

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS ATRAVÉS DO ALGORITMO SGA  
CONSIDERANDO RESTRIÇÕES DE FREQUÊNCIAS NATURAIS

por

Isabela Louise Bonatto

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, julho de 2017.



Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS ATRAVÉS DO ALGORITMO SGA  
CONSIDERANDO RESTRIÇÕES DE FREQUÊNCIAS NATURAIS

por

Isabela Louise Bonatto

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Profa. Thamy Cristina Hayashi  
Coordenadora do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Letícia Fleck Fadel Miguel

Comissão de Avaliação:

Prof. Letícia Fleck Fadel Miguel

Prof. Juan Pablo Raggio Quintas

Prof. Edson Hikaro Aseka

Porto Alegre, 03 de julho de 2017.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me dar sabedoria e guiar meus caminhos, mesmo nos momentos difíceis.

Aos meus pais, que sempre me proporcionaram educação de qualidade, acreditaram em mim- mais do que eu mesma acreditava- e por me incentivarem a ser cada vez melhor.

Ao meu tio e sua família, por me acolherem em sua casa.

À minha orientadora, Leticia Fleck Fadel Miguel, por propiciar a elaboração deste trabalho, estando sempre à disposição para me auxiliar e esclarecer minhas dúvidas.

Também ao doutorando Sergio Pastor Ontiveros Pérez, pela paciência em suas explicações, que muito me serviram durante este trabalho.

Aos professores da UFRGS, que me transmitiram tanto conhecimento quanto puderam ao longo do curso, exigindo ao máximo dos alunos e, assim, auxiliando na formação de profissionais bem capacitados.

Aos colegas do curso, que eu conheci pelo caminho e que, de alguma forma, colaboraram para o meu crescimento intelectual e bem-estar emocional.

Ao Gabriel, por estar ao meu lado desde o começo do curso, me ajudando sempre que necessitei e por ter se tornado tão importante para mim. Obrigada pelos abraços quando eu precisei deles e por me encorajar- enfaticamente- a seguir em frente.

BONATTO, I. L. **Otimização de estruturas treliçadas através do algoritmo SGA considerando restrições de frequências naturais**. 2017. 15 páginas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

## RESUMO

Estruturas treliçadas são de grande importância para projetos de engenharia, no entanto, de difícil análise quando considerados problemas não lineares, como restrições de frequência natural. O conceito de otimização é cada vez mais utilizado na engenharia e diversos métodos foram desenvolvidos a fim de cumprir os requisitos estruturais gastando o mínimo possível. Neste contexto, no presente trabalho são analisadas treliças com restrições de frequência natural através do algoritmo denominado SGA, *Search Group Algorithm*, com o objetivo de minimização de massa. O SGA é um método recente, proposto por pesquisadores da Universidade Federal de Santa Catarina. As estruturas utilizadas são consideradas referência, uma vez que já foram estudadas por diversos autores por meio de outros métodos, cujos resultados constam na literatura. Portanto os resultados de otimização obtidos neste trabalho são comparados aos já consagrados, com o intuito de validar o método. Com esta comparação, percebe-se que o SGA foi coerente com a literatura, apresentando os melhores resultados em 3 dos 4 casos estudados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Otimização de forma, Otimização paramétrica, SGA, Trelças.

Bonato, I. L. **Optimization of truss structures through the SGA algorithm considering natural frequency restrictions**. 2017. 15 pages. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

## **ABSTRACT**

Truss structures are of great importance for engineering projects, however, difficult to analyze when considering nonlinear problems such as natural frequency constrains. The concept of optimization is increasingly used in engineering and several methods have been developed in order to meet the structural requirements while spending as little as possible. In this context, the present work truss structures with natural frequency constrains are analyzed through the algorithm called SGA, Search Group Algorithm, with the purpose of minimizing mass. The SGA is a recent method, proposed by researchers of the Federal University of Santa Catarina. The structures used are considered reference, since they have already been studied by several authors through other methods, whose results are reported in the literature. Therefore, the optimization results obtained in this work are compared to those already established, in order to validate the method. Through this comparison, it can be seen that the SGA obtained results consistent with the literature, presenting the best results in 3 of the 4 cases studied.

**KEYWORDS:** Shape optimization, Size optimization, SGA, Truss structures.

## ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS.....	1
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	1
4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	2
4.1. Otimização estrutural.....	2
4.1.1. SGA - <i>Search Group Algorithm</i> .....	2
4.2. Análise estrutural.....	3
5. METODOLOGIA.....	4
5.1. Aplicação do algoritmo à otimização de estruturas.....	4
6. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS.....	4
6.1. Treliça plana de 10 barras.....	4
6.2. Treliça plana de 37 barras.....	6
6.3. Treliça espacial de 52 barras.....	8
6.4. Treliça espacial de 72 barras.....	11
7. CONCLUSÕES.....	14
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	14

## 1. INTRODUÇÃO

Otimização é o ato de buscar melhores resultados dispendendo menos recursos para tal. Esse conceito é utilizado em várias áreas de conhecimento e na área da engenharia este processo tem papel fundamental, uma vez que se busca redução de custos e utilização de menores quantidades de recursos naturais, mantendo elevados níveis de confiança e segurança, além de respeitar as restrições e imposições do projeto. Em estruturas, uma das formas de otimização é reduzir a quantidade de material utilizado, tornando o projeto mais competitivo no mercado e aumentando os lucros.

Com este objetivo, diversos métodos heurísticos foram criados, otimizando estruturas numericamente de forma cada vez mais eficiente. No entanto, restrições de frequências naturais fazem com que o problema se torne não-linear e, portanto, de difícil solução. A otimização de forma e paramétrica das estruturas pode levar a divergência do método, uma vez que as frequências naturais de treliças são bastante sensíveis a essas alterações.

Neste trabalho, será aplicado o algoritmo denominado SGA, *Search Group Algorithm*, desenvolvido recentemente por Miguel, Lopez e Gonçalves da Universidade Federal de Santa Catarina (Gonçalves et al., 2015), na tarefa de otimizar a massa de estruturas metálicas treliçadas respeitando restrições de frequência natural e, por meio de comparação com resultados obtidos através de outros métodos e já disponíveis na literatura técnica, avaliar a validade do algoritmo em estudo.

## 2. OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo principal utilizar e validar o algoritmo de otimização denominado SGA, *Search Group Algorithm*, o qual é um algoritmo moderno e proposto por pesquisadores brasileiros. O método será empregado para otimização de forma e paramétrica de treliças planas e espaciais de referência com restrições de frequências naturais. Estas treliças já foram analisadas e otimizadas por outros pesquisadores, utilizando outros métodos de otimização, cujos resultados serão utilizados para comprovar a eficácia do algoritmo em estudo.

A função objetivo em questão é o custo, representado pela massa da treliça em estudo. As variáveis de projeto são as áreas das barras e a posição dos nós, e as restrições de projeto são as frequências naturais.

Para atingir o objetivo principal é necessário alcançar um objetivo secundário que pode-se dizer que é desenvolver uma rotina em elementos finitos para determinar as frequências naturais de treliças planas e espaciais. Esta rotina a ser elaborada neste trabalho deverá ser interligada ao algoritmo de otimização a ser avaliado.

## 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os primeiros trabalhos na área de otimização em engenharia são creditados a Maxwell, em 1872, que aplicou os conceitos da teoria da elasticidade em problemas simples, objetivando a redução de material utilizado em pontes e sugerindo que a estrutura ótima, com menor uso de material, seria constituída de elementos de treliça alinhados com as direções das tensões principais. Em 1904 esta ideia foi utilizada por Michell, aplicada a demais estruturas com o objetivo de reduzir o volume de material utilizado.

Até 1960, estes resultados não tiveram utilização prática e só começaram a ser aplicados amplamente com o advento dos computadores e métodos de elementos finitos, sendo implementados inicialmente na otimização de estruturas para a indústria aeronáutica. Nas últimas décadas, com a popularização dos computadores e aumento da capacidade de processamento de dados, também foram difundidos os métodos de otimização computacionais, sendo amplamente utilizados em engenharia.

Atualmente existe uma infinidade de algoritmos de otimização e métodos novos continuam surgindo. Como exemplo podem-se citar *Bat Algorithm* (Yang e Gandomi, 2012),

*Cuckoo Search* (Gandomi et al., 2013a), *Krill Herd* (Gandomi et al., 2013b; Gandomi et al., 2013c), entre outros. Yang (2008, 2010) apresenta uma revisão interessante sobre algoritmos estocásticos de otimização.

## 4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresenta-se uma breve fundamentação teórica sobre conceitos de otimização estrutural e sobre teoria de barras (treliças). Dá-se ênfase ao método de otimização utilizado neste trabalho, o SGA.

### 4.1. Otimização Estrutural

No processo de otimização três conceitos básicos devem ser compreendidos: função objetivo, variáveis de projeto e restrições. A função objetivo é o valor que deve ser minimizado ou maximizado, as variáveis de projetos são o grupo de parâmetros usados para definir a estrutura e que devem ser alteradas para melhor atender o objetivo e as restrições são as imposições do projeto, critérios aos quais a estrutura deve atender.

Os métodos de otimização podem ser determinísticos ou probabilísticos. Os determinísticos utilizam a derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto e, apesar de geralmente dispenderem menor custo computacional, estão sujeitos a encontrarem apenas o ótimo local, uma vez que se concentram num grupo de soluções. Já os probabilísticos buscam soluções aleatórias, tornando possível encontrar o ótimo global. Não utilizam a derivada da função objetivo, sendo chamados de algoritmos de ordem zero.

Como explicado na revisão bibliográfica, há uma infinidade de algoritmos de otimização. Dentre os diversos métodos propostos na literatura, neste trabalho optou-se por utilizar o SGA, por ser um algoritmo probabilístico, que se adequa melhor ao problema em consideração, e por ser um método recente proposto por pesquisadores brasileiros.

A seguir apresenta-se uma breve descrição do SGA.

#### 4.1.1. SGA- *Search Group Algorithm*

Algoritmos meta-heurísticos devem ter duas capacidades básicas: explorar o domínio das soluções, buscando regiões promissoras, e refinar a pesquisa localmente, a fim de encontrar o ótimo do problema a ser otimizado. Visando um melhor equilíbrio entre estas duas funções, foi criado o algoritmo SGA (Gonçalves et al., 2015).

##### I. População inicial

O processo de otimização se inicia com a geração de uma população inicial  $P$ , formada por pontos aleatórios no domínio da função objetivo e que corresponde a uma possível solução do problema.

##### II. Seleção do grupo de pesquisa inicial

Após a geração da população inicial, cada indivíduo é avaliado em relação à função objetivo. É gerado então, por seleção de torneio padrão, o grupo de pesquisa  $R$ , formado por  $n$  indivíduos da população inicial. Os membros do grupo de pesquisa são avaliados depois de cada iteração.

##### III. Mutação do grupo de pesquisa

Com o objetivo de melhorar a capacidade de pesquisa global, após cada iteração alguns membros do grupo de pesquisa são substituídos por indivíduos distantes do grupo atual. Estes indivíduos são selecionados através de estatísticas do grupo de pesquisa e tem



como função explorar novas regiões do domínio. Quanto melhor avaliado seja o membro do grupo em relação à função objetivo, menores chances ele tem de ser substituído por um novo indivíduo.

#### IV. Geração das famílias de cada elemento do grupo de busca

A fim de explorar o domínio o máximo possível, cada elemento do grupo de pesquisa pode gerar um número determinado de novos indivíduos. Quanto melhor sua classificação no grupo, maior o número de indivíduos gerados. Nas primeiras iterações do algoritmo os novos indivíduos podem estar em qualquer ponto do domínio, mas à medida que as iterações passam eles tendem a se concentrar na vizinhança do membro que os gerou.

#### V. Seleção do novo grupo de pesquisa

Concluída a etapa global do processo, entende-se que o algoritmo já explorou todo o domínio de busca e se estabeleceu em regiões favoráveis. É criado então um novo grupo de pesquisa, selecionando os melhores membros de cada família e refinando os resultados até um ótimo global.

### 4.2. Análise estrutural

A análise estrutural dos problemas estudados é feita através de uma rotina computacional implementada no *software* MATLAB, que leva em consideração matrizes de rigidez e massa de cada elemento da treliça, a fim de calcular as frequências naturais da estrutura.

Para uma treliça plana, a matriz de rigidez  $K_i$  de cada elemento  $i$  de barra é dada pela equação 4.2.1.

$$K_{L,i} = \frac{EA_i}{L_i} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2.1)$$

Onde  $E$  é o módulo de Young, em GPa,  $A$  é a área da seção transversal em  $m^2$  e  $L$  é o comprimento da barra em m. A matriz de massa  $M_i$  é dada pela equação 4.2.2:

$$M_{L,i} = \frac{\rho A_i L_i}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.2.2)$$

Onde  $\rho$  é a massa específica do material em  $kg/m^3$ . Para transferir as matrizes de massa e rigidez das coordenadas locais de cada barra para as coordenadas globais da estrutura, utiliza-se a matriz de rotação, que se vale do ângulo  $\theta$  formado entre os dois sistemas. A matriz de rotação  $R$  é mostrada na equação 4.2.3.

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4.2.3)$$

As matrizes de rigidez,  $K_g$ , massa,  $M_g$ , em coordenadas globais são dadas então pelas equações 4.2.4 e 4.2.5.

$$K_{g,i} = R^T \cdot K_{L,i} \cdot R \quad (4.2.4)$$

$$M_{g,i} = R^T \cdot M_{l,i} \cdot R \quad (4.2.5)$$

Onde  $R^T$  é a transposta da matriz de rotação  $R$ . Após isto, montam-se as matrizes globais de rigidez e de massa, levando-se em consideração os nós presentes em cada barra. Com as matrizes globais da estrutura é possível então calcular as frequências naturais de vibração da treliça através de autovalores e autovetores.

## 5. METODOLOGIA

Neste trabalho foram estudadas quatro estruturas treliçadas já otimizadas por outros métodos e cujos resultados estão disponíveis na literatura. Desta forma, o desempenho do método avaliado poderá ser comparado com métodos já validados e de eficiência comprovada.

O *software* MATLAB foi utilizado para a elaboração da rotina de determinação das frequências naturais das estruturas e também na implementação do algoritmo SGA.

### 5.1. Aplicação do algoritmo à otimização de estruturas

Para correta aplicação do algoritmo, deve ser estabelecida a função objetivo do problema, que, no caso de estruturas treliçadas, é o custo, na forma da minimização de massa. Portanto, a função a ser otimizada é dada pela equação 5.1.1.

$$M = \sum_{i=1}^n \rho * A_i * L_i \quad (5.1.1)$$

Onde  $M$  é a massa total da estrutura a ser otimizada,  $\rho$  é a massa específica do material em kg/m<sup>3</sup>,  $A$  é a área da seção transversal em m<sup>2</sup>,  $L$  é o comprimento da barra em m, e  $n$  é o número de barras da estrutura.

As variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras e a posição dos nós das treliças, enquanto as restrições são múltiplas frequências naturais das estruturas treliçadas.

## 6. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS

### 6.1. Treliça plana de 10 barras

O primeiro exemplo considerado é a treliça plana de 10 barras, mostrada na Figura 6.1.1. A estrutura possui 6 nós e 10 barras, construída em alumínio, com módulo de Young igual a 68,95GPa, massa específica de 2767,99kg/m<sup>3</sup> e massas não estruturais de 453,6kg aplicadas nos nós livres (1 a 4). As variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras e a função a ser minimizada é a massa da treliça.

As restrições de frequência do projeto são  $f_1 \geq 7\text{Hz}$ ,  $f_2 \geq 15\text{Hz}$  e  $f_3 \geq 20\text{Hz}$  e a área mínima admissível para a seção transversal das barras é  $6,45 \cdot 10^{-5} \text{m}^2$ .

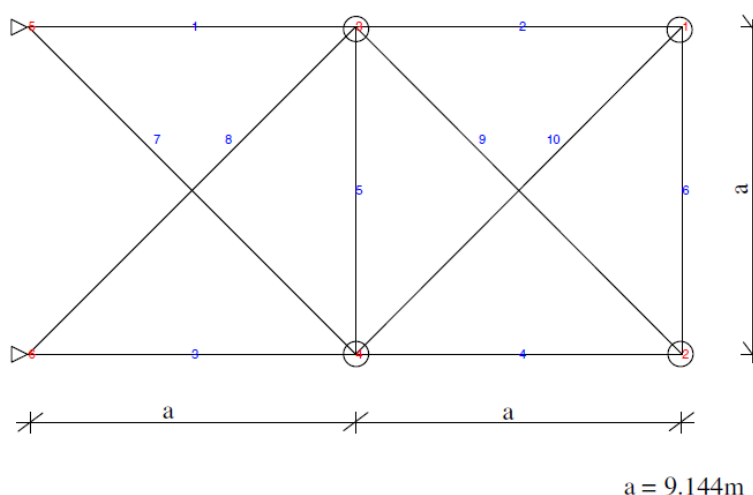


Figura 6.1.1- Treliça plana de 10 barras.

Esta treliça já foi otimizada por vários autores, entre os quais Grandhi e Venkayya (1998), Sedaghati et al. (2002), Wang et al. (2004), Lingyun et al. (2005), Gomes (2011), Miguel e Miguel (2012), utilizando diversos métodos e seus resultados estão mostrados na Tabela 6.1.1, bem como os resultados do presente trabalho, para fins de comparação.

Tabela 6.1.1- Resultados para a treliça de 10 barras comparados com a literatura.

Membro	Áreas (cm <sup>2</sup> )							
	Grandhi e Venkayya (1998)	Sedaghati et al. (2002)	Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) - FA	Presente trabalho-SGA
1	36,584	38,245	32,456	42,234	37,712	34,282	36,198	35,680
2	24,658	9,916	16,577	18,555	9,959	15,653	14,030	14,738
3	36,584	38,619	32,456	38,851	40,265	37,641	34,754	35,630
4	24,658	18,232	16,577	11,222	16,788	16,058	14,900	14,855
5	4,167	4,419	2,115	4,783	11,576	1,069	0,654	0,645
6	2,070	4,194	4,467	4,451	3,955	4,740	4,672	4,623
7	27,032	20,097	22,810	21,049	25,308	22,505	23,467	24,001
8	27,032	24,097	22,810	20,949	21,613	24,603	25,508	24,242
9	10,346	13,890	17,490	10,257	11,576	12,867	12,707	12,480
10	10,346	11,451	17,490	14,342	11,186	12,099	12,351	12,471
Massa	594,0	537,01	553,80	542,75	537,98	534,99	531,28	530,73

Nota-se que os resultados encontrados através do algoritmo SGA foram os melhores já encontrados, reduzindo a massa a um valor inferior ao de outros algoritmos sem, no entanto, desprezar as restrições de frequência natural, como mostrado na Tabela 6.1.2.

Tabela 6.1.2- Frequências naturais da treliça de 10 barras.

Frequência	Frequências naturais (Hz)							
	Grandhi e Venkayya (1998)	Sedaghati et al. (2002)	Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) - FA	Presente trabalho-SGA
1	7,059	6,992	7,011	7,008	7,000	7,0028	7,0002	7,0000
2	15,895	17,599	17,302	18,148	17,786	16,7429	16,1640	16,1843
3	20,425	19,973	20,001	20,000	20,000	20,0548	20,0029	19,9998
4	21,528	19,977	20,100	20,508	20,063	20,3351	20,0221	20,0004
5	28,976	28,173	30,869	27,797	27,776	28,5232	28,5428	28,5271

Os resultados de 5 rodadas independentes do algoritmo, com número da população de 100 indivíduos e 500 iterações resultou numa massa média de 530,922kg, com desvio padrão de 0,255kg, ou seja, um coeficiente de variação de 0,05%, demonstrando a estabilidade do método. A curva de convergência está mostrada na Figura 6.1.2.

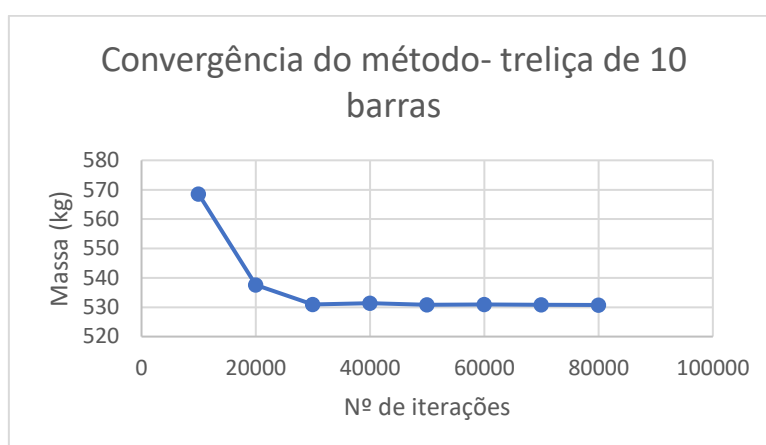


Figura 6.1.2- Convergência do método-treliça plana de 10 barras.

## 6.2. Treliça plana de 37 barras

O segundo exemplo é uma estrutura treliçada composta por 20 nós e 37 elementos de barra, mostrada na Figura 6.2.1. Feita de aço, com módulo de Young igual a 210GPa e massa específica de 7800kg/m<sup>3</sup> com massas não estruturais de 10kg nos nós inferiores, que permanecem fixos. As áreas dos elementos de barra inferiores permanecem fixas, iguais a 4\*10<sup>-3</sup> m<sup>2</sup> e os demais têm área mínima admissível de 1\*10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup>.

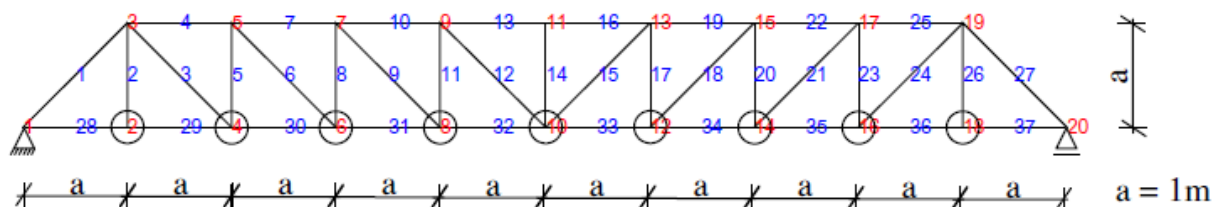


Figura 6.2.1- Treliça plana de 37 barras- design inicial.

As restrições à otimização de massa são de frequências naturais que devem ser  $f_1 \geq 20\text{Hz}$ ,  $f_2 \geq 40\text{Hz}$  e  $f_3 \geq 60\text{Hz}$  e as variáveis são as áreas dos elementos 1 a 27, e as coordenadas Y dos nós superiores da treliça. Além disso, coordenadas nodais e áreas das

seções transversais devem manter simetria, resultando em 5 variáveis de forma e 14 variáveis de dimensionamento.

Esta treliça foi estudada por Wang et al. (2004), Lingyun et al. (2005), Gomes (2011) e Miguel e Miguel (2012) utilizando diversos métodos, e cujos resultados estão mostrados na Tabela 6.2.1, em comparação aos resultados encontrados no presente trabalho.

Tabela 6.2.1- Resultados para a treliça de 37 barras comparados com a literatura.

Variável	Coordenada Y (m) e área (cm <sup>2</sup> )						
	Inicial	Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) -FA	Presente trabalho-SGA
Y3, Y19	1,0	1,2086	1,1998	0,9637	0,8415	0,9392	0,9598
Y15, Y17	1,0	1,5788	1,6553	1,3978	1,2409	1,3270	1,3469
Y7, Y15	1,0	1,6719	1,9652	1,5929	1,4464	1,5063	1,5393
Y9, Y13	1,0	1,7703	2,0737	1,8812	1,5334	1,6086	1,6793
Y11	1,0	1,8502	2,3050	2,0856	1,5971	1,6679	1,7539
A1, A27	1,0	3,2508	2,8932	2,6797	3,2031	2,9838	2,8800
A2, A26	1,0	1,2364	1,1201	1,1568	1,1107	1,1098	1,0120
A3, A24	1,0	1,0000	1,0000	2,3476	1,1871	1,0091	1,0000
A4, A25	1,0	2,5386	1,8655	1,7182	3,3281	2,5955	2,9293
A5, A23	1,0	1,3714	1,5962	1,2751	1,4057	1,2610	1,1570
A6, A21	1,0	1,3681	1,2642	1,4819	1,0883	1,1975	1,2256
A7, A22	1,0	2,4290	1,8254	4,6850	2,1881	2,4264	2,3454
A8, A20	1,0	1,6522	2,0009	1,1246	1,2223	1,3588	1,4233
A9, A18	1,0	1,8257	1,9526	2,1214	1,7033	1,4771	1,4958
A10, A19	1,0	2,3022	1,9705	3,8600	3,1885	2,5648	2,4431
A11, A17	1,0	1,3103	1,8294	2,9817	1,0100	1,1295	1,2689
A12, A15	1,0	1,4067	1,2358	1,2021	1,4074	1,3199	1,2981
A13, A16	1,0	2,1896	1,4049	1,2563	2,8499	2,9217	2,2693
A14	1,0	1,0000	1,0000	3,3276	1,0269	1,0004	1,0000
Massa	336,9	366,5	368,84	377,20	361,5	360,05	359,92

Entre os métodos comparados acima, o SGA apresentou melhor desempenho, fornecendo um valor de massa menor, sem violar nenhuma das restrições do problema, como apresentado na Tabela 6.2.2.

Tabela 6.2.2- Frequências naturais da treliça de 37 barras.

Frequência	Frequências naturais (Hz)						
	Inicial	Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) -FA	Presente trabalho-SGA
1	8,8778	20,0850	20,0013	20,0001	20,0037	20,0024	20,0000
2	29,2135	42,0743	40,0305	40,0003	40,0050	40,0019	40,0001
3	48,5539	62,9383	60,0000	60,0001	60,0082	60,0043	60,0007
4	67,7487	74,4539	73,0444	73,0440	77,9753	77,2153	76,2921
5	84,2484	90,0576	89,8244	89,8240	99,2564	96,9900	96,3174

O desenho da treliça após a otimização é mostrado na Figura 6.2.2.

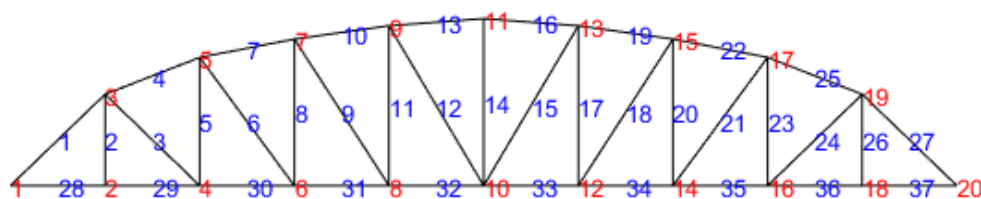


Figura 6.2.2- Treliça plana de 37 barras- design final.

Os resultados de 5 rodadas independentes do algoritmo, com número da população de 100 indivíduos e 500 iterações resultou numa massa média de 361,146kg, com desvio padrão de 0,468kg, ou seja, um coeficiente de variação de 0,13%, novamente demonstrando a estabilidade do método. A curva de convergência está mostrada na Figura 6.2.3.

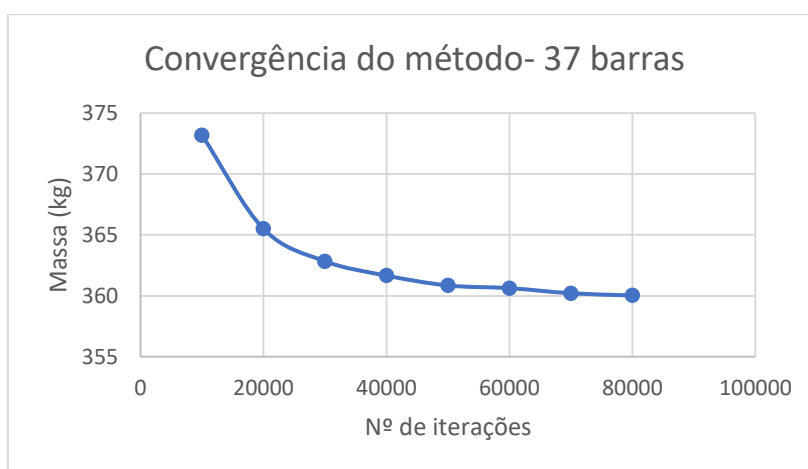


Figura 6.2.3- Convergência do método- treliça plana de 37 barras.

### 6.3. Treliça espacial de 52 barras

Neste terceiro exemplo, figuras 6.3.1 e 6.3.2, é mostrada a otimização de uma treliça espacial em forma de domo, composta por 21 nós e 52 barras, feita em aço, com módulo de Young de 210GPa e massa específica de 7800kg/m<sup>3</sup>. Massas não-estruturais de 50kg são adicionadas aos nós livres da treliça, que possuem suas coordenadas variáveis.

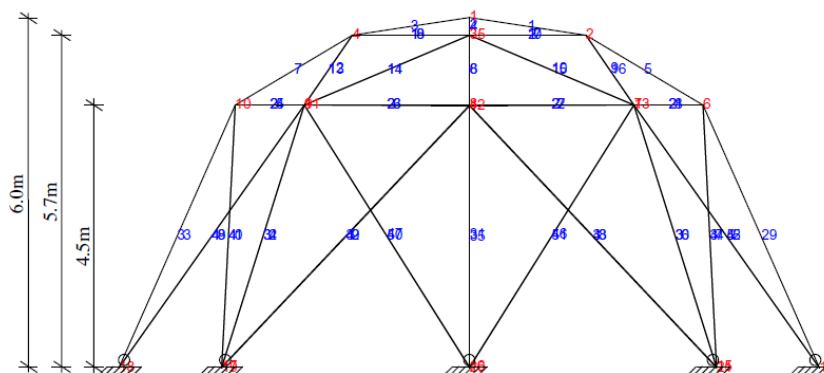


Figura 6.3.1- Treliça espacial de 72 barras (vista lateral).

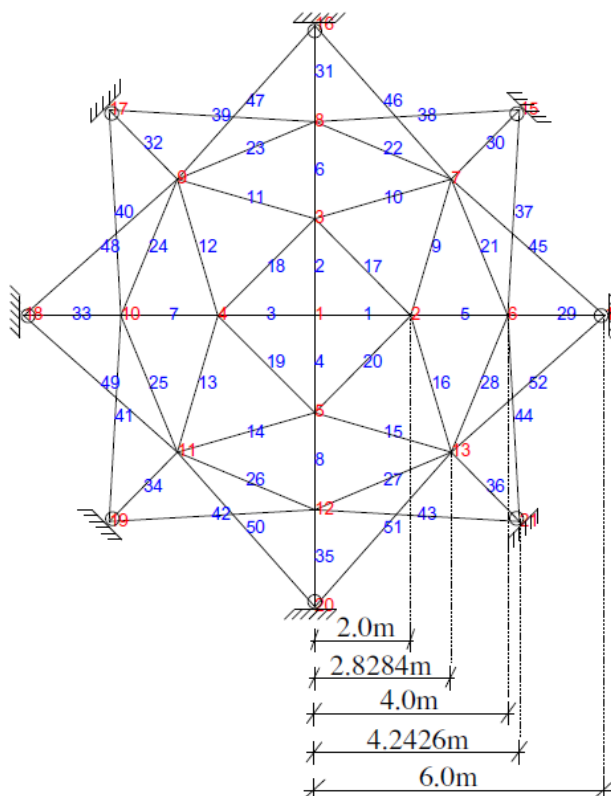


Figura 6.3.2- Treliça espacial de 52 barra- design inicial (vista superior).

Pela condição de simetria da estrutura, as variáveis são as coordenadas Z dos nós 1, 2 e 6, e as coordenadas X dos nós 2 e 6, além das áreas das seções transversais das barras, que são agrupadas conforme a Tabela 6.3.1, totalizando 13 variáveis de projeto, 5 de forma e 8 de dimensionamento.

Tabela 6.3.1- Agrupamento dos membros da treliça de 52 barras.

Número do grupo	Membros
1	1-4
2	5-8
3	9-16
4	17-20
5	21-28
6	29-36
7	37-44
8	45-52

As restrições da estrutura são de frequência natural,  $\omega_{n1} \leq 100 \text{ rad/s}$  ( $f_1 \leq 15,9155 \text{ Hz}$ ) e  $\omega_{n2} \geq 180 \text{ rad/s}$  ( $f_2 \geq 28,6479 \text{ Hz}$ ). A área inicial das seções transversais é  $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , podendo variar entre  $1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  e  $1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$  e as coordenadas nodais podem variar  $\pm 2 \text{ m}$ .

Este problema foi estudado por Lin et al. (1982), utilizando critérios ótimos, Lingyun et al. (2005), através de um híbrido de algoritmos genéticos (NHGA), Gomes (2011), usando um algoritmo de enxame de partículas, e por Miguel e Miguel (2012), através dos algoritmos *Harmony Search* e *Firefly*. Os resultados encontrados na literatura estão mostrados na Tabela 6.3.2, juntamente com a otimização pelo SGA.

Tabela 6.3.2- Resultados para a treliça de 52 barras comparados com a literatura.

Variável	Coordenadas (m) e áreas (cm <sup>2</sup> )						
	Inicial	Lin et al. (1982)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) -FA	Presente trabalho-SGA
Z1	6,0	4,3201	5,8851	5,5344	4,7374	6,4332	5,9136
X2	2,0	1,3153	1,7623	2,0885	1,5643	2,2208	2,2516
Z2	5,7	4,1740	4,4091	3,9283	3,7413	3,9202	3,7089
X6	4,0	2,9169	3,4406	4,0255	3,4882	4,0296	3,9448
Z6	4,5	3,2676	3,1874	2,4575	2,6274	2,5200	2,5002
A1	2,0	1,0000	1,0004	0,3696	1,0085	1,0050	1,0000
A2	2,0	1,3300	2,1417	4,1912	1,4999	1,3823	1,2362
A3	2,0	1,5800	1,4858	1,5123	1,3948	1,2295	1,2990
A4	2,0	1,0000	1,4018	1,5620	1,3462	1,2662	1,5918
A5	2,0	1,7100	1,9116	1,9154	1,6776	1,4478	1,1555
A6	2,0	1,5400	1,0109	1,1315	1,3704	1,0000	1,0000
A7	2,0	2,6500	1,4693	1,8233	1,4137	1,5728	1,7443
A8	2,0	2,8700	2,1411	1,0904	1,9378	1,4153	1,4814
Massa	338,69	298,00	236,05	228,38	214,94	197,53	207,49

Nota-se que, em comparação aos demais métodos de otimização, o algoritmo SGA obteve a segunda menor massa, maior apenas que a encontrada através do algoritmo *Firefly*, por Miguel e Miguel (2012). As frequências naturais resultantes estão mostradas na Tabela 6.3.3, observando-se que nenhuma das restrições foi violada.

Tabela 6.3.3- Frequências naturais da treliça de 52 barras.

Frequência	Frequência natural (Hz)						
	Inicial	Lin et al. (1982)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) -FA	Presente trabalho-SGA
1	22,7817	15,2196	12,8051	12,751	12,2222	11,3119	11,8081
2	25,2693	29,2837	28,6489	28,649	28,6577	28,6529	29,6479
3	25,2693	29,2837	28,6489	28,649	28,6577	28,6529	29,6479
4	31,7347	31,6847	29,5398	28,803	28,6618	28,8030	29,6479
5	34,0940	33,1547	30,2443	29,230	30,0997	28,8030	29,6543

O desenho ótimo da treliça é mostrado na Figura 6.3.3.

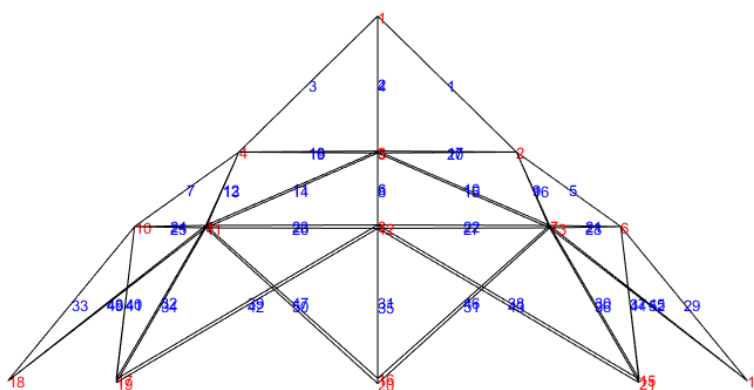


Figura 6.3.3- Treliça espacial de 52 barras- design final (vista lateral).



Os resultados de 5 rodadas independentes do algoritmo, com número da população de 300 indivíduos e 2000 iterações resultou numa massa média de 207,534kg, com desvio padrão de 0,034kg, ou seja, um coeficiente de variação de 0,02%, demonstrando a estabilidade do método. A curva de convergência está mostrada na Figura 6.3.4.

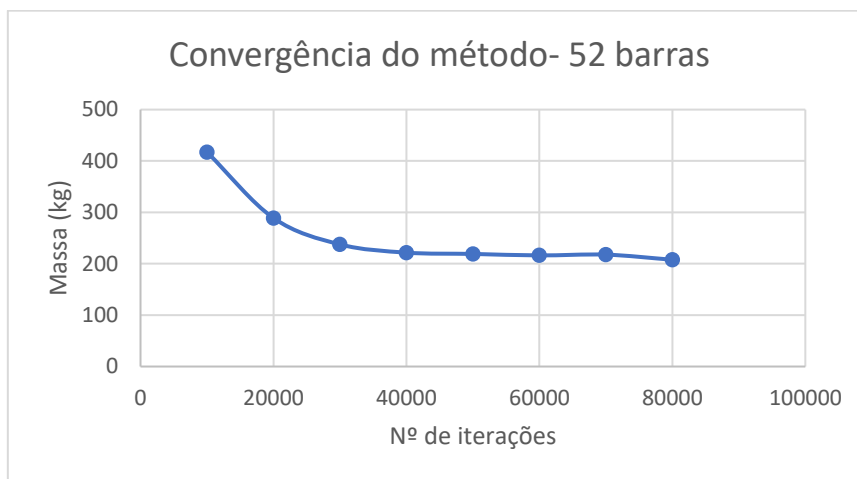


Figura 6.3.4- Convergência do método- treliça espacial de 52 barras.

#### 6.4. Treliça espacial de 72 barras

O quarto e último exemplo é a treliça de 72 barras e 21 nós, mostrada na Figura 6.4.1. O material da estrutura é alumínio, com módulo de Young de 68,95GPa e massa específica igual a 2767,99kg/m<sup>3</sup>. Massas não-estruturais de 2268kg são adicionadas aos nós superiores (1 a 4), como pode-se ver na figura.

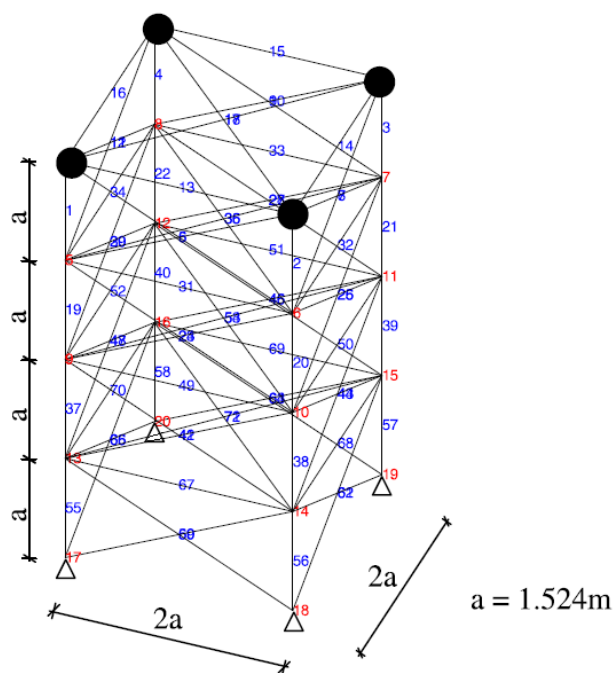


Figura 6.4.1- Treliça espacial de 72 barras.

As restrições à minimização de massa da estrutura são de frequências naturais,  $f_1=4\text{Hz}$  e  $f_3\geq 6\text{Hz}$ , e as variáveis de projeto são as áreas dos elementos de barra que, por fins de simetria, são agrupados conforme Tabela 6.4.1.

Tabela 6.4.1- Agrupamento dos membros da treliça de 72 barras.

Número do grupo	Membros
1	1-4
2	5-12
3	13-16
4	17-18
5	19-22
6	23-30
7	31-34
8	35-36
9	37-40
10	41-48
11	49-52
12	53-54
13	55-58
14	59-66
15	67-70
16	71-72

Este problema já foi estudado por Konzelman (1986), utilizando o método dual, Sedaghati (2005), através do método de força, Gomes (2011), usando o algoritmo de enxame de partículas, e por Miguel e Miguel (2012), com os algoritmos *Harmony Search* e *Firefly*. Os resultados que constam na literatura estão na Tabela 6.4.2, bem como as áreas encontradas através do algoritmo SGA, objeto deste trabalho.

Tabela 6.4.2- Resultados da treliça de 72 barras comparados com a literatura.

Variável	Áreas (cm <sup>2</sup> )					
	Konzelman (1986)	Sedaghati (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) -FA	Presente trabalho-SGA
1	3,499	3,499	2,987	3,6803	3,3411	3,5093
2	7,932	7,932	7,849	7,6808	7,7587	7,9565
3	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6453
4	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450
5	8,056	8,056	8,765	9,4955	9,0202	8,0968
6	8,011	8,011	8,153	8,2870	8,2567	7,9854
7	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450
8	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450
9	12,812	12,812	13,450	11,4510	12,0450	13,0205
10	8,061	8,061	8,073	7,8990	8,0401	8,0634
11	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450
12	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6451
13	17,279	17,279	16,684	17,4060	17,3800	17,0574
14	8,088	8,088	8,159	8,2736	8,0561	8,1122
15	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450
16	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450
Massa	327,605	327,605	328,823	328,334	327,691	327,565

Nota-se que o método utilizado por Konzelman, em 1986, já apresentava valores bastante reduzidos para a massa, não sendo superado pelos métodos posteriores, até o presente estudo, onde a massa encontrada é levemente inferior. Os valores de frequência natural dos diferentes métodos estão mostrados na Tabela 6.4.3.

Tabela 6.4.3- Frequências naturais da treliça de 72 barras.

Frequência	Frequência natural (Hz)					
	Konzelman (1986)	Sedaghati (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) -FA	Presente trabalho-SGA
1	4,000	4,000	4,000	4,000	4,0000	4,0000
2	4,000	4,000	4,000	4,000	4,0000	4,0000
3	6,000	6,000	6,000	6,000	6,0000	6,0000
4	6,247	6,247	6,219	6,2723	6,2468	6,2480
5	9,074	9,074	8,976	9,0749	9,0380	9,0746

Os resultados de 5 rodadas independentes do algoritmo, com número da população de 500 indivíduos e 3000 iterações resultou numa massa média de 327,572kg, com desvio padrão de 0,094kg, ou seja, um coeficiente de variação de 0,03%, demonstrando a estabilidade do método. Nesta estrutura necessitou-se de um número maior de iterações até a convergência, devido às limitações mais estreitas quanto às restrições. A curva de convergência está mostrada na Figura 6.4.2.

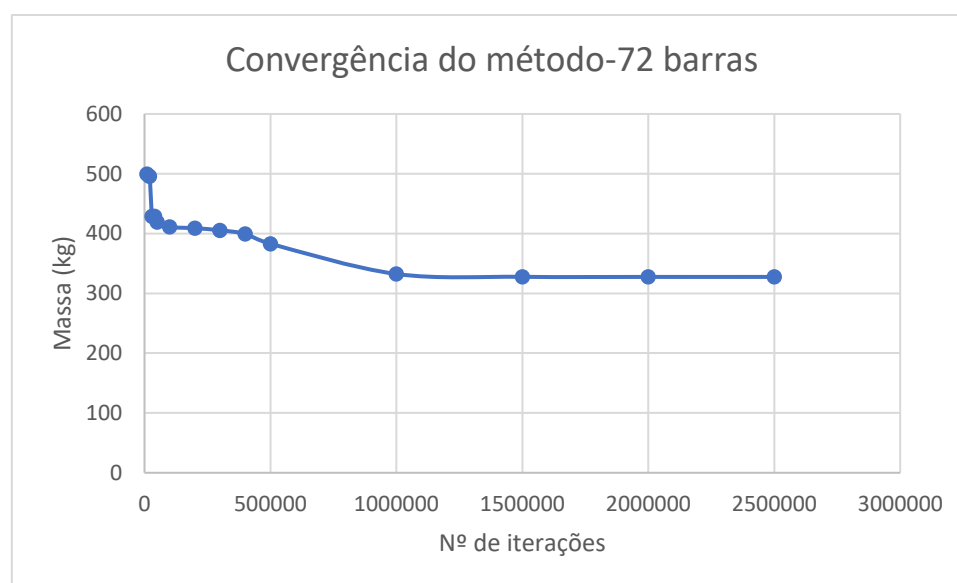


Figura 6.4.2- Convergência do método- treliça espacial de 72 barras.

## 7. CONCLUSÕES

O presente trabalho atingiu seus objetivos, conseguindo desenvolver uma rotina em elementos finitos para determinar as frequências naturais de estruturas treliçadas e em seguida integrar esta rotina a um algoritmo de otimização a fim de testar e validar o algoritmo.

Os resultados dos testes realizados neste trabalho atestam a validade do algoritmo em estudo, sendo coerentes com as soluções determinadas por outros métodos encontrados na literatura e respeitando as restrições impostas ao projeto. O SGA apresentou valores de massa

levemente menores que os comparativos em três das quatro estruturas testadas e na outra ficou acima de apenas um dos métodos.

Variações dos parâmetros do algoritmo foram aplicadas, sem, no entanto, causar alterações significativas nos resultados, demonstrando a generalidade do método e a independência de demais fatores. Também foi registrada grande estabilidade nas rodadas independentes do algoritmo e uma convergência relativamente rápida, dispendendo baixo custo computacional. Sendo assim, pode-se concluir que o método é eficiente na resolução de problemas de otimização de massa de estruturas treliçadas com restrições de múltiplas frequências naturais. Por se tratar de um algoritmo recente, carece de testes para avaliá-lo em demais situações.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Gandomi, A. H., Yang, X. S., and Alavi, A. H., **“Cuckoo search algorithm: a metaheuristic approach to solve structural optimization problems”**, Engineering with Computers, 29, pp 17-35, 2013<sup>a</sup>.

Gandomi, A. H., Alavi, A. H., and Talatahari, S., **“Structural Optimization Using Krill Herd Algorithm”**, In book: Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation: Theory and Applications, Chapter: 15, Publisher: Elsevier, Editors: XS Yang et al. (Eds, pp.335-349), 2013b.

Gandomi, A. H., Talatahari, S., Tadbiri, F., and Alavi, A. H., **“Krill herd algorithm for optimum design of truss structures”**, Int. J. of Bio-Inspired Computation, 5(5), pp 281-288, 2013c.

Grandhi, R. V., & Venkayya, V. B. **“Structural optimization with frequency constraints”**, AIAA Journal, 26(7), pp 858–866, 1988.

Gomes, H. M. **“Truss optimization with dynamic constraints using a particle swarm algorithm”**, Expert Systems with Applications, 38(1), pp 957–968, 2011.

Gonçalves, M. S., Lopez, R. H., Miguel, L. F. F. **“Search group algorithm: A new metaheuristic method for the optimization of truss structures”**, Computers and Structures, v. 153, pp 165–184, 2015.

Konzelman, C. J. **“Dual methods and approximation concepts for structural optimization”**, M.A.Sc. thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Toronto, 1986.

Lin, J. H., Chen, W. Y., & Yu, Y. S. **“Structural optimization on geometrical configuration and element sizing with static and dynamic constraints”**, Computers and Structures, 15(5), pp 507–515, 1982.

Lingyun, W., Mei, Z., Guangming, W., & Guang, M. **“Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints based on genetic algorithm”**, Computational Mechanics, 25(5), pp 361–368, 2005.

Miguel, L. F. F., Miguel, L. F. F. **“Shape and size optimization of truss structures considering dynamic constraints through modern metaheuristic algorithms”**, Expert Systems with Applications, v. 39, pp 9458–9467, 2012.

Sedaghati, R. **“Benchmark case studies in structural design optimization using the force method”**, International Journal of Solids and Structures, 42, pp 5848–5871, 2005.

Sedaghati, R., Suleman, A., & Tabarrok, B. “**Structural optimization with frequency constraints using finite element force method**”, AIAA Journal, 40(2), pp 382–388, 2002.

Wang, D., Zhang, W. H., & Jiang, J. S. “**Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints**”, AIAA Journal, 42(3), pp 622–630, 2004.

Yang, X. S, and Gandomi, A. H., “**Bat algorithm: a novel approach for global engineering optimization**”, Engineering Computations, 29(5), 464-483, 2012.

Yang, X. S., “**Nature-inspired metaheuristic algorithms**”, Luniver Press, 1st Ed., 116p, United Kingdom, 2008.

Yang, X. S., “**Nature-inspired metaheuristic algorithms**”, Luniver Press, 2nd Ed., 148p, United Kingdom, 2010.