

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Estrutura mista aço-concreto:  
análise de ponte composta por vigas de alma cheia**

**Rebeca Jéssica Schmitz**

Porto Alegre  
2017

REBECA JÉSSICA SCHMITZ

**ESTRUTURA MISTA AÇO-CONCRETO:  
ANÁLISE DE PONTE COMPOSTA  
POR VIGAS DE ALMA CHEIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

**Orientador: Inácio Benvegnu Morsch**

Porto Alegre  
2017

## CIP - Catalogação na Publicação

Schmitz, Rebeca Jéssica

Estruturas mistas aço-concreto: análise de ponte composta por vigas de alma cheia / Rebeca Jéssica Schmitz. -- 2017.  
212 f.

Orientador: Inácio Benvegno Morsch.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2017.

1. vigas mistas. 2. pontes mistas aço-concreto. 3. customização ANSYS. 4. método dos elementos finitos.  
I. Morsch, Inácio Benvegno, orient. II. Título.

**REBECA JÉSSICA SCHMITZ**

**ESTRUTURA MISTA AÇO-CONCRETO:  
ANÁLISE DE PONTE COMPOSTA  
POR VIGAS DE ALMA CHEIA**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 12 de maio de 2017

Prof. Inácio Benvegnu Morsch  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
orientador

Prof. Luiz Antonio Bressani  
PhD. pelo Imperial College, University of London  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Américo Campos Filho**  
(UFRGS)  
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo

**Prof. Jorge Luis Palomino Tamayo**  
(UFRGS)  
Dr. pela Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul

**Prof. Mauro Vasconcellos Real**  
(FURG)  
Dr. pela Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul

**Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva  
Velasco (UERJ)**  
Dr. pelo Imperial College

Dedico este trabalho aos meus pais, Ieda e Glemio, e a  
minha irmã Sarah.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Ieda e Glemio, pelo apoio incondicional. Vocês são os responsáveis pela minha formação e da maneira de cada um contribuíram para construir a pessoa que sou hoje. Levo comigo todos os ensinamentos que vocês me passaram.

Agradeço a minha irmã Sarah, que apesar de não ter expressado em palavras, sempre me apoiou e compreendeu os momentos de ausência.

Agradeço ao meu namorado, Valmir, por suportar todo meu estresse e frustração quando as coisas não davam certo, sempre sabendo como me acalmar. Agradeço também por todos os momentos de comemoração quando algo dava certo. Enfim, obrigada por em amar e ser acima de tudo meu parceiro na vida.

Agradeço aos meus professores do curso de pós-graduação da UFRGS que me instigaram a aprender sempre mais, exigindo o máximo de mim. Faço um agradecimento mais especial ao meu orientador, professor Inácio Benvegnu Morsch, que sempre esteve disponível para me ajudar e teve paciência para transmitir seus conhecimentos. Obrigada por ter confiado na minha capacidade e apostado em mim.

Agradeço a CAPES e ao CNPq pela bolsa de estudos que viabilizou o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos meus colegas do curso de Estruturas, com certeza vimos que a união faz a força. A troca de conhecimento foi essencial para que eu chegasse até esse ponto. Foi muito bom ter conhecido todos vocês, com certeza além de terem agregado conhecimento, agregaram amizade. Agradeço aos colegas Lucas e Luiz que dividiram as frustrações durante a etapa de desenvolvimento da dissertação. Agradeço, em especial, ao colega Felipe que dividiu as dificuldades da programação, se não fosse a troca de conhecimento, acredito que ainda não teríamos terminado a *usermat*.

Agradeço a Bruna Manica Lazzari e a Paula Manica Lazzari que forneceram a programação da *usermat*, além de terem me auxiliado e passado todo conhecimento possível via *email*.

Agradeço aos meus familiares que sempre viram em mim grande potencial e compreenderam os momentos de ausência.

Agradeço as minhas amigas que sempre me apoiaram e dividiram as ansiedades e mudanças da vida adulta. Tenho muito orgulho de todas, me sinto honrada em dividir as conquistas de vocês, e quero que vocês se sintam um pouco responsáveis pela minha também.

Agradeço aos colegas do LAPAV que apesar de não terem contribuído diretamente no desenvolvimento deste trabalho, foram essenciais para me influenciar a fazer o mestrado e me mostraram a importância do trabalho em conjunto. Obrigada Rodrigo Carreira Weber, foi uma honra ter sido sua bolsista na etapa de seu mestrado, com certeza aprendi muito nessa fase e sempre o terei como amigo.

.

A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar,  
não seremos capazes de resolver os problemas causados  
pela forma como nos acostumamos a ver o mundo.

*Albert Einstein*

## RESUMO

SCHMITZ, R. J. **Estrutura mista aço-concreto**: análise de uma ponte composta por vigas de alma cheia. 2017. 212 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

O emprego de uma estrutura mista de aço – concreto (laje em concreto e vigas em perfis de aço) representa *a priori* uma solução mais eficiente para estruturas de pontes do que a consideração de uma estrutura toda em concreto ou toda em aço. No entanto para que isto ocorra na prática é necessário um dimensionamento criterioso desta estrutura, o que deve ser feito tendo como apoio *softwares* de simulação numérica. No CEMACOM tem sido desenvolvidos vários trabalhos nesse tema, os quais resultaram num código computacional com capacidade para simular vigas mistas submetidas a cargas de curta duração ou cargas de longa duração. Em contraponto, nesse trabalho a proposta é customizar um *software* comercial de elementos finitos (ANSYS) para realizar as mesmas tarefas. Depois do modelo construído tem se vantagens pois se dispõe da plataforma do ANSYS que permite analisar vários problemas associados ao assunto. Fez-se uma proposta de modelo numérico para se analisar vigas mistas no ANSYS. Tendo como ponto de partida os trabalhos de Lazzari (2015) e Lazzari et al. (2016) para a implementação do comportamento do concreto, fez-se algumas implementações numa rotina tipo *usermat* para fazer análises de cargas de curta duração. Os efeitos de longa duração, fluência e retração, foram implementados na rotina *usermat* tendo como base os trabalhos de Dias (2013) e Moreno (2016). O código customizado foi comparado contra resultados experimentais e numéricos que demonstraram o adequado funcionamento do mesmo. Finalmente o ANSYS customizado foi aplicado para modelar uma estrutura de ponte que havia sido previamente calculada por Schmitz (2014) empregando procedimentos de projeto normalizados. Os resultados obtidos são comparados contra o processo normalizado e são apresentadas as vantagens deste processo.

**Palavras-chave:** *vigas mistas; customização ANSYS; pontes mistas aço-concreto.*

## ABSTRACT

SCHMITZ, R. J. **Estrutura mista aço-concreto**: análise de uma ponte composta por vigas de alma cheia. 2017. 212 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

The use of composite steel and concrete structures (concrete deck and steel profile beams) represents *a priori* a more efficient solution for bridges structure than the consideration of a whole structure with concrete or whole with steel. However for this to occur in practice it is necessary a consistent design of this structure, and this should be done with the support of softwares of numerical simulations. In CEMACOM have been developed many works in this theme, which resulted on a computational code with the capacity for simulate composite beams submitted to loads with short duration or loads with long duration. In counterpoint, in this work the proposal was to customize a commercial software of finite elements (ANSYS) to do the same tasks. After the construction of the model it have advantages because it is able to use the ANSYS platform, which permit to analyze various problems associated with this subject. It was done a numerical model for analysis of composite beams in ANSYS. Considering as the start point the works of Lazzari (2015) and Lazzari et al. (2016) for the implementation of concrete behavior, some implementations were done in a routine of the type usermat to make analysis with loads with short duration. The effects of long duration, creep and shrinkage, were implemented on the usermat routine considering the jobs of Dias (2013) and Moreno (2016). The customized code was compared with experimental and numerical results that demonstrated a proper functioning. Finally, the customized ANSYS was applied to modeling a bridge structure, which was previously designed in Schmitz (2014) using standard proceedings. The obtained results are compared with the standard procedure and it is presented the advantages of this more complex proceeding.

**Key-words:** *composite beams; customization ANSYS; composite steel and concrete bridges.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Viga mista típica (Pfeil; Pfeil, 2009) .....	27
Figura 2 – Elementos de uma ponte composta por perfis I (DUAN ET AL., 2014) .....	28
Figura 3 – Elementos de uma ponte composta por perfis I (SALEH; DUAN, 1999 apud LINHARES, 2015) .....	29
Figura 4 – Etapas do trabalho .....	33
Figura 5 – Comportamento para o aço estrutural (adaptado de GATTESCO, 1999) .....	36
Figura 6 – Comportamento dos conectores (MORENO,2016) .....	36
Figura 7 – Comportamento para o aço das armaduras .....	37
Figura 8 – Superfície de plastificação (carregamento) e de ruptura (JOST, 2006) .....	38
Figura 9 – Relação constitutiva para o concreto em compressão uniaxial (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012) .....	42
Figura 10 – Curva tensão-deformação para concreto tracionado (MARTINELLI, 2003)	46
Figura 11 – Modelos reológicos (adaptado de DIAS, 2013) .....	48
Figura 12 – Modelo de cinco camadas de Kelvin (FIORI, 2015) .....	48
Figura 13 – Representação do concreto (BAZANT; PRASANNAN, 1988) .....	51
Figura 14 – Elemento <i>shell181</i> (ANSYS, 2010) .....	66
Figura 15 – <i>Reinf264</i> associado ao <i>solid186</i> (ANSYS, 2010) .....	68
Figura 16 – Elemento <i>beam189</i> (ANSYS, 2010) .....	69
Figura 17 – Seção circular sólida (ANSYS, 2010) .....	70
Figura 18 – Elementos que formam o par de contato (adaptado de ANSYS, 2010) .....	71
Figura 19 – Interface aço-concreto .....	73
Figura 20 – Comportamento da superfície de contato (adaptado de ANSYS, 2010) .....	73
Figura 21 – Constantes adotadas para o contato .....	74
Figura 22 – Elementos <i>combin39</i> (adaptado de QUEIROZ ET AL., 2007) .....	76
Figura 23 – Modelo viga-mista .....	77
Figura 24 – Modelo viga-mista baseado em Queiroz et al. (2007) .....	79

Figura 25 – Quadro resumo dos elementos finitos adotados .....	80
Figura 26 – Quadro resumo dos modelos para o aço .....	81
Figura 27 – Quadro resumo dos modelos para o concreto .....	82
Figura 28 – Usermat e ANSYS .....	83
Figura 29 – Propriedades inseridas pelo ANSYS .....	84
Figura 30 – Esquema para usermat3D - elastoplástica .....	86
Figura 31 – Simulação de compressão unidimensional .....	87
Figura 32 – Simulação de tração unidimensional .....	88
Figura 33 – Esquema para usermat3D - viscoelástico .....	89
Figura 34 – Histórico de tensões considerando fluência (testes 1 a 3) .....	92
Figura 35 – Histórico de tensões considerando fluência (testes 4 e 5) .....	93
Figura 36 – Histórico de tensões considerando retração .....	95
Figura 37 – Vigas ensaiadas (adaptado de CHAPMAN e BALAKRISHNAN, 1964) ..	98
Figura 38 – Vista e corte de uma viga mista padrão ensaiada por Chapman e Balakrishnan (1964) (medidas em centímetros) .....	99
Figura 39 – Discretização das malhas 1, 2 e 3 .....	102
Figura 40 – Diagrama carga X deslocamento – análise de malha .....	103
Figura 41 – Diagrama carga X deslocamento – análise de tolerância do erro .....	104
Figura 42 – Discretização das malhas dos modelos .....	106
Figura 43 – Viga A2 .....	107
Figura 44 – Viga A3 .....	108
Figura 45 – Viga A4 .....	109
Figura 46 – Viga A5 .....	109
Figura 47 – Viga A6 .....	110
Figura 48 – Viga B1 .....	111
Figura 49 – Viga C1 .....	111
Figura 50 – Viga D1 .....	112

Figura 51 – Viga E1 .....	113
Figura 52 – Viga U1 .....	114
Figura 53 – Viga U3 .....	115
Figura 54 – Distribuição de tensões $\sigma_{xx}$ no centro do vão para carga de 392 kN .....	118
Figura 55 – Distribuição de tensões $\sigma_{xx}$ no centro do vão para viga U3 .....	119
Figura 56 – Viga ensaiada (BRADFORD; GILBERT, 1991) .....	121
Figura 57 – Vista e corte de uma viga mista padrão ensaiada por Bradford e Gilbert (1991) (medidas em centímetros) .....	122
Figura 58 – Comportamento dos conectores .....	123
Figura 59 – Malha utilizada nas simulações das vigas de Bradford, Gilbert (1991) .....	125
Figura 60 – Deslocamentos da viga B1 .....	126
Figura 61 – Deslocamentos da viga B2 .....	127
Figura 62 – Deslocamentos da viga B3 .....	128
Figura 63 – Deslocamento da viga B4 .....	129
Figura 64 – Vista lateral e corte da ponte .....	132
Figura 65 – Dimensões das longarinas e transversinas (em milímetros) .....	133
Figura 66 – Modelo da ponte.....	135
Figura 67 – Condições de contorno da ponte .....	136
Figura 68 – Malhas analisadas .....	136
Figura 69 – Tensões $\sigma_{xx}$ nos perfis para as diferentes malhas .....	138
Figura 70 – Tensões $\sigma_{xx}$ na laje para as diferentes malhas .....	139
Figura 71– Histórico de deslocamentos da ponte (FIB-2010) .....	142
Figura 72 – Histórico de deslocamentos da ponte (CEB-FIP-90) .....	143
Figura 73 – Incremento de deslocamentos ao longo do tempo .....	144
Figura 74 – Deformação total e diferida .....	144
Figura 75 – Tensões $\sigma_{xx}$ nos perfis metálicos devido ao peso próprio da ponte .....	146
Figura 76 – Tensões $\sigma_{xx}$ na laje devido ao peso próprio da ponte .....	147

Figura 77 – Tensões $\sigma_{xx}$ na face inferior da laje devido ao peso próprio da ponte .....	148
Figura 78 – Tensões $\sigma_{xx}$ nos componentes da estrutura(combinação 1) .....	151
Figura 79 – Tensões $\sigma_{xx}$ nos componentes da estrutura(combinação 2) .....	152
Figura 80 – Tensões $\sigma_{xx}$ nos componentes da estrutura(combinação 3) .....	153
Figura 81 – Tensões de von Mises nos nós do perfil e da armadura (28dias) .....	155
Figura 82 – Distribuição das tensões ao longo da altura (28 dias) .....	156
Figura 83 – Deslocamento vertical da estrutura (28 dias) .....	157
Figura 84 –Tensões $\sigma_{xx}$ nos componentes da estrutura aos 3650 dias .....	158
Figura 85 – Tensões de von Mises nos nós do perfil e da armadura (3650 dias) .	159
Figura 86 –Tensões $\sigma_{xx}$ na face inferior da laje devido a combinação de cargas aos 3650 dias .....	160
Figura 87 – Distribuição das tensões ao longo da altura (3650 dias) .....	161
Figura 88 – Deslocamento vertical da estrutura (3650 dias) .....	162
Figura 89 – Largura efetiva baseada na distribuição de tensões (CASTRO ET AL., 2007) .....	163
Figura 90 – Distribuição de tensões no plano médio da laje (28 dias) .....	165
Figura 91 – Distribuição de tensões no topo da laje (28 dias) .....	165
Figura 92 – Largura efetiva (28 dias) .....	166
Figura 93 – Distribuição de tensões no plano médio da laje (3650 dias) .....	167
Figura 94 – Distribuição de tensões no topo da laje (3650 dias) .....	167
Figura 95 – Largura efetiva (3650 dias) .....	168

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros relacionados ao tipo de cimento.....	63
Tabela 2 – Idades e cargas dos testes .....	91
Tabela 3 – Características das vigas e propriedades dos materiais .....	100
Tabela 4 – Comparação da convergência e ruptura .....	104
Tabela 5 – Controle do esmagamento .....	116
Tabela 6 – Comparação da carga de ruptura .....	120
Tabela 7 – Propriedades dos materiais definidas no presente trabalho .....	123
Tabela 8 – Parâmetros do modelo reológico de Kelvin .....	124
Tabela 9 – Comparação dos deslocamentos em relação ao experimental .....	130
Tabela 10 – Propriedade dos materiais .....	134
Tabela 11 – Armaduras utilizadas .....	135
Tabela 12 – Deslocamentos aos 3650 dias .....	141
Tabela 13 – Cargas permanentes e variáveis .....	149
Tabela 14 – Coeficientes para combinação das ações .....	150

## **LISTA DE SIGLAS**

ACI – American Concrete Institute

ANSYS – Analysis Systems Incorporated

APDL – ANSYS Parametric Design Language

CEB – Comité Euro-International du Béton

CEMACOM – Centro de Mecânica Aplicada e Computacional

FIB – Fédération Internationale du Béton

fip – Fédération Internationale de la Précontrainte

MISO – Multilinear Isotropic Hardening

NBR – Norma Brasileira

PPGEC – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

SRSS – Square Root Sum of the Squares

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## LISTA DE SÍMBOLOS

### I – LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$E_{sh}$  – módulo de elasticidade tangente do trecho plástico com endurecimento

$I_1, J_2, \cos 3\theta$  – invariantes de tensão

$K$  – variável intermediária para definição de  $\alpha, \beta$  (superfície de Ottosen)

$E_{ci}$  – módulo de elasticidade tangente aos 28 dias

$E_{c1}$  – módulo de elasticidade secante ao ponto de máxima tensão de compressão

$A, B, C$  – coeficientes da equação de segundo grau

$C, C_2, C_3, C_4$  – variáveis auxiliares para o cálculo do vetor fluxo plástico

$E_\mu(t')$  – módulo de elasticidade da mola  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto

$E(t')$  – módulo de elasticidade da mola isolada para idade do concreto  $t'$

$E_\mu$  – módulo de elasticidade da mola  $\mu$

$J(t, t')$  – função de fluência considerando o envelhecimento

$V(t)$  – função de envelhecimento devido variação do volume do concreto

$A(i, j), B(i), X(j)$  – matriz e vetores que compõe um sistema de equações lineares

$V_{i+1/2}$  – volume do concreto calculado para o meio do intervalo de tempo entre  $t_i$  e em  $t_{i+1}$

$[D_\mu]^{-1}$  – inverso da matriz constitutiva isotrópica elástica, considerando o módulo de elasticidade igual a  $E_\mu V_{i+1/2} / \lambda_\mu$

$RH$  – umidade do ambiente (%)

$RH_0$  – 100%

$T$  – temperatura do ambiente (°C)

$T_0$  – 1°C

$T_i(\Delta t_i)$  – temperatura, em °C

$E(T)$  –  $E(t')$  corrigido pelo efeito de temperatura

$RH_T$  – umidade do ar considerando efeito de temperatura (FIB-2010)

$E^*$  – módulo de elasticidade equivalente do concreto

$E_{i+1/2}$  – módulo de elasticidade para o tempo intermediário entre os passos de tempo

$F_{d,ult}$  – valor de cálculo para combinações últimas

$F_{G_i,k}$  – valor característico das ações permanentes

$F_{Q1,k}$  – valor característico da ação variável considerada principal

$F_{Q_j,k}$  – valor característico das ações variáveis

$F_{d,ser}$  – valor de cálculo para cargas em combinação de serviço

## II – LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

$f_{sy}$  – tensão de escoamento

$f_{su}$  – tensão de ruptura

$a, b$  – parâmetros da curva dos conectores

$f_{cm}$  – resistência média à compressão uniaxial do concreto

$f_{ck}$  – resistência à compressão característica do concreto

$f_{ctm}$  – resistência à tração uniaxial do concreto

$f_{c2m}$  – resistência à compressão biaxial do concreto

$c_1, c_2$  – parâmetros para ajuste da superfície de Ottosen

$f_{2c}, x, y, h$  – variáveis intermediárias para definição de  $\alpha, \beta$  (superfície de Ottosen)

$k$  – número plástico

$k_1$  – parâmetro ente 0,3 e 1 expoente da função de  $\beta_f$

$t'$  – idade do concreto quando foi aplicada a carga

$t$  – idade do concreto

$m$  – número de intervalos de tempo em uma década

$t_{máx}$  – tempo final da análise

$f_{cm28}$  – resistência média à compressão uniaxial do concreto aos 28 dias

$f_{cm0} - 1 \text{ MPa}$

$t'_{aj}$  – idade do concreto quando foi aplicada a carga ajustada devido efeito temperatura e tipo de cimento

$t_1 - 1 \text{ dia}$

$h$  – espessura fictícia da peça de concreto (mm), dada pela área da seção transversal dividido pelo perímetro da seção que está exposto à atmosfera

$h_0 - 100 \text{ mm}$

$t'_T$  – idade do concreto quando foi aplicada a carga ajustada devido efeito temperatura

$t'_{1,T} - 1 \text{ dia}$

$s$  – fator dependente do tipo de cimento, 0,38 para endurecimento lento, 0,25 para endurecimento normal a rápido e 0,20 para endurecimento rápido e cimento de alta resistência

$t_s$  – idade do concreto em que inicia a retração, equivalente ao fim do período de cura úmida do concreto

$b_{ef}$  – largura efetiva da laje

$b_c$  – largura geométrica da laje

### III – LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

$\Delta t$  – variação de tempo entre  $t_{i+1}$  e  $t_i$

$\Delta y_\mu, \lambda_\mu$  – variáveis auxiliares no cálculo da deformação viscoelástica

$\Delta \varepsilon_\mu$  – incremento de deformação viscoelástica da unidade  $\mu$  sem envelhecimento

$\Delta \sigma$  – variação de tensão

$\{\Delta \sigma\}$  – vetor de variação da tensão

$\{\Delta \varepsilon^*\}$  – vetor do incremento de deformação viscosa e por retração

$\{\Delta \varepsilon_o\}$  – vetor do incremento de deformação devido à retração

$\Delta t_i$  – número de dias em que a temperatura se manteve igual a  $T_i$

#### IV – LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

$\sigma_s$  – tensão em um ponto qualquer após o patamar de escoamento e antes da ruptura

$\varepsilon_s$  – deformação para tensão  $\sigma_s$

$\varepsilon_{sh}$  – deformação no início do trecho plástico

$\lambda$  – função no plano desviador dependente de  $\theta$

$\alpha, \beta$  – parâmetros para ajuste da superfície de Ottosen

$\sigma_{com}, \tau_{com}$  – definem um ponto de tensão de compressão triaxial sobre o meridiano de compressão

$\lambda_c$  – função do meridiano de compressão

$\lambda_t$  – função do meridiano de tração

$\sigma_c$  – tensão no concreto

$\eta$  – relação entre deformações atual e para máxima tensão

$\varepsilon_c$  – deformação do concreto

$\varepsilon_{cu}$  – deformação de compressão limite para o concreto

$\varepsilon_{c1}$  – deformação observada na máxima tensão de compressão

$\dot{\varepsilon}_{vp}$  – taxa de deformação viscoplástica

$\gamma$  – parâmetro de viscosidade do concreto

$\phi(F)$  – função de escoamento

$\frac{\partial f}{\partial \sigma}$  – vetor fluxo plástico

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}$  – componentes da tensão

$\sigma_1$  – tensão principal

$\theta$  – ângulo do invariante de tensão

$\varepsilon_t$  – deformação nominal de tração na zona fissurada

$\sigma_t$  – tensão de tração na região fissurada

$\varepsilon_{ref}$  – deformação máxima de tração transversal à fissura

$\sigma_{ref}$  – tensão calculada pela interpolação da curva de comportamento, através da deformação  $\varepsilon_{ref}$

$\beta_f$  – fator de redução do módulo de elasticidade transversal devido a fissuração

$\varepsilon_T$  – deformação de tração fictícia perpendicular à fissura

$\varepsilon(t')$  – deformação total, dependente da idade  $t'$  do concreto

$\varepsilon_0(t')$  – deformação na mola isolada, dependente da idade  $t'$  do concreto

$\varepsilon_\mu(t')$  – deformação na camada  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto

$\dot{\sigma}(t')$  – primeira derivada em relação ao tempo da tensão total atuante na cadeia de Kelvin, dependendo da idade  $t'$  do concreto

$\dot{\varepsilon}_\mu(t')$  – primeira derivada no tempo da deformação da unidade  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto

$\eta_\mu(t')$  – coeficiente de viscosidade do amortecedor  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto

$\ddot{\varepsilon}_\mu(t')$  – segunda derivada no tempo da deformação da unidade  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto

$\sigma$  – tensão atuante

$E_\mu$  – módulo de elasticidade da mola  $\mu$ , independente da idade do concreto

$\varepsilon_\mu$  – deformação na camada  $\mu$

$\eta_\mu$  – coeficiente de viscosidade do amortecedor  $\mu$ , independente da idade do concreto

$\dot{\varepsilon}_\mu$  – derivada no tempo da deformação na camada  $\mu$

$\varepsilon_c(t)$  – deformação da cadeia de Kelvin sem envelhecimento

$\sigma(t')$  – tensão atuante, aplicada na idade  $t'$  do concreto

$\gamma(t - t')$  – função de fluência sem envelhecimento

$\tau_\mu$  – tempo de retardamento da unidade  $\mu$

$\varepsilon^v$  – deformação viscoelástica

$\varepsilon^f$  – deformação viscosa

$\varepsilon_o(t)$  – deformação devido ao efeito de retração

$\varepsilon(t, t')$  – deformação total do concreto

$\varepsilon_c(t, t')$  – deformação devido à fluência para um material sem envelhecimento

$\tau_\mu$  – tempo de retardamento para a unidade  $\mu$

$\tau_1$  – tempo de retardamento para a unidade 1

$\varepsilon_{\mu(i+1)}$  – deformação viscoelástica da unidade  $\mu$  sem envelhecimento, para o tempo  $t_{i+1}$

$\varepsilon_{\mu(i)}$  – deformação viscoelástica da unidade  $\mu$  sem envelhecimento, para o tempo  $t_i$

$\sigma_i$  – tensão aplicada no tempo  $t_i$

$\sigma_{i+1}$  – tensão aplicada no tempo  $t_{i+1}$

$\varepsilon_{\mu(i+1)}^*$  – deformação viscosa da unidade  $\mu$  em  $t_{i+1}$

$\varepsilon_{\mu(i)}^*$  – deformação viscosa da unidade  $\mu$  em  $t_i$

$\{\varepsilon_{\mu(i+1)}^*\}$  – vetor da deformação viscosa da unidade  $\mu$  em  $t_{i+1}$

$\{\varepsilon_{\mu(i)}^*\}$  – vetor da deformação viscosa da unidade  $\mu$  em  $t_i$

$\phi(t - t')$  – coeficiente de fluência

$\phi_0$  – coeficiente de fluência devido à idade de aplicação da carga (CEB-FIP-90)

$\beta_c(t, t')$  – coeficiente que descreve a fluência devido ao tempo de aplicação da carga (CEB-FIP-90)

$\phi_{RH}$  – coeficiente devido umidade do ambiente (CEB-FIP-90)

$\beta(f_{cm})$  – coeficiente devido à resistência média à compressão do concreto (CEB-FIP-90)

$\beta(t')$  – coeficiente devido idade do concreto na aplicação da carga (CEB-FIP-90)

$\phi_T$  – fator que leva em consideração temperaturas diferentes de 20°C

$\phi_{RH,T} - \phi_{RH}$  corrigido pelo efeito de temperatura (CEB-FIP-90)

$\alpha$  – fator relacionado com o tipo de cimento, -1 para endurecimento lento, 0 para endurecimento normal a rápido e 1 para endurecimento rápido e cimento de alta resistência

$\beta_H$  – fator devido umidade do ambiente

$\beta_T$  – coeficiente que considera o efeito de temperaturas diferentes de 20°C em  $\beta_H$

$\beta_E(t)$  – fator de correção dependente da idade do concreto

$\beta_{cc}(t)$  – fator de correção dependente da idade do concreto

$\varepsilon_{cs}(t, t_s)$  – deformação por retração

$\varepsilon_{cs0}$  – coeficiente de retração básica (CEB-FIP-90)

$\beta_s(t - t_s)$  – coeficiente de retração devido ao tempo que o concreto está sofrendo retração (CEB-FIP-90)

$\varepsilon_s(f_{cm})$  – deformação relacionada com a resistência média a compressão do concreto (CEB-FIP-90)

$\beta_{RH}$  – fator relacionado com a umidade do ambiente e tipo de cimento (CEB-FIP-90)

$\beta_{sc}$  – fator dependente do tipo de cimento, 4 para endurecimento lento, 5 para endurecimento normal a rápido e 8 para endurecimento rápido e cimento de alta resistência (CEB-FIP-90)

$\beta_{SRH}$  – fator relacionado com a umidade do ambiente no cálculo da retração (CEB-FIP-90)

$\alpha_{sT}(T)$  – correção da retração devido à temperatura

$\phi_{bc}(t, t')$  – coeficiente de fluência básico (FIB-2010)

$\phi_{dc}(t, t')$  – coeficiente de fluência por secagem (FIB-2010)

$\beta_{bc}(f_{cm})$  – coeficiente de resistência do concreto para cálculo do coeficiente de fluência básico (FIB-2010)

$\beta_{bc}(t, t')$  – coeficiente do tempo de aplicação de carga para cálculo do coeficiente de fluência básico (FIB-2010)

$\beta_{dc}(f_{cm})$  – coeficiente de resistência do concreto para cálculo do coeficiente de fluência por secagem (FIB-2010)

$\beta(RH)$  – coeficiente de umidade para cálculo do coeficiente de fluência por secagem (FIB-2010)

$\beta_{dc}(t')$  – coeficiente de idade de aplicação da carga para cálculo do coeficiente de fluência por secagem (FIB-2010)

$\beta_{bc}(t, t')$  – coeficiente do tempo de aplicação de carga para cálculo do coeficiente de fluência por secagem (FIB-2010)

$\beta_h$  – fator que considera a umidade relativa do ar no cálculo do coeficiente de fluência por secagem (FIB-2010)

$\alpha_{f_{cm}}$  – fator para cálculo de  $\beta_h$  (FIB-2010)

$\gamma(t')$  – expoente da função que define  $\beta_{bc}(t, t')$  (FIB-2010)

$\varepsilon_{cas}(t)$  – representa a retração autógena (FIB-2010)

$\varepsilon_{c_{ds}}(t, t_s)$  – representa a retração por secagem (FIB-2010)

$\varepsilon_{cas}(f_{cm})$  – parcela da deformação devido à resistência do concreto na retração autógena (FIB-2010)

$\beta_{as}(t)$  – fator devido à idade do concreto na retração autógena (FIB-2010)

$\alpha_{ds1}, \alpha_{ds2}, \alpha_{as}$  – coeficientes relacionados ao tipo de cimento (FIB-2010)

$\varepsilon_{c_{ds}}(f_{cm})$  – parcela da deformação devido à resistência do concreto na retração por secagem (FIB-2010)

$\beta_{RH}(RH)$  – fator devido à umidade no ambiente na retração por secagem (FIB-2010)

$\beta_{ds}(t, t_s)$  – fator devido ao tempo após a cura na retração por secagem (FIB-2010)

$\beta_{s1}$  – fator para o cálculo de  $RH_T$  (FIB-2010)

$\beta_{s1,T}$  – fator que considera a temperatura no cálculo de  $RH_T$  (FIB-2010)

$\beta_{sT}$  – fator que considera a temperatura no cálculo de  $\beta_{RH,T}$  (FIB-2010)

$\beta_{RH,T}$  – fator devido umidade e temperatura para cálculo da retração por secagem (FIB-2010)

$\varepsilon_T$  – deformação verdadeira

$\sigma_T$  – tensão verdadeira.

$\gamma_{Gi}$  – coeficiente de ponderação das forças permanentes

$\gamma_q$  – coeficiente de ponderação das forças variáveis

$\Psi_{0j,ef}$  – fator de redução para as demais ações variáveis

$\Psi_{2j}$  – fator de redução (adimensional)

$[\sigma_{xx}]_{y=0}$  – tensão em x no ponto em que y vale 0

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>27</b>
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO .....	27
1.2 OBJETIVOS .....	30
1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	30
1.4 METODOLOGIA .....	31
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	32
<b>2 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS .....</b>	<b>35</b>
2.1 AÇO ESTRUTURAL .....	35
2.2 AÇO DOS CONECTORES .....	36
2.3 AÇO DAS ARMADURAS .....	37
2.4 CONCRETO .....	37
2.4.1 Comportamento instantâneo .....	38
2.4.1.1 Superfície de ruptura .....	39
2.4.1.2 Concreto comprimido: plastificação .....	41
2.4.1.3 Concreto tracionado: modelo de fissuração .....	44
2.4.2 Comportamento diferido .....	47
2.4.2.1 Modelo reológico.....	48
2.4.2.2 Parâmetros do modelo de Kelvin .....	51
2.4.2.3 Solução numérica com algoritmo exponencial .....	53
2.4.2.4 Modelo para fluência: CEB-FIP-90 .....	55
2.4.2.5 Modelo para retração: CEB-FIP-90 .....	59
2.4.2.6 Modelo para fluência: FIB-2010 .....	60
2.4.2.7 Modelo para retração: FIB-2010 .....	62
<b>3 ANÁLISE NUMÉRICA .....</b>	<b>65</b>
3.1 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS .....	65

3.1.1 Seção de aço .....	65
3.1.2 Laje .....	67
3.1.3 Conectores.....	68
3.1.3.1 Modelo utilizando elementos de contato .....	69
3.1.3.2 Modelo considerando ensaio de <i>push out</i> .....	74
3.2 ASPECTOS SOBRE OS MODELOS .....	77
3.2.1 Modelo baseado em Kotinda (2006) .....	77
3.2.2 Modelo baseado em Queiroz et al. (2007) .....	78
3.2.3 Resumo dos modelos .....	80
3.3 <i>Usermat</i> utilizada .....	82
3.3.1 Comportamento elastoplástico .....	85
3.3.2 Comportamento viscoelástico .....	88
3.4 ASPECTOS GERAIS SOBRE A ANÁLISE .....	96
3.5 ANÁLISE DE VIGAS .....	97
<b>4 VALIDAÇÃO DO MODELO: EFEITOS INSTANTÂNEOS .....</b>	<b>98</b>
4.1 DESCRIÇÃO DAS VIGAS .....	99
4.2 ESTUDO DE MALHA .....	101
4.3 RESULTADOS .....	105
4.3.1 Deslocamento vertical no centro do vão .....	105
4.3.1.1 Vigas sujeitas a cargas concentradas .....	106
4.3.1.2 Vigas sujeitas a cargas distribuídas .....	113
4.3.2 Análise da ruptura por esmagamento .....	115
4.3.3 Distribuição de tensões na seção do centro do vão .....	116
4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	119
<b>5 VALIDAÇÃO DO MODELO: EFEITOS DIFERIDOS .....</b>	<b>121</b>
5.1 DESCRIÇÃO DAS VIGAS .....	121
5.2 RESULTADOS .....	124

5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	131
<b>6 ESTUDO DE CASO:PONTE COMPOSTA POR VIGAS DE ALMA CHEIA .....</b>	<b>132</b>
6.1 APRESENTAÇÃO DA ESTRUTURA .....	132
6.2 MODELO NUMÉRICO DA ESTRUTURA .....	134
6.3 ANÁLISE DA ESTRUTURA.....	140
6.3.1 Estudo dos efeitos diferidos.....	140
6.3.1.1 Avaliação dos efeitos das condições do ambiente .....	140
6.3.1.2 Avaliação dos efeitos diferidos sobre a estrutura .....	133
6.3.2 Verificação das tensões e deformações.....	148
6.3.2.1 Verificação para idade de 28 dias .....	150
6.3.2.2 Verificação para idade de 3650 dias .....	157
6.3.3 Largura efetiva .....	162
6.3.3.1 Verificação para idade de 28 dias .....	164
6.3.3.2 Verificação para idade de 3650 dias .....	166
<b>7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>169</b>
7.1 CONCLUSÕES .....	169
7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	173
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>175</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>180</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Estruturas mistas de aço-concreto são constituídas por um elemento de concreto armado ou protendido ligado a um perfil de aço, por conectores de cisalhamento. Conforme Pfeil e Pfeil (2009) o emprego de elementos mistos em vigas data de antes da II Guerra Mundial. Entretanto seu uso passou a ser mais corrente após esse evento, pois a guerra levou à escassez de aço, instigando os engenheiros europeus a buscarem o máximo aproveitamento desses elementos. Na figura 1, pode-se observar uma viga mista típica, destacando-se a função dos conectores de cisalhamento: garantir a ação conjunta dos dois elementos laje e viga, de forma que não haja separação entre os mesmos. Entretanto, vale ressaltar que para a determinação da resistência da viga mista, a colaboração da laje de concreto fica restrita a região comprimida, pois a componente de força em tração do concreto é desprezada no dimensionamento.

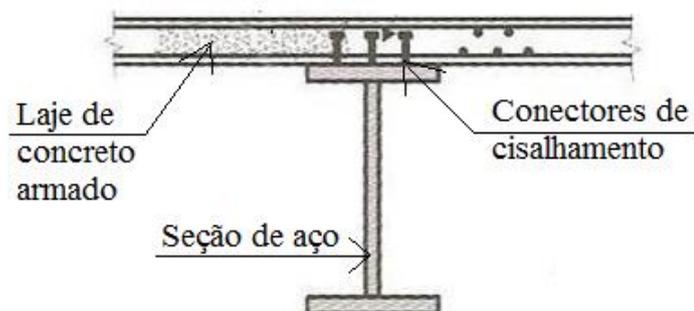


Figura 1 – Viga mista típica (Pfeil; Pfeil, 2009)

Em se tratando de vigas mistas existe um melhor aproveitamento dos materiais, pois, *a priori*, o perfil de aço sofre esforços de tração e a laje, esforços de compressão. Essa situação, de fato, verifica-se em vigas isostáticas. Dessa forma é aproveitado o melhor desempenho de cada material. Além disso, os elementos estruturais costumam ser esbeltos e o peso da estrutura fica reduzido, aliviando as cargas nas fundações.

Apesar desse tipo de elemento estrutural apresentar vantagens, ainda é pouco utilizado. Avaliando, de uma forma geral, a construção no Brasil, pode-se dizer que a concepção de um sistema estrutural misto aparece mais em obras de arte como pontes e viadutos. Nestes casos as

estruturas mistas se mostram fortes concorrentes com o concreto armado pré-fabricado ou então moldado no local.

Neste contexto é comum o emprego de dois tipos de seção de aço, seção aberta ou fechada, como exemplos conhecidos, podem ser citados o perfil I e a viga caixão. Na figura 2 pode-se observar os elementos que compõe a superestrutura de uma ponte com perfis I. Conforme Duan et al. (2014) esse modelo é o mais simples e mais empregado para vãos de pontes pequenos a médios, sendo o mais eficiente na resistência ao momento fletor e cortante. Já um esquema que mostra os elementos para uma ponte com uso de seção fechada está apresentado na figura 3. Segundo Price e Shkurti (2014) o uso de viga mista com seção caixão é mais eficiente para vãos médios a grandes e em curva horizontal e tangente. Isso porque esse tipo de seção tem grande resistência à torção e também distribui melhor a carga variável.

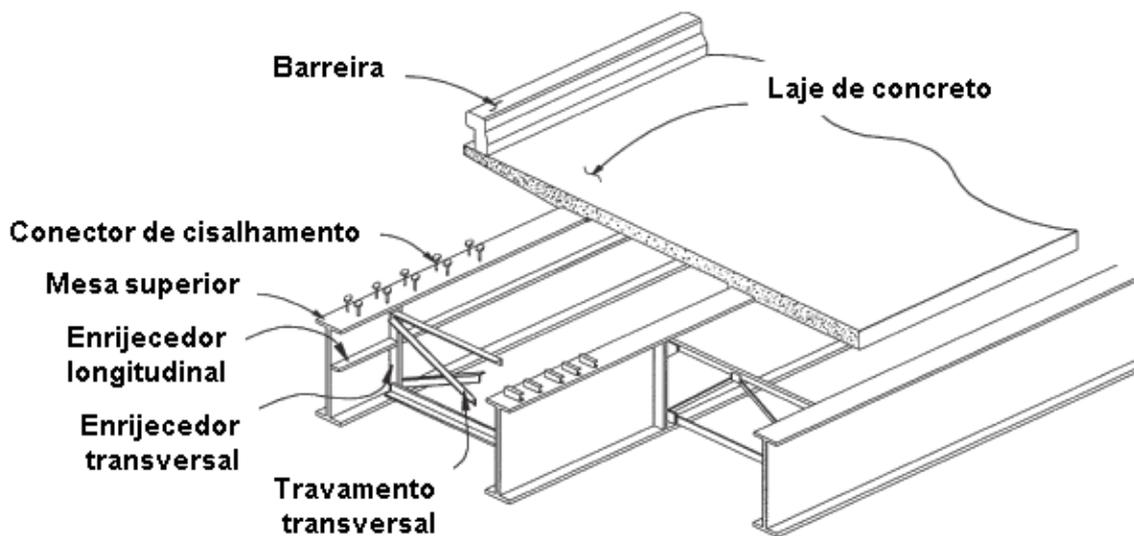


Figura 2 – Elementos de uma ponte composta por perfis I (DUAN ET AL., 2014)

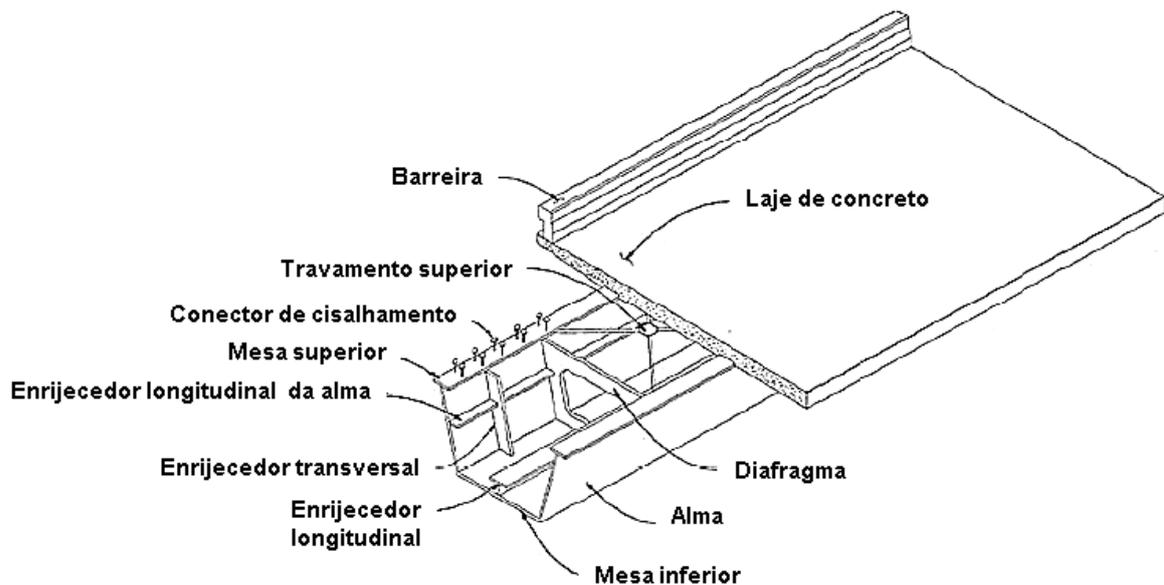


Figura 3 – Elementos de uma ponte composta por perfis I (SALEH; DUAN<sup>1</sup>, 1999 apud LINHARES, 2015)

Apesar das vantagens apresentadas, cerca de 70 a 80 % das obras de pontes e passarelas existentes poderiam ter sido construídas em estrutura mista, dado retirado da revista Pontes de aço (CENTRO BRASILEIRO DE CONTRUÇÃO EM AÇO, 2015). Uma possível justificativa para o desuso deste tipo de estrutura por parte de projetistas e construtores pode ser a falta de conhecimento, visto que no Brasil, a primeira norma para pontes em estrutura mista ainda está em análise. Em contrapartida, Estados Unidos e Europa possuem normas bastante desenvolvidas e o uso dessas estruturas é corrente. Dessa forma fica justificada a importância de dar continuidade ao estudo de estruturas mistas, de modo a desenvolver o conhecimento nessa área.

O estudo de uma estrutura mista é bastante complexo porque envolve diferentes materiais. A começar pelo concreto que possui um comportamento altamente não linear, devido aos efeitos de fissuração e plastificação. Além disso, possui comportamento diferido no tempo: é sensível

---

<sup>1</sup>SALEH, Y.; DUAN, L. Steel-concrete composite box girder Bridges. In: Chen W. F.; DUAN, L. (Edit.) **Bridge Engineering: Handbock**. New York: CRC Press, 1999. p. 13/1-13/24.

aos efeitos de retração e fluência que altera seu módulo de elasticidade ao longo de sua vida. O aço possui comportamento elastoplástico, sendo que pode ser considerado o encruamento, logo, também é não linear.

Para analisar este tipo de estrutura numericamente, o método dos elementos finitos desponta como uma boa alternativa, pois é bastante empregado e sua eficiência é comprovada. Além disso, existem diversos *softwares* que utilizam esse método.

## 1.2 OBJETIVOS

O objetivo principal desta dissertação é confrontar o dimensionamento baseado em normas e em modelos simplificados com o dimensionamento baseado em modelos mais sofisticados, desenvolvidos no presente trabalho. A ponte analisada foi desenvolvida em um trabalho anterior em Schmitz (2014). Já o modelo para análise de vigas mistas desenvolvido no ANSYS foi implementado neste trabalho. A fim de atingir este objetivo primeiramente é necessário alcançar alguns objetivos secundários que são:

- a) implementar o modelo para o concreto considerando os efeitos de curto prazo, desenvolvido em Lazzari (2015) e Lazzari et al. (2016), para a laje que compõe a viga mista, adicionando critério de esmagamento;
- b) implementar e validar o modelo de concreto considerando o comportamento de longa duração;
- c) implementar e validar o modelo numérico de viga mista no *software* ANSYS, considerando efeitos de curta e longa duração;
- d) desenvolver estudos comparativos com outros modelos numéricos, como os modelos de Kotinda (2006), Queiroz et al. (2007) e o modelo desenvolvido no CEMACOM/UFRGS ao longo de diversos trabalhos.

## 1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A modelagem de vigas mistas vem sendo estudada há algum tempo, em destaque o trabalho realizado no CEMACOM (UFRGS). Tamayo (2011) desenvolveu um programa em linguagem Fortran para estudo de vigas mistas. O qual conta com três tipos de elementos finitos: laje (elemento de casca plana degenerada), perfil metálico (elemento de casca plana com efeito de

membrana), conectores de cisalhamento (elemento viga-coluna). O concreto foi modelado como um material elastoplástico com endurecimento, respeitando o critério de Drucker-Prager, e também considerou a fissuração. O aço das armaduras passivas foi modelado como elastoplástico bilinear. O aço dos perfis foi modelado como material elastoplástico com endurecimento, respeitando o critério de von Mises. Já o aço dos conectores foi modelado a partir de curvas força cortante *versus* deslocamento relativo aproximadas por dados experimentais.

Como continuidade do trabalho de Tamayo (2011), Dias (2013) implementou o comportamento viscoso no concreto, além de migrar a parte de pré e pós processamento para o *software* GiD. Ainda em continuidade a esses trabalhos, Wayar (2016) acrescentou a protensão externa no perfil de aço ao modelo de viga mista. E Moreno (2016) implementou cinco novos modelos para o comportamento diferido do concreto, além de conformar e verificar o uso de protensão interna na laje de concreto, que havia sido iniciada no trabalho de Tamayo (2011).

Linhares (2015) também fez análises de viga mista, aplicada em tabuleiro de ponte, onde descreveu o processo de análise e dimensionamento de um vão hiperestático de um viaduto construído na Avenida Júlio de Castilhos em Porto Alegre. A superestrutura é composta por uma seção caixão em aço com protensão externa, conectores *stud bolt* e a laje feita em duas etapas, foram utilizadas pré-lajes e em seguida concretou-se as emendas e o restante da altura.

Ainda em se tratando de vigas mistas, mas com um enfoque diferente, Brinkhus (2015) propôs um método de dimensionamento de vigas mistas casteladas, fazendo uma análise analítico-numérica das vigas. Na análise numérica fez uso do *software* ANSYS, modelando as vigas casteladas com o elemento *shell181*.

Dessa forma, seguindo essa linha de pesquisa, esse trabalho vai comparar os resultados obtidos com o *software* ANSYS e com o programa já desenvolvido, na etapa de verificação do modelo de viga mista.

Kotinda (2006) modelou vigas mistas no *software* ANSYS, com o intuito de analisar a interface entre o perfil de aço e a laje do concreto, mais precisamente os conectores. Para tanto utilizou os elementos: *solid65* para concreto, *shell43* para o perfil de aço, *beam189* para os conectores e *targe170* e *conta173* para a superfície de contato entre laje e perfil.

Velasco et al. (2014) apresentou uma série de trabalhos realizados a partir do tema modelagem numérica de estruturas mistas aço-concreto, dentre os quais se destaca, para os objetivos do presente trabalho, o estudo de Queiroz et al. (2007). O qual apresenta um modelo implementado

no ANSYS utilizando o elemento *solid65* para modelagem da laje, o elemento *shell43*, para o perfil metálico e elementos de molas não lineares (*combin39*) para modelagem dos conectores.

Apesar dos trabalhos de Lazzari (2015) e Lazzari et al. (2016) não tratarem de vigas mistas, deve-se dar especial destaque aos mesmos, pois estes apresentaram a modelagem do concreto no *software* ANSYS utilizando a opção *usermat*, parte do sistema de customização do programa. Nesta interface o usuário pode modelar o comportamento de um material (programado em linguagem Fortran 77). No caso de Lazzari et al. (2016) foi feito um modelo tridimensional de vigas em concreto, utilizando o elemento *solid186*.

Os dois trabalhos utilizaram o mesmo modelo para o concreto, sendo um modelo viscoelástico para análise do comportamento diferido, e outro elastoplástico para análise do comportamento instantâneo, onde são consideradas plastificação e fissuração. Neste último, o concreto possui comportamento diferente em tração e compressão. Em tração se comporta como material elástico linear até a fissuração e após considera-se a colaboração do concreto entre fissuras. Já em compressão o material é elastoplástico com endurecimento.

## 1.4 METODOLOGIA

O modelo numérico desenvolvido está baseado em algumas diretrizes de trabalhos anteriores. Adotou-se como base os trabalhos de Kotinda (2006) e Queiroz et al (2007), sendo alterada a modelagem do concreto. O modelo que simula o comportamento do concreto, considerando os efeitos instantâneos, foi desenvolvido por Lazzari (2015) e Lazzari et al. (2016) para análise de estruturas em concreto armado e protendido, nunca aplicado em estruturas mistas. Dessa forma foi dada uma aplicação um pouco distinta àquela estudada até o momento pelas referidas autoras, além de terem sido feitas alterações em relação ao critério de esmagamento. O comportamento viscoelástico do concreto foi implementado no presente trabalho, utilizando como base os trabalhos de Dias (2013) e Moreno (2016).

Na figura 4 está apresentado um esquema com as etapas do trabalho. A primeira etapa foi de **pesquisa e revisão bibliográfica**, na qual foi definido os trabalhos que serviriam de base para o presente estudo. Em seguida aprofundou-se o **estudo nos modelos de vigas mistas** já implementados, principalmente, no ANSYS. A partir deste ponto pode-se definir a sequência de trabalho, sendo iniciado o **estudo do modelo de concreto** implementado por Lazzari (2015) e Lazzari et al. (2016), definiu-se que apenas o comportamento elastoplástico do concreto seria

utilizado, sendo que o comportamento de longa duração seria desenvolvido no presente trabalho.

Na etapa seguinte iniciou-se a **modelagem da viga mista** no *software* ANSYS, e concomitantemente iniciou-se a **implementação do comportamento de longa duração do concreto**, através da subrotina *usermat*. Com essas duas etapas concluídas foi possível a **validação do modelo de viga mista**, considerando efeitos de curta e longa duração. Para o efeito de curta duração foram utilizadas os ensaios experimentais de Chapman e Balakrishnan (1964). Já para o comportamento diferido foram utilizados os ensaios experimentais das vigas de Bradford e Gilbert (1991).

A partir do modelo validado, passou-se a construir o **modelo de uma estrutura de ponte** composta por 8 longarinas e 5 linhas de transversinas, sendo utilizados perfis metálicos de alma cheia. A estrutura em questão já foi dimensionada em um trabalho anterior (SCHMITZ, 2014). A etapa seguinte foi de análise da estrutura, podendo-se confrontar os resultados do modelo com o dimensionamento.

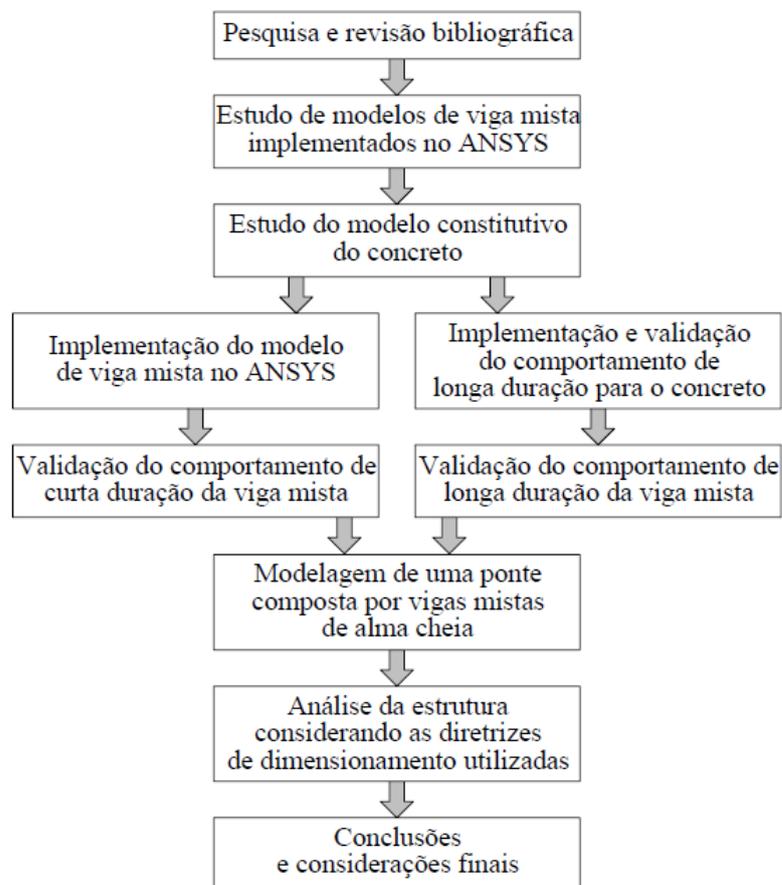


Figura 4 – Etapas do trabalho

## 1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em sete capítulos. Este primeiro capítulo apresentou uma breve introdução ao assunto para em seguida traçar os objetivos do trabalho. Em uma breve revisão bibliográfica buscou-se situar este trabalho dentre os últimos trabalhos realizados na linha de pesquisa.

Os dois capítulos seguintes trazem a pesquisa bibliográfica já orientada para o que se trabalhou especificamente neste trabalho. No capítulo dois são apresentadas as relações constitutivas adotadas para os materiais. Já o capítulo três traz informações sobre os modelos numéricos estudados antes da definição do modelo final. Além disso, neste capítulo é apresentado o modelo para o material concreto desenvolvido através da subrotina *usermat*, utilizados no *software* ANSYS.

Nos capítulos quatro e cinco estão apresentados os resultados das simulações utilizando a subrotina *usermat* e o modelo numérico para viga mista utilizando os elementos fornecidos pelo ANSYS. Sendo que no capítulo quatro fez-se a validação do comportamento devido aos efeitos das cargas de curta duração e no capítulo cinco foram apresentados os resultados da validação dos efeitos devido às cargas de longa duração.

O capítulo seis apresenta um estudo de caso, onde se modelou uma ponte biapoiada em estrutura mista que já fora dimensionada conforme as normas brasileiras e outras recomendações técnicas em Schmitz (2014). São apresentados os resultados para análise de estado limite último e de serviço, que envolvem, respectivamente, o que foi validado nos capítulos quatro e cinco. Por final, no capítulo sete, estão apresentadas as conclusões e considerações finais do trabalho desenvolvido, onde foram comentados possíveis assuntos a serem abordados em pesquisas futuras.

## 2 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAS

Neste item são apresentadas as relações constitutivas utilizadas para representar os materiais: aço e concreto, sendo apresentados os modelos adotados.

### 2.1 AÇO ESTRUTURAL

Foi designado como aço estrutural aquele das peças da seção de aço da viga mista. A relação constitutiva desenvolvida por Gattesco (1999) foi adotada nos trabalhos de Kotinda (2006) e Queiroz et al. (2007). Sendo que o trecho de escoamento e plastificação foram inseridos no ANSYS, através do modelo de material MISO (*Multilinear Isotropic Hardening*).

Gattesco (1999) define o comportamento do aço em três etapas, conforme ilustrado na Figura 5: elástico linear até a tensão de escoamento, patamar de escoamento, plástico com endurecimento. Sendo que a expressão (1) define o comportamento no trecho com endurecimento. O referido autor adotou essa relação para o aço do perfil e das armaduras, e para validação do modelo desenvolvido em seu trabalho, também foram utilizadas as vigas ensaiadas por Chapman e Balakrishnan (1964).

$$\sigma_s = f_{sy} + E_{sh} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) \cdot \left[ 1 - E_{sh} \cdot \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}}{4(f_{su} - f_{sy})} \right] \quad (1)$$

Sendo:

$\sigma_s$  = tensão em um ponto qualquer após o patamar de escoamento e antes da ruptura;

$f_{sy}$  = tensão de escoamento;

$E_{sh}$  = módulo de elasticidade tangente do trecho plástico com endurecimento (350 kN/cm<sup>2</sup>);

$\varepsilon_s$  = deformação para tensão  $\sigma_s$ ;

$\varepsilon_{sh}$  = deformação no início do trecho plástico;

$f_{su}$  = tensão de ruptura.

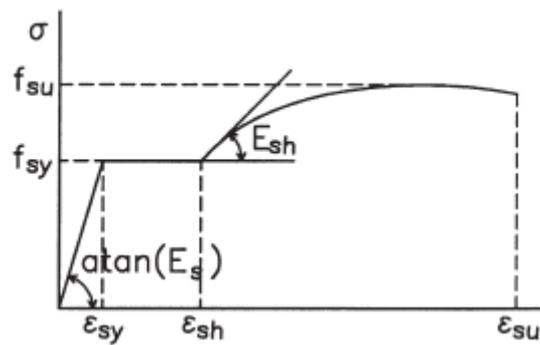


Figura 5 – Comportamento para o aço estrutural (adaptado de GATTESCO, 1999)

## 2.2 AÇO DOS CONECTORES

Tamayo (2011) e Queiroz et al. (2007) utilizaram uma relação constitutiva baseada em ensaios experimentais, chamados de *push out* como os apresentados em Chapman e Balakrishnan (1964). Essa relação é definida pela curva força cortante *versus* deslocamento relativo (deslizamento entre laje e viga metálica), como a da Figura 6, que pode ser calibrada por dois parâmetros, expressos no gráfico por “a” e “b”.

A partir desta curva é calculada a rigidez do conector, que pode ser tangente ou secante, conforme indicado na Figura 6, sendo que o ANSYS adota a rigidez tangente. Além disso, a curva serve como critério de ruptura, de forma que quando é atingido o deslocamento máximo, considera-se que se atingiu a deformação limite, assim qualquer incremento de deslocamento gera ruptura do conector.

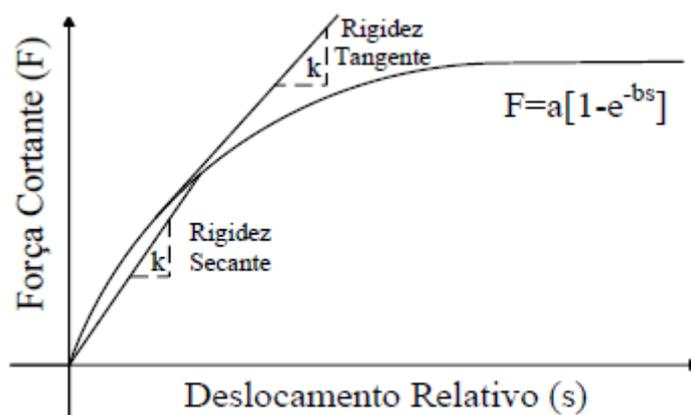


Figura 6 – Comportamento dos conectores (MORENO,2016)

### 2.3 AÇO DAS ARMADURAS

Para o aço das armaduras considerou-se comportamento próximo ao elastoplástico perfeito, pois, conforme Kotinda (2006), a fim de evitar erros numéricos, adotou-se um valor de endurecimento igual a 1/1000 (Figura 7). Sendo considerado o critério de plastificação de von Mises, através da MISO, fornecida pelo ANSYS.

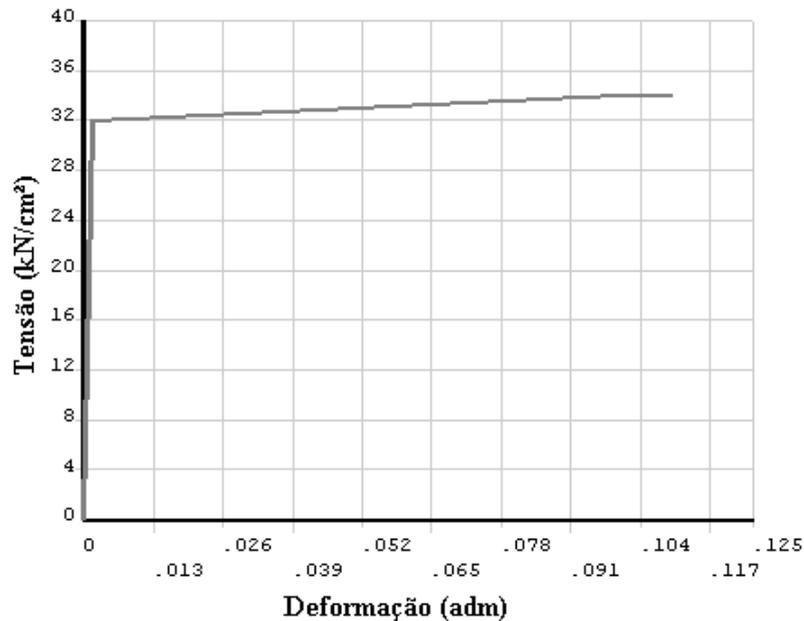


Figura 7 – Comportamento para o aço das armaduras

### 2.4 CONCRETO

O comportamento do concreto foi traduzido por formulações programadas em linguagem Fortran77. Esta rotina foi compilada e inserida na rotina do ANSYS, através da ferramenta *usermat*. Essa ferramenta se trata de um ambiente que o usuário pode programar o comportamento dos materiais, cabe salientar que somente alguns elementos suportam essa configuração (*Solid65, Link180, Shell181, Plane182, Plane183, Solid185, Solid186, Solid187, Beam188, Beam189, Solshi90, Shell208, Shell209, Reinf263, Reinf264, Reinf265, Solid272, Solid273, Shell281, Solid285, Pipe288, Pipe289, Elbow290*). No trabalho de Lazzari (2015) está descrito em detalhe como a subrotina é compilada e integrada ao ANSYS.

O comportamento do concreto foi desenvolvido em duas etapas. Na primeira etapa são considerados os efeitos diferidos, logo o comportamento é viscoelástico, sendo que a tensão

não pode ultrapassar 40% a 50% da resistência à compressão do concreto, conforme apresentado em Ross (1958). Já na segunda etapa são avaliados os efeitos de curta duração gerados pelos carregamentos, traduzido por um comportamento elastoplástico, considerando efeitos de fissuração e esmagamento. A primeira etapa foi desenvolvida no presente trabalho tendo como base os trabalhos de Dias (2013) e Moreno (2016). Já para a etapa dois, foi utilizado o modelo para o comportamento do concreto desenvolvido nos trabalhos de Lazzari (2015) e Lazzari et al. (2016), com algumas alterações que serão apresentadas.

#### 2.4.1 Comportamento instantâneo

Neste item é apresentado o modelo estudado para o comportamento instantâneo do concreto. Como é sabido, esse material tem comportamento muito diferente em tração e compressão. Para o concreto em compressão é necessário definir um critério de plastificação, assim como uma regra de endurecimento no trecho plástico e um critério de ruptura. Já para o concreto em tração é definido um critério de fissuração e um modelo que represente a fissuração nos elementos finitos.

De uma forma geral, adota-se o mesmo modelo para definir o critério utilizado para ruptura em compressão e a fissuração em tração. Conforme descrito em Lazzari et al. (2016), o critério de ruptura adotado foi o critério de Ottosen e o critério de plastificação adotado foi o de von Mises. Na Figura 8, podem ser observadas as duas superfícies citadas.

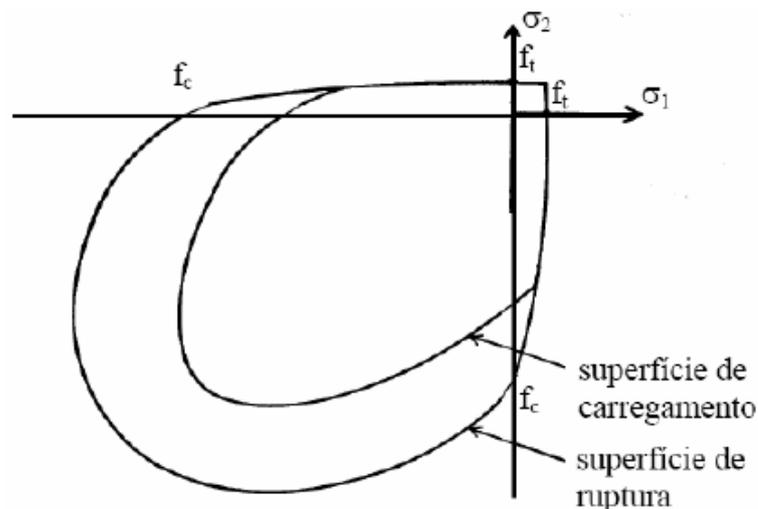


Figura 8 – Superfície de plastificação (carregamento) e de ruptura (JOST, 2006)

### 2.4.1.1 Superfície de ruptura

Chen (1982) classifica o critério de ruptura de Ottosen como um modelo de quatro parâmetros. Ottosen<sup>2</sup> (1977 apud CHEN, 1982) define a superfície de ruptura pela equação (2), sendo que nas equações (3) e (4) estão apresentadas as funções definidas no plano desviador, com meridianos parabólicos em compressão e em tração.

$$f(I_1, J_2, \cos 3\theta) = \alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \quad (2)$$

$$\lambda = c_1 \cdot \cos \left[ \frac{1}{3} \cos^{-1}(-c_2 \cdot \cos(3\theta)) \right], \text{ para } \cos(3\theta) \geq 0 \quad (3)$$

$$\lambda = c_1 \cdot \cos \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cos^{-1}(-c_2 \cdot \cos(3\theta)) \right], \text{ para } \cos(3\theta) \leq 0 \quad (4)$$

Sendo:

$I_1, J_2, \cos 3\theta$  = invariantes de tensão;

$\lambda$  = função no plano desviador dependente de  $\theta$ ;

$f_{cm}$  = resistência média à compressão uniaxial do concreto;

$\alpha, \beta, c_1, c_2$  = parâmetros para ajuste da superfície de Ottosen.

Para definição dos parâmetros para ajuste da superfície são necessários quatro propriedades do concreto, resultantes de ensaios. A saber, essas quatro propriedades são: resistência uniaxial em tração e compressão, resistência biaxial à compressão e um estado de ruptura no meridiano de compressão (OTTOSEN<sup>3</sup>, 1975 apud CHEN, 1982). Entretanto, muitas vezes não se tem acesso a esses valores, por isso o Código Modelo *fib* 2010 (FÉDERATION INTERNATIONALE DU

---

<sup>2</sup>OTTOSEN, N. S. A failure criterion for concrete. **Journal Engineering Mech. Div. ASCE**, [S. l.], v. 103, n. EM4, p. 527-535, Aug. 1977.

<sup>3</sup>opus citatua

BÉTON, 2012) traz as equações (5), (6) e (7) para aproximar esses valores a partir da resistência característica do concreto, sendo os valores fornecidos e calculados em MPa.

$$\begin{aligned} f_{ctm} &= 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}, \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}; \\ f_{ctm} &= 2,12 \cdot \ln(1 + 0,1 \cdot f_{cm}), \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa}; \quad f_{cm} = f_{ck} + 8 \end{aligned} \quad (5)$$

$$f_{c2m} = \left(1,2 - \frac{f_{cm}}{1000}\right) \cdot f_{cm} \quad (6)$$

$$\sigma_{com} = -240 \text{ MPa}; \quad \tau_{com} = \left[185 - 180 \frac{f_{cm}}{100} + 260 \left(\frac{f_{cm}}{100}\right)^2 - 84 \left(\frac{f_{cm}}{100}\right)^3\right] \quad (7)$$

Sendo:

$f_{ck}$  = resistência à compressão característica do concreto;

$f_{cm}$  = resistência média à compressão uniaxial do concreto;

$f_{ctm}$  = resistência à tração uniaxial do concreto;

$f_{c2m}$  = resistência à compressão biaxial do concreto;

$\sigma_{com}, \tau_{com}$  = definem um ponto de tensão de compressão triaxial sobre o meridiano de compressão.

A partir das propriedades definidas, pode-se calcular os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  que ajustam o modelo com as expressões apresentadas em (8) e (9) (FÉDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012).

$$K = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}}; \quad f_{2c} = \frac{f_{c2m}}{f_{cm}}; \quad x = \frac{\sigma_{com}}{f_{cm}}; \quad y = \frac{\tau_{com}}{f_{cm}}; \quad h = -\frac{\sqrt{2}x + y}{\frac{y}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3}} \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{h\beta - \sqrt{2}}{y}; \quad \beta = \frac{\sqrt{2} - \frac{3y}{K \cdot f_{2c}}}{h - \frac{9y}{f_{2c} - K}} \quad (9)$$

Para o cálculo dos outros dois parâmetros  $c_1$  e  $c_2$  deve-se definir primeiramente os meridianos de compressão e tração, pelas expressões (10) e (11). Sendo  $\lambda_c$  a função do meridiano de compressão e  $\lambda_t$  a função do meridiano de tração.

$$\lambda_c = \left(1 - \frac{h}{3y}\right) \cdot \sqrt{3} \cdot \beta + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot y} \quad (10)$$

$$\lambda_t = \left(2 \cdot \sqrt{3} - \frac{f_{2c} h}{\sqrt{3} \cdot y}\right) \cdot \beta + \frac{\sqrt{3}}{f_{2c}} + \frac{\sqrt{2} \cdot f_{2c}}{\sqrt{3} \cdot y} \quad (11)$$

Em seguida pode-se calcular os dois últimos parâmetros do modelo, a partir da relação entre  $\lambda_c$  e  $\lambda_t$ . O Código Modelo *fib* 2010 (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012) traz as equações (12) e (13). E assim têm-se todos os parâmetros definidos para utilizar a superfície de Ottosen.

$$c_1 = (2\cos\theta - 1) \cdot \lambda_t + 4 \cdot (1 - \cos\theta) \cdot \lambda_c \quad , \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \leq \frac{1}{2} \quad (12)$$

$$c_1 = \frac{\lambda_c}{\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\arccos(c_2)\right)} \quad , \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \geq \frac{1}{2}$$

$$c_2 = 1 \quad , \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \leq \frac{1}{2} \quad (13)$$

$$c_2 = \cos\left\{3 \cdot \arctan\left[\frac{\left(2\frac{\lambda_c}{\lambda_t} - 1\right)}{\sqrt{3}}\right]\right\} \quad , \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \geq \frac{1}{2}$$

#### 2.4.1.2 Concreto comprimido: plastificação

A deformação por plastificação do concreto foi calculada conforme Hinton (1988), de forma que o vetor fluxo plástico é determinado pelo critério de von Mises e o módulo da deformação plástica equivalente é definido pela relação constitutiva do concreto dada pelo Código Modelo *fib* 2010. Não é considerada uma superfície de plastificação explícita, entretanto o valor do módulo da deformação plástica só passa a ter valor não nulo quando a curva tensão *versus* deformação tiver comportamento não linear.

O Código Modelo *fib*2010 (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012), apresenta as equações (14), (15) e (16) para definir o comportamento uniaxial do concreto. O gráfico tensão *versus* deformação fica de acordo com o diagrama apresentado na Figura 9.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left( \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{cu}| \quad (14)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (15)$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (16)$$

Sendo:

$\sigma_c$  = tensão no concreto;

$f_{cm}$  = resistência média à compressão uniaxial do concreto;

$\eta$  = relação entre deformações atual e para máxima tensão;

$k$  = número plástico;

$\varepsilon_c$  = deformação do concreto;

$\varepsilon_{cu}$  = deformação de compressão limite para o concreto;

$\varepsilon_{c1}$  = deformação observada na máxima tensão de compressão;

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade aos 28 dias;

$E_{c1}$  = módulo de elasticidade secante ao ponto de máxima tensão de compressão.

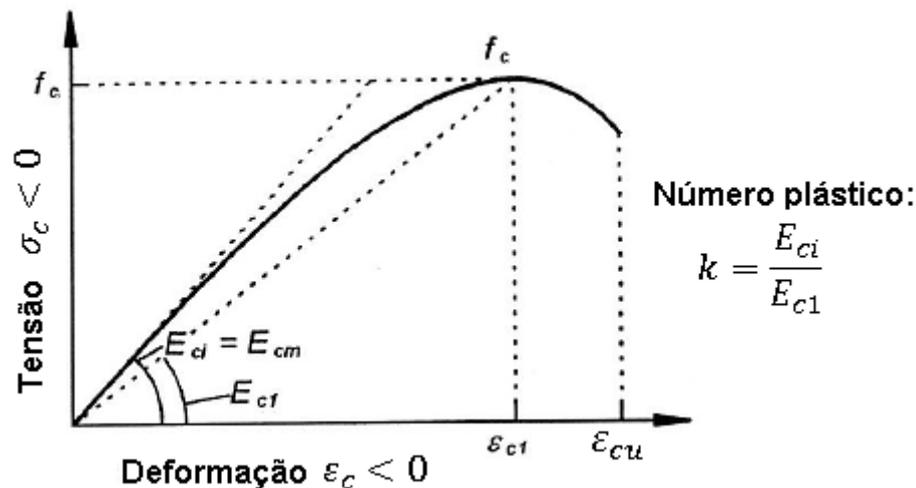


Figura 9 – Relação constitutiva para o concreto em compressão uniaxial (FÉDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012)

Conforme Lazzari (2015), a relação dada pela expressão (14) pode ser alterada para que fique em função da deformação plástica, ao invés da deformação total. Assim a questão da definição da tensão recai sobre uma equação de segundo grau, conforme equação (17), cujos coeficientes

A, B, C estão apresentados em (18). Esse procedimento, empregado anteriormente por Jost (2006), se torna necessário devido ao processo de cálculo numérico, no qual se tem apenas os valores da deformação plástica, já que a deformação elástica ( $\sigma_c/E_{ci}$ ) é função da tensão que se quer definir.

$$A \cdot \sigma_c^2 + B \cdot \sigma_c + C = 0 \quad (17)$$

$$A = \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \cdot \left( \frac{k-2}{f_{cm}} + \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \right) \quad (18)$$

$$B = \frac{1}{f_{cm}} \cdot \left( 1 + \frac{\varepsilon_p \cdot (k-2)}{\varepsilon_{c1}} \right) - \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \cdot \left( k - \frac{2\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right); C = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \cdot \left( k - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right)$$

Já o cálculo do vetor fluxo plástico foi feito de acordo com o apresentado em Hinton (1988), e depende de um critério de plastificação adotado, no caso de von Mises. A deformação total é dada pela soma da deformação elástica e viscoplástica, sendo a taxa de deformação viscoplástica dada pela expressão (19). Como considerou-se um intervalo de tempo de um dia, a deformação viscoplástica, na verdade é uma deformação elastoplástica e é dada pela equação (19). Dessa forma está sendo considerada a plasticidade através da adaptação de um modelo viscoplástico.

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \gamma \cdot \langle \phi(F) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (19)$$

Sendo:

$\dot{\varepsilon}_{vp}$  = taxa de deformação viscoplástica;

$\gamma$  = parâmetro de viscosidade do concreto;

$\phi(F)$  = função de escoamento;

$\frac{\partial f}{\partial \sigma}$  = vetor fluxo plástico.

O valor da função de escoamento só é considerado para valores positivos, caso contrário é igualada a zero, e esta representa, a diferença entre a tensão calculada pelo critério adotado e a tensão calculada pela regra de endurecimento apresentada pelo Código Modelo *fib2010*. O vetor fluxo plástico é normal à superfície de plastificação, pois está sendo considerada a plasticidade

associada. A expressão (20) apresenta o cálculo do vetor fluxo plástico, extraídos da subrotina “Flowp” fornecida em Hinton (1988). Baseado no critério de von Mises ( $\sigma = \sqrt{3J_2}$ ).

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} = C \cdot \begin{bmatrix} 2C_2 & C_3 & C_3 & 0 & 0 & 0 \\ C_3 & 2C_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_3 & C_3 & 2C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$C = \frac{1}{2\sqrt{C_2(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2) + C_3(\sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} + \sigma_{yy} \cdot \sigma_{zz} + \sigma_{xx} \cdot \sigma_{zz}) + C_4(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{zy}^2 + \sigma_{xzz}^2)}}$$

$$C_2 = 1; \quad C_3 = -1 \quad C_4 = 3$$

Sendo:

$C, C_2, C_3, C_4$  = variáveis auxiliares para o cálculo do vetor fluxo plástico;

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}$  = componentes do tensor de tensões.

O critério de esmagamento em Lazzari (2015) estava relacionado com a não convergência da análise: quando as deformações atingem níveis elevados, as forças internas não são capazes de equilibrar as forças externas, o que representaria a ruptura da peça. No presente trabalho optou-se por estabelecer a ruptura por esmagamento conforme o Código Modelo *fib2010*, que define uma deformação limite para o comportamento de amolecimento (trecho descendente do gráfico tensão *versus* deformação), como apresentado na Figura 9. A transformação das deformações tridimensionais em uma deformação equivalente foi feita de acordo com Lazzari (2015), considerou-se a norma do vetor de deformação dividida pela norma do vetor de fluxo plástico.

#### 2.4.1.3 Concreto tracionado: modelo para fissuração

O modelo que representa a fissuração é o sugerido por Hinton (1988). Durante o processo de fissuração a malha de elementos finitos não sofre qualquer alteração, de forma que a fissuração é representada pelas alterações das propriedades do material, devido ao dano. Inicialmente o material é isotrópico, e após a formação da primeira fissura passa a ser ortotrópico. A fissura sempre se forma perpendicular à direção da tensão principal, sendo reduzidos os módulos de elasticidade longitudinal e transversal nessa direção. No concreto fissurado normalmente é desprezado o efeito de Poisson, como foi feito neste trabalho. Esse modelo é completamente

descrito por três critérios: critério de fissuração, regra de amolecimento, modelo para transferência do corte.

O critério de fissuração adotado se baseia no critério de ruptura de Ottosen apresentado anteriormente, e segundo Comité Euro-International du Béton<sup>4</sup> (1983 apud LAZZARI, 2015) para distinguir a ruptura por esmagamento da ruptura devido à formação de fissura, considera-se que a tensão principal deva ter atingido ou superado metade do valor da resistência média à tração do concreto. Sendo essa tensão calculada pela equação (21) e fica em função dos invariantes de tensão  $J_2, I_1, \theta$ .

$$\sigma_1 = \frac{2\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \cdot \text{sen} \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{I_1}{3} \quad (21)$$

Conforme Hinton (1988), o concreto mesmo após fissurado continua contribuindo para rigidez da estrutura, devido à sua aderência com as barras de aço. Esse efeito é conhecido por *tension-stiffening*. Para reproduzi-lo computacionalmente, pode-se alterar o comportamento do concreto ou do aço. Neste trabalho, foi considerada a primeira situação, segundo o referido autor, essa opção é equivalente a considerar o concreto com comportamento linear com amolecimento.

A relação constitutiva para o concreto em tração é baseada em Martineli (2003), que pode ser visualizada na Figura 10 e é expressa pela equação (22). O limite de formação em tração que define o fim do trecho de amolecimento é considerado com 0,001.

$$\sigma_c = 0,6 \cdot E_{ci} \cdot \varepsilon_t \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{0,001} \right) = 0,6\sigma_t \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{0,001} \right) \quad (22)$$

---

<sup>4</sup>COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. Concrete under multiaxial states of stress – constitutive equations for practical design. **State-of-the-art report**, Bulletin d'Information n. 156, Lausanne, 1983.

Sendo:

$\sigma_c$  = tensão no concreto;

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade tangente;

$\varepsilon_t$  = deformação nominal de tração na zona fissurada;

$\varepsilon_c$  = deformação no concreto;

$\sigma_t$  = tensão de tração na região fissurada.

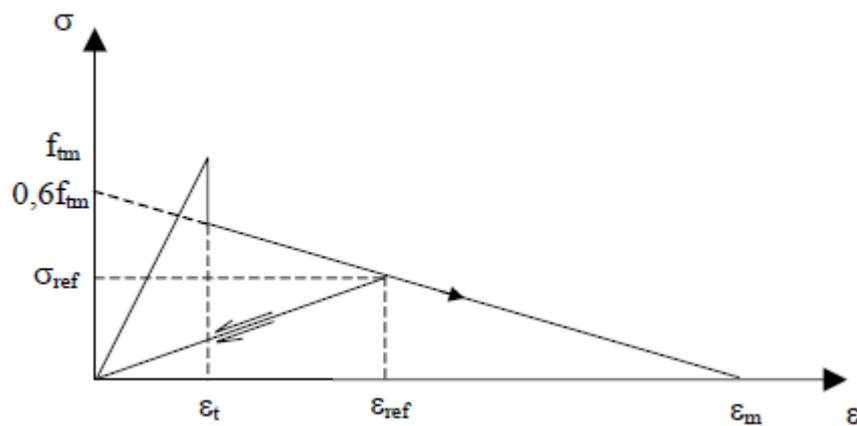


Figura 10 – Curva tensão-deformação para concreto tracionado (MARTINELI, 2003)

Se houver algum fechamento de fissura, devido a uma redistribuição de esforços ou descarga, a tensão normal à fissura deve ser ajustada para o caso da deformação verificada ser menor que a deformação  $\varepsilon_{ref}$ , que é a máxima deformação de tração na direção transversal da fissura. Esse ajuste é feito pela equação (23), onde  $\sigma_{ref}$  é a tensão calculada pela interpolação da curva de comportamento, através da deformação  $\varepsilon_{ref}$ .

$$\sigma_c = \frac{\sigma_{ref}}{\varepsilon_{ref}} \varepsilon_c \quad (23)$$

Por fim, trata-se do modelo de transferência das tensões de corte. Segundo Hinton (1988) são transferidas tensões de corte entre as superfícies rugosas da fissura, sendo esse fenômeno atribuído ao engrenamento dos agregados e ao efeito de pino da armadura. Existem muitas variáveis envolvidas nesses efeitos: tamanho e tipo dos agregados, diâmetro das barras de armadura e posição relativa da armadura e da fissura, e a largura da fissura que influencia em ambos efeitos.

Esses mecanismos não podem ser representados diretamente, portanto Hinton (1988) sugere uma simplificação, sendo representado apenas o seu efeito. Dessa forma o módulo de elasticidade transversal da estrutura é multiplicado por um fator  $\beta_f$ . Este fator pode ser calculado pela expressão (24), sendo definido o valor do expoente  $k_1$  baseado em Lazzari (2015).

$$\beta_f = 1 - \left( \frac{\varepsilon_T}{0,005} \right)^{k_1} \quad (24)$$

Sendo:

$\beta_f$  = fator de redução do módulo de elasticidade transversal devido a fissuração;

$\varepsilon_T$  = deformação de tração fictícia perpendicular à fissura;

$k_1$  = parâmetro ente 0,3 e 1, sendo adotado, neste trabalho, 0,3.

#### 2.4.2 Comportamento diferido

Machado (2002) descreve o comportamento diferido do concreto baseado em dois fenômenos: fluência e retração. Quando a estrutura é solicitada a uma carga de longa duração, inicialmente apresenta uma deformação imediata, mas com o passar do tempo apresenta deformação lenta, mesmo as tensões se mantendo constantes. Esse efeito é conhecido como fluência (*creep*). O outro efeito ocorre devido à quantidade de água presente no concreto não ser completamente utilizada nas reações de hidratação do cimento, de forma que a água remanescente fica acumulada em vasos capilares. Nas primeiras idades do concreto, esse excesso de água tende a evaporar, o que provoca uma redução no volume da peça, conhecida como retração (*shrinkage*).

O Código Modelo2010 (FÉDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012) define a deformação total de uma estrutura de concreto como a soma de quatro parcelas, duas dependentes da tensão e duas independentes da tensão. As deformações relacionadas à tensão são a deformação instantânea e a deformação por fluência. Já as deformações que não estão relacionadas à tensão, são devidas a retração e a variação térmica.

Segundo Creus (1986), para representar o comportamento viscoelástico dos materiais é comumente empregado um modelo reológico composto por molas e amortecedores. Sendo que as molas representam o comportamento elástico, seguindo a lei de Hooke, e os amortecedores representam o comportamento viscoso, balizado pela lei de Newton. Existem diversas maneiras de associar esses elementos, destacando-se as cadeias de Maxwell e de Kelvin, ilustradas na

Figura 11. Para obtenção de uma melhor aproximação do comportamento viscoelástico é usual o emprego de várias cadeias, caracterizando um modelo em camadas.

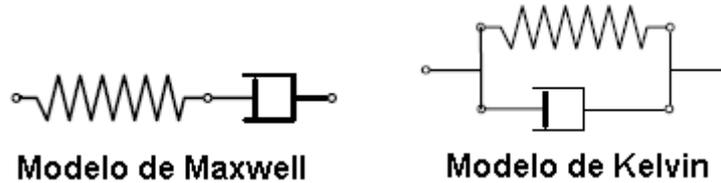


Figura 11 – Modelos reológicos (adaptado de DIAS, 2013)

A escolha por um modelo implica em diferentes equações de equilíbrio e compatibilidade, que levam a diferentes formulações para as tensões e deformações. O modelo adotado neste trabalho é o modelo de Kelvin, composto por até seis unidades, este modelo também foi empregado por Dias (2013) e Moreno (2016).

#### 2.4.2.1 Modelo reológico

Para representar o comportamento viscoelástico do concreto, Dias (2013) adotou o modelo reológico composto por até seis unidades de Kelvin, sendo ilustrado na Figura 12, um caso com 5 unidades, onde as tensões observadas em todas as camadas são as mesmas e a deformação resultante é dada pelo somatório das deformações em cada camada, conforme representado em (25) (CREUS,1986).

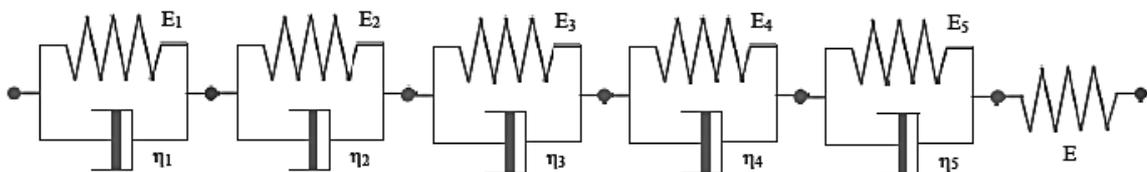


Figura 12 – Modelo de cinco camadas de Kelvin (FIORI, 2015)

$$\varepsilon(t') = \varepsilon_0(t') + \sum_{\mu=1}^5 \varepsilon_{\mu}(t') \quad (25)$$

$$\dot{\sigma}(t') = \dot{\varepsilon}_{\mu}(t')\{E_{\mu}(t') + \eta_{\mu}(t')\} + \eta_{\mu}(t')\ddot{\varepsilon}_{\mu}(t')$$

Sendo:

$\varepsilon(t')$  = deformação total, dependente da idade  $t'$  do concreto;

$\varepsilon_0(t')$  = deformação na mola isolada, dependente da idade  $t'$  do concreto;

$\varepsilon_\mu(t')$  = deformação na camada  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto;

$\dot{\sigma}(t')$  = primeira derivada em relação ao tempo da tensão total atuante na cadeia de Kelvin, dependendo da idade  $t'$  do concreto;

$\dot{\varepsilon}_\mu(t')$  = primeira derivada no tempo da deformação da unidade  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto;

$E_\mu(t')$  = módulo de elasticidade da mola  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto;

$\eta_\mu(t')$  = coeficiente de viscosidade do amortecedor  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto;

$\ddot{\varepsilon}_\mu(t')$  = segunda derivada no tempo da deformação da unidade  $\mu$ , dependente da idade  $t'$  do concreto.

Esta formulação traz uma equação diferencial de segunda ordem, por isso por muito tempo preferiu-se utilizar a formulação de Maxwell que leva a uma equação diferencial de primeira ordem. Entretanto a formulação de Bazant e Prasannan (1988) apresentou a teoria da solidificação para a fluência, o que trouxe um novo uso para a cadeia de Kelvin (DIAS, 2013).

A teoria da solidificação afirma que o efeito do envelhecimento relacionado à fluência do concreto é devido à alteração do volume de concreto solidificado ao longo do tempo. Dessa forma o envelhecimento do concreto é expresso por uma função  $V(t)$ , enquanto que as outras propriedades do concreto não dependem da sua idade, ou seja, se mantém constantes ao longo do tempo. Assim a formulação de Kelvin para a tensão apresentada em (25) fica simplificada conforme apresentado em (26) (BAZANT; PRASANNAN, 1988).

$$\sigma = E_\mu \varepsilon_\mu + \eta_\mu \dot{\varepsilon}_\mu \quad (26)$$

Sendo:

$\sigma$  = tensão atuante;

$E_\mu$  = módulo de elasticidade da mola  $\mu$ , independente da idade do concreto;

$\varepsilon_\mu$  = deformação na camada  $\mu$ ;

$\eta_\mu$  = coeficiente de viscosidade do amortecedor  $\mu$ , independente da idade do concreto;

$\dot{\varepsilon}_\mu$  = derivada no tempo da deformação na camada  $\mu$ ;

Integrando a equação diferencial apresentada em (26), obtém-se a expressão (27), que define a deformação viscosa resultante da cadeia de Kelvin. A partir disso, obtém-se diretamente a função de sua fluência conforme expressão (28).

$$\varepsilon_c(t, t') = \sigma(t') \cdot \sum_{\mu=1}^5 \frac{1}{E_\mu} (1 - e^{-(t-t')/\tau_\mu}) \quad (27)$$

$$\gamma(t, t') = \sum_{\mu=1}^5 \frac{1}{E_\mu} (1 - e^{-(t-t')/\tau_\mu}); \quad \tau_\mu = \frac{\eta_\mu}{E_\mu} \quad (28)$$

Sendo:

$\varepsilon_c(t)$  = deformação da cadeia de Kelvin sem envelhecimento;

$\sigma(t')$  = tensão atuante, aplicada na idade  $t'$  do concreto;

$\gamma(t, t')$  = função de fluência sem envelhecimento;

$t'$  = idade do concreto quando foi aplicada a carga;

$t$  = idade do concreto;

$\tau_\mu$  = tempo de retardamento da unidade  $\mu$ .

Segundo Bazant e Prasannan (1988) a deformação total no concreto se dá pela soma das parcelas: elástica, viscoelástica  $\varepsilon^v$  e viscosa  $\varepsilon^f$  (para tensões elevadas, esta representa a deformação viscoplástica), e devido à retração  $\varepsilon^o$ . O modelo descrito está ilustrado na Figura 13. No presente trabalho, não se considerou altas tensões para o concreto em fluência, de forma que as parcelas  $\varepsilon^v$  e  $\varepsilon^f$  foram consideradas juntas na lei de fluência.

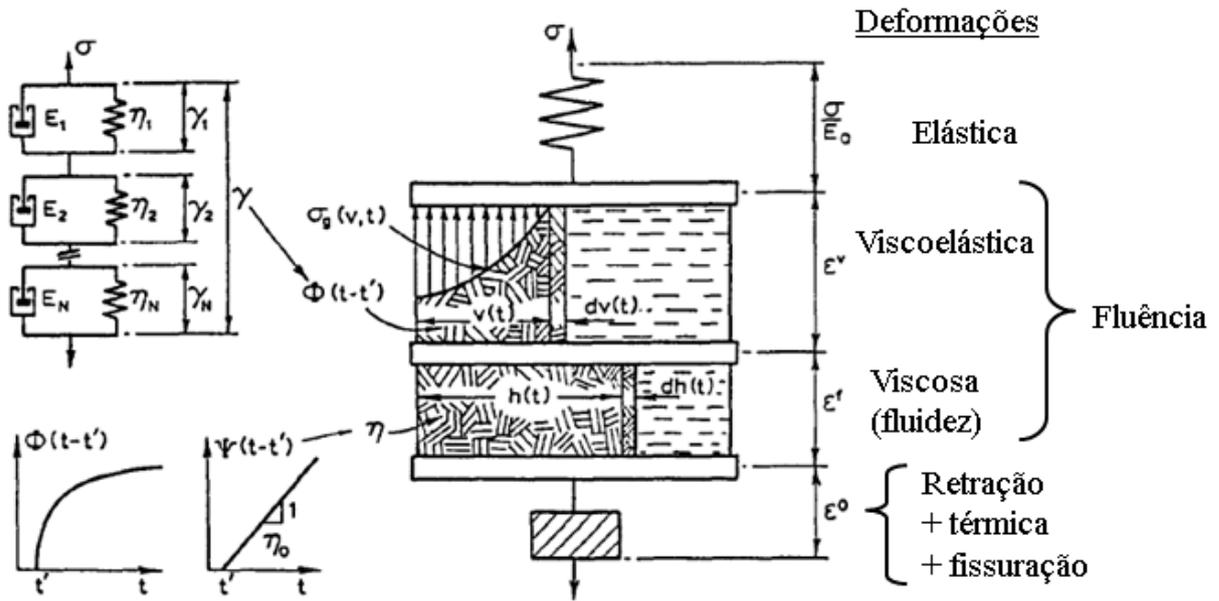


Figura 13 – Representação do concreto (BAZANT; PRASANNAN, 1988)

Dessa forma, a deformação total do concreto é dada pela equação (29), sendo  $E(t')$  o módulo de elasticidade da mola isolada para idade do concreto  $t'$ ,  $\epsilon_c(t, t')$  a deformação devido a fluência e  $\epsilon_o(t)$  a deformação devido à retração.

$$\epsilon(t, t') = \frac{\sigma}{E(t')} + \epsilon_c(t, t') + \epsilon_o(t) \quad (29)$$

Considerando a teoria da solidificação, a expressão para a função de fluência pode ser dada pela equação (30), na qual  $J(t, t')$  é a função de fluência considerando o envelhecimento e  $V(t)$  é a função de envelhecimento devido variação do volume do concreto.

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\gamma(t, t')}{V(t)} \quad (30)$$

#### 2.4.2.2 Parâmetros do modelo de Kelvin

Para definição dos módulos de elasticidade da cadeia de Kelvin, é preciso aproximar a função  $\gamma(t, t')$  apresentada na equação (28), conhecida por série de Dirichlet (ou Prony), a um modelo de fluência escolhido, que é calculado em N pontos. Essa aproximação é feita pelo método dos mínimos quadrados, que consiste na resolução do sistema:  $[A]\{X\} = [B]$ , sendo os componentes do sistema apresentados em (31), (32) e (33) (DIAS, 2013). É importante destacar

que o ajuste do modelo pode levar a valores negativos de módulo de elasticidade, pois que não têm significado físico, sendo apenas um ajuste matemático.

$$A(i, j) = \sum_{k=1}^N [1 - e^{-(t-t')/\tau_i}] [1 - e^{-(t-t')/\tau_j}] \quad (31)$$

$$B(i) = \sum_{k=1}^N \gamma(t, t') [1 - e^{-(t-t')/\tau_i}] \quad (32)$$

$$X(j) = 1/E_j \quad (33)$$

A resolução de um sistema de equações está relacionado com o seu condicionamento. Para garantir que o sistema seja bem condicionado, devem-se definir os tempos de retardamento, sugere-se que os mesmos sigam a formulação apresentada na expressão (34), sendo  $\tau_1$  o tempo de retardamento para a unidade 1 (BAZANT; PRASANNAN, 1989).

$$\tau_\mu = \tau_1 \cdot 10^{\mu-1}; \mu = 1, 2, \dots, n \quad (34)$$

Bazant e Prasannan (1989) apresentam algumas premissas para a escolha de  $\tau_1$ , desse modo optou-se por  $\tau_1 = 0,01t'$ , sendo  $t'$  o momento da aplicação da primeira carga, valores já utilizados em Dias (2013). Além disso, é importante que os tempos de retardamento abranjam boa parte do período de interesse, Dias (2013) definiu:  $\tau_N \geq 0,5t_{m\acute{a}x}$ , sendo este o tempo final da análise.

Normalmente adota-se um número padrão de unidades de Kelvin, entretanto optou-se por calcular o número de unidades da cadeia utilizando a premissa de que o último tempo de retardamento atendesse a condição exposta, assim como foi feito em Dias (2013). Sendo limitado o número de unidades de Kelvin a seis.

Para resolução do sistema de equações apresentado anteriormente é necessária a escolha dos tempos para o cálculo da função a ser aproximada. Como a função está relacionada com o tempo atual e o tempo de aplicação de carga, na verdade, a questão está em definir intervalos de tempo  $(t - t')$ . Bazant e Prasannan (1989) sugerem que esses intervalos de tempo sejam lineares em

escala logarítmica, então estes podem ser calculados pela equação (35), sendo  $m$  o número de intervalos de tempo em uma década.

$$(t - t')_n = 10^{1/m} \cdot (t - t')_{n-1}; \quad n = 1, 2, \dots \quad (35)$$

Segundo Dias (2013), adotando valor de  $m$  igual a 10, já se tem uma boa aproximação. Outra questão a ser definida é o primeiro passo de tempo, sendo que para o mesmo adotou-se o que a referida autora propôs:  $(t - t')_1 = 0,1t'$ .

#### 2.4.2.3 Solução numérica com algoritmo exponencial

Para resolução da equação (26), deve-se fazer uma integração numérica, e para que esta seja mais efetiva utilizasse o algoritmo exponencial, de forma que os passos de tempo podem chegar a valores bem maiores que o menor dos tempos de retardação. Nesse algoritmo considera-se que a tensão varia linearmente com o tempo. Assim a solução para equação (26), é expressa por (36) (BAZANT; PRASANNAN, 1988).

$$\varepsilon_{\mu(i+1)} = \varepsilon_{\mu(i)} e^{-\Delta y_{\mu}} + \frac{\sigma_i}{E_{\mu}} \cdot (1 - e^{-\Delta y_{\mu}}) + \frac{1 - \lambda_{\mu}}{E_{\mu}} \cdot \Delta \sigma \quad (36)$$

$$\Delta y_{\mu} = \frac{\Delta t}{\tau_{\mu}}; \quad \lambda_{\mu} = \frac{(1 - e^{-\Delta y_{\mu}})}{\Delta y_{\mu}}$$

Sendo:

$\varepsilon_{\mu(i+1)}$  = deformação viscoelástica da unidade  $\mu$  sem envelhecimento, para o tempo  $t_{i+1}$ ;

$\varepsilon_{\mu(i)}$  = deformação viscoelástica da unidade  $\mu$  sem envelhecimento, para o tempo  $t_i$ ;

$\sigma_i$  = tensão aplicada no tempo  $t_i$ ;

$E_{\mu}$  = módulo de elasticidade da mola  $\mu$ ;

$\Delta t$  = variação de tempo entre  $t_{i+1}$  e  $t_i$ ;

$\tau_{\mu}$  = tempo de retardamento da unidade  $\mu$ ;

$\Delta y_{\mu}, \lambda_{\mu}$  = variáveis auxiliares no cálculo da deformação viscoelástica.

Pode-se então, calcular o incremento de deformação viscoelástica sem envelhecimento como  $\Delta \varepsilon_{\mu} = \varepsilon_{\mu(i+1)} - \varepsilon_{\mu(i)}$ , logo, substituindo (36) nessa expressão, obtém-se (37) (BAZANT; PRASANNAN, 1989).

$$\Delta\varepsilon_\mu = \left( \frac{\sigma_i}{E_\mu} - \varepsilon_{\mu(i)} \right) \cdot (1 - e^{-\Delta y_\mu}) + \frac{1 - \lambda_\mu}{E_\mu} \cdot \Delta\sigma \quad (37)$$

$$\varepsilon_{\mu(i)}^* = \frac{\sigma_i}{E_\mu} - \varepsilon_{\mu(i)} \quad (38)$$

A partir de (38), pode-se escrever (39), sendo  $\varepsilon_{\mu(i+1)}^*, \varepsilon_{\mu(i)}^*$  a deformação viscosa da unidade  $\mu$  em  $t_{i+1}$  e  $t_i$ , pois o que interessa de fato no processo iterativo da solução é definir a parcela viscosa e não a deformação total.

$$\varepsilon_{\mu(i+1)}^* = \frac{\sigma_{i+1}}{E_\mu} - \varepsilon_{\mu(i+1)} \quad (39)$$

Conforme deduzido por Dias (2013), substituindo (36) na variável  $\varepsilon_{\mu(i+1)}$  de (39), pode-se calcular a deformação em cada unidade de Kelvin conforme expressão (40), e se introduzido o envelhecimento a partir da função de mudança de volume  $V(t)$ , obtém-se a expressão (41).

$$\varepsilon_{\mu(i+1)}^* = \frac{\lambda_\mu}{E_\mu} \cdot \Delta\sigma + \varepsilon_{\mu(i)}^* \cdot e^{-\Delta y_\mu} \quad (40)$$

$$\varepsilon_{\mu(i+1)}^* = \frac{\lambda_\mu}{E_\mu V_{i+1/2}} \cdot \Delta\sigma + \varepsilon_{\mu(i)}^* \cdot e^{-\Delta y_\mu} \quad (41)$$

Sendo  $\Delta\sigma$  a variação de tensão no dado intervalo e  $V_{i+1/2}$  é o volume do concreto calculado para o meio do intervalo de tempo entre  $t_i$  e em  $t_{i+1}$ .

Considerando o uso de elementos finitos tridimensionais, o cálculo se torna matricial, logo as deformações e tensões são expressas em vetores. Considerando que o material é isótropo, as deformações são calculadas pela expressão (42) (DIAS, 2013), na qual  $[D_\mu]^{-1}$  é o inverso da matriz constitutiva isotrópica elástica, considerando o módulo de elasticidade igual a  $E_\mu V_{i+1/2} / \lambda_\mu$ .

$$\{\varepsilon_{\mu(i+1)}^*\} = [D_{\mu}]^{-1} \cdot \{\Delta\sigma\} + \{\varepsilon_{\mu(i)}^*\} \cdot e^{-\Delta y_{\mu}} \quad (42)$$

Logo o incremento de deformação viscosa total da cadeia de Kelvin considerando o envelhecimento é dado pelo somatório apresentado na equação (43). De forma que a expressão (43) é o incremento de deformação não elástica  $\{\Delta\varepsilon^*\}$ , pois foi acrescentada a parcela devido à retração  $\{\Delta\varepsilon_o\}$ , que é independente da tensão (DIAS, 2013).

$$\{\Delta\varepsilon^*\} = \sum_{\mu=1}^N \{\varepsilon_{\mu(i)}^*\} \cdot (1 - e^{-\Delta y_{\mu}}) + \{\Delta\varepsilon_o\} \quad (43)$$

#### 2.4.2.4 Modelo para fluência: CEB-FIP90

O modelo de fluência foi utilizado para aproximar a função de fluência para a função expressa em (30), a partir do ajuste dos módulos de elasticidade das unidades de Kelvin pelo método dos mínimos quadrados e pela definição dos valores que representam a função  $V(t)$ . O primeiro modelo adotado, expresso por (44) foi apresentado pelo Código Modelo CEB-*fip* 90 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1993). Sendo este modelo limitado a concretos com resistência entre 1,2 e 8 kN/cm<sup>2</sup> (12 a 80 MPa), umidades do ar entre 40 e 100% e as tensões no concreto não podem superar 40% da sua resistência média à compressão calculada para o momento de aplicação da carga.

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\phi(t, t')}{E_{ci}}; \quad \phi(t, t') = \phi_0 \cdot \beta_c(t, t') \quad (44)$$

Sendo:

$J(t, t')$  = função de fluência considerando o envelhecimento;

$t'$  = idade do concreto quando foi aplicada a carga;

$t$  = idade do concreto;

$E(t')$  = módulo de elasticidade da mola isolada para idade do concreto  $t'$ ;

$\phi(t, t')$  = coeficiente de fluência;

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade aos 28 dias.

$\phi_0$  = coeficiente de fluência devido à idade de aplicação da carga;

$\beta_c(t, t')$  = coeficiente que descreve a fluência devido ao tempo de aplicação da carga;

Comparando as expressões (30) e (44) pode-se definir o coeficiente de fluência sem envelhecimento, que será ajustado pela cadeia de Kelvin e a função  $V(t)$ , responsável pelo envelhecimento. É importante destacar que a primeira parcela das duas expressões é a responsável pela deformação instantânea verificada na mola isolada. Logo, o modelo fica definido conforme a expressão (45).

$$\gamma(t, t') = \beta_c(t, t'); V(t) = \frac{E_{ci}}{\phi_0} \quad (45)$$

O coeficiente de fluência  $\phi_0$  que depende da idade de aplicação da carga do concreto é calculado a partir da equação (46), e os coeficientes que o compõe estão apresentados na expressão (47) (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1993).

$$\phi_0 = \phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t') \quad (46)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{(f_{cm28}/f_{cm0})^{0,5}} \quad \beta(t') = \frac{1}{0,1 + (t'_{aj}/t_1)^{0,2}} \quad (47)$$

Sendo:

$\phi_{RH}$  = coeficiente devido umidade do ambiente;

$\beta(f_{cm})$  = coeficiente devido à resistência média à compressão do concreto;

$\beta(t')$  = coeficiente devido idade do concreto na aplicação da carga;

$f_{cm28}$  = resistência média à compressão uniaxial do concreto aos 28 dias, neste caso em MPa;

$f_{cm0} = 1$  MPa;

$t'_{aj}$  = idade do concreto quando foi aplicada a carga ajustada devido efeito temperatura e tipo de cimento;

$t_1 = 1$  dia.

O coeficiente relacionado à umidade do ambiente é calculado conforme a expressão (48), e para que se considere o efeito de temperaturas diferentes de 20°C, deve ser corrigido conforme apresentado em (49).

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/RH_0}{0,46(h/h_0)^{1/3}} \quad (48)$$

$$\phi_T = \exp[0,015 \cdot (T/T_0 - 20)] \quad \phi_{RH,T} = \phi_T + (\phi_{RH} - 1) \cdot \phi_T^{1,2} \quad (49)$$

Sendo:

$RH$  = umidade do ambiente (%);

$RH_0=100\%$ ;

$h$  = espessura fictícia da peça de concreto (mm), dada pela área da seção transversal dividido pelo perímetro da seção que está exposto à atmosfera;

$h_0= 100$  mm;

$\phi_T$  = fator que leva em consideração temperaturas diferentes de 20°C;

$\phi_{RH,T} = \phi_{RH}$  corrigido pelo efeito de temperatura.

O ajuste da idade do concreto é feito primeiramente devido ao efeito de temperatura, segundo (50) e em seguida devido ao tempo de endurecimento do cimento, pela expressão (51) (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1993).

$$t'_T = \sum_{i=1}^N \Delta t_i \cdot \exp\left(13,65 - \frac{4000}{273 + T_i(\Delta t_i)/T_0}\right) \quad (50)$$

$$t'_{aj} = t'_T \cdot \left[ \frac{9}{2 + (t'_T/t'_{1,T})^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \quad (51)$$

Sendo:

$t'_T$  = idade do concreto quando foi aplicada a carga ajustada devido efeito temperatura;

$\Delta t_i$  = número de dias em que a temperatura se manteve igual a  $T_i$ ;

$T_i(\Delta t_i)$  = temperatura, em °C;

$T_0 = 1^\circ\text{C}$ ;

$t'_{aj}$  = idade do concreto quando foi aplicada a carga ajustada devido ao efeito temperatura e tipo de cimento;

$t'_{1,T} = 1$  dia;

$\alpha$  = fator relacionado com o tipo de cimento, -1 para endurecimento lento, 0 para endurecimento normal a rápido e 1 para endurecimento rápido e cimento de alta resistência.

A função que é ajustada pela cadeia de Kelvin, pode ser calculada pela equação (52), sendo o coeficiente de umidade calculado por (53). Para considerar o efeito de temperatura,  $\beta_H$  deve ser multiplicado por  $\beta_T$ , calculado pela expressão (54).

$$\beta_c(t, t') = \left[ \frac{(t - t')/t_1}{\beta_H + (t - t')/t_1} \right]^{0,3} \quad (52)$$

$$\beta_H = 150 \cdot \left\{ 1 + \left( 1,2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right\} \cdot \frac{h}{h_0} + 250 \leq 1500 \quad (53)$$

$$\beta_T = \exp[1500/(273 + T/T_0) - 5,12] \quad (54)$$

Sendo:

$\beta_H$  = fator relacionado a umidade do ar no coeficiente  $\beta_c(t, t')$ ;

$\beta_T$  = coeficiente que considera o efeito de temperaturas diferentes de 20°C em  $\beta_H$ .

O módulo de elasticidade para as diferentes idades do concreto precisa ser calculado para definição da deformação instantânea. O CEB-FIP-90 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1993) usa a expressão (55), e o fator de correção pode ser calculado por (56).

$$E(t') = \beta_E(t) \cdot E_{ci} \quad (55)$$

$$\beta_E(t) = \sqrt{\beta_{cc}(t)} \quad \beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \cdot \left[ 1 - \left( \frac{28}{t'_{aj}/t_1} \right)^{0,5} \right] \right\} \quad (56)$$

Sendo:

$E(t')$  = módulo de elasticidade da mola isolada para idade do concreto  $t'$ ;

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade aos 28 dias.

$\beta_E(t)$  = fator de correção dependente da idade do concreto;

$\beta_{cc}(t)$  = fator de correção dependente da idade do concreto;

$s$  = fator dependente do tipo de cimento, 0,38 para endurecimento lento, 0,25 para endurecimento normal a rápido e 0,20 para endurecimento rápido e cimento de alta resistência.

Além dos fatores de correção, o módulo de elasticidade também precisa ser ajustado devido ao efeito de temperatura diferente de 20°C, segundo a equação (57) do CEB-FIP-90 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1993).

$$E(T) = E(t') \cdot (1,06 - 0,003 T/T_0) \quad (57)$$

#### 2.4.2.5 Modelo para retração: CEB-FIP-90

Para inclusão do efeito de retração no modelo, acrescenta-se o incremento de deformação por retração à deformação calculada pelo modelo viscoelástico, como foi feito na expressão (43). Sendo essa deformação calculada segundo Código Modelo CEB *fip* 90 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1993), a partir da equação (58), o qual considera que o tempo de cura não ultrapassa 14 dias.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t, t_s) \quad (58)$$

Sendo:

$\varepsilon_{cs}(t, t_s)$  = deformação por retração;

$t_s$  = idade do concreto em que inicia a retração, equivalente ao fim do período de cura úmida do concreto;

$t$  = idade do concreto;

$\varepsilon_{cs0}$  = coeficiente de retração básica;

$\beta_s(t, t_s)$  = coeficiente de retração devido ao tempo que o concreto está sofrendo retração.

O fator de retração básica  $\varepsilon_{cs0}$  independe do tempo que o concreto está em cura úmida ou não, é uma característica intrínseca e é calculado pela expressão (59). E os coeficientes que a compõem são calculados por (60) e (61), conforme a referida norma.

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH} \quad (59)$$

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + 10\beta_{sc}(9 - f_{cm28}/f_{cm0})] \cdot 10^{-6} \quad (60)$$

$$\beta_{sRH} = 1 - \left(\frac{RH}{RH_0}\right)^3 \quad \beta_{RH} = \begin{cases} -1,55\beta_{sRH}, & \text{para } 40\% \leq RH \leq 99\% \\ 0,25 & \text{para } RH \geq 99\% \end{cases} \quad (61)$$

Sendo:

$\varepsilon_s(f_{cm})$  = fator relacionado com a resistência média a compressão do concreto;

$\beta_{RH}$  = fator relacionado com a umidade do ambiente;

$\beta_{sc}$  = fator dependente do tipo de cimento, 4 para endurecimento lento, 5 para endurecimento normal a rápido e 8 para endurecimento rápido e cimento de alta resistência;

$\beta_{sRH}$  = fator relacionado com a umidade do ambiente, considerado para cálculo de  $\beta_{RH}$ .

Já o coeficiente que representa a deformação devido ao tempo pelo qual o concreto está sujeito aos efeitos de retração por secagem, pode ser calculado pela equação (62) e (63), segundo o Código Modelo CEB *fi*p90, onde já está sendo feita a correção devido efeitos de temperatura (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1993).

$$\beta_s(t, t_s) = \left[ \frac{(t - t_s)/t_1}{\alpha_{sT}(T) + (t - t_s)/t_1} \right]^{0,5} \quad (62)$$

$$\alpha_{sT}(T) = 350 \cdot \left( \frac{h}{h_0} \right)^2 \cdot \exp \left[ -0,06 \left( \frac{T}{T_0} - 20 \right) \right] \quad (63)$$

#### 2.4.2.6 Modelo para fluência: FIB-2010

O segundo modelo simulado foi o mais recente apresentado pelo Código Modelo FIB 2010 (FÉDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012), conforme expressão (64). Seu limite de aplicabilidade delimita concretos com resistência característica a compressão entre 2 e 13 kN/cm<sup>2</sup> (20 a 130 MPa), expostos a umidade relativa do ar entre 40 e 100% e sujeitos a tensões que não ultrapassem 40% da resistência média à compressão calculada para o momento de aplicação da carga.

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\phi(t, t')}{E_{ci}}; \quad \phi(t, t') = \phi_{bc}(t, t') + \phi_{dc}(t, t') \quad (64)$$

A mudança em relação ao código anteriormente apresentado está na definição do coeficiente de fluência, que agora é composto por  $\phi_{bc}$ , que é o coeficiente de fluência básico e  $\phi_{dc}$  definido como coeficiente de fluência por secagem. Sendo que ambos são dependentes do tempo de atuação das cargas. Dessa forma, ao comparar as expressões (30) e (64) verifica-se que não é possível separar uma parcela independente do tempo, logo, o ajuste do modelo teve de ser feito de maneira distinta e será apresentado a seguir. Por hora, basta definir a função de fluência utilizada no ajuste e a função  $V(t)$ . Logo, o modelo fica definido conforme (65), sendo que a função de envelhecimento perde um pouco o significado, pois assume um valor constante.

$$\gamma(t, t') = \phi_{bc}(t, t') + \phi_{dc}(t, t'); V(t) = E_{ci} \quad (65)$$

O coeficiente de fluência básico pode ser calculado pela expressão (66) (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012).

$$\phi_{bc}(t, t') = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t, t') \quad (66)$$

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1,8}{f_{cm28}^{0,7}} \quad \beta_{bc}(t, t') = \ln \left( \left( \frac{30}{t'_{aj}} + 0,035 \right)^2 + (t - t') + 1 \right) \quad (67)$$

O ajuste da idade do concreto é feito da mesma maneira que apresentada para o CEB-FIP-90. Já o coeficiente de secagem é calculado a partir de quatro outros coeficientes, conforme a expressão (68) (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012). Os três primeiros coeficientes podem ser calculados pelas equações expressas em (69). Vale ressaltar que a espessura fictícia é dada em milímetros.

$$\phi_{dc}(t, t') = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(t') \cdot \beta_{dc}(t, t') \quad (68)$$

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{f_{cm28}^{1,4}} \quad \beta(RH) = \frac{1 - \frac{RH}{100}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h}{100}}} \quad \beta_{dc}(t') = \frac{1}{0,1 + t'_{aj}^{0,2}} \quad (69)$$

O quarto coeficiente, relacionado com o tempo de duração da carga, é calculado a partir de outros coeficientes, de forma que pode ser completamente definido pelas expressões (70) e (71) (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012).

$$\beta_{dc}(t, t') = \left[ \frac{(t - t')}{\beta_h + (t - t')} \right]^{\gamma(t')} \quad (70)$$

$$\gamma(t') = \frac{1}{2,3 + \frac{3,5}{\sqrt{t'_{aj}}}} \quad \alpha_{f_{cm}} = \left( \frac{35}{f_{cm28}} \right)^{0,5} \quad \beta_h = 1,5 \cdot h + 250 \cdot \alpha_{f_{cm}} \leq 1500 \cdot \alpha_{f_{cm}} \quad (71)$$

Para temperaturas diferentes de 20°C o fator  $\beta_h$  deve ser corrigido, multiplicando-se o mesmo pelo valor  $\beta_T$  calculado na expressão (54), igual ao CEB-FIP-90. Além disso, os coeficientes

de fluência básico e por secagem devem ser ajustados pelo fator  $\phi_T$  calculado em (49) conforme as expressões em (72) (FÉDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012).

$$\phi_{bc,T} = \phi_{bc} \cdot \phi_T \qquad \phi_{dc,T} = \phi_{dc} \cdot \phi_T^{1,2} \qquad (72)$$

O cálculo do módulo de elasticidade do concreto, considerando seu envelhecimento pelo FIB-2010 é feito da mesma maneira descrita anteriormente para o CEB-FIP-90, expressões (55) e (56). A única diferença entre os modelos fica na determinação do valor de referência aos 28 dias, na norma mais recente o módulo de elasticidade aos 28 dias é multiplicado pelo fator dependente do tipo de agregado. Além disso, a correção do módulo de elasticidade devido à temperatura também respeita a expressão (57), apresentada anteriormente para o CEB FIP-90.

#### 2.4.2.7 Modelo para retração: FIB-2010

A retração calculada pelo FIB-2010 é inserida no modelo da mesma forma feita no CEB-FIP-90: soma-se a parcela calculada por retração às deformações instantânea e de fluência. Conforme o Código Modelo FIB 2010 (FÉDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012), essa parcela é definida pela expressão (73).

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \qquad (73)$$

Sendo que  $\varepsilon_{cas}$  representa a retração autógena e  $\varepsilon_{cds}$  representa a retração por secagem, de maneira similar a que se definiu a fluência pelo referido código. A retração autógena  $\varepsilon_{cas}$  é calculada pelas expressões (74) e (75), e esta independe do tempo de cura, sendo uma característica intrínseca do concreto. Sendo  $\alpha_{as}$  relacionado ao tipo de cimento, definido conforme a Tabela 1 (FÉDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012).

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \qquad (74)$$

$$\varepsilon_{cas}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \left( \frac{f_{cm28}/10}{6 + f_{cm28}/10} \right)^{2,5} \cdot 10^{-6} \qquad \beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot \sqrt{t}) \qquad (75)$$

O Código Modelo (FÉDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012) define que a deformação devido à retração por secagem está diretamente relacionado com o tempo de cura, sendo que a formulação delimita o tempo de cura a 14 dias. A mesma é definida pela expressão

(76), sendo a deformação relacionada com a resistência do concreto expressa em (77). Os coeficientes  $\alpha_{ds1}$  e  $\alpha_{ds2}$ , relacionadas ao tipo de cimento, apresentados na Tabela 1.

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t, t_s) \quad (76)$$

$$\varepsilon_{cds}(f_{cm}) = -[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp(-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm28})] \cdot 10^{-6} \quad (77)$$

Tabela 1 – Parâmetros relacionados ao tipo de cimento

Tipo de cimento	$\alpha_{as}$	$\alpha_{ds1}$	$\alpha_{ds2}$
<b>endurecimento lento</b>	800	3	0,013
<b>endurecimento normal a rápido</b>	700	4	0,012
<b>endurecimento rápido e alta resistência inicial</b>	600	6	0,012

(fonte: adaptado de FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012)

A parcela da retração por secagem devido à umidade do ambiente é definida pela expressão (78), sendo necessário o cálculo dos fatores expressos em (79). Para considerar o efeito de temperaturas diferentes de 20° C, deve-se ainda fazer a correção apresentada na equação (80) (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012).

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{RH}{100} \right)^3 \right] & \text{para } 40 \leq RH < RH_T \\ 0,25 & \text{para } RH \geq RH_T \end{cases} \quad (78)$$

$$\beta_{s1} = \left( \frac{35}{f_{cm28}} \right)^{0,1} \leq 1,0 \quad \beta_{s1,T} = \left( \frac{T - 20}{25} \right)^3 \quad RH_T = 99 \cdot \beta_{s1} + \beta_{s1,T} \leq 100\% \quad (79)$$

$$\beta_{sT} = 1 + \left( \frac{4}{103 - RH} \right) \cdot \left( \frac{T - 20}{40} \right) \quad \beta_{RH,T} = \beta_{RH} \cdot \beta_{sT} \quad (80)$$

Por último, a retração por secagem relacionada com o tempo de cura e a espessura fictícia pode ser calculada pela equação (81), de forma que calculando o valor de  $\alpha_{sT}$ , expressão (82), já é considerado efeito de temperaturas diferentes de 20 °C (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, 2012).

$$\beta_{as}(t, t_s) = \left[ \frac{(t - t_s)}{\alpha_{sT}(T) + (t - t_s)} \right]^{0,5} \quad (81)$$

$$\alpha_{sT}(T) = 0,035 \cdot h^2 \cdot \exp[-0,06(T - 20)] \quad (82)$$

### 3 ANÁLISE NUMÉRICA

Como já comentado, a análise numérica desenvolvida neste trabalho foi realizada no *software* ANSYS (modo APDL), sendo os resultados confrontados com análises desenvolvidas no *software* resultante de pesquisas anteriores realizadas no CEMACOM/UFRGS e com os resultados dos ensaios experimentais; para o caso do comportamento elastoplástico, também foram considerados os resultados dos modelos desenvolvidos por Kotinda (2006) e Queiroz et al. (2007). Pois, conforme Vellasco et al. (2014), a calibração de modelos deve ser feita a partir de resultados experimentais ou modelos analíticos. Sempre lembrando que podem ocorrer erros nos processos experimentais, da mesma maneira que podem existir erros numéricos.

Este capítulo apresenta de uma forma mais detalhada os modelos numéricos desenvolvidos no ANSYS: tipos de elementos e critérios utilizados no modelo e na análise não linear.

#### 3.1 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

O *software* ANSYS disponibiliza uma grande variedade de elementos, desde os unidimensionais até os tridimensionais. E para orientar o usuário, possui uma biblioteca interna que traz as informações pertinentes a cada elemento.

Baseado em Kotinda (2006) e Lazzari et al. (2016), foram adotados os elementos citados a seguir. Para a seção de aço da viga utilizou-se o elemento *shell181*, que é um elemento diferente que o empregado por Kotinda (2006). Para a laje de concreto utilizou-se o *solid186*, com armadura incorporada, representada pelo elemento *reinf264*. E para os conectores foram explorados dois modelos, apresentados em detalhe a seguir.

##### 3.1.1 Seção de aço

Para modelagem da seção de aço da viga mista, que pode ser um perfil ou então seção caixão, optou-se por utilizar o elemento *shell181*. No trabalho de Kotinda (2006), foi empregado o *shell43*, devido às atualizações do *software* esse elemento não está mais disponível na biblioteca e não se tem acesso a informações sobre ele, apesar de um código *script* com o mesmo ainda ser lido e interpretado pelo ANSYS.

O elemento *shell181*, ilustrado na Figura 14, é um elemento de casca com quatro nós, sendo que o número de graus de liberdade por nó depende da rigidez da placa. Quando for considerada

rigidez de membrana e rigidez a flexão, como é o caso deste trabalho, cada nó tem seis graus de liberdade (três translações: UX, UY, UZ; três rotações: ROTX, ROTY, ROTZ). Caso seja considerada somente rigidez de membrana, somente os graus de liberdade em translação são considerados (ANSYS, 2010).

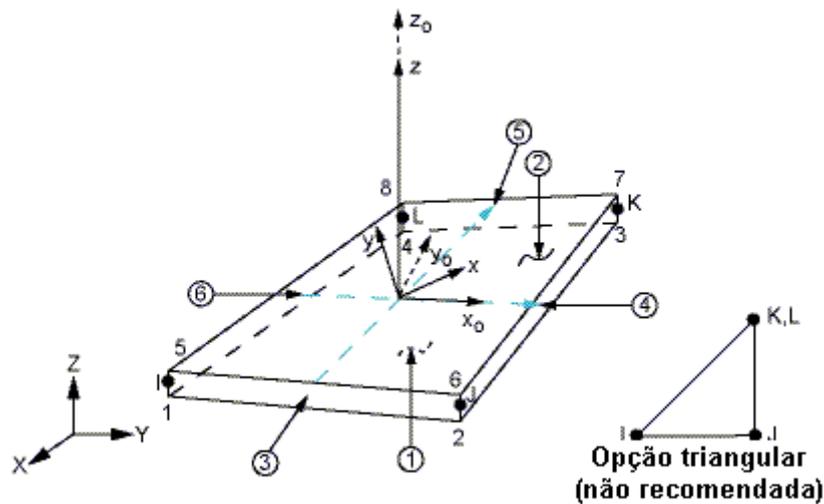


Figura 14 – Elemento *shell181* (ANSYS, 2010)

O elemento é baseado na teoria de placas de Mindlin-Reissner, teoria de deformação por corte de primeira ordem. Essa teoria considera as deformações devido ao cortante, mas considera que o cortante tem valor constante em toda seção. Logo, tem como pressuposto que seções planas permanecem planas após a deformação. A esse elemento pode ser associado diversos tipos de comportamento: elástico, plástico, fluência e hiperelástico. Pode-se fazer diversos tipos de análise, tais como, de estruturas pré-tensionadas, casos com grandes deformações, e também estudos de flambagem (ANSYS, 2010).

O ANSYS permite que sua integração seja completa ou reduzida, quando reduzida é feito o controle do efeito *hourglassing*. Segundo MacNeal e Harder (1988), formulação na qual o programa se baseou, a integração reduzida gera dois modos espúrios. No presente trabalho foi utilizada a integração reduzida com controle dos modos espúrios, que é a opção padrão do ANSYS.

Como esse elemento pode ser empregado em problemas com grandes deformações, o mesmo trabalha com deformações e tensões verdadeiras e tensões reais que são definidas pela expressão (83).

$$\varepsilon_T = \ln(1 + \varepsilon); \sigma_T = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (83)$$

Em que  $\varepsilon$  e  $\sigma$  são a deformação e tensão convencionais e  $\varepsilon_T$  e  $\sigma_T$  são a deformação verdadeira e a tensão verdadeira. No caso dos problemas a serem tratados as deformações são pequenas, logo a diferença entre os valores de deformação convencional e verdadeira não é significativa. Portanto os valores que descrevem o material, que o elemento *shell181* representa no modelo numérico, são os de tensões e deformações convencionais.

Esse elemento pode ser dividido em diversas camadas, sendo que o usuário deve definir as seguintes informações para cada camada: espessura, tipo de material, orientação da seção, número de pontos de integração ao longo da espessura, nome da seção. A saber, o padrão do ANSYS são três pontos de integração. As tensões são calculadas para o centro de cada camada, conforme opções do usuário, os resultados são extrapolados para o topo e/ou base de cada camada. No presente trabalho considerou-se apenas uma camada, e, como trabalhou-se com material elastoplástico, foram necessários cinco pontos de integração ao longo da espessura. Esse valor é o mínimo aceito pelo ANSYS nesse tipo de análise.

### 3.1.2 Laje

A laje foi modelada com o elemento *solid186*, este elemento foi empregado no trabalho de Lazzari et al. (2016). Conforme a biblioteca do ANSYS (2010), trata-se de um elemento quadrático tridimensional, com vinte nós, sendo que cada nó possui três graus de liberdade em translação.

Este elemento possui uma característica importante que difere do elemento *solid65* (elemento para o concreto fornecido pelo ANSYS): pode-se utilizar o modelo de armadura incorporada no elemento, como mostrado na Figura 15. No entanto, o *solid186* não é compatível com o modelo desenvolvido para o concreto pelo ANSYS (*Concrete*), que possui formulação baseada no critério, de cinco parâmetros, de Willam Warnke (CHEN, 1982). Entretanto, o mesmo aceita modelos de materiais fornecidos pelo usuário, módulo *usermat* do *software*.

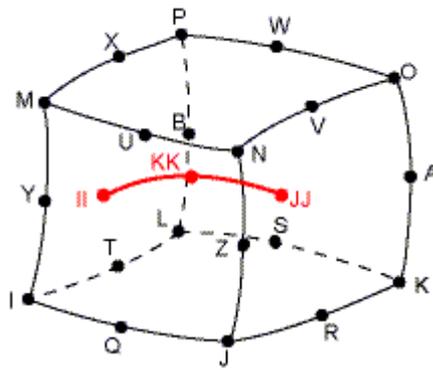


Figura 15 – *Reinf264* associado ao *solid186* (ANSYS, 2010)

O elemento permite que seja utilizada integração completa ou reduzida, sendo utilizada, no presente trabalho, integração completa. Assim como o elemento *shell181*, este também pode ser dividido em camadas, entretanto esta opção não foi utilizada e o elemento foi considerado homogêneo com armadura incorporada, através do *reinf264*. O *solid186* suporta diversos modelos de constitutivos: elástico, plástico, hiperelástico, fluência, sendo sua formulação baseada em Zienkiewicz (1977).

O elemento *reinf264* é indicado para modelar armadura, pois possui somente rigidez axial e pode ser colocado em qualquer orientação dentro do elemento base. As coordenadas nodais, graus de liberdade e conectividade são iguais às do elemento base. É importante destacar que este elemento só pode ser gerado depois que a malha do seu elemento base for gerada. De forma que o mesmo é inserido dentro de cada elemento finito de acordo com sua orientação e posições relativas dos nós de extremidade. O elemento permite análises de grande deformações e também pode representar armaduras ativas, pois permite que o usuário defina um estado de tensões inicial (ANSYS, 2010).

### 3.1.3 Conectores

Os conectores, como já é sabido, têm a função de tornar o comportamento dos dois elementos (aço e concreto) em um comportamento único de uma estrutura mista monolítica, transferindo o fluxo de tensões da laje para a viga metálica. Por isso a modelagem dessa região merece especial atenção. Estudando as diversas formas de modelagem, confrontou-se com duas possibilidades:

- a) modelo utilizando elementos de contato;
- b) modelo considerando ensaio de *push out*.

O modelo utilizando elementos de contato foi desenvolvido no trabalho de Kotinda (2006), e os elementos finitos utilizados no mesmo estão detalhados no item a seguir. Esse modelo considera que a laje e o perfil metálico podem escorregar, e o nível de escorregamento entre as superfícies está relacionado com o atrito entre os elementos (representado pelos elementos do par de contato) e com a rigidez dos conectores (elemento *beam189*).

A segunda possibilidade é expressar o comportamento da região diretamente pela curva gerada pelo ensaio de *push out*, que consiste na aplicação de carga no perfil metálico paralela à interface dos materiais. Dessa forma o resultado desse experimento é uma curva que relaciona carga de cisalhamento aplicada indiretamente nos conectores e o escorregamento que irá existir entre a laje e o perfil, que nada mais é que a deformação do conector. Seguindo essa linha de raciocínio, essa concepção de modelo pode ser feita de duas maneiras. A primeira, implementada por Queiroz et al. (2007) e aplicada neste trabalho, foi a modelagem através de elementos *combin39*, que está detalhada no item 3.1.3.2. A outra possibilidade seria utilizar o elemento *beam189*, e através de uma subrotina *usermatbm* inserir o comportamento segundo a curva experimental. Essa última traduz para o ANSYS o que foi implementado em Tamayo (2011).

### 3.1.3.1 Modelo utilizando elementos de contato

O elemento utilizado para representar os conectores foi o *beam189*, que se trata de um elemento unidimensional quadrático com 3 nós, e um nó extra para orientar a seção transversal (Figura 16). Possui 6 graus de liberdade (3 relativos a rotação e 3 relativos a translação), podendo existir um sétimo grau de liberdade relacionado ao empenamento, entretanto esse não foi considerado neste trabalho.

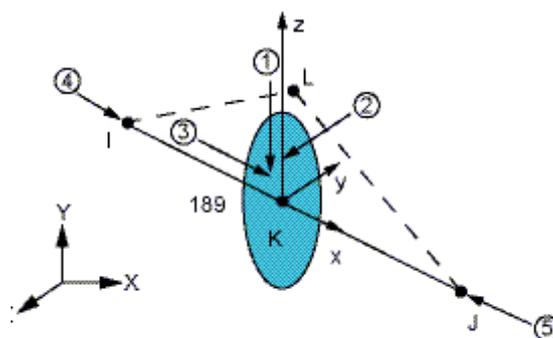
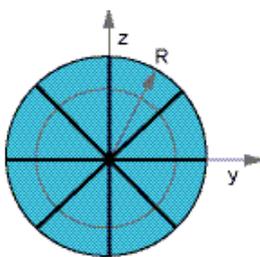


Figura 16 – Elemento *beam189* (ANSYS, 2010)

Conforme a biblioteca do ANSYS (2010), esse elemento é baseado na teoria de vigas de Timoshenko, que é uma teoria de deformação por corte de primeira ordem, ou seja, considera-se as deformações devido ao esforço cortante, sendo essas deformações constantes ao longo de toda seção transversal, o que implica na premissa de que seções planas permanecem planas após a deformação. O que viabiliza análises de grandes deformações. Esse elemento permite que sejam atribuídos modelos elásticos, plásticos, de fluência, e também permite que seja inserido comportamento pelo usuário, através da subrotina *usermat*.

A formulação para o elemento utilizada pelo ANSYS se baseia em dois trabalhos: Simo e Vu-Quoc (1986) e Ibrahimbegovic (1995). Segundo Simo e Vu-Quoc (1986) a integração é reduzida, e não são gerados modos espúrios. Ibrahimbegovic (1995) trouxe a possibilidade do uso de elementos inicialmente curvos, que é uma opção a mais do elemento *beam189* em relação ao elemento similar *beam188*. Outra questão importante resolvida em Ibrahimbegovic (1995) é a não ocorrência dos efeitos de travamento (*shear locking* e *membrane locking*).

O ANSYS (2010) fornece algumas opções de seção transversal padrão, mas também é possível que o usuário defina uma seção diferente. No caso do uso das seções disponíveis, o *software* calcula as propriedades da seção por integração, de forma que este divide a seção em um número padrão de células cada uma com 9 nós e quatro pontos de integração. É possível que o usuário defina o número de divisões da seção, no caso da Figura 17, o círculo sólido é dividido em 16 partes, 8 divisões na circunferência e 2 no sentido radial.



**Dados a serem fornecidos: R,N,T, sendo:**

**R = raio**

**N = número de divisões ao longo da circunferência,  
(maior valor gera um sensível aumento da acurácia); padrão = 8**

**T = número de divisões ao longo do raio; padrão = 2**

Figura 17 – Seção circular sólida (ANSYS, 2010)

Outra configuração para esse elemento, importante para análise de grandes deformações, é a consideração da seção rígida ou então sua rigidez é definida em função da deformação axial.

Neste caso, considerou-se a segunda opção. Em relação à deformação por corte, esta pode ser considerada como resultado de torção, flexão ou ambos os esforços, que é a alternativa adotada.

A interface entre a seção de aço e concreto é modelada com elementos de contato, de forma que são necessários dois elementos para gerar o contato: *conta* e *targe*. Sendo utilizados os elementos *conta173* e *targe170*. A Figura 18 apresenta esses elementos e também o *conta174*, que é similar ao *conta173*, mas de maior ordem. Esses elementos podem representar um contato entre uma superfície rígida e outra flexível, ou entre duas superfícies flexíveis. No primeiro caso, a superfície *targe* deve ser a rígida, entretanto no modelo estudado considerou-se que ambas eram flexíveis.

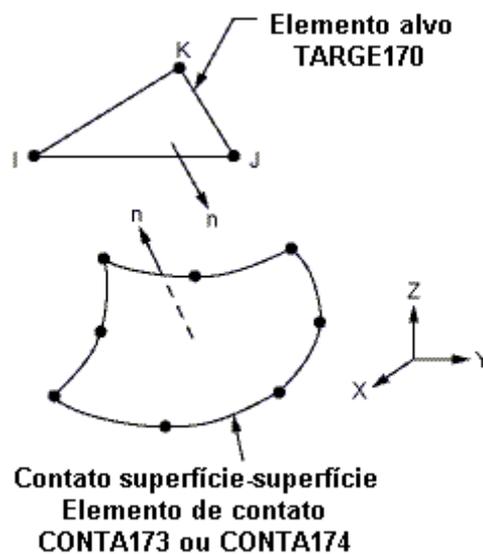


Figura 18 – Elementos que formam o par de contato (adaptado de ANSYS, 2010)

O elemento *conta173* possui 4 nós e geometria de acordo com o elemento no qual está em contato. É importante que o sentido da normal, dado pela conectividade dos nós, seja o mesmo do seu elemento base. O usuário deve definir os graus de liberdade relacionados com o contato, através do *Keyopt(1)* (ANSYS, 2010). Neste caso, foram atribuídos os graus de liberdade em translação (UX, UY, UZ), mas também são disponibilizados pelo *software* contato térmico, elétrico e magnético. A partir das características do contato, deve-se fornecer adequadamente as constantes reais. Como este elemento possui variadas possibilidades para o contato, o mesmo também possui muitas constantes reais que, conforme o tipo de contato, devem ou não ser definidas pelo usuário.

Em termos de modelagem do contato, optou-se pelo algoritmo de solução que utiliza o método de Multiplicadores de Lagrange e Penalidade para o contato normal e tangente, respectivamente. Considerou-se que não era possível a separação, nem a penetração das superfícies. Devido ao uso desse método, o contato é detectado nos nós dos elementos *targe170* e não nos pontos de integração.

Tratando um pouco em específico do elemento *targe170*, esse elemento pode assumir diversas formas e número de nós variados, sempre relacionado às características do elemento a que está conectado. No modelo empregado, esse elemento está ligado à laje de concreto e o elemento *conta173* ao perfil metálico. É importante que o vetor normal do elemento de contato tenha a mesma direção do elemento base, e que as direções normais dos elementos do par de contato sejam opostas (Figura 18). A atribuição deste elemento ao modelo físico foi feita quando é gerada a malha da área da face inferior da laje correspondente à região de contato com o perfil.

As constantes reais e a relação constitutiva definidas são associadas aos dois elementos (*conta173* e *targe170*). Na modelagem, criaram-se, primeiramente, os elementos *targe170* em contato com a laje de concreto e em seguida os elementos *conta173*, aderidos aos elementos *shell181* da mesa superior do perfil (Figura 19).

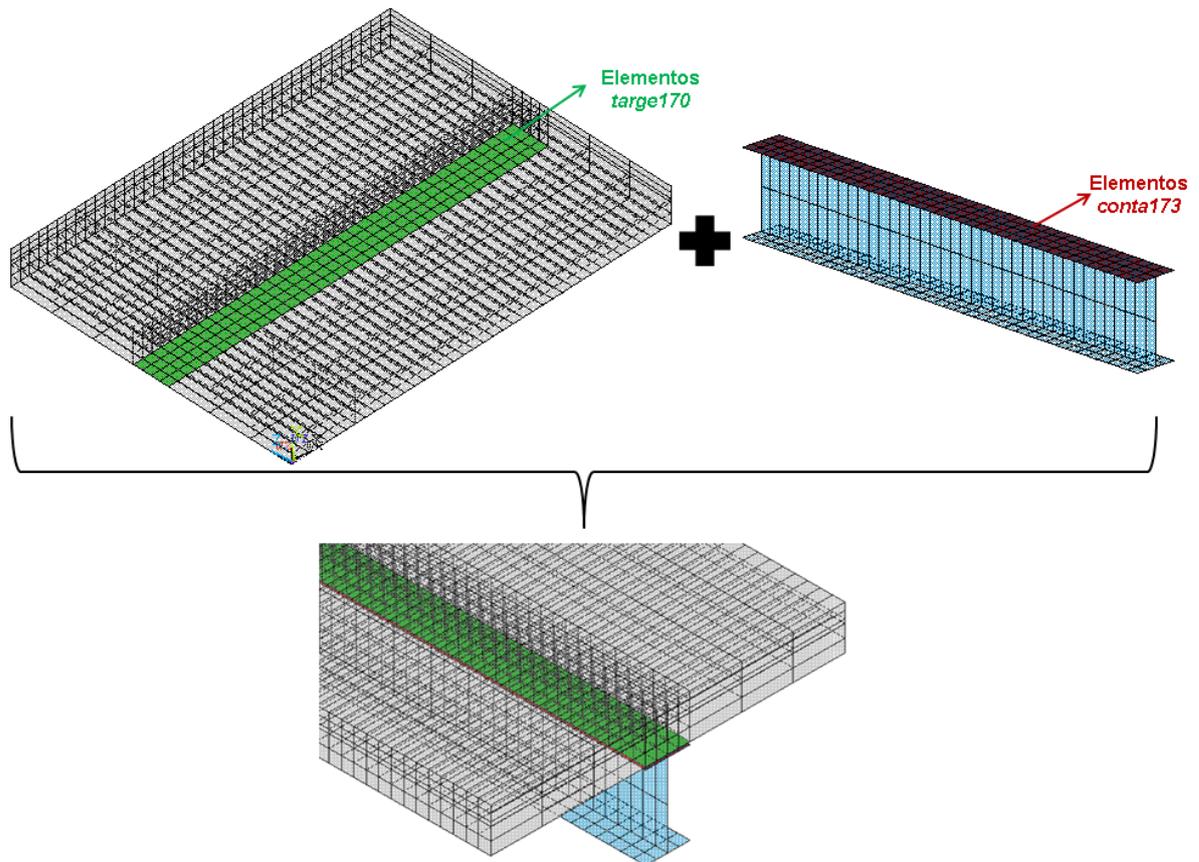


Figura 19 – Interface aço-concreto

Os dois tipos de elemento devem ser associados ao mesmo material e às mesmas constantes reais definidas. O contato é regido pela teoria de atrito de Coulomb, apresentado esquematicamente na Figura 20. Deve-se associar aos elementos o modelo “*Friction Coefficient*”, que nada mais é do que o coeficiente de atrito, para o qual adotou-se 0,47, conforme sugerido no trabalho de Baltay e Gjelsvik (1990). A outra propriedade a ser inserida é a coesão, que é definida pela constante real de número 13 (COHE).

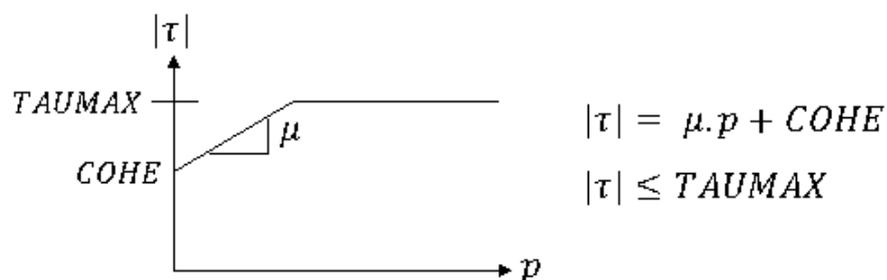


Figura 20 – Comportamento da superfície de contato (adaptado de ANSYS, 2010)

Um resumo das constantes adotadas está apresentado no quadro da Figura 21, os valores foram definidos com base no manual do ANSYS (2010) e em Kotinda (2006). Alguns valores foram alterados durante a modelagem, buscando o que representasse melhor o modelo. Segundo o ANSYS, existe certa dificuldade em determinar alguns parâmetros, e esse processo de estudo das propriedades do contato é necessário.

Constante	Descrição	Valor	Observação
R1 e R2	raio para definir superfícies curvas	0	as superfícies são planas
FKN	fator para rigidez normal ao contato (método da Penalidade)	0,1	valor recomendado pelo ANSYS para casos em que o momento fletor é predominante
FKT	fator para rigidez tangencial ao contato (método da Penalidade)	0,1-1	foram testados valores neste intervalo, buscando encontrar o que melhor se adequasse
FTOLN	tolerância para considerar que há penetração	0,1	10% do tamanho do elemento na região do contato (valor padrão do ANSYS)
ICONT	condição inicial de contato fechado	-(metade da espessura da mesa superior)	inicialmente as superfícies estão em contato mesmo estando separadas no modelo devido a espessura da mesa superior
PMAX e PMIN	limite máximo e mínimo para penetração	0	não há intervalo de penetração, ou seja, as superfícies não podem penetrar
TAUMAX	máxima tensão de atrito	1,0E+06 kN/cm <sup>2</sup>	valor baseado em Kotinda (2006)
FKOP	rigidez para o contato aberto	0	quando o contato está aberto (as superfícies não estão em contato) a rigidez normal do contato é nula
COHE	coesão	0,18 kN/cm <sup>2</sup>	valor estimado por Kotinda (2006)
SLTO	máximo deslizamento entre as superfícies	5,10 cm	valor variado para buscar o que fosse mais adequado
TNOP	máxima tensão normal no contato	0,18 kN/cm <sup>2</sup>	valor baseado em Kotinda (2006), relacionado com a coesão
TOLS	tolerância em percentual para o limite da superfície alvo	2	valor padrão para o ANSYS, quando considera-se a não linearidade geométrica

Figura 21 – Constantes adotadas para o contato

### 3.1.3.2 Modelo considerando ensaio de *push out*

O modelo utilizando o elemento *combin39* para região de interação laje-perfil foi o implementado em Queiroz et al. (2007). Conforme o manual do ANSYS (2010) este elemento é caracterizado somente pela relação não linear força *versus* deslocamento relativo quando

utilizado o modo longitudinal ou então pela relação não linear momento *versus* rotação relativa quando for considerado o modo rotacional.

Dessa forma este elemento não possui massa, nem amortecimento, e também o mesmo não é associado a um modelo de material. Deve ser associado, apenas, a uma curva não linear do seu comportamento. Essa curva é inserida via constantes reais: são dados os pontos que a compõe, sendo possível inserir no máximo vinte pontos. Para cada ponto são dados valores de força e de deslocamento relativo, já que no caso do presente trabalho foi considerado o modo longitudinal. Os *keyopts* 1 e 2 deste elemento estão relacionados com a curva do mesmo, sendo o primeiro relativo a curva de descarga, e o segundo em relação ao comportamento em compressão. Considerou-se que a curva de descarga é igual à curva de carregamento (comportamento conservativo) e que o comportamento em compressão é igual ao em tração.

O elemento deve ser construído com dois nós coincidentes, sendo que podem ser atribuídos até três graus de liberdade, no modo longitudinal os graus de liberdade são em translação e no modo torsional, são em rotação. Para o caso deste trabalho foi considerado apenas um grau de liberdade, que é o deslizamento paralelo ao vão. A Figura 22 apresenta um esquema de como funciona o elemento, já dentro do modelo de viga mista. Pode-se observar que os nós não são realmente coincidentes, de forma que existe uma pequena distância entre estes que equivale a metade da espessura da mesa superior do perfil de aço. Isso gera um aviso para o usuário, entretanto não gera erros relevantes na análise.

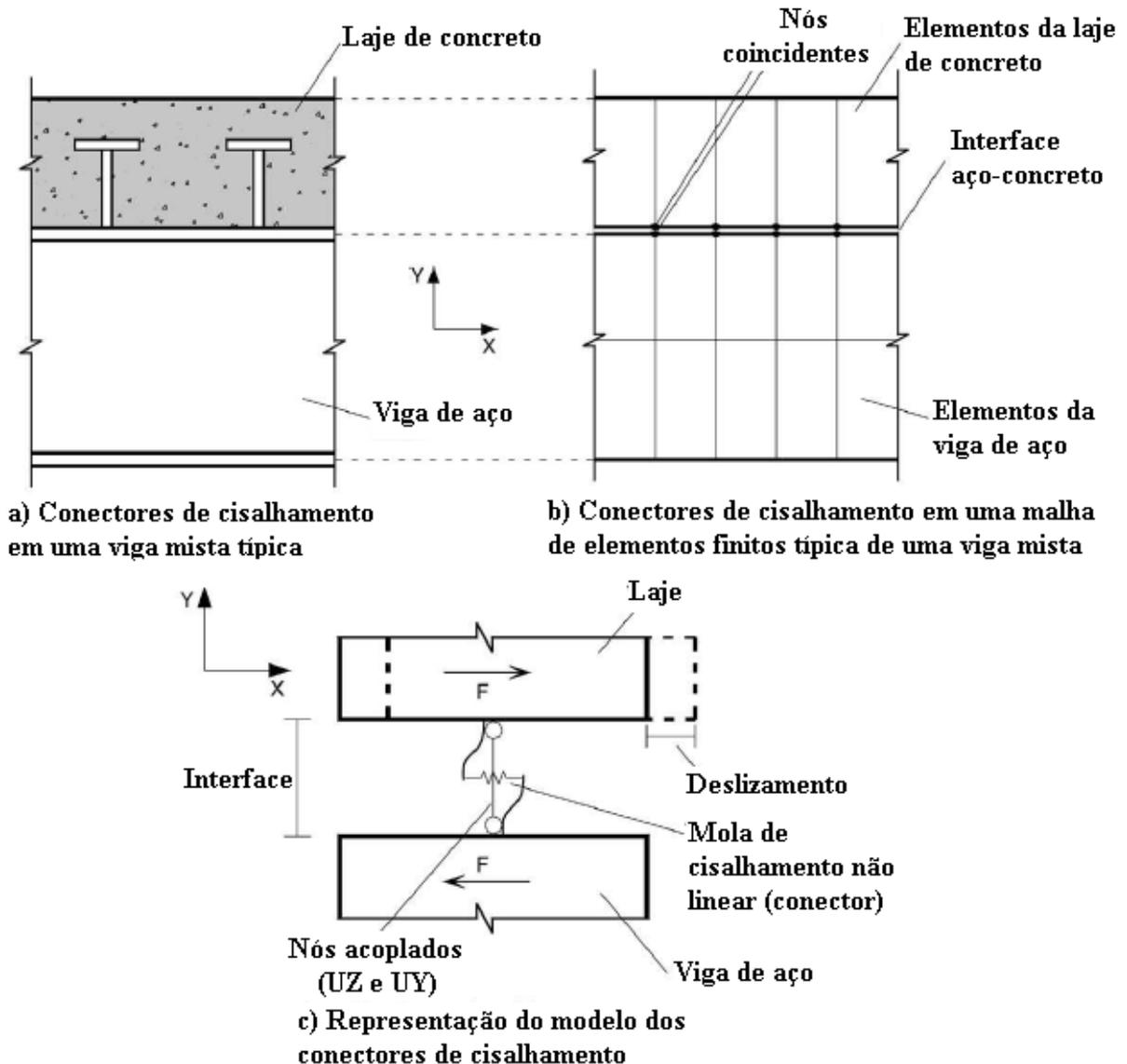


Figura 22 – Elementos *combin39* (adaptado de QUEIROZ ET AL., 2007)

## 3.2 ASPECTOS SOBRE OS MODELOS

Como comentado anteriormente foram estudados dois modelos, primeiramente criou-se um modelo baseado no trabalho de Kotinda (2006) e posteriormente foi feito um novo modelo baseado no trabalho de Queiroz et al. (2007). De forma que a diferença entre os modelos é a forma como é tratada a região dos conectores.

### 3.2.1 Modelo baseado em Kotinda (2006)

Inicialmente, optou-se por trabalhar com o nível de discretização de malha igual ao de Kotinda (2006), para que com a evolução da modelagem se encontrasse uma malha adequada para cada

tipo de problema estudado. Na Figura 23 pode-se observar o modelo já com as condições de contorno, sendo apresentada uma viga mista em que foi considerada a simetria. Além das configurações dos elementos já citadas foi necessário fazer o acoplamento de alguns graus de liberdade para reprodução da região dos conectores, tal qual feito na referida dissertação. Os conectores foram modelados a partir da face inferior da laje de concreto e foram colocadas condições de acoplamento de todos os graus de liberdade do nó do perfil com o primeiro nó do conector, a fim de simular o engastamento do pino promovido pela solda com o perfil. Já os nós do corpo dos conectores que coincidiam com os nós da laje foram acoplados nas direções de deslocamento em X e Z. Com exceção do primeiro nó da cabeça em que todos os graus de liberdade são acoplados, isso foi feito a fim de representar a ancoragem mecânica nessa região gerada pela cabeça do conector.

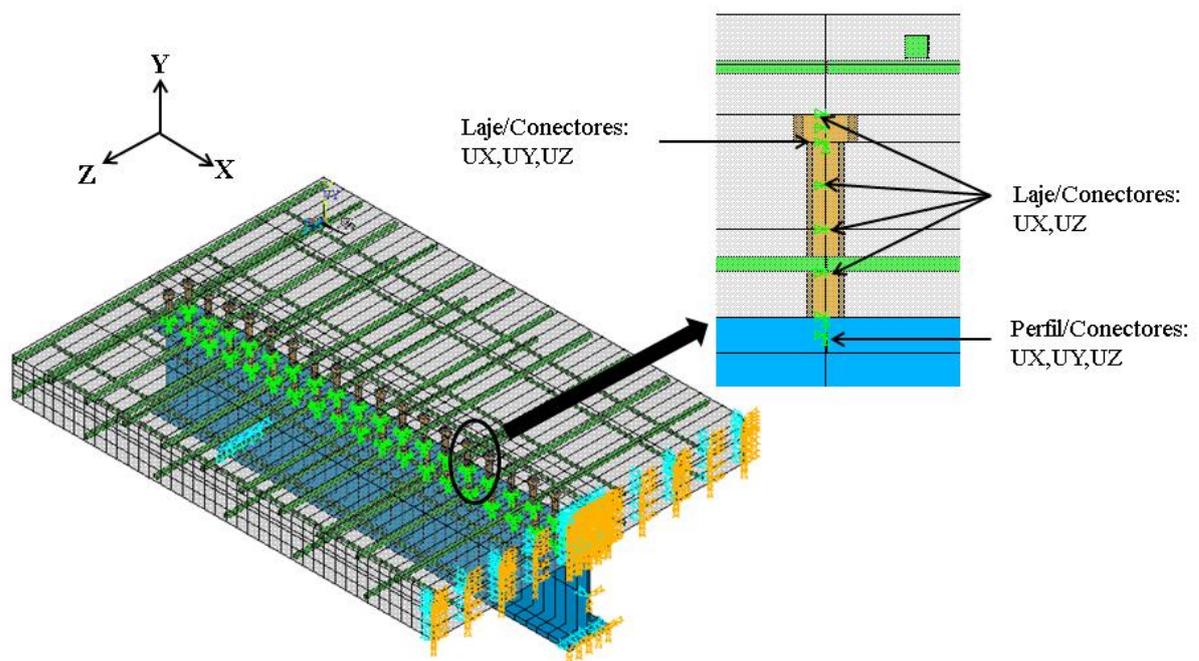


Figura 23 – Modelo viga-mista baseado em Kotinda (2006)

Na fase de validação, o modelo apresentou grandes dificuldades de convergência, de forma que não era possível aplicar toda a carga esperada. A carga aplicada era muito aquém da carga de ruptura da estrutura. Acredita-se que isso ocorreu, pois o modelo do concreto é altamente não linear e, além disso, o uso de elementos de contato também leva a uma situação não linear que, de uma forma geral, gera problemas de convergência.

A partir dessa situação foram estudadas outras estratégias para melhorar o modelo: aumentar a discretização da malha e alterar as condições de acoplamento dos conectores. Os conectores

que antes iniciavam na face inferior da laje, passaram a iniciar na linha intermediária da mesa superior do perfil metálico, dispensando assim, o acoplamento desses nós, simplesmente a partir do comando “merge” esses nós se fundiram. Entretanto, apesar da convergência ter melhorado, ainda não foi possível aplicar toda carga esperada. A análise parava de convergir quando a carga aplicada levava a estrutura ao comportamento não linear. A partir desse cenário, fez-se o estudo do modelo de Queiroz et al. (2007), apresentado no próximo item.

O modelo de Kotinda (2006) que inicialmente usaria o material *Concrete*, disponível no ANSYS para modelagem do concreto com os elementos *solid65*, teve de ser alterado, pois havia grande dificuldade na convergência, sendo que o modelo da viga mista não convergia após o trecho linear. Assim a solução encontrada pela referida autora foi desabilitar o comportamento em compressão do modelo *Concrete* e utilizar o critério de von Mises para o mesmo. Além disso, foi necessário explorar as ferramentas para melhorar a convergência, presentes no ANSYS, para que fosse possível a convergência do modelo.

### 3.2.2 Modelo baseado em Queiroz et al. (2007)

Na Figura 24, está apresentado o modelo de viga mista baseado em Queiroz et al. (2007), primeiramente verifica-se que não há representação dos conectores. Entretanto pode-se localizá-los pelas indicações dos acoplamentos. Como o elemento *combin39* foi considerado apenas na direção X, foi necessário fazer o acoplamento dos demais graus de liberdade da face inferior da laje e da mesa superior do perfil de aço (translações em Z e Y), o que está apresentado mais detalhadamente na Figura 22.

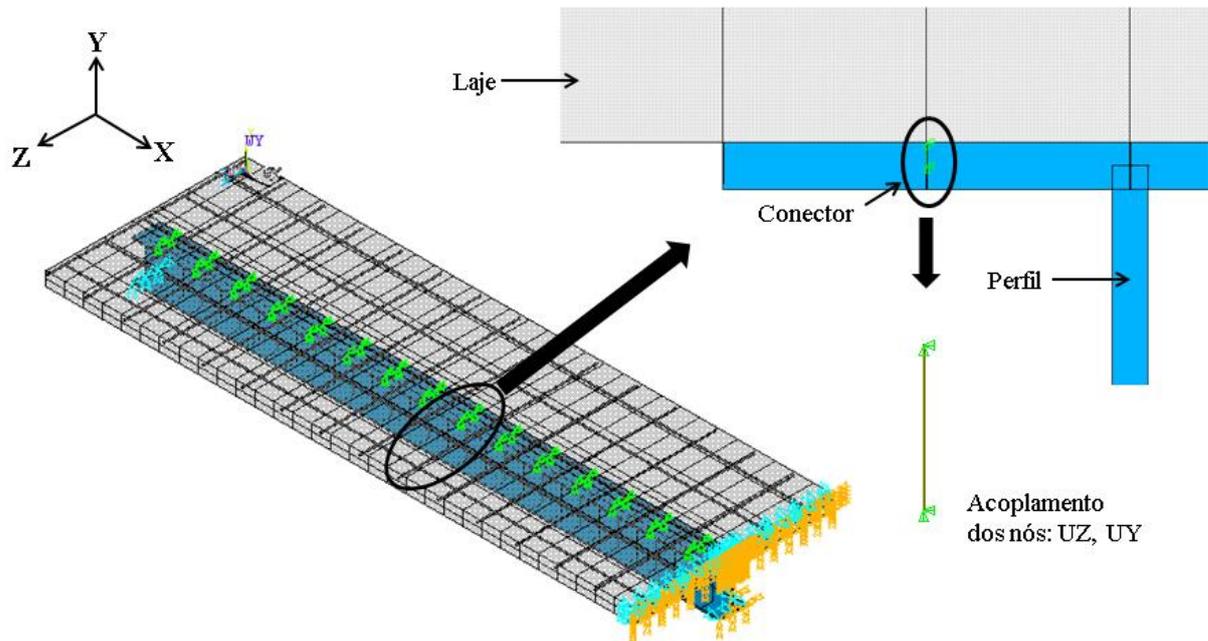


Figura 24 – Modelo viga-mista baseado em Queiroz et al. (2007)

As vantagens deste modelo em relação ao primeiro é que não são utilizados elementos de contato. Segundo a biblioteca do ANSYS (2010), os problemas que envolvem contato, muitas vezes levam a dificuldades no processo de convergência, devido à possibilidade iminente de mudança na condição do mesmo (contato aberto, fechado e separação das superfícies de contato). Além disso, a discretização da malha na laje na direção Y fica independente do tamanho dos conectores, diminuindo consideravelmente o número de elementos finitos. Apesar da altura e diâmetro dos conectores não serem mais representados em termos de elemento, esses parâmetros influenciam diretamente na curva experimental *push out*, como o modelo final é calibrado com essa curva, *a priori* não há perda de precisão devido a essa diferença na modelagem. Lembrando que a curva é utilizada para o cálculo da rigidez do conector e também define a ruptura, como explicado no item 2.2.

### 3.2.3 Resumo dos modelos

Este item apresenta um resumo dos modelos de viga mista estudados, inclusive utilizados para comparação dos resultados. Na Figura 25 é apresentado um quadro resumo com os elementos finitos adotados para representação dos componentes da estrutura mista.

COMPONENTE	Kotinda (2006)	Queiroz et al (2007)	CEMACOM/UFRGS	Adotado
<b>PERFIL METÁLICO</b>	casca (shell43)	casca (shell43)	casca	casca (shell181)
	4 nós 6 graus de liberdade/nó	4 nós 6 graus de liberdade/nó	4 nós 6 graus de liberdade/nó	4 nós 6 graus de liberdade/nó
	informação não encontrada	informação não encontrada	Teoria de placas de Kirchhoff	Teoria de placas de Reissner-Mindlin
<b>CONECTOR</b>	viga (beam189)	combin39	viga-coluna	combin39
	3 nós 6 graus de liberdade/nó	2 nós (coincidentes)	2 nós 5 graus de liberdade/nó	2 nós (coincidentes)
	Teoria de vigas de Timoshenko	Experimento cisalhamento X deslizamento	–	Experimento cisalhamento X deslizamento
<b>INTERFACE</b>	conta173/targe170 Lei de Coulomb	não tem elementos de interface	não tem elementos de interface	não tem elementos de interface
<b>LAJE (CONCRETO)</b>	sólido (solid65)	sólido (solid65)	casca degenerada	solid186
	8 nós 3 graus de liberdade/nó	8 nós 3 graus de liberdade/nó	8 nós 5 graus de liberdade/nó	20 nós 3 graus de liberdade/nó
	–	–	Teoria de placas de Reissner-Mindlin	–
<b>LAJE (ARMADURA)</b>	distribuída (camada)	distribuída (camada)	distribuída (camada)	incorporada (reinf264)

Figura 25 – Quadro resumo dos elementos finitos adotados

Nas figuras 26 e 27 está apresentado respectivamente um resumo com os materiais aço, em seus diferentes componentes da estrutura, e concreto para as diferentes análises feitas. Maiores detalhes sobre as teorias e formulações devem ser verificadas nos trabalhos citados.

COMPONENTE	Kotinda (2006)	Queiroz et al (2007)	CEMACOM /UFRGS	Adotado
<b>PERFIL METÁLICO</b>	Elasto-plástico	Elasto-plástico	Elasto-plástico	Elasto-plástico
	endurecimento não linear (Gattesco, 1999)	endurecimento não linear (Gattesco, 1999)	endurecimento linear	endurecimento não linear (Gattesco, 1999)
<b>CONECTORES</b>	Elasto-plástico endurecimento linear	curva experimental push out	curva experimental push out	curva experimental push out
<b>ARMADURA</b>	Elasto-plástico	Elasto-plástico	Elasto-plástico	Elasto-plástico
	endurecimento linear (1/1000)	endurecimento linear (1/10000)	endurecimento linear	endurecimento linear (1/1000)

Figura 26 – Quadro resumo dos modelos para o aço

SITUAÇÃO DE CARGA	Crítérios	Kotinda (2006)	Queiroz et al (2007)	CEMACOM /UFRGS	Lazzari (2016)	Adotado
COMPRESSÃO	Plastificação	von Mises	von Mises	Póvoas (1991)	von Mises	von Mises
	Endurecimento	CEB-FIP 90	não explicitado	Póvoas, Figueiras (1987)	FIB 2010	FIB 2010
	Ruptura	deformação limite	deformação limite	Drucker-Prager e deformação limite	Ottosen	Ottosen e deformação limite
TRAÇÃO	Ruptura	Willam-Warkne	Willam-Warkne	Drucker-Prager	Ottosen	Ottosen
	Modelo de fissuração	distribuído ANSYS	distribuído ANSYS	distribuído de Hinton (1988)	distribuído de Hinton (1988)	distribuído de Hinton (1988)
DIFERIDO	Modelo	Não estudado	Não estudado	Kelvin até 6 unidades	Maxwell 5 unidades	Kelvin até 6 unidades
	Lei de fluência			5 modelos	FIB 2010	CEB-FIP90 FIB2010

Figura 27 – Quadro resumo dos modelos para o concreto

### 3.3 USERMAT UTILIZADA

Trabalhou-se na subrotina *Usermat3D* (programada em Fortran 77), que se aplica ao elemento *solid186*, mas também pode ser aplicada ao elemento *solid185*, que é o sólido linear. Além de elementos de estado plano de deformações e axissimétricos.

De uma forma simplificada o funcionamento da *usermat* dentro do ANSYS está apresentado na Figura 28. A carga ou tempo considerados é dividido em passos, sendo que o programa transforma esse incremento de carga ou tempo em um valor de incremento de deformação. Assim o objetivo da *usermat* é a partir disso, atualizar as tensões. Considerando a programação da *usermat3D* utilizada, as etapas iniciais são de leitura de dados e atualização de variáveis de tempo e de controle. As etapas seguintes são de atualização de tensões e cálculo do incremento de deformações não lineares (plásticas ou viscosas), que são particulares de cada tipo de análise. Nos itens a seguir é apresentado um esquema de funcionamento de cada um dos modelos: elastoplástico e viscoelástico. O programa verifica a convergência, caso ela seja atingida será aplicado novo incremento de carga/tempo, em caso contrário, é feita nova iteração.

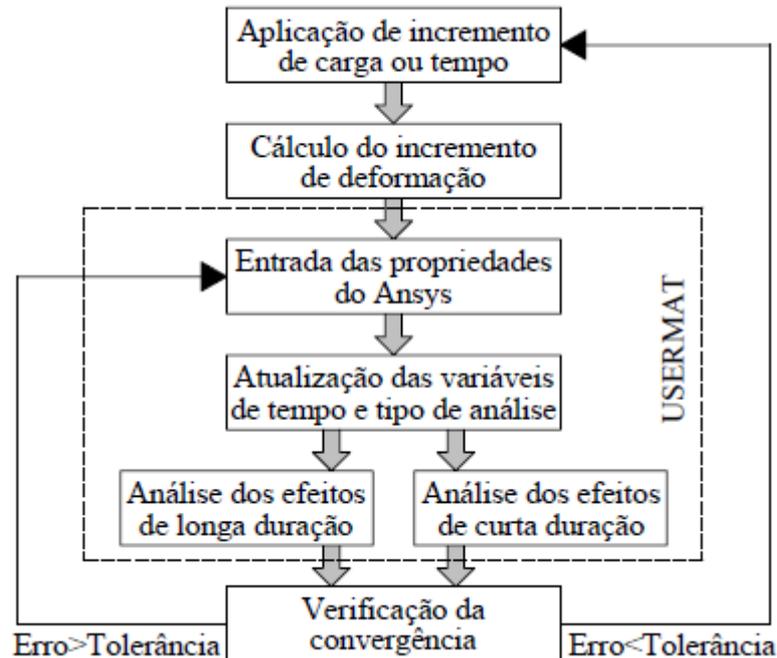


Figura 28 – *Usermat* e ANSYS

As propriedades do material inseridas a partir do ANSYS estão listadas abaixo, e verificadas no trecho do *script* da Figura 29. Inicialmente para definição do número de propriedades deve-se definir a quantidade de cargas aplicadas. A temperatura deve ser inserida, em °C, na etapa da aplicação das cargas através do comando “TUNIF”. É importante ressaltar que apesar de o ANSYS ser um programa sem unidades padrão, devido às unidades adotadas na programação da *usermat3D*, os valores devem ser inseridos respeitando, kN, centímetro e dias para os tempos.

- 1) módulo de elasticidade: o usuário pode não fornecer esse valor, neste caso, adota-se o módulo de elasticidade igual ao módulo aos 28 dias, ou então, se houver passagem de tempo e várias análises em sequência, o módulo será calculado para a idade em questão;
- 2) coeficiente de Poisson;
- 3) resistência característica do concreto em compressão ( $f_{ck}$ );
- 4) cimento: para cimento de endurecimento lento esse parâmetro é igual a 1, para cimento com endurecimento normal a rápido, 2 e para cimento com endurecimento rápido e alta resistência, 3;

- 5) agregado: tipo de agregado presente no concreto, 1 para basalto, 2 para granito, 3 para calcário e 4 para arenito;
- 6) análise: tipos de análise e número de análises feitas, sendo representado por um número conforme o exemplo, 21.002, o número a direita do ponto representa a quantidade de análises e a esquerda do ponto são os números das análises que devem ser feitas, seguindo a ordem da direita para esquerda. No caso do exemplo, são duas análises, primeiro é feita uma análise diferida (1) e em seguida é feita análise instantânea (2).
- 7) fluência: define se a fluência vai ser considerada e qual modelo. Emprega-se o código 90 para usar o modelo CEB-FIP-90, 2010 para o FIB-2010 e 0 para que não seja considerada fluência;
- 8) retração: ativa a análise da retração. Emprega-se o código 90 para usar o modelo CEB-FIP-90, 2010 para o FIB-2010 e 0 para que não seja considerada retração;
- 9) RH: umidade relativa do ar, em %;
- 10) h<sub>fic</sub>: espessura fictícia, em cm;
- 11) t<sub>s</sub>: tempo de duração da cura úmida, em dias;
- 12) tempo<sub>N</sub>: idade do concreto em que são aplicadas as cargas, dada em dias;
- 13) t<sub>final</sub>: a última idade fornecida é a idade em que termina a análise de fluência e retração, dada em dias.

```

-----
COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS
-----
TB,USER,1,1,12+cargas ← Número de cargas aplicadas
TBTEMP,1,0
TBDATA,,Ec,vc,fck,cimento,agregado,analise
TBDATA,,fluencia,retracao,rh,hfic,ts,tempo1 ← Propriedades do concreto
TBDATA,,tempo2,tempo3,tempo4,tempo5,tempo6,tfinal

```

Figura 29 – Propriedades inseridas pelo ANSYS

Em relação à programação de uma forma geral, vale ressaltar o uso de blocos COMMON para o armazenamento das variáveis que não são salvas automaticamente pelo ANSYS. Segundo o

trabalho não publicado<sup>5</sup>, o uso desses blocos deve ser evitado, sempre que for utilizada a paralelização, pois esta pode influenciar no acesso e gravação de valores das variáveis. Como alternativa podem ser utilizadas variáveis de estado (USTATEV) para armazenamento de dados. Essas variáveis armazenam os valores na iteração de equilíbrio, para cada elemento e ponto de integração de Gauss analisado.

Verificou-se durante a fase de programação que os resultados podem ser afetados, induzindo erros de análise se utilizados blocos COMMON na *usermat* e a paralelização estiver ativa. De uma forma geral, o ANSYS **sempre utiliza a paralelização**, caso se deseje trabalhar com apenas um processador, deve-se usar o comando “PSCONTROL” na fase de solução. Portanto considerando a atual programação da *usermat*, foi necessário o uso deste comando.

Outra questão importante ao usuário, é que foram definidos até três arquivos de texto de saída, dependendo do tipo de análise, com resultados intermediários dos cálculos realizados pela *usermat*. Um destes apresenta as propriedades inseridas via ANSYS, apenas como meio de conferência. Os outros dois arquivos são destinados, um para análise diferida e outro para análise instantânea.

### 3.3.1 Comportamento elastoplástico

O modelo elastoplástico programado por Lazzari (2015) e Lazzari et al. (2016) foi utilizado, apenas alterando a questão do esmagamento. O funcionamento da *usermat3D*- elastoplástica está apresentado na Figura 30.

---

<sup>5</sup>Informação obtida através de apresentação intitulada “Writing and compiling a custom material property in ANSYS Mechanical APDL”, de Eric Miller, de 2012.

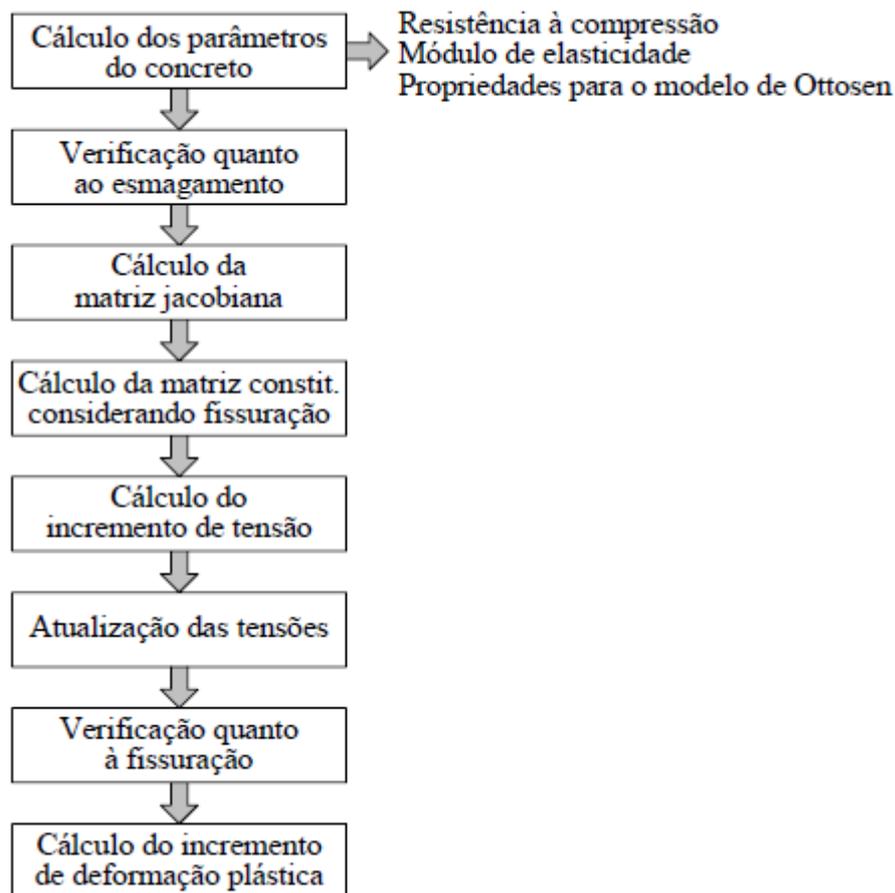


Figura 30 – Esquema para usermat3D - elastoplástica

Partindo do ponto denominado “Análise dos efeitos de curta duração” da Figura 28, são calculadas algumas propriedades do concreto que são dependentes da sua idade: resistência à compressão média, módulo de elasticidade e parâmetros para o modelo de Ottosen. Caso o usuário tenha fornecido valor não nulo para o módulo de elasticidade através do ANSYS, esse será o utilizado para os cálculos. Em seguida verifica-se se o ponto de integração de Gauss do elemento está esmagado, em caso positivo as tensões do ponto em questão são anuladas e a análise do mesmo termina. Em seguida calcula-se a matriz Jacobina que nada mais é que a matriz elástica isotrópica. Entretanto na matriz utilizada na definição da tensão, é desprezado o efeito de Poisson, caso haja fissuração.

A etapa seguinte é de determinação do incremento de tensão, que é calculado através da matriz constitutiva e do incremento de deformações elásticas, que é o incremento de deformações total descontando a parcela plástica. A partir das tensões atualizadas é possível fazer a verificação quanto à fissuração, que é dividida em duas subrotinas principais: a que verifica o ponto que

não está fissurado e a que verifica o ponto que já está fissurado. O objetivo é atualizar as tensões calculadas, caso haja fissuração, de forma que seja considerado o dano pela curva de amolecimento. Em seguida é calculado o incremento de deformação plástica, sendo que esta etapa só é feita para o concreto em compressão, já que o concreto tracionado não apresenta comportamento plástico. É importante ressaltar que se o ponto de integração estiver tracionado ou fissurado em qualquer direção, não é feito o cálculo do incremento de deformação plástica em nenhuma direção. Nesse ponto, verifica-se se a deformação equivalente unidimensional ultrapassa o limite de deformação do concreto, em caso positivo define-se o ponto como esmagado. Feito todo processo apresentado, a análise retorna para o ANSYS.

Durante a análise é gerado um arquivo de saída (“verificação\_instantanea”) com a listagem dos pontos de integração dos elementos que fissuraram durante o processo. Este arquivo se torna bastante extenso, portanto para a conferência dos pontos que atingiram a condição de esmagamento, o usuário deve verificar o arquivo de texto “verificação\_geral”.

Considerando que o comportamento do concreto foi implementado e validado nos trabalhos de Lazzari (2015) e Lazzari et al. (2016), apresenta-se apenas a correspondência entre o gráfico tensão *versus* deformação do Código Modelo *fib* 2010 e a resposta de um cubo de concreto ( $f_{ck} = 3\text{kN/cm}^2$ ), com dimensões igual 100 centímetros de lado, sujeito a um deslocamento de 0,35 centímetros no sentido de compressão em uma das faces. Da mesma forma, em outra simulação, foi imposta tração unidimensional, aplicando um deslocamento de 0,03 centímetros em uma das faces. Os diagramas resultantes podem ser verificados na Figura 31 e Figura 32.

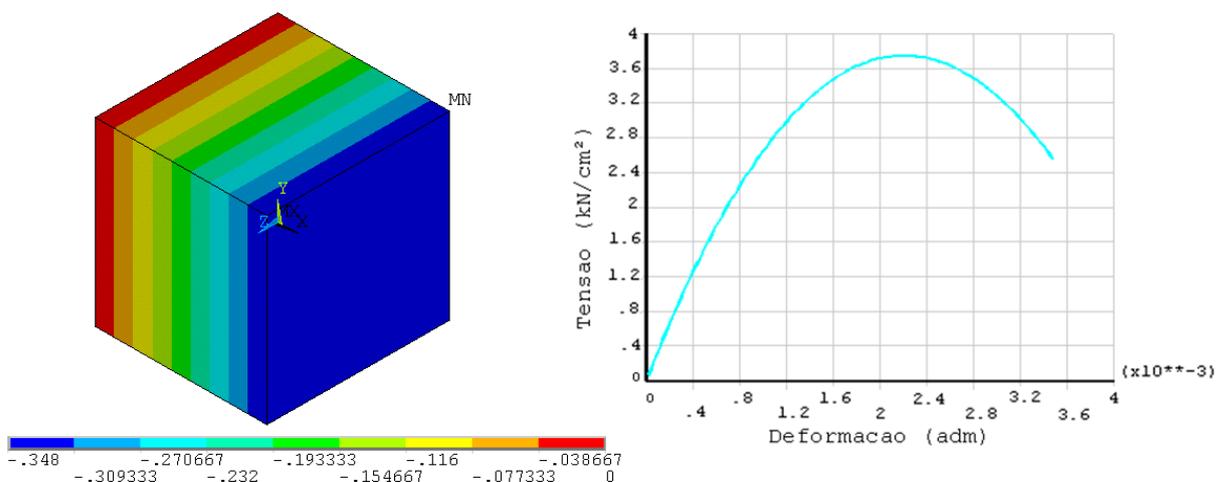


Figura 31 – Simulação de compressão unidimensional

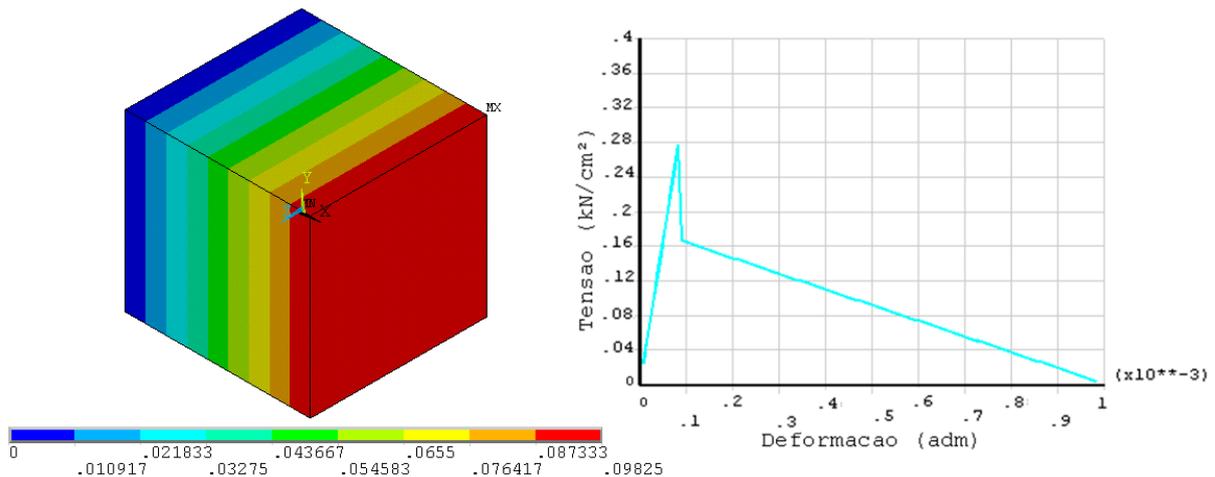


Figura 32 – Simulação de tração unidimensional

### 3.3.2 Comportamento viscoelástico

O funcionamento da *usermat* na etapa de análise do comportamento viscoelástico do concreto está esquematizado na Figura 33. As duas primeiras etapas do cálculo podem ser feitas apenas uma vez. A primeira é o ajuste da cadeia de Kelvin em relação ao modelo de fluência. Neste ponto existe uma diferença entre os dois modelos de fluência empregados. Para o CEB-FIP-90 é calculada apenas uma cadeia, pois conforme apresentado no item 2.4.2.4, o envelhecimento pode ser isolado pela função  $V(t)$ , portanto são considerados, apenas o primeiro e o último tempo inseridos pelo usuário. Já no caso do FIB-2010, a alternativa encontrada foi o ajuste de mais de uma cadeia de Kelvin, de forma que cada carga diferente aplicada na estrutura terá uma determinada cadeia de Kelvin. A segunda etapa feita apenas uma vez é a verificação se o ponto de integração de Gauss do elemento em questão está fissurado ou esmagado, em caso positivo a análise desse ponto termina, pois o comportamento viscoelástico não contempla o concreto fissurado ou esmagado. Essa etapa de verificação é necessária para o caso de uma sequência de análises elastoplásticas e viscoelásticas.

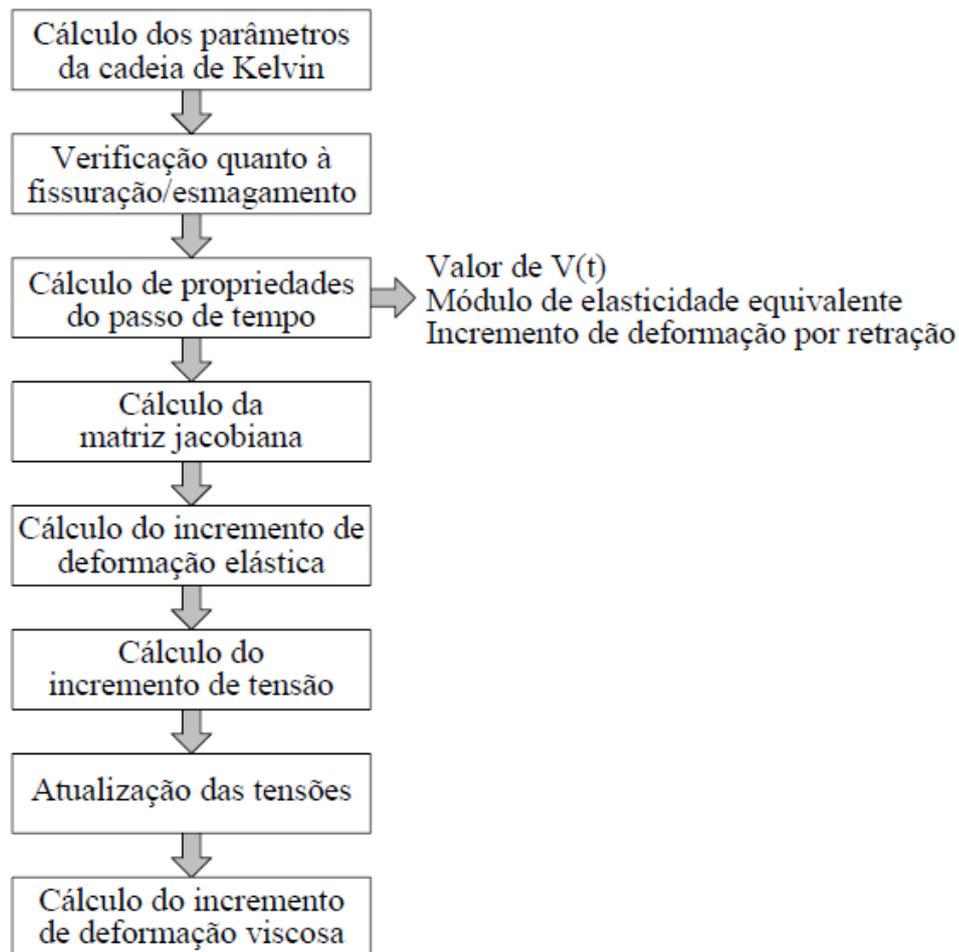


Figura 33 – Esquema para usermat3D - viscoelástico

Em seguida, calculam-se algumas propriedades que só são alteradas com a mudança do tempo, uma destas, no caso do modelo CEB-FIP-90, é o valor correspondente ao volume da pasta do cimento do concreto, que está definido pela expressão (45). No caso do FIB-2010, este valor é fixo (expressão (65)). O módulo de elasticidade equivalente de toda cadeia de Kelvin é determinado sempre que há evolução da idade do concreto, e é calculado pela expressão (84). A saber, para o modelo CEB-FIP-90 os parâmetros da cadeia de Kelvin são sempre os mesmos, enquanto que para o FIB-2010 a cadeia de Kelvin utilizada é aquela que corresponde à idade do concreto analisada. O incremento de deformação devido à retração é calculado nessa fase também, visto que independe do nível de tensão.

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1}{E_{i+1/2}} + \sum_{\mu=1}^N \frac{1 - \lambda_{\mu}}{E_{\mu} \cdot V_{i+1/2}} \quad (84)$$

Sendo:

$E^*$  = módulo de elasticidade equivalente;

$E_{i+1/2}$  = módulo de elasticidade para o tempo intermediário entre os passos de tempo;

$\lambda_\mu$  = variável auxiliar;

$E_\mu$  = módulo de elasticidade da unidade  $\mu$ ;

$V_{i+1/2}$  = envelhecimento devido à variação do volume do concreto.

A partir do módulo de elasticidade equivalente pode-se calcular a matriz de elasticidade, que é igual à matriz constitutiva isotrópica linear. Devido aos cálculos feitos pelo ANSYS, deve-se definir a matriz Jacobiana, que nada mais é que a matriz calculada. Assim como na análise elastoplástica, para o cálculo do incremento de tensão, define-se a parcela de deformação elástica, considerando o incremento de deformação total fornecido pelo ANSYS, através do vetor *dStrain* descontando a parcela viscosa calculada na iteração/*substep* anterior. O incremento de tensão é calculado a partir da matriz constitutiva definida e o incremento de deformação elástica. Assim, é possível atualizar as tensões, o que é feito através da atualização do vetor *Stress* do ANSYS. Por final calcula-se o incremento de deformação viscoelástica para cada unidade da cadeia de Kelvin, conforme descrito no item 2.4.2.3, de forma que o incremento de deformação viscoelástica total é a soma das unidades.

Durante essa análise é gerado o arquivo de texto “verificação\_diferida” que apresenta alguns cálculos intermediários da análise, como: parâmetros do ajuste do modelo reológico de Kelvin, incremento de deformação devido à fluência e, à retração.

A fim de validar o comportamento viscoelástico programado na *usermat*, foram simulados os ensaios experimentais de Ross (1958). O autor desenvolveu um modelo para o cálculo da fluência considerando a superposição de cargas, além disso, fez ensaios experimentais com diversas combinações de cargas e idades diferentes para o concreto. Foram utilizados corpos de prova cilíndricos, com 117,5 mm de diâmetro e 305 mm de altura. No concreto foi utilizado cimento de rápido endurecimento, sendo os corpos de prova expostos à temperatura de 17 °C e umidade relativa do ar igual a 93%. A resistência do concreto medida em corpos de prova cúbicos atingiu 6,62kN/cm<sup>2</sup>, sendo que a resistência considerada para os cilindros é 70% da resistência dos cubos, assim, considerou-se que a resistência média do concreto igual a 4,6kN/cm<sup>2</sup> aos 28 dias.

Ross (1958) mediu a deformação por retração, que teve valor reduzido devido à alta umidade do ar, e em seguida descontou este valor das deformações totais medidas, a fim de trazer as

deformações resultantes apenas relacionadas à tensão. Logo, os resultados apresentam a deformação instantânea elástica e a deformação devido à fluência.

A fim de facilitar a modelagem, utilizou-se a simplificação empregada por Dias (2013), que transforma o cilindro em uma seção prismática de base retangular equivalente, sendo assim as dimensões do corpo de prova são: 10 cm de largura, 20 cm de altura e 6,5 cm de espessura. Os ensaios que foram utilizados para validação estão apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Idades e cargas dos testes

Teste	Idade(dias)/carga total aplicada (kN/cm <sup>2</sup> )						
	14	60	140				
1	1,503	0	0				
	28	60	91	120	154	190	
2	1,503	1,127	0,751	0,376	0	0	
	8	14	28	63	90	120	180
3	1,379	1,103	0,827	0,551	0,275	0	0
	8	16	28	63	90	120	180
4	2,75	0,551	0,827	1,103	1,379	0	0
	8	14	28	63	90	120	180
5	1,379	0,827	0,275	0,827	1,379	0	0

Não foram considerados os resultados do modelo de superposição implementado por Ross (1958). Entretanto, além da comparação com os dados experimentais, comparou-se com as previsões de deformações do CEB-FIP-90 e do FIB-2010, sendo calculado o histórico de deformações ao longo do tempo através de planilha eletrônica. Para que houvesse verificação da deformação por retração, os testes foram feitos em duas etapas, na primeira considerando as deformações elástica e de fluência, e na segunda considerou-se as deformações elástica e por retração. Sendo que nessa segunda etapa o comparativo foi feito apenas em relação ao valor calculado via planilha eletrônica. A seguir, nas figuras 34 e 35 estão apresentados os resultados obtidos para os cinco testes avaliados, considerando somente a fluência.

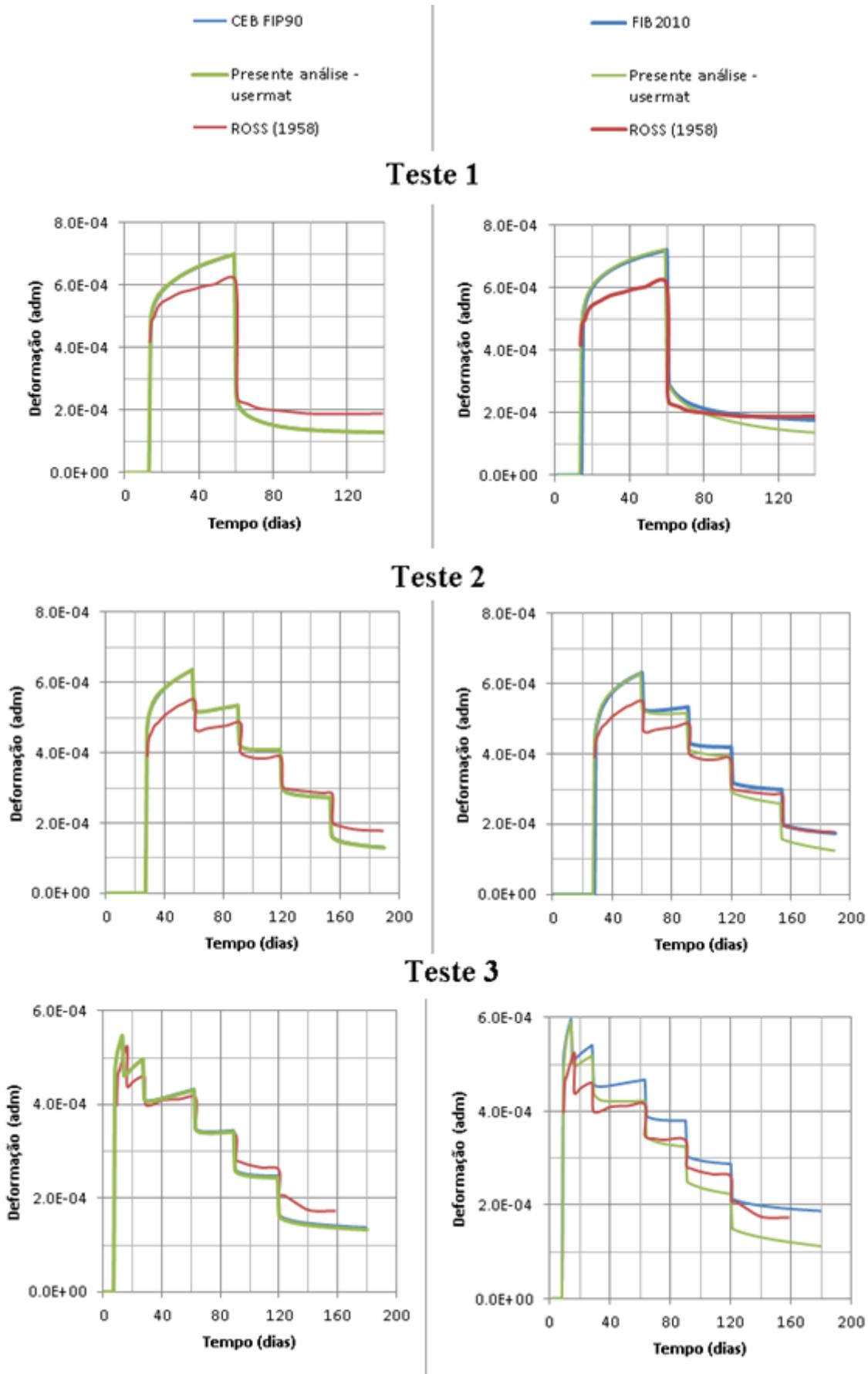


Figura 34 – Histórico de tensões considerando fluência (testes 1 a 3)

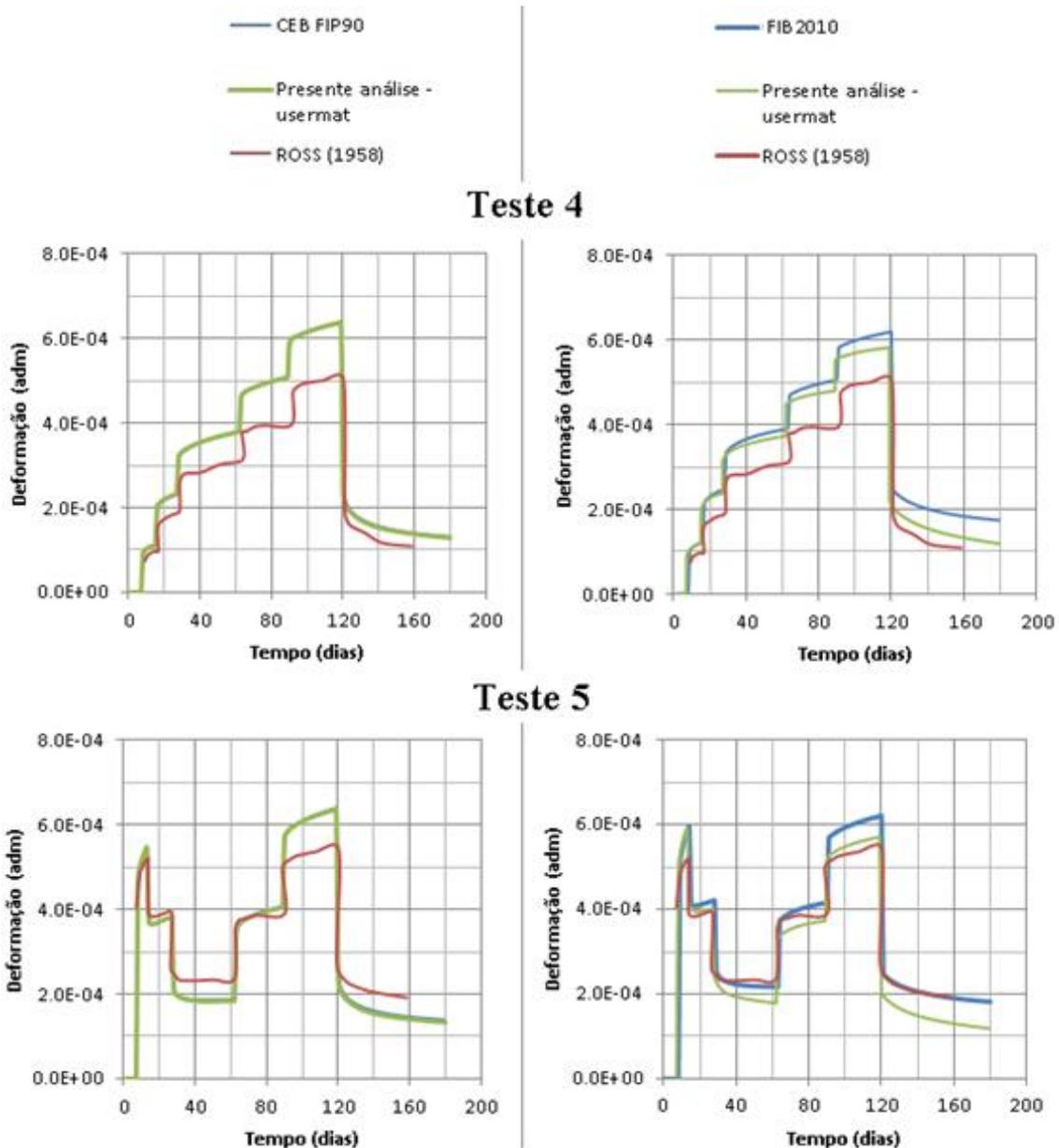


Figura 35 – Histórico de tensões considerando fluência (testes 4 e 5)

O que se pode observar em todos os testes feitos, é a perfeita correlação entre o que foi programado na *usermat* e o cálculo da planilha do CEB-FIP-90. Já em comparação ao experimental, o que se observa é uma boa aproximação, sendo que os testes 1, 3 e 5 foram os que tiveram melhor correlação. Apesar de válida essa comparação, não está no escopo do presente trabalho julgar a qualidade do modelo CEB-FIP-90.

Entretanto, se comparado os resultados do FIB-2010 obtidos via *usermat* e da planilha, observa-se que o modelo não consegue traduzir o efeito da superposição das cargas sempre que há descarga. E no caso do teste 4, onde existem cargas crescentes, há perda de precisão com o

acrécimo de carga, que pode ser verificado a partir da terceira carga aplicada. Através dos arquivos de saída da *usermat*, pode-se verificar que as cadeias de Kelvin calibradas para cada carga representavam perfeitamente a função de fluência. Apesar de feitos diversos testes, não foi possível obter resultados melhores do que os apresentados correlacionando a teoria da solidificação de Bazant e Prasannan (1988) e o modelo do FIB-2010. Por isso acredita-se que a associação dos dois não permite que sejam considerados os efeitos de sobreposição de cargas. Contudo, a correlação para uma carga é perfeita, o que permite o uso desse modelo na verificação de deformações devido a peso próprio, por exemplo.

Na Figura 36, estão apresentados os resultados de deformação elástica e por retração. Em todos os casos a correlação entre *usermat* e planilha foi perfeita. Sendo os resultados apresentados de forma um pouco diferente, pois as curvas estavam sobrepostas. Neste caso não houve divergências em relação ao FIB-2010, pois a retração independe das tensões impostas ao concreto.

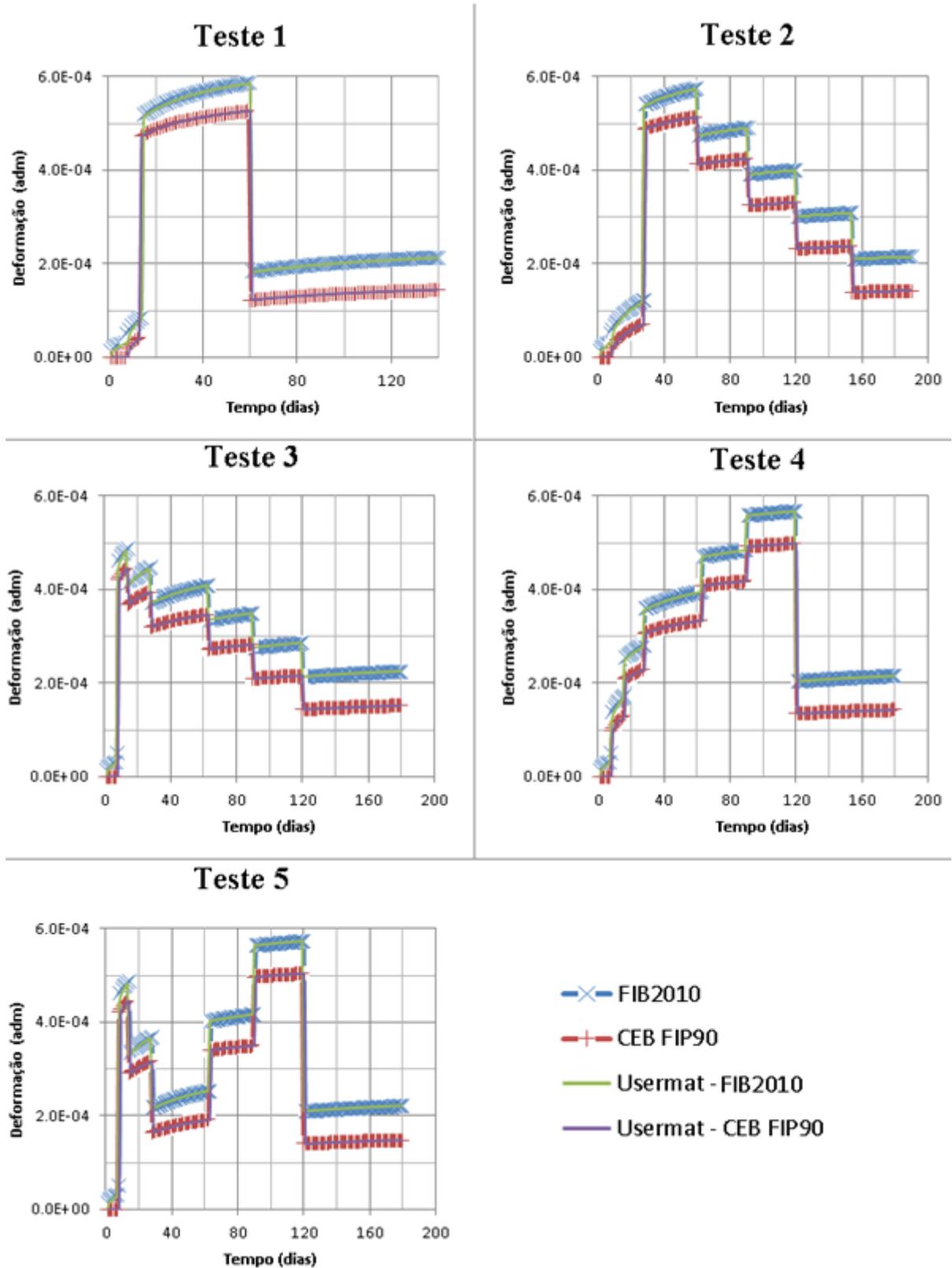


Figura 36 – Histórico de tensões considerando retração

### 3.4 ASPECTOS GERAIS SOBRE A ANÁLISE

Para o estudo das vigas mistas estão sendo empregados materiais com características não lineares, portanto é necessária uma análise não linear. O ANSYS fornece ferramentas para auxiliar e delinear esse tipo de análise. O método de resolução do sistema não linear é o Newton-Raphson completo, e o *solver* utilizado é o “*Direct Sparse*”. Segundo a biblioteca do ANSYS (2010) este é aconselhável para modelos que contenham elementos de viga, placa e sólido e também em casos que se trabalha com diferentes tipos de materiais.

Utilizou-se o recurso *Automatic Load Stepping* para controle dos incrementos de carga e tempo, de forma que o *software* reduz o tamanho do passo de carga ou então aumenta conforme a convergência, a fim de melhorar o desempenho computacional. Essa alteração no tamanho do passo de carga/tempo é baseada no número de iterações do passo de carga anterior, no tamanho da deformação plástica ou viscosa, e caso haja eminente alteração na condição dos elementos (exemplo: situação de contato fechado alterando para contato aberto). Ainda com o intuito de melhorar a convergência, a ferramenta *Line Search* multiplica o incremento de deslocamento calculado por um fator entre 0,05 e 1, sempre que for prevista uma resposta com endurecimento.

Adotaram-se dois critérios de convergência, o primeiro é um número máximo de iterações em cada passo de carga para se atingir o equilíbrio. Esse número é limitado de forma que excedido o limite estabelecido é considerado que a análise não converge, além, disso, é uma forma do programa definir o tamanho dos passos de carga automaticamente, como citado anteriormente.

O segundo critério de convergência está relacionado com o resíduo, o mesmo define a tolerância aceitável em relação a medidas de força (força, momento e pressão hidrostática) e deslocamento (deslocamento, rotação, variação de volume) a partir do comando CNVTOL. O resíduo consiste na relação entre as normas do vetor de cargas aplicadas e forças calculadas pelas equações de equilíbrio. Segundo o manual do ANSYS (2010) o controle das forças é indispensável, já o critério em deslocamentos pode ou não ser considerado, conforme o tipo de análise e a precisão requerida. A norma adotada para o cálculo é a quadrática (SRSS), dada pela raiz quadrada da soma dos quadrados de cada componente. Na fase de validação do comportamento instantâneo foi considerado apenas o controle em relação ao equilíbrio das forças, considerando a tolerância entre 0,01-0,03. A saber, o valor de tolerância padrão do programa para o critério em força é 0,005. A adoção deste tipo de controle, apenas em força, vai de encontro com o software desenvolvido no CEMACOM/UFGRS, utilizado na análise de vigas mistas.

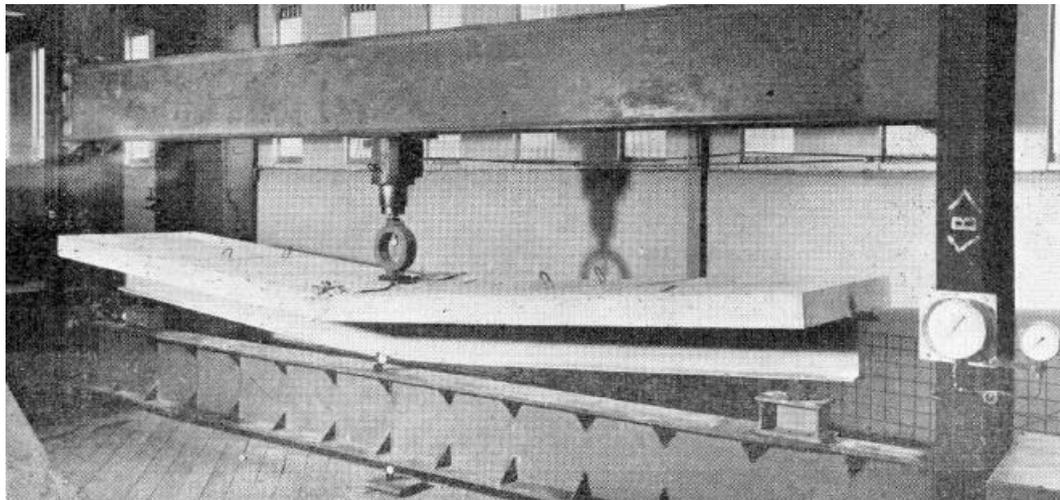
### 3.5 ANÁLISE DE VIGAS

De forma a tornar o processo de modelagem mais prático, desenvolveu-se um *script* padrão baseado em Kotinda (2006), para que as informações pudessem ser editadas em um arquivo de texto e em seguida lidas diretamente pelo programa. As informações que devem ser fornecidas pelo usuário estão no início do *script* e todo processo de montagem do modelo está parametrizado com variáveis. Primeiramente são informadas características da geometria da peça, em seguida os parâmetros dos materiais, opções para construção da malha e informação em relação às cargas.

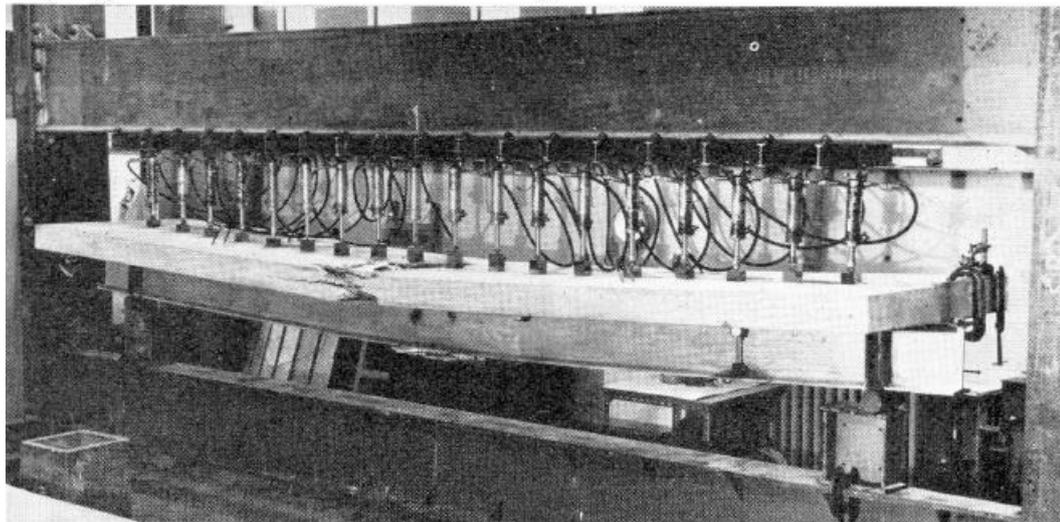
No apêndice A consta o *script* da ponte em estrutura mista, entretanto, sua elaboração se baseou no *script* anteriormente feito para as vigas mistas. De uma forma geral, as variáveis são as mesmas para os dois modelos, sendo que o da ponte possui algumas a mais, e estão explicadas no *script* em comentários. A parte de pós-processamento também está programada e alguns arquivos de texto e imagem são gerados conforme o tipo de análise.

#### 4 VALIDAÇÃO DO MODELO: EFEITOS INSTANTÂNEOS

Para validação do modelo de viga mista que considera apenas efeitos instantâneos foram utilizados os exemplos de vigas mistas biapoimadas ensaiadas por Chapman e Balakrishnan (1964). As vigas foram submetidas a cargas concentradas e distribuídas, sendo variado o número e tamanho dos conectores. Na Figura 37 está apresentada uma foto dos ensaios realizados com os tipos diferenciados de carga.



**a) Viga mista rompida submetida a carga concentrada no centro do vão**



**b) Viga mista rompida submetida a carga distribuída**

Figura 37 – Vigas ensaiadas (adaptado de CHAPMAN e BALAKRISHNAN, 1964)

## 4.1 DESCRIÇÃO DAS VIGAS

A geometria de todas as vigas se manteve a mesma, bem como a armadura utilizada na laje. Na Figura 38 pode-se observar uma vista e um corte de uma viga padrão. A variação entre as vigas se deu na quantidade e tamanho dos conectores de cisalhamento e no tipo de carga, de forma que a Tabela 3 apresenta uma descrição de cada viga. Em relação aos dados apresentados, o módulo de elasticidade do concreto é um valor calculado. Como pretende-se comparar os resultados obtidos com os dados experimentais e com os resultados obtidos por Kotinda (2006) adotaram-se os mesmos valores da referida autora, que utilizou a equação (85), onde se utilizam os valores em MPa (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION<sup>6</sup>, 2002 apud KOTINDA, 2006).

$$E_{ci} = 2200 \cdot f_{ck}^{0,3} \quad (85)$$

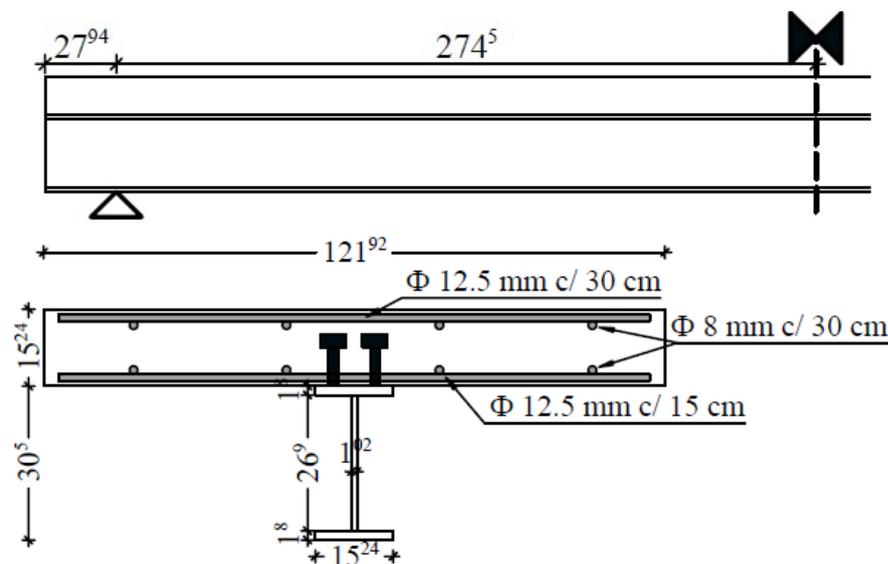


Figura 38 – Vista e corte de uma viga mista padrão ensaiada por Chapman e Balakrishnan (1964) (medidas em centímetros)

<sup>6</sup>EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 2**– Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2002.

Tabela 3 – Características das vigas e propriedades dos materiais

Viga		A2	A3	A4	A5	A6	B1	C1	D1	E1	U1		U3	
Tipo de carregamento		Concentrado no centro do vão									Uniformemente distribuída			
<b>CONECTOR</b>	n° de conectores	76	68	56	44	32	44	44	100	100	56		56	
	Diâmetro do corpo do conector (mm)	19	19	19	19	19	19	19	12,5	12,5	19		19	
	Altura total do conector (mm)	102	102	102	102	102	76	51	102	51	102		102	
	Parâmetro a (kN)	130	130	110	120	120	100	108	60	65	130	120	130	120
	Parâmetro b (1/cm)	12	12	17,8	23,1	23,1	30,1	19	32,5	16,3	12	23,1	12	23,1
<b>CONCRETO</b>	Módulo de elasticidade (kN/cm <sup>2</sup> )	2967	2642	2712	2894	2857	3093	2896	2692	3146	2946		3055	
	Resistência a compressão do concreto (kN/cm <sup>2</sup> )	2,71	1,84	2,02	2,49	2,39	3,11	2,5	1,96	3,29	2,65		2,99	
<b>AÇO DA MESA DO PERFIL</b>	Módulo de elasticidade (kN/cm <sup>2</sup> )	20216	20064	20520	20368	20368	19608	20216	20064	20520	20216		19912	
	Tensão de escoamento (kN/cm <sup>2</sup> )	23	25,2	25,3	23,2	23,6	23,4	23,9	24,1	24,5	25,5		23,2	
	Tensão de ruptura (kN/cm <sup>2</sup> )	41	44,7	43,6	44,4	41,6	43,9	42,3	44,7	45,8	50,2		42	
	Relação entre a deformação de encruamento e de escoamento	4,9	1	1,8	1	1,7	3	2,8	1,9	2,2	1		5,2	
<b>AÇO DA ALMA DO PERFIL</b>	Módulo de elasticidade (kN/cm <sup>2</sup> )	20368	19456	19456	19608	21128	19000	20468	19456	19912	19912		20064	
	Tensão de escoamento (kN/cm <sup>2</sup> )	23,9	30,2	30,4	29	26,3	22,5	26,7	29,2	29,2	28,2		23	
	Tensão de ruptura (kN/cm <sup>2</sup> )	41,8	44,4	43,6	44,4	45,9	42	42,6	44,8	45,3	51,1		41,5	
	Relação entre a deformação de encruamento e a de escoamento	7,6	1	1	1	1,5	1	3,4	1	1	4,3		8,2	
<b>RUPTURA</b>		Esmagamento do concreto				Rompimento do conector	Esmagamento do concreto							

(fonte: baseado em CHAPMAN, BALAKRISHNAN, 1964)

Os parâmetros “*a*” e “*b*” dos conectores foram retirados a partir das curvas do ensaio de *push out*, apresentadas em Chapman e Balakrishnan (1964). De forma que apesar dos conectores das vigas A2, A3, A4, A5, A6, U1 e U3 serem os mesmos, os ensaios apresentaram grande variabilidade e considerou-se que não era conveniente utilizar apenas uma das curvas. No referido artigo não foram apresentados os dados em relação aos conectores das vigas A6, U1 e U3. Devido à semelhança entre as curvas tensão *versus* deslocamento das vigas A5 e A6, adotaram-se os mesmos parâmetros. Já as vigas U1 e U3 foram simuladas com dois tipos diferentes de curvas, foram escolhidas as duas curvas que apresentavam comportamentos mais distintos para o mesmo tipo de conector, portanto para uma curva adotou-se os parâmetros iguais à viga A2 e para outra, iguais à A5.

## 4.2 ESTUDO DE MALHA

Antes da análise das 11 vigas, fez-se um breve estudo em relação ao nível de discretização da malha da laje, pois esta é modelada com material altamente não linear, diferente do perfil metálico, cuja alma foi dividida em três elementos em sua altura. Já as dimensões dos elementos da mesa do perfil foram definidas como as mínimas, delimitado pela posição dos conectores. Vale salientar que apesar dos elementos do perfil serem visualizados como sólidos, os mesmos são elementos de casca e na Figura 39 está representada a espessura das placas. Foram estudadas três malhas, sendo o estudo realizado a partir da viga A2. Aplicou-se uma carga concentrada igual a 500 kN, apesar da carga de ruptura experimental ser de 430 kN. Optou-se por aplicar uma carga maior que a de ruptura esperada, para analisar o processo de convergência e verificar se a estrutura rompia.

Na Figura 39 pode-se observar a primeira malha estudada, no sentido do vão foi definido que entre dois conectores deveriam existir dois elementos. A laje em sua altura foi dividida em apenas dois elementos, a região da mesa do perfil em quatro elementos, e a região fora dos perfis foi dividida em três. Na segunda malha, procurou-se aumentar a discretização na seção transversal, assim, foram adotados 6 elementos em cada aba da laje e 3 divisões em sua altura. E em um terceiro estudo, fez-se a malha com apenas um elemento em sua altura e dois elementos nas abas laterais.

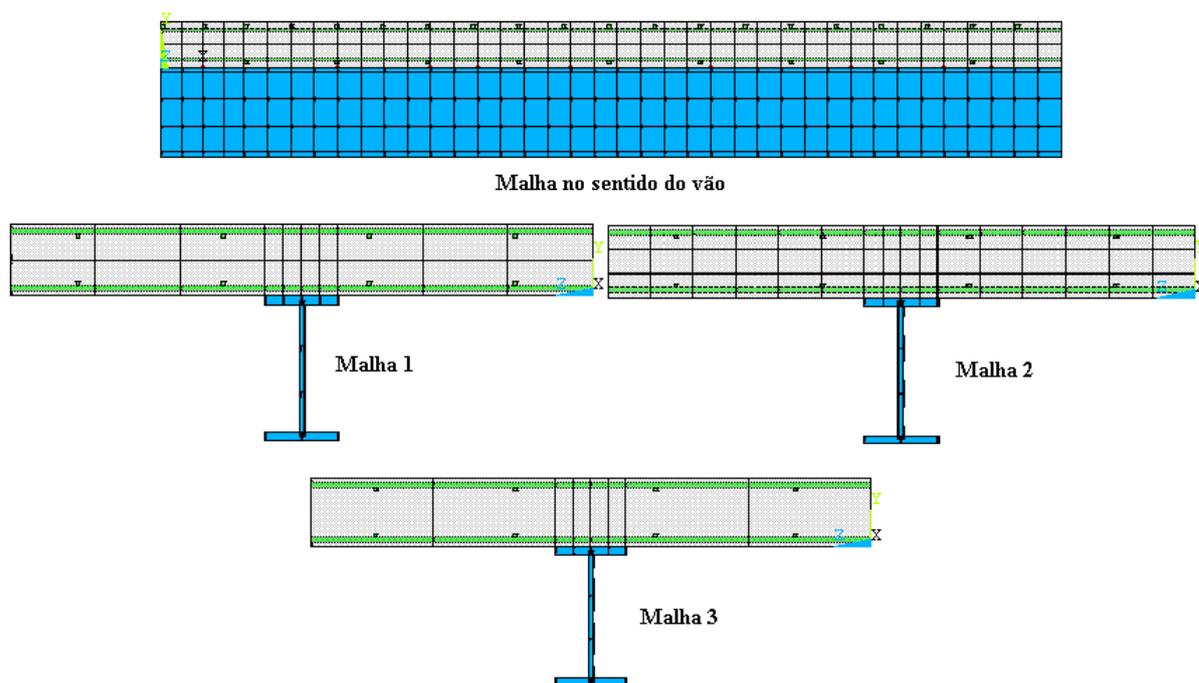


Figura 39 – Discretização das malhas 1, 2 e 3

Para definir qual malha apresentava melhor desempenho, confrontou-se o gráfico força *versus* deslocamento resultante de cada malha com a curva experimental, o que pode ser observado na Figura 40. Verificou-se que a malha 1 apresentou bons resultados em comparação com as outras duas. A malha 3 por ser muito grosseira, não teve convergência após o trecho elástico, logo foi descartada.

A segunda malha apresentou resultados próximos à primeira, entretanto o esmagamento do concreto ocorreu antes. Isso é explicado devido a programação da *usermat3D*: quando um ponto de integração atinge a condição de esmagamento suas tensões são anuladas, logo quanto mais pontos tiverem tensões anuladas, maior dificuldade do cálculo convergir. Se um modelo possui mais elementos, mesmo estes sendo menores, um número maior de elementos chegará a condição de esmagamento, o que não significa, necessariamente, que uma área maior da peça de concreto esmagou. Para se trabalhar com uma malha mais refinada deve-se alterar a tolerância de erro, no comando *CNVTOL*, comentado anteriormente. Portanto, a definição da malha não se torna algo tão simples e envolve outras questões.

Outra questão que pode ser levada em consideração é o tempo de análise. Com a malha 1 foram necessários 16,85 minutos para resolver o problema, enquanto que com a malha 2 foram necessários 41,8 minutos. Considerando o que foi exposto, e também avaliando a aproximação

dos resultados em relação ao experimental, optou-se por trabalhar com a 1ª malha que apresentou resultados satisfatórios e teve um tempo de análise bastante reduzido.

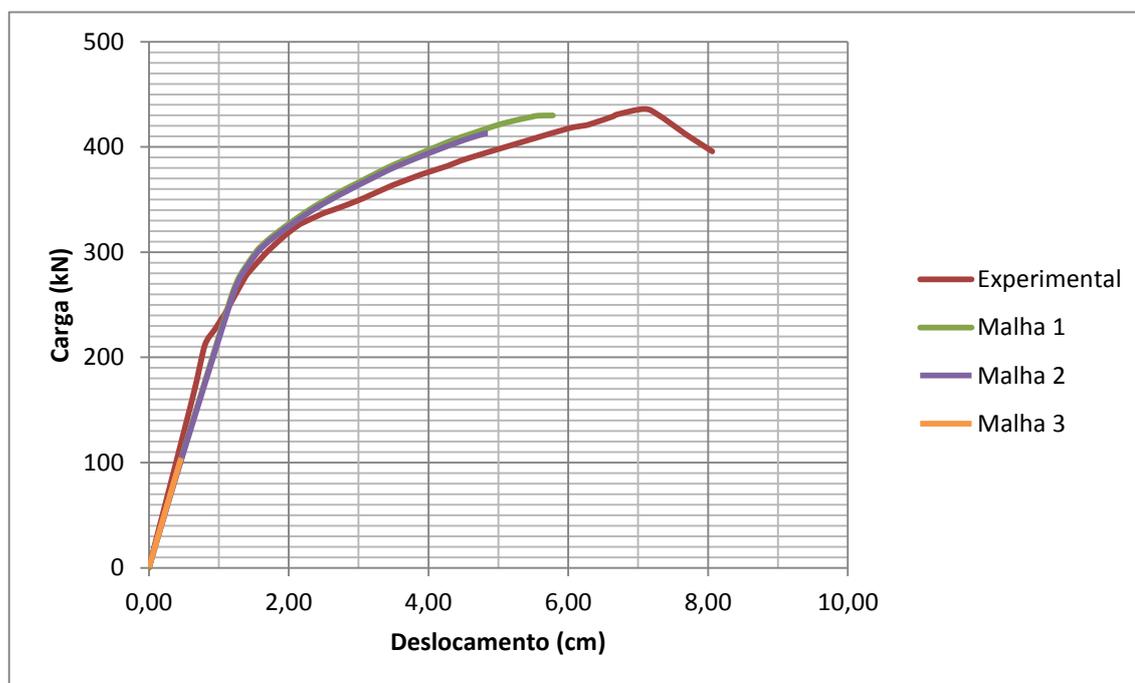


Figura 40 – Diagrama carga X deslocamento – análise de malha

Em seguida fez-se um estudo do fator de tolerância de erro para força (definido pelo comando CNVTOL) em relação à malha 1 escolhida, sendo adotados os seguintes valores: 0,005 (padrão ANSYS); 0,01; 0,03;0,05;0,1. Os resultados obtidos estão na Figura 41, de uma forma geral o que se observa é que as curvas estão sobrepostas, a diferença está no ponto de parada das curvas, sendo que os valores de tolerância menor convergiram até uma carga menor, o que era de se esperar.

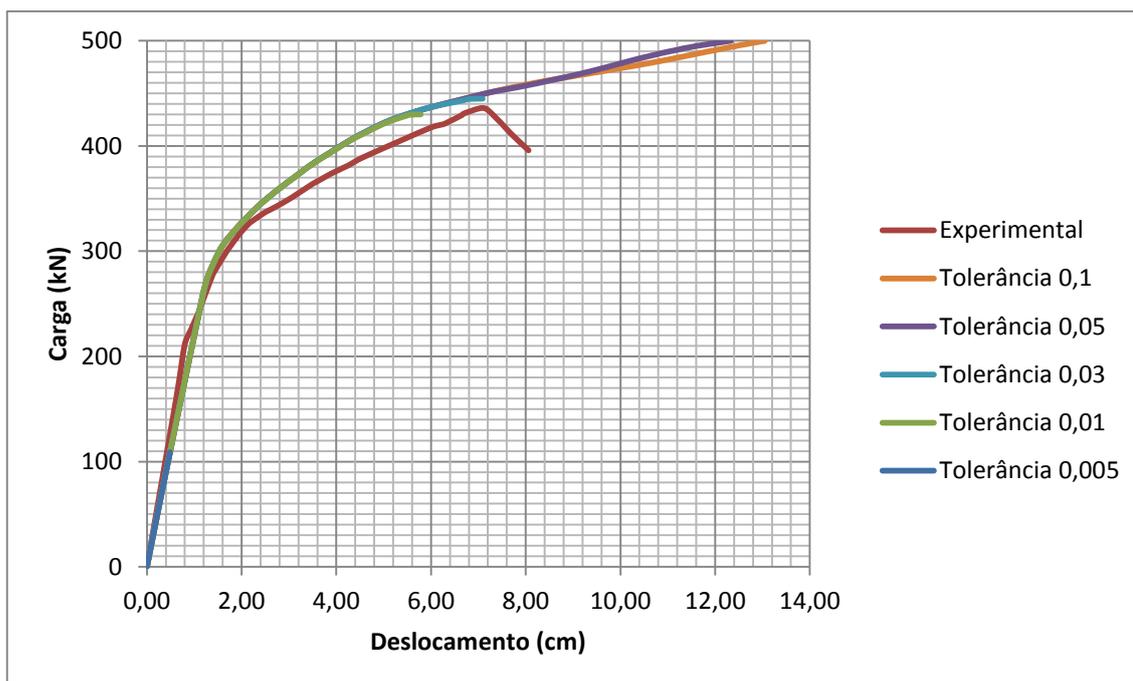


Figura 41 – Diagrama carga X deslocamento – análise de tolerância do erro

É importante observar no arquivo de saída da *usermat* a carga em que iniciou o esmagamento do concreto em relação à carga do fim da convergência, as quais estão apresentadas na Tabela 4. A partir disso, verifica-se que valores altos para tolerância induzem a um erro no modelo, que converge indefinidamente, independente do esmagamento do concreto. Numericamente, isso significa que mesmo tendo muitos pontos com tensão nula e haver desequilíbrio entre forças externas e internas, a tolerância de erro supera isso e faz com que o modelo continue convergindo. Por outro lado, se o valor de tolerância for muito baixo, o modelo não converge quando ultrapassado o comportamento elástico, que foi o primeiro caso. Assim, os valores de tolerância aceitável estão entre 0,01 e 0,03, pois acima disso o modelo não é sensível ao esmagamento e abaixo disso, o modelo não converge.

Tabela 4 – Comparação da convergência e ruptura

Tolerância	Carga início esmagamento (kN)	Carga fim da convergência (kN)
<b>0,005</b>	-	108,95
<b>0,01</b>	429,963	429,963
<b>0,03</b>	435,756	444,959
<b>0,05</b>	434,741	500*
<b>0,1</b>	434,741	500*

\*Valor da carga total aplicada

## 4.3 RESULTADOS

Neste item são apresentados os resultados do modelo numérico em comparação com o experimental, conforme os tópicos abordados por Chapman e Balakrishnan (1964). Sendo que no primeiro item, que trata dos deslocamentos devido à carga, foi feita comparação com outros modelos.

### 4.3.1 Deslocamento vertical no centro do vão

A seguir são apresentados os resultados de deslocamento obtidos para as vigas de Chapman e Balakrishnan (1964) com o modelo desenvolvido. São apresentados também, no mesmo gráfico, já como forma de comparação, os resultados obtidos em Kotinda (2006) e Queiroz et al. (2007). Duas vigas também foram verificadas por Tamayo (2011) e Dias (2013), quando feita a validação do código computacional desenvolvido no CEMACOM/UFRGS, são estas as vigas E1 e A2.

É importante destacar as diferenças e semelhanças na modelagem das vigas entre os modelos comparados. As maiores diferenças estão nos tipos de elementos finitos utilizados e na modelagem do concreto, já apresentadas no item 3.2.3. Quanto ao nível de discretização da malha pode-se dizer que foi bastante semelhante, conforme apresentado nas figuras 39 e 42. Se comparado o modelo desenvolvido no presente trabalho, a malha da laje em Kotinda (2006) foi mais discretizada em sua altura devido à representação dos conectores. Já se comparado aos modelos de Queiroz et al. (2007), Tamayo (2011) e Dias (2013), a diferença principal é que ao longo do vão, as divisões do perfil e da laje estão feitas a cada conector, enquanto que no modelo deste trabalho existem duas divisões a cada conector, assim como em Kotinda (2006). Tamayo (2011) representou os dois conectores da seção transversal como um equivalente, o que dispensou o uso de quatro elementos na mesa superior, entretanto em seu trabalho ele mostra que isso não gera diferenças.

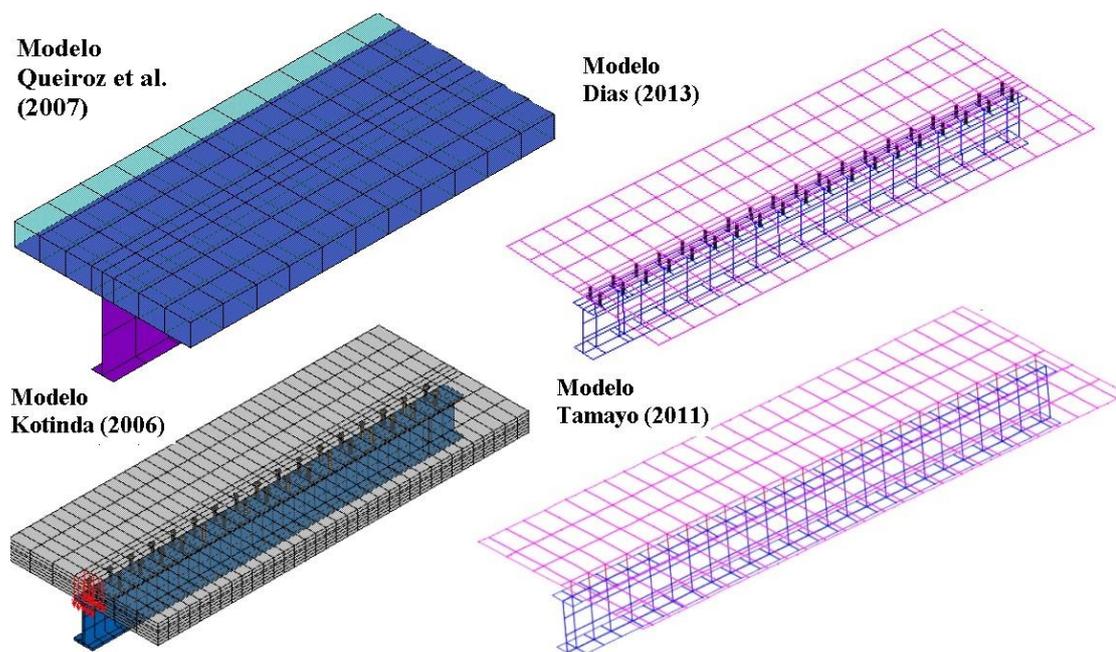


Figura 42 – Discretização das malhas dos modelos

Inicialmente analisou-se apenas o diagrama força *versus* deslocamento, e em seguida verificou-se o modo de falha das peças. Nas figuras a seguir estão apresentados os resultados das simulações juntamente com os resultados experimentais e dos trabalhos citados acima. É importante destacar que os valores para compor as curvas experimentais foram retirados a partir do trabalho de Kotinda (2006).

Outra observação importante, é que aplicou-se a solicitação em forma de carga, não em deslocamento. Apesar de a aplicação em deslocamento, normalmente gerar maior estabilidade ao processo numérico e facilitar a convergência, optou-se pela aplicação de carga, pois em um uso genérico do modelo, caso de dimensionamento, por exemplo, as estruturas não foram ensaiadas, e se terá os dados de carga em força aplicada, não em deslocamento.

#### 4.3.1.1 Vigas sujeitas a cargas concentradas

A aplicação da carga concentrada foi feita do mesmo modo que em Kotinda (2006). Os elementos da região central da viga e no centro do vão, receberam cargas nodais, que somadas atingem o valor de metade da carga total, já que se considerou a simetria do problema.

Os resultados relativos à viga A2, apresentados na Figura 43, demonstram que há uma boa aproximação com os resultados experimentais. A curva gerada por Dias (2013) apresenta deslocamentos menores que os verificados experimentalmente. O modelo de Queiroz et al. (2007) apresentou comportamento semelhante a Dias (2013), entretanto a ruptura da estrutura

se deu com carga superior. Logo esses modelos têm rigidez um pouco maior que a rigidez real da estrutura, enquanto o modelo proposto apresenta rigidez mais próxima da real.

Em relação ao modelo de Kotinda (2006) as rigidezes dos modelos ficaram bastante próximas, entretanto o mesmo ultrapassou a carga esperada para o esmagamento do concreto. Acredita-se que isso tenha ocorrido devido à alteração do modelo do concreto no comportamento em compressão. Além disso, a relação constitutiva utilizada pela referida autora não considera o amolecimento, após atingir a resistência à compressão, as tensões se mantêm constantes até a deformação limite.

O modo de ruptura verificado experimentalmente foi pelo esmagamento do concreto, e este pode ser observado na presente análise, em Queiroz et al. (2007) e em Dias (2013). Kotinda (2006) não fez análises em relação ao tipo de ruptura. Uma observação importante é que as propriedades adotadas para os materiais que alimentam os modelos foram as mesmas nos três modelos, entretanto existem diferenças entre os modelos do concreto, além da diferença dos tipos de elementos finitos.

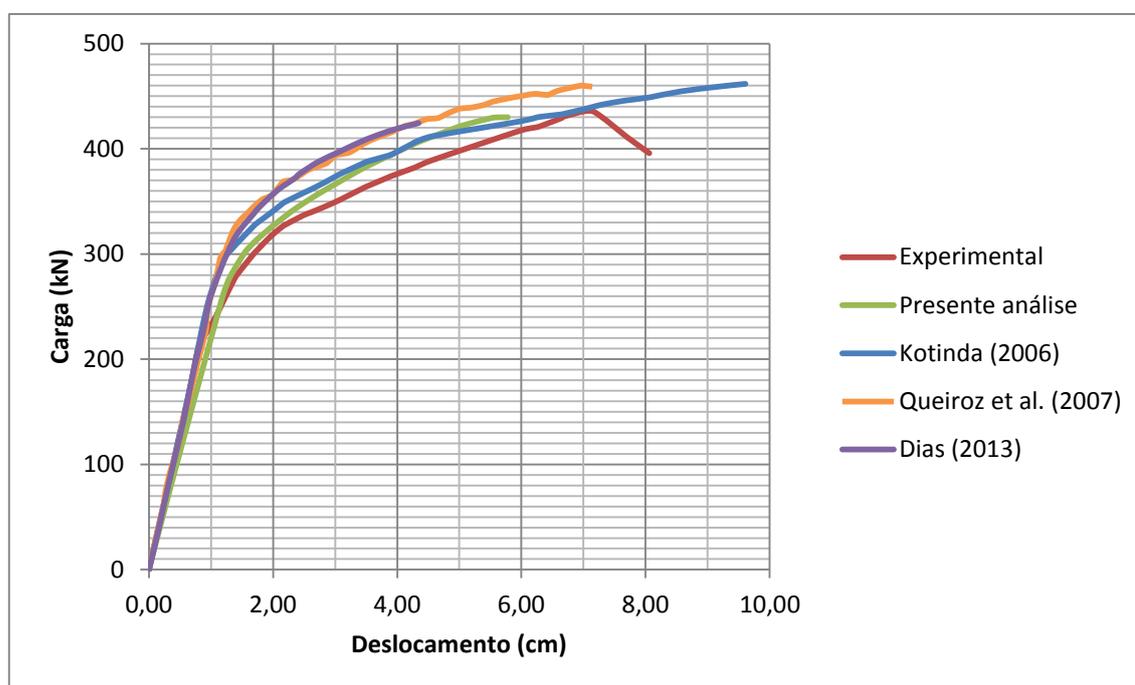


Figura 43 – Viga A2

A simulação das vigas A3, A4 e A5 mostraram boa correlação com os resultados experimentais, conforme apresentado nas figuras 44, 45 e 46. Além disso, as curvas também se aproximaram dos modelos de Kotinda (2006) e Queiroz et al. (2007). Em todos estes casos, para o modelo

do presente trabalho, a estrutura rompeu antes do que o verificado experimentalmente, sendo a ruptura por esmagamento. Entretanto sabe-se que em uma estrutura real sob carga, surgem mecanismos durante o processo de ruptura que não podem ser simulados com igual correlação computacionalmente. Como já comentado a ruptura do modelo é a perda da convergência no cálculo devido a um número significativo de pontos de integração terem suas tensões anuladas, por terem sido esmagados. Contudo o modelo de Queiroz et al. (2007) apresentou ruptura por esmagamento para cargas mais próximas do experimental. Acredita-se que o motivo da diferença em relação a presente análise ocorre por este modelo ser mais rígido: se comparado as curvas de deslocamento nos mesmos trechos a curva de Queiroz et al. (2007) fica acima. Entretanto se considerado que foi esse modelo que suportou maior carga e conseqüentemente obteve os maiores deslocamentos, este seria o modelo mais flexível.

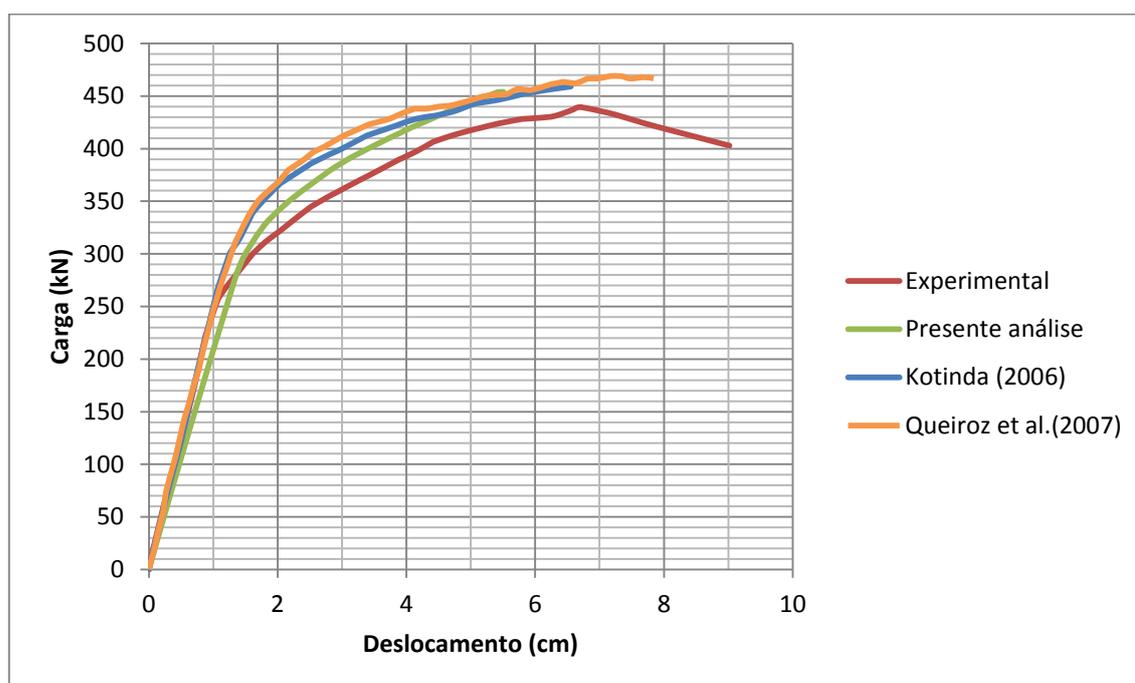


Figura 44 – Viga A3

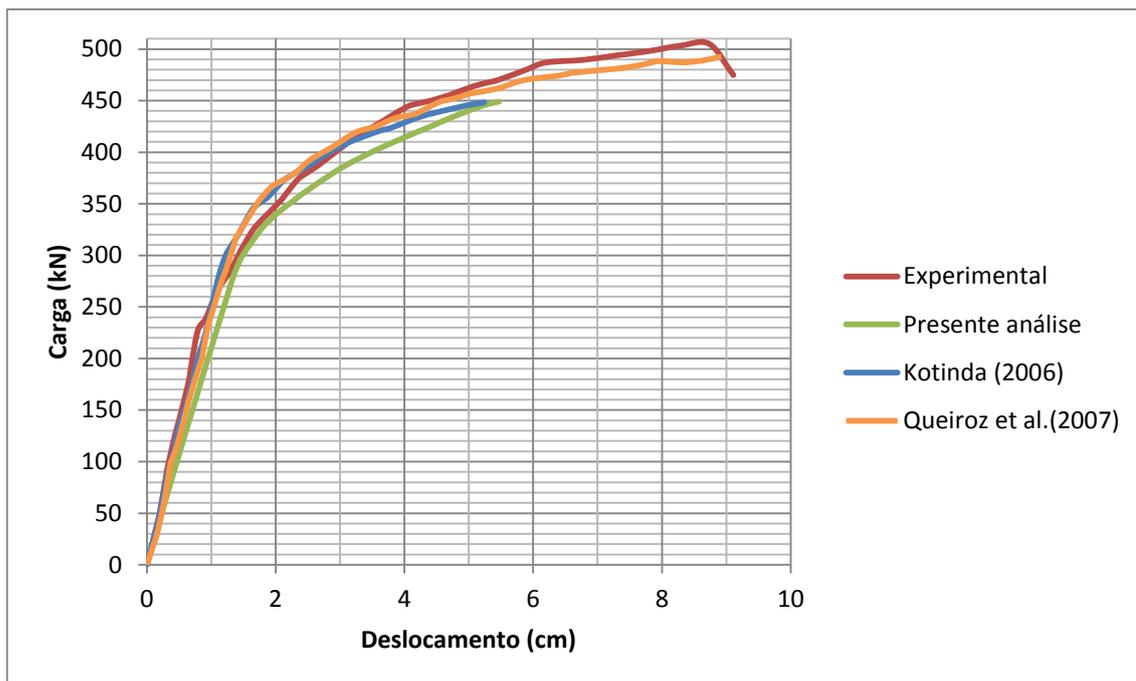


Figura 45 – Viga A4

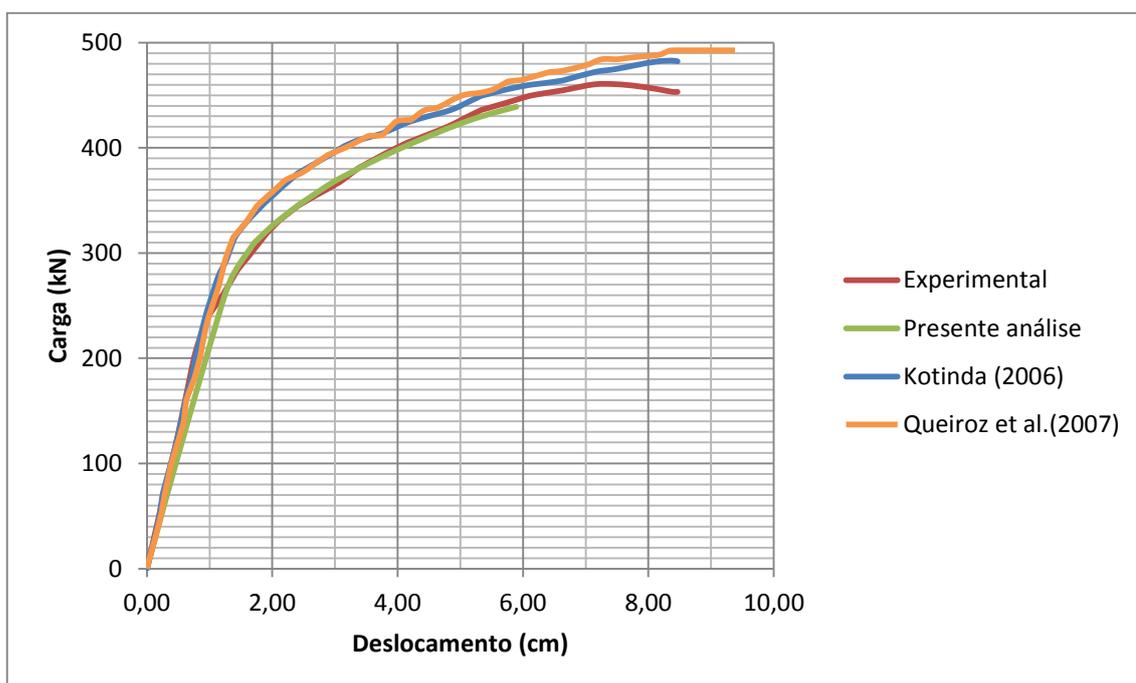


Figura 46 – Viga A5

Os resultados para a viga A6 estão apresentados na Figura 47, sendo que o modelo analisado apresentou comportamento intermediário entre o experimental e o modelo de Kotinda (2006), e grande correlação com o modelo de Queiroz et al.(2007). Essa viga foi a única sob carga pontual que apresentou ruptura devido ao rompimento dos conectores. Sendo que computacionalmente isso pode ser verificado analisando a evolução do deslizamento dos

conectores mais próximos ao apoio, afetados primeiro, que ultrapassaram o deslizamento máximo de 1,4 milímetros, definido pela curva *push out*. Foi considerada que a ruptura devido aos conectores ocorreu quando os conectores localizados nas duas posições mais próximas ao apoio rompessem. De forma que apesar da convergência ter sido interrompida devido ao esmagamento do concreto, a condição de ruptura foi atingida antes. Queiroz et al. (2007) também verificou ruptura por rompimento dos conectores, contudo, para uma carga um pouco superior a experimental e a obtida na presente análise.

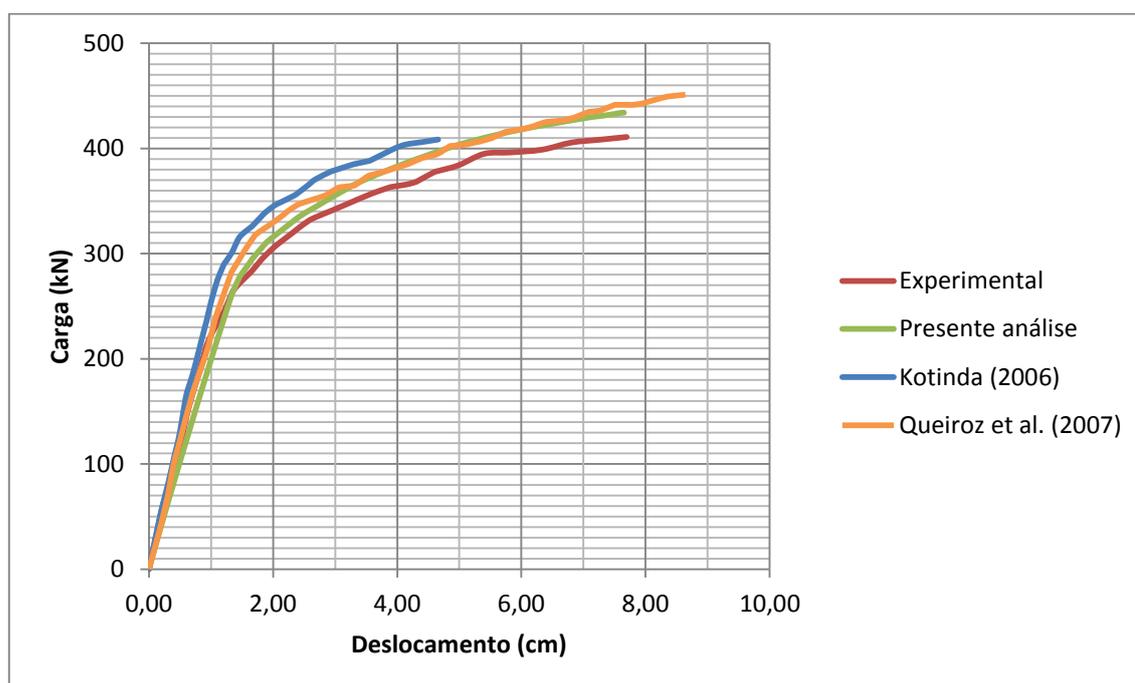


Figura 47 – Viga A6

As simulações das vigas B1, C1 e D1 apresentadas nas figuras 48, 49 e 50 demonstram que a rigidez do modelo ficou muito próxima da verificada experimentalmente para estas vigas, sendo observada ruptura por esmagamento do concreto tanto no modelo experimental quanto no numérico. Entretanto, como já apresentado em resultados anteriores, a ruptura do modelo numérico ocorreu um pouco antes do que o determinado experimentalmente. Além da questão computacional, anteriormente mencionada, também existe a dificuldade na determinação do momento exato da ruptura durante os ensaios e medição dos deslocamentos nesse dado momento. Novamente o modelo de Queiroz et al. (2007) apresentou melhor correlação em relação à carga de ruptura, mostrando ser mais rígido do que o modelo desenvolvido neste trabalho, sendo também observada ruptura por esmagamento.

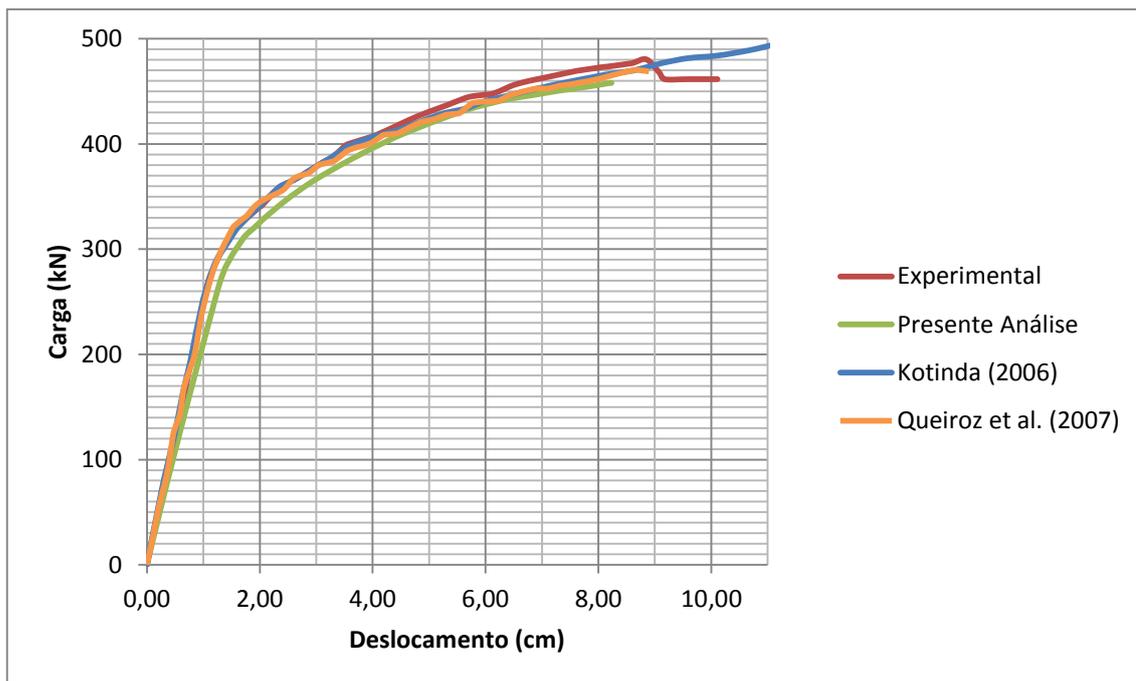


Figura 48 – Viga B1

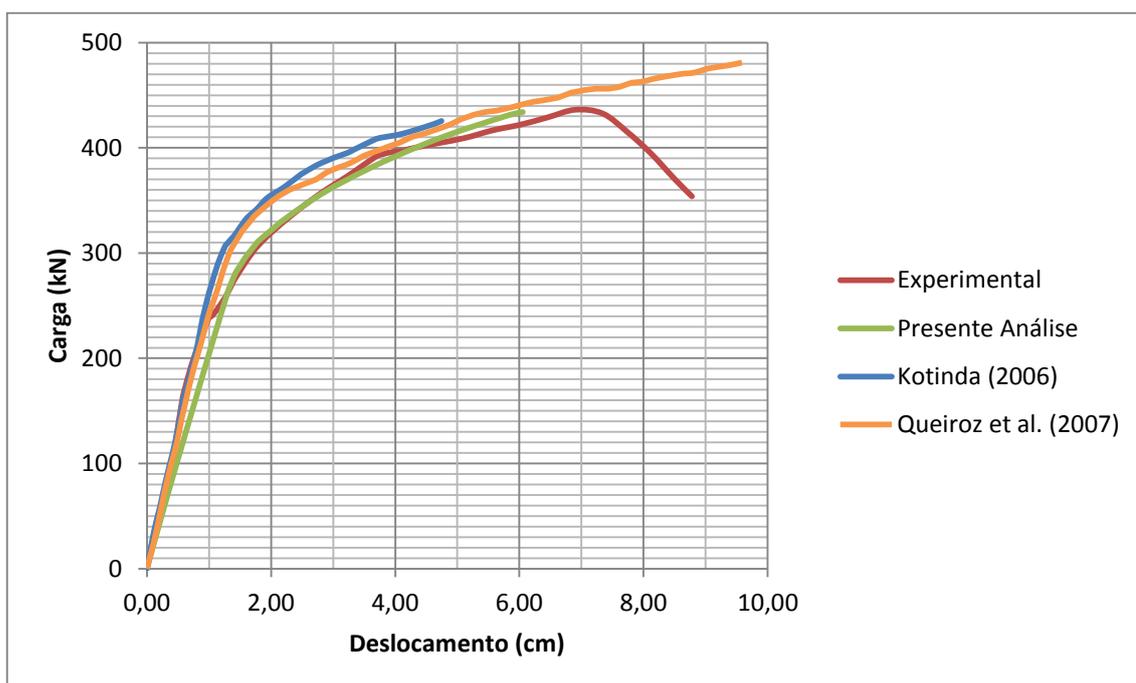


Figura 49 – Viga C1

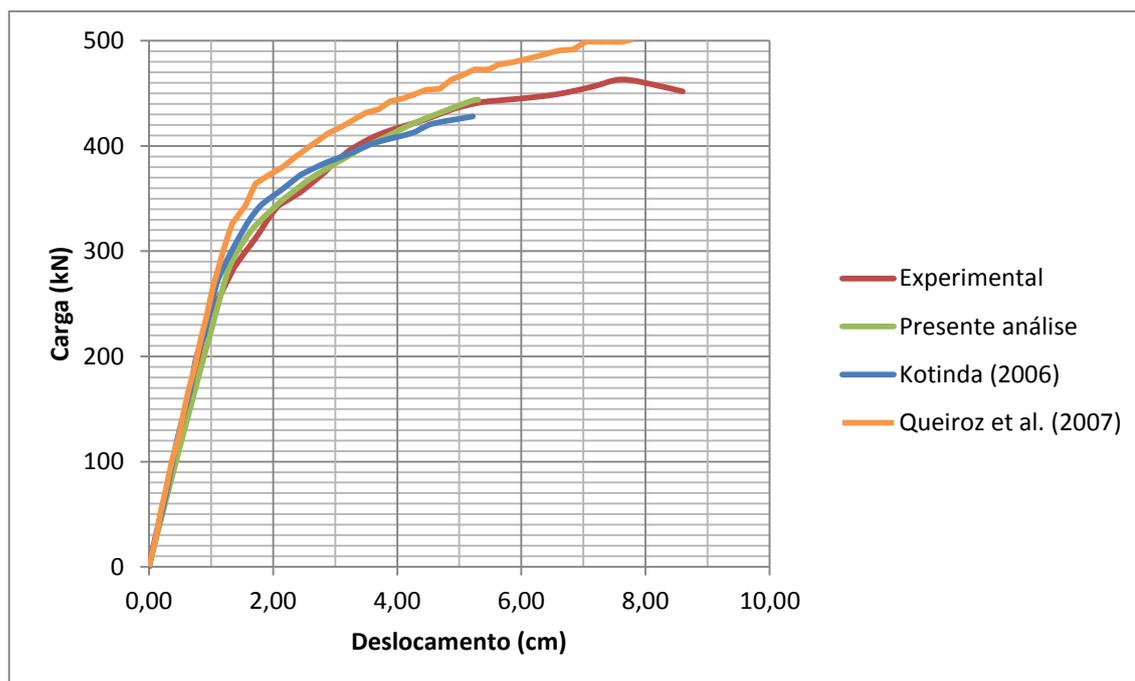


Figura 50 – Viga D1

A viga E1 tem seus resultados apresentados na Figura 51 e se observou o mesmo que ocorreu para a viga A2: o modelo computacional desenvolvido pelo CEMACOM, apresentado em Tamayo (2011), possui maior rigidez que o modelo analisado no presente trabalho. Outra questão é que novamente a ruptura se deu antes do verificado experimentalmente. Sendo o modo de ruptura experimental devido ao esmagamento do concreto, o que foi verificado na presente análise, em Queiroz et al. (2007) e também por Tamayo (2011). O modelo de Queiroz et al. (2007) apresentou a maior carga de ruptura, ultrapassando, inclusive, a experimental.

Aqui vale ressaltar uma pequena diferença na modelagem, Tamayo (2011) adotou módulo de elasticidade para o concreto igual a 329,2 kN/cm<sup>2</sup>, enquanto para os outros modelos, o valor adotado foi de 314,6 kN/cm<sup>2</sup>, o que representa uma diferença pequena (4,6%). Parte da diferença pode ser explicada por isso, entretanto, o exemplo A2, mostra que os modelos têm rigidezes diferentes.

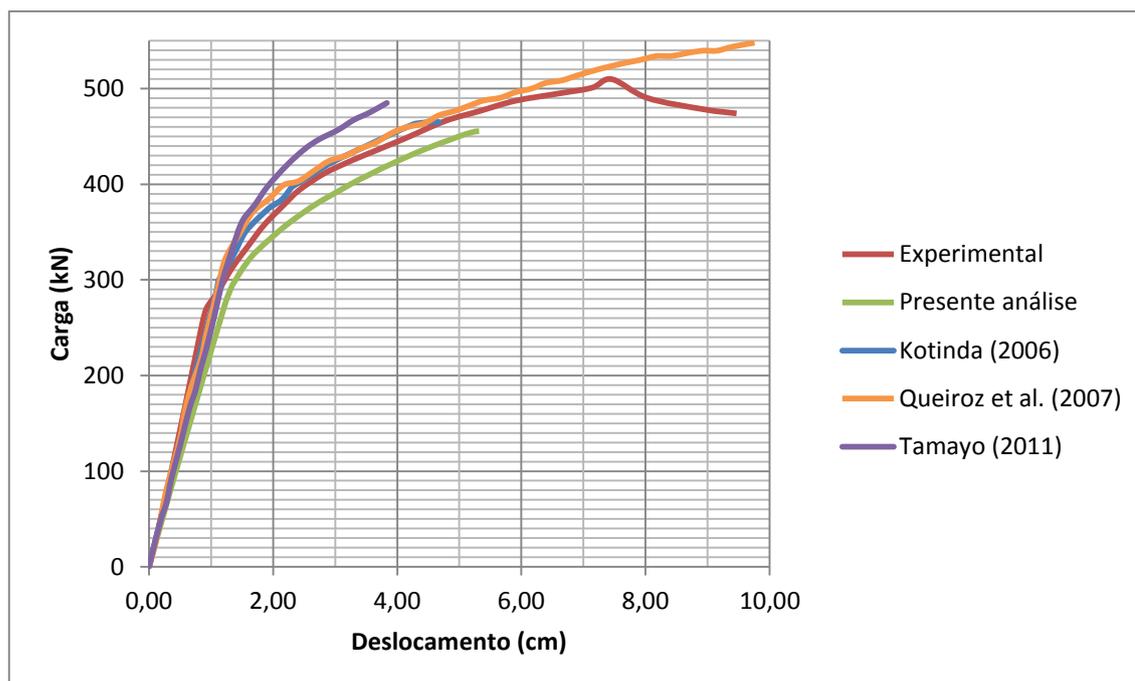


Figura 51 – Viga E1

#### 4.3.1.2 Vigas sujeitas a cargas distribuídas

A carga distribuída foi aplicada nas vigas como carga de pressão, sendo a pressão aplicada igual a carga total dividida pela área da região central (mesa de aço). A carga total aplicada em ambas as vigas foi de 1100 kN (550 kN, considerando a simetria), para que se pudesse verificar com mais clareza a ruptura.

As vigas U1 e U3 utilizaram o mesmo modelo de conector das vigas “A”, entretanto nestas foi aplicada carga distribuída. Os resultados para as duas vigas estão apresentados nas figuras 52 e 53, sendo que na legenda “presente análise C1” remete ao conector com curva *push out* 1, que é igual à curva de A2 e “presente análise C2” tem curva igual ao conector da viga A5. Foram adotadas duas curvas, pois o artigo não apresentou as curvas *push out* dos conectores para estas vigas, e os conectores deste tipo apresentaram grande variabilidade no comportamento.

Contudo o comportamento diferenciado no conector não influenciou muito o desempenho geral das peças, apenas no ponto de ruptura. Acompanhando a evolução dos deslizamentos, pode-se observar que os conectores do tipo 2 tiveram deslizamentos maiores que os conectores do tipo 1. Além disso, acredita-se que os conectores do tipo 2, menos rígidos, diminuíram a transferência de esforços entre laje e perfil, o que pode ter levado a maior concentração de tensões na laje, fazendo com que o esmagamento ocorresse antes da viga simulada com o conector do tipo 1.

Em relação ao comportamento das curvas, os resultados obtidos ficaram muito próximos dos obtidos por Kotinda (2006), a diferença foi apenas no ponto de ruptura. Comparando os resultados com o experimental, houve maior discrepância nos resultados, se comparada com a boa correlação obtida para os casos de carga concentrada. Entretanto, como essa questão pode ser observada também nos resultados de Kotinda (2016) acredita-se que possa ser devido às limitações que existem no modelo numérico, sendo que mesmo uma teoria bastante complexa não é capaz de prever todos os mecanismos e não linearidades, principalmente sob cargas próximas a ruptura. Além disso, na Figura 34 pode-se observar a forma de aplicação da carga distribuída no modelo experimental, e não foi exatamente deste modo que se procedeu no modelo numérico, onde foi aplicada carga de pressão.

Por fim, o modelo de Queiroz et al. (2007) apresentou a melhor correlação com o experimental, principalmente, para viga U3. A ruptura obtida pelo referido autor foi devido esmagamento do concreto, assim como constatado na presente análise. O que vai de encontro com o resultado apresentado pelo modelo experimental.

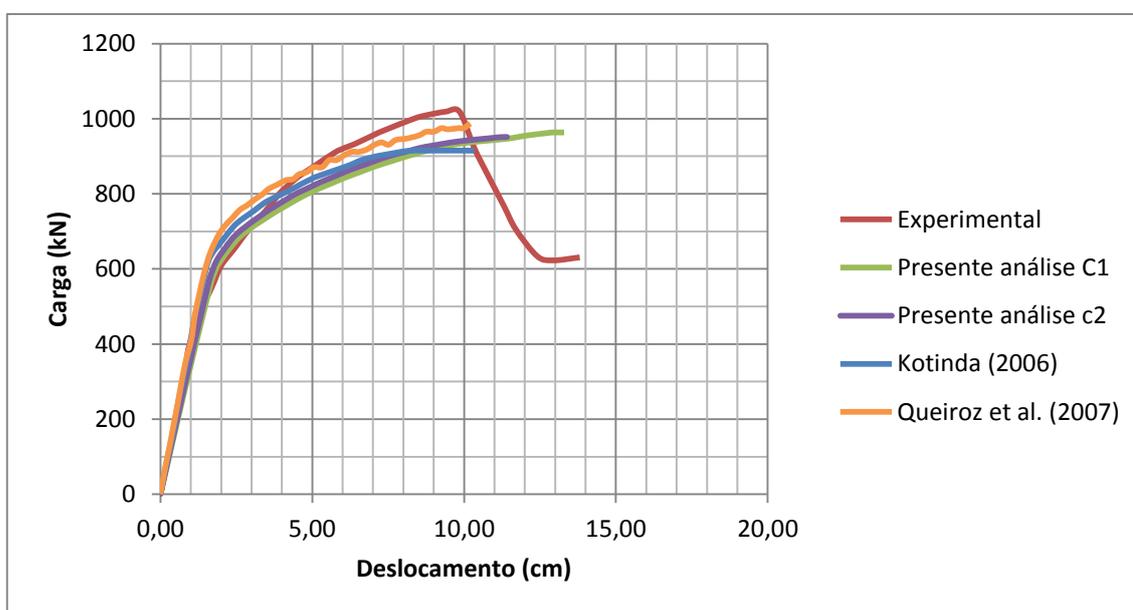


Figura 52 – Viga U1

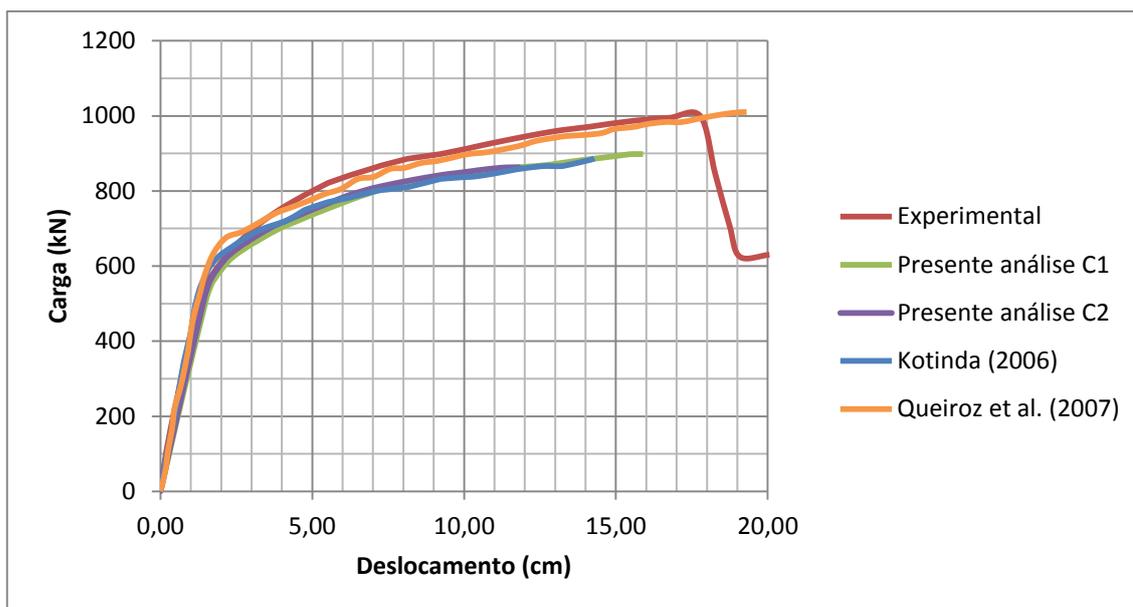


Figura 53 – Viga U3

#### 4.3.2 Análise da ruptura por esmagamento

Conforme explorado no item 4.2, a definição da carga de ruptura no modelo numérico é dada pelo término da convergência, devido aos pontos esmagados. A quantidade de pontos esmagados até se atingir a ruptura está relacionada com o critério de convergência, pois quanto mais pontos estiverem esmagados mais difícil a convergência, pois o erro no equilíbrio de forças internas e externas será maior. Relembrando que o critério de convergência em força adotado ficou entre 0,01 e 0,03.

A partir da saída de dados pode-se contabilizar quantos pontos de integração e quantos elementos estavam esmagados até o momento do fim da convergência. A Tabela 5 apresenta para cada viga, com exceção da viga A6 que rompeu devido aos conectores: o número de substeps em que se observou elementos finitos com pontos de integração esmagados; o número de elementos finitos que tiveram um ou mais pontos de integração esmagados; o número total de pontos de integração esmagados.

Pode-se observar que as vigas “U”, sujeitas a carga distribuída, tiveram um número muito superior de pontos esmagados durante um longo período de aplicação de carga até romper. Vale ressaltar que em todos exemplos das vigas “U” foi utilizada tolerância de 0,03, pois a convergência com 0,01 não ultrapassava o limite elástico. Acredita-se que o fato do número de pontos esmagados ser maior é justamente pela região de aplicação de carga ser maior, fazendo

com que um número maior de pontos atinjam a condição estabelecida. A Figura 37 ilustra que no caso de carga distribuída a zona de ruptura é maior.

Tabela 5 – Controle do esmagamento

Viga	Substeps	Elementos	Pontos esmagados
<b>A2</b>	1	4	6
<b>A3</b>	4	4	6
<b>A4</b>	5	3	3
<b>A5</b>	2	2	2
<b>A6</b>	Ruptura devido aos conectores		
<b>B1</b>	20	8	21
<b>C1</b>	3	2	2
<b>D1</b>	5	5	7
<b>E1</b>	4	5	7
<b>U1 - C1</b>	273	44	117
<b>U1 - C2</b>	276	30	63
<b>U3 - C1</b>	214	39	95
<b>U3 - C2</b>	186	22	57

#### 4.3.3 Distribuição de tensões na seção do centro do vão

Outra análise feita a partir dos ensaios de Chapman e Balakrishnan (1964), foi a nível local, avaliando a distribuição de tensões na seção do meio do vão. Para as vigas do tipo “A”, que tinham o mesmo tipo de conector foram avaliadas as tensões  $\sigma_{xx}$  para a carga aplicada igual a 392 kN, já para a viga U3 analisou-se as tensões para quatro cargas diferentes.

Conforme Chapman e Balakrishnan (1964), os resultados experimentais foram obtidos a partir da medição das deformações e conhecendo as propriedades dos materiais, a partir de ensaios, foi calculada a distribuição de tensões. Não fica claro quais pontos da seção transversal foram adotados para análise, entretanto optou-se por trazer os resultados numéricos referentes ao eixo da viga, como também foi feito em Kotinda (2006).

Na Figura 54 pode-se observar a distribuição de tensões  $\sigma_{xx}$  para as vigas A2, A3, A4, A5 e A6, sendo a linha horizontal a interface entre a laje de concreto e o perfil metálico. Nos dados experimentais as tensões de tração no concreto foram consideradas nulas. Isso foi feito pois os dados de tensão foram utilizados por Chapman e Balakrishnan (1964) para determinar o momento resistente da seção, e o concreto tracionado não é considerado para resistência da viga.

Comparando os resultados experimentais e numéricos da presente análise observa-se que todos apresentam a mesma tendência. Entretanto existe discrepância entre os valores, principalmente, no concreto, em que os dados numéricos superaram o experimental. Avaliando o perfil metálico, as tensões numéricas estão quase sempre abaixo do experimental. A discrepância entre os valores se deve a duas questões, primeiramente aos dados numéricos, pois se trata de um carregamento elevado, logo a estrutura desempenha um comportamento não-linear, apresentando plasticidade. Nessa situação apesar do uso de teorias sofisticadas, sempre existe maior dificuldade em determinar com precisão as tensões. O segundo aspecto que leva à discrepância entre os resultados é o fato das tensões ditas experimentais também terem sido calculadas, mesmo que a partir de deformações medidas. Sendo o ponto exato de medição desconhecido.

Os resultados para viga U3 estão apresentados na Figura 55, estes apresentam uma aproximação melhor entre experimental e numérico, sendo os resultados numéricos apresentados referentes ao conector do tipo 1. No caso experimental, foram verificadas quatro cargas: 440 kN (45 tf), 620 kN (63 tf), 750 kN (76,5 tf) e 970 kN (99 tf). Entretanto não foi possível verificar a última carga para o modelo numérico, pois a ruptura se deu antes, por isso estão apresentados apenas os resultados das três primeiras cargas. A primeira carga pode ser considerada pequena, comparando-se com a carga de ruptura, e a estrutura se encontra no regime elástico, logo, existe uma boa correlação entre as tensões experimentais e numéricas.

Já na segunda situação de carga, avaliando o gráfico deslocamento *versus* força aplicada apresentado anteriormente, se observa o início do comportamento não linear devido a plasticidade. Nessa situação aparece diferença de tensões, principalmente na metade superior do perfil metálico, onde as tensões tem valores menores em relação ao experimental. Por final, na terceira carga aplicada tem-se o comportamento plástico bastante presente, e apesar disso tem-se uma ótima correlação entre os modelos, diferente do que aconteceu para as vigas “A”.

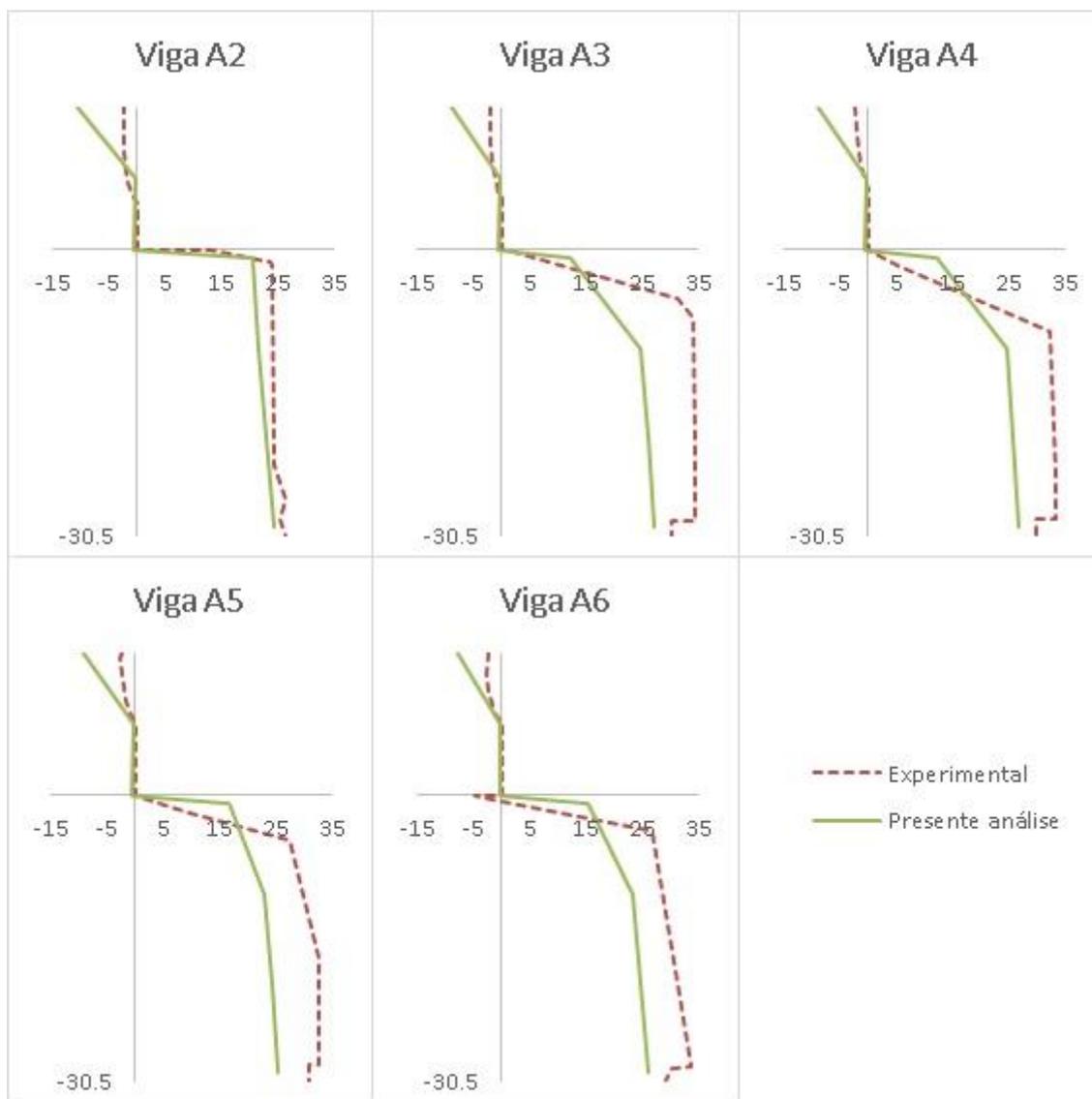


Figura 54 – Distribuição de tensões  $\sigma_{xx}$  no centro do vão para carga de 392 kN

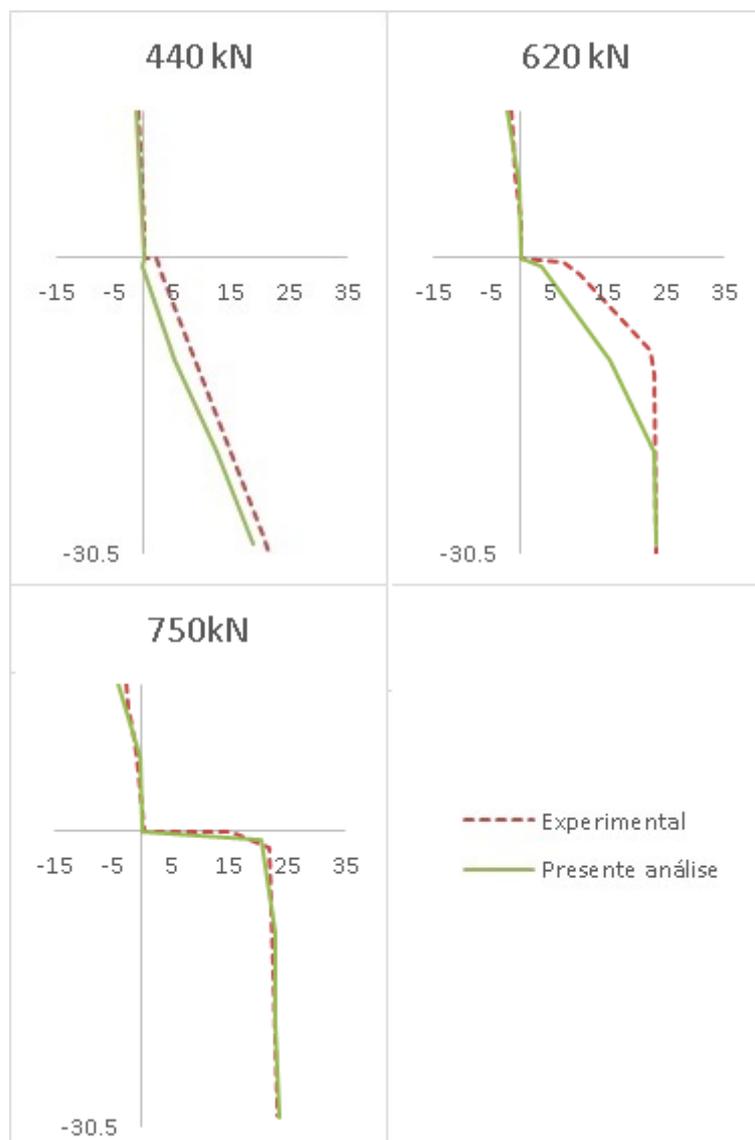


Figura 55 – Distribuição de tensões  $\sigma_{xx}$  no centro do vão para viga U3

#### 4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na Tabela 6 estão apresentadas as cargas de ruptura obtidas pelo modelo experimental e pelo modelo numérico do presente trabalho. Se observa que em termos percentuais a diferença dos resultados numéricos em relação aos experimentais varia entre 1,9% e 10,7%. Uma questão que deve ser ressaltada é que nenhuma das curvas verificadas conseguiu apresentar o trecho em descarga da estrutura. O que provavelmente é gerado pela dificuldade de convergência nesse nível de carregamento e deslocamento.

Tabela 6 – Comparação da carga de ruptura

<b>Viga</b>	<b>Experimental (kN)</b>	<b>Modelo desenvolvido (kN)</b>	<b>Diferença (kN)</b>	<b>Diferença (%)</b>
<b>A2</b>	472,6	430,0	42,6	9,0%
<b>A3</b>	439,1	454,0	14,8	3,4%
<b>A4</b>	422,3	449,0	26,7	6,3%
<b>A5</b>	464,5	439,0	25,6	5,5%
<b>A6</b>	464,5	434,0	30,5	6,6%
<b>B1</b>	468,8	457,9	10,9	2,3%
<b>C1</b>	442,5	434,0	8,5	1,9%
<b>D1</b>	479,2	443,9	35,3	7,4%
<b>E1</b>	509,8	455,4	54,4	10,7%
<b>U1</b>	1022,4	963,5	58,9	5,8%
<b>U3</b>	993,5	898,2	95,3	9,6%

Ao final do processo de validação do comportamento elastoplástico do modelo, considera-se que o mesmo é capaz de simular com boa precisão os ensaios. Algumas divergências foram verificadas, principalmente quando se atingiam cargas muito altas próximas à ruptura, e também existiu certa dificuldade em definir a ruptura. Entretanto, o momento da ruptura de uma peça é um processo bastante caótico, e existe tanto a dificuldade em aferir com precisão os valores durante o ensaio, como a dificuldade em se ter precisão no processo de convergência do modelo numérico. Conseqüentemente podem existir imprecisões nos dois métodos, conforme ressaltado por Vellasco et al. (2014).

Portanto, considera-se que o modelo é capaz de reproduzir o comportamento de vigas mistas e pode ser utilizado para análise das mesmas, sendo importante que o usuário tenha em vista a necessidade de se avaliar com cuidado os resultados, principalmente em cargas muito elevadas.

## 5 VALIDAÇÃO DO MODELO: EFEITOS DIFERIDOS

Para validação do modelo de viga mista que considera apenas efeitos devido a cargas de longa duração foram utilizados os exemplos de vigas mistas biapoiadas ensaiadas por Bradford e Gilbert (1991). Os referidos autores estudaram quatro tipos de vigas, sendo variado o espaçamento dos conectores de cisalhamento do tipo *stud* e a carga. As vigas ficaram submetidas às cargas e foram monitoradas durante 250 dias. Foram medidas as deformações no centro do vão em 6 pontos: na face superior, intermediária e inferior da laje, na face superior da mesa superior do perfil, na altura média da alma e na face inferior da mesa inferior do perfil. Para o centro e quarto de vão foram medidos os deslocamentos verticais, sendo esses últimos dados utilizados na comparação do modelo experimental e do modelo numérico. Na Figura 56 está apresentada uma foto do ensaio.

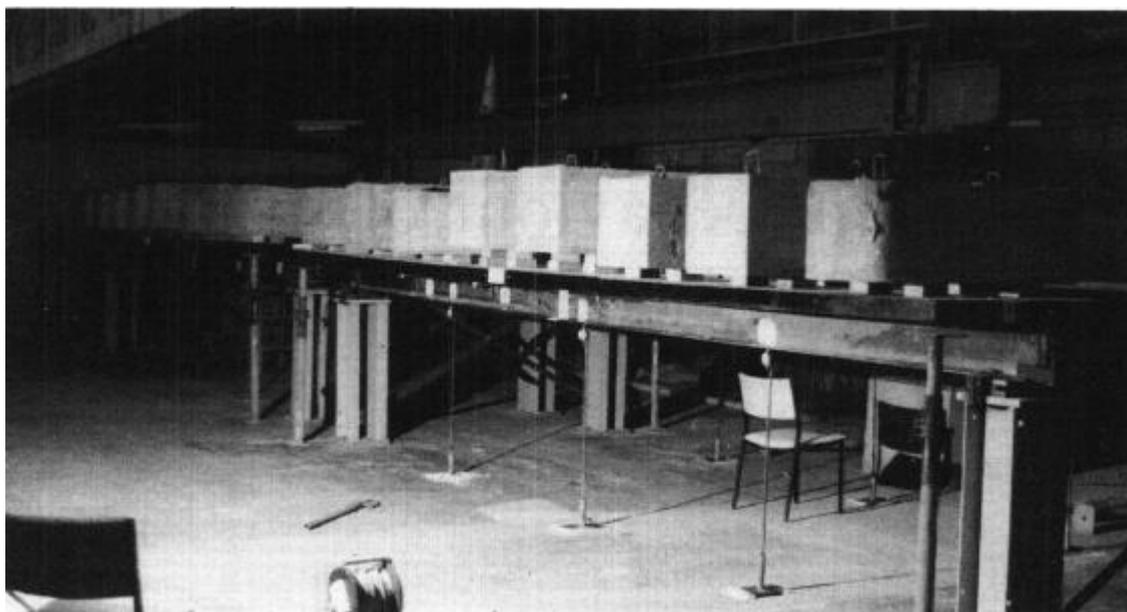


Figura 56 – Viga ensaiada (BRADFORD; GILBERT, 1991)

### 5.1 DESCRIÇÃO DAS VIGAS

Conforme Bradford e Gilbert (1991) foram ensaiadas quatro vigas, sendo que nas vigas B1 e B2 os conectores estão espaçados a cada 20 cm e nas vigas B3 e B4, o espaçamento é de 60 cm. As demais dimensões são iguais e estão apresentadas na Figura 57. Outra diferença entre as vigas ensaiadas está na carga. As vigas B1 e B3 foram submetidas à carga de 7,52 kN/m,

aplicada com blocos de concreto com dimensão 40x40x100 cm (Figura 56), enquanto as vigas B2 e B4 foram submetidas apenas ao peso próprio.

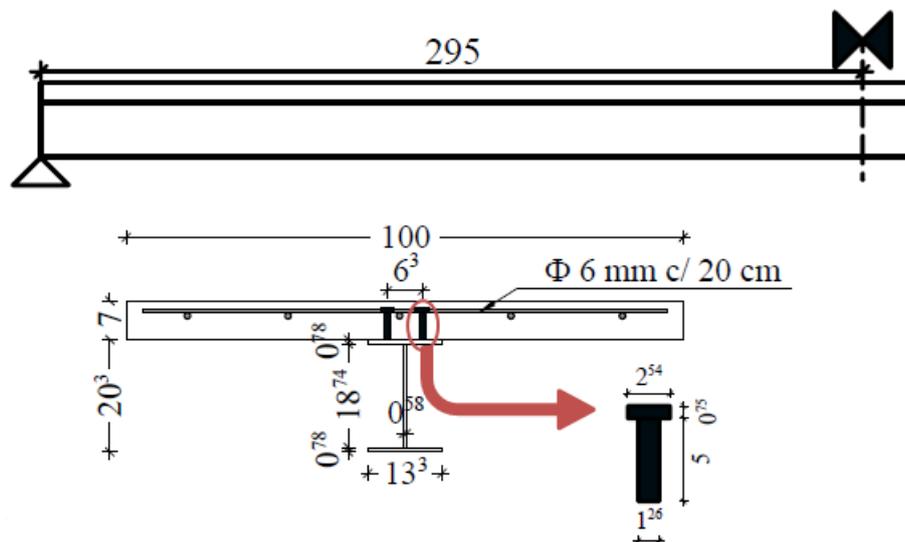


Figura 57 – Vista e corte de uma viga mista padrão ensaiada por Bradford e Gilbert (1991) (medidas em centímetros)

Para verificação das propriedades do concreto foram moldados 6 corpos de prova cilíndricos para determinação da resistência à compressão e do módulo de elasticidade, que levou aos valores de 3,11 kN/cm<sup>2</sup> e 2510 kN/cm<sup>2</sup>, respectivamente, aos 10 dias de idade. Para avaliação das curvas de força *versus* deslizamento dos conectores foram feitos três ensaios do tipo *push out* (BRADFORD; GILBERT, 1991). A partir das curvas experimentais, adotou-se um comportamento médio que levou as constantes:  $a = 180$  kN e  $b = 21,12$  cm<sup>-1</sup>, para traçar a curva que alimenta o modelo no ANSYS, apresentada anteriormente na Figura 6. Na Figura 58 pode-se observar as curvas experimentais e a curva aproximada, sendo que a curva mais baixa foi ignorada na aproximação, pois um dos conectores foi arrancado durante o ensaio, o que, segundo Bradford e Gilbert (1991) não costuma ocorrer em cargas de serviço. Como foi feita uma comparação com os resultados de Moreno (2016), aqui cabe um comentário acerca das propriedades dos conectores: o referido autor usou  $a = 120$  kN e  $b = 70$  cm<sup>-1</sup>.

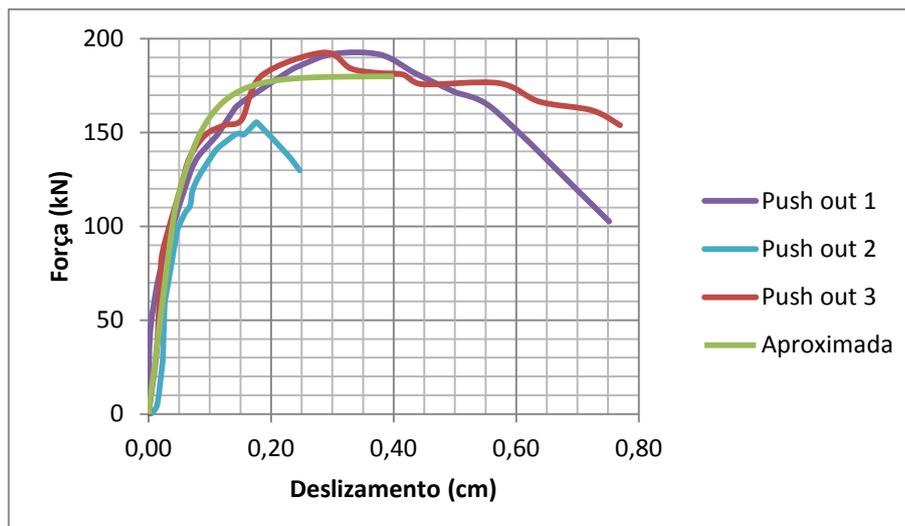


Figura 58 – Comportamento dos conectores

As propriedades para a determinação da retração não estão apresentadas no referido trabalho, portanto foram adotados os mesmos valores definidos por Moreno (2016), conforme a Tabela 7. Em relação as condições do ambiente, o referido autor adotou a temperatura padrão de 20°C e ajustou a umidade do ar para que se ajustasse melhor os resultados experimentais e numéricos. As propriedades dos aços do perfil e das armaduras também não foram informadas em Bradford e Gilbert (1991), sendo adotados os valores apresentados na Tabela 7, que também se basearam em Moreno (2016).

Tabela 7 – Propriedades dos materiais definidas no presente trabalho

<b>Parâmetros para retração</b>	
<b>RH (%)</b>	58
<b>Tempo de cura (dias)</b>	10
<b>Temperatura (°C)</b>	20
<b>Tipo de cimento</b>	endurecimento em tempo normal
<b>Tipo de agregado</b>	granito
<b>Parâmetros para o aço do perfil</b>	
<b>Módulo de elasticidade (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	20000
<b>Tensão de escoamento (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	36
<b>Tensão de ruptura (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	45
<b>Parâmetros para o aço das armaduras</b>	
<b>Módulo de elasticidade (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	20500

## 5.2 RESULTADOS

O modelo reológico de Kelvin ajustado para análise das vigas de Bradford e Gilbert (1991) ficou definido com 5 unidades, os módulos de elasticidade e viscosidades estão apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros do modelo reológico de Kelvin

Unidade $\mu$	Viscosidade (cm <sup>2</sup> /kN.dia)	Módulo de elasticidade (kN/cm <sup>2</sup> )	
		CEB-FIP-90	FIB-2010
1	0.1	11,68	4,39
2	1	10,05	2,21
3	10	5,57	1,74
4	100	2,36	1,01
5	1000	30,78	6,18

As malhas utilizadas se basearem no que foi utilizado na validação do comportamento elastoplástico das vigas mistas. A modificação foi em relação às vigas B3 e B4, como o número de conectores é reduzido, optou-se por utilizar 4 elementos a cada conector, em se tratando da divisão ao longo do vão. Na Figura 59 estão apresentadas as malhas utilizadas, sendo que a divisão na seção transversal foi a mesma para todas as vigas. A saber, a malha utilizada para todos os casos em Moreno (2016) tem o mesmo nível de discretização do modelo de Dias (2013), apresentado na Figura 42.

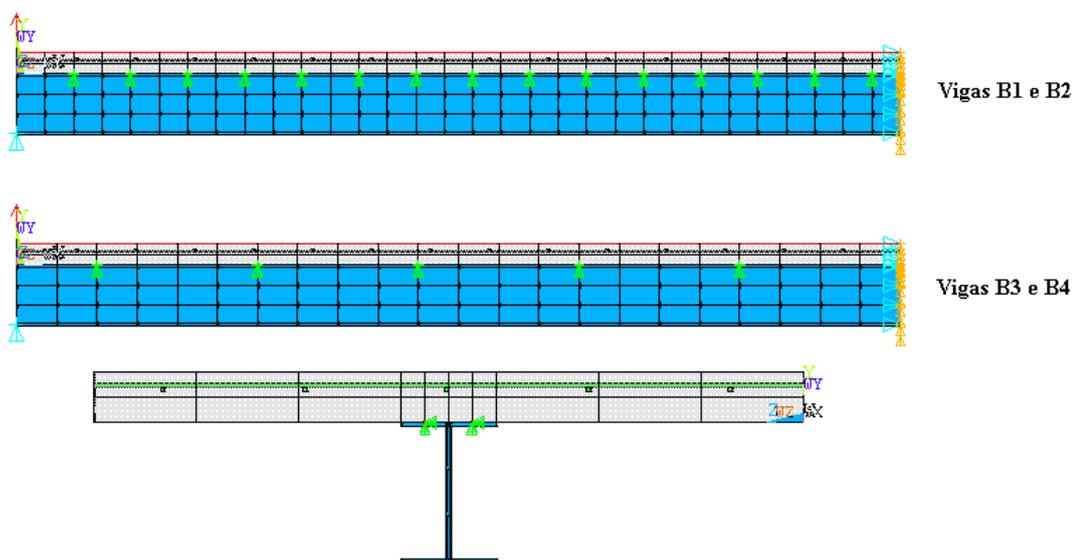
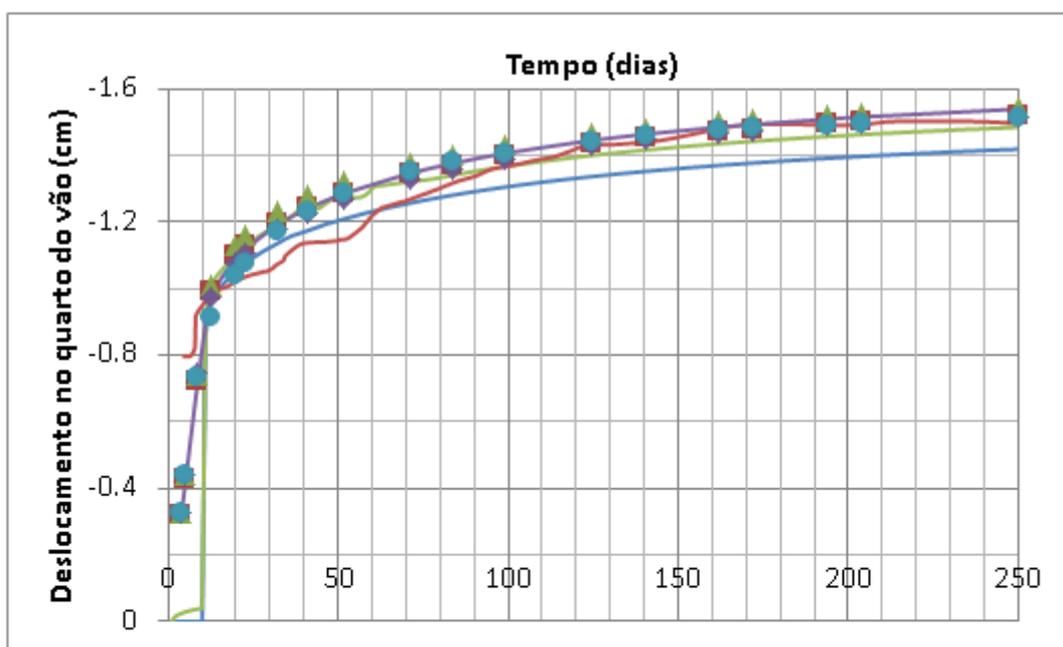
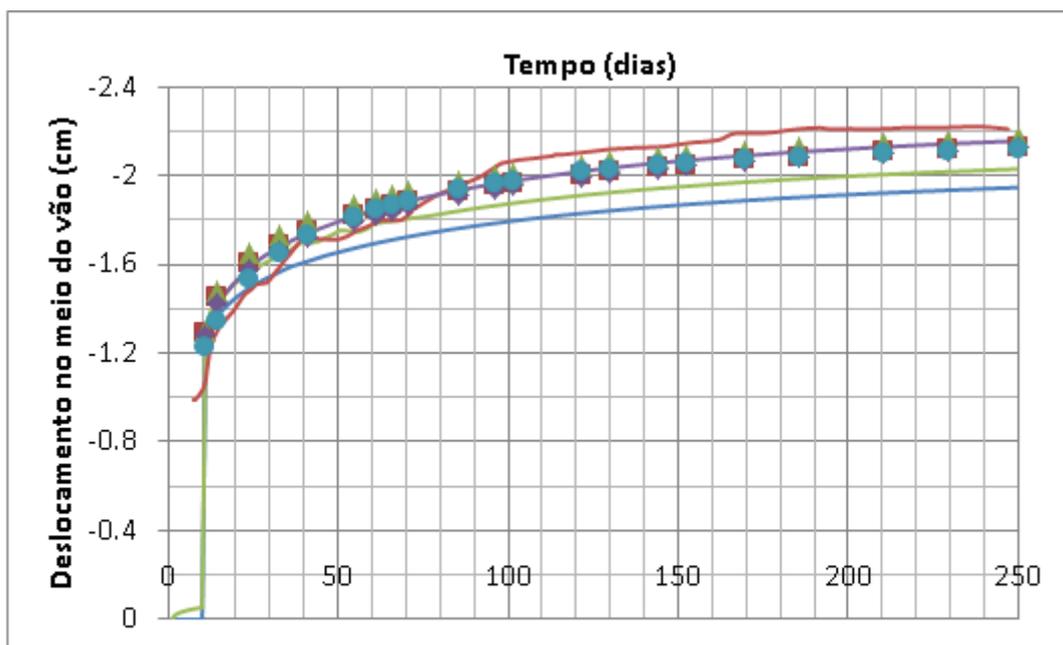


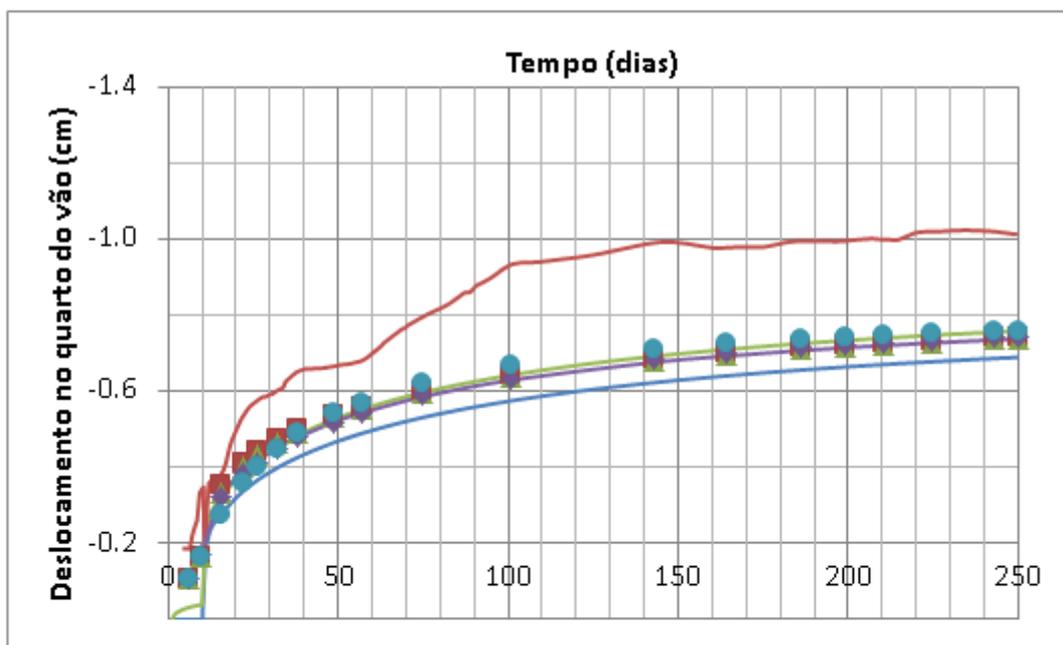
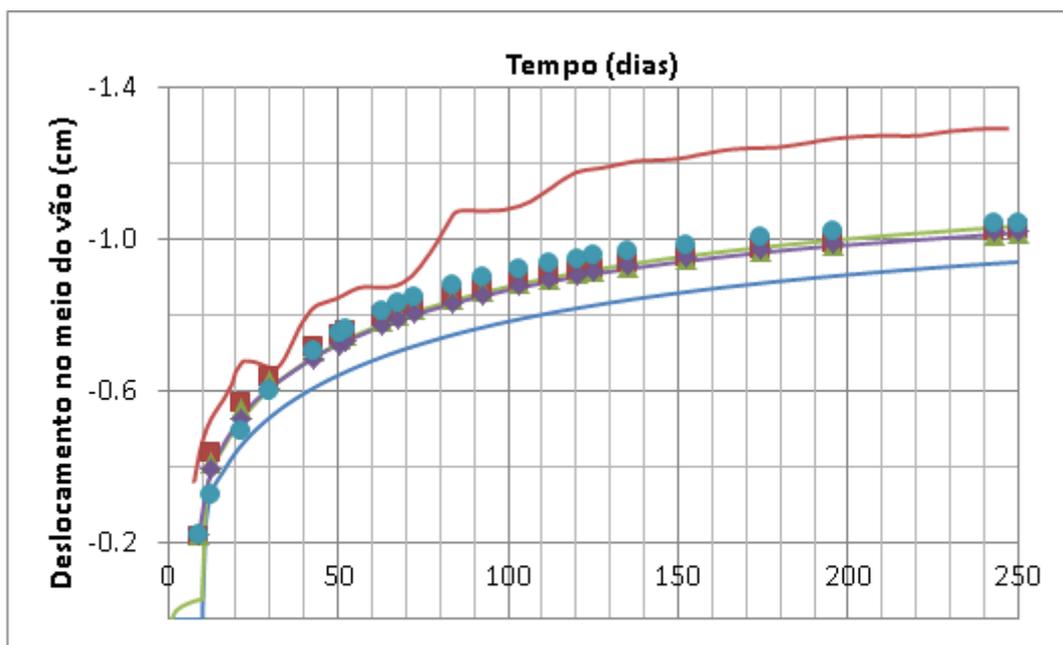
Figura 59 – Malha utilizada nas simulações das vigas de Bradford, Gilbert (1991)

Os resultados obtidos na presente análise estão apresentados juntamente com os resultados experimentais e com os obtidos pelos modelos de Moreno (2016):CEB-FIP-90, CEB MC99, GL2000, Bazant B3, ACI209. Moreno (2016) apresenta todos os modelos em seu trabalho, sendo aqui apresentada somente sua referência. O modelo CEB MC99 (COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, 1999) é um modelo intermediário entre o CEB-FIP-90 e o FIB-2010. O terceiro modelo, GL2000, foi desenvolvido nos trabalhos de Gardner e Lockman (2001) e Gardner (2004). O modelo Bazant B3, foi finalizado e apresentado nos trabalhos de Bazant e Baweja (1995;2000). Por final, o modelo ACI209 foi apresentado pelo ACI Committee 209 (2008). As figuras 60, 61, 62 e 63 apresentam a evolução dos deslocamentos no centro e no quarto de vão das vigas B1, B2, B3 e B4, respectivamente.



- Presente análise - CEB FIP90
- Bradford e Gilbert (1991)
- Moreno (2016) - CEB MC99
- ◆ Moreno (2016) - Bazant B3
- Presente análise - FIB2010
- Moreno (2016) - CEB-FIP90
- ▲ Moreno (2016) - GL2000
- Moreno (2016) - ACI209

Figura 60 – Deslocamentos da viga B1



- Presente análise - CEB FIP90
- Presente análise - FIB2010
- Bradford e Gilbert (1991)
- Moreno (2016) - CEB-FIP90
- Moreno (2016) - CEB MC99
- ▲ Moreno (2016) - GL2000
- ◆ Moreno (2016) - Bazant B3
- Moreno (2016) - ACI209

Figura 61 – Deslocamentos da viga B2

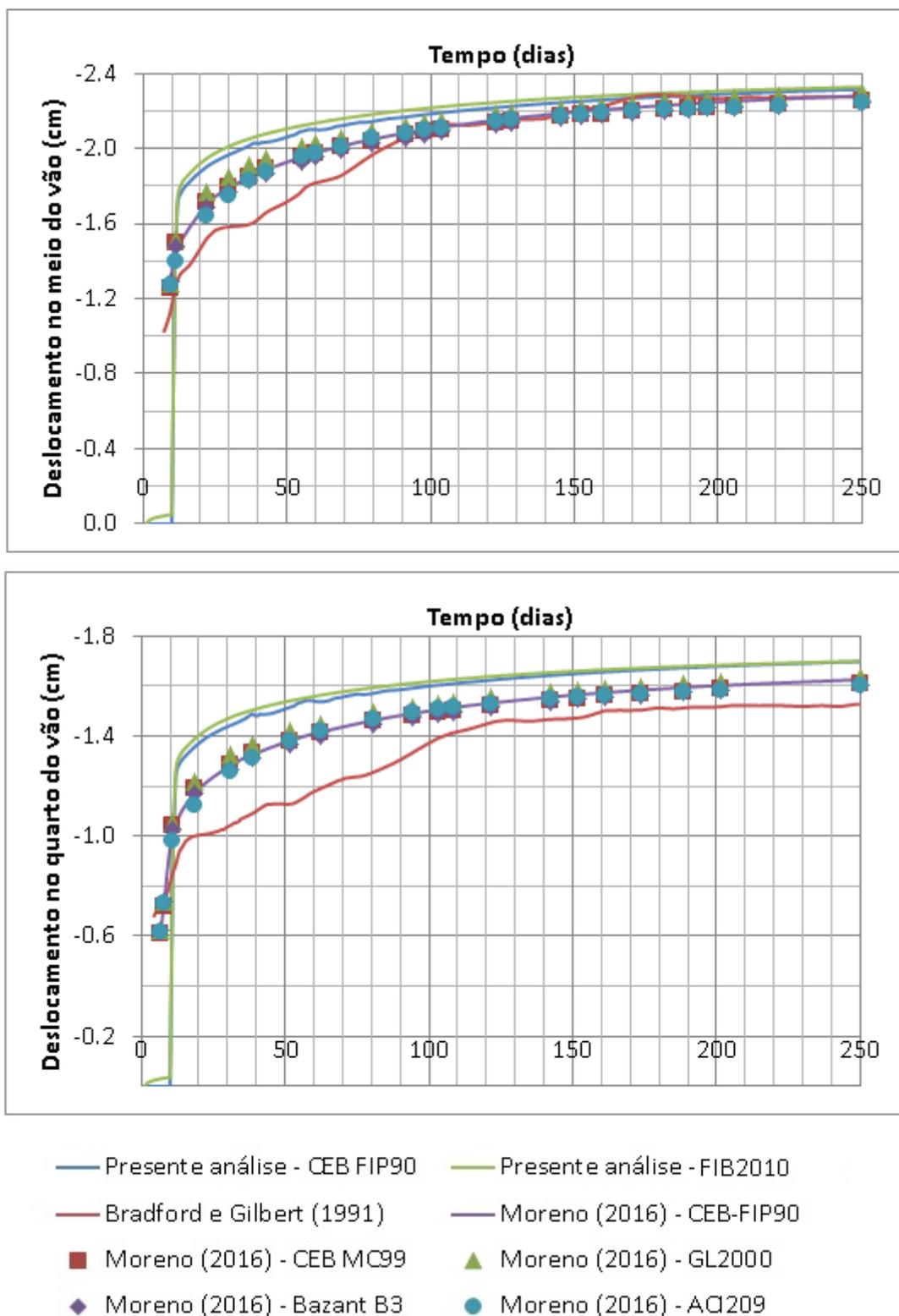


Figura 62 – Deslocamentos da viga B3

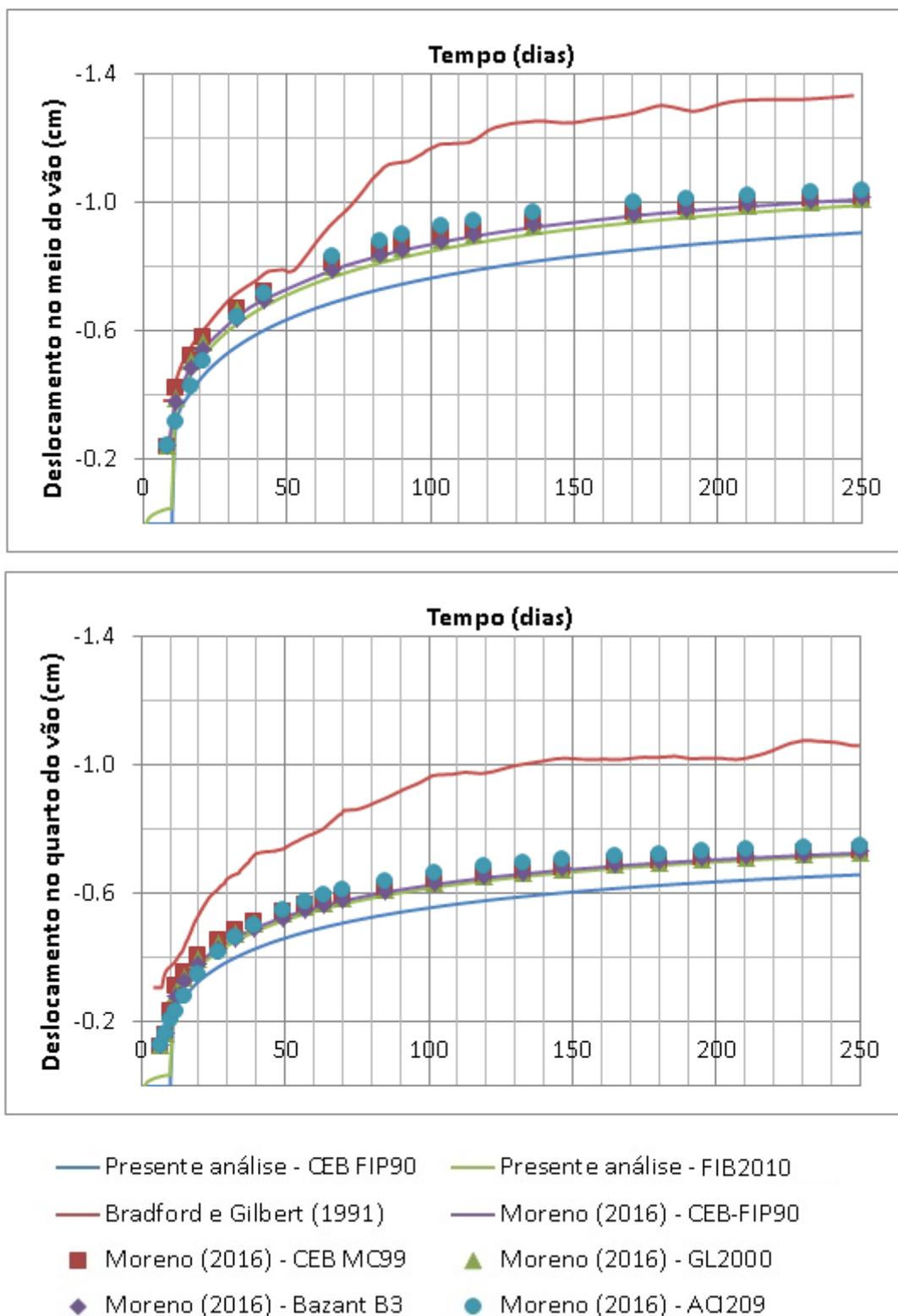


Figura 63 – Deslocamento da viga B4

Primeiramente, fazendo uma comparação com os resultados experimentais as vigas B1 e B3 tiveram boa correlação, em especial a viga B3. Avaliando apenas o deslocamento ao final dos 250 dias, a diferença entre os resultados das simulações numéricas e experimentais variou entre

12,11 e 0,79 % (Tabela 9). Já as vigas B2 e B4, que ficaram sujeitas apenas ao peso próprio, tiveram maior discrepância em relação ao experimental, considerando os deslocamentos aos 250 dias houve uma diferença entre 19,85 e 37,90% (Tabela 9).

Comparando os dois modelos de retração e fluência modelados, CEB-FIP-90 e FIB-2010, verifica-se que o segundo sempre leva a deslocamentos maiores, e acaba se aproximando mais do experimental. Entretanto as curvas resultantes da análise numérica geradas pelos dois modelos apresentaram o comportamento esperado para curvas de fluência e retração.

Tabela 9 – Comparação dos deslocamentos em relação ao experimental

Viga	Posição	Experimental (cm)	Modelo	Numérico (cm)	Diferença (cm)	Diferença (%)
<b>B1</b>	centro do vão	2.215	CEB-FIP-90	1,947	0,268	12,11%
			FIB-2010	2,030	0,185	8,35%
	quarto do vão	1.497	CEB-FIP-90	1,419	0,078	5,18%
			FIB-2010	1,485	0,012	0,79%
<b>B2</b>	centro do vão	1.290	CEB-FIP-90	0,940	0,350	27,12%
			FIB-2010	1,034	0,256	19,85%
	quarto do vão	1.014	CEB-FIP-90	0,690	0,324	31,96%
			FIB-2010	0,759	0,255	25,13%
<b>B3</b>	centro do vão	2.275	CEB-FIP-90	2,316	0,032	1,40%
			FIB-2010	2,328	0,053	2,32%
	quarto do vão	1.528	CEB-FIP-90	1,698	0,164	10,71%
			FIB-2010	1,699	0,171	11,21%
<b>B4</b>	centro do vão	1.331	CEB-FIP-90	0,906	0,425	31,96%
			FIB-2010	0,990	0,341	25,61%
	quarto do vão	1.060	CEB-FIP-90	0,658	0,402	37,90%
			FIB-2010	0,72	0,340	32,11%

Em relação às simulações de Moreno (2016) houve boa correlação. Verifica-se que os resultados desse autor ficaram ainda mais próximos dos experimentais. Entretanto isso pode ser explicado pelo fato de o autor ter definido a umidade do ambiente buscando a melhor correlação com os dados experimentais, de forma que esse parâmetro não era fixo para os cinco modelos analisados por ele.

Avaliando as vigas B2 e B4, Moreno (2016) também obteve o mesmo distanciamento nos resultados para os cinco modelos diferentes de fluência. Além do referido autor, esta discrepância também foi observada por outros que simularam estas vigas. Jurkiewicz et al. (2005) considerou que a diferença maior ocorre nas vigas B2 e B4, que

apresentam menor carga, pois nesses casos o efeito da retração tem maior influência. Somado a isso, os dados para o cálculo da retração são aproximados, já que Bradford e Gilbert (1991) não os forneceram.

### 5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por final considera-se que apesar de não haver perfeita correlação ente o modelo numérico e experimental em todas as vigas, pode-se considerar que os dois modelos conseguem retratar o comportamento diferido de forma satisfatória. Conforme comentado para o caso da validação do comportamento elastoplástico, existem imprecisões intrínsecas durante o andamento dos ensaios e isso pode ser considerado intensificado neste tipo de análise, pois as condições ambientais são cruciais nos efeitos de fluência e retração.

Outra questão que ficou clara durante a validação do modelo de fluência e retração pelos modelos CEB-FIP-90 e FIB-2010, é que apesar de os modelos matemáticos desenvolvidos representarem o comportamento desses efeitos, não é possível prever com exatidão os valores de deslocamento. De forma que o mesmo deve ser considerado como uma maneira de previsão e deve-se sempre ter em mente que existem imprecisões nesses modelos.

## 6 ESTUDO DE CASO: PONTE COMPOSTA POR VIGAS DE ALMA CHEIA

Neste capítulo são apresentadas análises a partir de uma estrutura de ponte composta por vigas de alma cheia, que são longarinas e transversinas em perfis I. A mesma foi dimensionada, no trabalho anterior de Schmitz (2014), a partir de normas e recomendações técnicas brasileiras e internacionais. Sendo feito um modelo numérico no ANSYS para definição dos esforços. No presente trabalho foram feitas análises a partir do modelo de viga mista desenvolvido no sentido de verificar o dimensionamento e as previsões de deformação da estrutura.

### 6.1 APRESENTAÇÃO DA ESTRUTURA

Neste item é feita uma breve apresentação da estrutura, sendo que informações mais detalhadas estão apresentadas em Schmitz (2014). O vão da ponte é de 30 metros, sendo uma estrutura biapoiada, composta por 8 longarinas mistas, espaçadas a cada 1,83 metros. Ao longo do vão existem 5 linhas de transversinas, as quais são perfis metálicos não conectados a laje. Na Figura 64 está apresentada a vista lateral e corte da estrutura e também os elementos que compõe a seção.

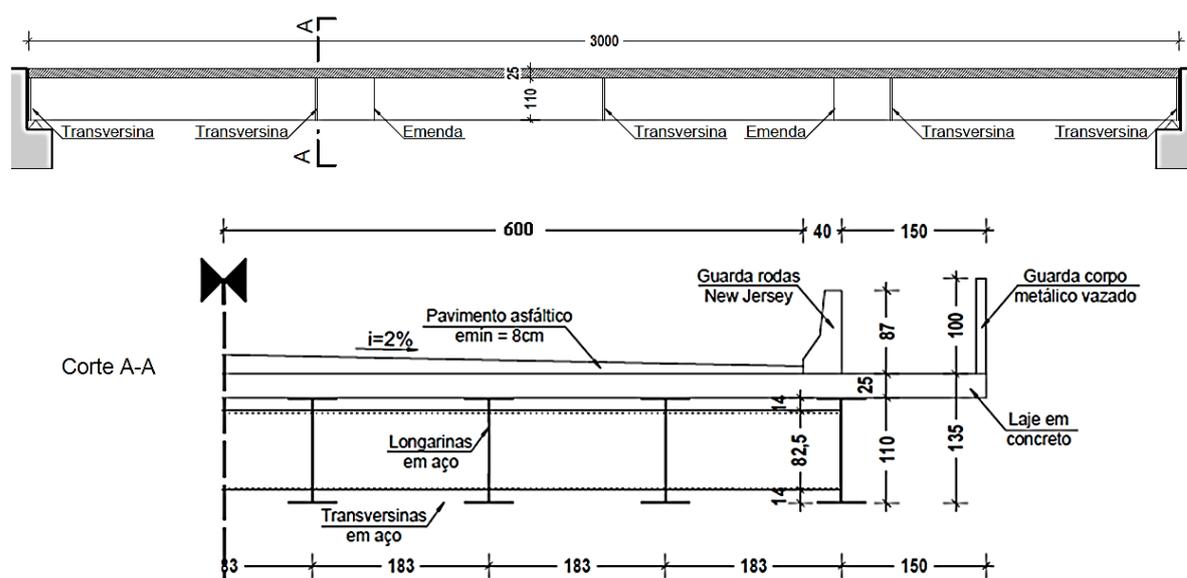


Figura 64 – Vista lateral e corte da ponte centralizar

Os perfis metálicos das longarinas e transversinas estão apresentados em detalhe na Figura 65, sendo soldados conectores *stud bolt* nas longarinas, e ambos tipos de viga são compostas por aço COR500. O aço das armaduras da laje é o CA-50. A laje é pré-fabricada e tem espessura igual a 25 centímetros, sendo o  $f_{ck}$  do concreto igual a 45 MPa. As características dos materiais utilizados estão apresentadas na Tabela 10.

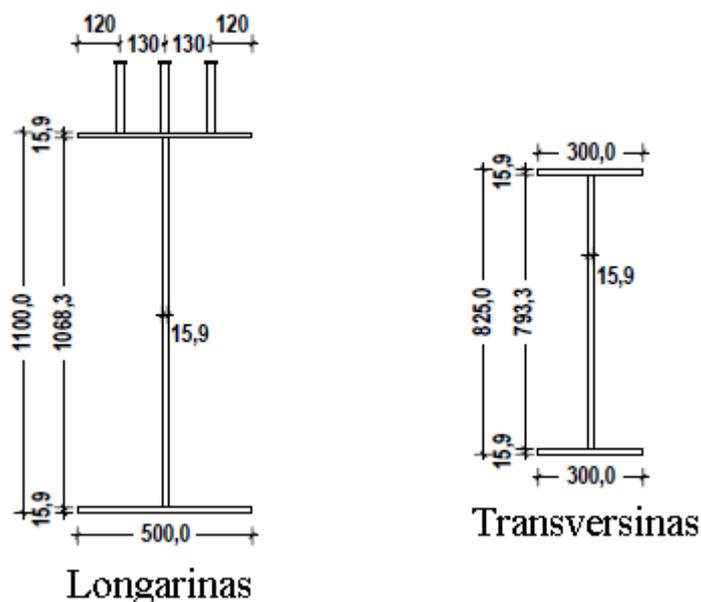


Figura 65 – Dimensões das longarinas e transversinas (em milímetros)

Tabela 10 – Propriedade dos materiais

<b>Aço COR500</b>	
<b>Peso específico (kN/cm<sup>3</sup>)</b>	7,70E-05
<b>Módulo de elasticidade (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	2,00E+04
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0,3
<b>Tensão de escoamento (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	37
<b>Tensão de ruptura (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	45
<b>Patamar de escoamento</b>	inexistente
<b>Aço CA-50</b>	
<b>Módulo de elasticidade (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	2,00E+04
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0,3
<b>Tensão de escoamento (kN/cm<sup>2</sup>)</b>	32
<b>Concreto</b>	
<b>Peso específico (kN/cm<sup>3</sup>)</b>	2,50E-05
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0,2
<b>Resistência característica (kN/m<sup>2</sup>)</b>	4,5
<b>Tipo de cimento</b>	secagem rápida e alta resistência inicial
<b>Tipo de agregado</b>	granito
<b>Tempo de cura úmida (dias)</b>	7
<b>Conectores <i>stud bolt</i></b>	
<b>Dimensão</b>	7/8" x 8.3/16"
<b>Espaçamento (cm)</b>	50,5
<b>Parâmetro "a" (kN)</b>	130
<b>Parâmetro "b" (1/cm)</b>	12

## 6.2 MODELO NUMÉRICO DA ESTRUTURA

O modelo da ponte se baseou no modelo de viga mista desenvolvido, de forma que a laje foi modelada com o elemento *solid186* e a armadura incorporada discreta através do *reinf264*; as longarinas e transversinas, com o elemento *shell181* e os conectores, com *combin39*. Foi desenvolvida uma rotina *script* para análise da ponte, a mesma se encontra no Apêndice A.

As armaduras inferiores e superiores da laje têm diâmetro e espaçamento variáveis ao longo da seção transversal e longitudinal, de forma que, a fim de facilitar a modelagem, adotou-se apenas uma seção de armadura, diferenciando as armaduras de flexão e de distribuição em superiores e inferiores. Foram definidos o diâmetro e o espaçamento que melhor representassem a seção de aço, os quais estão apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Armaduras utilizadas

Tipo	Posição	Diâmetro (mm)	Espaçamento (cm)
<b>Transversal (flexão)</b>	Superior	16	25
	Inferior	16	25
<b>Longitudinal (distribuição)</b>	Superior	8	25
	Inferior	8	25

Outra questão em relação à modelagem é que optou-se por representar apenas metade da estrutura, pois foi aproveitada a simetria em relação a seção transversal. Assim foi possível trabalhar com um número de nós e elementos significativamente menores, o que gerou menor esforço computacional e mais rapidez na análise. Na Figura 66 está apresentado o modelo da ponte, sendo que não estão apresentados os vínculos e as condições de simetria para facilitar a visualização dos elementos, os quais estão apresentados na Figura 67.

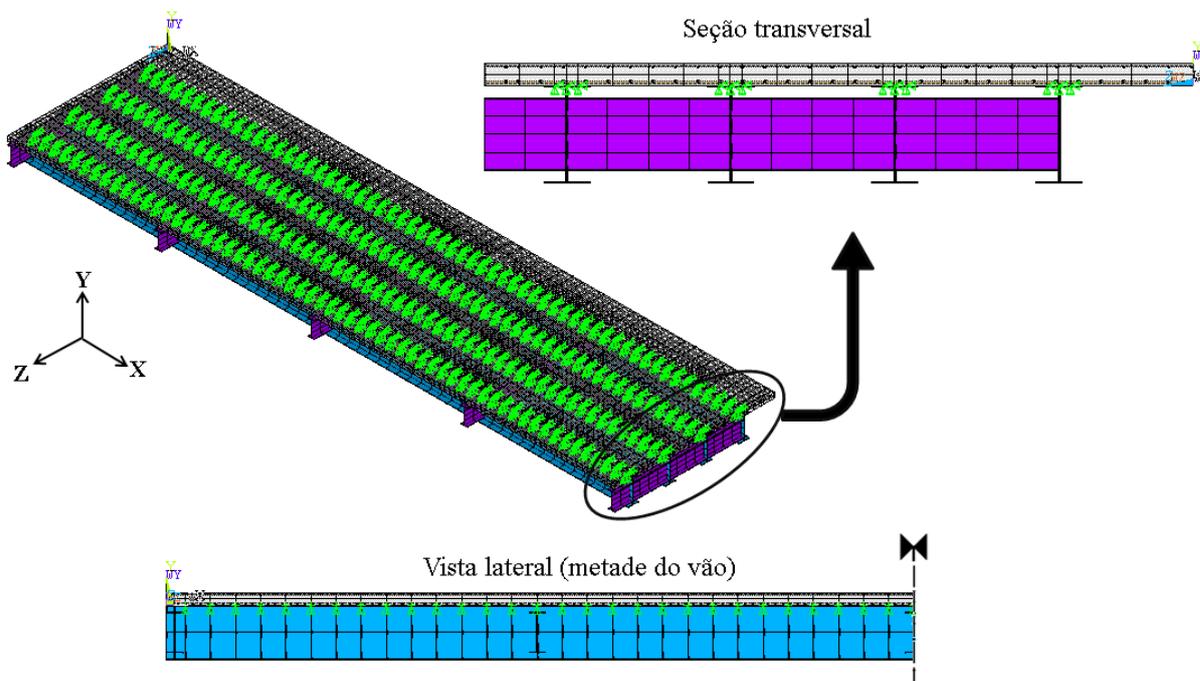


Figura 66 – Modelo da ponte

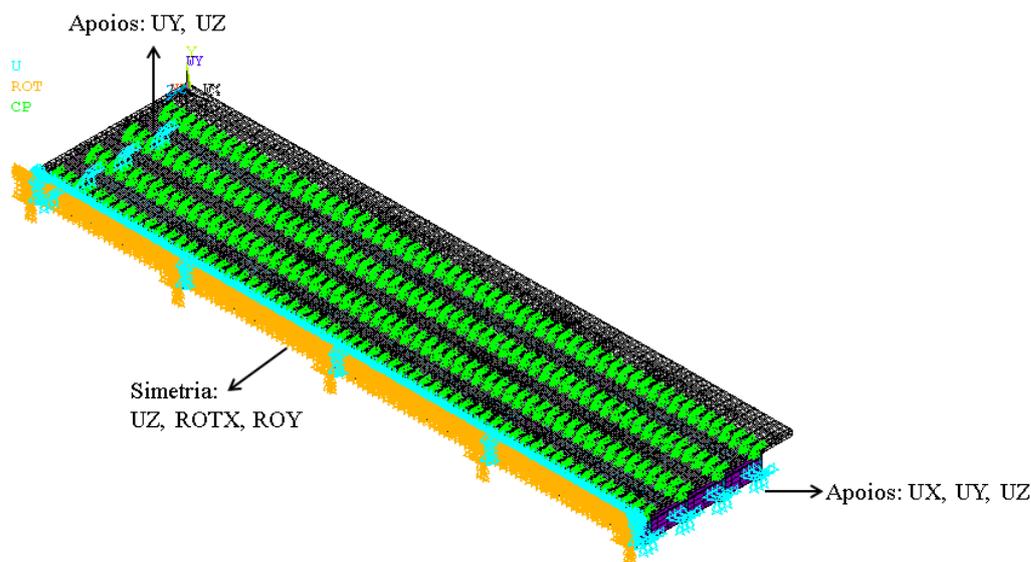


Figura 67 – Condições de contorno da ponte

Foi feito um pequeno estudo de malha para a definição da mesma. Para este fim, foram feitas algumas simplificações: considerou-se a laje apenas em concreto e o comportamento dos materiais, lineares. Foram escolhidas três malhas, que estão apresentadas na Figura 68. Foi adotado um elemento entre os conectores ao longo do vão. A discretização das malhas foi variada em relação à seção transversal da ponte, sendo mantido a mesma na região dos conectores. Assim a variação está na divisão ao longo do eixo Z, entre vigas e no balanço, e ao longo da altura.

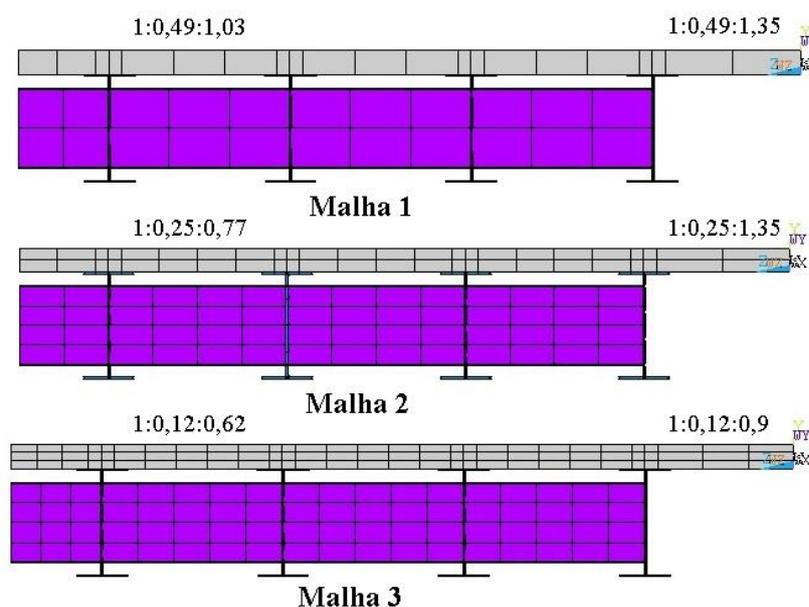


Figura 68 – Malhas analisadas

Foi aplicado somente o peso próprio dos elementos estruturais e comparados os resultados gerados pelas diferentes malhas. Foram verificados os resultados de deformação, através do deslocamento no eixo Y e a tensão  $\sigma_{xx}$ . De forma que as maiores diferenças se deram em tensão, pois a deflexão em Y variou entre 4,89 cm e 4,81 cm, sendo o maior deslocamento atribuído à malha 1 e o menor, à malha 2. As tensões  $\sigma_{xx}$  no perfil de aço das malhas 1 e 2 tiveram maior diferença, mas os resultados das malhas 2 e 3 ficaram próximos, o que demonstra que as duas seriam aceitáveis (Figura 69). Em relação à laje, na Figura 70, pode-se verificar que a diferença entre as tensões máximas em compressão entre as malhas 2 e 3 ainda são consideráveis (8,2% em tração e 1,8% em compressão). Entretanto, optou-se por utilizar a discretização 2, pois nela os elementos finitos tem dimensões mais similares, na Figura 68, estão indicadas as dimensões proporcionais à dimensão no eixo X (X:Y:Z) dos elementos entre vigas e dos elementos na região da laje em balanço.

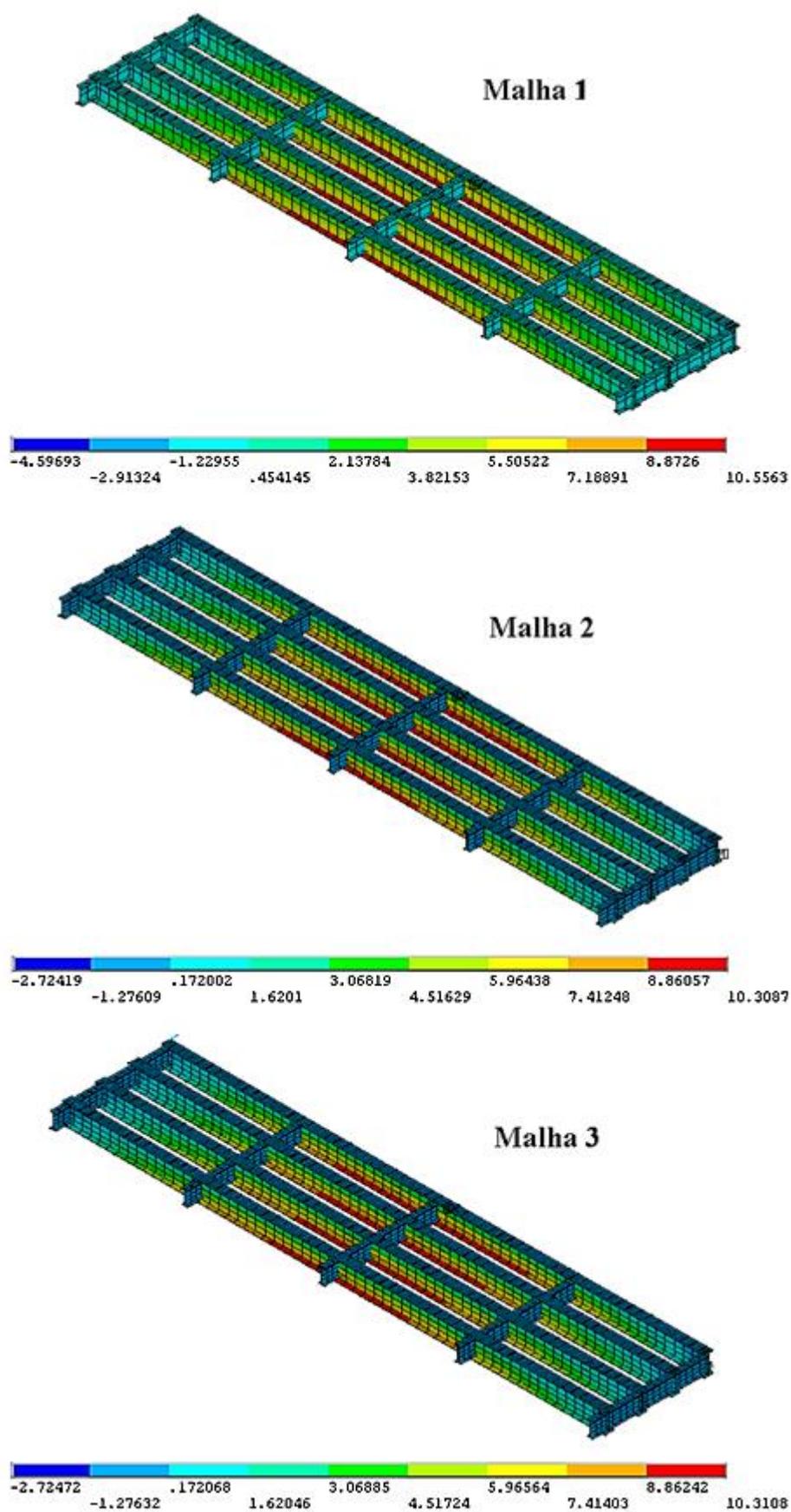


Figura 69 – Tensões  $\sigma_{xx}$  nos perfis para as diferentes malhas

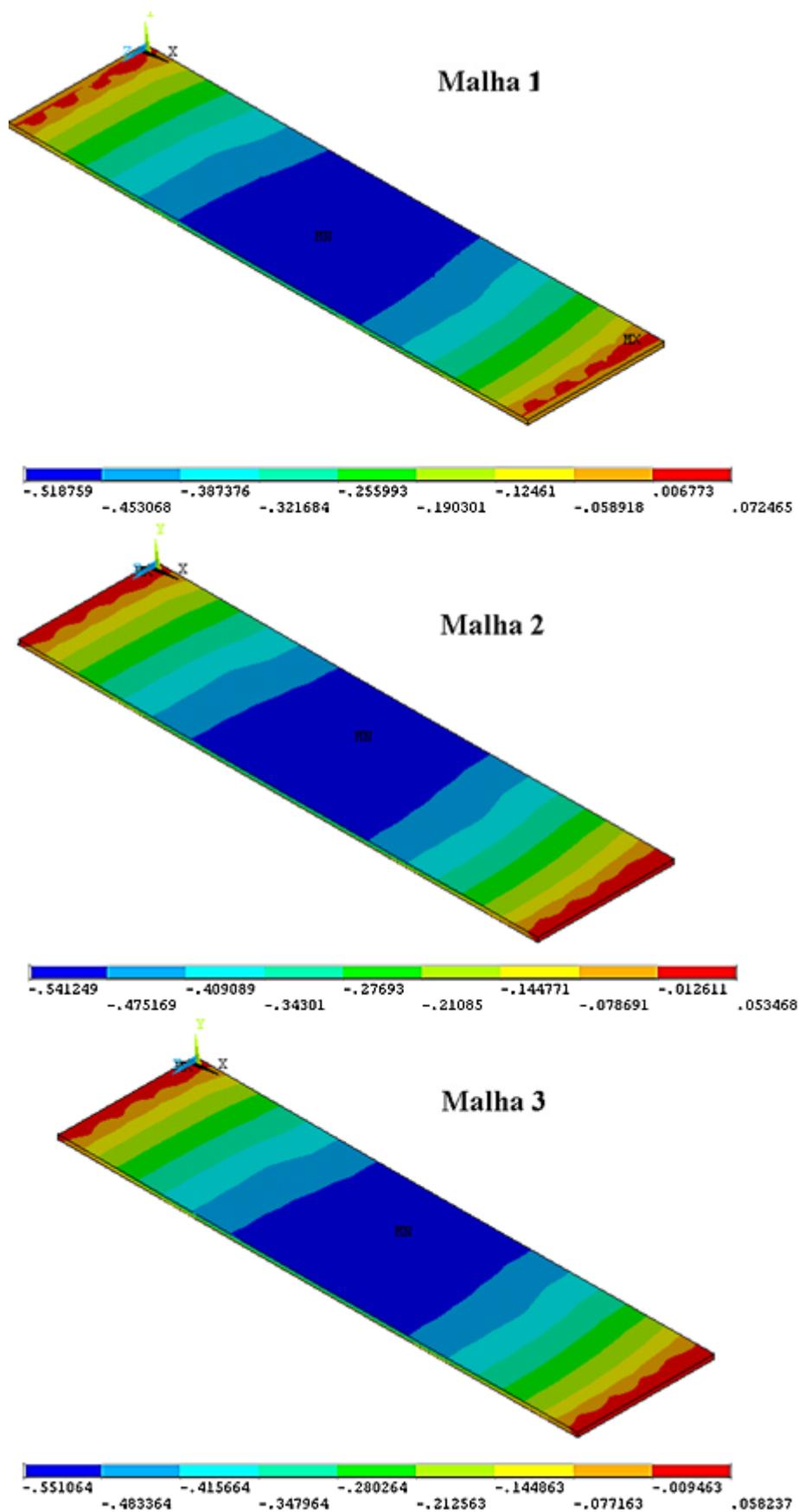


Figura 70 – Tensões  $\sigma_{xx}$  na laje para as diferentes malhas

## 6.3 ANÁLISE DA ESTRUTURA

O processo de dimensionamento e verificação das deformações na estrutura a curto e longo prazo que foram feitas em Schmitz (2014) baseou-se, principalmente, na NBR 8800 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2008). Esta não é uma norma para pontes, entretanto foi adaptada pela falta de normativa brasileira. Ao mesmo tempo, verificou-se o Eurocode 4 (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 2005), que apresenta o processo para dimensionamento de pontes em estrutura mista, e o mesmo traz uma abordagem muito semelhante a norma brasileira utilizada, inclusive na determinação de largura efetiva. Considerando o dimensionamento feito, pode-se listar pontos que merecem verificações a partir de modelos mais complexos, pois muitas vezes, nas normas o processo de cálculo é mais simplificado. Esses pontos estão apresentados abaixo sendo discutidos em maior detalhe nos itens a seguir.

A primeira questão que pode ser avaliada são as tensões geradas pelos esforços solicitantes, pois sendo a seção compacta, o dimensionamento é feito no regime plástico e se baseia nos momentos resistentes das seções de aço e concreto. Em seguida, considerando o modelo desenvolvido no presente trabalho, pode-se definir com maior precisão a deformação a longo prazo causada pelos efeitos de fluência e retração, devido aos carregamentos permanentes. Por final, e talvez o tema mais relevante, é a verificação da largura efetiva no modelo. Pode-se dizer que o dimensionamento está baseado na determinação deste parâmetro, pois o mesmo é o que representa a mesa de concreto que contribui com a seção de aço para compor a viga mista. De uma forma geral, esse parâmetro é definido pela geometria da estrutura.

### 6.3.1 Estudo dos efeitos diferidos

Este item apresenta inicialmente, o estudo que verifica as deformações esperadas para a estrutura, considerando as diferentes condições do ambiente. Em seguida, a partir da situação mais desfavorável, definida no primeiro item, são feitas análises dos efeitos de fluência e retração na estrutura mista em relação às deformações e tensões.

#### 6.3.1.1 Avaliação dos efeitos das condições do ambiente

Para definição das deformações a longo prazo são consideradas somente as cargas permanentes, que no caso da estrutura em questão, são os pesos dos elementos estruturais e elementos não estruturais que compõe a ponte (pavimento asfáltico e guarda-rodas). No projeto realizado esse cálculo foi feito de modo bastante simplificado, de acordo com a NBR8800 (ASSOCIAÇÃO

BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2008): definiu-se o momento de inércia da seção homogeneizada e foi utilizado um coeficiente igual a 3 para multiplicação da razão modular (relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto).

Na presente análise foram aplicadas as cargas permanentes e considerou-se que houve a passagem de 10 anos (3650 dias), para verificar a evolução das deformações ao longo do tempo através dos dois modelos de fluência programados: CEB-FIP-90 e FIB-2010. O tempo de análise foi escolhido, para que fosse suficientemente grande para contemplar os efeitos diferidos. Em relação às características do ambiente, foram definidos três valores de umidade relativa do ar (50%, 70%, 85%) e de temperatura (16°C, 20°C, 27°C) de forma que foram feitas 9 análises geradas pela combinação dessas situações. Em termos do procedimento a partir da *usermat*, a análise foi feita em três etapas: primeiramente foi considerada a passagem do tempo até a idade de 28 dias do concreto (efeitos somente da retração), em seguida foram aplicadas as cargas, fazendo-se uma análise dos efeitos instantâneos (modelo elastoplástico) e por final foram estudados os efeitos de fluência e retração com a passagem do tempo até o limite estabelecido.

Na Figura 71 e na Figura 72 estão apresentados todos os históricos de deslocamento vertical da viga mais externa, que teve os maiores deslocamentos, sendo o primeiro gráfico referente ao FIB-2010 e o segundo, ao CEB-FIP-90. Primeiramente, pode-se verificar que o CEB-FIP-90 prevê deslocamentos ligeiramente menores que o FIB-2010, e isso fica mais perceptível na Tabela 12. Entretanto os dois modelos têm o mesmo comportamento frente à temperatura e à umidade relativa do ar.

Tabela 12 – Deslocamentos aos 3650 dias

Condições do ambiente		Deslocamento máximo aos 3650 dias (cm)	
Temperatura	Umidade	FIB-2010	CEB-FIP-90
16	50	11,838	11,013
	70	10,909	10,067
	85	9,679	8,8333
20	50	12,057	11,255
	70	11,095	10,286
	85	9,8104	9,0044
27	50	12,4	11,634
	70	11,393	10,642
	85	10,031	9,2976

Verifica-se que a variação de umidade relativa do ar, para uma mesma temperatura, gera maiores impactos no comportamento da estrutura, do que a variação de temperatura, para uma umidade definida. E como já era de se esperar, quanto menor a umidade relativa do ar, maiores os efeitos de fluência e retração, levando a uma deformação maior. Em relação à temperatura, quanto maior a temperatura, maiores os efeitos de fluência e retração. Por fim, a situação mais desfavorável para ambos os modelos foi com a temperatura de 27 °C e umidade do ar igual a 50%.

Os deslocamento ao final dos 10 anos para as 9 situações tiveram valores que variaram entre 9,67 cm e 12,4 cm para o FIB-2010. A partir disso, deve-se mencionar que as situações avaliadas consideraram temperaturas e umidades constantes ao longo de todo tempo, o que não ocorre na prática, entretanto se torna inviável fazer uma previsão de deformação por fluência com esses dois parâmetros sendo variados. Dessa forma, o cálculo feito sempre será uma aproximação, e cabe ao projetista analisar com cuidado essas previsões, pois o que se observa em algumas obras são deslocamentos excessivos ao longo do tempo, que podem, inclusive, inviabilizar seu uso.

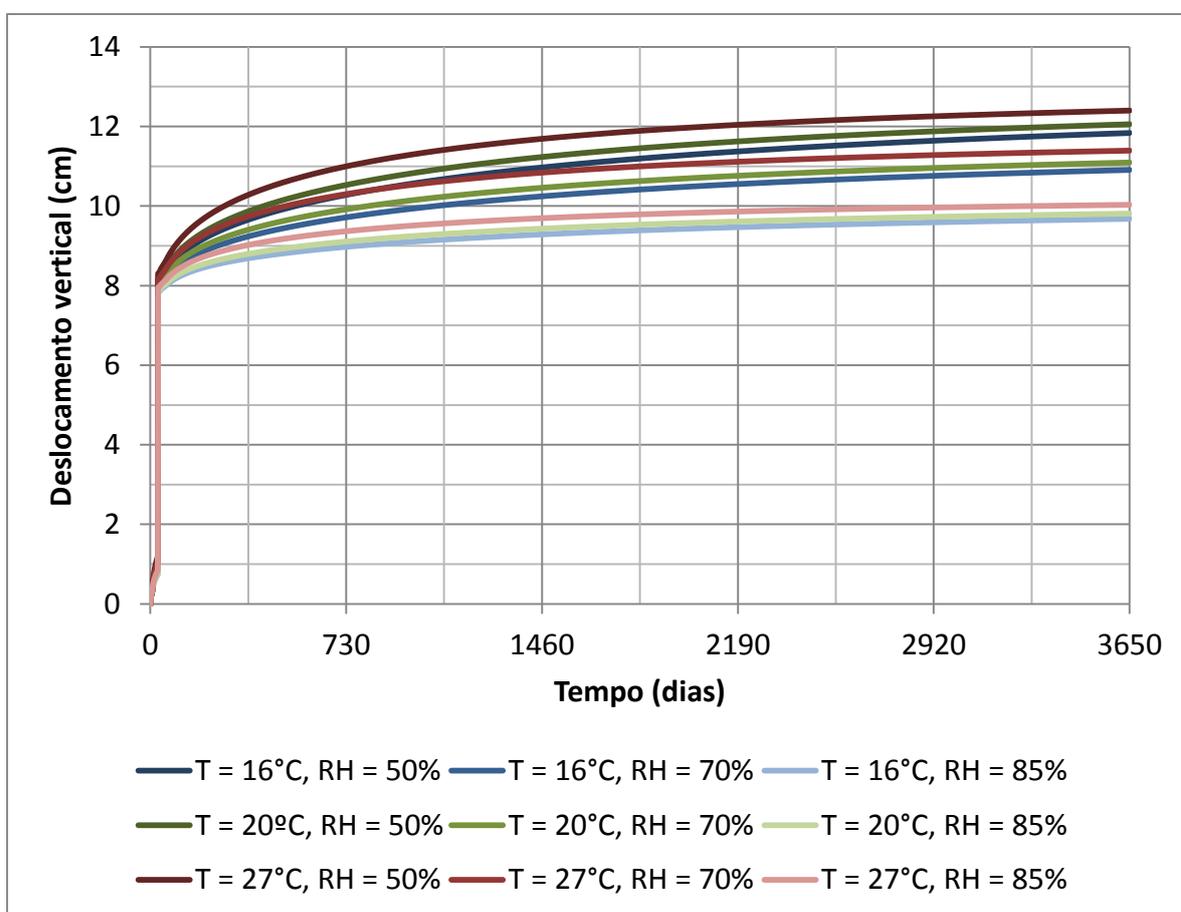


Figura 71– Histórico de deslocamentos da ponte (FIB-2010)

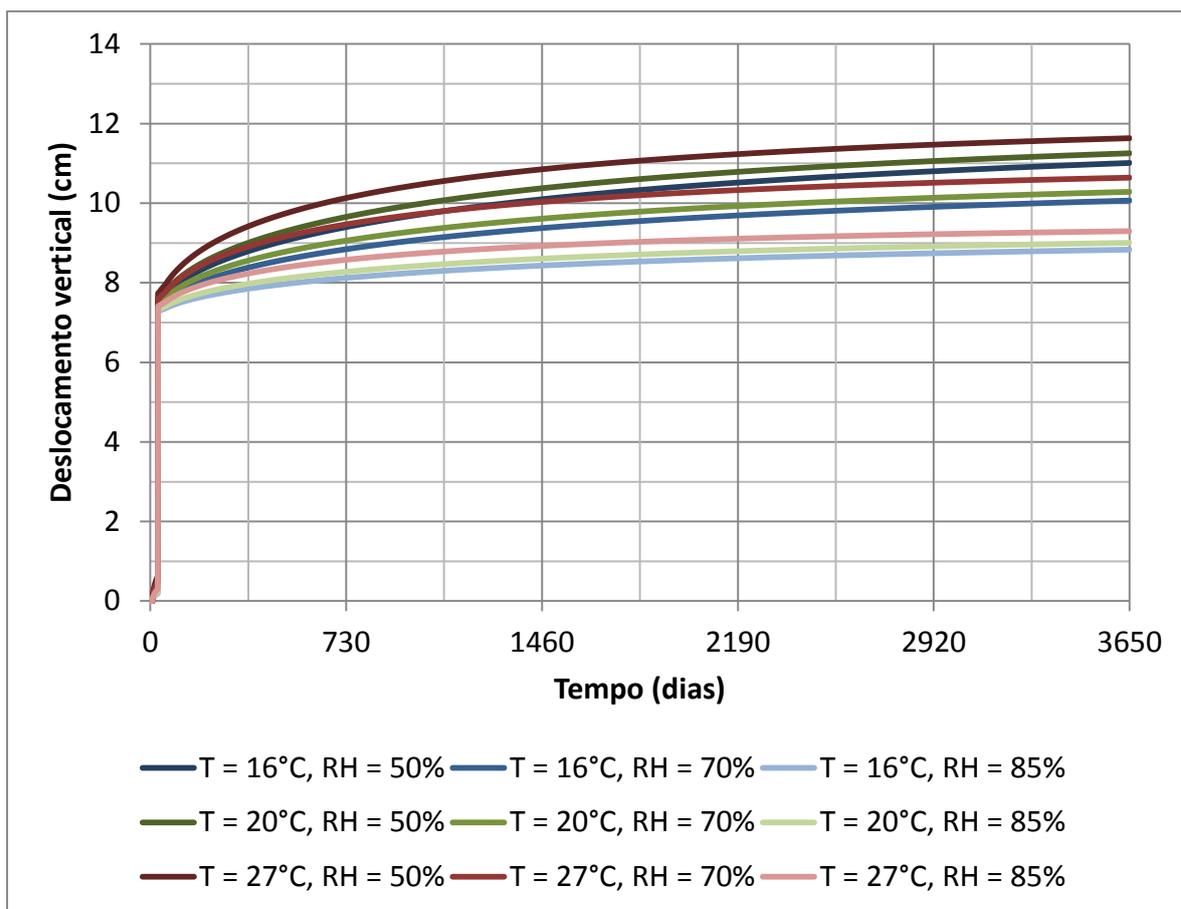


Figura 72 – Histórico de deslocamentos da ponte (CEB-FIP-90)

### 6.3.1.2 Avaliação dos efeitos diferidos sobre a estrutura

A fim de se avaliar a evolução dos fenômenos de fluência e retração ao longo do tempo plotou-se o incremento de deformação com a evolução do tempo. O gráfico da Figura 73 apresenta os resultados para o caso mais desfavorável, considerando o FIB-2010, entretanto esse comportamento é visto em todos os casos. Pode-se verificar que o incremento nos deslocamentos cresce muito, logo depois da aplicação da carga e depois vai decaindo, tendendo a zero. Apesar de não ser atingido valor nulo após 10 anos, considera-se que um incremento de deformação tão pequeno não tem relevância para a estrutura.

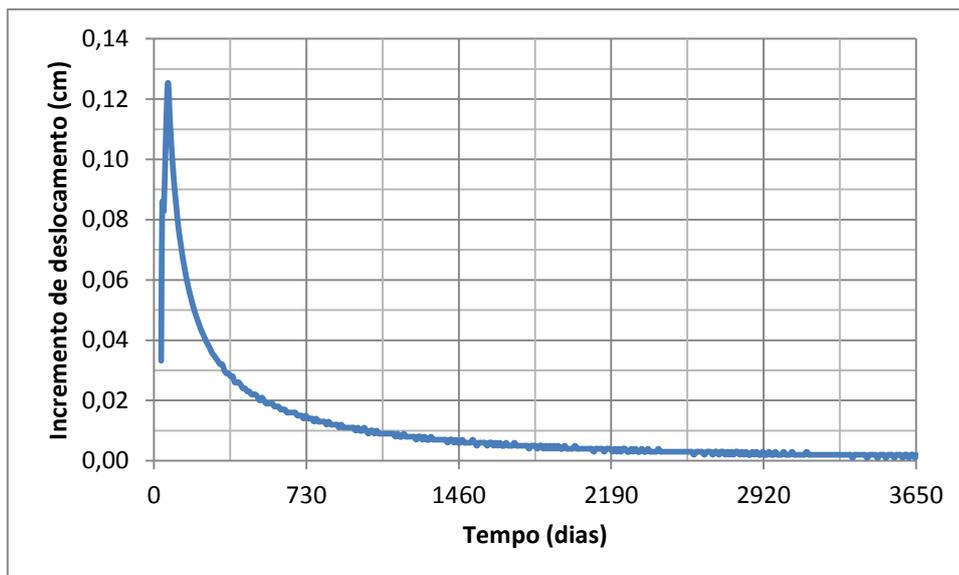


Figura 73 – Incremento de deslocamentos ao longo do tempo

Outra maneira de avaliar a magnitude dos deslocamentos é apresentando estes em percentual, tomando-se como 100% o deslocamento máximo aos 3650 dias. Na Figura 74 pode-se observar que a maior parcela da deformação é instantânea, e 10% é a deformação devido ao efeito unicamente da retração entre 0 e 28 dias. Avaliando-se a parcela referente aos efeitos diferidos (fluência e retração entre 28 e 3650 dias) resultantes do peso próprio da ponte, pode-se verificar que em dois anos tem-se 67% dos efeitos, e até cinco anos, a estrutura já se deformou 91% do esperado em 10 anos.

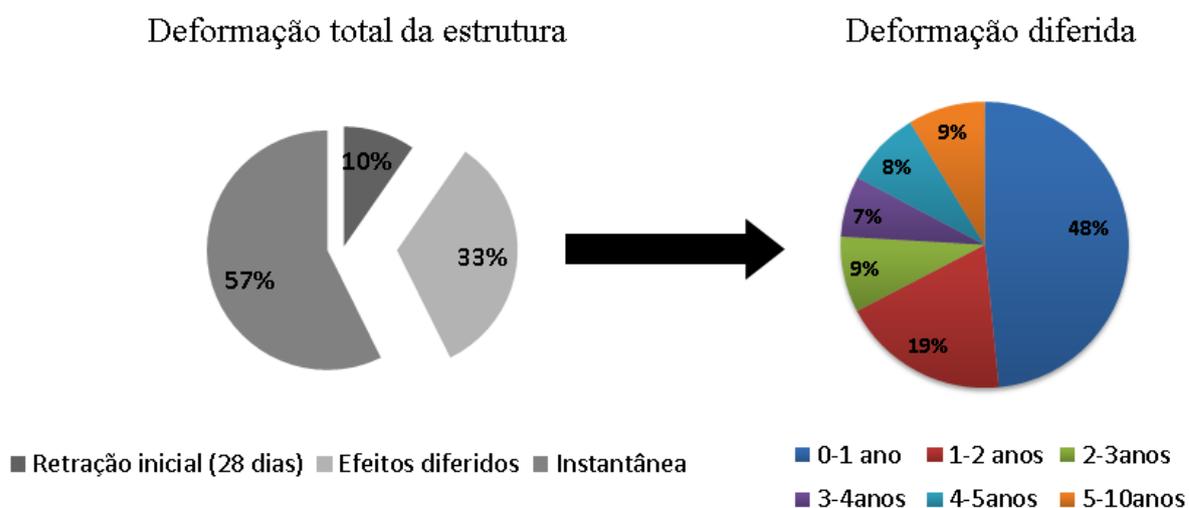


Figura 74 – Deformação total e diferida

Os efeitos diferidos, em uma estrutura unicamente de concreto, geram um aumento nas deformações e não havendo acréscimo de carga, as tensões tendem a se manter constantes, pois é o que se verifica no comportamento de fluência, e a retração não está relacionada com o estado de tensões. Avaliando-se uma estrutura exclusivamente metálica, os efeitos diferidos não são relevantes e, normalmente, nem são analisados. Entretanto em uma estrutura mista, a deformação sofrida pelo concreto devido fluência e retração gera efeitos na seção de aço e vice-versa. A estrutura se deforma de maneira conjunta, sendo que os deslocamentos apresentados anteriormente são da ponte, uma estrutura monolítica. Torna-se interessante verificar o estado de tensões, pois o mesmo demonstra como cada material reage frente ao outro: a laje tende a se deformar e os perfis metálicos não.

Na Figura 75 estão apresentadas as tensões nodais  $\sigma_{xx}$  nos perfis aos 28 dias e aos 3650 dias. Verifica-se que existe aumento nas tensões, principalmente em compressão na região de interface com a laje. Isso é explicado pelo concreto tender a se deformar devido aos efeitos de fluência e retração, enquanto os perfis de certa forma contém essa deformação.

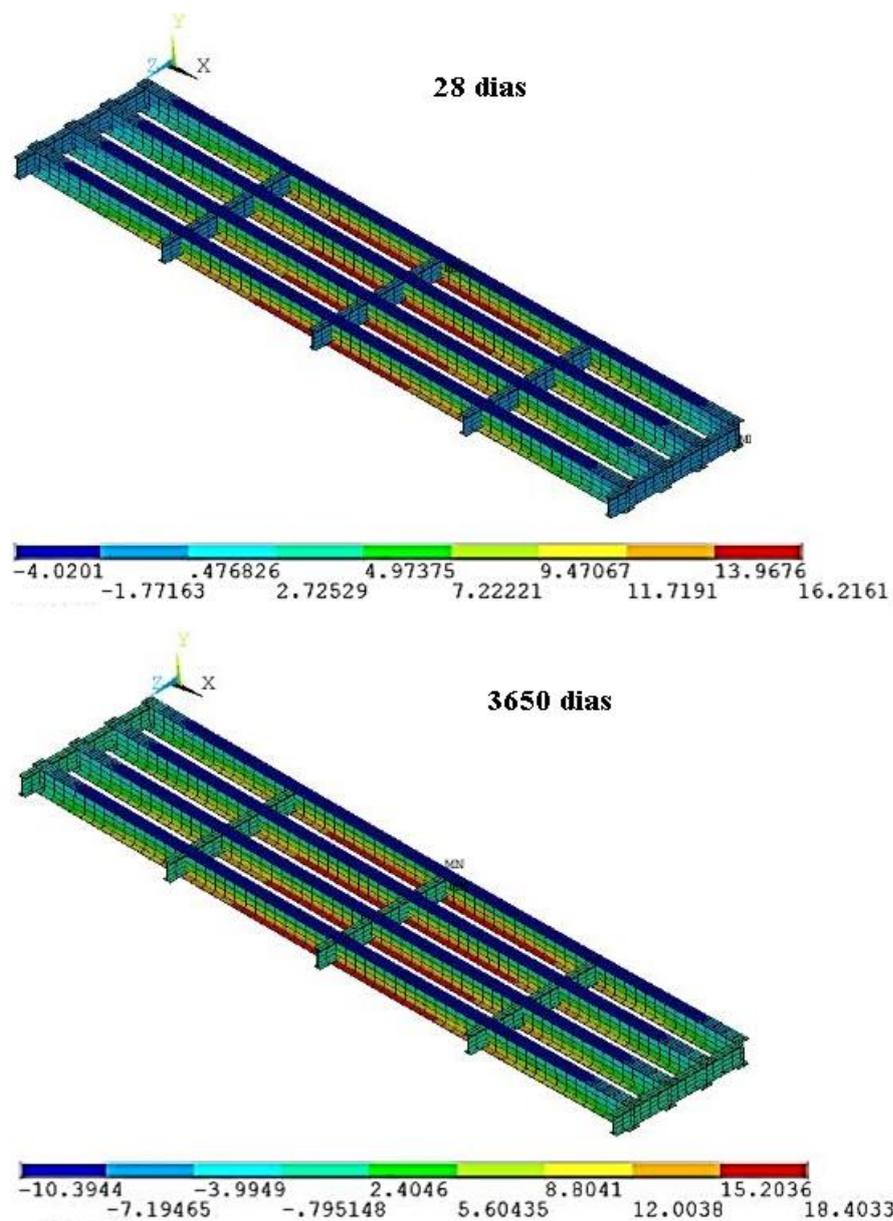


Figura 75 – Tensões  $\sigma_{xx}$  nos perfis metálicos devido ao peso próprio da ponte

Na Figura 76 estão apresentadas as tensões nodais  $\sigma_{xx}$  na laje aos 28 dias e aos 3650 dias, e percebe-se, em compressão, uma ligeira diminuição das tensões em seu valor absoluto. Já em tração existe um aumento significativo, mais de quatro vezes o verificado aos 28 dias. Além disso, existe uma mudança na distribuição das tensões: aos 28 dias as tensões máximas de tração estão, principalmente, nas extremidades, junto aos apoios; aos 3650 dias essas tensões máximas ocorrem em outra posição. Buscando entender a mudança na distribuição das tensões, pode-se verificar que essa diferença ocorre na face inferior da laje que está em contato com os perfis metálicos, através dos conectores de cisalhamento, conforme apresentado na Figura 77.

Verifica-se que aos 28 dias as tensões de tração na face inferior, próximas aos apoios, são devido à deformação da estrutura, que está comprimida na face superior. Entretanto não é essa distribuição apresentada aos 3650 dias, quando as tensões de tração estão situadas ao longo dos perfis metálicos, aparentemente a laje tende a se deformar e é “impedida” pelo perfil metálico, o que geram tensões de tração nessa região.

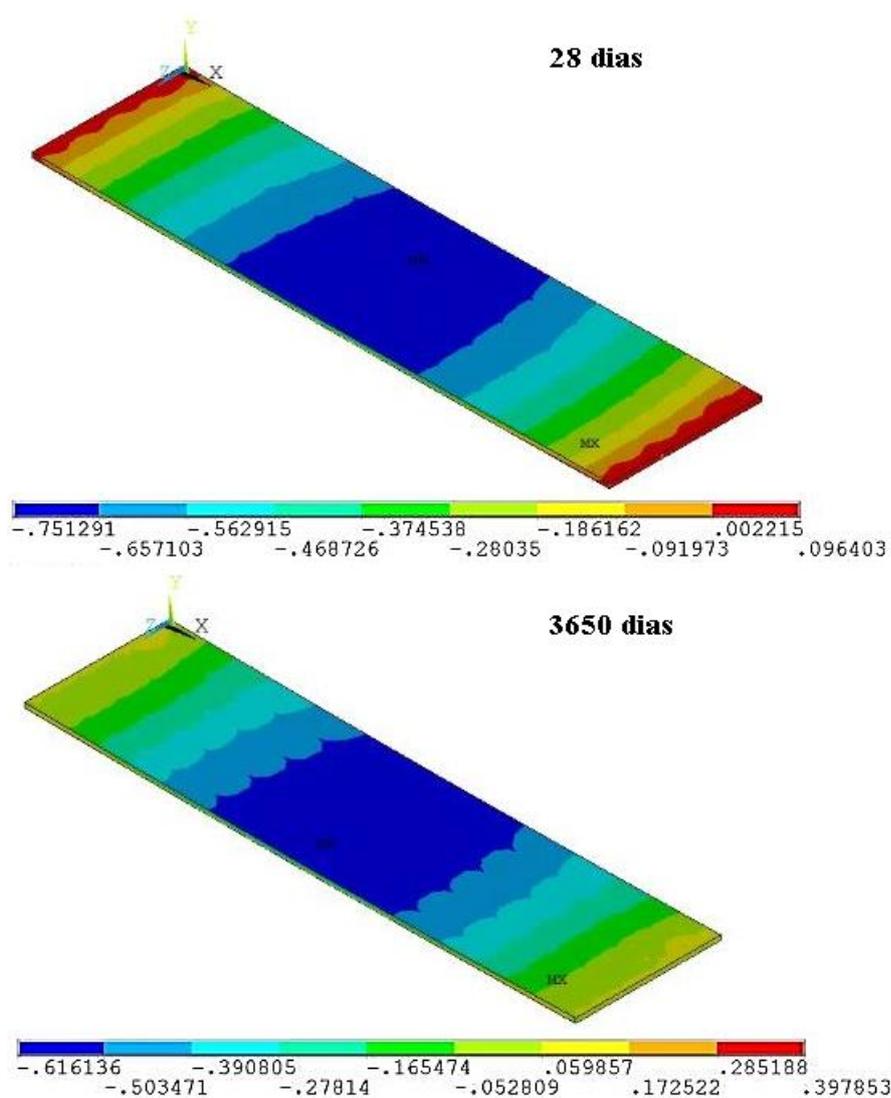


Figura 76 – Tensões  $\sigma_{xx}$  na laje devido ao peso próprio da ponte

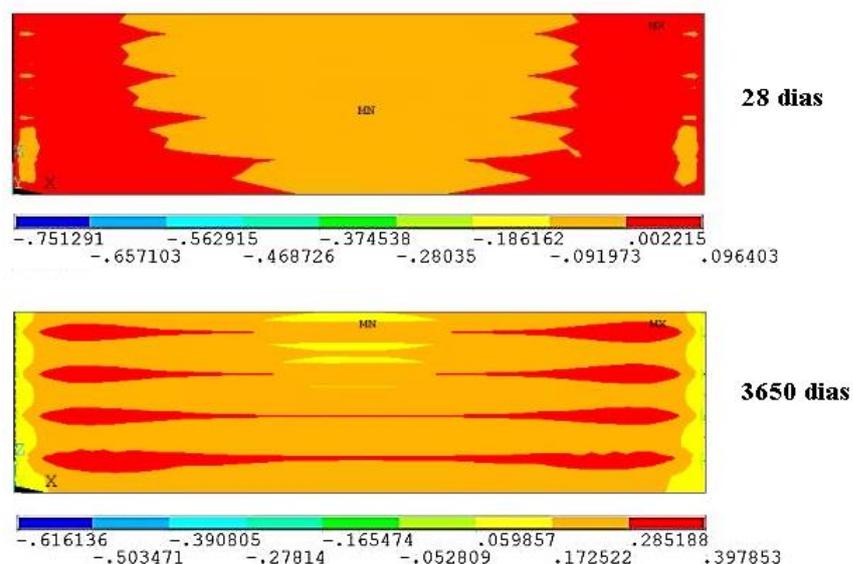


Figura 77 – Tensões  $\sigma_{xx}$  na face inferior da laje devido ao peso próprio da ponte

### 6.3.2 Verificação das tensões e deformações

A verificação das tensões foi feita considerando as cargas apresentadas na Tabela 13, que foram retiradas de Schmitz (2014), assim, a descrição e justificativa dos valores são encontradas no referido trabalho. A carga do veículo foi aplicada em sua pior posição, conforme Schmitz (2014), que é centralizada na seção transversal e longitudinal, de forma que foi considerado somente metade da carga, devido à simetria do modelo.

Houve duas modificações em relação ao referido trabalho: as cargas de vento e temperatura foram desconsideradas na presente análise. A partir da análise das cargas feitas em Schmitz (2014), pode-se verificar que a carga de vento se mostrou pouco significativa, e isso pode ser explicado pelo tipo estrutural da ponte. Em relação aos efeitos de temperatura, acredita-se que a forma analisada no trabalho anterior é bastante simplificada e para ter-se melhor representação desses efeitos deveria ser feita uma análise térmica, considerando a variação da temperatura do ambiente e diferença de temperatura nos elementos. O que foge um pouco do escopo principal desse trabalho.

Tabela 13 – Cargas permanentes e variáveis

Tipo	Carga	Direção	Região	Valor	
Permanentes	Peso próprio laje	Vertical	–	2.50E-05	kN/cm <sup>3</sup>
	Peso próprio longarinas e transversinas	Vertical	–	7.70E-05	kN/cm <sup>3</sup>
	Guarda rodas	Vertical	entre passeio e pista	5.75E-04	kN/cm
	Pavimento asfáltico	Vertical	pista de rolamento	3.92E-04	kN/cm <sup>2</sup>
Variáveis	Veículo tipo reduzido	Vertical	até 5m do acesso/saída	94.875	kN/roda
			demais regiões	75.900	kN/roda
	Multidão	Vertical	até 5m do acesso/saída	7.906E-04	kN/cm <sup>2</sup>
			demais regiões	6.33E-04	kN/cm <sup>2</sup>
	Passeio	Vertical	passeio	3.00E-04	kN/cm <sup>2</sup>
	Frenagem/aceleração	Horizontal paralela ao vão	pista de rolamento	135	kN

As cargas foram aplicadas cada uma isoladamente em um *loadstep* do ANSYS e na fase de pós-processamento (/POST1) foram combinadas. Para avaliação das tensões foi feita a combinação última (normal) através da equação (86), sendo os coeficientes de combinação apresentados na Tabela 14. Já para verificação das deformações foi feita a combinação de serviço quase permanente a partir da equação (87), conforme recomendações da NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003).

$$F_{d,ult} = \sum_{i=1}^m Y_{Gi} F_{G_i,k} + Y_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{0j,ef} \cdot F_{Q_j,k} \right] \quad (86)$$

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{G_i,k} + \Psi_{2j} \cdot \sum_{j=1}^n F_{Q_j,k} \quad (87)$$

Sendo:

$F_{d,ult}$  = valor de cálculo para combinações últimas;

$Y_{Gi}$  = coeficiente de ponderação das forças permanentes (adimensional);

$F_{G_i,k}$  = valor característico das ações permanentes;

$Y_q$  = coeficiente de ponderação das forças variáveis (adimensional);

$F_{Q1,k}$  = valor característico da ação variável considerada principal;

$\Psi_{0j,ef}$  = fator de redução para as demais ações variáveis (adimensional);

$F_{Q_j,k}$  = valor característico das ações variáveis;

$F_{d,ser}$  = valor de cálculo para cargas em combinação de serviço;

$\Psi_{2j}$  = fator de redução (adimensional).

Tabela 14 – Coeficientes para combinação das ações

Carga	$\gamma$	$\Psi_0$	$\Psi_2$
<b>Permanente</b>	1,35	-	-
<b>Móvel</b>	1,5	0,7	0,3

(fonte: baseado em ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003)

Vale salientar que as cargas foram combinadas conforme apresentado, entretanto não foram utilizados coeficientes de minoração da resistência dos materiais, pois o intuito é verificar o nível de tensões na estrutura. Foram consideradas duas situações: as cargas agindo sobre a estrutura com idade igual a 28 dias e as mesmas cargas agindo após passados 3650 dias, considerando a estrutura deformada pelas cargas permanentes e pelos efeitos de retração e fluência.

#### 6.3.2.1 Verificação para idade de 28 dias

Para a estrutura jovem, aos 28 dias, não foram considerados os efeitos de retração a fim de se fazer uma análise exclusivamente elastoplástica, de forma que os efeitos gerados pela passagem do tempo são computados na análise apresentada no item a seguir. A idade 28 dias foi tomada para definição do módulo de elasticidade do concreto, que para essa idade vale 3775 kN/cm<sup>2</sup>.

Para verificação das tensões, fez-se a análise do estado limite último, considerando três combinações de carga. A primeira combinação considerou a carga de passeio como a carga variável principal, a segunda considerou a carga de frenagem como sendo a principal, e, por final, a carga de tráfego (multidão e veículo tipo) foi considerada como principal. Nas figuras 78, 79 e 80 estão apresentadas as tensões nodais  $\sigma_{xx}$ , que são as mais significativas, observadas nos componentes.

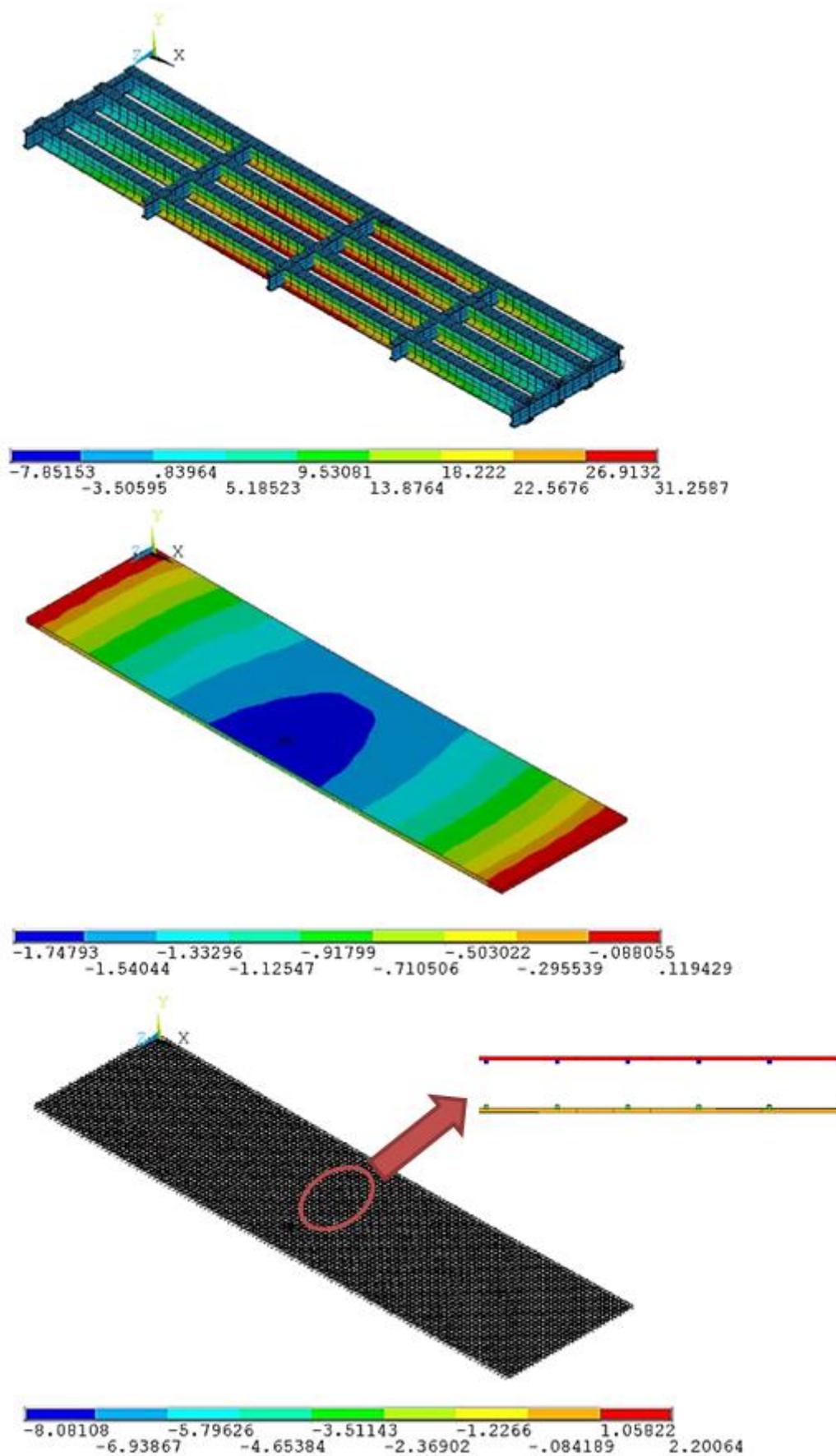


Figura 78 – Tensões  $\sigma_{xx}$  nos componentes da estrutura (combinação 1)

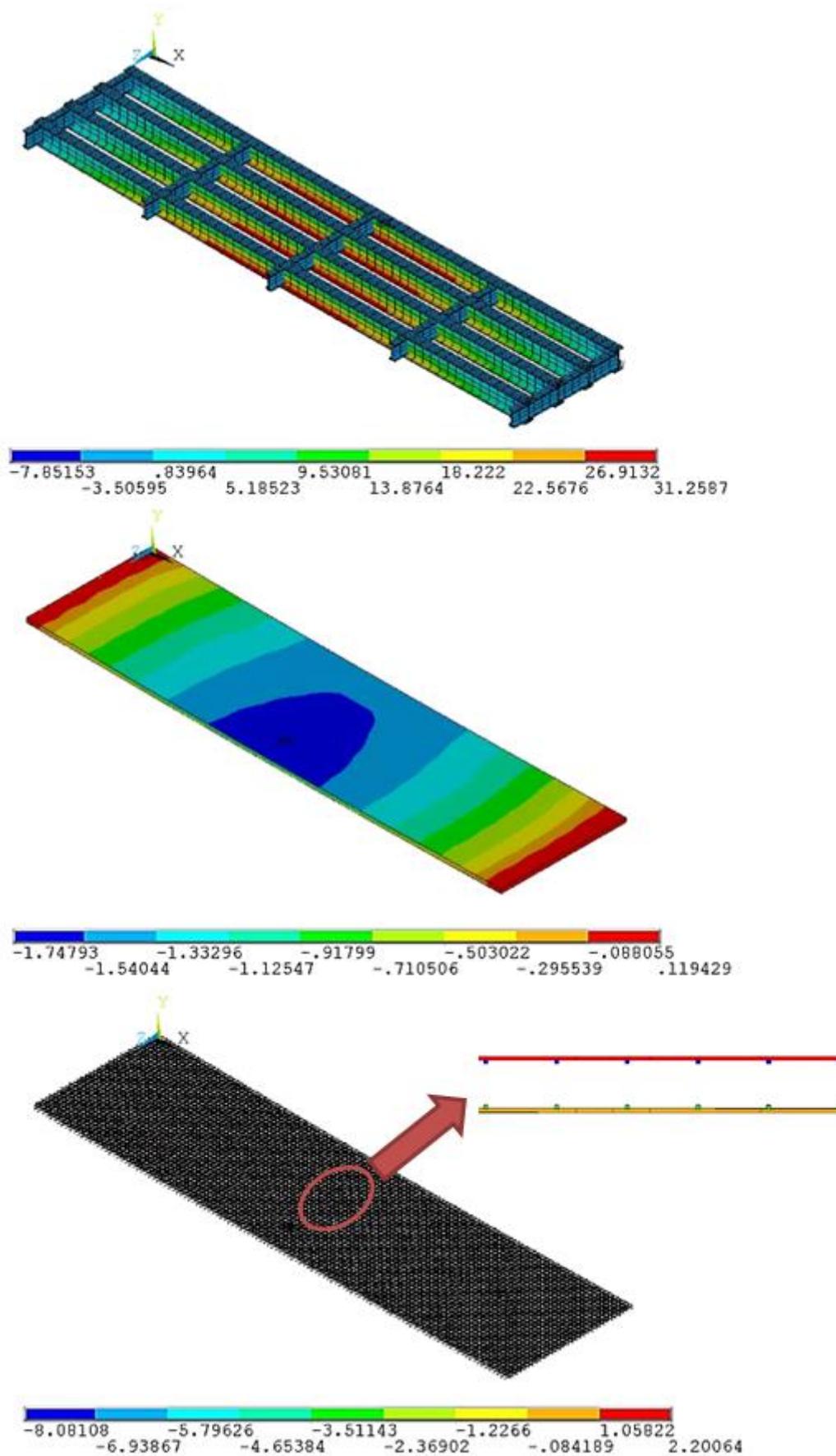


Figura 79 – Tensões  $\sigma_{xx}$  nos componentes da estrutura (combinação 2)

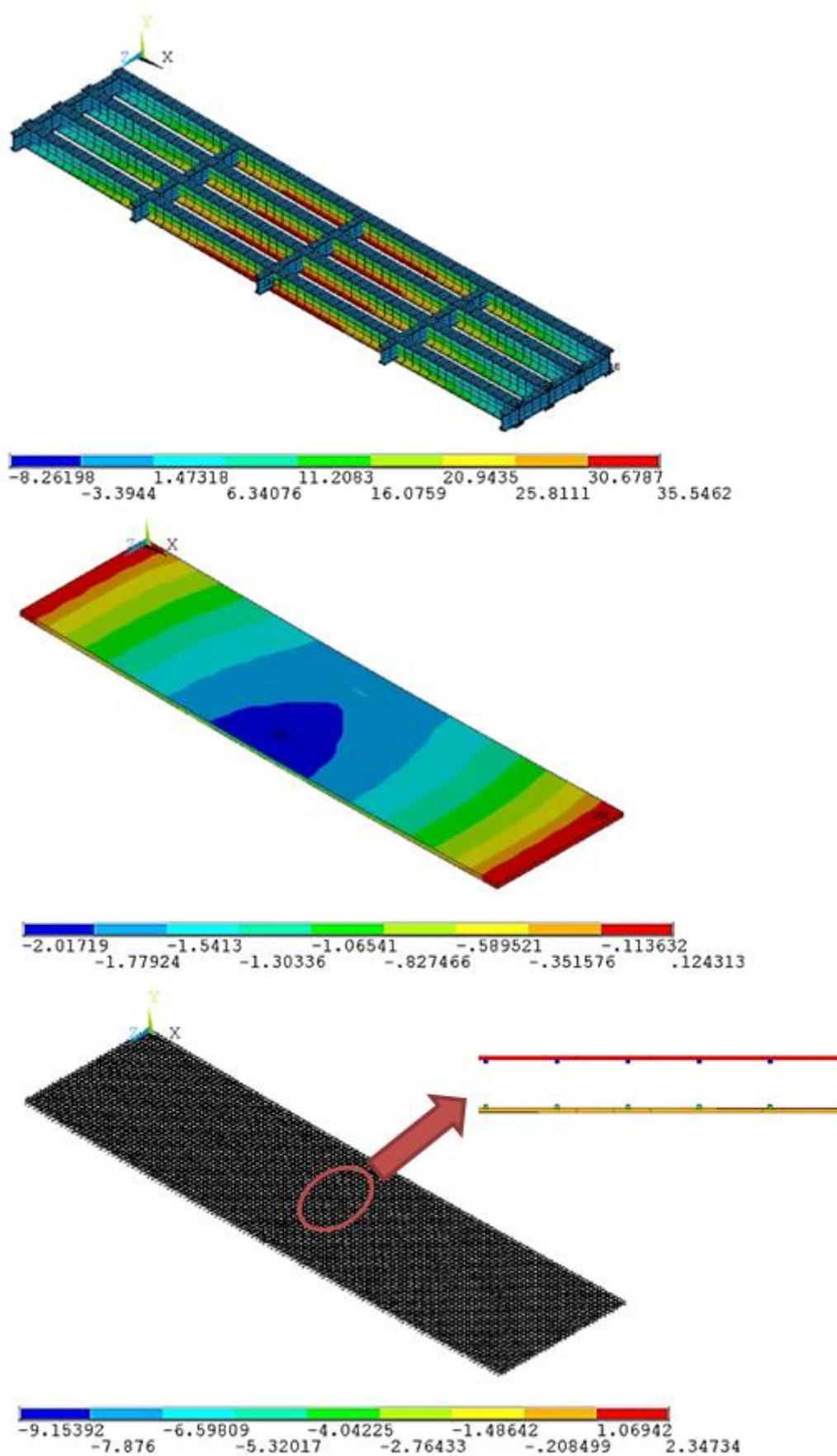


Figura 80 – Tensões  $\sigma_{xx}$  nos componentes da estrutura (combinação 3)

Comparando as tensões geradas pelas combinações, percebe-se que as combinações 1 e 2 levam a estados de tensões muito próximos, e a combinação 3 aparece como a mais desfavorável. Isso já havia sido verificado em Schmitz (2014), entretanto naquele trabalho utilizaram-se planilhas eletrônicas para combinação das ações e no presente trabalho a combinação foi feita através de ferramentas de pós-processamento do ANSYS.

Em relação às tensões observadas na laje, em compressão as tensões máximas são de 2,02 kN/cm<sup>2</sup>, sendo a resistência média do concreto igual a 5,3 kN/cm<sup>2</sup> (resistência característica igual a 4,5 kN/cm<sup>2</sup>), a tensão máxima de compressão corresponde a cerca de 38% da resistência. As tensões de tração próximas aos apoios tem valor igual a 0,12 kN/cm<sup>2</sup>, inferiores ao limite da resistência do concreto à tração (0,38 kN/cm<sup>2</sup>). Sobre as tensões na armadura, pode-se verificar que as mesmas são muito pequenas se comparadas com a tensão de escoamento.

A distribuição das tensões está de acordo com o esperado e segue padrão em todas as combinações. A tensão de tração nas longarinas atinge valores elevados, sendo que na combinação 3, essas tensões chegam a 96% da tensão de escoamento. A compressão ocorre nas mesas superiores, o que, a princípio, não gera problemas de flambagem local devido ao travamento pela laje. As transversinas estão solicitadas à compressão, sendo o valor da solicitação baixo. Na Figura 81 estão apresentadas as tensões de von Mises para os nós dos elementos da armadura e dos perfis, essas tensões ficam muito próximas das tensões  $\sigma_{xx}$ , pois estas são as mais relevantes na presente análise.

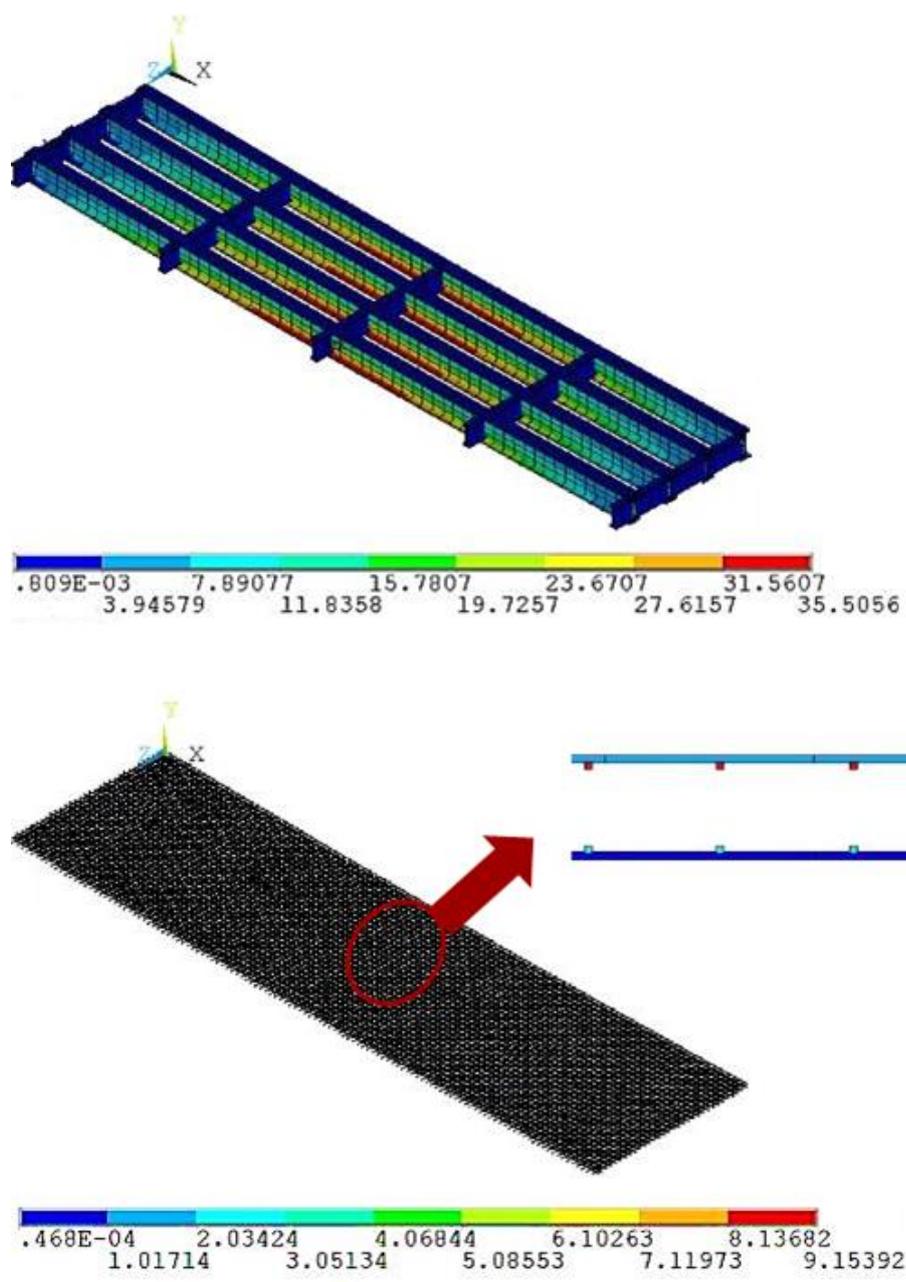


Figura 81 – Tensões de von Mises nos nós do perfil e da armadura (28dias)

Considerando a combinação 3, que é a mais desfavorável, verificou-se a posição da linha neutra de duas vigas mistas: a externa e a mais interna no centro do vão. Na Figura 82 está apresentada a distribuição das tensões nodais  $\sigma_{xx}$  ao longo da altura das duas vigas, sendo que o eixo Y positivo corresponde à laje e negativo, ao perfil. Não há significativa diferença entre as duas vigas, pode-se observar que a linha neutra encontra-se no perfil de aço, próximo a mesa superior, sendo que a 2,5 centímetros da face superior da mesa superior. Se comparado com o dimensionamento feito em Schmitz (2014), a linha neutra calculada estava na laje de concreto,

a 20,5 centímetros da face superior da laje. Existe uma diferença de 7 centímetros entre a linha neutra verificada no modelo e a calculada, o que não representa tanta diferença, e acaba sendo a favor da segurança, pois o modelo mais sofisticado demonstra que maior área de concreto contribui para a seção resistente. Já que o concreto em tração, não é considerado na definição do momento resistente.

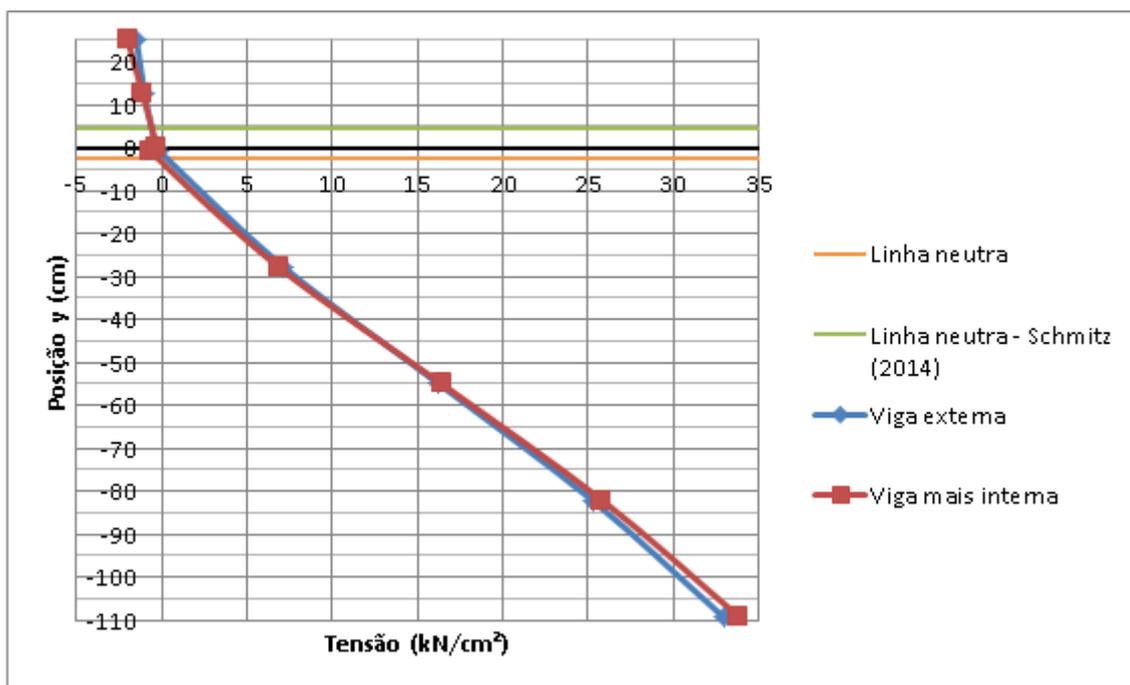


Figura 82 – Distribuição das tensões ao longo da altura (28 dias)

Em seguida através da combinação de serviço quase permanente, pode-se verificar o deslocamento máximo da estrutura para uma condição em que ainda não ocorreram efeitos de fluência para as cargas permanentes. Conforme a Figura 83, o deslocamento vertical no centro do vão é de 9,13 centímetros. O deslocamento máximo obtido em Schmitz (2014) foi de 8,75 centímetros.

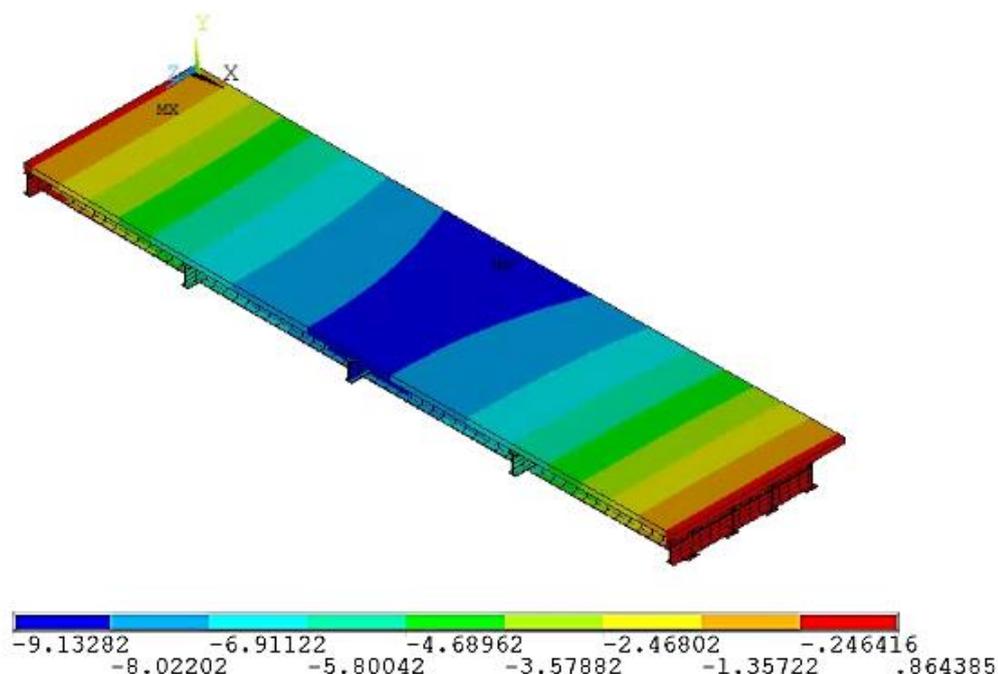


Figura 83 – Deslocamento vertical da estrutura (28 dias)

#### 6.3.2.2 Verificação para idade de 3650 dias

Para avaliação das tensões e deformações geradas pelas cargas instantâneas após a ocorrência dos efeitos diferidos, partiu-se do que foi calculado no item 6.3.1, considerando a pior situação (temperatura igual a 27°C e umidade relativa do ar de 50%). Sendo considerado o cenário previsto pelo modelo FIB-2010, pois foi o código mais pessimista em relação às deformações.

Na Figura 84 estão apresentadas as tensões nodais  $\sigma_{xx}$ , onde percebe-se a alteração na distribuição das tensões em relação as mesmas cargas aplicadas à estrutura jovem. As tensões nas longarinas aumentaram tanto em tração como em compressão, sendo que em tração percebe-se que foi ultrapassado o limite elástico, logo as longarinas encontram-se em regime plástico no trecho com endurecimento, sendo atingido cerca de 90% da tensão de ruptura. Na Figura 85 pode-se observar as tensões nodais de von Mises, que ratificam as condições verificadas pelas tensões  $\sigma_{xx}$ .

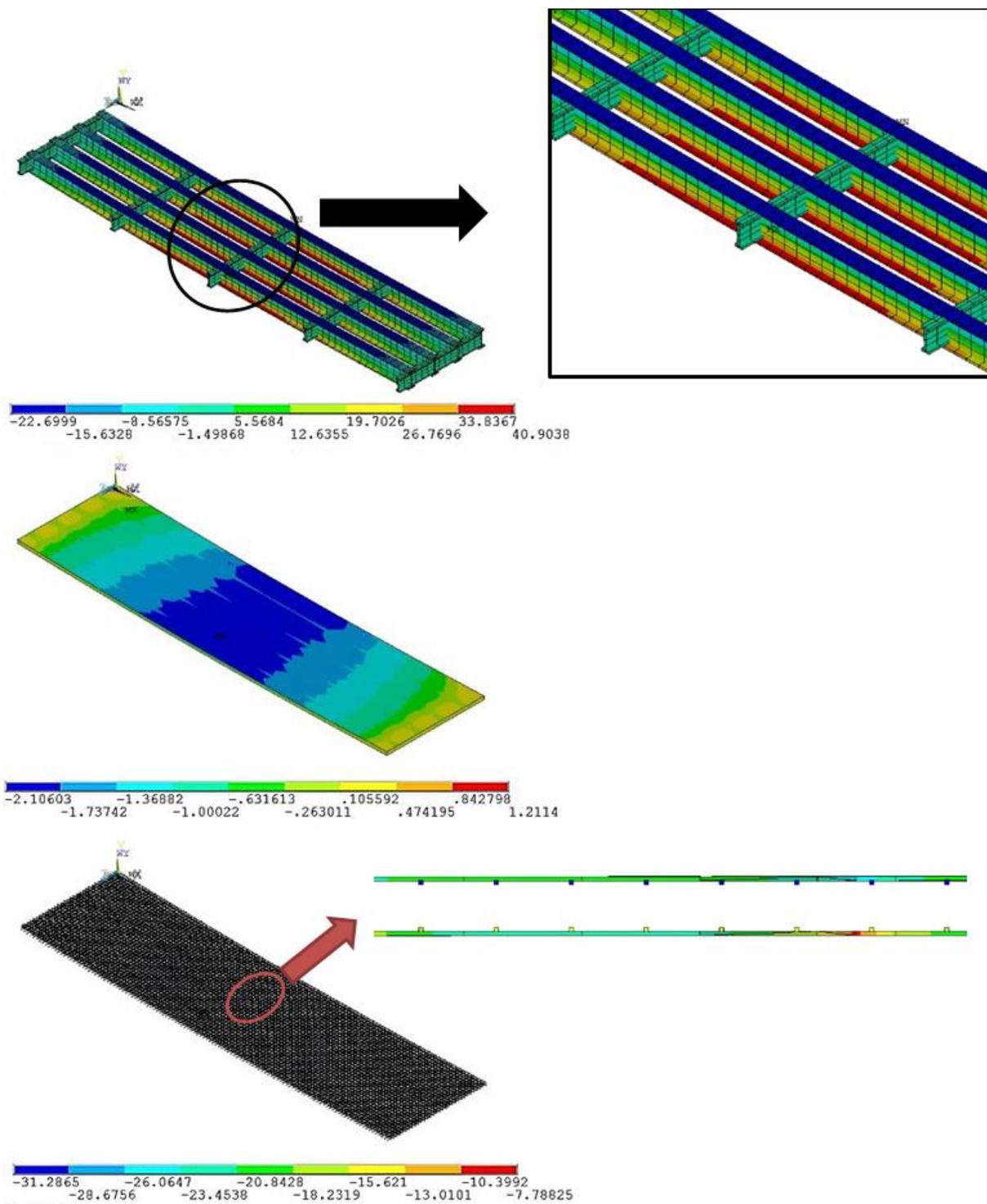


Figura 84 –Tensões  $\sigma_{xx}$  nos componentes da estrutura aos 3650 dias

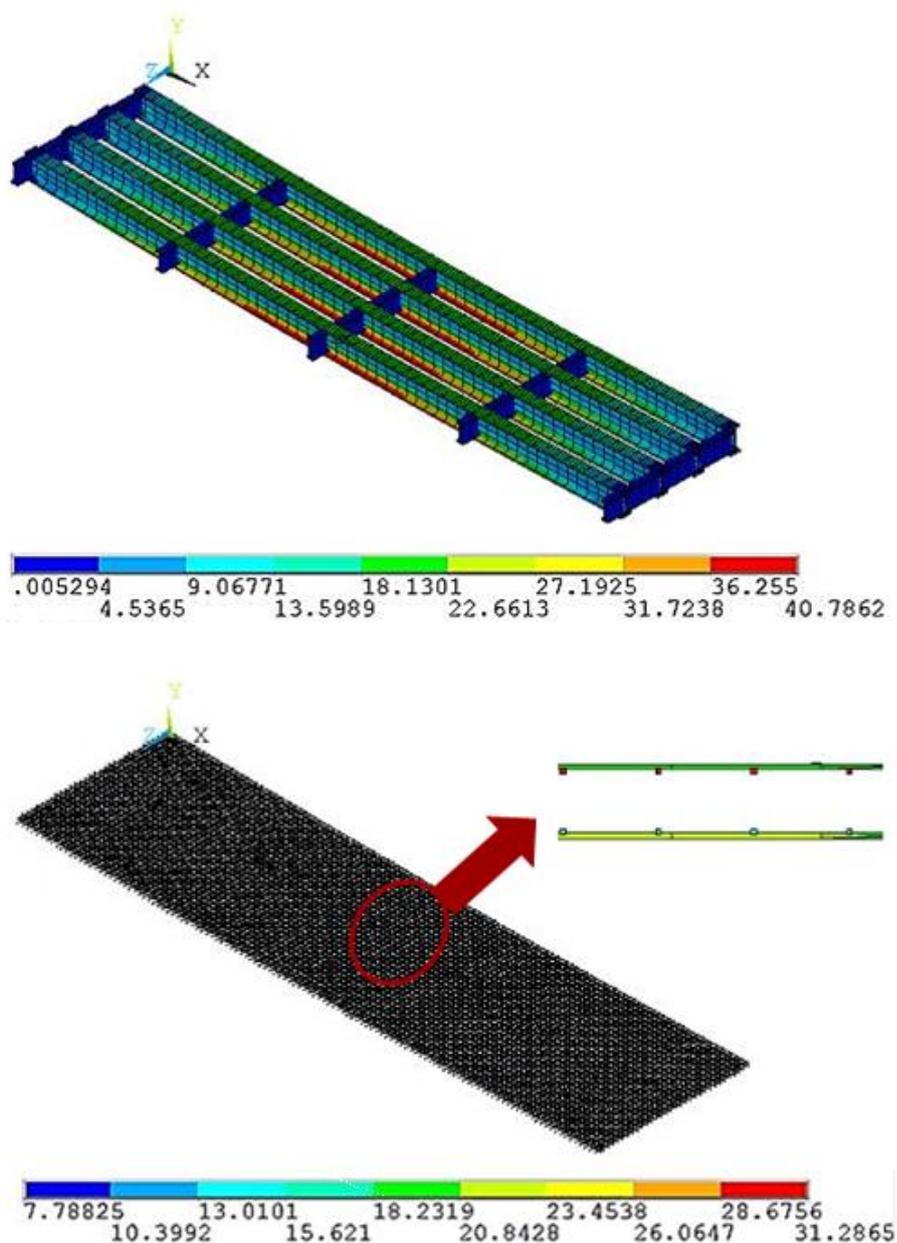


Figura 85 – Tensões de von Mises nos nós do perfil e da armadura (3650 dias)

Na laje as tensões em compressão tiveram ligeiro aumento. Já em tração, a princípio, as tensões parecem ter ultrapassado em muito a resistência à tração do concreto, sendo essa região correspondente à face em inferior, na região em contato com as longarinas (Figura 86). Foi observada a distribuição de tensões ao longo da altura da laje na seção transversal e longitudinal, e essas distribuições não demonstram uma tendência a níveis de tração tão elevados na face inferior. Outra questão é que se observadas às tensões na armadura (Figura 84 e Figura 85), estas são exclusivamente de compressão, demonstrando que esses esforços são predominantes,

o que contradiz com a distribuição de tensões nessa região da laje. Portanto essas tensões podem ser atribuídas ao mesmo motivo que as verificadas no item 6.3.1.2: tensões geradas pelo impedimento de deformação da laje devido aos efeitos de fluência e retração sofridos no concreto e não no aço.

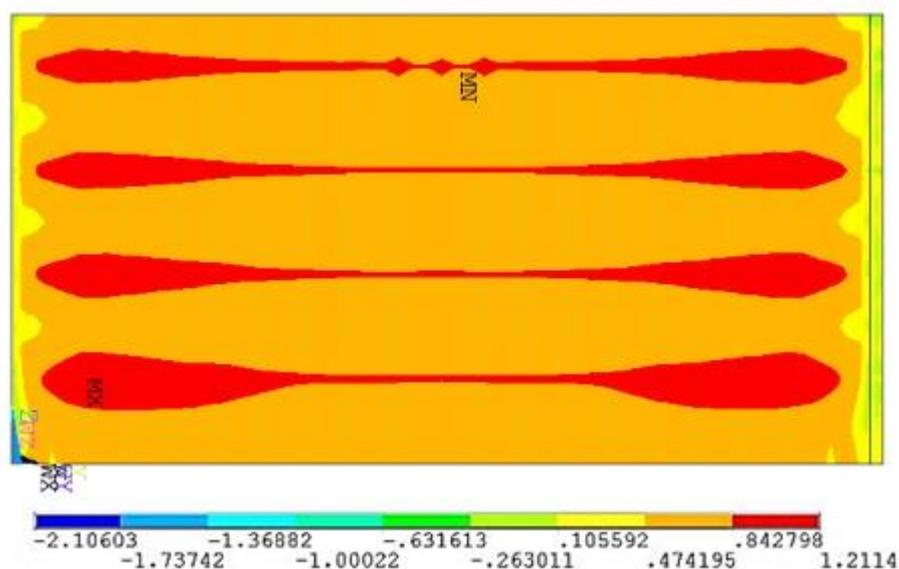


Figura 86 –Tensões  $\sigma_{xx}$  na face inferior da laje devido a combinação de cargas aos 3650 dias

Novamente, verificou-se a posição da linha neutra, para as vigas mais interna e mais externa considerando a distribuição de tensões nodais  $\sigma_{xx}$  no centro do vão ao longo da altura apresentada na Figura 87. Primeiramente, percebe-se que há uma descontinuidade entre as tensões da laje e do perfil, que não ocorria aos 28 dias. Mesmo o dimensionamento da ligação tendo sido feito para interação completa, as maiores deformações sofridas aos 3650 provocaram deslizamentos mais significativos que atingiram, não só a região dos apoios, como a seção central do vão. Verifica-se uma pequena diferença entre a linha neutra das duas vigas, uma está a 37,5 centímetros da face superior da mesa superior e a outra a 42,5 centímetros. Nesse ponto pode-se comparar com o verificado aos 28 dias, os efeitos de fluência e retração fizeram com que maior parcela do perfil metálico estivesse comprimida.

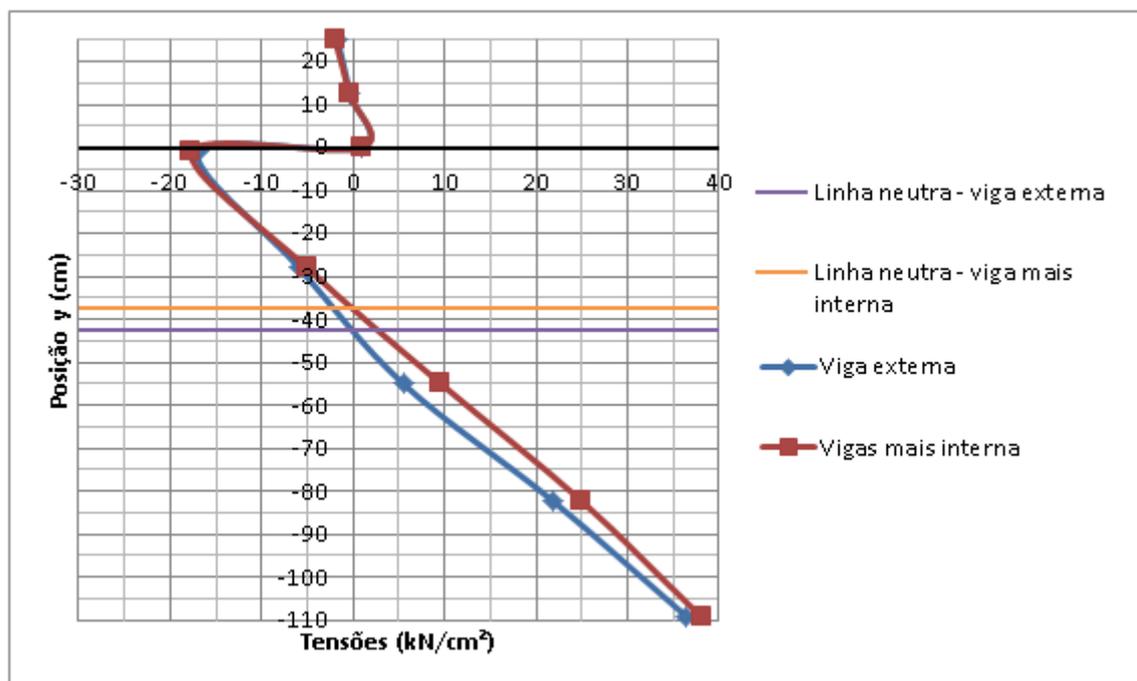


Figura 87 – Distribuição das tensões ao longo da altura (3650 dias)

Através da combinação de cargas para verificação das deformações, fez-se a combinação, considerando para a carga permanente, a situação deformada após 3650 dias. Os deslocamentos verticais estão apresentados na Figura 88. Sendo o deslocamento máximo verificado na longarina mais externa, igual a 15,44 cm. O deslocamento máximo verificado em Schmitz (2014) foi de 10,75 cm, considerando todas cargas permanentes com seus efeitos instantâneos e diferidos e as cargas acidentais. Isso corresponde a uma diferença de 43,6% e ocorre principalmente devido ao modo simplificado com que foram tratados os efeitos de fluência e retração, subestimando a deformação causada pelos mesmos.

O limite de deformação aceitável, conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014), vale 12 centímetros. Considerando esse limite cabe informar, que foi definido em Schmitz (2014) que os perfis metálicos das longarinas seriam construídos com uma contra flecha correspondente a 12,8 centímetros. Essa contra flecha foi definida a partir da deformação dos perfis metálicos após a colocação das peças pré-fabricadas da laje e antes da concretagem da região dos conectores, ou seja, a seção não era mista. Dessa forma, pode-se dizer que a deformação instantânea por peso próprio da estrutura, está contabilizada na contra flecha.

Entretanto, o modelo analisado partiu da condição de uso da estrutura, não considerando a fase de construção e, além disso, não foi considerada contra flecha no modelo. Assim, o limite de

deformabilidade se aplica a deformação somando as parcelas: deformação instantânea resultante das cargas do pavimento asfáltico e dos guarda rodas; deformação por fluência e retração; deformação devido às cargas acidentais. Essas deformações contabilizam o deslocamento vertical de 10,61 centímetros, estando ainda dentro do limite da norma.

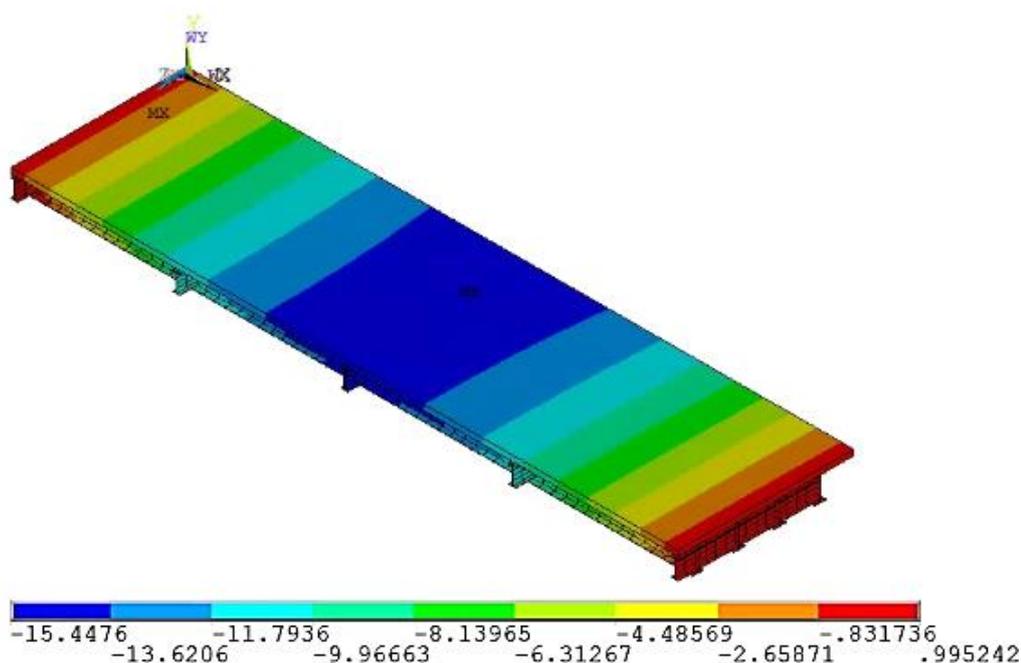


Figura 88 – Deslocamento vertical da estrutura (3650 dias)

### 6.3.3 Largura efetiva

Como já é sabido, uma viga mista composta por um perfil de aço e laje de concreto tem seu comportamento monolítico garantido pelos conectores de cisalhamento. Sendo que essa união gera melhor comportamento estrutural se comparado a estes elementos isolados. O que se verifica quando uma viga mista se deforma, segundo Castro et al. (2007), é que surgem deformações devido ao esforço cortante na laje, o que causa o efeito conhecido como *shear lag*. Esse efeito é definido como a distribuição não uniforme das tensões ao longo da seção transversal, e conseqüentemente a seção deformada deixa de ser plana.

Surge então, o conceito de **largura efetiva**, que corresponde à região da laje em que se pode considerar as tensões constantes, como está representado na Figura 89. Castro et al. (2007) consideram que não existe uma definição padrão da largura efetiva, entretanto dois métodos podem ser citados como os mais frequentemente utilizados. O primeiro está baseado na distribuição de tensões e o outro está baseado na rigidez da viga mista.

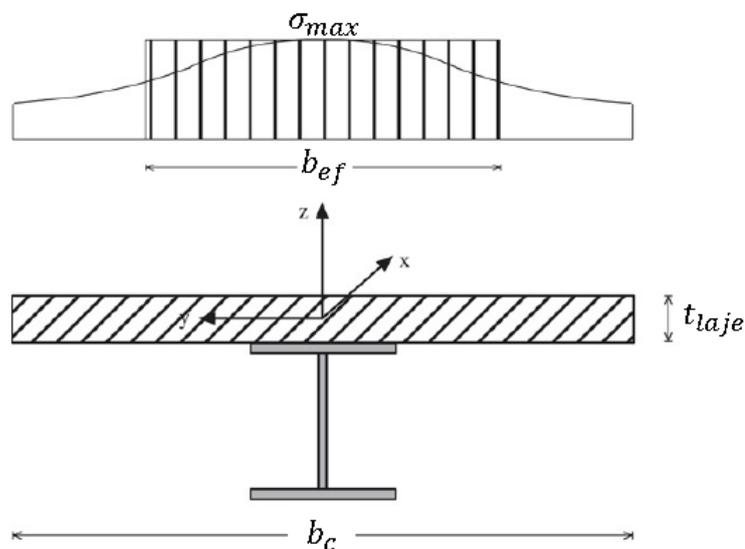


Figura 89 – Largura efetiva baseada na distribuição de tensões  
(CASTRO ET AL., 2007)

No presente trabalho, o cálculo da largura efetiva foi feito considerando a distribuição das tensões. Castro et al. (2007) apresenta este método pela equação (88), que está relacionada com a Figura 89. Cabe destacar que as tensões necessárias para definição da largura efetiva podem ser tanto do plano médio, como do topo da laje, pois essa informação não é claramente estabelecida.

$$b_{ef} = \frac{1}{[\sigma_{xx}]_{y=0}} \int_{-\frac{b_c}{2}}^{+\frac{b_c}{2}} \sigma_{xx} dy \quad (88)$$

Sendo:

$b_{ef}$  = largura efetiva da laje;

$[\sigma_{xx}]_{y=0}$  = tensão em  $x$  no ponto em que  $y$  vale 0;

$b_c$  = largura geométrica da laje;

$\sigma_{xx}$  = tensão em  $x$ .

A fim de facilitar as etapas de análise estrutural e projeto desses elementos, passou-se a utilizar esse conceito de largura efetiva, de forma que se as tensões são consideradas constantes, conseqüentemente pode-se aplicar o princípio de que após as deformações, as seções

permanecem planas. Por isso o mesmo é utilizado em muitas normas, e gera um nível de erro aceitável (GARA ET AL, 2011). Entretanto, Castro et al. (2007) salienta que estudos mostraram que esse parâmetro não é constante, pois de uma forma geral o mesmo está baseado em um regime elástico, logo, quando a estrutura desempenha comportamento inelástico, a largura efetiva se altera.

A NBR 8800 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2008) também utiliza o conceito de largura efetiva. Conforme esta norma, a largura efetiva para vigas biapoiadas pode ser definida como o menor valor entre: 1/8 do vão teórico, metade da distância entre os centros de vigas mistas adjacentes ou a distância entre o eixo da viga e a extremidade da laje em balanço. No caso da ponte estudada definiram-se dois valores de largura efetiva, um para as vigas de extremidade e outro para as vigas centrais, para as quais se aplicou as duas últimas distâncias citadas, logo a largura efetiva ficou definida como igual à largura geométrica da laje.

#### 6.3.3.1 Verificação para idade de 28 dias

A partir dos resultados obtidos das combinações de carga última feitas no item 6.3.2.1, foram analisadas as distribuições de tensões na laje para a combinação de carga mais desfavorável com o intuito de definir a largura efetiva. Sendo que as larguras efetivas foram calculadas para o plano médio e para o topo da laje. Considerando a simetria do modelo, foram verificadas 4 vigas mistas, para facilitar a apresentação dos resultados, as mesmas foram numeradas, sendo a de número 1 a viga mista mais externa e a de número 4, a mais interna. Nas figuras 90 e 91 pode-se observar a distribuição das tensões, no plano médio e no topo, respectivamente. Nos gráficos foi identificada a posição dos centros das vigas, além disso, deve-se observar a escala dos gráficos no eixo vertical, que foi ajustada para que fosse possível verificar a variação das tensões, pois as mesmas não tiveram grande variação ao longo da seção. Entretanto, as tensões verificadas no plano médio tiveram uma distribuição mais próxima da esperada, quando se pretende definir a largura efetiva.

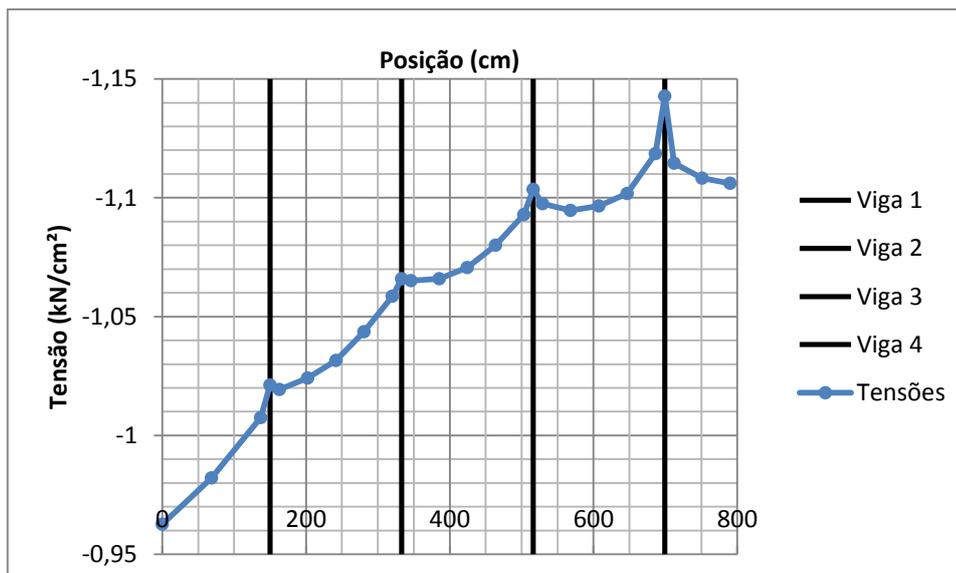


Figura 90 – Distribuição de tensões no plano médio da laje (28 dias)

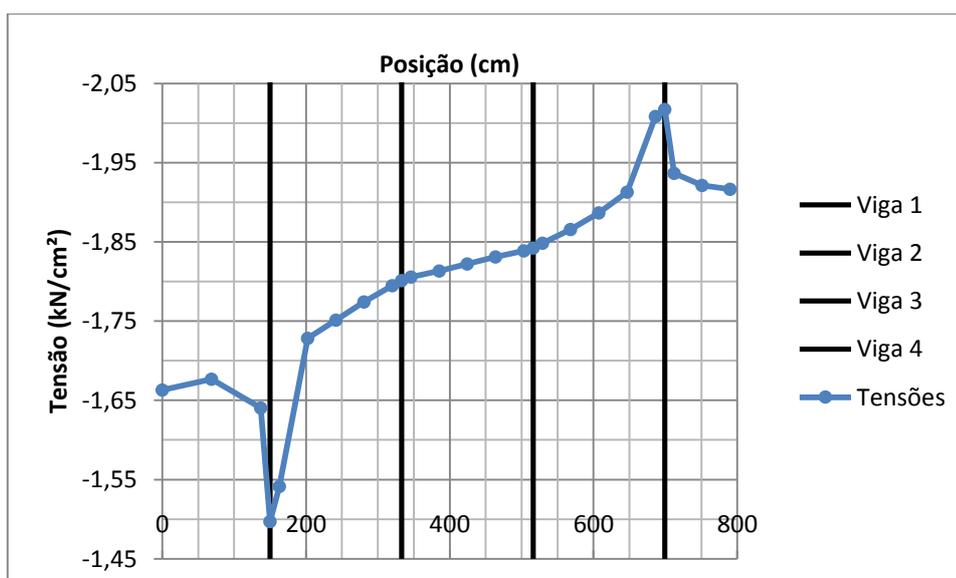


Figura 91 – Distribuição de tensões no topo da laje (28 dias)

A partir das tensões apresentadas, foram calculadas as larguras efetivas, que estão apresentadas de forma ilustrada no gráfico da Figura 92, junto com seus valores exatos e também o valor calculado pela NBR 8800. De uma forma geral não houve muita variação entre a largura efetiva definida pelas tensões do plano médio e do topo, sendo a maior diferença observada na viga mais externa. Em comparação a referida norma, as larguras efetivas calculadas ficaram todas um pouco abaixo desse valor, variando entre 94,72% a 98,77 %, o que gerou a diferença apresentada na tabela da Figura 92.

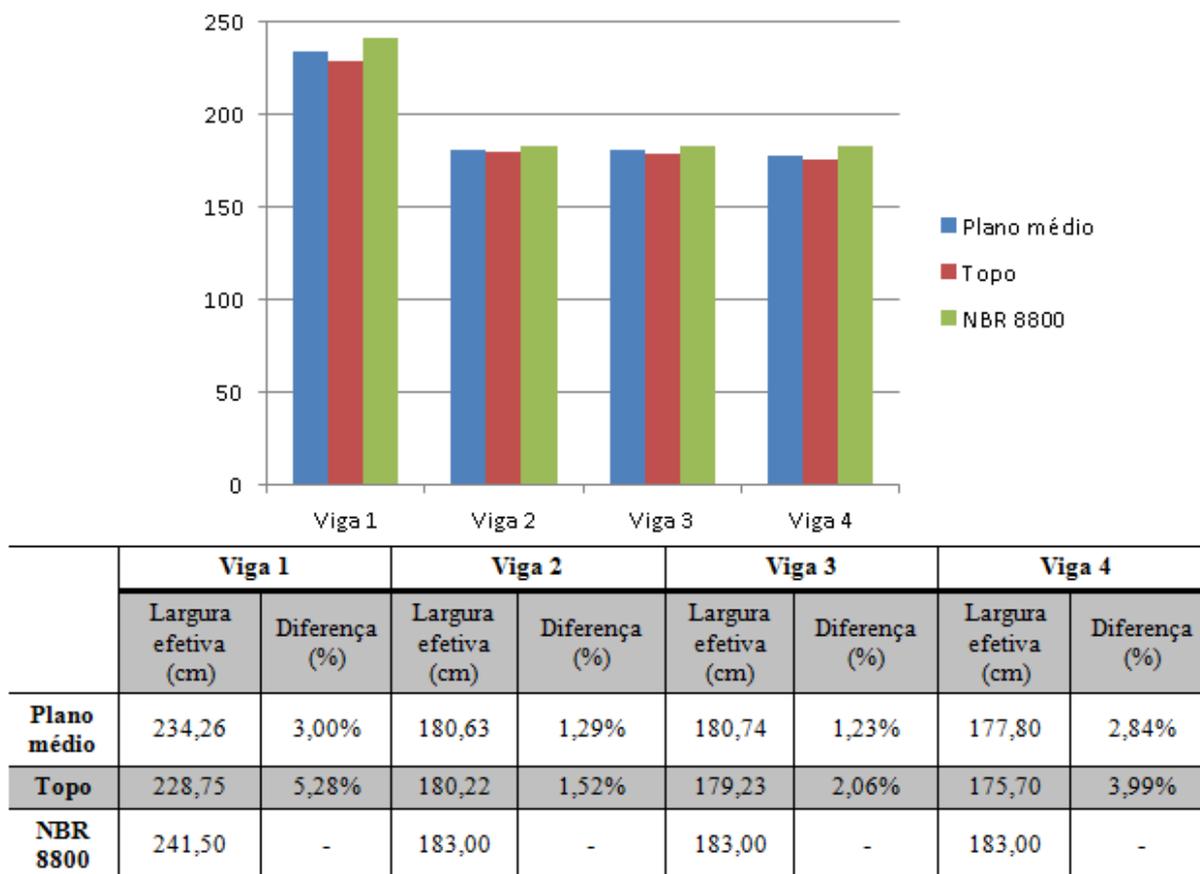


Figura 92 – Largura efetiva (28 dias)

### 6.3.3.2 Verificação para idade de 3650 dias

A nova análise da largura efetiva foi feita considerando novamente a combinação última, do tipo normal, mas dessa vez após a estrutura ter sofrido os efeitos de fluência e retração gerados pelas cargas de peso próprio, partindo-se dos resultados apresentados no item 6.3.2.2. Dessa forma pode-se obter a largura efetiva, considerando o comportamento viscoelástico. Nas figuras 93 e 94 estão apresentadas as distribuições de tensões  $\sigma_{xx}$  para o plano médio e topo da laje.

Considerando a distribuição de tensões do plano médio, observa-se que estas têm valor absoluto menor que para os 28 dias. Entretanto, para o topo da laje as tensões não se alteram significativamente. Outra questão, já observada anteriormente, é que as tensões têm pouca variabilidade ao longo da seção transversal, contudo ao longo da altura existe maior variação.

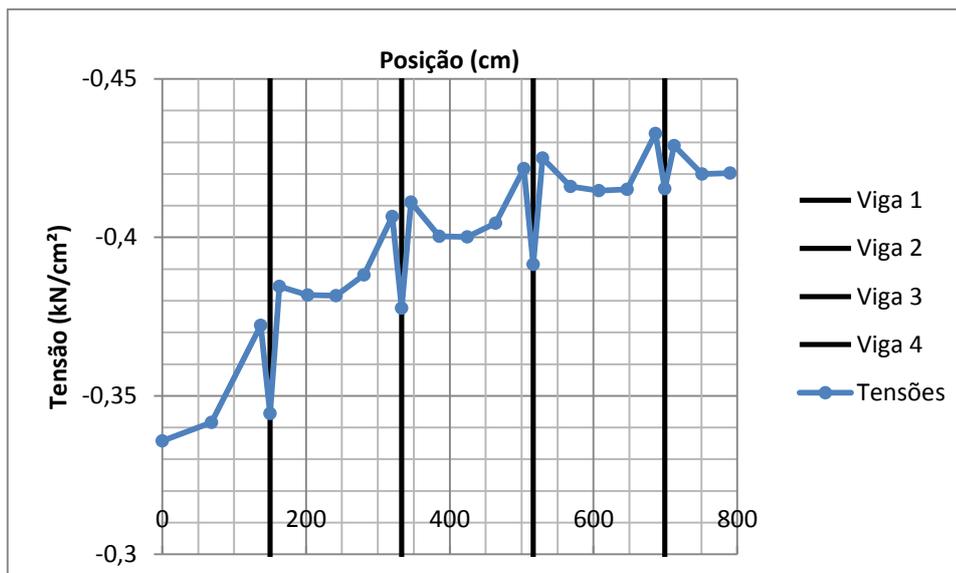


Figura 93 – Distribuição de tensões no plano médio da laje (3650 dias)

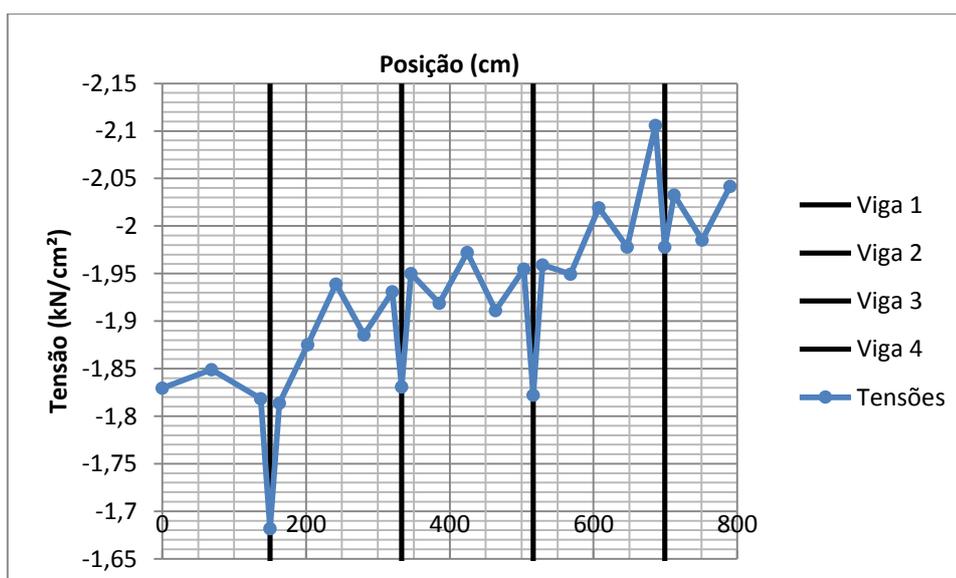
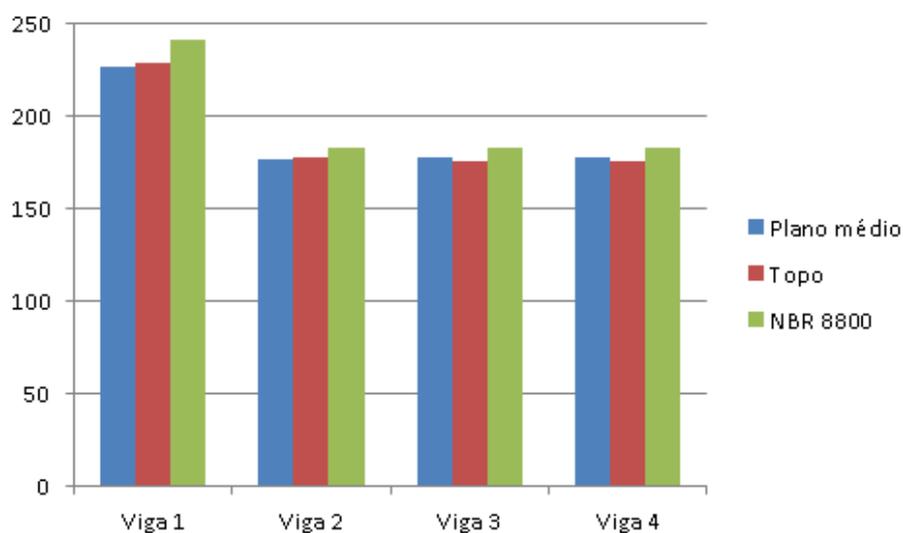


Figura 94 – Distribuição de tensões no topo da laje (3650 dias)

Em seguida, calculou-se a largura efetiva para as duas posições da laje, sendo os resultados apresentados na Figura 95. Neste caso, percebe-se, maior diferença em relação ao calculado pelo NBR 8800, sendo que a largura calculada pelo modelo variou entre 93,75% e 97,33% em relação à referida norma, sendo na Figura 95 apresentada a diferença percentual em relação a norma. Em comparação com as larguras efetivas calculadas para os 28 dias, não houve muita variação nos valores. De forma que, apesar de Castro et al. (2007) ter mencionado a variação desse parâmetro, nos casos avaliados neste trabalho, os efeitos de fluência e retração não

alteraram significativamente a largura efetiva, e não seria grande erro considerá-la com valor constante.



	Viga 1		Viga 2		Viga 3		Viga 4	
	Largura efetiva (cm)	Diferença (%)						
<b>Plano médio</b>	226,41	6,25%	176,49	3,56%	177,43	3,04%	178,11	2,67%
<b>Topo</b>	229,16	5,11%	178,10	2,68%	176,19	3,72%	175,26	4,23%
<b>NBR 8800</b>	241,50	-	183,00	-	183,00	-	183,00	-

Figura 95 – Largura efetiva (3650 dias)

## 7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este último capítulo apresenta as conclusões e considerações finais relevantes ao desenvolvimento do trabalho. O mesmo foi dividido em dois itens: primeiramente são apresentadas as conclusões e em seguida são apontados tópicos que ainda podem ser abordados dentro do mesmo tema, inclusive, dando continuidade a este trabalho.

### 7.1 CONCLUSÕES

As vigas mistas se caracterizam pelo comportamento conjunto do aço e do concreto, sendo uma viga mista típica composta por uma laje de concreto, que pode ser moldado in loco, pré-fabricado ou então ambos, ligada a uma seção de aço, a qual pode ser uma seção fechada (tipo caixão) ou aberta (perfil I). A ligação é feita por conectores de cisalhamento e para os quais existem diversos tipos, sendo que os mais empregados são os *stud bolts* e perfis U laminados ou formados a frio. Essas estruturas apresentam vantagens se comparadas com estruturas somente em concreto ou somente em aço, de forma que, no caso de obras de maior porte, como pontes e viadutos, são uma alternativa capaz de gerar um projeto mais econômico.

Entretanto no Brasil esse tipo de estrutura ainda não tem muita representatividade. Uma das possíveis razões para isso é a inexistência de normativas nacionais, o que de certa forma, desencoraja a sua aplicação. Por isso, acredita-se que estudos nessa área devem ser estimulados para que, um dia, este seu uso seja corrente. Seguindo nessa linha, este trabalho desenvolveu um modelo para análise de vigas mistas em um *software* comercial (ANSYS), sendo que o objetivo do trabalho foi analisar uma ponte, já dimensionada em Schmitz (2014), de forma a confrontar os resultados obtidos a partir deste modelo mais sofisticado com o dimensionamento realizado pelas normas adotadas no referido trabalho.

Para construção do modelo numérico em elementos finitos foram utilizados elementos disponíveis no ANSYS, assim como os modelos dos materiais, com exceção do concreto. O comportamento do concreto foi programado através de uma subrotina *usermat*, que faz parte das ferramentas de customização do programa. Dessa forma, a partir dos trabalhos de Lazzari (2015) e Lazzari et al. (2016) foi possível considerar o concreto como um material elastoplástico com endurecimento e amolecimento, quando em compressão, e elástico com amolecimento devido à fissuração, quando em tração. Além disso, foi implementado o

comportamento viscoelástico quando sujeito a cargas de longa duração, simulando os fenômenos de fluência e retração.

A fim de validar o modelo desenvolvido foram simuladas vigas ensaiadas e já muito utilizadas para validação de modelos desenvolvidos em outras pesquisas. Nesse momento do trabalho, o comportamento instantâneo gerado pelas cargas de curta duração e o comportamento diferido gerado pelas cargas de longa duração foram tratados separadamente. A validação do comportamento instantâneo, feita utilizando as vigas de Chapman e Balakrishnan (1964), demonstrou que o modelo consegue prever com boa precisão esse comportamento, apresentando rigidez próxima a real das vigas ensaiadas. Além disso, os resultados se aproximam de outros modelos desenvolvidos, cada qual com suas características. Em relação à carga e à forma de ruptura, apesar de terem surgido algumas divergências, acredita-se que o modelo é capaz de fazer boa previsão. A saber a diferença entre a carga de ruptura experimental e do modelo desenvolvido ficou entre 1,92% e 10,66%.

A validação do comportamento diferido utilizou como base as vigas de Bradford e Gilbert (1991) e o trabalho de Moreno (2016). De forma que para as informações não fornecidas pelo trabalho experimental foram adotados os mesmos valores que Moreno (2016), o qual definiu os valores faltantes conforme aqueles que levavam a resultados mais próximos ao experimental, fazendo um procedimento de tentativas. Novamente, o modelo desenvolvido respondeu com boa aproximação ao previsto pelos ensaios, sendo que as divergências foram relacionadas com a falta de algumas informações para perfeita previsão dos fenômenos de fluência e retração.

Assim, pode-se concluir que o modelo desenvolvido pode ser utilizado para estudo de vigas mistas sujeitas a cargas de curta e longa duração. É importante destacar que o intuito do uso de modelos mais sofisticados ao invés de modelos simples e/ou normativas é poder analisar com maior precisão o comportamento da estrutura, e se possível otimizar seu dimensionamento, buscando as melhores alternativas para o projeto. Além disso, em termos de pesquisas, os modelos mais sofisticados permitem análises mais aprofundadas, de forma que os fenômenos locais podem ser melhor estudados, verificando os elementos de maneira mais detalhada. Entretanto, cabe ao pesquisador/projetista a função de sempre verificar com cautela os resultados provenientes dos programas computacionais, pois podem surgir erros numéricos não previstos durante a validação do modelo.

A fase seguinte deste trabalho teve justamente este intuito: a análise de uma estrutura de maior porte que é verossímil, ou seja, é uma estrutura que foi dimensionada através de normas técnicas, que respeita condições mínimas de projeto e poderia ser uma estrutura real. A ponte

estudada é biapoaiada, sendo composta por um único vão de 30 metros. A seção transversal conta com 8 longarinas mistas, sendo a ligação com a laje feita através de conectores *stud bolt*. Além disso, ao longo do vão existem 5 linhas de transversinas metálicas (sem ligação com a laje) espaçadas igualmente. O modelo da ponte se baseou inteiramente nas diretrizes desenvolvidas nos modelos de vigas mistas simuladas na fase anterior da pesquisa.

Em seguida foi verificada a deformação a longo prazo da estrutura, devido as cargas permanentes: peso da estrutura e peso de outros elementos que compunham a ponte (pavimento asfáltico e guarda rodas). Para este tipo de verificação foi necessário considerar as condições do ambiente (umidade relativa do ar e temperatura). A fim de simular diferentes cenários foram definidas três umidades relativas do ar (50%, 70%, 85%) e três temperaturas (16°C, 20°C, 27°C), logo foram estudados 9 situações distintas a partir dos dois modelos de fluência e retração FIB-2010 e CEB-FIP-90. A estrutura foi simulada por 10 anos (3650 dias), e a que obteve a maior deformabilidade foi àquela sujeita à temperatura de 27°C e umidade de 50%, pelo modelo do FIB-2010. Sendo que sua flecha total foi igual a 12,4 centímetros, considerando que a parcela instantânea vale 7,10 centímetros, os efeitos de fluência e retração geraram um deslocamento igual a 5,3centímetros (42,74%). Além disso, pode-se verificar que em até 5 anos da estrutura, a ponte já se deformou cerca de 90% da deformação total esperada para 10 anos. Se comparada com a estrutura calculada por Schmitz (2014), existe uma grande diferença na previsão da deformação, principalmente diferida. No referido trabalho, a flecha instantânea foi de 6,9 centímetros e considerando a fluência e retração, foi de 8,9 centímetros. Acredita-se que a diferença na flecha instantânea deve-se a consideração da ligação laje-perfis como indeformável, logo a estrutura era mais rígida. A diferença na flecha diferida se dá pela divergência no cálculo da flecha instantânea somada ao modo superficial de como foram tratados os efeitos diferidos.

Em seguida foram verificadas as tensões para duas condições da estrutura: aos 28 dias em que não foram considerados efeitos diferidos, e aos 3650 dias (10 anos), sendo computados os efeitos de fluência e retração, relativos às cargas permanentes. Para a primeira situação fez-se três combinações de ações, sendo verificado que a mais desfavorável era com a carga de trafego como ação variável principal. Em todos os elementos as tensões foram relativamente baixas, sendo que o aço dos perfis não atingiu comportamento plástico, apesar de ter atingido tensão próxima à tensão de escoamento (96%). Já o concreto atingiu 38% da resistência a compressão, sendo que na região tracionada, principalmente junto aos apoios não foi observada fissuração,

apesar de existirem alguns picos de tensão devido a cargas nodais, que foram consideradas como erro numérico.

Na verificação aos 3650 dias considerou-se apenas a combinação de carga mais desfavorável. A estrutura atingiu tensões mais elevadas, sendo que o aço das longarinas se encontra em regime plástico, e na laje as tensões em compressão atingiram 39,6% da resistência à compressão média do concreto. O dimensionamento feito em Schmitz (2014) admitia a plastificação da seção, pois as dimensões dos perfis metálicos são características de seção compacta.

Como última análise, foi estudada a largura efetiva da laje que constitui as vigas mistas. Foram verificadas as condições sob cargas de curta duração e também as de longa duração, avaliando as mesmas situações de verificação das tensões. Esse parâmetro pode ser comparado com o utilizado no dimensionamento, de forma que para as cargas de curta duração os resultados satisfizeram o utilizado no dimensionamento, sendo a maior discrepância entre os dois igual a 5,28%. Já em relação às cargas de longa duração houve pequena modificação da largura efetiva ao longo do tempo, atingindo uma diferença de 6,25 % em relação àquela definida por norma.

Considerando que todos os valores de largura efetiva verificados no modelo estão abaixo do calculado pela norma, pode-se dizer, em termos de dimensionamento, que isso vai contra a segurança, já que pela norma está se supondo que existe maior contribuição do concreto do que a verificada. Entretanto, apesar de existir essa desigualdade entre norma e modelo, ela é pequena. Além disso, a posição da linha neutra verificada no modelo leva a uma altura de concreto comprimido na laje 22% maior do que a calculada em Schmitz (2014), assim a seção resistente estaria sendo subestimada. Considerando as duas questões apresentadas pode-se dizer que essas diferenças, de certa forma, se compensam, logo, o dimensionamento feito por norma pode não ser tão preciso, por ser mais genérico, mas leva a uma condição aceitável.

Ao final, considera-se que os objetivos secundários estabelecidos inicialmente foram atendidos e, finalmente, o objetivo principal do trabalho também foi atingido. Pode-se destacar as muitas possibilidades de análises proporcionadas por modelos mais complexos, além da verificação de efeitos que não são perceptíveis em modelos simplificados. Sendo que neste trabalho pode-se verificar, por exemplo, o estado de tensões para uma estrutura sujeita a cargas de serviço após 10 anos em funcionamento. Dando ênfase a região de interface aço-concreto e a alteração que ela sofreu devido ao deslizamento dos conectores. Acredita-se que o ideal quando se trabalha com projetos seria, utilizar um modelo simples para fazer o dimensionamento preliminar e em seguida partir para análises mais detalhadas com modelos mais complexos, como esse desenvolvido.

## 7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Seguindo a linha sugerida ao longo do trabalho e de forma a facilitar a análise das vigas mistas através do ANSYS, associado à *usermat* sugere-se que seja desenvolvido um meio de visualizar as fissuras e pontos esmagados no concreto, pois, no momento estes dados são gerados apenas em arquivos de texto. Além disso, para viabilizar o estudo do concreto sob cargas e descargas pelo FIB-2010, sugere-se que seja estudado e implementado um método que permita a sobreposição de efeitos.

Em termos de influência dos efeitos do ambiente sobre a deformação por fluência e retração, ao invés de manter os parâmetros constantes ao longo do tempo, pode-se trabalhar com análise probabilística. Dessa forma seria possível variar os parâmetros um a um e verificar a diferença na resposta da estrutura. A saber o ANSYS dispõe de ferramentas para esse tipo de análise.

A partir do modelo implementado podem ser feitas diversas análises de estruturas mistas que não foram tema deste trabalho. Por exemplo, estudos relacionados à flambagem, pois o elemento *shell181* que constitui os perfis metálicos está habilitado a fazer esse tipo de estudo. Considerando as estruturas de ponte, podem-se fazer estudos paramétricos, buscando a otimização dos elementos, considerando que, ao exemplo de transversinas, não existem recomendações em normas brasileiras.

No sentido de aprimorar o modelo para que sejam feitas análises ainda mais diversificadas, pode-se implementar e validar através de modelos experimentais e numéricos a protensão na laje, e também a protensão externa na seção de aço. Dessa forma definindo os elementos adequados para simular os cabos e também programando via *usermat* o comportamento do aço protendido considerando as perdas devido à relaxação do aço.

Ainda pensando em aprimorar o modelo desenvolvido para que seja possível uma maior gama de análises, pode-se fazer o estudo e viabilização de análises dinâmicas, o ANSYS possui o módulo LS-DYNA que facilita o desenvolvimento de análises dinâmicas. Nesse sentido, pode-se desenvolver um modelo de veículo e estudar a interação entre a carga e a estrutura em uma situação de vibração gerada pela carga.

Considerando as variedades dos tópicos propostos para futuras pesquisas percebe-se que ainda existem muitos campos a serem estudados, alguns já possuem trabalhos anteriores, mas feitos sob diferentes óticas. É importar ressaltar a necessidade de dar continuidade aos trabalhos

desenvolvidos para que sempre possamos evoluir e trazer novas contribuições ao conhecimento técnico-científico.

## REFERÊNCIAS

ACI. **Guide for modeling and calculation shrinkage and creep in hardened concrete**. 209, A. C. [S.l.]. 2008.

ANSYS Inc. **ANSYS Help System**, version 14.5, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: ações e segurança nas estruturas – procedimento. Rio de Janeiro, 2003, revisão 2004.

\_\_\_\_\_. **NBR 8800**: projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

\_\_\_\_\_. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

BALTAY, P; GJELSIVK, A. Coefficient of friction for steel on concrete at high normal stress. **Journal of Materials in Civil Engineering**, [S. l.], v. 2, n. 1, p. 46-49, Feb. 1990.

BAZANT, Z., P.; BAWEJA, S. Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures-model B3. **Materials and Structures**, [S.l.], v. 28, p. 357-365, 415-430, 488-495, 1995.

\_\_\_\_\_. Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures: Model B3. **ACI Special Publications**, [S.l.], v. 194, p. 1-84, 2000.

BAZANT, Z.; P.; PRASANNAN, S. Solidification theory for aging creep. **Cement and concrete research**. USA, v. 18, n. 6, p. 923-932, 1988.

\_\_\_\_\_. Solidification theory for aging creep II: verification and application. **Journal of Engineering Mechanics**. USA, v. 115, n. 8, p. 1704-1725, 1989.

BRADFORD, M. A.; GILBERT, R. I. Time-dependent behavior of simply-supported steel-concrete composite beams. **Magazine of Concrete Research**. [S.l.], v. 43, n. 157, p. 265-274, Dec. 1991.

BRINKHUS, R. N. **Análise de vigas casteladas e vigas casteladas mistas**. 2015. 166 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

CASTRO, J. M.; ELGHAZOULI, A. Y.; IZZUDDIN, B. A. Assessment of effective slab widths in composite beams. **Journal of Constructional Steel Research**, [S.l.], v. 63, p. 1317-1327, 2007.

CENTRO BRASILEIRO DE CONTRUÇÃO EM AÇO. **Pontes de aço**. São Paulo: Roma Editora, 2015.

CHAPMAN, J. C; BALAKRISHNAN, S. Experiments on composite beams. **The structural engineer**. [S. l.], v. 42, n. 11, p. 369-383, Nov. 1964.

CHEN, W. F. **Plasticity in reinforced concrete**. New York: MacGraw-Hill, 1982 (reimp. 2007 por J. Ross Publishing).

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model code 1990**. Lausanne, 1993.

\_\_\_\_\_. Structural Concrete – Textbook on Behavior, Design and Performance. Updated Knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990. Lausanne, **FIB-2010 Bulletin 2**, v. 2, p. 37-52, 1999.

CREUS, G.J. **Viscoelasticity** – Basic Theory and Applications to Concrete Structures. Berlin: Springer Verlag, 1986.

DIAS, M. M. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos**: efeitos de longa duração. 2013. 177 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

DUAN, L.; SALHE, Y; ALTMAN, S. Composite steel I-girder bridges. In: CHEN, W. F.; DUAN, L. (Edit.) **Bridge Engineering Handbook**: Superstructures design. 2nd ed. New York: CRC Press, 2014. p. 171-215.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 4** – design of composite steel and concrete structures – part 2: general rules and rules for bridges. Brussels, 2005.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **FIB-2010 Model code 2010**. Lausanne, Bulletin n. 65, 2012.

FIORI, P. M. C. V. **Um modelo tridimensional de elementos finitos para túneis com revestimento em concreto projetado e pré-moldado**. 2015. 118 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

GARA, F.; RANZI, G.; LEONI, G.; Simplified method of analysis accounting for shear-lag effects in composite bridge decks. **Journal of Constructional Steel Research**, [S.l.], v. 67, p. 1684-1697, 2011.

GARDNER, N.; LOCKMAN, M. Design provisions for drying shrinkage and creep of normal-strength concrete. **ACI Materials Journal**, [S.l.], v. 98, 2001.

GARDNER, N. J. Comparison of prediction provisions for drying shrinkage and creep of normal-strength concretes. **Canadian Journal of Civil Engineering**, [S.l.], v. 31, p. 767-775, 2004.

GATTESCO, N. Analytical modeling of nonlinear behavior of composite beams with deformable connection. **Journal of Constructional Steel Research**, [S. l.], v. 52, p. 192-218, Apr. 1999.

HINTON, E. **Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells**. Swansea: Pineridge Press, 1988.

IBRAHIMBEGOVIC, A. On finite element implementation of geometrically nonlinear Reissner's beam theory: three-dimensional curved beam elements. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, [S.l.], v. 122, p. 11-26, 1995.

JOST, D. T. **Análise de peças fletidas com protensão não aderente pelo método dos elementos finitos**. 2006. 152 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

JURKIEWIEZ, B.; BUZON, S. e SIEFFERT, J. G. Incremental viscoelastic analysis of composite beams with partial interaction. **Computers & Structures**, [S. l.], v. 83, p. 1780-1791, 2005.

LINHARES, B. T. **Análise de pontes em estrutura mista aço-concreto de seção caixão com protensão externa**. 2015. 200 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LAZZARI, B. M. **Análise de elementos finitos por peças de concreto armado e protendido sob estados planos de tensão**. 2015. 200 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LAZZARI, P. M.; FILHO, A. C.; LAZZARI, B. M. Análise não linear tridimensional de viga segmentada com protensão externa utilizando o ANSYS. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, n. 9, 2016, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 2016. Não paginado. 1 CD.

KOTINDA, T. I. **Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas**: ênfase ao estudo interface laje-viga. 2006. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

MACHADO, M. A. S. **Aplicação do método dos elementos finitos para análise elasto-viscoplástica de peças de concreto armado e protendido, submetidas a estados planos de tensão**. 2002. 150 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

MACNEAL, R. H.; HARDER, R. L. A refined four-noded membrane element with rotational degrees of freedom. **Computers & Structures**. [S.l.], v. 28, n. 1, p. 75-84, 1988.

MARTINELLI, M. **Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2003. 149 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

MORENO, J. C. A. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos**: modelos para os efeitos de longa duração e protensão interna. 2016. 181 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático**. 8.ed. (1 reimpr.). Rio de Janeiro: LTC, 2009 (reimp. 2010).

PÓVOAS, R. R. H. C. F. **Modelos não lineares de análise e dimensionamento**. 1991. 423 f. Tese (Doutorado Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 1991.

PÓVOAS, R. H. C. F.; FIQUEIRAS, J. A. Nonlinear modelling of plane RC structures, **Proc. Of the Int. Conference on Computational Plasticity: Models, Softwares and Applications**, D. R. J. Owen et al. (eds.), Pineridge Press, Swansea, p. 1851-1865, 1987.

PRICE, K.; SHKURTI, T. Composite steel box girder bridges. In: CHEN, W. F.; DUAN, L. (Edit.) **Bridge Engineering Handbook**: Superstructures design. 2nd ed. New York: CRC Press, 2014. p. 217-257.

QUEIROZ, F. D.; VELLASCO, P. C. G. S.; NETHERCOT, D. A. Finite element modelling of composite beams with full and partial shear connection. **Journal of Constructional steel research**. [S. l.], v. 63, p. 505-521. 2007.

ROSS, A. D. Creep of Concrete under variable stresses. **Journal of the American Concrete Institute**. Detroit, v. 29, n. 9. P. 739-758. 1958.

SCHMITZ, R. J. **Estruturas mistas**: projeto de uma ponte. 2014. 146 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.

SIMO, J. C.; VU-QUOC, L. A three-dimensional finite-strain rod model. Part II: Computational aspects. **Computer Method in Applied Mechanics and Engineering**, North Holland, v. 58, p. 79-116, 1986.

TAMAYO, J. L. P. **Análise numérica de vigas mistas pelo método dos elementos finitos**. 2011. 147 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

WAYAR, A. M. M. **Análise numérica de vigas mistas aço-concreto pelo método dos elementos finitos**: protensão externa. 2016. 124 f. Dissertação (Mestrado Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

VELLASCO, P. C. G. S.; LIMA, L. R. O.; ANDRADE, S. A. L.; VELLASCO, M. M. B. R.; SILVA, L. A. P. S. **Modelagem de estruturas de aço e mistas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

ZIENKIEWICZ, O. C. **The Finite Element Method**. London: McGraw-Hill Company, 1977.

## **APÊNDICE A – *Script* utilizado**

```

!-----
! SCRIPT PADRÃO PONTE MISTA
!-----
/NOPR          ! Suppress printing of UNDO process
/PMACRO        ! Echo following commands to log
FINISH         ! Make sure we are at BEGIN level
/CLEAR,NOSTART ! Clear model since no SAVE found
/NOPR
/PMETH,OFF,0
/title, PONTE MISTA
!comandos para deixar o fundo branco
/RGB,INDEX,100,100,100, 0
/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13
/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14
/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15
/RELOT
!
! Opções de fonte
! /DEV,FONT,LEGEND,MENU
/dev,font,1,Courier*New,400,0,-16,0,0,,
*SET,pi,3.14159265359
!
!-----
! ENTRADA DE DADOS
!-----
! DIMENSÕES - CENTÍMETROS
! SEÇÃO LONGITUDINAL
l0=3000        ! distância entre apoios
ntra=5         ! número de transversinas
etra=750       ! espaçamento entre transversinas
ptr=0         ! distância entre apoio e primeira transversina
!SEÇÃO TRANSVERSAL
lt=1580        ! largura do tabuleiro
nlong=8        ! número de longarinas
elong=183     ! espaçamento entre longarinas
plong=150     ! distância entre extremidade e primeira longarina
!LONGARINA
lbfs=50        ! largura da mesa superior
lths=1.59     ! espessura da mesa superior
lbfi=50        ! largura da mesa inferior
lthi=1.59     ! espessura da mesa inferior
lhw=106.83    ! altura da alma
ltw=1.59      ! espessura da alma
!TRANSVERSINA
tbfs=30        ! largura da mesa superior
tths=1.59     ! espessura da mesa superior
tbfi=30        ! largura da mesa inferior
tthi=1.59     ! espessura da mesa inferior
thw=79.33     ! altura da alma
ttw=1.59      ! espessura da alma
!LAJE
tc=25         ! espessura da laje de concreto
!CONECTORES
n1=3          ! número de filas de conectores (até 3 está verificado)
st1=12        ! distância entre o conector e a extremidade da mesa(secao transversal)
meio=1        ! existe um conector no centro do vão (0-não;1-sim)
econ=50.5     ! espaçamento entre grupo de conectores ao longo do vão
pcon=37.3     ! distância entre o primeiro conector e apoio
! ARMADURA
!OBS.: CASO NÃO TENHA ARMADURA NA POSIÇÃO PODE-SE ZERAR APENAS O DIÂMTERO

```

```

! Armadura transversal - at (flexão)
! Armadura inferior - ati
atip=2.5      ! posição da armadura (distância da face inferior da laje até a face da armadura)
atid=1.6      ! diâmetro das barras
atis=25       ! espaçamento das barras
! Armadura superior - ats
atasp=2.5     ! posição da armadura (distância da face superior da laje até a face da armadura)
atsd=1.6      ! diâmetro das barras
atss=25       ! espaçamento das barras
! Armadura longitudinal - al (distribuição)
! Armadura inferior - ali
alip=2.5      ! posição da armadura (distância da face lateral até a face da armadura)
alid=0.8      ! diâmetro das barras
alis=25       ! espaçamento das barras
! Armadura superior - als
alsp=2.5     ! posição da armadura (distância da face lateral até a face da armadura)
alsd=0.8     ! diâmetro das barras
alss=25      ! espaçamento das barras
!
! -----
! MATERIAIS (kg/cm³, kN/cm²)
! AÇO
gs=7.7e-5     ! peso específico do aço do perfil, kN/cm3
vs=0.3        ! coeficiente de poisson do aço do perfil
! AÇO: PERFIS
Esp=20000     ! módulo de elasticidade do aço do perfil, kN/cm2
fysp=37.0     ! tensão de escoamento do aço do perfil, kN/cm2
fusp=50.0     ! tensão última do aço do perfil, kN/cm2
Dyhsp=1.0     ! relação entre a deformação de escoamento e a deformação de início de encruamento
! AÇO: ARMADURA
Ea=20500      ! módulo de elasticidade do aço da armadura, kN/cm2
fya=32        ! tensão de escoamento do aço da armadura, kN/cm2
Eaa=Ea/1000   ! módulo de elasticidade no trecho plástico
! CONCRETO (USER)
gc=2.5E-5     ! peso específico do concreto,kN/cm3
Ec=0!4.057e3  ! modulo Elasticidade do concreto, kN/cm2
vc=0.2        ! coeficiente de poisson
fc=4.5        ! resistência a compressão, kN/cm2
cimento=3     ! tipo de cimento(1-endurecimento lento,2-endurecimento normal,3-endurecimento rápido)
agregado=2    ! tipo de agregado(1-basalto;2-granito;3-calcário;4-arenito)
analise=121.003
!
! Propriedades para análise diferida
RH=50         ! umidade do ambiente
hfic=0        ! espessura fictícia, calculado ao longo do script
ts=7          ! idade do concreto no início da retração (tempo de cura),dias
tinicial=28   ! tempo em que aplicada a primeira carga
tfinal=3650   !10anos ! tempo final da análise
temperatura=27 ! temperatura °C
fluencia=2010 ! considerar fluência (0-não;90-CEB-FIP-90;2010-FIB-2010)
retracao=2010 ! considerar retração (0-não;90-CEB-FIP-90;2010-FIB-2010)
! CONECTOR
Dcn1 = 0
Fcn1 = 0
Dcn2 = 0.04
Fcn2 = 102.6808154
Dcn3 = 0.06
Fcn3 = 129.3248964
Dcn4 = 0.08
Fcn4 = 146.787465

```

Dcn5 = 0.1  
 Fcn5 = 158.2324573  
 Dcn6 = 0.12  
 Fcn6 = 165.7335215  
 Dcn7 = 0.14  
 Fcn7 = 170.6497297  
 Dcn8 = 0.16  
 Fcn8 = 173.8718195  
 Dcn9 = 0.18  
 Fcn9 = 175.9835818  
 Dcn10 = 0.2  
 Fcn10 = 177.3676338  
 Dcn11 = 0.22  
 Fcn11 = 178.2747434  
 Dcn12 = 0.24  
 Fcn12 = 178.8692644  
 Dcn13 = 0.26  
 Fcn13 = 179.2589143  
 Dcn14 = 0.28  
 Fcn14 = 179.5142914  
 Dcn15 = 0.3  
 Fcn15 = 179.6816659  
 Dcn16 = 0.32  
 Fcn16 = 179.7913634  
 Dcn17 = 0.34  
 Fcn17 = 179.8632592  
 Dcn18 = 0.36  
 Fcn18 = 179.9103799  
 Dcn19 = 0.38  
 Fcn19 = 179.9412629  
 Dcn20 = 0.4  
 Fcn20 = 179.9615036

!

!-----

! OPÇÕES DE MODELAGEM E MALHA

simx=0 !opção de análise por simetria(0-sem simetria,1-simetria em relação ao vão)  
 simz=1 !opção de análise por simetria(0-sem simetria,1-simetria em relação a seção transversal)  
 ! VÃO  
 malhx1=1 !nº de divisões entre dois conectores consecutivos ao longo do vão  
 ! LAJE  
 malhayl=2 !nº de divisões na altura  
 malhazl1=n1-1 !nº de divisões na largura, região dos conectores(escolher valor pensando nos conectores)  
 malhazl2=4 !nº de divisões na largura, região entre perfis(para definir a largura efetiva deve ser par)  
 malhazl3=2 !nº de divisões na largura, região dos balanços  
 ! PERFIS  
 malhaya=4 !nº de divisões na altura da alma

!

!-----

! CARGAS E ANÁLISE

!Análise  
 pl=1 !modelo dos materiais (0=elastico;1=elastoplastico)  
 ! Carga permanentes (0-não considerar a carga;1-considerar a carga)  
 gr=150 !posição do guarda roda (distância em relação a extremidade)  
 carga0=1 !peso da estrutura  
 carga01=1!peso dos outros elementos que compõe a ponte mas não são estruturais (pavimento e guarda-rodas)  
 ! Carga variáveis (0-não considerar a carga;1-considerar a carga)  
 carga1=0 !carga no passeio (3kN/m<sup>2</sup>=3e-4kN/cm<sup>2</sup>)  
 carga2=0 !carga de frenagem (135kN)  
 carga3=0 !carga de tráfego - multidão e veículo (450kN) já com fator de amplificação dinâmica

!

```

! FIM DA ENTRADA DE DADOS
!-----
!-----
!          CALCULOS PRELIMINARES
!Parâmetros das armaduras transversais inferiores
Atia=pi*(atid*atid)/4          !área de armadura
atin=nint(l0/atis)            !n° total de barras
atipx=(l0-atis*(atin-1))/2    !posição da primeira barra no vão (eixo x)
!Parâmetros das armaduras longitudinais inferiores
Alia=pi*(alid*alid)/4         !área de armadura
alin=nint(lt/alis)            !n° de barras no vão
alipz=(lt-alis*(alin-1))/2    !posição da primeira barra na seção (eixo z)
!Parâmetros das armaduras transversais superiores
Atsa=pi*(atsd*atsd)/4         !área de armadura
atsn=nint(l0/atss)            !n° total de barras
atstp=(l0-atss*(atsn-1))/2    !posição da primeira barra no vão (eixo x)
!Parâmetros das armaduras longitudinais superiores
Alsa=pi*(alsd*alsd)/4         !área de armadura
alsn=nint(lt/alss)            !n° de barras no vão
alstp=(lt-alss*(alsn-1))/2    !posição da primeira barra na seção (eixo z)
!
nsx=2
nsz=2
!Definição de valores para modelagem devido a simetria ou não do modelo
*if,simx,eq,1,then
    l0=l0/2
    ntra=nint(ntra/2)
    nsx=1
    atin=atin/2
    atsn=atsn/2
*endif
*if,simz,eq,1,then
    lt=lt/2
    nlong=nint(nlong/2)
    alin=alin/2
    alsn=alsn/2
*endif
!-----
!          DEFINIÇÃO DO TIPO DE ANÁLISE
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
/PREP7
!
!-----
!          DEFINIÇÃO ELEMENTOS
! PERFIL METALICO
ET,1,SHELL181
KEYOPT,1,1,0          !considera rigidez membrana+flexão
KEYOPT,1,3,0          !integração reduzida
KEYOPT,1,8,0          !formulação padrão para curvatura
KEYOPT,1,9,0          !resultado para os extremos superior e inferior
! LAJE
ET,2,SOLID186
KEYOPT,2,2,1          !integração completa
KEYOPT,2,3,0          !não dividido em camadas
KEYOPT,2,6,0          !formulação default
!
! CONECTOR
ET,3,COMBIN39
KEYOPT,3,1,0          !curva forçaxdesloc em descarga=carga(conservativo)

```

```

KEYOPT,3,2,0
KEYOPT,3,3,0
KEYOPT,3,4,0
KEYOPT,3,6,1
!
!-----
!           CONSTANTES REAIS
! Curva do comportamento do conector
R,2,Dcn1,Fcn1,Dcn2,Fcn2,Dcn3,Fcn3
RMORE,Dcn4,Fcn4,Dcn5,Fcn5,Dcn6,Fcn6
RMORE,Dcn7,Fcn7,Dcn8,Fcn8,Dcn9,Fcn9
RMORE,Dcn10,Fcn10,Dcn11,Fcn11,Dcn12,Fcn12
RMORE,Dcn13,Fcn13,Dcn14,Fcn14,Dcn15,Fcn15
RMORE,Dcn16,Fcn16,Dcn17,Fcn17,Dcn18,Fcn18
RMORE,Dcn19,Fcn19,Dcn20,Fcn20
!
!-----
!           COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS
! AÇO - PERFIS (material 1)
! TRECHO ELÁSTICO LINEAR
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,Esp
MPDATA,PRXY,1,,vs
*if,pl,eq,1,then
  ! Cálculo dos pontos da curva tensaoxdef
  Dys=fyfsp/Esp
  Dhs=Dyhsp*Dys
  Du=(350*Dhs+2*fusps-2*fysp)/350
  D1=Dys
  S1=fysp
  D2=Dhs
  S2=fysp
  D3=D2+((Du-D2)/4)
  S3=fysp+350*(D3-Dhs)*(1-350*(D3-Dhs)/(4*(fusps-fysp)))
  D4=D2+2*((Du-D2)/4)
  S4=fysp+350*(D4-Dhs)*(1-350*(D4-Dhs)/(4*(fusps-fysp)))
  D5=D2+3*((Du-D2)/4)
  S5=fysp+350*(D5-Dhs)*(1-350*(D5-Dhs)/(4*(fusps-fysp)))
  D6=Du
  S6=fysp+350*(D6-Dhs)*(1-350*(D6-Dhs)/(4*(fusps-fysp)))
  TB,MISO,1,1,6,0
  TBTEMP,0
  TBPT,DEFI,D1,S1
  TBPT,DEFI,D2,S2
  TBPT,DEFI,D3,S3
  TBPT,DEFI,D4,S4
  TBPT,DEFI,D5,S5
  TBPT,DEFI,D6,S6
*endif
! PESO ESPECÍFICO
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1,,gs
! AÇO - ARMADURA (material 2)
D1=fya/Ea
S1=fya
D2=0.1
S2=fya+(Eaa)*(D2-D1)
! TRECHO ELÁSTICO LINEAR

```

```

MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,Ea
MPDATA,PRXY,2,,vs
*if,pl,eq,1,then
    ! TRECHO ENVELHECIMENTO LINEAR: Modelo Bilinear
    TB,MISO,2,1,2,
    TBTEMP,0
    TBPT,DEFI,D1,S1
    TBPT,DEFI,D2,S2
*endif
! CONCRETO (material 3)
! Cálculo da espessura fictícia
Ac=tc*lt                                ! área da seção transversal da laje,cm²
Patm=2.0*lt+2.0*tc-(nlong*tbfs)         ! perímetro da laje em contato com a atmosfera,cm
hfic=2.0*Ac/Patm                         ! espessura fictícia, dependente do tamanho da peça,cm
!
*if,pl,eq,0,then
    MPTEMP,,,,,,,,
    MPTEMP,1,0
    MPDATA,EX,3,,Ec
    MPDATA,PRXY,3,,vc
*elseif,pl,eq,1,then
    TB,USER,3,1,13,
    TBTEMP,0
    TBDATA,,Ec,vc,fc,cimento,agregado,analise
    TBDATA,,fluencia,retracao,rh,hfic,ts,tinicial
    TBDATA,,tfinal
*endif
! PESO ESPECÍFICO
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,3,,gc
!
!-----
!                               SEÇÕES TRANSVERSAIS
! LONGARINA: MESA SUPERIOR
sectype,1,shell,,long_mesas
secdata, ltfs,1,0.0,5                !espessura,1,direção,numero de pontos de integração
secoffset,MID
secontrol,,,, , , ,
! LONGARINA: ALMA
sectype,2,shell,,long_alma
secdata, ltw,1,90.0,5                !espessura,1,direção,numero de pontos de integração
secoffset,MID
secontrol,,,, , , ,
! LONGARINA: MESA INFERIOR
sectype,3,shell,,long_mesai
secdata, ltfi,1,0.0,5                !espessura,1,direção,numero de pontos de integração
secoffset,MID
secontrol,,,, , , ,
! TRANSVERSINA: MESA SUPERIOR
sectype,4,shell,,tran_mesas
secdata, ttfs,1,0.0,5                !espessura,1,direção,numero de pontos de integração
secoffset,MID
secontrol,,,, , , ,
! TRANSVERSINA: ALMA
sectype,5,shell,,tran_alma
secdata, ttw,1,90.0,5                !espessura,1,direção,numero de pontos de integração
secoffset,MID

```

```

seccontrol,,,, , , ,
! TRASNVERSINA: MESA INFERIOR
sectype,6,shell,,tran_mesai
secdata, ttfi,1,0.0,5          !espessura,1,direção,numero de pontos de integração
secoffset,MID
seccontrol,,,, , , ,
!
!-----
!      GEOMETRIA E MALHA
! LAJE
!Cálculo do número de filas de conectores ao longo do vão
n2=nint((l0-pcon*nsx)/econ)+meio
!Define o número de volumes em z
nz=nlong*2
!Define o número de volumes em x
*if,simx,eq,1,then
    nx=n2
    *if,meio,eq,0,then
        nx=n2+1
    *endif
*else
    nx=n2+1
*endif
!Criação dos volumes
*if,ptra,eq,0,then
    pptra=tbfs/2
    !Reinicia as variáveis relacionadas as coordenadas na direção z
    j=0
    k=0
    cz2=0
    !Define as coordenadas em x para os volumes criados
    cx1=0
    cx2=pptra
    *do,i,1,nz,1
        !Define as coordenadas em z para os volumes criados
        cz1=cz2
        cz2=(plong-lbfs/2+st1)+(lbfs-2*st1)*j+(elong-lbfs+st1*2)*k
        !Desenha o volume
        BLOCK,cx1,cx2,0,tc,cz1,cz2,
        !Atualiza variáveis relacionadas as coordenadas na direção x
        parz=mod(i,2)          !mod=resto da divisão de i por 2
        *if,parz,eq,0,then    !verifica se i é par
            k=k+1
        *else                  !caso i seja ímpar
            j=j+1
        *endif
    *enddo
    BLOCK,cx1,cx2,0,tc,cz2,lt,
*endif
*if,simx,eq,0,then
    VGEN,2,all, , ,l0-pptra, , , ,1
*endif
!
cx2=pptra
n=0
m=0
*do,1,1,nx,1
    !Reinicia as variáveis relacionadas as coordenadas na direção z
    j=0
    k=0

```

```

cz2=0
!Define as coordenadas em x para os volumes criados
cx1=cx2
cx2=pcon+econ*n+meio*m
!Atualiza variáveis relacionadas as coordenadas na direção x
*if,1,eq,nx,then
  cx2=l0
  *if,ptra,eq,0,and,simx,eq,0,then
    cx2=l0-pptra
  *endif
*endif
!
*if,meio,eq,1,and,1,eq,(n2-meio)/nsx,then
  m=l0/nsx-(pcon+((n2-meio)/nsx-1)*econ)
*elseif,meio,eq,1,and,1,eq,(n2-meio)/nsx+1,then
  m=m*2
*else
  n=n+1
*endif
!
*do,i,1,nz,1
  !Define as coordenadas em z para os volumes criados
  cz1=cz2
  cz2=(plong-lbfs/2+st1)+(lbfs-2*st1)*j+(elong-lbfs+st1*2)*k
  !Desenha o volume
  BLOCK,cx1,cx2,0,tc,cz1,cz2,
  !Atualiza variáveis relacionadas as coordenadas na direção x
  parz=mod(i,2)      !mod=resto da divisão de 1 por 2
  *if,parz,eq,0,then  !verifica se i é par
    k=k+1
  *else                !caso i seja ímpar
    j=j+1
  *endif
*enddo
BLOCK,cx1,cx2,0,tc,cz2,lt,
*enddo
!
CM,Laje1,VOLU          !criação de um conjunto para Laje
CM,Laje2,AREA         !criação de um conjunto para Laje
!Divisão da malha
!Divide todas as linhas em 1 elemento
LESIZE,ALL,,1,,1,,0,
!Exceções
!Divisão na direção x no trecho entre os conectores de extremidade
LSEL,S,LENGTH,,econ
*if,simx,eq,0,then
  LSEL,A,LENGTH,,m/2
*else
  LSEL,A,LENGTH,,m
*endif
LESIZE,ALL,,malhax1,,1,,0,
ALLSEL,ALL
!Divisão na direção y da laje
LSEL,S,LOC,Y,0.01,tc-0.01
LESIZE,ALL,,malhay1,,1,,0,
ALLSEL,ALL
!Divisão na direção z da laje na região dos conectores
LSEL,S,LOC,Y,0
LSEL,A,LOC,Y,tc
LSEL,R,LENGTH,,lbfs-2*st1

```

```

LESIZE,ALL,,malhaz1,,1,,0,
ALLSEL,ALL
!Divisão na direção z da laje na entre perfis
LSEL,U,LOC,Y,0.01,tc-0.01
LSEL,U,LENGTH,,lbfs-2*st1
LSEL,U,LENGTH,,0,econ
LSEL,U,LOC,Z,lt,lt-(plong-lbfs/2+st1)
LSEL,U,LOC,Z,0,(plong-lbfs/2+st1)
LESIZE,ALL,,malhaz2,,1,,0,
ALLSEL,ALL
!Divisão na direção z da laje nos balanços
LSEL,S,LOC,Z,0.01,(plong-lbfs/2-st1)-0.01
*if,simz,eq,0,then
    LSEL,A,LOC,Z,lt-0.01,lt-(plong-lbfs/2-st1)+0.01
*else
    LSEL,A,LOC,Z,lt-0.01,cz2+0.01
*endif
LESIZE,ALL,,malhaz3,,1,,0,
ALLSEL,ALL
!Gera a malha
TYPE, 2                !tipo de elemento:5
MAT, 3                 !material:3
REAL, 0                !constantes reais: neste caso não tem
ESYS, 0                !sistema de eixos locais: nenhum
SECNUM, ,              !nº da seção relacionada ao elemento: nenhum
MSHKEY,1
MSHAPE,0,3-D
VMESH,all
!Opção de visualização
/COLOR,ELEM,DGRA,all   !solid186(laje) - cinza
/TRLCY,ELEM,0.6,all    !transparência 60%
! LONGARINAS
!Criação das áreas
*if,ptra,eq,0,then
    !Reinicia as variáveis relacionadas as coordenadas na direção z
    j=0
    k=0
    cz2=0
    !Define as coordenadas em x para os volumes criados
    cx1=0
    cx2=ptra
    *do,j,1,nlong,1
        ! PERFIL: alma
        cz1=plong+elong*(j-1)
        k=k+1
        wpoff,0,0,cz1
        RECTNG,cx1,cx2,-ltfs/2,-(lhw+ltfs+ltfi/2),
        ! PERFIL: mesa superior
        wprot,0,90,0
        wpoff,0,0,ltfs/2
        *if,n1,eq,1,then
            RECTNG,cx1,cx2,-lbfs/2,0,
            RECTNG,cx1,cx2,0,lbfs/2,
        *else
            RECTNG,cx1,cx2,-lbfs/2,-(lbfs/2-st1)
            RECTNG,cx1,cx2,-(lbfs/2-st1),0,
            RECTNG,cx1,cx2,0,lbfs/2-st1,
            RECTNG,cx1,cx2,lbfs/2-st1,lbfs/2
        *endif
    ! PERFIL: mesa inferior

```

```

                wpoft,0,0,(lhw+ltfs/2+ltfi/2)
                RECTNG,cx1,cx2,-lbf/2,0,
                RECTNG,cx1,cx2,0,lbf/2,
                WPAVE,0,0,0
                WPCSYS,1,0
            *enddo
        *endif
    *if,simx,eq,0,then
        CMSEL,U,Laje1
        CMSEL,U,Laje2
        AGEN,2,all,,l0-pptra,,1
        ALLSEL,ALL
    *endif
    cx2=pptra
    n=0
    m=0
    *do,i,1,nx,1
        !Define as coordenadas em x para as áreas criadas
        cx1=cx2
        cx2=pcon+econ*n+meio*m
        !Atualiza variáveis relacionadas as coordenadas
        *if,i,eq,nx,then
            cx2=l0
            *if,ptr,eq,0,and,simx,eq,0,then
                cx2=l0-pptra
            *endif
        *endif
        !
        *if,meio,eq,1,and,i,eq,(n2-meio)/nsx,then
            m=l0/nsx-(pcon+((n2-meio)/nsx-1)*econ)
        *elseif,meio,eq,1,and,i,eq,(n2-meio)/nsx+1,then
            m=m*2
        *else
            n=n+1
        *endif
        k=0
        !Cria as áreas dos perfis
        *do,j,1,nlong,1
            ! PERFIL: alma
            cz1=plong+elong*(j-1)
            k=k+1
            wpoft,0,0,cz1
            RECTNG,cx1,cx2,-ltfs/2,-(lhw+ltfs+ltfi/2),
            ! PERFIL: mesa superior
            wprot,0,90,0
            wpoft,0,0,ltfs/2
            *if,n1,eq,1,then
                RECTNG,cx1,cx2,-lbfs/2,0,
                RECTNG,cx1,cx2,0,lbfs/2,
            *else
                RECTNG,cx1,cx2,-lbfs/2,-(lbfs/2-st1)
                RECTNG,cx1,cx2,-(lbfs/2-st1),0,
                RECTNG,cx1,cx2,0,lbfs/2-st1,
                RECTNG,cx1,cx2,lbfs/2-st1,lbfs/2
            *endif
            ! PERFIL: mesa inferior
            wpoft,0,0,(lhw+ltfs/2+ltfi/2)
            RECTNG,cx1,cx2,-lbf/2,0,
            RECTNG,cx1,cx2,0,lbf/2,
            WPAVE,0,0,0
    *do,j,1,nlong,1

```

```

                WPCSYS,1,0
            *enddo
*enddo
!
ASEL,S,LOC,Y,-0.01,-(lhw+ltfs+ltfi/2)-0.01
CM,Longarinas,AREA          !criação de um conjunto para as longarinas
!Divisão da malha
!Divide todas as linhas em 1 elemento
CMSEL,S,LONGARINAS
LSLA,S
LESIZE,ALL,,,1,,1,,0,
! Exceções
!Divisão na direção x no trecho entre os conectores de extremidade
LSEL,R,LENGTH,,econ
LESIZE,ALL,,,malhax1,,1,,0,
ALLSEL,ALL
CMSEL,S,LONGARINAS
LSLA,S
*if,simx,eq,0,then
    LSEL,R,LENGTH,,m/2
*else
    LSEL,R,LENGTH,,m
*endif
LESIZE,ALL,,,malhax1,,1,,0,
ALLSEL,ALL
!Divisão na direção y da alma das longarinas
LSEL,S,LOC,Y,-ltfs/2-0.01,-(lhw+ltfs+ltfi/2)+0.01
LESIZE,ALL,,,malhaya,,1,,0,
ALLSEL,ALL
!Criação da malha
!Mesa superior
ASEL,S,LOC,Y,-ltfs/2,
TYPE, 1                      !tipo de elemento: 1
MAT, 1                       !material: 1
REAL, 0                      !constantes reais: neste caso não tem
ESYS, 0                      !sistema de eixos locais: nenhum
SECNUM, 1                    !n° da seção relacionada ao elemento: 1
MSHKEY,1
MSHAPE,0,2-D
AMESH,all
allsel,all
!
! PERFIL: alma
ASEL,S,LOC,Y,-ltfs/2-0.01,-(lhw+ltfs+ltfi/2)+0.01
TYPE, 1                      !tipo de elemento: 1
MAT, 1                       !material: 2
REAL, 0                      !constantes reais: neste caso não tem
ESYS, 0                      !sistema de eixos locais: nenhum
SECNUM, 2                    !n° da seção relacionada ao elemento: 2
MSHKEY,1
MSHAPE,0,2-D
AMESH,all
allsel,all
!
! PERFIL: mesa inferior
ASEL,S,LOC,Y,-(lhw+ltfs+ltfi/2),
TYPE, 1                      !tipo de elemento: 1
MAT, 1                       !material: 1
REAL, 0                      !constantes reais: neste caso não tem
ESYS, 0                      !sistema de eixos locais: nenhum

```

```

SECNUM, 3                                !nº da seção relacionada ao elemento: 3
MSHKEY, 1
MSHAPE, 0, 2-D
AMESH, all
allsel, all
!Opção de visualização
CMSEL, S, LONGARINAS
ESLA, S
/COLOR, ELEM, CBLU, all                 !shell181(longarinas) - azul
ALLSEL, ALL
! TRANSVERSINAS
cy1=((ltfs+lhw+ltfi)-(ttfs+thw+ttfi))/2+ttfs/2
cy2=cy1+thw+ttfs/2+ttfi/2
m=1
*do, i, 1, ntra, 1
    !Define as coordenadas em x para as áreas criadas
    !A primeira transversina junto ao apoio precisa ser deslocada(se não fica fora do vão)
    *if, i, eq, 1, then
        cx1=pptra
    *elseif, i, eq, ntra, and, simx, eq, 0, then
        cx1=l0-pptra
    *else
        cx1=ptram+etra*(i-1)
    !Encontra o valor mais próximo entre posição da longarina e algum elemento da malha das longarinas
    NSEL, S, LOC, X, 0, cx1+econ/(2*malhax1)
    ESLN, S
    NSLE, A
    *GET, cxmx, node, 0, mxloc, x
    *if, cxmx-econ/malhax1, gt, cx1, then
        NSEL, U, LOC, x, cxmx-econ/malhax1, cxmx
        ESLN, R
        NSLE, A
        *GET, cxmx, node, 0, mxloc, x
    *endif
    NSEL, U, LOC, x, 0, cxmx-econ/malhax1
    ESLN, R
    NSLE, A
    *GET, cxmn, node, 0, mnloc, x
    dx1=cx1-cxmn
    dx2=abs(cx1-((cxmx-cxmn)/2+cxmn))
    dx3=cxmx-cx1
    *if, dx1, lt, dx2, and, dx1, lt, dx3, then
        cx1=cxmn
    *elseif, dx2, lt, dx1, and, dx2, lt, dx3, then
        cx1=(cxmx-cxmn)/2+cxmn
    *elseif, dx3, lt, dx1, and, dx3, lt, dx2, then
        cx1=cxmx
    *endif
    allsel, all
*endif
!
!Cria as áreas dos perfis
*do, j, 1, nlong-1, 1
    cz1=plong+elong*(j-1)*(plong+ltw/2)+(elong-ltw/2)*(j-1)
    cz2=plong+elong*j*(plong+ltw/2)+(elong-ltw/2)*j
    ! PERFIL: alma
    wpoff, cx1, 0, 0
    wprot, 0, 0, -90
    RECTNG, cz1, cz2, -cy1, -cy2,
    ! PERFIL: mesa superior

```

```

        wprota,0,90,0
        wpoff,0,0,cy1
        RECTNG,cz1,cz2,-tbfs/2,0
        RECTNG,cz1,cz2,0,tbfs/2,
        ! PERFIL: mesa inferior
        wpoff,0,0,cy2-cy1
        RECTNG,cz1,cz2,-tbfi/2,0
        RECTNG,cz1,cz2,0,tbfi/2,
        WPAVE,0,0,0
        WPCSYS,1,0
    *enddo
    !Caso de simetria em Z, a transversina central fica dividida
    *if,simz,eq,1,then
        cz1=cz2
        cz2=lt
        ! PERFIL: alma
        wpoff,cx1,0,0
        wprota,0,0,-90
        RECTNG,cz1,cz2,-cy1,-cy2,
        ! PERFIL: mesa superior
        wprota,0,90,0
        wpoff,0,0,cy1
        RECTNG,cz1,cz2,-tbfs/2,0
        RECTNG,cz1,cz2,0,tbfs/2,
        ! PERFIL: mesa inferior
        wpoff,0,0,cy2-cy1
        RECTNG,cz1,cz2,-tbfi/2,0
        RECTNG,cz1,cz2,0,tbfi/2,
        WPAVE,0,0,0
        WPCSYS,1,0
    *endif
*enddo
!
CMSEL,U,LONGARINAS
ASEL,R,LOC,Y,-cy1+0.01,-cy2-0.01
CM,Transversinas,AREA      !criação de um conjunto para as transversinas
!Divisão da malha
!Divide todas as linhas em 1 elemento
LSLA,S
LESIZE,ALL,,1,,1,,0,
! Exceções
!Divisão na direção y da alma das longarinas
LSEL,R,LOC,Y,-(cy1+0.01),-(cy2-0.01)
LESIZE,ALL,,malhaya,,1,,0,
ALLSEL,ALL
!Divisão na direção z ao longo da transversina (entre longarinas)
CMSEL,S,TRANSVERSINAS
LSLA,S
LSEL,U,LENGTH,,tbfs/2
LSEL,U,LENGTH,,tbfi/2
LSEL,U,LOC,Y,-(cy1+0.01),-(cy2-0.01)
LESIZE,ALL,,malhazl2,,1,,0,
ALLSEL,ALL
!Divisão na direção z ao longo da transversina central(=meia longarina) em casos de simetria em z
*if,simz,eq,1,then
    CMSEL,S,TRANSVERSINAS
    LSLA,S
    LSEL,R,LOC,Z,cz1+0.01,lt-0.01
    LESIZE,ALL,,malhazl3,,1,,0,

```

```

ALLSEL,ALL
*endif
!Criação da malha
!Mesa superior
CMSEL,S,TRANSVERSINAS
ASEL,R,LOC,Y,-cy1,
TYPE, 1 !tipo de elemento: 1
MAT, 1 !material: 1
REAL, 0 !constantes reais: neste caso não tem
ESYS, 0 !sistema de eixos locais: nenhum
SECNUM, 4 !n° da seção relacionada ao elemento: 4
MSHKEY,1
MSHAPE,0,2-D
AMESH,all
allsel,all
! PERFIL: alma
CMSEL,S,TRANSVERSINAS
ASEL,R,LOC,Y,-(cy1+0.01),-(cy2-0.01)
TYPE, 1 !tipo de elemento: 1
MAT, 1 !material: 1
REAL, 0 !constantes reais: neste caso não tem
ESYS, 0 !sistema de eixos locais: nenhum
SECNUM, 5 !n° da seção relacionada ao elemento: 5
MSHKEY,1
MSHAPE,0,2-D
AMESH,all
allsel,all
! PERFIL: mesa inferior
CMSEL,S,TRANSVERSINAS
ASEL,R,LOC,Y,-cy2,
TYPE, 1 !tipo de elemento: 1
MAT, 1 !material: 1
REAL, 0 !constantes reais: neste caso não tem
ESYS, 0 !sistema de eixos locais: nenhum
SECNUM, 6 !n° da seção relacionada ao elemento: 6
MSHKEY,1
MSHAPE,0,2-D
AMESH,all
allsel,all
!Opção de visualização
CMSEL,S,TRANSVERSINAS
ESLA,S
/COLOR,ELEM,BMAG,all !shell181(transversinas) - roxo
allsel,all
!-----
! CONFIGURAÇÕES DO MODELO
!Apagar nós duplos e renumera
NUMMRG,NODE, , , ,LOW
NUMCMP,NODE
ALLSEL,ALL
! Ativa forma dos elementos
/SHRINK,0
/ESHAPE,1.0
/EFACET,1
/RATIO,1,1,1
/CFORMAT,32,0
/REPLOT
!
!-----
! ARMADURA

```

```

! TAMANHO DOS ELEMENTOS DA LAJE
!Na direção y
ty1=tc/malhay1
!Na direção x
NSEL,S,LOC,X,0
ESLN,S
NSLE,A
*GET,tx1,node,0,mxloc,x      !junto ao apoio
ALLSEL,ALL
tx2=econ/malhax1            !ao longo do vão
NSEL,S,LOC,X,10/nsx
ESLN,S
NSLE,A
*GET,cymx,node,0,mxloc,x
*GET,cymn,node,0,mnloc,x
tx3=(cymx-cymn)/nsx        !no centro do vão
*if,ptr,eq,0,then           !junto ao primeiro conector
    tx4=pcon-pptra
*endif
ALLSEL,ALL
!Na direção z
tz1=(lbfs-2*st1)/malhaz1 !região dos conectores
tz2=(elong-lbfs+st1*2)/malhaz2 !região entre perfis
tz3=(plong-lbfs/2+st1)/malhaz3 !região dos balanços
*if,simz,eq,1,then
    tz4=(elong-lbfs+st1*2)/malhaz3 !região central-simetria em Z
*endif
!
secao=6                      !número da última seção definida
!
! ARMADURA INFERIOR - MOMENTO POSITIVO
*if,atid,gt,0,then          !condição de existência de armadura, diâmetro>0
    py=atip+atid/2          !posição da armadura no eixo y=cobrimento+1/2diâmetro
    CMSEL,S,LAJE1
    ESLV,S
    NSLE,S                  !Seleção dos elementos e nós apenas da laje
    NSEL,R,LOC,y,0,py+ty1/2 !Seleção dos nós pela posição da armadura na altura
    ESLN,R
    NSLE,A
    *GET,cymx,node,0,mxloc,y !Verifica a coordenada máxima em y selecionada
    !Verifica se foi selecionado mais de um elemento na direção y
    *if,cymx-ty1,gt,py,then
        NSEL,U,LOC,y,cymx-ty1,cymx
        ESLN,R
        NSLE,A
        *GET,cymx,node,0,mxloc,y
    *endif
    NSEL,U,LOC,x,0,cymx-ty1 !Seleciona apenas um elemento na direção y
    ESLN,R
    NSLE,A
    *GET,cymn,node,0,mnloc,y !Verifica o menor valor de coordenada em y
    cy=(py-cymn)/ty1        !posição relativa da armadura em y, 0-1
    !Cria um grupo para os elementos e nós selecionados
    CM,py1_elem,ELEM
    NSLE,A
    CM,py1_node,NODE
    allsel,all
    !Colocação da armadura
    *DO,i,1,atin,1
        !cálculo da posição da armadura no eixo x

```

```

px=atipx+(i-1)*atis
!Verifica o tamanho do elemento(na direção x) em que está a armadura
tx=tx2
*if,px,le,pptra,then
    tx=tx1
*elseif,simx,eq,0,and,px,ge,l0-pptra,then
    tx=tx1
*elseif,px,ge,l0/nsx-tx3*malhax1,and,px,le,l0/nsx+tx3*malhax1,then
    tx=tx3
*elseif,px,ge,pptra,and,px,lt,pcon,then
    *if,ptra,eq,0,then
        tx=tx4
    *endif
*elseif,px,ge,l0-pcon,and,px,le,l0-pptra,then
    *if,ptra,eq,0,then
        tx=tx4
    *endif
*endif
!Seleção dos elementos e nós em y
CMSEL,S,py1_elem
CMSEL,S,py1_node
!Seleção dos elementos e nós em x
NSEL,R,LOC,X,px-tx/2,px+tx/2
ESLN,R
NSLE,A
*GET,cxmx,node,0,mxloc,x      !Verifica o maior valor de coordenada em x
*GET,cxmn,node,0,mnloc,x      !Verifica o maior valor de coordenada em x
!Verifica se foram selecionados elementos com posição maior que a armadura na direção x
*if,(cxmx-cxmn)/tx,gt,1,then
    ALLSEL,ALL
    CMSEL,S,py1_elem
    CMSEL,S,py1_node
    !Seleção dos elementos e nós em x
    NSEL,R,LOC,X,px,px+tx/2
    ESLN,R
    NSLE,A
    *GET,cxmx,node,0,mxloc,x      !Verifica o maior valor de coordenada em x
    *GET,cxmn,node,0,mnloc,x
    *if,(cxmx-cxmn)/tx,gt,1,then
        ALLSEL,ALL
        CMSEL,S,py1_elem
        CMSEL,S,py1_node
        !Seleção dos elementos e nós em x
        NSEL,R,LOC,X,px-tx/2,px
        ESLN,R
        NSLE,A
        *GET,cxmn,node,0,mnloc,x
    *endif
*endif
cx=(px-cxmn)/tx              !Posição relativa da armadura em x, 0-1
!
secao=secao+i                !Atualiza o número da seção
sectype,secao,REINF,DISC      !Seleciona o tipo de seção: armadura discreta
secdata,2,Atia,EDGo,3,cx,cy,cx,cy !Atribui as propriedades a seção
! Cria o elemento de armadura pelo EREINF
SECNUM,secao
EREINF
ALLSELL,ALL
*ENDDO
!cria um grupo para os elementos da armadura inferior de flexão

```

```

ESEL,S,TYPE,,4
CM,ARM_INF_FL,ELEM
ALLSEL,ALL
*endif
! ARMADURA INFERIOR - DISTRIBUIÇÃO
*if,alid,gt,0,then                                !condição de existência de armadura, diâmetro>0
  py=py+atid/2+alid/2!posição da armadura no eixo y=posição da armadura de flexão+raio das armaduras
  CMSEL,S,LAJE1
  ESLV,S
  NSLE,S                                           !Seleção dos elementos e nós apenas da laje
  NSEL,R,LOC,y,0,py+ty1/2                         !Seleção dos nós pela posição da armadura na altura
  ESLN,R
  NSLE,A
  *GET,cymx,node,0,mxloc,y                         !Verifica a coordenada máxima em y selecionada
  !Verifica se foi selecionado mais de um elemento na direção y
  *if,cymx-ty1,gt,py,then
    NSEL,U,LOC,y,cymx-ty1,cymx
    ESLN,R
    NSLE,A
    *GET,cymx,node,0,mxloc,y
  *endif
  NSEL,U,LOC,x,0,cymx-ty1                         !Seleciona apenas um elemento na direção y
  ESLN,R
  NSLE,A
  *GET,cymn,node,0,mnloc,y                         !Verifica o menor valor de coordenada em y
  cy=(py-cymn)/ty1                                !posição relativa da armadura em y, 0-1
  !Cria um grupo para os elementos e nós selecionados
  CM,py1_elem,ELEM
  NSLE,A
  CM,py1_node,NODE
  allsel,all
  !Colocação da armadura
  *do,i,1,alin,1
  !*do,i,1,142,1
    !cálculo da posição da armadura no eixo z
    pz=alip+alid/2+alis*(i-1)
    !Inicializa variáveis
    cz2=0
    j=0                                             !variável que considera a região dos conectores
    k=0                                             !variável que considera a região entre perfis
    m=1                                             !variável que considera a região do balanço
    par2=1                                          !parâmetro para definir posição na região dos conectores
    par3=0                                          !parâmetro para definir posição entre perfis
    l=1                                             !variável do laço
    !Laço que encontra o elemento que corresponde a posição pz da armadura
    *dowhile,l
      !Calcula as coordenadas z
      cz1=cz2
      cz2=(plong-lbfs/2+st1)/malhazl3*m+(lbfs-2*st1)/malhazl1*j+(elong-
lbfs+st1*2)/malhazl2*k
      !Atualiza variáveis relacionadas as coordenadas na direção z
      par1=mod(m,malhazl3)
      *if,simz,eq,0,and,cz2,ge,lt-(plong-lbfs/2+st1),then
        par1=1
      *endif
      *if,par1,eq,0,then
        *if,par2,eq,0,and,par3,ne,0,then
          k=k+1
          par3=mod(k,malhazl2)
          *if,par3,eq,0,then

```

```

                par2=1
            *endif
        *elseif,par3,eq,0,and,par2,ne,0,then
            j=j+1
            par2=mod(j,malhazl1)
            *if,par2,eq,0,then
                par3=1
            *endif
        *endif
    *else
        m=m+1
    *endif
    !Seleciona os elementos conforme as coordenadas calculadas
    *if,pz,ge,cz1,and,pz,le,cz2,then
        !Seleção dos elementos e nós em y
        CMSEL,S,py1_elem
        CMSEL,S,py1_node
        !Seleção dos elementos e nós em z
        NSEL,U,LOC,z,0,cz1
        NSEL,U,LOC,z,cz2,lt
        ESLN,R
        *exit
    *endif
*enddo
!
tz=cz2-cz1                !Define o tamanho do elemento
cz=(pz-cz1)/tz           !Calcula a posição relativa (0-1) da armadura
!
secao=secao+i            !Atualiza o número da seção
sectype,secao,REINF,DISC !Seleciona o tipo de seção: armadura discreta
secdata,2,Atsa,EDGo,1,cy,cz,cy,cz !Atribui as propriedades a seção
! Cria o elemento de armadura pelo EREINF
SECTNUM,secao
EREINF
!
ALLSELL,ALL
*enddo
!cria um grupo para os elementos da armadura inferior de distribuição
ESEL,S,TYPE,,4
CMSEL,U,ARM_INF_FL
CM,ARM_INF_D,ELEM
ALLSEL,ALL
*endif
! ARMADURA SUPERIOR - MOMENTO NEGATIVO
*if,atsd,gt,0,then        !condição de existência de armadura, diâmetro>0
    py=tc-(atsp+atsd/2)   !posição da armadura no eixo y=cobrimento+1/2diâmetro
    CMSEL,S,LAJE1
    ESLV,S
    NSLE,S
    NSEL,R,LOC,y,py-ty1/2,tc !Seleção dos elementos e nós apenas da laje
    ESLN,R
    NSLE,A
    *GET,cymn,node,0,mnloc,y !Verifica a coordenada mínima em y e selecionada
    !Verifica se foi selecionado mais de um elemento na direção y
    *if,cymn+ty1,lt,py,then
        NSEL,U,LOC,y,cymn,cymn-ty1
        ESLN,R
        NSLE,A
        *GET,cymn,node,0,mnloc,y
    *endif
*endif

```

```

cy=(py-cymn)/ty1           !posição relativa da armadura em y, 0-1
!Cria um grupo para os elementos e nós selecionados
CM,py1_elem,ELEM
NSLE,A
CM,py1_node,NODE
allsel,all
!Colocação da armadura
*DO,i,1,atsn,1
    !cálculo da posição da armadura no eixo x
    px=atspx+(i-1)*atss
    !Verifica o tamanho do elemento(na direção x) em que está a armadura
    tx=tx2
    *if,px,le,pptra,then
        tx=tx1
    *elseif,simx,eq,0,and,px,ge,l0-pptra,then
        tx=tx1
    *elseif,px,ge,l0/nsx-tx3*malhax1,and,px,le,l0/nsx+tx3*malhax1,then
        tx=tx3
    *elseif,px,ge,pptra,and,px,lt,pcon,then
        *if,ptra,eq,0,then
            tx=tx4
        *endif
    *elseif,px,ge,l0-pcon,and,px,le,l0-pptra,then
        *if,ptra,eq,0,then
            tx=tx4
        *endif
    *endif
    !Seleção dos elementos e nós em y
    CMSEL,S,py1_elem
    CMSEL,S,py1_node
    !Seleção dos elementos e nós em x
    NSEL,R,LOC,X,px-tx/2,px+tx/2
    ESLN,R
    NSLE,A
    *GET,cxmx,node,0,mxloc,x      !Verifica o maior valor de coordenada em x
    *GET,cxmn,node,0,mnloc,x      !Verifica o maior valor de coordenada em x
    !Verifica se foram selecionados elementos com posição maior que a armadura na direção x
    *if,(cxmx-cxmn)/tx,gt,1,then
        ALLSEL,ALL
        CMSEL,S,py1_elem
        CMSEL,S,py1_node
        !Seleção dos elementos e nós em x
        NSEL,R,LOC,X,px,px+tx/2
        ESLN,R
        NSLE,A
        *GET,cxmx,node,0,mxloc,x!Verifica o maior valor de coordenada em x
        *GET,cxmn,node,0,mnloc,x
        *if,(cxmx-cxmn)/tx,gt,1,then
            ALLSEL,ALL
            CMSEL,S,py1_elem
            CMSEL,S,py1_node
            !Seleção dos elementos e nós em x
            NSEL,R,LOC,X,px-tx/2,px
            ESLN,R
            NSLE,A
            *GET,cxmn,node,0,mnloc,x
        *endif
    *endif
    cx=(px-cxmn)/tx           !Posição relativa da armadura em x, 0-1
    !

```

```

        secaco=secaco+i                !Atualiza o número da seção
        sectype,secaco,REINF,DISC      !Seleciona o tipo de seção: armadura discreta
        secdata,2,Atsa,EDGo,3,cx,cy,cx,cy !Atribui as propriedades a seção
        ! Cria o elemento de armadura pelo EREINF
        SECNUM,secaco
        EREINF
        ALLSELL,ALL
    *ENDDO
    !cria um grupo para os elementos da armadura superior de flexão
    ESEL,S,TYPE,,4
    CMSEL,U,ARM_INF_FL
    CMSEL,U,ARM_INF_D
    CM,ARM_SUP_FL,ELEM
    ALLSEL,ALL
*endif
! ARMADURA SUPERIOR - DISTRIBUIÇÃO
*if,alsd,gt,0,then                    !condição de existência de armadura, diâmetro>0
    py=py-(atsd/2+alsd/2)            !posição da armadura no eixo y
    CMSEL,S,LAJE1
    ESLV,S
    NSLE,S                            !Seleção dos elementos e nós apenas da laje
    NSEL,R,LOC,y,py-ty1/2,tc        !Seleção dos nós pela posição da armadura na altura
    ESLN,R
    NSLE,A
    *GET,cymn,node,0,mnloc,y         !Verifica a coordenada mínima em y selecionada
    !Verifica se foi selecionado mais de um elemento na direção y
    *if,cymn+ty1,lt,py,then
        NSEL,U,LOC,y,cymn,cymn-ty1
        ESLN,R
        NSLE,A
        *GET,cymn,node,0,mnloc,y
    *endif
    cy=(py-cymn)/ty1                !posição relativa da armadura em y, 0-1
    ESLN,R
    NSLE,A
    *GET,cymn,node,0,mnloc,y         !Verifica o menor valor de coordenada em y
    cy=(py-cymn)/ty1                !posição relativa da armadura em y, 0-1
    !Cria um grupo para os elementos e nós selecionados
    CM,py1_elem,ELEM
    NSLE,A
    CM,py1_node,NODE
    allsel,all
    !Colocação da armadura
    *do,i,1,alsn,1
        !cálculo da posição da armadura no eixo z
        pz=alsp+alsd/2+alss*(i-1)
        !Inicializa variáveis
        cz2=0
        j=0                            !variável que considera a região dos conectores
        k=0                            !variável que considera a região entre perfis
        m=1                            !variável que considera a região do balanço
        par2=1                          !parâmetro para definir posição na região dos conectores
        par3=0                          !parâmetro para definir posição entre perfis
        l=1                            !variável do laço
        !Laço que encontra o elemento que corresponde a posição pz da armadura
        *dowhile,l
            !Calcula as coordenadas z
            cz1=cz2
            cz2=(plong-lbfs/2+st1)/malhazl3*m+(lbfs-2*st1)/malhazl1*j+(elong-
lbfs+st1*2)/malhazl2*k

```

```

!Atualiza variáveis relacionadas as coordenadas na direção z
par1=mod(m,malhazl3)
*if,simz,eq,0,and,cz2,ge,lt-(plong-lbfs/2+st1),then
    par1=1
*endif
*if,par1,eq,0,then
    *if,par2,eq,0,and,par3,ne,0,then
        k=k+1
        par3=mod(k,malhazl2)
        *if,par3,eq,0,then
            par2=1
        *endif
    *elseif,par3,eq,0,and,par2,ne,0,then
        j=j+1
        par2=mod(j,malhazl1)
        *if,par2,eq,0,then
            par3=1
        *endif
    *endif
*else
    m=m+1
*endif
!Seleciona os elementos conforme as coordenadas calculadas
*if,pz,ge,cz1,and,pz,le,cz2,then
    !Seleção dos elementos e nós em y
    CMSEL,S,py1_elem
    CMSEL,S,py1_node
    !Seleção dos elementos e nós em z
    NSEL,U,LOC,z,0,cz1
    NSEL,U,LOC,z,cz2,lt
    ESLN,R
    *exit
*endif
*enddo
!
tz=cz2-cz1                                !Define o tamanho do elemento
cz=(pz-cz1)/tz                            !Calcula a posição relativa (0-1) da armadura
secao=secao+i                             !Atualiza o número da seção
sectype,secao,REINF,DISC                  !Seleciona o tipo de seção: armadura discreta
secdata,2,Atsa,EDGo,1,cy,cz,cy,cz       !Atribui as propriedades a seção
! Cria o elemento de armadura pelo EREINF
SECTNUM,secao
EREINF
ALLSELL,ALL
*enddo
!cria um grupo para os elementos da armadura superior de flexão
ESEL,S,TYPE,,4
CMSEL,U,ARM_INF_FL
CMSEL,U,ARM_INF_D
CMSEL,U,ARM_SUP_FL
CM,ARM_SUP_D,ELEM
ALLSEL,ALL
!
ESEL,S,TYPE,,4
EMODIF,ALL,MAT,2
ALLSELL,ALL
!Opção de visualização
ESEL,S,TYPE,,4
/COLOR,ELEM,ORAM,all                    !shell181(transversinas) - roxo
allsel,all

```

```

/REPLOT
*endif
!
!-----
!
!                               CONECTORES
!cálculo de variáveis relacionadas com os conectores
nct=nlong*n1                               !número total da conectores na seção transversal (nct)
*if,n1,gt,1,then
    st2=(lbfs-2*st1)/(n1-1)                !distância entre conectores no mesmo perfil
*else
    st2=0
*endif
!Define as informações do elemento
TYPE,3
MAT,,
REAL,2
ESYS,0
SECNUM,,
TSHAP,LINE
!Inicializa as variáveis
l=0
k=0
fila=1
!
*DO,i,1,nct,1
    !Calcula a coordenada da posição em Z
    cz1=(plong-lbfs/2+st1)+st2*i+(elong-lbfs+st1*i)*k
    *if,fila,ne,n1,then
        l=l+1
        fila=fila+1
    *else,fila,eq,n1,then
        k=k+1
        fila=1
    *endif
    !Seleciona os nós em Z e Y
    NSEL,S,LOC,Z,cz1
    NSEL,R,LOC,Y,0,-l*tf/2
    !Cria grupo para esses nós
    CM,conec_node,NODE
    ALLSEL,ALL
    !Atualiza variáveis para cálculo da posição x
    m=0
    n=0
    !
    *DO,j,1,n2,1
        !Calcula a coordenada da posição em x
        cx1=pcon+econ*n+meio*m
        !
        *if,meio,eq,1,and,j,eq,(n2-meio)/nsx,then
            m=l0/nsx-(pcon+((n2-meio)/nsx-1)*econ)
        *elseif,meio,eq,1,and,j,eq,(n2-meio)/nsx+1,then
            m=m*2
        *else
            n=n+1
        *endif
        !Seleciona os nós
        CMSEL,S,conec_node,NODE           !nas direções Z,Y pelo grupo criado
        NSEL,R,LOC,X,cx1                 !na direção x pela coordenada atualizada
        !Pega o número dos nós
        *GET,no1,NODE,0,NUM,MIN

```

```

*GET,no2,NODE,0,NUM,MAX
!Cria o elemento entre os nós 1 e 2
E,no1,no2
!Coloca as condições de acoplamento, a tolerância é a distância entre os nós
CPINTF,UY,ltfs/2+0.01,
CPINTF,UZ,ltfs/2+0.01,
allsel,all
*ENDDO
*ENDDO
!Elimina elementos duplos
ESEL,S,TYPE,,3
NUMMRG,ELEM, , ,LOW
NUMCMP,ELEM
!Opção de visualização
/COLOR,ELEM,RED,all      !combin39(conectores) - vermelho
allsel,all
/REPLOT
!
!-----
!          VÍNCULOS
! Apoio
NSEL,S,LOC,X,pptra
NSEL,R,LOC,Y,-(ltfs+lhw+ltfi/2)
D,all,0, , , ,UY,UZ,, ,      !apoio duplo
ALLSEL,ALL
*if,simx,eq,0,then
    NSEL,S,LOC,X,10-pptra
    NSEL,R,LOC,Y,-(ltfs+lhw+ltfi/2)
    D,all, , , , ,UX,UY,UZ, , ,
    ALLSEL,ALL
*endif
! Condições de simetria
*if,simx,eq,1,then
    NSEL,S,LOC,X,10
    DSYM,SYMM,X, ,
    ALLSEL,ALL
*endif
*if,simz,eq,1,then
    NSEL,S,LOC,z,lt
    DSYM,SYMM,Z, ,
    ALLSEL,ALL
*endif
/REPLOT
SAVE
FINISH
!
!-----
!          OPÇÕES - ANÁLISE NÃO LINEAR
/SOLU
!
ANTYPE,0          !Análise estática
TUNIF,temperatura !Temperatura
NLGEOM,ON        !Considera a não linearidade geométrica
! Método de solução
NROPT,FULL,,ON   !NR COMPLETO
EQSLV,SPAR,,0,   !Solver SPARS
! Ferramentas de convergência
LNSRCH,AUTO      ! A principio desligado porque Adaptive descent está ligado
ARCLN,OFF        ! Se adaptive descent e/ou line serarch ligado, arclen deve estar desligado
! Definição dos subseps

```

```

AUTOTS,1           !Passo de carga automático=método da bissecção
eresx,no          !Copia os resultados dos pontos de gauss para os nós(não faz interpolação)
PSCONTROL,ALL,OFF !Desliga a paralelização
! Criterio de parada
NEQIT, 25         ! N° máximo de equações de equilíbrio
CNVTOL,F,,0.01,2,0.01, ! Critério de convergencia em força
CNVTOL,M,,0.5,2,0.5, ! Critério de convergencia em momento
CNVTOL,U,,0.5,2,0.5, ! Critério de convergencia em deslocamento
CNVTOL,ROT,,0.5,2,0.5, ! Critério de convergencia em rotações
NCNV,2,,0,0,0    ! Se não atingir a convergencia faz o indicado nesse comando
!                ! 2-termina a analise mas não fecha o programa
!
!-----
!      CARGAS E SOLUÇÃO
!-----
loadstep=0
tempo=0
! ANÁLISE DIFERIDA INICIAL (CURA)
*if,tinicial,gt,0,then
    tempo=tempo+tinicial
    TIME,tempo
    AUTOTS,1
    DELTIM,1,0.1,1
    outres,all,all
    loadstep=loadstep+1
    LSWRITE,loadstep
    SAVE
*endif
! ANÁLISE INSTANTÂNEA - PESO PRÓPRIO(carga0 e carga01)
*if,carga0,eq,1,then
    ! Peso próprio da estrutura
    ACEL,0,1,0,          !aceleração da gravidade =1, porque foi dado valor de peso específico
    ALLSELL,ALL
    ! Peso dos demais elementos - não estruturais
    *if,carga01,eq,1,then
        ! Peso devido ao(s) guarda-rodas
        ! Calcula o valor da carga total
        pgr=5.75/100*10          !5.75kN/m*10
        NSEL,S,LOC,Z,gr
        *if,simz,eq,0,then
            NSEL,A,LOC,Z,lt-gr
        *endif
        NSEL,R,LOC,Y,tc
        *GET,NUMNO,NODE,,COUNT !Conta o número de nós selecionados
        F,all,FY,-pgr/NUMNO
        ALLSEL,ALL
        ! Peso do pavimento asfáltico
        ppav=3.92/10000          !24kN/m³*0.08m=1.92kN/m²+2kN/m²
        ASEL,S,LOC,Z,gr,lt
        *if,simz,eq,0,then
            ASEL,U,LOC,Z,lt-gr,lt
        *endif
        ASEL,R,LOC,Y,tc
        SFA,all,1,PRES,ppav
        ALLSEL,ALL
    *endif
    ! Tempo e passos de carga
    tempo=tempo+1
    TIME,tempo                ! Time step prescrito
    AUTOTS,1                  ! Passo de carga automático=método da bissecção
    NSUBST,10,20,5           ! Especifica o número de substeps do load step

```

```

! Opção de salvar resultados
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,1
! Opção de salvar caso de carga (load step)
loadstep=loadstep+1
LSWRITE,loadstep,
SAVE
*endif
! ANÁLISE DIFERIDA (EFEITO DAS CARGAS DE LONGA DURAÇÃO)
*if,tfinal,gt,0,then
  TIME,tfinal
  AUTOTS,1
  DELTIM,5,0.1,10
  outres,all,all
  loadstep=loadstep+1
  LSWRITE,loadstep
  SAVE
*endif
ACEL,0,0,0,          !retira o efeito da gravidade
FDELE,ALL,ALL
SFADELE,ALL,ALL,ALL
! ANÁLISE INSTANTÂNEA - PASSEIO(carga1)
*if,carga1,eq,1,then
  passeio=3/10000
  ASEL,S,LOC,Z,0,gr
  *if,simz,eq,0,then
    ASEL,A,LOC,Z,lt-gr,lt
  *endif
  ASEL,R,LOC,Y,tc
  SFA,all,1,PRES,passeio
  ALLSEL,ALL
  ! Tempo e passos de carga
  !tempo=tempo+1
  TIME,1             ! Time step prescrito
  AUTOTS,1           ! Passo de carga automático=método da bissecção
  NSUBST,10,20,2    ! Especifica o número de substeps do load step
  ! Opção de salvar resultados
  OUTRES,ERASE
  OUTRES,ALL,1
  ! Opção de salvar caso de carga (load step)
  loadstep=loadstep+1
  LSWRITE,loadstep,
  SAVE
*endif
! ANÁLISE INSTANTÂNEA - FRENAGEM(carga2)
*if,carga3,eq,1,then
  FDELE,ALL,ALL
  SFADELE,ALL,ALL,ALL
  !Calcula a carga de frenagem distribuída
  fren=135/(lt-nsz*gr)
  !Seleciona a linha junto a "entrada" da ponte
  NSEL,S,LOC,X,0
  NSEL,R,LOC,Z,gr,lt
  *if,simz,eq,0,then
    NSEL,U,LOC,Z,lt-gr,lt
  *endif
  NSEL,R,LOC,Y,tc
  *GET,NUMNO,NODE,,COUNT !Conta o número de nós selecionados
  F,all,FX,135/NUMNO
  ALLSEL,ALL

```

```

! Tempo e passos de carga
!tempo=tempo+1
TIME,1           ! Time step prescrito
AUTOTS,1         ! Passo de carga automático=método da bissecção
NSUBST,10,20,2   ! Especifica o número de substeps do load step
! Opção de salvar resultados
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,1
! Opção de salvar caso de carga (load step)
loadstep=loadstep+1
LSWRITE,loadstep,
SAVE
*endif
! ANÁLISE INSTANTÂNEA - MULTIDÃO+veículo(carga3)
*if,carga2,eq,1,then
  FDELE,ALL,ALL
  SFADELE,ALL,ALL,ALL
  !MULTIDÃO
  !Seleciona as regiões num raio de 5m próximas aos encontros
  ASEL,S,LOC,X,0,500
  *if,simx,eq,0,then
    ASEL,A,LOC,X,10-500,10
  *endif
  ASEL,R,LOC,Z,gr,lt
  *if,simz,eq,0,then
    ASEL,U,LOC,Z,lt-gr,lt
  *endif
  ASEL,R,LOC,Y,tc
  SFA,all,1,PRES,7.906/10000   !Aplica carga de pressão em área
  ALLSEL,ALL
  !Seleciona a região central
  ASEL,U,LOC,X,0,500
  *if,simx,eq,0,then
    ASEL,U,LOC,X,10-500,10
  *endif
  ASEL,R,LOC,Z,gr,lt
  *if,simz,eq,0,then
    ASEL,U,LOC,Z,lt-gr,lt
  *endif
  ASEL,R,LOC,Y,tc
  SFA,all,1,PRES,6.325/10000   !Aplica carga de pressão em área
  ALLSEL,ALL
  !VEÍCULO
  !Calcula as coordenadas x
  cx1=10-150
  cx2=10
  cx3=10+150
  !Calcula a coordenada z
  cz1=lt-100
  !Aplicação das cargas
  NSEL,S,LOC,X,cx1
  NSEL,A,LOC,X,cx2
  NSEL,A,LOC,X,cx3
  NSEL,R,LOC,Z,cz1
  NSEL,R,LOC,Y,tc
  F,all,FY,-75.9
  ALLSEL,ALL
  !
  ! Tempo e passos de carga
  !tempo=tempo+1

```

```

TIME,1                ! Time step prescrito
AUTOTS,1              ! Passo de carga automático=método da bissecção
NSUBST,10,20,2       ! Especifica o número de substeps do load step
! Opção de salvar resultados
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,1
! Opção de salvar caso de carga (load step)
loadstep=loadstep+1
LSWRITE,loadstep,
SAVE
*endif
! SOLUÇÃO
/SOLU
!solve,1,3,1
! -----
! COMBINAÇÃO DE CARGAS (POST/1)
! -----
/POST1
RSYS,0                !coordenadas em eixos globais(default)
!COMBINAÇÃO DE CARGAS:ELU
!COMBINAÇÃO 1
!Cria os casos de carga (6 casos)
LCDEF,1,2
LCDEF,2,3
LCDEF,3,4
LCDEF,4,5
LCFACT,1,1.35 !Carga permanente
LCFACT,2,1.5  !Carga principal: passeio
LCFACT,3,1.05
LCFACT,4,1.05
LCZERO        !Zera resultados
LCASE,1       !Cria uma combinação
LCOPER,ADD,2
LCOPER,ADD,3
LCOPER,ADD,4 !Opera os casos de carga, nesse caso soma
LCWRITE,1
RAPPND,loadstep+2
!
!COMBINAÇÃO 2
LCDEF,ERASE
LCDEF,1,2
LCDEF,2,3
LCDEF,3,4
LCDEF,4,5
LCFACT,1,1.35 !Carga permanente
LCFACT,2,1.05
LCFACT,3,1.5  !Carga principal: frenagem
LCFACT,4,1.05
LCZERO        !Zera resultados
LCASE,1       !Cria uma combinação
LCOPER,ADD,2
LCOPER,ADD,3
LCOPER,ADD,4 !Opera os casos de carga, nesse caso soma
LCWRITE,2
RAPPND,loadstep+3
!
!COMBINAÇÃO 3
LCDEF,ERASE
LCDEF,1,2
LCDEF,2,3

```

```

LCDEF,3,4
LCDEF,4,5
LCFACT,1,1.35 !Carga permanente
LCFACT,2,1.05
LCFACT,3,1.05
LCFACT,4,1.5 !Carga principal: veículo+multidão
LCZERO !Zera resultados
LCASE,1 !Cria uma combinação
LCOPER,ADD,2
LCOPER,ADD,3
LCOPER,ADD,4!Opera os casos de carga, nesse caso soma
LCWRITE,3
RAPPND,loadstep+4
!
!COMBINAÇÃO DE CARGAS:ELS - deformações
!Cargas variáveis
!COMBINAÇÃO 4
LCDEF,ERASE
LCDEF,1,2
LCDEF,2,3
LCDEF,3,4
LCDEF,4,5
LCFACT,1,1.0 !Carga permanente
LCFACT,2,0.3
LCFACT,3,0.3
LCFACT,4,0.3
LCZERO !Zera resultados
LCASE,1 !Cria uma combinação
LCOPER,ADD,2
LCOPER,ADD,3
LCOPER,ADD,4!Opera os casos de carga, nesse caso soma
LCWRITE,4
RAPPND,loadstep+5
!-----
! CÁLCULO DA LARGURA EFETIVA (/POST1)
!-----
NSEL,R,LOC,X,10/nsx
NSEL,R,LOC,Y,tc
*GET,Ntotal,NODE,0,COUNT,
ALLSEL,ALL
!
*dim,vbef,ARRAY,nlong,2
*dim,vsoma,ARRAY,nlong,2
*dim,vtxm,ARRAY,nlong,2
*dim,tensaox,ARRAY,nlong,2,Ntotal
*do,n,1,2,1
!Seleciona os nós
ESEL,S,TYPE,,2
NSLE,S
NSEL,R,LOC,X,10/nsx !seleciona os nós do centro do vão
NSEL,R,LOC,Y,tc/2*n !variação da coordenada y(=tc/2,=tc)
CM,ilong_node,NODE
ALLSE,ALL
cz2=0
j=0 !variável que considera a região dos conectores
k=0 !variável que considera a região entre perfis
m=1 !variável que considera a região do balanço
par2=1 !parâmetro para definir posição na região dos conectores
par3=0 !parâmetro para definir posição entre perfis
*do,i,1,nlong,1

```

```

!Define as coordenadas em z para os volumes criados
cz1=cz2
cz2=(plong+elong/2)+elong*(i-1)
!
!*if,i,eq,nlong,then
!      cz2=lt
!*endif
CMSEL,S,ilong_node,NODE
NSEL,R,LOC,Z,cz1,cz2
*GET,NUMNO,NODE,0,COUNT,
ALLSEL,ALL
!Inicializa variáveis
cz2=cz1
soma=0
txm=0
*do,1,1,(NUMNO-1)/2,1
!Calcula as coordenadas z
cz1=cz2
cz2=(plong-lbfs/2+st1)/malhazl3*m+(lbfs-2*st1)/malhazl1*j+(elong-
lbfs+st1*2)/malhazl2*k
!Atualiza variáveis relacionadas as coordenadas na direção z
par1=mod(m,malhazl3)
*if,simz,eq,0,and,cz2,ge,lt-(plong-lbfs/2+st1),then
    par1=1
*endif
*if,par1,eq,0,then
    *if,par2,eq,0,and,par3,ne,0,then
        k=k+1
        par3=mod(k,malhazl2)
        *if,par3,eq,0,then
            par2=1
        *endif
    *elseif,par3,eq,0,and,par2,ne,0,then
        j=j+1
        par2=mod(j,malhazl1)
        *if,par2,eq,0,then
            par3=1
        *endif
    *endif
*else
    m=m+1
*endif
CMSEL,S,ilong_node,NODE
NSEL,R,LOC,Z,cz1          !seleciona o no1
*GET,no1,NODE,0,NUM,MIN   !nº do nó
*GET,txno1,NODE,no1,S,X   !tensão em x no nó
tensaox(i,n,1)=txno1
ALLSEL,ALL
!
CMSEL,S,ilong_node,NODE
NSEL,R,LOC,Z,cz2          !seleciona o no2
*GET,no2,NODE,0,NUM,MIN   !nº do nó
*GET,txno2,NODE,no2,S,X   !tensão em x no nó
ALLSEL,ALL
!
soma=soma+(txno1+txno2)*0.5*(cz2-cz1)
!Guarda o maior valor
*if,abs(txno2),gt,abs(txm),then
    txm=txno2
*endif

```

```

                *enddo
                bef=0
                bef=soma/txm
                vsoma(i,n)=soma
                vtxm(i,n)=txm
                vbef(i,n)=bef
            *enddo
        *enddo
    !
    PARSAV,ALL,parametros,txt
    !
    *CREATE,ansuitmp
    *CFOPEN,%lefeiva%, 'txt', '
    *VWRITE,vbef(1,1),vbef(2,1),vbef(3,1),vbef(4,1) ,vbef(1,2),vbef(2,2),vbef(3,2),vbef(4,2),
    (F10.4, ' ', F10.4, ' ', F10.4)
    *CFCLOS
    *END
    /INPUT,ansuitmp
    /PLOPTS,INFO,on

! -----
! PÓS PROCESSAMENTO POST/26      Histórico de deformações
! -----
*if,pos26,eq,1,then
    /POST26
    *SET,FATOR1,-1.00      ! Fator para multiplicar o deslocamento se necessário
    *SET,FATOR2,nsx*nsz   ! Fator para multiplicar a carga se necessário
    NSEL,S,LOC,Z,plong
    NSEL,A,LOC,Z,lt-elong/2
    NSEL,R,LOC,x,l0/nsx
    NSEL,R,LOC,y,-(lhw+ltfs+ltfi/2)
    *GET,NNUY1,NODE,0,NUM,MIN      !nó extremidade
    *GET,NNUY2,NODE,0,NUM,MAX      !nó central
    ALLSEL,ALL
    !
    /AXLAB,Y,CARGA P      ! Eixo Y
    /AXLAB,X,FLECHA UY ! Eixo X
    NSOL,2,NNUY1,U,y      ! Especifica o nó cujo deslocamento Uy vai ser plotado.
    NSOL,3,1,U,Z          ! Variável muda, serve para armazenar a soma das reações
    NSEL,S,LOC,x,0
    *if,symx,eq,0,then
        NSEL,A,LOC,x,l0
    *endif
    NSEL,R,LOC,y,-(lhw+ltfs+ltfi/2)
    *GET,NUMNOD,NODE,0,COUNT      ! Captura os números dos nós de onde estão as reações.
    *GET,CURNOD,NODE,0,NUM,MIN! Captura o número do menor nó onde estão as reações de apoio.
    !
    *DO,I,1,NUMNOD      ! Laço que faz a soma das reações Fy dos nós selecionados
        RFORCE,4,CURNOD,F,y
        ADD,3,3,4,SOMA
        CURNOD=NDNEXT(CURNOD)
    *ENDDO
    !
    PROD,2,2,,,,,FATOR1      ! Ajuste dos deslocamentos pelo fator FATOR1
    PROD,3,3,,,,,FATOR2      ! Ajuste das cargas pelo fator FATOR2
    XVAR,2                    ! Plota os deslocamentos no eixo X
    PLVAR,3                    ! Plota a carga total no eixo Y
    ALLSEL,ALL
    !
    ! Monta gráfico deslocamento vertical no centro do vão X tempo

```

```

/AXLAB,Y,FLECHA UY! Eixo Y
/AXLAB,X,DIAS      ! Eixo X
/SHOW,JPEG        ! abre arquivo jpeg
XVAR,1
PLVAR,2
/SHOW,CLOSE      ! fecha jpeg
NSOL,4,NNUY2,U,y ! Especifica o nó cujo deslocamento Uy vai ser plotado.
PROD,4,4,,,,,FATOR1 ! Ajuste dos deslocamentos pelo fator FATOR1
/SHOW,JPEG        ! abre arquivo jpeg
XVAR,1
PLVAR,4
/SHOW,CLOSE      ! fecha jpeg
!
! Gera arquivo de texto com Uy vs carga em arquivo de texto
*CREATE,scratch,gui
*DEL,_P26_EXPORT
*DIM,_P26_EXPORT,TABLE,800,3
VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
VGET,_P26_EXPORT(1,1),2
VGET,_P26_EXPORT(1,2),4
VGET,_P26_EXPORT(1,3),3
/OUTPUT,'Histórico de carga e deslocamento','txt','!'
*VWRITE,'Tempo','Viga de extremidade','Viga central','Carga'
% 14C % 14C % 14C % 14C
*VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT(1,1),_P26_EXPORT(1,2),_P26_EXPORT(1,3)
% 14.5G % 14.5G % 14.5G % 14.5G
/OUTPUT,TERM
*END
/INPUT,scratch,gui
!
! Verificar o estado dos conectores ao longo do tempo
! Seleciona o elemento
ESEL,S,TYPE,,3
*GET,conector1,ELEM,0,NUM,MIN
conector2=conector1+(n2*n1-1)+2*n1
conector3=conector2+(n2*n1-1)+5*n1
allsel,all
!
/AXLAB,Y,Forca cisalhante
/AXLAB,X,Deslizamento
ESOL,5,conector1,,NMISC,1
ESOL,6,conector1,,SMISC,1
/SHOW,JPEG
XVAR,5
PLVAR,6
/SHOW,CLOSE
ESOL,7,conector2,,NMISC,1
ESOL,8,conector2,,SMISC,1
/SHOW,JPEG
XVAR,7
PLVAR,8
/SHOW,CLOSE
ESOL,9,conector3,,NMISC,1
ESOL,10,conector3,,SMISC,1
!
/SHOW,JPEG
XVAR,9
PLVAR,10
/SHOW,CLOSE
!

```

```
! Gera arquivo de texto com o status dos conectores
ESOL,5,conector1,,NMISC,5
ESOL,7,conector2,,NMISC,5
ESOL,9,conector3,,NMISC,5
*CREATE,scratch,gui
*DEL,_P26_EXPORT
*DIM,_P26_EXPORT,TABLE,800,3
VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
VGET,_P26_EXPORT(1,1),5
VGET,_P26_EXPORT(1,2),7
VGET,_P26_EXPORT(1,3),9
/OUTPUT,'Status dos conectores','txt','!'
*VWRITE,'Parcela da carga','Conector1','Conector2','Conector3'
%14C%14C%14C%14C%14C%14C
*VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT(1,1),_P26_EXPORT(1,2),_P26_EXPORT(1,3)
%14.5G%14.5G%14.5G%14.5G
/OUTPUT,TERM
*END
/INPUT,scratch,gui
!
*endif
```