão admissível de tração na borda superior para $t = t_0$.
- r_0 : Rendimento da força de protensão, função da perda imediata por encurtamento elástico do concreto ($r_0 = 0,95$)

Admitindo que a parcela do momento fletor a ser absorvido pela protensão corresponda a protensão completa, significando com isto, que a tensão de tração na borda inferior seja nula, para a ação simultânea das cargas e o valor final da força de protensão, resulta:

$$\sigma_{cP_\infty} + \frac{GP \cdot M_{\max}}{W_i} = 0 \quad \text{sendo } \sigma_{cP_\infty} = r_\infty \bar{P}_0 \left(-\frac{1}{A_c} - \frac{ep}{W_i} \right) = r_\infty \bar{P}_0 K_i$$

$$GP = -\frac{r_\infty \bar{P}_0 K_i W_i}{M_{\max}} ; \tag{4.24}$$

$$W_i = \frac{I_c}{y_i}$$

- σ_{cP_∞} : Tensão no concreto, na borda inferior, devida à ação exclusiva de \bar{P}_∞ .
- r_∞ : Rendimento da protensão após as perdas totais da força de protensão \bar{P}_0 .
- \bar{P}_0 : força de protensão máxima de cabeceira.
- GP: Grau de Protensão.
- M_{\max} : Momento fletor máximo de serviço na seção mais solicitada do elemento.

4.2.2 Cálculo dos Limites da Força de Protensão de Cabeceira

O valor da força de protensão de cabeceira, P_0 , depende, além das características geométricas da seção transversal, das cargas iniciais e finais e das perdas imediatas e progressivas que, nesta fase podem ser, apenas estimadas. Deste modo estabelece-se um rendimento previsto para a força de protensão para as etapas $t = t_0$ e $t = \infty$.

A experiência tem mostrado que as perdas imediatas da força de protensão, devidas ao encurtamento elástico no instante da transferência para o concreto, atingem valores de 3% a 8% da força inicial e as perdas finais chegam a valores entre 12% e 20%.

Para fins de cálculo dos limites da força de protensão serão estabelecidos valores médios, para uso do programa, definidos como:

$$P_{t_0} = r_0 P_0, \text{ logo } r_0 = \frac{P_{t_0}}{P_0} = 0,95 \quad (4.25)$$

$$P_{\infty} = r_{\infty} P_0, \text{ logo } r_{\infty} = \frac{P_{\infty}}{P_0} = 0,85 \quad (4.26)$$

r_0 e r_{∞} : Rendimento da força de protensão para $t = t_0$ e $t = \infty$

P_{t_0} e P_{∞} : Forças de protensão após as perdas imediatas e finais, respectivamente.

Adotando a expressão clássica de resistência dos materiais para o cálculo de tensões normais, aplicada às fases inicial e final, temos:

$t = t_0$

$$r_0 P_0 \left(-\frac{1}{A_c} + \frac{ep}{W_s} \right) - \frac{Mq}{W_s} \leq f_{ct_0} : \text{ tensões na borda superior} \quad (4.25)$$

$$r_0 P_0 \left(-\frac{1}{A_c} - \frac{ep}{W_i} \right) + \frac{Mq}{W_s} \geq \sigma_{ct_0} : \text{ tensões na borda inferior} \quad (4.26)$$

$t = \infty$

$$r_{\infty} P_0 \left(-\frac{1}{A_c} + \frac{ep}{W_s} \right) - \frac{GP.M_{\max}}{W_s} \geq \sigma_{cc\infty} : \text{ tensões na borda superior} \quad (4.27)$$

$$r_{\infty} P_0 \left(-\frac{1}{A_c} + \frac{ep}{W_i} \right) + \frac{GP.M_{\max}}{W_i} \leq 0 : \text{ tensões na borda inferior} \quad (4.28)$$

Destas desigualdades resultam quatro valores para P_0 ,

$$t = t_0 \begin{cases} P_0 \leq P_{01} \\ P_0 \leq P_{02} \end{cases} \quad t = \infty \begin{cases} P_0 \geq P_{03} \\ P_0 \geq P_{04} \end{cases}$$

Dos valores superiores (P_{01} e P_{02}) é escolhido o menor e dos valores inferiores (P_{03} e P_{04}) é escolhido o maior resultado.

$$P_0 \leq P_{\max} \quad (4.29)$$

$$P_0 \geq P_{\min} \quad (4.30)$$

Estes valores permitem a escolha de armadura de protensão, em função da tensão inicial do aço adotado e das bitolas a serem utilizadas.

Caso os limites da força de protensão sejam calculados com $GP = 1$ (Protensão Completa) e resultar em $P_{\max} < P_{\min}$ significa que a protensão completa é impossível, dentro dos limites de tensões estabelecidos. O programa então calculará o grau de protensão máximo possível, de acordo com o item 3.3.1 e emitirá um aviso na tela de que passará a calcular o elemento com protensão parcial, com o valor de GP calculado, determinando novos valores de P_{\max} e P_{\min} para a escolha da armadura de protensão.

4.3 Escalonamento da Força de Protensão ao Longo do Vão

A força de protensão é, inicialmente, determinada para a seção mais solicitada no elemento (em geral um ponto próximo ao centro do vão em vigas isostáticas). Com a diminuição dos esforços, na direção dos apoios, torna-se necessário reduzir esta força, a fim de ser possível o atendimento ao Estado Limite de Tensões. Esta redução é obtida por meio da eliminação da aderência em trechos próximos aos apoios, de parte da armadura de protensão.

Tendo em vista que o programa trabalha com propriedades geométricas da seção transversal bruta e que, por ocasião da transferência da força de protensão devida ao encurtamento elástico do concreto na fibra de mesma altura da armadura, torna-se necessário o cálculo da força de protensão efetiva atuante nas seções transversais.

4.3.1 Tensão Efetiva no Aço de Protensão

O cálculo das tensões efetivas será feito admitindo-se a ação exclusiva da força de protensão sendo o efeito das demais cargas superposto posteriormente. Com base nesta consideração, pode-se escrever a seguinte equação de coerência de deformações.

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{pc} + \Delta\varepsilon_p$$

onde

ε_p : deformação efetiva no aço

ε_{pc} : deformação de cabeceira do aço

$\Delta\varepsilon_p$: variação na deformação do aço ao recuo do concreto

Colocando em termos de tensões, temos:

$$\frac{\sigma_p}{E_p} = \frac{\sigma_{pc}}{E_p} + \frac{\sigma_{cp}}{E_c}$$

$$\sigma_p = \sigma_{pc} + \frac{E_p}{E_c} \cdot \sigma_{cp}$$

$$\sigma_p = \sigma_{pc} + \alpha \sigma_{cp}$$

$$\sigma_{cp} = N_p \left(-\frac{1}{A_c} - \frac{ep^2}{I_c} \right) \text{ com } N_p = \sigma_p A_p, \text{ fica}$$

$$\sigma_{cp} = -\sigma_p A_p \left(\frac{1}{A_c} + \frac{ep^2}{I_c} \right); \text{ substituindo na expressão de } \sigma_p$$

$$\sigma_p = \sigma_{pc} - \alpha \sigma_p A_p \left(\frac{1}{A_c} + \frac{ep^2}{I_c} \right); \text{ fazendo}$$

$$K_p = \alpha A_p \left(\frac{1}{A_c} + \frac{ep^2}{I_c} \right) \text{ temos:}$$

$$\sigma_p = \frac{\sigma_{pc}}{(1 + K_p)} \quad (4.31)$$

σ_p : tensão efetiva no aço devida à ação exclusiva da força de protensão.

A perda imediata é então:

$$\Delta\sigma_p = \sigma_{pc} - \sigma_p \quad (4.32)$$

4.3.2 Força e Momento de Protensão Efetivos

Uma vez calculada a tensão no aço de protensão a força e o momento fletor efetivos devidos à protensão podem ser calculados como segue:

$$N_p = -\sigma_p A_p \quad (4.33)$$

$$M_p = N_p \cdot ep \quad (4.34)$$

- N_p : força de protensão efetiva
 M_p : momento de protensão efetivo
 σ_p : tensão efetiva no aço conforme 4.3.1
 ep : excentricidade da força de protensão

4.3.3 Redução dos Esforços de Protensão por Eliminação da Aderência

Após a determinação da força de protensão na seção mais solicitada o programa volta ao controle do usuário para a escolha da armadura e sua forma de escalonamento. Este escalonamento, conforme adotado no programa, prevê o fornecimento, pelo usuário, do número de armaduras diferentes, incluindo a principal, e a área de cada uma destas armaduras.

Com base no exposto em 4.3.1 e 4.3.2, o programa calculará os esforços efetivos de protensão para cada uma das armaduras escolhidas. Estes esforços e os limites de tensões estabelecidos no Estado Limite de Tensões permitem determinar os pontos de interrupção das armaduras no vão.

As expressões das tensões normais nas bordas superior e inferior da seção transversal podem ser escritas como segue:

- Para $t = t_0$

$$\text{Borda Superior: } \sigma_{cps_0} - \sigma_{cgs} = \sigma_{ct_0}$$

$$\text{Borda Inferior: } \sigma_{cpi_0} + \sigma_{cgi} = \sigma_{cc_0}$$

com

$$\sigma_{cps_0} = N_p \left(-\frac{1}{A_c} + \frac{ep}{W_s} \right), \quad \sigma_{cpi_0} = N_p \left(-\frac{1}{A_c} - \frac{ep}{W_i} \right)$$

$$e \quad \sigma_{cgs} = \frac{M_g}{W_s}, \quad \sigma_{cgi} = \frac{M_g}{W_i}$$

- Para $t = \infty$

$$\text{Borda Superior: } \sigma_{cps} - \sigma_{qs} = \sigma_{cc\infty}$$

$$\text{Borda Inferior: } \sigma_{cpi} + \sigma_{qi} = \sigma_{ct\infty}$$

com

$$\sigma_{cps} = \frac{r_{\infty}}{r_0} \sigma_{cp_0}, \quad \sigma_{cpi} = \frac{r_{\infty}}{r_0} \sigma_{cp_0}$$

$$\text{e } \sigma_{qs} = GP \frac{M_q}{W_s}, \quad \sigma_{qi} = GP \frac{M_q}{W_i}$$

Das expressões acima podemos obter quatro valores de momentos fletores:

$$M_{gs} = W_s (\sigma_{cps_0} - \sigma_{ct_0}) \quad (4.35)$$

$$M_{gi} = W_i (\sigma_{cc_0} - \sigma_{cp_0}) \quad (4.36)$$

$$M_{qs} = W_s (\sigma_{cps} - \sigma_{cc\infty}) \quad (4.37)$$

$$M_{qi} = W_i (\sigma_{ct\infty} - \sigma_{cti}) \quad (4.38)$$

Dos quatro valores são tomados os menores valores para as bordas superior e inferior, os quais resultam ser, em geral, o momento M_{gs} (borda superior, $t = t_0$) e o momento M_{qi} (borda inferior, $t = \infty$).

De posse destes valores o programa procura nos diagramas de M_g e M_{qi} os pontos onde estes momentos fletores ocorrem, sendo determinados dois pontos para cada um dos valores.

O programa calculará os pontos de ocorrência dos momentos fletores $M_{gs,i}$ $M_{qs,i}$ determinando sua abcissa em relação ao apoio esquerdo da viga. A escolha do ponto de interrupção da armadura será então feita como demonstrado na figura 4.5.

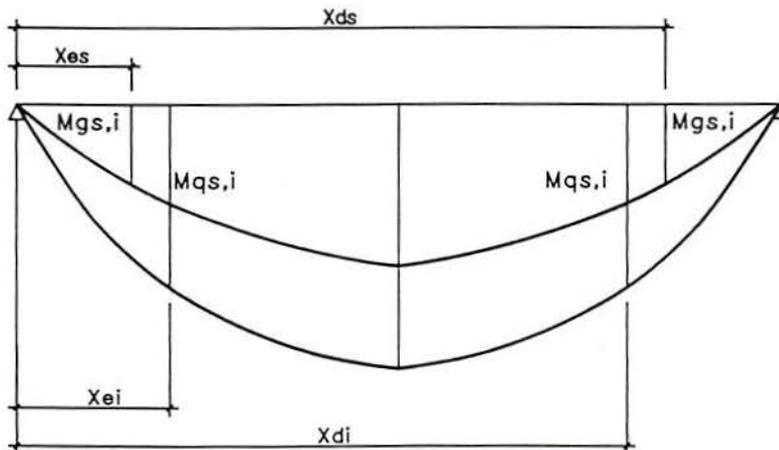


Figura 4.5: Escalonamento usual da armadura de protensão

A forma mais usual de ocorrência dos momentos fletores é como indicado na figura 4.5 e, neste caso, o programa escolhe como ponto de interrupção da armadura as abcissas X_{es} e X_{ds} porque, em respeito aos limites de tensões, devemos ter, no ponto de interrupção da armadura:

$$M_g \geq M_{g_{s,i}} \quad \text{e} \quad M_q \leq M_{q_{s,i}}$$

Existem, no entanto, outras formas de ocorrência possíveis, e que devem ser consideradas:

- Caso $M_{g_{s,i}} > M_{g_{max}}$: Esta condição indica que, para a armadura considerada, as tensões limites, para $t = t_0$, jamais serão atingidas. Deste modo o escalonamento é determinado pelos valores de X_{ei} e X_{di} .

- Caso $M_{q_{s,i}} > M_{q_{max}}$: Esta condição indica que, para a armadura considerada, as tensões limites, para $t = \infty$, jamais serão atingidas. Deste modo o escalonamento fica determinado pelos valores de X_{es} e X_{ds} . A ocorrência simultânea desta condição e da anterior indica que nenhum escalonamento é necessário, podendo a armadura ser integralmente aproveitada.

- Caso $X_{es} > X_{ei}$ e $X_{ds} < X_{di}$: esta condição indica que não é possível atender aos limites impostos de tensões, simultaneamente. Nesta situação o programa adota a condição $t = \infty$ como dominante e determina os pontos de interrupção correspondentes. As tensões eventualmente excedidas serão calculadas e apresentadas ao usuário, que poderá aceitá-las ou não.

Deste modo são, então, determinados os pontos, no vão, entre os quais a armadura considerada é efetiva. Estes pontos são determinados pelas abcissas X_e e X_d , medidas a partir do apoio esquerdo.

A eliminação da aderência, em fábrica, é feita envolvendo a cordoalha ou fio com um tubo, normalmente de polipropileno, com rigidez suficiente para impedir o seu esmagamento durante a compactação do concreto. Este isolamento evita a aderência eliminando a protensão no trecho da armadura.

Em elementos protendidos por aderência inicial, a força de protensão é transferida para o concreto de forma gradual, a partir da extremidade da armadura.

A norma NBR-7197, no seu item 9.4.1, refere-se ao comprimento de ancoragem de fios ou barras como sendo determináveis de acordo com a NBR-6118 e, no caso de cordoalhas,

o comprimento de ancoragem deve ser determinado experimentalmente. Atualmente, as cordoalhas de sete fios são extensivamente utilizadas na composição das armaduras de protensão e, como na fase de projeto, em geral, não existem dados experimentais, é necessário adotar um critério que defina a forma de transferência da força de protensão ao concreto, de modo a ser possível a definição dos diagramas de esforços provenientes dela.

No desenvolvimento do programa adotou-se o procedimento recomendado pela norma americana ACI (318-89), cujo embasamento é sumariamente descrito a seguir, referindo-se, em especial, às cordoalhas de sete fios.

A força de protensão gerada por uma cordoalha transfere-se ao concreto por aderência, a partir de sua extremidade. Diversos estudos desenvolvidos indicam que o comprimento de ancoragem de uma cordoalha depende da tensão a ela aplicada, da resistência do concreto, do diâmetro nominal da cordoalha e do tipo de verificação que está sendo feita: em serviço ou em estado limite último.

A figura 4.6 representa a tensão no aço em relação ao comprimento medido a partir da extremidade da cordoalha.

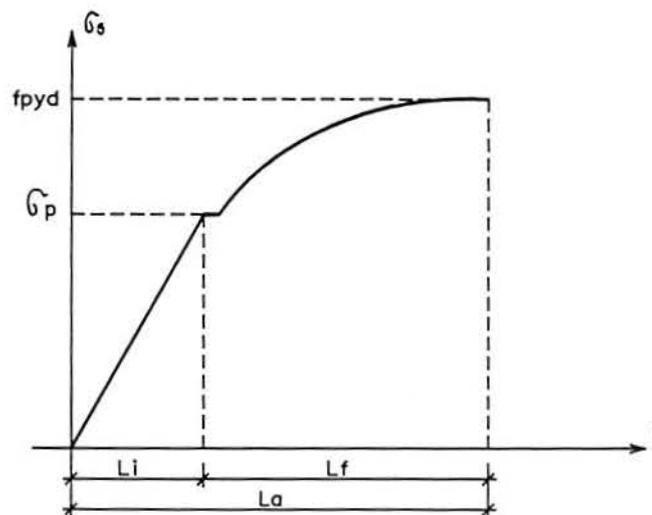


Figura 4.6: Ancoragem por aderência

Na figura temos:

- L_i : comprimento de implantação
- L_f : comprimento de transferência na flexão, por aderência
- L_a : comprimento de ancoragem do E.L.U.

O comprimento de implantação (L_i) é a distância necessária para que a cordoalha atinja sua tensão efetiva de trabalho, após descontadas as perdas (conforme ACI: 20%).

O comprimento de transferência na flexão (L_f) é a distância necessária para que, a partir da tensão efetiva, a cordoalha atinja sua tensão última.

A soma destas duas parcelas define o comprimento de ancoragem de Estado Limite Último.

Para os valores de L_i e L_a , o ACI recomenda as seguintes expressões:

$$L_i = \frac{1}{3} f_{se} \cdot db \quad (4.39)$$

$$L_a = \left(f_{su} - \frac{2}{3} f_{se} \right) \cdot db \quad (4.40)$$

- f_{se} : tensão efetiva na armadura em Ksi
 f_{su} : tensão última na armadura em Ksi
 db : diâmetro nominal da cordoalha em polegadas.

A aplicação das expressões acima resulta, em termos médios, em:

$$L_i = 50 \text{ db} \quad (4.41)$$

$$L_a = 150 \text{ db, ou seja, } L_a = 3 L_i \quad (4.42)$$

Estes valores são definidos para cordoalhas mantidas aderentes ao longo de todo o elemento. Para cordoalhas com a aderência interrompida antes da extremidade do elemento o ACI recomenda adotar o dobro do valor para L_a , mantendo o valor de L_i , donde:

$$L_i = 50 \text{ db} \quad (4.43)$$

$$L_a = 300 \text{ db} \quad (4.44)$$

No programa, após calculadas e escolhidos valores das abcissas de início e fim da cordoalha ou cordoalhas a serem interrompidas, serão determinadas os valores reais de início e fim da cordoalha, definidos por:

$$X_{in} = X_e - L_i \quad (4.45)$$

$$X_{fin} = X_d + L_i \quad (4.46)$$

A figura 4.7 representa, genericamente, a forma dos diagramas de esforços provenientes da protensão, em serviço.

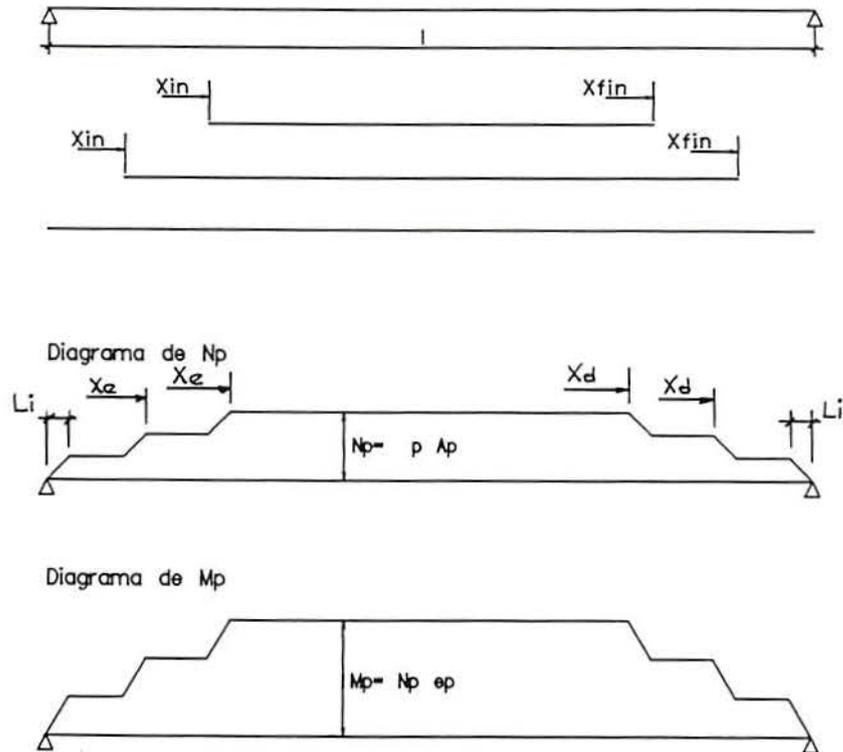


Figura 4.7: Diagramas de esforços de protensão após o escalonamento

Na figura 4.8 está representado o diagrama correspondente à resultante de tração (R_{pt}) na armadura protendida, no Estado Limite Último.

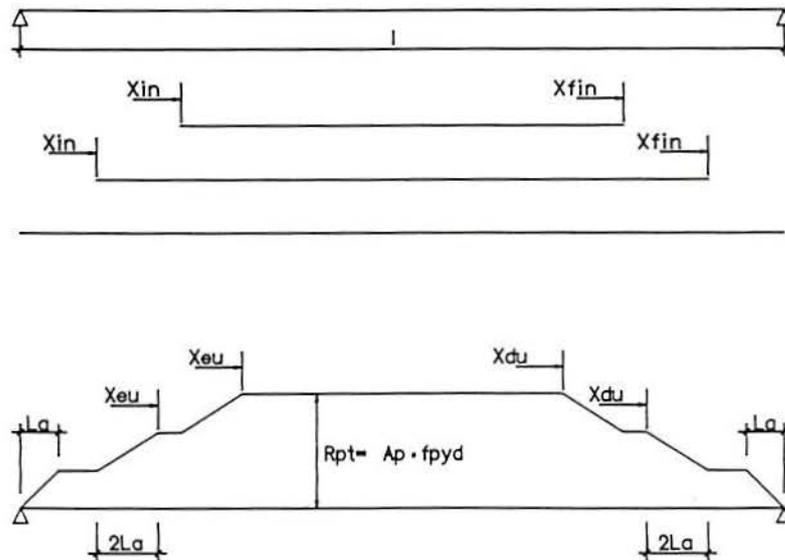


Figura 4.8: Diagrama de R_{pt} , no E.L.U.

O comprimento por $X_{du} - X_{eu}$ representa, para cada cordoalha, o trecho em que ela pode ser considerada como funcionando na sua máxima tensão de cálculo.

No programa estes valores são obtidos por:

$$\begin{aligned} X_{eu} &= X_{in} + La && \text{cordoalhas aderentes em} \\ X_{du} &= X_{fin} - La && \text{todo o vão} \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} X_{eu} &= X_{in} + 2La && \text{cordoalhas com aderência} \\ X_{du} &= X_{fin} - 2La && \text{eliminada dentro do vão} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Ensaio realizados mostram que a exigência de um comprimento de ancoragem duplo, para cordoalhas dispensadas no interior do vão, deve-se ao possível surgimento do problema de fadiga da aderência, sob cargas cíclicas.

4.4 Perdas Progressivas da Força de Protensão

As características do comportamento reológico do concreto produzem deformações que se desenvolvem ao longo do tempo, em elementos de concreto armado e protendido. No caso de elementos estruturais protendidos, estas deformações dão lugar a perdas da força de protensão que devem ser avaliadas, a fim de permitir a consideração dos seus efeitos.

No capítulo 2 foram analisados fatores que influenciam o valor destas perdas (ambiente, características do concreto e dimensões). Outro fator de grande influência nas deformações progressivas é a forma de aplicação das tensões permanentes ao concreto ao longo do tempo, traduzida na história de carga a ser admitida no projeto.

4.4.1 A História da Carga

Elementos componentes de estruturas pré-moldadas, quando protendidas, são submetidos a pelo menos duas fases de aplicação de cargas permanentes.

A primeira fase ocorre no instante da transferência da força de protensão ao concreto, na pista. As cargas permanentes atuantes são a protensão e o peso próprio do elemento por ela mobilizado. A etapa ou etapas de carga seguintes dependem do cronograma de obras e os tempos de introdução das cargas são por ele definidos.

O programa considerará a aplicação progressiva das cargas permanentes, relacionando-as à idade do concreto em cada uma das fases. Com isso serão avaliadas as tensões no concreto e no aço, em cada etapa e no tempo $t = \infty$.

4.4.2 Deformação Lenta e Retração

A deformação por fluência do concreto será calculada com o procedimento definido pela NBR-7197.

A deformação por fluência do concreto, ao final de um intervalo de tempo $(t-t_i)$, é dada por:

$$\varepsilon_{cc}(t) = \frac{\sigma_c(t_i)}{E_c} \varphi(t, t_i) \quad (4.49)$$

$\varepsilon_{cc}(t)$: deformação por fluência no intervalo de tempo $(t-t_i)$

$\sigma_c(t_i)$: tensão aplicada ao concreto no instante t_i e mantida constante no intervalo de tempo $(t-t_i)$.

$\varphi(t, t_i)$: coeficiente de deformação lenta ou fluência correspondente ao intervalo de tempo (t, t_i) , calculado conforme indicado no capítulo 2.

E_c : módulo de deformação longitudinal secante E_{c28} .

Admitindo que as tensões, no concreto, não ultrapassam a metade de sua resistência característica, de modo a se poder admitir que a fluência varia linearmente com a tensão aplicada, conforme a NBR-7197, a deformação total, no concreto, pode ser escrita:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_i)}{E_c} [1 + \varphi(t, t_i)] + \frac{1}{E_c} \int_{t_i}^t \frac{d\sigma_{cs}}{d\tau} [1 + \varphi(t, \tau)] d\tau + \varepsilon_{cs}(t, t_i) \quad (4.50)$$

A NBR-7197 admite que a tensão no concreto, $\sigma_c(t_i)$, aplicada no instante t_i , passa para o valor $\sigma_c(t)$, seguindo uma reta, de modo que a expressão (4.50) pode ser escrita na forma:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_i)}{E_c} [1 + \varphi(t, t_i)] + \frac{\Delta\sigma_c(t)}{E_c} \left[1 + \frac{1}{2} \varphi(t, t_i) \right] + \varepsilon_{cs}(t, t_i) \quad (4.51)$$

A variação da deformação é, então, determinada por:

$$\Delta\varepsilon_c(t, t_i) = \varepsilon_c(t) - \varepsilon_c(t_i), \text{ donde}$$

$$\Delta\varepsilon_c(t, t_i) = \frac{\sigma_c(t_i)}{E_c} \varphi(t, t_i) + \frac{\Delta\sigma_c(t, t_i)}{E_c} \left[1 + \frac{1}{2} \varphi(t, t_i) \right] + \varepsilon_{cs}(t, t_i) \quad (4.52)$$

4.4.3 Fluência do Aço de Protensão

A relaxação do aço, como visto no capítulo 2, é definida como:

$$\psi(t, t_i) = \left| \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_i)}{\sigma_p(t_i)} \right| \quad (4.53)$$

A expressão representa a variação da tensão no aço, mantido o seu comprimento constante. O valor do coeficiente de relaxação é mantido para valores padrão de tensão inicial e é fornecido pelos fabricantes, bem como pela NBR-7197.

Como o aço de protensão, dentro de um elemento de concreto, não mantém seu comprimento constante, é necessário relacionar a relaxação do aço com sua fluência, ou seja, mantendo-se constante a tensão, calcular sua deformação ao final de um determinado intervalo de tempo.

Considerando uma barra de aço solicitada a uma tensão $\sigma_p(t_i)$, no instante t_i , sua deformação total, num instante t será:

$$\varepsilon_p(t) = \frac{\sigma_p(t_i)}{E_p} [1 + \chi(t, t_i)] \quad (4.54)$$

onde

$\varepsilon_p(t)$: deformação no aço no instante t .

$\sigma_p(t_i)$: tensão aplicada no aço no instante t_i .

$\chi(t, t_i)$: coeficiente de fluência do aço referente ao intervalo de tempo $(t-t_i)$.

E_p : módulo de deformação do aço de protensão.

Decorrido um espaço de tempo t , pode-se escrever que, num intervalo de tempo dt , ocorrerá a deformação elementar:

$$d\varepsilon(t) = \frac{\sigma_p(t)}{E_p} d\psi(t, t_i) + \frac{d\sigma_p(t)}{E_p}$$

Mantendo constante o comprimento

$$\frac{\sigma_p(t)}{E_p} d\psi(t, t_i) + \frac{d\sigma_p(t)}{E_p} = 0$$

Cuja solução, sabendo que, para $t = t_i$, $\sigma_p(t) = \sigma_p(t_i)$ é:

$$\sigma_p(t) = \sigma_p(t_i) e^{-\chi(t, t_i)}$$

ou seja:

$$\Delta\sigma_p(t, t_i) = \sigma_p(t_i) [1 - e^{-\chi(t, t_i)}]$$

Levando na expressão do coeficiente de relaxação (4.53), temos:

$$\psi(t, t_i) = \left| \frac{\Delta\sigma_p(t, t_i)}{\sigma_p(t, t_i)} \right| = 1 - e^{-\chi(t, t_i)}$$

logo:

$$\chi(t, t_i) = -\text{Ln}[1 - \psi(t, t_i)] \quad (4.55)$$

Como a tensão no aço não se mantém constante ao longo do tempo, a deformação total pode ser escrita:

$$\varepsilon_p(t) = \frac{\sigma_p(t_i)}{E_p} [1 + \chi(t, t_i)] + \frac{1}{E_p} \int_{t_i}^t \frac{d\sigma_p(\tau)}{d\tau} [1 + \chi(t, \tau)] d\tau \quad (4.56)$$

Admitindo, como na NBR-7197 que a tensão no aço $\sigma_p(t_i)$, aplicada no instante t_i , passa ao valor $\sigma_p(t)$ no instante t , por um caminho curvo (parábola), temos:

$$\varepsilon_p(t) = \frac{\sigma_p(t_i)}{E_p} [1 + \chi(t, t_i)] + \frac{\Delta\sigma_p(t, t_i)}{E_p} [1 + \chi(t, t_i)] \quad (4.57)$$

A variação da deformação no aço, no intervalo $(t-t_i)$, será:

$$\Delta\varepsilon_p(t, t_i) = \varepsilon_p(t) - \varepsilon_p(t_i),$$

donde:

$$\Delta\varepsilon_p(t, t_i) = \frac{\sigma_p(t_i)}{E_p} \chi(t, t_i) + \frac{\Delta\sigma_p(t, t_i)}{E_p} [1 + \chi(t, t_i)] \quad (4.58)$$

4.4.4 Variação do Estado de Tensões

Admitindo a aderência entre o aço e o concreto e, considerando as expressões obtidas em 4.4.2 e 4.4.3, podemos escrever, para um intervalo de tempo $(t-t_i)$, qualquer:

$$\Delta\varepsilon_c(t, t_i) = \Delta\varepsilon_p(t, t_i)$$

$$\frac{\sigma_c(t_i)}{E_c} \varphi(t, t_i) + \frac{\Delta\sigma_c(t, t_i)}{E_c} \left[1 + \frac{1}{2} \varphi(t, t_i) \right] + \varepsilon_{cs}(t, t_i) =$$

$$\frac{\sigma_p(t_i)}{E_p} \chi(t, t_i) + \frac{\Delta\sigma_p(t, t_i)}{E_p} [1 + \chi(t, t_i)]$$

A variação da tensão no concreto, no intervalo de tempo pode ser escrita como:

$$\Delta\sigma_c(t, t_i) = -\Delta\sigma_p(t, t_i) \cdot A_p \left[\frac{1}{A_c} + \frac{ep^2}{I_c} \right]$$

Substituindo na equação de coerência de deformações e multiplicando-a por E_p , resulta:

$$\begin{aligned} \alpha\sigma_c(t_i) \cdot \varphi(t, t_i) - \alpha\Delta\sigma_p(t, t_i) A_p \left[\frac{1}{A_c} + \frac{ep^2}{I_c} \right] \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \varphi(t, t_i) \right] + E_p \varepsilon_{cs}(t, t_i) = \\ = \sigma_p(t_i) \cdot \chi(t, t_i) + \Delta\sigma_p(t, t_i) \cdot [1 + \chi(t, t_i)] \end{aligned}$$

Fazendo $K_p = \alpha A_p \left[\frac{1}{A_c} + \frac{ep^2}{I_c} \right]$, a variação de tensão no aço, no intervalo de tempo $(t-t_i)$, será dada por:

$$\Delta\sigma_p^{sr}(t, t_i) = \left[\frac{\frac{\sigma_c(t_i) \cdot \varphi(t, t_i)}{E_c} + \varepsilon_{cs}(t, t_i) - \frac{\sigma_p(t_i)}{E_p} \cdot \chi(t, t_i)}{[1 + \chi(t, t_i)] + K_p \left[1 + \frac{1}{2} \varphi(t, t_i) \right]} \right] \cdot E_p \quad (4.59)$$

$\Delta\sigma_p^{sr}(t, t_i)$: perda de tensão no aço devido a deformação lenta e retração do concreto e à relaxação do aço.

$\sigma_c(t_i)$: tensão no concreto no instante t_i .

$\sigma_p(t_i)$: tensão no aço de protensão no instante t_i .

$\varphi(t, t_i)$: coeficiente de deformação lenta, para o intervalo $(t-t_i)$, calculado de acordo com o capítulo 2.

$\chi(t, t_i)$: coeficiente de fluência no aço, para o intervalo $(t-t_i)$, calculado de acordo com 4.4.3.

$\varepsilon_{cs}(t, t_i)$: valor da retração do concreto, para o intervalo $(t-t_i)$, calculada de acordo com o capítulo 2.

A expressão (4.59) fornece a perda de tensão no aço de protensão no intervalo de tempo $(t-t_i)$, de onde se obtém, então:

$$\Delta N_p(t, t_i) = -\Delta \sigma_p^{cr}(t, t_i) \cdot A_p \quad (4.60)$$

$$\Delta M_p(t, t_i) = \Delta N_p(t, t_i) \cdot e_p \quad (4.61)$$

Com os valores das perdas de força de protensão pode-se calcular, então, as tensões em qualquer ponto da seção transversal, ao final de cada intervalo de tempo considerado.

Para a consideração da aplicação progressiva de carga permanente basta, ao aplicar a expressão de $\Delta \sigma_p^{cr}(t, t_i)$, introduzir os coeficientes de deformação lenta do concreto e de fluência do aço, bem como da retração, correspondentes ao intervalo de tempo considerado. A variação do estado de tensões é obtida pela superposição das tensões obtidas do intervalo atual àquelas obtidas nos intervalos anteriores.

As figuras 4.9a e 4.9b ilustram o procedimento.

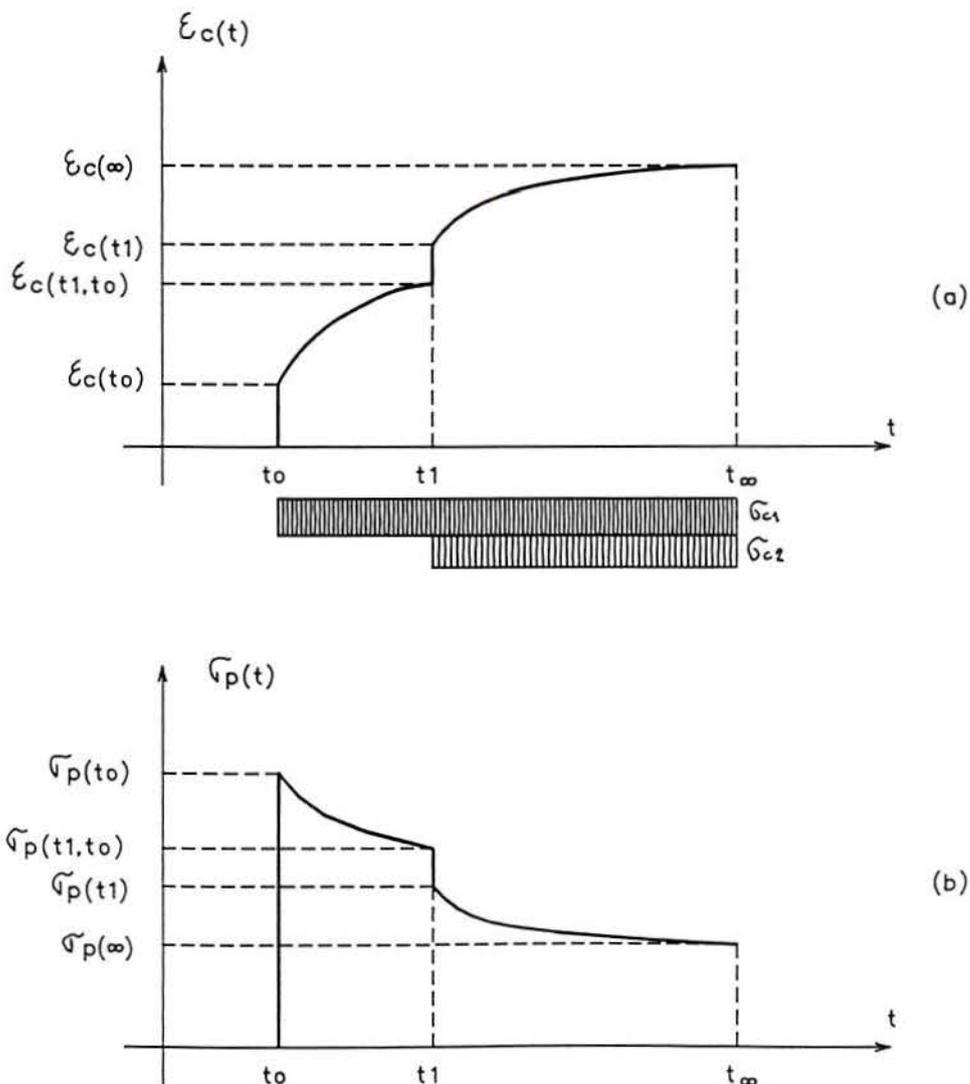


Figura 4.9 (a): Evolução da deformação do concreto no tempo.
(b): Evolução da tensão no aço de protensão no tempo.

4.4.5 Cálculo das Tensões Normais Atuantes no Concreto

As tensões normais atuantes no concreto serão calculadas, em cada etapa, para as bordas superior e inferior da seção transversal e apresentadas no relatório, para fins de comparação com os limites de tensões inicialmente admitidos.

As tensões serão calculadas com base na expressão clássica da resistência dos materiais, aplicada às etapas de carga existentes.

4.4.6 Pré Alongamento de Leito

A determinação das armaduras passivas, em elementos com protensão parcial e a verificação da segurança à ruptura por flexão em elementos com protensão completa exige o conhecimento da deformação no aço de protensão para o estado de neutralização, definido como o estado de tensões da seção transversal para o qual é nula a tensão no concreto, na fibra de mesma altura da armadura de protensão.

Esta deformação no aço, chamada de Pré-Alongamento de Leito (ε_{p0}) é obtida a partir da tensão inicialmente aplicada ao aço, das perdas progressivas da força de protensão e da ação da força de protensão final atuante na seção.

De acordo com a definição dada, temos:

$$\varepsilon_{p0} = \frac{\sigma_{pi}}{E_p} + \frac{\Delta\sigma_p^{cr}(\infty)}{E_p} + \frac{\Delta\sigma_p(\infty)}{E_p} \quad (4.62)$$

onde:

ε_{p0} : pré-alongamento de leito

σ_{pi} : tensão efetiva inicial no aço de protensão.

$\Delta\sigma_p^{cr}(\infty)$: perdas progressivas totais calculada de acordo com 4.4.4. Em geral, é um valor negativo.

$\Delta\sigma_p(\infty)$: variação de tensão no aço proveniente do estado de neutralização da seção transversal.

Considerando a ação exclusiva da força de protensão final sobre a seção transversal, conforme a figura 4.10, temos:

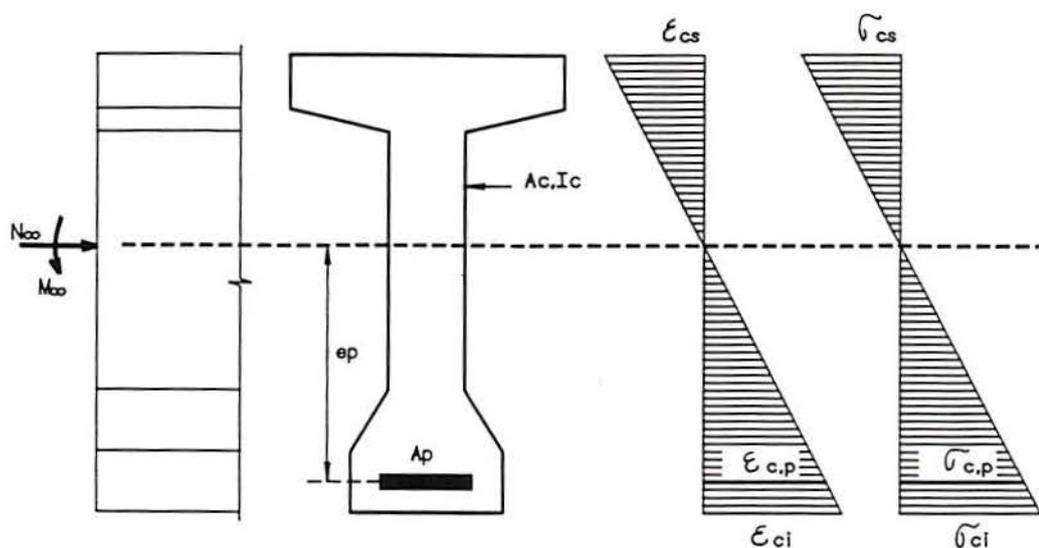


Figura 4.10: Determinação de $\Delta\sigma_p(\infty)$.

A tensão, no concreto, com fibra de mesma altura da armadura será:

$$\sigma_{c,p} = N_p \left(\frac{1}{A_c} + \frac{ep^2}{I_c} \right)$$

como

$$\Delta\sigma_p(\infty) = -\alpha\sigma_{c,p} = \alpha N_p \infty \left(\frac{1}{A_c} + \frac{ep^2}{I_c} \right) \quad (4.63)$$

Este valor levado à expressão (4.62) fornece o valor do pré-alongamento de leito.

5 DETERMINAÇÃO DAS ARMADURAS PASSIVAS

As armaduras passivas em elementos de concreto armado e com protensão parcial será feita com base na teoria do Estado Limite Último, observando os critérios estabelecidos pela NBR-6118.

5.1 Diagrama de Deformações da NBR-6118

A NBR-6118 estabelece limites para as deformações no concreto e nos aços, expressas no diagrama de deformações apresentado na figura 5.1.

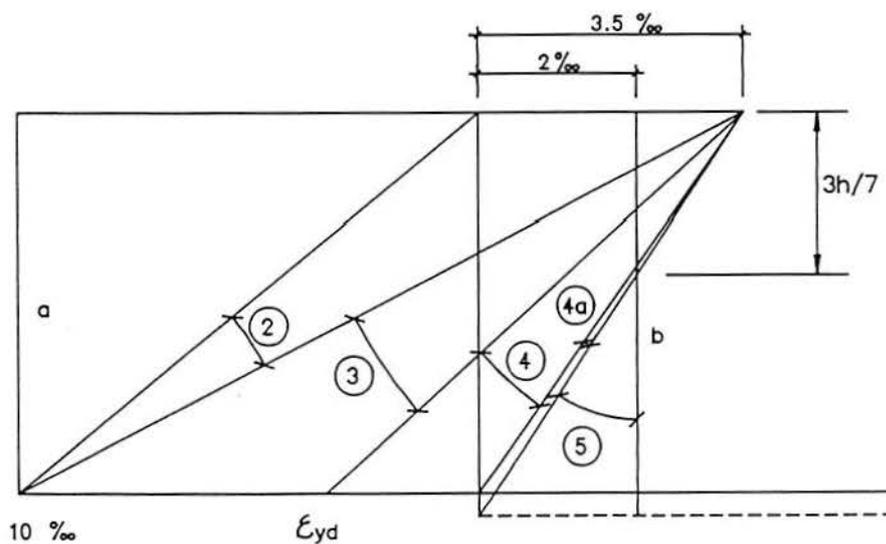


Figura 5.1: Diagrama de deformações da NBR-6118

A divisão do diagrama em domínios de deformações visa facilitar o equacionamento das condições de equilíbrio da seção transversal, visto que, em cada um deles, estão claramente definidos os limites possíveis para as deformações ϵ , e, conseqüentemente, para as tensões nos materiais, estabelecidas por suas leis constitutivas.

As seções transversais de vigas de concreto armado e protendido têm sua deformada de equilíbrio estabelecida, em geral, nos domínios 2, 3 e 4, sendo o último mais raro, só acontecendo em vigas com protensão completa.

5.2 Formas de Ruptura das Seções Transversais

As seções em concreto armado e protendido podem atingir a ruptura convencional, basicamente, de duas formas: a ruptura frágil, quando ocorre pelo concreto e a ruptura dúctil, quando ocorre pelo aço.

No caso de vigas, objeto deste trabalho, foi adotado o seguinte critério:

Para vigas em concreto armado ou com protensão parcial a ruptura foi mantida, obrigatoriamente, dúctil, o que confina a deformada das seções aos domínios 2 e 3 de deformações.

Para vigas com protensão completa a ruptura dúctil nem sempre é possível e depende, fundamentalmente, da quantidade de armadura de protensão existente, deste modo, admite-se que estas seções trabalhem, eventualmente, também no domínio 4 de deformações.

No caso de vigas em concreto armado ou com protensão parcial o programa trabalha com o conceito de Momento Limite, definido como sendo o maior momento resistente interno possível de ser mobilizado com armadura simples. Esta concepção fixa, numa primeira etapa, a posição da Linha Neutra da Seção, estabelecendo os valores das deformações últimas da seção e, conseqüentemente, as tensões nos materiais.

Esta posição fixa da deformada corresponde ao limite entre os domínios 3 e 4 de deformações, conforme a figura 5.1. A ruptura dúctil é assegurada pelo fato de que a deformação no aço corresponde à deformação de escoamento convencional.

Sendo a deformada definida pelas deformações nos materiais, sua posição limite é influenciada pelo tipo de aço utilizado e pela presença ou não de armadura de protensão.

Tratando-se de vigas em concreto armado, a posição da deformada limite para os aços de categoria A é diferente daquela para os aços de categoria B, uma vez que as deformações para o início do escoamento são diferentes.

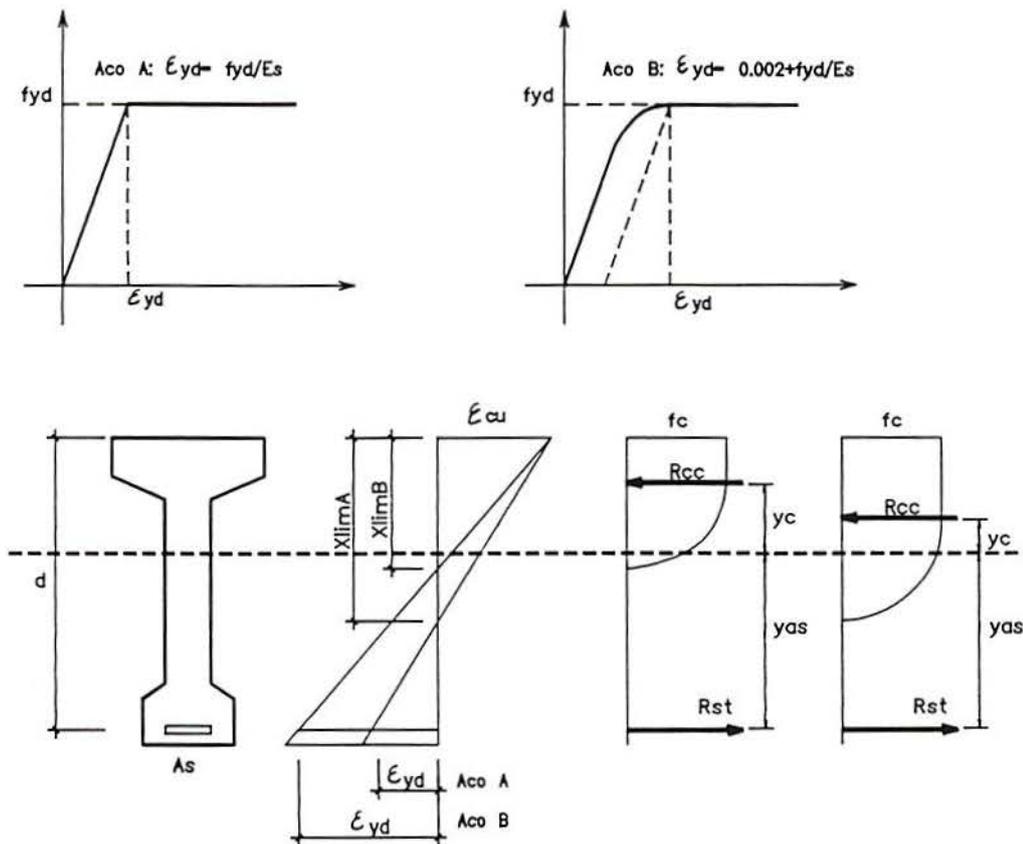


Figura 5.2: Deformada limite para os aços categoria A e B

A deformada limite, como mostra a figura 5.2, é determinada pelo valor de X_{lim} , medido a partir da borda comprimida. O valor de X_{lim} é dado por:

$$X_{lim} = \frac{3,5}{(\varepsilon_{yd} + 3,5)} \cdot d \quad (5.1)$$

onde

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot 1000: \quad \text{para aço categoria A}$$

$$\varepsilon_{yd} = \left(0,002 + \frac{f_{yd}}{E_s} \right) \cdot 1000: \quad \text{para aço categoria B}$$

Definida a posição da deformada, o programa calcula o valor de R_{cc} , de acordo com o processo descrito no item 5.5.1.

Devido às condições de equilíbrio, devemos ter:

$$R_{st} + R_{cc} = 0 \quad \text{donde} \quad R_{st} = - R_{cc} \quad e$$

$$A_{slim} = \frac{R_{st}}{f_{yd}}: \text{ armadura correspondente a } M_{lim}.$$

$$M_{lim} = R_{cc} \cdot Y_c + R_{st} \cdot Y_{as} \quad (5.2)$$

Tratando-se de vigas com protensão parcial, a posição limite da deformada depende, não só do tipo de aço da armadura passiva, mas, também, do aço da armadura ativa e, em especial do valor do pré-alongamento de leito. Na figura 5.3 estão representados, em conjunto, os diagramas dos aços das armaduras passivas e ativas, juntamente com o pré-alongamento.

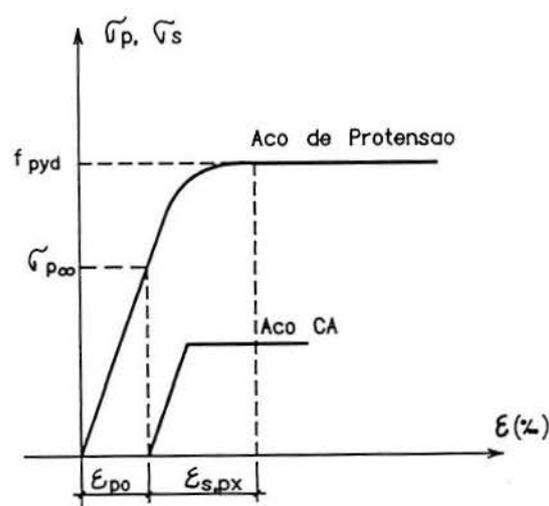


Figura 5.3: Ação conjunta dos aços na protensão parcial

O programa adota como critério de garantia da ruptura dúctil o funcionamento de ambas as armaduras em escoamento. Deste modo, a posição da deformada limite é escolhida em função das deformações nas armaduras, como segue:

- Para o aço de protensão devemos ter:

$$\varepsilon_{px} \geq \varepsilon_{pyd} - \varepsilon_{p0}$$

- Para a armadura passiva devemos ter;

$$\varepsilon_{sx} \geq \varepsilon_{yd}$$

A posição da deformada limite é definida adotando-se o maior dos dois valores, ε_{px} ou ε_{sx} , resultando no sistema resistente mostrado na figura 5.4.

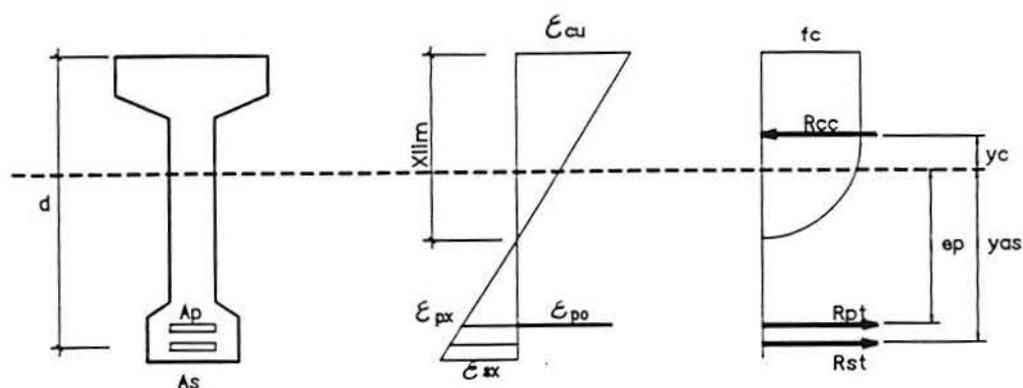


Figura 5.4: Deformada limite para protensão parcial

Após a definição da deformada o programa calcula o valor de R_{cc} e impõe as condições de equilíbrio da seção:

$$R_{st} + R_{pt} + R_{cc} = 0$$

$$R_{st} = -R_{cc} - R_{pt}$$

No caso da protensão parcial podemos ter duas situações para o valor resultante de R_{st} , a saber:

$$R_{st} > 0 \text{ então } A_{s\text{lim}} = \frac{R_{st}}{f_{yd}}$$

$R_{st} \leq 0$ então nenhuma armadura passiva é necessária para equilibrar o resultante de compressão. O programa adota então $R_{st} = 0$.

Com o valor de R_{st} definido, o Momento Limite é dado por:

$$M_{\text{lim}} = R_{cc} \cdot Y_c + R_{pt} \cdot e_p + R_{st} \cdot Y_{as} \quad (5.3)$$

Definido o valor do Momento Limite, faz-se a comparação com o momento atuante de cálculo, M_d , podendo resultar em três situações:

- Caso $M_d \geq M_{lim}$: a deformada limite é a deformada definitiva da seção e o equilíbrio é obtido pela determinação de uma armadura de compressão. Isto é feito pela definição da posição da armadura na seção (Y'_{as}) e calculando:

$$\varepsilon'_s = f(Y'_{as}) \text{ e } f'_{yd} = f(\varepsilon'_s) \text{ conforme o capítulo 2}$$

$$\Delta M = M_d - M_{lim}$$

$$Z_s = Y_{as} - Y'_{as}$$

$$A'_s = \frac{M}{Z_s \cdot f'_{yd}} \quad (5.4)$$

$$A_s = A_{slim} + \frac{M}{Z_s \cdot f_{yd}} \quad (5.5)$$

- Caso $M_d = M_{lim}$: a deformada limite é a deformada definitiva da seção e a armadura A_{slim} determinada é a armadura necessária à seção.

- Caso $M_d < M_{lim}$: a deformada de equilíbrio e a armadura são obtidas por processo iterativo descrito adiante.

5.3 Representação da Deformada da Seção por Uma Variável

Tendo em vista a implantação computacional do processo de determinação da armadura passiva adotou-se como forma de representação da deformada da seção uma variável única adimensional, capaz de equacionar as deformações no concreto e no aço.

Com a variável D é possível cobrir todos os domínios de deformações da NBR-6118, como indicado no quadro abaixo

DOMÍNIO	D	$\varepsilon_c(\text{‰})$	$\varepsilon_s(\text{‰})$
Tração Uniforme	0	10	10
1	$0 < D < 2$	$10 - 5D$	10
2	$2 \leq D < 7$	$1,4 - 0,7D$	10
3 e 4	$7 \leq D < 12$	- 3,5	$24 - 2D$
4a e 5	$12 \leq D < 13$	$1,5D - 21,5$	$24 - 2D$
Compressão Uniforme	13	- 2	-2

Figura 5.5: Valores da variável D

Representando as deformações no concreto e no aço, em função da variável D, em uma escala arbitrária, resulta no gráfico da figura 5.6.

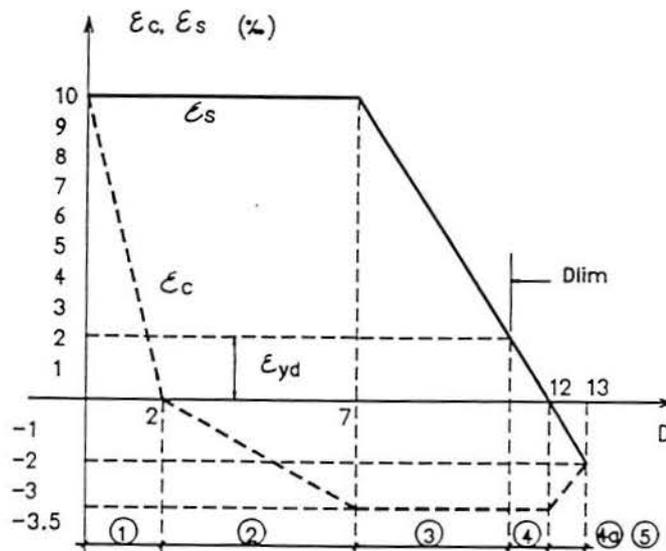


Figura 5.6: Representação gráfica da variável D

A posição da deformada limite é calculada pelo programa em função da variável D, pelo seu valor D_{lim} , como segue:

$$D_{lim} = \frac{24 - \varepsilon_{yd}}{2} \quad \text{com } \varepsilon_{yd} \text{ em } (\text{‰}) \quad (5.6)$$

O valor de ε_{yd} a adotar depende do tipo de aço adotado, bem como da existência ou não de protensão, conforme definido em 5.2.

5.4 Equações de Equilíbrio da Seção Transversal

As seções transversais devem obedecer ao preceito geral de que aos esforços externos atuantes devam se opor os esforços internos resistentes, obtidos a partir de uma configuração deformada de equilíbrio. A partir desta configuração deformada de equilíbrio podem ser escritas as equações de equilíbrio da seção transversal, relacionando os esforços atuantes aos resistentes, como mostrado a seguir.

5.4.1 Deformada de Equilíbrio nos Domínios 2 e 3 de Deformações

Quando a deformada de equilíbrio da seção transversal se situa no domínio 2, a seção é dita Subarmada e a ruptura ocorre pelo escoamento do aço, sem que o concreto atinja sua deformação de ruptura.

Quando a deformada de equilíbrio da seção transversal se situa no domínio 3, a seção é dita normalmente armada e a ruptura ocorre, simultaneamente pelo aço e concreto.

As seções transversais cuja deformada de equilíbrio se situa nos domínios 2 e 3, sob a ação do momento fletor de cálculo M_d , desenvolvem um sistema de esforços resistentes formado por uma resultante de compressão no concreto e uma resultante de tração nas armaduras passivas e/ou ativas, conforme mostra a figura 5.7.

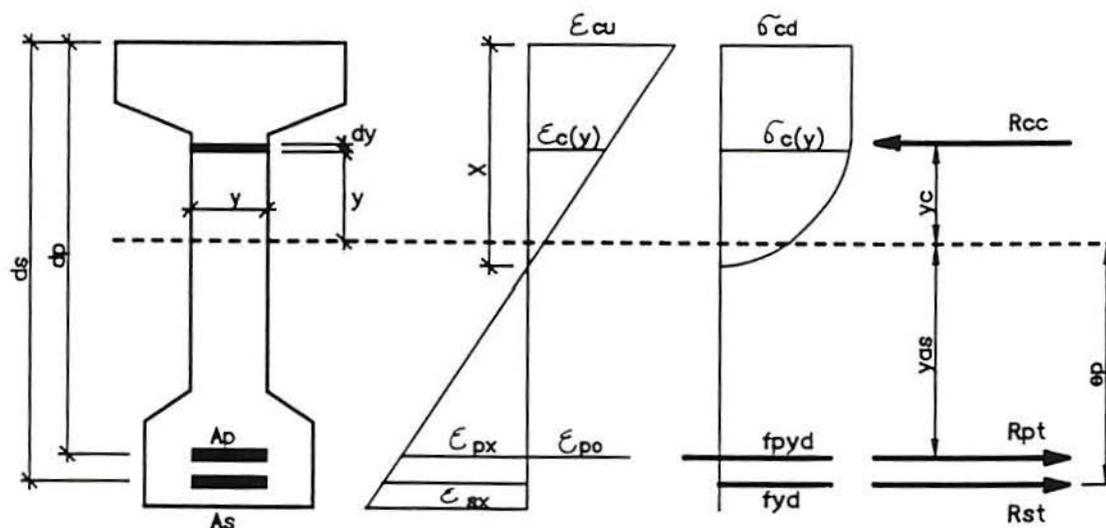


Figura 5.7: Esforços resultantes nos domínios 2 e 3 de deformações

As condições básicas de equilíbrio da seção transversal são o equilíbrio à translação e o equilíbrio à rotação, de modo que pode-se escrever:

$$R_{st} + R_{pt} - R_{cc} = 0 \quad (5.7)$$

$$R_{cc} - Y_c + R_{st} \cdot Y_{as} + R_{pt} \cdot Y_{ap} = M_d \quad (5.8)$$

onde

$$R_{st} = A_s \cdot f_{yd}, \text{ com } f_{yd} = f(\epsilon_{sx})$$

$$R_{pt} = A_p \cdot f_{pyd}, \text{ com } f_{pyd} = f(\epsilon_{pd}) \text{ e } \epsilon_{pd} = \epsilon_{po} + \epsilon_{px}$$

$$R_{cc} = \int_0^x \sigma_c(y) b y dy, \text{ com } \sigma_c(y) = f[\epsilon_c(y)]$$

Conhecidas as deformações dos materiais, as tensões neles atuantes são obtidas das leis constitutivas descritas no capítulo 2.

5.4.2 Deformada de Equilíbrio no Domínio 4 de Deformações

Para as deformadas de equilíbrio situadas no domínio 4 de deformações é necessário dar um tratamento distinto às seções transversais, dependente do grau de protensão adotado, como segue:

5.4.2.1 Seções em Concreto Armado ou com Protensão Parcial

Estas seções correspondem a $0 \leq GP < 1$. Como foi estabelecido no item 5.2, estas seções devem ter ruptura necessariamente dúctil.

No domínio 4, por definição, a deformação convencional de ruptura do concreto é atingida, sem que os aços das armaduras de tração alcancem sua deformação convencional de ruptura, tornando a ruptura frágil.

A ruptura frágil é evitada, nestes casos pela introdução de uma armadura de compressão e pelo estabelecimento de uma deformada fixa, no limite do domínio 3 de deformações.

Deste modo, quando sob a ação do momento fletor de cálculo M_d , a seção transversal desenvolve um sistema resistente formado por uma resultante de compressão no concreto R_{cc} , uma resultante de compressão na armadura comprimida R'_{st} e resultantes de tração nas armaduras tracionadas R_{st} e R_{pt} , conforme a figura 5.8.

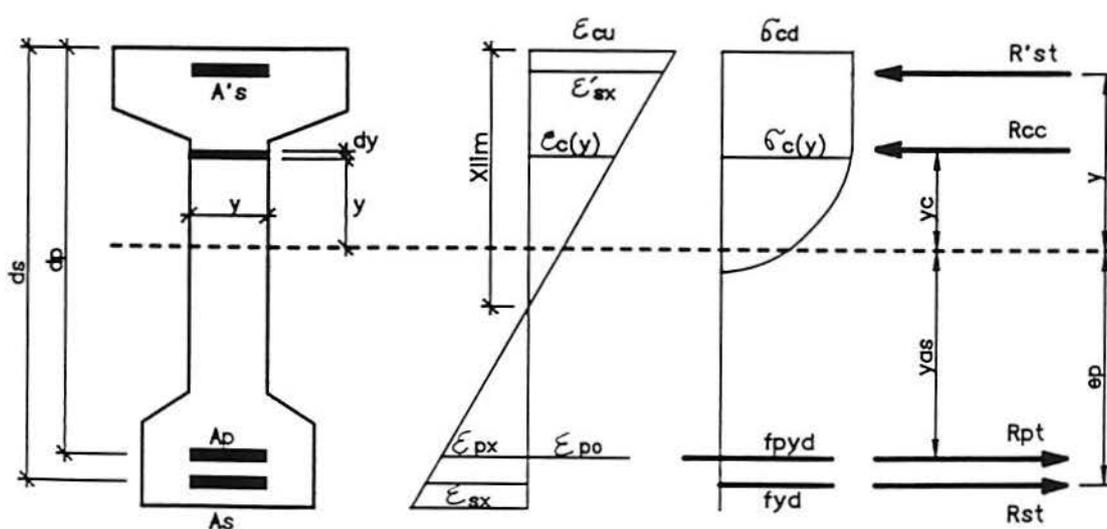


Figura 5.8: Esforços resistentes para seções com armadura dupla

Das condições de equilíbrio resulta o sistema:

$$R_{st} + R_{pt} - R'_{st} - R_{cc} = 0 \quad (5.9)$$

$$R_{st}.Y_{as} + R_{pt}.e_p + R'_{st}.Y'_{as} + R_{cc}.Y_c = M_d \quad (5.10)$$

onde

$$R_{st} = A_s.f_{yd}, \text{ com } f_{yd} = f(\epsilon_{sx})$$

$$R_{pt} = A_p.f_{pyd}, \text{ com } f_{pyd} = f(\epsilon_{pd}) \text{ e } \epsilon_{pd} = \epsilon_{po} + \epsilon_{px}$$

$$R'_{st} = A'_s.f'_{yd}, \text{ com } f'_{yd} = f(\epsilon'_{sx})$$

$$R_{cc} = \int_0^{x_{ne}} \sigma_c(y) b y dy, \text{ com } \sigma_c(y) = f[\epsilon_c(y)]$$

Como no caso anterior, conhecidas as deformações nos materiais, suas tensões são obtidas das leis constitutivas do capítulo 2.

5.4.2.2 Seções com Protensão Completa

Nas seções com protensão completa pode ocorrer que somente seja possível a obtenção de uma configuração deformada de equilíbrio no Domínio 4, devido a área de armadura de protensão existente. Isto ocorre, normalmente quando $GP \geq 1$.

Nestes casos a ruptura convencional é frágil, uma vez que o concreto atinge sua deformação de ruptura sem que o aço de protensão esteja em escoamento.

Estas seções, quando sob a ação do momento fletor de cálculo M_d , desenvolvem um sistema de esforços resistentes formados por uma resultante de compressão no concreto R_{cc} e uma resultante de tração na armadura de protensão, conforme a figura 5.9.

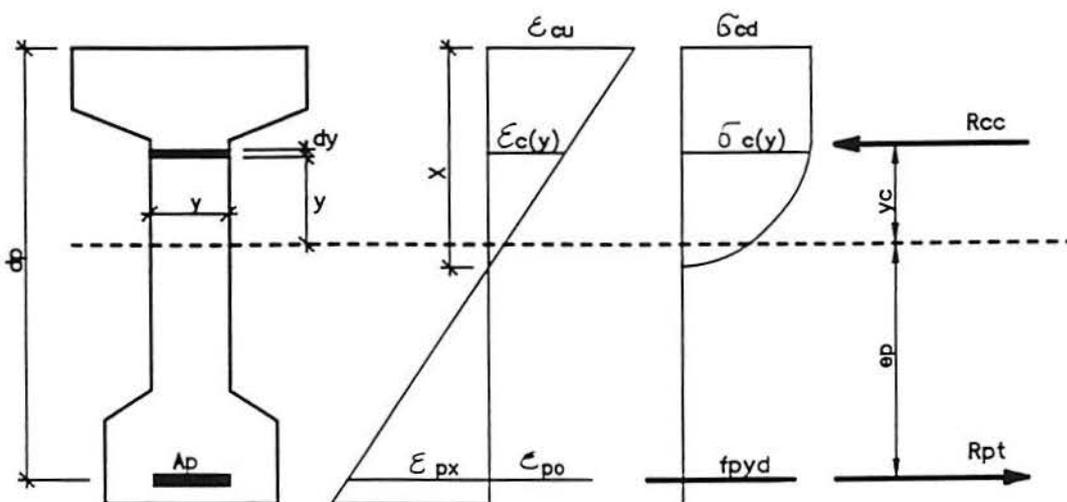


Figura 5.9: Esforços resistentes na Protensão Completa

Das condições de equilíbrio resulta o sistema:

$$R_{cc} + R_{pt} = 0 \quad (5.11)$$

$$R_{cc} \cdot Y_c + R_{pt} \cdot e_p = M_d \quad (5.12)$$

onde

$$R_{pt} = A_p \cdot f_{py}, \text{ com } f_{py} = f(\varepsilon_{py}) \text{ e } \varepsilon_{py} = \varepsilon_{po} + \varepsilon_{px} \text{ e } \varepsilon_{py} < \varepsilon_{pyd}$$

$$R_{cc} = \int_0^x \sigma_c(y) b y dy, \text{ com } \sigma_c(y) = f[\varepsilon_c(y)] \text{ e } x > x_{lim}$$

A solução do sistema de equações de equilíbrio acima definido é normalmente utilizada na verificação da segurança à ruína de vigas protendidas, obedecendo aos critérios estabelecidos em 5.9.

5.5 Solução do Sistema de Equações de Equilíbrio

A solução do sistema de equações de equilíbrio propostas no item 5.4 pode ser feita com dois objetivos principais: o dimensionamento da armadura passiva necessária para a absorção do momento fletor M_d , de cálculo, ou a verificação da segurança à ruína por flexão, sob a ação de M_d .

No primeiro caso são desconhecidos a deformada de equilíbrio da seção e a área das armaduras passivas, no segundo, a deformada de equilíbrio é o único fator desconhecido. Em ambos os casos a armadura ativa (de protensão), se existir, é uma grandeza conhecida, determinada de acordo com o item 4.2.

A solução analítica dos sistemas de equações de equilíbrio é impossível devido às relações constitutivas não lineares do concreto e dos aços.

Devido a esta dificuldade o programa adota um processo iterativo, de equilíbrio global, baseado no Método de Newton-Raphson, tanto para o dimensionamento quanto para a verificação.

5.5.1 Algoritmo para o Dimensionamento

No dimensionamento as incógnitas são a deformada de equilíbrio D e a área da armadura passiva A_s . A formulação do método de Newton-Raphson, então fica:

$$[K(\{u\}_i)] \cdot \{\Delta u\}_i = \{\Delta p\}_i \quad (5.13)$$

onde

$\{u\}_i$: vetor com as variáveis D e A_s a ajustar

$\{\Delta u\}_i$: vetor incremental de $\{u\}_i$, tal que, na próxima iteração tem-se $\{u\}_{i+1} = \{u\}_i + \{\Delta u\}_i$, até a convergência.

$\{\Delta p\}_i$: vetor com a diferença entre os esforços atuantes de cálculo e os esforços resistentes internos, correspondentes aos valores de D e A_s da i -ésima iteração.

$[K(\{u\}_i)]$: matriz de derivadas parciais dos esforços resistentes em relação às variáveis D e A_s .

A equação se desenvolve em:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial M_r}{\partial D} & \frac{\partial M_r}{\partial A_s} \\ \frac{\partial N_r}{\partial D} & \frac{\partial N_r}{\partial A_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta D \\ \Delta A_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_d & M_r \\ N_d & N_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta M_d \\ \Delta N_d \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Com base no exposto, o algoritmo de dimensionamento se desenvolve como segue:

a) são arbitrados os valores iniciais de D e A_s . No programa estes valores correspondem a D_{lim} e A_{lim} .

b) por integração das tensões são obtidos os esforços resistentes internos e os elementos da matriz de derivadas parciais.

c) calcula-se o vetor de desequilíbrio

$$\{\Delta p\}_i = \begin{bmatrix} M_d - M_r \\ N_d - N_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta M_d \\ \Delta N_d \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

d) verifica-se a convergência para a i -ésima iteração, por:

$$\left[\frac{\Delta M_d^2 + \Delta N_d^2}{M_d^2 + N_d^2} \right]^{1/2} \leq \text{tolerância} \quad (5.16)$$

- e) caso a condição seja satisfeita segue para o item i
 f) em caso contrário obtém-se os incrementos $\{\Delta u\}_i$ a partir da resolução do sistema de equações
 g) determinam-se os novos valores de D e As por:

$$\{u\}_{i+1} = \begin{Bmatrix} D_{i+1} \\ A_{s_{i+1}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_i \\ A_{s_i} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta D_i \\ \Delta A_{s_i} \end{Bmatrix} \quad (5.17)$$

- h) retorna-se ao item b
 i) encerra-se o processo iterativo e a seção está dimensionada. Obtém-se a área da armadura passiva e as deformações últimas no concreto e nos aços.

5.5.2 Algoritmo para Verificação

Num processo de verificação são conhecidas, além das características geométricas da seção transversal, as áreas das armaduras passivas e/ou ativas. A formulação do método de Newton-Raphson então, fica:

$$\frac{\partial N_r}{\partial D} \cdot \Delta D = -\Delta N_d \quad (5.18)$$

$$\Delta D = -\frac{N_d}{\frac{\partial N_r}{\partial D}} \quad \text{sendo } \Delta D = D_{i+1} - D_i$$

$$D_{i+1} = D_i - \frac{N_d}{\frac{\partial N_r}{\partial D}} \quad (5.19)$$

Deste modo o algoritmo de verificação se desenvolve como segue:

- a) arbitra-se o valor inicial de D
 b) Por integração das tensões são calculados os esforços resistentes internos e a derivada do esforço normal resistente em relação a D.

c) Calcula-se o esforço normal de desequilíbrio.

d) Verifica-se a convergência para i-ésima iteração, por:

$$\Delta Nd \leq \text{tolerância}$$

e) Caso a condição de convergência se verifique seguir para o item i.

f) Caso contrário calcula-se o incremento D por meio de:

$$\Delta D_i = - \frac{Nd_i}{\left(\frac{\partial Nr}{\partial D} \right)_i} \quad (5.20)$$

g) Determina-se o novo valor de D.

$$D_{i+1} = D_i + \Delta D_i \quad (5.21)$$

h) Retorna-se ao item b.

i) Encerra-se o processo iterativo e a deformada calculada é a deformada de equilíbrio. O momento fletor resistente M_r calculado é comparado com o momento atuante de cálculo M_d , para a determinação do coeficiente de segurança.

5.6 Cálculo dos Esforços Resistentes

Os esforços resistentes são calculados por integração das tensões nos materiais sobre a seção transversal. As tensões são obtidas das leis constitutivas dos materiais, em função das deformações definidas pelo valor de D.

5.6.1 Deformações na Seção Transversal

Conhecido o valor de D, a deformação em uma fibra qualquer da seção é dada por:

$$\varepsilon(y) = b \cdot y + c \quad (5.22)$$

sendo

$\varepsilon(y)$: deformação na fibra de ordenada y, medida a partir do eixo de referência.

$b = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_s}{Y_s - Y_i}$: curvatura da seção

$c = \varepsilon_c - b \cdot Y_s$: deformação no eixo de referência da seção

ε_c e ε_s : deformações últimas definidas pelo valor de D, conforme a tabela da figura 5.5

Y_s : ordenada da fibra mais comprimida da seção transversal em relação ao eixo de referência.

Y_i : ordenada que define a posição do centro de gravidade da armadura, em relação ao eixo de referência.

5.6.2 Esforços Resistentes Devidos ao Concreto

As tensões atuantes sobre a seção transversal, devido à lei constitutiva do concreto e às deformações impostas a ela podem ser divididas em três regiões, como mostrado na figura 5.10.

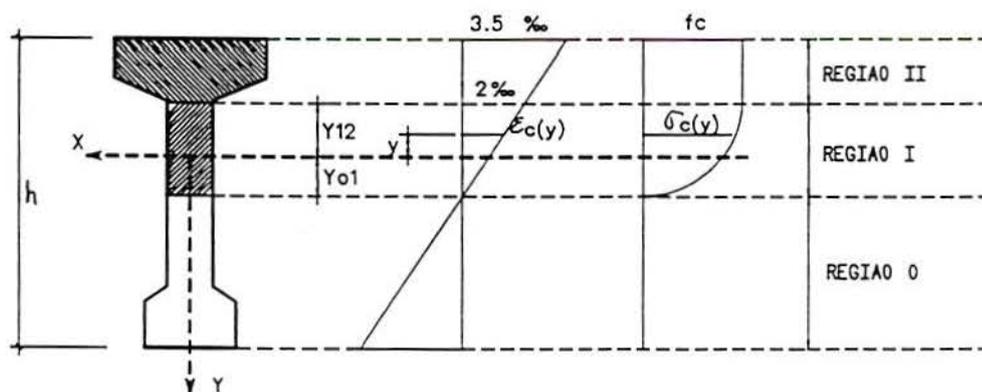


Figura 5.10: Regiões de integração da seção transversal.

Região 0: zona tracionada da seção transversal, tensão nula no concreto

Região I: zona comprimida da seção onde $0 \geq \varepsilon_c \geq -2\text{‰}$, correspondendo ao trecho parabólico do diagrama tensão-deformação

Região II: zona comprimida da seção onde $-2\text{‰} > \varepsilon_c \geq -3,5\text{‰}$, correspondendo ao trecho de tensões constantes do diagrama tensão-deformação

A partir do valor da variável D determinam-se as deformações nas extremidades de todos os segmentos da poligonal de contorno da seção.

A ordenada limite entre as regiões 0 e I é definida pela fibra de deformação nula (linha neutra). Aplicando a expressão (5.22), temos:

$$\varepsilon_c = bY_{01} + c = 0,$$

sendo

$$Y_{01} = -\frac{c}{b}$$

O limite entre as regiões I e II é determinado pela fibra onde $\varepsilon_c = -2 \times 10^{-3}$, logo, aplicando a expressão (5.22), resulta:

$$\varepsilon_c = bY_{12} + c = -0,002$$

$$Y_{12} = -\frac{(0,002 + c)}{b} \quad (5.24)$$

A partir da determinação das ordenadas limítrofes das regiões pode-se determinar quais os segmentos da poligonal de contorno da seção transversal pertencem a estas regiões e determinar, sobre eles, novas coordenadas de extremidade, para cada região.

Observando-se as expressões dos polinômios G_{km} , no item 4.1 nota-se que $\Delta y = 0$, $G_{km} = 0$, não havendo, portanto, contribuição dos segmentos horizontais da poligonal. A determinação das coordenadas dos segmentos pertencentes às regiões I e II segue, então o seguinte processo:

a) Em todos os segmentos em que $\Delta y \neq 0$, verifica-se se

$$Y_{01} \text{ ou } Y_{12} \in (Y_{i+1}, Y_i)$$

b) Se a condição (a) não se verifica, passa-se ao segmento seguinte.

c) Se a condição (a) se verifica o segmento é dividido em partes correspondentes às regiões que atravessa, por meio do cálculo de novas coordenadas definidas como segue:

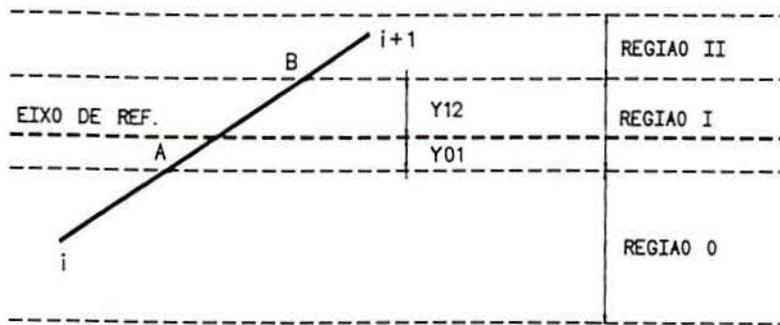


Figura 5.11: Coordenadas de transição de um segmento

O segmento representado na figura 5.11 tem coordenadas definidas por (X_i, Y_i) e (X_{i+1}, Y_{i+1}) . Ao atravessar as regiões do domínio de integração, define os pontos A e B cujas ordenadas são definidas por Y_{01} e Y_{12} , respectivamente e abcissas por:

$$X_A = X_i + \frac{\Delta x}{\Delta y} (Y_{01} - Y_i)$$

$$X_B = X_i + \frac{\Delta x}{\Delta y} (Y_{12} - Y_i)$$

Os pares (X_A, Y_{01}) e (X_B, Y_{12}) , definem novos segmentos da poligonal de contorno que contribuem na integração das regiões I e II respectivamente.

As expressões (2.1) e (2.3) que definem a lei constitutiva do concreto podem ser reescritas da forma:

- Para a região I

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \left[250.000 \varepsilon_c^2 + 1000 \varepsilon_c \right] \cdot \sigma_{cd} \quad (5.25)$$

Substituindo a equação (5.22), temos:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \left[250.000 (by + c)^2 + 1000 (by + c) \right] \cdot \sigma_{cd} \quad (5.26)$$

Desenvolvendo, resulta:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \left[250.000c^2 + 1000c + (1000b + 500.000bc)y + 250.000b^2y^2 \right] \cdot \sigma_{cd} \quad (5.27)$$

Fazendo: $250.000c^2 + 1000c = D0$
 $1000b + 500.000bc = D1$
 $250.000b^2 = D2,$ resulta:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \sigma_{cd}(D0 + D1y + D2y^2) \quad (5.28)$$

- Para a região II

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = -\sigma_{cd} \quad (5.28)$$

Os esforços resistentes devidos às tensões no concreto podem, então, ser escritos:

$$R_{cc} = \int_{A_{cI}} \sigma_c(\varepsilon) dA + \int_{A_{cII}} \sigma_c(\varepsilon) dA \quad (5.30)$$

$$M_{rcc} = \int_{A_{cI}} \sigma_c(\varepsilon) y dA + \int_{A_{cII}} \sigma_c(\varepsilon) y dA \quad (5.31)$$

Na equação (5.30), R_{cc} é a resultante de compressão no concreto e o primeiro e segundo termos, à direita do sinal de igualdade, representam a integração das tensões sobre a área de concreto comprimido correspondentes às regiões I e II, respectivamente.

Na equação (5.31), M_{rcc} é o momento fletor resultante das tensões no concreto sobre as regiões I e II do domínio de integração, em relação ao eixo de referência.

Substituindo em (5.30) e (5.31) as expressões (5.28) e (5.29), temos

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \int_{A_{cI}} (D0y + D1y^2 + D2y^3) dA - \sigma_{cd} \int_{A_{cII}} dA \quad (5.32)$$

$$M_{rcc} = \sigma_{cd} \int_{A_{cI}} (D0y + D1y^2 + D2y^3) dA - \sigma_{cd} \int_{A_{cII}} y dA \quad (5.33)$$

Aplicando o Teorema de Green, resulta:

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \left[\sum_{i=1}^{n1} (D0.G00i + D1.G01i + D2.G02i) - \sum_{j=1}^{n2} G00j \right] \quad (5.34)$$

$$M_{rcc} = \sigma_{cd} \left[\sum_{i=1}^{n1} (D0.G01i + D1.G02i + D2.G03i) - \sum_{j=1}^{n2} G01j \right] \quad (5.35)$$

Sendo n_1 e n_2 o número de segmentos da poligonal pertencentes às regiões I e II respectivamente.

5.6.3 Esforços Resistentes Devidos às Armaduras

A partir do valor de D e do conhecimento das ordenadas das fibras de mesma altura da armadura, a expressão (5.22) permite calcular as deformações nas armaduras, como segue:

$$\epsilon_{sx} = b \cdot Y_{as} + c \quad (5.36)$$

$$\epsilon_{px} = b \cdot \epsilon_p + c \quad (5.37)$$

As expressões (5.36) e (5.37) expressam as deformações nas armaduras passiva e ativa, respectivamente.

Das leis constitutivas, definidas no capítulo 2, são obtidas as tensões, de modo que os esforços resistentes são expressos por:

$$R_{st} = \sigma_s(\epsilon_{sx}) \cdot A_s \quad (5.38)$$

$$R_{pt} = \sigma_p(\epsilon_{pd}) \cdot A_p, \text{ com } \epsilon_{pd} = \epsilon_{p0} + \epsilon_{px} \quad (5.39)$$

$$M_{rst} = R_{st} \cdot Y_{as} \quad (5.40)$$

$$M_{rpt} = R_{pt} \cdot \epsilon_p \quad (5.41)$$

As expressões (5.38) a (5.41) fornecem as resultantes de tração nas armaduras passivas e ativas e seus respectivos momentos fletores em relação ao eixo de referência.

5.6.4 Esforços Resistentes Totais

Os esforços resistentes totais são obtidos pela soma das parcelas correspondentes ao aço e ao concreto, donde:

$$N_r = R_{cc} + R_{st} + R_{pt} \quad (5.42)$$

$$M_r = M_{rcc} + M_{rst} + M_{rpt} \quad (5.43)$$

5.7 Cálculo das Derivadas Parciais dos Esforços Resistentes

As derivadas parciais em relação às variáveis D e As, componentes da matriz K, equação (5.14), são obtidas como segue:

5.7.1 Derivadas Parciais em Relação a D

Derivando as expressões (5.42) e (5.43) em relação a D, temos:

$$\frac{\partial N_r}{\partial D} = \frac{\partial R_{cc}}{\partial D} + \frac{\partial R_{st}}{\partial D} + \frac{\partial R_{pt}}{\partial D} \quad (5.44)$$

$$\frac{\partial M_r}{\partial D} = \frac{\partial M_{rcc}}{\partial D} + \frac{\partial M_{rst}}{\partial D} + \frac{\partial M_{rpt}}{\partial D} \quad (5.45)$$

Dada a extensão das expressões adota-se o procedimento de calcular as derivadas parciais em separado para cada uma das parcelas definidas em (5.44) e (5.45).

- Parcelas devidas ao concreto

Tendo em vista a equação (5.22) e aplicando a regra da cadeia, pode-se escrever:

$$\varepsilon(y) = b \cdot y + c, \text{ onde } b = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_s}{Y_s - Y_i} \text{ e } c = \varepsilon_c - b \cdot y_s$$

$$\frac{\partial R_{cc}}{\partial D} = \frac{\partial R_{cc}}{\partial b} \cdot \frac{\partial b}{\partial D} + \frac{\partial R_{cc}}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial D} \quad (5.46)$$

$$\frac{\partial M_{rcc}}{\partial D} = \frac{\partial M_{rcc}}{\partial b} \cdot \frac{\partial b}{\partial D} + \frac{\partial M_{rcc}}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial D} \quad (5.47)$$

Aplicando novamente a regra da cadeia em:

$$\frac{\partial b}{\partial D} = \frac{\partial b}{\partial \varepsilon_c} \cdot \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial D} + \frac{\partial b}{\partial \varepsilon_s} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial D} \quad (5.48)$$

$$\frac{\partial c}{\partial D} = \frac{\partial c}{\partial \varepsilon_c} \cdot \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial D} + \frac{\partial c}{\partial \varepsilon_s} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial D} \quad (5.49)$$

Da equação (5.22) resulta:

$$\frac{\partial b}{\partial D} = \frac{1}{Y_s - Y_{as}} \left[\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial D} - \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial D} \right] = \text{BLD} \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial c}{\partial D} = \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial D} - \frac{Y_s}{Y_s - Y_{as}} \left[\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial D} - \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial D} \right] = \text{CLD} \quad (5.51)$$

Os valores de BLD e CLD são constantes para uma determinada deformada.

As expressões das derivadas dos esforços em relação a b e c podem ser escritas:

$$\frac{\partial R_{cc}}{\partial b} = \int_A \frac{\partial \sigma_c}{\partial b} dA \quad (5.52)$$

$$\frac{\partial R_{cc}}{\partial c} = \int_A \frac{\partial \sigma_c}{\partial c} dA \quad (5.53)$$

$$\frac{\partial M_{rcc}}{\partial b} = \int_A \frac{\partial \sigma_c}{\partial b} y dA \quad (5.54)$$

$$\frac{\partial M_{rcc}}{\partial c} = \int_A \frac{\partial \sigma_c}{\partial c} y dA \quad (5.55)$$

Para as regiões 0 e II as integrais das equações (5.52) a (5.55) são nulas uma vez que as tensões, nestas regiões, são nulas (Região 0) ou constantes (Região II). Deste modo, somente a Região I contribui no valor da derivada. Da expressão (5.28), temos:

$$\frac{\partial R_{cc}}{\partial b} = \sigma_{cd} \int_{Ac I} \left[\frac{\partial D0}{\partial b} + \frac{\partial D1}{\partial b} y + \frac{\partial D2}{\partial b} y^2 \right] dA \quad (5.56)$$

$$\frac{\partial R_{cc}}{\partial c} = \sigma_{cd} \int_{Ac I} \left[\frac{\partial D0}{\partial c} + \frac{\partial D1}{\partial c} y + \frac{\partial D2}{\partial c} y^2 \right] dA \quad (5.57)$$

$$\frac{\partial M_{rcc}}{\partial b} = \sigma_{cd} \int_{Ac I} \left[\frac{\partial D0}{\partial b} y + \frac{\partial D1}{\partial b} y^2 + \frac{\partial D2}{\partial b} y^3 \right] dA \quad (5.58)$$

$$\frac{\partial M_{rcc}}{\partial c} = \sigma_{cd} \int_{Ac I} \left[\frac{\partial D0}{\partial c} y + \frac{\partial D1}{\partial c} y^2 + \frac{\partial D2}{\partial c} y^3 \right] dA \quad (5.59)$$

$$\frac{\partial D0}{\partial b} = \frac{\partial D2}{\partial c} = 0 \quad (5.60)$$

$$\frac{\partial D1}{\partial b} = \frac{\partial D0}{\partial c} = 1000 + 500.000c = \text{CLE} \quad (5.61)$$

$$\frac{\partial D2}{\partial b} = \frac{\partial D1}{\partial c} = 500.000b = \text{BLE} \quad (5.62)$$

Os valores de CLE e BLE são constantes para uma determinada deformada. Substituindo as equações (5.48) a (5.49) em (5.46) e (5.47), resulta:

$$\frac{\partial R_{cc}}{\partial D} = \sigma_{cd} \int_{Ac I} [(CLD.CLE) + (BLD.CLE + BLE.CLD)y + (BLD.BLE)y^2] dA \quad (5.63)$$

$$\frac{\partial M_{rcc}}{\partial D} = \sigma_{cd} \int_{Ac I} [(CLD.CLE)y + (BLD.CLE + BLE.CLD)y^2 + (BLD.BLE)y^3] dA \quad (5.64)$$

Fazendo $E0 = CLD.CLE$
 $E1 = BLD.CLE + BLE.CLD$
 $E2 = BLD.BLE$ e aplicando o Teorema de Green

$$\frac{\partial R_{cc}}{\partial D} = \sigma_{cd} \left[\sum_{i=1}^{n1} (E0.G00 + E1.G01 + E2.G02) \right] \quad (5.65)$$

$$\frac{\partial M_{rcc}}{\partial D} = \sigma_{cd} \left[\sum_{i=1}^{n1} (E0.G01 + E1.G02 + E2.G03) \right] \quad (5.66)$$

onde n1 é o número de segmentos pertencentes à região I.

- Parcela devida à armadura passiva

Da expressão (5.36), temos:

$$\epsilon_{sx} = b.Y_{as} + c$$

$$\frac{\partial R_{st}}{\partial D} = \frac{\partial R_{st}}{\partial b} \cdot \frac{\partial b}{\partial D} + \frac{\partial R_{st}}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial D} \quad (5.67)$$

$$\frac{\partial M_{rst}}{\partial D} = \frac{\partial M_{rst}}{\partial b} \cdot \frac{\partial b}{\partial D} + \frac{\partial M_{rst}}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial D} \quad (5.68)$$

$$\frac{\partial R_{st}}{\partial D} = A_s \frac{\partial \sigma_s}{\partial b} \cdot \frac{\partial b}{\partial D} + A_s \frac{\partial \sigma_s}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial D} \quad (5.69)$$

$$\frac{\partial M_{rst}}{\partial D} = A_s \frac{\partial \sigma_s}{\partial b} Y_{as} \frac{\partial b}{\partial D} + A_s \frac{\partial \sigma_s}{\partial c} Y_{as} \frac{\partial c}{\partial D} \quad (5.70)$$

mas:

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial b} = \frac{\partial \sigma_s}{\partial \varepsilon_s} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial b} = Et(\varepsilon_s) Y_{as} \quad (5.71)$$

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial c} = \frac{\partial \sigma_s}{\partial \varepsilon_s} \cdot \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial c} = Et(\varepsilon_s) \quad (5.72)$$

Onde $Et(\varepsilon_s)$ é o módulo de deformação tangente definido no capítulo 2. Substituindo as equações (5.50), (5.51), (5.71) e (5.72) nas equações (5.69) e (5.70) resulta:

$$\frac{\partial R_{st}}{\partial D} = A_s \cdot Et(\varepsilon_s) \cdot (Y_{as} \cdot BLD + CLD) \quad (5.73)$$

$$\frac{\partial M_{rst}}{\partial D} = A_s \cdot Et(\varepsilon_s) \cdot Y_{as} \cdot (Y_{as} \cdot BLD + CLD) \quad (5.74)$$

- Parcela devida à armadura ativa

A parcela proveniente da armadura ativa é obtida pelo mesmo procedimento adotado para a armadura passiva, lembrando que, no caso do aço de protensão, teremos:

$\varepsilon_{pd} = \varepsilon_{p0} + \varepsilon_{px}$, donde:

$$\frac{\partial R_{pt}}{\partial D} = A_p \cdot E_{pt}(\varepsilon_{pd}) \cdot (e_p \cdot BLD + CLD) \quad (5.75)$$

$$\frac{\partial M_{rpt}}{\partial D} = A_p \cdot E_{pt}(\varepsilon_{pd}) \cdot e_p \cdot (e_p \cdot BLD + CLD) \quad (5.76)$$

As derivadas parciais dos esforços resistentes, em relação à variável D, serão dadas pela soma das parcelas, logo:

$$\frac{\partial N_r}{\partial D} = (5.65) + (5.73) + (5.75) \quad (5.77)$$

$$\frac{\partial M_r}{\partial D} = (5.66) + (5.74) + (5.76) \quad (5.78)$$

5.7.2 Derivadas Parciais em Relação à Armadura As

Das expressões (5.42) e (5.43) resulta:

$$\frac{\partial N_r}{\partial A_s} = \frac{\partial R_{cc}}{\partial A_s} + \frac{\partial R_{st}}{\partial A_s} + \frac{\partial R_{pt}}{\partial A_s} \quad (5.79)$$

$$\frac{\partial M_r}{\partial A_s} = \frac{\partial M_{rcc}}{\partial A_s} + \frac{\partial M_{rst}}{\partial A_s} + \frac{\partial M_{rpt}}{\partial A_s} \quad (5.80)$$

Onde as parcelas correspondentes ao concreto e à armadura de protensão são nulas, logo:

$$\frac{\partial N_r}{\partial A_s} = \frac{\partial R_{st}}{\partial A_s} = \sigma_s(\varepsilon) \quad (5.81)$$

$$\frac{\partial M_r}{\partial A_s} = \frac{\partial M_{rst}}{\partial A_s} = \sigma_s(\varepsilon) \cdot Y_{as} \quad (5.82)$$

5.8 Escalonamento da Armadura Passiva

Após o cálculo da área da armadura passiva na seção mais solicitada da viga, torna-se necessário escalonar esta armadura ao longo do vão, por razões econômicas.

O processo de escalonamento é feito com base no diagrama deslocado da resultante de tração, R_{st} , na armadura. A NBR-6118 estabelece, nos itens 4.1.1.2 e 4.1.6.2 o processo de escalonamento. O diagrama da resultante de tração R_{st} é obtido pela divisão do momento fletor pelo braço de alavanca interno, logo:

$$R_{st}(x) = \frac{M(x)}{Z(x)} \quad (5.83)$$

onde

$R_{st}(x)$: resultante de tração na seção de abcissa x .

$M(x)$: momento fletor atuante na seção de abcissa x .

$Z(x)$: braço de alavanca interno na seção de abcissa x .

A figura 5.12 mostra a forma de deslocamento do diagrama:

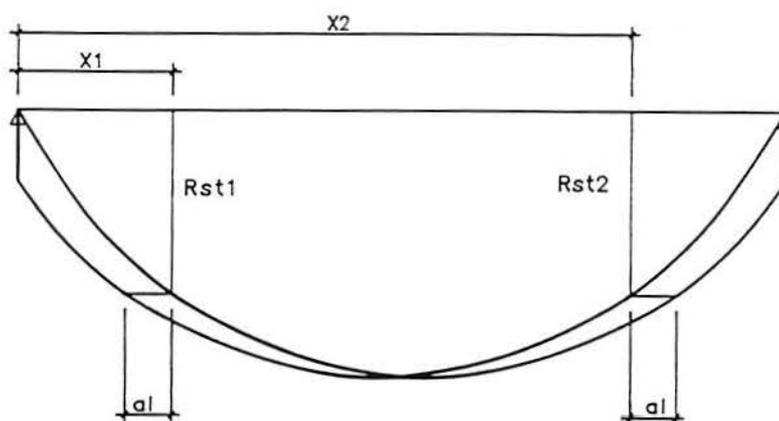


Figura 5.12: Deslocamento do diagrama de R_{st}

O item 4.1.1.2 da NBR-6118 estabelece, para armaduras transversais formando um ângulo de 90° com o eixo da viga, o valor do deslocamento a_1 , como segue:

$$a_1 = (1,5 - 1,2\eta)d \geq 0,5d \quad (5.84)$$

η : relação entre a área efetiva da armadura transversal e a área de armadura transversal calculada com $\tau = 1,15\tau_{wd}$, isto é, sem considerar a redução devida à τ_c .

d : altura útil na flexão

Tendo em vista que o programa, na sua versão atual, não dimensiona a armadura transversal adota-se o critério simplificado, descrito no mesmo item da norma.

Admitindo, a favor da segurança que:

$$0,6 < \frac{\tau_d}{1,15\tau_{wd}} < 0,8 \quad (5.85)$$

sendo

τ_d : tensão de cálculo da armadura transversal

τ_{wd} : tensão tangencial de referência

Resulta em:

$$a_1 = 0,75d \quad (5.86)$$

5.8.1 Vigas em Concreto Armado

Calculada a armadura na seção de momento fletor máximo, o programa retorna ao controle do usuário para a escolha da área de aço definitiva (função do número de barras e bitolas escolhidas) e sua forma de escalonamento.

Num primeiro passo, o programa solicita o número de armaduras para fins de escalonamento. Este número deve incluir a armadura real escolhida para a seção de momento máximo.

Isto feito, o programa solicita as áreas de cada uma destas armaduras, armazenando-as em um array de áreas de aço sucessivamente menores, tais que uma armadura A_{si} é dada por:

$$A_{si} = A_{s(i-1)} - \Delta A_s \quad (5.87)$$

onde:

A_{si} : área da i -ésima armadura

$A_{s(i-1)}$: área da armadura anterior a i -ésima

ΔA_s : parcela da área de aço a ser dispensada.

Definidas as armaduras, o programa determina, para cada uma delas, a deformada de equilíbrio pelo processo descrito em (5.52). Com a deformada estabelecida, é calculado o momento fletor resistente. Dadas as condições de equilíbrio, deve-se ter, para a i -ésima armadura:

$$M_{ri} = M_{di} \quad (5.88)$$

O programa armazena os diagramas de momentos fletores de serviço M_k e, sabendo-se que:

$$M_{di} = \gamma_f \cdot M_{ki} \quad (5.89)$$

resulta:

$$M_{ki} = \frac{M_{di}}{\gamma_f} = \frac{M_{ri}}{\gamma_f} \quad (5.90)$$

A partir do valor de M_{ki} o programa determina dois pontos no vão, um à esquerda de outro à direita do ponto de momento máximo, onde o momento M_{ki} ocorre. Estes pontos tem abcissas medidas ao longo do eixo da viga, em relação ao apoio esquerdo, resultando nos valores X_{ce} e X_{cd} . Aos valores destas abcissas é somado, no sentido desfavorável, o valor de a_1 dado em (5.86), resultando:

$$X_{ceu} = X_{ce} - a_1 \quad (5.91)$$

$$X_{cdu} = X_{cd} + a_1$$

As abcissas X_{ceu} e X_{cdu} representam os pontos, no vão onde a armadura pode passar, teoricamente, da armadura $A_{s(i-1)}$ para a armadura A_{si} , podendo a parcela ΔA_s ser interrompida.

De acordo com o item (1.3 d), a partir deste ponto o critério de ancoragem é definido pelo usuário, para fins de detalhamento.

5.8.2 Vigas com Protensão Parcial

O procedimento de escalonamento é semelhante ao descrito no item anterior, com a diferença de que é considerada a existência da armadura de protensão.

O escalonamento da armadura de protensão é feito de acordo com o item (4.3.3). Com base nisto o programa determina os momentos fletores de serviço no fim de cada trecho de funcionamento efetivo de cada uma das armaduras de protensão, a partir do diagrama de momentos atuantes.

Iniciando um loop externo sobre o número de armaduras de protensão, a partir da 1ª (maior) delas, o programa executa um loop interno sobre o número de armaduras passivas escolhido, começando a partir da 2ª (definida como no item anterior) e determina o momento resistente interno e , por (5.90) o momento M_k de serviço correspondente. Dependendo do valor de M_k , duas situações podem ocorrer:

a) O valor de M_k está dentro do trecho em que a armadura de protensão considerada é efetiva e o programa calcula a posição de M_k , calcula os valores de X_{ceu} e X_{cdu} por (5.91) e incrementa a variável controladora do loop interno, repetindo o processo.

b) O valor de M_k está fora do trecho em que a armadura de protensão considerada é efetiva: o programa incrementa o valor da variável do loop externo, passando à armadura de protensão seguinte, e volta a executar as operações descritas em (a).

5.8.3 Vigas com Protensão Completa

Sendo o escalonamento da protensão feito a partir dos limites de tensões definidos no Estado Limite de Utilização e não existindo a armadura passiva calculada, as seções transversais protendidas, sob protensão completa deverão ser verificadas, no Estado Limite Último, quanto à sua segurança à ruína por flexão.

Esta verificação é feita a partir da determinação dos momentos resistentes internos, para cada uma das armaduras de protensão. Como no item anterior são calculados os momentos M_k correspondentes ao extremo de cada trecho de funcionamento efetivo de cada uma das armaduras. Da relação entre os momentos resistentes e os atuantes é obtido o coeficiente de segurança, como segue:

$$\gamma_f = \frac{M_{ri}}{M_{ki}} \quad (5.92)$$

O programa fornece como resultado o domínio de deformações em que se situa a deformada e o coeficiente de segurança γ_f . A aceitação do coeficiente de segurança fica a critério do usuário.

Para deformadas nos domínios 2 e 3 de deformações o coeficiente de segurança γ_f deve ter, no mínimo, o valor definido pelas normas brasileiras (em geral $\gamma_f = 1,4$).

Caso a deformada esteja no domínio 4, configurando a ruptura frágil, é conveniente adotar o critério da norma alemã DIN-4227 que define, para estes casos $\gamma_f = 2,1$.

6 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

6.1 Introdução

São apresentados três exemplos com a finalidade de cobrir o campo de aplicação do programa.

O primeiro exemplo é uma viga retangular, em concreto armado, submetida a uma carga uniformemente distribuída. Neste caso é apresentado o cálculo da armadura passiva e o seu escalonamento ao longo do vão.

O segundo exemplo é uma viga de seção I submetida a uma carga uniformemente distribuída dividida em duas etapas de cargas permanentes e uma etapa de carga variável. Esta viga é calculada com protensão parcial, com o grau de protensão definido pelo programa. É apresentado o cálculo das armaduras passiva e ativa, bem como o seu escalonamento no vão.

O terceiro exemplo contempla a protensão completa, sendo calculada uma viga-calha de seção transversal em U, submetida a duas etapas de cargas permanentes e uma etapa de cargas variáveis. É apresentado o cálculo da armadura de protensão, o seu escalonamento no vão, a verificação das tensões normais e a verificação da segurança a ruína por flexão.

6.1 Exemplo 1: Viga de Seção Retangular em Concreto Armado (GP = 0)

Trata-se de uma viga de seção retangular (30x70), destinada a suportar uma laje de entrepiso, premoldada, com espessura de 16 cm, submetida a uma sobrecarga de 4,00 kN/m².

A viga tem um vão teórico de 8,00m e o espaçamento entre vigas, que define o vão da laje, é de 7,00m. A viga está esquematicamente representada na figura 6.1 adiante.

Da figura 6.1, resultam os dados referentes à geometria e as cargas.

- Vão da laje: $L_L = 7,00$ m
- Peso próprio da laje: $g_L = 2,50 \cdot 7,00 = 17,50$ kN/m
- Sobrecarga na laje: $q_L = 4,00 \cdot 7,00 = 28,00$ kN/m

Para os materiais são adotadas as seguintes características:

- $f_{ck} = 27,5$ MPa
- Aço CA-50A

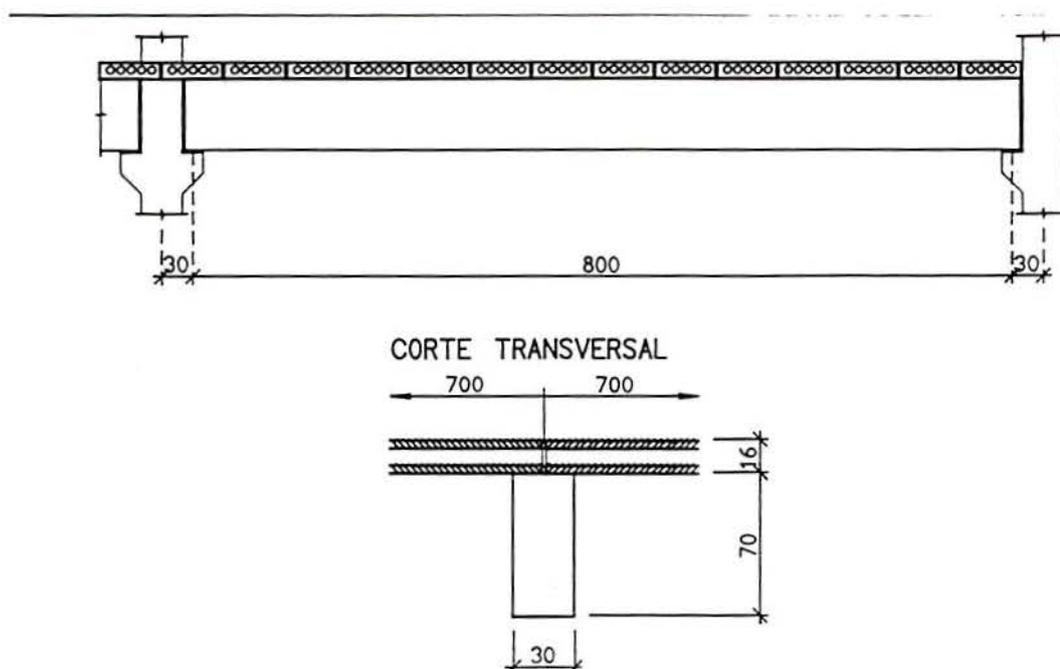


Figura 6.1: Representação esquemática da estrutura

Os dados são fornecidos ao programa na seguinte ordem:

- Geometria: coordenadas dos vértices da seção

- Grau de protensão: GP

- Materiais

Concreto: f_{ck}

Aço: tipo de aço

Propriedades

Área = 2100,00 cm²

$I_c = 857500,00$ cm⁴

$W_s = 24500,00$ cm³

$W_i = 24500,00$ cm³

$Y_s = -35,00$ cm

$Y_i = 35,00$ cm

Perim. = 200,00 cm

Materiais:

$$\begin{aligned} \text{Concreto: } f_{ck} &= 2,75 \text{ kN/cm}^2 \\ f_{cc} &= 1,67 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Aço: CA-50A: } f_{yk} &= 50,00 \text{ kN/cm}^2 \\ f_{yd} &= 43,48 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

Cargas:

$$g = 0,0525 \text{ kN/cm}$$

$$q' = 0,1750 \text{ kN/cm}$$

$$q = 0,2800 \text{ kN/cm}$$

Esforços Máximos:

$$M_g = 4200,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{g'} = 14000,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_q = 22400,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{gq} = 40600,00 \text{ kN.cm}$$

Cálculo da Armadura

$$M_{dmax} = 56840,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{lim} = 79630,00 \text{ kN.cm}$$

$$A_s = 16,10 \text{ cm}^2$$

$$D = 7,235109$$

$$\varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_s = 0,00953$$

- Escolha da forma de escalonamento

$$A_s [1] = 16,60 \text{ cm}^2 (4\phi 20 + 2\phi 16)$$

$$A_s [2] = 12,60 \text{ cm}^2 (4\phi 20)$$

$$A_s [3] = 6,30 \text{ cm}^2 (2\phi 20)$$

- Resultados do Escalonamento

$$\text{Para } A_s [1]: X_{eu} = 90,25 \text{ cm} \quad X_{du} = 612,25 \text{ cm}$$

$$\text{Para } A_s [2]: X_{eu} = 47,25 \text{ cm} \quad X_{du} = 753,75 \text{ cm}$$

A distribuição de armadura, no vão, é feita de acordo com estes resultados, conforme representado na figura 6.2.

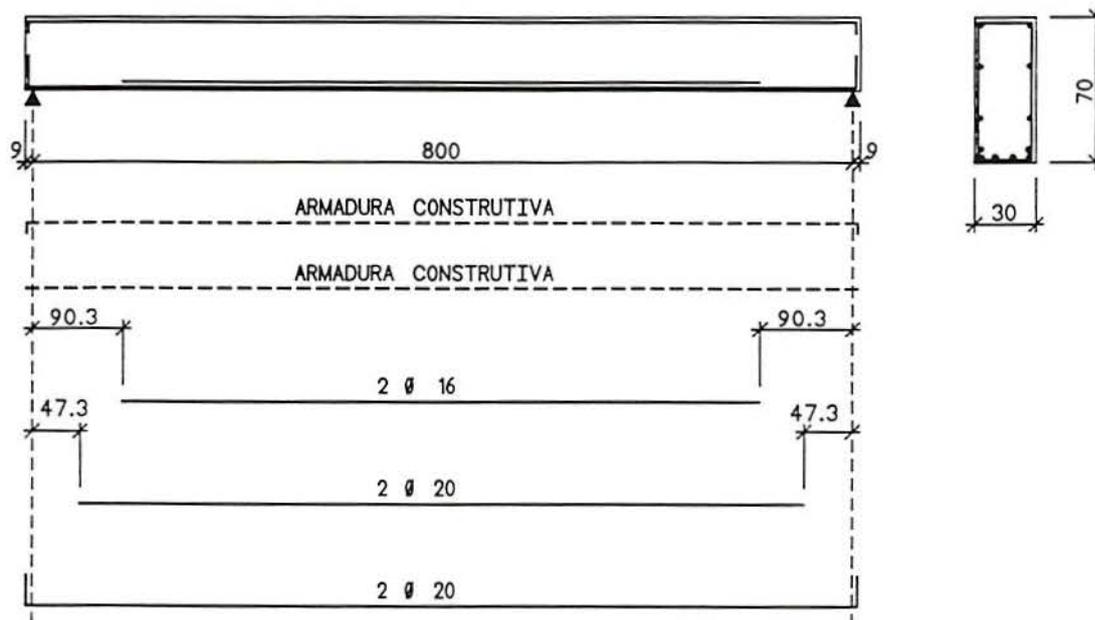


Figura 6.2: Distribuição da armadura no vão da viga

6.2 Exemplo 2: Viga de Seção Qualquer com Protensão Parcial ($0 < GP < 1$)

A viga do exemplo destina-se a suportar uma laje de entrepiso, premoldada, com espessura de 24 cm, submetida a uma sobrecarga de $5,00 \text{ kN/m}^2$.

A viga tem um vão teórico de 14,25m e a largura de influência da laje, na situação mais desfavorável é de 10,625m, conforme representado na figura 6.3.

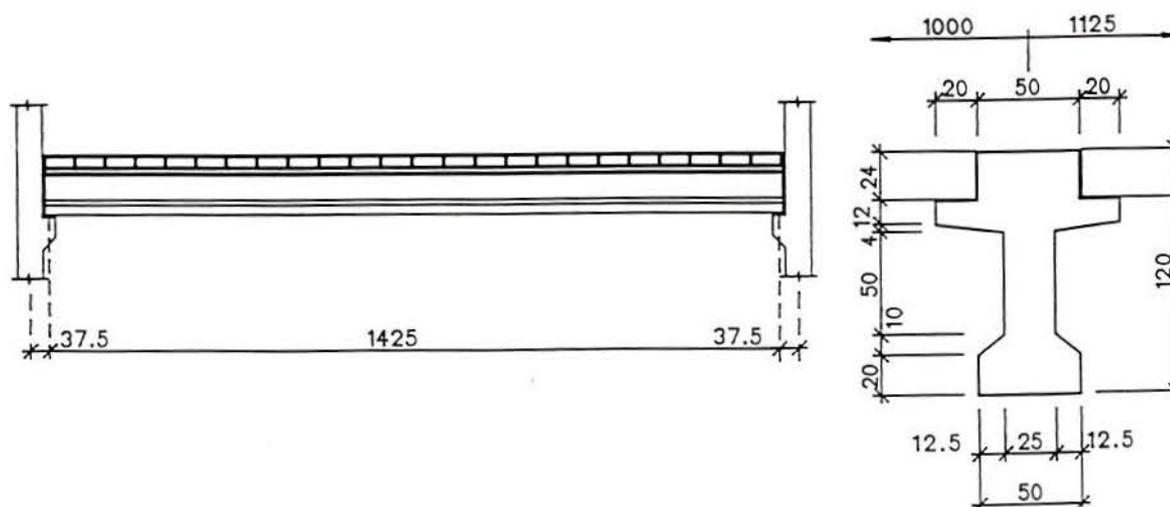


Figura 6.3: Representação esquemática da estrutura

Da figura 6.3 resultam os dados referentes à geometria e as cargas:

- Peso próprio da laje: $g_L = 53,25 \text{ kN/m}$ (laje + capeamento)
- Sobrecarga na laje: $q_L = 53,13 \text{ kN/m}$ (sobrecarga)

Para os materiais foram adotadas as seguintes características:

- Concreto: $f_{ck} = 50,00 \text{ MPa}$
- Aço
 - Armaduras Ativas: CP-190RB $\phi 12,7$
 - Armaduras Passivas: CA-50A

Os dados são fornecidos ao programa na seguinte ordem:

- Geometria: coordenadas dos vértices da seção
vão teórico da viga
- Grau de protensão: GP
- Materiais
 - Concreto: f_{ck}
 f_{ckj} : tensão característica na data de protensão
 f_{ct0} : tensão admissível à tração na data da protensão ($t_0 = 15$ dias)
 - Aço nas armaduras ativas: tipo de aço
 - Aço nas armaduras passivas: tipo de aço
- Cargas Permanentes
 - Carga da laje e idade do concreto na aplicação ($t_1 = 90$ dias)
- Cargas Variáveis
 - Sobrecarga na laje

Com estes dados o programa retorna:

Propriedades

$$\begin{aligned} \text{Área} &= 5135,00 \text{ cm}^2 \\ I_c &= 7097622,57 \text{ cm}^4 \\ W_s &= 128996,68 \text{ cm}^3 \\ W_i &= 109230,74 \text{ cm}^3 \\ Y_s &= - 55,02 \text{ cm} \\ Y_i &= 64,98 \text{ cm} \\ \text{Perim.} &= 449,50 \text{ cm} \end{aligned}$$

Materiais:

Concreto: $f_{ck} = 5,00 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{ck_j} = 4,00 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{ct_0} = 0,45 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{cc_0} = - 2,80 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{ct_\infty} = 0 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{cc_\infty} = - 2,50 \text{ kN/cm}^2$

Aço: CA-50A: $f_{yk} = 50,00 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{yd} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$
 CP-190RB $\sigma_{pc} = 152,00 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{pyd} = 148,70 \text{ kN/cm}^2$

Cargas:

$g = 0,1284 \text{ kN/cm}$ $t_0 = 15$
 $g' = 0,5325 \text{ kN/cm}$ $t_1 = 90$
 $q = 0,5313 \text{ kN/cm}$ $t = \infty$

Esforços Máximos:

$M_g = 32591,00 \text{ kN.cm}$
 $M_{g'} = 135163,48 \text{ kN.cm}$
 $M_q = 134858,88 \text{ kN.cm}$
 $M_{gq} = 302613,89 \text{ kN.cm}$

- Dimensionamento da Protensão

Grau de Protensão adotado: $GP = 0,554353$

$P_{0max} = 3149,90 \text{ kN}$: 21 cordoalhas $\phi 12,7$

$P_{0min} = 2588,25 \text{ kN}$: 17 cordoalhas $\phi 12,7$

- Escolha das armaduras de protensão

$A_p [1] = 17,766 \text{ cm}^2$: 18 cordoalhas $\phi 12,7$

$A_p [2] = 12,831 \text{ cm}^2$: 13 cordoalhas $\phi 12,7$

- Escalonamento de protensão

Para $A_p [1]$: $X_{in} = 207,50 \text{ cm}$ $X_{fin} = 1217,50 \text{ cm}$
 $X_{eu} = 588,50 \text{ cm}$ $X_{du} = 836,50 \text{ cm}$

Para $A_p [2]$: $X_{in} = 0,00 \text{ cm}$ $X_{fin} = 1425,50 \text{ cm}$
 $X_{eu} = 190,50 \text{ cm}$ $X_{du} = 1234,50 \text{ cm}$

- Cálculo da armadura passiva

$$M_{dmax} = 423650,50 \text{ kN.cm}$$

$$A_p = 17,766 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 39,263 \text{ cm}^2$$

$$D = 7,544650$$

$$\varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_{sx} = 0,0089107$$

$$\varepsilon_{pd} = 0,015430$$

- Escolha das armaduras passivas

$$A_s [1] = 40,00 \text{ cm}^2 \text{ (} 8\phi 25 \text{)}$$

$$A_s [2] = 30,00 \text{ cm}^2 \text{ (} 6\phi 25 \text{)}$$

- Escalonamento das armaduras passivas

$$\text{Para } A_s [1]: X_{eu} = 47,75 \text{ cm} \quad X_{du} = 1377,25 \text{ cm}$$

$$\text{Para } A_s [2]: X_{eu} = 0,00 \text{ cm} \quad X_{du} = 1425,00 \text{ cm}$$

A distribuição das armaduras, no vão é feita de acordo com estes resultados, conforme a figura 6.4

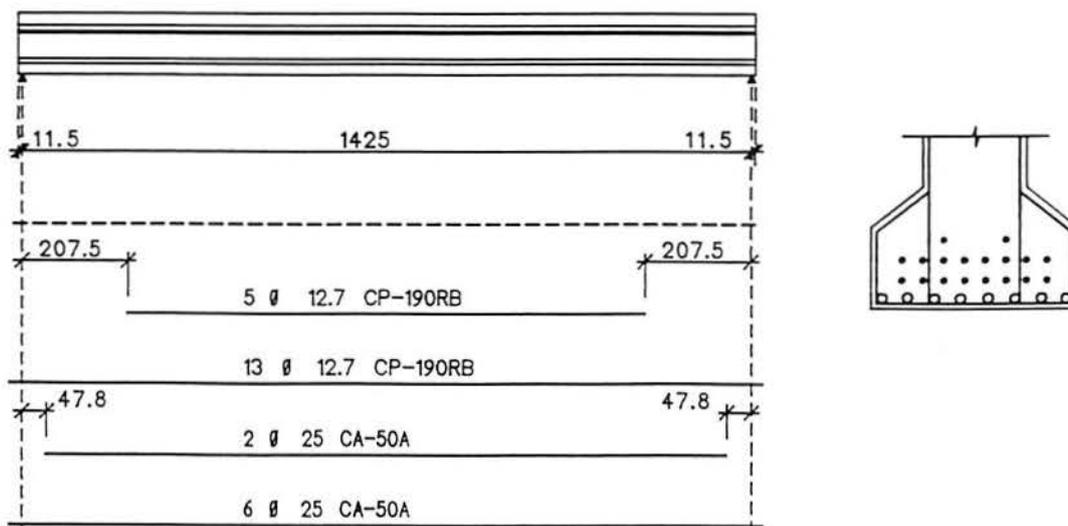


Figura 6.4: Distribuição das armaduras no vão

6.3 Exemplo 3: Viga-calha em Concreto Protendido (GP = 1)

Esta viga de seção transversal em U, destina-se a suportar as cargas provenientes de uma cobertura em concreto protendido com largura de influência de 15,00 m. O peso da cobertura é de $1,70 \text{ kN/m}^2$. O vão teórico da viga é de 10,00 m, como mostra a figura 6.5.

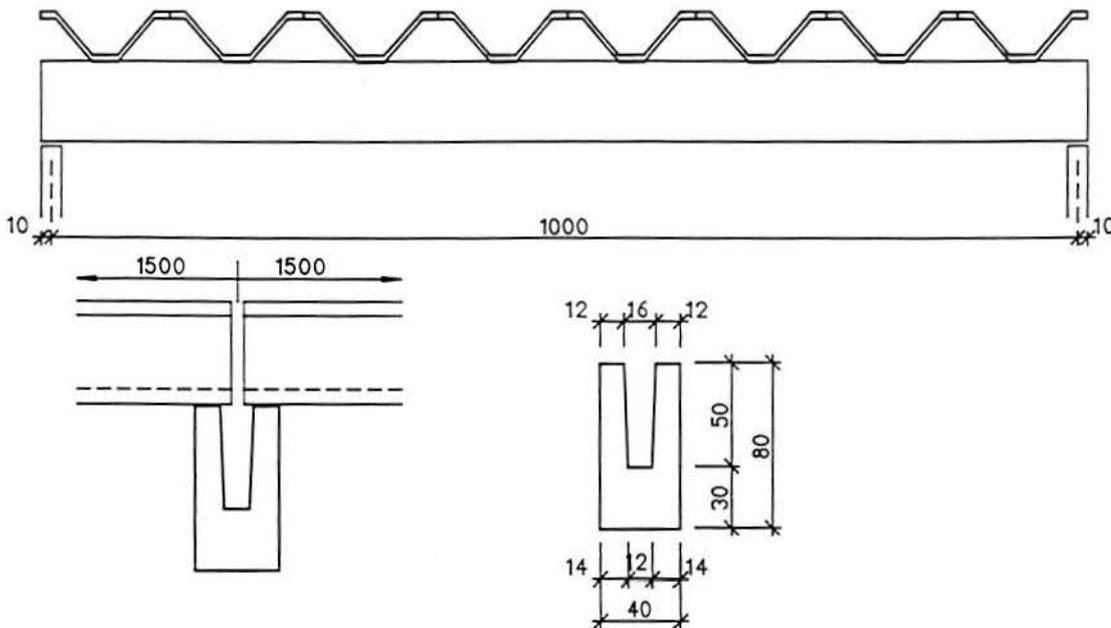


Figura 6.5: Representação esquemática da estrutura

Da figura 6.4 resultam os dados referentes à geometria e às cargas.

- Carga da cobertura: $g_c = 1,70 \cdot 15,50 \text{ kN/m}$

Para os materiais foram adotadas as seguintes características:

- Concreto: $f_{ck} = 35,00 \text{ MPa}$
- Aço de protensão: CP-190RB $\phi 12,7$

Os dados são fornecidos ao programa na seguinte ordem:

- Geometria: coordenadas dos vértices da seção
vão teórico da viga
- Grau de protensão: GP

- Materiais

Concreto: f_{ck}
 f_{ckj} : tensão característica na data de protensão
 f_{ct_0} : tensão admissível à tração na data da protensão ($t_0 = 15$ dias)

Aço: f_{ptk} - tensão de ruptura
 σ_{pc} - tensão da cobertura

- Cargas Permanentes

Peso próprio da cobertura

Com estes dados o programa retorna:

Propriedades

$$\text{Área} = 2500,00 \text{ cm}^2$$

$$I_c = 1326955,56 \text{ cm}^4$$

$$W_s = 29796,91 \text{ cm}^3$$

$$W_i = 37414,16 \text{ cm}^3$$

$$Y_s = 44,53 \text{ cm}$$

$$Y_i = 30,47 \text{ cm}$$

$$\text{Perim.} = 336,08 \text{ cm}$$

Materiais:

Concreto: $f_{ck} = 3,50 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{ckj} = 2,80 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{ct_0} = 0,30 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{cc_0} = - 1,96 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{ct_\infty} = 0 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{cc_\infty} = - 1,75 \text{ kN/cm}^2$

Aço de protensão:

$f_{pyd} = 148,70 \text{ kN/cm}^2$
 $\sigma_{pc} = 152,00 \text{ kN/cm}^2$

Cargas:

$g = 0,0625 \text{ kN/cm}$ $t_0 = 15$
 $g' = 0,2550 \text{ kN/cm}$ $t_1 = 15$

Esforços Máximos:

$$M_g = 7812,50 \text{ kN.cm}$$

$$M_{g'} = 31875,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{gg'} = 39687,50 \text{ kN.cm}$$

- Dimensionamento da Protensão

Grau de Protensão adotado: $GP = 1,00$

$$P_{0\max} = 1347,47 \text{ kN} : 9 \text{ cordoalhas } \phi 12,7$$

$$P_{0\min} = 1168,30 \text{ kN} : 7 \text{ cordoalhas } \phi 12,7$$

- Escolha das armaduras de protensão

$$A_p [1] = 7,896 \text{ cm}^2 : 8 \text{ cordoalhas } \phi 12,7$$

$$A_p [2] = 5,922 \text{ cm}^2 : 6 \text{ cordoalhas } \phi 12,7$$

- Escalonamento da Armadura de protensão

$$\text{Para } A_p [1] : \begin{array}{ll} X_{\text{in}} = 87,70 \text{ cm} & X_{\text{fin}} = 912,30 \text{ cm} \\ X_{\text{eu}} = 468,70 \text{ cm} & X_{\text{du}} = 531,30 \text{ cm} \end{array}$$

$$\text{Para } A_p [2] : \begin{array}{ll} X_{\text{in}} = 0,00 \text{ cm} & X_{\text{fin}} = 10,00 \text{ cm} \\ X_{\text{eu}} = 190,50 \text{ cm} & X_{\text{du}} = 809,50 \text{ cm} \end{array}$$

$$\epsilon_{p0} = 0,006626$$

- Verificação à Ruptura por Flexão

$$M_{\max} = 39687,50 \text{ kN.cm}$$

$$D = 9,189000$$

$$\epsilon_c = - 0,0035$$

$$\epsilon_{px} = 0,005622$$

$$\epsilon_{pd} = 0,012248$$

$$R_{pt} = 1174,14 \text{ kN}$$

$$R_{cc} = 1174,15 \text{ kN}$$

$$M_{rd} = 74544,67 \text{ kN}$$

$$\gamma_f = 1,878$$

Com estes resultados, a armadura no vão é distribuída conforme a figura 6.6.

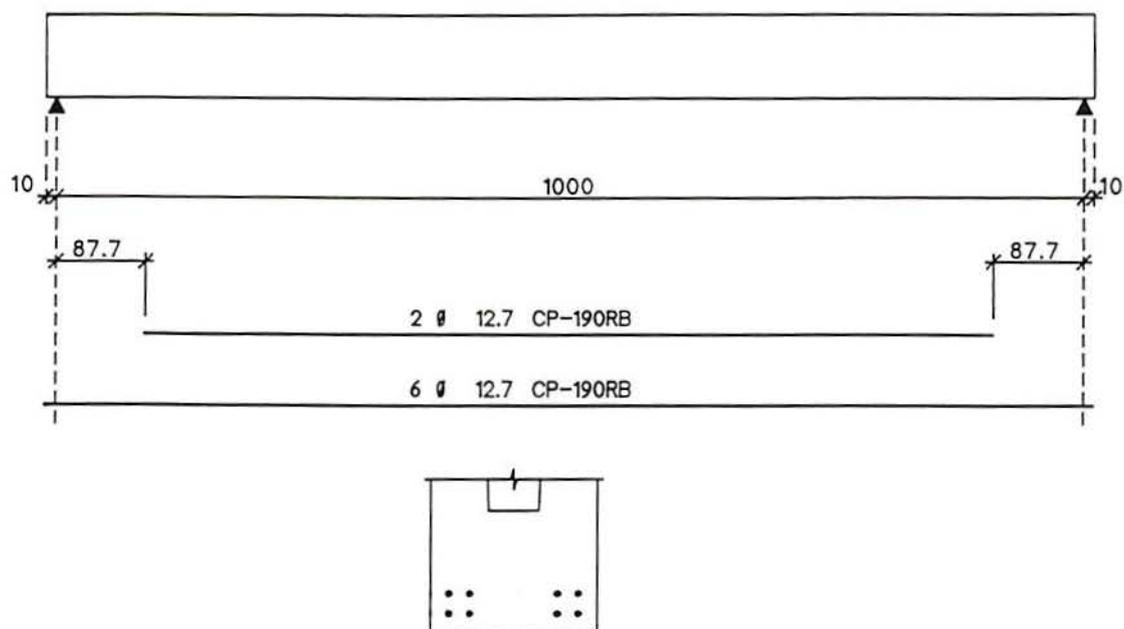


Figura 6.6: Distribuição da armadura no vão da viga

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTO FUTURO

7.1 Conclusões

Tendo em vista o exposto nos capítulos 3 a 5 e os exemplos do capítulo 6, conclui-se ser o programa adequado ao uso para o dimensionamento à flexão de vigas pré-fabricadas, isostáticas, em concreto armado e com protensão parcial ou completa.

A utilização do Teorema de Green para o cálculo das propriedades geométricas das seções transversais e para a integração de tensões sobre elas introduz grandes facilidades para a consideração de seções com um contorno qualquer.

O algoritmo de cálculo das armaduras passivas baseado no método de equilíbrio global, com a aplicação do processo iterativo de Newton-Raphson mostra-se bastante eficiente em termos de velocidade e convergência.

No tratamento do escalonamento das armaduras ativa e passiva tratou-se de não fixar critérios rígidos de cálculo. Neste caso são apresentados os critérios das normas, mas, tendo em vista os estudos já comentados no capítulo 1, o programa permite a introdução de critérios do usuário.

O escalonamento da armadura ativa é feito com base em uma tensão limite de tração para a borda comprimida, pré-tracionada, cujo valor é definido pelo usuário, sendo, portanto, a maneira de influir no desenvolvimento da força de protensão ao longo do vão.

No caso da armadura passiva o programa calcula os pontos teóricos, no vão, em que partes da armadura podem ser dispensadas, observando o deslocamento do diagrama da resultante de tração. O critério de ancoragem fica a cargo do usuário, para detalhamento final.

A necessidade de iteração entre o usuário e o programa parece ser a forma adequada de conduzir o problema porque permite o acompanhamento dos resultados parciais obtidos, o que possibilita a tomada de decisões adequada ao projeto.

7.2 Sugestões para Desenvolvimento Futuro

Sendo a protensão uma técnica que admite inúmeras variantes, são também inúmeras as possibilidades de desenvolvimento de trabalhos e estudos.

Limitando as sugestões ao escopo do trabalho podem ser listados alguns pontos cujo desenvolvimento e incorporação tornam o programa mais completo.

a) Cálculo da Abertura Característica de Fissuras

A determinação da abertura característica de fissuras é uma verificação, em estado limite de utilização, essencial, tendo em vista a limitação estabelecida pela NBR-7197. O cálculo da abertura característica de fissuras não está implantado na versão atual do programa por necessitar de uma base de dados mais extensa do que a existente.

b) Cálculo de Deslocamentos

A obtenção dos deslocamentos iniciais e finais, para a ação das cargas de serviço permite aferir o comportamento das vigas durante a sua vida útil e, por consequência, sua adequação ao projeto. Em geral, os deslocamentos admissíveis dependem das características da obra em que as vigas serão utilizadas e, com base nisso, são definidos os limites.

c) Cálculo de Vigas com Seção Transversal Composta

As vigas com seção transversal composta são comuns em pontes nas quais as longarinas são pré-fabricadas e a laje do tabuleiro é moldada no local e após a montagem das vigas. A ligação entre a laje e as longarinas é garantida por uma armadura de solidarização.

As facilidades de integração das tensões aliadas à consideração da variação do módulo de elasticidade do concreto permitem a determinação do estado de tensões e das deformações em vigas deste tipo, com relativa simplicidade.

A mudança das propriedades geométricas das seções transversais pode ser facilmente implantada utilizando-se o Teorema de Green e as variações no estado de tensões podem ser obtidas pela homogeneização da seção em relação às propriedades de um dos materiais componentes.

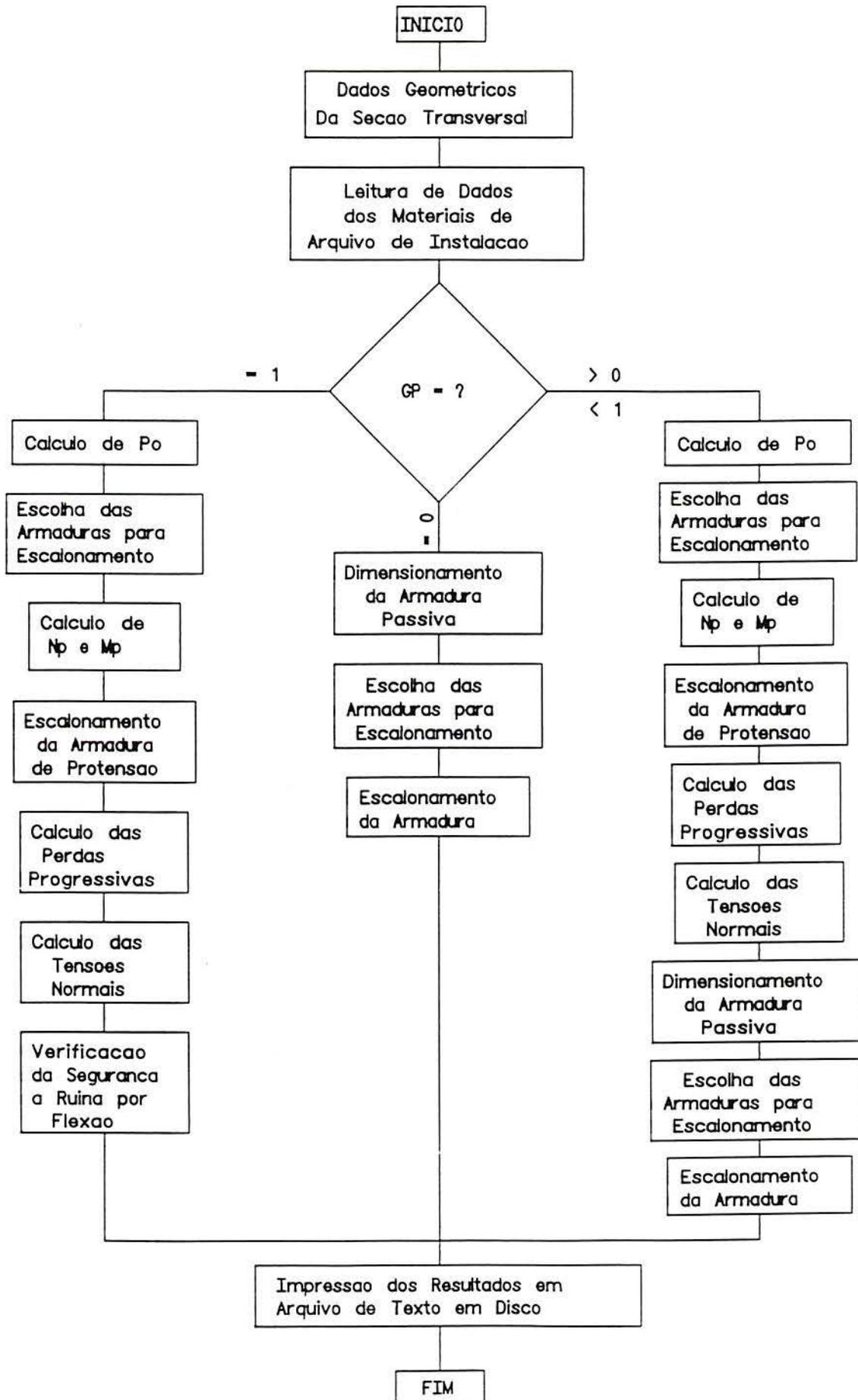
d) Estudo das Condições de Ancoragem da Armadura Protendida

A NBR-7197 no item (9.4), que trata das zonas especiais de verificação recomenda que os comprimentos de ancoragem para fios e barras sejam determinados de acordo com a NBR-6118 e que, no caso de cordoalhas, sejam determinadas experimentalmente.

No caso de fios e barras a recomendação da norma é, em princípio, incorreta, tendo em vista que as características superficiais dos fios de protensão não favorecem uma boa ancoragem e que a força a ancorar é da ordem de 3 a 4 vezes maior que a força máxima aplicada a uma barra de aço para concreto armado de bitola equivalente.

No caso das cordoalhas a determinação experimental dos comprimentos de ancoragem não está, em geral, ao alcance dos profissionais que executam projetos estruturais, de modo que a recomendação não tem nenhuma utilidade prática.

Assim, um estudo dos trabalhos já publicados sobre o assunto, mais profundo do que o realizado no presente trabalho, bem como a realização de estudos experimentais visando determinar comprimentos de ancoragem adequados às cordoalhas existentes no mercado, é altamente recomendável.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) NORMA BRASILEIRA NBR-6118 - Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado, ABNT, 1978.
- (2) NORMA BRASILEIRA NBR-7197 - Projeto de Estruturas de Concreto Armado, ABNT, 1989.
- (3) NORMA BRASILEIRA NBR-7480 - Barras e Fios de Aço Destinados à Armadura para Concreto Armado, ABNT.
- (4) NORMA BRASILEIRA NBR-7482 - Fios de Aço para Concreto Protendido Especificação, ABNT.
- (5) NORMA BRASILEIRA NBR-7483 - Cordoalhas de Aço para Concreto Protendido - Especificação, ABNT.
- (6) NORMA AMERICANA ACI 318-89 - Building Code Requirements for Reinforced Concrete; American Concrete Institute, 1989.
- (7) LEONHARDT, F; MÖNNIG, E. **Construções de concreto.** vols. 1 e 5, Editora Interciência, 1983.
- (8) GHALL, A; FAVRE, R **Concrete Structures: Stresses and Deformations.** Chapman and Hall, 1986.
- (9) THOMSING, M **Spannbetont Träger: Berechnungsverfahren.** Stuttgart, Teubner, 1976.
- (10) FRITSCH, E. **ENG. 141 - Concreto Protendido: Notas de Aula,** UFRGS, 1987.
- (11) DUMMONT, N.A.; MUSSO JR, F. **Dimensionamento de seções de concreto armado e protendido e verificação da estabilidade de vigas-colunas no estado limite com uso de microcomputadores.** PUC/RJ.
- (12) FIGUEIREDO FERRAZ, J.C. **Perdas de protensão para carregamentos permanentes, aplicados ao longo do tempo.** TERCEIRA JORNADA IBERO-LATINO AMERICANA DE CONCRETO PROTENDIDO, 3, ABPT, 1994.

- (13) HANSON, N.W.; KAAR, P.H. Flexural bond tests of pretensioned prestressed beams. *ACI Journal, Proceedings* v.55, nº7, jan. 1959.
- (14) ZIA, P.; MOSTAFA, T. Development length of prestressing strands. *PCI Journal*, v.22, nº5, 1977.
- (15) RABBAT, B.G.; KAAR, P.H.; RUSSEL, H.G.; BRUCE JR, R.N. Fatigue tests of pretensioned girders with blanketed and draped strands. *PCI Journal*, 1979.
- (16) GUTFRIEND, H. & CAMPAGNOLLO, J.L. Comprimento das armaduras negativas nos apoios intermediários das vigas contínuas: XXV JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, Anais, vol.2, UFRGS, 1991.