

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS CAMPOS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE
EM ARMAZENADORES TÉRMICOS

por

Marcos Augusto Bandini

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, setembro de 1997

ESCOLA DE ENGENHARIA
BIBLIOTECA

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS CAMPOS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE
EM ARMAZENADORES TÉRMICOS

por

Marcos Augusto Bandini

Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Horácio Antonio Vielmo

Aprovada por:

Prof. Dr. Arno Krenzinger

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider

Prof^a. Dra. Simone Sebben

Prof^a. Dra. Rosa Leamar Dias Blanco

Coordenadora do PROMEC

Porto Alegre, 11 de setembro de 1997

Agradeço a Noemi, a meus Pais e Irmãos pelo apoio, incentivo e compreensão na realização desta dissertação de mestrado.

AGRADECIMENTOS

Ao prof. Horácio Antonio Vielmo pela orientação, apoio, incentivo, amizade e transmissão de conhecimentos.

A todos os professores do curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica pelo conhecimento transmitido, aos funcionários, que de forma direta ou indireta auxiliaram no decorrer da conclusão deste trabalho.

A todos os colegas pelo auxílio, compreensão e pelas amizades firmadas.

Ao CNPq instituição responsável pela concessão da bolsa de estudos.

RESUMO

No presente trabalho avalia-se o comportamento da difusão e da convecção natural em sistemas térmicos que possuem armazenadores de calor, como os que envolvem coletores solares ligados a reservatórios de água quente.

Através da solução das equações diferenciais que regem o problema, obtém-se os campos de velocidade e temperatura no interior destes armazenadores. Este último, especialmente, é importante para a determinação da performance térmica de todo o sistema.

A intensidade da estratificação térmica depende do fluxo de entrada e saída de água no reservatório, da sua razão de aspecto, da posição da resistência elétrica de apoio, se ela existir, da espessura e difusividade térmica da parede e da espessura e material do isolamento térmico.

A perda de calor para o meio ambiente causa um fluxo de líquido descendente, junto às paredes do reservatório, incorrendo em camadas limites hidrodinâmica e térmica. Além do papel destas camadas limites, também investiga-se a importância relativa da difusão de calor através da parede metálica do armazenador, na sua direção axial (altura). Não são investigados neste trabalho os efeitos de entrada e saída do líquido do armazenador, e também as correntes convectivas originadas do suprimento de calor por resistência elétrica.

As equações da energia e do movimento são resolvidas de forma acoplada, em coordenadas cilíndricas axissimétricas, em regime transiente, empregando o Método dos Volumes Finitos.

ABSTRACT

In the present work the diffusion behavior as well as the natural convection in thermal systems that possess heat reservoirs, like the ones that involve solar collectors connected to hot water reservoirs, have been evaluated.

Through the solution of the differential equations that describe the problem, the velocity fields and the internal temperature of these tanks have been obtained. The last one is specially important for the determination of the thermal performance of the whole system.

Intensity of the thermal stratification depends on the entrance and exit water flow in the reservoir, on the tanks aspect ratio, on the position support of the electrical resistance, if it exists, on the thickness and thermal diffusion of the wall and on the material of thermal insulation.

The loss of heat for the environment brings about a descending liquid flow, next to the walls of the reservoir, ending up by creating hydrodynamic and thermal boundary layers. Besides the role of these boundary layers, the relative importance of the heat diffusion through the metallic wall of the reservoir in its axial direction (height), also has been investigated. The effects of the entrance and exit of liquid in the reservoir, as well as the convective currents originated from the heat supplied by electric resistance have not been investigated.

The energy and moment equations are solved in a coupled way, in axissymmetrical cylindrical coordinates, in transient regime, employing a Finite Volume Method.

ÍNDICE

	Pág.
1. Introdução	1
1.1 Motivação.....	1
1.2 Revisão bibliográfica.....	3
1.3 Escopo da dissertação.....	6
2. Apresentação do problema.....	8
2.1 Natureza das equações governantes.....	10
2.2 Problema de interesse.....	13
3. O Método dos Volumes Finitos.....	16
3.1 Regras básicas para a discretização por volumes finitos.....	18
3.2 Condutividade térmica entre dois volumes.....	20
3.3 Aplicação das condições de contorno.....	21
3.4 Discretização temporal das equações.....	23
3.5 Convecção e difusão.....	25
3.6 Formulação incompressível.....	27
3.7 Equação de correção da pressão.....	29
3.8 Algoritmo pressão-velocidade.....	30
4. Presente solução do problema da cavidade cilíndrica com convecção natural.....	32
4.1 Descrição do problema físico.....	32
4.2 Método empregado para a solução das equações diferenciais.....	36
5. Validação do presente algoritmo.....	40
5.1 Problema resolvido por Torrance.....	40
5.1.1 Descrição matemática do problema físico.....	42
5.1.2 Comparação dos resultados com os do presente trabalho.....	43
5.2 Problema resolvido por Huang.....	48
5.2.1 Descrição matemática do problema físico.....	49
5.2.2 Comparação dos resultados com o presente trabalho.....	51
6. Simulação do resfriamento de água num armazenador cilíndrico.....	53
7. Conclusões gerais e sugestões.....	68
Referências bibliográficas.....	70
Anexo I.....	78
Anexo II.....	80

LISTA DE SÍMBOLOS

A	área perpendicular à face do volume de controle	[m ²]
a	altura da cavidade cilíndrica	[m]
a _E	coeficiente leste	[W/m K, W/m ² K]
a _W	coeficiente oeste	[W/m K, W/m ² K]
a _N	coeficiente norte	[W/m K, W/m ² K]
a _S	coeficiente sul	[W/m K, W/m ² K]
a _P	soma dos coeficientes vizinhos	[W/m K, W/m ² K]
a _p ^o	coeficiente para o termo transiente	[W/m K]
b	termo fonte ou raio da cavidade cilíndrica	[W/m ³] ou [m]
B _x	empuxo na direção x	[kg/s ² m ²]
B _y	empuxo na direção y	[kg/s ² m ²]
C	constante	
c	raio da placa na cavidade cilíndrica	[m]
c _p	calor específico a pressão constante	[J/kg K]
d	coeficiente da diferença de pressão no acoplamento SIMPLE	[m ² K/W, m ³ K/W]
D	condutância difusiva	
D	diâmetro do cilindro	[m]
E	ponto vizinho ao leste	
emdx	expoente da malha desigualmente espaçada na direção radial	
emdy	expoente da malha desigualmente espaçada na direção axial	
F	fronteira do volume de controle	
F	fluxo de massa nas faces dos volumes de controle	[kg/m ² s]
f _c	valor relativo da malha desigualmente espaçada	
f	define o tipo de esquema temporal usado	
g	aceleração da gravidade	[m/s ²]
G _r	número de Grashof	
h	coeficiente de troca de calor por convecção	[W/m ² K]
\bar{h}	coeficiente médio de troca de calor por convecção	[W/m ² K]
H	altura do reservatório ou da cavidade ou nível de líquido	[m]
H _t	altura total do reservatório	[m]

hs	horas	
I	ponto nodal na direção radial da cavidade cilíndrica	
J	ponto nodal na direção axial da cavidade cilíndrica	
k	condutividade térmica	[W/m K]
L	comprimento	[m]
L1	número máximo de pontos na direção radial da cavidade cilíndrica	
L3	L1 - 2	
M1	número máximo de pontos na direção axial da cavidade cilíndrica	
M1D	$\frac{M1}{2} + 1$	
MAX	função intrínseca no fortran	
\overline{Nu}	número de Nusselt médio	
N	ponto vizinho ao norte	
p	pressão	[Pa]
p*	campo de pressões tentativos	[Pa]
P	ponto de perturbação, ponto de estudo	
P _L	número de Peclet	
P	Peclet de malha	
P _r	número de Prandl	
Psi	função de corrente	
pc	parede condutora	
pnc	parede não condutora	
Q''	fluxo de calor	[W/m ²]
Q'' _{in}	fluxo de calor que entra no volume de controle	[W/m ²]
Q'' _{out}	fluxo de calor que sai no volume de controle	[W/m ²]
Re	número de Reynolds	
R _a	número de Rayleigh	
R _t	raio total do reservatório	[m]
R	raio do cilindro	[m]
R _a	raio da cavidade cilíndrica	[m]
R _c	raio da placa na cavidade cilíndrica	[m]

S	termo fonte	[W/m ³]
S _{max}	resíduo máximo na equação da continuidade	[kg/s]
\bar{S}	termo fonte médio	[W/m ³]
S	ponto vizinho ao sul	
S _C	termo fonte constante	[W/m ²]
S _P	termo fonte adicional	[W/m ²]
T	temperatura	[°C]
t	tempo	[s]
T _E	temperatura no ponto leste	[°C]
T _W	temperatura no ponto oeste	[°C]
T _P	temperatura no ponto em questão	[°C]
T _{in}	temperatura inicial	[°C]
T	temperatura	[°C]
Temp	temperatura	[°C]
T _∞	temperatura no infinito	[°C]
T _h	temperatura alta	[°C]
T _c	temperatura baixa	[°C]
T _o	temperatura inicial	[°C]
u	velocidade na direção x	[m/s]
u [*]	velocidade tentativa na direção radial	[m/s]
v [*]	velocidade tentativa na direção axial	[m/s]
v	velocidade na direção y	[m/s]
v [']	correção da velocidade na direção axial	[m/s]
\vec{V}	vetor velocidade	[m/s]
V	velocidade na direção axial	[m/s]
V	velocidade axial adimensional	
w	velocidade na direção z	[m/s]
W	ponto vizinho ao oeste	
u [']	correção da velocidade na direção radial	[m/s]
U	velocidade na direção radial	[m/s]
x	coordenada na direção radial	[m]

x	direção axial ou raio num determinado ponto	[m]
x_a	localização da condição de contorno a jusante	[m]
x_b	localização da condição de contorno a montante	[m]
X	direção radial	[m]
XL	raio da cavidade cilíndrica	[m]
XPAR	espessura da parede	[m]
XISOL	espessura do isolamento térmico	[m]
y	coordenada na direção axial	[m]
YL	altura da cavidade cilíndrica	[m]
z	coordenada na direção da profundidade	[m]
z	altura do reservatório	[m]

SUPERÍNDICES

o	tempo anterior
u	velocidade
ϕ	variável local
*	campo tentativo, adimensional
'	campo de correção

SUBÍNDICES

b	parte externa da cavidade cilíndrica
c	temperatura baixa
D	diâmetro
e	face leste do volume de controle
E	ponto leste
h	temperatura alta
i	identificação da componente da velocidade
in	instante inicial
j	identificação da coordenada adotada
n	face norte do volume de controle
N	ponto norte
nb	vizinhos
o	instante inicial
P	ponto de estudo
ref	ponto de referência
S	ponto sul
s	face sul do volume de controle
t	total
W	ponto oeste
w	face oeste do volume de controle

LETRAS GREGAS

β	coeficiente de expansão volumétrica	[1/K]
δ	distância da malha	[m]
δx	distância horizontal de um ponto e seu vizinho	[m]
Δx	tamanho do volume de controle na direção x	[m]
Δy	tamanho do volume de controle na direção y	[m]
Δt	intervalo de tempo	[s]
ΔT	intervalo de temperatura	[°C]
ε	critério de convergência	
η	coordenada vertical adimensional	
ϕ	variável escalar genérica	
Φ	dissipação viscosa na equação da energia	
Ψ	função de corrente	
μ	viscosidade absoluta	[kg/s m]
ν	viscosidade cinemática	[m ² /s]
∇	operador nabla	
Ω	vorticidade	
ξ	coordenada radial adimensional	
ρ	densidade ou massa específica	[kg/m ³]
τ	tempo adimensional	
θ	temperatura adimensional	

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

∞	refere-se ao infinito
+	afastamento da origem
-	próximo a origem

	Pág.
2.1 Propagação da perturbação num problema elíptico	11
2.2 Propagação da perturbação num problema parabólico	12
2.3 Propagação da perturbação num problema hiperbólico	12
2.4 Sistema ativo.....	13
2.5 Sistema passivo.....	14
3.1 Malha em uma dimensão	16
3.2 Perfil linear para as temperaturas.....	17
3.3 Perfil para o termo fonte	17
3.4 Balanço térmico no volume de controle.....	18
3.5 Condutividade térmica entre dois volumes de controle.....	20
3.6 Temperatura prescrita para volume inteiro.....	22
3.7 Formulações temporais	24
3.8 Influência do número de Peclet.....	25
3.9 Malha desencontrada para as velocidades	28
4.1 Armazenador térmico.....	32
4.2 Malha para as temperaturas.....	36
4.3 Malha para as velocidades	36
4.4 Malha empregada para a simulação	37
4.5 Ampliação da malha	37
5.1 Cavidade cilíndrica resolvida por Torrance, 1968	41
5.2 Comparação das funções de corrente para $\tau = 0,01$	44
5.3 Comparação das funções de corrente para $\tau = 0,03$	44
5.4 Comparação das funções de corrente para $\tau = 0,10$	45
5.5 Comparação das funções de corrente para $\tau = 0,25$	45
5.6 Comparação das temperaturas para $\tau = 0,01$	46
5.7 Comparação das temperaturas para $\tau = 0,03$	46
5.8 Comparação das temperaturas para $\tau = 0,10$	47
5.9 Comparação das temperaturas para $\tau = 0,25$	47
5.10 Comparação das temperaturas no regime permanente.....	48

5.11	Cavidade cilíndrica resolvida por Huang, 1989	49
5.12	Comparação dos resultados para a temperatura adimensional	52
6.1	Isotermas para $t = 0,83$ hs	54
6.2	Isotermas para $t = 5,0$ hs	55
6.3	Função de corrente para $t = 0,83$ hs	56
6.4	Função de corrente para $t = 5,0$ hs	56
6.5	Perfil de temperaturas ao longo do raio, $t = 0,83$ hs	57
6.6	Perfil de temperaturas ao longo do raio, $t = 5,0$ hs	58
6.7	Perfis de velocidade ao longo do raio, para parede condutora em $t = 0,83$ hs	59
6.8	Perfis de velocidade ao longo do raio, para parede não condutora em $t = 0,83$ hs	59
6.9	Perfis de velocidade ao longo do raio, para parede condutora em $t = 5,0$ hs	60
6.10	Perfis de velocidade ao longo do raio, para parede não condutora em $t = 5,0$ hs	60
6.11	Distribuição de velocidades na base, parede condutora em $t = 0,83$ hs	61
6.12	Distribuição de velocidades na base, parede não condutora $t = 0,83$ hs	61
6.13	Distribuição de velocidades no topo, parede condutora $t = 0,83$ hs	62
6.14	Distribuição de velocidades no topo, parede não condutora em $t = 0,83$ hs	62
6.15	Distribuição de velocidades na base, parede condutora em $t = 5,0$ hs	63
6.16	Distribuição de velocidades na base, parede não condutora em $t = 5,0$ hs	63
6.17	Distribuição de velocidades no topo, parede condutora em $t = 5,0$ hs	64
6.18	Distribuição de velocidades no topo, parede não condutora em $t = 5,0$ hs	64
6.19	Distribuição de velocidades no meio, parede condutora em $t = 0,83$ hs	65
6.20	Estratificação ao longo da altura, para raio $r = 0$ m	66
6.21	Estratificação ao longo da altura, para raio $r = 0,22174$ m	66
6.22	Evolução da temperatura média do reservatório ao longo do tempo	67

ÍNDICE DE TABELAS

	Pág.
2.1 Abordagens na solução de problemas	8
2.2 Valores de ϕ , Γ^ϕ e S^ϕ	10
3.1 Equações e suas formulações.....	27

1. INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Na primeira metade deste século, as soluções dos problemas envolvendo convecção natural somente puderam ser obtidas de forma muito aproximada. As simplificações exigidas, por tratar-se de um problema com forte acoplamento entre os campos de velocidade e temperatura, descrito por equações diferenciais não lineares, freqüentemente produziam resultados à margem da realidade.

A partir da década de 60 entra em cena o computador digital, tornando-se um forte aliado nesta área de pesquisa. Houve com isso uma crescente evolução e difusão de seu uso, aliado a métodos numéricos, técnicas de programação e programas de pós processamento gráfico.

Tendo o computador como companheiro de trabalho, os pesquisadores, dedicaram-se a solucionar problemas, tais como os que envolve a convecção natural, com maior realismo. Como exemplo a simulação em placas e simulação em tubos cilíndricos de trocadores de calor. Na solução de cavidades, a história apresenta que abordaram primeiramente cavidades com geometria simples, passíveis de serem tratadas por coordenadas ortogonais. Também, desejava-se que as condições de contorno fossem simples, para facilitar o modelamento numérico, ou seja, freqüentemente condição de primeira espécie ou temperatura prescrita.

Atualmente o nível das pesquisas avançaram muito e surgem novas técnicas para equacionar as equações governantes, podendo-se assim solucionar cavidades com maior complexidade, no que se refere a forma geométrica, condições de contorno, linearidade e acoplamento das equações diferenciais.

Uma das linhas de pesquisa adotada pelo GESTE-UFRGS (Grupo de Estudos Térmicos e Energéticos) são os sistemas de aquecimento solar usando coletores tipo placa plana, tanto com circulação natural como forçada. Em muitos sistemas térmicos que possuem armazenadores de calor, como os que envolvem coletores solares ligados a reservatórios de água quente, por exemplo, é importante o conhecimento dos campos de temperatura e velocidade no seu interior para a determinação da sua performance térmica. Como é sabido, quanto maior a estratificação térmica no interior de um armazenador de um sistema solar, maior será a sua temperatura de fornecimento da água para consumo, e menor será a temperatura de retorno da água aos coletores, aumentando assim o rendimento térmico global do sistema.

A intensidade da estratificação depende, do fluxo de entrada e saída da água no reservatório e da sua razão de aspecto, da posição da resistência elétrica, da taxa de perda de calor para o ambiente, da espessura e da difusividade térmica da parede. A transferência de calor de uma região alta do reservatório para uma mais baixa, através da sua parede metálica, em maior ou menor escala, está entre as causas do surgimento de correntes convectivas, mesmo na hipótese de não haver fluxo de líquido entrando ou saindo do reservatório.

Neste trabalho estes efeitos são investigados através da simulação da convecção no interior de reservatórios cilíndricos, com condições de contorno que levam em conta a sua parede, o isolamento térmico e as condições externas.

São resolvidas em forma acoplada as equações da energia e do movimento, em coordenadas cilíndricas e regime transiente, empregando o Método dos Volumes Finitos.

Os resultados são apresentados através dos campos de velocidades em forma de vetores, linhas de corrente, campos de temperatura e alguns parâmetros. Seus significados e conseqüências são discutidas em detalhe. Estes resultados, embora tenham-se ambientado as simulações em reservatórios armazenadores de sistemas para o aproveitamento da energia solar, não perdem significativamente em generalidade. Pode-se com este modelamento dar respostas a muitas outras situações semelhantes, como por exemplo, na indústria aeroespacial, na petroquímica e na exploração de petróleo em regiões polares.

O algoritmo criado apresenta a flexibilidade de avaliar diversos parâmetros e auxiliar o projetista a obter diversas informações no decorrer da evolução da simulação, como por exemplo:

- Calcular a taxa de transferência de calor perdida para o meio.
- Dimensionar a espessura ótima de isolamento térmico.
- Diminuir custos iniciais de materiais e instalações.
- Dimensionar o tamanho do reservatório e sua razão de aspecto.
- Elaborar gráficos para detalhamento da estratificação térmica.
- Acompanhamento do escoamento interno ao recipiente utilizando-se softwares apropriados (animação gráfica).

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na análise da convecção natural, considera-se um fenômeno observado pelos gregos há mais de 2000 anos e expresso por Arquimedes do seguinte forma: um corpo imerso num fluido sofre uma força de empuxo equivalente ao peso do fluido deslocado. Conseqüentemente, um corpo submerso eleva-se quando sua densidade é menor do que a densidade do fluido circundante. O efeito do empuxo é a força motora que causa a convecção natural.

A partir da década de 40 foram publicados diversos trabalhos envolvendo escoamento interno em tubos fechados ou escoamento em cavidades cilíndricas sendo considerada a ação da força de campo. Inicialmente as abordagens eram puramente experimentais ou semi-empíricas, mas com o decorrer do tempo o aporte teórico foi aumentando.

Elenbass, 1948, apresenta um modelamento matemático da dissipação de calor num cilindro horizontal e vertical com resfriamento ao ar livre. Admite o cilindro infinitamente longo, o escoamento nas bordas ocorre em regime laminar, a espessura da camada limite comparada com a metade da circunferência do cilindro é pequena.

Ostrach, 1953, comenta novos aspectos da transferência de calor por convecção natural.

Lighthill, 1956, analisa a convecção natural no interior de um tubo fechado considerando como condição de contorno a temperatura prescrita e constante em toda a extensão da parede. É empregado o método integral. Como conclusões encontra que a natureza do escoamento no interior do tubo depende da razão de aspecto do tubo, ou seja, a razão entre altura e raio do tubo, considerando o número de Prandtl e número de Rayleigh constantes.

Sparrow e Gregg, 1956, empregam o método da similaridade para obter a solução das equações de Navier-Stokes para a convecção natural em regime laminar na superfície externa de um cilindro vertical. Toma o campo de temperaturas uniforme. Os resultados encontrados são para números de Prandtl 0,71 e 1.

Millsaps e Pohlhausen, 1958, estudam o fenômeno da convecção natural que é induzida através do aquecimento da parede de um cilindro vertical. Utilizam como solução exata para o sistema de equações diferenciais que foram resolvidos através de métodos numéricos propondo uma adimensionalização através do número de Grashof e número de Prandtl. As comparações são entre as soluções exatas e as aproximações obtidas pelo método do momento de Kármán, usando um perfil de temperatura parabólico

Barakat e Clark, 1966, relatam um estudo analítico e experimental da convecção natural em regime transiente em reservatórios parcialmente preenchidos com um líquido.

Em 1968, Torrance faz diversas comparações entre métodos numéricos usando uma cavidade cilíndrica com um termo fonte no seu centro. São considerados ambas as formulações temporais, a explícita e implícita.

Em 1970, Fujii e Uehara publicam um artigo sobre a transferência de calor com convecção natural em regime laminar na superfície externa de um cilindro vertical, onde seus resultados são comparados com os resultados obtidos através da transferência de calor na placa plana.

Nagendra et al., 1970, relatam a convecção natural no regime laminar sendo o cilindro vertical sujeito a um fluxo de calor uniforme na parede, suas correlações apresentadas são comparadas com dados experimentais.

Ostrach, 1972, apresenta um relato sobre o fenômeno da convecção natural, aspectos das camadas limites, condições de contorno, comentando alguns problemas pesquisados e chegando a algumas conclusões significativas.

Minkowycz e Sparrow, 1974, publicam um artigo referente ao uso do método da não similaridade local para convecção natural em um cilindro vertical.

Cebeci, 1974, publica sobre a transferência de calor por convecção natural em regime laminar na parede de um cilindro vertical circular esbelto.

Stork e Müller, 1975, realizam um trabalho no campo experimental em convecção natural em cilindros verticais e tubos de seção circulares.

Kuehn e Goldstein, 1976, propõem correlações para as equações governantes em transferência de calor em convecção natural em cilindros circulares.

Cabelli, 1977, apresenta um estudo numérico de um modelo em 2D de um reservatório para o armazenamento de água quente.

Lavan e Thompson, 1977, apresentam um estudo experimental da estratificação térmica em sistemas de armazenamento de água quente.

Miller, 1977, aborda o efeito da condutividade térmica da parede do cilindro no caso do fluido estar estratificado.

Pepper e Harris, 1977, apresentam a solução numérica em reservatórios retangulares e anulares utilizando um método numérico de natureza fortemente implícito (SIP).

Hess e Miller, 1979, relataram a convecção natural num cilindro vertical sujeito a um fluxo constante na parede.

Abdoly e Rapp, 1982, estudam um modelo teórico-experimental da estratificação em reservatórios armazenadores de água quente.

Em 1982, Hess e Miller publicam dois artigos: um envolvendo a investigação experimental onde relata a convecção natural numa cavidade cilíndrica. No segundo artigo é apresentado um método integral para resolver os campos de velocidade e temperatura. Fazem ainda uma investigação do efeito da parede e seu isolamento térmico e efetuam correlações envolvendo o número de Nusselt para vários números de Rayleigh.

Jaluria e Gupta, 1982, apresentam um estudo experimental do decaimento da estratificação térmica em reservatórios de armazenamento de energia solar.

Gupta e Jaluria, 1982, publicam um estudo analítico-experimental da estratificação térmica em reservatórios armazenadores de água, sendo uma parte de sua energia térmica rejeitada.

Leong e De Vahl Davis, 1983, publicam o estudo da convecção natural em reservatórios cilíndricos.

Otis e Roessler, 1987, publicam um trabalho que descreve a medição da temperatura e a visualização do escoamento numa cavidade cilíndrica, sendo a cavidade com diferenças de temperatura e contendo um gás no seu interior.

Em 1988, Sun e Oosthuizen simulam o campo de velocidades e campo térmico no interior de um cilindro vertical usando na parede lateral temperatura prescrita, com o topo e a base isolados.

Huang e Hsieh, 1989, analisam a convecção natural em uma cavidade cilíndrica no regime permanente e laminar, sendo a razão de aspecto unitária.

Shyu et al, 1989, publicam uma análise da estratificação térmica em reservatórios de armazenamento e discutem o efeito da parede e do isolamento térmico.

Em 1989 Sun e Oosthuizen, propõem-se a solucionar o problema idêntico ao abordado anteriormente, mas alterando a condição de contorno na parede lateral com fluxo prescrito. Os resultados encontrados nesta simulação foram para os números de Prandtl e Rayleigh na ordem de 0,7 a 10 e 5000 a 30000 respectivamente. O método numérico utilizado para solucionar o campos de temperatura e velocidade foi o método das diferenças finitas.

Murthy et al., 1992, fazem uma investigação experimental em reservatórios cilíndricos de armazenamento de água quente. Os reservatórios são de aço, com espessura de 1,0 mm e 2,4 mm e um reservatório de alumínio de 1,0 mm de espessura. É enfocado o efeito da condutividade térmica da parede no desenvolvimento da estratificação térmica.

Shneider e Struab, 1992, investigam a convecção natural em regime laminar em 3D numa cavidade cilíndrica com a temperatura na base do cilindro maior do que a temperatura do topo. A

superfície lateral é adiabática. Os resultados obtidos levam em conta a razão de aspecto (H/D) entre 0,5 e 2,0. O número de Prandtl adotado varia de 0,023 a 135 e o número de Rayleigh sendo menor do que 80000. Foram estudadas diversas inclinações da parede lateral, entre 0° e 180° .

Mohamed e Ta Phuoc Loc, 1994, apresentam um estudo numérico do desenvolvimento da estratificação térmica numa cavidade, usando o método das diferenças finitas.

Vatavuk e Pimenta, 1995, utilizam o método dos volumes finitos para resolver os campos de temperatura e velocidade no interior de um cilindro vertical parcialmente preenchido e sendo o topo com condição de tensão de cisalhamento nula e base isolada. Simulam o efeito do aquecimento que foi gerado por um fluxo de calor uniforme e constante ao longo da parede lateral.

1.3 ESCOPO DA DISSERTAÇÃO

Atualmente os problemas envolvendo a convecção natural em cavidades vêm sendo abordados através de uma visão mais abrangente, onde os diversos fenômenos físicos inerentes ao problema são incluídos nas diversas formulações apresentadas.

No capítulo inicial aborda-se a motivação para a realização desta dissertação. Para ter-se uma visão global dos trabalhos publicadas até a presente data, foi realizada uma pesquisa bibliográfica exaustiva.

No capítulo 2 descreve-se o problema físico, quanto à a geometria utilizada, dimensões características desta geometria, o sistema de coordenadas empregado, a discretização espacial e temporal adotadas e suas condições de contorno.

O capítulo 3 aborda o modelo matemático empregado para obter-se a solução dos campos hidrodinâmico, ou campo de velocidades, e o campo térmico e comenta-se os algoritmos de acoplamento pressão-velocidade existentes, bem como o algoritmo empregado no presente trabalho para resolver o acoplamento pressão-velocidade e a função de interpolação adotada.

No capítulo 4 faz-se a validação numérica do algoritmo proposto, bem como seu fluxograma, comparando-se os resultados obtidos no presente trabalho com os resultados publicados na literatura.

No capítulo 5 apresenta-se a formulação proposta para equacionar problema físico descrito no capítulo 2, suas condições de contorno e condição inicial e outros parâmetros computacionais que foram importantes para fazer o modelamento numérico.

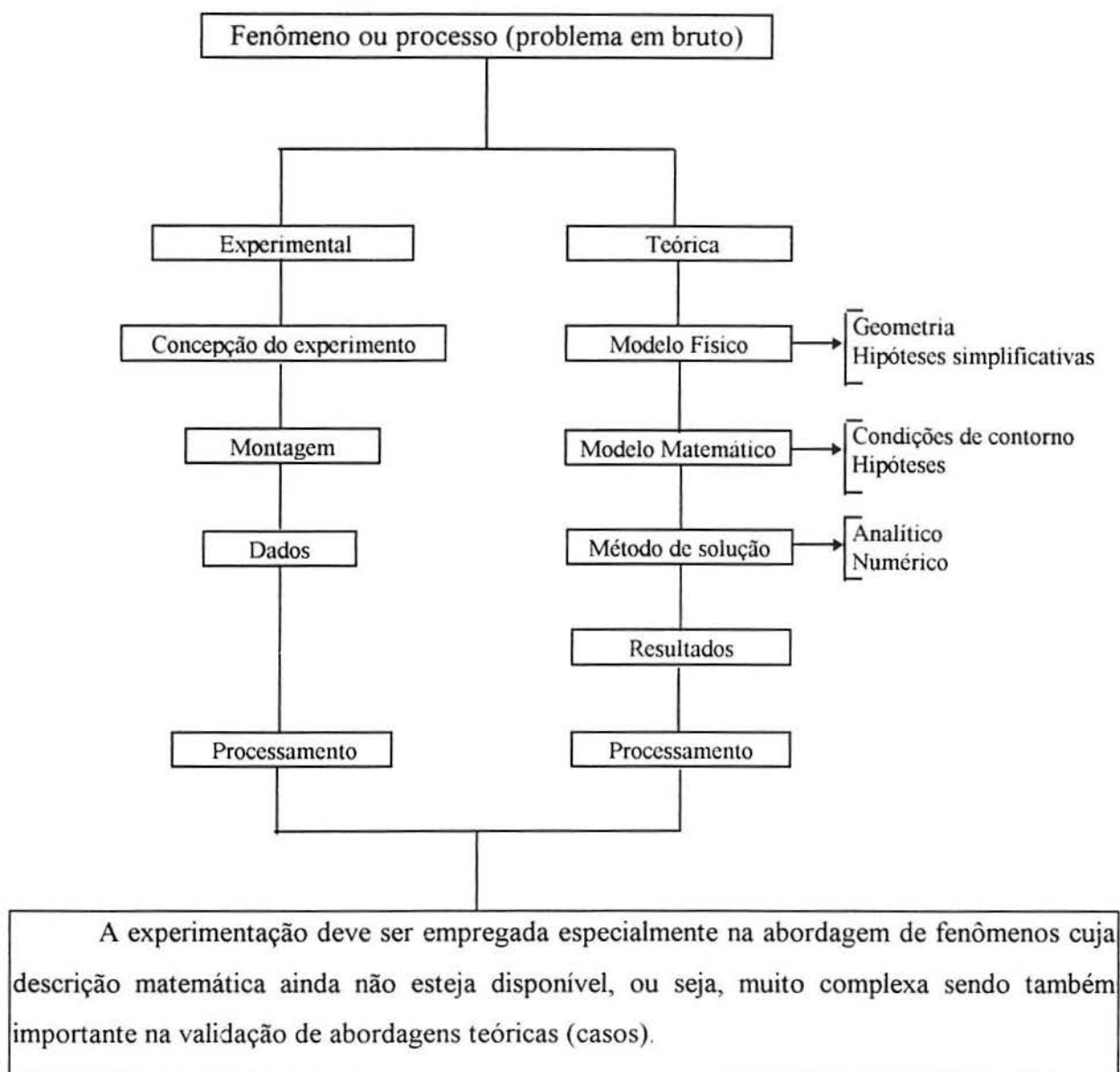
O capítulo 6 apresenta o efeito da parede e de seu isolamento térmico. Nesta etapa as variáveis em estudo são as propriedades físicas dos materiais empregados, tanto para a parede como para o isolamento térmico. Tem-se ainda como variáveis auxiliares a espessura da parede e do isolamento térmico. No ambiente externo, o isolamento tem a condição de contorno de terceira espécie, ou seja, coeficiente de troca de calor e temperatura deste meio prescritos.

Finalmente, no capítulo 7 são tiradas algumas conclusões gerais e dadas sugestões para a continuidade da pesquisa neste campo, tanto no modelamento e simulações computacionais como no campo experimental.

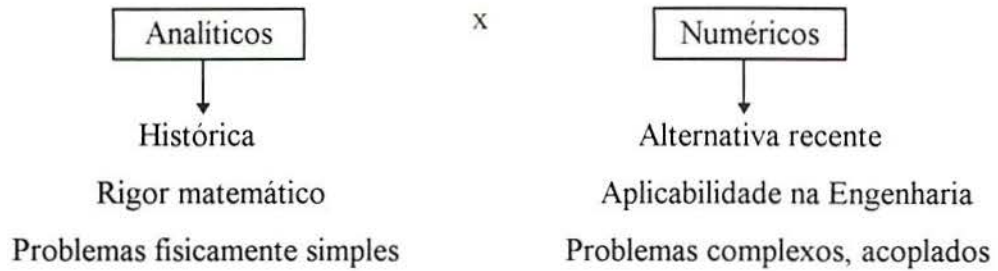
2. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

O escoamento de fluidos com transferência de calor ocorre em muitos processos industriais. A lista de problemas de interesse em Engenharia é extensa. Pode-se dividir as abordagens empregadas para solução dos problemas em duas classes: teórica e experimental conforme apresenta-se na Tabela 2.1.

Tabela 2-1 Abordagens na solução de problemas



Enfocando os métodos de solução nas abordagens teóricas pode-se, de um modo geral, afirmar o seguinte:



No universo dos problemas encontrados em mecânica dos fluidos com transferência de calor, nota-se que uma pequena porção possui solução analítica, por tratar-se de equações diferenciais parciais não lineares.

As soluções analíticas disponíveis, para que sejam possíveis, contém muitas simplificações quanto à geometria, condições de contorno e acoplamentos, não atendendo a maioria dos problemas reais encontrados.

Tome-se como exemplo um problema de escoamento e transferência de calor é descrito pelas equações da conservação da massa, quantidade de movimento nas direções x, y e z e equação da energia, que são responsáveis pela obtenção dos campos de velocidade e temperaturas.

Na solução deste conjunto de equações diferenciais, necessita-se de condições de contorno e uma condição inicial, quando o problema for transiente, para cada equação. Estas equações podem ser escritas no sistema de coordenadas cartesianas, da seguinte forma

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + S^{u_i} \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + S^T \tag{2.3}$$

onde o índice i tem como valor 1, 2 e 3, ou seja, são as componentes da velocidade u, v e w respectivamente. O índice j refere-se aos eixos de coordenadas, sendo j = 1 para uma dimensão; j = 2 para duas dimensões e j = 3 para três dimensões.

As Eqs. (2.1), (2.2) e (2.3) podem também ser escritas para uma campo escalar genérico ϕ , neste caso expandindo os termos em duas dimensões, como mostra-se a seguir

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma^\phi \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma^\phi \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S^\phi \quad (2.4)$$

Adota-se os parâmetros existentes na tabela 2.1 e assim pode-se calcular diversas classes de problemas existentes em mecânica dos fluidos e transferência de calor.

Tabela 2.2 - Valores de ϕ , Γ^ϕ e S^ϕ

Equação de Conservação	ϕ	Γ^ϕ	S^ϕ
Massa ou Continuidade	1	0	0
Quantidade de movimento na direção x ou Navier-Stokes em x	u	μ	$B_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{V}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right)$
Quantidade de movimento na direção y ou Navier-Stokes em y	v	μ	$B_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \vec{V}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right)$
Energia	T	$\frac{k}{c_p}$	$\frac{1}{c_p} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\mu}{c_p} \Phi$

onde Φ representa o termo da dissipação viscosa.

A abordagem experimental tem como meta a obtenção do maior número de informações com o menor número de ensaios. A análise dimensional constitui uma ferramenta importante. Os parâmetros adimensionais também podem ser utilizados.

2.1 NATUREZA DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

Sob o ponto de vista puramente matemático se classifica as equações diferenciais parciais a partir de relações entre os seus coeficientes. Este tipo de classificação, entretanto, pouco ajuda

na escolha da estratégia de solução. Mais ilustrativo é focar sob o ponto de vista físico, ou seja, classificá-las segundo o comportamento físico do problema por elas descrito.

Sob o ponto de vista numérico, é importante reconhecer as características das equações para que o analista possa tirar suas vantagens computacionais, como por exemplo o tempo de computação e armazenamento das variáveis.

Supondo então uma perturbação em um ponto P do domínio de cálculo, os problemas podem ser elípticos, parabólicos ou hiperbólicos.

PROBLEMAS ELÍPTICOS

Os problemas elípticos são aqueles nos quais as informações físicas se transmitem em todas as direções, conforme mostra a figura 2.1. Fazendo uma interpretação física das equações da quantidade de movimento, observa-se que os termos difusivos e de pressão são elípticos.

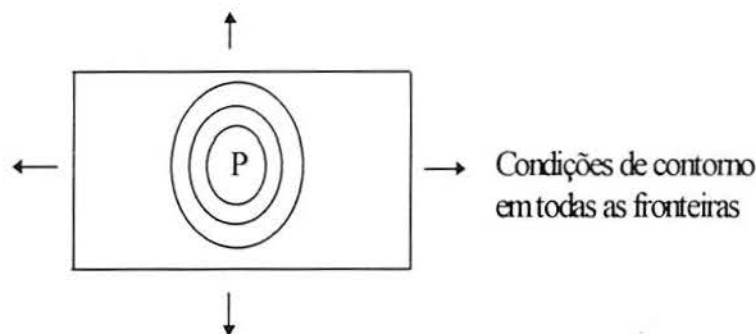


Figura 2.1 - Propagação da perturbação num problema elíptico

Os problemas elípticos requerem soluções iterativas, isto computacionalmente falando significa um armazenamento global dos coeficientes das equações diferenciais. Naturalmente, esta classe de problemas exige o fornecimento de condições de contorno em todas as fronteiras do domínio.

PROBLEMAS PARABÓLICOS E HIPERBÓLICOS

Os problemas parabólicos são aqueles onde a perturbação se propaga em uma única dimensão, da maneira mostrada na figura 2.2.

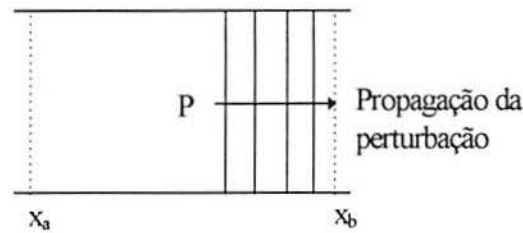


Figura 2.2 - Propagação da perturbação num problema parabólico

Nesta classe de problemas não precisa-se de condições de contorno a jusante (*downstream*), em x_b . Nesta classe de problemas pode-se aplicar o processo de marcha parabólica, que consiste em resolver sucessivamente cada seção a partir da seção a montante.

Naturalmente os termos temporais em qualquer equação são sempre parabólicos, uma vez que o futuro não influencia o presente.

Nos problemas hiperbólicos a perturbação propaga-se no sentido do escoamento em forma de cone conforme mostra a figura 2.3, podendo também a perturbação ter as suas fronteiras curvas. Suas características são semelhantes aos problema parabólicos e suas condições de contorno são exigidas também apenas a montante (*upstream* ou *upwind*). Neste tipo de problema pode-se ter também a marcha hiperbólica.

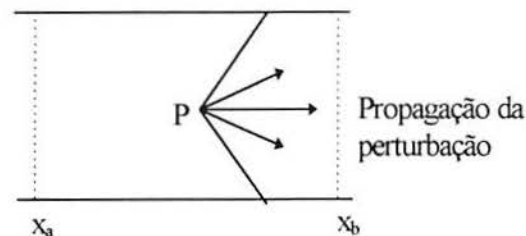


Figura 2.3 - Propagação da perturbação num problema hiperbólico

Como os termos convectivos das equações são sempre parabólicos, já que as informações da convecção viajam apenas no sentido da velocidade e levadas por ela, em problemas de convecção elevada as equações de Navier-Stokes são quase parabólicas ou hiperbólicas.

2.2 PROBLEMA DE INTERESSE

A proposta deste trabalho é o estudo do mecanismo da convecção natural no interior de reservatórios armazenadores de energia. Embora a metodologia numérica aqui aplicada seja válida para qualquer sistema de coordenadas, a atenção é dirigida a reservatórios de formato cilíndrico, em função da sua maior ocorrência na prática.

Conseqüentemente, na pesquisa em energia solar desenvolvida no GESTE, e levando em conta os trabalhos teórico-experimentais já desenvolvidos e em desenvolvimento neste grupo de estudos, a atenção deste trabalho é voltada a reservatórios utilizados em sistemas para captação e uso da energia solar. Estes sistemas podem ser classificados de acordo com seu princípio de funcionamento em sistemas ativos e passivos.

Ambos os sistemas utilizam um fluido de trabalho, que é aquecido pela absorção da radiação solar incidente nos coletores solares e armazenado no reservatório na forma de calor sensível.

Os sistemas ativos possuem uma bomba, cuja missão é impulsionar o fluido no circuito hidráulico. A vantagem é que o reservatório pode ser instalado em qualquer altura em relação aos coletores solares, e tendo como desvantagem os custos relativos ao bombeamento.

Os sistemas passivos, também conhecidos como sistemas de circulação natural ou sistemas de termossifão não necessitam da ajuda da bomba para impulsionar o fluido. O movimento inicia quando o sol passa a aquecer o fluido no interior dos coletores tornando-o menos denso que o fluido localizado na canalização de retorno, originando assim uma corrente convectiva. Nas figuras abaixo são mostrados os modelos de sistema ativo e sistema passivo.

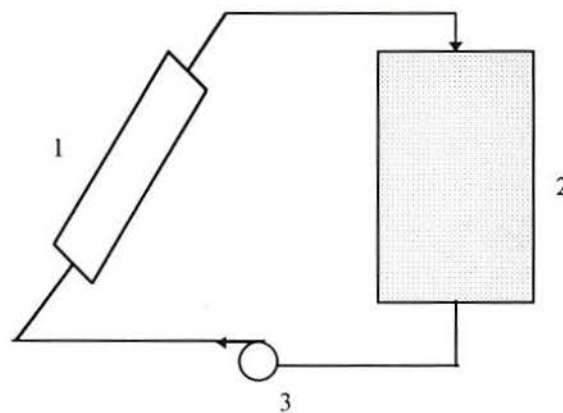


Figura 2.4 - Sistema ativo

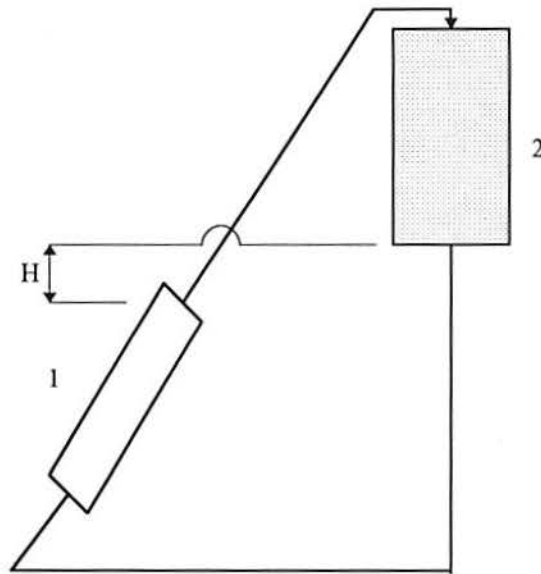


Figura 2.5 - Sistema passivo

Os números 1, 2 e 3 existentes nas figuras 2.4. representam respectivamente o coletor solar, o reservatório de armazenamento e a bomba.

O sistema passivo possui a desvantagem arquitetônica de que a altura mínima relativa H , entre o reservatório e a saída dos coletores solares, deve permanecer entre 0,30 e 0,70 m, conforme Norton, B. e Probert, D., 1982.

Há sistemas de aquecimento de água mais complexos, como por exemplo a utilização de outros tipos de coletores solares, válvulas de controle de fluxo, reservatórios auxiliares de aquecimento os quais podem ser vistos na literatura apresentada por Duffie e Beckman, 1980 e Kreith e Kreider, 1978.

Analisando somente o reservatório, como problema de interesse, tentou-se modelar matematicamente o fenômeno físico o mais próximo da realidade. Adotou-se o sistema de coordenadas cilíndricas axissimétricas bidimensionais.

Como é sabido, quanto maior a estratificação térmica que pode ser definida como a água em várias camadas horizontais com temperaturas diferentes no interior de um armazenador de um sistema solar, maior será a sua temperatura de fornecimento de água para consumo, e menor será a temperatura de retorno da água aos coletores, aumentando assim o rendimento térmico global do sistema.

A intensidade ou não da estratificação depende, além do fluxo de entrada e saída da água no reservatório e da sua razão de aspecto, da espessura e difusividade térmica da parede e da taxa de perda de calor para o ambiente. A transferência de calor de uma região alta do reservatório

para uma mais baixa, através de sua parede metálica, em maior ou menor escala, está entre as causas do surgimento de correntes convectivas, mesmo na hipótese de não haver fluxo de líquido entrando ou saindo do reservatório.

A presente formulação adotada neste trabalho é elíptica, uma vez que os termos difusivos das equações governantes desempenham um papel importante no fenômeno estudado.

3. O MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O método dos Volumes Finitos consiste em integrar as equações diferenciais sobre volumes gerados na discretização de um domínio. Uma vez que as equações diferenciais são originalmente obtidas através de balanços sobre os volumes de controle, tem-se a garantia de que a massa, a energia e a quantidade de movimento são conservadas. Nesse sentido as soluções são exatas.

Mesmo em malhas grosseiras haverá conservação. Em outras palavras migra-se do domínio infinitesimal para domínio formado por volumes finitos. Neste caso a teoria do contínuo é sempre aplicada.

Tomando a equação diferencial do problema de condução unidimensional no regime permanente, equação de Poisson

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + S = 0 \quad (3.1)$$

A malha empregada na discretização do domínio de cálculo é apresentada na figura 3.1

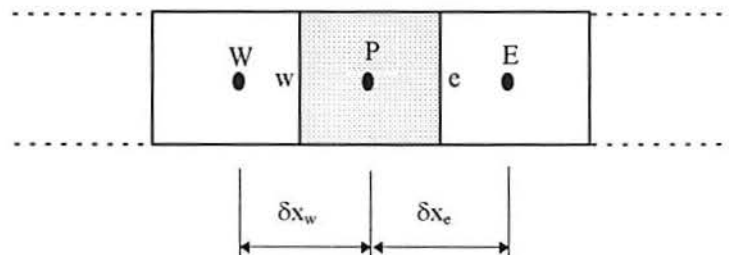


Figura 3.1 - Malha para uma dimensão

Adota-se a malha igualmente espaçada, ou seja, $\delta x_w = \delta x_e = \Delta x$. As dimensões da malha em “y” e “z” são unitárias.

Integrando a Eq. (3.1) sobre um volume de controle Δx , resulta

$$\int_w^e \frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) dx + \int_w^e S dx = 0 \quad (3.2)$$

$$k \frac{dT}{dx} \Big|_e - k \frac{dT}{dx} \Big|_w + \int_w^e S dx = 0 \quad (3.3)$$

Para avaliação das integrais nas faces “e” e “w” do volume de controle é necessário assumir uma função de interpolação entre o ponto P e seus vizinhos. Também o termo fonte, S, necessita uma hipótese nesse sentido.

Adotando um perfil linear para temperatura, conforme a figura 3.2, sendo adequado para a difusão do calor.

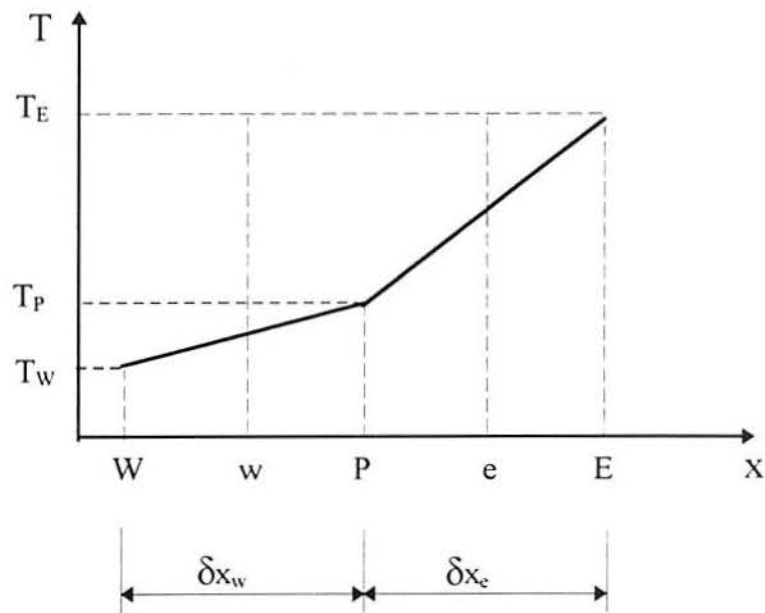


Figura 3.2 - Perfil linear para as temperaturas.

Adotando o perfil para o termo fonte, conforme mostra a figura 3.3.

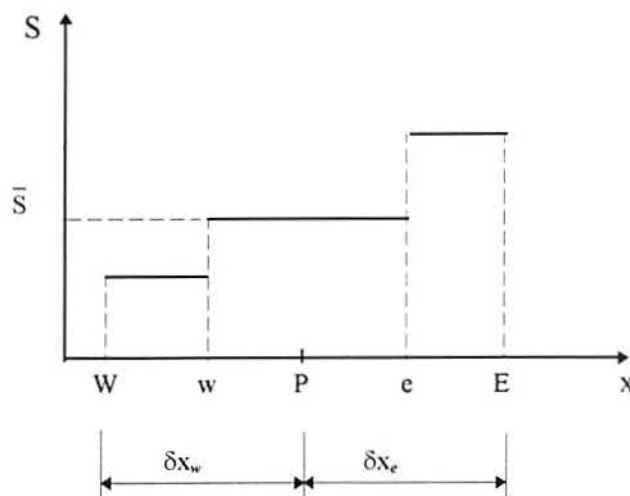


Figura 3.3 - Perfil para o termo fonte

Representando as derivadas da Eq. (3.3) e realizando a integral do termo fonte conforme as hipóteses mostradas na figura 3.3, obtém-se

$$k_e \left(\frac{T_E - T_P}{\delta x_e} \right) - k_w \left(\frac{T_P - T_W}{\delta x_w} \right) + \bar{S} \Delta x = 0 \quad (3.4)$$

$$\left(\frac{k_e}{\delta x_e} + \frac{k_w}{\delta x_w} \right) T_P = \frac{k_e}{\delta x_e} T_E + \frac{k_w}{\delta x_w} T_W + \bar{S} \Delta x = 0 \quad (3.5)$$

escrevendo na forma usual de volumes finitos

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b \quad (3.6)$$

onde

$$a_E = \frac{k_e}{\delta x_e} \quad a_W = \frac{k_w}{\delta x_w} \quad b = \bar{S} \Delta x \quad a_P = a_W + a_E$$

3.1 REGRAS BÁSICAS PARA A DISCRETIZAÇÃO POR VOLUMES FINITOS

A seguir apresenta-se quatro regras básicas a serem seguidas no Método dos Volumes Finitos, com o objetivo de assegurar condições suficientes para a convergência.

CONSISTÊNCIA NAS FACES DOS VOLUMES DE CONTROLE

Seja a discretização espacial em uma dimensão mostrada na figura abaixo

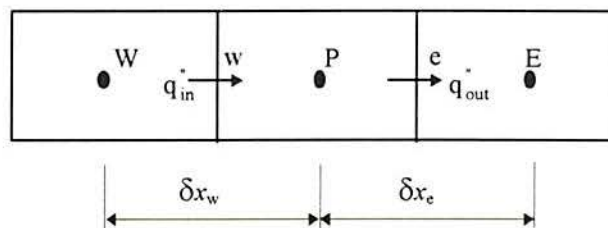


Figura 3.4 - Balanço térmico no volume de controle

onde \dot{q}_{in} e \dot{q}_{out} representam o fluxo de calor que entra e sai do volume de controle P, respectivamente.

O fluxo de calor através da interface “w”, por exemplo, entre dois volumes controle tem de ser o mesmo, ao calculá-lo a partir de qualquer um dos volumes envolvidos.

COEFICIENTES POSITIVOS NA EQUAÇÃO ALGÉBRICA

Considere a equação algébrica (3.6). Nos processos de difusão e convecção um aumento na temperatura em um ponto causa um aumento na temperatura dos seus vizinhos. A Eq. (3.6) só poderá representar este efeito se todos os coeficientes tiverem o mesmo sinal. Por simplicidade adota-se o sinal positivo.

SOMATÓRIO DOS COEFICIENTES VIZINHOS

Observe-se que quando a equação em estudo tiver apenas derivadas da variável dependente ϕ , que neste caso é a temperatura, se T satisfizer a equação diferencial, $T + C$ também será solução, desde que C seja uma constante diferente de zero. A equação algébrica resultante na discretização terá que apresentar o mesmo comportamento.

Fazendo $T = T + C$ na Eq. (3.6) obtém-se

$$a_p T_p + a_p C = a_e T_e + a_e C + a_w T_w + a_w C + b \quad (3.7)$$

rearranjando

$$a_p T_p - a_e T_e - a_w T_w - b = C(-a_p + a_e + a_w) = 0 \quad (3.8)$$

Note-se que o termo $-a_p + a_e + a_w = 0$, e quando $C \neq 0 \therefore a_p = a_e + a_w$, ou seja, o coeficiente do volume em questão é igual ao somatório de seus vizinhos.

LINEARIZAÇÃO DO TERMO FONTE COM DECLIVIDADE NEGATIVA

Quando o termo fonte não for linear é vantajoso, em termos de velocidade de convergência, linearizá-lo, no lugar de deixá-lo constante na iteração, ou seja, usar o valor da iteração anterior.

Linearizando o termo fonte S da maneira usualmente proposta

$$S = S_p T_p + S_c \quad (3.9)$$

o S_p deve ter um valor negativo.

3.2 CONDUTIVIDADE TÉRMICA ENTRE DOIS VOLUMES

Abaixo mostra-se o fluxo de calor entre dois volumes de controle vizinhos,

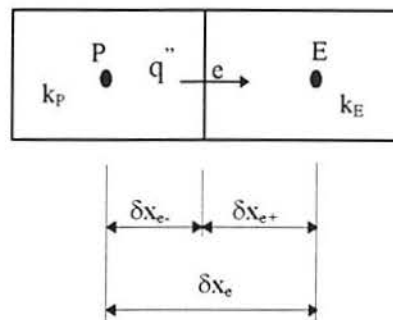


Figura 3.5 - Condutividade térmica entre dois volumes de controle

onde q'' é o fluxo de calor na interface entre os volumes de controle.

Examinando a alternativa de adotar a média aritmética,

$$k_e = \frac{k_p + k_E}{2} \quad (3.10)$$

relembrando a forma usual da lei de Fourier para condução de calor,

$$q'' = k_e \frac{T_p - T_E}{\delta x_e} \quad (3.11)$$

e introduzindo esta proposta na Eq. (3.11) tem-se, com $k_E \rightarrow 0$, que

$$q'' = \frac{k_p}{2} \frac{T_p - T_E}{\delta x_e} \quad (3.12)$$

Isto evidentemente contraria a física do problema, já que se $k_E \rightarrow 0$ o fluxo térmico deve também tender a zero. A fim de seguir a física do problema tem-se, da Eq. (3.11) e aplicando a equação da continuidade do fluxo térmico, que

$$\dot{q} = k_P \frac{T_P - T_e}{\delta x_{e-}} \quad (3.13)$$

e

$$\dot{q} = k_E \frac{T_e - T_E}{\delta x_{e+}} \quad (3.14)$$

reorganizando e somando as Eq. (3.13) e (3.14) chega-se

$$\dot{q} = \frac{T_P - T_E}{\frac{\delta x_{e-}}{k_P} + \frac{\delta x_{e+}}{k_E}} \quad (3.15)$$

comprando a Eq.(3.15) com a Eq. (3.11)

$$\frac{k_e}{\delta x_e} = \left[\frac{\delta x_{e-}}{k_P} + \frac{\delta x_{e+}}{k_E} \right]^{-1} \quad (3.16)$$

ou

$$k_e = \left[\frac{1-f_e}{k_P} + \frac{f_e}{k_E} \right]^{-1} \quad (3.17)$$

onde a Eq. (3.17) representa a média harmônica. O parâmetro f_e indica o valor relativo da malha desigualmente espaçada, sendo definido como

$$f_e = \frac{\delta x_{e+}}{\delta x_e} \quad (3.18)$$

e variando portanto entre 0 e 1.

3.3 APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

CONDIÇÃO DE CONTORNO DE PRIMEIRA ESPÉCIE

A temperatura já está prescrita na fronteira, F , não ocorrendo maiores dificuldades no modelo computacional.

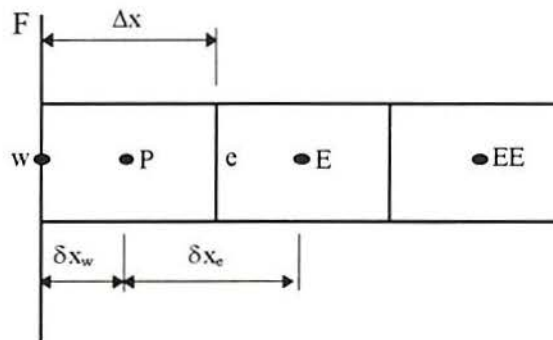


Figura 3.6 - Temperatura prescrita para volume inteiro

Adotando o regime permanente, tem-se que a soma entre o calor que entra no volume de controle P e o fluxo de calor que sai do volume de controle P acrescido do termo fonte deve ser igual a zero. Escrevendo na forma de volumes finitos chega-se a seguinte expressão

$$\frac{k_p}{\delta x_w} (T_w - T_p) - \frac{k_e}{\delta x_e} (T_p - T_E) + (S_c + S_p T_p) \Delta x = 0 \quad (3.19)$$

Assumindo que a condutividade térmica do ponto “w” seja igual a condutividade térmica do ponto P, reorganizando a Eq.(3.19) e invertendo o sinal chega-se à forma

$$\left(\frac{k_p}{\delta x_w} + \frac{k_e}{\delta x_e} - S_p \Delta x \right) T_p = \frac{k_e}{\delta x_e} T_E + \frac{k_p}{\delta x_w} T_w + S_c \Delta x = 0 \quad (3.20)$$

onde

$$a_E = \frac{k_e}{\delta x_e} \qquad a_P = a_E + a_W - S_P \Delta x$$

$$a_W = \frac{k_p}{\delta x_w} \qquad b = S_c \Delta x$$

CONDIÇÃO DE CONTORNO DE SEGUNDA E TERCEIRA ESPÉCIES

Para estas condições de contorno adota-se o seguinte procedimento, visando atingir uma convergência rápida:

- Elimina-se a conexão entre T_w e T_p fazendo $k_w = 0$.
- O Fluxo de calor que entra no volume de controle é computado no termo fonte do volume P.

- A temperatura T_w pode ser calculada para ornamentação, após a solução ter sido alcançada. Adotando este procedimento obtém-se, para fluxo prescrito na fronteira

$$\text{Fonte total} = \bar{S}\Delta x + q''$$

onde \bar{S} é o termo fonte original do volume de fronteira em questão.

Utiliza-se o mesmo procedimento para h e T_∞ prescritos, tendo

$$\text{Fonte total} = \left[S_c \Delta x + \frac{T_\infty}{\frac{1}{h} + \frac{\delta x_w}{k_p}} \right] + \left[S_p \Delta x - \frac{1}{\frac{1}{h} + \frac{\delta x_w}{k_p}} \right] T_p$$

3.4 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL DAS EQUAÇÕES

Tomando a equação da difusão do calor em uma dimensão em regime transiente com termo fonte nulo e ρc_p constantes,

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (3.21)$$

Adotando por simplicidade a malha igualmente espaçada mostrada na figura 3.1 e fazendo a integração da Eq. (3.21) no espaço e no tempo,

$$\rho c_p (T_p - T_p^o) \Delta x = \int_t^{t+\Delta t} \left(k_e \frac{(T_E - T_p)}{\delta x_e} - k_w \frac{(T_p - T_w)}{\delta x_w} \right) dt \quad (3.22)$$

onde o superíndice “o” representa o tempo velho ou anterior.

Neste ponto é necessário uma hipótese sobre como variam as temperaturas T_w , T_p e T_E ao longo do intervalo de tempo Δt . Considerando a variável genérica ϕ e adotando a forma

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_p dt = [f \phi_p + (1-f)\phi_p^o] \Delta t \quad (3.23)$$

sendo $0 \leq f \leq 1$, obtém-se

$$\rho c_p \frac{\Delta x}{\Delta t} (T_p - T_p^o) = f \left[k_e \frac{(T_E - T_p)}{\delta x_e} - k_w \frac{(T_p - T_w)}{\delta x_w} \right] + (1-f) \left[k_e \frac{T_E^o - T_p^o}{\delta x_e} - k_w \frac{(T_p^o - T_w^o)}{\delta x_w} \right] \quad (3.24)$$

e rearranjando novamente

$$a_p T_p = a_E [f T_E + (1-f) T_E^o] + a_W [f T_W - (1-f) T_W^o] + [a_p^o - (1-f)a_E - (1-f)a_W] T_p^o \quad (3.25)$$

onde os coeficientes a_p , a_E , a_W , a_p^o são definidos como:

$$a_E = \frac{k_e}{\delta x_e} \qquad a_W = \frac{k_w}{\delta x_w}$$

$$a_p^o = \rho c_p \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad a_p = f a_W + f a_E + a_p^o$$

Através da Eq. (3.25) pode-se empregar as três formulações temporais básicas: totalmente explícita, implícita e totalmente implícita.

A evolução temporal da variável ϕ é mostrada para os três casos na figura abaixo.

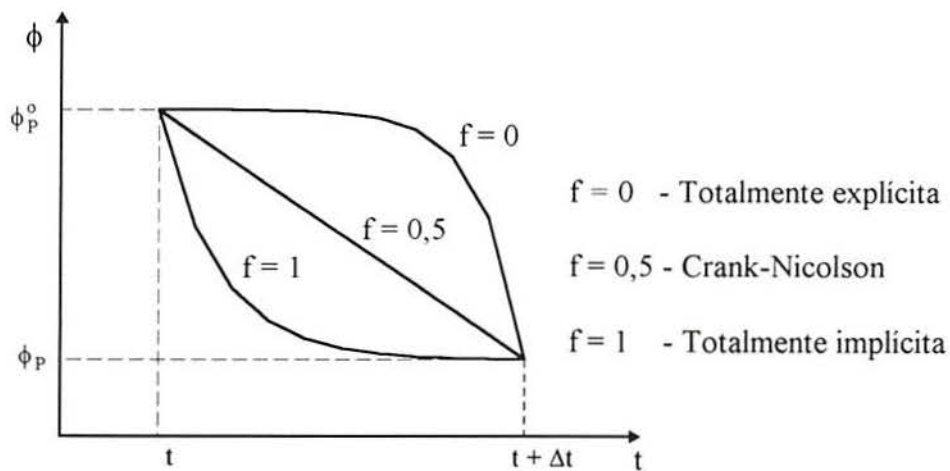


Figura 3.7 - Formulações temporais

A formulação temporal empregada neste trabalho foi a totalmente implícita, pelo fato desta assegurar coeficientes positivos nas equações.

3.5 CONVECÇÃO E DIFUSÃO

Considere-se agora uma situação onde o interesse é determinar o campo de ϕ na presença de um escoamento. Num primeiro momento considere-se conhecido o campo hidrodinâmico. Em uma dimensão, por simplicidade, tem-se então a seguinte equação

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \tag{3.26}$$

Integrando em relação a "x", nos volumes de controle mostrados na Figura 3.1

$$\int_w^e \frac{d}{dx}(\rho u \phi) dx = \int_w^e \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dx \tag{3.27}$$

resulta

$$(\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w = \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_w \tag{3.28}$$

Os termos difusivos são tratados da mesma maneira como foi feito para a difusão pura. A única dúvida é como avaliar $(\rho u \phi)_e$ e $(\rho u \phi)_w$.

Conforme mostra a figura abaixo, para $\phi = T$, T_e depende da importância relativa entre a difusão e a convecção.

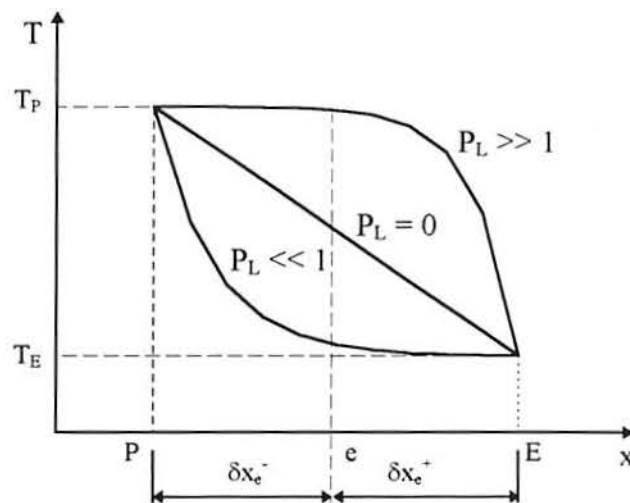


Figura 3.8 Influência do número de Peclet [$P_L = \frac{uL}{\alpha}$]

A literatura apresenta diversos esquemas de interpolação, que foram apresentados e usados nos últimos anos. Pode-se citar como exemplo o *power law*, a diferença central, o *upwind*, o exponencial e o híbrido.

Patankar, 1980, desenvolveu uma forma generalizada, que pode receber qualquer função de interpolação, resultando para

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W \quad (3.29)$$

os seguintes coeficientes

$$a_E = D_e A(|P_e|) + \text{MAX}(-F_e, 0) \quad (3.30)$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \text{MAX}(+F_w, 0) \quad (3.31)$$

$$a_p = a_E + a_W \quad (3.32)$$

e

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta x_e} \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta x_w} \quad F_e = \rho u_e \quad F_w = \rho u_w$$

onde P é o número de Peclet de malha e definido como $P = \frac{\rho u \delta}{\Gamma}$. MAX uma função intrínseca disponível no FORTRAN que denota o maior valor entre dois valores.

O método conta com a positividade dos coeficientes e tem-se a conservação de suas propriedades. Pode-se conforme apresentado nas Eqs. (3.30) e (3.31) usar o função de interpolação que se deseja, isto é feito definindo o termo $A(|P|)$. Neste trabalho é adotada a *power law*, conforme Patankar, 1980, descrita abaixo

$$A(|P|) = \text{MAX}\left(0, (1 - 0,1|P|)^5\right) \quad (3.33)$$

Para duas ou três dimensões, ver Patankar, S. V., 1980.

3.6 FORMULAÇÃO INCOMPRESSÍVEL

Fisicamente pode-se dividir os problemas de mecânica dos fluidos em compressíveis $\rho = \rho(p, T)$ e incompressíveis $\rho = \rho(T)$. Na maioria das aplicações de engenharia tem-se escoamentos incompressíveis.

Observe-se o na tabela abaixo quanto a equações e variáveis para cada formulação

Tabela 3.1 - Equações e suas formulações

Equação	Compressível	Incompressível
Continuidade	$\rho = \rho(p, T)$	p
Estado	p	$\rho = \rho(T)$
N-S _x	u	u
N-S _y	v	v
N-S _z	w	w
Energia térmica	T	T
Difusão de massa ou conservação das espécies químicas	C	C

Como proceder, já que “p” não figura na equação da continuidade? Para a solução deste problema foram desenvolvidos acoplamentos entre a pressão e a velocidade, conforme é descrito a seguir.

É adotada uma configuração onde as velocidades figuram nas faces dos volumes, conforme apresenta a figura abaixo.

Na direção x, tem-se a equação da quantidade de movimento para o escoamento incompressível em duas dimensões, e a discretizando na forma usual. Para face “e” tem-se

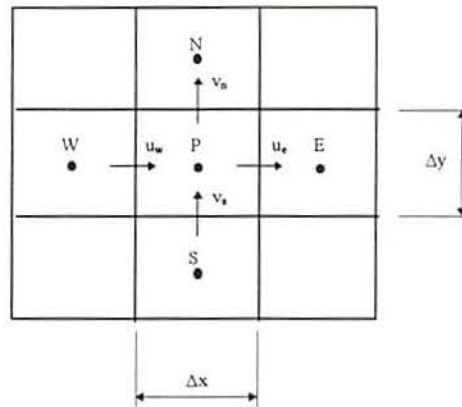


Figura 3.9 - Malha descontrada para velocidades

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + b + (p_P - p_E) A_e \quad (3.34)$$

onde

$$A_e = l \cdot \Delta y$$

sendo análogo o procedimento para as outras faces.

Enquanto o campo de pressão não está correto o campo de velocidades não satisfaz a equação da conservação da massa, então adota-se o campo tentativo de pressões, p^* , gerando campos tentativos de velocidades, u^* e v^* , dados pelas equações

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + (p_P^* - p_E^*) A_e \quad (3.35)$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + b + (p_P^* - p_N^*) A_n \quad (3.36)$$

subtraindo as Eq. (3.35) e (3.36) chega-se a

$$a_e (u_e - u_e^*) = \sum a_{nb} (u_{nb} - u_{nb}^*) + [(p_P - p_P^*) - (p_E - p_E^*)] \Delta y \quad (3.37)$$

Da equação acima tem-se que $u_e' = u_e - u_e^*$ e $u_{nb}' = u_{nb} - u_{nb}^*$ e são conhecidas como a correção de velocidades. Para pressão tem-se $p_P' = p_P - p_P^*$ e $p_E' = p_E - p_E^*$, que são conhecidos como a correção de pressão.

A variável que deseja-se é o valor de u_e e este vai ser obtido quando o resíduo tender a zero, ou seja, $u_e = u_e^*$.

No algoritmo pressão-velocidade, denominado de SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*), Patankar e Spalding, 1972, é feita a seguinte aproximação

$$\sum a_{nb} u_{nb} = 0 \quad (3.38)$$

assim o valor para correção da velocidade na face “e” torna-se

$$u_e = u_e^* + d_e (p_P - p_E) \quad (3.39)$$

onde $d_e = \frac{\Delta y}{a_e}$

ou seja, qual a correção que deve ser feita na velocidade tentativa u_e^* para obter-se uma nova velocidade tentativa u_e . Quando o sistema estiver convergido, $u_e = u_e^*$, sendo portanto nula a correção u_e . Da mesma forma se procede para faces “w”, “n” e “s”.

3.7 EQUAÇÃO DE CORREÇÃO DE PRESSÃO

Conforme já comentado na formulação incompressível a equação da continuidade é usada para corrigir a pressão. Em duas dimensões

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (3.40)$$

Integrando a equação acima sob um volume de controle e no tempo temos que

$$\frac{(\rho_P - \rho_P^0)}{\Delta t} \Delta x \Delta y + [(\rho u)_e - (\rho u)_w] \Delta y + [(\rho v)_n - (\rho v)_s] \Delta x = 0 \quad (3.41)$$

Substituindo as velocidades calculadas nas faces dos volumes de controle na Eq. (3.41) tem-se

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_P - \rho_P^o)}{\Delta t} \Delta x \Delta y + \rho_c \Delta y [u_c^* + (p_P - p_E) d_e] - \rho_w \Delta y [u_w^* + (p_{iW} - p_P) d_w] + \\ & + \rho_n \Delta x [v_n^* + (p_P - p_N) d_n] - \rho_s \Delta x [v_s^* + (p_s - p_S) d_s] = 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Reorganizando de modo a tornar uma equação para p_P vem:

$$a_P p_P = a_E p_E + a_W p_{iW} + a_N p_N + a_S p_S + b \quad (3.43)$$

Ordenando os termos da equação anterior com suas devidas substituições tem-se:

$$\begin{aligned} & (\rho_c d_e \Delta y + \rho_w d_w \Delta y + \rho_n d_n \Delta x + \rho_s d_s \Delta x) p_P = (\rho_c d_e \Delta y) p_E + (\rho_w d_w \Delta y) p_{iW} + \\ & (\rho_n d_n \Delta x) p_N + (\rho_s d_s \Delta x) p_S + b \end{aligned} \quad (3.44)$$

onde

$$b = \frac{(\rho_P^o - \rho_P)}{\Delta t} \Delta x \Delta y + [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_c] \Delta y + [(\rho v^*)_s - (\rho v^*)_n] \Delta x \quad (3.45)$$

Na equação acima o termo fonte “b” é a própria equação da continuidade, com o sinal negativo. Trata-se de um fonte de massa, que deve ser nula quando o campo correto de velocidades é alcançado.

3.8 ALGORITMO PRESSÃO-VELOCIDADE

Abaixo os sucessivos passos do SIMPLE:

1. Estimar o campo de pressão p^* .
2. Resolver as equações da quantidade de movimento, obtendo u^* e v^* .
3. Resolver a equação para p' .
4. Calcular $p = p^* + p'$.
5. Calcular u e v pelas suas respectivas equações de correção:

$$u_e = u_c^* + d_e (p_P - p_E) \quad e \quad u_w = u_w^* + d_w (p_{iW} - p_P)$$

$$v_n = v_n^* + d_n(p_p - p_N) \quad \text{e} \quad v_s = v_s^* + d_s(p_s - p_p)$$

6. Calcular os outros ϕ que dependam de u , v e p , atualizando os coeficientes dependentes.
7. Fazer $p^* = p$ retornando ao passo 2 até a convergência ser obtida.

Na simulação numérica dos campos de temperatura e velocidade em armazenadores térmicos (capítulo 6) emprega-se o algoritmo que é responsável pelo acoplamento pressão-velocidade. É adotado o SIMPLEC (*Semi Implicit Pressure Linked Equations Consistent*). Este algoritmo difere do SIMPLE apenas nas equações da correção de velocidades, ou seja, não são desprezadas as diferenças de $u - u^*$, $v - v^*$.

Outros algoritmos deste tipo estão disponíveis na literatura, tais como o SIMPLER e o PRIME. [Patankar, 1980 e Maliska, 1995]

4. PRESENTE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DA CAVIDADE CILÍNDRICA COM CONVECÇÃO NATURAL

4.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA FÍSICO

O modelo matemático do fenômeno físico é formulado para o sistema de coordenadas cilíndricas axissimétricas bidimensionais.

A Figura 4.1 mostra o tipo de reservatório que é objeto do presente trabalho, onde H é a altura do reservatório preenchido pelo fluido, H_t é a altura total do reservatório, R o raio da face interna da parede e R_t o raio da face externa da parede (incluindo a espessura do isolamento), “ x ” e “ y ” são as coordenadas radial e axial respectivamente. Note-se entretanto que embora a atenção aqui tenha-se voltado a reservatórios de forma cilíndrica, a metodologia empregada vale também para outras geometrias.

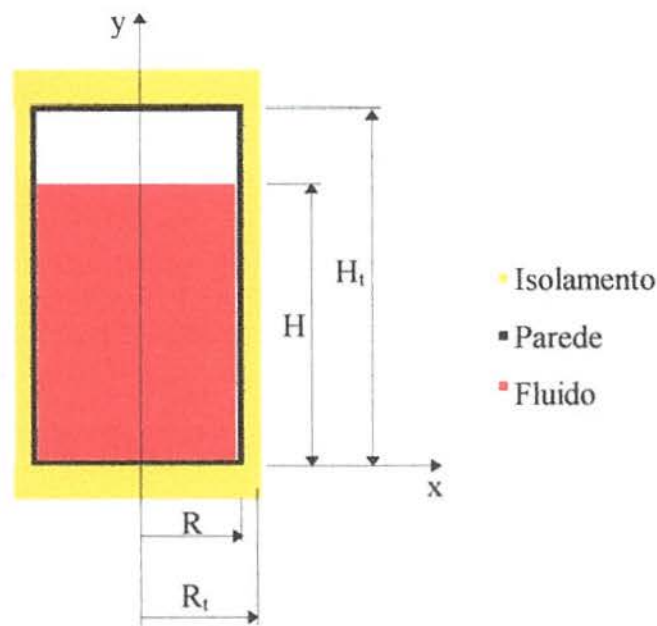


Figura 4.1 - Armazenador térmico

Uma questão que normalmente desperta grande interesse, quando se armazena calor em forma sensível, é a distribuição de temperaturas no interior do reservatório. A ocorrência ou não de um campo estratificado de temperaturas influencia, no caso de sistemas solares, por exemplo, fortemente no rendimento dos coletores. A estratificação térmica pode ser influenciada por diversos fatores, tais como:

- convecção natural próxima à parede do reservatório induzida pelas perdas de calor para o ambiente;
- convecção natural gerada pela transferência de calor da região mais quente do reservatório para a região mais fria, via condução de calor pela sua parede metálica;
- difusão de calor devido aos gradientes de temperatura;
- convecção forçada do fluido através do reservatório;
- convecção natural induzida por fornecimento de calor diretamente ao reservatório.

Os três primeiros pontos listados acima são abordados no presente trabalho. A seguir são apresentadas as equações da conservação da massa, quantidade de movimento nas direções radial e axial e a equação da energia, respectivamente, para escoamento incompressível e transiente de um fluido Newtoniano, onde as componentes da velocidade na direção radial e axial são u e v respectivamente.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{u}{x} = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + B_y \quad (4.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{u}{x^2} \right) \quad (4.3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{k}{c_p} \left(\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + S \quad (4.4)$$

A densidade é denominada por ρ , a temperatura por T , a viscosidade absoluta do fluido por μ , o calor específico a pressão constante por c_p , a condutividade térmica da parede do reservatório por k e o termo fonte por S .

O termo de empuxo, B_y que aparece na Eq. (4.3), assumindo a aproximação de Boussinesq, estabelece que todos os valores da densidade sejam constantes, exceto no termo de empuxo, é expresso da seguinte forma

$$B_y = \beta g \rho_{\text{ref}} (T - T_{\text{in}}) \quad (4.5)$$

onde β é o coeficiente de expansão volumétrica, g a aceleração da gravidade, T a temperatura de cálculo, T_{in} a temperatura inicial do fluido e ρ_{ref} uma densidade de referência.

É adotada a simetria no eixo vertical, e a seguir são apresentadas as condições iniciais para as componentes da velocidade, u e v , e temperatura T ,

$$v(x, y, 0) = 0$$

$$u(x, y, 0) = 0 \quad (4.6)$$

$$T(x, y, 0) = T_{\text{in}}$$

onde Ω é o domínio de cálculo e T_{in} a sua temperatura inicial.

As condições de contorno para as equações que regem o escoamento e a transferência de calor são:

$$u(x, 0, t) = 0$$

$$\frac{\partial u(x, H, t)}{\partial y} = 0$$

$$u(0, y, t) = 0 \quad (4.7)$$

$$u(R, y, t) = 0$$

$$v(x, 0, t) = 0$$

$$v(x, H, t) = 0$$

$$\frac{\partial v(0, y, t)}{\partial x} = 0$$

$$v(R, y, t) = 0$$

$$\frac{\partial T(x, 0, t)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial T(x, H, t)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial T(0, y, t)}{\partial x} = 0$$

h e T_∞ prescritos em (R, y, t)

onde t é o tempo, T_∞ é a temperatura do ar ambiente e h é o coeficiente de troca de calor por convecção. No procedimento do cálculo deste coeficiente foi considerado o cilindro num escoamento transversal de ar. A correlação empregada para encontrar o número de Nusselt médio \overline{Nu} é a de Churchill e Bernstein, 1977, que é aplicável para todos os $Re_p Pr > 0,2$;

$$\overline{Nu} = 0,3 + \frac{0,62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{\left(1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{2/3}\right)^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad (4.8)$$

para o ar a $T_\infty = 283$ K, $Pr = 0,72$, $\nu = 1,41 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $k = 0,025 \text{ W/msK}$, $v = 2,5 \text{ m/s}$, um cilindro de diâmetro $D = 0,446$ m encontra-se $\bar{h} = 12 \text{ W/m}^2\text{K}$. Este coeficiente de troca de calor é relativamente baixo, considerando que se tem convecção forçada pelo fato de $2,5 \text{ m/s}$ ser uma velocidade baixa para escoamentos externos. Entretanto muitos reservatórios são protegidos do vento, motivo pelo qual ele foi mantido, a fim de representar uma situação genérica. Observe-se que as perdas por radiação também exigiriam cálculos específicos. Embora simples, esses cálculos não foram incorporados, a fim de não perder-se a generalidade aqui proposta. Note-se que para simular situações específicas basta calcular o coeficiente de troca, levando em conta a convecção e a radiação, e fornecê-lo ao programa.

4.2 MÉTODO EMPREGADO PARA SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

É empregado o Método dos Volumes Finitos conforme descrito por Patankar, 1980. Também foi empregado o seu programa de propósitos gerais, sendo realizadas as necessárias modificações. Originalmente este programa foi escrito para transientes lineares, de modo que algumas de suas rotinas foram modificadas, para a solução do transiente real não linear do presente trabalho.

A função de interpolação das variáveis nas faces dos volumes de controle é a *power law*. As temperaturas estão localizadas no centro dos volumes de controle, conforme mostrado na figura 4.2.

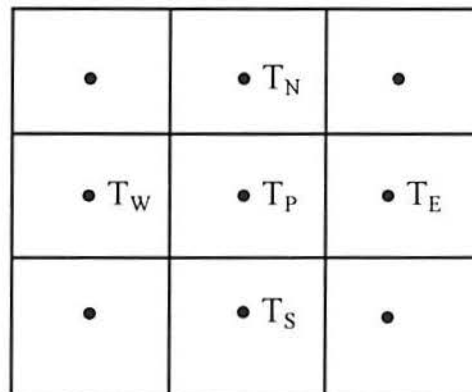


Figura 4.2 - Malha para as temperaturas

Para as equações do movimento é empregada a técnica das malhas desencontradas. Assim, as componentes da velocidade localizam-se nas faces dos volumes de controle, de forma adequada portanto para o cálculo dos fluxos de massa através delas, conforme mostra a figura 4.3.

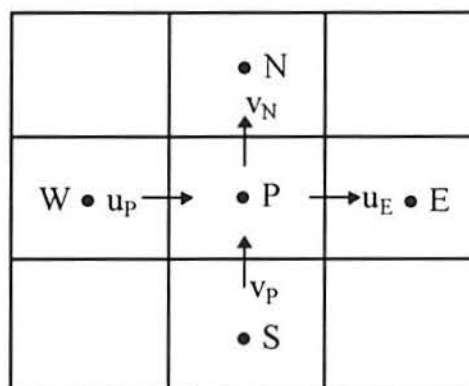


Figura 4.3 - Malha para as velocidades

A dependência de malha nesta solução foi investigada primeiramente a partir de malhas igualmente espaçadas. Depois, visando a captação dos fortes gradientes térmicos e de velocidade que ocorrem junto à parede do reservatório, refinou-se aí a malha. Após vários ensaios e testes adotou-se a malha de 66(x) x 46(y) volumes, mostrada na figura 4.4. Na figura 4.5 se faz a ampliação de uma fatia desta malha. A altura H é 0,55 m e o raio da face interna parede, R, é igual a 0,223 m, e a espessura do isolamento corresponde a 0,050 m.

A geração da malha usada na simulação, considerando a parede e o isolamento térmico, foi realizada segundo a função abaixo para a direção radial

$$f(I) = (X_L - X_{PAR} - X_{ISOL}) \left(\frac{I - 2}{L_3 - 2} \right)^{em dx}$$

onde X_{PAR} é a espessura da parede, X_{ISOL} a espessura do isolamento e L₃ um parâmetro geométrico e igual ao L₁ menos dois. O valor de I assume de 3 até L₃. Para o antepenúltimo e último pontos nodais assume-se as seguintes funções, respectivamente:

$$f(L_1 - 1) = (X_L - X_{ISOL})$$

$$f(L_1) = X_L$$

Na direção axial, a função requerida assume a seguinte forma:

$$f(J) = \left(\frac{Y_L}{2} \right) \left(\frac{J - 2}{M_{1D} - 2} \right)^{em dy}$$

onde M_{1D} é razão do número máximo de pontos na direção axial, M₁, dividido pela metade e após acrescido de uma unidade. O valor de J começa em 3 e termina em M_{1D}. Na outra metade da malha, o cálculo é feito tomando o valor de Y_L menos f(J).

Nesta etapa, os expoentes “emdx” e “emdy” assumem os valores 1,5 e 0,15 respectivamente.

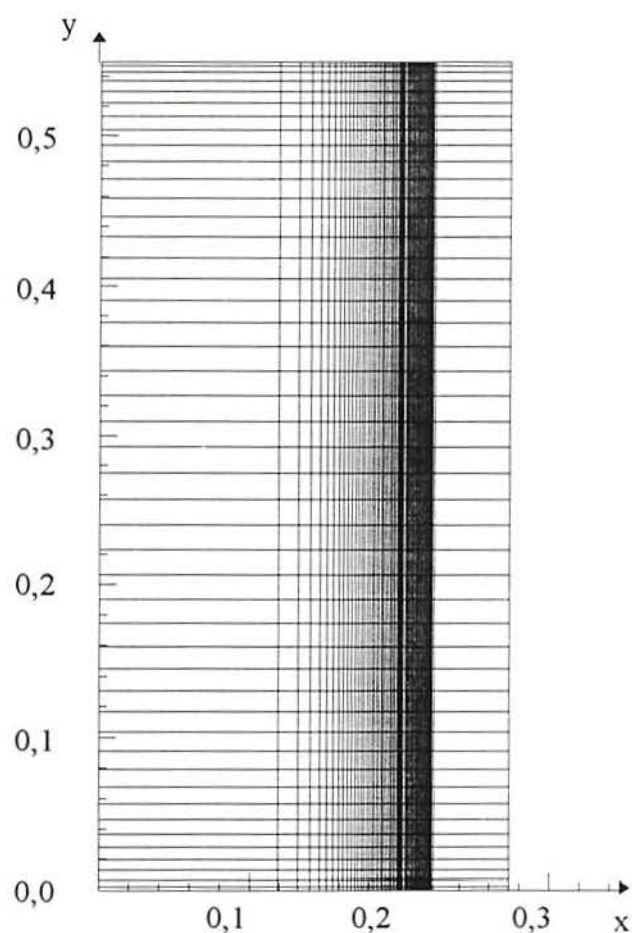


Figura 4.4 - Malha empregada para a simulação [m]

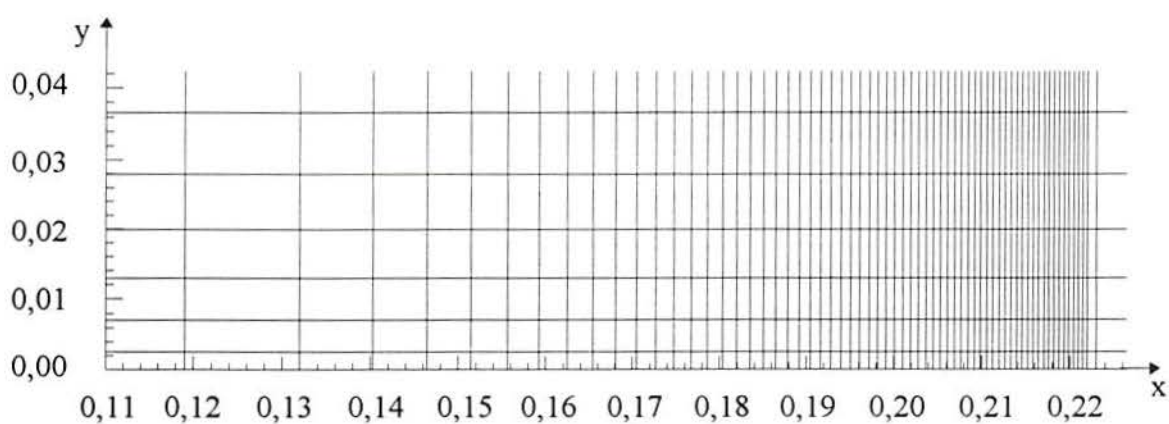


Figura 4.5 - Ampliação da malha [m]

Para a solução do sistema de equações algébricas lineares resultantes da discretização é empregado o algoritmo de Thomas, também chamado de TDMA (*TriDiagonal Matrix Algorithm*). Este método consiste em resolver o sistema de equações linha a linha. No presente

trabalho, como as equações são resolvidas em duas dimensões, o TDMA faz as varreduras linha a linha e coluna a coluna alternando ainda seu sentido, a fim de melhor propagar as condições de contorno para o seu interior. Além disto é feita ainda uma correção em bloco, que neste caso revelou-se adequada.

Na maioria dos sistemas solares que empregam coletores planos, o nível de temperatura nos tanques dificilmente excede a 55 °C. Considerando também as razões de aspectos usualmente empregadas, tem-se regimes de escoamento laminares, razão pela qual não incorporou-se um modelo de turbulência na presente solução.

5. VALIDAÇÃO DO ALGORITMO PROPOSTO

A versão original do programa, que resolve apenas transcendentais lineares, inicialmente foi validado por Patankar, 1980, resolvendo uma série de escoamentos clássicos, como por exemplo, o escoamento desenvolvido na entrada de um tubo, cavidade retangular com tampa deslizante. Na sua validação, Patankar encontrou resultados muito próximos dos obtidos em trabalhos anteriores. Isto mostra a adequação do código utilizado.

Na presente dissertação, é desenvolvido parcialmente um código de computador para resolver a versão laminar do problema em questão, partindo do algoritmo de propósitos gerais desenvolvido por Patankar. Neste trabalho resolve-se um transiente não linear, com isto foram realizadas modificações na sua subrotina núcleo a fim de atender tal fato.

Inicialmente, com o objetivo de validar o algoritmo foram resolvidas dois problemas de cavidade cilíndrica. O apresentado por Torrance, 1968 e o apresentado por Huang, 1989. Para cada condição analisada, foram feitas várias simulações variando alguns elementos que podem afetar o erro no cálculo numérico, como por exemplo o tipo de malha empregada, o intervalo de tempo e o resíduo máximo para a convergência. Para cada um dos casos analisados foi possível atingir uma situação em que os resultados eram praticamente independentes do intervalo de tempo e do máximo resíduo para a convergência.

A seguir faz-se uma rápida abordagem destes artigos, e comenta-se o problema físico analisado, bem como suas condições de contorno, condição inicial e equações que regem o problema. Após são comparadas as soluções destes autores com as do presente trabalho.

5.1 PROBLEMA RESOLVIDO POR TORRANCE

A proposta de seu trabalho foi a de comparar a estabilidade, erros de truncamento e propriedades de conservação dos cinco métodos numéricos propostos para resolver um problema de convecção natural. Três destes métodos se pode encontrar em Barakat e Clark, 1966; Fromm, 1964 e Wilkes e Churchill, 1966. Os outros dois métodos restantes são propostos por Torrance, que executou certas modificações nos termos parabólicos das equações que governam o escoamento.

No exame destas soluções, estas são comparadas com outras soluções encontradas na literatura, envolvendo outras técnicas.

O problema físico escolhido para este estudo foi a convecção natural no interior de uma cavidade cilíndrica, que possui um termo fonte circular localizado no centro de sua base, conforme mostrado na figura 5.1, onde “a” é a altura da cavidade, “b” o seu raio, “c” o raio do aquecedor, T_h a temperatura do aquecedor, T_o a temperatura das paredes, e “x” e “r” são as coordenadas na direção vertical e radial, respectivamente.

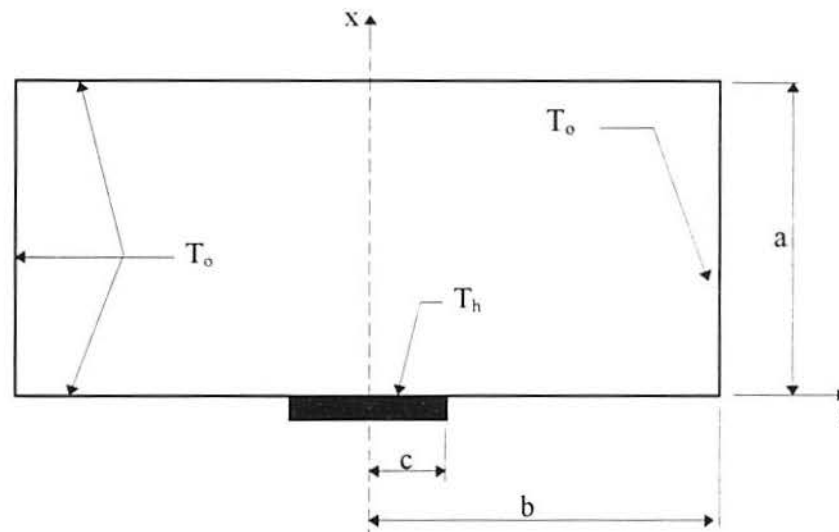


Figura 5.1 - Cavidade cilíndrica resolvida por Torrance, 1968

Adotou-se para o modelo matemático as coordenadas cilíndricas axissimétricas, sendo o regime laminar e em regime transiente. O movimento do fluido foi descrito por três equações governantes e estas foram resolvidas acopladamente. Tem-se a equação da função de corrente, a vorticidade e a equação para a temperatura, todas em regime transiente. Foi considerado a equação da função de corrente sendo elíptica e as demais parabólicas.

O procedimento numérico empregado foi o método das diferenças finitas com sobre relaxação para a solução das equações elípticas. Nestas não foi encontrada nenhuma dificuldade. Por outro lado as equações parabólicas contém termos não lineares de primeira ordem (termos convectivos) e esses termos introduzem sérios problemas de estabilidade e conservação do esquema de diferenças finitas.

5.1.1 DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA FÍSICO

O escoamento é assumido axissimétrico, sem nenhuma variação portanto na direção azimutal. O fluido inicialmente está em repouso e em uma temperatura uniforme T_o . As paredes desta cavidade estão a mesma temperatura T_o , exceto no termo fonte central, que está localizado no centro da base da cavidade cilíndrica e com temperatura T_h .

É assumido que $T_h > T_o$ isto provoca o aparecimento de correntes convectivas ascendentes. Foi adotada ainda a aproximação de Boussinesq e as propriedades do fluido são encaradas como constantes.

Abaixo descreve-se as equações governantes já adimensionalizadas (para maiores detalhes sobre as adimensionalizações vide o artigo) onde U é a velocidade na direção radial, V a velocidade na direção azimutal, Ψ a função de corrente, Ω a vorticidade e θ a temperatura adimensional.

$$U = \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (5.1)$$

$$V = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \quad (5.2)$$

$$-\Omega = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right) \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left[\frac{\partial(U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Omega)}{\partial R} \right] = -G_r P_r^2 \frac{\partial \theta}{\partial R} + P_r \left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial(R\Omega)}{\partial R} \right) \right] \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left[\frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial(RV\theta)}{\partial R} \right] = \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \right] \quad (5.4)$$

Adota-se as seguintes condições iniciais

$$\Omega = \theta = 0 \quad \text{para } \tau = 0, 0 \leq X \leq 1, \text{ e } 0 \leq R \leq R_b$$

e as condições de contorno para $\tau > 0$ são

$$\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0 \quad \text{para } X = 0, \quad 0 \leq R \leq R_b$$

$$\theta = 1 \quad \text{para } X = 0, \quad 0 \leq R \leq R_c$$

$$\theta = 0,5 \quad \text{para } X = 0, \quad R = R_c$$

$$\theta = 0 \quad \text{para } X = 0, \quad R_c \leq R \leq R_b$$

$$\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial X} = \theta = 0 \quad \text{para } X = 1, \quad \forall R$$

$$\Psi = \Omega = \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad \text{para } R = 0, \quad \forall X$$

$$\Psi = \Omega = \frac{\partial \theta}{\partial R} = \Theta = 0 \quad \text{para } R = R_b, \quad \forall X$$

5.1.2 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM OS DO PRESENTE TRABALHO

O problema em questão foi resolvido com todos os métodos apresentados no artigo de Torrance, 1968, são comparados com os seus resultados atribuindo para o número de Grashof, G_r , $= 1 \times 10^5$ e definido como $G_r = \frac{g\beta(T_h - T_o)a^3}{\nu^2}$ onde g é a aceleração da gravidade, β o coeficiente de expansão volumétrica e ν a viscosidade cinemática do fluido. Os cálculos empregam uma discretização espacial uniforme com $\Delta X = \Delta R = 0,05$, com um total de pontos da malha de 121, ou seja, o número de pontos em X é igual ao número de pontos em R . O raio e altura do cilindro vertical foram assumidos unitários, e o raio do termo fonte igual a 10% do raio externo do cilindro.

O critério de convergência foi baseado na função de corrente, sendo $\frac{\max|\Psi_{i,j} - \Psi_{i,j}^o|}{\max|\Psi_{i,j}|} < \epsilon$, onde $\epsilon = 0,0001$.

Com a metodologia de solução aplicada nesta dissertação, resolveu-se o mesmo problema para fins de validação. A malha empregada foi igualmente espaçada de $40(x) \times 40(y)$ volumes.

Nas figuras abaixo faz-se uma comparação com os resultados do código computacional implementado nesta dissertação, sendo que a condição estabelecida para convergência é o resíduo máximo na equação da continuidade, S_{max} , igual a 10^{-12} kg/s. Nas figuras abaixo o tempo adimensional é representado por τ .

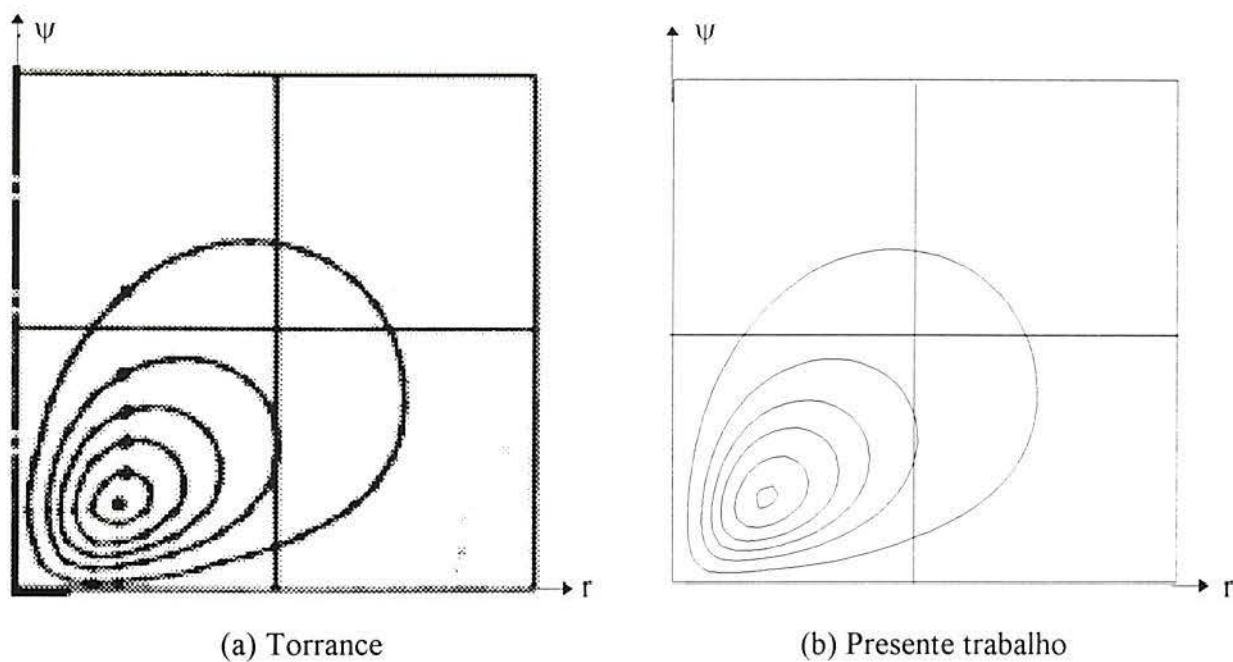


Figura 5.2 - Comparação das funções de corrente para $\tau = 0,01$

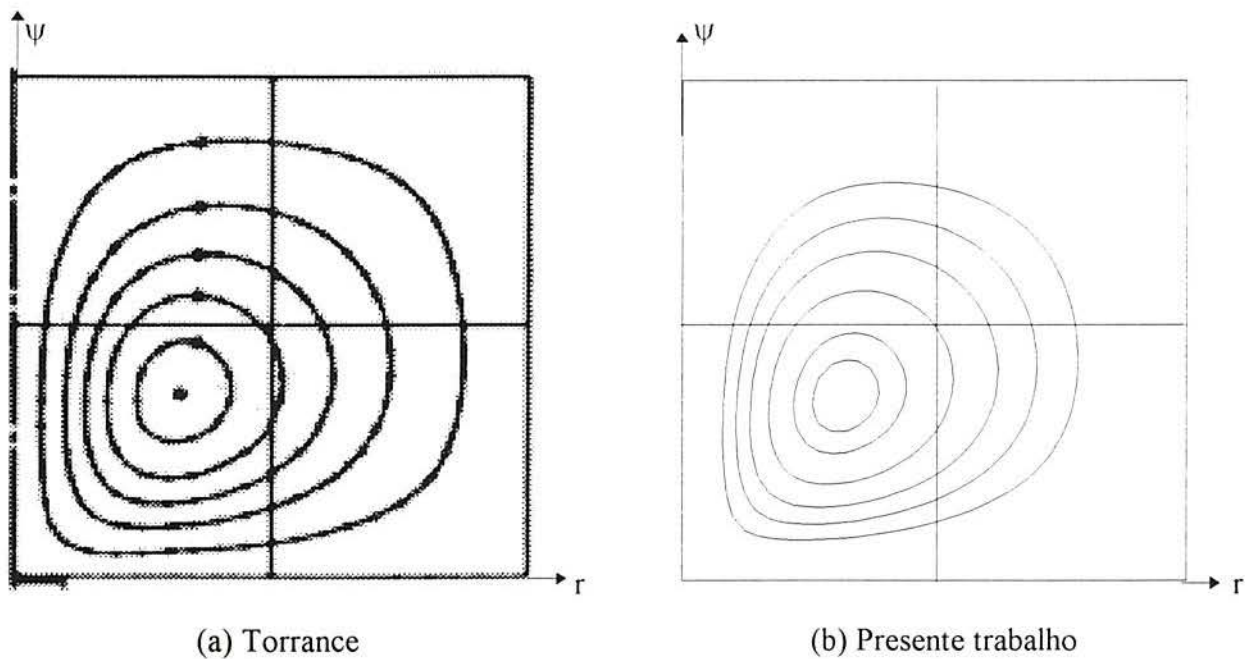


Figura 5.3 - Comparação das funções de corrente para $\tau = 0,03$

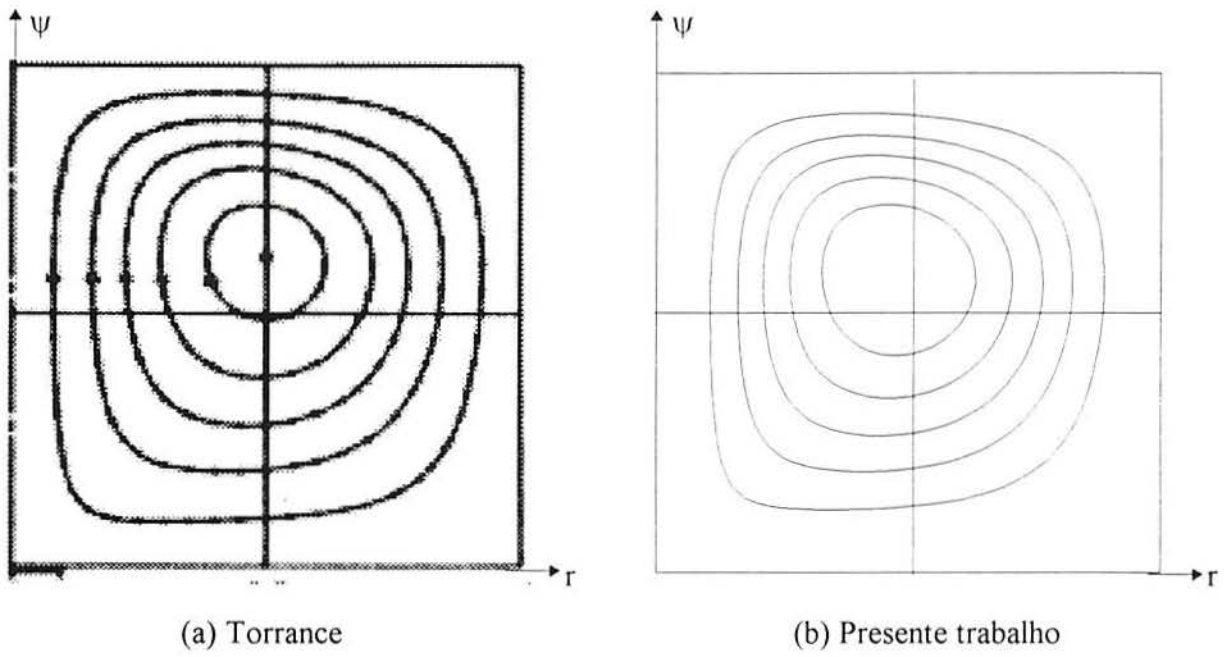


Figura 5.4 - Comparação das funções de corrente para $\tau = 0,10$

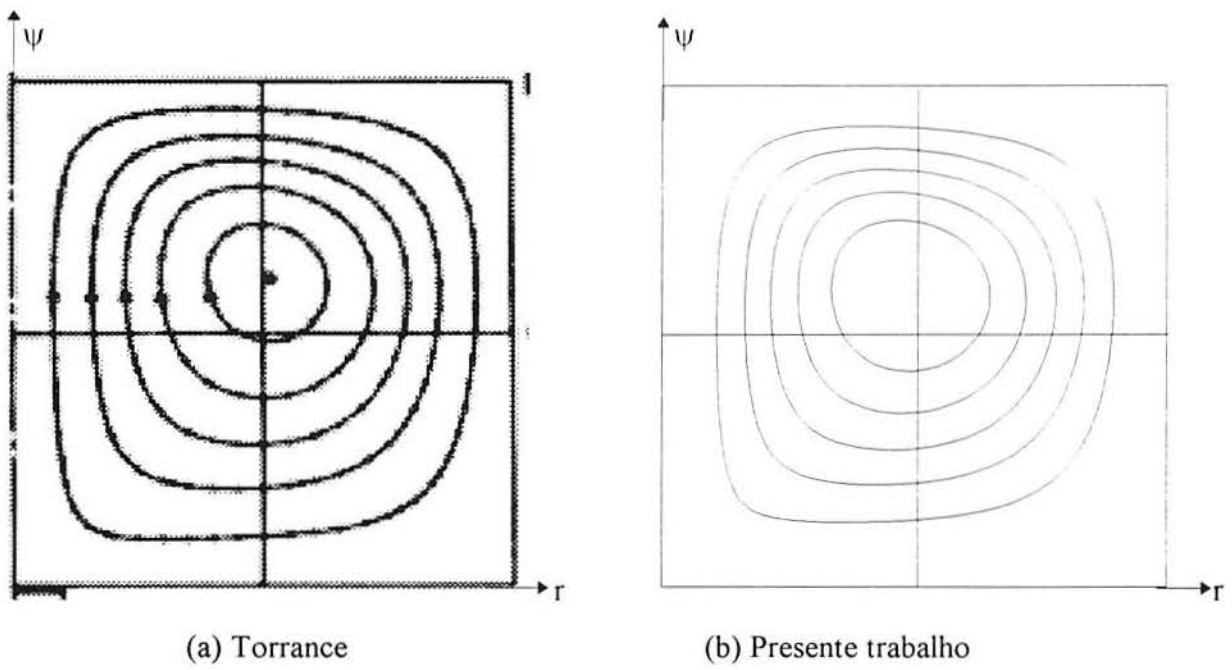


Figura 5.5 - Comparação das funções de corrente $\tau = 0,25$

Nas figuras a seguir apresenta-se as isotermas para estas mesmas situações.

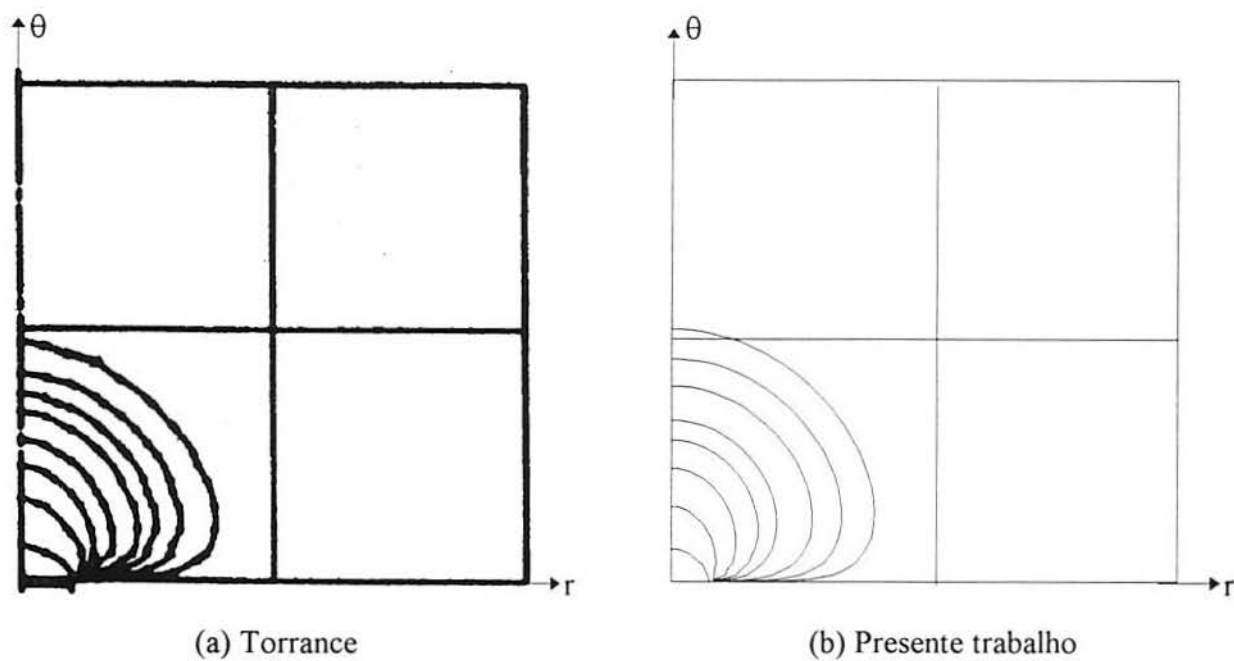


Figura 5.6 - Comparação das temperaturas para $\tau = 0,01$

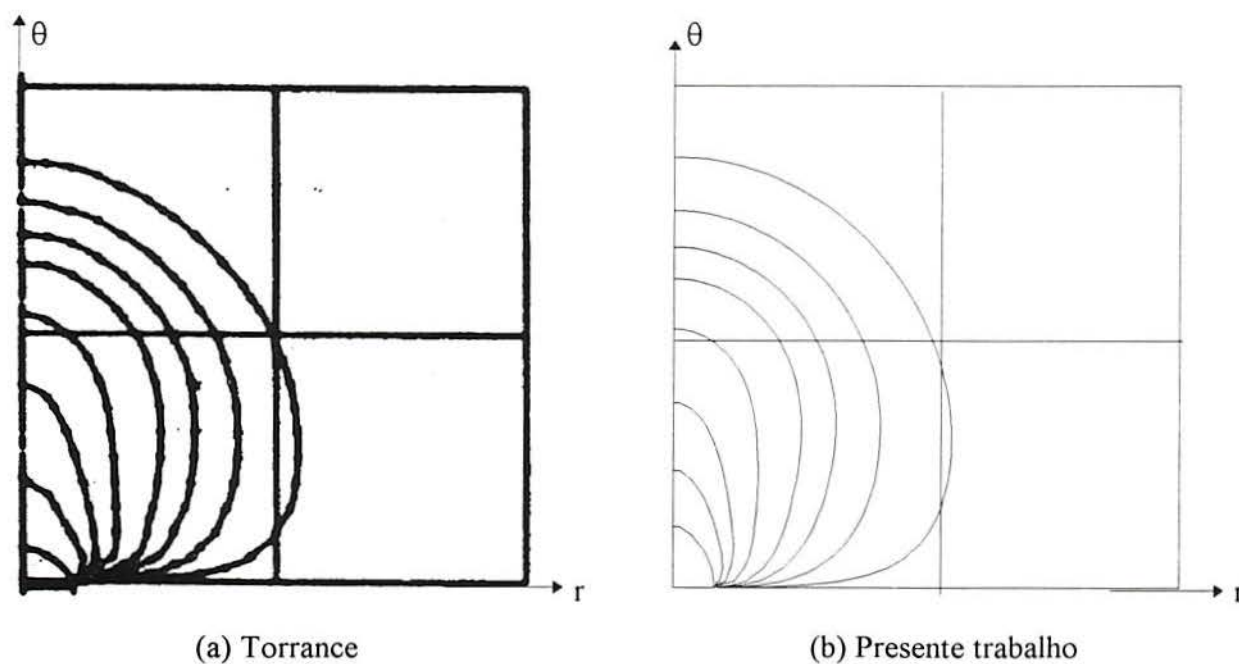


Figura 5.7 - Comparação das temperaturas para $\tau = 0,03$

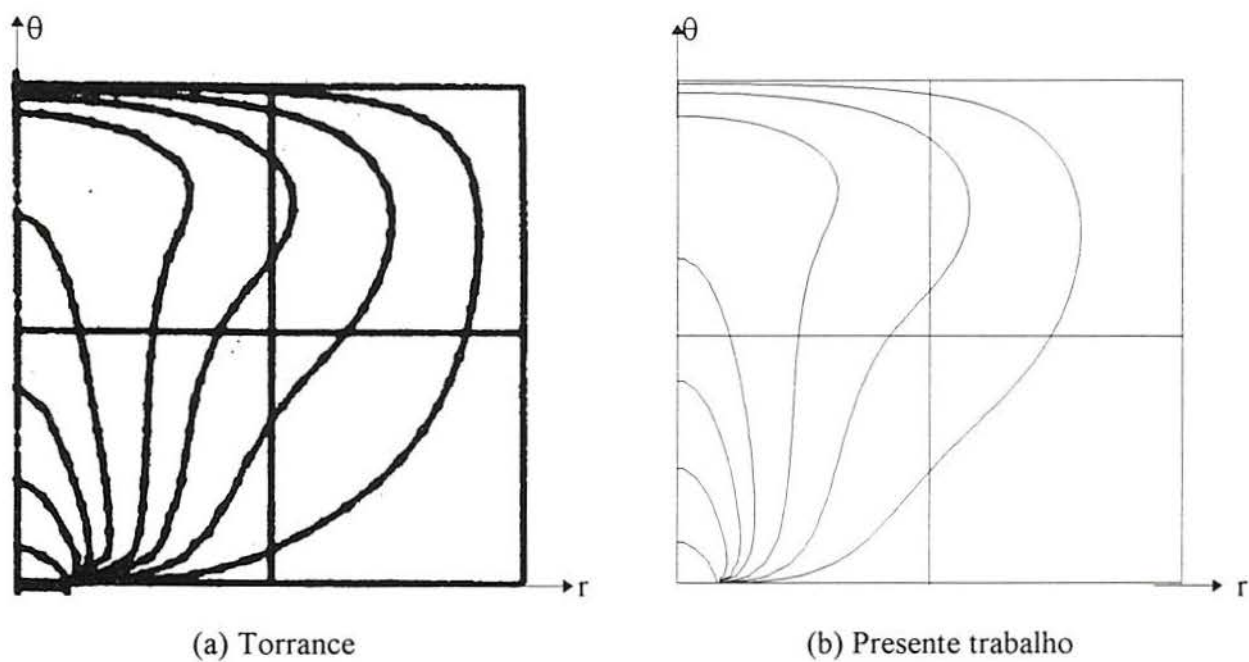


Figura 5.8 - Comparação das temperaturas $\tau = 0,10$

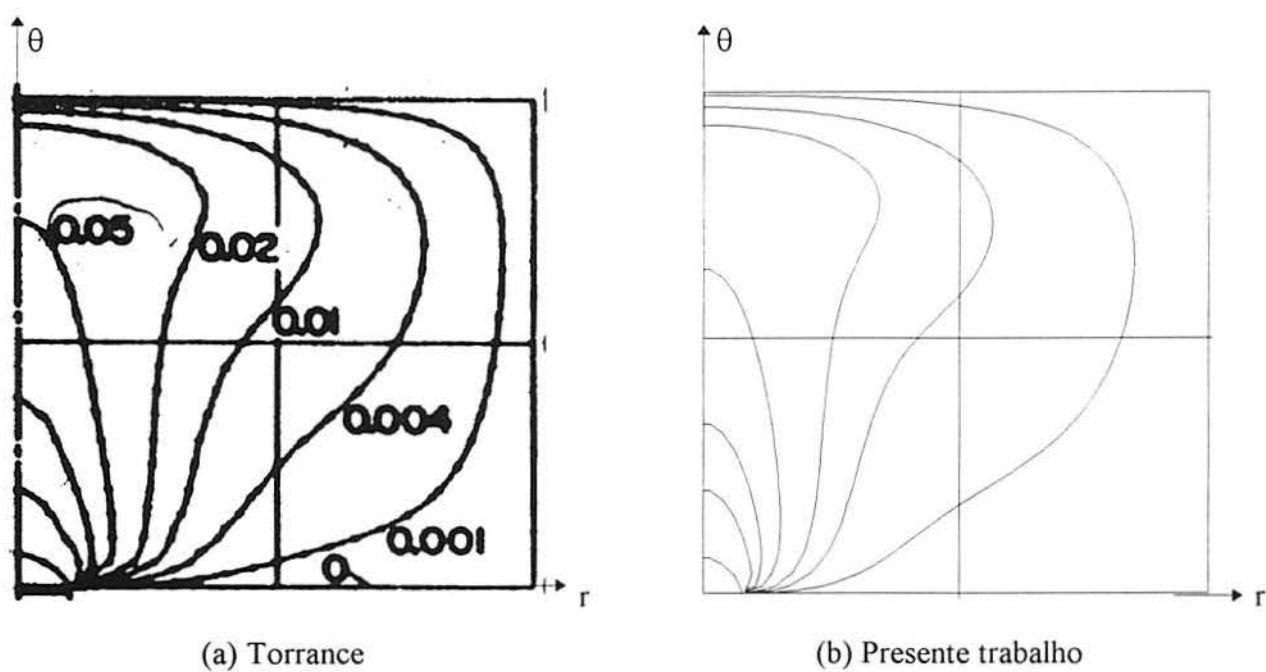


Figura 5.9 - Comparação das temperaturas para $\tau = 0,25$

A figura 5.10 representa o campo de temperaturas considerando somente o efeito da difusão no regime permanente. Neste tipo de procedimento de cálculo, admite-se o fluido sem movimento e faz-se nas Eq. (5.1) a (5.4), $Gr = U = V = \psi = \Omega = 0$. No presente trabalho não é resolvido os campos de velocidade e considera-se intervalo de tempo infinito.

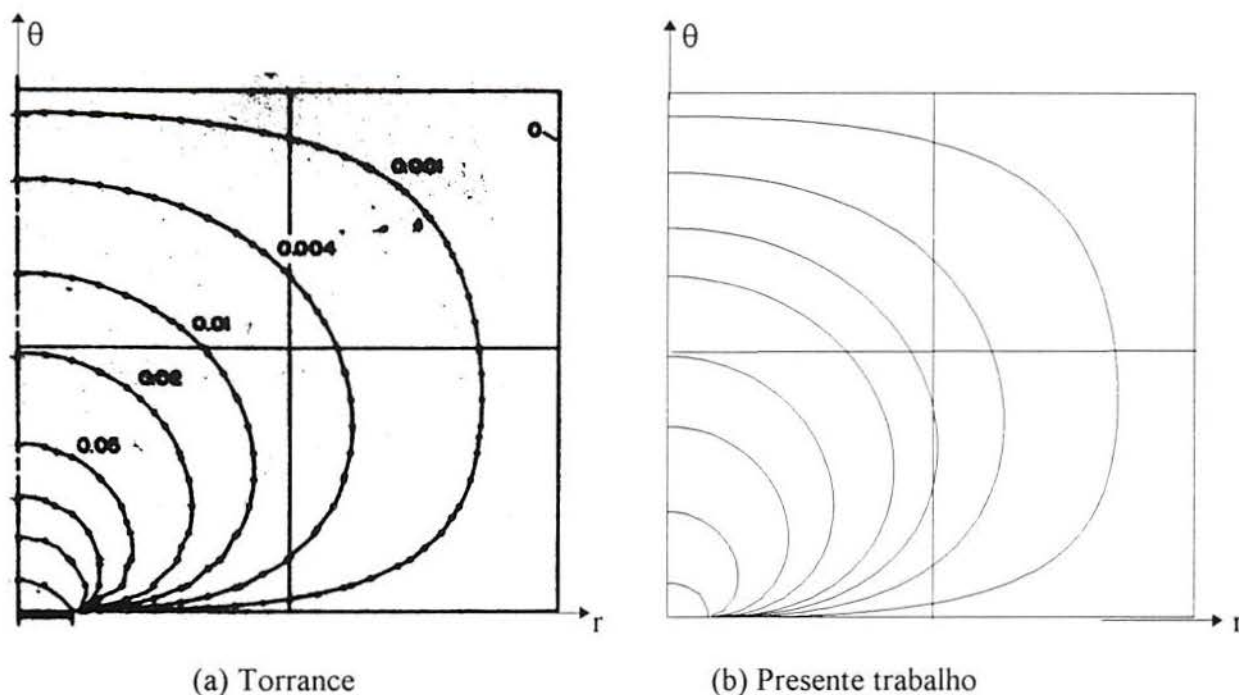


Figura 5.10 - Comparação das temperaturas no regime permanente

Conforme se pode observar nas figuras mostradas existe uma boa concordância entre as soluções de Torrance e as do presente trabalho, indicando que a presente solução está correta.

5.2 PROBLEMA RESOLVIDO POR HUANG

O problema resolvido por Huang, 1989, apresenta o estudo da convecção natural em uma cavidade cilíndrica com razão de aspecto unitária para diversos a números de Rayleigh entre 10^2 e 2×10^5 . É também apresentado o efeito do número de Prandtl entre 1 e 200. A formulação física do problema está ilustrada na figura 4.11. Nessa figura R representa o raio da cavidade, H sua altura, ξ a coordenada radial adimensional, η a coordenada vertical adimensional.

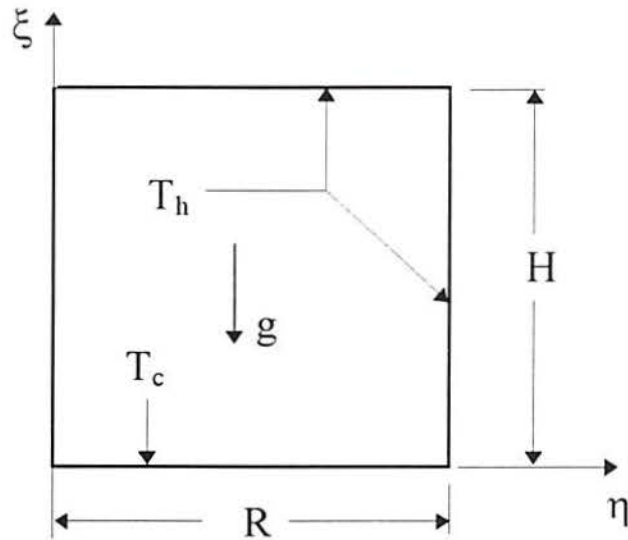


Figura 5.11 - Cavidade cilíndrica resolvida por Huang, 1989

Observe que o seu topo e a superfície circunferencial estão a T_h , enquanto que base da cavidade é mantida a T_c . A altura da cavidade é denominada de H e o raio de R .

O escoamento é laminar e o fluido possui as propriedades constantes, exceto no termo de empuxo, onde a densidade varia com a temperatura, ou seja, assume-se a aproximação de Boussinesq.

5.2.1 DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA FÍSICO

Abaixo escreve-se as equações governantes na forma adimensional

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{U}{\xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} = 0 \quad (5.5)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial \xi} + V \frac{\partial U}{\partial \eta} = -\frac{\partial P^*}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial U}{\partial \xi} - \frac{U}{\xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} \quad (5.6)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial \xi} + V \frac{\partial V}{\partial \eta} = G_r \Theta - \frac{\partial P^*}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} \quad (5.7)$$

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + V \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \frac{1}{P_r} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} \right) \quad (5.8)$$

onde U é a velocidade adimensional na direção radial, V a velocidade adimensional na direção vertical, P_r^* a pressão adimensional, θ é a temperatura adimensional, P_r sendo o número de Prandtl.

As condições de contorno são

$$U = 0 \quad \text{para } \eta = 0$$

$$V = 0 \quad \text{para } \eta = 0$$

$$\theta = 0 \quad \text{para } \eta = 0$$

$$U = 0 \quad \text{para } \eta = H$$

$$V = 0 \quad \text{para } \eta = H$$

$$\theta = 1 \quad \text{para } \eta = H$$

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 \quad \text{para } \xi = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0 \quad \text{para } \xi = 0$$

$$U = 0 \quad \text{para } \xi = 1$$

$$V = 0 \quad \text{para } \xi = 1$$

$$\theta = 0 \quad \text{para } \xi = 1$$

conforme as seguintes condições iniciais

$$\begin{array}{lll} V = 0 & \text{para } \tau = 0 & \forall \text{ domínio} \\ U = 0 & \text{para } \tau = 0 & \forall \text{ domínio} \\ \theta = 0 & \text{para } \tau = 0 & \forall \text{ domínio} \end{array}$$

5.2.2 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM OS DO PRESENTE TRABALHO

Abaixo, na figura 5.12, faz-se as comparações de acordo com os parâmetros apresentados no artigo. Formulou-se a malha espacial de 41 x 41 pontos estabelecendo os refinamentos em ambos os lados da parede, base e topo. A malha temporal também foi refinada e o critério de convergência estabelecido é o mesmo proposto para simular o artigo de Torrance.

Em seu artigo, Huang, 1989, usou o Método das Diferenças Finitas. A função de interpolação empregada, Huang adotou para os termos convectivos o esquema híbrido, composto da diferença central e *upwind*. O esquema *upwind* é usado para os termos convectivos das equações governantes para o número de Peclet de malha maior ou igual a 2. No resto é empregado o esquema de diferença central.

Para os termos difusivos das equações governantes é adotada a diferença central. O campo hidrodinâmico é obtido com o emprego do SIMPLE, Patankar, 1980.

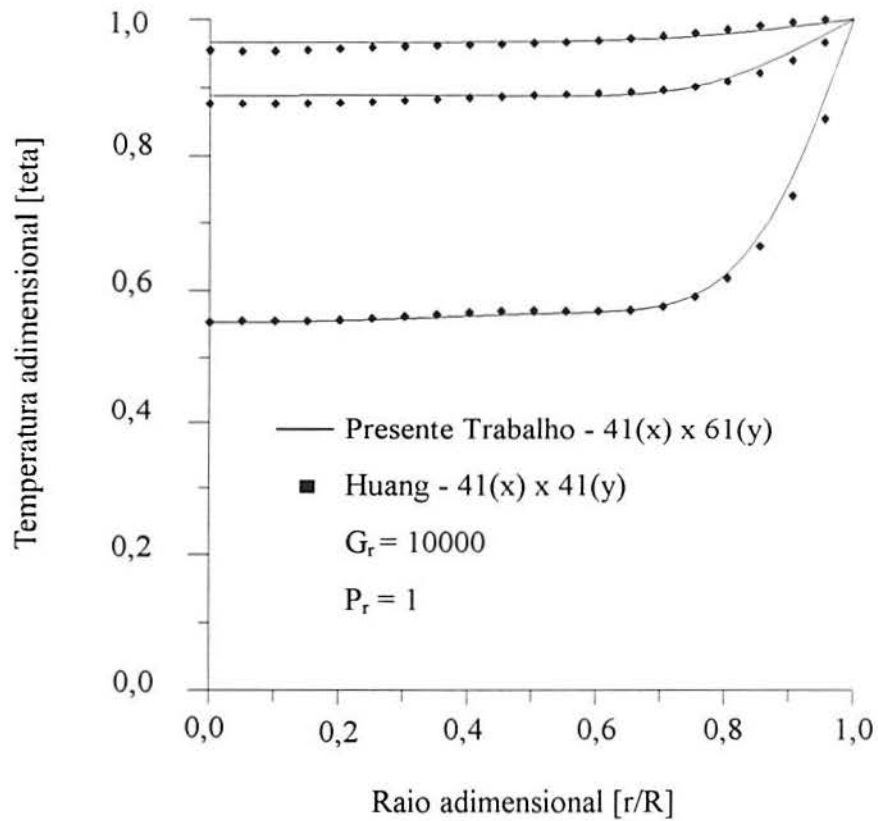


Figura 5.12 - Comparação dos resultados para temperatura adimensional

A excelente concordância entre os resultados de Huang e os do presente trabalho, da mesma forma já verificada nas comparações com os trabalhos de Torrance, validam o algoritmo desenvolvido nesta dissertação.

6. SIMULAÇÃO DO RESFRIAMENTO DE ÁGUA NUM ARMAZENADOR CILÍNDRICO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos da simulação numérica em armazenadores térmicos realizada no presente trabalho. Com o objetivo de examinar o efeito da condução do calor através da parede do reservatório foram simuladas duas situações típicas. Na primeira delas o reservatório possui uma parede metálica, sendo escolhido o cobre, a fim de que estes efeitos fiquem mais pronunciados. Nas figuras este caso é denominado parede condutora (pc). Na segunda a própria água ocupa o lugar da parede, a fim de que não sejam perdidas as bases de comparação. Se o espaço originalmente ocupado pela parede passasse a conter isolamento, as perdas para o exterior diminuiriam, mesmo que pouco, distorcendo a comparação. Naturalmente ela é imobilizada, comportando-se como um sólido. Nas figuras este caso é denominado parede não condutora (pnc).

A fim de ilustrar o comportamento dos campos de temperatura e velocidade no interior do reservatório, eles são mostrados em dois momentos ao longo do transiente, 1,66 hs (próximo ao início do período) e 10,0 hs (próximo ao fim do período). E quanto à geometria em três planos ao longo da sua altura, 0,01 m (perto da base), 0,226 m (meio) e 0,539 m (perto do topo). Também é mostrada a função de corrente. São analisadas as camadas limites hidrodinâmica e térmica, bem como a estratificação ao longo da altura do reservatório. Para ambos os casos a temperatura inicial da água é de 42 °C, escolhida por sua frequência em sistemas solares domésticos.

Note-se que uma vez preparado e testado, este programa pode ser usado na investigação de outros mecanismos de troca no interior do reservatório. Aqui, entretanto, foram rodadas situações típicas para os objetivos já descritos.

Uma validação adicional do presente trabalho, com condições de contorno de temperatura prescrita, foi obtida no âmbito do desenvolvimento da tese de doutorado de Rejane De César Oliveski. Conforme se pode observar em Oliveski et. al., 1997, e no anexo I do presente trabalho, houve uma excelente concordância entre a simulação e os experimentos realizados no Laboratório de Energia Solar do GESTE. Ocorreram divergências máximas da ordem de 1 °C na temperatura da água após 13 horas de resfriamento, devendo-se observar que esta já se aproxima da própria incerteza da instrumentação empregada nos experimentos.

Passa-se agora a mostrar os resultados das simulações realizadas no presente trabalho.

Na figura 6.1, instantes iniciais do resfriamento, observa-se um grande gradiente de temperatura junto à parede externa do reservatório, e perpendicular a ela, local por onde o calor é

perdido. Mais para o interior do reservatório os gradientes são muito pequenos e na direção vertical. Este tipo de distribuição de temperaturas é denominado estratificação térmica.

Na figura 6.2, instantes finais, observa-se que os gradientes de temperaturas são pequenos, em função do ΔT total entre interior e exterior já estar minimizado. Como consequência a perda de calor para o ambiente tornou-se menor, assim o nível de estratificação é cada vez maior, conforme apresentam as figuras 6.1 e 6.2.

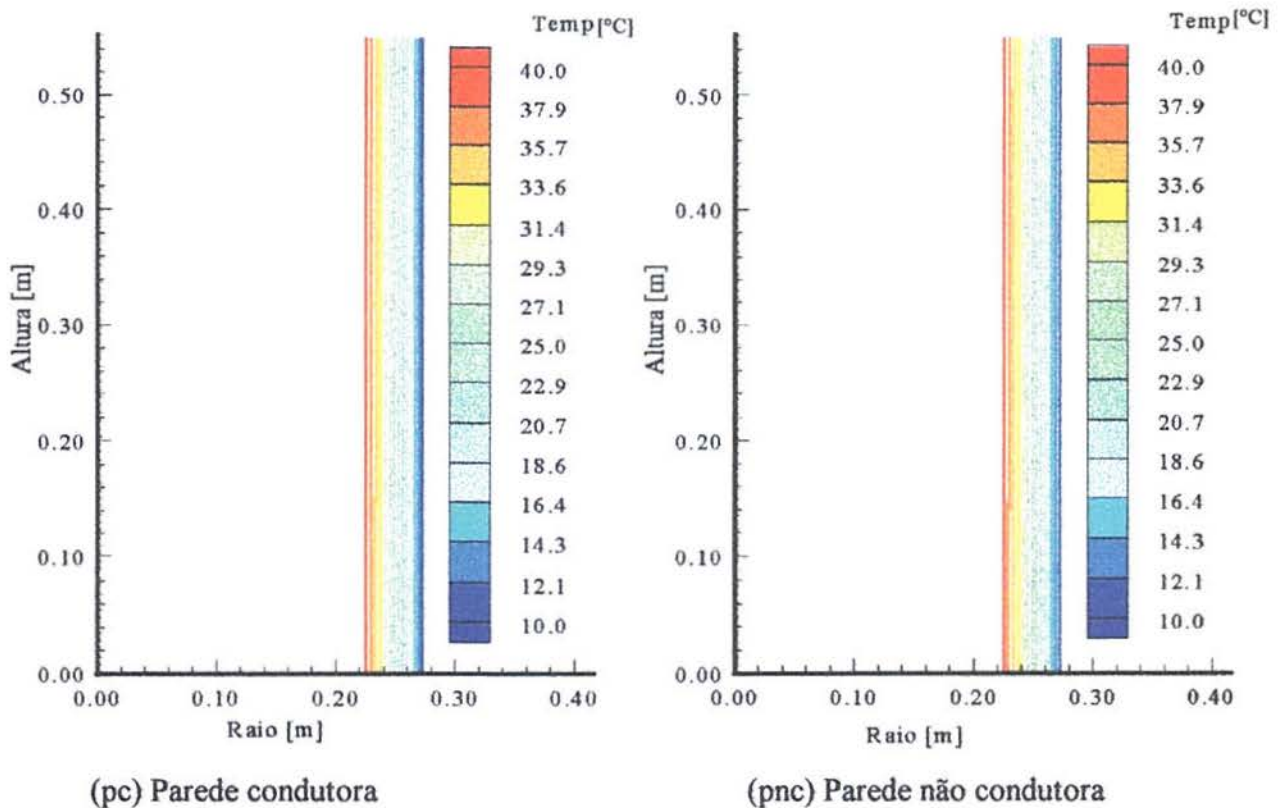
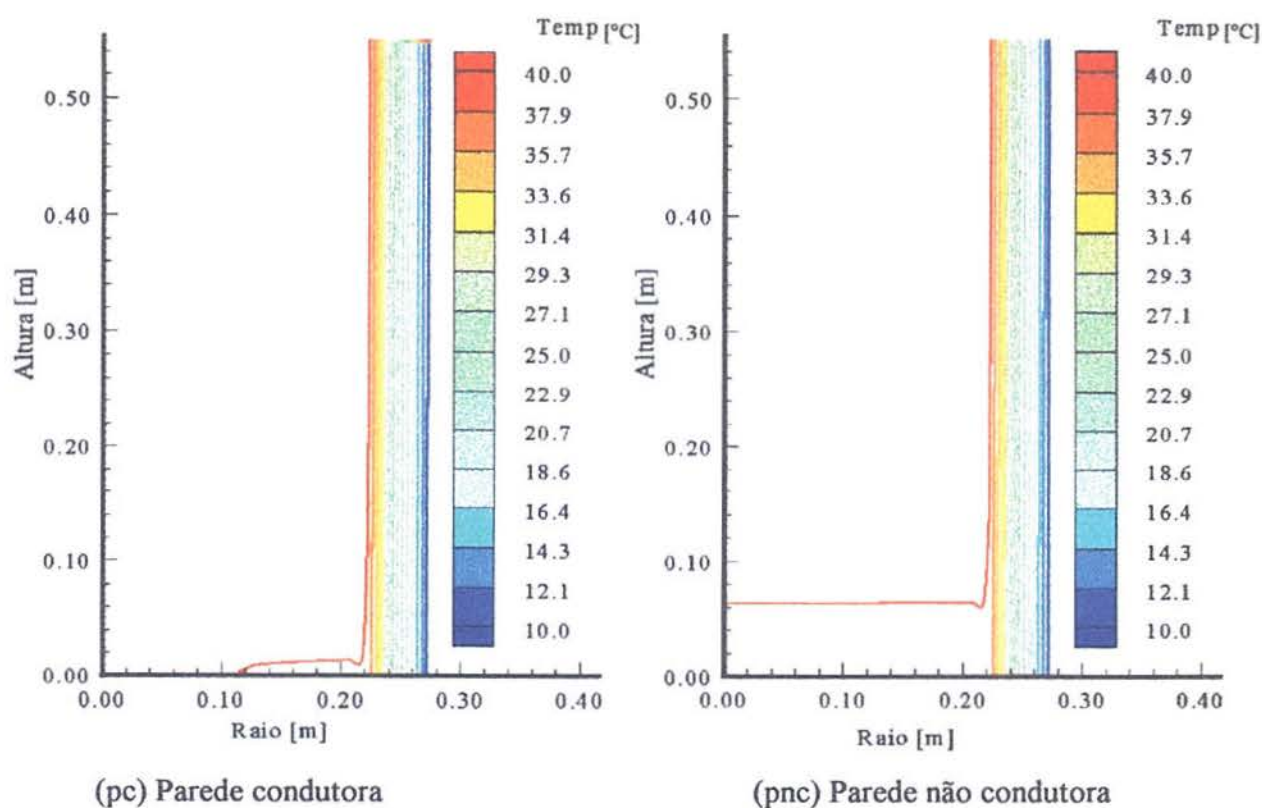


Figura 6.1 - Isotermas para $t = 1,66$ hs

No anexo II estes campos de temperaturas são mostrados em diagramas de cores.

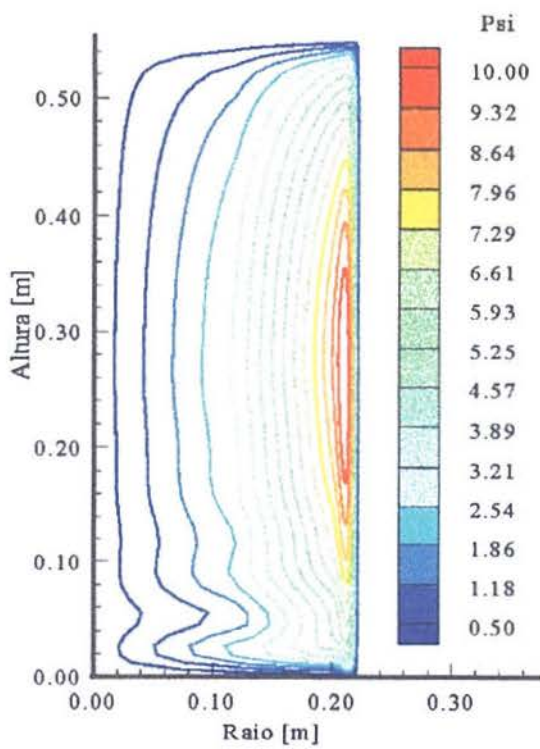
As figuras 6.3 e 6.4 mostram a função de corrente num instante inicial (1,66 hs), e final (10,0 hs). Observe-se a concentração das linhas junto à parede do reservatório. Isto deve-se à existência da camada limite hidrodinâmica, onde as velocidades são mais altas, aproximando assim estas linhas. Naturalmente, ao afastar-se da parede as velocidades decrescem. Pode-se também entender este escoamento como um grande vórtice, que possui o seu centro um pouco abaixo da metade da altura do reservatório.

Figura 6.2 - Isotermas para $t = 10,0$ hs

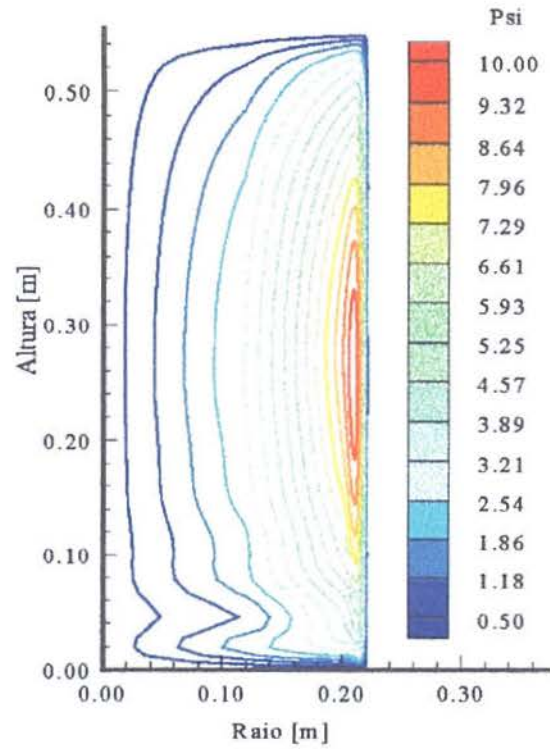
Analisando a figura 6.4, que relata a função de corrente num instante de tempo mais para o fim do resfriamento, observa-se um padrão convectivo semelhante ao já visto na figura 6.3. A única diferença está no campo de velocidades que possui intensidades menores, já que os gradientes térmicos estão mais atenuados.

Nestas figuras pode-se também observar uma certa “inflexão” nas linhas de corrente próximo ao fundo do reservatório, em função do retorno do escoamento imposto por este.

De um modo geral, destas figuras se depreende que não há diferença substancial nos padrões dos campos de temperatura e velocidade, ao compararem-se as situações de parede condutora e não condutora.

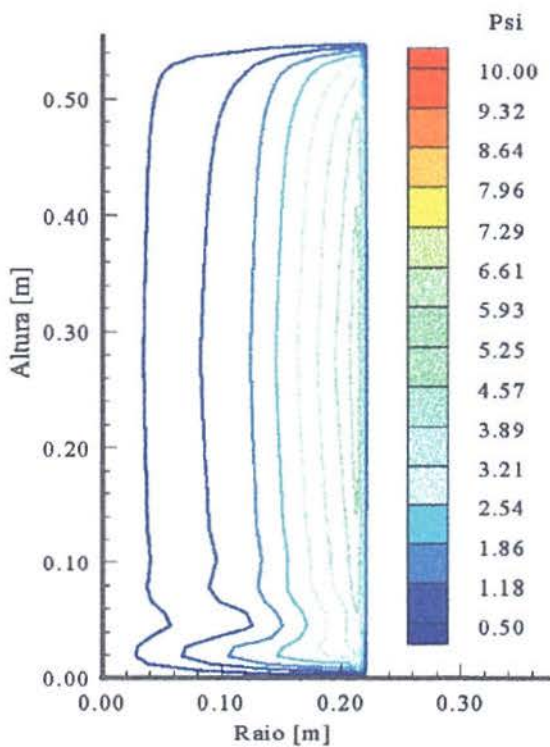


(pc) Parede condutora

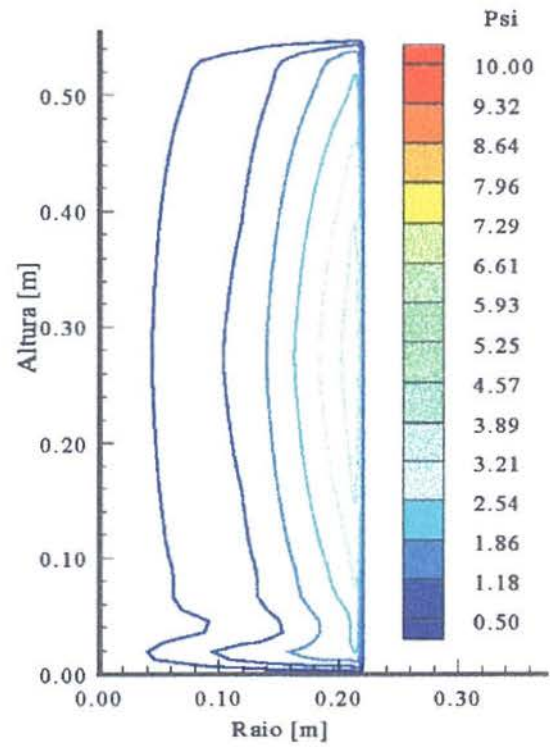


(pnc) Parede não condutora

Figura 6.3 - Função de corrente para $t = 1,66$ hs



(pc) Parede condutora



(pnc) Parede não condutora

Figura 6.4 - Função de corrente para $t = 10,0$ hs

Nas figuras 6.5 e 6.6, pode-se observar os perfis de temperatura em planos ao longo do raio, onde fica ilustrada a camada limite térmica.

Nestas figuras fica claro o afastamento das temperaturas com o passar do tempo, em cada altura. Isto deve-se principalmente ao efeito da parede condutora, comparativamente à parede não condutora.

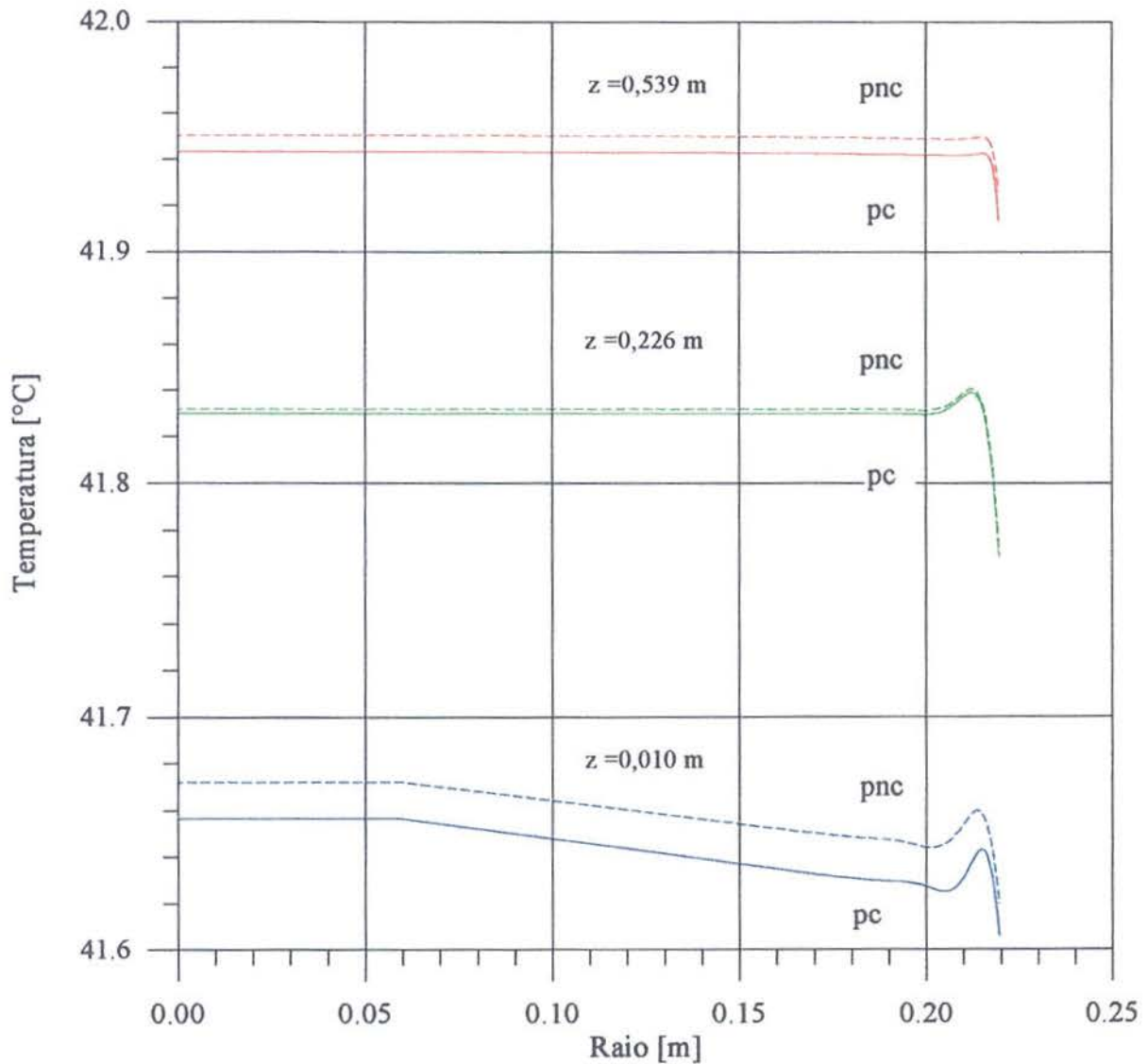


Figura 6.5 - Perfil de temperaturas ao longo do raio, $t = 1,66$ hs

(pc) Parede condutora; (pnc) Parede não condutora

Sobre o comportamento da temperatura, nos planos próximo à base e ao meio do reservatório, onde observa-se um aumento de temperatura antes da camada limite térmica proporcionalmente dita, entende-se que ele é originado pelo fato do líquido descendente provir de

regiões mais altas do reservatório, onde a temperatura é também mais alta. Esta trajetória fica mais clara nas figuras 6.3 e 6.4. O mesmo pode ser observado nas isotermas das figuras 6.1 e 6.2.

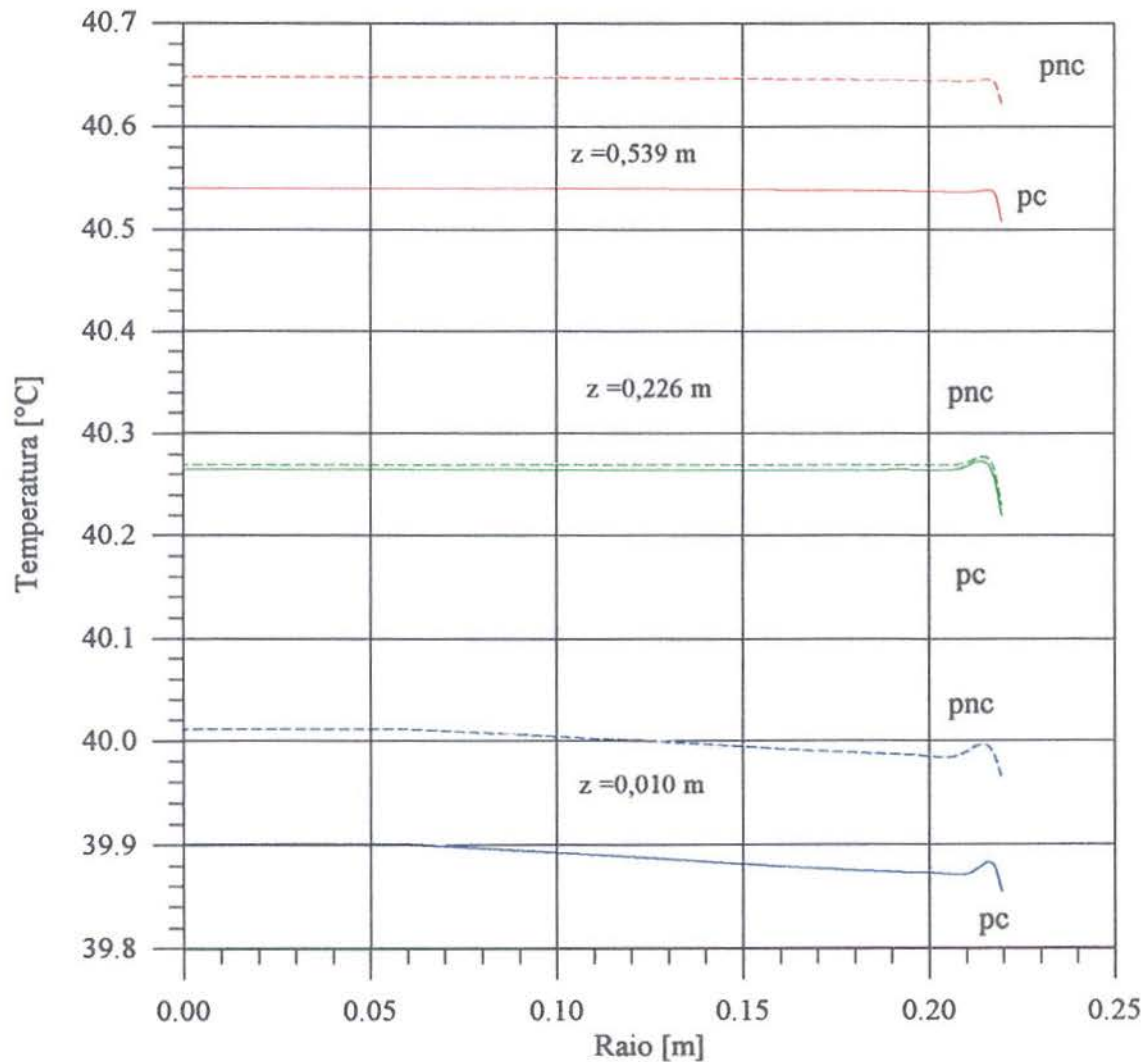


Figura 6.6 - Perfil de temperaturas ao longo do raio, $t = 10,0$ hs

(pc) Parede condutora; (pnc) Parede não condutora

Um estudo semelhante é agora mostrado relativamente à camada limite hidrodinâmica junto à parede vertical do reservatório. Para os mesmos três planos varreu-se a velocidade ao longo do raio r .

Nas figuras 6.7 a 6.10 pode-se observar o efeito do fundo do reservatório até a altura de 0,226 m, ou seja, ao encontrar o fundo o escoamento retorna ainda relativamente próximo à parede. Este efeito não alcança regiões mais altas do reservatório, conforme se observa nas curvas para a altura de 0,539 m. Após a camada limite as velocidades passam a variar muito pouco, até o centro do reservatório, assumindo valores relativamente pequenos. Quanto ao efeito do tempo,

note-se que as camadas limites diminuem a sua espessura ao longo do decorrer do processo. Na medida em que as velocidades decaem, com o decaimento dos gradientes térmicos, os efeitos da tensão de cisalhamento diminuem.

Esta dinâmica também pode ser observada nas figuras 6.11 a 6.19, onde são mostrados diagramas de vetores velocidade para diversas alturas do reservatório. São abordados os mesmos tempos, para os casos de parede condutora e não condutora.

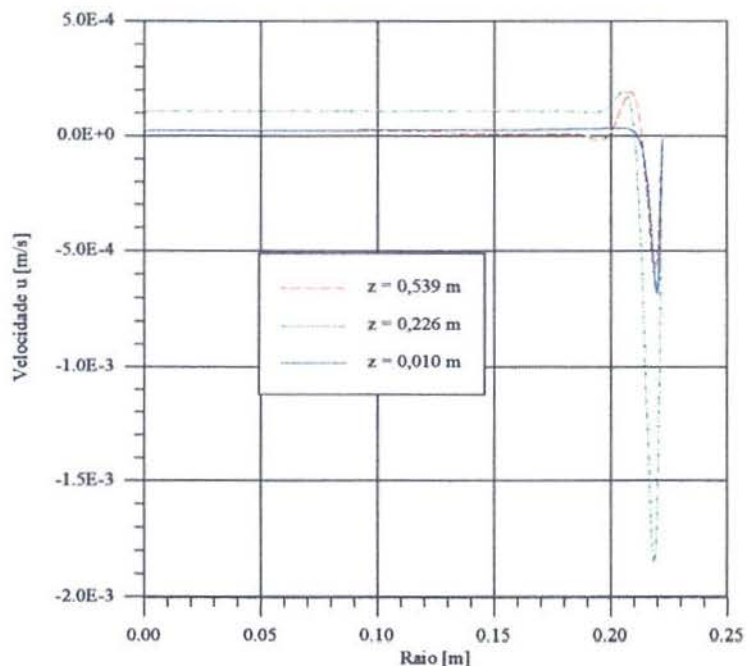


Figura 6.7 - Perfis de velocidade ao longo do raio, em 3 alturas z , para parede condutora em $t = 1,66$ hs

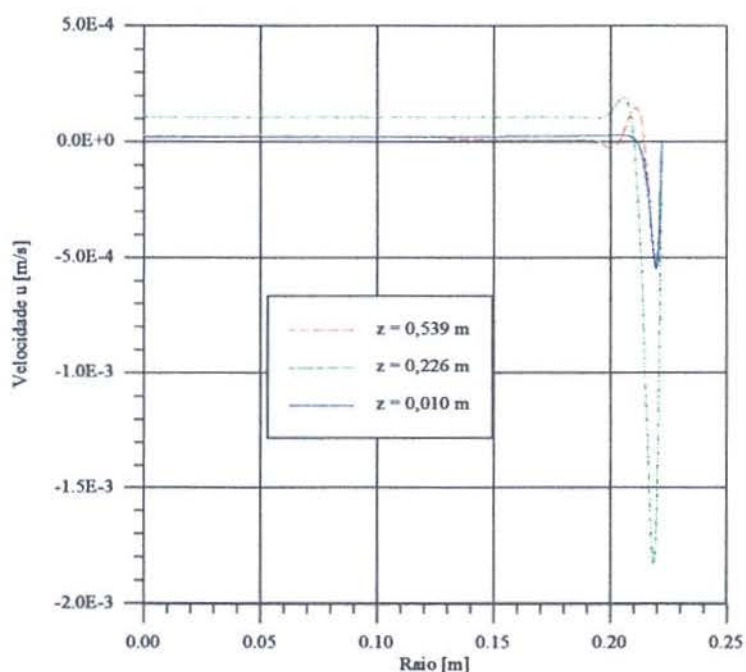


Figura 6.8 - Perfis de velocidade ao longo do raio, em 3 alturas z , para parede não condutora em $t = 1,66$ hs

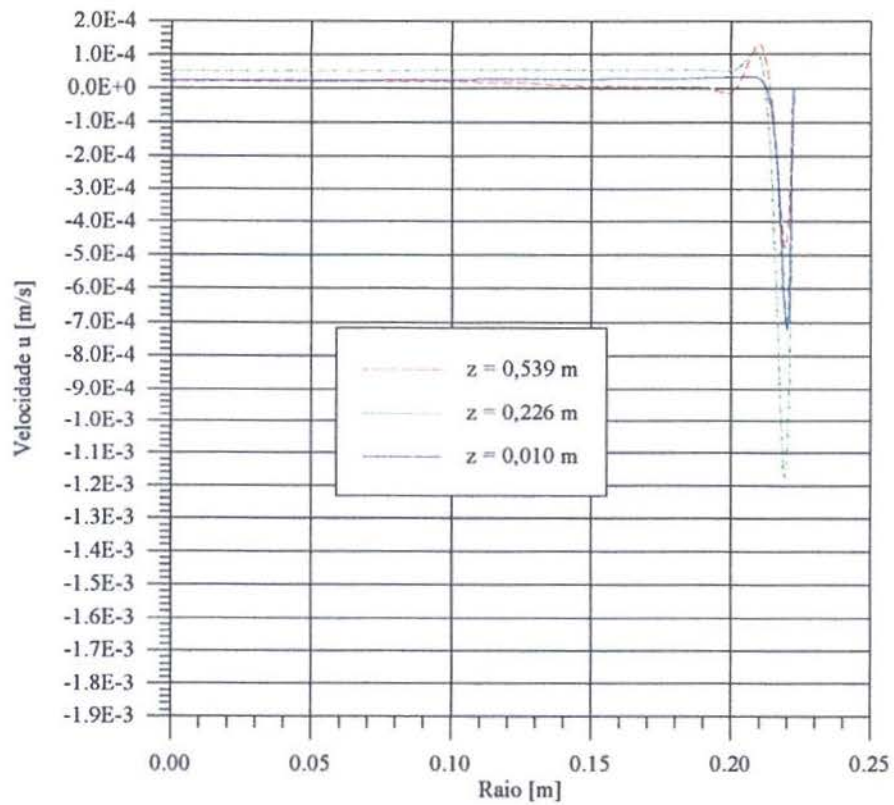


Figura 6.9 - Perfis de velocidade ao longo do raio, em 3 alturas z , para parede condutora em $t = 10,0$ hs

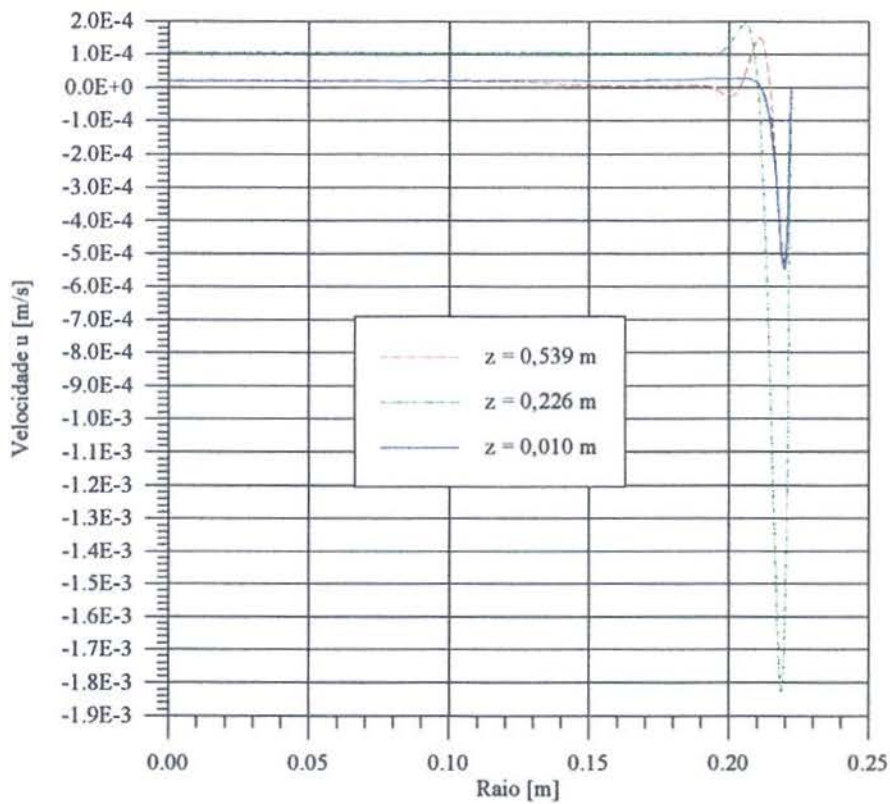


Figura 6.10 - Perfis de velocidade ao longo do raio, em 3 alturas z , para parede não condutora em $t = 10,0$ hs

De um modo geral, como era esperado, o efeito de homogeneização das temperaturas ao longo da altura, que ocorre na parede condutora, não muda de forma significativa o padrão dos campos hidrodinâmicos. O seu maior efeito está na estratificação das temperaturas ao longo da altura.

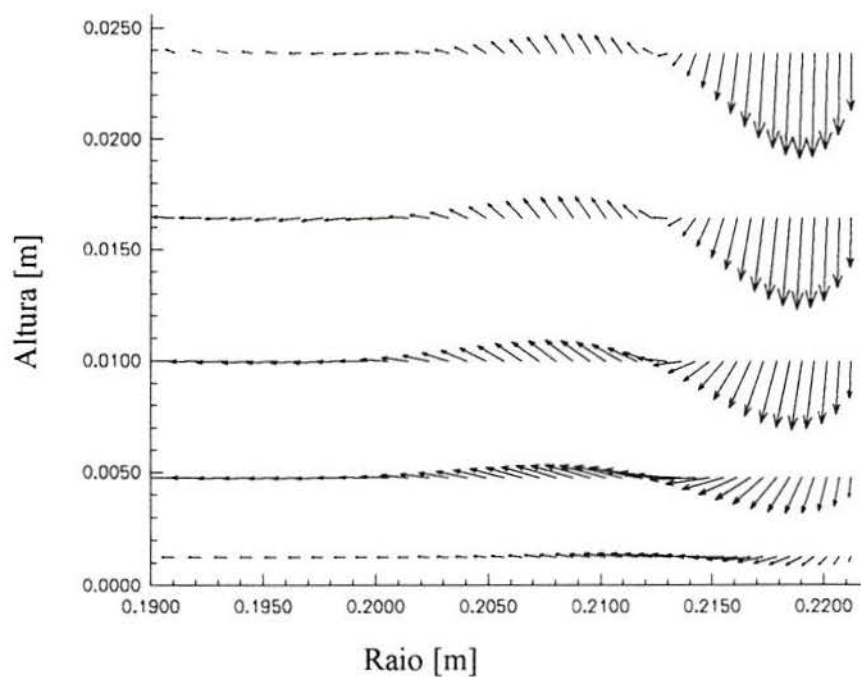


Figura 6.11 - Distribuição de velocidades para parede condutora em $t = 1,66$ hs

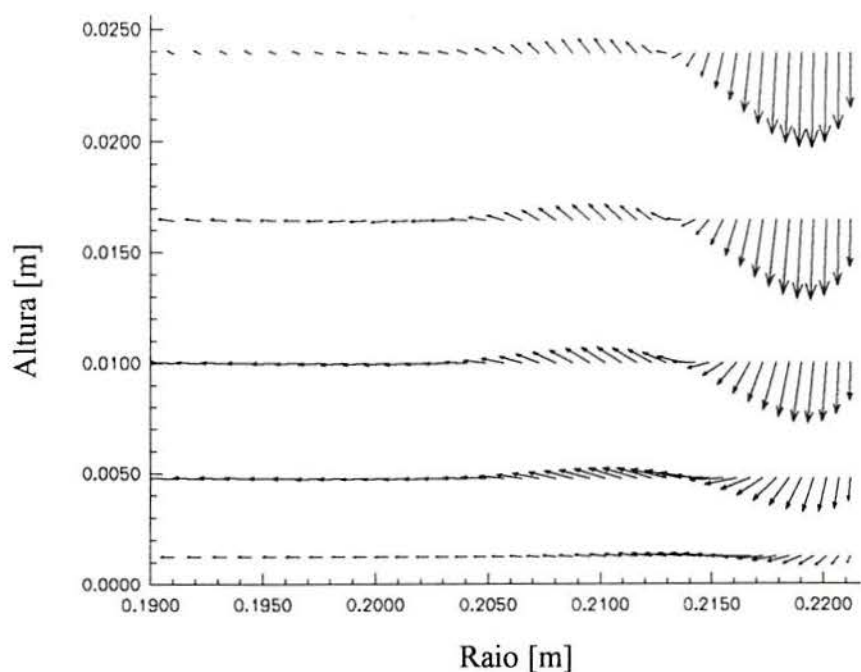


Figura 6.12 - Distribuição de velocidades para parede não condutora em $t = 1,66$ hs

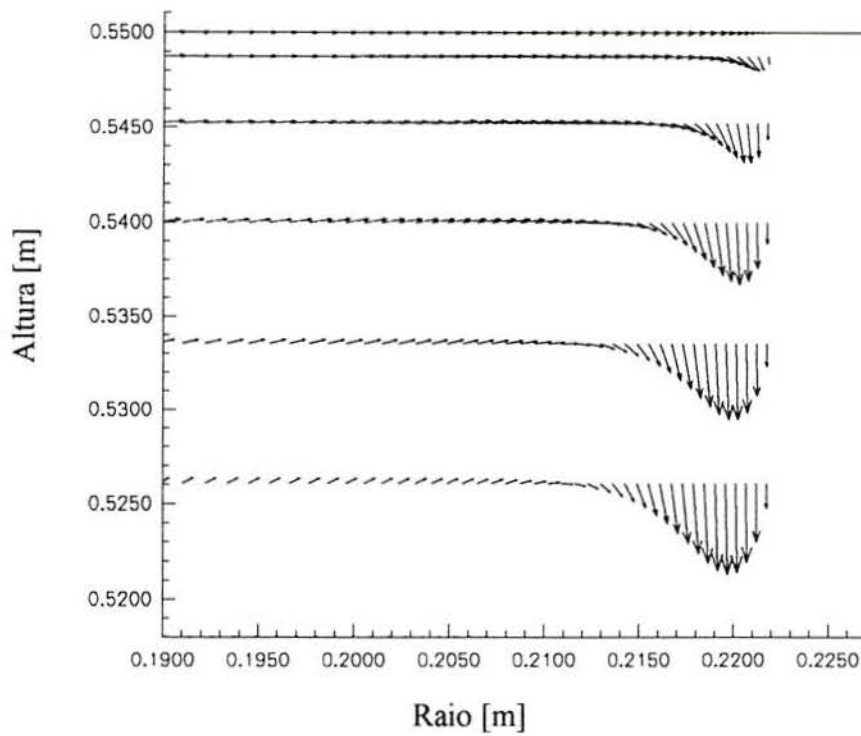


Figura 6.13 - Distribuição de velocidades para parede condutora em $t = 1,66$ hs

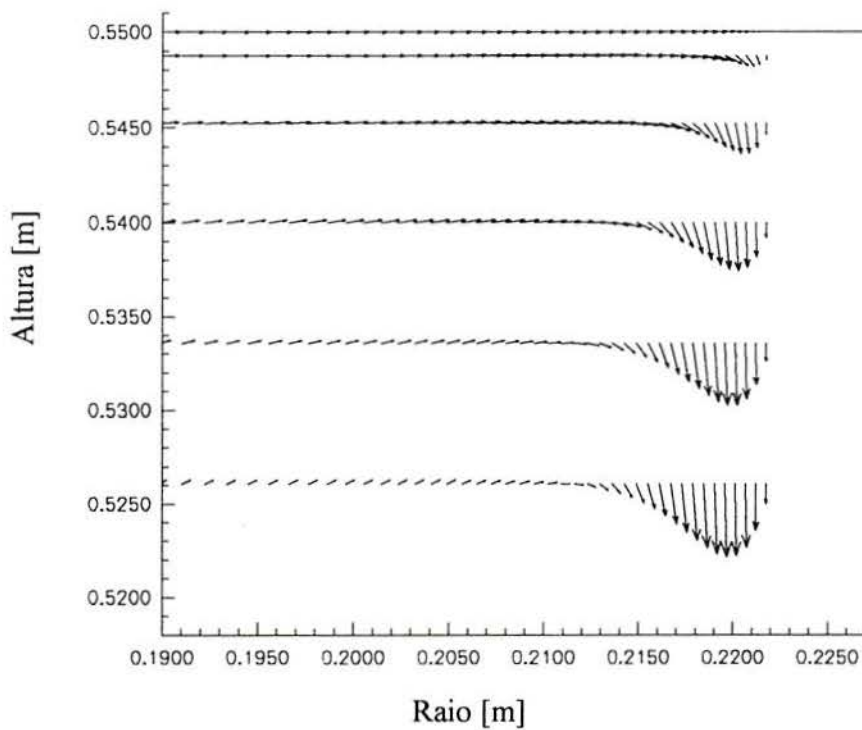


Figura 6.14 - Distribuição de velocidades para parede não condutora em $t=1,66$ hs

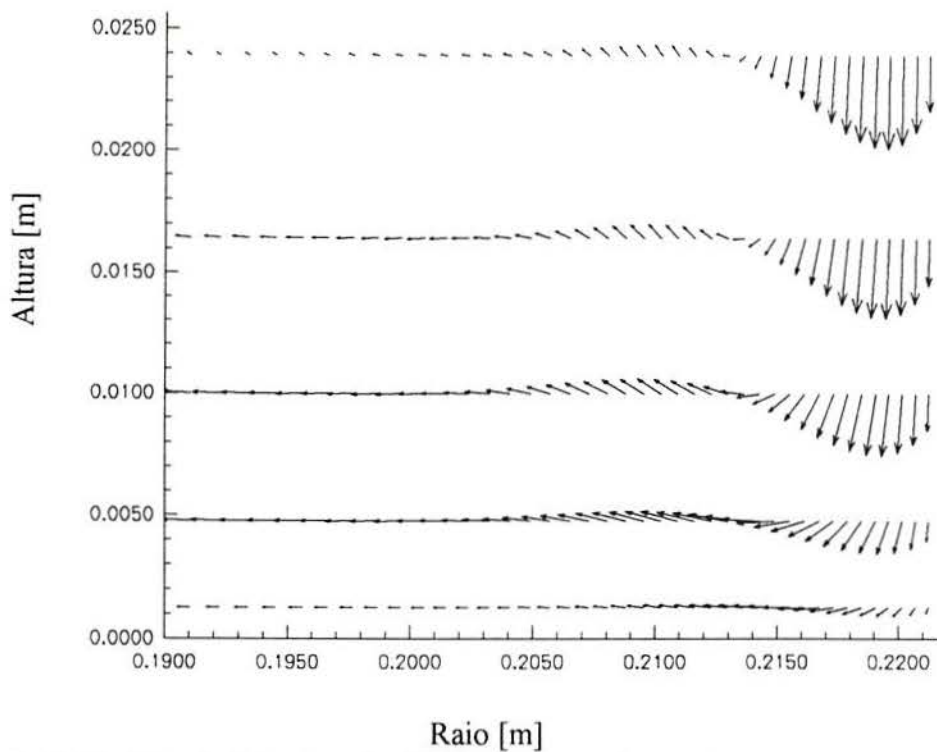


Fig 6.15 - Distribuição de velocidades para parede condutora em $t = 10,0$ hs

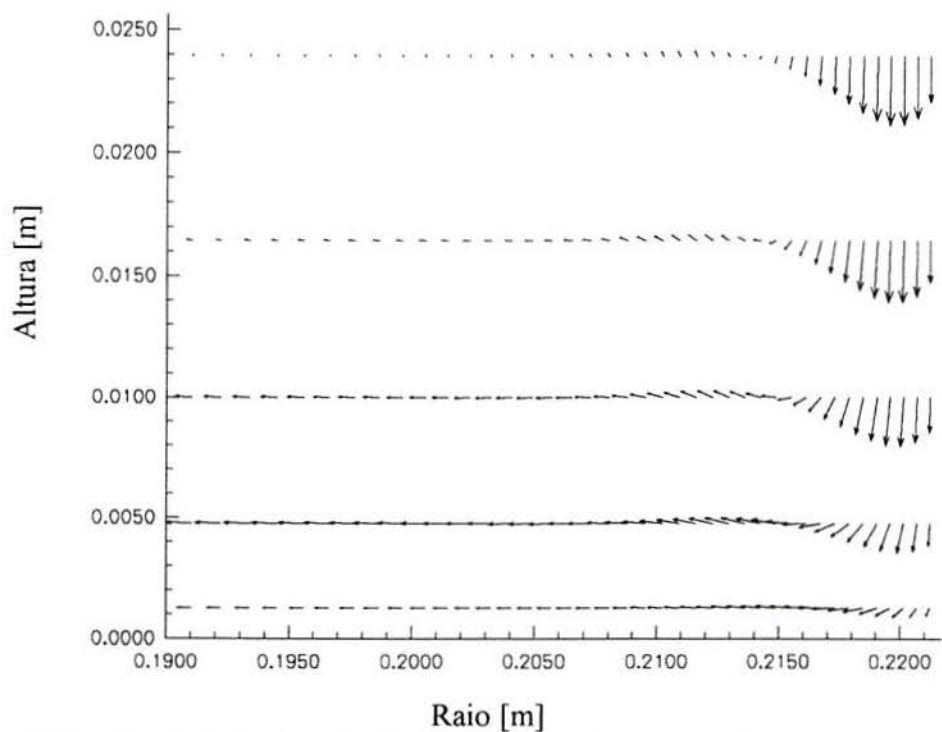


Fig 6.16 - Distribuição de velocidades para parede não condutora em $t = 10,0$ hs

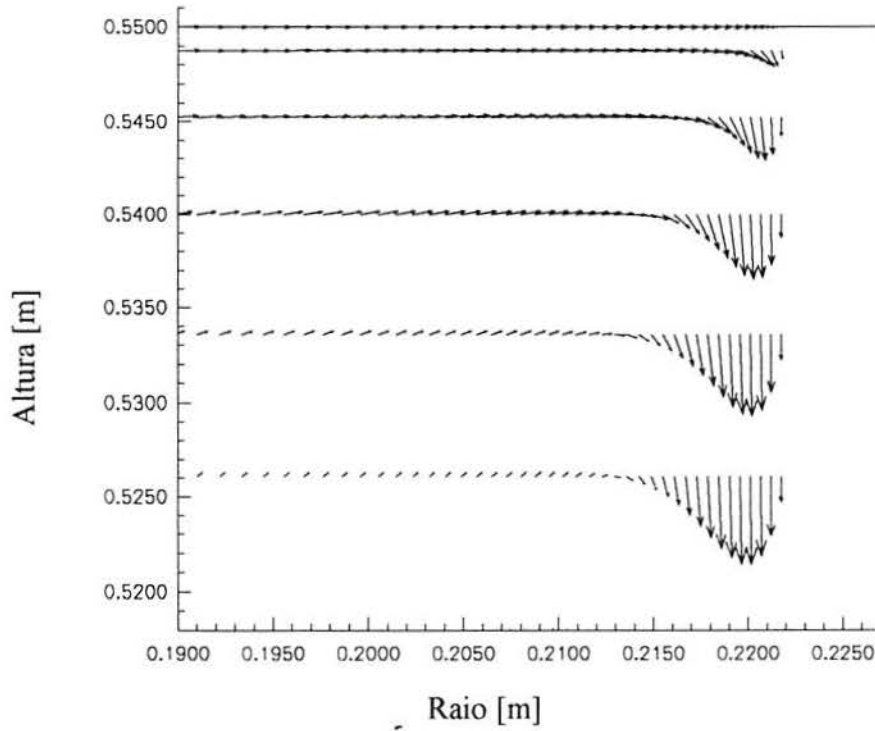


Figura 6.17 - Distribuição de velocidades para parede condutora em $t = 10,0$ hs

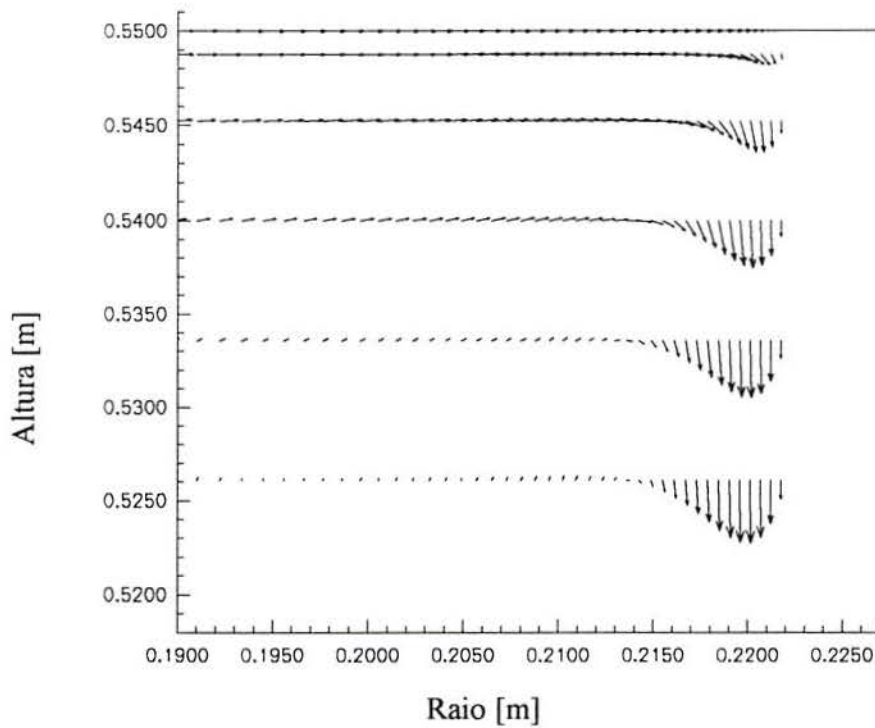


Figura 6.18 - Distribuição de velocidades para parede não condutora em $t = 10,0$ hs

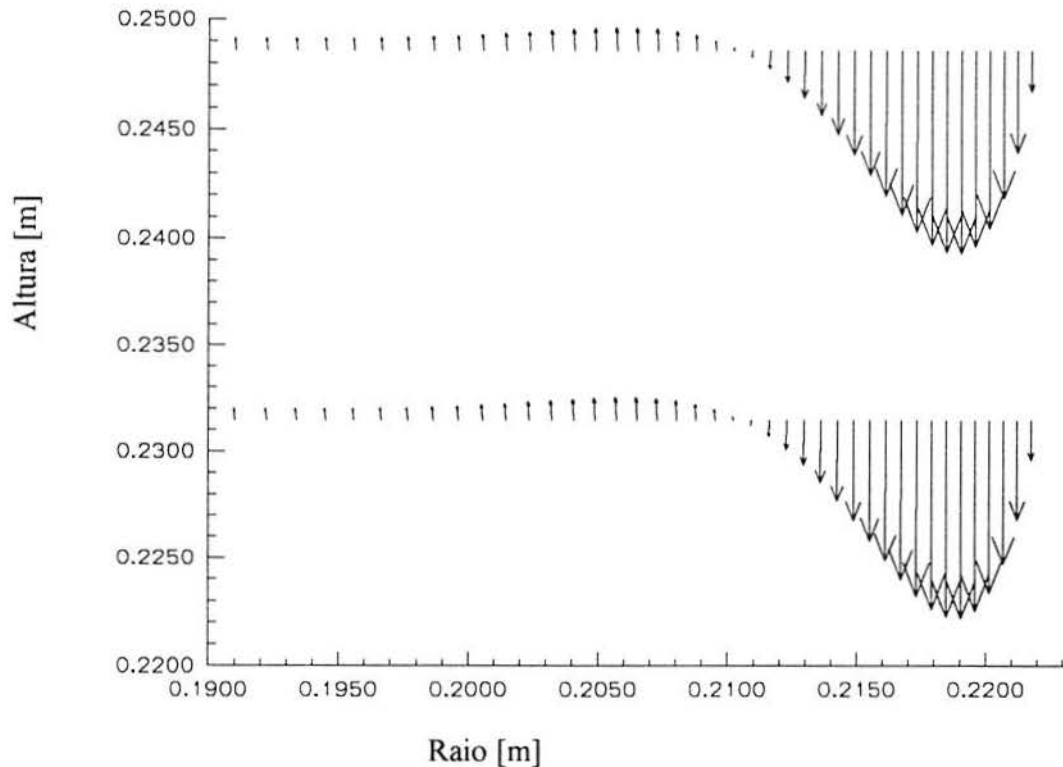


Figura 6.19 - Distribuição de velocidades para parede condutora em $t = 1,66$ hs

É enfocada agora a questão da estratificação das temperaturas ao longo da altura do reservatório. Na figura 6.20 é apresentado o perfil de temperaturas para o raio $r = 0$ m, ou seja, ao longo do eixo do reservatório. Pode-se observar que nos instantes iniciais, até 1,66 hs, praticamente não existe diferença entre os dois casos. O efeito da parede condutora ainda não se fez sentir de forma pronunciada. Depois, com a passar do tempo as diferenças vão aumentando, chegando a cerca de 1°C .

Embora exista movimento, junto à parede externa estas relações entre temperaturas são aproximadamente as mesmas, conforme se pode observar na figura 6.21, para o ponto de raio $r = 0,22174$ m, de um raio total $R_i = 0,273$ m. No centro do reservatório, devido à simetria imposta, tem-se derivada nula das temperaturas em relação ao raio. Entretanto, devido à malha bem refinada se consegue observar esta característica somente aplicando vários *zooms* nestas regiões.

Conforme se conhece da teoria de coletores solares acoplados a reservatórios térmicos, Duffie e Beckman, 1980, quanto mais baixa a temperatura de retorno aos coletores maior será a eficiência térmica do sistema. Comparando os dois casos extremos estudados, verifica-se que as temperaturas na base dos reservatórios são muito próximas, podendo-se depreender, sob este ponto de vista, que não haverá uma variação significativa de eficiência dos coletores. Por outro,

nas zonas altas pode-se ter maiores variações, o que levaria a temperaturas de fornecimento da água quente um pouco mais elevadas.

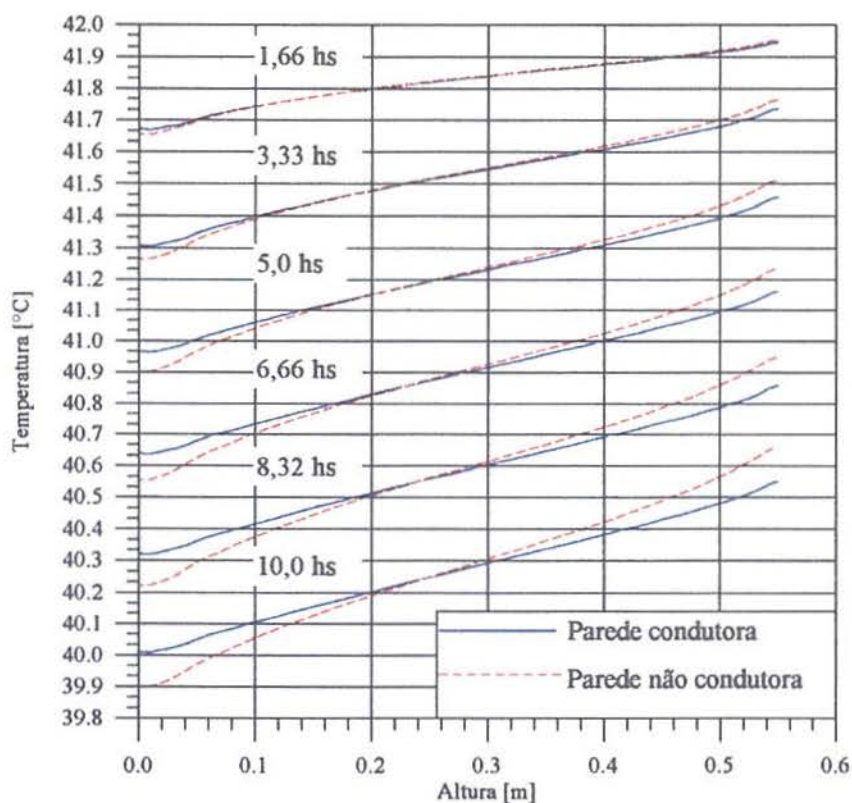


Figura 6.20 - Estratificação ao longo da altura, para o raio $r = 0$ m

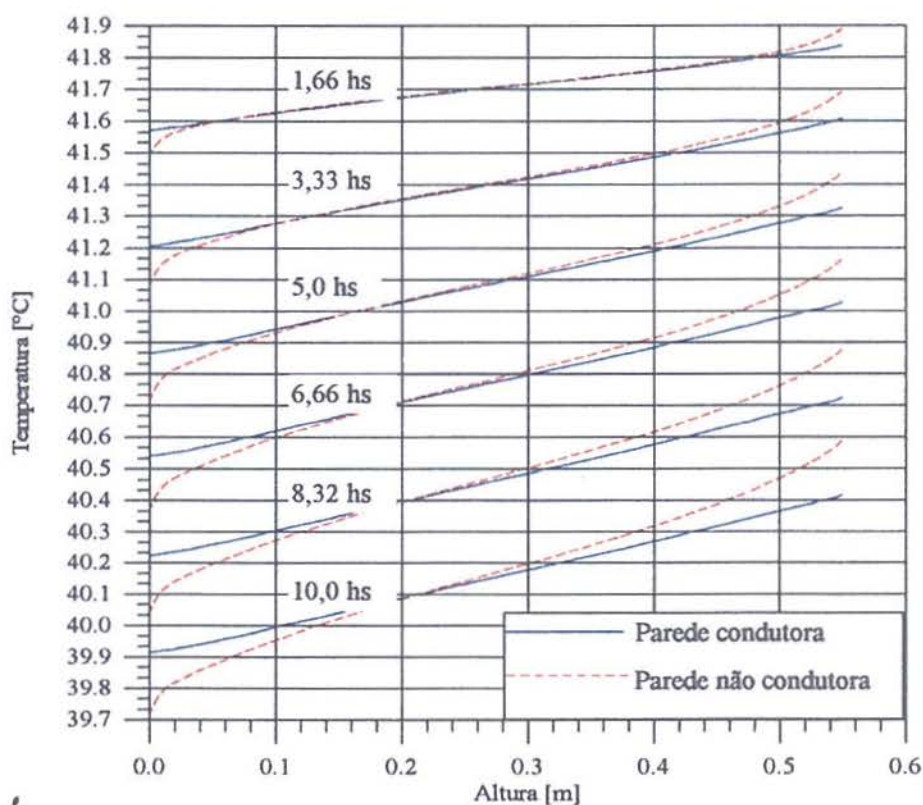


Figura 6.21 - Estratificação ao longo da altura, para raio $r = 0,22174$ m

Na figura 6.22 tem-se a evolução temporal da temperatura média da água em todo o reservatório, fruto de uma integral levando em conta o volume de cada volume de controle e o volume total do reservatório. O que se observa nesta figura é uma menor perda de calor para o exterior, por dois efeitos simultâneos. Um deles a dinâmica levemente modificada em função da parede condutora e não condutora, conforme já comentado, e outro pelo fato do cobre ser mais condutor que a água que o substitui, no caso da parede dita condutora, diminuindo assim, mesmo que levemente, a capacidade de isolamento do reservatório.

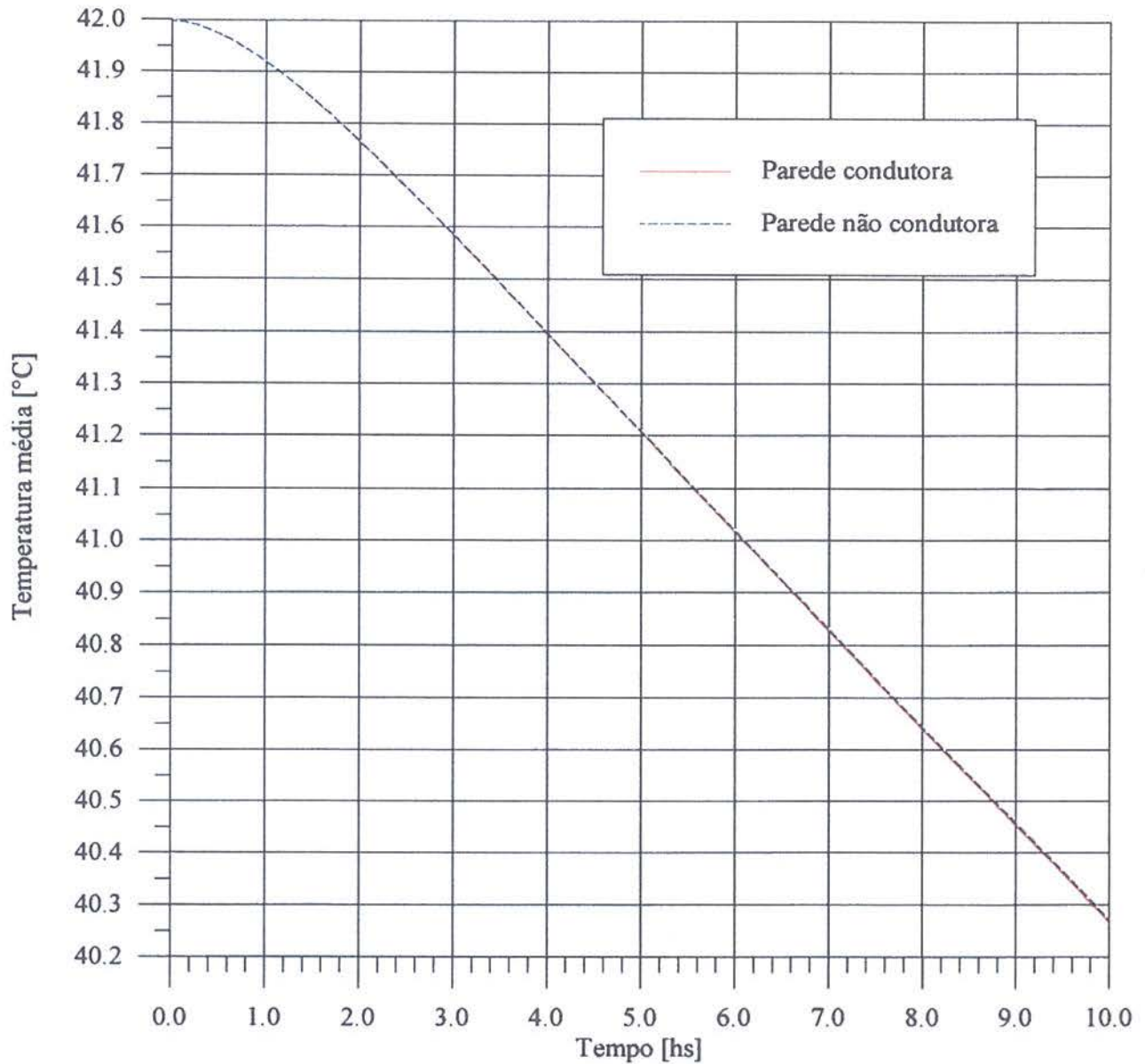


Figura 6.22 - Evolução da temperatura média do reservatório ao longo do tempo

7. CONCLUSÕES GERAIS E SUGESTÕES

É desenvolvido um estudo dos campos internos de temperatura e velocidade em reservatórios térmicos via calor sensível, envolvendo um modelamento dos fenômenos físicos envolvidos e posterior solução das equações empregando-se um método numérico.

O problema é de interesse em um grande número de casos na engenharia, sendo os resultados aqui produzidos, a partir do emprego do programa gerado, válidos para uma gama de casos: reservatórios cilíndricos e calor armazenado em líquidos. A motivação principal, entretanto, recai sobre reservatórios empregados em sistemas de aquecimento de água com energia solar.

Sob este panorama pode-se concluir que este trabalho possibilitou um melhor entendimento da dinâmica difusão x convecção que ocorre no interior destes reservatórios.

A fim de obter segurança em relação aos resultados, primeiramente modelou-se e simulou casos envolvendo somente difusão pura de calor, validando os resultados a partir de comparações com resultados da literatura [Torrance, 1968 ; Huang, 1989]. No seguimento do trabalho abordou-se problemas envolvendo convecção, e da mesma forma os resultados foram validados [Torrance, 1968].

Uma versão deste programa, modificado nas suas condições de contorno, foi empregada no âmbito do desenvolvimento da tese de doutorado de Oliveski, R. de C., servindo também como validação, uma vez que foi obtida uma boa concordância com os seus resultados experimentais. Uma discussão mais detalhada sobre estas comparações, simulação numérica *versus* simulação experimental, encontra-se no anexo I.

No seguimento do trabalho passou-se a investigar o papel desempenhado pela parede metálica dos reservatórios. Procurou-se responder a questão sobre quanto a difusão do calor através da parede metálica dos reservatórios interfere nos campos de temperatura e velocidade no líquido. Verificou-se que esta não interfere de forma significativa.

Atenção especial foi dirigida à questão da estratificação térmica ao longo da altura do reservatório, pela sua importância ao associar-se o reservatório a coletores solares. Sabe-se que quanto maior a estratificação maior será o rendimento global do sistema, já que a água de retorno aos coletores estará a um nível mais baixo de temperatura, diminuindo as perdas térmicas dos coletores. Verificou-se claramente a presença das camadas limites térmica e hidrodinâmica, mas com velocidades e gradientes térmicos pequenos mais para o interior do reservatório. Isto naturalmente após algum tempo de resfriamento.

Cabe salientar que uma vez pronto e validado, este programa serve de ferramenta para novas investigações sobre o comportamento destes reservatórios, tendo-se aqui investigado apenas algumas questões de interesse imediato.

Para futuros trabalhos tem-se as seguintes sugestões:

- Explorar novas razões de aspecto e espessuras de parede do reservatório.
- Incluir as perdas pela base e pelo topo do reservatório.
- Simular a entrada e saída de água no reservatório, proveniente dos coletores solares, bem como a saída de água quente para o consumo.
- Simular a presença da resistência elétrica de aquecimento, no interior do reservatório.
- Adaptar o programa para o sistema de coordenadas cilíndricas polares, viabilizando a simulação de tanques que operam na horizontal.
- Estender o programa para três dimensões, a fim de poder levar em conta situações ainda mais realísticas.
- Validar experimentalmente as simulações que envolvem efeitos multidimensionais.
- Adotar novas funções de interpolação para as faces dos volumes de controle, visando maior precisão e rendimento computacional.
- Vetorizar a presente versão do programa para um bom aproveitamento do CRAY Y-MP, afim de facilitar o processamento de novos casos.
- Introduzir modelos de turbulência, afim de simular-se razões de aspectos e diferenças de temperaturas maiores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdoly, M. A. and D. Rapp, 1982, "Theoretical and experimental studies of stratified thermocline storage of hot water", **Energy Conversion and Management**, vol. 22, 275-285.
- Barakat , H. Z., Clark, J. A., 1966, "Analytical and experimental study of the transiente laminar natural convection flows in partially filled liquid containers", **Proceeding of the third International Heat Transfer Conference**, Chicago, vol. 2 , pp. 152-162.
- Cebeci, T, 1974, "Laminar free convective heat transfer from the outer surface of a vertical slender circular cylinder", **Fifth Int. Heat Transfer conference**, vol. 3, NC 1.4, pp. 15-19.
- Cabelli, A., 1977, "Storage tanks - A numerical experiment", **Solar Energy**, vol. 19, pp. 45-54.
- Churchill, S. W. and Bernstein, M., 1977, "A correlating equation for forced convection from gases and liquids to circular cylinder in crossflow", **Journal of Heat Transfer**, vol. 99, pp. 300-306.
- Elenbass, W., 1948, "The Dissipation of Heat by Free Convection from Vertical and Horizontal Cylinders", **Journal of Applied Physics**, vol. 19, pp. 1148-1154, Dezember.
- Fujii, T. and Uehara, H., 1970, "Laminar natural convection heat transfer from the outer surface of a vertical circular cylinder", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 13, pp. 607-615.
- Gupta, S. K. and Jaluria, Y., 1982, "an experimental and analytical study of thermal stratification in a enclosed water region due to thermal energy discharge", **Energy Convers. Mgmt.**, vol. 22, pp. 63-70.
- Hess, C. F and. Miller, C. W., 1977, "Effect of a conducting wall on a stratified fluid in a cylinder, ", **Progress in Astronautics and Aeronautics**, vol. 60, pp. 190-208.

- Hess, C. F. and Miller, C. W., 1979, "Natural Convection in a Vertical Cylinder Subject to Constant Heat Flux", **International Journal Heat Mass Transfer**, vol. 22, pp. 421-430.
- Hess, C. F. and Miller, C. W., 1982, "An experimental and numerical study on the effect of the wall in a thermocline-type cylindrical enclosure - I", **Solar Energy**, vol. 28, no. 2, pp. 145-152.
- Hess, C. F. and Miller, C. W., 1982, "An experimental and numerical study on the effect of the wall in a thermocline-type cylindrical enclosure - II", **Solar Energy**, vol. 28, no. 2, pp. 153-161.
- Huang, D.Y. and Hsieh, S.S., 1989, "Analysis of Natural Convection in a Cylindrical Enclosure", **Numerical Heat Transfer**, vol. 12, pp. 121-135.
- Jaluria, Y. and Gupta, S.K., 1982, "Decay of Thermal Stratification in a Water Body for Solar Energy Storage", **Solar Energy**, vol. 28, no. 2, pp. 137-143.
- Dimensional Models for Stratified Thermal Storage Tanks", **Solar Energy**, vol. 50, no. 2, pp. 155-166.
- Kuehn, T. H. and R. J. Goldstein, 1976, "Correlating equations for natural heat transfer between circular cylinder", **Int. J. Heat Mass Transfer**, vol. 19, pp. 1127-1134.
- Lavan, Z. and Thompson, J., 1977, "Experimental Study of Thermally Stratified Hot Water Storage Tanks", **Solar Energy**, vol. 19, pp. 519-524.
- Leong, S. S. and De Vahl Davis, G., 1983, "Natural convection in cylindrical containers", **Ph. D. University of New South Wales**, Kensington, Australia.
- Lighthill, M. J., 1953, "Theoretical considerations on free convection in tubes", **Quart. J. Mech. Appl. Math.**, 6, pp. 398-439.

- Maliska, C. R., 1995, "Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional", Livros técnicos e científicos, Rio de Janeiro.
- Millsaps, K. and Pohlhausen, K., 1958, "The Laminar Free Convective Heat Transfer from the Outer Surface of a Vertical Cylinder, **Journal of the Aeronautical sciences**, vol. 25, pp. 357-360, June.
- Minkowycz, W. J. and Sparrow, E. M., 1974, "Local Nonsimilar solutions for natural convection on a vertical cylinder", **Journal of Heat Transfer**, vol. 96, pp. 178-183, May.
- Murty, S. Satyanaryana, Nelson, J. E. B. and Rao, T. L. Sitharama, 1992, "Effect of wall conductivity on thermal stratification", **Solar Energy**, vol. 49, no. 4, pp. 273-277.
- Nagendra, H. R., Tirunarayanan, M. A. and Ramachndran, A., 1970, "Laminar free convection from vertical cylinder with uniform heat flux", **J. Heat Transfer**, vol. 92, pp. 191-194.
- Norton, B. and Probert, S. D., 1982, "Natural-circulation solar-energy stimulated systems for heating water", **Applied Energy**, vol. 11, pp. 176-196.
- Ostrach, S., 1953, "New Aspects of Natural Convection Heat Transfer", **Transaction of the ASME**, vol. 75, pp. 1287-1290, October.
- Otis, D. R. and Roessler, J., 1987, "Development of stratification in a cylindrical enclosure", **Int. J. Heat Transfer**, vol. 30, no. 8, pp. 1633-1636.
- Patankar, S.V., 1980, "**Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**", McGraw-Hill, New York.
- Pepper, D. W and Harris, S. D., 1977, "Numerical simulation of natural convection in closed containers by fully implicit methods", **J. Fluids Eng.**, vol. 99, pp. 649-656.
- Safi, J. Mohamed and Loc, Ta Phuoc, 1994, "Development of thermal stratification in a two-dimensional cavity: a numerical study", **Int. J. Heat Mass Transfer**, vol. 37, no. 14, pp. 2017-2024.

- Satyanaryana, S.M., Nelson, J.E.B. and Sitharama, T.R., 1992, "Effect of Wall Conductivity on Thermal Stratification", **Solar Energy**, vol. 49, no. 4, pp. 273-277.
- Schinkel, W. M. M., Linthorst, S. J. M. and Hoogendoorn, C. J., 1963, "The Stratification in Natural Convection in Vertical Enclosures", **Journal of Heat Transfer**, vol. 105, pp. 267-272, May.
- Schneider, S. and Straub, J., 1992, "Laminar natural convection in a cylindrical enclosure with different end temperatures", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 35, no. 2, pp. 545-557.
- Shyu, R.J., Lin, J.Y. and Fang, L.J., 1989, "Thermal Analysis of Stratified Storage Tanks", **Journal of Solar Energy Engineering**, vol. 111, pp. 54-61, February.
- Sparrow, E. M., and Gregg, J. L., 1956, "Laminar-Free-Convection Heat Transfer From the Outer Surface of a Vertical Circular Cylinder", **Transaction of the ASME**, v. 78, pp. 1823-1829, November.
- Stork, K and. Müller, U., 1975, "Convection in Boxes: An Experimental Investigation in Vertical Cylinders and Annuli", **Journal Fluid Mechanics**, vol. 71, part 2, pp. 231-240.
- Sun, J. and Oosthuizen, 1988, "Transient natural convection in a vertical cylinder with a specified wall temperature, **ASME HTD-Vol. 96 - National Heat transfer Conference**, vol. 2, pp. 107-113.
- Sun, J. and Oosthuizen, 1989, "Transient natural convection in a vertical cylinder with a specified wall flux, **National Heat transfer Conference HTD - Heat Transfer in Convective Flows**, vol. 107, pp. 305-313.
- Torrance, K. E., 1968, "Comparison of Finite Difference Computations of Natural Convection", **Journal of Research of the National Bureau of Standards**, vol. 72B, pp. 281-301.

Vatavuk, P. e Pimenta, M. M., 1995, "Convecção Natural em Regime Transitório no Interior de um Recipiente Cilíndrico Vertical", **XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica**, em CD-ROM, Belo Horizonte, BH.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

Afshin J. Ghajar and Yousef H. Zurigat, 1991, "Numerical study of the effect of inlet geometry on stratification i thermal energy storage", **Numerical heat transfer**, part A, vol. 19, pp. 65-83.

Arco, E. Crespo del, P Bontoux, Sani, R. L., G. Hardin, Extremet, G. P. and Chikhaoui, A., 1988, "Finite Difference for Three-Dimensional Steady and Oscillatory Convection in Vertical Cylinder - Effect of Aspect Ratio", **HTD - Natural Convection in Enclosures - ASME.**, vol. 99, pp. 67-76.

Buell, J. C. and Catton I., 1983, "The effect of wall conduction on the stabilith of a fluid in a right circular cylinder heated from below", **ASME Journal of Heat Transfer**, vol. 105, pp. 255-260.

Catton, I., 1978, "Natural Convection in Enclosures", **Sixth Int. Heat Transfer Conference**, Toronto, Canadá, August 7-11, pp. 13-31.

Charlson, G. S. and Sani, R. L., 1970, "Thermoconvective Istability in a Bounded Cylindrical Fluid Layer", **International Journal Heat Mass Transfer**, vol. 13, pp. 1479-1490.

Charlson, G. S. and Sani, R. L., 1971, "On Thermoconvective Istability in a Bounded Cylindrical Fluid Layer", **International Journal Heat Mass Transfer**, vol. 14, pp. 2157-2160.

Charlson, G. S. and Sani, R. L., 1975, "Finite Amplitude Axisymmetric Thermoconvective Flows in a Bonded Cylindrical Layer of Fluid", **Journal Fluid Mechanics**, vol. 71, part 2, pp. 209-229.

- Chen, T. S. and Yuh, C. F., 1980, "Combined heat and mass transfer in natural convection along vertical cylinder", **Int. J. Heat Mass Transfer**, vol. 23, pp. 451-461.
- Duffie, J. A. and Beckman, W. A., 1980, "Solar Engineering of Thermal Processes", John Wiley & Sons, New York.
- Garg, Vijay K. and Velusamy, K., 1990, "Transient-free convection from a vertical cylinder", ASME Heat Transfer Div. Publ. HTD - Simulation and Numerical Method in Heat Transfer - Publ. By ASME, New York, N. Y., USA, vol. 157, pp. 9-18.
- Han, J. T., 1979, "A computational method to solve nonlinear elliptic equations for natural convection in enclosures", **Numerical Heat Transfer**, vol. 2, pp. 165-175.
- Idelsohn, S. R. and Oñate, E., 1994, "Finite Volumes and Finite Elements: Two 'Good Friends'", **International journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 37, pp. 3323-3341.
- Incropera, F. P. e Witt, D. P., 1992, "Fundamentos de Transferência de Calor e Massa", Guanabara Koogan, RJ.
- Ivancic A., A. Oliva, C. D. Pérez Segarra. "Acumulacion de energia térmica en tanques cilindricos. Estudio numerico" - Laboratori de Termotècnia i Energètica, Dept. Màquines i Motors Tèrmics. Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona Espanha., pp. 317-322.
- Joshi, Y. Gebhart, B., 1984, "Vertical Transient natural convection flows in cold water", **Int. J. Heat Mass Transfer**, vol. 27, pp. 1573-1582.
- Koschmeider, E. L., 1974, "Bénard Convection", **Advances in Chemical Physics**, vol. 26, pp. 177-212.
- Kreith, F. and Kreider, J. F., 1978, "Principles of Solar Engineering", McGraw-Hill book company, New York.

- Lazarov, R. D., Mishev, I. D. and Vassilevski, P. S., 1994, "Finite Volume Methods With Local Refinement for Convection-Diffusion Problems", **Computing**, vol. 53, pp. 33-57.
- Lee, H. R., Chen, T. S. And Armaly, B. F., 1988, "Natural convection along slender vertical cylinder with variable surface temperature", **J. Heat Transfer**, vol. 110, pp. 103-108.
- Liang, S. F., Vidal, A. and Acrivos, A., 1969, "Buoyancy-driven convection in cylindrical geometries", **Journal Fluids Mechanics**, vol. 36, part 2, pp. 239-256.
- Mallinson, G. D. and Davis, G. de Vahl, 1973, "The method of the false transient for the solution of coupled elliptic equations", **Journal of Computational Physics**, vol. 12, pp. 435-461.
- Normand, C., Pomeau, Y. and Velarde, M. G., 1977, "Convective instability: A physicist's approach", **Reviews of Modern Physics**, vol. 49, no. 3, July.
- Oliveski, R. De C; Krenzinger, A., Vielmo, H. A. e Prieb, C. W. M., 1997, "Análise numérico-experimental da distribuição de temperatura em um reservatório de água quente, XIV Congresso de Brasileiro de Engenharia Mecânica, Bauru, SP, a ser publicado.
- Oliveski, R. De C. et al., 1997, Comunicação interna do GESTE.
- Ostrach, O. and Pnueli, D, 1963, "The thermal Instability of Completely Confined Fluids Inside Some Particular Configurations", **Jornal of Heat Transfer**, vol. 85, no. 4, pp. 346-354, November.
- Ostrach, S., 1972, "Natural Convection in Enclosures", **Advances Heat Transfer**, vol. 8, pp. 161-227.
- Sodha, M. S. a and Tiwari, G. N., 1981, "Analysis of natural circulation solar water heating systems", **Energy Conversion and Management**, vol. 21, pp. 283-288.
- Torrance, K. E., 1969, "Experiments on natural convection in enclosures with localized heating from below", **Journal Fluid Mech.**, vol. 36, part I, pp. 21-31.

Vliet, G. C., 1969, "Natural Convection Local Heat Transfer on Constant Heat flux Inclined Surfaces", **Journal of Heat Transfer**, November, pp. 511-516.

Yang, K. T., 1960, "Possible similarity solutions for laminar free convection on vertical plates and cylinder", **Journal of Applied Mechanics**, vol. 27, pp. 230-236.

Zurigat, Y. H., Liche, P. R. and Ghajar, A. J., 1991, "Influence of inlet geometry on mixing in thermocline thermal energy storage, **Int. J. Heat Mass Transfer**, vol. 34, no. 1, pp. 115-125.

ANEXO I

I.1 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL PARA O PROGRAMA NÃO CONSIDERANDO A PAREDE METÁLICA E O ISOLAMENTO TÉRMICO, SEGUNDO OLIVESKI, R. DE C. ET AL., COMUNICAÇÃO INTERNA DO GESTE, 1997.

Nesta validação experimental, foi utilizado o programa elaborado nesta dissertação, com as condições de contorno semelhantes ao problema apresentado por Torrance, 1966 e Huang, 1989: com temperatura prescrita na parede lateral. Para validar o programa, Oliveski mediu as temperaturas na parede do reservatório, fornecendo ao programa os valores das temperaturas variáveis ao longo da altura do cilindro e variáveis no tempo.

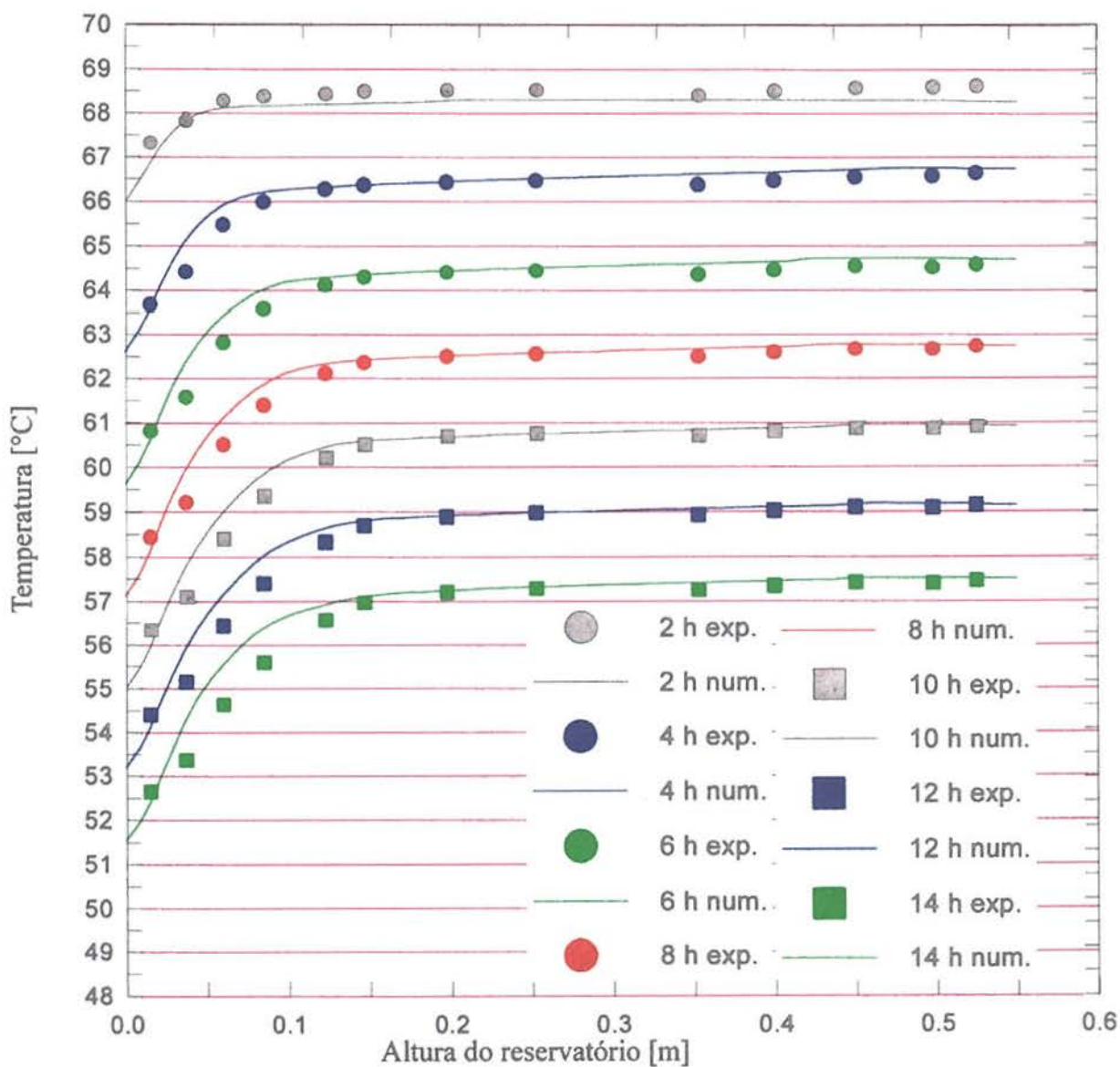


Figura 1 - Reservatório simulado sem parede e isolamento

I.2 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL PARA O PROGRAMA CONSIDERANDO A PAREDE METÁLICA E O ISOLAMENTO TÉRMICO, SEGUNDO OLIVESKI, R. DE C. ET AL., 1997.

Nesta validação experimental, foi utilizado o programa elaborado nesta dissertação, para atender as necessidades de se avaliar a dinâmica envolvendo a difusão *versus* a convecção natural no interior de um armazenador térmico. As condições de contorno são idênticas às da validação experimental mostrada no anexo I.1, com exceção de que no topo do cilindro foi imposta a condição de cisalhamento nula para a velocidade u , conforme Oliveski, e et al, 1997 (COBEM/97).

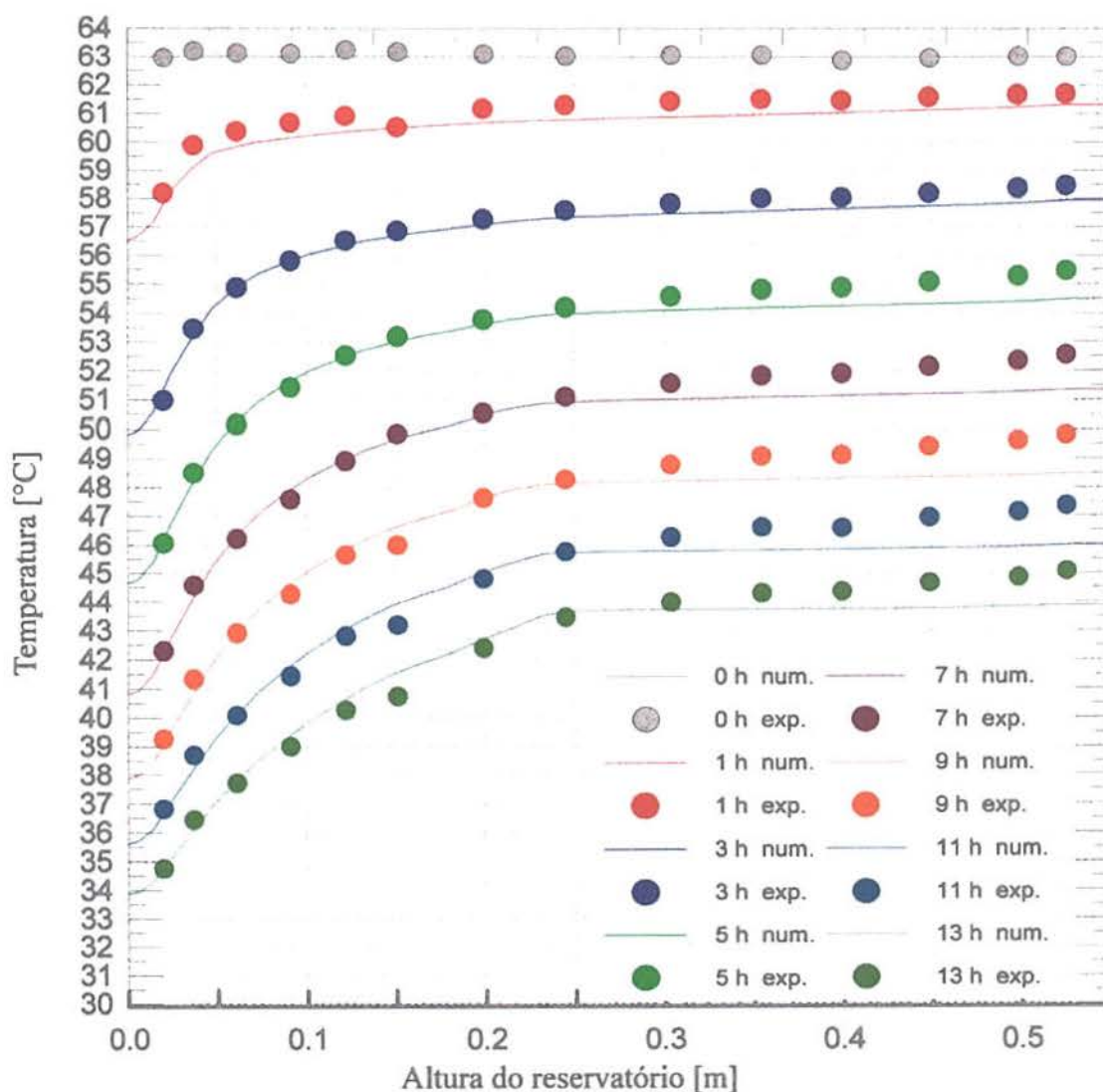


Figura 2 - Reservatório simulado com parede e isolamento

ANEXO II

As figuras abaixo representam a distribuição de temperaturas plotadas em várias cores e para os tempos de 1,66 hs e 10,0 hs.

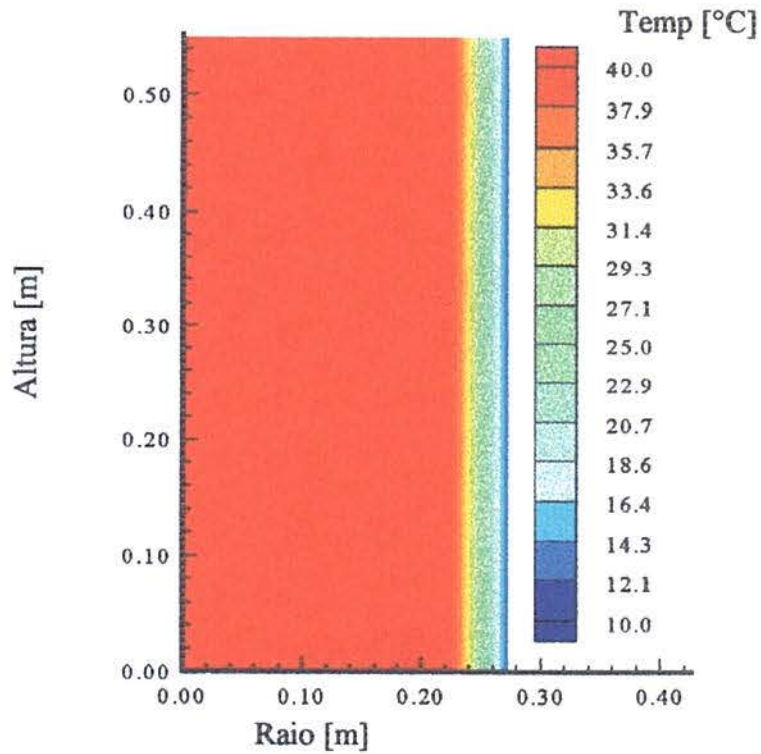


Figura 1 - Distribuição de temperaturas para parede condutora em $t = 1,66$ hs

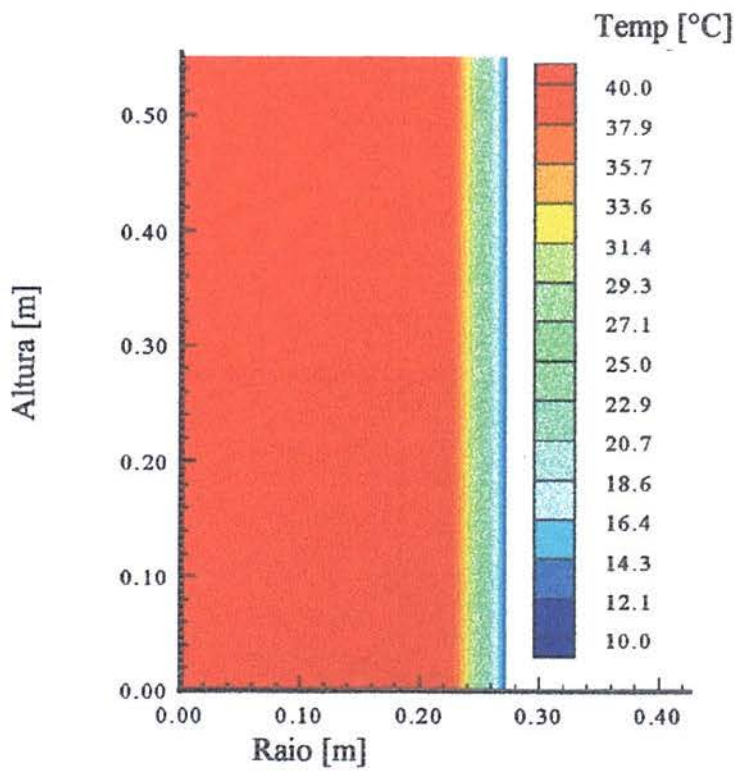


Figura 2- Distribuição de temperaturas para parede não condutora em $t = 1,66$ hs

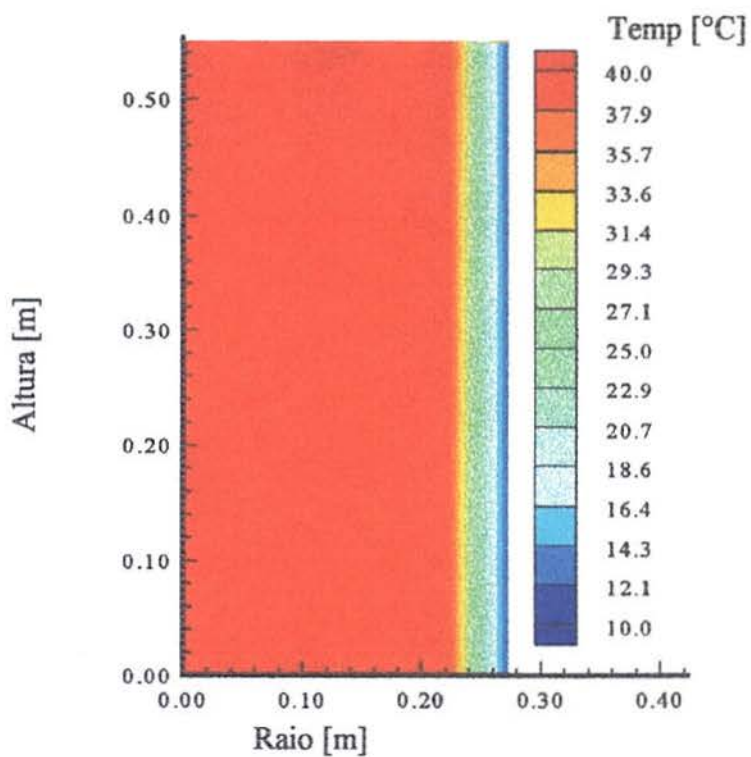


Figura 3 - Distribuição de temperaturas para parede condutora em $t = 10,0$ hs

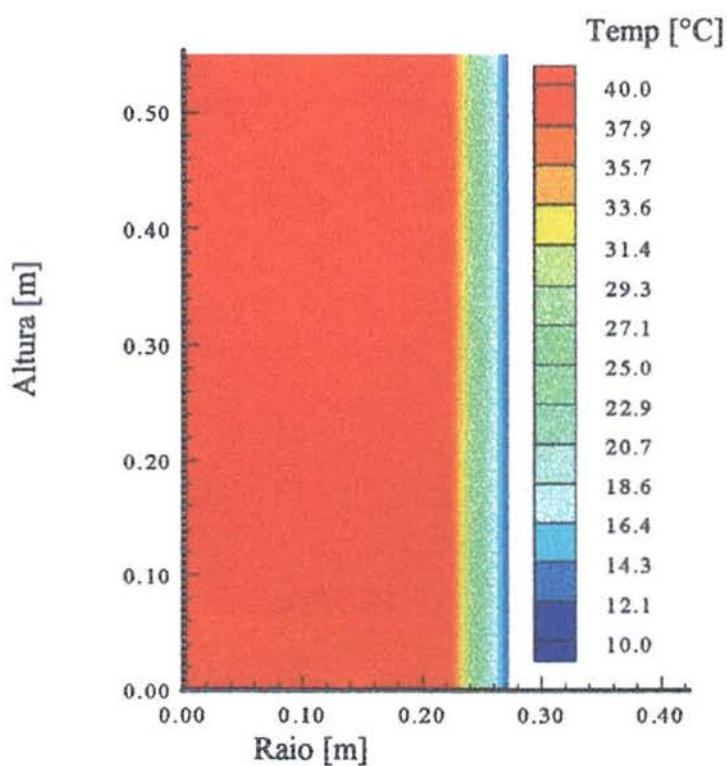


Figura 4 - Distribuição de temperaturas para parede não condutora em $t = 10,0$ hs